

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS**

MATHEUS RAFAELI

**DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS: ANÁLISE COMPARATIVA DA
OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS PELO MÉTODO ELÁSTICO APROXIMADO E
PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

CAXIAS DO SUL

2020

MATHEUS RAFAELI

**DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS: ANÁLISE COMPARATIVA DA
OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS PELO MÉTODO ELÁSTICO APROXIMADO E
PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de conclusão de curso submetido
ao Departamento de Engenharia Civil da
Universidade de Caxias do Sul como
requisito parcial para obtenção do Título de
Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Me. Gustavo Ribeiro da Silva

CAXIAS DO SUL

2020

MATHEUS RAFAELI

**DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS: ANÁLISE COMPARATIVA DA
OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS PELO MÉTODO ELÁSTICO APROXIMADO E
PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de conclusão de curso submetido
ao Departamento de Engenharia Civil da
Universidade de Caxias do Sul como
requisito parcial para obtenção do Título de
Bacharel em Engenharia Civil

Aprovado em ___/___/___

Banca examinadora:

Prof. Me. Gustavo Ribeiro da Silva
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Me. Luciano Zatti
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Profa. Dra. Henriette Justina Manfredini Baroni
Universidade de Caxias do Sul – UCS

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso compara a obtenção dos esforços solicitantes através do método simplificado com o método de elementos finitos para o dimensionamento de lajes lisas. O sistema de lajes lisas possui grandes vantagens para sua utilização como, por exemplo, economia de materiais e mão de obra e facilidade de adequação de diversos *layouts* para um mesmo ambiente após sua construção. Entretanto, a segurança desse sistema está diretamente relacionada com a análise do fenômeno de punção, que causa elevadas tensões cisalhantes próxima as regiões de ligação das lajes com os pilares. Este trabalho tem o objetivo de avaliar se o método de cálculo disposto na NBR 6118 (ABNT, 2014) e o método de elementos finitos, com o uso do *software* SAP 2000, trazem resultados semelhantes e como a escolha do método de cálculo influencia no dimensionamento de lajes lisas. Além disso, é objetivo do trabalho realizar uma comparação da variação da geometria dos pilares. Assim, estudou-se os efeitos através de um pilar interno do edifício modelo proposto para esta análise, carregado a partir das cargas presentes na NBR 6120 (ABNT, 2019). O resultado obtido pelo método simplificado não se mostrou suficiente para o dimensionamento de uma laje com as configurações utilizadas, onde apresentou valores muito superiores nas faixas internas e, para as faixas externas, foi contra a segurança da edificação, tendo em vista que apresentou valores inferiores de momento fletor.

Palavras-chave: concreto armado, punção, lajes lisas, processo elástico aproximado.

ABSTRACT

Title: Flat slabs design: comparative analysis of efforts obtainment by the approximate elastic method and by finite elements method.

The flat slabs construction system has some big advantages to be used, like materials economy and constructive labor reduction. It also features many layout possibilities in a construction after its conclusion. However, its safety is directly related to the analysis of the punching shear phenomenon that causes high shear tensions near the slab-column area. In this research, the influence of the chosen method will be analyzed and their results compared to know how reliable the simplified method is. The flat slabs maximum bending moment will be obtained using NBR 6118 (ABNT, 2014) approximate elastic method and with SAP 2000 software for the finite elements method. The study was conducted in one internal column of a suggested structure, loaded with NBR 6120 (ABNT, 2019) method. The simplified method results obtained were not sufficient to design a safe flat slab with the proposed configuration, as it resulted in greater bending moment values in the internal zone and, for the external zones, less bending moment values, going against safety.

Keywords: Reinforced concrete, punching shear, flat slab structures, approximate elastic method

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Delineamento da pesquisa.....	16
Figura 2 – Pilares com capitéis	17
Figura 3 – Sistemas para estruturas de concreto armado.....	18
Figura 4 – Colapso do <i>Pipers Row Car Park</i> , em 1997.....	19
Figura 5 – Colapso de edifício em Massachussets, EUA, 1971	20
Figura 6 – Ruptura ocasionada por punção	21
Figura 7 – Aparecimento das fissuras causadas por punção.....	22
Figura 8 – Ruptura para diferentes posições de pilares	23
Figura 9 – Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos	25
Figura 10 – Considerações para a armadura em lajes sem vigas.....	25
Figura 11 – Definição das superfícies críticas	27
Figura 12 – Perímetro crítico em contorno com reentrância	28
Figura 13 – Perímetro crítico em caso de abertura próxima	28
Figura 14 – Disposição da armadura transversal	32
Figura 15 – Localização da superfície C”	33
Figura 16 – Armadura contra colapso progressivo.....	33
Figura 17 – Teoria da fissura crítica de cisalhamento	36
Figura 18 – Ancoragem dos ganchos dos estribos	37
Figura 19 – Ancoragem dos estribos na armadura de flexão	37
Figura 20 – Modelos de armaduras de cisalhamento.....	38
Figura 21 – Modelos de armaduras de cisalhamento.....	39
Figura 22 – Discretização pelo MEF para uma estrutura contínua.....	40
Figura 23 – Formas geométricas para a elaboração da malha de elementos finitos	41
Figura 24 – Fluxograma da metodologia.....	42
Figura 25 – Projeto modelo – pavimento 1	43
Figura 26 – Projeto modelo – pavimento 2.....	44
Figura 27 – Vista isométrica da estrutura de concreto armado	45
Figura 28 – Geometrias propostas para os pilares.....	45
Figura 29 – Área de influência de laje para o pilar 18	49
Figura 30 – Dimensões adotadas para os pilares	50

Figura 31 – Carregamento e momentos do pórtico do eixo X	52
Figura 32 – Carregamento e momentos do pórtico do eixo Y	52
Figura 33 – Momento fletor na região de interesse do pilar 18	53
Figura 34 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo X	54
Figura 35 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo Y	54
Figura 36 – Disposição das armaduras do eixo X	57
Figura 37 – Disposição das armaduras do eixo Y	57
Figura 38 – Superfícies críticas C e C' para pilar quadrado	59
Figura 39 – Superfície crítica C" para pilar quadrado	62
Figura 40 – Superfícies críticas C e C' para pilar retangular	63
Figura 41 – Superfície crítica C" para pilar retangular	65
Figura 42 – Superfícies críticas C e C' para pilar circular	66
Figura 43 – Superfície crítica C" para pilar circular	68
Figura 44 – Disposição da armadura para pilar quadrado	69
Figura 45 – Disposição da armadura para pilar retangular	69
Figura 46 – Disposição da armadura para pilar circular	69
Figura 47 – Modelo tridimensional do SAP 2000 em perspectiva	70
Figura 48 – Modelo tridimensional do SAP 2000 em planta	71
Figura 49 – Modelo deformado em perspectiva	71
Figura 50 – Distribuição dos momentos fletores do eixo X	72
Figura 51 – Distribuição dos momentos fletores do eixo Y	72
Figura 52 – Faixas de laje do eixo X	73
Figura 53 – Diagrama da faixa externa nº 1 do eixo X	73
Figura 54 – Diagrama da faixa externa nº 2 do eixo X	74
Figura 55 – Diagrama da faixa interna nº 1 do eixo X	74
Figura 56 – Diagrama da faixa interna nº 2 do eixo X	75
Figura 57 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 1 do eixo X	75
Figura 58 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 2 do eixo X	76
Figura 59 – Faixas de laje do eixo Y	76
Figura 60 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 1 do eixo Y	77
Figura 61 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 2 do eixo Y	77
Figura 62 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo X	78
Figura 63 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo Y	78

Figura 64 – Disposição das armaduras do eixo X.....	80
Figura 65 – Disposição das armaduras do eixo Y.....	81
Figura 66 – Disposição das armaduras de punção do pilar quadrado	83
Figura 67 – Disposição das armaduras de punção do pilar circular	84
Figura 68 – Variação dos momentos positivos para o eixo X.....	86
Figura 69 – Variação dos momentos negativos para o eixo X	87
Figura 70 – Variação dos momentos positivos para o eixo Y.....	87
Figura 71 – Variação dos momentos negativos para o eixo Y	88
Figura 72 – Área de aço por faixa de laje para flexão positiva no eixo X	89
Figura 73 – Área de aço por faixa de laje para flexão negativa no eixo X.....	89
Figura 74 – Área de aço por faixa de laje para flexão positiva no eixo Y	90
Figura 75 – Área de aço por faixa de laje para flexão positiva no eixo Y	90
Figura 76 – Tensão solicitante na superfície C	91
Figura 77 – Tensão solicitante na superfície C'.....	92
Figura 78 – Tensão solicitante na superfície C”	92
Figura 79 – Concentração dos momentos na região de ligação laje-pilar	93

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes.....	26
Quadro 2 – Valores do coeficiente K.....	30
Quadro 3 – Cargas verticais.....	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo X	55
Tabela 2 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo Y	56
Tabela 3 – Síntese das tensões na superfície C' para pilar quadrado	61
Tabela 4 – Síntese da tensão solicitante na superfície C e C' para pilar retangular .	63
Tabela 5 – Síntese das tensões na superfície C para pilar retangular	64
Tabela 6 – Síntese das tensões na superfície C' para pilar retangular	64
Tabela 7 – Síntese da tensão solicitante na superfície C e C' para pilar circular	66
Tabela 8 – Síntese das tensões na superfície C para pilar circular.....	67
Tabela 9 – Síntese das tensões na superfície C' para pilar circular	67
Tabela 10 – Síntese das tensões na superfície C" para pilar circular	68
Tabela 11 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo X	79
Tabela 12 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo Y	79
Tabela 13 – Tensões solicitantes e resistentes para pilar quadrado.....	83
Tabela 14 – Tensões solicitantes e resistentes para pilar retangular	84
Tabela 15 – Tensões solicitantes e resistentes para pilar circular	84
Tabela 16 – Síntese dos momentos fletores máximos para o eixo X.....	85
Tabela 17 – Síntese dos momentos fletores máximos para o eixo Y.....	85

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	QUESTÃO DE PESQUISA.....	15
1.2	OBJETIVOS	15
1.2.1	Objetivo principal	15
1.2.2	Objetivo específico.....	15
1.3	HIPÓTESE	15
1.4	PRESSUPOSTO	16
1.5	PREMISSAS/DELIMITAÇÕES	16
1.6	LIMITAÇÕES.....	16
1.7	DELINEAMENTO DA PESQUISA	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1	O MODELO DE LAJES LISAS	17
2.2	RUÍNA POR PUNÇÃO	19
2.3	ANÁLISE DO FENÔMENO DE PUNÇÃO	21
2.4	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS.....	23
2.5	MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS À FLEXÃO	24
2.6	MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS À PUNÇÃO.....	26
2.6.1	Definição das superfícies críticas.....	27
2.6.2	Tensão solicitante para pilar interno e carregamento simétrico.....	28
2.6.3	Tensão solicitante para pilar interno e carregamento assimétrico.....	29
2.6.4	Tensão resistente na superfície C para pilar interno	30
2.6.5	Tensão resistente na superfície C' para pilar interno sem armadura de punção	30
2.6.6	Tensão resistente na superfície C' para pilar interno com armadura de punção	31
2.6.7	Superfície crítica C''	32
2.6.8	Armadura contra o colapso progressivo.....	33
2.7	TEORIA DA FISSURA CRÍTICA DE CISALHAMENTO	34
2.8	ARMADURAS DE COMBATE À PUNÇÃO	36
2.9	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	39

3	METODOLOGIA	42
3.1	ANÁLISE DO MODELO ARQUITETÔNICO E ESTRUTURAL.....	42
3.2	CONSIDERAÇÕES GERAIS DO PROJETO	42
3.3	CARACTERÍSTICAS DO PROJETO.....	43
3.3.1	Morfologia da laje e dos pilares	44
3.4	DESCRIÇÃO DE CARGAS E MATERIAIS.....	46
3.4.1	Características dos materiais utilizados	46
3.4.2	Cargas verticais.....	46
3.5	CÁLCULO DOS PILARES.....	47
3.6	CÁLCULO A PARTIR DO MODELO SIMPLIFICADO	48
3.7	CÁLCULO A PARTIR DO MEF	48
3.8	EXTRAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	48
3.9	PRÉ DIMENSIONAMENTO DOS PILARES.....	49
4	DIMENSIONAMENTO DAS LAJES PELO MÉTODO SIMPLIFICADO	51
4.1	DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO	51
4.2	ARMADURA CONTRA O COLAPSO PROGRESSIVO.....	58
4.3	VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO.....	58
4.3.1	Pilar de seção quadrada	59
4.3.1.1	Definição da superfície crítica C e C'	59
4.3.1.2	Tensão solicitante na superfície C e C'	59
4.3.1.3	Tensão resistente na superfície C	60
4.3.1.4	Tensão resistente na superfície C'	60
4.3.1.5	Tensão solicitante e resistente na superfície C''	61
4.3.2	Pilar de seção retangular	62
4.3.2.1	Definição da superfície crítica C e C'	63
4.3.2.2	Tensão solicitante na superfície C e C'	63
4.3.2.3	Tensão resistente na superfície C	63
4.3.2.4	Tensão resistente na superfície C'	64
4.3.2.5	Tensão solicitante e resistente na superfície C''	65
4.3.3	Pilar de seção circular	66
4.3.3.1	Definição da superfície crítica C e C'	66
4.3.3.2	Tensão solicitante na superfície C e C'	66

4.3.3.3	Tensão resistente na superfície C.....	66
4.3.3.4	Tensão resistente na superfície C'.....	67
4.3.3.5	Tensão solicitante e resistente na superfície C''.....	68
4.4	RESUMO DAS ARMADURAS DE PUNÇÃO UTILIZADAS.....	68
5	DIMENSIONAMENTO DAS LAJES COM AUXÍLIO DO SAP 2000	70
5.1	MODELAGEM DA ESTRUTURA	70
5.2	OBTENÇÃO DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS	72
5.2.1	Diagramas de momento fletor do eixo X.....	73
5.2.2	Diagramas de momento fletor do eixo Y	76
5.3	DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO	78
5.4	ARMADURA CONTRA O COLAPSO PROGRESSIVO.....	81
5.5	VERIFICAÇÃO DA PUNÇÃO	82
5.5.1	Pilar de seção quadrada	82
5.5.2	Pilar de seção retangular	83
5.5.3	Pilar de seção circular	84
6	COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	85
6.1	ANÁLISE DOS MOMENTOS FLETORES.....	85
6.2	COMPARAÇÃO DAS ÁREAS DE ARMADURAS	88
6.3	COMPARAÇÃO DAS TENSÕES SOLICITANTES DE PUNÇÃO	91
6.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	93
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	96
7.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	96
	REFERÊNCIAS.....	97

1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil experimentou crescimento muito elevado na última década. Conforme dados da série histórica apresentados pelo CBIC (2019), a taxa real de crescimento da construção civil chegou a ser de 13,1% em 2010. Com esse crescimento, veio também a necessidade de buscar inovações para tornar as construções mais ágeis e econômicas, sem que houvesse perda na qualidade final dos edifícios. Infelizmente, prevaleceu por muito tempo no mercado de edificações brasileiro o uso massivo de métodos estruturais convencionais e já bastante difundidos, como as estruturas compostas de lajes, vigas e pilares e a alvenaria em tijolos cerâmicos. Como complementa Campos e Lara (2012):

“Em parte graças à facilidade de se encontrar mão-de-obra barata para a execução do sistema. Essa mão-de-obra geralmente é caracterizada pela falta de qualificação acarretando uma baixa produtividade. Não podemos esquecer também o caráter social que a escolha do sistema construtivo possui, e que acaba funcionando como um compensador para o desemprego no país.”

Com a contínua evolução tecnológica que acompanha os últimos anos, há no mercado diferentes métodos e modelos estruturais que podem ser aplicados às edificações. De forma a suprir as necessidades acima expostas, bem como as necessidades arquitetônicas de hoje, alguns sistemas se tornaram mais procurados pelos profissionais. Um desses sistemas contempla a utilização de lajes de concreto armado apoiadas diretamente sobre os pilares, sem a utilização de vigas, e é conhecido como sistema de lajes lisas – também nomeado de lajes planas, tabuleiros planos ou pavimentos sem vigas. Esse sistema vem sendo explorado em busca de maiores conhecimentos sobre suas particularidades, principalmente na análise dos efeitos da punção.

O fenômeno da punção, verificado principalmente nas ligações laje-pilar, é o motivo pela maior resistência à utilização do modelo de lajes lisas. Desde a sua primeira utilização, conforme relata Branco (1989), em 1906, no edifício *J. Bovey Building*, em Minneapolis, até sua chegada ao Brasil, trazido por Emílio Baumgart em 1936, com a construção do edifício do Ministério da Educação e da Saúde Pública do Rio de Janeiro, o sistema ainda causa divergências sobre seu método de cálculo e possui complexidade de análise elevada. Conforme destaca Melges (1995), “apesar

de diversos métodos terem sido desenvolvidos, nenhum deles, até agora, obteve uma aceitação completa”.

1.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa a ser respondida: há alterações significativas na utilização do método simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014) comparado ao método de elementos finitos, no dimensionamento de lajes lisas e verificação à punção?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo principal

O presente trabalho tem como objetivo principal realizar a análise comparativa do método elástico aproximado para obtenção dos esforços solicitantes, disposto na NBR 6118 (ABNT, 2014), com os esforços obtidos pelo método de elementos finitos e, posteriormente, fazer a verificação e dimensionamento das lajes à punção.

1.2.2 Objetivo específico

- a) comparar o resultado dos esforços obtidos pelos dois métodos de cálculo a serem empregados;
- b) analisar a variação e a influência da geometria do pilar (quadrado, retangular e circular) na obtenção dos esforços solicitantes e verificação da punção.
- c) dimensionar as estruturas com a utilização do *software* SAP 2000 para obtenção dos esforços;

1.3 HIPÓTESE

A hipótese considerada para o presente trabalho é de que o método simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014) traz resultados condizentes com os esforços reais para o dimensionamento de lajes lisas, com variação a favor da segurança, por ser um método simplificado.

1.4 PRESSUPOSTO

Parte-se do pressuposto de que as disposições abordadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) são suficientes para o dimensionamento de lajes lisas em concreto armado.

1.5 PREMISSAS/DELIMITAÇÕES

O estudo será delimitado pela utilização somente de pilares de posição intermediária, que estarão dispostos de forma simétrica para a correta utilização do método simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014). Também, o dimensionamento será conduzido apenas para o ELU e os esforços verticais serão uniformes baseados na disposição da NBR 6120 (ABNT, 2019).

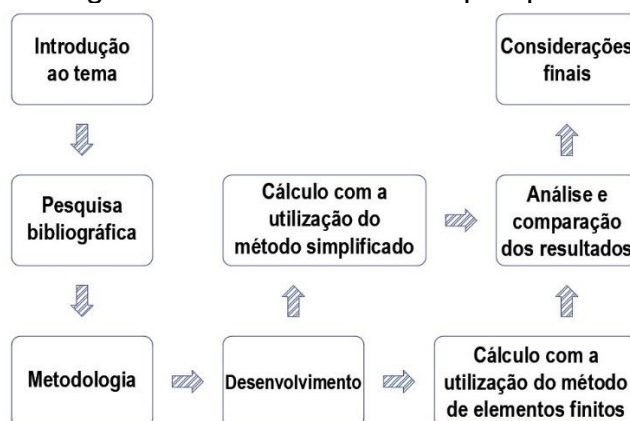
1.6 LIMITAÇÕES

De forma a simplificar e uniformizar a análise dos esforços garantindo a correta aplicação dos métodos simplificado e de elementos finitos, o estudo foi limitado em não considerar os esforços horizontais na edificação.

1.7 DELINEAMENTO DA PESQUISA

A pesquisa será delineada conforme o fluxograma exibido na Figura 1.

Figura 1 – Delineamento da pesquisa



Fonte: Autor (2020).

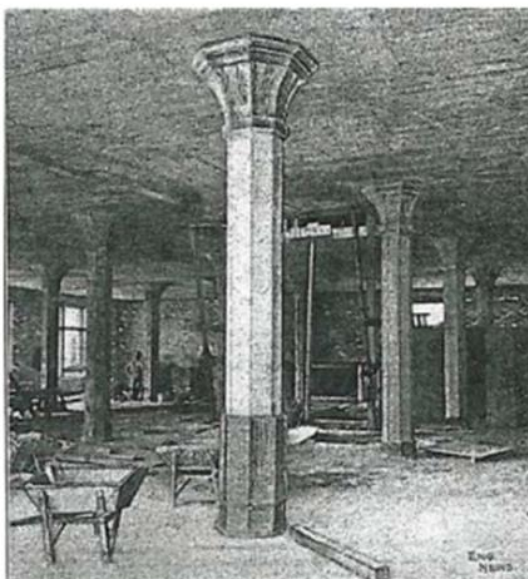
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo estão apresentados conceitos sobre o sistema de lajes lisas e sua ruína, fundamentos do fenômeno da punção e modelos de armaduras possíveis para o combate dos esforços de punção. Ainda, foram abordadas as normativas nacionais para o dimensionamento de lajes lisas e análise à punção, bem como a teoria da fissura crítica de cisalhamento proposta por Muttoni (2008) e o método dos elementos finitos com intuito de analisar o comportamento, relativo à punção, de lajes lisas carregadas.

2.1 O MODELO DE LAJES LISAS

O modelo de lajes lisas deriva do sistema de lajes cogumelo, datado do início do século XX. Ainda que creditar a invenção das lajes cogumelos ao engenheiro C. A. P. Turner seja controverso, tendo em vista que Gasparini (2002) credita sua invenção ao engenheiro George M. Hill entre os anos de 1899 e 1901 e Furst e Marti (1997) atribuem ao engenheiro suíço Robert Mailart em 1900, há um consenso de que o responsável por demonstrar a confiabilidade do sistema foi Turner, com a construção do edifício *Johnson Bovey Building*, em Minneapolis, 1906, atualmente demolido, cujos pilares com capitéis podem ser visualizados na Figura 2.

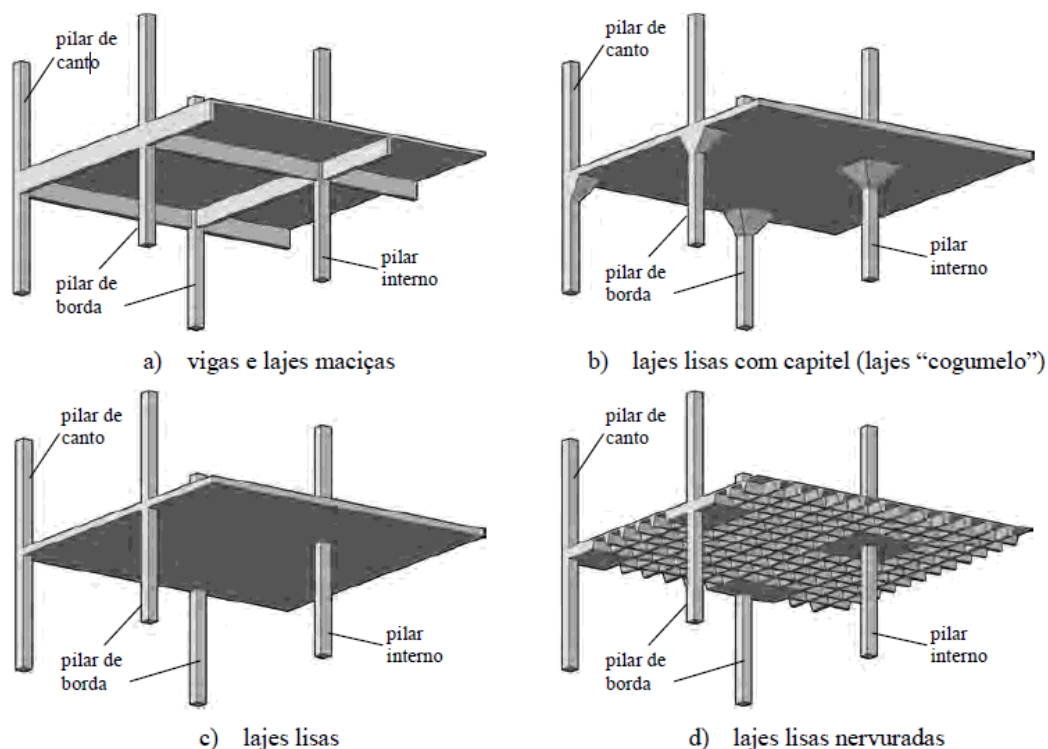
Figura 2 – Pilares com capitéis



Fonte: Elliot (2010).

O modelo de lajes lisas, diferentemente do modelo de laje cogumelo, conforme expõe a NBR 6118 (ABNT, 2014), possui suas lajes apoiadas diretamente em pilares sem o uso de capitéis. Assim, lajes lisas não possuem nenhuma espécie de ressalto em sua face inferior, como pode ser visto na Figura 3.

Figura 3 – Sistemas para estruturas de concreto armado



Fonte: Ferreira (2010).

A utilização do modelo de lajes lisas vem sendo ampliada gradativamente, observando as novas tendências arquitetônicas, onde espaços amplos com o menor número de obstruções visuais estão sendo preferidos e também, como ressaltou Albuquerque (2015), há uma simplificação do processo construtivo (execução de formas, cimbramento, concretagem e instalações prediais) bem como uma economia do material de revestimento e uma maior flexibilidade do *layout* interno.

Entretanto, a segurança do método de lajes lisas só se tornou eficaz com a utilização de modelos estruturais auxiliados por *softwares*. Como destaca Mateus (2003, p.6):

“A grande dificuldade no passado em utilizar modelos estruturais sofisticados se dava basicamente pela inexistência de ferramentas de cálculo que

facilitassem a manipulação da complexidade matemática gerada. Por isso, até a década de 60, os modelos estruturais em geral eram simplificados buscando a maior simplicidade matemática possível.”

2.2 RUÍNA POR PUNÇÃO

A simplificação construtiva adotada nos modelos estruturais e a falta de métodos de cálculo com ótimo grau de aceitação da comunidade acadêmica é motivo de preocupação. Diversas estruturas foram comprometidas pela ruína de parte ou até total das suas lajes pelo fenômeno da punção. Conforme destaca Lima (2001 apud RABELLO, 2010, p.46):

“Num edifício, a ruína localizada de uma ligação aumenta a força e a excentricidade nos pilares próximos, podendo desencadear a ruína generalizada de um pavimento e até de uma estrutura, se os painéis de laje caírem uns por cima dos outros. Essa sucessão de ruínas dos painéis é chamada de colapso progressivo.”

Um dos casos de ruína por efeito da punção é mostrado na Figura 4, onde o edifício garagem *Pipers Row Car Park* – construído em 1965 na cidade de Wolverhaptton, Inglaterra – teve o colapso de uma de suas lajes em 1997. De acordo com Wood (1997), um pedaço de 225m² da laje superior colapsou devido a ruptura inicial de uma das ligações laje-pilar e que levou outras oito ligações a sofrerem o mesmo efeito posteriormente.

Figura 4 – Colapso do *Pipers Row Car Park*, em 1997



Fonte: Wood (1997).

Outros casos, inclusive mais recentes, foram observados por causa do efeito da punção. Conforme podemos observar na Figura 5, onde temos o colapso de um edifício residencial de 16 pavimentos, situado na Avenida *Commonwealth* em Boston – Massachusetts, Estados Unidos em 1971. Como descreve Albuquerque (2015), “a ruptura por punção está associada à formação de um cone podendo ocorrer sem aviso e de forma frágil”, o que torna a ruptura por punção altamente perigosa, já que acontece sem o aparecimento de indícios que poderiam auxiliar na sua prevenção.

Para Rabello (2010), inúmeros fatores influenciam na resistência à punção das lajes lisas em concreto armado. Pode-se citar como sendo os mais ressaltantes a variação de formato – dimensões da laje, altura útil, formato e dimensões do pilar –, a resistência do concreto, a relação momento fletor/esforço cortante e o tipo de carregamento, a taxa de armadura de flexão e a presença de armaduras de combate à punção e de combate ao colapso progressivo.

Figura 5 – Colapso de edifício em Massachussets, EUA, 1971



Fonte: King; Dellate (2004).

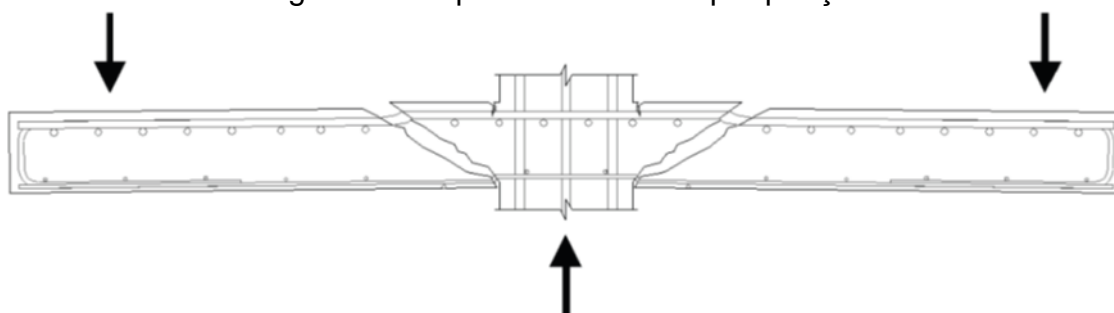
2.3 ANÁLISE DO FENÔMENO DE PUNÇÃO

O fenômeno da punção pode ocorrer em elementos estruturais como lajes ou elementos de fundação. Como destaca Trautwein (2006, p. 6):

A punção é caracterizada pela atuação de uma força concentrada sobre uma área de um elemento estrutural plano. Essa força causará, no seu entorno, elevadas tensões cisalhantes, podendo causar a ruína desse elemento.

No caso dos sistemas de lajes lisas, o fenômeno é descrito pelas notáveis tensões de cisalhamento que são percebidas próximo à ligação laje-pilar. Conforme descreve Melges (1995), a punção ocorre basicamente pela perfuração da laje, ocasionada por forças concentradas ou atuantes em pequenas áreas. Assim como pode ser visto na Figura 6.

Figura 6 – Ruptura ocasionada por punção

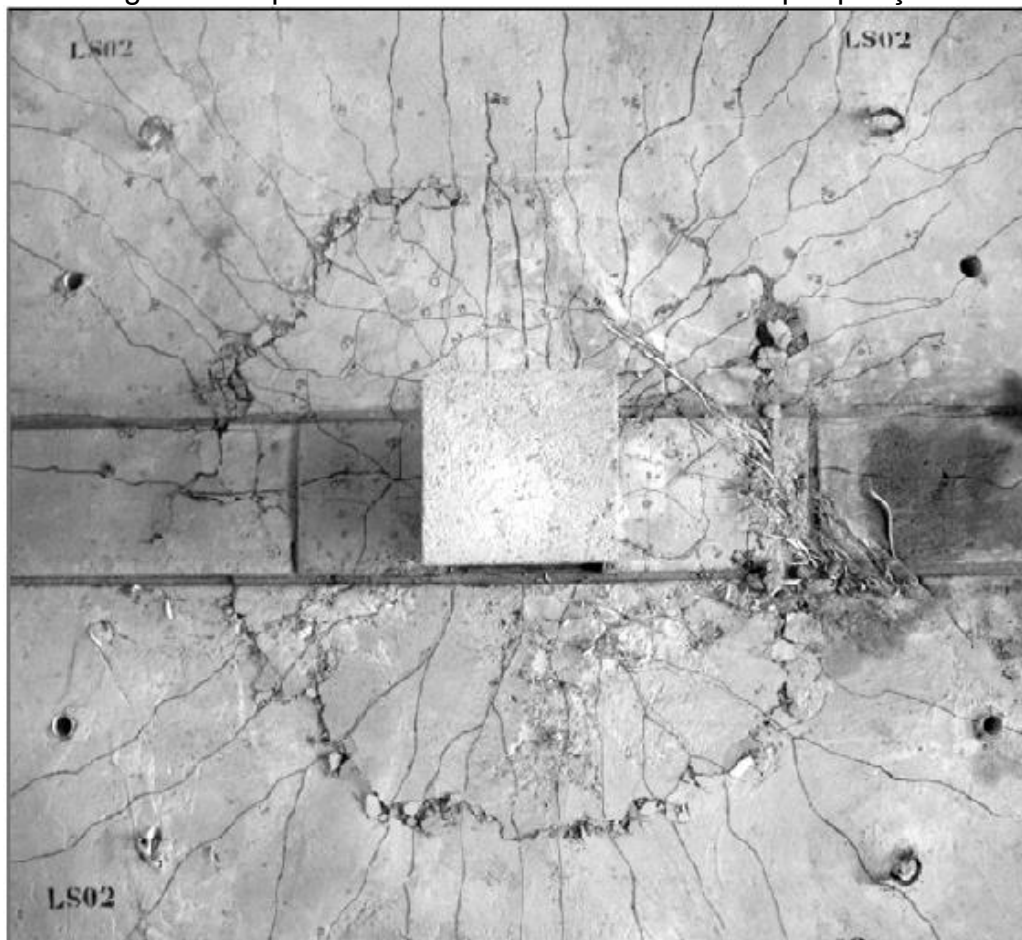


Fonte: Santos et al (2014).

Conforme destacou Ferreira (2010, p. 2), “o modo mais eficiente para aumentar a ductilidade e a capacidade resistente de uma laje lisa é através do uso de armaduras de combate à punção”. O uso dessas armaduras pode alterar a superfície de ruptura ocasionada pela punção. Ainda como definiu Ferreira (2010), baseado em pesquisas como as de Gomes (1991), Oliveira et al. (2000) e Broms (2000), as lajes lisas com armadura de cisalhamento podem ter sua ruptura de três maneiras distintas. A primeira é pelo esmagamento da biela comprimida próximo à face do pilar, a segunda é a ocorrência da ruptura dentro da região armada, por esgotamento da resistência à tração diagonal da ligação laje-pilar e a terceira de modo similar à lajes sem armadura de cisalhamento.

Cordovil (1997), definiu, através de ensaios em lajes de concreto armado, que a ruptura por punção consiste inicialmente no aparecimento de fissuras predominantemente radiais e, em seguida, acontece o aparecimento de fissuras circunferenciais e tangenciais, devido à tendência de rotação da laje, que levam a estrutura ao colapso, como pode ser visto na Figura 7.

Figura 7 – Aparecimento das fissuras causadas por punção



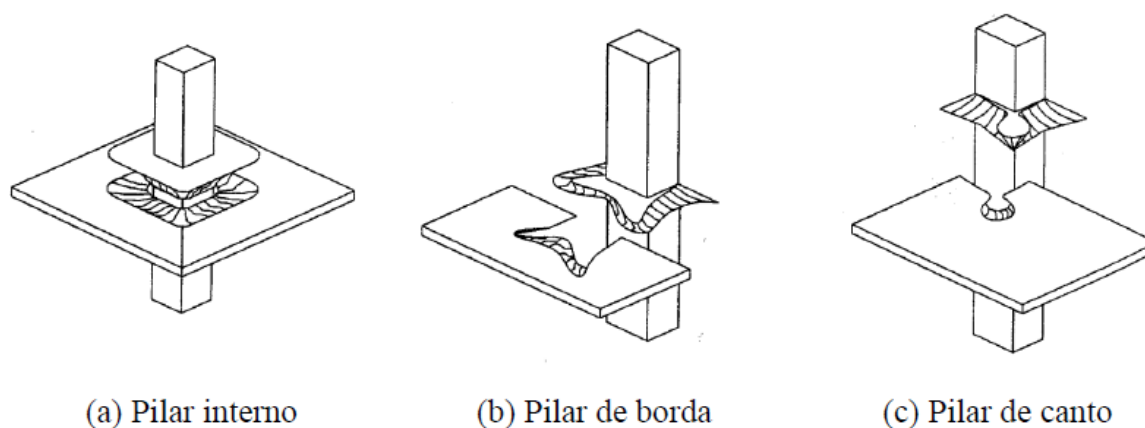
Fonte: Ferreira (2010).

Entretanto, como ressaltou Braestrup e Regan (1985), as fissuras inclinadas ocorrem de meio a dois terços da carga de ruína. Mesmo com o aparecimento destas fissuras a laje permanece estável e pode ser descarregada e carregada novamente, mantendo sua resistência.

Assim, a ruína por punção é um fenômeno que acontece de maneira frágil e de forma diferente dependendo da posição do pilar (pilar de centro, de borda e de canto) – como demonstra a Figura 8. Conforme apresenta Silva (2018), em pilares internos,

com carregamentos simétricos a superfície de ruína ocorre de forma troncônica ou tronco-piramidal, com inclinação entre 30° e 35° em relação ao plano médio da laje. Em casos assimétricos com pilares de borda e de canto, a superfície de ruína é semelhante somente nos trechos internos, mas devido a presença de momentos de torção e flexão as bordas livres se alteram.

Figura 8 – Ruptura para diferentes posições de pilares



Fonte: Carvalho (2009).

2.4 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

A prescrição normativa nacional para o dimensionamento de lajes lisas à flexão e punção está presente na NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto (ABNT, 2014). Para o dimensionamento à flexão, a norma sugere que a análise estrutural empregue um procedimento numérico adequado como, por exemplo, o método de elementos finitos para a obtenção dos esforços solicitantes. Entretanto, para estruturas cujos pilares estejam dispostos de maneira regular e com vãos pouco diferentes, é possível a utilização do processo elástico aproximado “que consiste em adotar, em cada direção, pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes” (ABNT, 2014).

Já para a verificação da punção, o modelo utilizado nesta norma – um dos mais antigos e mais utilizados – é denominado modelo da superfície de controle. Neste método, como explica Melges (1995), calcula-se a tensão nominal de cisalhamento em uma superfície de controle e compara-se o seu valor com um parâmetro de

resistência do concreto. Este modelo também é visto no Eurocode Nº 2 (2010) e ACI-318 (2014). No CEB-FIP Model Code (2010), podemos ver a utilização de um método baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento, proposta por Muttoni (2008).

2.5 MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS À FLEXÃO

De acordo com Pinheiro (2010, p. 1):

Lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura. A principal função das lajes é receber os carregamentos atuantes no andar, provenientes do uso da construção (pessoas, móveis e equipamentos), e transferi-los para os apoios.

Sabendo que lajes maciças são todas as lajes inteiramente compostas por concreto em sua espessura e que no modelo de lajes lisas a carga deve ser transferida em sua totalidade diretamente para os pilares, a NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece os parâmetros para o dimensionamento à flexão desses elementos.

Assim, a norma estabelece que a espessura mínima a ser utilizada em lajes lisas é de 16 cm. Ainda, que a análise estrutural das lajes lisas deve ser realizada com a utilização de um método numérico adequado, como o método de elementos finitos, abordado no item 2.9, e a determinação dos esforços pode ser realizada por um processo elástico aproximado desde que os pilares estejam dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes. Esse processo consiste em adotar, em cada direção, pórticos múltiplos para a obtenção dos esforços solicitantes.

Em cada pórtico deverá ser considerada a carga total e a distribuição dos momentos, obtida em cada direção, seguirá as seguintes prescrições observando as faixas internas e externas da Figura 9.

- a) 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Os valores mínimos de armadura passiva positiva devem respeitar os valores do Quadro 1. A armadura negativa passiva sobre os apoios deve ter o valor mínimo da Equação (1).

$$A_s \geq 0,00075 \cdot h \cdot l \quad (1)$$

Quadro 1 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras Negativas	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p$ $\geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p$ $\geq 0,67\rho_{min}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} - \rho_p$ $\geq 0,5\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p$ $\geq 0,5\rho_{min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p$ $\geq 0,5\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p$ $\geq 0,5\rho_{min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5\rho_{min}$		-

Fonte: ABNT (2014).

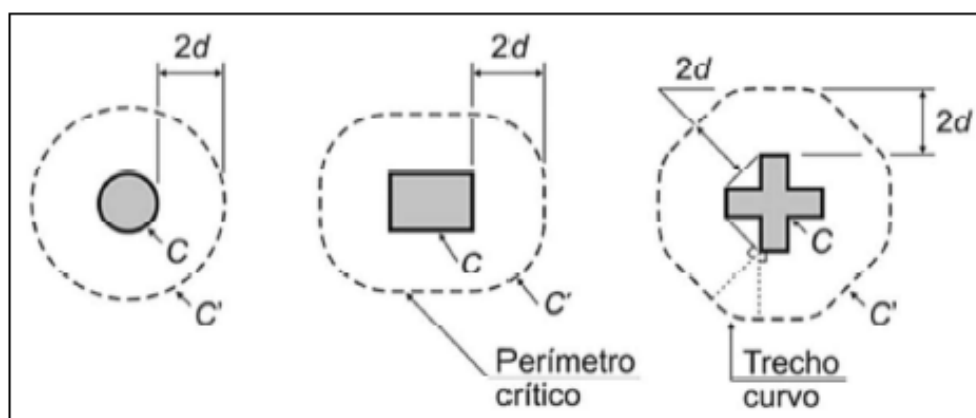
2.6 MÉTODO DE DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS À PUNÇÃO

Partindo do modelo de laje definido no item 2.5, a verificação das tensões cisalhantes devido à punção se dará a partir da análise das superfícies críticas C , C' e C'' . Além disso, deve-se verificar a armadura de combate ao colapso progressivo.

2.6.1 Definição das superfícies críticas

Então, para o dimensionamento de lajes à punção, através do método disposto na NBR 6118 (ABNT, 2014), deve-se verificar as tensões de cisalhamento em, no mínimo, duas superfícies que serão definidas no entorno do pilar ou da carga a ser analisada. Como mostrado na Figura 11, na primeira superfície crítica, denominada de contorno C , deve ser verificada a tensão de compressão diagonal do concreto indiretamente através da tensão de cisalhamento.

Figura 11 – Definição das superfícies críticas

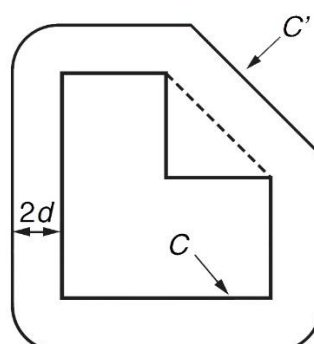


Fonte: ABNT (2014).

A segunda superfície crítica, presente na Figura 11, denominada de contorno C' , será utilizada para verificar a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. Esse parâmetro será verificado através de uma tensão de cisalhamento no contorno de C' . Por sua vez, a superfície C' estará afastada duas vezes o valor de d (altura útil da laje ao longo do contorno C').

Há dois casos especiais em que o contorno crítico não deve ser definido baseado no critério acima. O primeiro deles, é no caso do contorno C apresentar reentrâncias. Nesse caso, o perímetro crítico será paralelo ao polígono circunscrito ao contorno C , conforme a Figura 12 mostra:

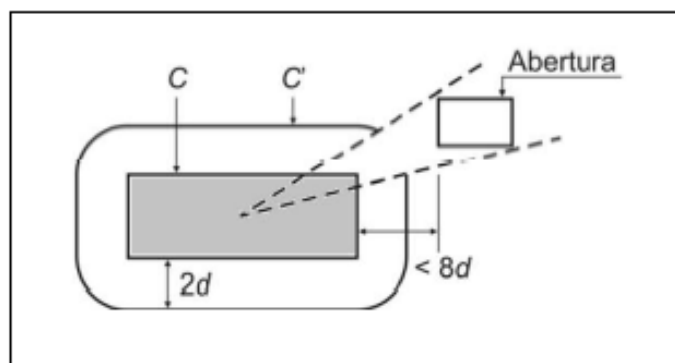
Figura 12 – Perímetro crítico em contorno com reentrância



Fonte: ABNT (2014).

O segundo caso será aplicado se na laje houver uma abertura situada a menos de oito vezes a o valor de d do contorno C . Dessa forma, não deverá ser considerado o trecho do contorno crítico C entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força ou do pilar e que tangenciam o contorno da abertura. Conforme é mostrado na Figura 13:

Figura 13 – Perímetro crítico em caso de abertura próxima



Fonte: ABNT (2014).

2.6.2 Tensão solicitante para pilar interno e carregamento simétrico

Assim, para dimensionar à punção, no caso de um pilar interno, onde o carregamento é simétrico, a tensão solicitante de cisalhamento é expressa pela Equação (2):

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (2)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (3)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', externo ao contorno, C da área de aplicação da força e deste distante 2d no plano da laje, seu valor pode ser obtido pela Equação (3), em m;

d_x e d_y são as alturas úteis nas direções ortogonais, em m;

u é o perímetro do contorno crítico C', em m;

u.d é a área da superfície crítica, em m²;

F_{sd} é a força ou reação concentrada de cálculo, em kN.

2.6.3 Tensão solicitante para pilar interno e carregamento assimétrico

Se o pilar for interno e houver assimetria no carregamento com transferência de momento da laje para o pilar, a tensão solicitante de cisalhamento será expressa pela Equação (4):

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (4)$$

Onde:

K é coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida por cisalhamento, dependente da relação C₁/C₂, os valores assumidos por K são os mostrados no Quadro 2;

M_{sd} é o momento de cálculo, em kN.m;

W_p é o módulo resistente da seção crítica. Seu valor será dado conforme a Equação (5) para um pilar retangular e conforme a Equação (6) para um pilar circular.

Quadro 2 – Valores do coeficiente K

C1/C2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80
<p>C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força. Para pilares circulares internos, adotar $K=0,6$.</p>				

Fonte: ABNT (2014).

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (5)$$

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (6)$$

Onde:

D é o diâmetro do pilar, em m.

2.6.4 Tensão resistente na superfície C para pilar interno

Para realizar a verificação do dimensionamento à punção, calcula-se a tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C. Essa tensão é expressa pela Equação (7):

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (7)$$

Sendo:

$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$, f_{ck} em MPa;

τ_{sd} calculado conforme a Equação (2), substituindo u por u_0 (perímetro de C)

2.6.5 Tensão resistente na superfície C' para pilar interno sem armadura de punção

A tensão resistente na superfície crítica C' em trechos sem armadura de punção será dada pela Equação (8).

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13(1 + \sqrt{20/d})(100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad (8)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (9)$$

Onde:

- ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada), calculada pela Equação (9)
- d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', seu valor pode ser obtido pela Equação (3), em cm;
- ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:
- na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados;
 - no caso de proximidade de borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que $3d$.

2.6.6 Tensão resistente na superfície C' para pilar interno com armadura de punção

A tensão resistente na superfície crítica C' em trechos com armadura de punção será dada pela Equação (10):

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,1(1 + \sqrt{20/d})(100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin a}{u \cdot d} \quad (10)$$

Sendo:

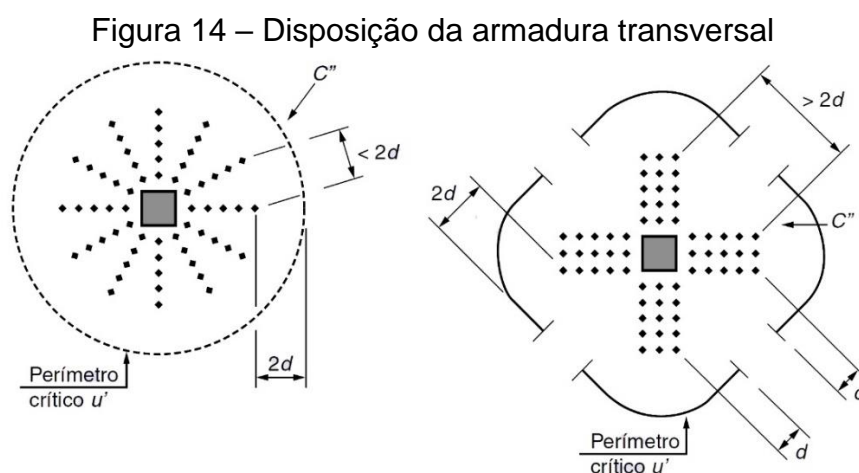
- S_r espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que $0,75d$;
- A_{sw} é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

- α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;
- U é o perímetro crítico ou perímetro reduzindo no caso de pilares de borda ou canto;
- f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados conforme:
- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
 - 435 MPa, para lajes com espessura maior que 35 cm;
 - valores entre 15 cm e 35 cm obtidos por interpolação linear;

A armadura de punção deve ser, preferencialmente, formada por três linhas do tipo pino com extremidades alargadas. Sua disposição deve ser radialmente a partir do perímetro do pilar.

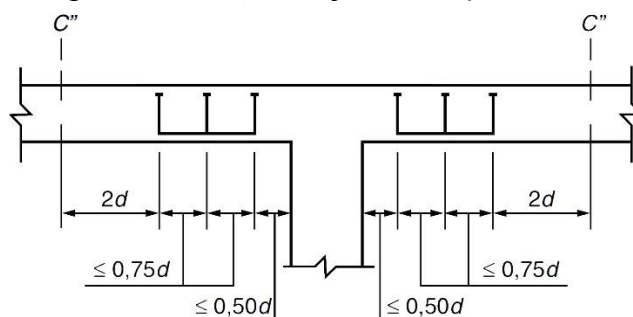
2.6.7 Superfície crítica C''

Em caso de utilização de armadura transversal, faz-se necessário a verificação da tensão resistente à punção em um contorno C'' localizado duas vezes d do último contorno de armadura, de forma que não seja mais necessária a utilização da armadura ($\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1}$). A disposição da armadura pode ser visualizada na Figura 14 e a superfície C'' na Figura 15.



Fonte: ABNT (2014).

Figura 15 – Localização da superfície C''



Fonte: ABNT (2014).

Dessa forma, em caso de a armadura de punção ser necessária, serão feitas três verificações. São elas:

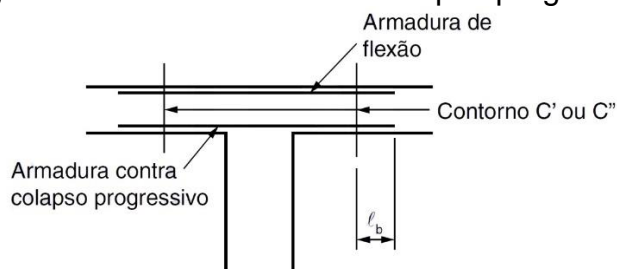
- tensão resistente de compressão do concreto no contorno C, item 2.6.4;
- tensão resistente à punção no contorno C', considerando a armadura, item 2.6.6;
- tensão resistente à punção no contorno C'', sem considerar armadura, utilizando as equações do item 2.6.5;

Ainda, em caso de a estabilidade global da estrutura depender da resistência à punção da laje, deve-se obrigatoriamente prever armadura de punção. A armadura deve equilibrar no mínimo 50% de F_{sd} .

2.6.8 Armadura contra o colapso progressivo

De forma a garantir proteção contra o colapso progressivo, deve-se observar o comprimento da armadura de flexão inferior, que atravessa o contorno C, de forma que ela ultrapasse o limite do contorno C' ou C''. Conforme observa-se na Figura 16.

Figura 16 – Armadura contra colapso progressivo



Fonte: ABNT (2014).

Ainda, a armadura deve obedecer a Equação (11):

$$f_{yd}A_{s,ccp} = 1,5F_{Sd} \quad (11)$$

Onde:

$A_{s,ccp}$ é o somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar;

F_{Sd} pode ser calculado com Y_f igual a 1,2.

2.7 TEORIA DA FISSURA CRÍTICA DE CISALHAMENTO

A teoria da fissura crítica de cisalhamento (*critical shear crack theory* – CSCT), proposta por Muttoni (2008) é um avanço no estudo do fenômeno da punção por ser capaz de estimar o comportamento da laje em atividade – sua rotação, deslocamentos e deformações. Como destaca Sacramento et al (2012), a teoria proposta baseia-se na hipótese da redução da resistência à punção com o aumento da rotação da laje e, recentemente, foi adicionada na norma CEB-FIP Model Code (2010) que substituiu a norma CEB-FIP MC90 (1993).

Como ressaltou Pinto (2015), “a teoria da fissura crítica de cisalhamento admite a presença de uma fissura que se propaga na laje cortando a biela comprimida que transmite a força cortante para o pilar”. Dessa forma, partindo da hipótese acima, Muttoni e Schawartz (1991) afirmaram que “a abertura da fissura pode ser tomada proporcionalmente como a rotação da laje (Equação (12)) multiplicada pela sua espessura efetiva (d)”.

$$\psi = k_m \cdot \frac{r_s f_y}{d E_s} \left(\frac{m_s}{m_R} \right)^{3/2} \quad (12)$$

Onde:

ψ é a rotação da laje;

- k_m coeficiente que depende do nível de refinamento da análise do momento atuante (1,2 para uma análise refinada ou 1,5 para outras análises);
 r_s é a distância entre o eixo da carga/pilar e a linha de momento nulo;
 d é a espessura efetiva da laje;
 f_y é a tensão de escoamento da armadura de flexão;.
 E_s é o módulo de elasticidade da armadura de flexão;
 m_s é a média dos momentos atuantes;
 m_r é a capacidade média dos momentos

Ainda, foi proposta por Muttoni (2003) a Equação (13), como critério de falha da laje sem armadura de cisalhamento:

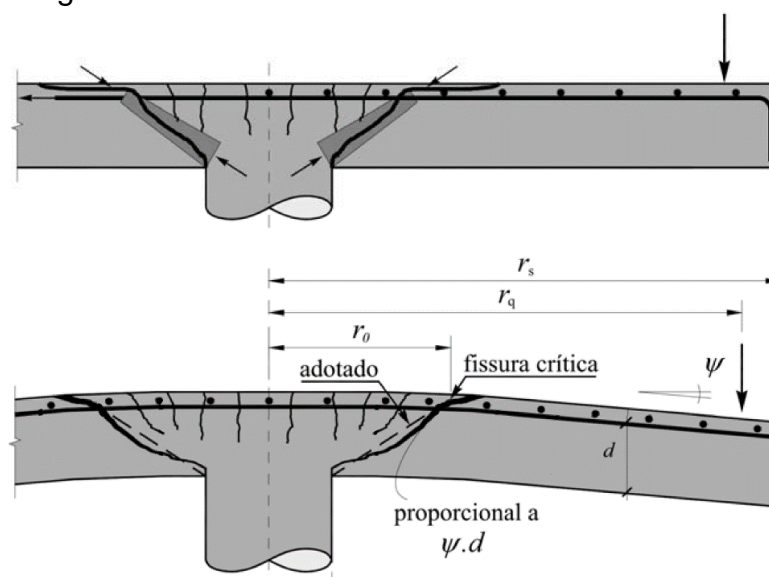
$$\frac{V_{RC}}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} d_g}} \quad (13)$$

Sendo:

- ψ é a rotação da laje;
 b_0 é o comprimento do perímetro de controle (localizado $d/2$ do perímetro do pilar/carga)
 f_c é a tensão de resistência à compressão do concreto;
 d é a espessura efetiva da laje;
 d_{g0} é o diâmetro de referência do agregado (admitido como 16 mm);
 d_g é a diâmetro máxima do agregado utilizado;

Como expôs Ferreira (2010, p. 29) “a transmissão de cisalhamento da fissura crítica está diretamente ligada à sua rugosidade, a qual por sua vez é função do tamanho máximo do agregado.” A Figura 17 exemplifica o conceito da teoria da fissura crítica de cisalhamento.

Figura 17 – Teoria da fissura crítica de cisalhamento



Fonte: Pinto (2015).

2.8 ARMADURAS DE COMBATE À PUNÇÃO

A utilização de armaduras de cisalhamento no combate à punção é uma das alternativas para garantir a segurança da estrutura em um modelo estrutural de lajes lisas. Como destaca Albuquerque (2015), soluções comuns como capitéis e *drop panels* são indesejáveis do ponto de vista arquitetônico ou construtivo, assim o uso da armadura se torna mais favorável e contribui para a mudança do tipo de ruptura.

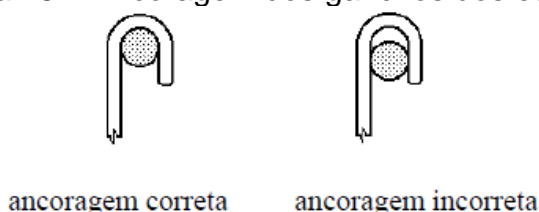
Além disso, conforme ressaltou Ferreira (2010), de forma a evitar a ruptura por punção em caso da ligação laje-pilar não atender a segurança no dimensionamento, outras medidas tomadas podem ser igualmente problemáticas, como o aumento da seção do pilar (medida inviável em alguns casos por afetar a arquitetura), o aumento da espessura da laje (acarreta em um aumento considerável do custo da edificação) e o aumento da taxa de armadura de flexão e da resistência à compressão do concreto (medidas pouco efetivas e, em alguns casos, inviáveis). Dessa forma, a melhor alternativa passa pela utilização de armadura especificamente destinada ao aumento da resistência à punção.

Segundo os estudos de Braestrup e Regan (1985), a resistência do concreto corresponde a 75% da resistência da laje à punção em casos onde não há armadura de punção. Conforme completa Albuquerque (2015), em casos com armadura de cisalhamento, a parcela referente ao concreto sofre redução principalmente em

consequência das maiores deformações e aberturas de fissuras relacionadas ao trabalho da armadura de cisalhamento, entretanto a parcela referente à armadura depende de vários parâmetros, como a disposição e espaçamento dos elementos, eficiência da ancoragem e área de aço disposta na seção.

Rabello (2010), destaca que a utilização de estribos retangulares são apenas parcialmente efetivos em lajes delgadas, devido ao escorregamento da ancoragem do estribo. Esse efeito de escorregamento ocorre devido às dobras presentes nos estribos e que proporciona grandes aberturas às fissuras de cisalhamento de forma que a ruína por punção acaba por ocorrer antes que seja atingida a tensão de escoamento do aço dos estribos. Nos estudos realizados por Takeya (1981) e Martinelli (1974) os ganchos cuja ancoragem estava incorreta (conforme visualizado na Figura 18), ou seja, em que haviam folgas entre a armadura de flexão e o gancho, a eficácia esteve comprometida.

Figura 18 – Ancoragem dos ganchos dos estribos



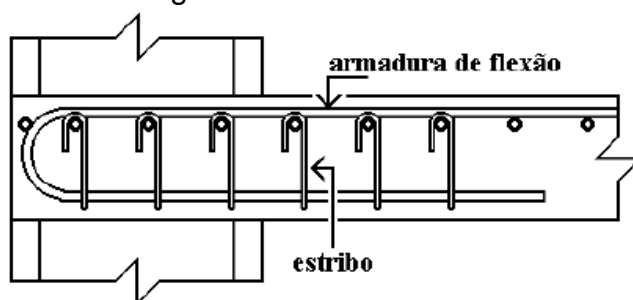
ancoragem correta

ancoragem incorreta

Fonte: Melges (1995).

Além disso, ainda nos estudos de Takeya (1981) e Martinelli (1974), em lajes de pequenas espessuras houve dificuldade na ancoragem inferior, de modo que os mesmos tiveram que ser ancorados no prolongamento da armadura negativa, conforme a Figura 19.

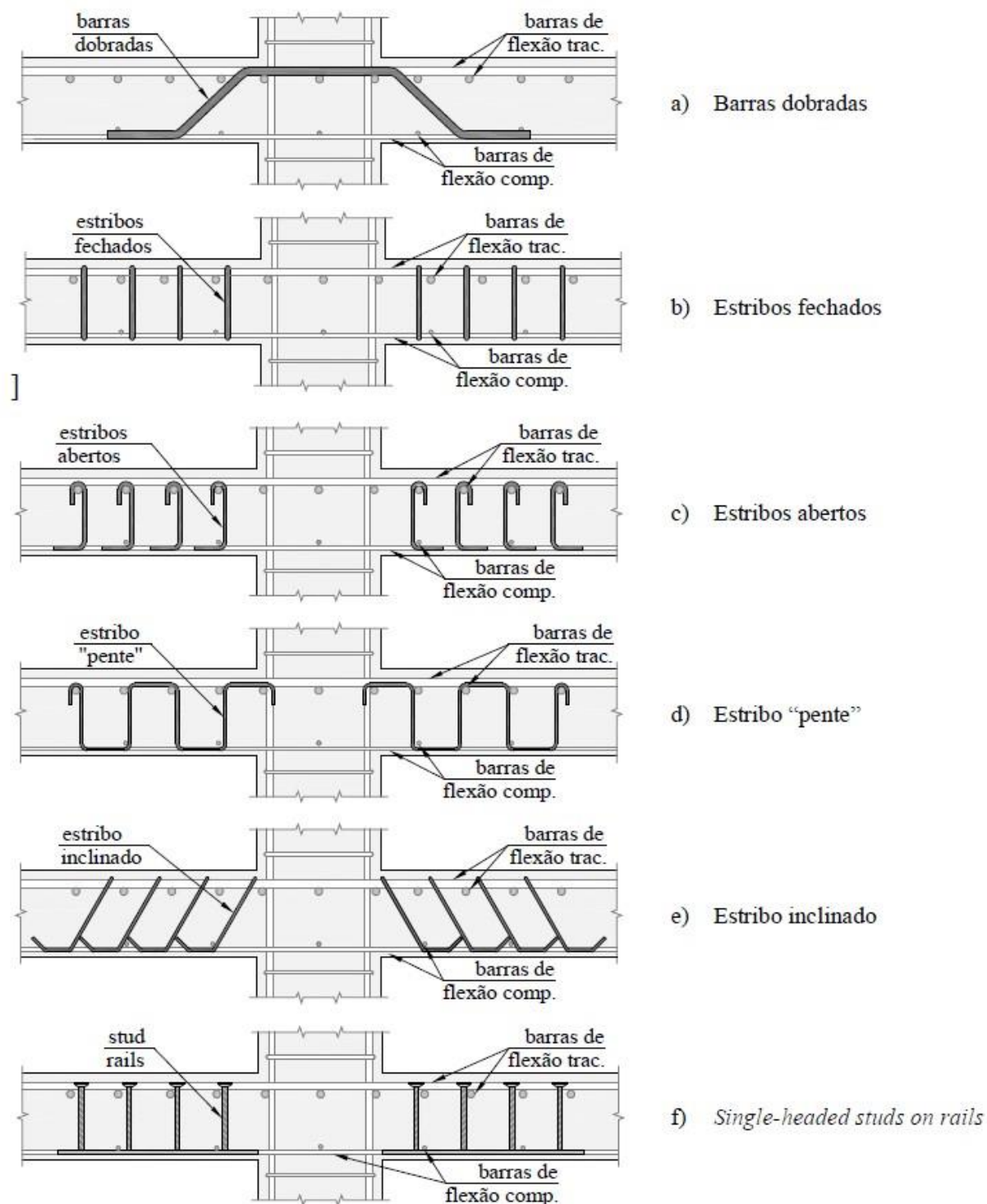
Figura 19 – Ancoragem dos estribos na armadura de flexão



Fonte: Melges (1995).

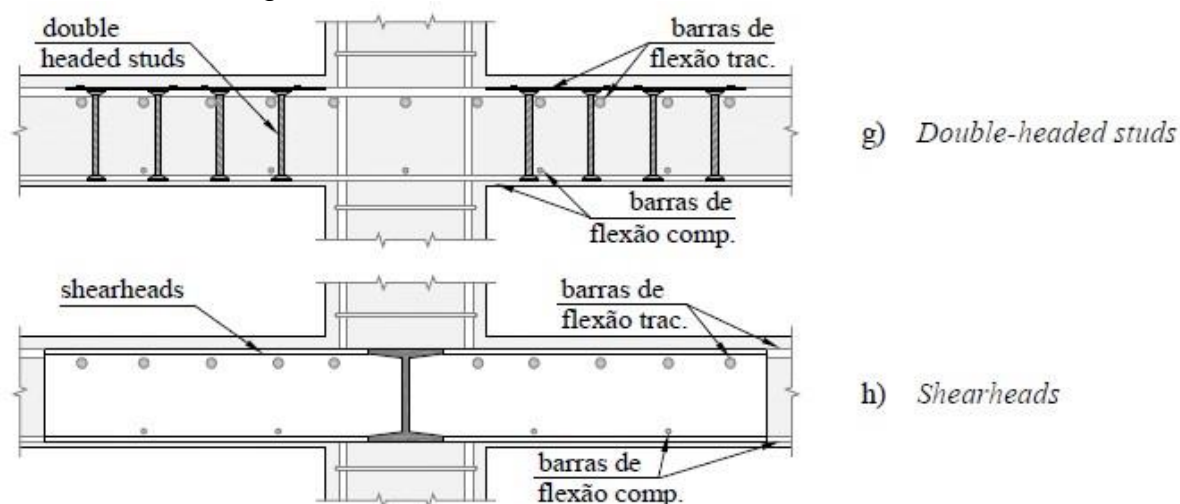
Ferreira (2010) realizou em seus estudos uma síntese e posterior aplicação e teste de uma série de armaduras de cisalhamento para o combate à punção. As armaduras podem ser visualizadas na Figura 20 e Figura 21.

Figura 20 – Modelos de armaduras de cisalhamento



Fonte: adaptado de Ferreira (2010).

Figura 21 – Modelos de armaduras de cisalhamento



Fonte: adaptado de Ferreira (2010).

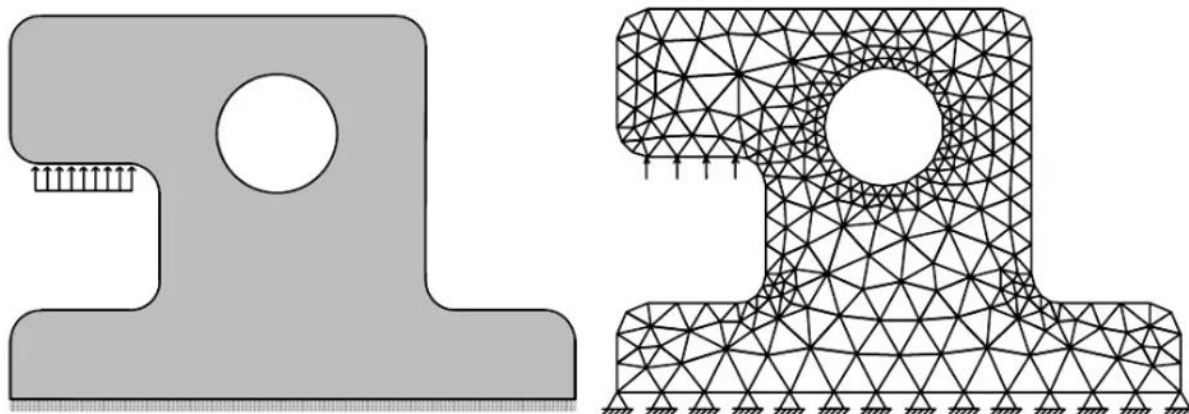
2.9 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico que auxilia na análise de tensões em elementos solicitados. Como destaca Donin *et al.* (2007), utilizar métodos exatos no cálculo de lajes muitas vezes é inviável devido à complexidade das geometrias das estruturas. Por isso, o auxílio de ferramentas como o método dos elementos finitos se tornou um importante aliado na resolução de problemas de alta complexidade.

Gelatti (2012, p. 49) afirma: “o princípio básico do MEF é a divisão do meio contínuo ou corpo sólido em um número conveniente de elementos, ligados em suas extremidades por nós”. Dessa forma, quanto maior o número de nós e elementos há uma tendência de obter-se resultados mais confiáveis, ainda como explica Gelatti (2012, p. 49), “o campo de deslocamentos (ou de tensões) dentro de cada elemento é aproximado por funções, em geral polinomiais, que interpolam os valores de deslocamentos (ou tensões) nodais.”

Martha (2007) explica que em estruturas contínuas, o método utilizado na análise estrutural é uma formulação em deslocamentos do MEF, onde há a subdivisão do domínio da estrutura em subdomínios chamados de elementos finitos (usualmente triângulos ou quadriláteros). Essa subdivisão é denominada malha de elementos finitos e pode ser visualizada na Figura 22.

Figura 22 – Discretização pelo MEF para uma estrutura contínua



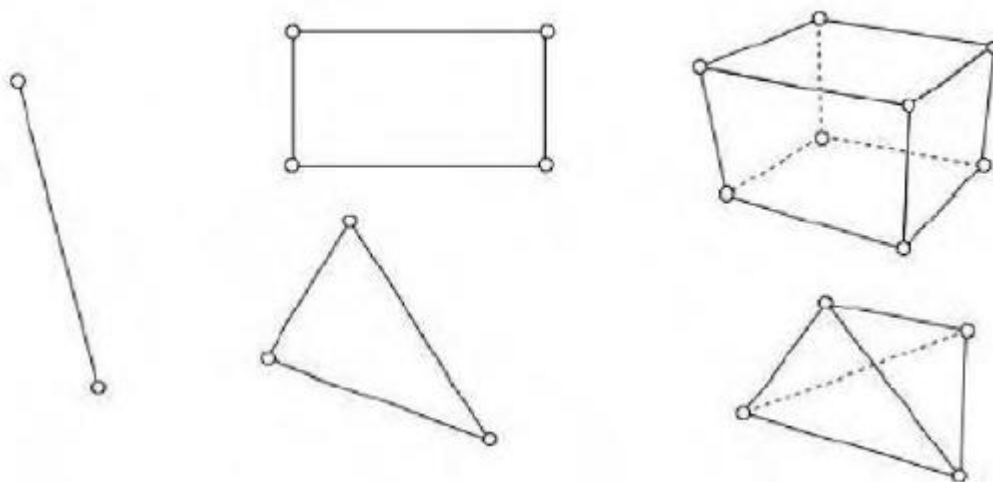
Fonte: Martha (2007).

Levando em consideração a malha de elementos finitos, Gelatti (2012) analisa que existe um refinamento considerado ideal para cada tipo de estrutura em cada situação para que o tempo gasto no cálculo bem como a precisão obtida seja apontada como satisfatória, já que mais elementos levam a maior precisão e também a um maior custo de processamento do cálculo. Ainda, Gelatti (2012, p. 50) completa “no caso de análise não linear, também é importante levar em conta na discretização o espraçamento das não linearidades do material.”

Para a análise de modelos estruturais de engenharia pelo método dos elementos finitos há diversos *softwares* no mercado que podem auxiliar no desenvolvimento dos resultados. Por exemplo os *softwares* TQS, SAP2000 e Ansys.

Como afirma Majul (2015), em uma análise utilizando o *software* SAP2000 através do MEF, devem ser tomados os cuidados com a modelagem dos elementos. O tipo de elemento a ser adotado, a escolha da malha, a definição dos graus de liberdade, as regiões de descontinuidade geométrica e de introdução de solicitações e os sistemas de referência para solicitações internas e externas são fatores que irão influenciar as condições de convergência e a precisão da solução do MEF. A Figura 23 traz as formas geométricas que podem ser escolhidas para a definição da malha de elementos finitos.

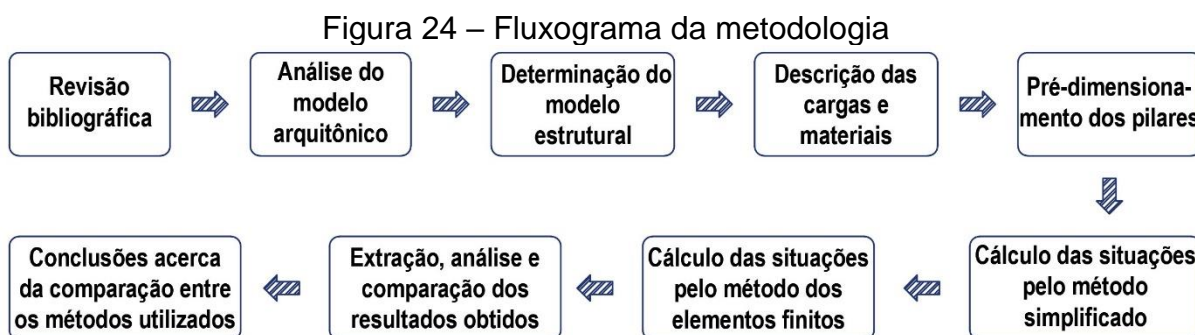
Figura 23 – Formas geométricas para a elaboração da malha de elementos finitos



Fonte: Majul (2015)

3 METODOLOGIA

O trabalho em questão é uma pesquisa exploratória, isto é, tem como finalidade familiarizar as análises matemáticas e a relação com a análise estrutural. Dessa forma, é proposto o estudo da diferença nos esforços obtidos pelo método simplificado e pelo método de elementos finitos e, posteriormente, a comparação do comportamento da interface laje-pilar para diferentes geometrias de pilares também utilizando os dois métodos de cálculo. A metodologia do trabalho seguirá o fluxograma apresentado na Figura 24



Fonte: Autor (2019)

3.1 ANÁLISE DO MODELO ARQUITETÔNICO E ESTRUTURAL

O modelo arquitetônico proposto foi analisado de forma a possibilitar uma correta adequação da estrutura para utilização do modelo de cálculo simplificado. Ainda, foi utilizado como base para a determinação das cargas acidentais e permanentes.

3.2 CONSIDERAÇÕES GERAIS DO PROJETO

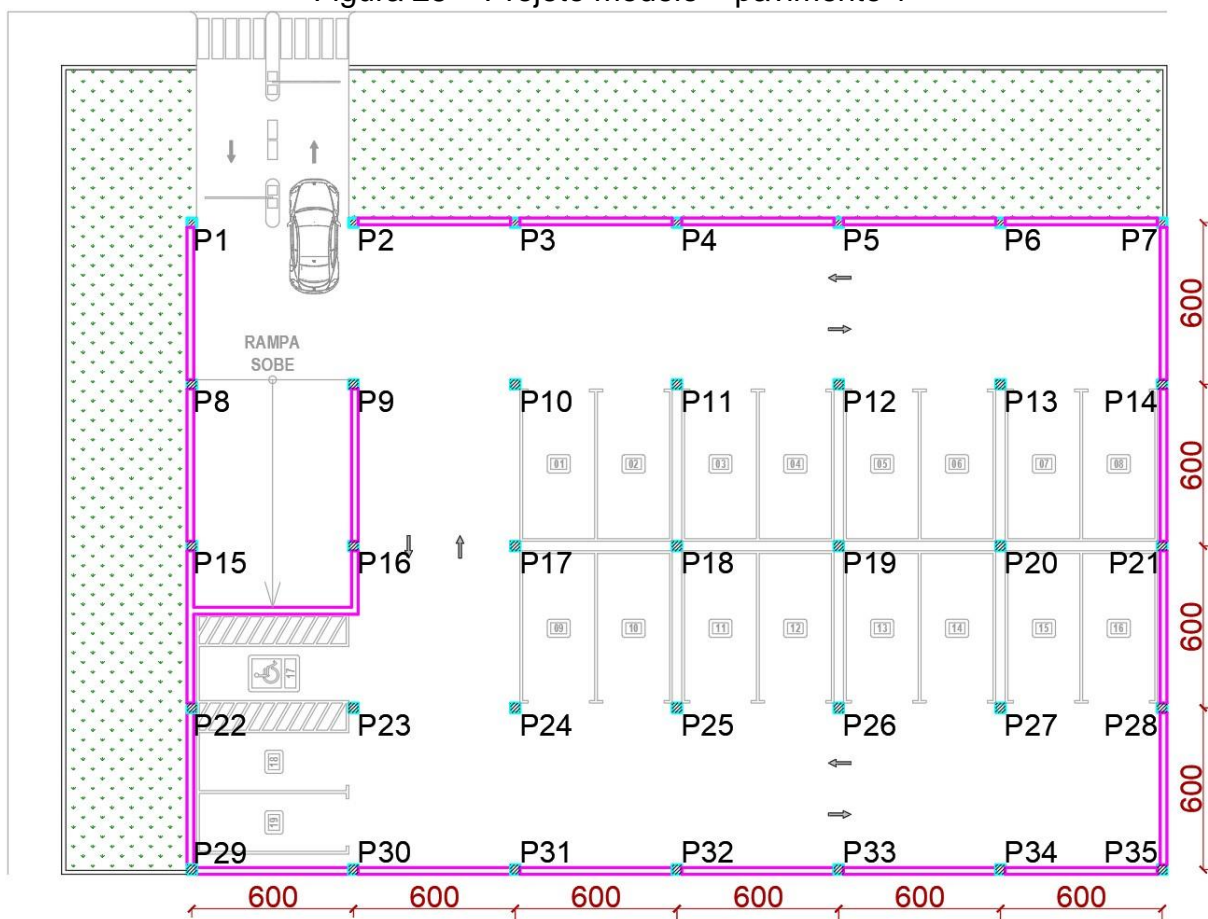
As análises dos efeitos de punção nas ligações laje-pilar do trabalho em estudo serão realizadas através do método simplificado disposto na NBR 6118 (ANBT, 2014) e através de um modelo computacional de elementos finitos com a utilização do *software* SAP 2000 v.22. As cargas serão aplicadas conforme valores coerentes com a NBR 6120 (ABNT, 2019).

Pelo método simplificado, serão verificados os diagramas de momento das lajes, as tensões nos perímetros críticos através do método analítico e a necessidade de armadura de combate aos esforços de punção. Através do modelo computacional, serão obtidos os diagramas de esforços solicitantes a partir da discretização das lajes em um modelo de elementos finitos.

3.3 CARACTERÍSTICAS DO PROJETO

A fim de aplicar as metodologias de cálculo abordadas, adotou-se um projeto modelo de um edifício garagem de 2 pavimentos cujos pilares serão espaçados simetricamente em 6 metros entre seus eixos. O projeto pode ser visto na Figura 25 e Figura 26.

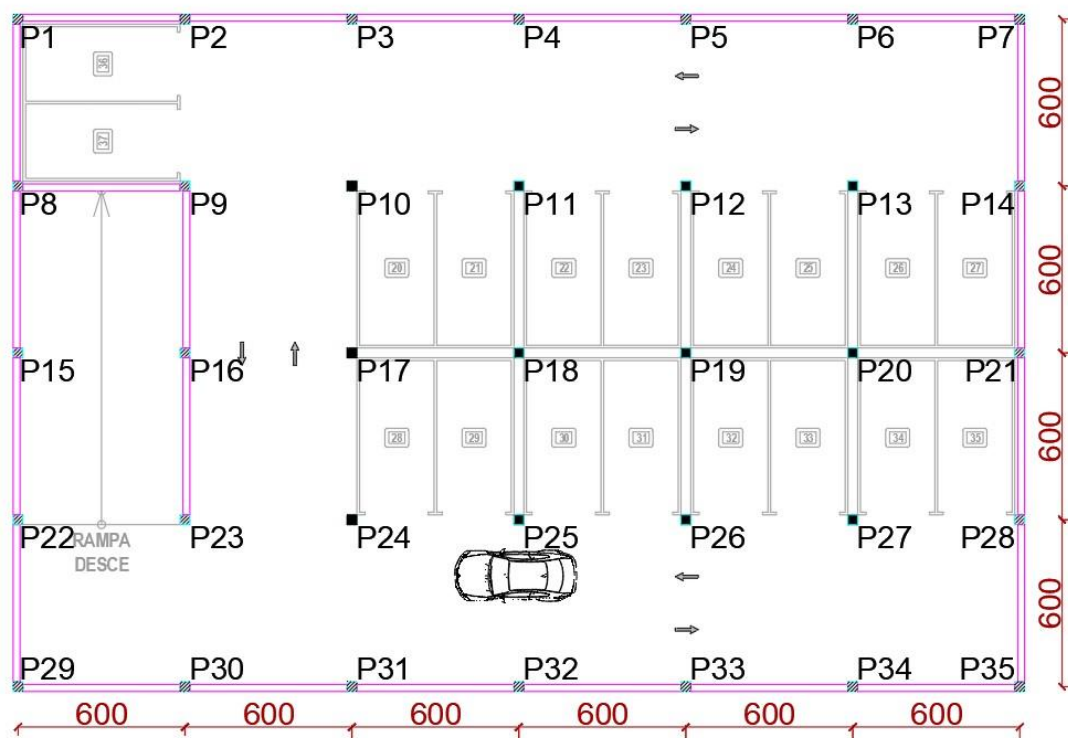
Figura 25 – Projeto modelo – pavimento 1



Fonte: Autor (2019).

Figura 26 – Projeto modelo – pavimento 2

Pavimento 2



Fonte: Autor (2019).

3.3.1 Morfologia da laje e dos pilares

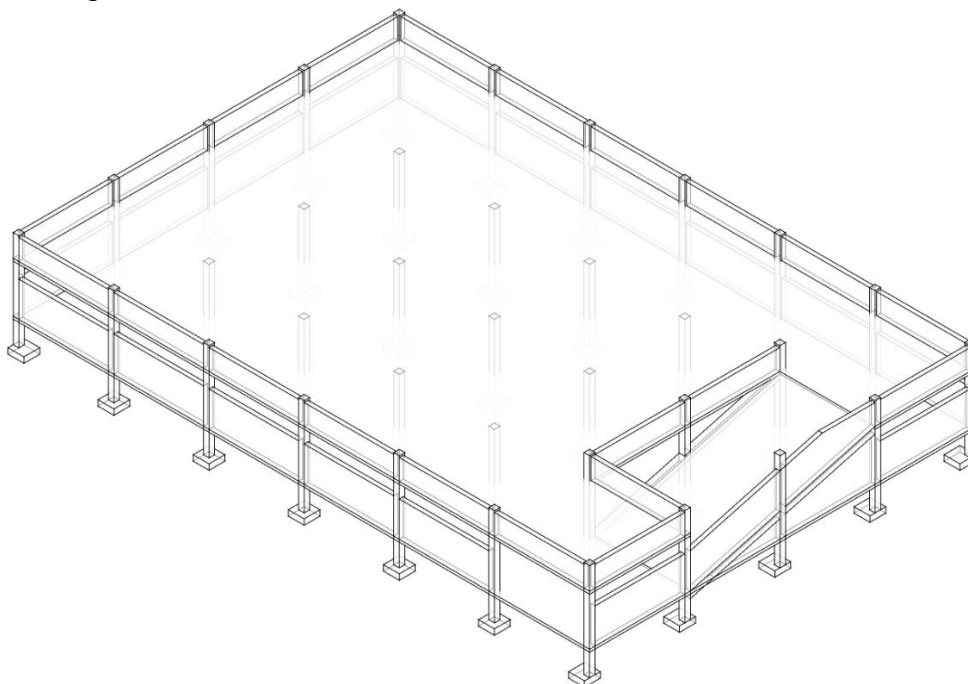
As características adotadas para o projeto seguem as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014), bem como a disponibilidade comercial de materiais da região.

Dessa forma, teremos as seguintes definições:

- espessura da laje: 18 cm
- pé-direito: 3,00 m;
- vão entre eixos dos pilares (eixo x): 6,00 m;
- vão entre eixos dos pilares (eixo y): 6,00 m;
- quantidade de pilares: 35 pilares;
- material e acabamento das paredes: Alvenaria com reboco em argamassa de cal;
- material e acabamento do piso: Concreto polido com pintura epóxi;

A disposição da estrutura de concreto armado pode ser vista na Figura 27.

Figura 27 – Vista isométrica da estrutura de concreto armado



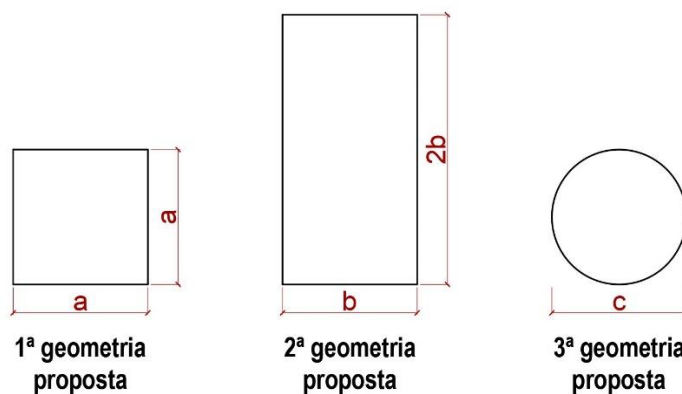
Fonte: Autor (2019).

Posteriormente, para os pilares, variou-se a geometria da seção em 3 situações distintas, onde as dimensões serão definidas pelo pré-dimensionamento e atenderão as seguintes relações:

- a) 1ª geometria: pilares quadrados;
- b) 2ª geometria: pilares retangulares, onde $b = 2h$;
- c) 3ª geometria: pilares circulares.

Dessa forma, obteve-se as configurações de pilares expostas na Figura 28:

Figura 28 – Geometrias propostas para os pilares



Fonte: Autor (2020).

3.4 DESCRIÇÃO DE CARGAS E MATERIAIS

A descrição das cargas e dos materiais aplicados na estrutura servirá de parâmetro para a aplicação de ambos os métodos de cálculo a serem apresentados. Os materiais foram determinados conforme as disponibilidades da região, das necessidades do modelo estrutural e das prescrições normativas dispostas na NBR 6118 (ABNT, 2014) enquanto as cargas se basearam na utilização do edifício proposto e na norma NBR 6120 (ABNT, 2019).

3.4.1 Características dos materiais utilizados

A fim de garantir a uniformidade dos resultados, os mesmos materiais utilizados na análise pelo método simplificado serão utilizados na análise pelo método de elementos finitos. São eles:

- a) classe de agressividade ambiental: Classe II – agressividade moderada;
- b) cobertura de armadura: 25 mm para lajes e 30 mm para pilares;
- c) tipo de agregado graúdo: basalto;
- d) resistência característica do concreto: $f_{ck} = 30$ MPa e $f_{cd} = 21,43$ MPa;
- e) módulo de elasticidade inicial: 36,8 GPa;
- f) resistência característica do aço: Aço CA-50 – $f_{yk} = 500$ MPa e $f_{yd} = 434,8$ MPa;
- g) peso específico do concreto armado: 25 kN/m³;

3.4.2 Cargas verticais

Os valores utilizados para o carregamento vertical do edifício foram considerados a partir das disposições da NBR 6120 (ABNT, 2019) para o uso de garagem e para os materiais definidos. Assim, teremos o carregamento permanente e acidental conforme os dados do Quadro 3.

Quadro 3 – Cargas verticais

Tipo de Edificação	Tipo de Carga	Descrição	Carga
Edifício Garagem	Acidental	Carga acidental para estacionamentos e garagens devidamente majorada conforme coeficiente recomendado pela NBR 6120 (ABNT, 2019)	6 kN/m ²
	Permanente	Peso próprio estrutura de concreto armado	25 kN/m ³
		Alvenaria em tijolos maciços	18 kN/m ³
		Argamassa de areia, cimento e cal	19 kN/m ³

Fonte: Autor (2019).

3.5 CÁLCULO DOS PILARES

Inicialmente, os pilares serão pré-dimensionados a partir da área de influência de cada pilar, utilizando o método baseado na antiga NB-1 (ABNT, 1978) e demonstrado por Alva (2007). Para isso, será necessário a aplicação da Equação (14) resultando na carga de serviço do pilar em função da sua área de influência, a Equação (15) para obter a carga normal equivalente e, por fim, a Equação (16) para a área da seção transversal do pilar.

$$N_k = A_i \cdot (g + q) \cdot n \quad (14)$$

$$N_{sd} = \gamma \cdot N_k \quad (15)$$

$$A_c = \frac{N_{sd}}{0,85f_{cd} + \rho \cdot \sigma_{s0.002}} \quad (16)$$

Onde:

- N_k força normal estimada no pilar (kN), em que A_i é a área de influência (m^2), g e q são, respectivamente, as cargas acidentais e permanentes (kN/m^2) e n é o número de pavimentos que se repetem acima;
- Y coeficiente adimensional baseado na posição do pilar, 1,8 para pilares intermediários, 2,2 para pilares de extremidades e 2,5 para pilares de canto;
- ρ é a taxa de armadura, adimensional;
- $\sigma_{s0.002}$ é a tensão no aço para a deformação de 0,2%, expressa em kN/cm^2

3.6 CÁLCULO A PARTIR DO MODELO SIMPLIFICADO

Devido a maior praticidade do método simplificado, ele foi o primeiro dos métodos a ser analisado. A disposição dos carregamentos atuantes utilizará o *software FTool* para auxiliar na obtenção dos diagramas de momento fletor, partindo de pórticos planos determinados conforme as recomendações do método. A região do pilar 18 (pilar intermediário) será de interesse para a comparação com os resultados do outro método.

3.7 CÁLCULO A PARTIR DO MEF

Para o cálculo utilizando o método dos elementos finitos foi aplicado o *software SAP2000 v.22*. O lançamento da estrutura observará as cargas e materiais descritos anteriormente e o modelo arquitetônico proposto. A estrutura completa foi modelada para maior fidelidade com os esforços reais, entretanto somente a região do pilar P18 terá seus resultados comparados com o obtido no cálculo pelo método simplificado.

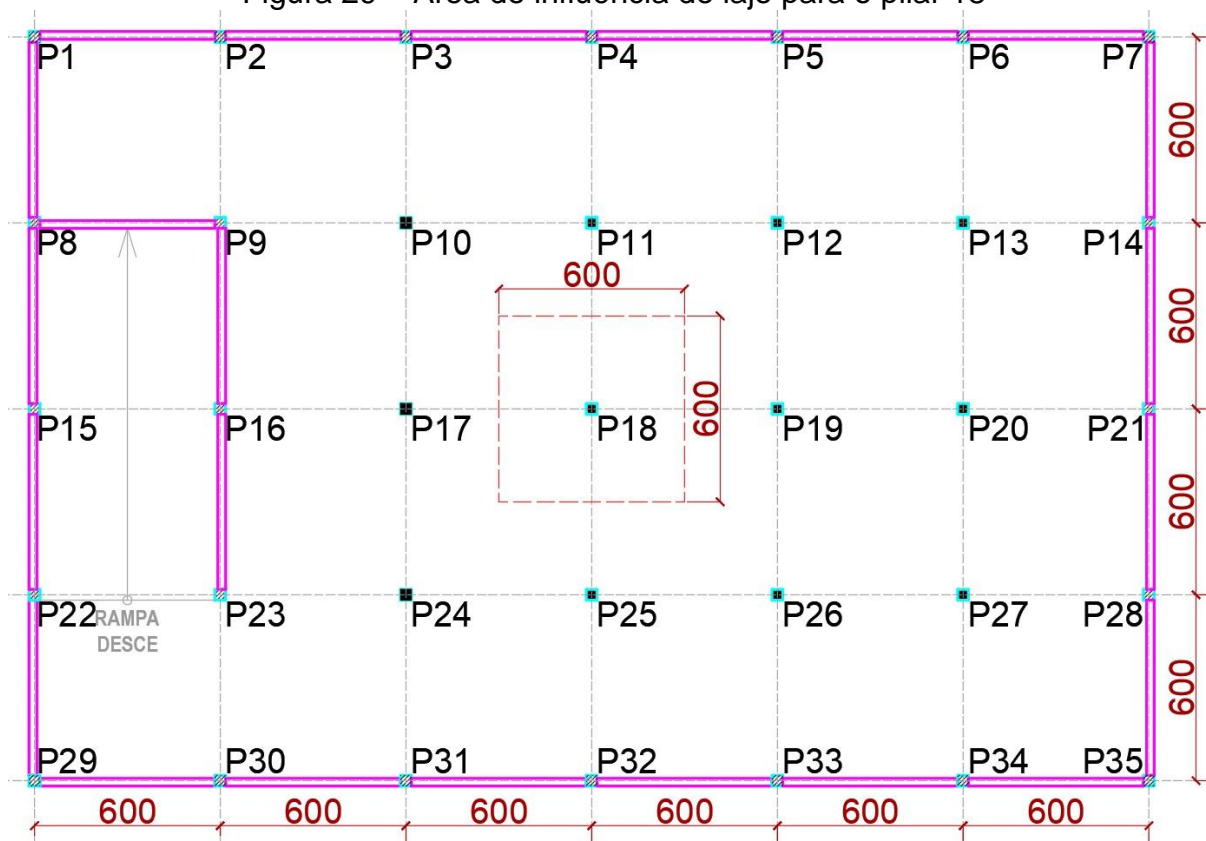
3.8 EXTRAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com a aplicação dos métodos de cálculo, foram obtidos os valores de momentos positivos e negativos máximos nas regiões de interesse bem como os valores das tensões de cisalhamento produzidas pelo fenômeno da punção. A análise conjunta dos resultados tem interesse na avaliação dos valores obtidos pelo método simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014) e na comparação dos esforços de punção obtidos pela variação das geometrias.

3.9 PRÉ DIMENSIONAMENTO DOS PILARES

A partir do método abordado no item 3.5, obteve-se a área de influência para o pilar número 18, conforme pode-se observar na Figura 29

Figura 29 – Área de influência de laje para o pilar 18



Fonte: Autor (2020).

Com a aplicação das equações tratadas no item 3.5, obteve-se a carga de serviço do pilar em função da sua área de influência:

$$N_k = 378 \text{ kN}$$

A carga normal equivalente, levando em consideração a posição do pilar (pilar intermediário):

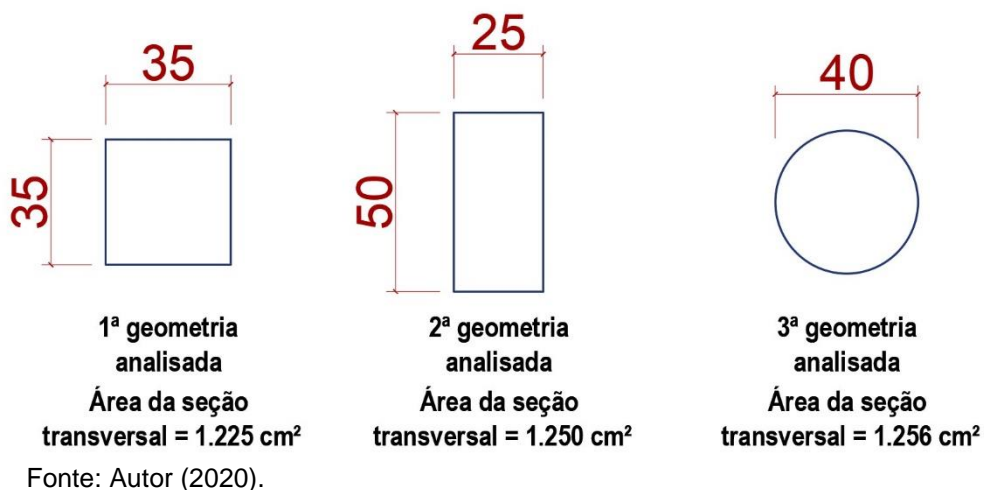
$$N_{sd} = 680,4 \text{ kN}$$

E, por fim, a área mínima da seção transversal do pilar:

$$A_c = 255,64 \text{ cm}^2$$

Conforme traz a NBR 6118 (ABNT, 2014): “Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm².” Dessa forma, foi realizado o dimensionamento da laje utilizando a seção do pilar com área próxima à seção mínima (a primeira seção testada foi para um pilar quadrado com dimensões de 20x20 cm), sem obtenção de sucesso quando verificada a tensão resistente na superfície C. Com isso, foi necessária a alteração das seções, até que foram definidas as configurações de pilares expostas na Figura 30. Tentou-se preservar a seção de concreto com a mesma área.

Figura 30 – Dimensões adotadas para os pilares



4 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES PELO MÉTODO SIMPLIFICADO

O dimensionamento das lajes pelo método simplificado é realizado em três etapas. Primeiramente, faz-se o dimensionamento da laje à flexão (conforme o método exposto no item 2.5), seguindo da verificação da laje à punção (itens 2.6.1 à 2.6.7) e, posteriormente, ao colapso progressivo (conforme o item 2.6.8).

4.1 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

Para o dimensionamento à flexão, obteve-se, com o auxílio do *software Ftool*, um pórtico plano para cada um dos eixos. Sendo o carregamento aplicado conforme a faixa de influência de cada pilar. A carga a ser aplicada no pórtico segue a Equação (17).

$$Q_k = \frac{l \cdot (g + q)}{l} \quad (17)$$

Onde:

Q_k carregamento distribuído (kN/m) resultante do carregamento g e q que são, respectivamente, as cargas acidentais e permanentes (kN/m²) e l é o comprimento da região de aplicação da carga (m);

Com a aplicação da Equação (17), obtém-se o carregamento distribuído conforme demonstrado:

$$Q_k = 6 \cdot (0,18 \cdot 25 + 6)$$

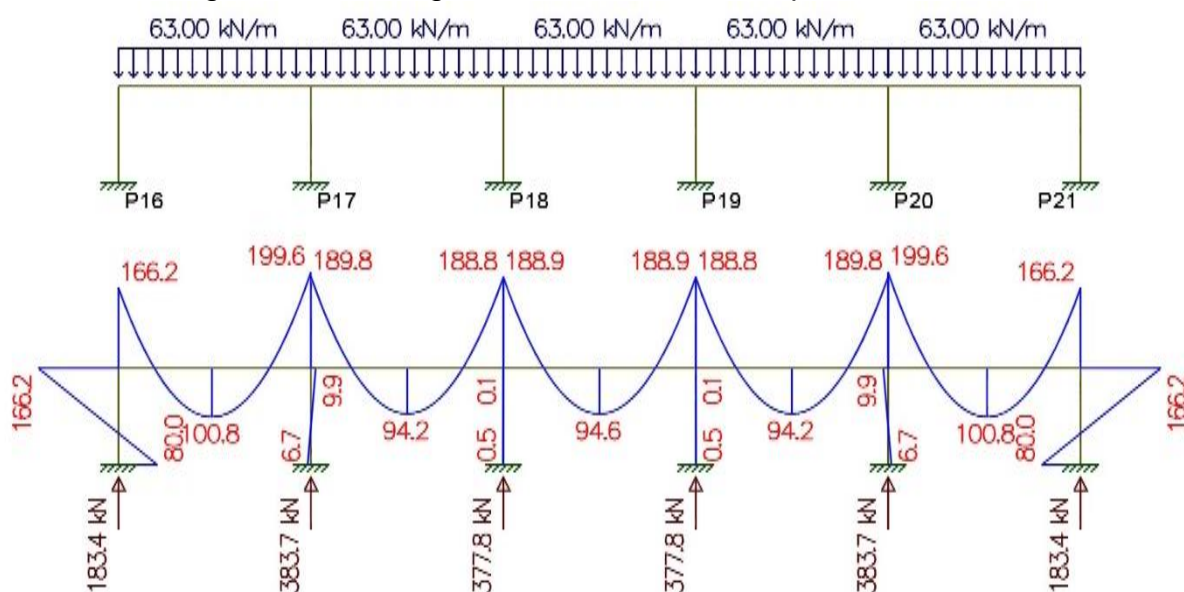
$$Q_k = 63 \text{ kN/m}$$

Dessa forma, a carga a ser aplicada no pórtico plano é de 63 kN/m. Pela simetria da estrutura, cada vão possui seis metros de comprimento e altura de três metros. O material definido no *software* é concreto com 30 Mpa. As seções definidas para os elementos de barra são:

- a) seção da laje: base 1000 mm e altura 160 mm;
 b) seção dos pilares: base 350 mm e altura 350 mm.

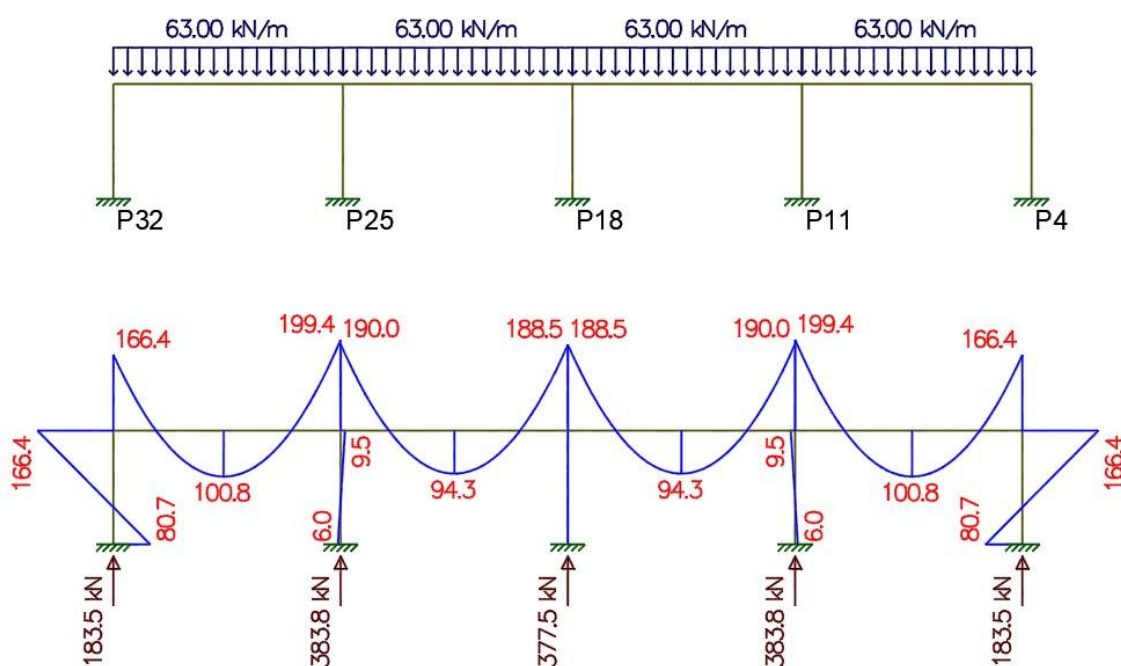
Ainda, todos apoios foram considerados engastes. Assim, o pórtico para o eixo X pode ser visto na Figura 31 e o pórtico para o eixo Y na Figura 32.

Figura 31 – Carregamento e momentos do pórtico do eixo X



Fonte: Adaptado de FTool (2020).

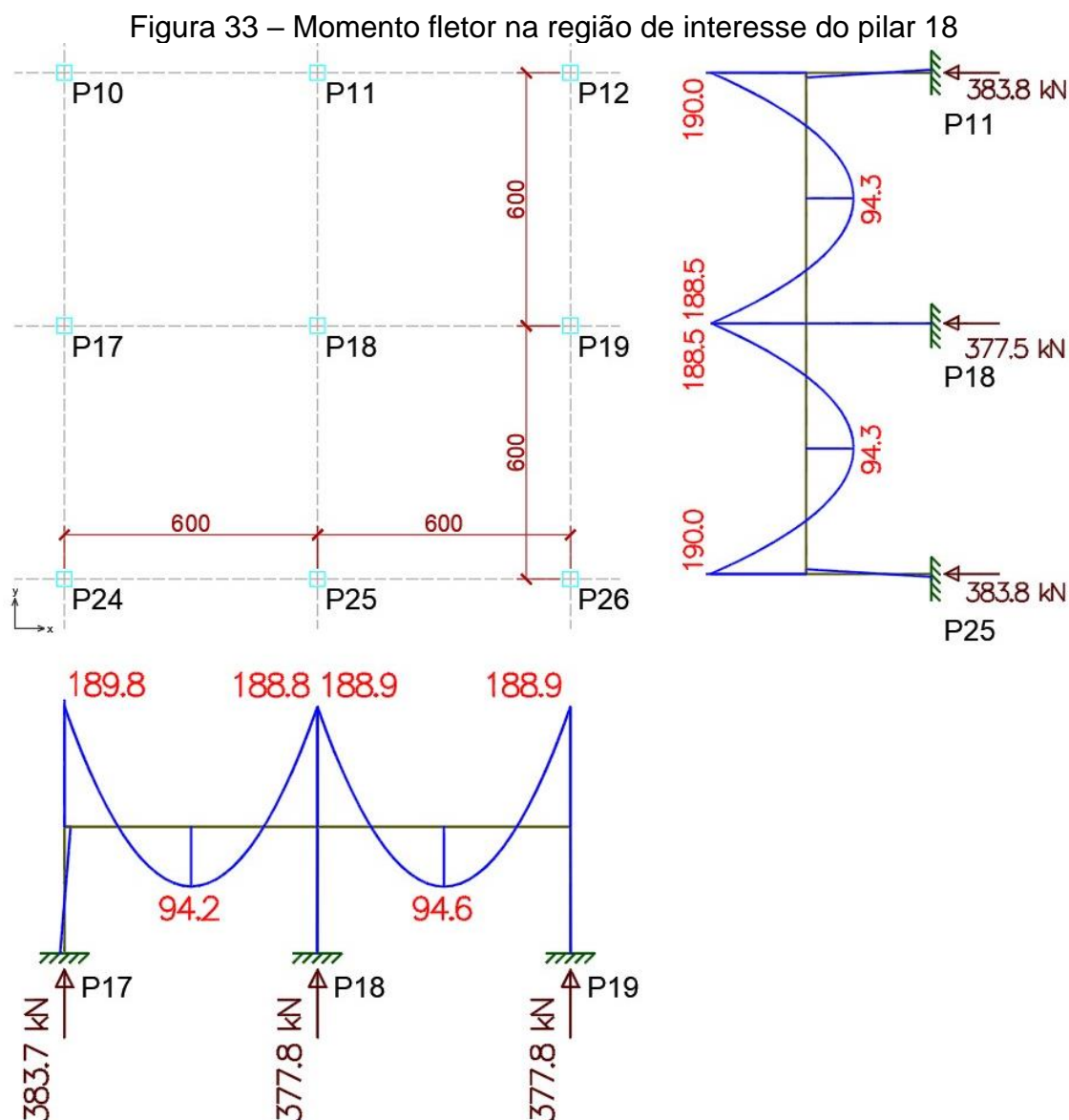
Figura 32 – Carregamento e momentos do pórtico do eixo Y



Fonte: Adaptado de FTool (2020).

Através desse carregamento nos pórticos, obteve-se os diagramas dos esforços internos de momento fletor. A partir deles, separou-se a região de interesse do pilar 18 e utilizou-se os valores de momento máximos, conforme a Figura 33.

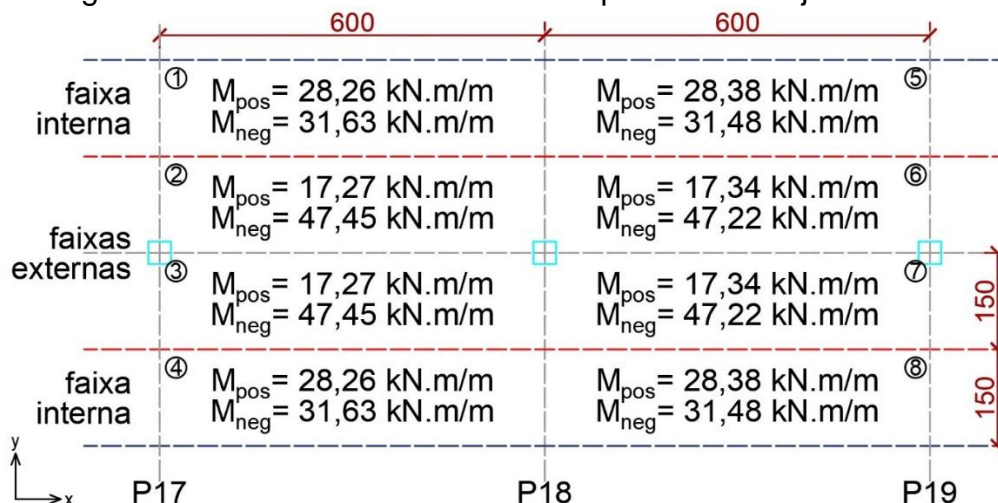
Com esses valores máximos de momento obtidos dos pórticos, faz-se a distribuição para cada uma das faixas das lajes, como abordado no item 2.5, onde 45% dos momentos positivos e 25% dos momentos negativos serão usados para as duas faixas internas e 27,5% dos momentos positivos e 37,5% dos momentos negativos serão utilizados para cada uma das faixas externas. Após a distribuição dos momentos, obtém-se a solicitante unitária por metro para cada uma das faixas de laje.



Fonte: Autor (2020).

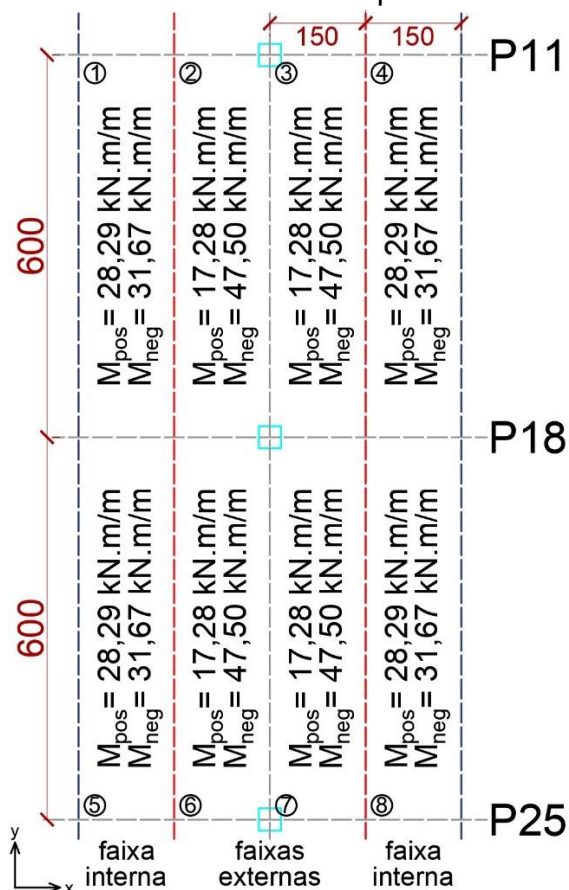
Realizando a distribuição, o cálculo da armadura positiva por faixa de laje levará em consideração os esforços solicitantes por metro para os momentos apresentados na Figura 34 para o eixo X e na Figura 35 para o eixo Y.

Figura 34 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo X



Fonte: Autor (2020).

Figura 35 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo Y



Fonte: Autor (2020).

Para a obtenção das áreas de armadura para cada faixa, fez-se o dimensionamento de uma viga, com armadura simples, um metro de largura, altura total de 18 cm e altura útil de 15 cm (altura total descontados o cobrimento nominal de concreto de 25 mm e metade do diâmetro de uma barra de 10 mm), para cada um dos momentos solicitantes.

O dimensionamento da viga e obtenção das áreas de armadura seguirá o método explicado por Araújo (2010) com a aplicação da Equação (18), Equação (19), Equação (20) e Equação (21).

$$M_d = M_k \cdot 1,4 \quad (18)$$

$$\mu = \frac{M_d \cdot 1000}{\sigma_{cd} \cdot b \cdot d^2} \quad (19)$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}}{0,8} \quad (20)$$

$$A_s = 0,8 \cdot \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (21)$$

Onde:

σ_{cd} tensão de compressão do concreto (MPa), nesse caso 18,21 MPa

b largura da viga (cm);

d altura útil da viga (cm);

f_{yd} tensão de escoamento do aço (MPa), nesse caso 434,78 MPa

A síntese dos cálculos para a armadura positiva e negativa dos eixos X e Y é mostrada, respectivamente, na Tabela 1 e Tabela 2. Todas as armaduras de aço utilizadas possuem diâmetro de 10 mm.

Tabela 1 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo X
(continua)

Eixo X				
Região	Área de aço solicitante		Área de aço adotada	
	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
1	6,39 cm ²	7,20 cm ²	7,07 cm ²	7,85 cm ²

(conclusão)

Eixo X				
Região	Área de aço solicitante		Área de aço adotada	
	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
2	3,82 cm ²	11,18 cm ²	3,92 cm ²	11,78 cm ²
3	3,82 cm ²	11,18 cm ²	3,92 cm ²	11,78 cm ²
4	6,39 cm ²	7,20 cm ²	7,07 cm ²	7,85 cm ²
5	6,42 cm ²	7,16 cm ²	7,07 cm ²	7,85 cm ²
6	3,84 cm ²	11,12 cm ²	3,92 cm ²	11,78 cm ²
7	3,84 cm ²	11,12 cm ²	3,92 cm ²	11,78 cm ²
8	6,42 cm ²	7,16 cm ²	7,07 cm ²	7,85 cm ²

Fonte: Autor (2020).

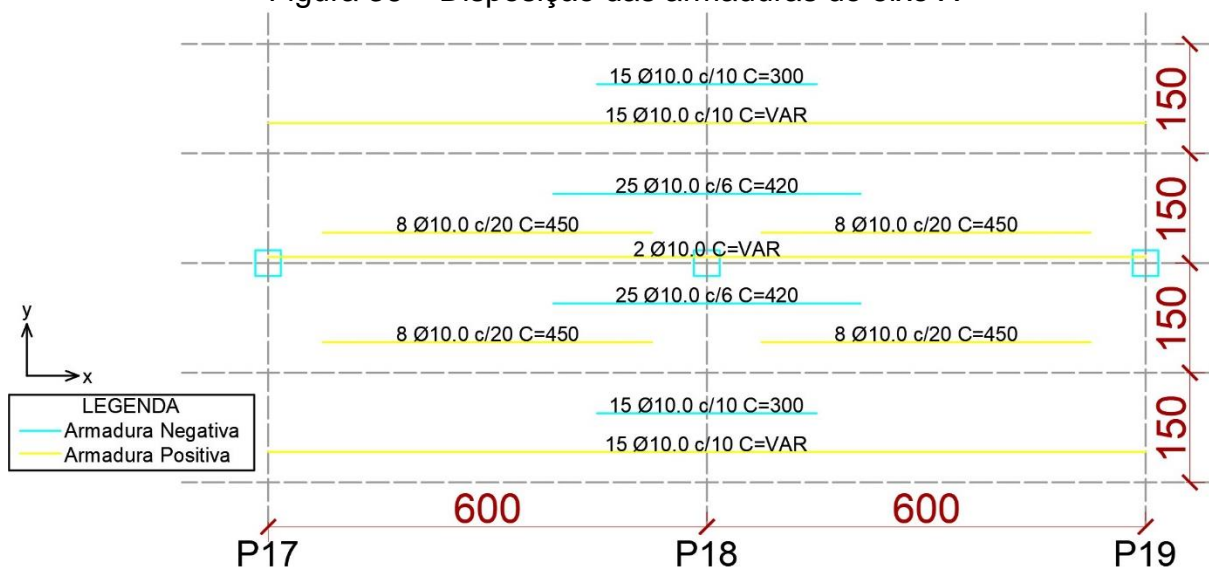
Tabela 2 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo Y

Eixo Y				
Região	Área de aço solicitante		Área de aço adotada	
	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
1	9,17 cm ²	10,37 cm ²	9,42 cm ²	11,00 cm ²
2	5,43 cm ²	16,33 cm ²	5,50 cm ²	16,49 cm ²
3	5,43 cm ²	16,33 cm ²	5,50 cm ²	16,49 cm ²
4	9,17 cm ²	10,37 cm ²	9,42 cm ²	11,00 cm ²
5	9,17 cm ²	10,37 cm ²	9,42 cm ²	11,00 cm ²
6	5,43 cm ²	16,42 cm ²	5,50 cm ²	16,49 cm ²
7	5,43 cm ²	16,42 cm ²	5,50 cm ²	16,49 cm ²
8	9,17 cm ²	10,37 cm ²	9,42 cm ²	11,00 cm ²

Fonte: Autor (2020).

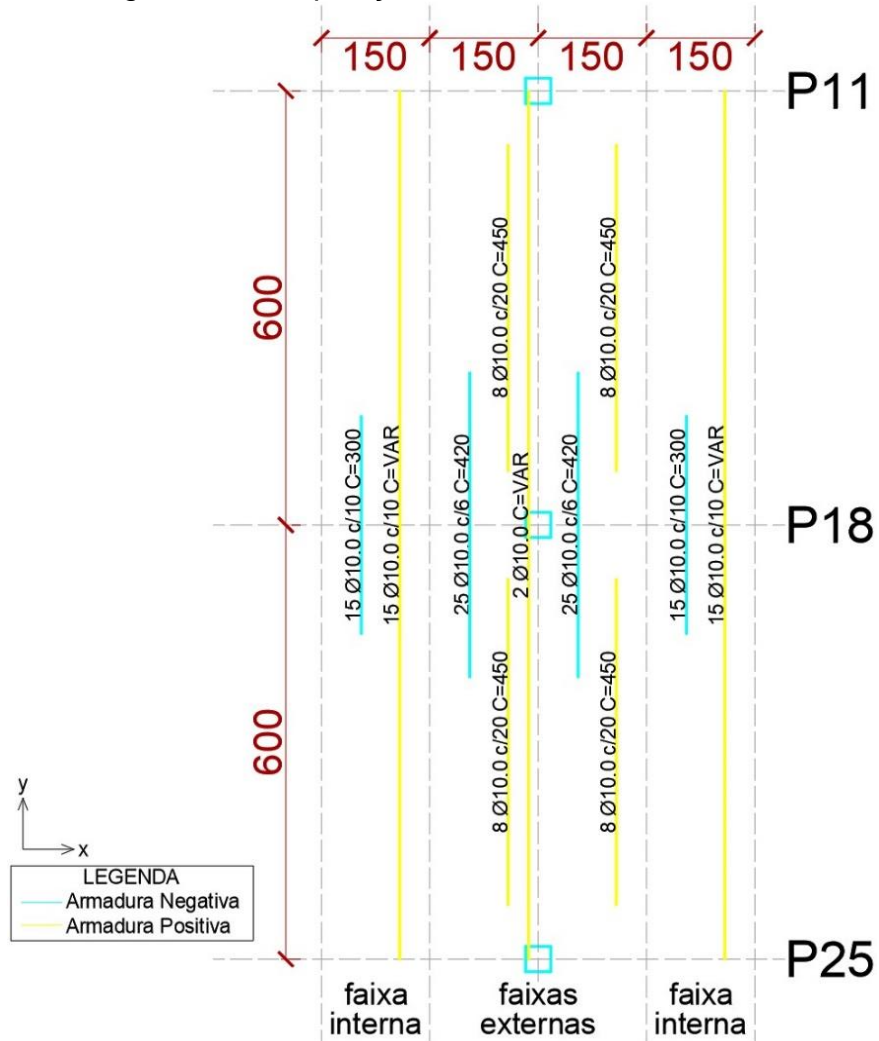
Conforme os parâmetros estabelecidos no item 2.5 para o comprimento das barras das armaduras, a dimensão e disposição delas para a região do pilar 18 está apresentada na Figura 36 para o eixo X e na Figura 37 para o eixo Y (o eixo Y está na horizontal).

Figura 36 – Disposição das armaduras do eixo X



Fonte: Autor (2020).

Figura 37 – Disposição das armaduras do eixo Y



Fonte: Autor (2020).

4.2 ARMADURA CONTRA O COLAPSO PROGRESSIVO

Seguindo as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014) especificadas no item 2.6.8, é sugerida a colocação de uma armadura com intuito de evitar o possível colapso progressivo da estrutura. Essa armadura deve obedecer a Equação (22).

$$f_{yd}A_{s,ccp} = 1,5F_{sd} \quad (22)$$

Assim, utilizando o valor da força concentrada obtido como reação nos apoios do pórtico através do *software FTool* – 377,8 kN – e utilizando a Equação (22), teremos a área de armadura contra colapso progressivo a ser distribuída em ambos os eixos. Portanto:

$$A_{s,ccp,x} = \frac{1,5 \cdot (377,8 \cdot 1,2)}{43,48}$$

$$A_{s,ccp,x} = 15,64 \text{ cm}^2$$

Utilizando essa área de armadura, serão dispostas 2 barras de 16 mm – cuja área da seção transversal de cada barra é 2,00 cm² – em cada face do pilar. Dessa forma, teremos área efetiva de armadura de 16,00 cm² para a seção.

O espaçamento entre as barras e o comprimento das mesmas irão ter alterações para cada uma das geometrias de pilar que serão utilizadas, tendo em vista que a largura da seção transversal varia em cada eixo e o comprimento mínimo delas deve ser igual a posição da superfície crítica C', que também altera em função das dimensões da seção transversal do pilar.

4.3 VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO

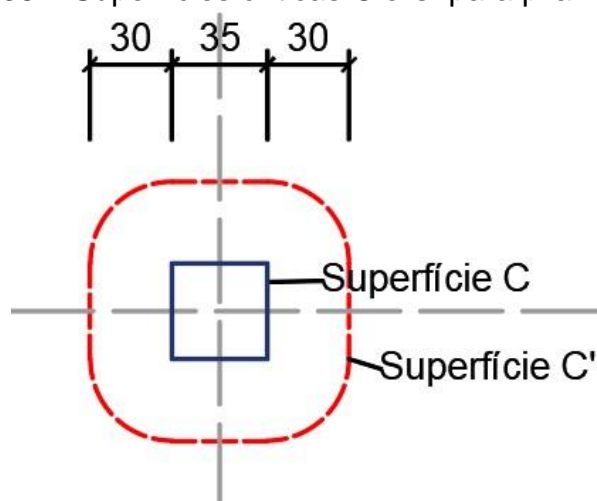
O dimensionamento à punção será feito com a variação da geometria dos pilares conforme as dimensões adotadas no item 3.9. O método de dimensionamento consiste na determinação das superfícies críticas C, C' e C'' e definição das tensões solicitante e resistente para cada uma das superfícies delimitadas.

4.3.1 Pilar de seção quadrada

4.3.1.1 Definição da superfície crítica C e C'

A definição da superfície crítica C' segue a posição sugerida na NBR 6118 (ABNT, 2014) e especificada no item 2.6.1, que a coloca na distância de duas vezes a altura útil da laje – nesse caso sendo a altura útil da laje de 15 cm – da borda do pilar. Com isso, as superfícies críticas C e C' tem sua localização conforme a Figura 38.

Figura 38 – Superfícies críticas C e C' para pilar quadrado



Fonte: Autor (2020).

4.3.1.2 Tensão solicitante na superfície C e C'

A tensão solicitante é calculada para pilar interno com simetria do carregamento com a aplicação das equações do item 2.6.2. Utilizando o valor da força concentrada obtido como reação nos apoios do pórtico plano (377,8 kN) e sendo a altura útil em ambas as direções e o perímetro da superfície crítica C', respectivamente, 15 cm e 328,5 cm, teremos a seguinte tensão solicitante na superfície crítica C':

$$\tau_{sd} = \frac{377,8 \cdot 1,2}{15 \cdot 328,5}$$

$$\tau_{sd} = 0,092 \text{ kN/cm}^2$$

Para obtenção da tensão solicitante na superfície C utiliza-se da mesma equação para a superfície C' substituindo o perímetro da superfície crítica C' pelo perímetro da superfície crítica C . Dessa forma, a tensão na superfície crítica C será:

$$\tau_{sd} = \frac{377,8 \cdot 1,2}{15 \cdot 140}$$

$$\tau_{sd} = \mathbf{0,21588 \text{ kN/cm}^2}$$

4.3.1.3 Tensão resistente na superfície C

A tensão resistente na superfície crítica C foi obtida conforme a equação explicada no item 2.6.4 – e seu valor deve ser superior ao da tensão solicitante. O valor obtido para a tensão resistente na superfície crítica C é de:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{3}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = \mathbf{0,509 \text{ kN/cm}^2}$$

Assim, faz-se a comparação com a tensão solicitante:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2}$$

$$\mathbf{0,21588 \text{ kN/cm}^2 \leq 0,509 \text{ kN/cm}^2}$$

Sendo o valor da tensão resistente superior, para essa verificação o pilar se faz suficiente.

4.3.1.4 Tensão resistente na superfície C'

A tensão resistente na superfície crítica C' foi calculada a partir das equações demonstradas no item 2.6.5, para pilar sem armadura. Entretanto, como o seu valor deve ser superior ao da tensão solicitante e não foi possível ser obtido sem armadura, partiu-se para o dimensionamento da armadura contra os esforços de punção, aumentando o valor da tensão resistente, o equacionamento foi apresentado no item 2.6.6.

Será utilizada armadura do tipo conectores com espaçamento de 10 cm entre as fileiras. A área de aço necessária juntamente com a quantidade de fileiras será determinada a fim de suprir à tensão solicitante, esses valores são obtidos isolando a variável relativa a área de armadura.

Ainda, a determinação da taxa geométrica de armadura de flexão aderente considerou a armadura que passa na região compreendida na largura igual à dimensão do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados. Para o pilar quadrado, a taxa de armadura para o eixo X e para o eixo Y são, ambas, de $0,007854 \text{ cm}^2$

Para este caso específico, serão necessárias 2 camadas de conectores e a área total de aço representada por elas é de $2,4689 \text{ cm}^2$. A resistência de cálculo da armadura é determinada pela NBR 6118 (ABNT, 2014) como sendo 30 kN/m^2 . Assim, os resultados da tensão resistente obtidos, com e sem armadura, são expostos na Tabela 3.

Tabela 3 – Síntese das tensões na superfície C' para pilar quadrado

	Sem armadura de punção	Com armadura de punção
Tensão solicitante na superfície C'	0,092 kN/cm ²	0,092 kN/cm ²
Tensão resistente na superfície C'	0,0803 kN/cm ²	0,092 kN/cm ²

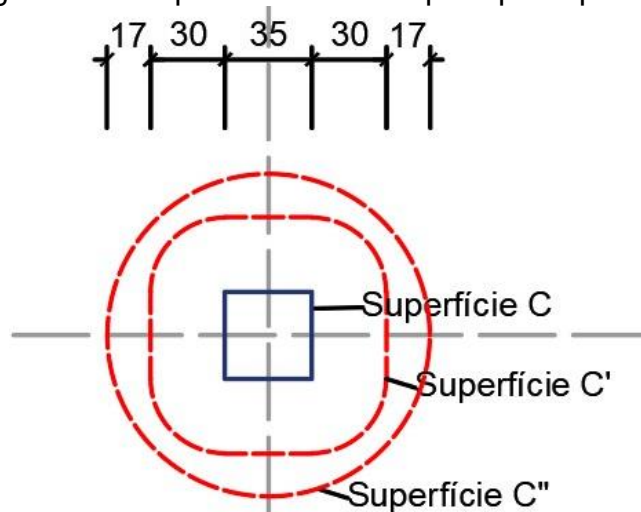
Fonte: Autor (2020).

Sendo a tensão resistente igual à tensão solicitante com a utilização de armaduras, há condições de segurança à punção com essas características. Assim, faz-se necessária a verificação das tensões solicitantes e resistentes na superfície crítica C'' por estarmos utilizando armadura para combate dos esforços.

4.3.1.5 Tensão solicitante e resistente na superfície C''

Para realizar essa verificação, utiliza-se o mesmo equacionamento da verificação na superfície crítica C' sem armadura, alterando as dimensões da superfície crítica para uma superfície localizada distante duas vezes a altura útil da laje do fim da última linha de armaduras – como já tratado no item 2.6.7. Para esse caso, a superfície crítica C'' é apresentada na Figura 39

Figura 39 – Superfície crítica C'' para pilar quadrado



Fonte: Autor (2020).

Obtendo a tensão solicitante a partir da equação utilizada para as outras superfícies, teremos:

$$\tau_{sd} = 0,0740 \text{ kN/cm}^2$$

Então, a tensão resistente será dada pelas mesmas equações de verificação do dimensionamento à punção na superfície crítica C' sem armadura. O valor da tensão resistente será:

$$\tau_{Rd1} = 0,8030 \text{ MPa} = 0,0803 \text{ kN/cm}^2$$

Comparando a tensão solicitante e a resistente, temos:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$0,074 \text{ kN/cm}^2 \leq 0,0803 \text{ kN/cm}^2$$

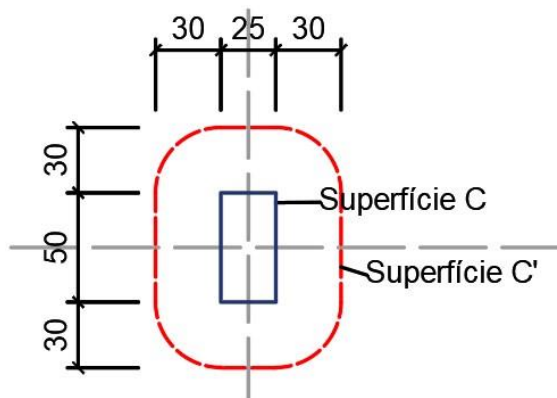
Dessa forma, sendo o valor solicitante menor que o resistente, temos que o pilar com essas características é seguro aos esforços de punção, não sendo necessária nenhuma outra verificação ou alteração.

4.3.2 Pilar de seção retangular

4.3.2.1 Definição da superfície crítica C e C'

A superfície crítica, dimensionada seguindo as mesmas prescrições de distância utilizadas para a geometria quadrada, é verificada na Figura 40.

Figura 40 – Superfícies críticas C e C' para pilar retangular



Fonte: Autor (2020).

4.3.2.2 Tensão solicitante na superfície C e C'

Novamente, a tensão solicitante é calculada para pilar interno considerando simetria do carregamento. O valor da reação no apoio é o mesmo do utilizado na verificação do pilar quadrado, bem como a altura útil. O perímetro da superfície crítica C' será 338,49 cm. Dessa forma, teremos a tensão solicitante na superfície crítica C e C' conforme a Tabela 4:

Tabela 4 – Síntese da tensão solicitante na superfície C e C' para pilar retangular

	Tensão solicitante
Superfície C	0,20149 kN/cm ²
Superfície C'	0,08929 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

4.3.2.3 Tensão resistente na superfície C

A tensão resistente na superfície C segue a mesma metodologia de cálculo utilizada para o pilar quadrado e seu valor deve ser superior ao da tensão solicitante. Dessa forma, obtemos os valores expressos na Tabela 5:

Tabela 5 – Síntese das tensões na superfície C para pilar retangular

	Superfície C
Tensão solicitante	0,20149 kN/cm ²
Tensão resistente	0,509 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

Com a obtenção da tensão resistente, faz-se a comparação com a tensão solicitante e, sendo o valor da tensão resistente superior, para essa verificação o pilar se faz suficiente.

4.3.2.4 Tensão resistente na superfície C'

A tensão resistente na superfície C' é calculada a partir das mesmas equações já utilizadas nas verificações do pilar quadrado. A taxa geométrica de armadura de flexão aderente, calculada a partir das taxas de armadura para o eixo X e para o eixo Y, será de 0,007854 cm².

Dessa forma, as tensões obtidas sem armadura foram insuficientes para a tensão solicitante na superfície C'. A armadura dimensionada continuará sendo do tipo conectores, com espaçamento de 10 cm entre as camadas, e a área de aço necessária juntamente com a quantidade de fileiras será determinada a fim de suprir à tensão solicitante. Para este caso específico, serão necessárias 2 camadas de conectores e a área total de aço representada por elas é de 2,32 cm².

A síntese das tensões nessa superfície é vista na Tabela 6.

Tabela 6 – Síntese das tensões na superfície C' para pilar retangular

	Sem armadura de punção	Com armadura de punção
Tensão solicitante na superfície C'	0,1516 kN/cm ²	0,1516 kN/cm ²
Tensão resistente na superfície C'	0,0803 kN/cm ²	0,1516 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

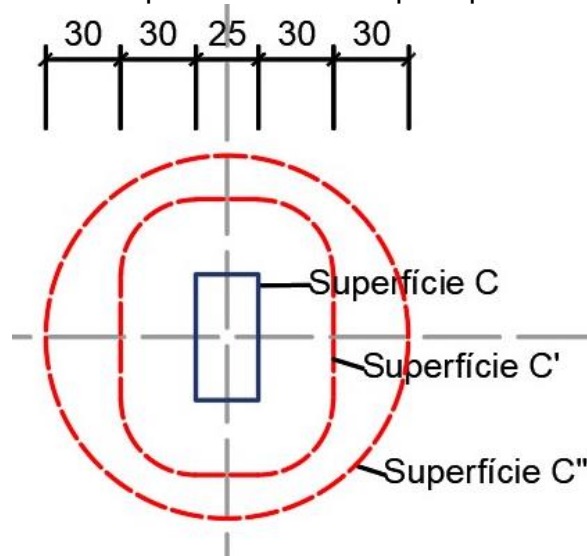
Com a tensão resistente igual à tensão solicitante, há condições de segurança à punção com essas características de armadura. Faz-se necessária a verificação das

tensões solicitantes e resistentes na superfície crítica C'' por estarmos utilizando armadura para combate dos esforços.

4.3.2.5 Tensão solicitante e resistente na superfície C''

Para esse caso, a superfície crítica C'' é apresentada na Figura 41.

Figura 41 – Superfície crítica C'' para pilar retangular



Fonte: Autor (2020).

Obtendo a tensão solicitante a partir da equação utilizada para as outras superfícies, teremos:

$$\tau_{sd} = 0,0663 \text{ kN/cm}^2$$

Então, a tensão resistente será dada pelas mesmas equações de verificação do dimensionamento à punção na superfície crítica C' sem armadura. O valor da tensão resistente será:

$$\tau_{Rd1} = 0,8030 \text{ MPa} = 0,0803 \text{ kN/cm}^2$$

Comparando a tensão solicitante e a resistente, temos:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$$

$$0,0663 \text{ kN/cm}^2 \leq 0,0803 \text{ kN/cm}^2$$

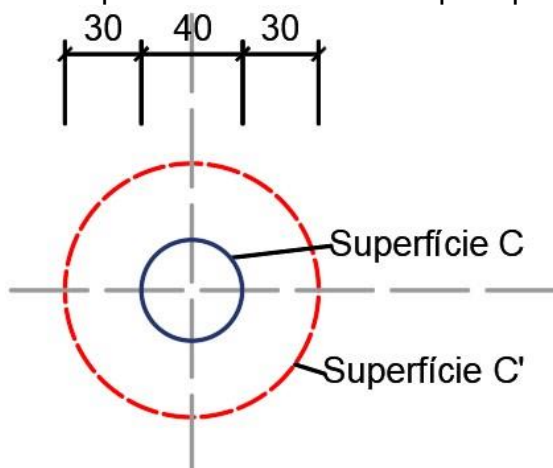
Assim, com o valor solicitante menor que o resistente, temos que o pilar com essas características é seguro aos esforços de punção, não sendo necessária nenhuma outra verificação ou alteração.

4.3.3 Pilar de seção circular

4.3.3.1 Definição da superfície crítica C e C'

A superfície crítica, dimensionada seguindo as mesmas prescrições utilizadas para as outras geometrias, é apresentada na Figura 42.

Figura 42 – Superfícies críticas C e C' para pilar circular



Fonte: Autor (2020).

4.3.3.2 Tensão solicitante na superfície C e C'

A síntese das tensões solicitantes é apresentada na Tabela 7. O perímetro da superfície crítica C' considerada será 314,15 cm.

Tabela 7 – Síntese da tensão solicitante na superfície C e C' para pilar circular

	Tensão solicitante
Superfície C	0,2405 kN/cm ²
Superfície C'	0,0962 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

4.3.3.3 Tensão resistente na superfície C

A tensão resistente na superfície C segue a mesma metodologia de cálculo utilizada para as outras geometrias e é vista na Tabela 8:

Tabela 8 – Síntese das tensões na superfície C para pilar circular

	Superfície C
Tensão solicitante	0,2405 kN/cm ²
Tensão resistente	0,509 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

Sendo o valor da tensão resistente superior, para essa verificação o pilar se faz suficiente.

4.3.3.4 Tensão resistente na superfície C'

Para o cálculo da tensão resistente na superfície C' foi considerada a mesma taxa de armadura de flexão aderente dos outros dois casos. Novamente, não foi possível atender a segurança na superfície sem a disposição de armadura de punção. Foi-se utilizada, então, armadura com 2 camadas de conectores, cuja área total de aço representada por elas é de 2,69 cm². A síntese das tensões observadas na superfície C' para pilar circular é demonstrada na Tabela 9.

Tabela 9 – Síntese das tensões na superfície C' para pilar circular

	Sem armadura de punção	Com armadura de punção
Tensão solicitante na superfície C'	0,0962 kN/cm ²	0,0962 kN/cm ²
Tensão resistente na superfície C'	0,0803 kN/cm ²	0,0962 kN/cm ²

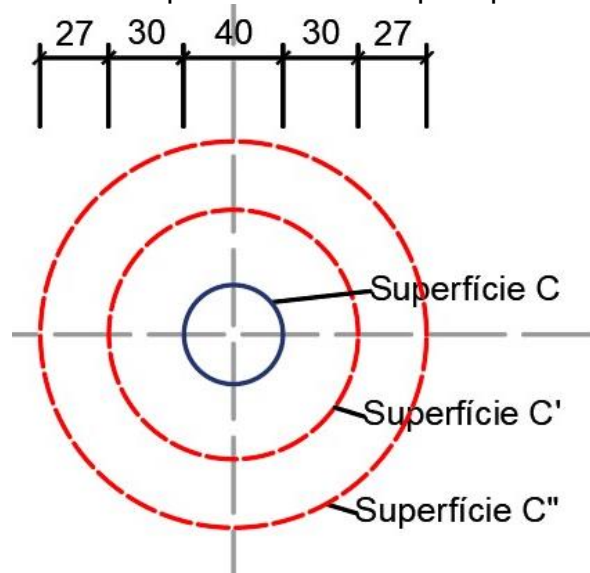
Fonte: Autor (2020).

Sendo a tensão resistente igual à tensão solicitante, há condições de segurança à punção com essas características de armadura. Faz-se necessária a verificação das tensões solicitantes e resistentes na superfície crítica C" por estarmos utilizando armadura para combate dos esforços.

4.3.3.5 Tensão solicitante e resistente na superfície C''

Para esse caso, a superfície crítica C'' é apresentada na Figura 43.

Figura 43 – Superfície crítica C'' para pilar circular



Fonte: Autor (2020).

A tensão solicitante e resistente é verificada na Tabela 10.

Tabela 10 – Síntese das tensões na superfície C'' para pilar circular

	Superfície C
Tensão solicitante	0,0712 kN/cm ²
Tensão resistente	0,0803 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

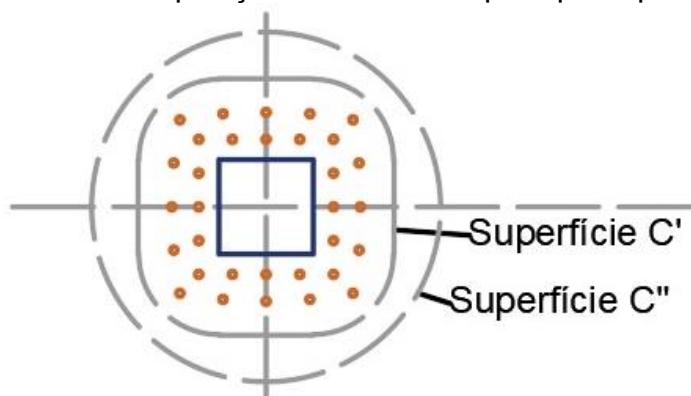
Sendo o valor solicitante menor que o resistente, temos que o pilar com essas características é seguro aos esforços de punção, não sendo necessária nenhuma outra verificação ou alteração.

4.4 RESUMO DAS ARMADURAS DE PUNÇÃO UTILIZADAS

As armaduras de punção para os três casos, quando obtida a força atuante no apoio pelo método simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014) estão resumidas na Figura

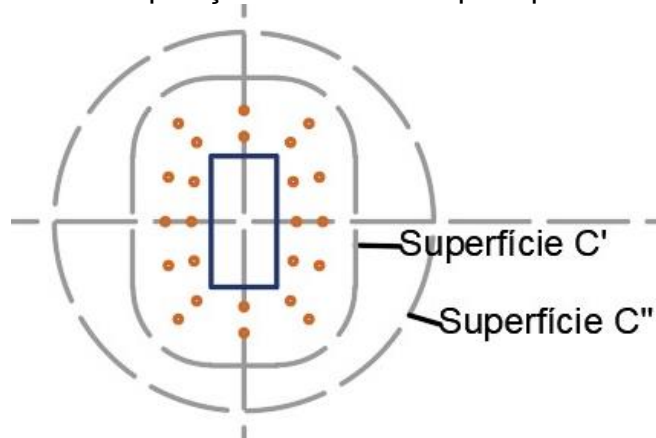
44, Figura 45 e Figura 46. Todas as camadas de pinos possuem espaçamento de 10 cm entre elas nas três geometrias utilizadas.

Figura 44 – Disposição da armadura para pilar quadrado



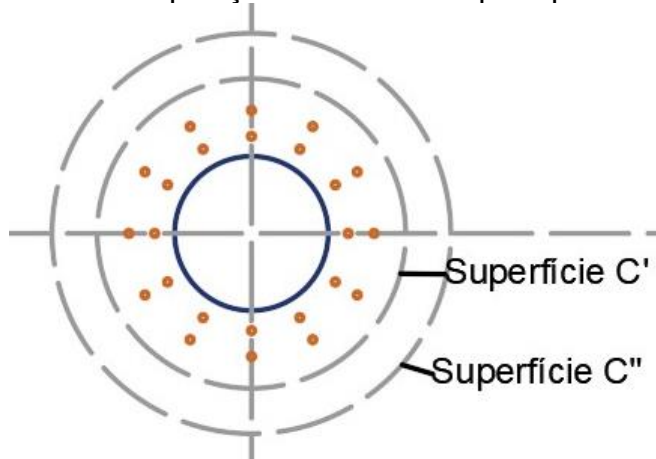
Fonte: Autor (2020).

Figura 45 – Disposição da armadura para pilar retangular



Fonte: Autor (2020).

Figura 46 – Disposição da armadura para pilar circular



Fonte: Autor (2020).

5 DIMENSIONAMENTO DAS LAJES COM AUXÍLIO DO SAP 2000

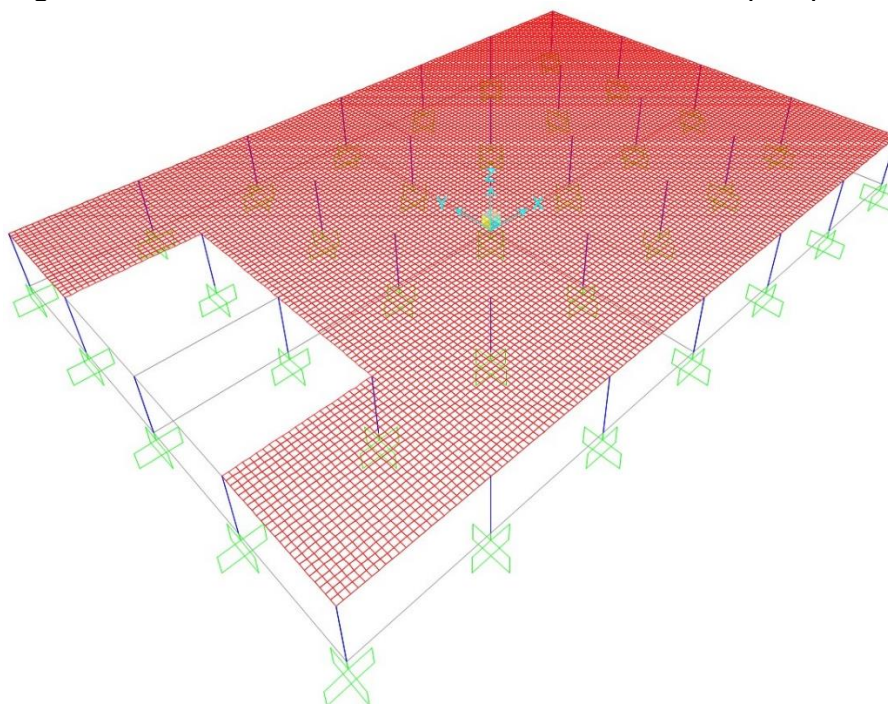
O dimensionamento das lajes através do *software* SAP 2000 v.22 será realizado em cinco etapas, sendo elas: a modelagem da estrutura e definição dos materiais, a obtenção dos diagramas para cada faixa de laje, o dimensionamento das armaduras à flexão, o dimensionamento das armaduras de combate ao colapso progressivo e a verificação dos esforços de punção.

5.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA

Para o desenvolvimento e obtenção dos esforços fletores com maior proximidade com os esforços reais possíveis, a estrutura foi modelada em sua totalidade de forma tridimensional. No modelo, os pilares são representados por elementos de barra e a laje representada por elementos de casca. Os apoios impedem a movimentação em todas as direções. A malha de elementos finitos que representa as lajes foram subdivididas em elementos quadrados de 25x25cm.

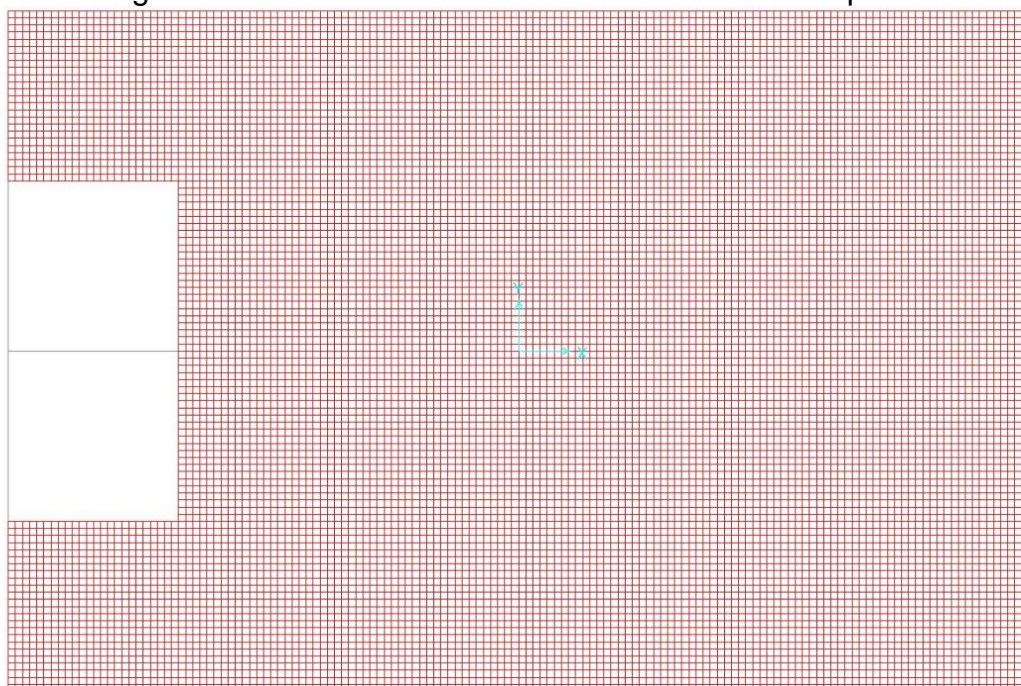
Na Figura 47, o modelo gerado é apresentado em perspectiva e na Figura 48 em planta.

Figura 47 – Modelo tridimensional do SAP 2000 em perspectiva



Fonte: Adaptado de SAP 2000 (2020).

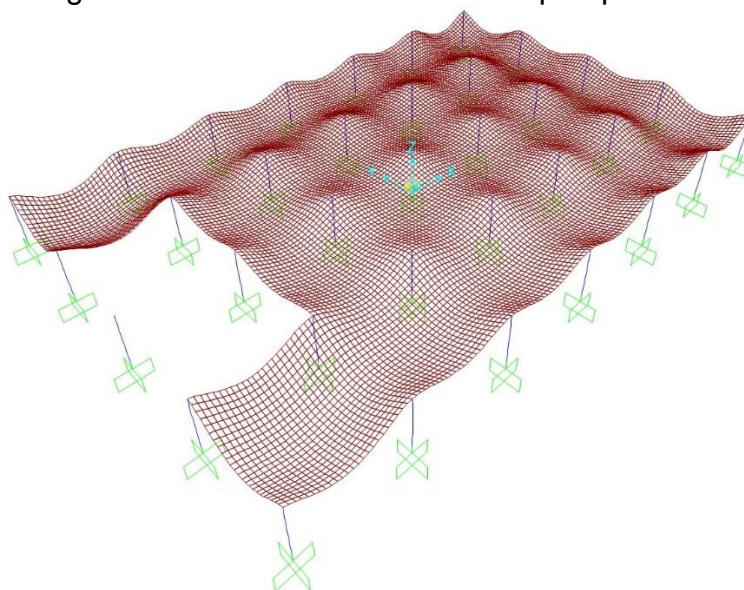
Figura 48 – Modelo tridimensional do SAP 2000 em planta



Fonte: Adaptado de SAP 2000 (2020).

Foi aplicado ao modelo computacional o carregamento de $6,0 \text{ kN/m}^2$ correspondente à carga acidental determinada pela NBR 6120 (ABNT, 2019) e o peso próprio foi calculado automaticamente pelo programa a partir das propriedades definidas para cada seção. O modelo deformado após o carregamento é exibido, em perspectiva, com ampliação dos deslocamentos em 500 vezes, na Figura 49

Figura 49 – Modelo deformado em perspectiva

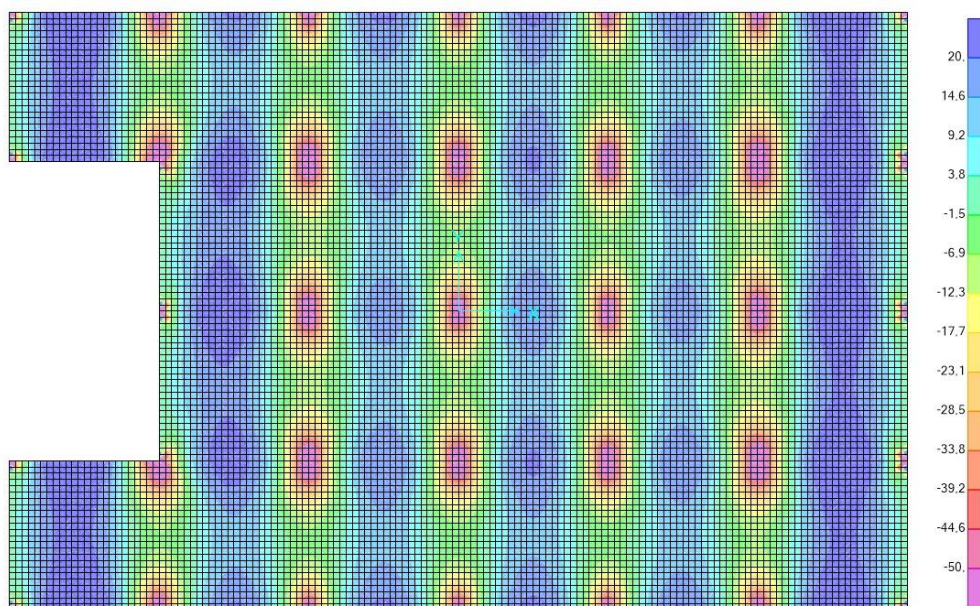


Fonte: Adaptado de SAP 2000 (2020).

5.2 OBTENÇÃO DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

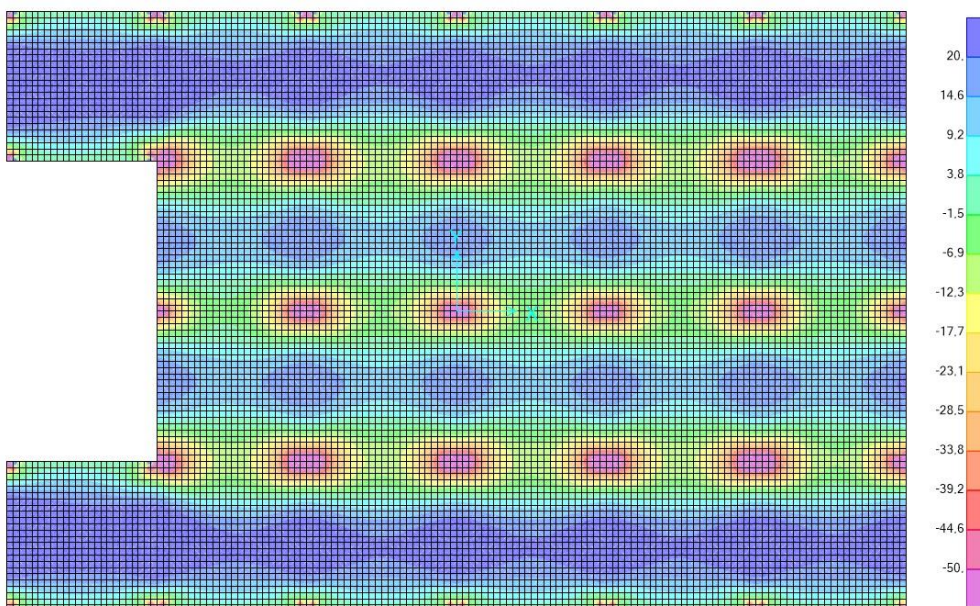
Com a combinação das cargas acidental e permanente, obteve-se os diagramas de esforços para ambos os eixos. A Figura 50 ilustra a distribuição dos momentos fletores obtidos para o eixo X e a Figura 51 os momentos fletores do eixo Y, ambas em kNm/m.

Figura 50 – Distribuição dos momentos fletores do eixo X



Fonte: Adaptado de SAP 2000 (2020).

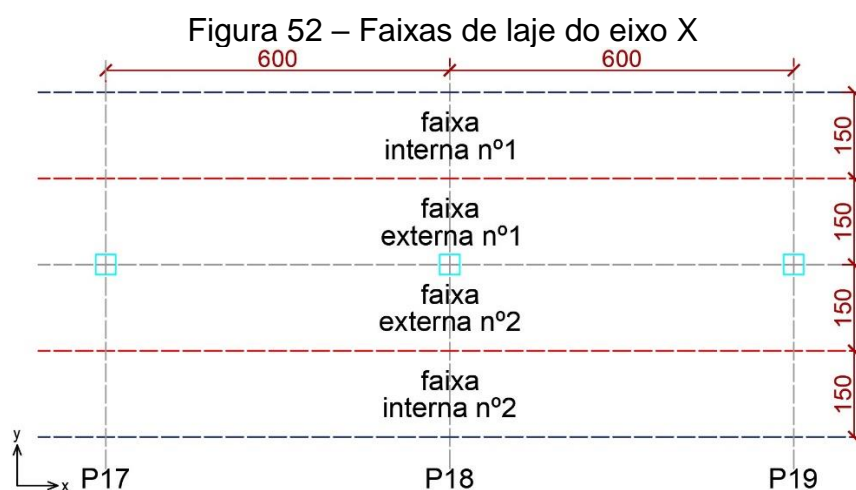
Figura 51 – Distribuição dos momentos fletores do eixo Y



Fonte: Adaptado de SAP 2000 (2020).

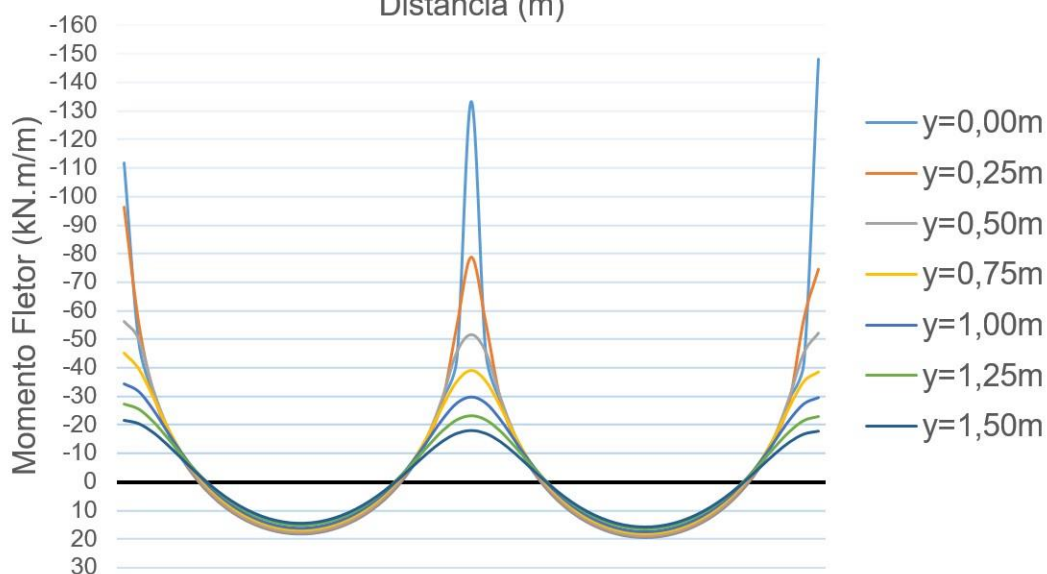
5.2.1 Diagramas de momento fletor do eixo X

Tendo toda a estrutura modelada, separou-se apenas os valores de momento para cada uma das faixas (interna e externa) da região do pilar 18 para análise. Foram obtidos os diagramas a partir dos valores de momento dos nós com auxílio do *software Excel*. Para as faixas de laje do eixo X, representadas na Figura 52, foram gerados 26 gráficos, espaçados 25 cm entre eles, de forma a abranger completamente as faixas interna e externa do pilar 18. Considerando como a origem do eixo Y na linha do pilar 18, a Figura 53 traz os diagramas de momento sobrepostos para a faixa externa nº 1.



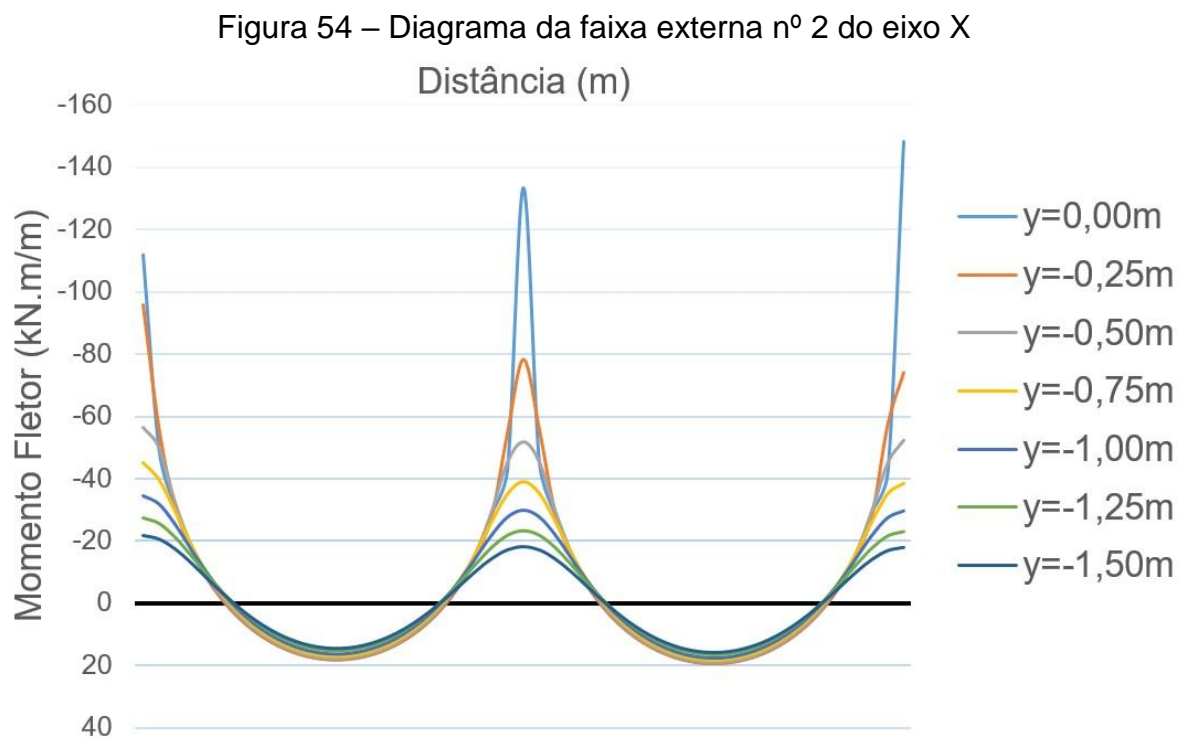
Fonte: Autor (2020).

Figura 53 – Diagrama da faixa externa nº 1 do eixo X

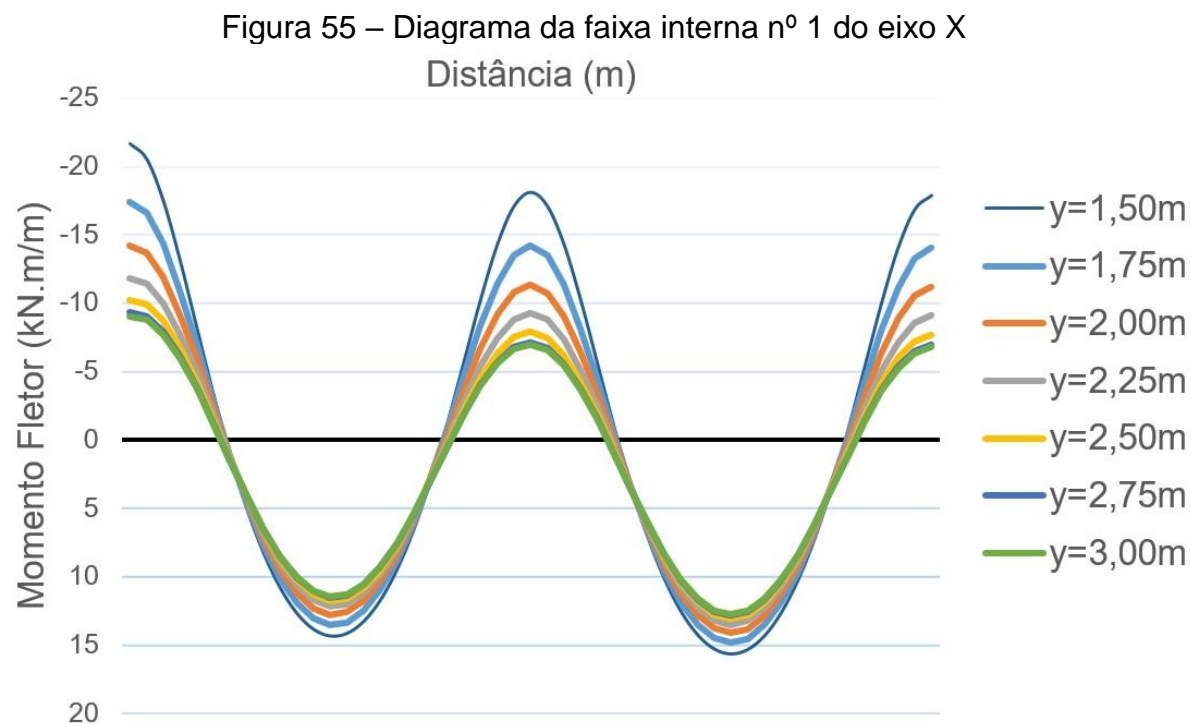


Fonte: Autor (2020).

A Figura 54 traz os diagramas sobrepostos da faixa externa nº 2, a Figura 55 da faixa interna nº1 e a Figura 56 da faixa interna nº2

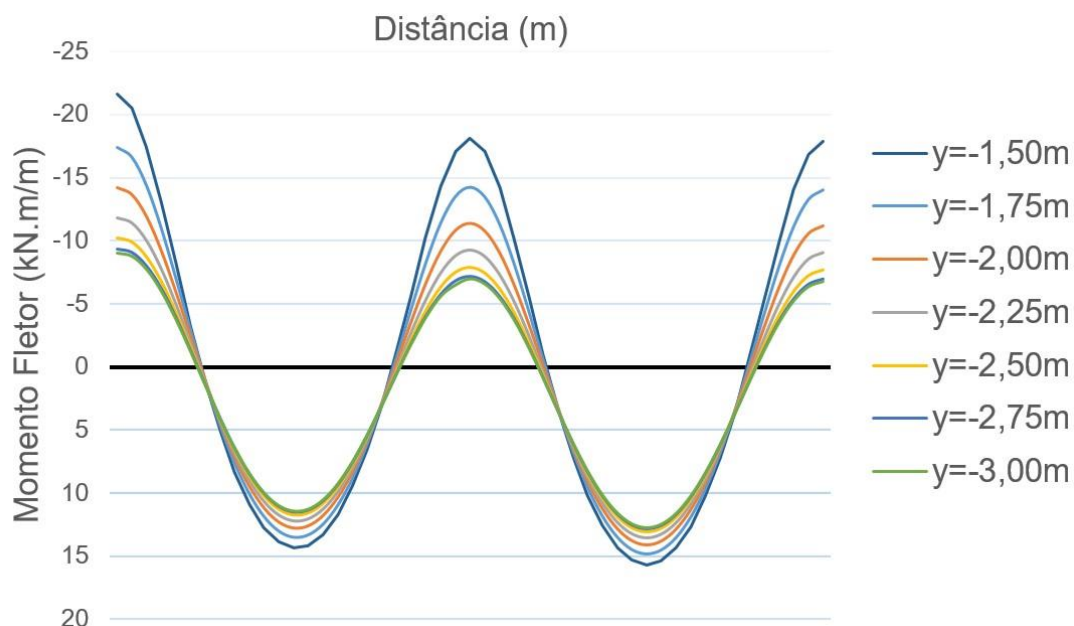


Fonte: Autor (2020).



Fonte: Autor (2020).

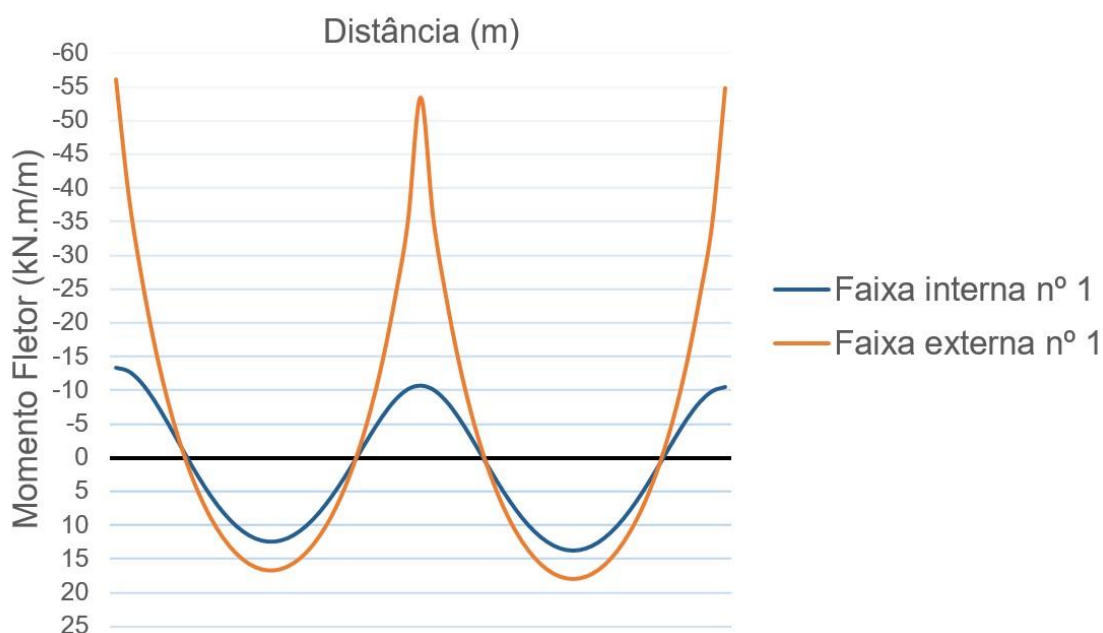
Figura 56 – Diagrama da faixa interna nº 2 do eixo X



Fonte: Autor (2020).

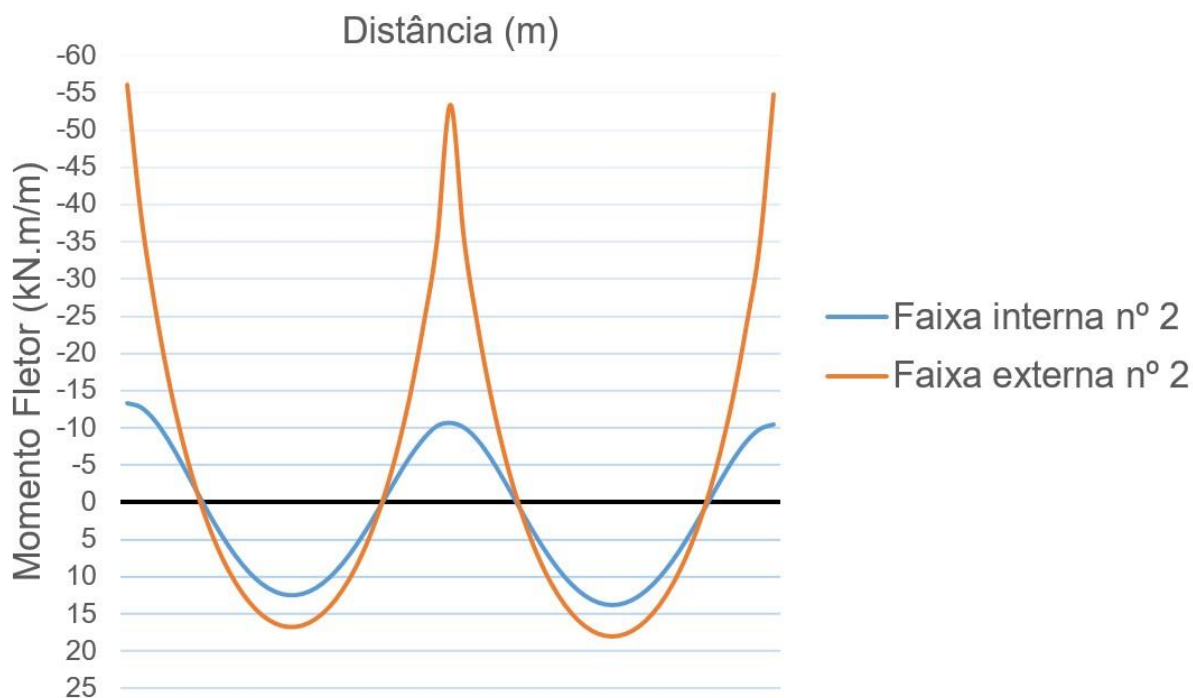
Com base nesses diagramas e com objetivo de obter apenas um diagrama por faixa de laje, que serão utilizados para o cálculo das armaduras de flexão, foi feita a média aritmética de seus valores. A Figura 57, mostra o diagrama médio de esforços fletores para a faixa interna e externa nº 1 e a Figura 58 mostra o diagrama para a faixa interna e externa nº 2

Figura 57 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 1 do eixo X



Fonte: Autor (2020).

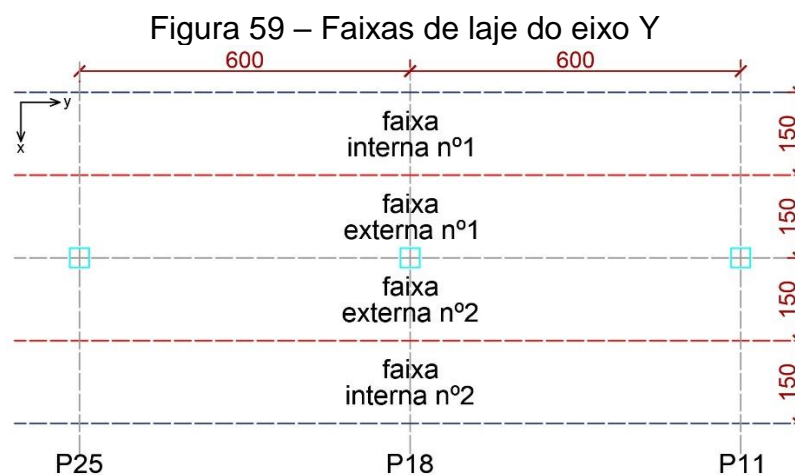
Figura 58 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 2 do eixo X



Fonte: Autor (2020).

5.2.2 Diagramas de momento fletor do eixo Y

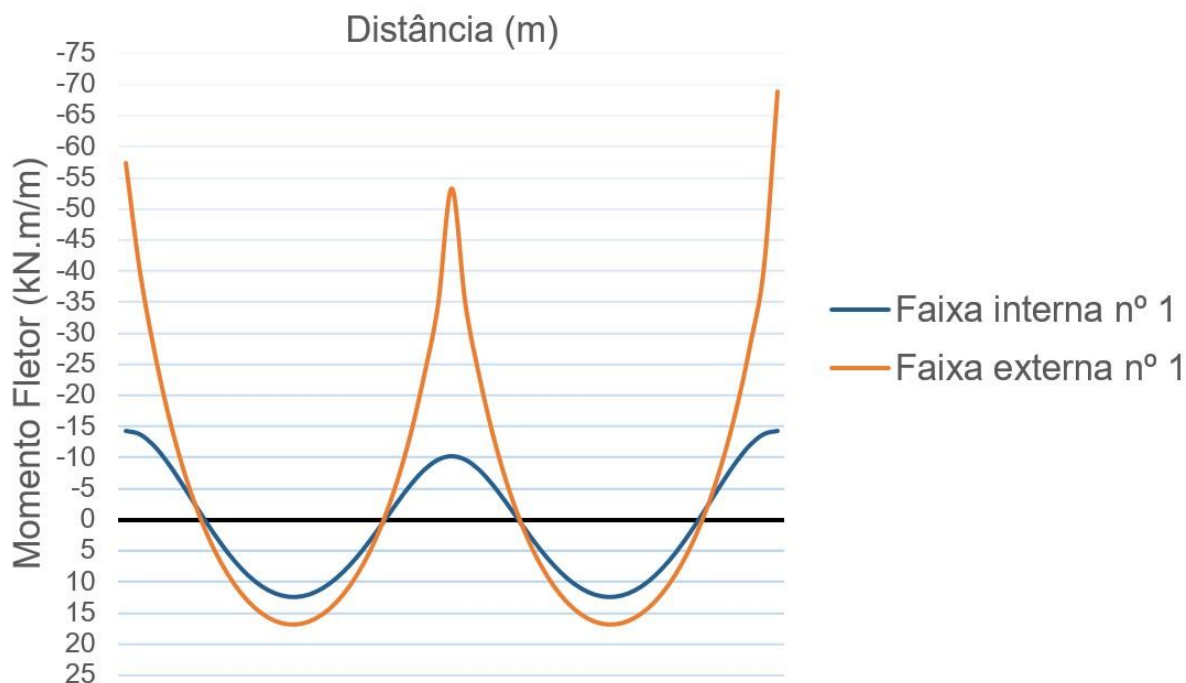
Seguindo a mesma metodologia empregada para obter os diagramas de momento fletor do eixo X, para o eixo Y também foram gerados 26 gráficos, espaçados 25cm entre eles, de forma a abranger completamente as faixas interna e externa do pilar 18. As faixas de laje do eixo Y estão representadas na Figura 59. A origem do eixo X está localizada na linha do pilar 18 e o eixo Y aparece na horizontal.



Fonte: Autor (2020).

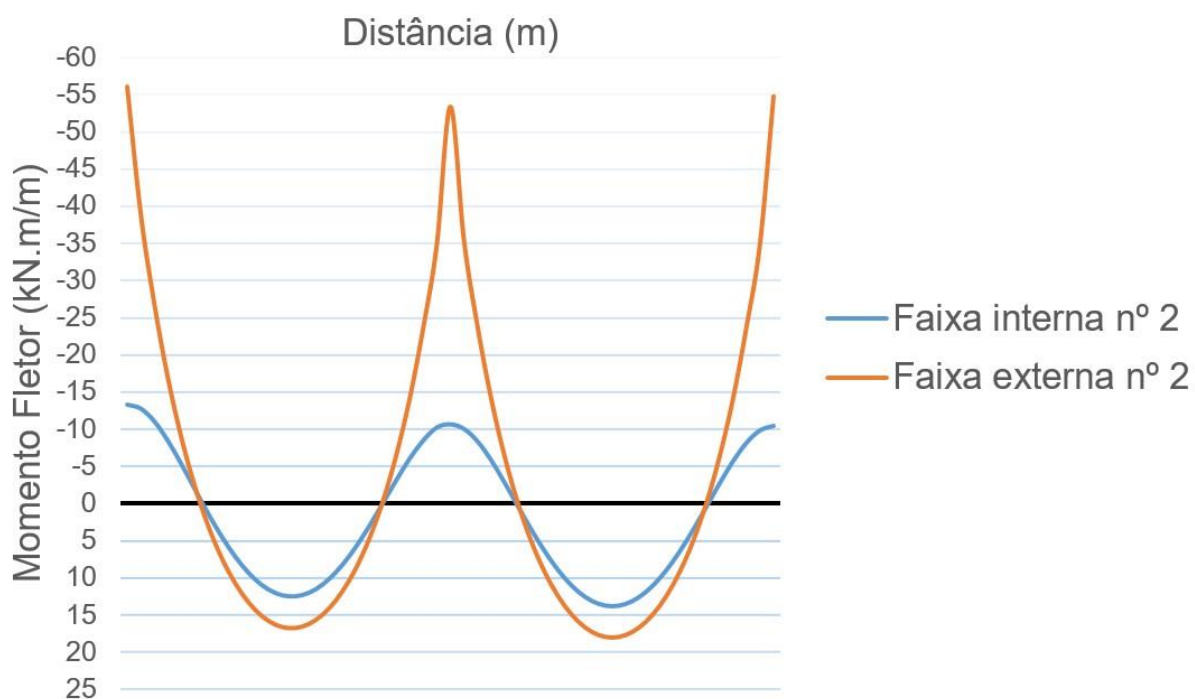
A Figura 60 apresenta o diagrama médio de esforços para as faixas interna e externa nº 1 e a Figura 61 os diagramas médios das faixas interna e externa nº 2.

Figura 60 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 1 do eixo Y



Fonte: Autor (2020).

Figura 61 – Diagrama médio da faixa interna e externa nº 2 do eixo Y

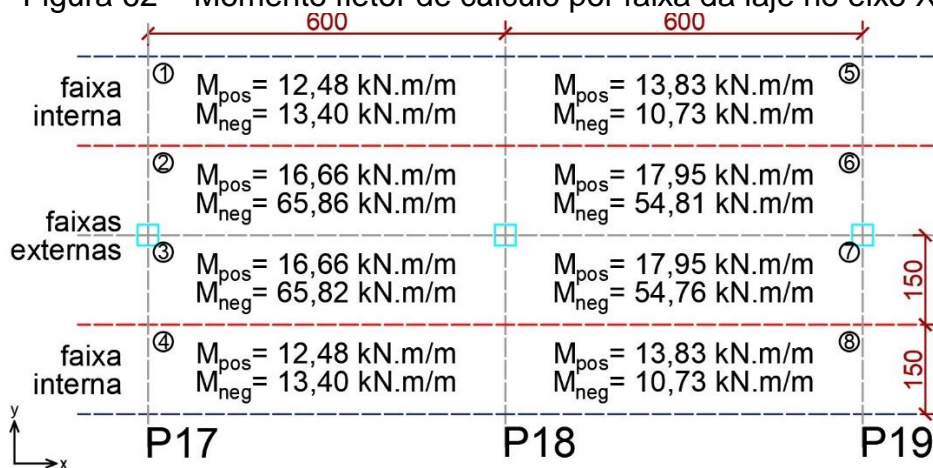


Fonte: Autor (2020).

5.3 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

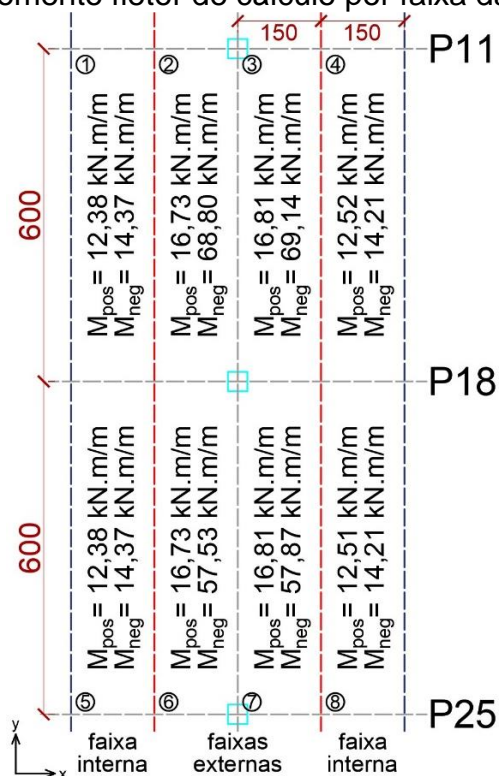
O dimensionamento à flexão utilizará os momentos obtidos através do *software* SAP 2000 e relacionados nos diagramas do item 5.2. Os valores máximos de momento fletor positivo e negativo para o eixo X e eixo Y estão apresentados na Figura 62 e Figura 63.

Figura 62 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo X



Fonte: Autor (2020).

Figura 63 – Momento fletor de cálculo por faixa da laje no eixo Y



Fonte: Autor (2020).

Com os momentos de cálculo definidos, as áreas de armadura para cada faixa foram obtidas através do dimensionamento de uma viga, com armadura simples, um metro de largura, altura total de 18 cm e altura útil de 15 cm (altura total descontados o cobrimento nominal de concreto de 25 mm e metade do diâmetro de uma barra de 10 mm) utilizando o mesmo procedimento de cálculo que fora dimensionada as lajes pelo método simplificado.

A síntese dos cálculos para a armadura positiva e negativa dos eixos X e Y é mostrada, respectivamente, na Tabela 11 e Tabela 12.

Tabela 11 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo X

Eixo X				
Região	Área de aço solicitante		Área de aço adotada	
	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
1	2,74 cm ²	2,95 cm ²	3,12 cm ²	3,12 cm ²
2	3,68 cm ²	16,24 cm ²	3,93 cm ²	16,76 cm ²
3	3,68 cm ²	16,22 cm ²	3,93 cm ²	16,76 cm ²
4	2,74 cm ²	2,95 cm ²	3,12 cm ²	3,12 cm ²
5	3,04 cm ²	2,35 cm ²	3,12 cm ²	3,12 cm ²
6	3,98 cm ²	13,14 cm ²	4,36 cm ²	16,76 cm ²
7	3,98 cm ²	13,13 cm ²	4,36 cm ²	16,76 cm ²
8	3,04 cm ²	2,35 cm ²	3,12 cm ²	3,12 cm ²

Fonte: Autor (2020).

Tabela 12 – Síntese do cálculo da armadura positiva e negativa do eixo Y

(continua)

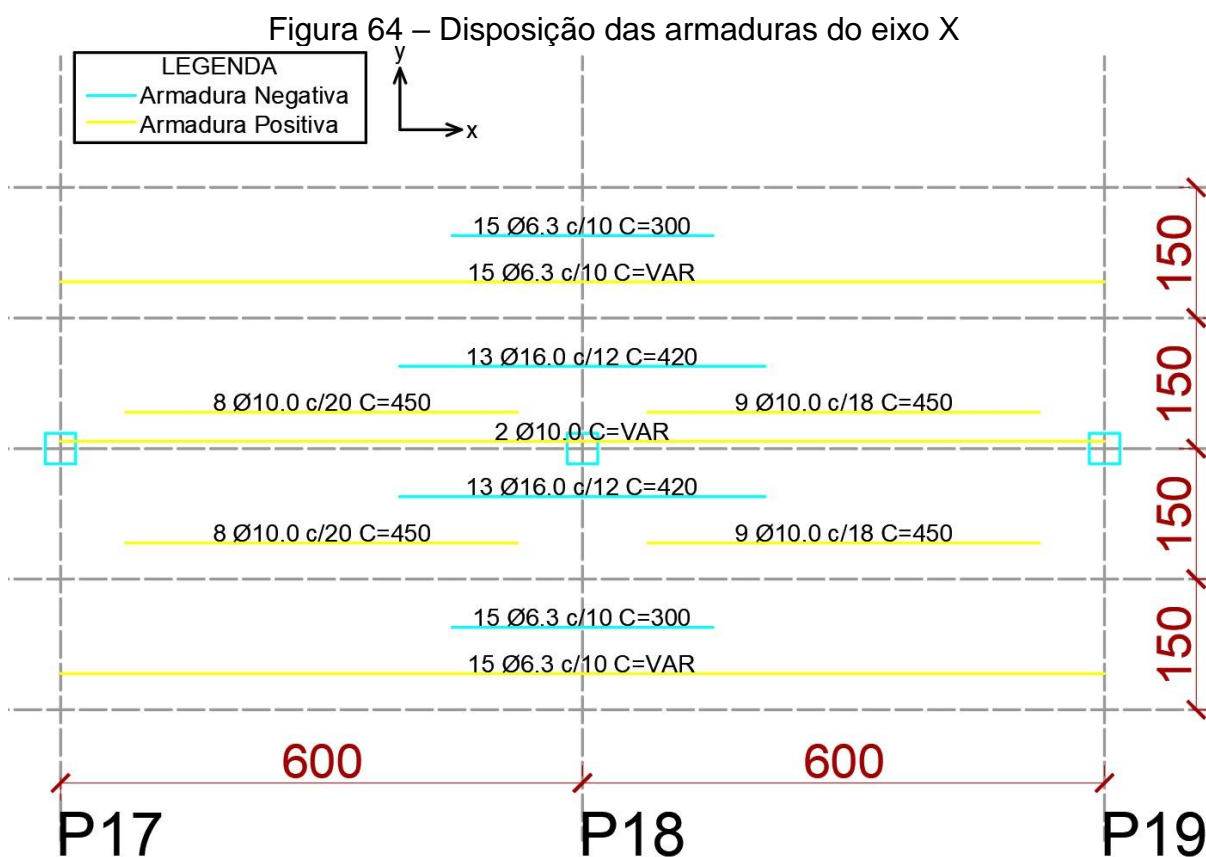
Eixo Y				
Região	Área de aço solicitante		Área de aço adotada	
	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
1	2,72 cm ²	3,17 cm ²	5,24 cm ²	5,24 cm ²
2	3,70 cm ²	17,09 cm ²	5,24 cm ²	18,28 cm ²
3	3,72 cm ²	17,20 cm ²	5,24 cm ²	18,28 cm ²
4	2,75 cm ²	3,13 cm ²	5,24 cm ²	5,24 cm ²
5	2,72 cm ²	3,16 cm ²	5,24 cm ²	5,24 cm ²
6	3,70 cm ²	13,88 cm ²	5,24 cm ²	18,28 cm ²

Eixo Y

	Área de aço solicitante		Área de aço adotada	
	7	3,72 cm ²	13,98 cm ²	5,24 cm ²
8	2,75 cm ²	3,13 cm ²	5,24 cm ²	5,24 cm ²

Fonte: Autor (2020).

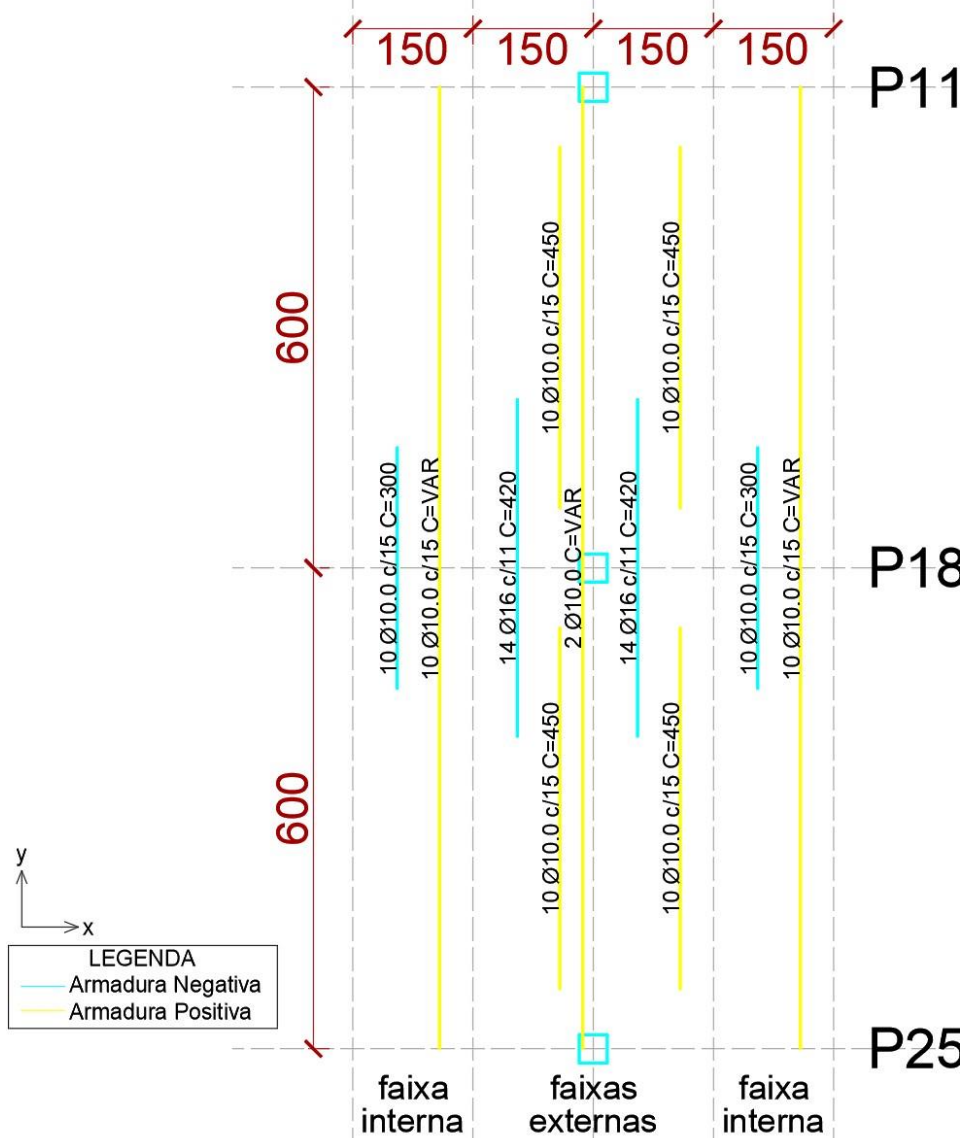
Conforme os parâmetros estabelecidos no item 2.5 para o comprimento da armadura indicados na NBR 6118 (ABNT, 2014), a dimensão e disposição das armaduras positiva e negativa para a região do pilar 18 está apresentada na Figura 64 para o eixo X.



Fonte: Autor (2020).

Para o eixo Y, as armaduras positivas e negativas estão representadas na Figura 65.

Figura 65 – Disposição das armaduras do eixo Y



Fonte: Autor (2020).

5.4 ARMADURA CONTRA O COLAPSO PROGRESSIVO

Conforme é indicado da NBR 6118 (ABNT, 2014) as armaduras contra o colapso progressivo (especificadas no item 2.6.8) são recomendadas para evitar um possível colapso progressivo total da estrutura. Da mesma forma que foi dimensionada essa armadura para as lajes do método simplificado, o dimensionamento seguirá a Equação (23).

$$f_{yd}A_{s,ccp} = 1,5F_{sd} \quad (23)$$

Para isso, o valor da força concentrada no pilar, obtido como reação na ligação laje-pilar do pórtico espacial do *software* SAP 2000 – 363,95 kN – será utilizado para obtenção da área de armadura a ser distribuída em ambos os eixos. Dessa forma, o valor da área de armadura será:

$$f_{yd}A_{s,ccp,x} = 1,5F_{sd}$$

$$A_{s,ccp,x} = \frac{1,5 \cdot (363,95 \cdot 1,2)}{43,48}$$

$$A_{s,ccp,x} = 15,07 \text{ cm}^2$$

A partir da área de armadura, serão dispostas 2 barras de 16 mm – cuja área da seção transversal da barra é 2,00 cm² – em cada face do pilar e, com isso, teremos área efetiva de armadura de 16 cm² na seção. O espaçamento entre as barras e o comprimento das mesmas irão ter alterações para cada uma das geometrias de pilar que serão utilizadas, tendo em vista que a largura da seção transversal varia em cada eixo e o comprimento mínimo delas deve ser igual a posição da superfície crítica C', que também altera em função das dimensões da seção transversal do pilar.

5.5 VERIFICAÇÃO DA PUNÇÃO

O dimensionamento à punção será feito com a variação da geometria dos pilares conforme as dimensões já adotadas na verificação das lajes dimensionadas pelo método simplificado. Dessa forma, consistirá na determinação das superfícies críticas C, C' e C'' e definição das tensões solicitante e resistente para cada uma das superfícies definidas. Por já ter abordado essa verificação detalhadamente no item 4.3, nessa etapa serão expostos somente os resultados obtidos na verificação.

5.5.1 Pilar de seção quadrada

Para o pilar de seção quadrada, a Tabela 13 traz os valores das tensões solicitantes e resistentes. A obtenção das tensões foi realizada partindo da força normal atuante no pilar, de 363,95 kN, obtida no *software* SAP 2000. A tensão

resistente na superfície C' já está sendo considerada com a utilização de armadura do tipo conector.

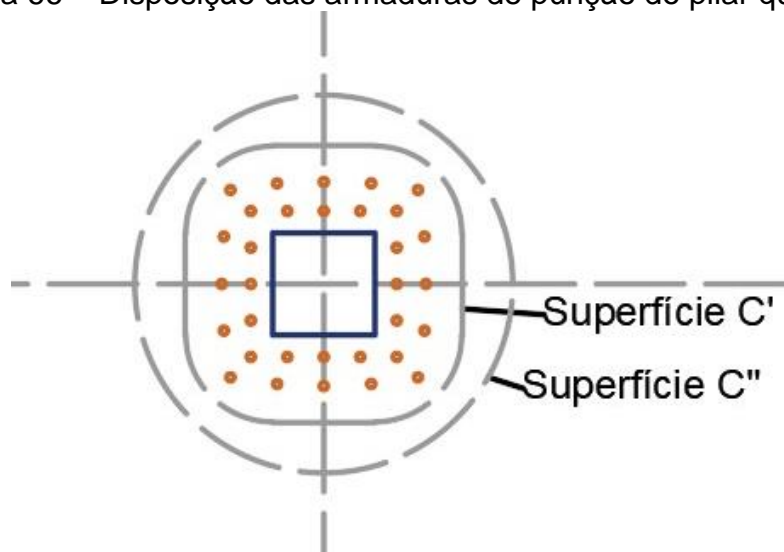
Tabela 13 – Tensões solicitantes e resistentes para pilar quadrado

Superfície	Tensão Solicitante	Tensão Resistente
C	0,2079 kN/cm ²	0,509 kN/cm ²
C'	0,0886 kN/cm ²	0,0886 kN/cm ²
C''	0,071 kN/cm ²	0,0882 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

A armadura utilizada para o pilar quadrado possui 2 camadas de conectores dispostos a 10 cm de espaçamento entre eles. Na Figura 66 é apresentada a disposição das armaduras bem como a posição das superfícies críticas de controle.

Figura 66 – Disposição das armaduras de punção do pilar quadrado



Fonte: Autor (2020).

5.5.2 Pilar de seção retangular

Para o pilar de seção retangular, é apresentado na Tabela 14 os valores das tensões solicitantes e resistentes. Para este caso, não foi necessária a colocação de armadura de combate à punção, uma vez que a tensão solicitante na superfície C' foi inferior a tensão resistente. Assim, também não se faz necessária a verificação da tensão solicitante e resistente na superfície C'' .

Tabela 14 – Tensões solicitantes e resistentes para pilar retangular

Superfície	Tensão Solicitante	Tensão Resistente
C	0,1941 kN/cm ²	0,5091 kN/cm ²
C'	0,086 kN/cm ²	0,0905 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

5.5.3 Pilar de seção circular

Para o pilar de seção circular, é exposto os valores das tensões solicitantes e resistentes na Tabela 15. A tensão resistente na superfície C' já está sendo considerada com a utilização de armadura do tipo conector.

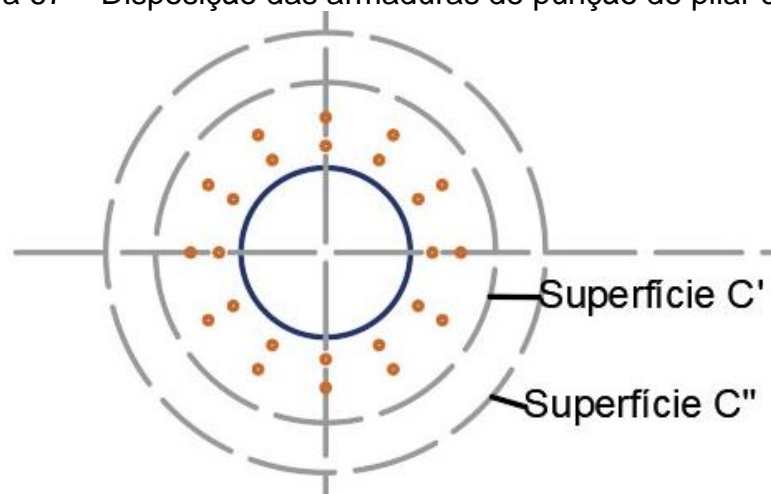
Tabela 15 – Tensões solicitantes e resistentes para pilar circular

Superfície	Tensão Solicitante	Tensão Resistente
C	0,2317 kN/cm ²	0,509 kN/cm ²
C'	0,0927 kN/cm ²	0,0927 kN/cm ²
C''	0,0686 kN/cm ²	0,088 kN/cm ²

Fonte: Autor (2020).

A armadura utilizada para o pilar circular possui 2 camadas de conectores dispostos a 10 cm de espaçamento entre eles. Na Figura 67 é apresentada a disposição das armaduras bem como a posição das superfícies críticas de controle.

Figura 67 – Disposição das armaduras de punção do pilar circular



Fonte: Autor (2020).

6 COMPARAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 ANÁLISE DOS MOMENTOS FLETORES

Os momentos fletores positivos e negativos máximos obtidos com o método elástico aproximado da NBR 6118 (ABNT, 2014) e os momentos fletores positivos e negativos máximos obtidos através do cálculo por elementos finitos para o eixo X estão relacionados na Tabela 16 e para o eixo Y estão relacionados na Tabela 17.

Tabela 16 – Síntese dos momentos fletores máximos para o eixo X

Faixa	Região da faixa	Momentos Fletores Máximos (kNm/m)			
		Método Simplificado		Método dos Elementos Finitos	
		Momento positivo	Momento negativo	Momento positivo	Momento negativo
1	Interna	28,26	-31,63	12,48	-13,40
2	Externa	17,27	-47,45	16,66	-65,86
3	Externa	17,27	-47,45	16,66	-65,82
4	Interna	28,26	-31,63	12,48	-13,40
5	Interna	28,38	-31,48	13,83	-10,73
6	Externa	17,34	-47,22	17,95	-54,81
7	Externa	17,34	-47,22	17,95	-54,76
8	Interna	28,38	-31,48	13,83	-10,73

Fonte: Autor (2020).

Tabela 17 – Síntese dos momentos fletores máximos para o eixo Y

(continua)

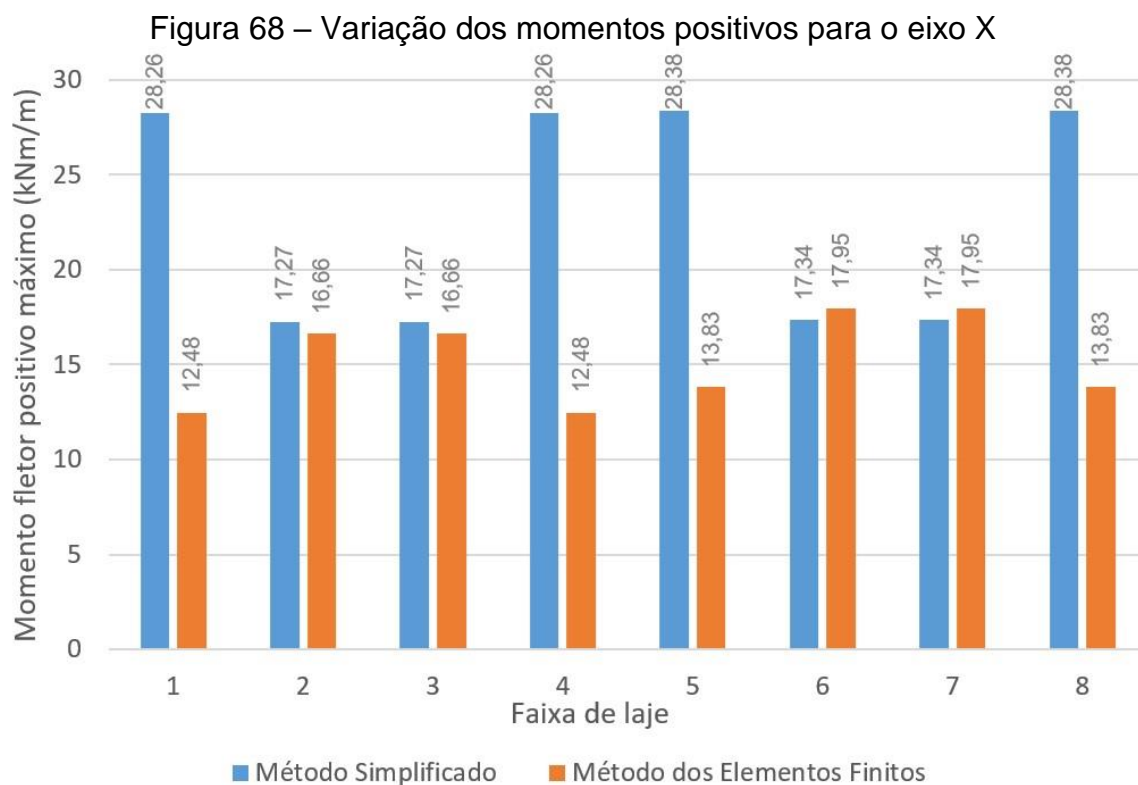
Faixa	Região da faixa	Momentos Fletores Máximos (kNm/m)			
		Método Simplificado		Método dos Elementos Finitos	
		Momento positivo	Momento negativo	Momento positivo	Momento negativo
1	Interna	28,29	-31,67	12,38	-14,37
2	Externa	17,28	-47,50	16,73	-68,80

(conclusão)

Faixa	Região da faixa	Momentos Fletores Máximos (kNm/m)			
		Método Simplificado		Método dos Elementos Finitos	
		Momento positivo	Momento negativo	Momento positivo	Momento negativo
3	Externa	17,28	-47,50	16,81	-68,14
4	Interna	28,29	-31,67	12,52	-14,21
5	Interna	28,29	-31,67	12,38	-14,37
6	Externa	17,28	-47,50	16,73	-57,53
7	Externa	17,28	-47,50	16,81	-57,87
8	Interna	28,29	-31,67	12,51	-14,21

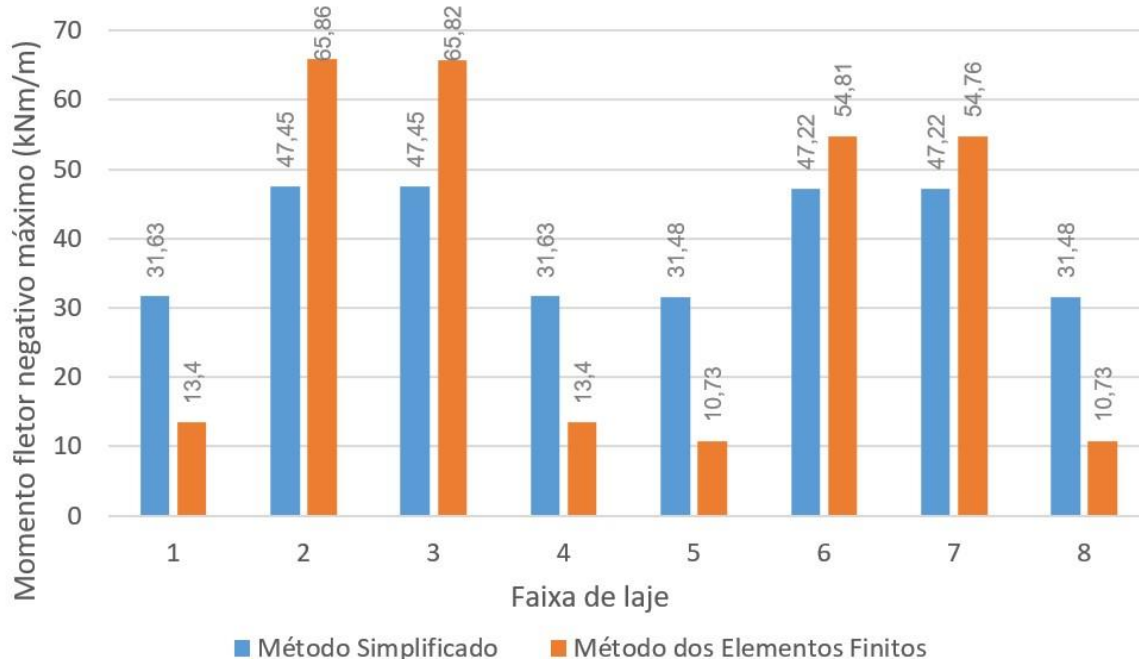
Fonte: Autor (2020).

A comparação dos valores de momento obtidos pela variação do método de cálculo para o eixo X é apresentada, de forma gráfica, na Figura 68 e Figura 69 para os momentos positivos e negativos, respectivamente.



Fonte: Autor (2020).

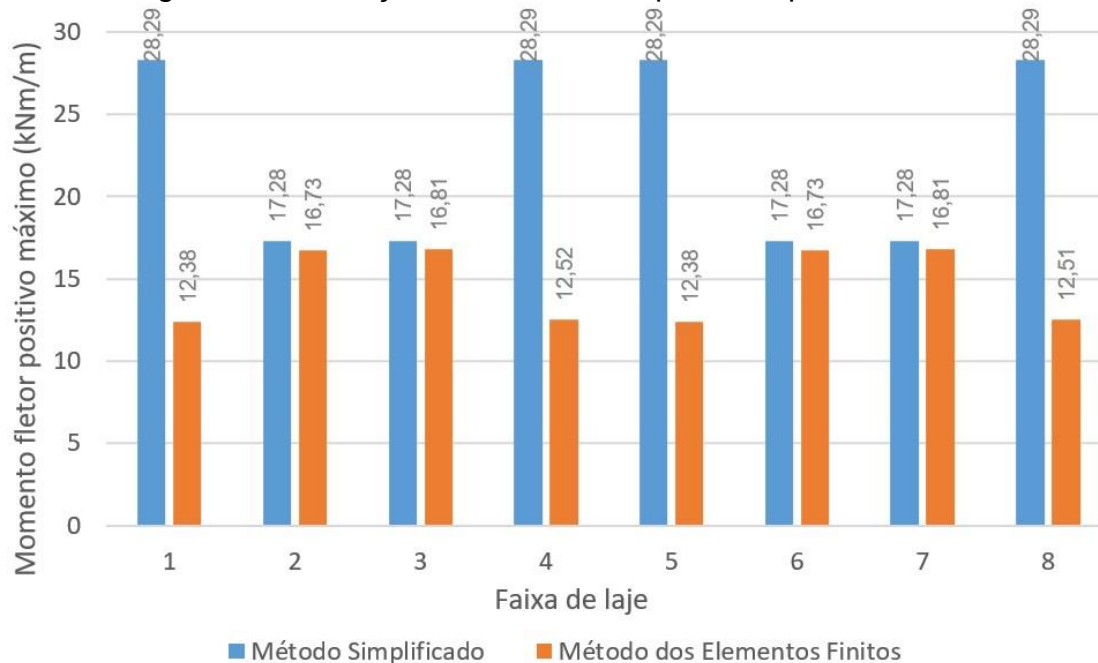
Figura 69 – Variação dos momentos negativos para o eixo X



Fonte: Autor (2020).

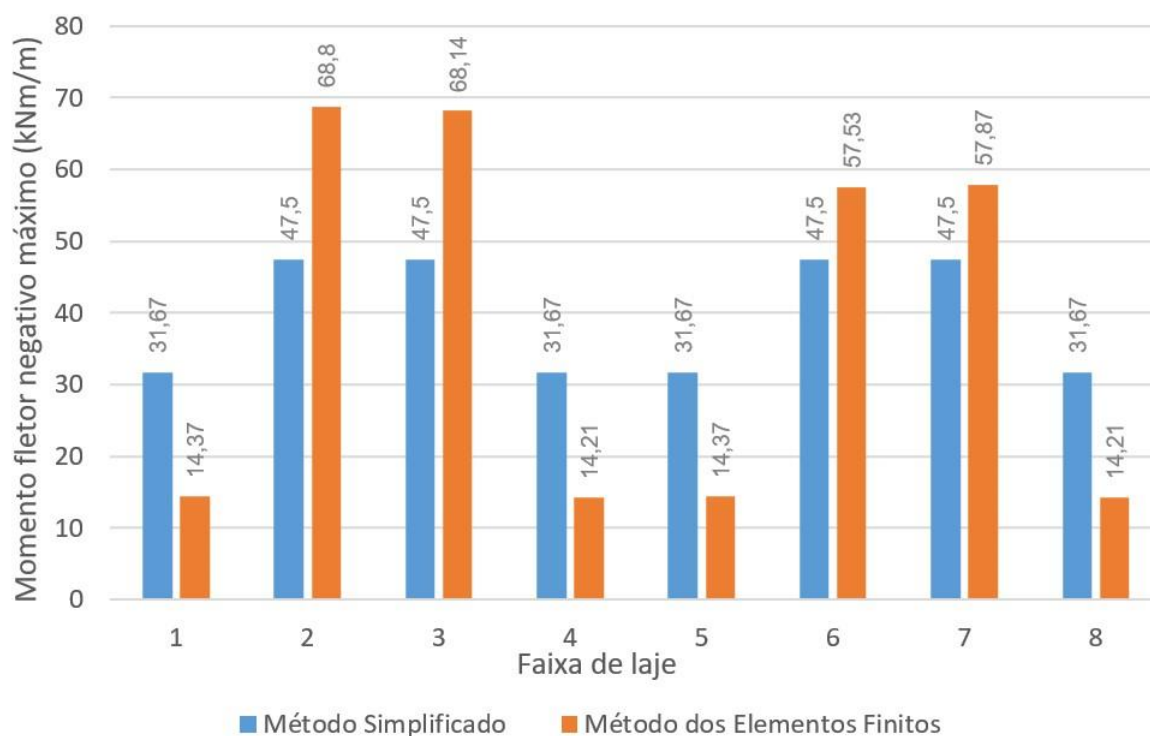
Nota-se a variação significativa dos valores de momento obtidas nas faixas internas entre os métodos. Essa variação também é percebida nas faixas de laje do eixo Y, que estão apresentadas na Figura 70 para os momentos positivos e na Figura 71 para os momentos negativos.

Figura 70 – Variação dos momentos positivos para o eixo Y



Fonte: Autor (2020).

Figura 71 – Variação dos momentos negativos para o eixo Y



Fonte: Autor (2020).

Analisando os valores, temos que os momentos obtidos para as faixas externas de laje através do método simplificado são, em média, 10,46% menores que os valores obtidos pelo método de elementos finitos. Já para as faixas internas, os valores de momento obtidos pelo método simplificado são, em média, 132,36% maiores que os valores do método de elementos finitos.

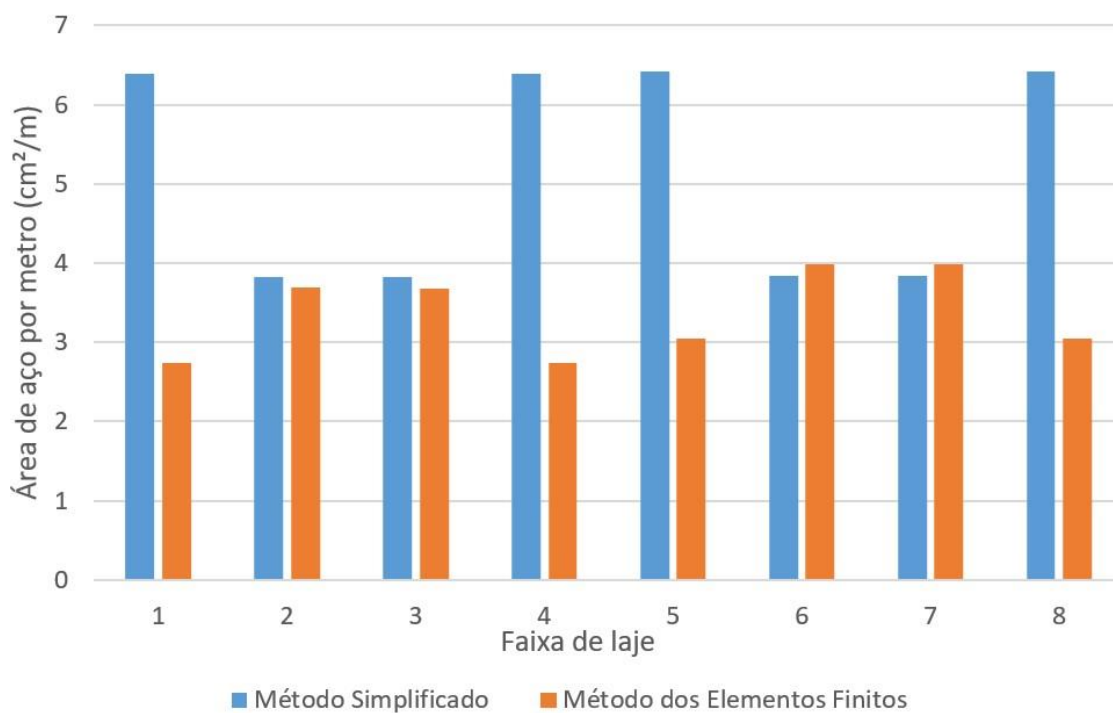
Para reduzir essa variação, nesse caso, os valores dos coeficientes de distribuição dos momentos para a faixa interna da laje que, por norma, são de 45% dos momentos positivos e 25% dos momentos negativos máximos, obtidos através de um pórtico plano, deveriam ser de 20% para os momentos positivos e 10% para os momentos negativos.

6.2 COMPARAÇÃO DAS ÁREAS DE ARMADURAS

Tendo em vista que a diferença dos métodos na obtenção dos momentos máximos resultou em uma variação significativa de valores, principalmente para as faixas internas, a comparação das áreas de armadura solicitadas através do cálculo também apresentará grandes variações. A Figura 72 traz, de modo gráfico, um

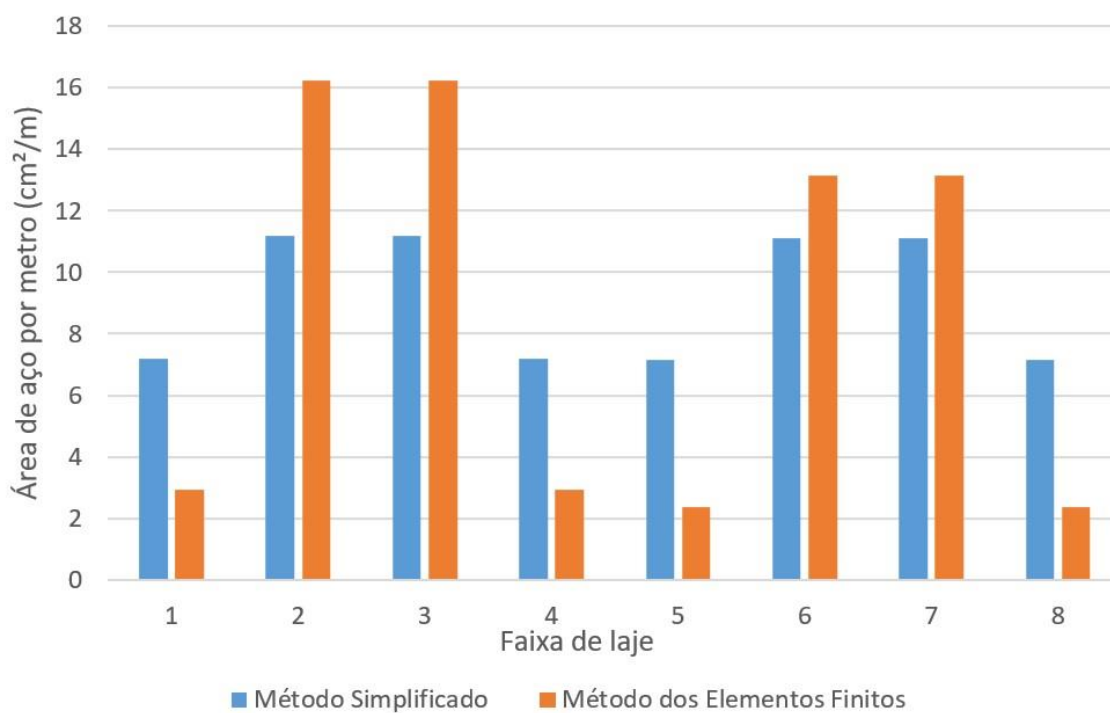
comparativo das áreas de armaduras de flexão positiva solicitadas por faixa de laje do eixo X e a Figura 73 traz as áreas de armaduras de flexão negativas para o eixo X.

Figura 72 – Área de aço por faixa de laje para flexão positiva no eixo X



Fonte: Autor (2020).

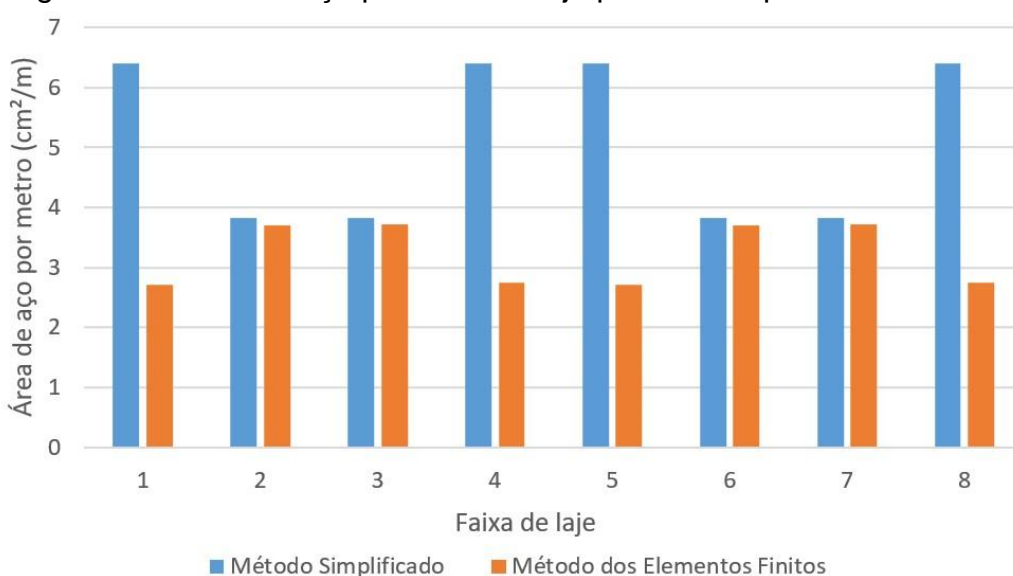
Figura 73 – Área de aço por faixa de laje para flexão negativa no eixo X



Fonte: Autor (2020).

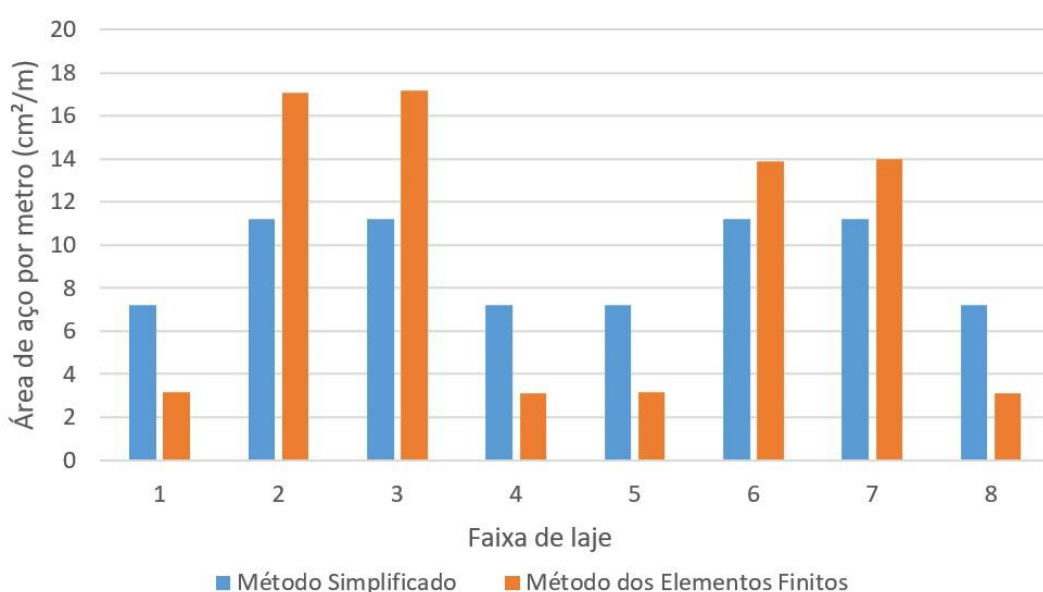
As variações da área de aço das faixas internas do eixo X, tanto para armadura positiva quanto para negativa, tiveram um acréscimo médio de 149% na área de aço quando dimensionadas pelo método simplificado em relação ao método de elementos finitos. Essa mesma característica se observa para os momentos do eixo Y, representados pela Figura 74 e Figura 75, onde o acréscimo médio para as faixas internas foi de 132% de área de aço a mais em relação às obtidas pelo método de elementos finitos.

Figura 74 – Área de aço por faixa de laje para flexão positiva no eixo Y



Fonte: Autor (2020).

Figura 75 – Área de aço por faixa de laje para flexão positiva no eixo Y



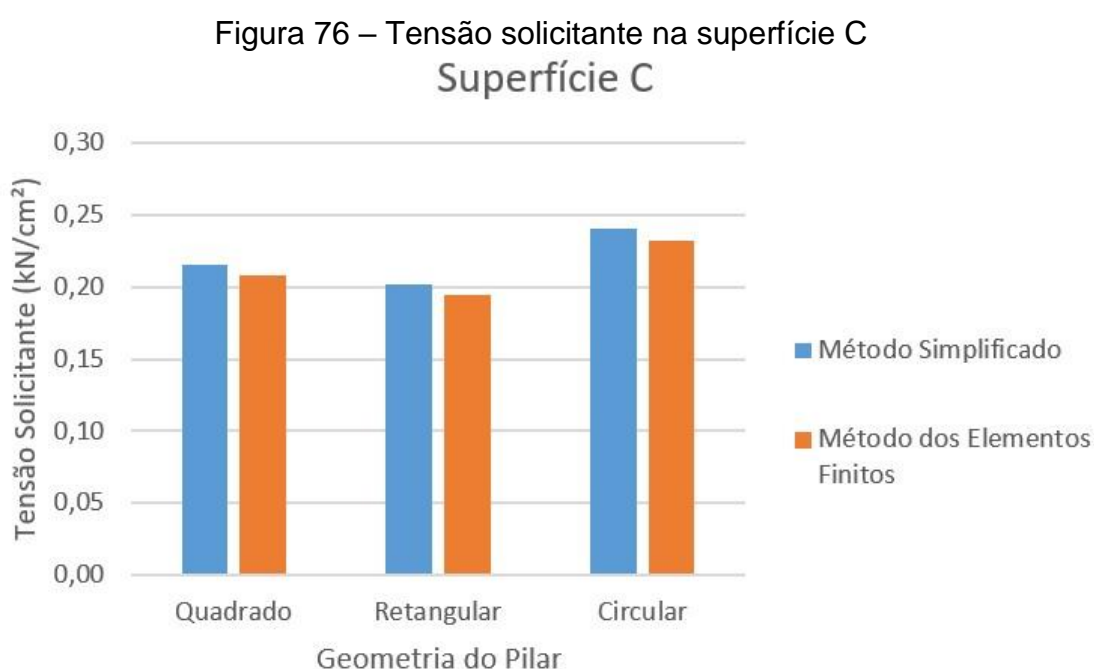
Fonte: Autor (2020).

Outra característica observada está relacionada às faixas externas de flexão negativa, onde o dimensionamento pelo método dos elementos finitos trouxe valores de momento fletor superiores – em média 10% superiores – e, portanto, áreas de aço maiores.

6.3 COMPARAÇÃO DAS TENSÕES SOLICITANTES DE PUNÇÃO

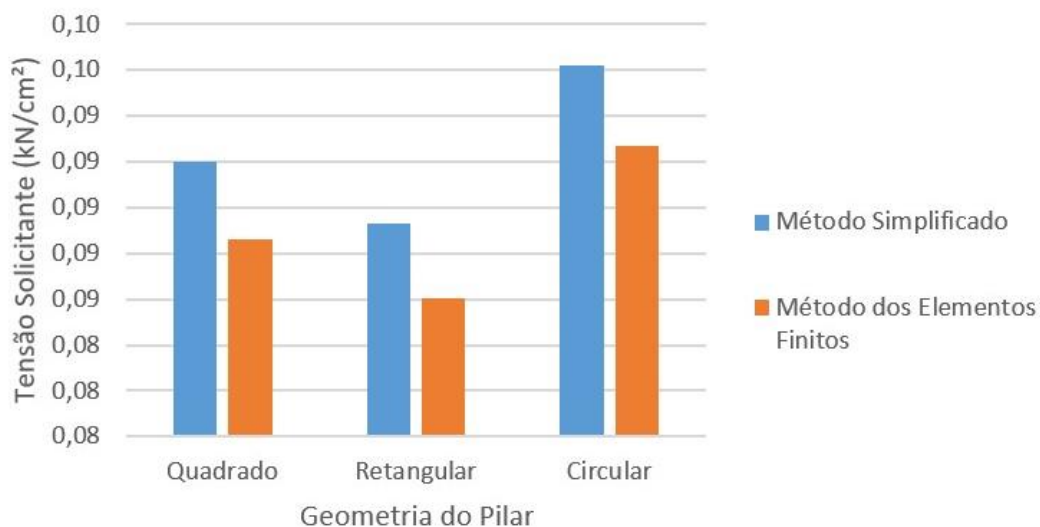
As tensões solicitantes de punção tiveram variações causadas por dois motivos: a modificação do método de obtenção dos esforços de compressão no apoio e pela alteração da geometria dos pilares. Analisando a equação que resulta na tensão solicitante, podemos perceber que a tensão é função da força aplicada no pilar, da espessura da laje e do perímetro da superfície de controle.

Dessa forma, a diferença da tensão solicitante quando há variação apenas dos métodos está relacionada à intensidade da força aplicada. Já a diferença obtida com a variação da geometria está relacionada apenas com o perímetro da superfície crítica. Assim, a Figura 76 traz a comparação gráfica da variação da geometria e da variação do método utilizado para obtenção da força atuante em função do seu resultado na tensão solicitante da superfície de controle C. A Figura 77 mostra a mesma variação para a superfície C'.



Fonte: Autor (2020).

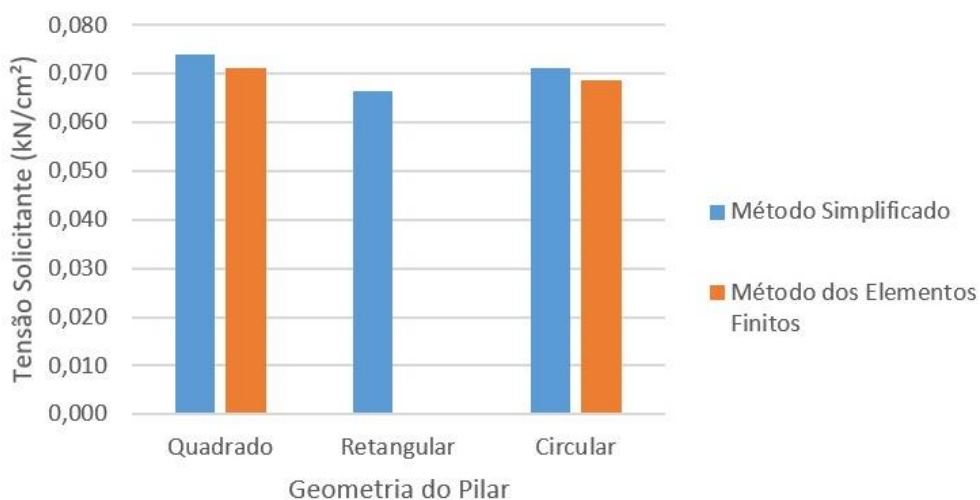
Figura 77 – Tensão solicitante na superfície C'
Superfície C'



Fonte: Autor (2020).

De modo diferente da superfície C e C', a superfície C'' varia sua posição com a quantidade de linhas de armadura que são dispostas na laje. Como a Figura 78 demonstra, conforme a variação da geometria e posição da última camada de armadura, mais próxima da ligação laje-pilar está localizada a superfície de controle e, portanto, maior a tensão solicitante. Para o pilar retangular, quando utilizada a força obtida pelo método de elementos finitos não foi necessária a disposição de armadura e, dessa forma, não há necessidade de verificar as tensões na superfície C''.

Figura 78 – Tensão solicitante na superfície C''
Superfície C''



Fonte: Autor (2020).

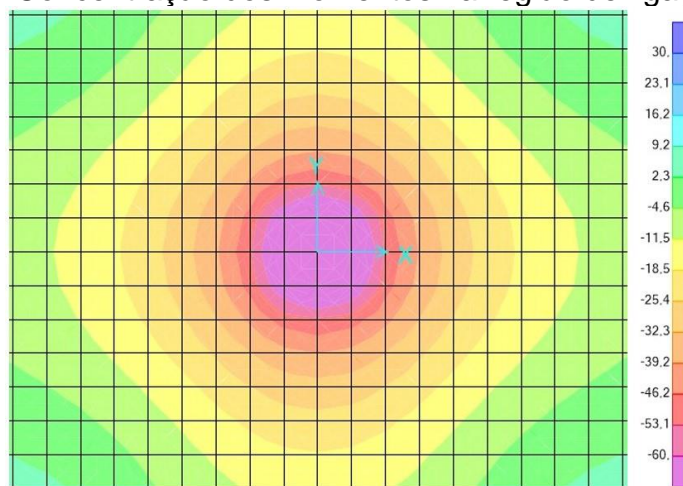
6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados compararam o modelo final das lajes e pilares dimensionados através das configurações e métodos de cálculo propostos. Outras configurações de seção de pilares e de laje foram testadas com objetivo de encontrar a mais próxima do ideal. Tendo essa configuração definida, a análise dos momentos trouxe uma variação de resultados significativas.

Essa variação demonstrada sugere uma limitação da distribuição dos esforços, para as características utilizadas nesse dimensionamento, quando comparada ao método dos elementos finitos, cujos valores são mais fiéis à realidade, principalmente pela discretização da laje em uma malha finita.

É importante ressaltar, porém, que a região mais crítica à ocorrência de falhas e posterior ruptura fica localizada próxima a interface laje-pilar, onde há maior concentração dos momentos negativos (Figura 79) e pode haver o destacamento da laje. Nesse sentido, o método simplificado trouxe momentos 10% inferiores ao método de elementos finitos. Essa situação pode ocasionar uma deformação excessiva da região gerando a fissuração nas faixas próximas ao pilar, com a consequente entrada no estágio III. Com isso, dando início à plastificação do concreto, provocando um remanejamento dos esforços solicitantes para regiões de maior rigidez, que poderiam estar adequadas a receber esses esforços em suas faixas internas, considerando que foram dimensionadas à flexão utilizando, em média, 132% a mais de momentos fletores.

Figura 79 – Concentração dos momentos na região de ligação laje-pilar



Fonte: Adaptado de SAP 2000 (2020).

Ainda, as diferenças apresentadas na obtenção dos esforços pelo método elástico simplificado acabam por gerar outra desvantagem, que se dá em relação ao excesso de área de aço solicitada na região das faixas internas. O acréscimo de aço representa valores na ordem de 140% superiores, que pode significar um gasto de matéria prima inconsciente e não traz benefícios diretos à segurança da estrutura. Sendo que ainda fica fragilizada nas faixas externas e com fissuração e deslocamentos excessivos.

Em relação ao comparativo das tensões de punção, com a análise gráfica das tensões obtidas a partir da variação da geometria do pilar, foi possível perceber que a relação entre o perímetro do pilar com a intensidade das tensões solicitantes é capaz de reduzir a taxa de armadura a ser utilizada no combate à punção. Nesse caso, quanto maior for o perímetro do pilar, menor será a tensão solicitante.

Entretanto, as tensões resistentes na superfície C não tiveram alterações significativas e foram iguais para os três casos. Isso ocorre porque a geometria não possui influência direta na tensão resistente da superfície C, quando utilizado o método de cálculo e verificação da NBR 6118 (ABNT, 2014), que depende somente do material. Já para as tensões resistentes da superfície C', pela presença de armadura, ela será obtida em função da tensão solicitante que, por sua vez, depende do perímetro. De outra forma, a tensão resistente na superfície C" será influenciada pela quantidade de linhas de armadura que foram utilizadas, por que sua posição será definida após a última linha colocada.

Tendo isso, a geometria pode ser alterada para diversos formatos que, desde que seja mantido o mesmo perímetro, serão obtidos valores iguais de tensão resistente. Dessa forma, conclui-se que a geometria de pilar que teve desempenho mais favorável dentre as testadas foi a retangular, uma vez que apresentou o maior perímetro e as menores taxas de armadura para o combate dos mesmos esforços de punção utilizados para geometria quadrada e circular. Entretanto, esse resultado apresentado não será visto em outras análises que mantenham o perímetro igual para todas as geometrias testadas e é inconclusivo para afirmar qual geometria é mais eficiente.

Conclui-se então, que os resultados obtidos a partir do método simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014) se mostraram insatisfatórios para o processo de dimensionamento de lajes lisas na situação aqui apresentada. A alta variação

apresentada na distribuição dos esforços não condiz com os resultados observados, de modo mais fiel à realidade, pelo método de elementos finitos. Ainda assim, há a necessidade de estudos mais diversificados para determinar a viabilidade de utilização do método em outros casos e configurações, de forma que o dimensionamento possa ser aprimorado.

Por fim, todos os resultados obtidos com esse trabalho são válidos apenas para as lajes e carregamentos que tenham as configurações iguais as utilizadas para essa análise. Outros casos podem apresentar resultados diferentes e, para a obtenção de conclusões mais abrangentes, deve-se partir de um estudo mais aprofundado, com uma amostra maior de lajes para a análise e uma variação superior às que foram abordadas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi apresentado nesse trabalho uma análise da obtenção dos esforços solicitantes através dos métodos simplificado e de elementos finitos. As configurações testadas incluíram apenas um pilar de centro, cuja geometria também foi variada em três situações diferentes. A utilização do método de elementos finitos foi feita de forma a trazer resultados que simulassem, mais próximos da realidade, a distribuição das tensões e, dessa forma, pudessem ser parâmetro de comparação com o cálculo através do modelo simplificado da NBR 6118 (ABNT, 2014).

O resultado obtido pelo método simplificado não se mostrou suficiente para o dimensionamento de uma laje com as configurações utilizadas, podendo estar indo, em alguns casos, contra a segurança da edificação. Dessa forma, a análise computadorizada, bem como a aplicação do *software* SAP 2000, se mostrou muito útil para auxiliar o processo de dimensionamento, sendo muito mais eficaz, tanto em tempo quanto em confiabilidade dos resultados, a sua utilização.

Ainda, há necessidade de análises mais profundas quanto à confiabilidade do método simplificado no dimensionamento de lajes lisas, por ter valores muito divergentes do método de elementos finitos. Essa análise pode ser interessante até mesmo para uma revisão do método de cálculo na NBR 6118 (ABNT, 2014).

7.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, sugere-se um estudo mais aprofundado dos métodos de obtenção dos esforços para o dimensionamento de lajes lisas, abrangendo mais configurações de laje, pilares, vãos, carregamentos e tipos de armadura de combate à punção, além disso, avaliar essa mesma situação para pilares de borda e de canto. Dessa forma, poderá se abranger a maior parte dos casos para esse tipo de estrutura.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, E. J. P. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento e pilar de canto reentrante**. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil). Universidade de Brasília, 2015.
- ALVA, G, M, S. **Concepção estrutural de edifícios em concreto armado**. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-14**: Building Code Requirements for Structural Concrete. Committee 318. Farmington Hills, MI. 2014.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. vol. 2, 3. ed., Rio Grande, editora Dunas, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NB-1**: Projeto e execução de obras em concreto armado. Rio de Janeiro, 1978.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações, Rio de Janeiro, 2019.
- BRAESTRUP, M.W.; REGAN, P.E. **Punching shear in reinforced concrete: a state of the art report**. CEB Bulletin d'information, 1985.
- BRANCO, A. F. V. C. **Contribuição para o projeto de lajes-cogumelo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo, São Carlos, 1989.
- BROMS, C. E. **Elimination of flat plate punching failure mode**. ACI Structural Journal, 2000.
- CAMPOS, P. F.; LARA, A. H. **Sistemas construtivos alternativos para habitações populares**. NUTAU'2012 - BRICS e a Habitação Coletiva Sustentável. Núcleo de Pesquisa em Tecnologia da Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, 2012. Disponível em: <https://www.usp.br/nutau/nutau_2012/1dia/Artigo_Patricia%20Campos.pdf>. Acesso em 03 de março de 2020.
- CARVALHO, M. F. M. S. **Formulação corrotacional para análise de vigas com elementos finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2009.

CBIC. **Informações sobre o PIB Brasil e da Construção Civil de acordo com os dados oficiais divulgados pelo IBGE.** Banco de dados CBIC, 2019. Disponível em <<http://www.cbicdados.com.br/menu/pib-e-investimento/pib-brasil-e-construcao-civil>>. Acesso em 20 de outubro de 2019.

CEB-FIP. **MODEL CODE 2010:** Final draft. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, 2011.

CORDOVIL, F. A.. **Lajes de Concreto Armado - Punção.** Florianópolis: Editora da UFSC, 1997.

DONIN, C., DUTRA, C., RIZZATTI, E., GOMES, H. B. **O método dos elementos finitos na análise de lajes nervuradas.** II Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2007.

ELLIOT, M. **Square buildings and round bars: C.A.P. Turner and the Minneapolis warehouse district.** Construction History Society of America, Minneapolis, 2010.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures Part1: General rules and rules for buildings.** European Standard, 2004.

FERREIRA, M. P. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados.** Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil), Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

FURST, A., MARTI, D., Robert Maillart's design approach for flat slabs. **Journal of Structural Engineering**, 1997.

GASPARINNI D. A., Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1999. **Journal of Structural Engineering**, 2002.

GELATTI, F. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GOMES, R. B., **Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement.** PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, 1991.

KING, S., DELATTE, N. **Collapse of 2000 commonwealth avenue: punching shear case study.** Civil and Environmental Engineering Faculty Publications, Cleveland State University, Cleveland, 2004.

- MAJUL, J. F. P. **Análise de reservatórios cilíndricos de concreto estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.
- MARTHA, Luiz Fernando. **Métodos básicos da análise de estruturas**. Pontifício Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- MARTINELLI, D.A. **Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo**. Universidade de São Paulo, São Carlos, 1974.
- MATEUS, F. M. **Influência das deformações axiais dos pilares e das etapas de construção e carregamento na análise estrutural de edifícios altos com lajes lisas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.
- MELGES, J.L.P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.
- MUTTONI A., SCHWARTZ J. **Behaviour of beams and punching in slabs without shear reinforcement**, IABSEV Colloquium Stuttgart, Vol. 62, IABSE, Zurich, Switzerland, 1991.
- MUTTONI, A., **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement**, ACI Structural Journal, 2008.
- MUTTONI, A., **Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung**, Beton-und Stahlbetonbau, Berlin, Germany, 2003.
- OLIVEIRA, D. R., MELO, G. S., REGAN, P. E. **Punching strenghts of flat plates with vertical or inclined stirrups**. ACI Structural Journal, 2000.
- PINHEIRO, L. M., MUZARDO, C. D., SANTOS, S. P., **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- PINTO, V. C.. **Punção em lajes lisas bidirecionais de concreto armado com furos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Pará, 2015.
- RABELLO, F. T.. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- SACRAMENTO, P. V. P. et al. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado sem Armadura de Cisalhamento**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 5. ed. Rio de Janeiro, 2012.

SANTOS, G. S., NICÁCIO, W. G., LIMA, A. W., MELO, G. S. S. A. **Sistema de reforço à punção de lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC)**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, 7. ed. Rio de Janeiro, 2014.

SILVA, C. R. **Punção em lajes de concreto armado com furo e transferência de momento – comparação de normas**. Dissertação (Mestrado em Ciências), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

TAKEYA, T. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de laje - cogumelo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas), Universidade de São Paulo, São Carlos, 1981.

TRAUTWEIN, L. M.. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica**. Tese de (Doutorado em Engenharia). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006.

WOOD, J. G. M.. **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997**. Report presented to Structural Studies & Design Ltd, England, 1997.