UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENADORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
STRICTO SENSU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO APLICADA

RAFAEL MACHADO DE ALMEIDA

UMA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA CONSOLIDAÇÃO DE CARGAS COM FROTA HETEROGÊNEA E RESTRIÇÕES DE COMPATIBILIDADE REGIONAL

CAXIAS DO SUL

2026

RAFAEL MACHADO DE ALMEIDA

UMA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA CONSOLIDAÇÃO DE CARGAS COM FROTA HETEROGÊNEA E RESTRIÇÕES DE COMPATIBILIDADE REGIONAL

Proposta de dissertação de mestrado apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Computação Aplicada da Universidade de Caxias do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Dagnino Chiwiacowsky

CAXIAS DO SUL

2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

A447a Almeida, Rafael Machado de

Uma abordagem heurística para consolidação de cargas com frota heterogênea e restrições de compatibilidade regional [recurso eletrônico] / Rafael Machado de Almeida. – 2026.

Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada, 2026.

Orientação: Leonardo Dagnino Chiwiacowsky.

Modo de acesso: World Wide Web

Disponível em: https://repositorio.ucs.br

1. Programação heurística. 2. Otimização combinatória. 3. Transporte de mercadorias. 4. Logística. 5. Programação Linear. 6. Recozimento simulado (Matemática). I. Chiwiacowsky, Leonardo Dagnino, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 004.023:656.073

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Márcia Servi Gonçalves - CRB 10/1500

RAFAEL MACHADO DE ALMEIDA

UMA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA CONSOLIDAÇÃO DE CARGAS COM FROTA HETEROGÊNEA E RESTRIÇÕES DE COMPATIBILIDADE REGIONAL

Proposta de dissertação de mestrado apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Computação Aplicada da Universidade de Caxias do Sul.

Aprovado em 17/08/2026

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Leonardo Dagnino Chiwiacowsky
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Dr. Toni Wickert
Mercado Livre

Prof. Dr. Leandro Luis Corso
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Dedicado aos meus pais, pelo apoio e carinho constantes.

“Digo: o real não está na saída nem na chegada: ele se dispõe para a gente é no meio da travessia.”

Guimarães Rosa

RESUMO

Em um cenário cada vez mais globalizado e competitivo, as organizações precisam encontrar meios de operação mais eficientes para manter a viabilidade de suas operações. Dentre os aspectos que são chave para a competitividade, a logística vem ganhando cada vez mais espaço. Com a ampliação do comércio de produtos e serviços por empresas que dispõem de sistemas eficientes de entrega, cabe aos concorrentes adequar e aprimorar seus processos logísticos para que também sejam rápidos e eficientes, porém com o menor custo possível. Em virtude da grande quantidade de demanda e os curtos prazos disponíveis para a consolidação de cargas ou pedidos em fretes, o uso de técnicas de otimização é indicado para resolver o problema de consolidação de cargas associado. Métodos determinísticos garantem a obtenção da melhor solução possível, porém esbarram no tempo necessário para a avaliação de cenários mais complexos, ou seja, com maior número de pedidos. Neste cenário, métodos de otimização baseados em heurísticas podem gerar resultados próximos ao ideal em tempo mais curto. O presente trabalho propõe e implementa um modelo heurístico para a consolidação de cargas levando em consideração restrições de destino, compatibilidade regional e capacidade de transporte. A abordagem combina uma heurística construtiva e duas heurísticas de melhoramento com a meta-heurística *Simulated Annealing*, validada em instâncias da literatura e aplicada a um cenário real de operação logística, demonstrando ser capaz de produzir soluções de qualidade competitiva (desvio médio de 1% a 5% em relação a métodos exatos) em tempo computacional viável (inferior a cinco minutos).

Palavras-chave: Otimização. Consolidação de cargas. Otimização Combinatória. Programação Linear. Heurísticas. Meta-heurísticas. *Simulated Annealing*

ABSTRACT

In an increasingly globalized and competitive scenario, organizations must find more efficient means of operation to maintain the viability of their operations. Among the key aspects for competitiveness, logistics has been gaining increasing importance. With the expansion of trade in products and services by companies that have efficient delivery systems, it is up to competitors to adapt and improve their logistics processes so that they are also fast and efficient, but with the lowest possible cost. Due to the large amount of demand and short deadlines available for consolidating loads or orders in freight, the use of optimization techniques is indicated to solve the associated load consolidation problem. Deterministic methods guarantee obtaining the best possible solution; however, they encounter limitations in the time required to evaluate more complex scenarios—that is, with a larger number of orders. In this scenario, optimization methods based on heuristics can generate near-optimal results in shorter computational time. The present work proposes and implements a heuristic model for load consolidation taking into account destination constraints, regional compatibility, and transport capacity. The approach combines a constructive heuristic with the Simulated Annealing metaheuristic, validated on instances from the literature and applied to a real-world logistics operation scenario, demonstrating its ability to produce solutions of competitive quality (average deviation of 1% to 5% compared to exact methods) in feasible computational time (less than five minutes).

Keywords: Optimization. Cargo Consolidation. Combinatorial Optimization. Linear Programming. Heuristics. Meta-heuristics. Simulated Annealing

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação da solução 48
Figura 2 – Heurística de Troca de Pedido 51
Figura 3 – Heurística de Troca de Veículo 52
Figura 4 – Frequência do melhor resultado 64
Figura 5 – Melhor custo por instância e fator de resfriamento 65
Figura 6 – Variabilidade entre as execuções 66
Figura 7 – Desempenho médio por fator de resfriamento 67
Figura 8 – Efeito da temperatura inicial 67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Informações utilizadas na Heurística de Construção 49
Tabela 2 – Instâncias da literatura 57
Tabela 3 – Caracterização da frota 58
Tabela 4 – Parâmetros do *Simulated Annealing* 58
Tabela 5 – Resultados do CPLEX – Instâncias da literatura 60
Tabela 6 – Resultados do *Simulated Annealing* – Instâncias da literatura 60
Tabela 7 – Características dos Conjuntos de Dados - Instâncias Reais 61
Tabela 8 – Resultados CPLEX - Instâncias Reais 61
Tabela 9 – Resultados *Simulated Annealing* - Instâncias Reais 61
Tabela 10 – Características dos Conjuntos de Dados - Instâncias Reais Completas 62
Tabela 11 – Comparação entre as Abordagens Exata (CPLEX) e Heurística (SA) - Instâncias Reais Completas 62
Tabela 12 – Tabela de Custos por Região e Tipo de Veículo 74
Tabela 13 – Matriz de Compatibilidade entre Regiões 75
Tabela 14 – Instância 1 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95 76
Tabela 15 – Instância 1 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85 77
Tabela 16 – Instância 1 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75 77
Tabela 17 – Instância 2 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95 77
Tabela 18 – Instância 2 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85 78
Tabela 19 – Instância 2 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75 78
Tabela 20 – Instância 3 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95 78
Tabela 21 – Instância 3 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85 79
Tabela 22 – Instância 3 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75 79
Tabela 23 – Instância 4 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95 79
Tabela 24 – Instância 4 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85 80
Tabela 25 – Instância 4 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75 80
Tabela 26 – Instância 5 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95 80
Tabela 27 – Instância 5 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85 81
Tabela 28 – Instância 5 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75 81

ÍNDICE DE ALGORITMOS

1 Pseudocódigo do *Simulated Annealing* 37

2 Heurística de Construção 50

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACO	Algoritmo de Colônia de Formigas
AG	Algoritmos Genéticos
BB	*Branch and Bound*
BPP	*Bin Packing Problem*
BT	Busca Tabu
IP	*Integer Programming*
KP	*Knapsack Problem*
LP	*Linear Programming*
MIP	*Mixed-Integer Programming*
NLP	*Non-Linear Programming*
PD	Programação Dinâmica
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PSO	Algoritmo de Enxame de Partículas
SA	*Simulated Annealing*
TMS	Sistemas de Gerenciamento de Transporte
TSP	Problema do Caixeiro Viajante

LISTA DE SÍMBOLOS

I	Conjunto de todos os pedidos.
J	Conjunto de todos os veículos individuais disponíveis.
K	Conjunto de todos os tipos de veículos.
R	Conjunto de todas as regiões de destino.
J_k	Subconjunto de veículos do tipo k, $J_k \subseteq J$.
i, l	Índice para pedidos específicos, $i, l \in I$.
j	Índice para um veículo individual específico, $j \in J$.
k	Índice para um tipo específico de veículo, $k \in K$.
r	Índice para uma região de destino específica, $r \in R$.
N_p	Número total de pedidos no problema.
N_v	Número total de veículos disponíveis.
N_r	Número total de regiões de destino.
N_k	Número total de tipos de veículos.
n_k	Número de veículos disponíveis do tipo k.
p_i	Peso do pedido i (em toneladas).
v_i	Volume do pedido i (em metros cúbicos).
r_i	Região de destino do pedido i.
Cp_j	Capacidade de peso do veículo j (determinada pelo seu tipo).
Cv_j	Capacidade de volume do veículo j (determinada pelo seu tipo).
c_{ij}	Custo de frete por tonelada do pedido i transportado pelo veículo j.
FM_{ij}	Valor mínimo de frete para transportar o pedido i com o veículo j.
$Comp(r_a, r_b)$	Função de compatibilidade: retorna 1 se as regiões r_a e r_b são compatíveis, 0 caso contrário.
U_j	Limite superior para o frete por tonelada no veículo j.

x_{ij}	Variável binária: 1 se o pedido i é alocado ao veículo j, 0 caso contrário.
y_j	Variável binária: 1 se o veículo j é utilizado na solução, 0 caso contrário.
$Fmax_j$	Máximo valor de frete por tonelada entre os pedidos alocados ao veículo j.
$FMmax_j$	Máximo valor de frete mínimo entre os pedidos alocados ao veículo j.
CF_j	Custo fixo linearizado do veículo j.
CV_j	Custo variável linearizado do veículo j.
CT_j	Custo total (contínuo) do veículo j.
z_{ij}	Variável auxiliar de linearização associada ao par pedido–veículo (i, j).
$FO(\mathbf{x})$	Função objetivo a ser minimizada (custo total de frete da solução **x**).

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15
1.1 JUSTIFICATIVA 15
1.2 OBJETIVOS 17
1.2.1 Objetivo Geral 17
1.2.2 Objetivos Específicos 17
1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO 17
1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO 18

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 20
2.1 CONSOLIDAÇÃO DE CARGAS 20
2.2 MODELOS DE OTIMIZAÇÃO RELACIONADOS 23
2.2.1 Otimização Linear 24
2.2.2 Otimização Linear Inteira e Inteira-Mista (MIP - *Mixed-Integer Programming*) 25
2.2.3 Otimização Combinatória 26
2.2.4 Problema do Empacotamento (*Bin Packing Problem*) 27
2.2.5 Problema da Mochila (*Knapsack Problem*) 28
2.3 MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA 32
2.3.1 Métodos Exatos 33
2.3.2 Métodos Heurísticos 34
2.3.3 *Simulated Annealing* 36

3 METODOLOGIA 40
3.1 ETAPAS DO TRABALHO 40
3.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA 40
3.3 CONSTRUÇÃO DO MODELO CONCEITUAL 41
3.4 CONSTRUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO 42
3.4.1 Linearização da Função Ojetivo 45
3.5 CONSTRUÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS DE OTIMIZAÇÃO 46
3.5.1 Abordagem Exata 46
3.5.2 Abordagem Heurística 47
3.6 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS 52

4 EXPERIMENTOS E ANÁLISE DE RESULTADOS 55
4.1 METODOLOGIA EXPERIMENTAL 55

4.2 CONFIGURAÇÃO DOS EXPERIMENTOS 57
4.2.1 Instâncias utilizadas 57
4.2.2 Parâmetros da meta-heurística 58
4.2.3 Ambiente computacional 58
4.2.4 Métricas de avaliação 59
4.3 RESULTADOS PARA AS INSTÂNCIAS DA LITERATURA 59
4.4 RESULTADOS PARA AS INSTÂNCIAS REAIS 60
4.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS PARA O CASO REAL 63

5 CONCLUSÕES 68

REFERÊNCIAS 70

APÊNDICE A – AMOSTRA DOS DADOS DO PROBLEMA 74

APÊNDICE B – RESULTADOS DO SA PARA INSTÂNCIAS REAIS . 76

1 INTRODUÇÃO

Desafios logísticos são enfrentados por praticamente toda empresa fornecedora de produtos. A alta quantidade de pedidos e os prazos curtos fazem com que a tarefa de organizar as entregas destes produtos em diferentes tipos de veículos, garantindo um custo mínimo, se torne complexa. Além disso, para garantir uma maior eficiência e a viabilidade do processo, diversas restrições devem ser respeitadas durante a alocação dos pedidos, entre elas o prazo, a disponibilidade e a capacidade dos veículos de transporte, o destino das entregas e a compatibilidade dos produtos que estão sendo transportados.

Na Logística, este problema é conhecido como consolidação de cargas, ou *shipment consolidation*, em inglês (DAGANZO, 1988). Por conta da sua alta complexidade e do tempo de resposta exigido, a resolução ótima do problema de consolidação feita de forma manual, ou seja, sem auxílio de algum software ou de um algoritmo específico, é inviável de ser adotada em aplicações reais, sendo necessário o uso de recursos computacionais para se obter uma solução satisfatória (XU; LI; CHEN, 2024).

Dentre as alternativas de técnicas de otimização possíveis, podem ser identificados dois grupos principais de estratégias para a resolução deste problema (VIEIRA, 2020): o uso de métodos determinísticos, que irão fornecer a solução exata para o problema, e o uso de métodos aproximativos, que irão fornecer soluções aproximadas. Apesar das técnicas determinísticas determinarem com exatidão a melhor configuração possível que atenda a todos os requisitos da aplicação, elas apresentam o inconveniente de, comumente, exigir um alto tempo computacional (SILVA *et al.*, 2019) para fornecer o resultado em casos mais complexos. Em aplicações reais, o uso de estratégias determinísticas se torna inviável na maioria das vezes por conta do fator tempo. Tais estratégias demandam um tempo que cresce rapidamente à medida em que aumenta o número de itens a serem alocados, bem como, os tipos de veículos disponíveis (VIEIRA, 2020).

Neste cenário, o uso de técnicas heurísticas de otimização surge como uma alternativa. Tais técnicas buscam obter uma boa solução, nem sempre a melhor, e que obedece às restrições rígidas e minimizam a violação de restrições desejáveis. Assim, busca-se um cenário em que as técnicas heurísticas de otimização sejam capazes de gerar resultados próximos ao resultado ótimo, com a vantagem do fator tempo, que costuma ser menor quando comparado ao tempo exigido pelas técnicas determinísticas (VIEIRA, 2020).

1.1 JUSTIFICATIVA

A logística de distribuição é uma das principais fontes de custo e complexidade operacional nas cadeias de suprimentos (VEGA-MEJÍA; MONTOYA-TORRES; ISLAM, 2019), especialmente em ambientes nos quais há diversidade de pedidos, veículos e restrições geográficas. O

presente estudo trata da alocação de pedidos a veículos com múltiplas restrições operacionais, tais como capacidades físicas, custos de transporte, compatibilidade entre regiões de entrega e limitações de atendimento por tipo de veículo. Esse problema, além de recorrente em empresas de transporte e distribuição, é representativo de um amplo conjunto de situações práticas enfrentadas por operadores logísticos e indústrias de diversos setores (QIN *et al.*, 2014).

Sob a ótica da generalidade, o problema abordado se mostra aplicável a múltiplas organizações, independentemente do porte ou setor, sempre que há necessidade de consolidar cargas e despachá-las a diferentes destinos sob restrições operacionais complexas. A presença de restrições como incompatibilidade entre regiões e limitações de acesso de veículos a determinadas localidades reflete cenários reais encontrados em operações urbanas, interestaduais ou em zonas com infraestrutura limitada. Nesse contexto, o estudo se alinha a um conjunto mais amplo de problemas conhecidos como problemas de consolidação de carga com múltiplas restrições, um campo ainda em expansão dentro da pesquisa operacional e da logística de distribuição.

No que se refere à relevância acadêmica, o estudo contribui ao aprofundamento das pesquisas sobre problemas de consolidação de cargas com restrições logísticas heterogêneas, ampliando o escopo de modelos matemáticos aplicados a situações reais. Apenas na plataforma *Web of Science*, são encontrados mais de 300 trabalhos em inglês entre os anos de 2021 e 2025 relacionados às palavras-chave *shipment consolidation*, *cargo consolidation* e *freight consolidation*, o que demonstra sua relevância e atualidade acadêmica. Ao propor e formalizar restrições como as de compatibilidade regional e de limitação de atendimento por tipo de veículo, o modelo aproxima-se ainda mais da complexidade observada em sistemas reais, permitindo validar abordagens de otimização mais robustas e representativas. Além disso, uma proposta de formulação matemática do problema pode servir de base para a comparação entre algoritmos exatos e heurísticos.

Sob a perspectiva da justificativa prática do presente estudo, é necessário observar que, atualmente, a gestão da consolidação de cargas em muitas organizações ainda se baseia, predominantemente, em abordagens empíricas, processos manuais ou sistemas fragmentados. Essa realidade, embora comum, frequentemente acarreta ineficiências significativas, como a subutilização da capacidade da frota de veículos empregados no transporte das cargas consolidadas, e, consequentemente, custos operacionais desnecessários(MUÑOZ-VILLAMIZAR *et al.*, 2022).

Os resultados alcançados pela presente pesquisa poderão oferecer às organizações uma ferramenta analítica para auxiliar na tomada de decisões mais eficientes sobre o uso da frota de veículos e a distribuição dos pedidos, reduzindo custos operacionais e melhorando o nível de serviço. Além disso, os resultados deste estudo podem gerar um aumento de produtividade nas organizações, substituindo uma tarefa que antes era manual, ineficiente e exigia a alocação de pelo menos uma pessoa para sua realização, por um modelo mais confiável e sem necessidade de intervenção humana a todo momento. O modelo desenvolvido permite avaliar diferentes cenários e políticas de despacho, inclusive antecipando os impactos de alterações na frota ou

nos custos logísticos. Para o setor de transporte e logística como um todo, a abordagem pode ser adaptada a diferentes contextos, servindo como referência metodológica para a resolução de problemas semelhantes em diferentes empresas e regiões.

Assim, o trabalho se justifica por seu potencial de contribuição teórica ao campo da otimização em logística, por sua relevância prática no auxílio à tomada de decisão nas empresas e por sua aplicabilidade generalizada em diferentes contextos organizacionais e geográficos.

1.2 OBJETIVOS

Esta seção apresenta os objetivos gerais e específicos do presente trabalho.

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem por objetivo geral desenvolver um modelo computacional de otimização para resolver o problema de consolidação de cargas com frota heterogênea e restrições de compatibilidade regional.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Propor um modelo matemático capaz de resolver o problema de consolidação de cargas para a aplicação analisada, considerando as restrições existentes em um contexto real de consolidação de cargas;
- Avaliar a adequação do método exato para a resolução do modelo proposto quando avaliadas instâncias similares às encontradas em aplicações reais;
- Desenvolver uma proposta de solução baseada em técnicas heurísticas capaz de obter soluções adequadas para instâncias similares às encontradas em aplicações reais;
- Avaliar o desempenho da solução heurística proposta por meio da comparação entre os resultados gerados por ela com aqueles obtidos por meio do modelo exato;
- Aplicar a solução heurística desenvolvida em instâncias reais e avaliar seu desempenho.

1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho concentra-se na formulação e resolução de um modelo de otimização para a alocação de cargas a veículos considerando um conjunto de restrições operacionais. A pesquisa se limita à etapa de consolidação e despacho de pedidos, não contemplando fases anteriores da cadeia logística, como o planejamento de compras, armazenamento ou *picking* em centros

de distribuição, e nem fases posteriores, como o roteamento dos veículos em seu processo de entrega dos itens.

Do ponto de vista teórico, o modelo proposto assume informações determinísticas e conhecidas *a priori*, como pesos, volumes, custos, capacidades dos veículos e relações de compatibilidade entre regiões. Dessa forma, não são considerados aspectos estocásticos ou dinâmicos, como a variação na demanda, atrasos operacionais, ou janelas de tempo. Além disso, o trabalho se restringe ao desenvolvimento de um modelo de programação matemática baseado em relações lineares, com domínio de solução binário, e de métodos heurísticos e meta-heurísticos, sem uso de algoritmos de aprendizado de máquina.

Do ponto de vista prático, o modelo assume que os pedidos são despachados diariamente e de forma indivisível, ou seja, cada pedido é alocado integralmente a um único veículo, não sendo permitida sua divisão entre múltiplos veículos. Também se considera que os veículos partem de um único ponto de origem comum, como por exemplo, um centro de distribuição centralizado, e que não há roteamento predefinido das rotas até os clientes, ou seja, a presente pesquisa não contempla a etapa de roteirização, focando exclusivamente na forma de distribuição das cargas entre os veículos disponíveis, sem haver preocupação na arrumação das cargas nos respectivos veículos. O modelo desenvolvido também não engloba nenhum tipo de consulta ou criação de estoques, nem a criação de um planejamento semanal de remessas a partir dos prazos de entregas dos pedidos. Todos os pedidos disponíveis são alocados no mesmo dia.

Adicionalmente, não são consideradas restrições legais específicas, como regulamentações de trânsito, horários de restrição em centros urbanos, ou legislações trabalhistas relacionadas à atuação dos motoristas, embora reconheça-se que tais fatores podem afetar a viabilidade operacional da solução em casos reais.

Todas essas delimitações são adotadas com o objetivo de permitir uma abordagem mais focada na estruturação do modelo de alocação de itens em veículos sob múltiplas restrições, sem comprometer a clareza e a viabilidade computacional da análise proposta.

1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos: O Capítulo 1 apresenta a contextualização do problema, justificativa, objetivos e delimitações. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica do problema de consolidação de cargas e algumas de suas representações matemáticas clássicas. O Capítulo 3 descreve o processo de consolidação de cargas e suas restrições, tal como será considerado no presente estudo. Ainda neste capítulo, é descrito o desenvolvimento do modelo matemático de programação linear para a resolução de instâncias do problema analisado. Também é apresentado o desenvolvimento do modelo heurístico proposto. O Capítulo 4 apresenta os resultados da meta-heurística proposta, testada em dois contextos: problemas de referência da literatura e cinco cenários reais de operação logística. Inclui com-

paração com o método exato, análise dos parâmetros do *Simulated Annealing* e avaliação do desempenho da abordagem em diferentes escalas. O Capítulo 5 apresenta as conclusões finais da pesquisa e as recomendações para trabalhos futuros. Por fim, é apresentado o conjunto de referências bibliográficas utilizado no trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem por objetivo apresentar a caracterização do problema de consolidação de cargas, os modelos clássicos de otimização combinatória relacionados ao problema de consolidação de cargas, bem como caracterizar algumas das restrições relacionadas ao problema em estudo.

2.1 CONSOLIDAÇÃO DE CARGAS

A consolidação de cargas é uma estratégia logística que visa otimizar o transporte de mercadorias, agrupando múltiplos envios menores em um único carregamento maior (COYLE, 2016). Essa prática se mostra relevante para a eficiência das cadeias de suprimentos modernas, impactando diretamente custos, prazos de entrega e sustentabilidade.

O problema da consolidação de cargas, embora tenha ganhado proeminência com a complexidade das cadeias de suprimentos globais, tem raízes históricas na busca por eficiência no transporte (MENTZER *et al.*, 2001). Desde os primórdios do comércio, a necessidade de transportar bens de forma econômica e eficaz impulsionou a agregação de volumes. No entanto, foi com a Revolução Industrial e, posteriormente, com o advento da globalização e a expansão do comércio internacional, que a consolidação de cargas se tornou uma disciplina logística formal e estratégica.

Fatores como o aumento do volume de mercadorias transportadas, a crescente demanda por entregas rápidas e flexíveis, a pressão por redução de custos operacionais e a necessidade de otimizar a utilização da capacidade dos veículos levaram ao surgimento e à evolução do problema de consolidação de cargas. A fragmentação dos pedidos, a diversidade de origens e destinos, e a complexidade das rotas de transporte tornaram inviável a prática de transportar cada pedido individualmente. Nesse cenário, a consolidação emergiu como uma solução para maximizar a ocupação dos veículos (CAMPBELL, 1990), reduzir o número de viagens e, consequentemente, diminuir os custos e o impacto ambiental.

A evolução tecnológica, especialmente no campo da Tecnologia da Informação e da otimização computacional, desempenhou um papel crucial no desenvolvimento de métodos mais sofisticados para gerenciar e executar a consolidação de cargas. Sistemas de gerenciamento de transporte (TMS), algoritmos de roteirização e algoritmos de programação linear inteira permitiram que as empresas analisassem grandes volumes de dados e tomassem decisões melhor fundamentadas sobre como e quando consolidar cargas, transformando uma prática empírica em uma ciência aplicada (CHOPRA; MEINDL, 2019).

A consolidação de cargas é, por natureza, um problema de otimização combinatória,

que busca a melhor combinação de cargas ou pedidos, veículos e rotas para atingir um objetivo específico, geralmente a minimização de custos ou a maximização da eficiência. A complexidade inerente a esse problema exige uma formulação matemática rigorosa para sua resolução, já que se trata de um problema NP-difícil (VIEIRA, 2020). A modelagem envolve a definição de variáveis de decisão, uma função objetivo e um conjunto de restrições que representam as condições operacionais e as limitações do sistema logístico (TAHA, 1992).

As decisões em problemas de consolidação de cargas tipicamente incluem:

- Determinar se um determinado pedido é alocado a um veículo específico, se um veículo é utilizado em uma rota, ou se um centro de consolidação é ativado;
- Determinar/estabelecer o número de veículos a serem utilizados, a quantidade de itens a serem transportados ou o número de paradas em uma rota;
- Estabelecer/definir o tempo de viagem, a distância percorrida ou o volume/peso total de carga em um veículo.

O objetivo mais comum em problemas de consolidação de cargas é a minimização do custo total de transporte, que pode incluir (VIEIRA, 2020):

- Custos fixos de utilização de veículos (depreciação, seguro);
- Custos variáveis de operação (valor do frete, combustível, manutenção por quilômetro);
- Custos de mão de obra (salários de motoristas);
- Custos de transbordo e manuseio em centros de consolidação;
- Custos de penalidade por atrasos ou não atendimento de demandas.

As restrições são essenciais para garantir a viabilidade da solução e refletem as limitações do mundo real. As restrições típicas incluem (RUSHTON; CROUCHER; BAKER, 2022):

- Restrições de capacidade do veículo: O peso e o volume total dos pedidos atribuídos a um veículo não podem exceder sua capacidade máxima em peso e em volume;
- Restrições de tempo: Janelas de tempo para coleta e entrega, tempo máximo da jornada de trabalho dos motoristas;
- Restrições de demanda: Todos os pedidos devem ser atendidos;
- Restrições de roteamento: As rotas devem ser contínuas e eficientes, garantindo que todos os pontos de coleta e entrega sejam visitados;

- Restrições de compatibilidade de carga: Certas cargas podem não ser compatíveis para serem transportadas em conjunto (por exemplo, alimentos e produtos químicos);
- Restrições de compatibilidade de regiões: Nem todas as regiões podem ser atendidas em conjunto por um mesmo veículo. Essas incompatibilidades decorrem de fatores operacionais, geográficos ou regulatórios, como zonas de restrição de circulação, distâncias inviáveis entre áreas ou acordos de cobertura específicos de cada transportadora. Tais relações podem ser representadas por uma matriz de compatibilidade, na qual cada elemento indica se um par de regiões pode (ou não) ser combinado no mesmo roteiro. Dessa forma, a matriz impede que regiões consideradas incompatíveis sejam alocadas simultaneamente a um mesmo veículo, restringindo o espaço de soluções viáveis;
- Restrições de frota: Disponibilidade e áreas atendidas de acordo com o tipo de veículo.

A formulação matemática de problemas de consolidação de cargas frequentemente se enquadra nas categorias de Programação Linear Inteira (PLI) ou Programação Linear Inteira Mista (PLIM), devido às decisões serem representadas, matematicamente, por grandezas discretas e contínuas (WOLSEY; NEMHAUSER, 1999). A complexidade computacional desses modelos, especialmente para grandes instâncias, muitas vezes exige o uso de heurísticas e metaheurísticas para encontrar soluções de boa qualidade em tempo razoável (QIN *et al.*, 2014).

Um dos principais benefícios do estudo do problema de consolidação de cargas é a possibilidade de identificar uma configuração que garanta a redução dos custos de transporte. Ao agrupar múltiplos envios, as empresas conseguem minimizar viagens vazias ou parcialmente carregadas, otimizando a utilização da capacidade dos veículos e, consequentemente, reduzindo o número de viagens necessárias para transportar o mesmo volume de mercadorias. Isso se traduz em menor consumo de combustível, diminuição dos custos de mão de obra e otimização dos custos de manutenção da frota, em virtude da menor quilometragem total percorrida. Adicionalmente, volumes maiores e mais consistentes de carga permitem que as empresas negociem melhores tarifas com transportadoras terceirizadas (BONASSA, 2018).

Além da economia, a consolidação de cargas contribui para uma cadeia de suprimentos mais ágil e responsiva, melhorando a eficiência logística. Isso ocorre pela otimização do uso de recursos como veículos, armazéns e pessoal, e pela simplificação de processos, com menos documentos de transporte e faturas para gerenciar. Embora a consolidação possa adicionar uma etapa de transbordo, a otimização de rotas e a eliminação de paradas desnecessárias podem, em certos cenários, resultar em tempos de entrega mais coerentes e, por vezes, mais rápidos para o cliente final, aumentando a confiabilidade das operações (BONASSA, 2018).

Por fim, em um contexto de crescente preocupação com a sustentabilidade, a consolidação de cargas oferece também vantagens ambientais. Menos veículos na estrada e menos quilômetros percorridos significam uma diminuição direta na geração de carbono das opera-

ções de transporte (VEGA-MEJÍA; MONTOYA-TORRES; ISLAM, 2019), além de contribuir para a redução do congestionamento de tráfego e o uso mais eficiente de energia.

2.2 MODELOS DE OTIMIZAÇÃO RELACIONADOS

A otimização matemática é um campo relevante da pesquisa operacional e da matemática aplicada que se dedica a encontrar a melhor solução para um problema a partir de um conjunto de alternativas possíveis, considerando determinadas condições e restrições. Em sua essência, o objetivo é maximizar ou minimizar uma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições. A compreensão dos seus conceitos básicos e dos diferentes tipos de modelos permite a formulação e resolução eficaz de problemas complexos (WINSTON, 2004), como o de consolidação de cargas abordado neste trabalho, onde é exigida a tomada de decisões estratégicas para a alocação de itens em veículos.

Todo problema de otimização é estruturado em torno de três elementos essenciais: variáveis de decisão, função objetivo e restrições. A interação entre esses componentes define o escopo e a complexidade do problema (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

As **variáveis de decisão** representam as escolhas ou quantidades que podem ser ajustadas para alcançar o objetivo desejado. São os elementos desconhecidos do problema que precisam ser determinados para se chegar à solução ótima. A natureza dessas variáveis é um fator determinante na classificação e nos métodos de resolução do modelo de otimização associado (GOLBARG; LUNA, 2000):

- Variáveis Contínuas: Podem assumir qualquer valor real dentro de um determinado intervalo. São frequentemente utilizadas para representar quantidades que podem ser fracionadas, como tempo de operação, distância percorrida ou lotes de produção;
- Variáveis Inteiras: Podem assumir apenas valores inteiros ou binários. São comuns em problemas onde as quantidades são indivisíveis, como o número de veículos a serem utilizados, a quantidade de produtos a serem fabricados ou o número de funcionários a serem alocados.

A **função objetivo** é uma expressão matemática que quantifica o critério de desempenho que se deseja otimizar. Ela define o que se busca maximizar (por exemplo, lucro, eficiência, valor total de cargas transportadas) ou minimizar (por exemplo, custo operacional, tempo de entrega, número de veículos utilizados). A forma matemática da função objetivo (linear ou não-linear) é um dos principais fatores que influenciam a complexidade (GOLBARG; LUNA, 2000) e os métodos de resolução do problema. No caso de um problema de consolidação de cargas, a função objetivo pode ser, por exemplo, a minimização do custo total de transporte, considerando os custos fixos dos veículos e os custos variáveis por peso ou volume transportado.

As **restrições** são condições ou limitações que devem ser satisfeitas pelas variáveis de decisão. Elas delimitam o espaço de soluções viáveis, ou seja, o conjunto de todas as combinações de variáveis de decisão que são permitidas e que respeitam as condições operacionais, regulamentares ou físicas do problema. No contexto do problema de consolidação de cargas, as restrições podem se referir a diferentes aspectos, como disponibilidade de recursos (peso e volume dos veículos), regulamentações de trânsito, demandas de mercado, ou compatibilidades técnicas (compatibilidade entre cargas ou entre veículos e regiões de entrega) (VIEIRA, 2020). Do ponto de vista da sua representação matemática, as restrições podem ser expressas como:

- Restrições de Igualdade: Exigem que uma expressão seja exatamente igual a um valor. Por exemplo, a soma de todas as alocações de um pedido a diferentes veículos deve ser igual a 1, garantindo que o pedido seja alocado a apenas um veículo;
- Restrições de Desigualdade: Exigem que uma expressão seja menor ou igual a, ou maior ou igual a um valor. Um exemplo é a restrição de capacidade de peso de um veículo, onde a soma dos pesos dos pedidos alocados em um veículo não pode exceder a sua capacidade máxima em peso;
- Restrições de Não-Negatividade: Comuns em muitos problemas práticos, exigem que as variáveis de decisão assumam valores maiores ou iguais a zero, pois quantidades físicas (como peso, volume ou número de itens) não possuem significado físico caso assumam valores negativos.

Com base nos conceitos fundamentais, diferentes modelos de otimização podem ser desenvolvidos para representar diferentes tipos de problemas, cada um com suas características específicas.

2.2.1 Otimização Linear

A **Otimização Linear**, ou **Programação Linear** (PL), é um dos modelos mais amplamente utilizados na pesquisa operacional. Sua principal característica é que tanto a função objetivo quanto todas as restrições são expressas como relações lineares das variáveis de decisão. Desta forma, a formulação matemática geral para este tipo de modelo pode ser expressa pelas equações (2.1) e (2.2) como (GOLBARG; LUNA, 2000):

$$\text{Otimizar} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{2.1}$$

sujeito a:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i && i = 1, 2, \ldots, p \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i && i = p+1, p+2, \ldots, m \\
&x_j \geq 0, && j = 1, 2, \ldots, q \\
&x_j \in \mathbb{R}, && j = q+1, q+2 \ldots, n
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

onde $\mathbf{A} = a_{ij}$ é a matriz de restrições, $\mathbf{a}_j$ é a j-ésima coluna de $\mathbf{A}$, $\mathbf{x} = (x_j)$, com $j = 1, \ldots, n$, é o vetor coluna de n componentes, $\mathbf{b} = (b_i)$ com $i = 1, \ldots, m$ é o vetor coluna de m componentes e $\mathbf{c} = (c_j)$ com $j = 1, \ldots, n$ é vetor linha de n componentes.

A linearidade permite que algoritmos como o Simplex encontrem a solução ótima global em tempo polinomial (DANTZIG, 2016), onde se pressupõe a divisibilidade das variáveis, por serem contínuas, e a certeza dos parâmetros, pois os coeficientes são conhecidos e fixos.

Modelos de PL são amplamente empregados na representação de problemas de alocação de recursos e planejamento do mix de produção (SANTOS *et al.*, 2019).

2.2.2 Otimização Linear Inteira e Inteira-Mista (MIP - *Mixed-Integer Programming*)

Quando todas as variáveis de decisão assumem apenas valores inteiros ou binários, o problema se enquadra na Otimização Linear Inteira. Se algumas variáveis assumem valores inteiros e outras assumem apenas valores reais, o modelo é caracterizado como Otimização Inteira-Mista (MIP) (WOLSEY, 2020). A Programação Linear Inteira (PLI) é uma técnica de modelagem matemática similar à PL, porém com a inclusão de restrições de integralidade para algumas ou todas as variáveis. A função objetivo e as restrições são lineares (BARBOSA *et al.*, 2010), e algumas ou todas as variáveis de decisão são restritas a valores inteiros (incluindo grandezas binárias). A PLIM é uma ferramenta poderosa para modelar problemas com decisões discretas. Desta forma, a formulação matemática geral para este tipo de modelo pode ser expressa pelas equações (2.3) a (2.6) (GOLBARG; LUNA, 2000):

$$
\text{Otimizar} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{2.3}
$$

sujeito a:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq b_i && i = 1, 2, \ldots, p \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i && i = p+1, p+2, \ldots, m \\
&x_j \geq 0, && j = 1, 2, \ldots, q \\
&x_j \in \mathbb{R}, && j = q+1, q+2, \ldots, r
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

$$
x_j \in \mathbb{Z} \quad j = r+1, \ldots, s \tag{2.5}
$$

$$
x_j \in \{0, 1\} \quad j = s+1, \ldots, n. \tag{2.6}
$$

A Programação Linear Inteira (PLI) se distingue da Programação Linear (PL) pela exigência de que algumas ou todas as variáveis de decisão assumam apenas valores inteiros. Essa característica permite modelar situações onde as decisões são discretas, como "construir ou não construir", "alocar uma unidade inteira", ou "selecionar um número específico de itens". Pode-se citar como exemplos de problemas de PLI o problema de consolidação de cargas, o problema da mochila (*Knapsack Problem*) e o problema do caixeiro viajante (MARTELLO; TOTH, 1990).

Por outro lado, a não-linearidade em modelos de otimização, tanto em domínio discreto quanto contínuo, pode introduzir múltiplos ótimos locais, tornando a busca pela solução ótima global mais desafiadora e, em muitos casos, exigindo algoritmos mais sofisticados (DANTZIG, 2016).

Algumas aplicações típicas são encontradas na otimização de processos de reação química, finanças (otimização de portfólios com retornos não lineares) e projetos de engenharia (otimização de estruturas com comportamentos complexos) (SCHITTKOWSKI; ZILLOBER; ZOTEMANTEL, 1994).

2.2.3 Otimização Combinatória

A Otimização Combinatória lida com a busca de um "objeto" ótimo a partir de um conjunto finito de "objetos" discretos. Esses problemas geralmente envolvem a seleção, ordenação ou agrupamento de elementos de forma a satisfazer certas condições e otimizar um critério (GOLBARG; LUNA, 2000).

Na maioria dos casos, encontrar a solução ótima pode ser computacionalmente intratável para instâncias de grande porte de problemas NP-difíceis. Para esses casos, frequentemente são utilizados métodos aproximados, como heurísticas e meta-heurísticas, para encontrar soluções de boa qualidade em tempo razoável (TALBI, 2009). Algumas aplicações típicas surgem em problemas de roteamento como, por exemplo, o Problema do Caixeiro Viajante, que busca

a rota mais curta que visita um conjunto de cidades e retorna ao ponto de partida, problemas de empacotamento, como o *Bin Packing Problem*, que tem como objetivo empacotar itens em um número mínimo de caixas, e problemas de seleção de itens, como o *Knapsack Problem*, que busca maximizar o valor de itens selecionados sem exceder a capacidade de uma "mochila" (PAPADIMITRIOU; STEIGLITZ, 1998). Estes problemas são diretamente relevantes para a logística e a consolidação de cargas, pois envolvem a tomada de decisões discretas sobre a alocação de itens e o uso eficiente de recursos.

2.2.4 Problema do Empacotamento (*Bin Packing Problem*)

O *Bin Packing Problem* (BPP), ou Problema do Empacotamento, é um problema de otimização combinatória que consiste basicamente em organizar objetos de diferentes tamanhos em recipientes de capacidade limitada. O objetivo do problema é encontrar a configuração com o menor número de recipientes necessários para "empacotar" todos os objetos (JOHNSON *et al.*, 1974).

Problemas similares e que podem ser tratados de maneira muito semelhante ao BPP surgem em diversas situações reais: organização de cargas, planejamento da produção, carregamento de contêineres, entre outros. A partir desta similaridade, diferentes variações do BPP foram propostas para modelar alguns contextos práticos. As mais comuns incluem:

- *Bin Packing* Multidimensional: Os itens possuem mais de uma dimensão (por exemplo altura e largura), e o empacotamento deve respeitar limites em todas as dimensões (CHRISTENSEN *et al.*, 2016);
- *Bin Packing* com Itens Fracionáveis: Permite que um item seja dividido entre múltiplas caixas (*bins*). Essa variação é útil em contextos como o de telecomunicações (CASAZZA; CESELLI, 2014) e alocação de memória em processamento paralelo (EKICI, 2022), por exemplo.
- *Bin Packing* com Custos Variáveis: Cada caixa (*bin*) pode ter um custo distinto de uso e o objetivo passa a ser minimizar o custo total, em vez da quantidade de caixas.
- *Bin Packing Online*: Os itens chegam sequencialmente e devem ser alocados assim que são apresentados, sem conhecimento dos itens futuros (EPSTEIN; FAVRHOLDT; LEVIN, 2011).
- *Bin Packing* com Restrições de Compatibilidade: Alguns itens não podem ser colocados juntos em uma mesma caixa por razões de segurança ou requisitos técnicos (TSAO *et al.*, 2024).

2.2.5 Problema da Mochila (*Knapsack Problem*)

Uma das variações clássicas do BPP é conhecida como Problema da Mochila, ou *Knapsack Problem* (KP), em inglês. Em sua essência, o problema trata de selecionar um subconjunto de itens com pesos e valores de modo a maximizar o valor total transportado na mochila, mas sem ultrapassar uma capacidade limitada. Este problema aparece em diversos contextos práticos, como alocação de recursos, planejamento logístico, seleção de investimentos e muitos outros (AMARANTE, 2013).

O problema da mochila em sua forma mais básica é chamado de *Knapsack Problem 0-1* ou Problema da Mochila Binária (MARTELLO; TOTH, 1990). Nesse modelo, cada item pode ser incluído ou não na mochila (escolha binária).

Formalmente, o problema pode ser definido da seguinte maneira: Dado um conjunto de n itens, onde cada item i possui um valor $v_i > 0$ e um peso $w_i > 0$, e uma mochila de capacidade máxima $C > 0$, determine quais itens devem ser incluídos na mochila de forma a maximizar o valor total transportado, sem ultrapassar a capacidade da mochila. As variáveis de decisão são $x_i \in \{0, 1\}$, indicando se o item i é colocado ou não na mochila.

Matematicamente, o problema pode ser definido da seguinte maneira (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{2.7}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2.8}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{2.9}$$

A Equação (2.7) é responsável pela soma dos valores dos itens transportados, e está sujeita à Equação (2.8), que delimita que o somatório dos pesos transportados não pode exceder a capacidade total da mochila. Essa formulação visa maximizar o valor total dos itens selecionados, respeitando o limite de peso da mochila. O problema é NP-completo (KARP, 1975), o que significa que não se conhece um algoritmo eficiente para resolvê-lo em todos os casos.

Além da versão clássica, algumas variações do KP foram desenvolvidas para representar cenários mais complexos e adequados a outras aplicações. Algumas destas formas são apresentadas a seguir.

Problema da Mochila Fracionária (*Fractional Knapsack Problem*)

Neste modelo, é permitido que itens sejam fracionados. Ou seja, é permitido que seja transportada apenas uma parte de um item. Do modelo original do *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), a única modificação é na restrição de integralidade da variável de decisão. A Equação (2.9) é substituída pela Equação (2.12), permitindo que x_i assuma valores contínuos entre 0 e 1.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{2.10}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2.11}$$

$$x_i \in [0, 1], \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.12}$$

Essa versão tem solução ótima (CORMEN *et al.*, 2022) por um algoritmo guloso com complexidade de tempo O(*n log n*), ordenando os itens pelo valor relativo v_i/w_i. O valor total transportado na mochila é maximizado com a estratégia de incluir os itens com maior valor por unidade de peso até esgotar a capacidade.

Problema das Mochilas com Capacidade Múltipla (*Multiple Knapsack Problem*)

Neste modelo, é assumida a existência de várias mochilas, cada uma com sua própria capacidade. O objetivo é distribuir os itens entre as mochilas, maximizando o valor total. Em contraste com o modelo original do *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), a função objetivo é estendida para considerar múltiplas mochilas, e novas restrições são adicionadas para gerenciar a alocação de itens a uma única mochila e a capacidade de cada mochila individualmente.

Os parâmetros do problema são: m, o número de mochilas; C_j, a capacidade da mochila j; e as variáveis de decisão $x_{ij} \in \{0, 1\}$, indicando se o item i é colocado ou não na mochila j.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} v_i x_{ij} \tag{2.13}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.14}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_{ij} \leq C_j, \quad j = 1, \ldots, m \tag{2.15}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}. \tag{2.16}$$

A Equação (2.14) garante que cada item pode ser colocado em no máximo uma mochila, e a Equação (2.15) assegura que a capacidade de cada mochila não seja ultrapassada.

Mochila com Restrições Múltiplas (*Multidimensional Knapsack Problem*)

Neste modelo, há mais de uma restrição de capacidade (como, por exemplo, peso, volume, energia, etc.). Em comparação com o modelo original do *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), a função objetivo e a definição da variável de decisão permanecem as mesmas, mas a restrição de capacidade (Equação (2.8)) é estendida para múltiplas dimensões.

Os parâmetros do problema são: w_{ik}, que representa o consumo do item i no recurso k, para $k = 1, \ldots, d$; C_k, que representa a capacidade no recurso k, para $k = 1, \ldots, d$; e as variáveis de decisão $x_i \in \{0, 1\}$, que indicam se o item i é colocado ou não na mochila.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{2.17}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_{ik} x_i \leq C_k, \quad k = 1, \ldots, d \tag{2.18}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{2.19}$$

Essa variante pode ser aplicável em logística de transporte e produção, onde há múltiplas limitações simultâneas.

Problema da Mochila com Itens Dependentes (ou com Conflitos)

Nesta variação do KP, relações de compatibilidade ou incompatibilidade entre os itens são consideradas. O modelo base é o *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), ao qual são adicionadas restrições específicas para modelar a existência de dependências ou conflitos entre os itens.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{2.20}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2.21}$$

$$x_i + x_j \leq 1, \quad i = 1, \ldots, n; \quad j = 1, \ldots, n; i \neq j \tag{2.22}$$

$$x_j \leq x_i \quad i = 1, \ldots, n; \quad j = 1, \ldots, n; i \neq j \tag{2.23}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.24}$$

A equação (2.22) é usada para conflitos, garantindo que os itens i e j não podem ser incluídos juntos.

A equação (2.23) é usada para dependência, garantindo que o item j só pode ser incluído se o item i for também.

Essas restrições são úteis em aplicações como seleção de projetos ou planejamento de recursos em redes.

Problema da Mochila Multiobjetivo (*Multiobjective Knapsack Problem*)

Nesta variação, busca-se otimizar dois ou mais critérios simultaneamente, como maximizar o valor transportado e minimizar o trajeto percorrido, por exemplo. Diferente do modelo original do *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), a função objetivo é composta por múltiplos objetivos. As restrições de capacidade e de integralidade das variáveis (Equações (2.8) e (2.9)) permanecem as usuais do problema da mochila.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \ldots, f_k(\mathbf{x})) \tag{2.25}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2.26}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{2.27}$$

onde $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \ldots, f_k(x)$ são as funções objetivo a serem otimizadas simultaneamente.

Problema da Mochila com limite por item (*Bounded Knapsack Problem*)

Neste modelo, cada item i pode ser escolhido até b_i vezes. Em relação ao modelo original do *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), a função objetivo e a restrição de capacidade permanecem as mesmas, mas a restrição da variável de decisão (Equação (2.9)) é modificada para permitir múltiplas seleções de um mesmo item, limitada por um valor b_i.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{2.28}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2.29}$$

$$x_i \in \{0, 1, \ldots, b_i\}, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{2.30}$$

Problema da Mochila sem limites por item (*Unbounded Knapsack Problem*)

Neste modelo, cada item pode ser escolhido infinitas vezes, sendo ideal para problemas onde recursos podem ser replicados. Em comparação com o modelo original do *Knapsack Problem 0-1* (Equações (2.7) a (2.9)), a função objetivo e a restrição de capacidade permanecem as mesmas, mas a restrição da variável de decisão (Equação (2.9)) é modificada para permitir um número ilimitado de seleções de um mesmo item.

A formulação completa é a seguinte (MARTELLO; TOTH, 1990):

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \tag{2.31}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq C \tag{2.32}$$

$$x_i \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.33}$$

2.3 MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

Problemas de otimização de natureza combinatória, com múltiplas restrições e escalas elevadas, exigem métodos de solução robustos. Esta seção apresenta os métodos comumente

utilizados para a resolução de modelos de programação linear inteira (PLI), destacando suas características, vantagens e limitações.

Os métodos de solução para os modelos de programação linear podem ser classificados em categorias distintas (GOLDBARG; GOLDBARG; LUNA, 2017), considerando sua natureza, a garantia de otimalidade e a complexidade computacional. Essa classificação permite uma análise sistemática das abordagens disponíveis e auxilia na escolha do método mais adequado para uma dada instância do problema. As principais categorias são (TALBI, 2009):

1. Métodos Exatos: São algoritmos que garantem a obtenção da solução ótima global para o problema, desde que haja tempo computacional suficiente. Embora ofereçam a melhor solução possível, sua aplicação é frequentemente limitada a problemas de pequena e média escala devido à sua alta complexidade computacional, especialmente para problemas de otimização combinatória NP-difíceis, como os discutidos na Seção 2.2.

2. Métodos Heurísticos: Estes métodos podem ser divididos em duas subcategorias: heurísticas específicas e meta-heurísticas. As heurísticas específicas são algoritmos que buscam soluções viáveis de forma eficiente, mas sem garantia de otimalidade. Eles são projetados para encontrar soluções de boa qualidade em tempo computacional razoável, sendo particularmente úteis para problemas de grande escala onde os métodos exatos se tornam inviáveis. Os métodos meta-heurísticos representam uma classe de algoritmos que combinam heurísticas com estratégias de busca mais sofisticadas. Eles operam em um nível mais abstrato, guiando a procura por soluções no espaço de busca de forma mais inteligente, com o objetivo de escapar de ótimos locais e encontrar soluções de alta qualidade, muitas vezes próximas do ótimo global, em tempo computacional aceitável. Neste contexto, as meta-heurísticas são consideradas heurísticas de caráter geral, capazes de guiar a busca por soluções para diversos problemas.

2.3.1 Métodos Exatos

Os métodos exatos são importantes para problemas de programação linear inteira, como é o caso do problema de consolidação de cargas, pois fornecem a solução ótima. Sua aplicação é mais comum em instâncias de menor porte ou como base para avaliar a performance de métodos aproximados (BERTSIMAS; TSITSIKLIS, 1997). A seguir, são destacados alguns métodos e suas principais características.

Método Simplex: O Método Simplex é um algoritmo criado para resolver problemas de programação linear (DANTZIG, 2016). O Simplex funciona explorando vértices da região viável de forma iterativa, movendo-se de uma solução básica viável para outra, melhorando o valor da função objetivo até atingir a otimalidade. Serve de base para o algoritmo *Branch and Bound*, sendo aplicado sucessivamente na relaxação linear dos subproblemas para orientar a busca pela solução ótima em problemas de programação linear inteira e inteira mista.

Ramificação e Poda (*Branch and Bound*): O método *Branch and Bound* é uma estratégia geral para encontrar soluções ótimas para problemas de otimização discreta e combinatória (LAND; DOIG, 2009), sendo a base para a resolução de muitos problemas de PLI. Seu princípio fundamental envolve a exploração sistemática do espaço de soluções por meio de uma árvore de busca. A etapa de "ramificação" (*branching*) divide o problema original em subproblemas menores. A etapa de "limitação" (*bounding*) calcula um limite superior (para problemas de maximização) ou inferior (para problemas de minimização) para a solução ótima de cada subproblema. Se o limite de um subproblema for pior do que a melhor solução já encontrada, esse ramo da árvore é "podado" (*bounded*), eliminando a necessidade de explorar soluções piores. Esse processo continua até que a solução ótima seja encontrada ou provada. Para problemas de consolidação de cargas, o *Branch and Bound* pode ser aplicado para determinar a alocação ótima de cargas a um conjunto de veículos, garantindo a otimalidade da solução, mas com a desvantagem de um possível custo computacional elevado para grandes instâncias.

Branch and Cut: Esta técnica combina o *Branch and Bound* com a adição dinâmica de cortes (restrições adicionais) ao modelo de programação linear relaxado durante o processo de ramificação. Esses cortes ajudam a estreitar o espaço de soluções viáveis, eliminando regiões que não contêm soluções inteiras, e, consequentemente, acelerando a convergência para a solução ótima. É particularmente eficaz para problemas com estruturas combinatórias complexas.

Branch and Price: Comumente utilizado para problemas com um número exponencial de variáveis, o *Branch and Price* integra o *Branch and Bound* com a geração de colunas (*column generation*). Em vez de considerar todas as variáveis possíveis explicitamente no início, as variáveis relevantes são geradas "sob demanda" e resolvidas por um subproblema de otimização. Esta abordagem é poderosa para problemas como o de roteamento de veículos com um grande número de rotas potenciais.

2.3.2 Métodos Heurísticos

Os métodos heurísticos são utilizados com êxito em problemas de programação linear inteira onde a obtenção da solução ótima em tempo razoável é inviável (TALBI, 2009). As técnicas heurísticas priorizam a eficiência computacional em detrimento da garantia de otimalidade, sendo particularmente relevantes para problemas de otimização combinatória NP-difíceis, como o Problema da Mochila e suas variações, discutidos na Seção 2.2.

Os métodos heurísticos podem ser classificados em dois grupos (TALBI, 2009):

Heurísticas Construtivas: São algoritmos que constroem uma solução passo a passo, a partir do zero. Em cada etapa, uma decisão é tomada com base em uma regra simples ou um critério localmente ótimo, sem retroceder ou revisar decisões anteriores. A heurística do vizinho mais próximo é um exemplo clássico, frequentemente aplicada em problemas de roteamento (ROSENKRANTZ; STEARNS; LEWIS II, 1977). No contexto da consolidação de cargas, uma

heurística construtiva pode começar com um veículo vazio e, iterativamente, adicionar o pedido ou o ponto de entrega mais próximo que ainda não foi atendido, respeitando as capacidades e as demais restrições. Outras heurísticas construtivas podem envolver a atribuição de cargas aos veículos com base em critérios como menor custo incremental ou maior compatibilidade. Embora rápidas, as soluções obtidas por heurísticas construtivas podem ser subótimas, pois não exploram o espaço de soluções de forma abrangente.

Heurísticas de Melhoria (Busca Local): Diferentemente das construtivas, as heurísticas de melhoria partem de uma solução preexistente (geralmente gerada por uma heurística construtiva ou aleatoriamente) e tentam aprimorá-la por meio de pequenas modificações iterativas. As heurísticas de melhoria podem ser utilizadas em um processo de Busca Local, cujo princípio de funcionamento é: a cada iteração, a heurística explora a "vizinhança" da solução atual, representada por um conjunto de soluções que podem ser alcançadas por uma pequena alteração na solução atual, e move-se para a melhor solução dentro dessa vizinhança. Esse processo continua até que nenhuma melhoria possa ser encontrada na "vizinhança", resultando em um ótimo local. Para o problema de consolidação de cargas, heurísticas de melhoria podem incluir a troca de pedidos entre veículos ou a realocação de um pedido de um veículo para outro, ou a troca do tipo de veículo. A principal limitação da busca local é a sua tendência em ficar presa em ótimos locais, que podem estar distantes do ótimo global.

Métodos Meta-heurísticos

Os métodos meta-heurísticos oferecem uma abordagem mais sofisticada para resolver problemas complexos, combinando elementos de heurísticas específicas com estratégias para explorar o espaço de soluções de forma mais eficaz e escapar de ótimos locais (GLOVER, 1986). São particularmente adequados para problemas de otimização combinatória de grande escala, onde a busca exaustiva é inviável.

As meta-heurísticas podem ser classificadas em duas categorias principais, baseadas na sua estratégia de busca (TALBI, 2009):

- **Meta-heurísticas com Busca em Trajetória:** Essas técnicas exploram o espaço de soluções movendo-se de uma solução para outra em uma sequência, seguindo uma trajetória. A busca é geralmente guiada por regras que visam melhorar a solução atual, mas com mecanismos para evitar ótimos locais. Exemplos de meta-heurísticas de busca em trajetória incluem a Busca Tabu (GLOVER, 1989), o *Simulated Annealing* (SA) e o GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) (FEO; RESENDE, 1995).
  Neste trabalho, será empregada a meta-heurística *Simulated Annealing*, cuja descrição detalhada será apresentada na seção a seguir.

- **Meta-heurísticas Populacionais**: Diferentemente das meta-heurísticas de busca em trajetória, as técnicas populacionais trabalham com um conjunto de soluções (uma "população") que evolui ao longo do tempo. A interação e a recombinação entre os indivíduos

da população, juntamente com mecanismos de seleção, permitem a exploração e intensificação da busca no espaço de soluções. Exemplos de meta-heurísticas populacionais são os Algoritmos Genéticos (HOLLAND, 1992) e o Algoritmo de Colônia de Formigas (DORIGO; BIRATTARI; STUTZLE, 2007).

2.3.3 *Simulated Annealing*

O *Simulated Annealing* (SA), ou Recozimento Simulado (KIRKPATRICK; JR; VECCHI, 1983), é uma meta-heurística inspirada no processo de têmpera de metais, um tratamento térmico que altera as propriedades físicas e, por vezes, químicas de um material para reduzir sua ductilidade e aumentar sua dureza. Nesse processo, o material é aquecido a uma alta temperatura e, em seguida, resfriado lentamente. Se o resfriamento for gradual, os átomos têm tempo para se realinhar em uma estrutura cristalina de menor energia (estado ótimo), minimizando defeitos. Um resfriamento rápido, por outro lado, pode levar a uma estrutura com maior energia (estado subótimo ou localmente ótimo) e, consequentemente, mais frágil.

Transpondo essa analogia para problemas de otimização, o SA busca encontrar o estado de menor energia (solução ótima global) em um espaço de busca complexo. Diferente de algoritmos de busca local simples, que podem ficar presos em ótimos locais, o SA tem a capacidade de aceitar movimentos que pioram a solução atual, especialmente nas fases iniciais da busca. Essa característica permite que o algoritmo escape de ótimos locais e explore diferentes regiões do espaço de soluções, aumentando a probabilidade de encontrar o ótimo global.

O algoritmo SA opera iterativamente, simulando o processo de resfriamento. A temperatura (T) é um parâmetro de controle que diminui ao longo das iterações, influenciando a probabilidade de aceitar soluções piores. O Algoritmo 1 mostra o pseudocódigo do *Simulated Annealing*.

Algoritmo 1: Pseudocódigo do *Simulated Annealing*

S_0: Solução inicial;
T_0: Temperatura inicial;
α: Fator de resfriamento ($0 < \alpha < 1$);
T_{min}: Temperatura mínima (critério de parada);
$MaxIter_{temp}$: Número máximo de iterações por temperatura.
$S_{atual} \leftarrow S_0$;
$S_{melhor} \leftarrow S_0$;
$T \leftarrow T_0$;
while $T > T_{min}$ **do**
    for $iter \leftarrow 1$ **to** $MaxIter_{temp}$ **do**
        $S_{vizinho} \leftarrow$ GerarVizinho(S_{atual});
        $\Delta E \leftarrow$ Custo($S_{vizinho}$) − Custo(S_{atual});
        if $\Delta E < 0$ **then**
            `// Vizinho é melhor`
            $S_{atual} \leftarrow S_{vizinho}$;
            if *Custo*(S_{atual}) < *Custo*(S_{melhor}) **then**
                `// Atualizar a melhor solução global`
                $S_{melhor} \leftarrow S_{atual}$;
        else
            `// Vizinho é pior, aceitar com probabilidade`
            $P_{aceitacao} \leftarrow e^{-\Delta E/T}$;
            if *Random*$(0, 1) < P_{aceitacao}$ **then**
                $S_{atual} \leftarrow S_{vizinho}$;
    $T \leftarrow T \cdot \alpha$ `// Reduzir a temperatura`
return S_{melhor};

Fonte: Adaptado de (TALBI, 2009).

A temperatura (T) é o elemento chave no funcionamento do *Simulated Annealing*. Em altas temperaturas, tipicamente no início do processo de busca, a probabilidade de aceitar soluções que representam uma piora na função objetivo é elevada. Essa característica é fundamental, pois permite uma ampla exploração do espaço de busca, evitando que o algoritmo fique preso em ótimos locais. À medida que a temperatura diminui progressivamente, essa probabilidade de aceitação de piores soluções reduz, fazendo com que o algoritmo se comporte de forma mais similar a uma busca local, convergindo para uma solução de alta qualidade. A função de custo, ou energia, representa a função objetivo do problema, sendo que, para problemas de minimização, um custo menor é sempre preferível. A estrutura de vizinhança é outro componente crucial, pois define como as soluções adjacentes são geradas a partir da solução atual, devendo

ser projetada para permitir uma exploração eficiente do espaço de busca. Por fim, o esquema de resfriamento (*cooling schedule*) determina a forma como a temperatura é reduzida ao longo das iterações, englobando a temperatura inicial, o fator de resfriamento e o critério de parada. Para cada nível de temperatura, o algoritmo realiza um certo número de iterações, permitindo que o sistema atinja um estado de quase-equilíbrio antes que a temperatura seja reduzida novamente. A escolha adequada desses parâmetros é de suma importância para o desempenho e a eficácia do algoritmo.

A principal vantagem do *Simulated Annealing* reside em sua notável capacidade de escapar de ótimos locais (RUSSELL; NORVIG; INTELLIGENCE, 1995), o que o torna um método robusto para lidar com problemas que apresentam espaços de busca complexos e multimodais. Adicionalmente, sua flexibilidade permite que seja aplicado a uma vasta gama de problemas de otimização, tanto combinatória quanto contínua, independentemente da convexidade ou linearidade da função objetivo. Outro ponto favorável é a sua simplicidade conceitual, que facilita consideravelmente a sua implementação prática.

Apesar de suas vantagens, o *Simulated Annealing* possui algumas limitações importantes. O desempenho do algoritmo é altamente sensível ao ajuste de seus parâmetros (*parameter tuning*) (GEMAN; GEMAN, 1984), que incluem a temperatura inicial, a taxa de resfriamento, a temperatura final e o número de iterações por temperatura. Um ajuste inadequado desses parâmetros pode resultar em uma convergência lenta ou na obtenção de soluções de baixa qualidade. Além disso, para garantir uma alta probabilidade de encontrar uma solução próxima ao ótimo global, o processo de resfriamento deve ser suficientemente lento, o que pode exigir um tempo computacional elevado, especialmente para problemas de grande porte. Por fim, é importante ressaltar que, embora o SA tenha uma alta probabilidade de encontrar soluções de alta qualidade, ele não oferece garantia de obtenção do ótimo global em tempo finito.

Para o problema de consolidação de cargas, o SA pode ser aplicado para otimizar a alocação de pedidos a veículos, buscando minimizar custos ou maximizar a utilização da frota. O SA geralmente opera a partir de uma solução inicial, que pode ser gerada por uma heurística construtiva para garantir um ponto de partida viável. Além disso, a geração de vizinhos é frequentemente implementada por meio de heurísticas de melhoria. Por exemplo, as operações de troca de elementos, inserção ou realocação, que perturbam a solução atual para criar uma vizinha, são instâncias de movimentos de busca em vizinhança. Dessa forma, o SA não "exige" essas heurísticas no sentido de que elas são parte componente, mas as integra em seu mecanismo de exploração do espaço de busca. A eficiência e a qualidade da exploração de vizinhança no SA dependem diretamente da forma como essas heurísticas de melhoria são desenhadas.

No contexto do problema de consolidação de cargas, uma solução atual seria uma configuração de alocação de pedidos em veículos, e a geração de vizinhos poderia envolver a troca de pedidos entre veículos, a realocação de um pedido para outro veículo, ou a alteração do tipo de veículo. A capacidade do SA de explorar diferentes configurações, mesmo que temporari-

amente piores, é fundamental para encontrar soluções eficientes em um problema com tantas variáveis e restrições (KIRKPATRICK; JR; VECCHI, 1983).

3 METODOLOGIA

Este capítulo detalha a metodologia empregada no desenvolvimento do modelo de otimização para o problema de consolidação de cargas. Serão apresentadas a definição formal do problema, as etapas de construção do modelo conceitual e matemático, e, por fim, a descrição das etapas de desenvolvimento dos modelos computacionais, incluindo o recurso computacional para obtenção da solução exata e a meta-heurística proposta.

3.1 ETAPAS DO TRABALHO

As etapas do trabalho desenvolvido estão separadas em seis partes: primeiro, a definição do problema em questão e seu objetivo. Segundo, a modelagem conceitual, identificando as informações e itens relevantes, assim como suas interações. Terceiro, a modelagem matemática do problema, com a formalização matemática baseada no modelo conceitual. Quarto, a modelagem computacional, abordada de forma exata e de forma heurística. Quinto, a definição dos experimentos para validação e teste dos modelos, e sexto, a análise dos resultados. Cada uma destas etapas é detalhada na sequência.

3.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema central deste trabalho consiste na otimização da consolidação de cargas, que se refere ao processo de agrupar múltiplos pedidos menores em carregamentos maiores para serem transportados em conjunto. O objetivo principal é minimizar o custo total de distribuição desses pedidos, respeitando um conjunto específico de restrições operacionais.

Os elementos envolvidos no problema são:

Pedidos: são caracterizados por suas propriedades físicas (peso, volume) e características logísticas (região de destino). Cada pedido é uma unidade indivisível que deve ser alocada em um veículo que irá realizar o seu transporte até o cliente de destino.

Veículos: são definidos por suas capacidades (peso e volume), custos (fixo e por tonelada), regiões de atendimento, definidas de acordo com a sua capacidade e porte, e disponibilidade, definida de acordo com a quantidade disponível dos diferentes tipos de veículo de transporte (Camionetes, Tocos, Trucks, Carretas, entre outros). Cada veículo pode transportar múltiplos pedidos, desde que suas capacidades não sejam excedidas.

Regiões: são agrupamentos geográficos de destinos. A relação entre regiões e veículos é fundamental no desenvolvimento de soluções válidas, pois define as regiões que podem ser atendidas por cada tipo de veículo, delimitando quais cargas podem ser transportadas em conjunto em um mesmo veículo. A relação central é a alocação de pedidos a veículos, sujeita às

capacidades dos veículos e às compatibilidades entre as regiões de destino dos pedidos alocados em um mesmo veículo. No problema em questão, as compatibilidades entre regiões foram definidas *a priori*, baseadas em medidas de proximidade entre as cidades de destino.

O objetivo da solução do problema de consolidação de cargas é encontrar a melhor combinação de alocações dos pedidos nos veículos que minimize o custo total de frete.

3.3 CONSTRUÇÃO DO MODELO CONCEITUAL

O modelo conceitual representa o problema de forma abstrata, identificando todas as informações e entidades relevantes, bem como, suas interações. Neste contexto, as entidades identificadas no contexto do problema de consolidação de cargas são os Pedidos, os Veículos e as Regiões, enquanto as informações são dados relevantes ao problema relacionados às entidades identificadas.

- Pedidos (I): Um conjunto de pedidos que devem ser despachados diariamente. Cada pedido i possui um peso específico (p_i), um volume específico (v_i) e um único destino de entrega, associado a uma das regiões de entrega previamente estabelecidas. Todos os pedidos partem de um único centro de distribuição e precisam ser despachados no mesmo dia, sem possibilidade de fracionamento.

- Veículos (J): Um conjunto de veículos disponíveis para o transporte. Cada veículo j possui uma capacidade de peso (Cp_j), uma capacidade de volume (Cv_j) e uma disponibilidade específica (k), de acordo com o tipo de veículo. Para cada veículo j, o custo de frete é composto por um custo mínimo de frete (FM_{ij}) e um custo por tonelada carregada (c_{ij}), que dependem da região de destino do pedido e do tipo de veículo utilizado. Sempre que o peso da carga, em toneladas, multiplicado pelo custo do frete por toneladas for inferior ao custo mínimo, utiliza-se o custo mínimo como valor de frete.

- Regiões (R): Os destinos de entrega são divididos em regiões de entrega. A partir da definição das regiões de entrega, são utilizadas restrições de compatibilidade entre os pedidos a partir da informação da região onde o pedido deverá ser entregue, isto é, pedidos de algumas regiões não podem ser combinados na mesma consolidação de carga de outros pedidos devido a grandes distâncias ou rotas incompatíveis. Além disso, também existe a restrição de uso de certos tipos de veículos no atendimento a determinadas regiões, bem como, custos diferenciados de acordo com a região atendida.

O problema de consolidação de cargas tem como objetivo principal alocar todos os pedidos nos veículos disponíveis de forma a minimizar o custo total de frete, sem violar as restrições de capacidade (peso e volume), de incompatibilidade de regiões e restrições de atendimento por tipo de veículo.

O custo total de frete representa a função objetivo a ser otimizada. A importância de otimizar essa medida reside na redução significativa dos custos operacionais de transporte, um dos maiores componentes de custo na cadeia de suprimentos (BONASSA, 2018). O custo total de frete é calculado como a soma dos custos individuais de cada veículo alocado no processo de otimização da consolidação de cargas.

3.4 CONSTRUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Com base no modelo conceitual, o problema de consolidação de cargas pode ser formalizado matematicamente. A seguir, é apresentado o modelo de programação linear inteira proposto para representação do problema em estudo.

Conjuntos e Índices

- I: conjunto de pedidos $i = 1, ..., N_p$;
- J: conjunto de veículos individuais disponíveis, $j = 1, \ldots, N_v$;
- R: conjunto de regiões $r = 1, \ldots, N_r$;
- K: conjunto de tipos de veículos $k = 1, \ldots, N_k$.
- $J_k \subseteq J$: subconjunto de veículos do tipo k, tal que J_k são conjuntos disjuntos, par a par, e $\bigcup_{k=1}^{N_k} J_k = J$.

Parâmetros

- N_p: número total de pedidos a serem alocados;
- N_v: número total de veículos disponíveis para alocação de pedidos;
- N_r: número total de regiões de entrega;
- N_k: número total de tipos diferentes de veículos;
- n_k: número total de veículos disponíveis do tipo k, tal que $n_k = |J_k|$;
- p_i: peso do pedido i em toneladas;
- v_i: volume do pedido i em metros cúbicos;
- r_i: região de destino do pedido i;
- Cp_j: capacidade de peso do veículo do tipo k em toneladas;
- Cv_j: capacidade de volume do veículo do tipo k em metros cúbicos;

- c_{ij}: custo de frete por tonelada associado ao destino do pedido i, caso ele seja transportado pelo veículo j;
- FM_{ij}: valor mínimo de frete para transportar o pedido i com o veículo j;
- $Comp(r_a, r_b)$: 1 se a região de entrega do pedido a é compatível com a região de entrega do pedido b, 0 caso contrário.

Variáveis de Decisão

- x_{ij}: variável binária, 1 se o pedido i é alocado ao veículo j, 0 caso contrário;
- y_j:variável binária, 1 se o veículo j é utilizado, 0 caso contrário.

Função Objetivo

O objetivo é minimizar o custo total de distribuição. A função objetivo considera o custo individual de cada veículo j, que é determinado pelo maior valor entre duas medidas de frete.

A função objetivo do problema de otimização é definida pela seguinte equação:

$$\text{Minimizar } FO(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{N_v} \max \left\{ \max_{i \in I} \{c_{ij} x_{ij}\} \times \sum_{i \in I} p_i x_{ij}, \max_{i \in I} \{FM_{ij} x_{ij}\} \right\} \tag{3.1}$$

Nesta função objetivo FO, o custo total de frete é calculado como a soma dos custos individuais de cada veículo. O custo individual para um veículo j é o maior valor entre duas medidas de frete:

1. O produto entre o maior custo de transporte para todos os pedidos i transportados no veículo j e o peso total transportado por esse veículo.
2. O maior valor de frete mínimo para todos os pedidos i alocados no veículo j.

Vale ressaltar que a metodologia de cálculo aqui adotada representa apenas uma das formas possíveis de mensurar o custo associado ao problema de consolidação de cargas. Diferentes abordagens podem ser empregadas conforme a política de precificação praticada e as características operacionais consideradas. Entre as alternativas mais comuns, destacam-se: o cálculo baseado em tabelas de frete escalonadas por faixas de peso ou volume, nas quais o custo unitário varia de forma não linear com a carga transportada; a cobrança por cubagem (ou peso volumétrico), que considera a relação entre o espaço ocupado e o peso efetivo da mercadoria; a precificação por distância percorrida ou por rota, atrelada à quilometragem e às características do trajeto. A escolha da metodologia mais adequada depende, portanto, do contexto logístico específico e dos objetivos do modelo de otimização.

Restrições

1. Alocação única de cada pedido

Cada pedido deve ser atribuído a exatamente um veículo:

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in I. \tag{3.2}$$

2. Limites de capacidade de peso

O peso total dos pedidos alocados em um veículo não pode exceder sua capacidade.

$$\sum_{i \in I} p_i x_{ij} \leq Cp_j \cdot y_j, \quad \forall j \in J. \tag{3.3}$$

3. Limites de capacidade de volume

O volume total dos pedidos alocados em um veículo não pode exceder sua capacidade.

$$\sum_{i \in I} v_i x_{ij} \leq Cv_j \cdot y_j, \quad \forall j \in J. \tag{3.4}$$

4. Compatibilidade de regiões

Pedidos de regiões incompatíveis não podem ser agrupados no mesmo veículo.

$$x_{ij} + x_{lj} \leq Comp(r_i, r_l) + 1, \quad \forall j \in J, \, \forall i < l \in I. \tag{3.5}$$

5. Disponibilidade de veículos

O número de veículos j do tipo k utilizados não pode exceder sua disponibilidade.

$$\sum_{j \in J_k} y_j \leq n_k, \quad \forall k \in K. \tag{3.6}$$

6. Alocação de pedidos apenas em veículos utilizados

Um pedido i pode ser alocado apenas a um veículo j que esteja sendo utilizado.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} < y_j, \quad \forall j \in J. \tag{3.7}$$

Variáveis binárias

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \tag{3.8}$$

$$y_j \in \{0, 1\} \tag{3.9}$$

3.4.1 Linearização da Função Ojetivo

A função objetivo originalmente proposta apresenta natureza não-linear devido à presença de operadores de máximo e do produto entre variáveis de decisão. Especificamente, o custo de transporte associado a cada veículo é determinado pelo maior valor de frete por tonelada dentre todas as regiões de destino atendidas por um veículo, multiplicado pelo peso total transportado. Adicionalmente, o custo final corresponde ao maior valor entre esse custo variável e o maior frete mínimo dos pedidos consolidados no veículo.

Com o objetivo tornar o modelo linear, é proposta uma formulação equivalente da função objetivo mediante a introdução de variáveis auxiliares e restrições adicionais.

Máximo Valor de Frete por tonelada

$$Fmax_j \geq c_{ij} \cdot x_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \tag{3.10}$$

Máximo Valor de Frete Mínimo

$$FMmax_j \geq FM_{ij} \cdot x_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \tag{3.11}$$

Custos Fixo e Variável Linearizados

$$CF_j = FMmax_j, \quad \forall j \in J; \tag{3.12}$$

$$CV_j = \sum_{i \in I} p_i z_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \tag{3.13}$$

onde é empregada a variável auxiliar z_{ij} que deve atender às seguintes condições:

$$z_{ij} \leq Fmax_j, \quad \forall i \in I, \forall j \in J; \tag{3.14}$$

$$z_{ij} \leq U_j x_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J; \tag{3.15}$$

$$z_{ij} \geq Fmax_j - U_j(1 - x_{ij}), \quad \forall i \in I, \forall j \in J; \tag{3.16}$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \tag{3.17}$$

e onde $U_j = \max_{i \in I}\{c_{ij}\}$ representa um limite máximo para $Fmax_j$.

Função Objetivo linearizada

A função objetivo linearizada é dada pela expressão

$$\text{Minimizar } FO = \sum_{j \in J} CT_j, \tag{3.18}$$

tal que $CT_j \geq 0$ é uma variável contínua representando o custo do veículo j.

Para garantir que o custo final seja maior ou igual ao custo variável, utiliza-se:

$$CT_j \geq CV_j, \quad \forall j \in J. \tag{3.19}$$

Para que o custo final também seja maior ou igual ao custo fixo, utiliza-se:

$$CT_j \geq CF_j, \quad \forall j \in J. \tag{3.20}$$

Como CT_j será minimizado, essas restrições garantem que:

$$CT_j = \max\{CV_j, CF_j\}. \tag{3.21}$$

A linearização empregada baseia-se em técnicas clássicas de modelagem em Programação Linear Inteira Mista, amplamente descritas na literatura (VIELMA, 2015; WILLIAMS, 2013) e constitui uma forma equivalente ao modelo original, preservando o significado operacional da função objetivo e tornando o problema compatível com solucionadores comerciais e de código aberto.

3.5 CONSTRUÇÃO DOS MODELOS COMPUTACIONAIS DE OTIMIZAÇÃO

Para solução do problema de otimização, serão consideradas duas abordagens possíveis: (i) a abordagem exata, por meio do emprego de um *solver* exato para avaliação de instâncias menores e (ii) uma abordagem heurística, por meio de um modelo heurístico para lidar com a complexidade de instâncias reais.

3.5.1 Abordagem Exata

Para a resolução exata do problema, são utilizadas técnicas de solução para o modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), com o objetivo de encontrar a solução ótima global para o modelo matemático formulado. O modelo PLIM é particularmente adequado para problemas de otimização combinatória onde as variáveis de decisão são discretas (inteiras ou binárias), como no caso do problema de consolidação de cargas.

A formulação matemática apresentada na Seção 3.4 é empregada como base para o desenvolvimento do modelo computacional exato em um ambiente de programação que permita a interface com um solver de PLIM. O software *IBM CPLEX* apresenta-se como opção para ser utilizado como ferramenta de solução, dada sua robustez e eficiência na resolução de problemas de grande porte (IBM, 2024). O emprego da abordagem exata de solução é importante para:

- Validação: Obter soluções ótimas para instâncias de pequeno e médio porte, que servirão como *benchmarks* para avaliar a qualidade das soluções geradas pelo modelo heurístico;
- Análise de Limitações: Compreender os limites de escalabilidade da abordagem exata em termos de tempo computacional, permitindo a identificação das situações adequadas para o emprego de métodos aproximados.

As implicações da utilização de métodos exatos baseados em PLIM incluem a garantia de otimalidade da solução encontrada, mas com a contrapartida de um tempo de processamento que pode crescer exponencialmente com o aumento do número de pedidos e veículos, tornando-a inviável para aplicações em contextos reais com grandes quantidades de pedidos a serem considerados na análise.

3.5.2 Abordagem Heurística

Devido à natureza NP-difícil do problema de consolidação de cargas e às limitações de escalabilidade dos métodos exatos para instâncias de grande porte, é desenvolvido um modelo heurístico capaz de gerar soluções de boa qualidade em tempo computacional razoável. A abordagem proposta combina uma heurística construtiva com heurísticas de melhoria, guiadas pela meta-heurística *Simulated Annealing* (SA). O modelo heurístico é estruturado pelo emprego de duas classes de heurísticas, desenvolvidas com base na representação adotada para a solução e detalhadas a seguir.

Representação da Solução

Computacionalmente, a solução do problema é representada por uma estrutura de dados matricial, na qual cada linha corresponde a uma carga consolidada em um veículo específico.

A primeira coluna de cada linha contém o código identificador do tipo de veículo utilizado para aquela carga. As colunas subsequentes na mesma linha armazenam os valores de identificação dos pedidos que compõem a carga. Um valor igual a zero em qualquer campo indica a ausência de um pedido naquela posição. Uma representação simplificada de uma solução pode ser visualizada na Figura 1.

Supondo que esteja sendo tratada a consolidação de cargas de um total de 10 pedidos, na Figura 1 a primeira linha representa que um veículo do tipo 1 foi utilizado para transportar os pedidos 1, 7, 2 e 10 em uma carga. Na linha 2, outro veículo do tipo 1 foi utilizado para transportar os pedidos 3, 4 e 5 em uma carga. Na linha 3, um veículo do tipo 5 transporta os pedidos 8, 9 e 6.

É importante ressaltar que, nesta representação, os códigos de tipo de veículo podem se repetir em diferentes linhas, indicando que múltiplos veículos do mesmo tipo podem ser utilizados para diferentes cargas. Contudo, os códigos dos pedidos não podem se repetir, pois um pedido não pode ser alocado em mais de um veículo. Essa estrutura matricial facilita a

Figura 1 – Representação da solução

Tipo de veículo	Pedido	Pedido	Pedido	Pedido
1	1	7	2	10
1	3	4	5	0
5	8	9	6	0

Fonte: O autor (2026).

avaliação da viabilidade de uma solução, permitindo verificar o cumprimento das restrições de disponibilidade de um tipo específico de veículo, bem como, aquelas relacionadas a peso, volume e compatibilidade regional por meio de codificação computacional específica.

Cabe observar, contudo, que essa estrutura matricial pode representar uma restrição para instâncias de maior porte. Como a matriz precisa acomodar, em suas colunas, o número máximo de pedidos que podem compor uma única carga, o dimensionamento é feito com base no pior caso, o que tende a gerar matrizes esparsas, com grande quantidade de campos preenchidos por zero à medida que o número de pedidos e veículos cresce. Esse formato acarreta um consumo de memória crescente e, potencialmente, ineficiente, além de poder impactar o desempenho das operações de manipulação da solução. Assim, para instâncias substancialmente maiores, estruturas de dados alternativas poderiam ser mais adequadas em termos de escalabilidade.

Heurística de Construção

Esta classe de heurísticas é empregada na etapa inicial do processo de solução e visa gerar uma solução viável rapidamente. No caso específico do problema de consolidação de cargas, o processo inicia sorteando um dos tipos de veículos disponíveis para a consolidação de cargas. Em seguida, é escolhido o pedido com maior densidade de massa, que deverá ser atribuído ao veículo. A densidade de massa corresponde à relação peso/volume. Para efetivar a atribuição do pedido ao veículo, são verificados os requisitos básicos para a sua alocação: capacidade disponível em peso e volume do veículo, e se o veículo atende à região do pedido. Caso algum dos requisitos não seja satisfeito, outro pedido é sorteado.

Se as condições são atendidas, o pedido é alocado e os dados do veículo (capacidades disponíveis) são atualizados. Em seguida, outros pedidos são selecionados por ordem de densidade e as mesmas verificações são feitas, com a inclusão do teste de compatibilidade entre as regiões dos pedidos já alocados no veículo e a região do pedido em avaliação.

O carregamento do veículo continua até que não haja mais espaço ou capacidade de carga. Caso isso aconteça, um novo veículo é disponibilizado com o seu tipo sendo sorteado entre os tipos disponíveis e o processo de alocação prossegue da mesma forma, até que todos

os pedidos sejam alocados.

A Tabela 1 apresenta um caso de exemplo. Supondo três pedidos diferentes, cada um com característica distintas de peso e volume, o processo de alocação inicia a partir do mais denso e segue com base nesta medida para a alocação dos pedidos seguintes. O funcionamento do procedimento de geração da solução inicial pode ser visto no Algoritmo 2.

Tabela 1 – Informações utilizadas na Heurística de Construção

Pedido	**Peso (kg)**	**Volume (m^3)**	**Região**	**Densidade (kg/m^3)**
1	2	0,1	1	20
3	5	0,20	3	25
2	3	0,05	2	60

Algoritmo 2: Heurística de Construção

```
V: Conjunto de veículos;
P: Pedidos ordenados por densidade.
while existem pedidos não alocados do
    veiculo ← SorteiaVeiculo(V);
    peso_disp ← capacidade_peso[veiculo];
    volume_disp ← capacidade_volume[veiculo];
    regiao_veiculo ← regiao[veiculo];
    while ainda há pedidos do
        p ← ProximoPedido(P);
        if primeiro pedido do veículo then
            if peso_disp ≥ peso[p] and volume_disp ≥ volume[p] then
                AlocarPedido(veiculo, p);
                peso_disp ← peso_disp − peso[p];
                volume_disp ← volume_disp − volume[p];
            else
                break ;          // Sem espaço: sorteia novo veículo
        else
            // Testa compatibilidade de região
            while regiao[p] ≠ regiao_veiculo and existem pedidos do
                p ← ProximoPedido(P) ;          // Tenta próximo pedido
            if regiao[p] = regiao_veiculo then
                if peso_disp ≥ peso[p] and volume_disp ≥ volume[p] then
                    AlocarPedido(veiculo, p);
                    peso_disp ← peso_disp − peso[p];
                    volume_disp ← volume_disp − volume[p];
                else
                    break ;       // Sem espaço: sorteia novo veículo
            else
                break ; // Nenhum compatível: sorteia novo veículo
```

Fonte: O autor (2026).

Heurísticas de Melhoria

Esta classe de heurísticas é empregada após a geração da solução inicial pela heurística de construção, com o objetivo de gerar soluções vizinhas a partir de uma solução conhecida. Duas heurísticas de melhoria são propostas para geração de soluções vizinhas, e em cada uma

das execuções ambas são utilizadas para a geração de soluções vizinhas :

- Heurística de Troca de Pedido (TP): Retira um pedido, escolhido aleatoriamente, de um veículo e tenta realocá-lo em outro veículo já em uso, também escolhido aleatoriamente. A nova alocação é aceita somente se todos os requisitos (capacidade, região atendida e compatibilidade entre regiões) forem atendidos. Caso contrário, outro pedido é sorteado e o processo continua. A Figura 2 exemplifica este processo. Nela, o pedido 1, que está alocado no primeiro veículo, é sorteado para ser alocado no segundo veículo. Caso a troca cumpra todos os requisitos necessários, a alteração é realizada. Caso não cumpra os requisitos, são realizadas até, no máximo, mais quatro tentativas, e após isso, a heurística mantém a configuração anterior.

Figura 2 – Heurística de Troca de Pedido



Tipo de Veículo	Pedido	Pedido	Pedido	Pedido
1	1	7	2	10
1	3	4	5	0
5	8	9	6	0

Tipo de Veículo	Pedido	Pedido	Pedido	Pedido
1	0	7	2	10
1	3	4	5	1
5	8	9	6	0

Fonte: O autor (2026).

- Heurística de Troca de Veículo (TV): Realiza a troca aleatória do tipo de veículo utilizado para a consolidação de um determinado conjunto de pedidos, mantendo no novo veículo todos os pedidos que estavam no carregamento antigo. A troca é aceita se os requisitos de capacidade e de região atendida forem atendidos. Caso contrário, outro veículo é sorteado e o processo de validação é repetido. A Figura 3 exemplifica este processo. Nela, um veículo de tipo 1, que já está carregado com os pedidos 1, 7, 2 e 10 é sorteado para troca por outro veículo de tipo 3, sem alterar os pedidos do carregamento. Caso a troca cumpra todos os requisitos necessários, a alteração é realizada. Caso não cumpra os requisitos,

são realizadas até, no máximo, mais quatro tentativas, e após isso, a heurística mantém a configuração anterior.

Figura 3 – Heurística de Troca de Veículo



Tipo de Veículo	Pedido	Pedido	Pedido	Pedido
1	1	7	2	10
1	3	4	5	0
5	8	9	6	0

Tipo de Veículo	Pedido	Pedido	Pedido	Pedido
3	1	7	2	10
1	3	4	5	0
5	8	9	6	0

Fonte: O autor (2026).

Meta-heurística *Simulated Annealing* (SA)

No emprego da abordagem heurística, a meta-heurística SA é a estratégia principal que guiará o processo de busca e melhoria. Ela apresenta mecanismos de aceitação de soluções que são temporariamente piores, conforme detalhado na seção 2.3.3. Essa característica evita que o algoritmo fique preso em ótimos locais, permitindo uma exploração mais ampla do espaço de soluções.

O número total de iterações do algoritmo é controlado por um conjunto de parâmetros próprios do SA: temperatura inicial, temperatura final, número de iterações por temperatura e taxa de resfriamento. À medida que a "temperatura" diminui, a probabilidade de aceitar resultados piores também diminui, direcionando a busca para a convergência, sendo o desempenho do algoritmo altamente sensível ao ajuste de seus parâmetros. A melhor solução encontrada ao longo de todas as iterações será armazenada e retornada como o resultado final.

3.6 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

Esta seção apresenta o plano de experimentos concebido para avaliar a correção, o desempenho e a aplicabilidade prática das abordagens propostas para a solução do problema de

Consolidação de Cargas. O conjunto experimental está estruturado em dois eixos complementares. O primeiro eixo, de validação, tem como objetivo verificar a corretude das implementações do modelo exato e do heurístico baseado em *Simulated Annealing* (SA), tomando como referência instâncias da literatura, abrangendo diferentes tamanhos de instâncias. As instâncias assumidas para os testes de validação contêm 60, 120, 501 e 1000 pedidos. Essa seleção permite avaliar o comportamento da meta-heurística em problemas de pequeno, médio e grande porte, com diferentes graus de complexidade de restrições. O segundo eixo, de otimização, dedica-se à análise em uma situação real, bem como à execução de cenários derivados, com ênfase em escalabilidade e eficiência frente a diferentes quantidades de pedidos. Serão utilizados cinco conjuntos de dados, cada um correspondente a um dia de operação distinto, contendo respectivamente 468, 476, 538, 441 e 531 pedidos.

Nos experimentos de validação, que utilizarão instâncias da literatura, o objetivo é confirmar que o modelo exato encontra soluções ótimas (ou limites de otimalidade robustos dentro de prazos razoáveis) e que o SA produz soluções factíveis e consistentes com as restrições do problema, aproximando-se da qualidade da solução fornecida pelo método exato, quando aplicável. A validação contemplará a comparação direta entre as soluções do método exato e do SA em termos de custo total de frete, aderência às restrições (destino, capacidades de peso e volume, compatibilidades regionais e demais regras) e tempos de execução. Quando couber, será mensurado o *gap* de otimalidade do SA em relação ao resultado do método exato. Como parte integrante desta etapa, será conduzida a sintonia dos parâmetros do SA. Nessa sintonia, serão investigados, de forma sistemática, a temperatura inicial, a taxa de resfriamento, o critério de parada, bem como, o número de iterações por nível de temperatura.

Nos experimentos de otimização, o foco recai na avaliação do desempenho dos modelos de otimização em um cenário real de operação. Primeiramente, o cenário será descrito em termos de perfil de pedidos (distribuições de pesos, volumes e destinos), características de frota e restrições (tipos de veículos, capacidades, custos fixos e variáveis, e compatibilidades regionais). A partir desse cenário-base, serão definidos e executados diferentes cenários experimentais, variando-se a quantidade de pedidos em 10, 25, 50 e 100 pedidos, derivados do conjunto real de dados assumido como referência, de modo a permitir solução via *IBM CPLEX* dentro do limite máximo de tempo de 2 horas, estabelecido para cada execução. Cada cenário será resolvido pelo modelo exato sempre que viável dentro do limite de tempo predefinido, registrando-se solução ótima, ou melhores limites até a sua interrupção. Em paralelo, o SA será executado com a configuração de parâmetros previamente sintonizada, realizando-se múltiplas execuções para aferir sua robustez.

A avaliação nos dois eixos utilizará um conjunto de métricas que inclui o custo total de frete, tempos de execução, *gap* de otimalidade, quando houver referência do valor exato, e estabilidade dos resultados ao longo de repetições. A análise comparativa permitirá discutir os prós e contras entre qualidade de solução e custo computacional, tanto no contexto controlado

das instâncias da literatura quanto nas condições do cenário real. Em síntese, os experimentos de validação deverão garantir correção e calibração dos modelos de otimização, ao passo que os experimentos de otimização deverão apresentar dados sobre desempenho e aplicabilidade prática em diferentes escalas e condições operacionais.

4 EXPERIMENTOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação da proposta desenvolvida neste trabalho. A avaliação foi conduzida em duas frentes complementares. Na primeira, as abordagens propostas foram testadas em instâncias da literatura do *Bin Packing Problem with Conflicts*, com o objetivo de verificar seu comportamento em problemas de referência e observar sua capacidade de produzir soluções viáveis e competitivas. Na segunda, as abordagens foram aplicadas diretamente à instância real analisada neste estudo, permitindo comparar os resultados obtidos pela meta-heurística com aqueles produzidos pela Programação Linear Inteira (PLI), resolvida no software *IBM CPLEX*, até o ponto em que este produzia resultados em tempos menores do que duas horas.

4.1 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A metodologia experimental adotada neste trabalho foi estruturada com o objetivo de avaliar o desempenho da proposta desenvolvida em diferentes cenários de teste, permitindo analisar tanto sua capacidade de produzir soluções viáveis quanto sua aderência às restrições do problema de consolidação de cargas. Para isso, os experimentos foram organizados em duas etapas complementares: inicialmente, as abordagens exata e meta-heurística foram aplicadas a instâncias da literatura do *Bin Packing Problem with Conflicts*; em seguida, as mesmas abordagens foram empregadas na instância real estudada neste trabalho, sendo realizada uma comparação entre os resultados gerados pela abordagem meta-heurística com aqueles obtidos por meio da abordagem exata baseada no modelo de Programação Linear Inteira (PLI) e resolvida no software *IBM CPLEX*.

A definição dessa metodologia experimental considerou a necessidade de validar os modelos computacionais de otimização desenvolvidos com base em um conjunto de problemas conhecidos e, posteriormente, verificar seu comportamento em um caso prático de aplicação. Dessa forma, buscou-se observar não apenas a qualidade das soluções encontradas, mas também o tempo de processamento necessário e a estabilidade do método.

Na primeira etapa, foram selecionadas instâncias da literatura que apresentam características compatíveis com o problema abordado, especialmente no que se refere à presença de restrições de conflito entre itens. Em relação às instâncias do caso real, as instâncias da literatura diferem por possuir um número ilimitado de *bins*, todos de mesma capacidade, e apresentam como objetivo primário a minimização da quantidade de *bins* necessários para empacotar a totalidade dos itens. Essa caracterização coloca as instâncias de literatura em um cenário teórico mais simplificado, permitindo avaliar a efetividade dos métodos de otimização sem as limitações e particularidades inerentes ao contexto operacional específico. A utilização dessas instân-

cias permitiu verificar o desempenho das abordagens exata e meta-heurística em problemas de referência, possibilitando comparações com resultados já disponíveis na literatura e contribuindo para a validação inicial dos modelos computacionais de otimização desenvolvidos. Para cada instância, as abordagens de otimização foram executadas conforme os parâmetros definidos, observando-se os custos obtidos, o tempo computacional e a variação entre múltiplas execuções.

Na segunda etapa, as metodologias foram aplicadas a instâncias derivadas de um caso real considerado no estudo. No caso real avaliado, estão presentes restrições de incompatibilidade entre diferentes regiões de entrega, incompatibilidade entre tipos de veículo e regiões de entrega, além de características específicas para cada tipo de veículo (*bins)* relacionadas à capacidade de peso, capacidade de volume e quantidade disponível. Nesse contexto, a solução obtida pela meta-heurística foi comparada com aquela produzida pela formulação exata implementada em PLI e resolvida no *IBM CPLEX* para diferentes tamanhos de instância. Essa comparação teve como finalidade avaliar a proximidade entre as soluções, bem como a viabilidade computacional de cada abordagem. Além disso, permitiu examinar a aplicabilidade da meta-heurística em um cenário concreto de consolidação de cargas, no qual a obtenção de bons resultados em tempo reduzido pode representar uma vantagem operacional significativa.

Os experimentos foram conduzidos com o propósito de garantir uniformidade nas condições de execução e favorecer a interpretação dos resultados. Foram considerados o hardware utilizado, o software de implementação, o solucionador empregado na abordagem exata, o critério de parada e os parâmetros de controle da meta-heurística. A padronização dessas condições é importante para assegurar a reprodutibilidade dos testes e a adequada comparação entre os métodos avaliados.

A análise dos resultados baseou-se em métricas relacionadas à qualidade das soluções e ao desempenho computacional. Entre os principais indicadores considerados, destacam-se o custo total e o custo total médio da consolidação, o tempo de execução, e, quando pertinente, o desvio percentual em relação a valores de referência (*Gap*). Esses critérios permitiram avaliar a eficiência das abordagens de otimização desenvolvidas sob diferentes perspectivas, contemplando tanto aspectos quantitativos quanto operacionais.

Por fim, os resultados obtidos em cada etapa foram organizados de forma a evidenciar a progressão da análise experimental. Inicialmente, a validação em instâncias da literatura forneceu suporte à consistência dos métodos. Em seguida, a aplicação ao caso real e a comparação entre as abordagens possibilitaram discutir a robustez e a utilidade prática de cada uma. Dessa maneira, a metodologia experimental adotada neste trabalho oferece uma base estruturada para a apresentação e interpretação dos resultados finais.

4.2 CONFIGURAÇÃO DOS EXPERIMENTOS

Nesta etapa, são apresentados os conjuntos de instâncias utilizados, os parâmetros empregados na meta-heurística, o ambiente computacional de execução e as métricas consideradas para a análise dos resultados.

As instâncias da literatura utilizadas nesta pesquisa foram selecionadas por sua aderência ao problema tratado, especialmente pela presença de restrições de conflito entre itens, o que permite avaliar o desempenho da meta-heurística em contextos análogos ao problema de consolidação de cargas. Já a instância real foi escolhida por representar o caso aplicado estudado ao longo do trabalho, oferecendo uma base concreta para a comparação entre as abordagens heurística e exata.

4.2.1 Instâncias utilizadas

Para as instâncias da literatura, foram utilizados cinco conjuntos de dados do *Bin Packing Problem with Conflicts* (BPPC), diferindo entre si o número de itens a serem alocados e a quantidade de restrições de conflito existentes, tratando-se assim de um conjunto com instâncias de pequeno, médio e grande porte. Nestas instâncias, os *bins* são todos iguais, ou seja, possuem a mesma capacidade de peso, e não há limite de disponibilidade. O objetivo final é utilizar o menor número de *bins* para armazenar todos os pedidos, respeitando as condições de compatibilidade entre eles. A Tabela 2 apresenta as informações sobre as instâncias da literatura utilizadas. Elas podem ser encontradas em (BRANDãO, 2010; MURITIBA *et al.*, 2010).

Tabela 2 – Instâncias da literatura

Nº de Itens	**Quantidade de Conflitos**	**Identificador da Instância**	**Valor Ótimo (FO)**
60	0	5_0_1	20
120	46	6_1_3	40
501	5676	8_8_2	413
1000	0	4_0_3	411
1000	246102	4_9_9	920

Para as análises com os dados da operação real, foram utilizados cinco diferentes conjuntos, cada um relativo a um determinado dia típico de operação. Estes conjuntos de dados possuem, respectivamente, 468, 476, 538, 441 e 531 pedidos a serem alocados. Cada conjunto possui 84 regiões de entrega diferentes, e mais de 300 conflitos entre regiões. Diferentemente das instâncias da literatura, no caso real avaliado, existem 8 tipos diferentes de veículo (*bins*), o que impõe restrições adicionais. Uma delas diz respeito à quantidade de cada tipo de veículo disponível para uso, enquanto outra define a impossibilidade de determinado tipo de veículo atender determinada região. Também distinto das instâncias da literatura, o objetivo da operação real é diferente: minimizar o custo de consolidação. Para todos os dias avaliados, foi assumido que o conjunto de veículos j e de tipos de veículos k disponíveis são sempre os mesmos. A

Tabela 3 especifica a nomenclatura, as quantidades disponíveis e as capacidades respectivas de cada tipo de veículo.

Tabela 3 – Caracterização da frota

ID Veículo	Tipo de Veículo	Disponibilidade	Cap. de Peso (ton)	Cap. cúbica (m^3)
1	Toco	20	8	20
2	Carreta Simples	20	25	60
3	Carreta trucada	20	34	70
4	Camionete	20	5	10
5	Pequeno porte	20	0,5	1
6	Truck	20	15	30
7	Bi-Truck	20	17	30
8	Truck Maior	20	15	35

Além das especificações dos veículos, o problema ainda conta com os dados de compatibilidade entre regiões, custo de frete por tonelada e custo de frete mínimo para cada região e para cada tipo de veículo. Uma amostra deste dados pode ser encontrado no Apêndice A.

4.2.2 Parâmetros da meta-heurística

Para a execução dos testes, foram considerados os seguintes parâmetros para a meta-heurística SA: coeficiente de resfriamento α variando entre 0,75 e 0,95, com passo de 0,1; temperatura inicial T_0 variando de 300°C a 100°C, com passo de 50°C, e número de iterações por temperatura variando de 1000 a 500, com passo de 250. No total, foram testadas 45 combinações para cada uma das instâncias. Além disso, o critério de parada estabelecido foi o de 1000 iterações sem melhora. A Tabela 4 mostra a lista de valores testados para cada parâmetro.

Tabela 4 – Parâmetros do *Simulated Annealing*

α	T_0	$MaxIter_{temp}$
0,75	300	1000
0,85	250	750
0,95	200	500
	150	
	100	

4.2.3 Ambiente computacional

Os experimentos foram executados em ambiente computacional previamente definido, com o objetivo de padronizar as condições de teste e permitir a análise adequada dos tempos de processamento.

No caso da abordagem exata, as instâncias foram resolvidas por meio do *IBM CPLEX*, adotado como referência para a comparação com a abordagem meta-heurística. Para o desenvolvimento e execução da abordagem da meta-heurística, foi utilizado o software *Matlab 2018A* (MATHWORKS, 2024).

Para a realização dos experimentos, foi utilizado um computador com a seguinte configuração: processador AMD Ryzen 9 5900X 12-Core Processor 3701 Mhz de 12 Núcleos, placa de vídeo NVIDIA GEforce RTX 3080, 64 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 11.

4.2.4 Métricas de avaliação

A análise dos resultados foi conduzida com base em métricas que permitem comparar desempenho, qualidade e aplicabilidade prática. Para avaliação das abordagens de otimização, são consideradas algumas medidas de desempenho, assim definidas:

- Qualidade da Solução: Medida pelo valor da função objetivo (custo total de frete) obtida, conforme equação (3.1). Para instâncias menores, será realizada a comparação com a solução ótima gerada pela abordagem exata (PLIM) de modo a avaliar o *gap* de otimalidade, conforme equação (4.1).

$$Gap^{metodo} = \frac{\left|FO^{metodo} - FO^{otimo}\right|}{FO^{otimo}} \tag{4.1}$$

  Para instâncias maiores, a comparação é feita entre os próprios resultados gerados pelas diferentes aplicações da abordagem meta-heurística;

- Tempo Computacional: Tempo gasto para gerar uma solução de boa qualidade, um fator crítico para a aplicabilidade em ambientes operacionais que exigem respostas em um tempo adequado. Neste caso, o parâmetro utilizado será o tempo necessário para atingir o critério de parada estabelecido;

- Robustez: Capacidade da abordagem empregada de encontrar soluções de boa qualidade de forma consistente em diferentes tipos de instâncias. No caso da abordagem heurística, será avaliada a partir da variabilidade da solução final obtida em um conjunto de execuções por meio de medidas estatísticas como média e desvio padrão..

4.3 RESULTADOS PARA AS INSTÂNCIAS DA LITERATURA

Esta seção apresenta os resultados experimentais obtidos pela aplicação das abordagens exata e heurística propostas sobre instâncias de *benchmark* da literatura especializada, retiradas de (BRANDãO, 2010). O objetivo é avaliar a eficácia das abordagens exata e heurística em problemas com características estruturadas e parâmetros controlados, permitindo a validação metodológica das soluções desenvolvidas e a comparação entre elas.

As Tabela 5 e 6 mostram os resultados obtidos para cinco instâncias avaliadas, quando utilizadas a abordagem exata e heurística (SA). Nestes testes, apenas um conjunto fixo de parâmetros do SA foi utilizado: temperatura inicial de 300°C, coeficiente de resfriamento de 0,95,

1000 iterações para cada temperatura e temperatura final T_f = 1e-3°C como critério de parada. O objetivo ao escolher estes parâmetros foi elevar ao máximo o número de iterações, comparando o pior cenário possível avaliado neste trabalho em termos de tempo despendido para encontrar a solução via heurística. Para três das instâncias avaliadas, os tempos de resolução exigidos pela abordagem exata via *IBM CPLEX* ficaram acima do tempo limite estabelecido de duas horas (7200 segundos). Para o problema da literatura analisado, o objetivo é minimizar o número de veículos utilizados, portanto o valor da FO representa o número de veículos utilizados para consolidar a totalidade de pedidos.

Tabela 5 – Resultados do CPLEX – Instâncias da literatura

Instância	**N° Pedidos**	**FO Ótima**	**FO (Melhor)**	**Tempo (s)**	**Gap (%)**
5_0_1	60	20	20	721	0,00
6_1_3	120	40	40	1793	0,00
8_8_2	501	413	415	7200+	0,48
4_0_3	1000	411	412	7200+	0,24
4_9_9	1000	920	927	7200+	0,76

Tabela 6 – Resultados do *Simulated Annealing* – Instâncias da literatura

Instância	**N° Pedidos**	**FO Ótima**	**FO (Melhor)**	**FO Média (σ)**	**Tempo (s)**	**Gap (%)**
5_0_1	60	20	20	21,4 (1,14)	2,12	0,00
6_1_3	120	40	42	43,4 (0,45)	2,09	5,00
8_8_2	501	413	417	417,8 (1,14)	1,61	0,97
4_0_3	1000	411	415	415,6 (0,55)	1,79	0,97
4_9_9	1000	920	932	932,2 (0,45)	3,98	1,30

A partir dos resultados obtidos, é possível concluir que ambas as abordagens apresentaram capacidade em resolver o problema, mostrando a validade das implementações desenvolvidas. Com relação ao desempenho das abordagens, a exata forneceu o resultado ótimo para as instâncias de pequeno porte dentro do tempo máximo estipulado, enquanto que para instâncias de médio e grande porte o processo de otimização foi interrompido por atingir o tempo limite. Mesmo assim, as soluções incumbentes apresentam um *Gap* inferior a 1% da solução ótima conhecida. Por outro lado, a abordagem meta-heurística alcançou o resultado ótimo apenas para a menor instância de pequeno porte. Entretanto, o *Gap* alcançado para as demais instâncias ficou inferior a 5%, ressaltando-se entretanto o tempo de execução aproximadamente cem vezes menor que o da abordagem exata.

4.4 RESULTADOS PARA AS INSTÂNCIAS REAIS

Com os experimentos de validação finalizados, o passo seguinte foi comparar os desempenhos de ambas as abordagens considerando um caso real de consolidação de cargas.

A fim de evidenciar a aplicabilidade das abordagens exata e heurística ao caso real, foram criadas instâncias de porte pequeno e médio para a realização de uma comparação entre

as técnicas. As instâncias criadas tomaram por base a instância real que, de forma completa, possui 468 pedidos. A Tabela 10 apresenta a especificação das instâncias criadas.

Tabela 7 – Características dos Conjuntos de Dados - Instâncias Reais

N° Pedidos	N° de Regiões	N° de Tipos de Veículos	Qtd. Veículos por Tipo
10	1	8	4
25	2	8	4
50	4	8	4
100	8	8	4

As Tabelas 8 e 9 apresentam os resultados obtidos pelo emprego das abordagens exata e heurística (SA), permitindo comparar o desempenho das técnicas para as quatro instâncias construídas.

Nestes experimentos, também foi utilizado o critério de tempo limite de duas horas quando empregada a abordagem exata e a mesma configuração de parâmetros para a abordagem heurística (SA) que foram empregados nos experimentos de validação (seção 4.3). Cabe destacar que, no caso das instâncias hipotéticas, o CPLEX atingiu o ótimo teórico dentro do limite de tempo estabelecido, com exceção da instância com 100 pedidos, o que permite utilizar seus resultados como referência para avaliar a qualidade das soluções obtidas pela abordagem heurística.

Tabela 8 – Resultados CPLEX - Instâncias Reais

N° Pedidos	FO Ótima	FO (Melhor)	Tempo (s)	Gap (%)
10	917,5	917,5	0,03	0,00
25	2479,5	2479,5	2,67	0,00
50	5620	5620	1810,64	0,00
100	11797,8	11797,8	+7200	–x–

Tabela 9 – Resultados *Simulated Annealing* - Instâncias Reais

N° Pedidos	FO Ótima	FO (Melhor)	FO Média (σ)	Tempo (s)	Gap (%)
10	917,5	917,5	1054,5 (187,59)	5,26e-4	0,00
25	2479,5	2479,5	2589,9 (151,17)	1,66	0,00
50	5620	5870,3	6183,7 (58,25)	7,59	4,45
100	11797,8	12405,0	14418,4 (1195,82)	9,32	5,15

A comparação com a abordagem exata foi realizada até a instância de 100 pedidos, pois deste ponto em diante o método exato esbarrou no limite de tempo proposto. Analisando os resultados apresentados nas Tabelas 8 e 9, é possível notar que, para instâncias menores, a abordagem heurística alcançou o resultado exato, e para a maior instância comparada, chegou a uma diferença na faixa de 5,15%. Mais uma vez, chama-se a atenção para a diferença de tempo entre ambas as abordagens que novamente foi bastante acentuada.

Evidenciada a aplicabilidade do método heurístico ao caso real, foram realizados os testes com as cinco instâncias completas do caso real de aplicação. Embora o método exato

tenha se mostrado inviável em termos de tempo já a partir das instâncias reduzidas, optou-se por executá-lo também sobre as cinco instâncias completas, de modo a registrar os valores de função objetivo obtidos e utilizá-los como referência. A Tabela 10 apresenta a especificação das instâncias utilizadas.

Tabela 10 – Características dos Conjuntos de Dados - Instâncias Reais Completas

ID	N° Pedidos	N° de Regiões	N° de Tipos de Veículos	Qtd. Veículos por Tipo
1	468	84	8	10
2	476	84	8	10
3	538	84	8	10
4	441	84	8	10
5	531	84	8	10

Para cada uma das instâncias reais avaliadas, foram testadas 45 configurações, oriundas de combinações dos parâmetros apresentados na Tabela 4. Para cada configuração, um total de 10 execuções foram realizadas. Além da variação dos parâmetros, uma pequena alteração foi implementada no algoritmo em relação aos testes realizados anteriormente: o critério de parada estabelecido para o SA foi definido como 1000 iterações sem melhora ou T_f = 1e-3°C de temperatura final, servindo como critério de parada aquele que ocorresse primeiro. O objetivo da alteração é gerar uma maior eficiência em relação aos tempos de execução. O resultado completo de todos os testes pode ser encontrado nas tabelas do Apêndice B.

Conforme observado nessas tabelas, a meta-heurística SA demonstrou capacidade de produzir soluções de qualidade aceitável em tempo computacional viável para uso operacional. O desempenho da abordagem heurística, avaliado por meio de métricas de custo de consolidação (função objetivo), tempo computacional e variabilidade entre execuções, revelou que a abordagem consegue sistematicamente reduzir o custo total de frete em comparação com soluções iniciais aleatórias. A variação observada entre as execuções realizadas, expressa pelo desvio padrão dos resultados, permaneceu em patamares controlados, indicando robustez do método mesmo com a natureza estocástica do *Simulated Annealing*.

Tabela 11 – Comparação entre as Abordagens Exata (CPLEX) e Heurística (SA) - Instâncias Reais Completas

ID	N° Pedidos	FO CPLEX	Tempo CPLEX	FO SA (melhor)	Tempo SA(s)	Gap (%)
1	468	214209	7200	109240	287,2	96,1
2	476	128186	7200	75512	173,8	69,7
3	538	204429	7200	87829	163,3	132,7
4	441	135454	7200	62745	77,7	115,9
5	531	249408	7200	112120	138,0	122,4

A Tabela 11 apresenta a comparação direta entre a abordagem exata (CPLEX) e a meta-heurística (SA) para as cinco instâncias reais completas. Diferentemente das instâncias reduzidas, nas quais o CPLEX atingiu o ótimo teórico, aqui o método exato operou sob o limite de

tempo de duas horas (7200 segundos), interrompendo a busca antes de comprovar a otimalidade. Como consequência, o SA obteve soluções consistentemente melhores do que as encontradas pelo CPLEX dentro desse limite, o que inverte o papel usual de referência: nesta comparação, o *Gap* é calculado em relação aos valores obtidos pelo SA, e não em relação ao método exato, justamente por serem estas as melhores soluções disponíveis. Os resultados evidenciam essa superioridade de forma expressiva, com o CPLEX apresentando função objetivo entre 69,7% e 132,7% acima da encontrada pelo SA. Soma-se a isso a diferença de tempo computacional: enquanto o CPLEX consumiu as duas horas integrais em todas as instâncias, o SA obteve suas melhores soluções em menos de cinco minutos. Esse comportamento reforça que, para instâncias reais de grande porte, a abordagem heurística não apenas se mostra mais eficiente em tempo, como também alcança soluções de melhor qualidade quando o método exato encontra-se restrito pelo limite de tempo imposto.

Em relação ao ganho observado no tempo computacional, ao se utilizar a abordagem heurística para a consolidação de cargas, as soluções são geradas em intervalos que permitem replanejamentos quando necessário. Este aspecto é particularmente relevante em ambientes logísticos reais, onde a capacidade de reação a mudanças de demanda em tempo curto constitui vantagem competitiva. Além disso, observada a pequena exigência de tempo quando empregada a abordagem heurística, é possível a realização de um conjunto maior de execuções, o que aumenta a probabilidade da obtenção de melhores soluções.

4.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS PARA O CASO REAL

Observando os resultados apresentados no Apêndice B, é possível perceber alguns comportamentos relativos às execuções.

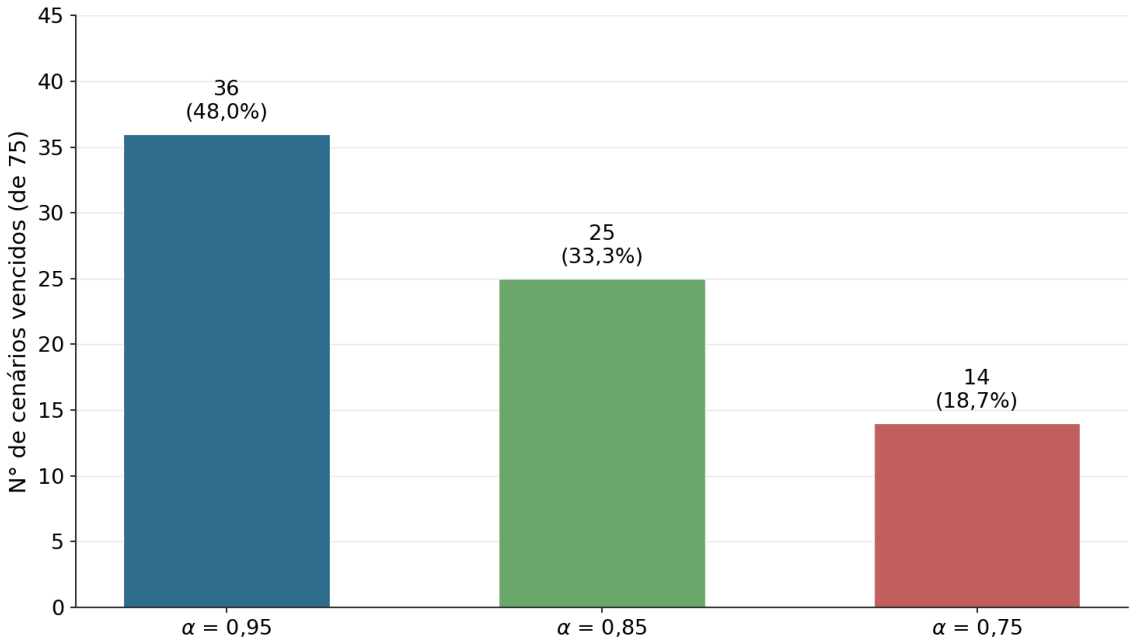
Os resultados evidenciam a sensibilidade do algoritmo ao fator de resfriamento (α). O plano experimental compreendeu 45 combinações de parâmetros por instância, totalizando 225 configurações ao longo das cinco instâncias. Para avaliar o efeito de α, as configurações foram agrupadas em 75 cenários individuais de avaliação, cada um fixando uma combinação de instância, temperatura inicial e número de iterações e comparando os três valores de α entre si. Nesses cenários, α = 0,95 forneceu a melhor solução em 36 casos (48,0%), contra 25 (33,3%) para α = 0,85 e 14 (18,7%) para α = 0,75, conforme mostrado na Figura 4.

Assim, α = 0,95 é o fator predominante, mas não dominante: em pouco mais da metade das avaliações, o melhor resultado veio de um resfriamento mais lento. O mesmo padrão aparece quando se consideram apenas os melhores custos absolutos de cada instância. Ao ser assumido o fator de resfriamento com valor de α = 0,95, o melhor resultado foi alcançado em três das cinco instâncias:

- Instância 1: R$ 109.240 (Tabela 14; T_0 = 250°C, $MaxIter_{temp} = 500$ iterações);

- Instância 4: R$ 62.745 (Tabela 23; T_0 = 300°C, $MaxIter_{temp}$ = 500 iterações), que representa menor custo entre todas as instâncias;
- Instância 5: R$ 112.120 (Tabela 26; T_0 = 100°C, $MaxIter_{temp}$ = 1000 iterações).

Figura 4 – Frequência do melhor resultado

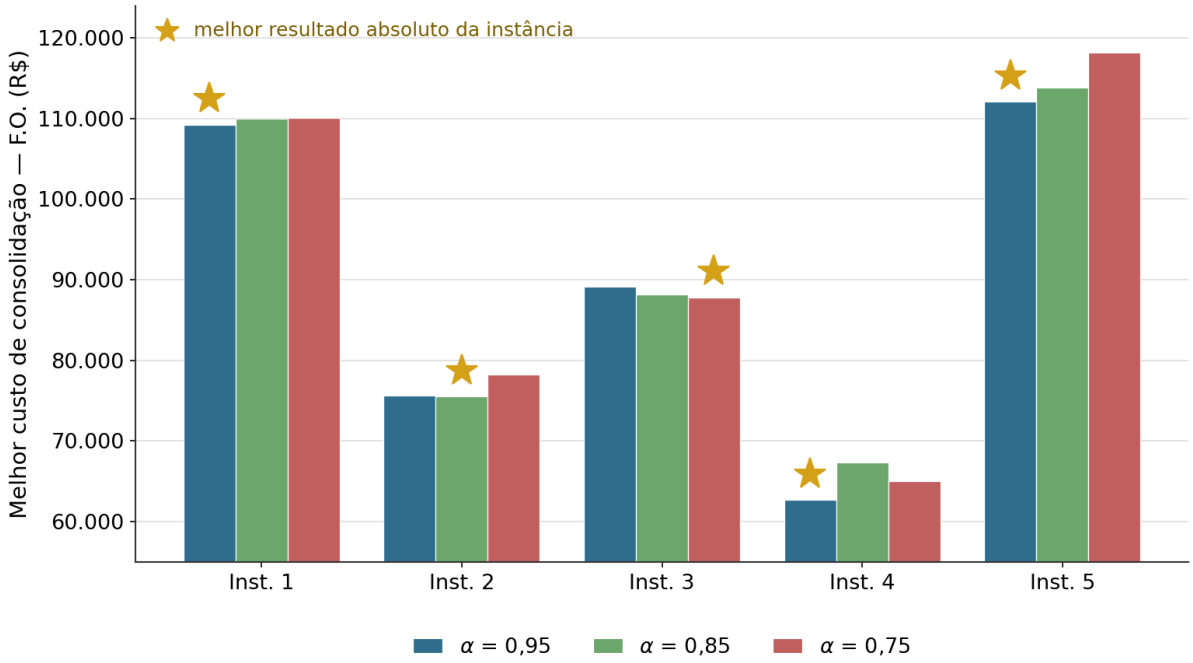


Fonte: O autor (2026).

Nas duas instâncias restantes, o melhor custo absoluto foi obtido com valores menores de α: R$ 75.512 na Instância 2 (Tabela 18; α = 0,85, T_0 = 200°C, $MaxIter_{temp}$ = 500 iterações) e R$ 87.829 na Instância 3 (Tabela 22; α = 0,75, T_0 = 300°C, $MaxIter_{temp}$ = 1000 iterações), conforme mostrado na Figura 5. Note-se que, na Instância 3, o resfriamento mais rápido ($\alpha = 0,75$) superou tanto $\alpha = 0,95$, quanto $\alpha = 0,85$. Conclui-se, portanto, que $\alpha = 0,95$ tende a produzir os melhores custos, mas não há um valor de α universalmente superior, indicando que instâncias específicas podem exigir esquemas de resfriamento distintos.

Há também um *trade-off* com relação à variabilidade dos resultados, ainda que modesto. Considerando as 75 configurações associadas a cada valor de α, o desvio-padrão médio entre execuções cresce ligeiramente à medida que o resfriamento fica mais lento: R$ 5.238 para $\alpha = 0,75$, R$ 5.288 para $\alpha = 0,85$ e R$ 5.613 para $\alpha = 0,95$. Como as instâncias operam em escalas de custo diferentes (da ordem de R$ 70 mil na Instância 4 a R$ 130 mil na Instância 5), a comparação mais adequada é feita pelo coeficiente de variação (desvio padrão/média), que normaliza a dispersão. Por esse critério, a variabilidade média é de 5,22% para $\alpha = 0,75$, 5,33% para $\alpha = 0,85$ e 5,57% para $\alpha = 0,95$. A diferença entre os extremos é pequena (cerca de 0,35 ponto percentual), indicando que o resfriamento mais lento melhora a qualidade média das

Figura 5 – Melhor custo por instância e fator de resfriamento



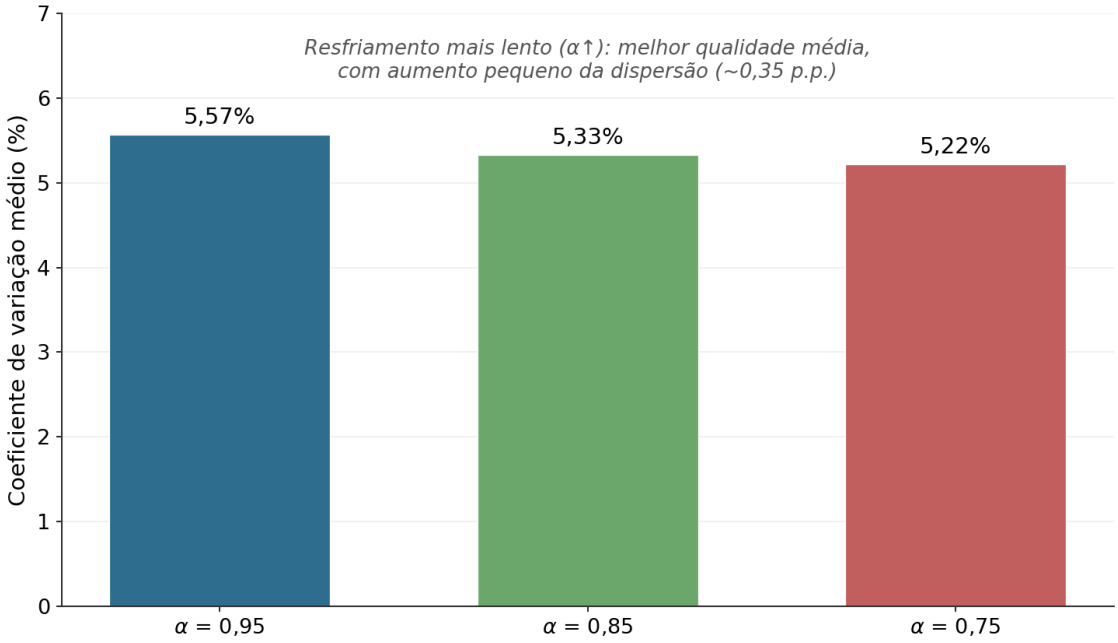
Fonte: O autor (2026).

soluções sem penalizar de forma expressiva a consistência entre execuções, conforme mostrado na Figura 6.

As análises anteriores concentraram-se nos melhores custos obtidos. Para avaliar o desempenho esperado em uma execução típica mais próxima do uso operacional da ferramenta de otimização, considerou-se também o custo médio das execuções, normalizado pelo melhor custo absoluto de cada instância. Vale ressaltar que, como para as instâncias reais completas não há solução exata de referência (o método exato via IBM CPLEX só foi viável até antes de 100 pedidos), o melhor custo absoluto adotado como referência corresponde ao melhor resultado encontrado pela própria meta-heurística, e não a um ótimo comprovado. Sob esse critério, o ranking dos parâmetros se mantém: $\alpha = 0,95$ apresenta o menor *Gap* médio (12,9%), seguido de $\alpha = 0,855$ (13,8%) e $\alpha = 0,75$ (15,2%), confirmando que o resfriamento mais lento é vantajoso não apenas no melhor caso, mas também no desempenho médio. Quando a comparação dos desempenhos para diferentes valores de α é feita com base na menor média (em vez do menor custo absoluto), $\alpha = 0,95$ permanece à frente, mostrando-se a melhor escolha em 36 das 75 comparações. A Figura 7 mostra o *Gap* médio versus o melhor custo para cada fator de resfriamento α.

Em relação às temperaturas iniciais, os dados mostram que não existe um valor ideal, pois o desempenho depende da combinação com α. Para $\alpha = 0,95$, há uma tendência de que temperaturas iniciais mais altas (250°C e 300°C) produzam bons resultados, conforme observado para as Instâncias 1 e 4, mas essa tendência não é absoluta, já que o melhor resultado

Figura 6 – Variabilidade entre as execuções



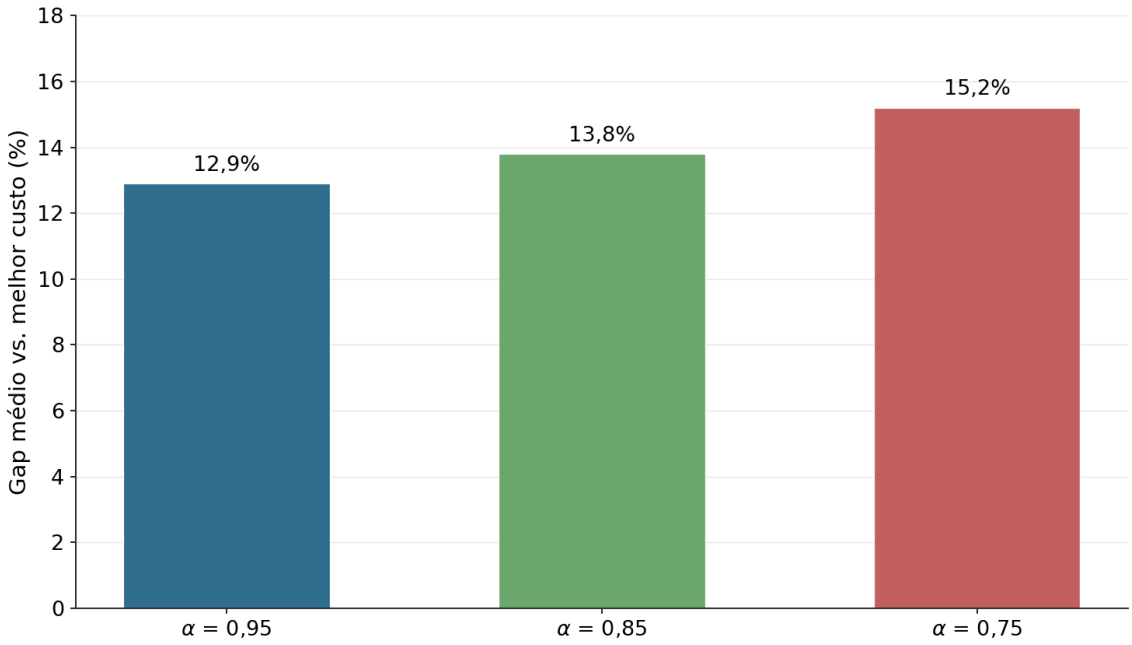
Fonte: O autor (2026).

da Instância 5 foi obtido com a menor temperatura inicial testada (100°C). A análise por custo médio torna esse padrão mais nítido, pois o *Gap* médio decresce de forma consistente das temperaturas iniciais mais baixas (15,3% em T_0 = 100°C) para as mais altas (12,8% em T_0 = 250°C), reforçando vantagem no uso de temperaturas iniciais elevadas. A Figura 8 mostra a relação entre o *Gap* médio versus o melhor custo para cada uma das temperaturas iniciais utilizadas.

Por fim, o número de iterações por patamar de temperatura apresentou efeito limitado sob os dois critérios. Usando o melhor valor da FO para comparação, a diferença entre os resultados obtidos com 500 e 1000 iterações foi, na maioria das vezes, inferior a 5% do custo total; já empregando o valor médio da FO, as diferenças dos três níveis permaneceram próximas, entre 13,8% e 14,2%.

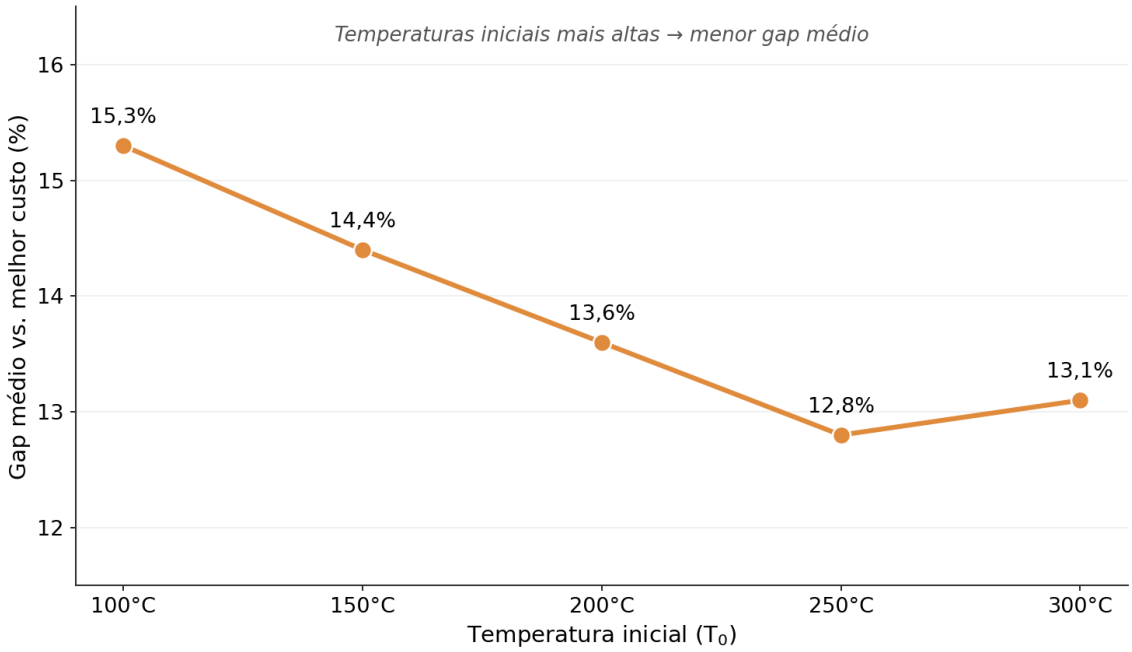
Observa-se, ainda, que dentro de uma mesma configuração, o custo médio situa-se cerca de 6% acima do melhor custo daquela configuração. Combinado à comparação com o melhor valor de FO, isso implica que uma execução isolada tende a ficar entre 13% e 15% acima do melhor custo alcançável. Esse resultado quantifica a importância de realizar múltiplas execuções do *Simulated Annealing*, pois dada sua natureza estocástica, a repetição das execuções aumenta significativamente a probabilidade de se aproximar do melhor custo, e o tempo de execução reduzido (inferior a cinco minutos) viabiliza essa prática dentro dos limites operacionais.

Figura 7 – Desempenho médio por fator de resfriamento



Fonte: O autor (2026).

Figura 8 – Efeito da temperatura inicial



Fonte: O autor (2026).

5 CONCLUSÕES

O presente estudo aborda o problema da consolidação de cargas, reconhecido por sua elevada complexidade combinatória e sua relevância estratégica na otimização de cadeias de suprimentos. A necessidade de desenvolver métodos eficientes para a alocação de pedidos a veículos, considerando múltiplas restrições operacionais e a minimização de custos, fundamenta a abordagem proposta.

A metodologia empregada contemplou a formulação do problema sob a ótica da Programação Linear Inteira Mista (PLIM), estabelecendo um modelo matemático para sua representação e servindo como referência para a validação de soluções em instâncias de menor porte. No que diz respeito à abordagem heurística, adotou-se uma estratégia em duas partes. Inicialmente, uma heurística construtiva gerou soluções viáveis de forma rápida, respeitando as restrições de capacidade, destino e compatibilidade regional. Em seguida, heurísticas de melhoria — troca de pedido e troca de veículo — refinaram iterativamente essas soluções, explorando vizinhanças por meio de movimentos de realocação e troca. Esse processo de aprimoramento foi guiado pela meta-heurística *Simulated Annealing*, que, ao aceitar de forma controlada movimentos que pioram temporariamente a solução, permitiu escapar de ótimos locais e melhorar a qualidade final das soluções dentro do tempo disponível.

Os experimentos conduzidos confirmaram as hipóteses iniciais: o *Simulated Annealing*, adequadamente parametrizado, produz soluções de alta qualidade em tempo computacional viável (minutos versus horas dos métodos exatos). A robustez da abordagem, avaliada mediante análise de desvio padrão nas múltiplas execuções, atesta a consistência e confiabilidade do algoritmo proposto. A comparação com a abordagem exata validou a eficiência da heurística, permitindo processar instâncias de maior dimensionalidade onde métodos exatos tornam-se impraticáveis. Adicionalmente, a instância real demonstrou que a solução reduz custos de frete mantendo viabilidade operacional.

Embora os resultados sejam promissores, identificam-se oportunidades para aprimoramentos e extensões:

- Parametrização automática: Futuras pesquisas podem explorar técnicas de *tuning* automático de parâmetros do *Simulated Annealing*, reduzindo a necessidade de ajustes manuais;
- Extensões do modelo: A incorporação de restrições adicionais (janelas de tempo, prioridades de entrega, penalidades por atrasos) pode aproximar a solução de cenários reais mais complexos;
- Hibridização com outras heurísticas: Investigar a integração de outras meta-heurísticas (Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, Colônia de Formigas) pode potencializar a qualidade

das soluções;

- Escalabilidade: Testar a abordagem em instâncias de maior escala e avaliar a necessidade de estratégias de decomposição ou paralelização computacional.
- Hibridização com método exato: A resolução de subconjuntos de pedidos pela abordagem exata e posterior junção destes subconjuntos em um processo de solução pela abordagem heurística.

O trabalho alcançou seus objetivos, demonstrando que a abordagem heurística proposta é viável e efetiva para solução do problema de consolidação de cargas. A metodologia apresenta potencial significativo para aplicação prática, oferecendo ferramental adequado para otimizar operações logísticas e reduzir custos de frete. Os resultados obtidos constituem ponto de partida sólido para futuras pesquisas que busquem aperfeiçoar modelos de otimização em contextos logísticos reais. Espera-se que esta pesquisa contribua para avanços tanto na compreensão teórica quanto na aplicação prática de técnicas de otimização em consolidação de cargas.

REFERÊNCIAS

AMARANTE, S. R. M. Utilizando o problema de múltiplas mochilas para modelar o problema de alocação de máquinas virtuais em computação nas nuvens. 2013.

BARBOSA, J. J. G. *et al.* Construction of an optimal solution for a real-world routing-scheduling-loading problem. **Computación y Sistemas**, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Computación, v. 13, n. 4, p. 398–408, 2010.

BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. N. **Introduction to linear optimization**. [S.l.]: Athena scientific Belmont, MA, 1997. v. 6.

BONASSA, A. C. **O problema da formação de carga e distribuição de veículos zero-quilômetro**. 183 p. Tese (Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes)) — Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, 2018. Orientador: Claudio Barbieri da Cunha.

BRANDãO, F. **Arc-flow Formulation (w/ graph compression) Results: BPPC**. 2010. <https://research.fdabrandao.pt/research/vpsolver/results/BPPC.html>. Acessado em: 17 de julho de 2026.

CAMPBELL, J. F. Freight consolidation and routing with transportation economies of scale. **Transportation Research Part B: Methodological**, Elsevier, v. 24, n. 5, p. 345–361, 1990.

CASAZZA, M.; CESELLI, A. Mathematical programming algorithms for bin packing problems with item fragmentation. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 46, p. 1–11, 2014.

CHOPRA, S.; MEINDL, P. Supply chain management. strategy, planning & operation. In: **Das Summa Summarum des Management: Die 25 wichtigsten Werke für Strategie, Führung und Veränderung**. [S.l.]: Springer, 2019. p. 265–275.

CHRISTENSEN, H. I. *et al.* Multidimensional bin packing and other related problems: A survey. **Computer Science Review**, 2016.

CORMEN, T. H. *et al.* **Introduction to algorithms**. [S.l.]: MIT press, 2022.

COYLE, J. J. Supply chain management: a logistics perspective. Cengage Learning, 2016.

DAGANZO, C. F. Shipment composition enhancement at a consolidation center. **Transportation Research Part B: Methodological**, Elsevier, v. 22, n. 2, p. 103–124, 1988.

DANTZIG, G. B. Linear programming and extensions. Princeton university press, 2016.

DORIGO, M.; BIRATTARI, M.; STUTZLE, T. Ant colony optimization. **IEEE computational intelligence magazine**, IEEE, v. 1, n. 4, p. 28–39, 2007.

EKICI, A. Variable-sized bin packing problem with conflicts and item fragmentation. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 163, p. 107844, 2022.

EPSTEIN, L.; FAVRHOLDT, L. M.; LEVIN, A. Online variable-sized bin packing with conflicts. **Discrete Optimization**, Elsevier, v. 8, n. 2, p. 333–343, 2011.

FEO, T. A.; RESENDE, M. G. Greedy randomized adaptive search procedures. **Journal of global optimization**, Springer, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995.

GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. **IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence**, IEEE, n. 6, p. 721–741, 1984.

GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

____. Tabu search—part i. **ORSA Journal on computing**, Informs, v. 1, n. 3, p. 190–206, 1989.

GOLBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. Otimização combinatória e programação linear. **Editora CAMPUS, Rio de Janeiro**, 2000.

GOLDBARG, E.; GOLDBARG, M.; LUNA, H. **Otimização combinatória e metaheurísticas: algoritmos e apliacações**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2017.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. [S.l.]: MIT press, 1992.

IBM. **O Que é CPLEX?** 2024. Versão 22.1.2. Documentação em português (pt-br). Acessado em <https://www.ibm.com/docs/pt-br/icos/22.1.2?topic=mc-what-is-cplex>. Disponível em: <https://www.ibm.com/docs/pt-br/icos/22.1.2?topic=mc-what-is-cplex>.

JOHNSON, D. S. *et al.* Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packing algorithms. **SIAM Journal on computing**, SIAM, v. 3, n. 4, p. 299–325, 1974.

KARP, R. M. On the computational complexity of combinatorial problems. **Networks**, Wiley Online Library, v. 5, n. 1, p. 45–68, 1975.

KIRKPATRICK, S.; JR, C. D. G.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. **science**, American association for the advancement of science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.

LAND, A. H.; DOIG, A. G. An automatic method for solving discrete programming problems. In: **50 Years of Integer Programming 1958-2008: From the Early Years to the State-of-the-Art**. [S.l.]: Springer, 2009. p. 105–132.

MARTELLO, S.; TOTH, P. **Knapsack problems: algorithms and computer implementations**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1990.

MATHWORKS. **MATLAB Documentation**. 2024. <https://www.mathworks.com/help/matlab/index.html>. Acessado em: 17 de julho de 2026.

MENTZER, J. T. *et al.* Defining supply chain management. **Journal of Business logistics**, Wiley Online Library, v. 22, n. 2, p. 1–25, 2001.

MUÑOZ-VILLAMIZAR, A. *et al.* The impact of shipment consolidation strategies for green home delivery: a case study in a mexican retail company. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 60, n. 8, p. 2443–2460, 2022.

MURITIBA, A. E. F. *et al.* Algorithms for the bin packing problem with conflicts. **Informs Journal on computing**, INFORMS, v. 22, n. 3, p. 401–415, 2010.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial optimization: algorithms and complexity**. [S.l.]: Courier Corporation, 1998.

QIN, H. *et al.* The freight consolidation and containerization problem. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 234, n. 1, p. 37–48, 2014.

ROSENKRANTZ, D. J.; STEARNS, R. E.; LEWIS II, P. M. An analysis of several heuristics for the traveling salesman problem. **SIAM journal on computing**, SIAM, v. 6, n. 3, p. 563–581, 1977.

RUSHTON, A.; CROUCHER, P.; BAKER, P. **The handbook of logistics and distribution management: Understanding the supply chain**. [S.l.]: Kogan Page Publishers, 2022.

RUSSELL, S.; NORVIG, P.; INTELLIGENCE, A. A modern approach. **Artificial Intelligence. Prentice-Hall, Egnlewood Cliffs**, v. 25, n. 27, p. 79–80, 1995.

SANTOS, R. M. *et al.* Problema das múltiplas mochilas com conflito de itens aplicado na formação de cargas em forno de recozimento em caixa. In: **23rd Industrial IT and Automation Seminar**. São Paulo: [s.n.], 2019. p. 192–203. ISSN 2594-5335.

SCHITTKOWSKI, K.; ZILLOBER, C.; ZOTEMANTEL, R. Numerical comparison of nonlinear programming algorithms for structural optimization. **Structural optimization**, Springer, v. 7, n. 1, p. 1–19, 1994.

SILVA, J. N. Y. d. *et al.* Aplicação do método simulated annealing para determinar as rotas de uma empresa distribuidora de bebidas. In: **Anais do XIX Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha (SPOLM)**. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Centro de Análises de Sistemas Navais, 2019.

TAHA, H. **Operations research: an introduction**. [S.l.]: Macmillan New York, 1992. v. 5.

TALBI, E.-G. **Metaheuristics: from design to implementation**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

TSAO, Y.-C. *et al.* Multiple bin-size bin packing problem considering incompatible product categories. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 247, p. 123340, 2024.

VEGA-MEJÍA, C. A.; MONTOYA-TORRES, J. R.; ISLAM, S. M. Consideration of triple bottom line objectives for sustainability in the optimization of vehicle routing and loading operations: a systematic literature review. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 273, n. 1, p. 311–375, 2019.

VIEIRA, T. J. d. S. Geração de romaneios otimizados para consolidação de cargas na distribuição de mercadorias com a utilização de frota subcontratada. 2020.

VIELMA, J. P. Mixed integer linear programming formulation techniques. **Siam Review**, SIAM, v. 57, n. 1, p. 3–57, 2015.

WILLIAMS, H. P. **Model building in mathematical programming**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013.

WINSTON, W. L. **Operations research: applications and algorithm**. [S.l.]: Thomson Learning, Inc., 2004.

WOLSEY, L. A. **Integer programming**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2020.

WOLSEY, L. A.; NEMHAUSER, G. L. **Integer and combinatorial optimization**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999.

XU, Z.; LI, F.; CHEN, Z.-L. Shipment consolidation with multiple shipping methods under nonlinear cost structures. **Management Science**, INFORMS, v. 70, n. 5, p. 2823–2841, 2024.

APÊNDICE A – AMOSTRA DOS DADOS DO PROBLEMA

Este apêndice apresenta uma pequena amostra dos dados do problema avaliado no estudo, com o objetivo de facilitar o entendimento e a visualização das restrições do problema.

A Tabela 12 apresenta uma amostra da tabela de custo mínimo e custo por tonelada para cada região, baseada no tipo de veículo utilizado. Os valores N/A na tabela representam regiões não atendidas por determinado tipo de veículo.

Tabela 12 – Tabela de Custos por Região e Tipo de Veículo

Região Destino	Tipo Veículo	Valor Tonelada (R$)	Valor Mínimo (R$)
881	1	252,00	1.260,00
881	2	N/A	N/A
881	3	183,50	917,50
881	4	472,00	2.360,00
881	5	N/A	N/A
881	6	136,50	2.047,50
881	7	N/A	N/A
881	8	183,50	917,50
882	1	47,20	708,00
882	2	N/A	N/A
882	3	472,00	2.360,00
882	4	108,00	432,00
882	5	N/A	N/A
882	6	47,20	708,00
882	7	N/A	N/A
882	8	N/A	N/A

A Tabela 13 apresenta uma amostra da tabela de compatibilidade entre regiões. Valores 1 na tabela representam regiões que podem ser atendidas em uma mesma carga, enquanto regiões com 0 representam regiões incompatíveis para uma mesma carga. O trecho abaixo apresenta apenas um conjunto de regiões, que são todas compatíveis entre si, porém o conjunto completo possui diversas incompatibilidades. Ao todo, são 84 regiões existentes. As informações contidas na tabela foram fornecidas previamente pela empresa estudada, e são baseadas na distância entre as cidades atendidas. É importante ressaltar que não foi realizada nenhuma classificação ou agrupamento das regiões no âmbito deste trabalho, tampouco houve revisão da classificação estabelecida pela empresa; os dados foram utilizados exatamente como disponibilizados.

Tabela 13 – Matriz de Compatibilidade entre Regiões

Região	**881**	**882**	**883**	**884**	**885**	**886**	**887**	**888**	**889**	**890**	**891**	**892**	**893**	**894**	**895**
881	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
882	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
883	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
884	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
885	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
886	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
887	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
888	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
889	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
890	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
891	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
892	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
893	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
894	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
895	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
896	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
897	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
898	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
899	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
900	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

APÊNDICE B – RESULTADOS DO SA PARA INSTÂNCIAS REAIS

Este apêndice apresenta os resultados detalhados dos experimentos conduzidos com a meta-heurística de *Simulated Annealing* aplicada às instâncias reais do problema de consolidação de cargas. As Tabelas 10 a 24 contêm os dados obtidos através de 45 combinações paramétricas distintas, testadas sobre cinco instâncias reais. Para cada combinação de parâmetros — fator de resfriamento (α), temperatura inicial (T_0) e número de iterações por patamar de temperatura ($MaxIterTemp$) — são registrados: o melhor valor da função objetivo (em R$), a média aritmética dos resultados e o desvio padrão entre execuções. Esses dados permitem avaliar tanto a qualidade das soluções obtidas quanto a robustez e consistência da abordagem heurística proposta. A organização das tabelas segue a seguinte estrutura: cada tabela corresponde aos resultados obtidos para um determinado coeficiente de resfriamento α. As colunas de cada tabela correspondem à temperatura inicial T_0 assumida enquanto as linhas correspondem ao número de iterações $MaxIterTemp$ executadas para cada patamar de temperatura avaliado ao longo do processo de otimização do SA. Além disso, para cada número de iterações por temperatura, são apresentados o melhor valor, a média e o desvio padrão para cada uma das temperaturas iniciais testadas. Cada conjunto de três tabelas refere-se a uma mesma instância com variação do fator de resfriamento (α = 0,95, 0,85 e 0,75).

Tabela 14 – Instância 1 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	115840	109240	112990	115680	111500
	Média	119460	118390	121710	119320	115960
	Desvio	3057,22	5335,41	6992,52	4396,92	3742,58
750	Melhor	118030	114160	113490	111040	117850
	Média	119710	127160	122440	114350	118600
	Desvio	1759,51	8471,97	6668,99	4807,60	6142,61
1000	Melhor	116700	113820	114620	113100	115690
	Média	120090	122270	117530	121040	120010
	Desvio	3166,63	5980,72	2917,25	4587,54	3607,37

Tabela 15 – Instância 1 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	113850	114970	117430	117370	119790
	Média	123050	115960	121870	120820	123390
	Desvio	5847,36	3929,27	3438,12	2449,01	4252,34
750	Melhor	110090	112970	118110	111730	117450
	Média	114820	117120	127270	122160	122530
	Desvio	3754,63	4894,88	5693,16	7387,14	4138,15
1000	Melhor	113140	113160	115860	115360	113080
	Média	116220	113630	126180	119050	120210
	Desvio	3321,39	3134,83	5700,09	10493,17	5631,82

Tabela 16 – Instância 1 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	116350	118240	121170	125220	122320
	Média	120570	120710	124460	127910	125160
	Desvio	2187,97	1862,16	2893,92	3179,22	2230,28
750	Melhor	117470	116570	125650	114530	116540
	Média	126800	119280	117130	120300	123270
	Desvio	7984,84	2982,43	4708,68	5359,17	8442,32
1000	Melhor	110210	113690	116270	122340	113360
	Média	116200	116700	120090	123620	122930
	Desvio	3958,63	5822,96	2278,99	1914,64	7540,32

Tabela 17 – Instância 2 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	77736	75610	80178	76897	81600
	Média	82605	82492	83554	83109	85566
	Desvio	7608,72	7109,85	3999,41	8442,78	5139,76
750	Melhor	79185	77990	76644	80244	79732
	Média	80078	82491	78694	82915	85262
	Desvio	1388,54	4925,72	2643,95	1727,34	4721,08
1000	Melhor	79910	79259	77957	79760	79200
	Média	83482	80443	84955	84984	82406
	Desvio	3370,54	2087,76	4932,34	8075,88	4351,04

Tabela 18 – Instância 2 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	81153	79904	75512	78068	79055
	Média	85715	81860	80346	80241	82527
	Desvio	3687,82	4237,09	4001,38	2875,63	1946,84
750	Melhor	79608	76094	79919	81389	82057
	Média	81057	79885	86514	83152	87102
	Desvio	6511,83	5830,33	3580,90	2728,52	2718,54
1000	Melhor	81559	78068	80677	79780	77459
	Média	87509	81444	81445	86277	83891
	Desvio	7553,54	2500,23	5212,92	4557,75	6659,07

Tabela 19 – Instância 2 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	82879	79072	82157	85401	78492
	Média	86550	81381	83207	90887	82415
	Desvio	3570,34	4533,68	2633,55	4997,37	5476,03
750	Melhor	82938	81424	80061	79948	80152
	Média	85909	81917	83406	84359	86605
	Desvio	4153,39	1960,67	7135,00	5898,54	4917,86
1000	Melhor	80066	81366	78184	78609	80772
	Média	84588	88494	84578	82807	81728
	Desvio	2511,32	4618,06	8012,65	3220,24	3486,79

Tabela 20 – Instância 3 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	91974	93654	97862	92830	92449
	Média	95739	99617	103830	103770	101290
	Desvio	5079,94	4597,83	5477,81	6604,26	9188,92
750	Melhor	92037	93001	92449	91974	92975
	Média	96232	95417	97676	94862	95516
	Desvio	9070,39	4218,98	7410,40	6848,74	3475,77
1000	Melhor	90380	94744	89749	89032	99051
	Média	97775	98568	100340	104000	101950
	Desvio	7315,88	4912,98	4951,49	8078,01	4542,57

Tabela 21 – Instância 3 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	96716	91777	95314	92775	88820
	Média	99397	95972	103140	100730	96855
	Desvio	8234,93	14178,40	4054,19	6176,00	15039,98
750	Melhor	95804	88142	99886	91230	92690
	Média	99540	97402	101230	96838	109880
	Desvio	5143,60	10050,21	3083,03	4180,84	9193,70
1000	Melhor	97136	101250	93406	92685	96016
	Média	100330	103940	97550	99892	101730
	Desvio	6772,92	1928,67	4254,20	3527,49	4920,16

Tabela 22 – Instância 3 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	94652	101550	95424	95025	93342
	Média	101170	102750	104030	100630	102390
	Desvio	5851,29	4271,34	6388,31	3973,06	5369,94
750	Melhor	93138	93101	97862	92480	94716
	Média	101870	101010	103830	102890	108490
	Desvio	5436,17	4511,86	3296,86	7100,70	9282,65
1000	Melhor	87829	96851	97862	100140	99589
	Média	102680	101090	103830	107030	104070
	Desvio	7043,15	2809,72	7840,65	7435,83	2236,39

Tabela 23 – Instância 4 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	62745	64706	70286	73003	70826
	Média	70032	74299	74961	74795	74075
	Desvio	6013,13	5545,84	5059,98	3613,30	3599,18
750	Melhor	68132	74830	71271	73212	68805
	Média	71986	76818	74454	77462	73544
	Desvio	3618,27	1980,27	2339,41	3165,49	2460,30
1000	Melhor	68582	64198	62745	71016	68582
	Média	74033	69599	70032	72755	74033
	Desvio	4554,53	4154,69	6013,13	3645,16	4554,53

Tabela 24 – Instância 4 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	72855	68061	73767	70406	75144
	Média	78133	70532	75098	72330	80583
	Desvio	3229,99	5428,94	2175,25	2150,14	3659,00
750	Melhor	68325	72913	67477	67473	67258
	Média	73980	73985	71327	73874	72539
	Desvio	3186,48	3986,69	2511,99	8573,24	5591,55
1000	Melhor	72063	71039	68576	70462	70106
	Média	76045	73302	77044	72943	74138
	Desvio	2080,80	5867,23	6022,73	7919,01	3459,04

Tabela 25 – Instância 4 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	67439	70887	73019	69745	70661
	Média	71378	76064	74520	72139	75064
	Desvio	7458,81	5490,59	1188,14	3477,58	4470,57
750	Melhor	69721	71472	71340	70499	71766
	Média	72681	74598	74213	77706	74376
	Desvio	5664,91	3553,81	2910,45	3574,10	7335,97
1000	Melhor	73261	71013	64996	68704	71779
	Média	75419	73619	75643	71817	74225
	Desvio	12993,49	4475,26	5604,22	3425,24	3109,85

Tabela 26 – Instância 5 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,95

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	114150	121160	125900	129000	124290
	Média	126460	127580	131440	134630	132030
	Desvio	8638,33	4993,46	5812,46	3637,73	5429,38
750	Melhor	116220	124410	117510	118330	120390
	Média	121810	131980	126860	125580	133590
	Desvio	9295,78	6390,39	14267,21	4436,38	9627,71
1000	Melhor	122950	121550	124380	121190	112120
	Média	126900	128980	134610	132950	122260
	Desvio	7529,92	14910,28	4943,17	19098,95	7637,27

Tabela 27 – Instância 5 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,85

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	116730	125620	122200	123630	118320
	Média	120080	132860	124140	127860	138020
	Desvio	5883,68	5729,47	3270,74	4112,05	9974,24
750	Melhor	125410	115230	124240	118630	123420
	Média	132870	126550	129260	126990	134750
	Desvio	5768,52	10938,14	2387,08	8044,55	6610,40
1000	Melhor	114150	121160	125900	129000	124290
	Média	126194	127870	131274	134036	132436
	Desvio	8588,58	5118,97	5869,96	3621,74	5417,52

Tabela 28 – Instância 5 - Melhor resultado da FO em R$ para α = 0,75

Iterações		300	250	200	150	100
500	Melhor	122640	119810	126070	118180	118590
	Média	129680	129930	138420	131100	130410
	Desvio	8433,64	8658,92	6975,37	10614,50	5417,95
750	Melhor	120390	123030	122200	123730	118320
	Média	133590	127812	127872	128648	133914
	Desvio	9627,71	4098,69	7130,50	4883,70	9974,24
1000	Melhor	125620	125620	122200	123630	118320
	Média	132860	131144	124140	127860	134188
	Desvio	5729,47	5174,29	3270,74	4112,05	10132,79