UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

TAINÁ DA COSTA DOS SANTOS

GEOGEBRA E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE SEÇÕES CÔNICAS: UMA PROPOSTA DE CURSO PARA A GRADUAÇÃO

CAXIAS DO SUL, RS
2025

TAINÁ DA COSTA DOS SANTOS

GEOGEBRA E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE SEÇÕES CÔNICAS: UMA PROPOSTA DE CURSO PARA A GRADUAÇÃO.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
Orientadora: Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer
Coorientadora: Profa. Ma. Monica Scotti

CAXIAS DO SUL, RS

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

S237g Santos, Tainá da Costa dos
Geogebra e aprendizagem significativa de seções cônicas [recurso eletrônico] : uma proposta de curso para a graduação / Tainá da Costa dos Santos. – 2025.
Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2025.
Orientação: Laurete Zanol Sauer.
Coorientação: Monica Scotti.
Modo de acesso: World Wide Web
Disponível em: https://repositorio.ucs.br

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. GeoGebra (Programa de computador). 3. Aprendizagem significativa. 4. Seções cônicas. 5. Tecnologia educacional. I. Sauer, Laurete Zanol, orient. II. Scotti, Monica, coorient. III. Título.

CDU 2. ed.: 37.016:51

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Márcia Servi Gonçalves - CRB 10/1500

TAINÁ DA COSTA DOS SANTOS

GEOGEBRA E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE SEÇÕES CÔNICAS: UMA PROPOSTA DE CURSO PARA A GRADUAÇÃO.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
Orientadora: Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer
Coorientadora: Profa. Ma. Monica Scotti

Aprovada em 24/11/2025

Banca Examinadora

____

Prof. Dra. Carine Geltrudes Webber

Universidade de Caxias do Sul - UCS

____

Prof. Dra. Elisa Boff

Universidade de Caxias do Sul - UCS

____

Prof. Dra. Raquel Milani

Universidade de São Paulo - USP

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, pelo apoio constante.

Agradeço aos meus amigos e aos meus colegas de trabalho, pela compreensão.

Às minhas orientadoras, pela colaboração.

Às integrantes da banca, pelas sugestões de melhoria.

Aos integrantes do curso ministrado, pela participação.

Aos professores que recomendaram o curso para os discentes.

Agradeço a todos que contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho analisa a utilização do *software* GeoGebra visando à aprendizagem significativa de seções cônicas (parábola, circunferência, elipse e hipérbole). Para isso, foi planejado e ministrado um curso de extensão na Universidade de Caxias do Sul (UCS), voltado a estudantes de Licenciatura em Matemática e de Engenharias, nos quais há um número significativo de desistências, sendo o tema aqui abordado, frequentemente apontado como de grande dificuldade para os estudantes. As atividades promovidas envolveram construções das seções cônicas no GeoGebra e a resolução de exercícios no papel, promovendo a articulação entre diferentes representações dos objetos de estudo e as transformações entre uma representação e outra, mostrando formas de como o *software* pode ser útil, quando utilizado, tanto na resolução de exercícios quanto na exploração das propriedades das cônicas. A pesquisa, de abordagem qualitativa, empregou questionários e registros de produções dos participantes, analisados com base na técnica de análise temática. Os resultados indicam que o GeoGebra favorece o desenvolvimento de aprendizagem significativa ao permitir a manipulação dinâmica das representações e a participação ativa dos estudantes.

Palavras-chave: seções cônicas; GeoGebra; ensino de Matemática; aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This dissertation analyzes the use of GeoGebra software to meaningful learning about conic sections (parabola, circle, ellipse and hyperbola). To this end, an extension course was planned and taught at the Universidade de Caxias do Sul (UCS), aimed at undergraduate students in Mathematics and Engineering, in which there is a significant number of dropouts, and the topic addressed here is often pointed out as being very difficult for students. The activities promoted involved constructions of conic sections in GeoGebra and the resolution of exercises on paper, promoting the articulation between different representations of the objects of study and the transformations between one representation and another, showing ways in which the software can be useful, when used both in solving exercises and in exploring the properties of conic sections. The research, with a qualitative approach, used questionnaires and records of participants' productions, analyzed based on the thematic analysis technique. The results indicate that GeoGebra favors the development of meaningful learning by allowing the dynamic manipulation of representations and the active participation of students.

Keywords: conic sections; GeoGebra; Mathematics teaching; meaningful learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
OAG	Objeto de Aprendizagem Gamificado
OVA	Objeto Virtual de Aprendizagem
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TD	Tecnologias digitais
TDA	Taxa de Desistência Acumulada
TIC	Tecnologias de informação e comunicação
UCS	Universidade de Caxias do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como foco a investigação do potencial do *software* GeoGebra na promoção de aprendizagem significativa de conteúdos de Geometria Analítica, com ênfase nas seções cônicas. A pesquisa foi motivada por dificuldades recorrentes no ensino e na aprendizagem desses conteúdos, especialmente em cursos de Matemática e Engenharias, em que índices de evasão e baixo aproveitamento são frequentemente observados. A partir dessa problemática, buscou-se compreender de que forma o uso de tecnologias digitais pode contribuir para tornar o processo de aprendizagem mais interativo, visual e, consequentemente, significativo.

Em uma revisão da produção acadêmica brasileira, Garcia e Gomes (2022) analisaram os trabalhos que investigaram as causas de evasão de cursos da área de Ciências Exatas, a fim de identificar quais são as mais recorrentes. Puderam identificar, em 53% dos trabalhos, como a principal causa de evasão, a “Dificuldade e Desempenho acadêmico/ Reprovação” (Garcia; Gomes, 2022, p.947).

> [...] nem todos os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem, estas surgem devido às problemáticas de tempo e metodologias de ensino planejadas pela instituição e\ou *[sic]* implementadas pelos professores. Por outro lado, pode caracterizar o ensino mecânico praticado no ensino básico, onde estes alunos assimilaram mecanicamente os conteúdos necessários, a conhecida “decoreba”, e mesmo obtendo boas notas, não significa que compreenderam de fato o que foi ministrado ao ponto de estender e aprofundar o conhecimento adquirido para o ensino superior (Garcia; Gomes, 2022, p. 950).

Essas constatações evidenciam a necessidade de adoção de práticas pedagógicas que favoreçam a boa compreensão dos conceitos matemáticos.

No que tange ao ensino mecânico, Becker (2001) já enfatizava a importância da utilização de outras metodologias, ao apontar que colocar os estudantes em interação - e não apenas em contato - com os conteúdos é um dos principais desafios da pedagogia atual. Entende-se, pois, que uma das formas de diversificar as estratégias é fazer uso de *softwares* educacionais.

A esse respeito, documentos educacionais brasileiros também apontam caminhos importantes. De acordo com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para o desenvolvimento das competências na área de Matemática, é sugerido que o estudante da Educação Básica tenha contato e saiba utilizar algumas tecnologias disponíveis, a fim de, por exemplo, ser capaz de modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento (Brasil, 2018).

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, encontra-se a orientação das competências gerais e específicas, bem como das habilidades necessárias para a prática docente. Da mesma forma, a indicação do uso das tecnologias se faz presente, com a orientação para utilizar os recursos tecnológicos no intuito de transformar as experiências de aprendizagem e cumprir outras demandas do exercício profissional (Brasil, 2019).

Dentre as pesquisas que investigam o uso de tecnologias no ensino de Matemática, destaca-se o estudo realizado por Tenório, Martins e Tenório (2017), a fim de analisar se o uso de tecnologia, mais precisamente do *software* GeoGebra[1], poderia influenciar no desempenho dos estudantes, fizeram um estudo comparativo entre duas turmas de terceiro ano do ensino médio de uma mesma escola. Neste, as turmas tiveram as mesmas aulas expositivas e questões de fixação, porém apenas uma das turmas trabalhou com o GeoGebra, no laboratório de informática da escola. Após, as duas turmas foram submetidas a um teste, quando constataram que tiveram um desempenho melhor os estudantes que manipularam o *software*.

> Softwares matemáticos ajudam no processo de ensino-aprendizagem. Contudo, para aplicá-los, professores precisam, em geral, contornar alguns obstáculos. De início, o educador deve estar preparado para utilizar recursos tecnológicos na prática didática. São comuns entraves, como laboratório de informática sem manutenção, computadores em número insuficiente, alunos pouco habituados a usarem tecnologias em aulas e pouco tempo para desenvolvimento das atividades. Todavia, apesar dos óbices, softwares educativos mostraram-se ferramentas promissoras para motivar o aluno e facilitar a aprendizagem. Os alunos hoje compõem uma geração que está à frente da maioria dos professores quanto ao uso das tecnologias. Assim, torna-se necessário elaborar propostas e testá-las com o intuito de dar suporte aos professores quanto ao uso adequado do computador e de softwares como, por exemplo, o GeoGebra. Entretanto, empregar recursos tecnológicos demanda um planejamento cuidadoso e flexível a fim de as atividades serem executadas e cumpridas conforme os objetivos propostos (Tenório; Martins; Tenório, 2017, p. 51-52).

Além disso, experiências educacionais documentadas em dissertações e artigos, reforçam o potencial do GeoGebra para o ensino de Geometria Analítica. Em sua

[1] GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 2 jun. 2023.

dissertação, Bastos (2014) apresenta algumas sugestões de atividades com a utilização do *software* GeoGebra para o estudo da circunferência no Ensino Médio.

> [...] acreditamos que o melhor software é o GeoGebra, para trabalhar com Geometria Analítica, pois além de ser gratuito e ter atualizações periódicas, o modo como ele relaciona geometria e álgebra é apropriado ao estudo da Geometria Analítica. A correspondência objeto-equação acontece em mão dupla. O programa tanto permite esboçar gráficos a partir das equações, assim como define as equações do que é traçado geometricamente. Também possui a vantagem da geometria dinâmica, que permite mover objetos e aplicar diversas transformações e automaticamente enxergar a mudança nas equações, assim como com áreas, ângulos, rotações, translações, etc. Cabe salientar a disponibilidade do software em várias plataformas: Windows, Linux e Android. Assim o GeoGebra pode ser manipulado em um computador, tablet ou celular (Bastos, 2014, p. 28).

Bastos (2014) comparara o desempenho nas notas bimestrais da turma que trabalhou com o GeoGebra com o de outras que não passaram pelo mesmo processo e constata que as médias da turma que trabalhou com o *software* são mais altas. No entanto, reitera que a utilização do GeoGebra não deve ser considerada como garantia de aprendizagem.

Outro trabalho relevante, em se tratando do uso de metodologias inovadoras na abordagem de seções cônicas é apresentado por Lima e Gitirana (2021) tecendo considerações acerca de um estudo sobre cônicas que utilizou a sala de aula invertida e a personalização do ensino. Nessa publicação, consta o acompanhamento da aprendizagem de uma estudante de Licenciatura em Matemática da UFPE, matriculada na disciplina de Geometria Analítica. Havia atividades - chamadas de situações - a serem resolvidas em casa e enviadas ao professor, tais como: determinar o centro e raio de uma circunferência dada a equação (situação 1); resolver um problema que envolvia uma aplicação de elipse (situação 2); esboçar uma elipse considerando as coordenadas dos focos e de dois vértices, determinando a sua equação (situação 3). Assim que o professor recebia as resoluções, analisava o desenvolvimento da estudante, propondo recursos para complementar sua aprendizagem, que eram enviados junto ao retorno referente às situações definidas.

> Na resolução da situação 1, a estudante consegue determinar o centro e o raio a partir da equação geral da circunferência. Apresentando a habilidade de “Determinar o raio e as coordenadas do centro a partir da equação circunferência”, e maturidade “a partir da equação geral da circunferência”. Na situação 2, ela apresenta dificuldades ao modelar uma situação de aplicação, onde não consegue determinar a menor e maior distância da terra ao sol, não

> conseguindo utilizar mais de uma equação para resolver a situação. Na resolução da situação 3, a estudante apresenta dificuldades ao traçar pontos no plano cartesiano, deste modo, não consegue traçar corretamente o gráfico da elipse, quando é necessário apresentar maturidades referente ao esboço do gráfico de uma elipse transladada (Lima; Gitirana, 2021).

Tais estudos e constatações motivaram a realização da pesquisa aqui apresentada, na medida em que apontam fragilidades nos processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, apontando propostas que evidenciaram o potencial do GeoGebra como recurso para promover boa compreensão conceitual e a motivação dos estudantes.

Diante dessas considerações, propôs-se esta pesquisa, visando responder a seguinte questão: **Como o *software* GeoGebra pode auxiliar na aprendizagem significativa de seções cônicas?** Esse questionamento foi formulado tendo em vista os altos índices de evasão dos cursos de Matemática e Engenharias. Optou-se por escolher a Geometria Analítica, um componente curricular comum a esses cursos, focando no conteúdo de seções cônicas.

A escolha pelo GeoGebra, deve-se, também, às experiências da autora enquanto discente, nas quais o *software* mostrou-se um importante aliado na aprendizagem de conteúdos propostos nas disciplinas de Licenciatura em Matemática, curso no qual é graduada. Apesar de, no momento, a autora não trabalhar na área de ensino, considera que a exploração do *software* para estudo de cônicas pode auxiliar na aprendizagem de outros conteúdos, pensando que aqueles que aprendem a utilizar o GeoGebra para determinado fim podem, posteriormente, utilizá-lo para outros.

Para responder à questão de pesquisa, foi planejado e ministrado um curso de extensão, na Universidade de Caxias do Sul, buscando conhecer o potencial do *software* GeoGebra como recurso para promover aprendizagem significativa de seções cônicas.

Sendo assim, este trabalho tem por **objetivo geral** analisar como o *software* GeoGebra pode contribuir com a aprendizagem significativa de seções cônicas, bem como os seguintes objetivos específicos:

a) Caracterizar as dificuldades dos participantes do curso no que se refere ao conteúdo de seções cônicas;
b) Analisar, à luz do referencial teórico, as interações dos participantes durante o curso e suas produções realizadas com o GeoGebra;

c) Investigar as potencialidades e limitações do uso do GeoGebra no ensino de seções cônicas, a partir das percepções dos participantes;
d) Produzir um guia didático que auxilie professores e estudantes a utilizarem o *software* GeoGebra para o ensino e a aprendizagem das seções cônicas abordadas.

Este trabalho está dividido em sete capítulos. No próximo capítulo, apresenta-se a justificativa para a escolha do tema de pesquisa. O capítulo 3 traz o referencial teórico, distribuído nas seções: Bases teóricas: Teoria da Aprendizagem Significativa e Construcionismo de Papert no ensino de seções cônicas com o GeoGebra; Tecnologias na educação e o *software* GeoGebra; concluindo com uma seção dedicada à apresentação de uma seleção de trabalhos sobre a utilização do *software* GeoGebra no ensino de Matemática. O capítulo 4 apresenta os procedimentos metodológicos, com a caracterização da pesquisa, contexto da pesquisa, instrumentos de coleta e construção de dados, técnicas de análise de dados e planejamento e divulgação do curso. Detalhes sobre o desenvolvimento do curso, discussão e análise de resultados são apresentados no quinto capítulo. A discussão e análise dos resultados encontram-se no capítulo 5 e o produto educacional é apresentado no capítulo 6. O capítulo 7 relata as considerações finais, com base na análise dos encontros do curso. Finaliza-se com as referências, os apêndices e o anexo.

2 JUSTIFICATIVA

A pesquisa foi desenvolvida à luz de dados educacionais e referenciais teóricos que apontam desafios recorrentes no ensino de Matemática, com atenção especial às seções cônicas.

O Censo da Educação Superior, realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, com base no acompanhamento de estudantes de graduação entre os anos de 2012 e 2021, aponta que há uma alta Taxa de Desistência Acumulada (TDA)[2] nos cursos de Licenciatura em Matemática (68%), sendo a segunda licenciatura com a maior TDA. Esse percentual está abaixo, somente, do curso de Licenciatura em Física, cuja TDA é de 72% (Brasil, 2023).

Ao se comparar com o quadro geral da Educação Superior, tem-se que a taxa média de desistência acumulada de cursos superiores no Brasil é de 59%. Além disso, considerando os ingressantes dos anos de 2012 a 2017, a maior taxa de desistência ocorreu no primeiro e segundo ano dos cursos (Brasil, 2023).

Preocupados com os elevados índices de reprovação e de evasão do seu curso de Engenharia de Computação, professores da Universidade Estadual de Feira de Santana resolveram pesquisar o motivo dos estudantes evadirem e suas dificuldades no curso. Um dos fatores atribuídos pelos estudantes como causa de evasão foi o baixo desempenho acadêmico nas disciplinas. Com base nisso, os autores classificaram as disciplinas de acordo com o seu percentual de reprovação. A disciplina com o maior índice de reprovação foi a de Álgebra Vetorial e Geometria Analítica (71,65%) e, de acordo com a matriz curricular do período analisado, três das quatro disciplinas com o maior índice de reprovação são do primeiro semestre (Figuerêdo *et al.*, 2019). Esses dados evidenciam a necessidade de estratégias pedagógicas que auxiliem na superação das dificuldades iniciais dos estudantes, especialmente em conteúdos

---

[2] Taxa de Desistência Acumulada (TDA) é o percentual do número de estudantes que desistiram (desvinculado ou transferido) do curso j até o ano t (acumulado) em relação ao número de ingressantes do curso j no ano T, subtraindo-se o número de estudantes falecidos do curso j do ano T até o ano t (Brasil. Inep, 2017). Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_da_educacao_superior_2021.pdf. Acesso em: 6 ago. 2023.

como as seções cônicas, objeto deste estudo. De acordo com o estudo promovido pelos mesmos autores, são diversos os fatores que podem influenciar na possibilidade de um estudante evadir do curso, sendo o desempenho acadêmico apenas um deles.

Silva e Trindade (2022), também da Universidade Estadual de Feira de Santana, decidiram criar um projeto de extensão, focando na autorregulação da aprendizagem, a fim de tentar minimizar as dificuldades dos discentes e de fazer com que os ingressantes do curso de Engenharia da Computação se sentissem mais próximos à instituição. Ao final das atividades propostas, os participantes do projeto responderam a um questionário. No instrumento, os estudantes pontuaram que explicações em sala de aula consideradas insuficientes podem fazer com que se sintam desmotivados, assim como, quando não conseguem perceber a importância e aplicação dos assuntos estudados na sua área de atuação.

Conforme o Parecer CNE/CES 1.302/2001, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, “As aplicações da Matemática têm se expandido nas décadas mais recentes. A Matemática tem uma longa história de intercâmbio com a Física e as Engenharias e, mais recentemente, com as Ciências Econômicas, Biológicas, Humanas e Sociais” (Brasil, 2001). O referido Parecer reforça a relevância de conteúdos matemáticos como as seções cônicas na formação de profissionais para diferentes áreas, especialmente Engenharia e Matemática.

O estudo de seções cônicas, de modo geral, faz parte dos currículos das disciplinas de Geometria Analítica (obrigatória para os cursos de Licenciatura em Matemática) e de Cálculo Diferencial e Integral. Entretanto, alguns casos particulares das seções cônicas, tais como a circunferência e a parábola, são estudados com frequência na Educação Básica.

Além disso, de acordo com a BNCC, espera-se que um estudante da Educação Básica saiba utilizar algumas tecnologias disponíveis para modelar e resolver problemas na área de Matemática (Brasil, 2018). Da mesma forma, os docentes são orientados a fazerem uso da tecnologia no seu exercício profissional (Brasil, 2019).

Trabalhos recentes têm apresentado o GeoGebra, como um software com potencial para atender tais recomendações. A dissertação de Cavalcante (2019) tem como proposta apresentar diferentes maneiras de construir as cônicas usando apenas círculos, retas, semirretas, segmentos e pontos, a fim de provar de forma algébrica e/ou geométrica que o lugar geométrico criado por esses elementos representa as cônicas. Considerou que uma forma de tornar as demonstrações mais práticas e de fácil visualização seria com a utilização do GeoGebra. Não há a definição de qual o nível de ensino o qual essa proposta foi pensada, porém o autor faz considerações sobre o Ensino Básico. As suas construções são direcionadas para docentes, sugerindo que elas podem ser incorporadas em uma aula expositiva – com a utilização de um projetor – ou em uma oficina em um laboratório de informática. Destaca a importância das demonstrações matemáticas e como as construções feitas no *software* podem auxiliar nessa etapa.

> Assim os desenhos das cônicas propostas aqui não vem só como incentivo a curiosidade do aluno, mas também em traze-lo para uma realidade pouco conhecida na matemática, que é a prática de demonstrar. Apesar de muitas das formulas serem simples de ser provadas em sala, não é habitual do professor do ensino básico a prática de deduzir ou demonstrar as fórmulas. Para a formação do discente há uma importância de mostrar o porquê dos conteúdos ensinados sempre funcionarem em suas definições, não só pelo conhecimento, mas também como uma questão de desenvolvimento do raciocínio lógico. Logo uma ótima maneira de introduzir esse lado da matemática é através da demonstração de figuras, por ser algo mais concreto e de fácil compreensão (já que pode ser visualizado), sempre trazendo o questionando matemático nas figuras geométricas, onde "parecer" não significa "ser", assim sendo uma ótima iniciativa na prática das demonstrações matemáticas para aqueles que nunca a viram (Cavalcante, 2019, p.75).

No caso de trabalhos referentes aos conteúdos de cônicas no ensino superior com utilização do GeoGebra, podemos encontrar estudos, tais como o de Lopes (2011), que aborda o tratamento analítico e geométrico dos teoremas, propriedades e definições relacionadas às cônicas, assim como apresenta exemplos de aplicações das cônicas.

A BNCC destaca que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes “alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações” (Brasil, 2018, p. 267). Com efeito, a utilização de recursos tecnológicos, também pode auxiliar na análise de alguns objetos de estudo que possuem mais de uma forma de representação:

> Descartar a importância da pluralidade dos registros de representação leva a crer que todas as representações de um mesmo objeto matemático têm o mesmo conteúdo ou que seus conteúdos respectivos se deixam perceber uns nos outros como por transparência (Machado, 2016, p.23).

Para auxiliar e incentivar os professores e estudantes no uso de recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de conteúdos de Matemática, a proposta aqui apresentada consistiu no desenvolvimento de um curso sobre a utilização do software GeoGebra no estudo das seções cônicas.

O GeoGebra é um *software* que possibilita verificar diferentes formas de representação dos objetos de estudo. Também permite que os estudantes utilizem essa ferramenta como forma de acompanhamento do seu progresso no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Em sua dissertação sobre Cônicas e a utilização do GeoGebra, Rodrigues (2015) percebeu que o *software* “mostrou-se eficaz na resolução de exercícios, pois o uso do programa nos permite provar o que foi calculado analiticamente”. Também considera como pontos positivos: a otimização de tempo para a exposição do conteúdo, devido à facilidade para a obtenção dos gráficos (em comparação com a utilização de quadro e giz), bem como o dinamismo das construções que, mesmo sendo manipuladas, preservam suas propriedades.

Além disso, a produção de um guia didático se justifica pela necessidade de apoiar professores em formação ou em exercício, oferecendo subsídios práticos e acessíveis para o uso pedagógico do GeoGebra, superando barreiras técnicas e metodológicas que ainda limitam sua incorporação às práticas docentes.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresenta-se, na primeira seção, a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de David Ausubel, e o Construcionismo de Papert, relacionando-os com o GeoGebra para o ensino de seções cônicas; na seção 3.2 são tecidas algumas considerações sobre educação, tecnologia e o *software* GeoGebra. Por fim, na seção 3.3, apresenta-se alguns trabalhos selecionados na revisão bibliográfica realizada.

3.1 BASES TEÓRICAS: TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E CONSTRUCIONISMO DE PAPERT NO ENSINO DE SEÇÕES CÔNICAS COM O GEOGEBRA

De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a TAS define que aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Não-literal no sentido de que o estudante consiga fazer construções mesmo que o conteúdo se apresente de uma forma diferente daquela que foi ensinada e não-arbitrária porque é necessário que o conteúdo seja relevante e possa ser associado ao que ele já sabe. Essa premissa, de certa forma, destaca a importância da escolha da forma de abordagem dos conteúdos pelos professores.

> A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição. A aprendizagem significativa pressupõe que o aluno manifeste uma disposição para a aprendizagem significativa - ou seja, uma disposição para relacionar, de forma não arbitrária e não literal (Ausubel, 1961) [...]. Portanto, independentemente do quanto de uma determinada proposição é potencialmente significativo: se a intenção do aluno é memorizá-la arbitrária e literalmente (como uma série de palavras arbitrariamente relacionadas), tanto o processo de aprendizagem como o produto da aprendizagem serão automáticos. E inversamente, não importa se a disposição do aluno está dirigida para a aprendizagem significativa, pois nem o processo nem o produto da aprendizagem serão significativos se a tarefa da aprendizagem não for potencial-

> mente significativa - ou seja, se não puder ser incorporada à estrutura cognitiva através de uma relação não arbitrária e substantiva (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p.34).

Duas condições são destacadas por Moreira (2012) para que ocorra a aprendizagem significativa:

1. O material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo;
2. O aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender.

Para que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo, deve ser elaborado levando em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes. "O conhecimento prévio é, na visão de Ausubel, a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa de novos conhecimentos" (Moreira, 2012, p. 7). Também é destacado por Moreira (2012) que se utiliza o termo "potencialmente significativo", pois não existe material significativo, uma vez que os significados são atribuídos pelas pessoas, com base em seus conhecimentos prévios. Por isso, de acordo com a TAS, os materiais devem ser considerados potencialmente significativos. A segunda condição não se refere a uma afinidade que o estudante possa ter com o objeto de estudo e, sim à sua escolha pessoal de decidir interagir com o novo conhecimento que lhe é apresentado.

Ausubel nomeou como subsunçor ou ideia-âncora o conhecimento já existente na estrutura cognitiva do sujeito e, para que ocorra a aprendizagem significativa, o novo conhecimento deve interagir com o subsunçor. Como resultado dessa interação, o subsunçor se modifica, assim como o novo conhecimento. No entanto, é importante lembrar que, na TAS, aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem correta. O conhecimento prévio é o fator determinante para a aprendizagem significativa, mas não significa que é um facilitador, pois o estudante pode ter aprendido significativamente algo conceitualmente errado. Há, no processo de aprendizagem, uma negociação de significados, que podem ser aceitos ou não. A estrutura cognitiva seria, então, um conjunto hierárquico de subsunçores dinamicamente inter-relacionados. Um subsunçor pode ser acionado para interações com conhecimentos de áreas diversas e a sua posição hierárquica pode alterar-se em campos de conhecimentos diferentes (Moreira, 2012). No contexto do ensino de seções cônicas, esse princípio da

TAS pode ser operacionalizado por meio da exploração das representações gráficas e analíticas no GeoGebra, desde que articuladas com os conhecimentos prévios dos estudantes.

Ainda, para o mesmo autor, a estrutura cognitiva é uma estrutura dinâmica caracterizada por dois processos: a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora.

> A diferenciação progressiva é o processo de atribuição de novos significados a um dado subsunçor (um conceito ou uma proposição, por exemplo) resultante da sucessiva utilização desse subsunçor para dar significado a novos conhecimentos. [...] A reconciliação integradora, ou integrativa, é um processo da dinâmica da estrutura cognitiva, simultâneo ao da diferenciação progressiva, que consiste em eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistências, integrar significados, fazer superordenações (Moreira, 2012, p. 6).

Além disso, a diferenciação e a abrangência de um subsunçor variam de acordo com as aprendizagens significativas do sujeito. Por ser um conhecimento dinâmico, pode evoluir e, até mesmo, involuir. Assim, é necessário explicar que a aprendizagem significativa não é aquela que o indivíduo nunca esquece. O esquecimento é considerado uma consequência da aprendizagem significativa, um processo que Ausubel chamou de assimilação obliteradora. Em se tratando de reaprendizagem, tem-se que, se a aprendizagem foi significativa, o sujeito terá mais facilidade para lembrar de conhecimentos que estavam em desuso, devido aos resíduos de interações associadas aos subsunçores (Moreira, 2012).

A aprendizagem significativa pode ser: subordinada, superordenada e combinatória. A subordinada é a que geralmente acontece, pois é quando o conhecimento novo é uma derivação do conhecimento prévio. Na superordenada, ocorre o inverso, pois parte-se de um subsunçor para aprender um conceito que irá subordinar esse subsunçor antigo. A aprendizagem combinatória é aquela que requer dois ou mais subsunçores que não estão subordinados hierarquicamente entre eles para interagir com um novo conhecimento (Moreira, 2012).

Quanto ao grau de abstração, a aprendizagem significativa pode ser: representacional, conceitual e proposicional. A representacional é uma das primeiras formas de aprendizagem a qual somos submetidos. Em seguida, tem-se a aprendizagem conceitual, onde há um repertório de conhecimentos que nos fazem saber elencar. E a proposicional, que faz uso da aprendizagem representacional e da conceitual, mas não necessariamente é uma junção das duas; ela implica dar significado a novas ideias expressas na forma de uma proposição (Moreira, 2012).

De acordo com Moreira (2012), quando o indivíduo não tem os conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem, pode-se utilizar como recurso um organizador prévio.

> [...] As possibilidades são muitas, mas **a condição é que preceda a apresentação do material de aprendizagem e que seja mais abrangente, mais geral e inclusivo do que este.** Há dois tipos de organizadores prévios: quando o material de aprendizagem é não familiar, quando o aprendiz não tem subsunçores recomenda-se o uso de um **organizador expositivo** que, supostamente, faz a ponte entre o que o aluno sabe e o que deveria saber para que o material fosse potencialmente significativo. Nesse caso o organizador deve prover uma ancoragem ideacional em termos que são familiares ao aprendiz. Quando o novo material é relativamente familiar, o recomendado é o uso de um ***organizador comparativo*** que ajudará o aprendiz a integrar novos conhecimentos à estrutura cognitiva e, ao mesmo tempo, a discriminá-los de outros conhecimentos já existentes nessa estrutura que são essencialmente diferentes mas que podem ser confundidos. Em outras palavras, organizadores prévios podem ser usados para suprir a deficiência de subsunçores ou para mostrar a relacionalidade e a discriminabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos já existentes, ou seja, subsunçores (Moreira, 2012, p. 11, grifo do autor).

No que se refere à avaliação, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) citam que seu principal objetivo é a verificação objetiva do progresso do estudante e não somente dos seus rendimentos finais. Assim a avaliação pode ser útil para verificar aspectos insatisfatórios, no intuito de readequação e de auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem. Essa concepção de avaliação é coerente com as práticas adotadas no curso ministrado, que buscou registrar evidências de aprendizagem por meio de construções progressivas no GeoGebra e autoavaliações dos participantes.

Sendo o material de aprendizagem potencialmente significativo e tendo o aprendiz predisposição para aprender, pode-se considerar que a situação seja favorável para que ele se relacione com o objeto de estudo (Moreira, 2012).

Entretanto, para que essa predisposição do estudante se traduza em uma experiência efetiva de construção de sentido, torna-se fundamental oferecer condições que estimulem sua participação ativa e reflexiva nos processos de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, a mediação de recursos tecnológicos, como o GeoGebra, pode potencializar a aprendizagem ao favorecer a manipulação de representações matemáticas e a produção de construções próprias. Essa perspectiva aproxima-se das concepções defendidas por Seymour Papert, no âmbito do Construcionismo, que enfatiza a aprendizagem por meio da construção de artefatos concretos e significativos, proporcionando ao estudante experiências práticas de investigação e descoberta.

O Construcionismo de Seymour Papert (2008) pode ser entendido como uma reconstrução do construtivismo e tem como principal característica o fato de examinar mais profundamente a ideia da construção mental (em comparação às outras teorias educacionais, tais como o Construtivismo de Piaget). Papert "atribui especial importância ao papel das construções no mundo como um apoio para o que ocorre na cabeça, tornando-se assim uma concepção menos mentalista" (Papert, 2008, p.137). Nesta obra, Papert afirma, ainda, que construções "no mundo" referem-se aos produtos que podem ser mostrados, discutidos, examinados, sondados e admirados (Papert, 2008, grifo do autor).

A meta do construcionismo é "ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino" (Papert, 2008, p.134). Reitera que isso não é possível apenas reduzindo-se a quantidade de ensino, sem alterar o restante. O autor faz analogias sobre "dar o peixe" e "ensinar a pescar", sendo que uma postura instrucionista seria como "dar o peixe", enquanto a sua concepção supõe que as pessoas fariam melhor descobrindo por si mesmas o conhecimento específico de que precisam, ou seja, "pescando". O tipo de conhecimento o qual os sujeitos mais precisam é o que os ajudará a obter mais conhecimento. Ainda na analogia, considera que, além do conhecimento sobre como pescar, é importante possuir bons instrumentos de pesca, além de saber onde é o melhor local para essa prática; levando para a área da educação, os bons instrumentos seriam os computadores e o local seria um "micromundo" (Papert, 2008).

É contrário à ideia de que a única forma para um estudante melhorar os seus conhecimentos sobre determinado assunto, é que lhe seja ensinado sobre esse assunto. Utiliza como exemplo uma criança que, programando, aprendeu sobre frações (Papert, 2008).

Considerando o contexto do ensino e aprendizagem de seções cônicas com a utilização do GeoGebra, a articulação entre a Teoria da Aprendizagem Significativa e o Construcionismo revela-se particularmente promissora. Por um lado, a TAS proporciona subsídios teóricos para a organização e apresentação dos conteúdos de forma potencialmente significativa, valorizando os conhecimentos prévios dos estudantes e favorecendo a ancoragem de novos conceitos geométricos em suas estruturas cognitivas. Por outro lado, o Construcionismo amplia essas possibilidades ao enfatizar a aprendizagem ativa, por meio da construção de artefatos e da interação com micromundos computacionais. O GeoGebra, nesse cenário, atua como um ambiente que promove a exploração, a manipulação e a representação dinâmica dos conceitos matemáticos, criando condições para que os estudantes desenvolvam aprendizagens mais significativas, contextualizadas e alinhadas com os princípios de ambas as teorias. Assim, a integração desses referenciais teóricos oferece uma base sólida para o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras e eficazes no ensino de Matemática, especialmente no que se refere a conteúdos de maior nível de abstração, como é o caso do estudo das seções cônicas, aqui discutido. Entende-se, pois, que a TAS é centrada na estrutura cognitiva e na organização do conhecimento e o Construcionismo é centrado na ação, criação e manipulação de artefatos significativos.

Diante disso, a união das duas teorias se dá na medida em que o GeoGebra permite organizar conteúdos de forma significativa (TAS) e promover experiências ativas de construção (Construcionismo).

Com base nas abordagens teóricas apresentadas, que fundamentam a aprendizagem significativa de Ausubel e o Construcionismo de Papert, percebe-se a importância de criar ambientes de aprendizagem que favoreçam a construção ativa do conhecimento, com base nos conhecimentos prévios dos estudantes e na interação com diferentes recursos didáticos. Nesse contexto, destaca-se o papel das tecnologias digitais como mediadoras desse processo, oferecendo possibilidades para a exploração de conceitos matemáticos de forma dinâmica e interativa. Assim sendo, a próxima seção aborda a utilização das tecnologias na educação, com foco especial no software GeoGebra, explorando suas potencialidades no ensino e aprendizagem de seções cônicas.

3.2 TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO E O SOFTWARE GEOGEBRA

Levy (1993, *apud* Borba & Penteado, 2001) já afirmava que a história da humanidade sempre esteve relacionada com a história das mídias. Desde a oralidade até a informática, diferentes tecnologias funcionam como extensões da memória e do conhecimento humano. Assim como o computador, o lápis e o papel também se configuram como tecnologias, recursos essenciais nos processos de ensino e aprendizagem.

Essa perspectiva histórica, adotada por Borba e Penteado (2001), enfatiza que os seres humanos são constituídos por técnicas que ampliam e transformam seu raciocínio. Ao mesmo tempo, essas mesmas técnicas são constantemente reformuladas pelos próprios sujeitos. Por esse motivo, a produção de conhecimento deve ser entendida, de acordo com os autores, como um processo coletivo, fruto da interação entre os sujeitos e as tecnologias – um conceito expresso, pelos autores, na noção de "seres-humanos-com-mídias" ou “seres humanos-com-tecnologias.

Embora Borba e Penteado (2001) destaquem as potencialidades do uso de computadores na educação matemática, não defendem a substituição ou a obsolescência de mídias tradicionais. Com efeito, a escolha da mídia mais adequada depende dos objetivos pedagógicos e da intencionalidade do professor. Nesse sentido, a presença do computador na escola não deve ser vista apenas como um recurso para melhorar o ensino, mas como uma oportunidade de ampliar as formas de participação social e de construção da cidadania. Nas palavras dos autores:

> [...] a razão central para a presença do computador na escola seja menos a melhora ou piora do ensino e mais a expansão de possibilidades de desenvolvimento da cidadania. No momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e enquanto técnica, ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares. Na escola, a alfabetização informática precisa ser considerada como algo tão importante quanto a alfabetização na língua materna em matemática. (Borba; Penteado, 2001, p.85)

Além disso, Borba, Silva e Gadanis (2020) apresentam uma visão evolutiva sobre o uso das tecnologias digitais na Educação Matemática, organizando-a em quatro fases. Na primeira fase, durante a década de 1980, destaca-se o uso do software LOGO, que favorecia a construção de objetos geométricos básicos, alinhando-se ao

Construcionismo de Papert (2008), que valoriza a aprendizagem por meio da construção de artefatos concretos. Esse enfoque é coerente com os princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de Ausubel, ao estimular a integração entre o novo conhecimento e os conceitos previamente adquiridos pelos alunos.

A segunda fase, na década de 1990, foi marcada pela disseminação dos *softwares* de geometria dinâmica, enfatizando a representação de funções e a experimentação visual de conceitos matemáticos. A terceira fase, no final dos anos 1990, trouxe a internet para o cenário educacional, inicialmente voltada à formação continuada de professores. Já a quarta fase, a partir de 2004, foi caracterizada pela ampliação do acesso à internet de alta velocidade e pela popularização das tecnologias digitais (TD), tornando mais viável o uso de recursos como o GeoGebra para investigação matemática.

O GeoGebra, especificamente, representa uma síntese entre os princípios construcionistas e os pressupostos da aprendizagem significativa. Borba, Silva e Gadanis (2014) destacam que a integração do GeoGebra com a internet permite aos alunos não apenas visualizar, mas também experimentar conceitos matemáticos. Um exemplo mencionado por esses autores é a exploração da noção de derivada. Ampliando essa ideia, pode-se considerar que o mesmo potencial se aplica ao estudo das seções cônicas, permitindo ao aluno manipular parâmetros e observar, de forma dinâmica, as alterações nas representações gráficas.

A integração entre tecnologias e educação, no entanto, exige mais do que a simples disponibilidade de recursos. Como destaca Kenski (2011), as tecnologias estão presentes em todas as etapas do processo pedagógico, desde o planejamento até a avaliação. No entanto, a apropriação efetiva dessas ferramentas depende da formação e da segurança do professor em utilizá-las de maneira adequada e intencional. E afirma, a esse respeito:

> Podemos também ver a relação entre educação e tecnologias de um outro ângulo, o da socialização da inovação. Para ser assumida e utilizada pelas demais pessoas, além do seu criador, a nova descoberta precisa ser ensinada. A forma de utilização de alguma inovação, seja ela um tipo novo de processo, produto, serviço ou comportamento, precisa ser informada e aprendida. Todos nós sabemos que a simples divulgação de um produto novo pelos meios publicitários não mostra como o usuário deve fazer para utilizar plena-

> mente seus recursos. Um computador, por exemplo. Não basta adquirir a máquina, é preciso aprender a utilizá-la, a descobrir as melhores maneiras de obter da máquina auxílio nas necessidades de seu usuário. É preciso buscar informações, realizar cursos, pedir ajuda aos mais experientes, enfim, utilizar os mais diferentes meios para aprender a se relacionar com a inovação e ir além, começar a criar novas formas de uso e, daí, gerar outras utilizações. Essas novas aprendizagens, quando colocadas em prática, reorientam todos os nossos processos de descobertas, relações, valores e comportamentos (Kenski, 2011, p.43-44).

Fiscarelli (2007) reforça essa ideia ao afirmar que os professores tendem a escolher os materiais didáticos com os quais se sentem mais confortáveis, considerando sua experiência e a receptividade dos alunos. Portanto, a formação docente assume papel central na socialização e na incorporação das inovações tecnológicas ao contexto escolar. Como observa Kenski (2011), para que uma inovação tecnológica se torne efetiva no ambiente educacional, é necessário que os usuários aprendam a utilizá-la, explorando suas funcionalidades e criando novas formas de aplicação.

A partir dessa abordagem, o papel do professor como mediador ganha ainda mais importância. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), para que a aprendizagem seja significativa, é essencial que o novo conteúdo possa se ancorar de maneira não arbitrária e substantiva ao conhecimento prévio dos alunos. O GeoGebra, nesse sentido, pode funcionar como um organizador prévio, proporcionando representações visuais e interativas que facilitam a compreensão inicial de conceitos abstratos, como as seções cônicas.

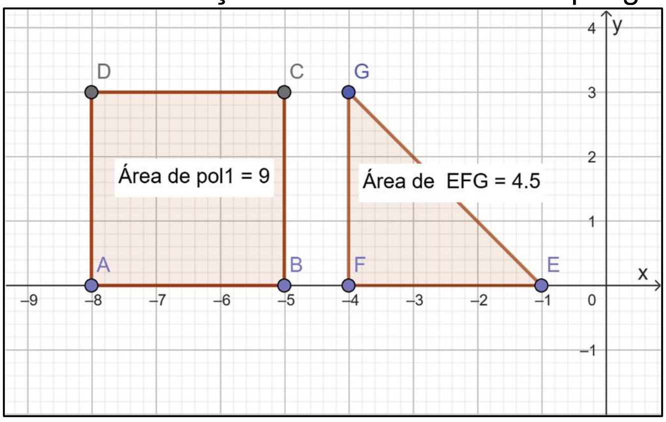
Embora a tecnologia, por si só, não garanta uma aprendizagem efetiva, ela pode potencializá-la, sobretudo quando integrada a abordagens pedagógicas bem fundamentadas. A visualização de fenômenos matemáticos por meio de imagens, sons e movimentos, como destaca Kenski (2011), pode favorecer a construção de significados mais consistentes. Nesse sentido, ao considerar o papel do professor como mediador (Kenski, 2011), reforça-se a necessidade de que propostas formativas, como o curso desenvolvido nesta pesquisa, incluam também momentos de apropriação crítica das tecnologias, como o GeoGebra.

No ensino da Matemática, *softwares* como o GeoGebra oferecem múltiplas possibilidades para diversificar a apresentação e a representação de conteúdos. Além de ser gratuito, o GeoGebra possui uma interface intuitiva e acessível, podendo ser utilizado tanto no ensino básico quanto no superior (GeoGebra, 2024).

A plataforma do GeoGebra consiste em aplicativos que podem ser acessados de forma *on-line* ou *off-line* (desde que seja feito o *download* destes) no celular, *tablet* ou computador. O aplicativo “Calculadora” é um compilado de aplicativos: “Calculadora Gráfica”, “Geometria”, “Calculadora 3D”, “Calculadora CAS” e “Geometria”. Existe, também, o aplicativo “Calculadora Científica”, além do aplicativo “Notas”, que permite fazer anotações *on-line*, de forma interativa, sendo possível utilizar gráficos, realizar cálculos, trabalhar com imagens, vídeos e *sites*, com conteúdos de álgebra, geometria, estatística, dentre outros. Além disso, a plataforma permite criar tarefas e livros que podem ser compartilhados pelo *Google Classroom*. Há a possibilidade de cadastrar-se para salvar materiais (construções, tarefas e livros) no site do GeoGebra, determinando quem terá acesso a eles (GeoGebra, 2024).

No GeoGebra, as construções consistem em objetos matemáticos de vários tipos que podem ser criados usando ferramentas ou comandos (GeoGebra, 2024). A seguir, nas Figuras 1 e 2, tem-se alguns exemplos. A Figura 1 mostra um quadrado e um triângulo, construídos com as ferramentas “Polígono Regular” e “Polígono”, respectivamente. A ferramenta “‘Área” também foi utilizada.

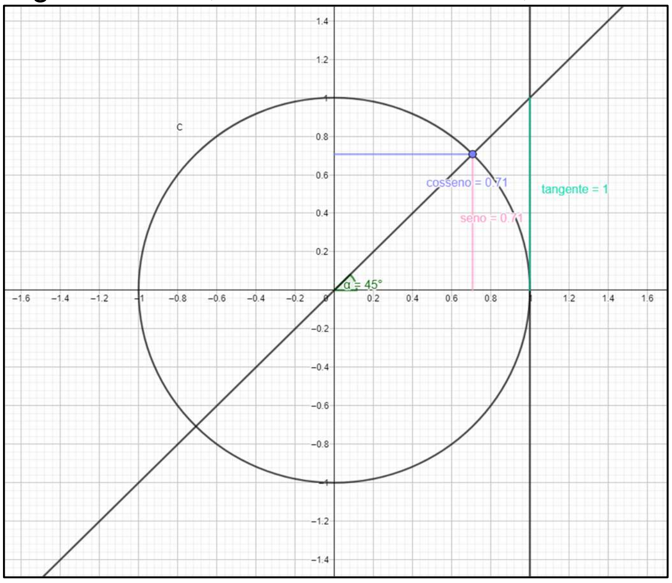
Figura 1 - Construção e cálculo da área de polígonos



Fonte: a autora (2024).

A Figura 2 mostra um círculo trigonométrico, com valores de seno, cosseno e tangente. Também é possível ilustrar a medida do ângulo, bem como movimentar (ou animar) o ponto de interseção entre os segmentos que representam o seno e o cosseno.

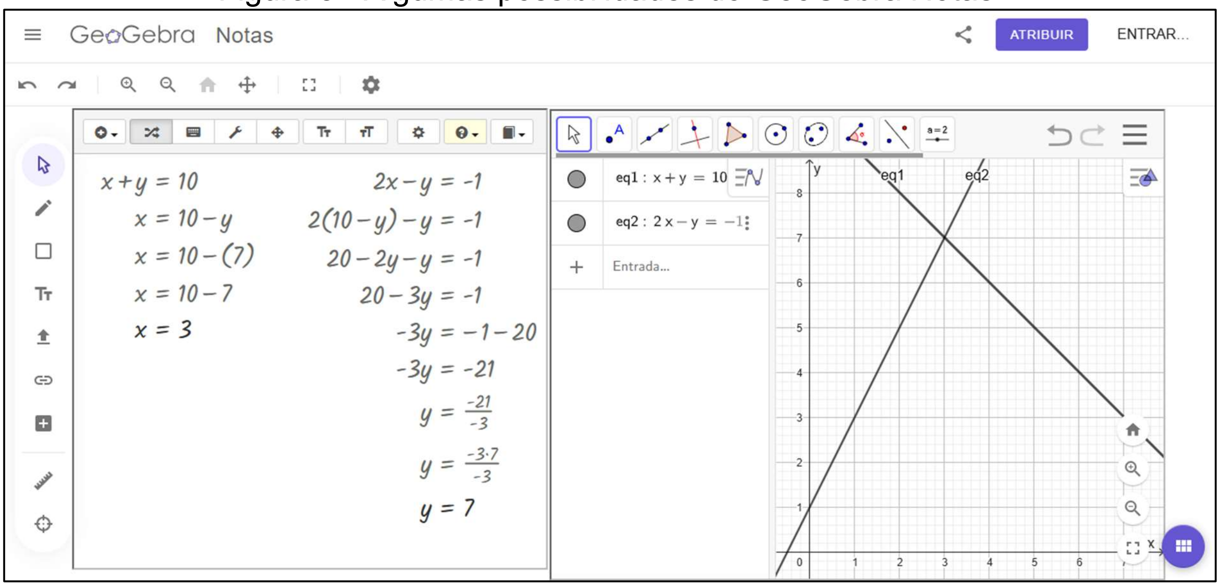
Figura 2 - Círculo trigonométrico, com valores de seno, cosseno e tangente de 45°



Fonte: a autora (2024).

O aplicativo “Notas” permite, por exemplo, a criação de um quadro dinâmico em que são resolvidas equações conforme movimenta-se os números e as variáveis (ferramenta “*Graspable Math*”). Apresenta-se, na Figura 3, a “*Graspable Math*” e o “GeoGebra Classic” (versão mais antiga do GeoGebra, com interface diferente). Assim, é possível conferir os resultados, observando os gráficos das equações.

Figura 3 - Algumas possibilidades do GeoGebra Notas



Fonte: a autora (2024).

Os recursos do software GeoGebra possibilitam abordagens diferentes no ensino de alguns conteúdos de Matemática e podem facilitar a demonstração de determinados conceitos. Também é possível criar atividades com *feedback* automático, o que, de acordo com Nóbriga e Dantas (2021), pode contribuir para diminuir a demanda de trabalho do professor em situações de ensino remoto, podendo diminuir, também, a sensação dos discentes de estarem sozinhos nos momentos de estudos individualizados.

O GeoGebra possibilita estudar as seções cônicas a partir de pontos, segmentos de reta, retas, além das ferramentas próprias para a construção dessas curvas. Também conta com os controles deslizantes que permitem verificar o que muda nas curvas a cada alteração dos parâmetros. Outra possibilidade é a utilização da janela 3D para construir uma superfície cônica e suas interseções com um plano.

A manipulação de objetos matemáticos no GeoGebra favorece a aprendizagem ativa, característica central do Construcionismo de Papert (2008). Ao construir representações gráficas, explorar diferentes parâmetros e observar os efeitos das alterações em tempo real, o aluno assume papel protagonista em seu processo de aprendizagem, construindo significados de maneira significativa (Ausubel, Novak & Hanesian, 1980).

O uso dos controles deslizantes, a possibilidade de construção de superfícies 3D e a interação com diferentes elementos gráficos permitem ao estudante uma experiência de investigação matemática próxima daquela proposta pelos "micromundos" de Papert, nos quais o aluno aprende por meio da experimentação e da manipulação de elementos do ambiente. Os diversos recursos do GeoGebra possibilitam ao estudante manipular dinamicamente os parâmetros das curvas, promovendo uma aprendizagem mais visual, interativa e significativa.

Apesar do GeoGebra de não ser o único *software* capaz de criar gráficos ou superfícies em 3D, já está consolidado como um programa que pode auxiliar tanto na educação básica quanto no ensino superior. Assim, sendo direcionado a um público diverso, considera-se que a interface é intuitiva e não se configura como um obstáculo inicial à sua utilização. A página inicial (*site*) em que se pode baixar ou utilizar a ferramenta *on-line* é convidativa, consiste em uma plataforma em que constam as contribuições de diversos usuários. Além disso, pode ser utilizado em conjunto com outras ferramentas como o *Classroom*.

Outros softwares que permitem a construção de gráficos e superfícies tridimensionais, foram analisados em caráter preliminar à realização da pesquisa. São eles: o Matlab, o Scilab e linguagens de programação como o Python. Nesta análise, entendeu-se que:

- Python: linguagem de programação. Apesar de ser possível plotar gráficos utilizando essa linguagem, seria necessária uma biblioteca específica *(Matplotlib)*.
- Matlab: apesar de ser possível plotar gráficos das funções, não é gratuito. Algumas Instituições de Ensino Superior possuem licença para disponibilizar o acesso aos seus estudantes, como é o caso da Universidade de Caxias do Sul. Porém, a necessidade de licença seria um obstáculo para a utilização do produto educacional por parte da comunidade, em geral.
- Scilab: uma alternativa gratuita e semelhante ao Matlab, porém, de acordo com a análise realizada, com uma interface menos convidativa se comparada ao GeoGebra.

Assim sendo, a escolha recaiu sobre o GeoGebra, por sua gratuidade, acessibilidade e interface amigável, fatores que contribuem para sua ampla adoção nas escolas e universidades e para sua utilização nesta pesquisa. No estudo das seções cônicas, o GeoGebra permite a construção de curvas a partir de diferentes definições (geométrica, algébrica ou analítica), a manipulação de parâmetros em tempo real e até mesmo a visualização de interseções de superfícies em ambiente 3D. Tais características favorecem a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, processos descritos por Moreira (2012) como essenciais para a aprendizagem significativa.

Com efeito, na revisão bibliográfica realizada e descrita na próxima seção, são apresentados casos de sucesso, com a utilização do GeoGebra. Autores como Rodrigues (2015), Nascimento (2020), Souza Ferreira (2023) e Dantas (2023) relatam o potencial do GeoGebra em diversas situações de aprendizagem, tais como representação visual de propriedades geométricas, transição entre os registros algébrico e gráfico, dentre outras.

Assim sendo, ao integrar os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa, do Construcionismo e as potencialidades do GeoGebra, vislumbra-se um ambiente de ensino que favoreça não apenas a compreensão de conceitos matemáticos complexos, como as seções cônicas, mas também o desenvolvimento de competências investigativas, críticas e criativas por parte dos estudantes. O GeoGebra, ao possibilitar construções dinâmicas, manipulação de representações e experimentação, constitui-se como um ambiente propício tanto para a aprendizagem significativa, como propõe Ausubel, quanto para a aprendizagem ativa e exploratória defendida por Papert. Tais características justificam sua escolha como recurso central nesta pesquisa.

Considerando essas possibilidades, a próxima seção apresenta uma revisão bibliográfica, com foco em publicações que tratam da utilização do GeoGebra no ensino de Matemática, com vistas à aprendizagem significativa de seções cônicas, especialmente em relação aos objetivos desta pesquisa.

3.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para embasar o trabalho, foram realizadas pesquisas no Google Acadêmico, a fim de encontrar artigos, trabalhos de conclusão e de dissertação que pudessem contribuir. Da mesma forma, foi pesquisado no repositório da Universidade de Caxias do Sul e em repositórios de outras instituições de ensino superior, a fim de conhecer produtos educacionais relacionados ao proposto. Foram utilizados os termos “GeoGebra e cônicas”, “GeoGebra”, “cônicas”, “evasão ensino superior”, “GeoGebra e Geometria Analítica”, “geometria analítica”, “reprovação geometria analítica”, “teoria aprendizagem significativa Ausubel cônicas GeoGebra” e variantes. Buscou-se utilizar publicações recentes, porém os artigos e dissertações aqui citados foram considerados pelo seu teor, metodologia ou pelo produto educacional. Além desses, também foi utilizada a legislação relacionada à Educação, bem como o Censo da Educação Superior (Brasil, 2023).

Nos trabalhos envolvendo cursos sobre utilização do GeoGebra, focou-se nas considerações dos autores e dos participantes sobre as eventuais dificuldades e sugestões. Considerou-se importante conhecer publicações com foco no estudo das cônicas e que não, necessariamente, envolviam a utilização do *software,* como uma forma de buscar abordagens complementares.

O *software* GeoGebra, por algumas características, tais como: gratuidade, interface dinâmica e possibilidade de ser utilizado tanto em computadores quanto em celulares, com ou sem acesso à internet, dentre outras, configura-se como um recurso que pode auxiliar no ensino e na aprendizagem de Matemática (GeoGebra, 2024).

Padilha (2018), em sua dissertação, destacou os desafios na formação continuada de professores, principalmente com relação às exigências atuais e propôs a utilização da gamificação aliada ao software GeoGebra como uma maneira de atender a demanda pelo uso de recursos tecnológicos na prática docente. Para isso, elaborou uma capacitação, que foi avaliada positivamente pelos participantes. As dificuldades relatadas pela autora, quanto ao tempo reduzido para apropriação dos recursos, foram consideradas no planejamento do curso desta pesquisa, que buscou distribuir os encontros com foco progressivo e espaço para resolução de exercícios.

Nascimento (2020), planejou duas sequências didáticas para uma turma de Ensino Médio, referente ao conteúdo de seções cônicas. A primeira sequência didática foi baseada no modelo de ensino tradicional e a segunda, em uma forma lúdica de ensino. No trabalho da autora, existem construções realizadas com GeoGebra e até mesmo *links* que direcionam para construções de elipse, parábola e hipérbole utilizando o *software*. Porém, ela considera que, apesar das potencialidades do *software*, devido à falta de condições de algumas escolas, ela deveria buscar outras alternativas. Barbante e lanterna foram algumas das ferramentas que utilizou para construir as cônicas e para mostrar a propriedade de reflexão das mesmas.

Rodrigues (2015), apresentou uma sequência didática aplicada no Instituto Federal do Alagoas - Campus Palmeiras dos Índios. O foco foi o estudo das seções cônicas: parábola, elipse e hipérbole. Na sua dissertação, também consta um passo a passo de como instalar o *software* (na época não existia o GeoGebra *on-line*), bem como de algumas construções das cônicas. O trabalho apresenta a demonstração das propriedades das seções cônicas e a resolução de alguns exercícios. O autor utiliza a parametrização como forma de provar as propriedades, ao invés de uma demonstração visual.

Souza Ferreira (2023) utilizou, em seu trabalho, a semelhança de triângulos para mostrar as propriedades das cônicas. Escolheu uma ferramenta mais recente, chamada GeoGebra Book, que consiste em criar um livro que fica disponível na plataforma do GeoGebra (de maneira pública, particular ou para as pessoas autorizadas). Esse livro contém construções manipuláveis das cônicas, assim como atividades e vídeos relacionados. Considerou que o livro pode servir como suporte pedagógico para os professores de Matemática, porém na sua dissertação não consta a análise da aplicação do livro. Apesar disso, essa dissertação foi considerada relevante para esta pesquisa, por tratar dos mesmos conteúdos e por possibilitar verificar outras abordagens.

Binotto, Petry e Gaio (2025) buscaram investigar possíveis contribuições do uso de objetos virtuais de aprendizagem (OVA) para a aprendizagem significativa - segundo Ausubel - de parábola, elipse e hipérbole. O seu público foram estudantes do Ensino Médio Técnico em Informática. Para tal, elaboraram uma sequência didática com a ferramenta GeoGebra Book, contendo tanto os OVA quanto os conteúdos matemáticos envolvidos. Os participantes da experiência já conheciam o GeoGebra, pois ele era utilizado com frequência nas aulas de Matemática, o que fez com que criassem uma conta com facilidade na plataforma. Porém, alguns expuseram dificuldades na utilização dos comandos nas primeiras atividades da sequência didática, essas foram superadas com uma explicação mais detalhada sobre a manipulação dos OVA. O que se pode inferir desse estudo é que, apesar dos OVA possibilitarem otimização de tempo (se comparado à construção pelos estudantes) e, bem como a realização de atividades que estimulam a investigação matemática, é importante que o público ao qual essas atividades são direcionadas tenha um momento prévio para conhecer ou reconhecer as ferramentas do GeoGebra. Os participantes destacaram que o tempo foi reduzido para a quantidade de conteúdos apresentados, gostaram do OVA no estilo bilhar elíptico pela ludicidade, porém gostariam de aprender a construir esses objetos.

Os trabalhos destacados mostram que o GeoGebra não é uma novidade no ensino de Matemática e de Cônicas, assim como existem outras formas de abordar esse conteúdo. Também mostram a preocupação com a aprendizagem dos discentes. No que se refere aos trabalhos que foram aplicados, pode-se verificar que foram avaliados positivamente pelos envolvidos. As considerações negativas referem-se a dificuldades no uso do *software*, na execução das atividades solicitadas e ao tempo reduzido. Percebeu-se que o diferencial de cada trabalho está na metodologia proposta. Assim, não cabe questionar a utilidade do GeoGebra no ensino de Matemática e, sim, a potencialidade de um estudo associado à utilização do *software* que vise à aprendizagem significativa. O Quadro 1 mostra contribuições desses trabalhos citados com a proposta desta pesquisa, assim como algumas diferenças.

Quadro 1 – Comparativo entre trabalhos citados e esta pesquisa

(continua)

<table>
<tr><th>Autor(es)</th><th>Ano</th><th>Título</th></tr>
<tr><td>Padilha</td><td>2018</td><td>O desafio da formação docente: potencialidades da gamificação aliada ao GeoGebra</td></tr>
<tr><td colspan="3">O que aprendi com esse trabalho?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aprender a construir objetos de aprendizagem gamificados (OAG), no GeoGebra, possibilitou que os professores participantes elaborassem estratégias de ensino a partir da construção desses.
O interesse demonstrado pelos participantes mostrou que atividades que conciliem jogos e tecnologias têm potencial para incentivar estudantes à construção do conhecimento.
A utilização do GeoGebra para a construção de OAG permite a criação de um ambiente construcionista de aprendizagem.
A construção do OAG foi considerada difícil pela maioria dos participantes, isso porque teria sido a primeira vez que estavam trabalhando com o software. Outros obstáculos foram a falta de familiaridade com os comandos do GeoGebra e com programação.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Como se diferencia da minha proposta?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Foi um curso voltado para professores sobre a utilização do GeoGebra aliada a gamificação.
O curso não tinha por objetivo trabalhar com seções cônicas e, sim mostrar algumas possibilidades de construção de objetos de aprendizagem.
Aplicado com 22 discentes de um curso de especialização do IFRS, sendo que essas atividades estavam ocorrendo em uma disciplina obrigatória.</td></tr>
<tr><th>Autor(es)</th><th>Ano</th><th>Título</th></tr>
<tr><td>Nascimento</td><td>2020</td><td>Luz, cônicas, reflexão: uma sequência didática para o ensino das cônicas</td></tr>
<tr><td colspan="3">O que aprendi com esse trabalho?</td></tr>
</table>

(continuação)

Não necessariamente, os resultados do questionário aplicado após a segunda sequência didática (atividades lúdicas) foram melhores do que os do primeiro questionário (aplicado após uma sequência didática considerada tradicional). O que pode ser verificado foi uma melhora pontual em alguns itens e piora em outros. A piora se deu nos itens que questionavam sobre as equações das cônicas e a autora acredita que ocorreu devido não terem sido trabalhadas na segunda sequência didática. O que pode ser percebido foi um maior interesse dos estudantes com as atividades lúdicas. Alterações no calendário da instituição de ensino fizeram com que as atividades da segunda sequência didática fossem aceleradas, o que mostra como outros fatores podem alterar o planejamento inicial e, por consequência, exigem adaptações.		
Como se diferencia da minha proposta?		
Consiste em duas sequências didáticas aplicadas em uma turma de Ensino Médio. Os objetos de estudo foram: elipse, parábola e hipérbole. Não sendo trabalhado sobre circunferência. A construção das cônicas com barbante foi feita, primeiramente, pela professora no quadro, com utilização de ventosas; depois foi realizada pelos estudantes em uma cartolina. A autora também fez uso de técnicas de dobraduras de papel para o ensino das cônicas. Assim como utilizou lanterna para mostrar as interseções que correspondem a essas curvas. Implementou atividades lúdicas, tais como bilhar elíptico, antena parabólica e bilhar hiperbólico para mostrar a propriedade reflexiva. Os discentes também fizeram um passeio a um Museu de Ciências. A autora quis apresentar as cônicas de forma lúdica, utilizando recursos que considera de fácil acesso e de baixo custo. Não tem o enfoque na utilização do GeoGebra, pois acredita que algumas escolas não possuem a infraestrutura necessária para atividades com o *software*. Apesar de ser notável a variedade das atividades, se compararmos com o GeoGebra, imagina-se que a organização e confecção de atividades diferenciadas, tais como foi proposto por ela, demandaria um tempo elevado e até custos para o professor ministrante.		
Autor(es)	Ano	Título
Rodrigues	2015	As curvas cônicas com o uso do GeoGebra
O que aprendi com esse trabalho?		
Os estudantes consideraram as aulas no laboratório de informática utilizando o GeoGebra mais atrativas. Algumas das percepções dos participantes foram que o *software*: é simples de ser utilizado; facilita o desenho das cônicas, sendo mais preciso do que desenhar no quadro ou no papel; torna as aulas mais dinâmicas; desperta a curiosidade dos discentes; permite provar o que calculado e uma melhor visualização.		
Como se diferencia da minha proposta?		
Sequência didática aplicada no Instituto Federal do Alagoas com uma turma de terceiro ano do Ensino Médio técnico.		

(conclusão)

<table>
<tr><td colspan="3">Os objetos de estudo foram: elipse, parábola e hipérbole. Não sendo trabalhado sobre circunferência.
Na época não existia o GeoGebra *on-line*, sendo assim, em sua dissertação consta um passo a passo de como instalar o *software.*
O autor utiliza a parametrização como forma de provar as propriedades, ao invés de uma demonstração visual, como a semelhança de triângulos.</td></tr>
<tr><th>Autor(es)</th><th>Ano</th><th>Título</th></tr>
<tr><td>Souza Ferreira</td><td>2023</td><td>Livro Online no Geogebra: uma ferramenta para o ensino de cônicas</td></tr>
<tr><td colspan="3">O que aprendi com esse trabalho?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Criar um livro *online* na plataforma do GeoGebra pode otimizar o tempo dos professores no momento de aplicar alguma atividade utilizando o *software*, ainda assim permitindo que os estudantes explorem as ferramentas. O GeoGebra Book permite a combinação de atividades de naturezas diferentes, tais como: textos, perguntas, construções no GeoGebra e vídeos.
A autora utiliza, em alguns vídeos, a semelhança de triângulos para ilustrar as propriedades das cônicas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Como se diferencia da minha proposta?</td></tr>
<tr><td colspan="3">A proposta não foi aplicada e tem como público estudantes do Ensino Médio.
Os objetos de estudo são: elipse, parábola e hipérbole. Não sendo trabalhado sobre circunferência.
A autora criou um canal no *Youtube* com vídeos de passo a passo de algumas construções. Também criou um livro na plataforma do GeoGebra.</td></tr>
<tr><th>Autor(es)</th><th>Ano</th><th>Título</th></tr>
<tr><td>Binotto, Petry e Gaio</td><td>2025</td><td>Objetos virtuais de aprendizagem para o estudo de cônicas: uma experiência com estudantes do ensino médio</td></tr>
<tr><td colspan="3">O que aprendi com esse trabalho?</td></tr>
<tr><td colspan="3">A utilização de OVA pode otimizar o tempo, permitindo que sejam estudados mais aspectos sobre as cônicas. Entretanto, os discentes destacaram que o tempo foi reduzido para a quantidade de conteúdos apresentados e que gostariam de aprender a construir esses objetos.
O uso de OVA possibilita que as atividades sejam investigativas.
Os estudantes demonstraram interesse pelas atividades, estando, assim, predispostos a aprenderem, uma das condições necessárias para que ocorresse a aprendizagem significativa.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Como se diferencia da minha proposta?</td></tr>
<tr><td colspan="3">Sequência didática aplicado com estudantes de Ensino Médio Técnico em Informática. Os objetos de estudo foram: elipse, parábola e hipérbole. Não sendo trabalhado sobre circunferência.
Utilizaram a ferramenta GeoGebra Book, contendo tanto os OVA quanto os conteúdos matemáticos envolvidos.</td></tr>
</table>

Fonte: a autora (2026).

Dantas (2023) expõe que não cabe fazer distinção entre o conhecimento matemático e o tecnológico, pois ambos são necessários e complementares durante o processo de resolução de exercícios de matemática. Também explica sobre como o GeoGebra foi determinante para que pudesse aprender e ensinar matemática.

Diante do exposto, confirmou-se a pertinência de analisar a potencialidade do GeoGebra para a aprendizagem de seções cônicas.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa é de natureza aplicada e de abordagem qualitativa, considerando que “o que se procura na interpretação é a obtenção de um sentido mais amplo para os dados analisados, o que se faz mediante sua ligação com conhecimentos disponíveis, derivados principalmente de teorias” (Gil, 2008, p. 178).

De acordo com os objetivos, considera-se que a pesquisa é exploratória, pois tem como finalidade “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos superiores” (Gil, 2008, p. 27). No decorrer do seu desenvolvimento, passa a ser descritiva.

Quanto aos procedimentos, faz uso de pesquisa bibliográfica, de pesquisa de levantamento (por meio de questionários) e de estudo de caso (Ludke; André, 1986).

Cada um dos objetivos específicos será objeto de uma ação metodológica, como segue no Quadro 2.

Quadro 2 – Objetivos e instrumentos/metodologia

Objetivo	Instrumento/metodologia
Caracterizar as dificuldades dos participantes	Questionário inicial sobre a disciplina
Analisar indícios de aprendizagem significativa	Construções no GeoGebra e comparativo entre atividades
Investigar percepções sobre o software	Formulário final de avaliação
Produzir guia didático	Sistematização das experiências do curso e materiais gerados

Fonte: a autora (2025).

4.2 CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa foi planejada para, no máximo, 10 (dez) estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática ou de Engenharias que quisessem participar. Foi planejado um curso de extensão gratuito sobre a utilização do *software* GeoGebra com foco em resolução de problemas envolvendo seções cônicas. O curso intitulado “Estudo de Seções Cônicas com o GeoGebra” iniciou com 3 (três) participantes. Teve duração de 8 horas, distribuídas em 4 encontros de 2 horas cada, que ocorreram nas seguintes datas: 12/05/2023, 19/05/2023, 02/06/2023 e 16/06/2023, das 19 h 30 às 21 h 30. O curso foi ministrado na sala 202, do bloco 71, onde encontram-se os laboratórios de informática da Universidade de Caxias do Sul, campus sede. Foram contemplados os seguintes tópicos: parábola, elipse, circunferência, hipérbole, construção de seções cônicas utilizando o GeoGebra e utilização do *software* como forma de rever a resolução de problemas envolvendo seções cônicas. O curso ocorreu de forma presencial, com algumas atividades realizadas antes e após os encontros. Encerrou com 2 (dois) participantes.

Sobre o número reduzido de participantes considera-se importante destacar que a baixa adesão de estudantes verificada no curso ministrado não se configura como um caso isolado. O curso de extensão ministrado por Flores (2022), na mesma instituição de ensino, com encontros presenciais e à distância, teve 12 inscrições, com o comparecimento de 4 inscritos no primeiro encontro, encerrando com 2 participantes.

Pode-se verificar, na literatura, ocorrências semelhantes no que se refere à baixa adesão dos estudantes em atividades de extensão ou monitorias. Lima e Grilo (2025) relatam a experiência de um Curso Complementar de Matemática oferecido pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) o qual, no primeiro semestre de 2024, iniciou com 23 estudantes matriculados, mas que, ao final do semestre, foi concluído por apenas 2 participantes. Um dos motivos apontados como causa da evasão seria a dificuldade em conciliar as atividades do curso de extensão com as demandas das disciplinas obrigatórias da graduação. No segundo semestre de 2024, foram implementas algumas mudanças nesse curso, tais como os assuntos a serem estudados, que foram escolhidos pelos estudantes. Naquele semestre, o curso encerrou com 12 participantes.

Na exposição de Schmidt e Coral (2025) sobre a monitoria nas disciplinas de Matemática Fundamental I e II do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense é destacada a baixa adesão dos estudantes nessas atividades. As atividades de monitoria iniciaram em março de 2025 e os resultados expostos referem-se à participação até o mês de julho. Em março foram realizados três atendimentos; em abril, cinco; em maio não houve procura por parte dos estudantes; em junho ocorreram dois atendimentos para a mesma estudante e em julho não houve procura pelo atendimento.

Importante destacar que o curso ministrado pela autora teve sua primeira oferta no segundo semestre de 2022, na modalidade à distância. Antes do início do curso, um questionário foi enviado, por e-mail, aos estudantes da Licenciatura em Matemática e Engenharias. Nesse, foi perguntado sobre dias e horários possíveis para a realização do curso, preferência de modalidade e conteúdos de interesse. Houve inscritos, porém não compareceram no primeiro encontro e nem nos seguintes. Um dos fatores que pode ter contribuído para a não participação dos discentes, nesse caso, pode ser o fato dessa oferta de curso ter ocorrido no final do semestre, período característico pela realização das avaliações das disciplinas. Dessa forma, buscou-se uma nova abordagem, com a oferta do curso no primeiro semestre de 2023, de forma presencial e antes das provas finais.

Embora o número de participantes tenha sido pequeno, o foco da pesquisa está na análise qualitativa e aprofundada das experiências e percepções individuais, o que se mantém viável, mesmo com uma amostra restrita.

4.3 INSTRUMENTOS DE COLETA E CONSTRUÇÃO DE DADOS

O primeiro instrumento utilizado foi um questionário para os participantes responderem antes do início do curso. Esse questionário (Apêndice A), foi constituído por questões relacionadas ao uso de *softwares* matemáticos e à disciplina de Geometria

Analítica, na qual são abordadas as seções cônicas. Foi utilizada a ferramenta Formulários do Google para gerenciar as informações coletadas, que foram analisadas antes do primeiro encontro.

O segundo instrumento foi um questionário para verificar os conhecimentos prévios dos participantes sobre cônicas (Apêndice D). Esse foi aplicado no primeiro encontro e analisado entre o primeiro e o segundo encontro.

A cada encontro do curso, os participantes fizeram uma construção no *software* GeoGebra, como forma de expressar a aprendizagem construída. Em alguns encontros, também foi solicitada a resolução de problemas com o auxílio do *software*. Os exercícios propostos foram adaptados da bibliografia de Anton, Bivens e Davis (2014), priorizando exercícios de baixa complexidade. As atividades foram pensadas de forma a possibilitar que os participantes aprendessem sobre as Cônicas, com a utilização dos recursos do GeoGebra.

No último encontro, outro formulário foi preenchido com caráter de avaliação geral do curso, para que os alunos pudessem fornecer suas impressões sobre as atividades propostas, tais como pontos negativos e positivos, se houve alguma dificuldade e, em caso afirmativo, expor a situação.

Foi elaborado um comparativo entre as primeiras construções de cada participante com as últimas, a fim de verificar o potencial das atividades promovidas visando à aprendizagem significativa. De acordo com Moreira (2012), em se tratando de aprendizagem significativa, deve-se buscar evidências em vez de querer determinar se ela ocorreu ou não. Os formulários de avaliação do curso se tornaram um instrumento importante para verificar, na visão dos participantes, o quanto o curso contribuiu para a sua aprendizagem e se consideram que o *software* auxiliou na prática docente daqueles que estão cursando licenciatura. As categorias de análise foram construídas a partir das falas dos participantes, com base nas seguintes dimensões analíticas: (1) dificuldades com os conteúdos matemáticos, (2) percepções sobre o uso do GeoGebra, (3) indícios de aprendizagem significativa e (4) sugestões para futuras edições do curso.

4.4 TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DADOS

Considerando os dados fornecidos pelos formulários respondidos, as construções feitas pelos participantes e os registros feitos pela pesquisadora, a técnica de análise dos dados a ser utilizada é análise de conteúdo, mais precisamente, a análise temática. Para Minayo (2007, p.316 *apud* Gerhardt; Silveira, 2009, p.84), "a análise temática consiste em descobrir os núcleos de sentido que compõem uma comunicação cuja presença ou frequência signifique alguma coisa para o objetivo analítico visado". A análise temática ocorre em três fases:

> Pré-análise: organização do que vai ser analisado; exploração do material por meio de várias leituras; também é chamada de "leitura flutuante".
> Exploração do material: é o momento em que se codifica o material; primeiro, faz-se um recorte do texto; após, escolhem-se regras de contagem; e, por último, classificam-se e agregam-se os dados, organizando-os em categorias teóricas ou empíricas.
> Tratamento dos resultados: nesta fase, trabalham-se os dados brutos, permitindo destaque para as informações obtidas, as quais serão interpretadas à luz do quadro (Minayo, 2007 *apud* Gerhardt; Silveira, 2009, p.84).

Os resultados são apresentados por meio de gráficos para as perguntas com respostas quantitativas. No caso das perguntas que possibilitaram respostas discursivas, são destacados alguns trechos que se consideram significativos para a pesquisa. Algumas construções foram expostas por meio de figuras. Na análise realizada, os participantes são citados como: participante A, participante B e participante C, assim como nas construções das respectivas autorias. Durante os encontros, foram realizados registros descritivos em diário de campo sobre as interações dos participantes com os conteúdos e com o software, os quais também compuseram o corpus da análise.

4.5 PLANEJAMENTO E DIVULGAÇÃO DO CURSO

A disponibilidade dos interessados em participar do curso foi verificada por meio de questionário respondido antes da realização deste. O *flyer* de divulgação da oferta do curso (Anexo A) foi veiculado no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) da UCS, quando se contou com a colaboração dos professores das disciplinas que abordam o tema do curso para a divulgação. Em conversas de pré-planejamento com os professores, ficou definido que os encontros seriam na modalidade presencial, nas sextas-feiras, das 19 h 30 às 21 h 30, totalizando uma carga horária de 8 horas.

A baixa adesão pode ser interpretada à luz da própria problemática que esta pesquisa busca enfrentar: o desinteresse ou o receio em relação a conteúdos considerados difíceis, como Geometria Analítica. Isso reforça a importância de prosseguir com propostas acessíveis, como a oferecida neste curso.

O Quadro 3 apresenta uma síntese do planejamento de cada um dos encontros, em que são informados os conteúdos abordados, os objetivos propostos para cada encontro, bem como uma descrição das atividades e os instrumentos de avaliação.

Quadro 3 – Uma síntese do planejamento do curso.

(continua)

Primeiro encontro – 12/05/2023	
Conteúdos	Apresentação. Questionário “Reconhecendo as Cônicas”. Construção de cônicas com barbante. O *software* GeoGebra - Interface e Ferramentas. Definições das seções cônicas.
Objetivos	Verificar os conhecimentos prévios dos participantes sobre seções cônicas. Comparar a construção das seções cônicas de forma manual e de forma digital. Apresentar o *software* GeoGebra a partir da construção das cônicas no *software.*
Atividades	Apresentação de *slides*. Teste de conhecimentos prévios. Construção, colaborativa, de cônicas (utilizando barbante, pregos, régua, esquadro, isopor e lápis). Apresentação do *software* GeoGebra.
Avaliação formativa	Respostas às perguntas do formulário. Participação dos estudantes e discussões realizadas durante o encontro. Construções elaboradas pelos participantes, com auxílio do GeoGebra.
Segundo encontro – 19/05/2023	
Conteúdos	Parábola.

(continuação)

Objetivos	Construir gráfico de parábola com vértice na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente. Construir gráfico de parábola cujo vértice não esteja na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente. Construir o gráfico de uma parábola a partir de sua equação. Obter a equação de uma parábola a partir do respectivo gráfico.
Atividades	Utilização do *software* GeoGebra. Resolução de exercícios que envolvem a construção de parábolas (com vértice centrado e não centrado na origem) e a determinação da equação da parábola de acordo com o gráfico apresentado.
Avaliação formativa	Participação dos estudantes e discussões realizadas durante o encontro. Resolução dos exercícios propostos. Construções elaboradas, com auxílio do GeoGebra. Construir o gráfico de uma parábola a partir da respectiva equação. Identificar a equação de uma parábola a partir do respectivo gráfico.
Terceiro encontro – 02/06/2023	
Conteúdos	Circunferência e Elipse.
Objetivos	Construir gráfico de circunferência centrada na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente. Construir gráfico de circunferência não centrada na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente. Construir gráfico de circunferência a partir da respectiva equação. Obter a equação de uma circunferência a partir do respectivo gráfico. Construir gráfico de elipse centrada na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente. Construir gráfico de elipse não centrada na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente.
Atividades	Utilização do *software* GeoGebra. Resolução de exercícios que envolvem a construção de circunferências (centradas ou não na origem) e a determinação das respectivas equações, de acordo com o gráfico apresentado. Resolução de exercícios que envolvem a construção de gráficos de elipses (centradas ou não na origem) e a determinação das respectivas equações, de acordo com o gráfico apresentado.
Avaliação formativa	Participação dos estudantes e discussões realizadas durante o encontro. Resolução dos exercícios propostos. Construções elaboradas, com auxílio do GeoGebra.
Quarto encontro – 09/06/2023	
Conteúdos	Hipérbole. Avaliação do curso.
Objetivos	Construir gráfico de hipérbole com vértice na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente. Construir gráfico de hipérbole cujo vértice não esteja na origem identificando seus elementos gráfica e algebricamente.

(continuação)

	Construir gráfico de hipérbole a partir de uma equação. Identificar a equação de uma hipérbole a partir do respectivo gráfico. Verificar as percepções dos participantes sobre o curso.
Atividades	Utilização do *software* GeoGebra. Resolver exercícios que envolvem a construção de gráficos de hipérboles (centradas ou não na origem) e a determinação das equações de acordo com os respectivos gráficos. Utilização dos formulários Google.
Avaliação formativa	Participação dos estudantes e discussões realizadas durante o encontro. Resolução dos exercícios propostos. Construções elaboradas pelos participantes, com auxílio do GeoGebra. Respostas às perguntas do formulário de avaliação.

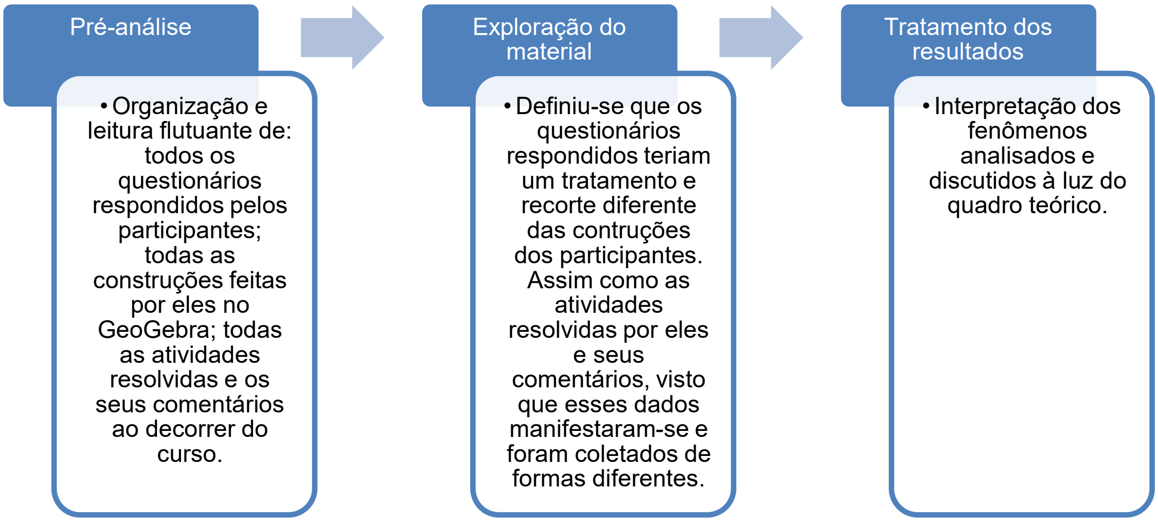
Fonte: a autora (2023).

O próximo capítulo é dedicado à análise de resultados observados no desenvolvimento do curso, com base na fundamentação teórica, discutida no capítulo 3, alinhada ao planejamento, aqui apresentado.

5 DESENVOLVIMENTO DO CURSO, DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são analisados e discutidos alguns dados e resultados obtidos ao longo do curso, utilizando o referencial teórico dessa pesquisa. Considerando as etapas da análise temática (Minayo, 2007 *apud* Gerhardt; Silveira, 2009, p.84), o processo é descrito na Figura 4.

Figura 4 - Utilização da Análise Temática



Fonte: a autora (2025).

Para a participação no curso, foram efetivadas 5 inscrições. Previamente ao início, foi enviado um questionário aos inscritos, feito no Google Formulários, para conhecer o perfil de cada estudante. Antes do primeiro encontro, dois participantes responderam ao questionário. O terceiro participante respondeu no início do primeiro encontro.

A seguir, na seção 5.1, são comentadas as questões propostas no referido questionário inicial (Apêndice A). Nas seções 5.2 até 5.5, são descritos e analisados os quatro encontros do curso.

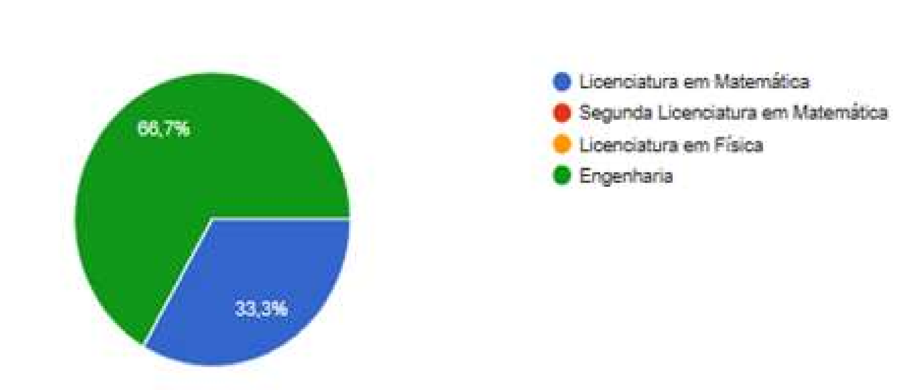
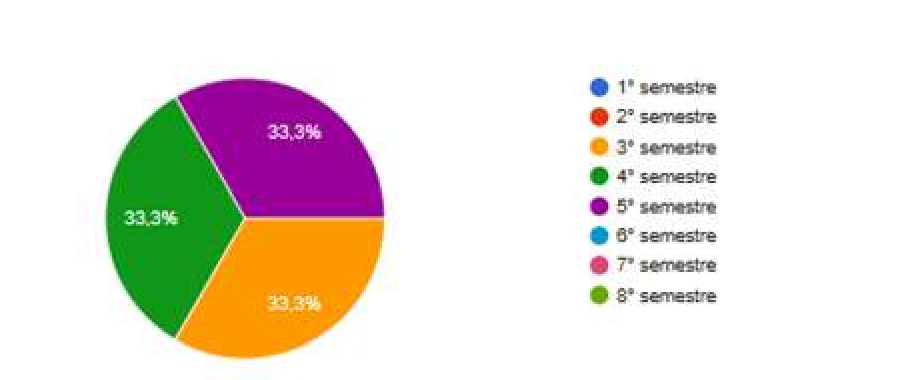
5.1 QUESTIONÁRIO PARA OS INSCRITOS

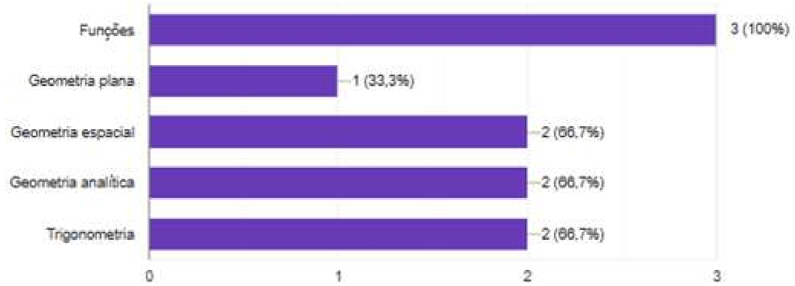
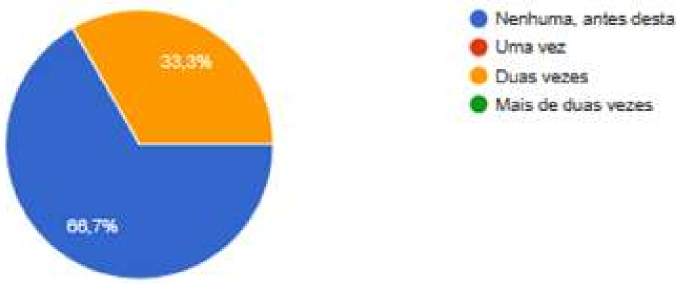
A análise do Questionário para os Inscritos (Apêndice A) foi feita antes do primeiro encontro, dada a necessidade de considerá-lo no desenvolvimento do curso. Houve unanimidade quando foi questionado sobre:

- a importância da visualização gráfica para auxiliar na aprendizagem de conteúdos de Matemática, com a qual todos concordam, conforme as respostas obtidas;
- o *software* GeoGebra, cujas respostas confirmaram ser conhecido por todos.

Na Figura 5 estão ilustradas as respostas às questões, para as quais não houve unanimidade.

Figura 5 - Respostas ao Questionário para os Inscritos

Curso de graduação em andamento	
Semestre em curso	

Conteúdos em que é importante a visualização gráfica	
Conteúdo(s) de maior dificuldade	Estou no início da disciplina, portanto não tive contato com todo o conteúdo a ser estudado. Por enquanto, estudei posição de retas, vetores e espaço bi e tridimensional. Dentre esses conteúdos, tive mais dificuldade em posição de retas. Não cursei esta disciplina ainda, mas estou fazendo cálculo 3, e vi que tem algumas semelhanças. Eu achei complicado as partes de desenhar os gráficos através da função produto escalar, vetorial, matrizes
As dificuldades	Em interpretar as questões e conseguir resolvê-las. Desenhar os gráficos, ou saber qual gráfico deveria ser desenhado (qual figura iria formar) escalonamento e cálculos
Número de vezes que cursou a disciplina	

Fonte: a autora (2023).

As respostas foram analisadas antes do início do curso e consideradas na revisão do planejamento do mesmo. Em resumo, o questionário inicial foi importante, no sentido de fornecer esta informação sobre o software GeoGebra, conhecido por todos, o que nos permitiu prever a possibilidade de redução de explanações sobre o mesmo. Também a importância da visualização gráfica, considerada por todos os participantes, estudantes de cursos de Engenharias e de Licenciatura em Matemática, do 3º, 4º e 5º semestres, foi uma informação levada em conta, no planejamento do curso sobre o ensino de seções cônicas com o apoio do software.

De acordo com Ausubel, Novak, Hanesian (1980), um dos aspectos necessários para que ocorra aprendizagem significativa é que o sujeito tenha predisposição para aprender, por isso, considerou-se importante propor um curso de extensão, cuja participação fosse voluntária, para apurar as respostas à indagação desta pesquisa. Outro aspecto importante são os conhecimentos prévios, cuja identificação foi planejada através do questionário Reconhecendo as Cônicas (Apêndice D). O mesmo foi proposto no primeiro encontro, analisado após o mesmo e levado em consideração a partir do segundo encontro.

Na próxima seção, apresenta-se uma descrição e análise do primeiro encontro do curso.

5.2 PRIMEIRO ENCONTRO

O encontro iniciou com uma apresentação de slides (Apêndice B) para explicar como seria a organização do curso, além de esclarecer sobre o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C). Prosseguiu-se, conforme o planejamento, apresentado no capítulo 4, seção 4.5, em que foram previstas, além das informações iniciais, um teste de conhecimentos prévios sobre seções cônicas.

O questionário “Reconhecendo as Cônicas” (Apêndice D), foi, então, respondido pelos participantes. Consistiu em 9 perguntas, cuja análise foi realizada entre o primeiro e o segundo encontros e, apresentada no final desta seção.

Em seguida, ainda no primeiro encontro, partiu-se para a construção de cônicas, inicialmente, utilizando barbante. Essa atividade é uma adaptação do trabalho de Nascimento (2020), no qual foram utilizadas formas diferentes de esboçar as cônicas, sendo uma delas, a utilização de barbante. Na sua pesquisa, optou por essa alternativa por considerar que os materiais utilizados são de fácil acesso e de baixo custo.

A técnica de construção de seções cônicas com barbante (ou método dos pares de pregos e barbante) é bastante tradicional, mas também historicamente importante.

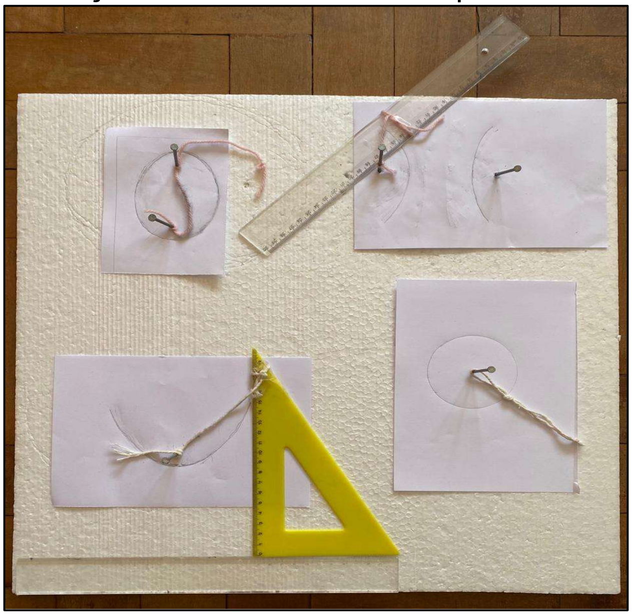
A construção de seções cônicas por meio de barbante esticado entre pregos não é apenas uma prática educativa intuitiva, mas possui respaldo histórico. O primeiro relato conhecido dessa técnica remonta a Anthemius de Tralles, no século V, que já mencionava o uso de uma corda fixada a dois focos para traçar uma elipse. Posteriormente, no século XVII, Frans van Schooten ilustrou esse método em seu tratado sobre seções cônicas, destacando seu uso prático (Sanchis, 2007).

No cenário mais atual, Milici e Salvi (2021) publicaram um estudo explorando a construção das seções cônicas com barbante (ou "gardener’s ellipse") em contextos educacionais. Eles analisam as propriedades tangenciais e o papel do tensionamento do barbante, propondo essa atividade como laboratorial enriquecedora para o ensino de Conicidades.

Apesar do foco deste trabalho ser o estudo das seções cônicas com a utilização do GeoGebra, considerou-se importante propor essa atividade para que os participantes pudessem comparar com a utilização do *software*, principalmente, no que se refere à precisão.

Previamente ao encontro, a pesquisadora realizou a construção das cônicas utilizando isopor, pedaços de papel, pregos, pregos com barbante amarrado, fita adesiva, réguas e esquadro. O resultado pode ser verificado na Figura 6.

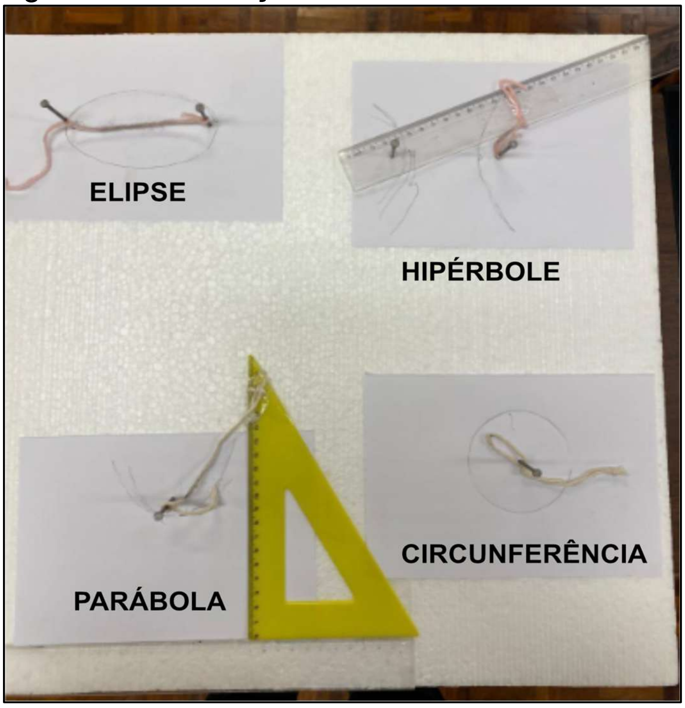
Figura 6 - Construções com barbante feitas previamente pela autora



Fonte: a autora (2023).

No encontro, os utensílios necessários para construir as seções cônicas já estavam preparados. As construções das cônicas foram feitas em grupo. Como pode ser visto na Figura 7, houve dificuldade na construção da parábola e da hipérbole, talvez pelas ferramentas utilizadas causarem deslocamentos e imprecisões (o barbante preso ao esquadro e à régua estava fixado por uma fita adesiva). O participante B, durante a construção das cônicas utilizando prego e barbantes, comentou que tinha aprendido a representar as cônicas de outra forma: utilizando um compasso, assim, presume-se que o seu conhecimento prévio sobre como desenhar uma seção cônica no papel interagiu com esse novo conhecimento, alterando-se (Moreira, 2012).

Figura 7 - Construção das cônicas com barbante



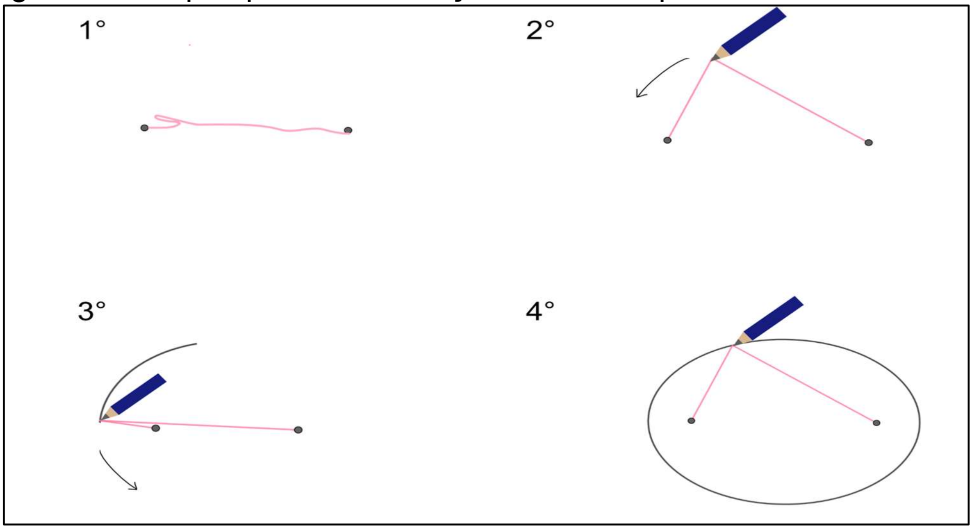
Fonte: a autora (2023).

Nas Figuras 8 a 11, estão ilustradas as etapas para a construção de cada uma das curvas, acompanhadas de orientações para as respectivas construções.

Para construir uma elipse, primeiro fixe dois pregos em uma superfície. No caso, foi utilizada uma folha de papel fixada pelos pregos na lâmina de isopor. Após, corte um pedaço de barbante, de modo que cada ponta dele esteja amarrada a um dos pregos (é importante que o barbante tenha uma folga, ou seja, não esteja esticado). Com o auxílio de um lápis ou caneta, estique o barbante e, encostando na superfície, faça um movimento circular, sempre mantendo o barbante esticado. Quando não for possível fazer todo o movimento circular, inverta a posição do barbante, para continuar o desenho da parte oposta.

As etapas constam na Figura 8.

Figura 8 – Etapas para a construção de uma elipse utilizando barbante

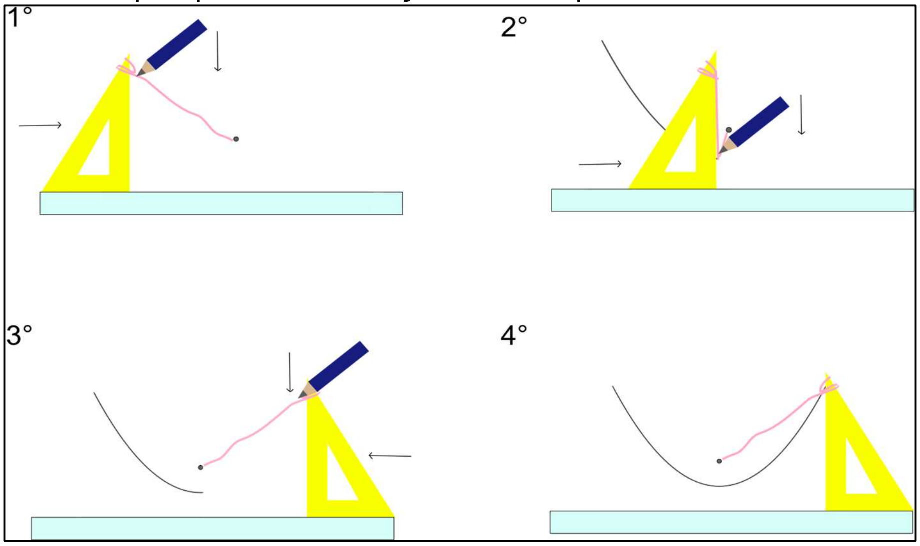


Fonte: a autora (2024).

Para construir uma parábola, são necessários um prego, uma régua, fita adesiva e um esquadro com um barbante amarrado/fixado em um de seus vértices, não podendo ser amarrado naquele que forma o ângulo reto. Posicione a régua em algum lugar da superfície (sugere-se o uso de fita adesiva para que a régua não se mova). Acima da régua e encostando nela, coloque o esquadro, de modo que o vértice com a ponta do barbante não esteja encostando na régua. Escolha um lugar entre a régua e a altura do esquadro para fixar um prego. Em seguida, amarre a outra ponta do barbante preso ao esquadro no prego. Com um lápis ou caneta, o barbante deve ser esticado para baixo, ao mesmo tempo que o esquadro desliza sobre a régua. Quando chegar no ponto que não é mais possível deslizar o esquadro, deve-se inverter a posição do esquadro e fazer o mesmo procedimento no lado oposto.

As etapas estão ilustradas na Figura 9.

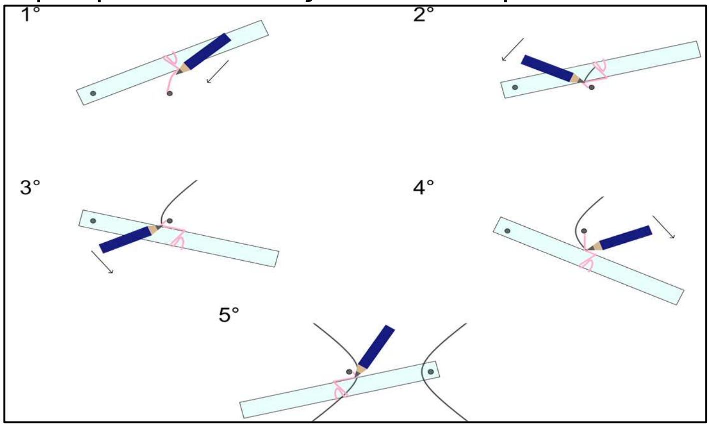
Figura 9 - Etapas para a construção de uma parábola utilizando barbante



Fonte: a autora (2024).

Para a hipérbole, serão necessários: uma régua com furo em um dos lados, dois pregos e barbante. Amarre a ponta de um pedaço de barbante em uma parte da régua. Fixe o prego em algum lugar abaixo da régua e amarre a outra ponta do barbante ao prego fixado. O segundo prego deve ser fixado no furo da régua, conforme ilustra o primeiro passo da Figura 10. Com um lápis ou caneta, mantendo o barbante esticado, deslize pela régua, ao mesmo tempo que a régua é movimentada para baixo. Quando a régua encostar no prego, inverta sua posição verticalmente (retire o prego que está no furo e depois fixe novamente). Faça o mesmo procedimento, assim terá o desenho de um dos ramos da hipérbole. Para ter o desenho completo, deve-se inverter a posição da régua horizontalmente, para que o furo seja fixado pelo outro prego, da mesma forma que a ponta do barbante também trocará o prego o qual será fixada.

Figura 10 - Etapas para a construção de uma hipérbole utilizando barbante

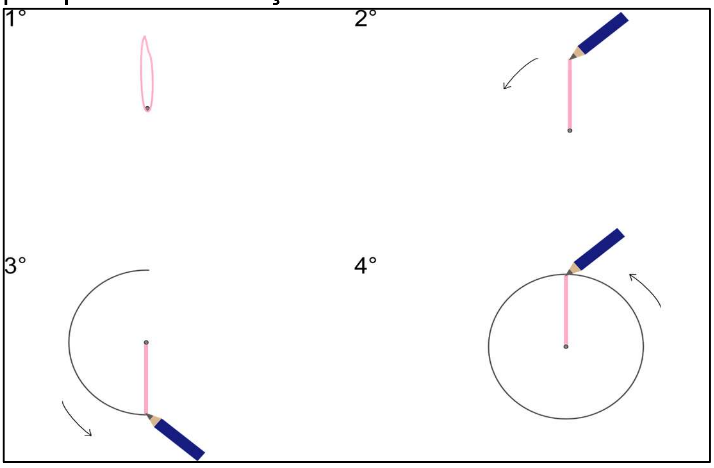


Fonte: a autora (2024).

Para construir uma circunferência, fixe um prego em algum lugar da superfície. Corte um pedaço de barbante e amarre as pontas uma à outra. Coloque o barbante ao redor do prego, de forma que o prego fique dentro desse elo criado. Com um lápis ou caneta, estique o barbante e, mantendo sempre esticado, faça um movimento circular (como se fosse um compasso).

Dessa forma, é apresentado o desenho de uma circunferência, conforme mostra a Figura 11.

Figura 11 - Etapas para a construção de uma circunferência utilizando barbante



Fonte: a autora (2024).

Pode-se dizer que a construção das cônicas utilizando isopor, prego e barbantes fez papel de organizador prévio (Moreira, 2012), pois mostra, de forma mais generalizada as cônicas, bem como aspectos subentendidos, para depois serem retomados como, por exemplo, o prego não é apenas uma ferramenta para auxiliar na construção das cônicas, ele também representa o foco dessas curvas (ou o centro, no caso da circunferência). O barbante representa o raio, na circunferência, e a distância focal, na elipse. Considerou-se importante uma atividade manual para que, posteriormente, os participantes pudessem comparar com a construção das seções cônicas no GeoGebra.

Em continuação, foi apresentado o GeoGebra, como um *software* dinâmico de Matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma (GeoGebra, 2024). A fim de abordar a definição de cada seção cônica, foi orientada a construção dessas com o *software* GeoGebra, acessando no site - cuja tela inicial é exibida na Figura 12 - a versão GeoGebra Clássico[3] disponibilizada *on-line*.

Figura 12 - Tela inicial do site GeoGebra

Fonte: GeoGebra (2024).

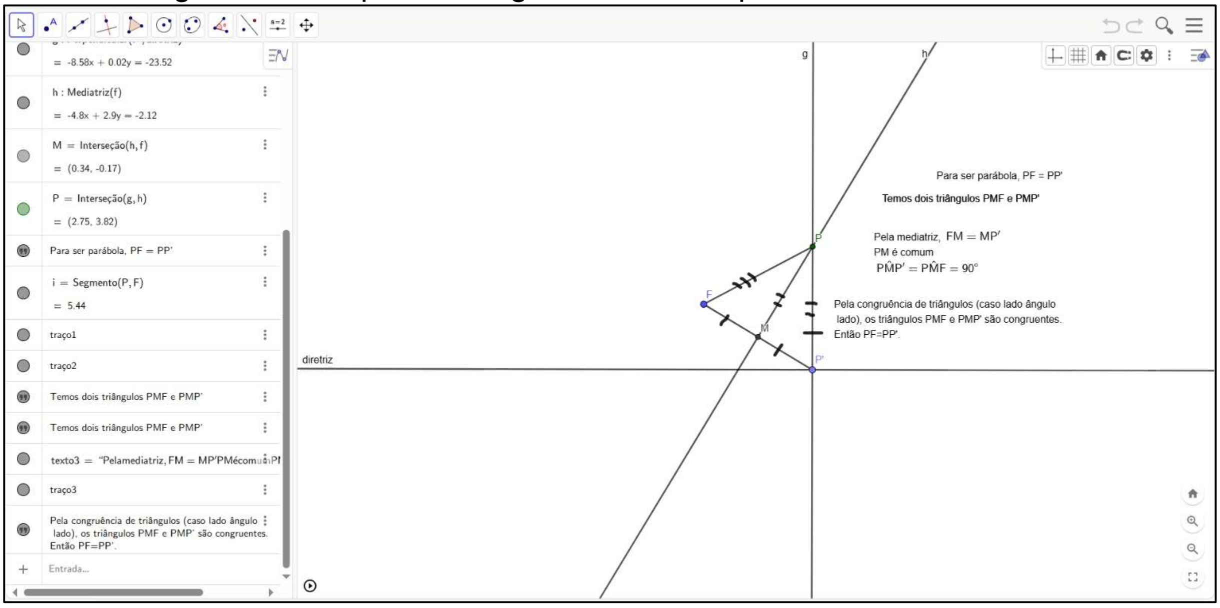
Optou-se por atividades de forma dirigida para introduzir as ferramentas do *software*. Entretanto, entendendo-se que as funções básicas eram conhecidas, conforme respostas dos participantes, ao questionário, passou-se à apresentação de outras funcionalidades, relacionadas às seções cônicas. Existem diversas formas de apresentar

[3] Pode ser acessado diretamente pelo endereço: https://www.geogebra.org/classic .

as definições das seções cônicas, como a parametrização feita por Rodrigues (2015). Optou-se pela demonstração utilizando a semelhança de triângulos utilizada por Souza Ferreira (2023), por considerar-se que seria mais propícia na utilização do GeoGebra, pela questão visual.

Dando prosseguimento às atividades do encontro, foi proposta uma ilustração geométrica das propriedades da parábola, que devem ser consideradas na elaboração dos gráficos da referida curva (Figura 13). Ressaltou-se que a construção proposta, com auxílio das representações no GeoGebra, é um procedimento semelhante à construção da parábola realizada anteriormente, com esquadro e barbante. A construção da parábola foi orientada passo a passo, conforme planejamento, e realizada pelos participantes, individualmente. Essa primeira construção com auxílio do *software* foi utilizada para apresentar a interface e as ferramentas básicas do GeoGebra. Mais detalhes sobre essa construção e as seguintes podem ser encontrados no Apêndice H.

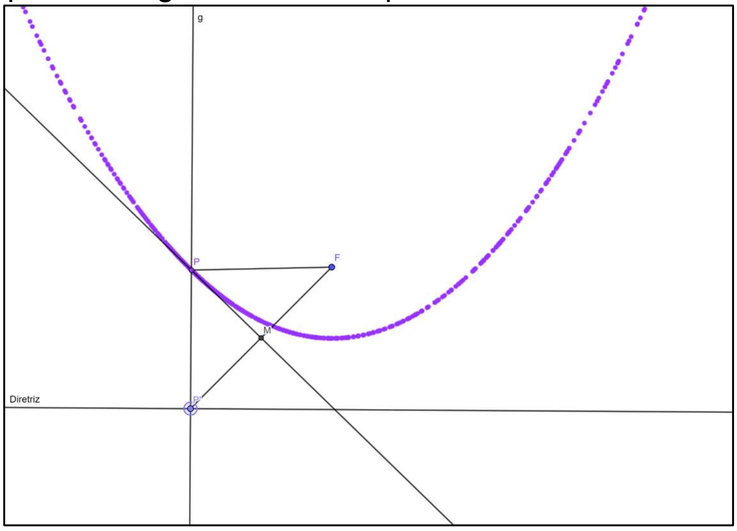
Figura 13 - Propriedades geométricas da parábola no GeoGebra



Fonte: a autora (2023).

A construção do participante C para o proposto pode ser verificada nas Figuras 14 e 15. A Figura 14 mostra a primeira parte da ilustração em que, ao habilitar o rastro do ponto P e ao movimentar (ou animar) o ponto P' (projeção de P), é formado o desenho de uma parábola.

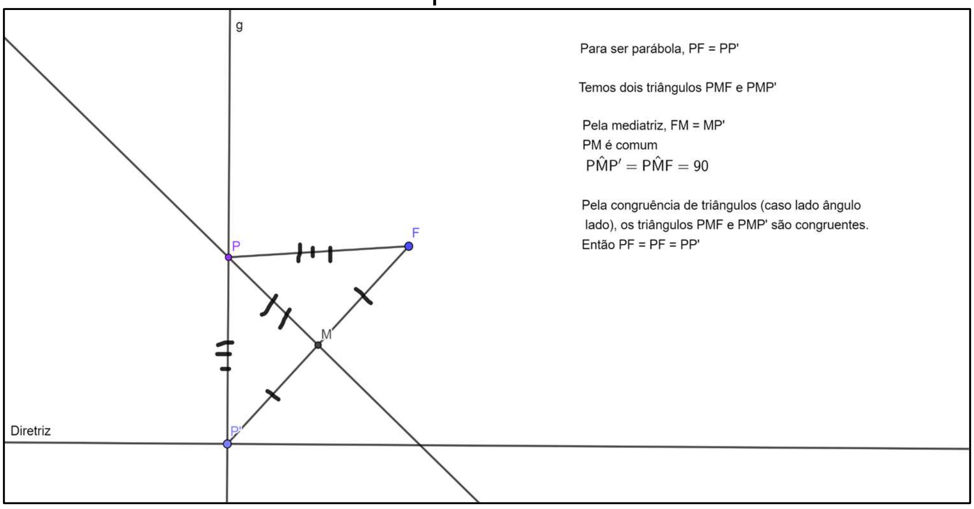
Figura 14 - Propriedades geométricas da parábola no GeoGebra – participante C



Fonte: a autora (2023).

A Figura 15 mostra a mesma construção, porém analisando a congruência de triângulos como forma de se chegar à definição de parábola.

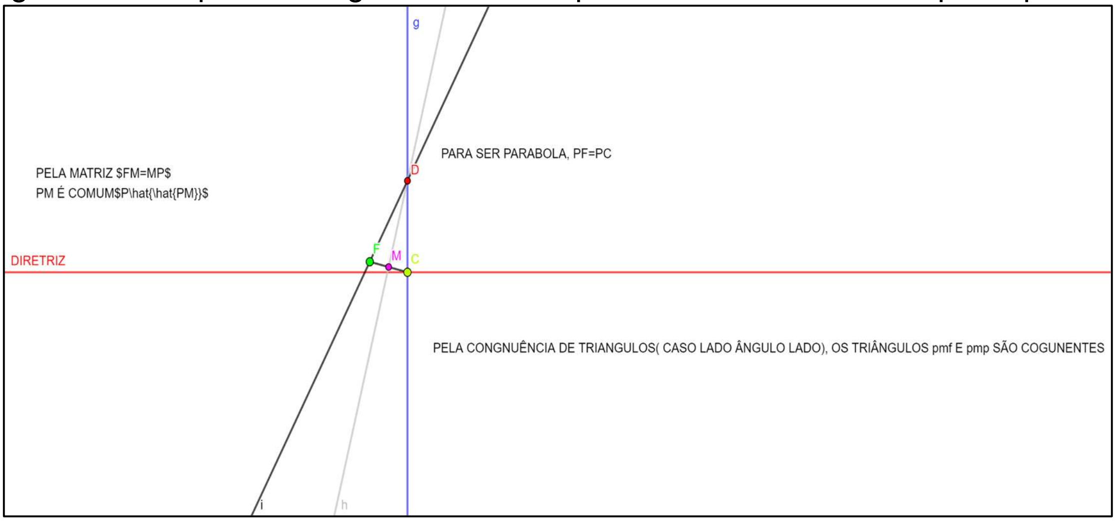
Figura 15 - Propriedades geométricas da parábola no GeoGebra (definição) – participante C



Fonte: a autora (2023).

A Figura 16 mostra a construção do participante A, que explorou as possibilidades de alterar as configurações dos elementos (alterando as cores, por exemplo). Porém, é possível verificar que houve dificuldade na descrição dos passos, em linguagem e sintaxe adequada.

Figura 16 - Propriedades geométricas da parábola no GeoGebra – participante A

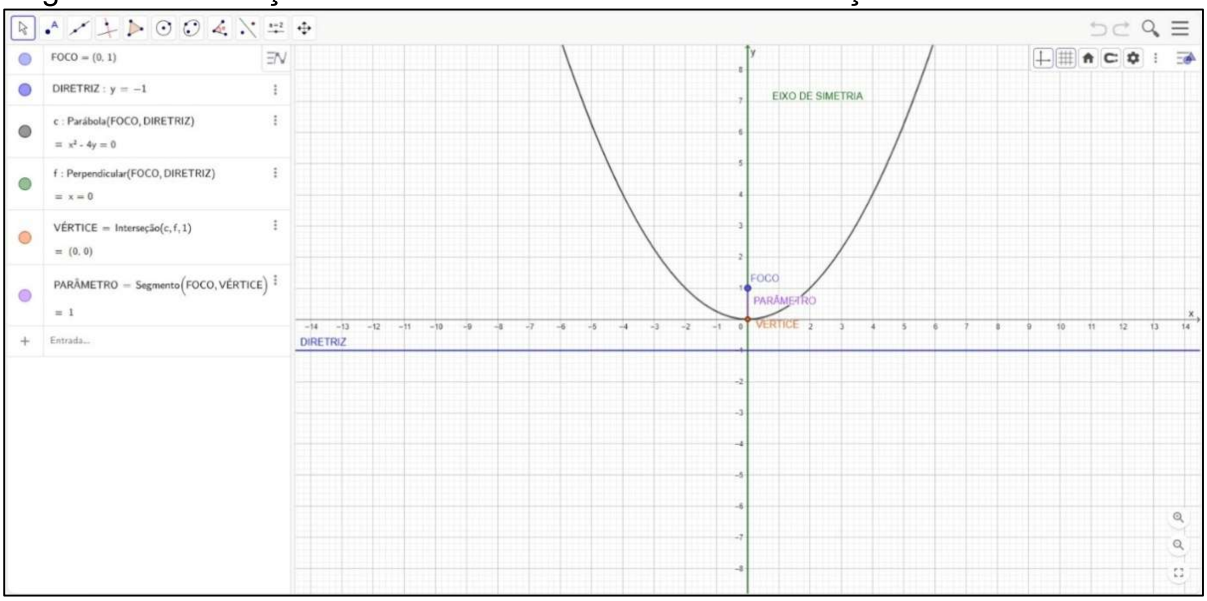


Fonte: a autora (2023).

Após cada participante ter finalizado sua construção, foi solicitado que salvassem o arquivo com o seu nome e o nome da construção feita.

Prosseguiu-se para uma nova construção, solicitando-se aos participantes que abrissem uma nova aba do navegador. O objetivo, dessa vez, foi criar uma parábola utilizando a ferramenta de mesmo nome, do GeoGebra, como pode ser visto na Figura 17. O intuito da construção também foi identificar e nomear alguns elementos dessa seção cônica.

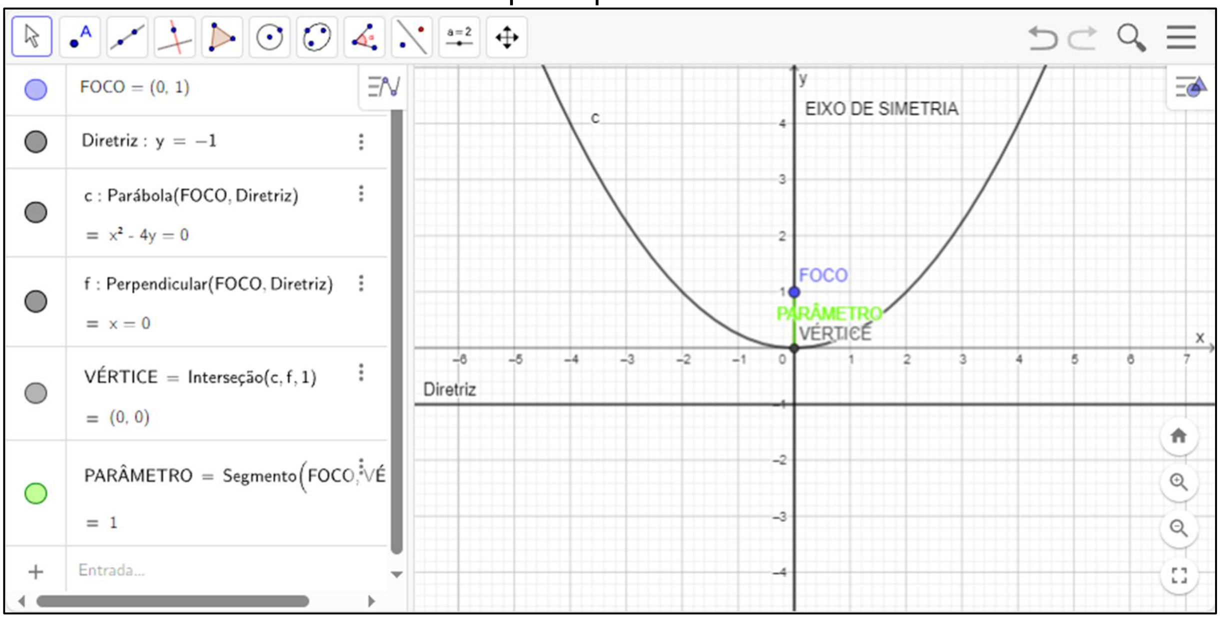
Figura 17 - Utilização da ferramenta “Parábola” e identificação dos seus elementos



Fonte: a autora (2023).

A Figura 18 mostra a construção da parábola feita pelo participante B. Durante essa construção, mostrando os elementos da parábola e a distância entre o foco e o vértice, assim como a distância do vértice até a reta diretriz, o participante C disse "*é visível que as distâncias são as mesmas*". Esse é o participante que estava cursando Geometria Analítica pela segunda vez, ou seja, entende-se que já possuía algum conhecimento prévio sobre o assunto. No caso dele, essa constatação talvez seja produto de uma reaprendizagem, que praticamente não existe, quando a aprendizagem é mecânica (Moreira, 2012). Aqui, pode ser considerado como um exemplo do potencial do GeoGebra para auxiliar na melhor compreensão dos conceitos relacionados às cônicas, conforme um dos objetivos deste trabalho, pois o participante pode perceber visualmente uma propriedade da parábola.

Figura 18 - Utilização da ferramenta "Parábola" e identificação dos seus elementos – participante B

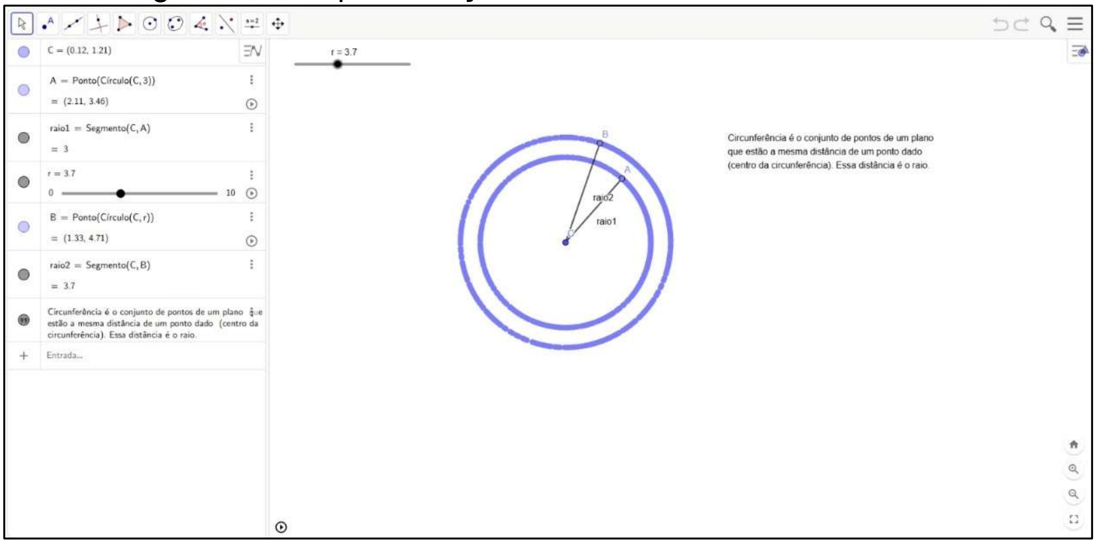


Fonte: a autora (2023).

Novamente, foi solicitado que salvassem a construção e abrissem uma nova aba, que foi utilizada para uma demonstração das propriedades geométricas da circunferência (Figura 19). Nessa construção, foi utilizada a ferramenta "controle deslizante", que permite alterar os valores de determinado elemento. No caso, criou-se, primeiramente, um segmento de reta de valor fixo, para representar o raio de uma circunferência. Em seguida, criou-se outro segmento de reta cujo tamanho estivesse vinculado ao controle deslizante, ou seja, o raio da circunferência a ser formada poderia ter seu valor alterado.

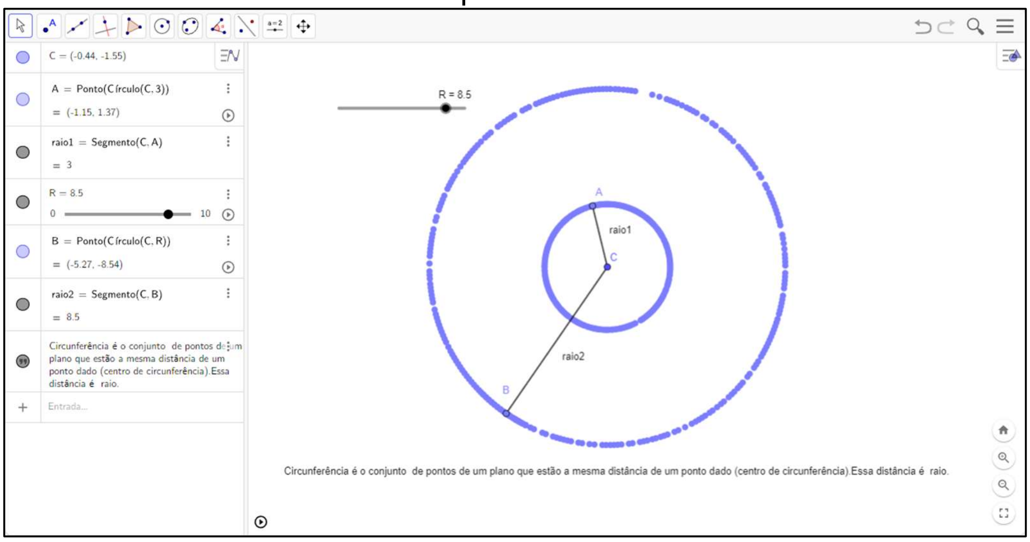
Os participantes demonstraram interesse pelo controle deslizante, quando também foi solicitado que habilitassem o rastro dos pontos A e B, bem como utilizassem a ferramenta de animação nos referidos pontos. A construção do participante B está representada na Figura 20.

Figura 19 – Representação da circunferência no GeoGebra



Fonte: a autora (2023).

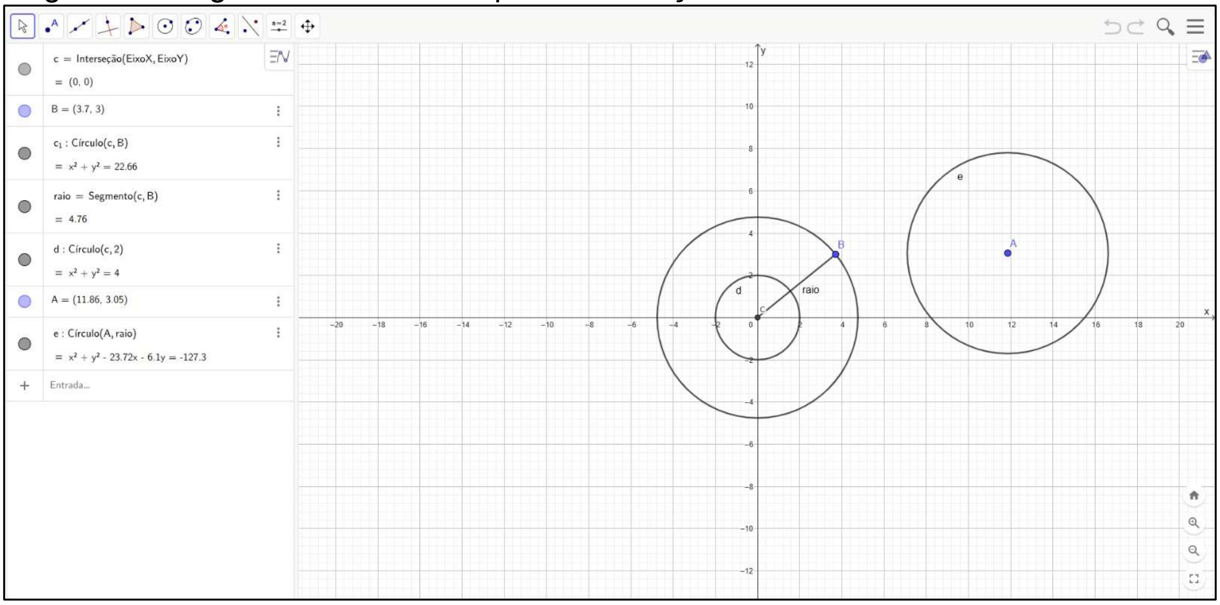
Figura 20 – Representação geométrica da circunferência no GeoGebra – participante B



Fonte: a autora (2023).

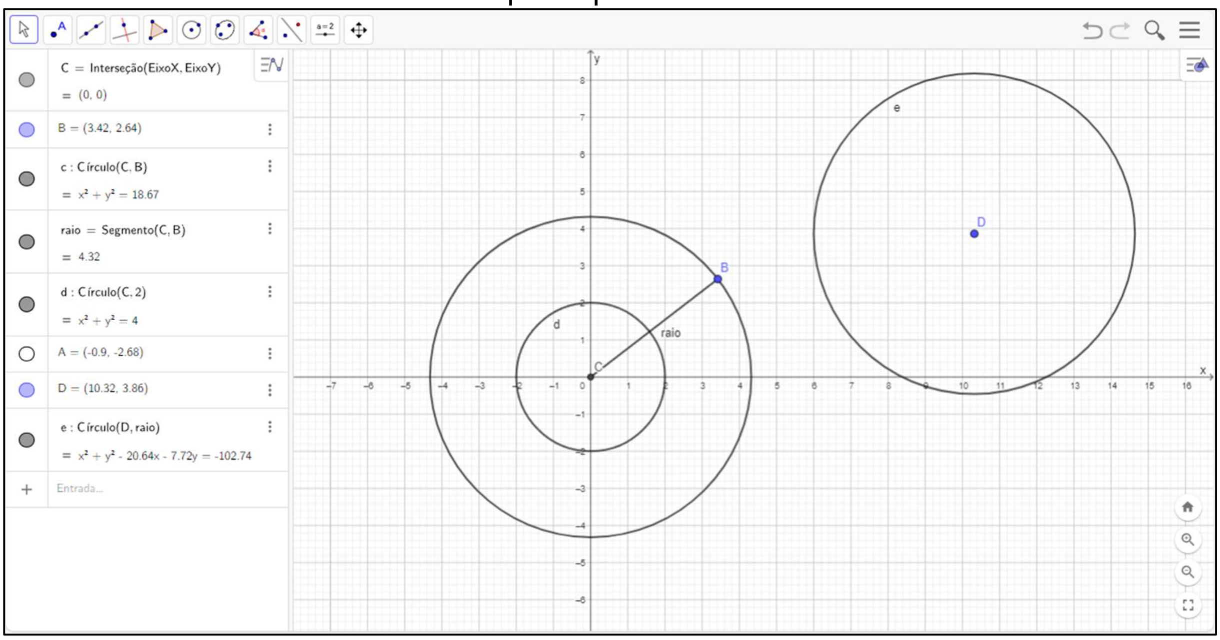
Os participantes salvaram as construções e abriram outra aba do navegador. O intuito da próxima construção (Figura 21) foi apresentar as diversas ferramentas para criar uma circunferência no GeoGebra. A Figura 22 mostra as construções do participante C.

Figura 21 - Algumas ferramentas para construção de circunferências no GeoGebra



Fonte: a autora (2023).

Figura 22 - Algumas ferramentas para construção de circunferências no GeoGebra – participante C



Fonte: a autora (2023).

Ao final dessa atividade, percebeu-se que não havia mais tempo disponível para as outras construções previstas (elipse e hipérbole). Assim sendo, foi solicitado aos participantes que salvassem essa construção - assim como fizeram com as outras - e que as colocassem em uma pasta compartilhada no *Drive*.

As atividades propostas neste encontro visaram à diferenciação progressiva (Moreira, 2012), permitindo que os participantes construíssem significados mais refinados sobre a parábola por meio da manipulação interativa no GeoGebra.

O intuito era fazer todas as construções geométricas no primeiro encontro, assim como a construção das seções utilizando a ferramenta do GeoGebra própria para tal, destacando seus elementos.

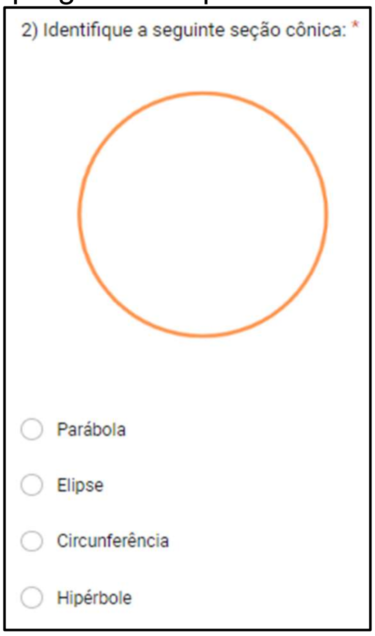
Uma forma de reduzir o tempo com essas construções, seria utilizar construções prontas e solicitar aos participantes que as manipulassem. Isso serviria ao propósito de mostrar as definições das cônicas, geometricamente, porém não serviria como forma de introdução às ferramentas do *software*. Outro fator determinante para ter-se optado por fazer essas construções em conjunto, foram as considerações de participantes do minicurso de GeoGebra de Silva (2018), cujos tópicos eram: Introdução ao GeoGebra, Noções de Funções e Geometria Espacial. No seu curso, ela forneceu construções complexas (*applets)* já prontas aos participantes, que foram elogiadas, porém alguns participantes pontuaram que gostariam de aprender a fazer as construções e não somente utilizá-las. Ainda, sobre o trabalho de Silva (2018), consideraram que os assuntos do curso foram expostos de maneira muito rápida. Então, após o primeiro encontro, percebeu-se que a realização de algumas atividades não seria possível até o final do quarto encontro, o que fez com que o planejamento fosse alterado.

Para o encontro seguinte, ponderou-se que uma forma de agilizar as construções, sem prejuízo na aprendizagem, seria utilizar a mesma construção das cônicas na posição padrão para apresentar e construir as cônicas transladadas.

Antes da realização do segundo encontro, foi realizada a análise das respostas apresentadas no questionário “Reconhecendo as Cônicas” (Apêndice D), sendo que as quatro primeiras mostravam gráficos de seções cônicas e os participantes deveriam selecionar uma alternativa - dentre parábola, elipse, circunferência e hipérbole -

que condizia com a figura apresentada. Tais perguntas foram respondidas corretamente por todos os participantes. A Figura 23 corresponde à segunda pergunta. Neste caso, todos responderam que a imagem representava uma circunferência. Essa pergunta poderia ter duas respostas corretas - circunferência e elipse - e isso foi comentado com o grupo, oportunamente, durante o curso. Ocorre que a circunferência é uma elipse de excentricidade igual a zero, visto que as medidas dos eixos são congruentes.

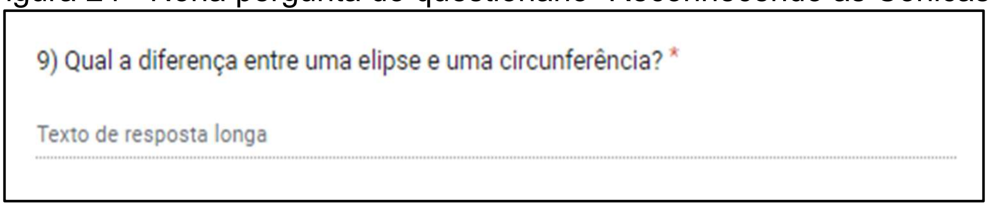
Figura 23 - Segunda pergunta do questionário “Reconhecendo as Cônicas”



Fonte: a autora (2023).

As perguntas de número cinco a nove eram de respostas dissertativas e questionavam, respectivamente: o que caracteriza uma elipse; o que caracteriza uma circunferência; o que caracteriza uma parábola; o que caracteriza uma hipérbole e qual a diferença entre uma elipse e uma circunferência. Um exemplo é a Figura 24 que corresponde à nona pergunta.

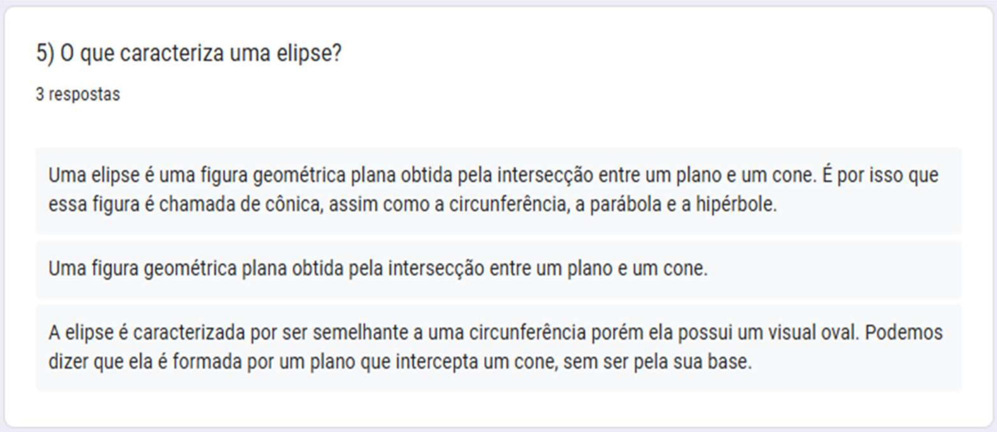
Figura 24 - Nona pergunta do questionário “Reconhecendo as Cônicas”



Fonte: a autora (2023).

As respostas das perguntas de número 5 a 9, estão comentadas nas Figuras 25 a 29.

Figura 25 - Respostas à quinta pergunta


5) O que caracteriza uma elipse?

3 respostas

Uma elipse é uma figura geométrica plana obtida pela intersecção entre um plano e um cone. É por isso que essa figura é chamada de cônica, assim como a circunferência, a parábola e a hipérbole.

Uma figura geométrica plana obtida pela intersecção entre um plano e um cone.

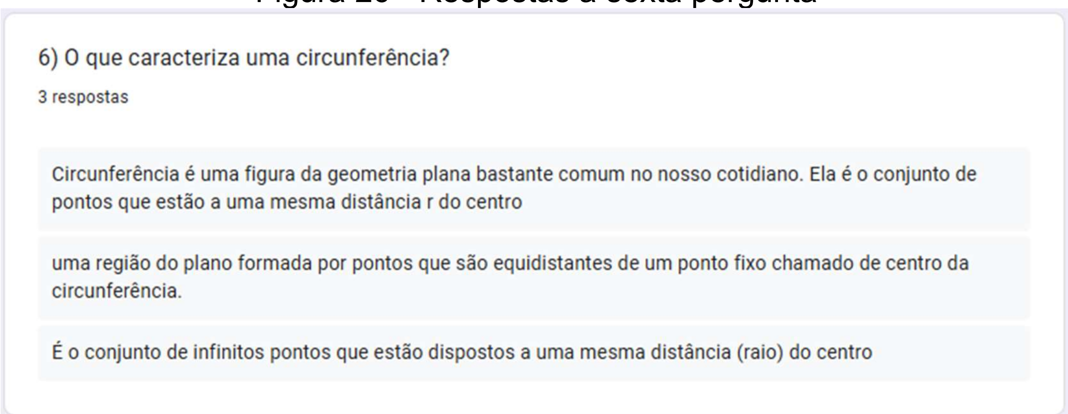
A elipse é caracterizada por ser semelhante a uma circunferência porém ela possui um visual oval. Podemos dizer que ela é formada por um plano que intercepta um cone, sem ser pela sua base.

Fonte: a autora (2023).

Sobre as respostas à quinta pergunta (Figura 25), verificou-se que algumas não estão erradas, mas estão incompletas, como é o caso da resposta "*Uma figura geométrica plana obtida pela intersecção entre um plano e um cone*.". As outras seções cônicas também são obtidas pela interseção entre um plano e um cone, não sendo essa uma característica específica da elipse.

Nas respostas à sexta pergunta (Figura 26), pode-se perceber que os participantes responderam de formas parecidas, estando de acordo com a definição de circunferência.

Figura 26 - Respostas à sexta pergunta


6) O que caracteriza uma circunferência?

3 respostas

Circunferência é uma figura da geometria plana bastante comum no nosso cotidiano. Ela é o conjunto de pontos que estão a uma mesma distância r do centro

uma região do plano formada por pontos que são equidistantes de um ponto fixo chamado de centro da circunferência.

É o conjunto de infinitos pontos que estão dispostos a uma mesma distância (raio) do centro

Fonte: a autora (2023).

Quanto à pergunta seguinte, a resposta “*Parábolas são conjuntos de pontos. Dados o ponto P e a reta r, a parábola é o conjunto dos pontos cuja distância até P é igual à distância até a reta r*.”, que consta na Figura 27, deixa dúvidas quanto à posição do ponto P (se está ou não na reta) e se representa o foco da parábola. A resposta “*A parábola é uma curva plana, que possui um eixo de simetria*”, têm informações que se adequam às outras cônicas, pois também pode-se dizer que possuem eixos de simetria.

Figura 27 - Respostas à sétima pergunta

7) O que caracteriza uma parábola?

3 respostas

Parábolas são conjuntos de pontos. Dados o ponto P e a reta r, a parábola é o conjunto dos pontos cuja distância até P é igual à distância até a reta r.

é uma curva plana, onde o conjunto dos pontos são equidistantes de um ponto dado (o qual denominamos de foco, F) e de uma reta dada (a qual chamamos de diretriz, d).

A parábola é uma curva plana, que possui um eixo de simetria

Fonte: a autora (2023).

Ao serem questionados sobre a hipérbole, como mostra a Figura 28, a resposta foi “*A hipérbole é uma figura plana estudada na Geometria Analítica. Ela é classificada como cônica por ser obtida a partir de uma determinada secção do cone*”, que citou características comuns a todas as cônicas. As respostas “*é o lugar geométrico dos pontos cuja diferença das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante*.” e “*Ela é caracterizada pela intersecção de um plano com um cone duplo.”* são as que condizem com a definição.

Figura 28 - Respostas à oitava pergunta

8) O que caracteriza uma hipérbole?

3 respostas

A hipérbole é uma figura plana estudada na Geometria Analítica. Ela é classifica como cônica por ser obtida a partir de uma determinada secção do cone

é o lugar geométrico dos pontos cuja diferença das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante.

Ela é caracterizada pela intersecção de um plano com um cone duplo.

Fonte: a autora (2023).

Na última questão, cujas respostas são mostradas na Figura 29, pode-se perceber incoerências na resposta "*Uma circunferência é o conjunto de pontos cuja distância até o ponto central C é constante e igual ao diâmetro. b) Uma elipse é o conjunto de pontos cuja distância até o ponto central C é igual à constante r, chamada de raio*." A distância constante de qualquer ponto de uma circunferência até o seu centro é o raio, não o diâmetro e o que foi pontuado como elipse seria uma circunferência. A resposta que mais se aproximou da definição foi "*Os infinitos pontos que formam a circunferência estão sempre a mesma distância do centro, já na elipse isso não ocorre*.".

Figura 29 - Respostas à nona pergunta

9) Qual a diferença entre uma elipse e uma circunferência?

3 respostas

Uma circunferência é o conjunto de pontos cuja distância até o ponto central C é constante e igual ao diâmetro. b) Uma elipse é o conjunto de pontos cuja distância até o ponto central C é igual à constante r, chamada de raio.

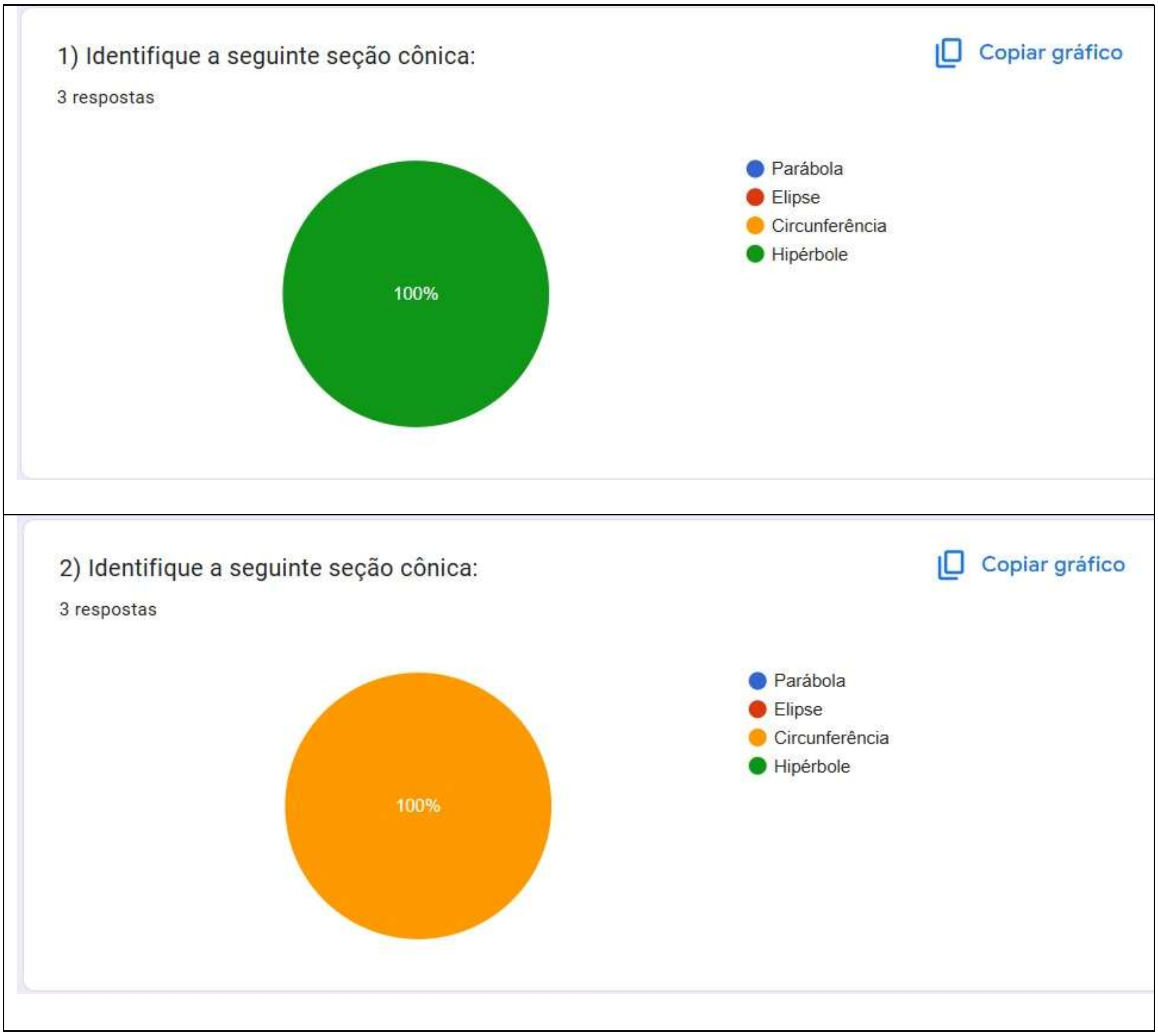
A diferença mais notória entre elipse e circunferência é a disposição dos pontos dentro delas.

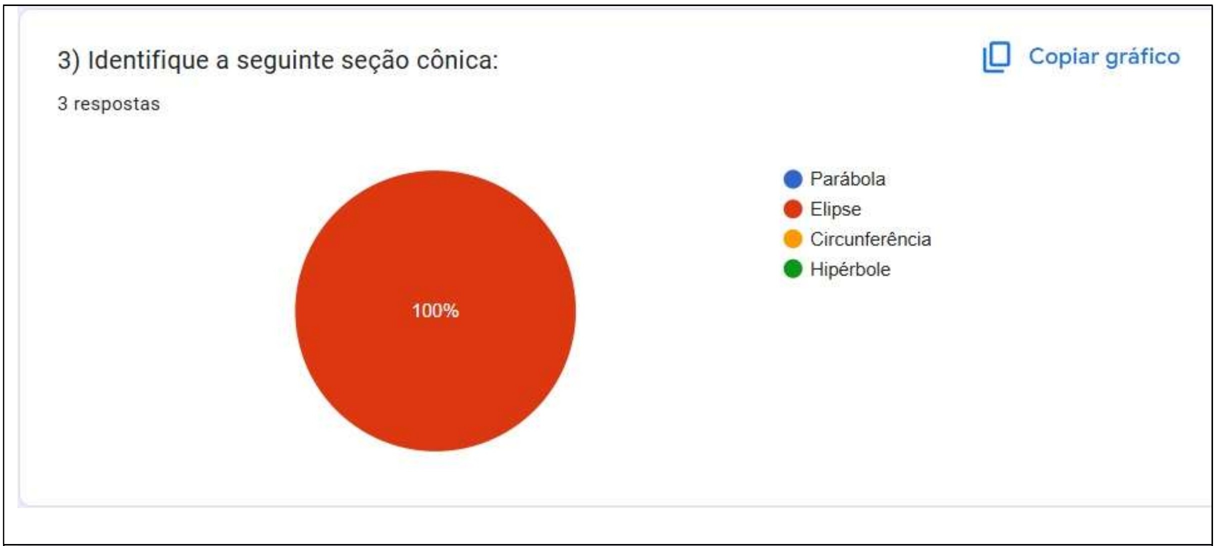
Os infinitos pontos que formam a circunferência estão sempre a mesma distância do centro, já na elipse isso não ocorre.

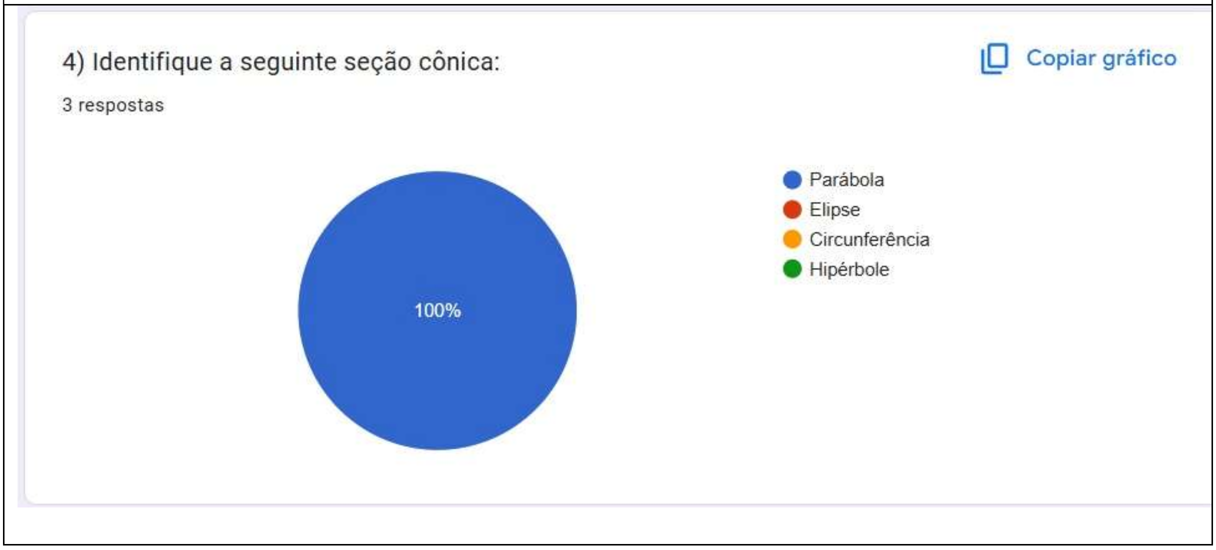
Fonte: a autora (2023).

Sobre os conhecimentos prévios do grupo, inferiu-se que identificaram as cônicas com facilidade considerando os gráficos mostrados e que conhecem algumas propriedades das cônicas. Tal constatação foi levada em consideração no desenvolvimento dos demais encontros. A verificação dos conhecimentos prévios mostra-se importante para verificar a necessidade de utilizar ou não organizadores prévios (Moreira, 2012). Diante disso, apresenta-se, a seguir, uma possível interpretação das respostas apresentadas. Para tanto, inicia-se com as 4 primeiras questões, conforme a Figura 30.

Figura 30 – Respostas das perguntas 1 a 4 do questionário Reconhecendo as Cônicas





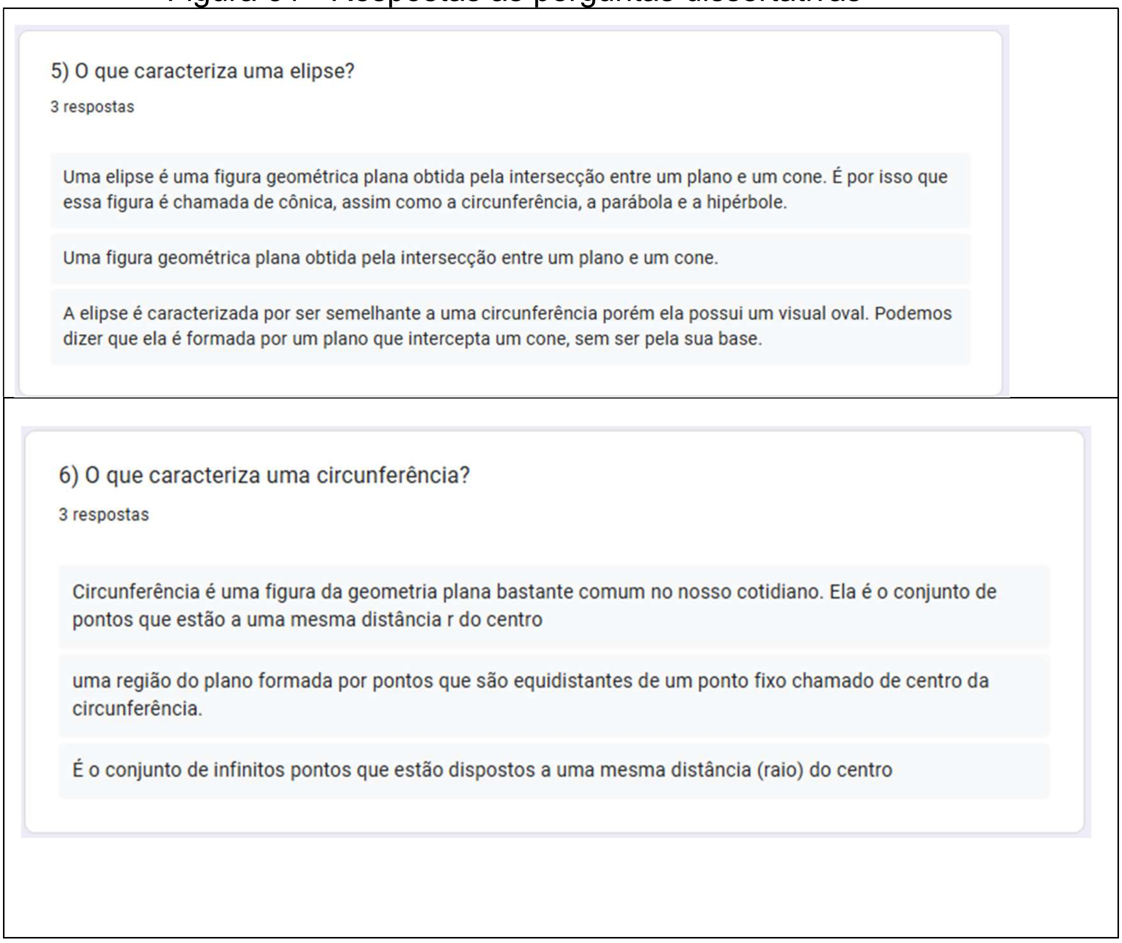


Fonte: a autora (2023).

Com efeito, entendeu-se que as respostas às perguntas do questionário “Reconhecendo as cônicas” (Apêndice D), já forneceram informações importantes, quanto aos tipos de aprendizagem significativa: representacional, conceitual e proposicional, de acordo com Moreira (2012). Para responder às perguntas que exigiram o reconhecimento das cônicas (Figura 30), é provável que os participantes tenham feito uso da aprendizagem representacional. Cabe observar que, o fato de as identificarem corretamente, pode ser um indício da presença de subsunçores bem consolidados para tanto, de acordo com Moreira (2012). Ainda, para responder às perguntas sobre características das cônicas, é provável que utilizaram a aprendizagem conceitual e, para responder à última pergunta, podem ter utilizado tanto a aprendizagem conceitual quanto a proposicional. Percebeu-se uma oportunidade de contribuir com os conhecimentos já demonstrados, em se tratando da segunda questão, que poderia ter duas respostas corretas: elipse e circunferência. No entanto, todos responderam que se tratava de uma circunferência, o que justificou sua apresentação para análise, no primeiro encontro.

As respostas às perguntas de número 5 a 9 estão ilustradas na Figura 31. Os apontamentos feitos pelos participantes permitiram identificar algumas das suas dificuldades no que se refere ao conteúdo de seções cônicas, conforme um dos objetivos dessa pesquisa. Também foi possível verificar alguns conhecimentos prévios, tais como: a parábola ter eixo de simetria, que a elipse e a hipérbole podem ser obtidas através da interseção entre um plano e um cone. Ou seja, mesmo que dois dos participantes não tivessem cursado Geometria Analítica, possuíam subsunçores sobre o assunto (Moreira, 2012).

Figura 31 - Respostas às perguntas dissertativas



5) O que caracteriza uma elipse?

3 respostas

Uma elipse é uma figura geométrica plana obtida pela intersecção entre um plano e um cone. É por isso que essa figura é chamada de cônica, assim como a circunferência, a parábola e a hipérbole.

Uma figura geométrica plana obtida pela intersecção entre um plano e um cone.

A elipse é caracterizada por ser semelhante a uma circunferência porém ela possui um visual oval. Podemos dizer que ela é formada por um plano que intercepta um cone, sem ser pela sua base.

6) O que caracteriza uma circunferência?

3 respostas

Circunferência é uma figura da geometria plana bastante comum no nosso cotidiano. Ela é o conjunto de pontos que estão a uma mesma distância r do centro

uma região do plano formada por pontos que são equidistantes de um ponto fixo chamado de centro da circunferência.

É o conjunto de infinitos pontos que estão dispostos a uma mesma distância (raio) do centro

7) O que caracteriza uma parábola?

3 respostas

Parábolas são conjuntos de pontos. Dados o ponto P e a reta r, a parábola é o conjunto dos pontos cuja distância até P é igual à distância até a reta r.

é uma curva plana, onde o conjunto dos pontos são equidistantes de um ponto dado (o qual denominamos de foco, F) e de uma reta dada (a qual chamamos de diretriz, d).

A parábola é uma curva plana, que possui um eixo de simetria

8) O que caracteriza uma hipérbole?

3 respostas

A hipérbole é uma figura plana estudada na Geometria Analítica. Ela é classifica como cônica por ser obtida a partir de uma determinada secção do cone

é o lugar geométrico dos pontos cuja diferença das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante.

Ela é caracterizada pela intersecção de um plano com um cone duplo.

9) Qual a diferença entre uma elipse e uma circunferência?

3 respostas

Uma circunferência é o conjunto de pontos cuja distância até o ponto central C é constante e igual ao diâmetro. b) Uma elipse é o conjunto de pontos cuja distância até o ponto central C é igual à constante r, chamada de raio.

A diferença mais notória entre elipse e circunferência é a disposição dos pontos dentro delas.

Os infinitos pontos que formam a circunferência estão sempre a mesma distância do centro, já na elipse isso não ocorre.

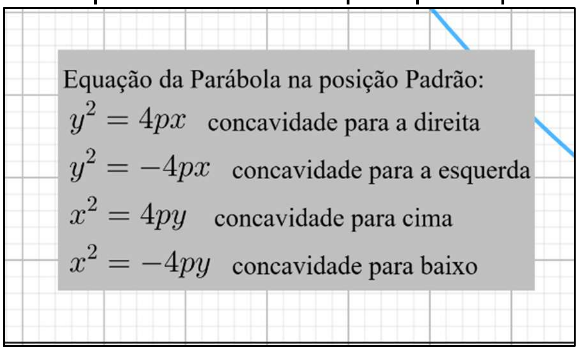
Fonte: a autora (2023).

5.3 SEGUNDO ENCONTRO

Neste encontro, somente dois participantes compareceram. Iniciou-se com a construção da parábola na posição padrão. Em dado momento, o participante B demonstrou ter dúvidas sobre as construções e perguntava ao participante A. Com base nesta observação, mudou-se a estratégia planejada. Ao invés de demonstrações, passou-se a orientar as construções, de modo que as dificuldades fossem dirimidas à medida que se apresentavam. Por isso, as construções mostradas nessa seção são as dos participantes.

Iniciou-se esse encontro com a construção da parábola na posição padrão. Um dos objetivos deste trabalho é identificar as dificuldades dos participantes do curso no que se refere ao conteúdo de seções cônicas e analisar o potencial da metodologia utilizada. Ao verificar-se que o participante B demonstrava ter dúvidas sobre as construções e perguntava ao participante A, mudou-se a estratégia planejada. As dúvidas não eram sobre o conteúdo de seções cônicas, mas sobre a utilização do *GeoGebra* e sobre a linguagem matemática. A aprendizagem, nesse caso, requeria uma combinação de subsunçores, de acordo com (Moreira, 2012), tanto de conhecimentos de Matemática, quanto do que alguns símbolos representam como, por exemplo, o símbolo de circunflexo "^". Para escreverem as equações conforme mostra a Figura 32, utilizou-se a linguagem *LaTex* (opção incluída na ferramenta "Texto"). O participante B demonstrou algumas dificuldades com a escrita.

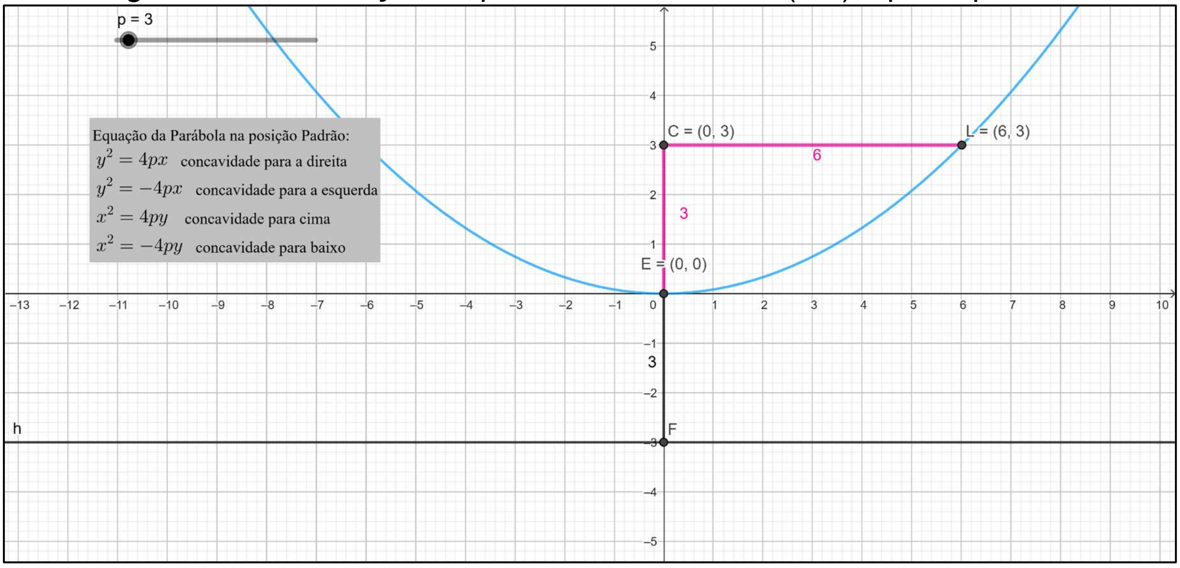
Figura 32 - Equações da parábola escritas pelo participante B, após correções



Fonte: a autora (2023).

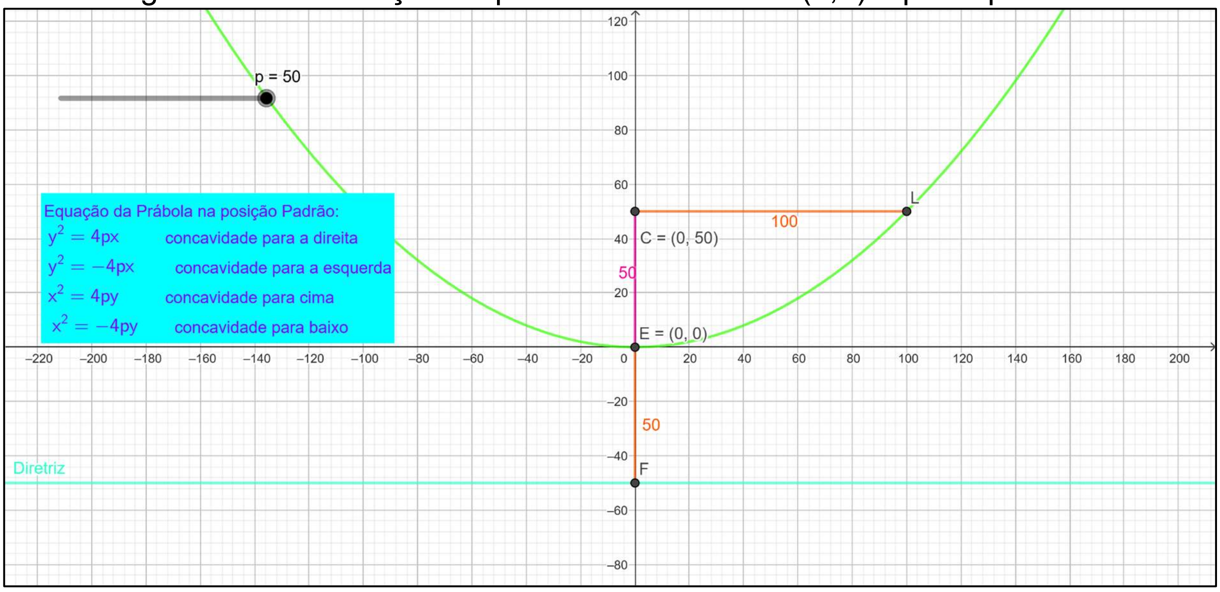
Com a construção do segmento do vértice *E* ao foco *C* e do segmento do foco até o ponto *L*, puderam perceber que existem pontos da parábola que ficam a *2p* de distância do foco, sendo *p* a distância do foco até o vértice que, pela definição, é a mesma distância entre vértice e a diretriz. Considerando-se Anton, Bivens e Davis (2014), tem-se que *2p* é o parâmetro da parábola (Figuras 33 e 34).

Figura 33 - Construção da parábola com vértice (0,0) – participante B



Fonte: a autora (2023).

Figura 34 - Construção da parábola com vértice (0,0) – participante A



Fonte: a autora (2023).

A construção inicial demorou mais que o esperado, pois houve dúvidas sobre os comandos. Depois da construção, foi resolvido um exercício (Apêndice E), no quadro. A seguir, foi proposto que resolvessem as demais atividades. Entretanto, com a intervenção do participante A, solicitando que a resolução fosse em conjunto com o colega B, foi sugerido que fosse feita uma primeira tentativa, individualmente, para que, depois, a resolução fosse discutida de forma coletiva.

O participante B comentou que não era bom em Matemática e que estava buscando ser melhor. Foi incentivado a escrever o que conseguia lembrar sobre o conteúdo. Em dado momento, falou da "*fórmula de Bháskara*" e que gostava de resolver os exercícios por este método, quando estava na escola. Logo, foi comentado: "*Sabe por que você lembrou dessa fórmula? Porque isso tem relação com as funções quadráticas, cujo gráfico tem o formato de uma parábola*".

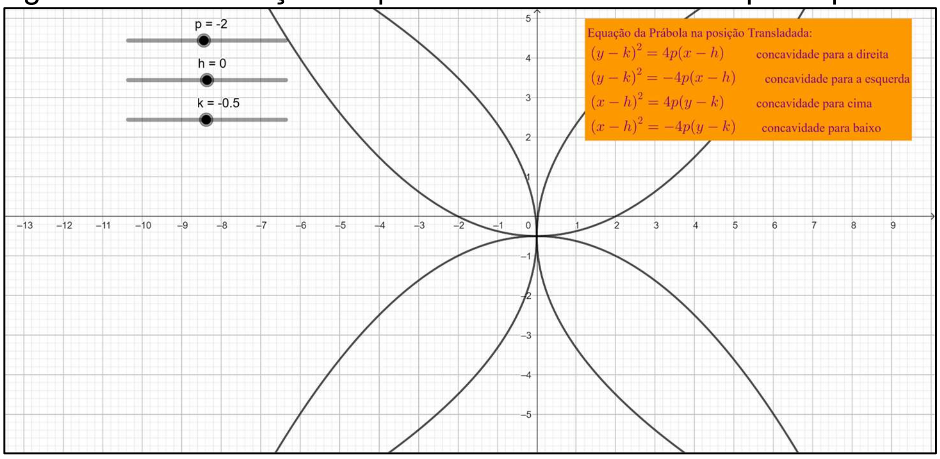
Considerou-se importante destacar que a sua lembrança era coerente com o que estava sendo estudado, porque tem relação com as funções quadráticas, cujo gráfico tem o formato de uma parábola. Nesse momento, pode-se perceber a relação entre esquecimento e reaprendizagem. Como destaca Moreira (2012), aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem sem esquecimento, mas se algo foi aprendido significativamente, ficará algum resíduo do conhecimento novo no subsunçor modificado. O participante B ficou feliz em perceber que lembrava como resolver as equações.

Foi dado prosseguimento às atividades previstas, com especial atenção à discussão de dúvidas que surgiram no decorrer do encontro. O participante B ficou feliz em perceber que lembrava como resolver equações; o participante A questionou sobre o termo "*4p*" das equações gerais. Mais uma vez foi reforçado que estávamos utilizando as definições com base em Anton, Bivens e Davis (2014), em que o parâmetro é considerado como *2p*. Talvez a confusão tenha se dado por algum conhecimento prévio do participante, visto que há quem prefira utilizar as equações em que o parâmetro da parábola é *p*. Nesse caso, o conhecimento prévio pode estar representando um obstáculo à aprendizagem (Moreira, 2012). Um pré-requisito para que ocorra a aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente interajam de maneira não-literal com aquilo que o aprendiz já sabe, no sentido de que o sujeito consiga fazer construções mesmo que o conteúdo se apresente de uma forma diferente daquela que foi ensinada (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980). Nesse caso, pode-se dizer que o conteúdo referente às equações gerais não estava bem consolidado ainda.

As questões seguintes não foram comentadas, mas, sim, orientando-os para que corrigissem, utilizando o GeoGebra.

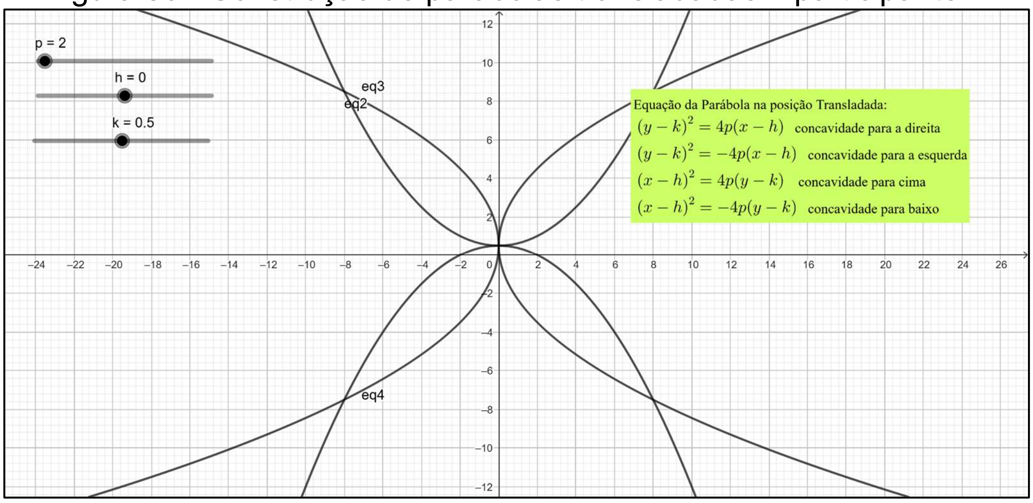
Em seguida, foram construídas as parábolas transladadas. As construções das curvas transladadas demandam menos tempo, uma vez que são orientadas da mesma forma que as parábolas em posição padrão. São necessários apenas pequenos ajustes que determinam o deslocamento da curva. Nas Figuras 35 e 36 pode-se observar os referidos gráficos, construídos pelos participantes B e A, respectivamente.

Figura 35 - Construção de parábolas transladadas – participante B



Fonte: a autora (2023).

Figura 36 - Construção de parábolas transladadas – participante A



Fonte: a autora (2023).

Ao longo do encontro, foram promovidas algumas discussões sobre o rigor matemático (a importância de nomear os eixos *x* e *y*, por exemplo), sobre o uso de analogias e a propriedade de reflexão das parábolas incluindo exemplos, como é o caso de uma antena parabólica, que corresponde a uma construção geométrica tridimensional que se relaciona com a parábola, que foi rotacionada em torno de seu eixo de simetria.

As discussões também abordaram os erros cometidos e percebidos pelos participantes, tais como: o participante B se confundiu ao representar um ponto de uma parábola (no uso dos parênteses) e o participante A comentou sobre as dificuldades serem de Matemática básica e não de Geometria Analítica. No entanto, foram lembrados de que o sistema cartesiano faz parte da Geometria Analítica. Nesse momento, o participante B comentou "*É tipo o Google Maps!*". Apesar de afirmar que não tem facilidade com Matemática, estava fazendo diversas associações pertinentes, expressando a aprendizagem significativa, principalmente se considerarmos a não-literalidade das suas associações (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980).

Encerrando-se o tempo previsto para o encontro, foi solicitado que entregassem as folhas com as atividades sobre parábolas e que as construções elaboradas no GeoGebra fossem enviadas pelo *Drive*.

Nesse encontro, foi possível perceber quando o conhecimento prévio do sujeito pode representar um obstáculo à aprendizagem (Moreira, 2012) como no momento em que o participante A estava tendo dificuldades quanto a utilização do termo "4p" ou "2p", pois essas duas formas são utilizadas. Também foi possível perceber um indício de aprendizagem significativa (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980) quando o participante B comparou o sistema cartesiano ao *Google Maps.* Com as atividades propostas, o intuito foi que os participantes percebessem que o parâmetro da parábola pode alterar seu formato, mas que, se alterassem somente os controles deslizantes *h* e *k*, por exemplo, alterariam apenas a posição das parábolas.

5.4 TERCEIRO ENCONTRO

Esse encontro contou com a presença de dois participantes (os mesmos do segundo encontro). Iniciou-se com a devolução da folha de exercícios sobre parábola. Foi solicitado que resolvessem o exercício 3) a) e 4) a) (Apêndice E). O estudante A perguntou "*essas são as transladadas, né?*", o que foi confirmado. Também perguntou se poderia revisar as questões anteriores (do encontro anterior), o que também foi feito.

Após uns 10 minutos, o participante disse "*não sei se fiz da forma correta*". Com efeito, o que estava motivando a dúvida gerou uma discussão sobre as diferentes formas de representação da equação de uma cônica.

O participante A estava com dúvidas quanto à resolução da questão 3) a) de parábola, conforme Figura 37.

Figura 37 - Questão 3) a) sobre parábola

3) Esboce a parábola, indicando o foco, o vértice e a diretriz:
a) $(y-1)^2 =- 12(x+4)$

Fonte: a autora (2023).

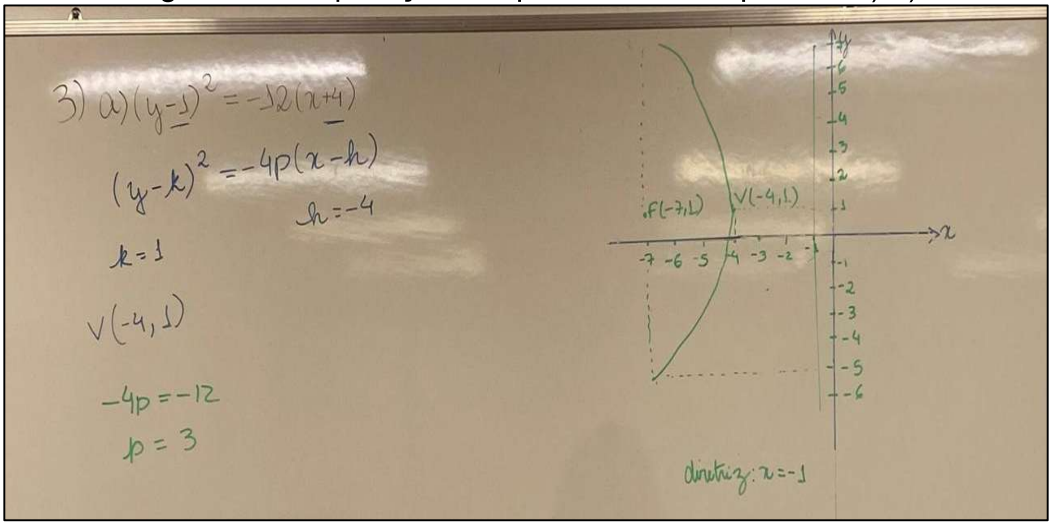
Ele havia resolvido as operações indicadas (potenciação e multiplicação), escrevendo $(y-1)^2 = -12(x+4)$ na forma a seguir:

$$y^2 - 2y + 1 = -12x - 48$$

Por isso, teve dificuldades para identificar os elementos da parábola e para esboçar seu gráfico, a parábola foi desenhada no sentido contrário na sua primeira tentativa. Pode-se inferir que o subsunçor referente à equação reduzida da parábola, apresentada no encontro anterior, não estava bem consolidado e percebeu-se a necessidade de intervenção para corroborar a aprendizagem representacional (Moreira, 2012). Foi explicado que escrever dessa forma não estava errado, era, apenas, uma forma diferente de representar a mesma cônica, mas que, talvez, fosse mais fácil identificar o vértice e demais elementos da parábola ao tentar comparar $(y-1)^2 =$

$-12(x+4)$ com a equação reduzida da parábola. Assim, foi retomada a equação na forma reduzida, no quadro, conforme Figura 38.

Figura 38 - Explicação no quadro sobre a questão 3) a)



Fonte: a autora (2023).

Lembrou-se que *h* e *k* representam, respectivamente, as coordenadas *x* e *y* do vértice. Prosseguiu-se solicitando por quais números *k* e *h* deveriam ser substituídos para que:

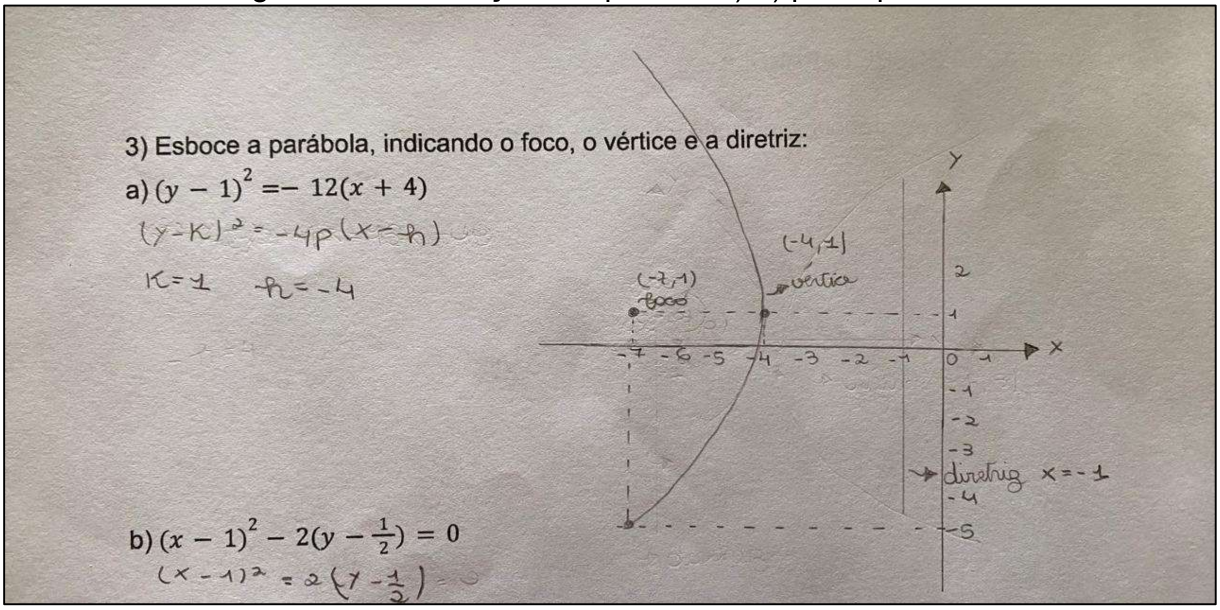
$$(y-k)^2 = (y-1)^2$$

e

$$-4p(x-h) = -12(x+4).$$

Assim, concluiu-se que *k* era igual a 1 e *h* era igual a -4, sendo (-4,1) as coordenadas do vértice (representado pelo ponto *V*). De forma análoga, solicitou-se para verificarem qual deveria ser o valor de *p* para que $-4p = -12$. Assim, deduziu-se que *p* era igual a 3. Com essas informações, foi possível esboçar o gráfico da parábola conforme mostrado na Figura 38. Orientou-se que primeiro fosse verificado qual era o sentido e direção da parábola, após apontou-se o vértice. Em seguida, sabendo que *p* era metade do parâmetro e, por definição, a distância do vértice até a diretriz e do vértice até o foco, identificou-se que a diretriz era a reta $x = -1$ e o foco era o ponto (-7,1). A Figura 39 mostra as anotações do Participante A após a explicação no quadro.

Figura 39 - Resolução da questão 3) a) participante A

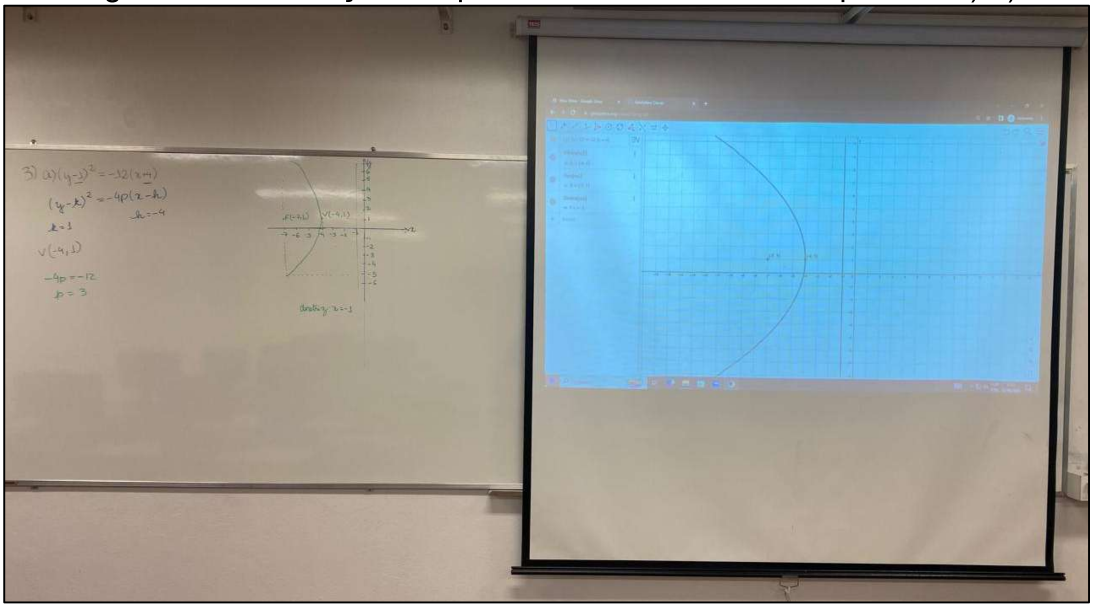


Fonte: a autora (2023).

A perspectiva teórica adotada por Borba e Penteado (2001, p.46) "[...] se apóia *[sic]* na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias [...]", ou seja, além das mídias que podem ser tanto lápis e papel, quanto um computador, os autores destacam a importância do coletivo na construção do conhecimento. Assim, podemos considerar a importância desse momento para expressar e discutir os resultados das atividades propostas.

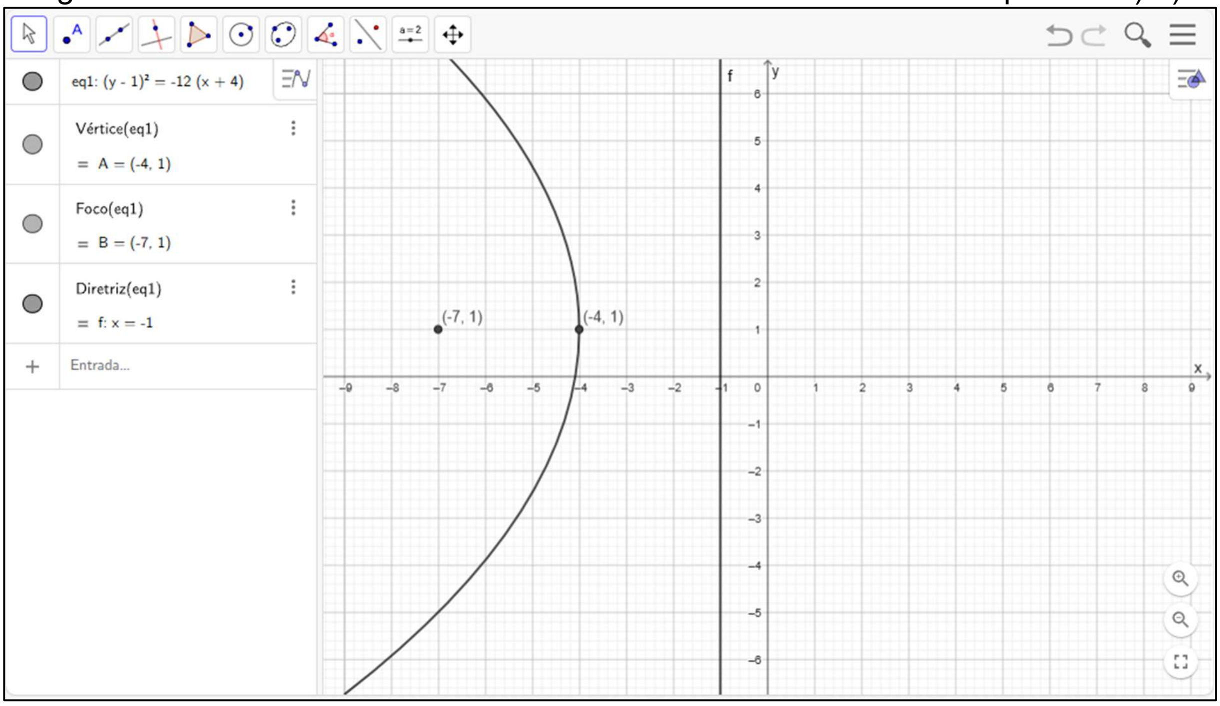
Depois que todos os participantes conseguiram esboçar o gráfico, utilizou-se o GeoGebra para confirmar a resolução conforme mostrado na Figura 40. Para conferir a resolução e o esboço do gráfico, digitou-se a equação no campo de entrada do GeoGebra, seguido pelos comandos "Vértice(eq1)", "Foco(eq1)" e "Diretriz(eq1)" (Figura 41).

Figura 40 - Resolução no quadro e no GeoGebra da questão 3) a)



Fonte: a autora (2023).

Figura 41 - Ferramentas do GeoGebra utilizadas na conferência da questão 3) a)

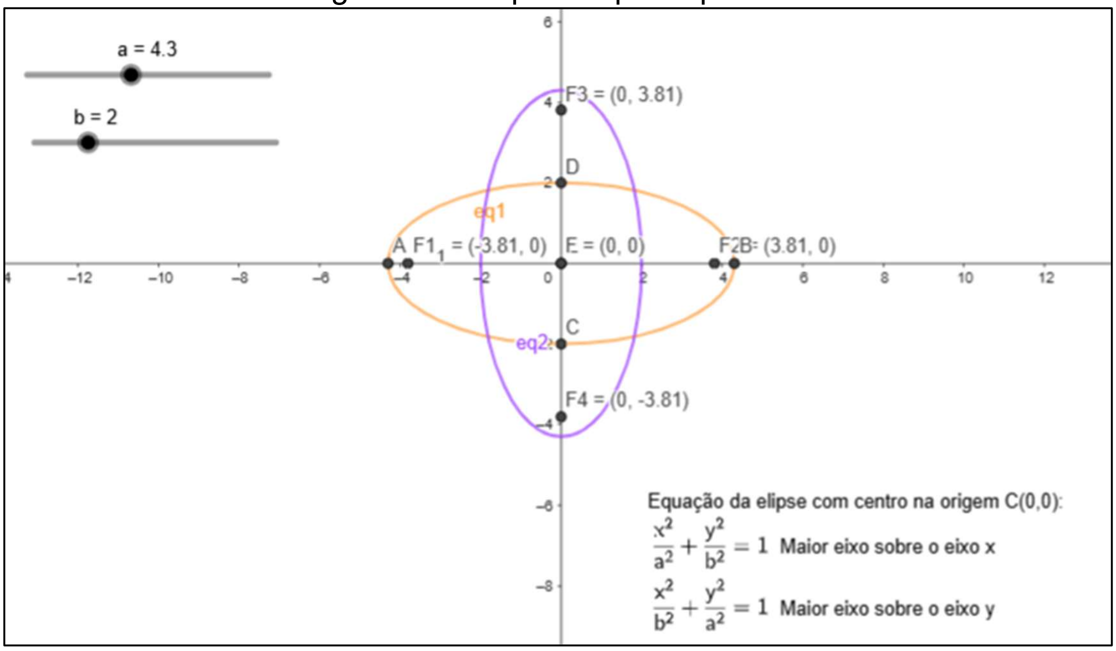


Fonte: a autora (2023).

A questão seguinte, de número 4) a) (Apêndice E) solicitava identificar a equação, dado o gráfico. O estudante B tinha algumas dificuldades em determinar a posição do vértice (confundia as coordenadas *x* e *y*), mas sempre que questionado, mostrava compreender. Dando continuidade, sugeriu-se que primeiro encontrasse o vértice, depois, pela posição da diretriz, encontrasse o parâmetro, verificando para que direção estava voltada a concavidade da parábola e, com esses dados, formulasse a equação. Após a conferência com o GeoGebra, foram orientados a resolver outras duas questões (Apêndice E) como tarefa para o encontro seguinte.

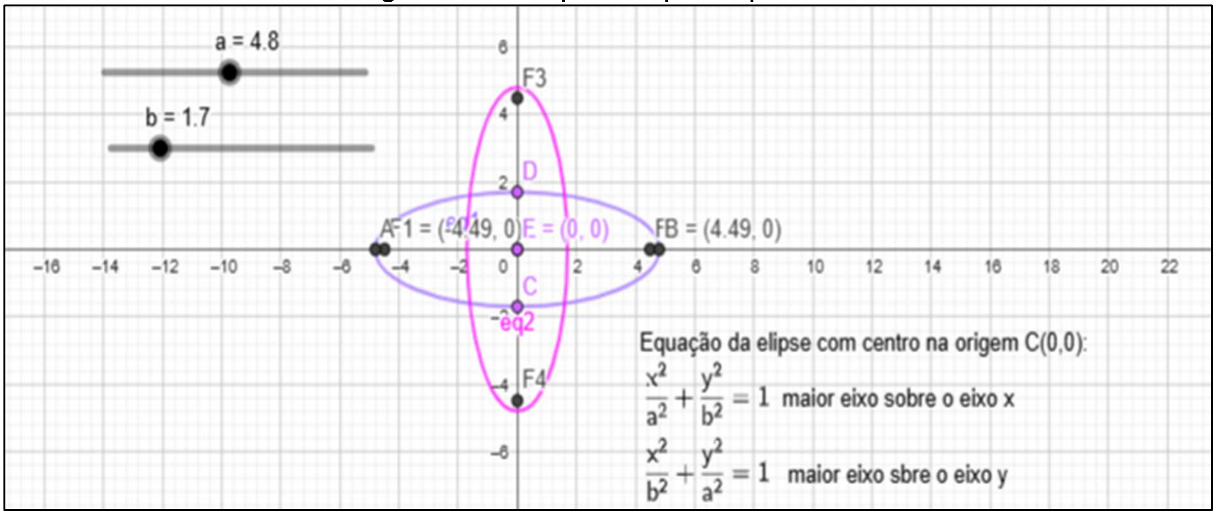
Prosseguiu-se com a construção da elipse. Foram criados os controles deslizantes para *a* e *b* e, em seguida, as equações da elipse na posição padrão (com centro na origem). Reforçou-se que, por definição, o valor de *a* deve ser maior do que o valor de *b*. As Figuras 42 e 43 ilustram as construções dos participantes A e B, respectivamente.

Figura 42 – Elipses – participante A



Fonte: a autora (2023).

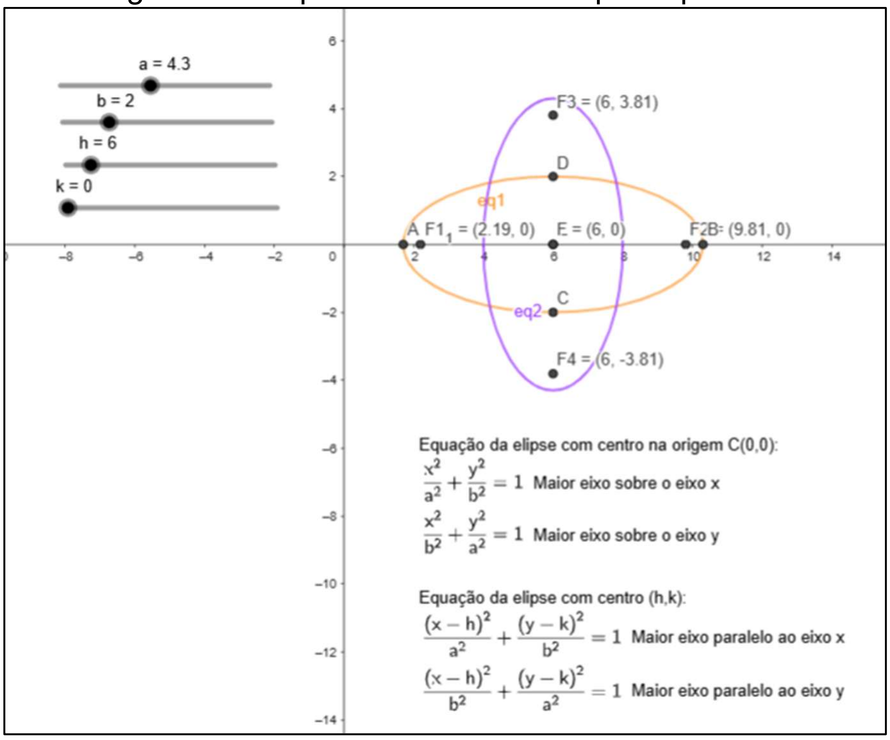
Figura 43 – Elipses – participante B



Fonte: a autora (2023).

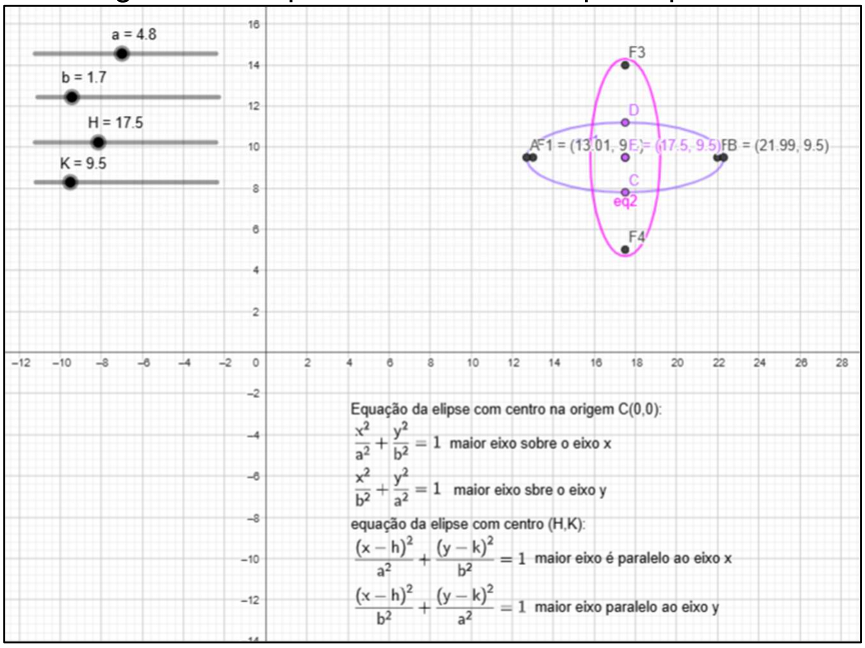
Posteriormente, foram criados os controles deslizantes *h* e *k*. Em seguida, foram inseridas as variáveis *h* e *k* nas equações. A cada ajuste dos valores dos controles, foi possível verificar o que alterava nas elipses. As equações foram, então, escritas, e seus gráficos construídos, conforme ilustram as Figuras 44 e 45.

Figura 44 - Elipses transladadas – participante A



Fonte: a autora (2023).

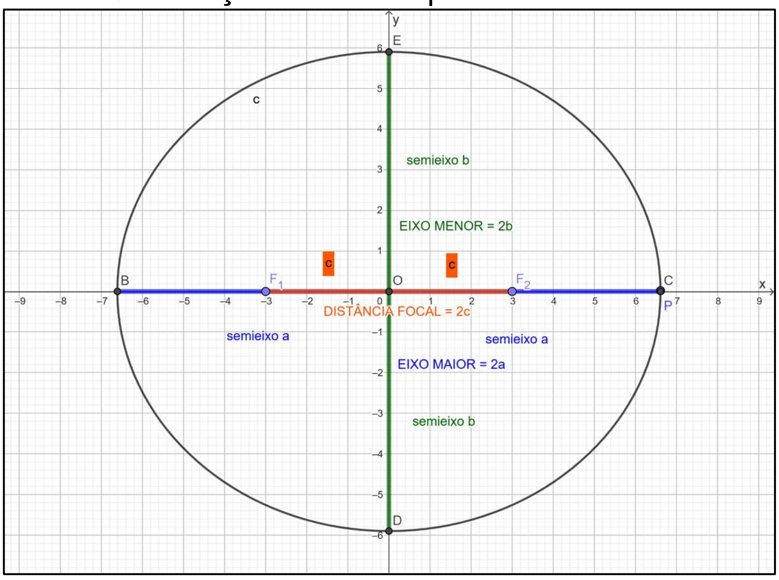
Figura 45 - Elipses transladadas – participante B



Fonte: a autora (2023).

Foi, então, disponibilizado, no *Drive*, o arquivo que mostra a construção de uma elipse destacando seus elementos. Foi solicitado para que o abrissem no GeoGebra (Figura 46), assim comentou-se sobre os eixos, a distância focal e a relação entre eles.

Figura 46 - Construção de uma elipse e seus elementos



Fonte: a autora (2023).

O exercício 1 (Apêndice F) foi resolvido. Combinou-se que os exercícios de parábola (Apêndice E) e elipse (Apêndice F), ainda não resolvidos, seriam tarefa para eles até o próximo encontro.

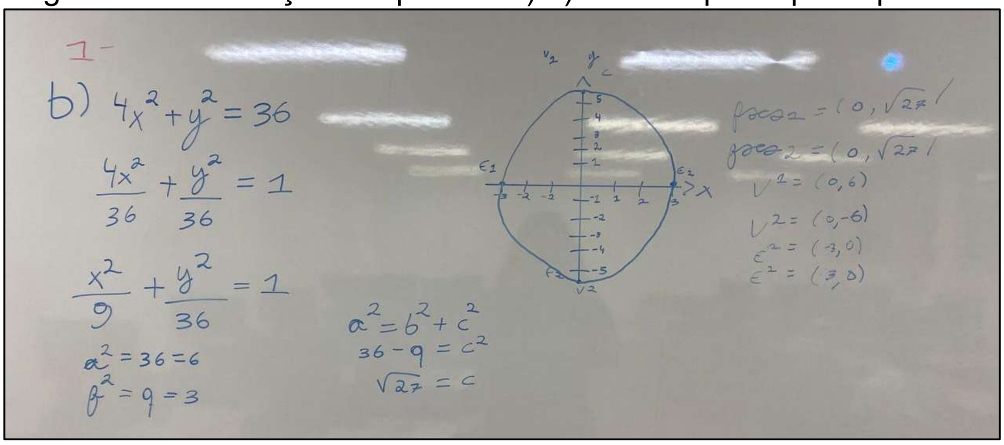
As atividades propostas neste encontro tiveram por objetivo relembrar os conceitos sobre parábola, por meio da resolução e discussão de exercícios. Foi possível, também, introduzir o conceito de elipse e seus elementos, resolvendo alguns exercícios.

5.5 QUARTO ENCONTRO

Assim que os dois participantes (A e B) chegaram, verificou-se que conseguiram resolver as questões propostas. Optou-se, então, por começar pelas atividades sobre elipse, uma vez que algumas atividades sobre parábolas já haviam sido realizadas no encontro anterior.

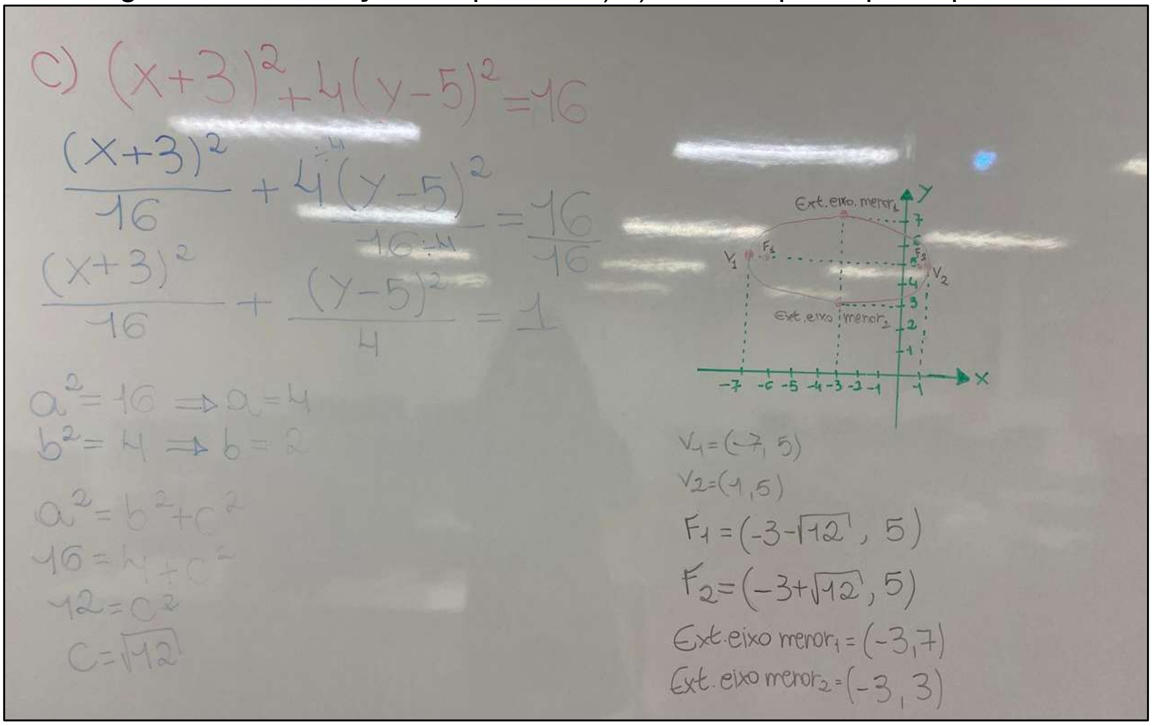
Os participantes se ofereceram para resolver as questões no quadro. Assim sendo, o participante B resolveu a letra b, da questão 1 (Apêndice F), o participante A desenvolveu a letra c, da questão 1 (Apêndice F) e a pesquisadora, a letra d da questão 1 (Apêndice F), conforme ilustram as Figuras 47, 48 e 49. As atividades foram conferidas no GeoGebra - conforme mostra a Figura 50 - e isto motivou comentários sobre a obtenção da equação de uma elipse a partir de seu gráfico, conforme atividade proposta anteriormente.

Figura 47 - Resolução da questão 1) b) sobre elipse – participante B



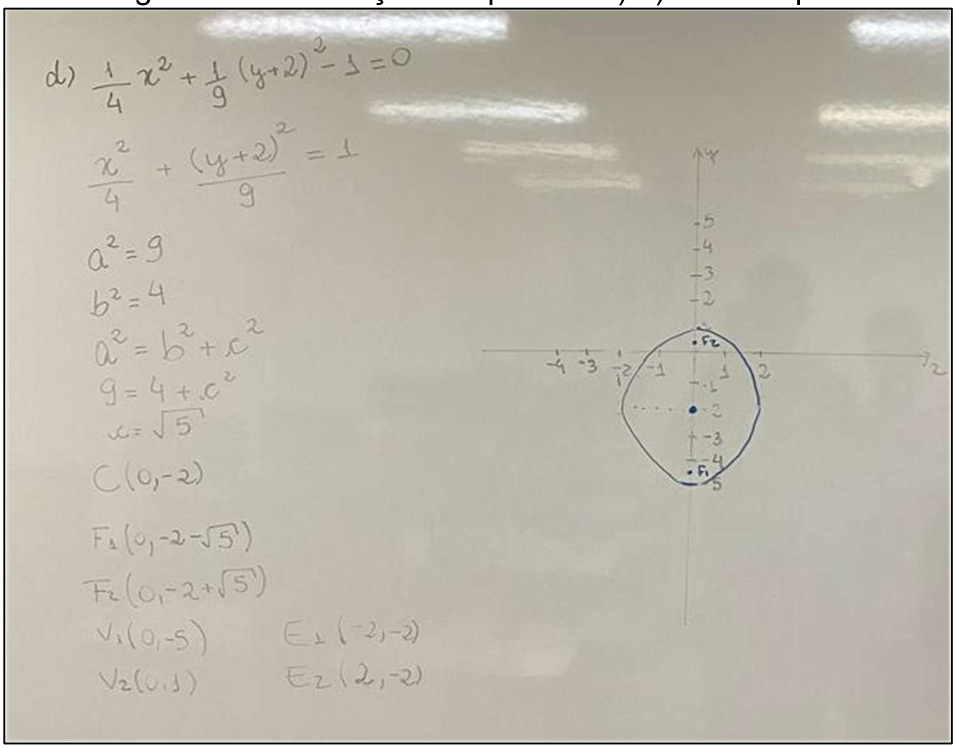
Fonte: a autora (2023).

Figura 48 - Resolução da questão 1) c) sobre elipse – participante A



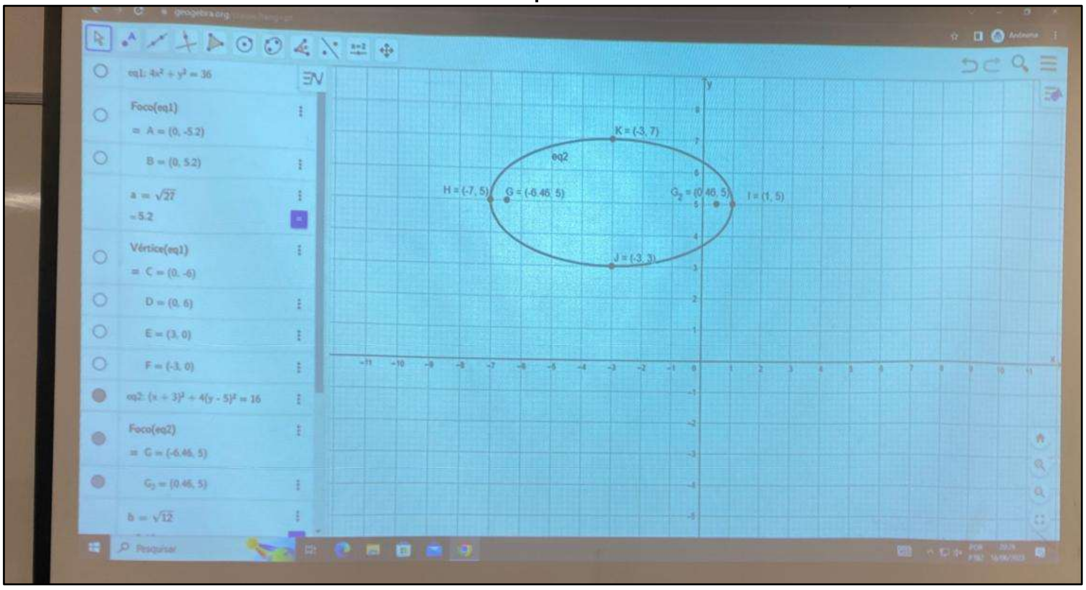
Fonte: a autora (2023).

Figura 49 - Resolução da questão 1) d) sobre elipse



Fonte: a autora (2023).

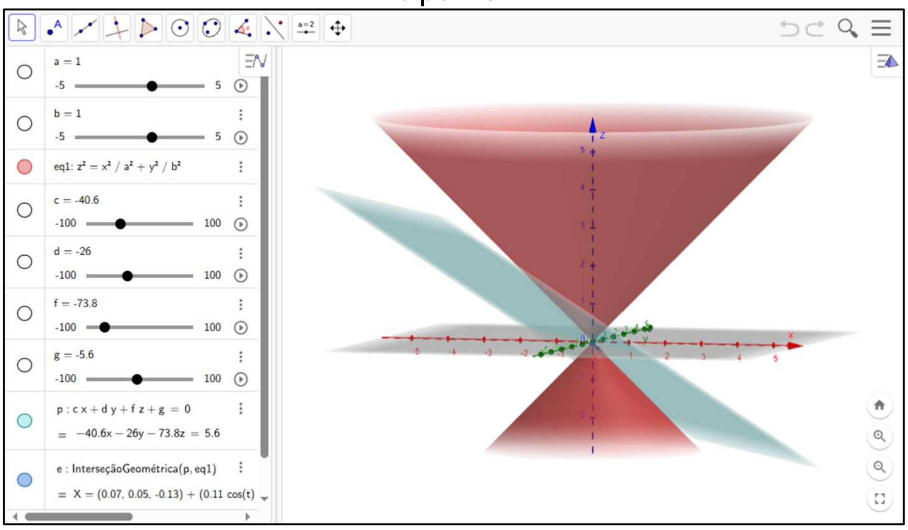
Figura 50 - Projeção da utilização do GeoGebra para conferir a questão 1) c) sobre elipse



Fonte: a autora (2023).

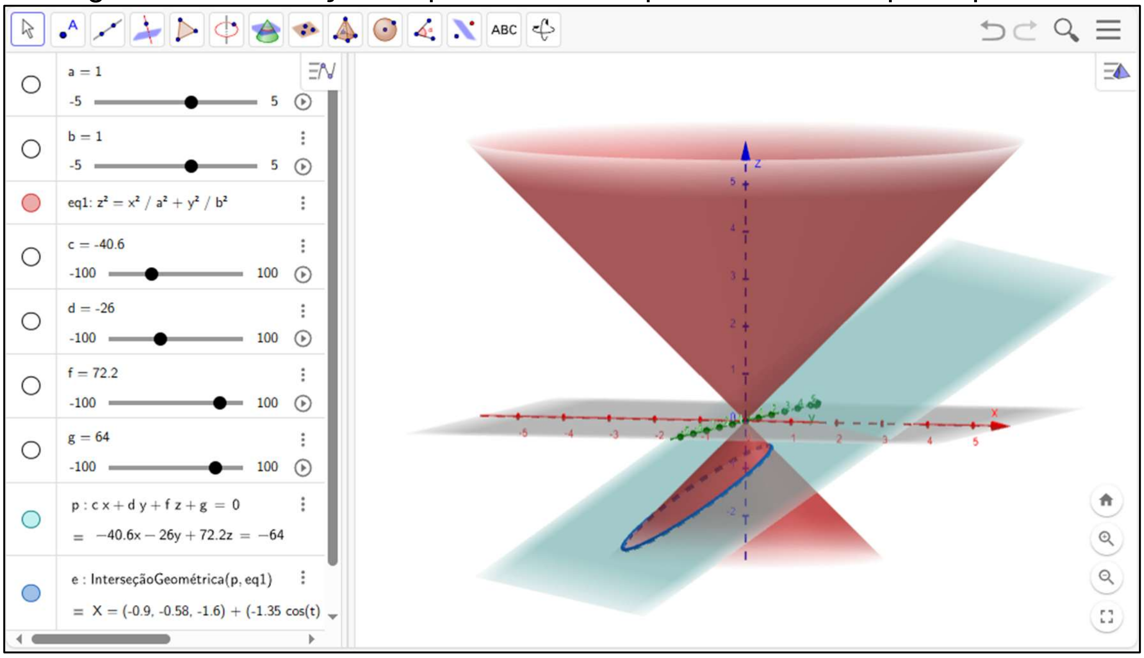
Prosseguiu-se com a construção de uma superfície cônica e de um plano no GeoGebra, para justificar o uso da expressão "seções cônicas" para nomear as curvas estudadas. Conforme alteravam os valores dos controles deslizantes que representavam os coeficientes da equação geral de um plano, podiam verificar interseções. As Figuras 51 e 52 mostram a construção do participante A.

Figura 51 - Construção de uma superfície cônica e de um plano no GeoGebra – participante A



Fonte: a autora (2023).

Figura 52 - Interseção do plano com a superfície cônica – participante A



Fonte: a autora (2023).

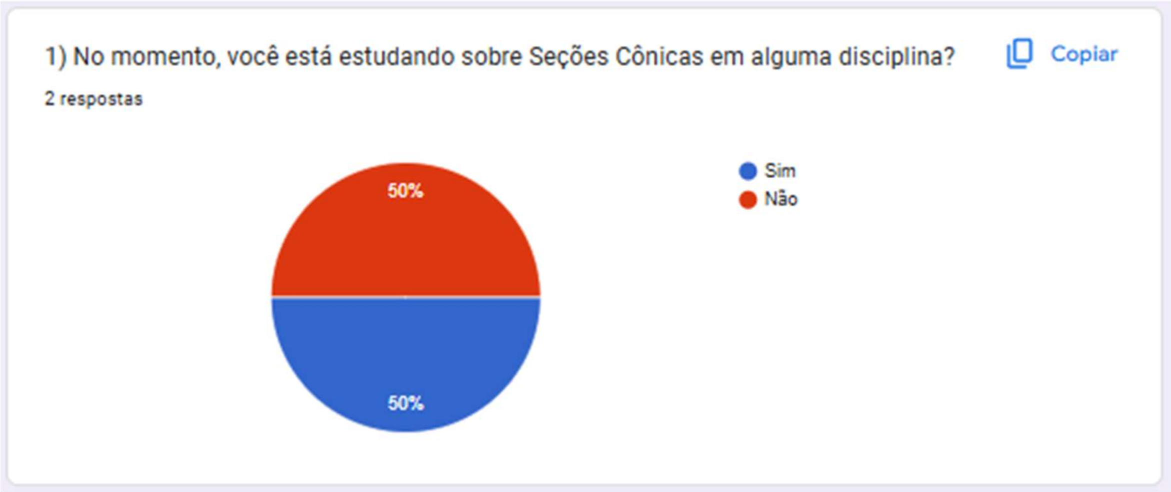
No último encontro, considerou-se importante que os participantes tivessem uma visão mais geral do conteúdo de cônicas, como uma forma de aprendizagem superordenada (Moreira, 2012). Para tanto, passou-se à construção de uma superfície cônica.

O participante A comentou que, naquele momento, estava estudando as Cônicas em uma disciplina e que o curso estava ajudando. Após a conferência de algumas atividades sobre elipse e da construção de uma superfície cônica, os participantes A e B responderam ao questionário “Considerações sobre o Curso” (Apêndice G). Por fim, dada a importância da avaliação do curso, combinou-se que a construção da hipérbole, não abordada por falta de tempo, seria disponibilizada no *Drive*, com o respectivo passo a passo.

Diante disso, foi realizada a avaliação do curso, que se passa a analisar.

Na primeira pergunta, foi questionado se os participantes estavam estudando sobre o conteúdo de seções cônicas em alguma disciplina, visto que no primeiro questionário (Apêndice A) havia uma pergunta sobre estarem cursando ou não a disciplina de Geometria Analítica e quantas vezes a cursaram. Pelo que consta na Figura 53, é possível verificar que, naquele momento, um dos participantes estava estudando sobre seções cônicas em alguma disciplina e o outro participante não.

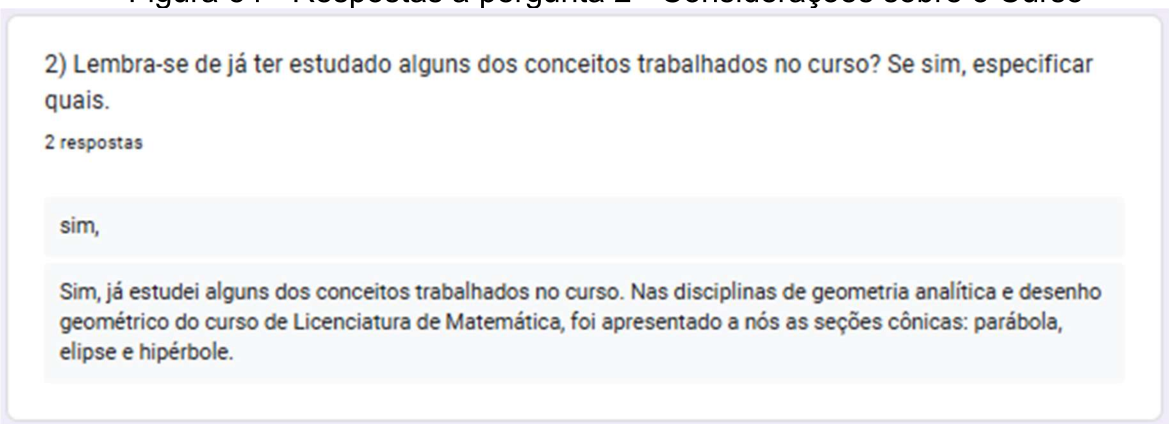
Figura 53 - Respostas à pergunta 1 - Considerações sobre o Curso



Fonte: a autora (2023).

Na segunda pergunta (Figura 54), foi questionado se os participantes lembravam de já terem estudado os conceitos trabalhados no curso. Um dos participantes respondeu que sim, porém não especificou, conforme solicitado. O outro participante, que também respondeu de forma afirmativa, comunicou ter estudado alguns conceitos em disciplinas do seu curso de graduação.

Figura 54 - Respostas à pergunta 2 - Considerações sobre o Curso



2) Lembra-se de já ter estudado alguns dos conceitos trabalhados no curso? Se sim, especificar quais.

2 respostas

sim,

Sim, já estudei alguns dos conceitos trabalhados no curso. Nas disciplinas de geometria analítica e desenho geométrico do curso de Licenciatura de Matemática, foi apresentado a nós as seções cônicas: parábola, elipse e hipérbole.

Fonte: a autora (2023).

A terceira pergunta (Figura 55) teve a intenção de verificar quais foram as dificuldades dos participantes, referentes ao conteúdo de seções cônicas, ou se não houve. Um dos participantes respondeu que teve dificuldade no primeiro contato com as equações das cônicas e que, depois que percebeu a relação entre os elementos, as dúvidas foram esclarecendo-se. O segundo participante respondeu que não teve dificuldades relacionadas ao conteúdo de seções cônicas.

Figura 55 - Respostas à pergunta 3 - Considerações sobre o Curso

3) Quais foram as suas dificuldades, se é que existiu alguma, com os conteúdos de Seções Cônicas trabalhados?

2 respostas

Nenhuma

Tive mais dificuldade quando tive o primeiro contato com as fórmulas das equações cônicas. Elas eram novas, mas assim que compreendi o porquê de cada elemento e como estes se relacionavam com a seção cônica tudo se esclareceu.

Fonte: a autora (2023).

Pela baixa adesão ao curso proposto, não foi possível fazer muitas inferências sobre as dificuldades dos estudantes quando o assunto é seções cônicas, porém, na literatura é possível elencarmos algumas, tais como Souza e Kato (2013) que implementarem um conjunto de situações e aplicaram a um grupo de quatro discentes do segundo ano de um curso de Matemática.

> Destacamos, neste trabalho, os principais invariantes identificados, bem como suas implicações para a aprendizagem de outros conceitos: não diferenciar os elementos foco e vértice da parábola: Isso ocorre porque o foco é dado por F = (p,0) ou F = (0,p) e, como o aluno não soube identificar o parâmetro, não diferenciou os elementos. Por exemplo, o Aluno 1 que escreveu o foco como sendo (0,0). Não reconhecer a equação reduzida da parábola: os alunos consideraram a equação reduzida da parábola como sendo $x^2 = 4px$ e $y^2 = 4py$, ao invés de $x^2 = 4py$ e $y^2 = 4px$ e, o aluno 4 que não resolveu as situações escreveu que a equação é dada da seguinte forma: $x^2 = y$. A identificação desses invariantes apontam algumas das dificuldades, dos alunos, na identificação das cônicas, e seus elementos, na sua forma algébrica (Souza; Kato, 2013, p.8).

Araújo, Silva A. e Silva W. (2019), por sua vez, expõem os resultados de uma pesquisa realizada com uma amostra de 20 estudantes – escolhida de forma aleatória – dentre 80 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Essa teve o intuito de verificar se as habilidades dos participantes, no que se refere a atividades envolvendo cônicas (parábola, elipse e hipérbole), melhorariam após a participação dos estudantes selecionados em um minicurso que utilizou sinucas cônicas, assim como régua e compasso, a fim de mostrar as definições, elementos e propriedades dessas curvas. Esse minicurso teve duração de 8 horas, dividido em 3 encontros após as aulas dos participantes e foi mediado por um dos autores da pesquisa e pelo professor responsável pela disciplina. A partir de dois questionários aplicados em momentos distintos, um antes do minicurso e um após, foram feitas inferências sobre o aprendizado dos indivíduos. Nos dois momentos, houve o mesmo tempo para responder o questionário, de forma individual e sem a possibilidade de consulta.

> O Questionário de proficiência [...] foi elaborado pelos autores a partir da revisão da literatura, com vinte e oito itens abordando tópicos representativos da definição, da identificação, da construção, das propriedades focais, das formas reduzidas e das aplicações das propriedades focais das cônicas (elipse, hipérbole e parábola) (Araújo; Silva, A.; Silva W., 2019, p.61).

No primeiro questionário, foi verificado que os estudantes tiveram dificuldades com a maioria dos tópicos sobre as cônicas.

> Esse caso representa a situação em que a habilidade dos indivíduos é menor que a dificuldade dos itens. Em outras palavras, o conhecimento dos alunos adquirido a partir das aulas convencionais não foi suficiente para que estes obtivessem êxito em diversos itens do teste proposto. A quantidade usual de alunos por turma (40 alunos), a complexidade do conteúdo, a carga-horária para se trabalhar os assuntos, a falta de metodologias alternativas de ensino e materiais didáticos auxiliares são alguns dos fatores que interferiram diretamente no insucesso dos entrevistados. (Araújo; Silva, A.; Silva W., 2019, p.64).

Pelas respostas do primeiro questionário, foi possível perceber que o tópico de esboço das cônicas no plano cartesiano foi o que obteve mais acertos, sendo que 95% representam o sucesso no desenho da parábola, 90% elipse e 75% representam os acertos no desenho da hipérbole. Nos itens relacionados à identificação das cônicas de acordo com suas equações reduzidas houve uma redução na porcentagem de acertos – em um deles a taxa de acerto foi de 50% - essa dificuldade foi associada à necessidade de saber manipular algebricamente as equações dadas, de forma a identificar qual seria a equação reduzida. Nos demais itens, o insucesso nas respostas variou entre 85% e 100%. Os tópicos cujo insucesso foi de 100% em grande parte estavam relacionados à definição matemática, à construção com régua e compasso, às propriedades focais, às equações reduzidas e às aplicações.

Com o segundo questionário, respondido após o minicurso, Araújo, Silva A. e Silva W. (2019) puderam inferir que houve uma melhora na proficiência dos indivíduos, assim como ocorreu uma quebra na hierarquia da dificuldade da maioria dos itens, em comparação ao que foi estimado antes da intervenção. Houve uma evolução, por exemplo, no esboço das hipérboles.

> A análise dos resultados mostrou uma maior facilidade dos alunos em assimilar conhecimentos geométricos do que analíticos sobre o tema. Alguns itens que necessitavam de uma abordagem analítica para a sua solução do problema continuaram com um nível de dificuldade muito alto, mesmo após a intervenção (Araújo; Silva A.; Silva W., 2019, p.72).

Considerando que os subsunçores (Moreira, 2012) necessários para estudar as seções cônicas são diferentes daqueles envolvidos na utilização do GeoGebra, percebeu-se necessária uma pergunta sobre as dificuldades (ou não) dos participantes com relação ao *software* (Figura 56). Um dos participantes respondeu que teve dificuldades no início, mas depois adaptou-se. O outro participante disse que havia utilizado o GeoGebra poucas vezes, por isso precisou conhecer as ferramentas dele. Cabe destacar algumas dificuldades percebidas pela autora no decorrer do curso:

- esquecer de apertar a tecla ESC, de modo que criavam elementos não desejados;
- a impossibilidade de copiar e colar o texto escrito na caixa de texto, o que demandou um tempo maior na escrita das equações;
- a forma de escrever as equações e os símbolos que representam operadores matemáticos, tais como “^” e “*”.

Figura 56 - Respostas à pergunta 4 - Considerações sobre o Curso

4) Quais foram as suas dificuldades, se é que existiu alguma, com o software GeoGebra?

2 respostas

no início foi difícil lidar com o softer, mas depois fui me adpatando.

Apesar de eu já estar cursando o terceiro semestre do curso de Matemática, usei pouquíssimas vezes o software, por isso precisei conhecer suas ferramentas no início do curso, diante disso, destaco a paciência e a dedicação da profª Tainá em que eu compreendesse passo a passo das construções.

Fonte: a autora (2023).

Na quinta pergunta (Figura 57), o questionamento foi se o curso proporcionou a revisão de algum conteúdo de forma diferente. Um participante disse que não, o outro mencionou, sem especificar quais, que teria revisitado conteúdos estudados através de livros e materiais concretos.

Figura 57 - Respostas à pergunta 5 - Considerações sobre o Curso

5) O curso te fez revisitar algum outro conteúdo de maneira diferente? Se sim, explique.

2 respostas

Não

Sim. Revisitei através do software, pois anteriormente só havia estudado através dos livros e material concreto.

Fonte: a autora (2023).

Foi questionado, na sexta pergunta (Figura 58), sobre as atividades nas quais tiveram mais facilidade. Um dos participantes respondeu que teve mais facilidade com as atividades de esboçar o gráfico da seção cônica a partir da equação. O outro participante respondeu que teve mais facilidade com a determinação da equação a partir de um gráfico. Nesta pergunta, a autora supôs que haveria unanimidade nas respostas, mais precisamente, que todos responderiam que tiveram mais facilidade com a determinação de uma equação a partir do gráfico. Isto, porque a aprendizagem representacional é uma das primeiras formas de aprendizagem a qual somos submetidos, seguidas pelas aprendizagens conceitual e proposicional (Moreira, 2012).

Figura 58 - Respostas à pergunta 6 - Considerações sobre o Curso

Fonte: a autora (2023).

Na sétima pergunta, foi questionado se após terem feito as atividades propostas no curso, eles consideraram que o GeoGebra auxiliou na aprendizagem dos conceitos sobre seções cônicas. A resposta dos dois participantes foi afirmativa, um deles disse que o *software* é muito bom para ensinar matemática; o outro disse o GeoGebra auxiliou na sua compreensão dos conceitos sobre seções cônicas. Moreira (2012) destaca duas condições para que ocorra a aprendizagem significativa: o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender. A predisposição para aprender dos participantes A e B pode ser percebida se considerarmos que compareceram a todos os encontros do curso e fizeram as atividades as propostas. Sobre o material de aprendizagem ser potencialmente significativo, isso depende dos conhecimentos prévios de cada um dos sujeitos e das conexões que fizeram, por isso considerou-se importante que os participantes respondessem se o *software* auxiliou na aprendizagem ou não.

Importante lembrar que os dois participantes, na pergunta 4, responderam que tiveram algumas dificuldades com o *software*, mesmo assim, consideraram que o GeoGebra auxiliou na aprendizagem de seções cônicas. Em alguns momentos, o foco não estava sendo nas cônicas em si, e sim na linguagem matemática, na utilização do *software* e isso não prejudicou a aprendizagem. De acordo com Papert (2008), um estudante pode melhorar os seus conhecimentos sobre determinado assunto estudando outro assunto.

Figura 59 - Respostas à pergunta 7 - Considerações sobre o Curso

7) Depois de ter feito as atividades propostas no curso, você considera que o software GeoGebra auxiliou na sua aprendizagem dos conceitos sobre Seções Cônicas?

2 respostas

Sim, auxiliou muito. Inclusive este softer é muito bom para ensinar matemática

Sim, foi mais esclarecedor para mim a compreensão dos conceitos sobre seções cônicas após o curso.

Fonte: a autora (2023).

No último questionamento (Figura 60), disponibilizou-se espaço para que os participantes fizessem críticas com sugestões ao curso. Um dos participantes disse que aprender com um *software* é bem mais divertido. Santos, Lasakoswitsck e Terçariol (2024) destacam que as construções feitas no GeoGebra "[...] são significativas para a visualização simultânea, algébrica e geométrica para a resolução de problemas de Matemática". Embora não tenha sido pontuado pelos participantes, não foi possível trabalhar sobre circunferência e hipérbole da mesma forma como foi feito com a parábola e elipse, então o curso deveria ter uma duração maior ou as construções de maior complexidade deveriam estar disponíveis para manipulação, a fim de otimizar o tempo.

Figura 60 - Respostas à pergunta 8 - Considerações sobre o Curso

8) Críticas ou sugestões ao curso:

2 respostas

Muito bom o curso ! Eu, por não ser da área de matemática, adorei pois aprender com o auxílio de um softer é bem mais divertido. Nota 10 !!!

Gostei muito do curso, foi muito produtivo e me proporcionou compreender a aprofundar conceitos matemáticos importantes para a minha formação. Quero parabenizar a profª Tainá pela paciência e dedicação comigo.

Fonte: a autora (2023).

Os resultados aqui apresentados dialogam com os de Binotto, Petry e Gaio (2025), cujos participantes também identificaram dificuldades iniciais com o uso do GeoGebra, superadas com atividades orientadas e progressivas. Apesar de no último questionário não constarem as mesmas perguntas do questionário inicial, não tendo, assim, como verificar se algumas respostas seriam diferentes das primeiras, considerou-se que as interações durante os encontros e as considerações dos estudantes permitiram uma análise sobre a ocorrência da aprendizagem significativa.

Pode-se dizer que progressos dos participantes foram percebidos durante a implementação da proposta, tais como: identificação das curvas de acordo com a representação gráfica; o conhecimento de que essas curvas estão relacionadas a uma superfície cônica; conhecimento da equação de segundo grau e relação com a parábola; conhecimento sobre coordenadas, relacionando-as com mapas e sistemas de localização.

Além de algumas dúvidas pontuais sobre a utilização do *software*, dificuldades na manipulação algébrica foram percebidas durante a resolução dos exercícios sobre as cônicas. Ainda assim, os participantes demonstraram interesse pelas atividades propostas, manifestando, predisposição a aprender, uma das condições necessárias, segundo Moreira (2012), para que ocorra a aprendizagem significativa. Quanto ao GeoGebra ser um material potencialmente significativo para eles, outro fator necessário para a aprendizagem significativa, isso pode ser verificado pelo desenvolvimento de novos significados a partir da realização das atividades propostas, de modo que conseguissem associá-los com os seus conhecimentos prévios (Ausubel; Novak; Hanesian. 1980).

Ao analisar-se os resultados pelos pressupostos do Construcionismo, tem-se a construção de artefatos no GeoGebra pelos participantes, que proporcionaram aos estudantes experiências de investigação e descoberta em um ambiente propício para a exploração do conteúdo de seções cônicas, gerando produtos que puderam ser mostrados e examinados (Papert, 2008).

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Com base nos resultados produzidos e na análise da pesquisa, a partir do curso de extensão realizado, foi desenvolvido um guia didático sobre a utilização do *software* GeoGebra para o ensino e a aprendizagem de seções cônicas. Ele é direcionado para aqueles que estejam estudando os conteúdos de parábola, circunferência, elipse e hipérbole. Do mesmo modo, pode ser utilizado por docentes como uma forma de diversificar as estratégias de ensino. As atividades presentes no produto, orientam como o GeoGebra pode ser utilizado para verificar as propriedades das referidas curvas, bem como a utilização deste na resolução e conferência de exercícios, se tornando um aliado no processo de ensino e de aprendizagem. O intuito é que esse guia didático esteja disponível no repositório da instituição de ensino, para acesso da comunidade. O produto educacional pode ser verificado no Apêndice H.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo verificar como o *software* GeoGebra pode auxiliar na aprendizagem significativa de seções cônicas. Em se tratando de aprendizagem significativa não cabe determinar se ela ocorreu ou não e, sim, buscar indícios de evolução dos conhecimentos dos envolvidos (Ausubel, Novak; Hanesian,1980). Por isso, foi levado em consideração o progresso e os apontamentos dos participantes durante o curso. De acordo com as respostas fornecidas pelo último questionário, pode-se considerar que há indícios de aprendizagem significativa.

A construção manual permitiu visualizar a definição geométrica das cônicas de forma concreta, mas a manipulação no GeoGebra potencializou a generalização e a experimentação com diferentes parâmetros, promovendo a reconciliação integradora (Moreira, 2012).

Retomando os objetivos específicos para analisar se foram atingidos, tem-se:

a) Caracterizar as dificuldades dos participantes do curso no que se refere ao conteúdo de seções cônicas;

Embora, pela amostra ser reduzida, este trabalho não tenha uma quantidade expressiva de material analisado, pode-se identificar, assim como Araújo, Silva A. e Silva W. (2019) e Souza e Kato (2013), dificuldades maiores dos participantes em aspectos algébricos das seções cônicas.

b) Analisar, à luz do referencial teórico, as interações dos participantes durante o curso e suas produções realizadas com o GeoGebra;

As interações dos participantes e suas produções foram analisadas de acordo com a TAS, de David Ausubel, e o Construcionismo de Papert, relacionando-os com o GeoGebra para o ensino de seções cônicas. Ainda, utilizou-se trabalhos relacionados a fim de corroborar com as inferências.

c) Investigar as potencialidades e limitações do uso do GeoGebra no ensino de seções cônicas, a partir das percepções dos participantes;

Tratando-se das potencialidades do *software* para o ensino de seções cônicas, tem-se que, além de possuir ferramentas específicas para a criação de parábolas, circunferências, elipses e hipérboles, também permite trabalhar com os elementos geométricos mais primitivos, tais como: pontos, segmentos de retas e retas. Possibilita a utilização de janela 3D, para a manipulação de uma superfície cônica em conjunto com um plano que a interseciona. A precisão, interatividade e a visualização dinâmica são outros fatores favoráveis à utilização do software (Martins, 2023; Melo; Costa, 2017).

Quanto às limitações, entende-se que a utilização do GeoGebra, por si só, não é garantia de bons resultados. Dificuldades podem ser consequência da metodologia escolhida, tempo disponível e conhecimentos prévios dos indivíduos.

d) Produzir um guia didático que auxilie professores e estudantes a utilizarem o *software* GeoGebra para o ensino e a aprendizagem das seções cônicas abordadas.

Considera-se que esse objetivo foi atingido, contando, inclusive, com melhorias após análise e discussão dos resultados desta pesquisa.

Tendo finalizado os encontros e considerando as respostas dos formulários, assim como as interações durante o curso, foi percebido que os indícios de ocorrência de aprendizagem significativa se mostraram nas associações que fizeram com conhecimentos prévios, tais como: sistema cartesiano com sistemas de localização; equação de segundo grau com parábola. Outro fator foi que todos os participantes consideraram o GeoGebra uma ferramenta propícia para a aprendizagem de conceitos matemáticos. O controle deslizante foi uma das ferramentas que mais despertou o interesse dos discentes, pela questão do dinamismo e por alterar o que estava sendo visto. Então, pelos indivíduos estarem predispostos a aprender e pelo GeoGebra ter sido considerado um material potencialmente significativo - condições necessárias para ocorra a aprendizagem significativa (Moreira, 2012) – entende-se que o objetivo geral de verificar como o *software* GeoGebra pode auxiliar na aprendizagem significativa de seções cônicas foi atingido.

Sobre as limitações da metodologia escolhida, como não foi possível trabalhar com todas as seções cônicas da mesma forma, concluiu-se que, em uma nova aplicação do curso, seriam necessários mais encontros e mais oportunidades para discussão sobre dúvidas. No caso da utilização do GeoGebra com uma turma maior, considera-se interessante utilizar a plataforma do *software* para elaborar um livro interativo, criando assim um micromundo (Papert, 2008) e diminuindo o tempo com construções. Porém, mesmo que sejam utilizadas construções já prontas, assim como

Dantas (2023), a autora considera importante que os estudantes ou docentes tenham contato com a *interface* e que tentem fazer suas próprias construções em algum momento.

Espera-se que com o produto educacional elaborado sobre o *software* GeoGebra, focando no seu potencial para ilustrar aspectos conceituais de seções cônicas, bem como na resolução de problemas envolvendo esses conteúdos, os leitores consigam utilizar essa ferramenta como recurso auxiliar nos seus processos de aprendizagem ou de ensino.

Considerando uma das condições necessárias para a aprendizagem significativa – a de predisposição para aprender – optou-se por um curso de extensão de participação voluntária. Talvez esse seja um dos motivos da baixa adesão ao curso, mesmo diante dos esforços dos docentes da instituição de ensino, que recomendaram o curso alertando que horas complementares são necessárias na graduação.

Assim, considera-se relevante, para pesquisas futuras, investigar o impacto do uso do guia didático em contextos escolares reais, com turmas maiores e diferentes níveis de ensino, ou seja, durante disciplinas obrigatórias e não como atividade de extensão. Outra alternativa, seria, em parceria com escolas, a utilização do produto educacional em cursos de formação de professores. Caso a proposta seja utilizar com licenciandos, uma sugestão seria que eles fossem incentivados a criar um objeto virtual de aprendizagem, pensando em como poderiam utilizar na prática docente. Além disso, estudos que explorem o uso do GeoGebra de forma interdisciplinar, articulando

Matemática com Física, por exemplo, podem ampliar o potencial formativo do *software*.

REFERÊNCIAS

ANTON, Howard; BIVENS, Irl C; DAVIS, Stephen L.. **Cálculo**, v.2. 10. Porto Alegre: Bookman, 2014. 1 recurso online. ISBN 9788582602461. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/books/9788582602461. Acesso em: 2 maio 2023.

ARAÚJO, Evando S.; SILVA, Adriano V. L. da; SILVA, Waldiclecyo S.. Análise e intervenção no ensino-aprendizagem de cônicas e suas aplicações: um estudo de caso. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 6, p. 56–75, 2019. DOI: 10.26843/rencima.v10i6.2109. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2109. Acesso em: 28 dez. 2025.

AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. xxi, 625 p.

BASTOS, Débora de O.. **Estudo da circunferência no Ensino Médio:** sugestões de atividades com a utilização do software GeoGebra. 2014, 199 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2014. Disponível em: https://profmat.furg.br/images/TCC/TCC_Debora_Bastos_versao_final.pdf. Acesso em: 2 maio 2023.

BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

BINOTTO, Rosane Rossato; PETRY, Vitor José; GAIO, Sandy Maria. Objetos virtuais de aprendizagem para o estudo de cônicas: uma experiência com estudantes do ensino médio. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, *[S. l.]*, v. 20, n. 1, 2025. DOI: 10.14483/23464712.21715. Disponível em: https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/GDLA/article/view/21715. Acesso em: 14 jul. 2025.

BORBA, Marcelo de C.; PENTEADO, Miriam G.. Informática e educação matemática. 2.ed.rev. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 98 p. (Tendências em educação matemática) ISBN 8575260219.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática:** sala de aula e internet em movimento. 3. ed. São Paulo: Autêntica, 2020. 1 recurso online. (Tendências em Educação Matemática). ISBN 9788551306734.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 mar. 2021.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação)**. Brasília, DF:

Ministério da Educação, 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file. Acesso em: 20 mar. 2021.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf. Acesso em: 2 set. 2023.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Resumo técnico do Censo da Educação Superior 2021 [recurso eletrônico].– Brasília, DF : Inep, 2023. 115 p. : il. ISBN 978-65-5801-119-4 (online). Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_da_educacao_superior_2021.pdf. Acesso em: 6 ago. 2023.

CAVALCANTE, Jefferson F. A.. **Construindo cônicas no Geogebra e explorando seu lugar geométrico através da demonstração**. 2019. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Programa de Pós Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019. Disponível em: https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/5669/3/Construindo%20c%c3%b4nicas%20no%20GeoGebra%20e%20explorando%20seu%20lugar%20geom%c3%a9trico%20atrav%c3%a9s%20da%20demonstra%c3%a7%c3%a3o.pdf. Acesso em: 29 ago. 2025.

DANTAS, Sérgio C. Pensando e resolvendo problemas com o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 12, n. 2, p. 133–164, 2023. DOI: 10.23925/2237-9657.2023.v12i2p133-164. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/63719. Acesso em: 30 maio 2025.

FIGUERÊDO, José S. L. *et al*. O curso de Engenharia de Computação da UEFS: análise do desempenho acadêmico. **Anais XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE)**, Fortaleza, 2019. Disponível em: https://www.abenge.org.br/sis_artigos.php?cod_trab=2054. Acesso em: 05 set. 2023.

FISCARELLI, Rosilene B. de O. Material didático e prática docente. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 2, n. 1, p. 31–39, 2007. DOI: 10.21723/riaee.v2i1.454. Disponível em: https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/454. Acesso em: 13 maio 2021.

FLORES, Diego. **Ensino de inteligência artificial [recurso eletrônico]: uma proposta de formação docente nas disciplinas STEAM** / Diego Flores. – 2022. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2022. Disponível em: https://repositorio.ucs.br/xmlui/handle/11338/11917. Acesso em: 10 mar. 2025.

GARCIA, Léo M. L. da S.; GOMES, Raquel S.. Causas da evasão em cursos de ciências exatas: uma revisão da produção acadêmica. **Revista Educar Mais**, [S. l.], v. 6, p. 937–957, 2022. DOI: 10.15536/reducarmais.6.2022.2970. Disponível em: https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/educarmais/article/view/2970. Acesso em: 13 set. 2023.

GEOGEBRA. Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 7 dez. 2024.

GERHARDT, Tatiana E.; SILVEIRA, Denise T. (Orgs.) **Métodos de Pesquisa.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antonio C,. **Método e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KENSKI, Vani M.. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. 8.ed. Campinas, SP: Papirus, 2011. 141 p. (Coleção Papirus educação)

LIMA, Caroline dos S.; GRILO, Marcos. Curso Complementar de Matemática na UEFS: estratégia de inclusão, permanência e formação docente. **Encontro Baiano de Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 21, n. 1, p. 1–7, 2025. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/ebem/article/view/865. Acesso em: 5 dez. 2025.

LIMA, Joélia S.; GITIRANA, Verônica. FrameAGAP: um framework para auxiliar estudantes com dificuldades no estudo das cônicas. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 19, n. 2, p. 496–505, 2021. DOI: 10.22456/1679-1916.121373. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/121373. Acesso em: 12 nov. 2024.

LOPES, Juracélio F.. **Cônicas e aplicações**. 2011. 184 p. Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2011.Disponível em: https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/469925b1-54af-4000-ad44-6d7d0c16cbad/content. Acesso em: 29 ago. 2025.

LUDKE, Menga.; ANDRÉ, Marli E. D. A. **A Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU. 1986.

MACHADO, Sílvia D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica** [livro eletrônico]. Papirus Editora, 2016. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/. Acesso em: 19 dez. 2021.

MARTINS, Franscisco E.. **O uso do Geogebra como ferramenta pedagógica para o ensino de cônicas: elipse, hipérbole e parábola** / Francisco Edinaldo Martins.– 2023. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional)- Universidade Federal do Piauí, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2023. Disponível em: http://repositorio.ufpi.br:8080/xmlui/handle/123456789/3533. Acesso em: 7 jan. 2026.

MELO, Rayane de J. S.; COSTA, Felix S.. Contribuições do software GeoGebra para o ensino das cônicas na Educação Básica. Ensino e Multidisciplinaridade. v-3, n. 2, p. 93-111, 2017. Disponível em: https://periodicoseletronicos.ufma.br/index.php/ens-multidisciplinaridade/article/view/14902/8319. Acesso em: 7 jan. 2026.

MILICI, Pietro; SALVI, Massimo. Conics constructions by pins and string:tangential and physical properties the teaching of mathematics**. The Teaching Of Mathematics.** 2021, Vol. XXIV, 1, pp. 1–11. Disponível em: https://iris.unipa.it/retrieve/96a6f8b1-f252-41d0-aee3-c48ef56ee2c0/TM2411_final.pdf. Acesso em: 22 out. 2025

MOREIRA, Marco A. O que é afinal aprendizagem significativa? **Revista cultural La Laguna Espanha**, 2012. Disponível em: http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf. Acesso em: 10 abr. 2021.

NASCIMENTO, Kaliny F. do. **Luz, cônicas, reflexão: uma sequência didática para o ensino das cônicas** / Kaliny Ferreira do Nascimento. - 2020. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado-Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife, 2020. Disponível em: http://www.dm.ufrpe.br/sites/www.dm.ufrpe.br/files/kaliny.pdf. Acesso em: 15 abr. 2023.

NÓBRIGA, Jorge C. C.; DANTAS, Sérgio C.. Uma Proposta de Atividade com Feedbacks Automáticos no GeoGebra. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-21, 10 abr. 2021.Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12755/9014. Acesso em: 23 maio 2025.

PADILHA, Rafaela. **O desafio da formação docente: potencialidades da gamificação aliada ao GeoGebra**. 2018. 174 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul (UCS), Caxias do Sul, 2018. Disponível em: https://repositorio.ucs.br/xmlui/handle/11338/4235. Acesso em: 5 abr. 2021.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Edição revisada. Porto Alegre: Artmed, 2008. 220 p. (Biblioteca Artmed. Ciência cognitiva). ISBN 9788536310589.

RODRIGUES, Gracino F.. **As Curvas Cônicas com o Uso do GeoGebra**. 2015. 64 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, 2015. Disponível em: https://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/1507/1/As%20curvas%20c%c3%b4nicas%20com%20o%20uso%20do%20GeoGebra.pdf. Acesso em: 1 set. 2024.

SANCHIS, Gabriela R. (Elizabethtown College), "**Historical Activities for the Calculus Classroom**" Convergence (August 2007). Disponível em: https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/historical-activities-for-calculusmodule-1-curve-drawing-then-and-now. Acesso em: 22 out. 2025

SANTOS, Eli F. dos; LASAKOSWITSCK, Ronaldo; TERÇARIOL, A. A. de Lima. O ensino da matemática e as interações proporcionadas pelo GeoGebra para a resolução de problemas. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, no. 39, pp. 9-17, 2024. doi:10.24215/18509959.39.e1. Disponível em: https://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/TEyET/article/view/2772/1946 Acesso em: 25 maio 2025.

SCHMIDT, Lucas I. C.; CORAL, Eduardo A.. Monitoria nas disciplinas Matemática Fundamental I e II do curso de Licenciatura em Matemática do IFC/CAM: fortalecendo as bases matemáticas dos acadêmicos ingressantes. In: FEIRA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E EXTENSÃO, 16, 2025, Camboriú. **Anais** [...] Camboriú: Instituto Federal Catarinense, 2025. Disponível em: https://publicacoes.ifc.edu.br/index.php/fice/article/view/7242. Acesso em: 24 dez. 2025.

SILVA, Cleyton A. da; TRINDADE, Rosaria da P.. Práticas de autorregulação da aprendizagem aplicadas no combate à evasão no curso de engenharia de computação da UEFS. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 41, p. 422-432, 2022. Disponível em: http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge/article/view/1985/1106. Acesso em: 10 de ago. 2023.

SILVA, Isadora F. M.. **O uso do Geogebra no ensino de Matemática: uma proposta de minicurso na formação continuada dos professores de Matemática**. 2018. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufvjm.edu.br/items/485011a5-366a-4814-8e0c-c6a4784ae0c2/full. Acesso em: 23 maio 2021.

SOUZA, Jusley T. G. de; KATO, Lilian A.. Um estudo do campo conceitual das cônicas. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/poster_2.html. Acesso em: 28 dez. 2025.

SOUZA FERREIRA, Samantha A. de. **Livro Online No Geogebra: Uma Ferramenta Para O Ensino De Cônicas** [recurso eletrônico] / Samantha Amurielly de Souza Ferreira. – Dados eletrônicos (1 arquivo : 93 f., il. color., pdf). – 2023. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Rondonópolis, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Rondonópolis, 2023. Disponível em: https://ufr.edu.br/profmat/wp-content/uploads/2023/06/SAMANTHA_AMURIELLY_DE_SOUZA_FERREIRA_new.pdf . Acesso em: 7 maio 2023.

TENÓRIO, André; MARTINS, Rosana da P.; TENÓRIO, Thaís. Um estudo comparativo e descritivo sobre o emprego do software GeoGebra em Geometria Analítica. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 3, n. 1, p.

38–53, 2017. DOI: 10.35819/remat2017v3i1id1607. Disponível em: https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1607. Acesso em: 15 set. 2023.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO PARA OS INSCRITOS

Questionário para os Inscritos

por Tainá da Costa dos Santos, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECiMa) - Mestrado Profissional, da Universidade de Caxias do Sul (UCS). Estou desenvolvendo meu Projeto de Pesquisa, intitulado "O potencial do *software* GeoGebra na aprendizagem de Seções Cônicas", o qual segue sob orientação da Profª Drª Laurete Zanol Sauer e da Profª Ma. Mônica Scotti.

A intenção é promover um curso com o objetivo de auxiliar na aprendizagem do conteúdo de Seções Cônicas, com o auxílio do *software* GeoGebra. De modo que, ao final do curso, os participantes tenham não somente revisado os conceitos referente à elipse, circunferência, hipérbole e parábola, mas que também tenham aprofundado seus conhecimentos a respeito.

Convido, pois, a responder o presente questionário, que deverá integrar minha pesquisa e que se destina aos estudantes de graduação, que cursam, atualmente, a disciplina de Geometria Analítica. Meu propósito consiste na coleta de informações relacionadas à aprendizagem do conteúdo de Seções Cônicas, com o apoio do *software* GeoGebra.

Ao responder este questionário, o(a) estudante confirma e está ciente de que:

➤ está cursando a disciplina de Geometria Analítica em um curso de graduação da UCS;

➤ o anonimato será preservado, quando da utilização dos dados obtidos na pesquisa;

➤ autoriza o uso das respostas, exclusivamente para os fins acadêmicos, aos quais a pesquisa se destina.

Questionamentos e/ou esclarecimentos adicionais sobre a pesquisa podem ser solicitados a qualquer momento, contatando a pesquisadora responsável através do e-mail tcsantos2@ucs.br; ou uma das professoras Laurete Zanol Sauer, no e-mail lzsauer@ucs.br e Mônica Scotti, no e-mail mscotti@ucs.br.

Este questionário estará disponível até às 19h do dia 12/05/2023, quando do seu início, às 19h30min, na **sala 202 do bloco 71**.

Desde já, agradeço imensamente sua atenção, disponibilidade e colaboração.

tcsantos2@ucs.br Mudar de conta

* Indica uma pergunta obrigatória

Enviar por e-mail *

☐ Registrar tcsantos2@ucs.br como o e-mail a ser incluído na minha resposta

1) Qual o curso de graduação que está cursando? *

- ◯ Licenciatura em Matemática
- ◯ Segunda Licenciatura em Matemática
- ◯ Licenciatura em Física
- ◯ Engenharia
- ◯ Outro: ____________________

2) Você está cursando qual semestre do seu curso de graduação? *

- ◯ 1° semestre
- ◯ 2° semestre
- ◯ 3° semestre
- ◯ 4° semestre
- ◯ 5° semestre
- ◯ 6° semestre
- ◯ 7° semestre
- ◯ 8° semestre
- ◯ 9° semestre
- ◯ 10° semestre
- ◯ acima de 10° semestre

3) Considera que a visualização gráfica pode auxiliar na aprendizagem de conteúdos de matemática? *

- ◯ Sim
- ◯ Não

4) Para a aprendizagem de qual (ou quais) conteúdo(s) você considera importante a visualização gráfica? *

- [ ] Funções
- [ ] Geometria plana
- [ ] Geometria espacial
- [ ] Geometria analítica
- [ ] Trigonometria
- [ ] Outro: ______

5) Em qual (ou quais) conteúdo(s) de Geometria Analítica você tem maior dificuldade? *

Sua resposta

6) Quais são as suas dificuldades no(s) conteúdo(s) referido(s) na questão anterior?

Sua resposta

7) Quantas vezes você já cursou a disciplina de Geometria Analítica? *

- ○ Nenhuma, antes desta
- ○ Uma vez
- ○ Duas vezes
- ○ Mais de duas vezes

8) Você conhece o *software* Geogebra? *

- ○ Sim
- ○ Não

Enviar uma cópia das respostas para o meu e-mail.

Enviar

Limpar formulário

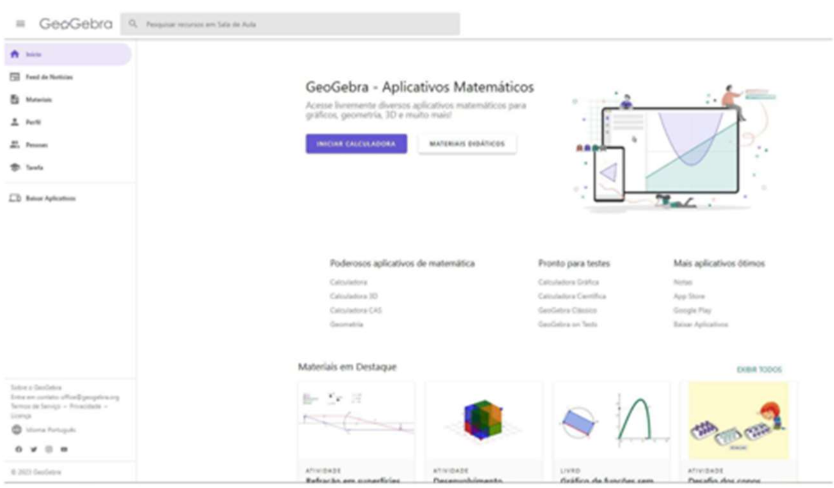
APÊNDICE B - *SLIDES* APRESENTADOS NO PRIMEIRO ENCONTRO

O que é o GeoGebra?

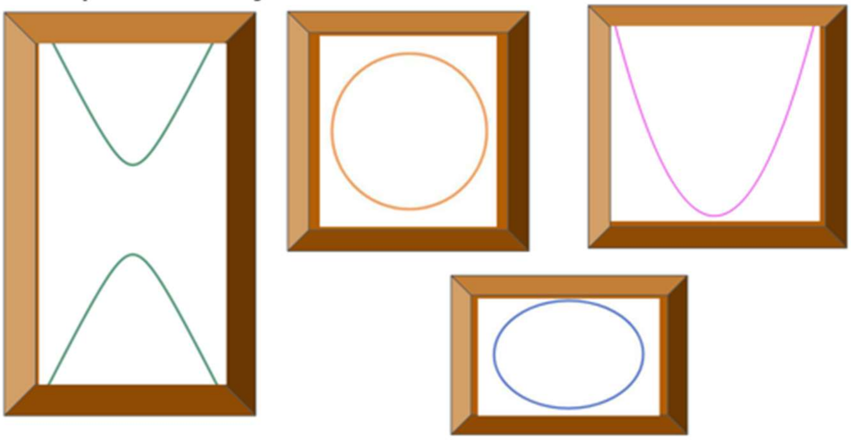
"GeoGebra é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma (GEOGEBRA, 2023)"

Acesso em:

https://www.geogebra.org/



O que são Seções Cônicas?



Construindo Cônicas

Construindo Cônicas
com barbante

Construindo Cônicas
com o GeoGebra

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UCS
UNIVERSIDADE
DE CAXIAS DO SUL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Visando desenvolver uma pesquisa que é parte da dissertação de Mestrado **O *software* GeoGebra como recurso para uma aprendizagem significativa de seções cônicas**, coordenado por mim, Tainá da Costa dos Santos (mestranda orientada pela Profª. Drª. Laurete Zanol Sauer), no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, convido você a participar do curso Estudo das Seções Cônicas com Geogebra.

Ao assinar este documento, você declara estar ciente de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa e que sua identidade enquanto participante do curso será preservada, podendo ser utilizada apenas em eventos acadêmicos, sem possibilitar sua identificação. Não serão divulgados nomes ou informações que possam identificar o participante do curso. Os dados obtidos serão utilizados apenas para fins de investigação. O participante pode obter informações sobre o andamento da pesquisa, quando achar necessário.

Desde já agradeço a sua colaboração e coloco-me à disposição para esclarecimentos pelo telefone (xx) xxxxxxxxx e e-mail: tcsantos2@ucs.br.

Eu, ____ RG ______________, declaro que estou ciente das informações acima e autorizo a utilização de minhas interações no contexto de aprendizagem para fins da pesquisa referida neste documento.

Caxias do Sul, 12 de maio de 2023

____

Assinatura do/a participante

__________________________ __________________________

Assinatura da pesquisadora Assinatura da professora orientadora

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO “RECONHECENDO AS CÔNICAS”

Reconhecendo as Cônicas

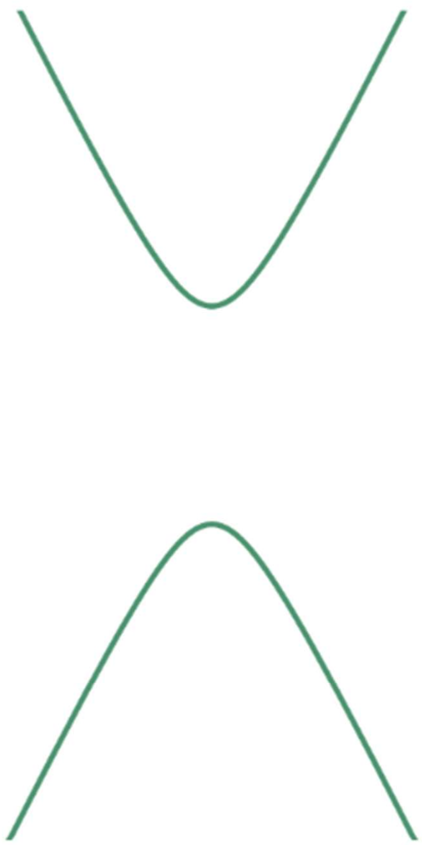
Alternar conta

* Indica uma pergunta obrigatória

Enviar por e-mail *

☐ Registrar como o e-mail a ser incluído na minha resposta

1) Identifique a seguinte seção cônica: *



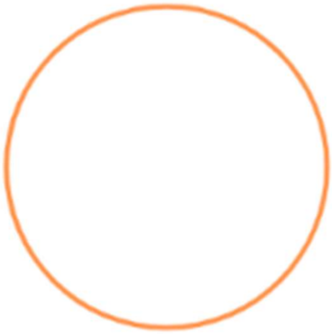
○ Parábola

○ Elipse

○ Circunferência

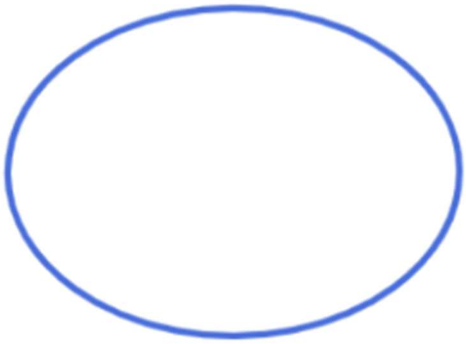
○ Hipérbole

2) Identifique a seguinte seção cônica: *



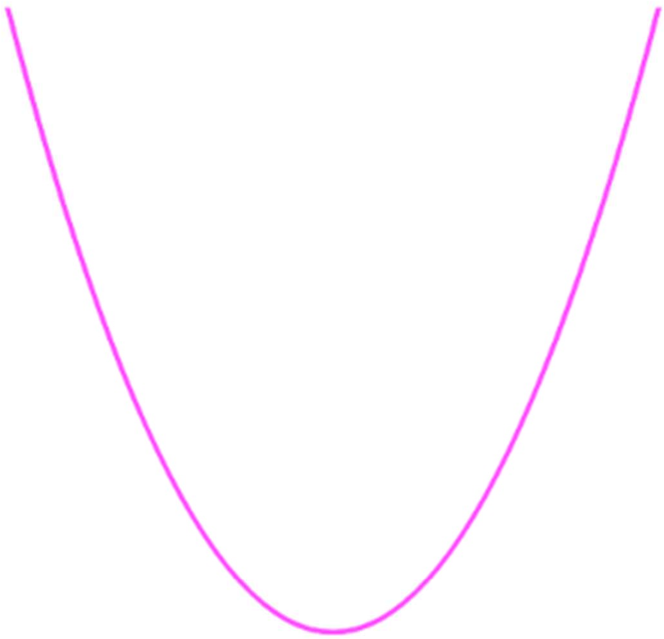
- ◯ Parábola
- ◯ Elipse
- ◯ Circunferência
- ◯ Hipérbole

3) Identifique a seguinte seção cônica: *



- ◯ Parábola
- ◯ Elipse
- ◯ Circunferência
- ◯ Hipérbole

4) Identifique a seguinte seção cônica: *



- ◯ Parábola
- ◯ Elipse
- ◯ Circunferência
- ◯ Hipérbole

5) O que caracteriza uma elipse? *

Sua resposta

6) O que caracteriza uma circunferência? *

Sua resposta

7) O que caracteriza uma parábola? *

Sua resposta

8) O que caracteriza uma hipérbole? *

Sua resposta

9) Qual a diferença entre uma elipse e uma circunferência? *

Sua resposta

Enviar uma cópia das respostas para o meu e-mail.

Enviar

Limpar formulário

APÊNDICE E - ATIVIDADES SOBRE PARÁBOLA

ATIVIDADES SOBRE PARÁBOLA

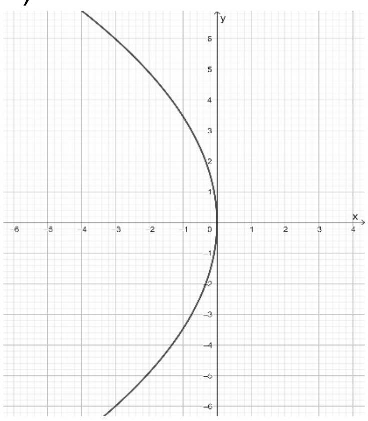
1) Esboce a parábola, indicando o foco, o vértice e a diretriz:

a) $y^2 = 4x$

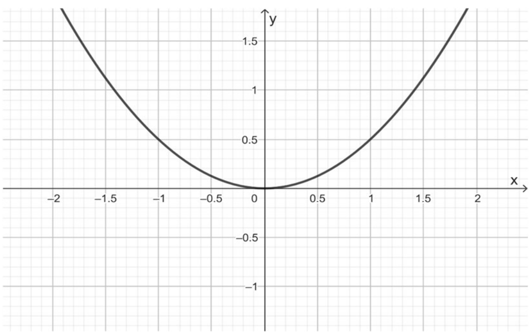
b) $x^2 = -8y$

2) Determine a equação da parábola:

a)



b)



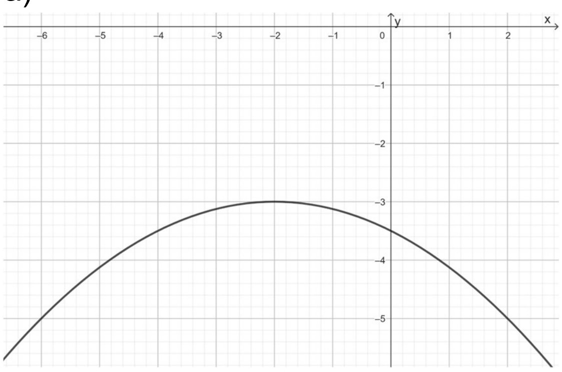
3) Esboce a parábola, indicando o foco, o vértice e a diretriz:

a) $(y-1)^2 = -12(x+4)$

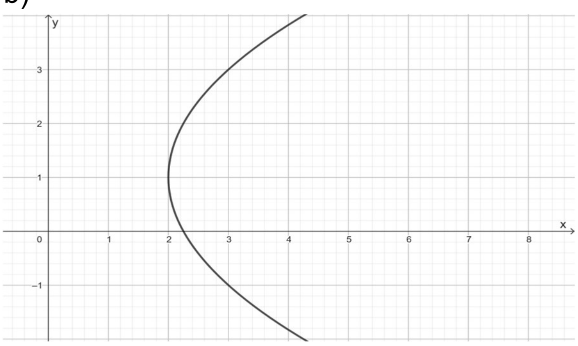
b) $(x-1)^2 - 2(y-\frac{1}{2}) = 0$

4) Determine a equação da parábola:

a)



b)



APÊNDICE F - ATIVIDADES SOBRE ELIPSE

ATIVIDADES SOBRE ELIPSE

1) Esboce a elipse e indique os focos, os vértices e os extremos do eixo menor:

a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

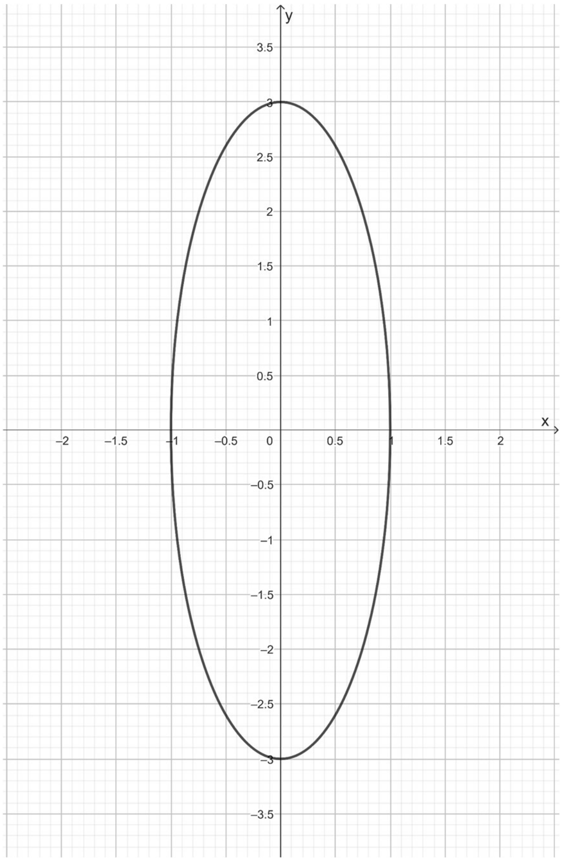
b) $4x^2 + y^2 = 36$

c) $(x+3)^2 + 4(y-5)^2 = 16$

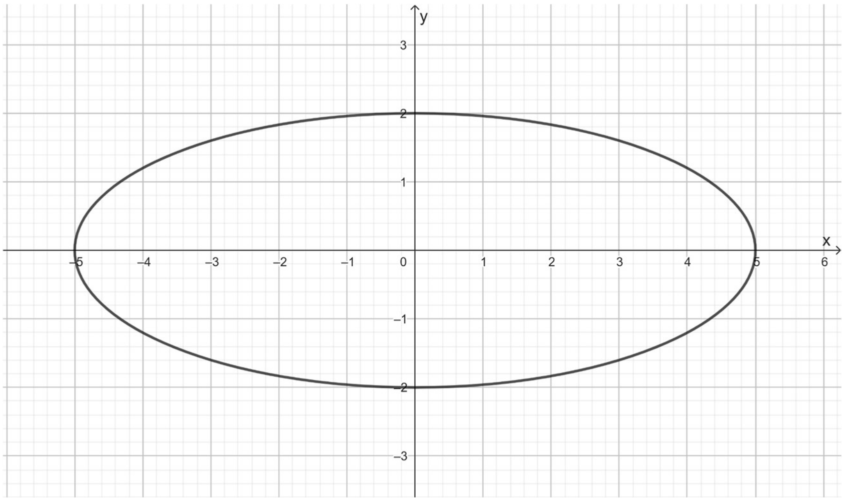
d) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}(y+2)^2 - 1 = 0$

2) Determine a equação da elipse:

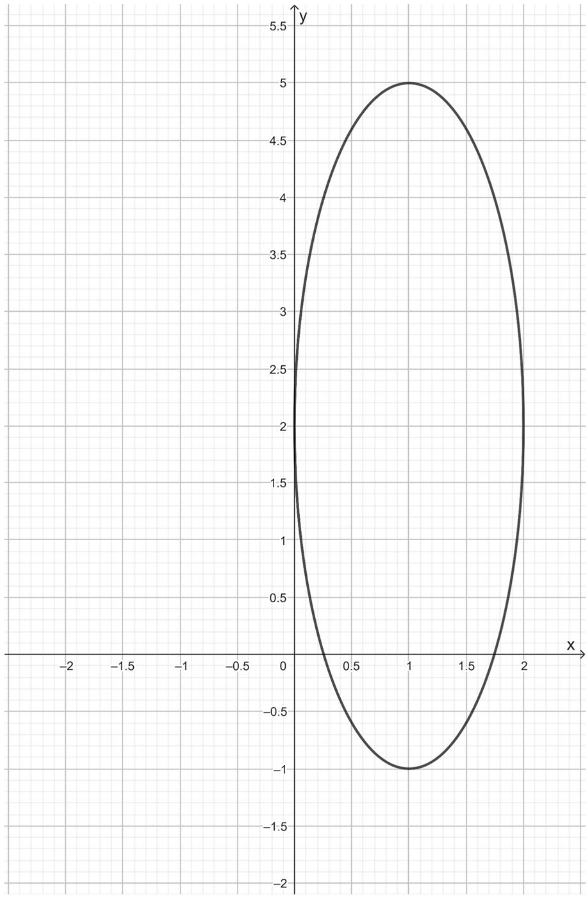
a)



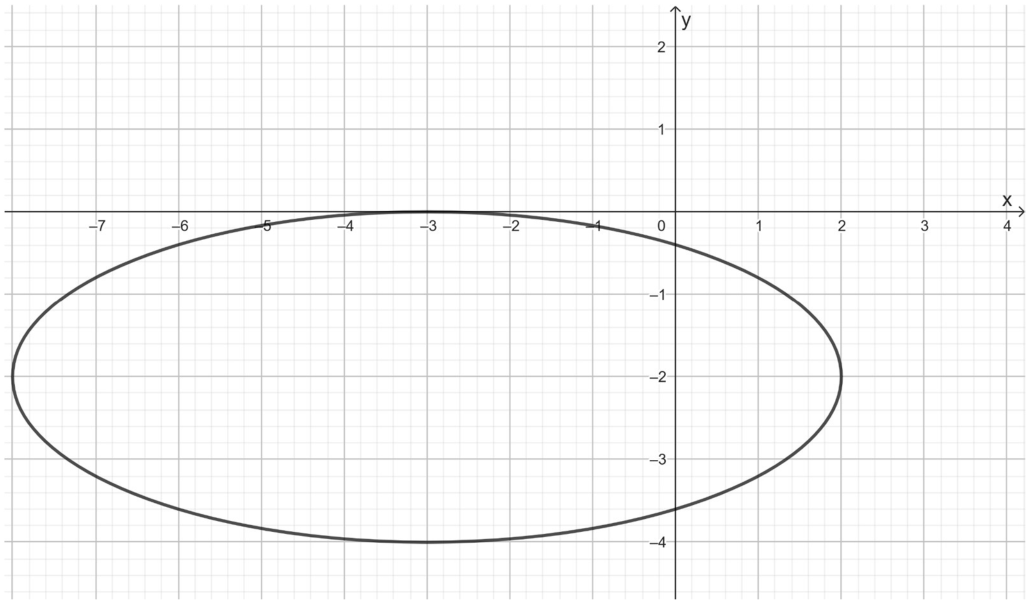
b)



c)


y
x
5.5
5
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
−2
−2
−1.5
−1
−0.5
0.5
1
1.5
2

d)


y
x
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4

APÊNDICE G - FORMULÁRIO PARA VERIFICAR AS CONSIDERAÇÕES DOS PARTICIPANTES SOBRE O CURSO DE SEÇÕES CÔNICAS

Considerações sobre o Curso de Seções Cônicas

tcsantos2@ucs.br Mudar de conta

* Indica uma pergunta obrigatória

Enviar por e-mail *

☐ Registrar tcsantos2@ucs.br como o e-mail a ser incluído na minha resposta

1) No momento, você está estudando sobre Seções Cônicas em alguma disciplina? *

○ Sim

○ Não

2) Lembra-se de já ter estudado alguns dos conceitos trabalhados no curso? Se sim, especificar quais. *

Sua resposta

3) Quais foram as suas dificuldades, se é que existiu alguma, com os conteúdos de Seções Cônicas trabalhados? *

Sua resposta

4) Quais foram as suas dificuldades, se é que existiu alguma, com o software GeoGebra? *

Sua resposta

5) O curso te fez revisitar algum outro conteúdo de maneira diferente? Se sim, explique. *

Sua resposta

6) Das atividades propostas, com qual tipo você teve mais facilidade? *

- ◯ Esboçar o gráfico da seção cônica a partir da equação.
- ◯ Determinar a equação da seção cônica a partir de um gráfico.

7) Depois de ter feito as atividades propostas no curso, você considera que o software GeoGebra auxiliou na sua aprendizagem dos conceitos sobre Seções Cônicas? *

Sua resposta

8) Críticas ou sugestões ao curso: *

Sua resposta

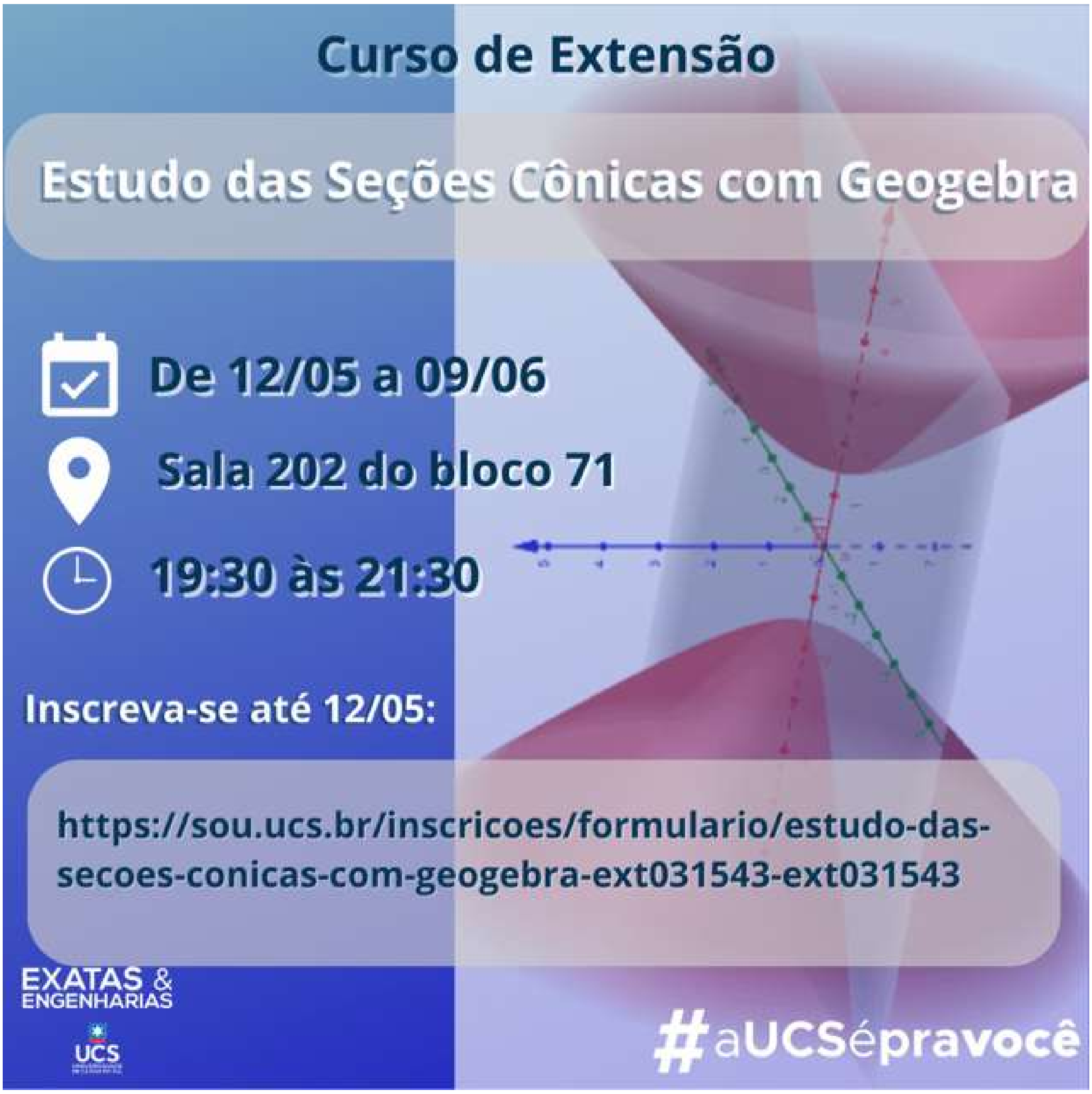
Enviar uma cópia das respostas para o meu e-mail.

Enviar

Limpar formulário

APÊNDICE H – PRODUTO EDUCACIONAL

ANEXO A - *FLYER* DE DIVULGAÇÃO DO CURSO



Fonte: Universidade de Caxias do Sul (2023).