

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**

TÂNIA DALL OGLIO TASCA

**FUNÇÕES POLINOMIAIS DO SEGUNDO GRAU: SITUAÇÕES
POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS DE APRENDIZAGEM COM O USO DE
*SOFTWARE***

CAXIAS DO SUL

2025

TÂNIA DALL OGLIO TASCA

**FUNÇÕES POLINOMIAIS DO SEGUNDO GRAU: SITUAÇÕES
POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS DE APRENDIZAGEM COM O USO DE
*SOFTWARE***

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação do Profa. Dra. Isolda Gianni de Lima, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciência e Matemática.

CAXIAS DO SUL

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

T197f Tasca, Tânia Dall Oglio

Funções polinomiais do segundo grau [recurso eletrônico] : situações potencialmente significativas de aprendizagem com o uso de software / Tânia Dall Oglio Tasca. – 2025.

Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2025.

Orientação: Isolda Gianni de Lima.

Modo de acesso: World Wide Web

Disponível em: <https://repositorio.ucs.br>

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Aprendizagem significativa. 3. Equações. 4. Matemática (Segundo grau). 5. Polinômios. I. Lima, Isolda Gianni de, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: : 51:37

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Márcia Servi Gonçalves - CRB 10/1500

TÂNIA DALL OGLIO TASCA

**FUNÇÕES POLINOMIAIS DO SEGUNDO GRAU: SITUAÇÕES
POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS DE APRENDIZAGEM COM O USO DE
*SOFTWARE***

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação do Profa. Dra. Isolda Gianni de Lima, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciência e Matemática.

Aprovada em 22 de outubro de 2025.

Banca examinadora

Profa. Dra. Laurete Teresinha Zanol Sauer
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Profa. Dra. Maria Madalena Dullius
Universidade do Vale do Taquari – Univates

AGRADECIMENTOS

Este trabalho nasceu do desejo de evoluirmos constantemente, de nos desafiarmos a sermos pessoas melhores e da vontade de aprender. E agora, ao final desta jornada, sinto a profunda necessidade de agradecer a todos que fizeram parte dessa etapa da minha vida.

Agradeço primeiramente a Deus que me abençoa e me possibilita sentir a cada dia a maravilhosa experiência da vida e aos meus pais, Iraci Miolo Dall Oglio e Alfredo Dall Oglio, *in memoriam*, cujos ensinamentos nortearam minha caminhada.

Agradeço imensamente à minha orientadora, Profa. Dra. Isolda Gianni de Lima, a qual, desde os tempos da graduação, sempre foi inspiração do que é ser uma excelente professora. Sou profundamente grata por todo empenho, paciência, profissionalismo e partilhas que vivenciamos nesse tempo.

Gratidão ao meu esposo Jací Natal Tasca, ao meu filho Lucca Dall Oglio Tasca, pela compreensão e incentivo e, principalmente, à minha filha Antônia Dall Oglio Tasca, por todo o auxílio recebido.

Agradeço também ao Colégio Sagrado de Jesus por apoiar a minha iniciativa e aos estudantes que fizeram parte desta jornada. Um trabalho dessa magnitude não se faz sozinho e, para chegar até aqui, pude contar com muitas pessoas que foram essenciais em cada etapa do projeto. Agradeço às professoras Rosângela Brito e Rita Dietrich dos Santos, que colaboraram com palestras para os estudantes.

Aos colegas de curso, especialmente a Camila de César, obrigada pela parceria e a todos os professores do Programa de Mestrado, gratidão pelo conhecimento construído e compartilhado.

Ao professor Dr. Odilon Giovannini Junior, que participou da banca de qualificação, obrigada pelo incentivo e contribuições enriquecedoras.

À professora Dra. Laurete Zanon Sauer que fez parte da banca de qualificação e defesa, e à professora Dra. Maria Madalena Dullius que participou da banca de defesa, um agradecimento especial pelas valiosas sugestões de aperfeiçoamento.

Penso que, por mais distantes que alguns de nossos sonhos pareçam em um primeiro momento, devemos seguir em frente, com perseverança e fé. Certamente perceberemos que tudo valeu a pena!

Conhecimento não é descoberto como ouro ou petróleo, mas sim construído como carros ou pirâmides.

Joseph D. Novak

RESUMO

Na pesquisa que deu origem a esta dissertação, avaliaram-se as contribuições de uma sequência didática que utiliza a construção de gráficos por meio de *softwares*, com o intuito de promover a aprendizagem significativa da função polinomial do segundo grau na 1ª série do Ensino Médio. Esse objetivo está fortemente relacionado ao que preconiza a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), a qual afirma que, no Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos no Ensino Fundamental e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. A construção da pesquisa fundamentou-se na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de David Ausubel (1918-2008), cuja teoria apresenta como conceito mais importante, conforme Moreira, Masini (2006), o processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura do conhecimento do indivíduo. Dessa forma, elaborou-se uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) em que os estudantes foram sujeitos ativos na construção do próprio conhecimento. Os dados foram obtidos por meio de materiais escritos, imagens, resolução de exercícios em situações de estudos propostas em aula ou como tarefas extraclasse, resolução de instrumentos avaliativos, produção artística, autoavaliação e avaliação da sequência didática aplicada. Os dados foram analisados por meio da análise textual discursiva, segundo Moraes (2003). Foi possível confirmar que, com a UEPS planejada, os estudantes apresentaram indícios de aprendizagem potencialmente significativa, observada nos diversos registros produzidos no decorrer da sua aplicação. Considerando os resultados da pesquisa, foi elaborado um produto educacional que consiste em um material de apoio pedagógico, com as diferentes atividades realizadas e aprimoradas, e estruturadas também na forma de uma UEPS, a qual pode contribuir para o aprimoramento dos processos de ensino e de aprendizagem da função polinomial do 2º grau.

Palavras-chave: ensino de Matemática; unidade de ensino potencialmente significativa; aprendizagem significativa; função polinomial do segundo grau.

ABSTRACT

The research that led to this dissertation evaluated the contributions of a teaching sequence that uses graphing software to promote meaningful learning of quadratic polynomial functions in the first year of high school. This objective is closely related to the recommendations of the National Common Curricular Base (BNCC) (Brazil, 2018), which states that, in high school, in the area of Mathematics and its Technologies, students should consolidate the knowledge developed in elementary school and add new knowledge, expanding the range of resources to solve more complex problems that require greater reflection and abstraction. The research was based on David Ausubel's (1918-2008) Meaningful Learning Theory (SLT), whose theory presents as its most important concept, according to Moreira and Masini (2006), the process by which new information relates to a relevant aspect of the individual's knowledge structure. Thus, a Potentially Significant Teaching Unit (PLTU) was developed, in which students were active participants in the construction of their own knowledge. Data were collected through written materials, images, problem-solving exercises in study situations proposed in class or as extracurricular assignments, evaluation of assessment instruments, artistic production, self-assessment, and evaluation of the applied teaching sequence. The data were analyzed through discursive textual analysis, according to Moraes (2003). It was possible to confirm that, with the planned PLU, students showed signs of potentially significant learning, as observed in the various records produced during its implementation. Considering the research results, an educational product was developed consisting of pedagogical support material, with the different activities carried out and refined, also structured in the form of a PLU, which can contribute to the improvement of the teaching and learning processes of quadratic polynomial functions.

Keywords: mathematics teaching; potentially significant teaching unit; meaningful learning; quadratic polynomial function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Simulador para exploração da curva das trajetórias.....	37
Figura 2 – Gráfico de função polinomial do 2º grau	43
Figura 3 – Gráfico da área das panquecas	44
Figura 4 – Gráfico Função quadrática deslocada para a esquerda	52
Figura 5 – Alteração da malha quadriculada do Desmos	54
Figura 6 – Palestra sobre a importância da pesquisa	59
Figura 7 – Resultados da questão 2 – Google Forms	60
Figura 8 – Resultados questão 6 – Google Forms	62
Figura 9 – Resultado questão 8 – Google Forms.....	63
Figura 10 – Resultados questão 9 – Google Forms	64
Figura 11 – Resultados questão 11 – Google Forms	65
Figura 12 – Resultados da questão 12 – Google Forms	65
Figura 13 – Questão 1 – alternativas no Kahoot	66
Figura 14 – Alternativas da questão 2 Kahoot – Plano cartesiano	67
Figura 15 – Alternativas da questão 3 Kahoot	67
Figura 16 – Alternativas da questão 4 no Kahoot – Produtos notáveis.....	68
Figura 17 – Questão 5 no Kahoot – imagem da função	68
Figura 18 – Questão 6 do Kahoot – Concavidade	68
Figura 19 – Questão 7 no Kahoot – imagem de um valor.....	69
Figura 20 – Alternativas questão 8 no Kahoot – zero da função.....	69
Figura 21 – Alternativas questão 9 no Kahoot – raiz da função	69
Figura 22 – Questão 10 no Kahoot – função de 2º grau.....	70
Figura 23 – Questão 11 no Kahoot – quantidade de zeros da função	70
Figura 24 – Questão 12 no Kahoot – valor máximo	71
Figura 25 – Estudantes assistindo ao vídeo “Panquecas de Dona Glória”	72
Figura 26 – Simulador – Phet Colorado	72
Figura 27 – Registro escrito dos estudantes	74
Figura 28 – Resposta de dupla de estudantes	74
Figura 29 – Exploração do Desmos no laboratório de informática da escola	76
Figura 30 – Registros dos estudantes	77
Figura 31 – Organizador prévio.....	78
Figura 32 – Cálculos efetuados pelos estudantes	79

Figura 33 – Cálculos II realizados pelos estudantes.....	80
Figura 34 – Resumo.....	81
Figura 35 – Imagem simetria eixo vertical.....	83
Figura 36 – Simetria eixo vertical – borboleta.....	83
Figura 37 – Eixos de Simetria.....	83
Figura 38 – Simetria Assimetria.....	84
Figura 39 – Estudantes no laboratório de informática.....	84
Figura 40 – Cálculo do vértice.....	85
Figura 41 – Exercício – Tarefa.....	85
Figura 42 – Gráfico exercício – tarefa.....	86
Figura 43 – Resolução do desafio.....	87
Figura 44 – Gráfico – resolução desafio.....	88
Figura 45 – Padlet elaborado pelos estudantes.....	89
Figura 46 – Vídeo “Roda de Samba”.....	90
Figura 47 – Conclusões dos estudantes.....	91
Figura 48 – Registro – deslocamento de função.....	92
Figura 49 – Registro – deslocamento de funções II.....	92
Figura 50 – Jogo de duplas.....	93
Figura 51 – Jogo de duplas.....	94
Figura 52 – Atividade em duplas.....	95
Figura 53 – Realização de exercícios.....	95
Figura 54 – Elaboração trabalho artístico I.....	97
Figura 55 – Elaboração trabalho artístico II.....	98
Figura 56 – Elaboração trabalho artístico II.....	98
Figura 57 – Trabalho artístico pronto I.....	99
Figura 58 – Trabalho artístico pronto II.....	100
Figura 59 – Atividade detetive.....	101
Figura 60 – Exposição do trabalho artístico I.....	103
Figura 61 – Exposição trabalho artístico II.....	103
Figura 62 – Uso do Tracker.....	105
Figura 63 – Visualização da equação no TracKer.....	105
Figura 64 – Palestra da professora Rita.....	106
Figura 65 – Prova.....	107
Figura 66 – Resolução da questão 1.....	108

Figura 67 – Resultados questão 1 e 2	108
Figura 68 – Resolução questão 3	109
Figura 69 – Erros questão 3	110
Figura 70 – Resultados da questão 3	110
Figura 71 – Resolução da questão 4	111
Figura 72 – Resultados da questão 4	111
Figura 73 – Resolução da questão 5	112
Figura 74 – Resolução incorreta – questão 5.....	113
Figura 75 – Resultados da questão 5	113
Figura 76 – Resolução da questão 6	114
Figura 77 – Outra resolução da questão 6	115
Figura 78 – Acertos da Questão 6	115
Figura 79 – Resolução questão 7.....	116
Figura 80 – Resolução da questão 8	117
Figura 81 – Resultados da questão 8	117
Figura 82 – Resolução da questão 9	118
Figura 83 – Resolução da questão 9	119
Figura 84 – Resultados da questão 9	119
Figura 85 – Resolução questão 10.....	120
Figura 86 – Resolução com acerto parcial da questão 10.....	121
Figura 87 – Resultados da questão 10	121

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Passos para a construção da UEPS	28
Quadro 2 – Síntese das etapas e encontros	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relação raio x área.....	38
-------------------------------------	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGECiMa	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul
SI	Sistema Internacional de Unidades
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	REFERENCIAL TEÓRICO	23
2.1	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL.....	23
2.2	UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS)	27
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	30
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	30
3.2	CONTEXTO DA PESQUISA.....	32
3.3	INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	32
3.4	DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E TÉCNICAS DE ANÁLISE	33
3.4.1	Etapa 1	34
3.4.1.1	Primeiro encontro – 28/10/2021	34
3.4.2	Etapa 2	35
3.4.2.1	Segundo encontro – 29/10/2021	35
3.4.3	Etapa 3	36
3.4.3.1	Terceiro encontro – 03/11/2021	36
3.4.3.2	Quarto encontro – 4/11/2021	37
3.4.4	Etapa 4	39
3.4.4.1	Sexto Encontro – 08/11/2021	40
3.4.4.2	Sétimo Encontro – 10/11/2021	42
3.4.4.3	Oitavo encontro – 11/11/2021	45
3.4.5	Etapa 5	46
3.4.5.1	Nono encontro – 17/11/2021	47
3.4.5.2	Décimo encontro – 18/11/2021	48
3.4.5.3	Décimo primeiro encontro – 19/11/2021.....	49
3.4.6	Etapa 6	49
3.4.6.1	Décimo segundo encontro – 22/11/2021	49
3.4.6.2	Décimo terceiro encontro – 24/11/2021	52
3.4.6.3	Décimo quinto encontro – 26/11/2021	54
3.4.6.4	Décimo sexto encontro – 29/11/2021	55

3.4.6.5	Décimo sétimo encontro – 01/12/2021.....	56
3.4.7	Etapa 7.....	56
3.4.7.1	Décimo oitavo encontro – 02/12/2021	56
3.4.7.2	Décimo nono encontro – 03/12/2021	57
4	ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	58
4.1	ETAPA 1 – PRIMEIRO ENCONTRO – 28/10/2021	58
4.2	ETAPA 2 – SEGUNDO ENCONTRO – 29/10/2021	66
4.3	ETAPA 3 – TERCEIRO ENCONTRO – 03/11/2021	71
	5 PRODUTO EDUCACIONAL.....	125
	6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	127
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	130
	APÊNDICE A – SLIDES DE APRESENTAÇÃO DA PESQUISA.....	134
	APÊNDICE B – TERMO DE ANUÊNCIA	138
	APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)	139
	APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO INICIAL SOBRE RELAÇÃO COM A DISCIPLINA E A DISPOSIÇÃO E EXPECTATIVAS PARA OS ESTUDOS SOBRE A FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU.....	140
	APÊNDICE E – EXERCÍCIOS SOBRE COEFICIENTES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU	143
	APÊNDICE F – JOGO DE PERGUNTAS E RESPOSTAS SOBRE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU	144
	APÊNDICE G – AVALIAÇÃO SOBRE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU	150
	APÊNDICE H – LISTA DE EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU	154
	APÊNDICE I – FORMULÁRIO DE AUTOAVALIAÇÃO.....	160

APÊNDICE J – RESULTADOS DA AUTOAVALIAÇÃO – QUESTÕES 1 A 14	
.....	164
ANEXO 1 – EXERCÍCIOS MATERIAL DIDÁTICO DOS ESTUDANTES ...	169

1 INTRODUÇÃO

O estudo das funções é bastante importante, pois constitui um dos temas mais relevantes por possibilitar conexões entre diversos conceitos da Matemática, entre esta e outras áreas, bem como entre diferentes formas de pensamento nesse campo do conhecimento.

Na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2018), o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que esse conhecimento é fundamental para a compreensão e a atuação no mundo, além de perceber o caráter intelectual da Matemática como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, e que estimula a investigação.

Todo esse processo é continuado no Ensino Médio, etapa final da Educação Básica. Assim, conforme a BNCC (Brasil, 2018), é importante que as escolas proporcionem experiências e processos intencionais que garantam as aprendizagens necessárias e promovam situações que possibilitem a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para tanto, propõe retomar e aprofundar conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada e ampliada quanto à perspectiva de sua aplicação à realidade.

Afirma, ainda, em suas competências gerais, que os educandos devem:

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, n.p.).

Nesse sentido, a BNCC (Brasil, 2018) afirma que, no Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver

problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Devem construir também uma visão mais integrada dos temas da Matemática, das relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, bem como de sua aplicação à realidade.

Nesta perspectiva, de acordo com Santos (2014), é importante que o professor crie um ambiente motivador que gere segurança aos alunos, a fim de que se sintam capazes de responder aos desafios propostos. Aprender a Matemática significa desenvolver estratégias que possibilitem aos alunos a apreensão de conceitos e seus significados na construção das ideias matemáticas, superando um ensino com base apenas no desenvolvimento de habilidades ligadas a cálculos mecânicos, à memorização de definições e à resolução de exercícios repetitivos fundamentados em exemplos previamente resolvidos pelo professor no quadro.

Em relação a isso, para Gómez (2015), já é comprovado pela experiência e pela pesquisa que a escola tem dificuldade para desenvolver o conhecimento aplicado, o conhecimento crítico, as capacidades criativas, especificamente o conhecimento que organiza os modos de sentir, pensar e atuar dos cidadãos. Muitos professores continuam ministrando o estudo das funções de segundo grau valendo-se apenas do livro didático. Segundo Feltcher, Pinto e Fomler (2019), frequentemente a metodologia adotada pelo professor resume-se em apresentar conceitos e resolver exemplos que apoiam a realização de listas de exercícios.

O desenvolvimento de estratégias que contribuam para o desenvolvimento de competências e habilidades e que priorizem situações problematizadoras ainda é um objetivo a ser atingido. Conforme Gravina *et al.* (2012), tem-se na tecnologia digital a ampliação das possibilidades para “experimentos de pensamento”, e, quando colocadas nas mãos dos alunos, podem provocar mudanças na sala de aula.

Nesse sentido, para Soares (2020), os recursos digitais, quando bem utilizados, podem ser ferramentas importantes em processos de ensino e aprendizagem inovadores e que permitam a construção de conceitos por estudantes ativos e autônomos. Também para Perrenoud (2000), o uso da tecnologia permite que sejam criadas situações de aprendizagem ricas, complexas e diversificadas. Além disso, afirma que os professores deveriam valer-se das novas tecnologias para concentrar-se na criação, na gestão e na regulação de situações de aprendizagem.

Em consonância a essas ideias, o uso da tecnologia deve privilegiar a construção do conhecimento e valorizar a inovação e a descoberta como uma etapa fundamental do processo de aprendizagem. Para Gravina *et al.* (2012), as rotinas de sala de aula podem mudar as condutas pedagógicas com a utilização de tecnologias, pois elas também influenciam nas formas de pensar, de aprender, de se comunicar e de produzir.

Conforme Moran (2013), as escolas que mostram novos caminhos estão mudando o modelo disciplinar por modelos mais centrados em aprender ativamente com problemas, desafios relevantes, jogos, atividades e leituras, combinando tempos individuais e tempos coletivos em projetos pessoais e de grupo. Esse cenário inspirou a construção desta pesquisa, que é fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de David Ausubel (1918-2008), cuja teoria apresenta como conceito mais importante, conforme Moreira e Masini (2006), o processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura do conhecimento do indivíduo. Dessa forma, vislumbrou-se a possibilidade de desenvolver uma prática que envolvesse os educandos, que despertasse o interesse em compreender o que aprendem e modificasse a conduta de apenas reproduzir mecanicamente o que foi desenvolvido pelo professor, com a construção de aprendizagens significativas.

O desejo de enfrentamento a esse desafio e a busca por novas metodologias de ensino evidenciaram-se durante o estudo das funções, em momentos de formação da professora-pesquisadora, em um curso de especialização em Educação Matemática. As reflexões vivenciadas propiciaram a busca por mais estudo e aperfeiçoamento, agora, com a realização do mestrado profissional, estimularam a pesquisa sobre a construção de uma proposta didática que potencializasse as condições de aprendizagem dos estudantes.

Assim, a partir desses pensamentos, também pessoais, manifestou-se a imperiosa necessidade de transformação da prática da professora-pesquisadora. Aliada a essa postura, surgiu, diante de uma nova oportunidade no ambiente de trabalho, a necessidade de enriquecer e aprofundar o aprendizado das funções por estudantes da primeira série do Ensino Médio, já que, nessa etapa, muitas aprendizagens podem consolidar-se, visto que são retomados muitos assuntos estudados no Ensino Fundamental e aplicados no aprofundamento ou na construção de novos conhecimentos.

Nessa fase, muitas vezes, percebe-se que os educandos ainda apresentam dificuldades de entendimento e aplicação do conceito de função. Assim, para contribuir com o entendimento das funções, buscaram-se formas de inovar, pois o ensino tradicional, no qual o professor explica e o educando apenas escuta e copia para, depois, reproduzir informações e resoluções com base em modelos, não dá conta de promover sentido e compreensão para aquilo que os estudantes precisam aprender na escola. O papel do educador, agora, é atuar em momentos decisivos da aula, orientando o educando para que seja ele o protagonista no desenvolvimento da sua aprendizagem. De acordo com Moran (2013), as mudanças na educação dependem, primordialmente, de se ter educadores maduros intelectual e emocionalmente, pessoas curiosas, entusiasmadas, abertas, que saibam motivar e dialogar.

Skovsmose (2015) afirma que no diálogo é importante explorar as perspectivas dos participantes como fonte de investigação e estar disposto a renunciar a uma perspectiva para construir outras. Dessa forma, o educador precisa ter consciência de que as formas de construção do conhecimento estão em constante transformação e, para avançar nesse caminho, o professor precisa buscar meios de aperfeiçoar a sua prática e se atualizar. É de suma importância que o educador propicie situações em que a tecnologia seja aliada da aprendizagem, para que seja significativa para os estudantes. Nesse sentido, para Gómez (2015), o objetivo principal da escola é que o aluno construa ideias, esboços, modelos e mapas mentais e, quando for possível, teorias contrastadas que lhe permitam pesquisar, selecionar e utilizar dados acumulados nas redes de informação, para interpretar e intervir da melhor maneira possível na realidade.

Em consonância com estes argumentos, a BNCC (Brasil, 2018) afirma que garantir a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental é essencial nessa etapa final da Educação Básica. Além de possibilitar o prosseguimento dos estudos àqueles que assim o desejarem, o Ensino Médio deve atender aos propósitos de uma formação geral, indispensável ao exercício da cidadania, e promover aprendizagens sintonizadas com as necessidades, possibilidades e os interesses dos estudantes, bem como com os desafios da sociedade contemporânea. Portanto, nessa etapa, o foco passa a estar no reconhecimento das potencialidades das tecnologias digitais para a realização de uma série de atividades relacionadas às áreas do conhecimento, a diversas práticas sociais e ao mundo do trabalho. São definidas competências e habilidades na BNCC, nas diferentes áreas, que permitem aos estudantes:

- a) usar diversas ferramentas de software e aplicativos para compreender e produzir conteúdo em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática;
- b) utilizar, propor e/ou implementar soluções (processos e produtos) envolvendo diferentes tecnologias, para identificar, analisar, modelar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida cotidiana, explorando de forma efetiva o raciocínio lógico, o pensamento computacional, o espírito de investigação e a criatividade (Brasil, 2018, n.p.).

Nessa nova abordagem, o educando deve utilizar saberes, estratégias e realizar uma série de atividades que são importantes para a construção de novos conhecimentos. Ao aplicar, na realização de sua pesquisa, uma sequência didática desenvolvida pela professora-pesquisadora, ancorada nos pressupostos teóricos de Ausubel e Moreira, com o apoio de *softwares*, ela acredita estar contribuindo fortemente para esse propósito. Essa sequência didática permite aos

estudantes explorar vários aplicativos e recursos tecnológicos, bem como possibilita a realização de atividades diferenciadas, carregadas de propósito e necessárias para ampliar a compreensão sobre as funções polinomiais do 2º grau.

Nesse sentido, Kenski (2007) afirma que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, sites educacionais, *softwares* diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino e aprendizagem, onde, anteriormente, predominavam a lousa, o giz, o livro e a voz do professor. Para que as tecnologias de informação e comunicação possam trazer alterações no processo educativo, elas precisam, no entanto, ser compreendidas e incorporadas pedagogicamente. Isso significa que não basta o professor usar a televisão ou o computador, é preciso saber usar a tecnologia escolhida de forma a promover benefícios para as aprendizagens dos estudantes, para eles próprios e para si mesmo, enquanto gestor do processo.

Dessa forma, com o intuito de melhorar a própria prática e dinamizar as aulas, a professora-pesquisadora optou por estudar e analisar a seguinte questão: **Quais as contribuições que a construção de gráficos, por meio de *softwares*, pode trazer para a compreensão da função polinomial do segundo grau na primeira série do Ensino Médio?**

Em consonância com essas ideias, nesta pesquisa, tem-se como objetivo geral **promover a aprendizagem significativa das funções polinomiais do segundo grau no Ensino Médio por meio de uma sequência didática que utiliza a construção de gráficos com *softwares*.**

Para o alcance desse objetivo e organização da dinâmica da pesquisa, aplicada em uma classe de primeira série do Ensino Médio, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Elaborar uma sequência didática, com ênfase na construção de gráficos por meio de *softwares*, para promover a aprendizagem significativa de funções polinomiais do segundo grau.
- b) Aplicar a sequência didática planejada, dando ênfase à construção de gráficos, por meio de *softwares*, para a compreensão de conceitos e propriedades das funções polinomiais do segundo grau.
- c) Avaliar as contribuições da sequência didática elaborada e aplicada para promover a aprendizagem significativa de funções polinomiais do 2º grau no Ensino Médio.
- d) Promover, com os conhecimentos construídos, a criação de trabalhos artísticos com gráficos a serem apresentados em uma exposição na escola.

- e) Construir um produto educacional diferenciado, que apresente uma proposta didática para o ensino das funções polinomiais do segundo grau, tomando por base a sequência didática construída e aprimorada a partir dos resultados da pesquisa.

Para relatar a pesquisa realizada, este trabalho está estruturado em seis capítulos: neste primeiro capítulo, intitulado Introdução, foram apresentadas a relevância do ensino de funções, a importância do uso de tecnologia e a definição do objetivo geral e dos específicos, bem como as contribuições de outros trabalhos relacionados ao ensino de funções polinomiais do 2º grau com o uso de *softwares*. O segundo capítulo é dedicado ao referencial teórico da pesquisa, com base na Teoria de Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, bem como na fundamental contribuição de Moreira, idealizador da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). No terceiro capítulo, com foco na Metodologia, apresenta-se a pesquisa desenvolvida e suas características, assim como a sequência didática elaborada para este estudo. No quarto capítulo, expõem-se a análise e a discussão dos resultados da pesquisa, como também os avanços e as aprendizagens que foram construídos pelos educandos que fizeram parte deste trabalho, juntamente com a professora-pesquisadora. O sexto capítulo descreve o produto educacional e, no sétimo e último capítulo, estão as conclusões da pesquisa e as considerações finais, como finalização desta dissertação.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Conforme Ausubel, Novak e Hanesian (1980), embora uma teoria de aprendizagem não possa dizer, de forma prescritiva, como ensinar, ela pode oferecer pontos de partida mais viáveis para a descoberta de princípios gerais do ensino, formulados tanto em termos de processos psicológicos intervenientes quanto em termos de relações de causa e efeito. Em geral, é a partir de uma teoria de aprendizagem que se podem desenvolver noções defensáveis acerca de como os fatores decisivos na situação ensino-aprendizagem podem ser imbricados com maior eficácia.

Nesse sentido, este referencial teórico foi elaborado com base nos pressupostos da aprendizagem significativa de Ausubel, os quais deram sustentação à pesquisa desenvolvida. A seguir, são apresentados os aspectos fundamentais da teoria e posteriormente, descrita a estrutura de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS).

2.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

Conforme Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno por meio de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, por exemplo, uma imagem, um símbolo ou uma proposição. Dessa forma, as características básicas da aprendizagem significativa são substantividade e não arbitrariedade.

De acordo com Barreto (2009), a substantividade refere-se à ideia de que o mesmo conceito ou a mesma proposição podem ser expressos de diferentes maneiras, por meio de diferentes signos. De fato, para a aprendizagem significativa, o que é incorporado é a substância do novo conceito ou da nova proposição, não podendo depender exclusivamente de determinados signos. Portanto, pode-se dizer que a relação entre o material a ser aprendido e a estrutura cognitiva do indivíduo não é alterada se outros símbolos diferentes, mas equivalentes, forem usados.

Por não arbitrariedade, o mesmo autor explica que a aprendizagem será significativa para o aluno, na medida em que o novo conhecimento fizer sentido para ele.

De acordo com Ausubel (2003), a estrutura cognitiva existente — ou seja, a organização, a estabilidade e a clareza de conhecimentos de um indivíduo numa determinada área —

constitui o principal fator a influenciar a aprendizagem e a retenção de novos materiais de instrução potencialmente significativos na mesma área de conhecimento. Reforçando essas ideias, Moreira *et al.* (2000) afirmam que para Ausubel, a variável fundamental para a aprendizagem significativa é a estrutura cognitiva do indivíduo, isto é, os seus conhecimentos prévios, que deverão funcionar como subsunçores ou ideias-âncora à assimilação de novos conhecimentos. A assimilação ocorre quando um novo significado, adquirido em ligação com ideias-âncora com as quais está relacionado, é retido e ocorre uma modificação decorrente da intersecção de ambos. Esse pensamento é fundamental para a construção e para a aplicação da sequência didática que norteou essa investigação.

Neste sentido, para Santos (2014), Ausubel defende a ideia de que a aprendizagem significativa se desenvolve pelo processo dedutivo, partindo dos princípios genéricos para os específicos. Na aprendizagem, deve-se, então, começar pela compreensão dos conceitos mais abrangentes, sabendo-se que serão a base da “ancoragem” de outros conceitos concretos que, posteriormente, serão progressivamente diferenciados em seus detalhes e especificidades.

Também convém ressaltar, conforme Moreira *et al.* (2000), que na aprendizagem significativa, o aprendiz não é um receptor passivo. Conforme Ausubel, Novak e Hanesian (1980), o professor não pode aprender ou navegar intelectualmente pelo aluno, ele pode somente apresentar ideias de modo tão significativo quanto possível. A tarefa de organizar novas ideias num quadro de referência pessoal somente pode ser realizada pelo aluno. Este deve fazer uso dos significados que já internalizou, para poder captar os significados dos materiais educativos. Nesse processo, ao mesmo tempo em que está progressivamente diferenciando sua estrutura cognitiva, está também fazendo a reconciliação integradora de modo a identificar semelhanças, diferenças e reorganizar seu conhecimento.

Outro aspecto fundamental da aprendizagem significativa, é que o aprendiz deve apresentar uma pré-disposição para aprender. Ou seja, para aprender significativamente, o aluno deve manifestar uma disposição para relacionar, de maneira não arbitrária e não literal, à sua estrutura cognitiva, os significados que capta dos materiais educativos, potencialmente significativos (Gowin, 1981 *apud* Moreira *et al.* 2000).

A partir disso, em Ausubel, Novak e Hanesian (1980), independentemente do quanto de uma determinada proposição é potencialmente significativa, se a intenção do aluno é memorizá-la de forma arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como o produto da aprendizagem serão automáticos. E, inversamente, não importa se a disposição do aluno está dirigida para a aprendizagem significativa, se a tarefa de aprendizagem não for potencialmente

significativa, ou seja, se não puder ser incorporada à estrutura cognitiva por meio de uma relação não arbitrária e substantiva.

Nesse sentido, convém esclarecer, que, para Ausubel (2003), o que determina se o material de aprendizagem é ou não potencialmente significativo, depende mais da estrutura cognitiva particular do aprendiz do que da natureza do próprio material de aprendizagem. Para que a aprendizagem significativa ocorra de fato, não é suficiente que o novo material seja simplesmente relacional, de forma não arbitrária e não literal, com ideias correspondentes relevantes no sentido mais geral ou abstrato do termo; também é necessário para a aprendizagem significativa que o conteúdo relevante esteja disponível na estrutura cognitiva do aprendiz em particular, para satisfazer esta função de subsunção e de ancoragem. Ou seja, a significação é uma questão individual.

Convém salientar que, na sala de aula, muitas vezes, as matérias são expostas sem serem relacionadas e articuladas com os saberes já adquiridos pelos alunos; desse modo, estes não os integram significativamente em suas estruturas cognitivas. Assim, se o estudante não possui subsunções adequados para uma nova ancoragem, sugere-se a utilização de organizadores prévios. Para Moreira e Masini (2006), organizadores prévios são pontes de ligações entre o que o aluno já sabe e o que ele deve saber, reorganizando a estrutura cognitiva para que aprenda de maneira significativa. Aqui reside a importância dos organizadores prévios do aluno, cuja função principal é atuar como “pontes cognitivas” entre o que o educando já sabe e o que tem que saber, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem. Ainda, conforme Moreira e Masini (2006), o uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel, para, deliberadamente, mobilizar a estrutura cognitiva, a fim de facilitar a aprendizagem significativa.

Nesse sentido, de acordo com Moreira (2010), ele ainda propôs quatro princípios para a construção de aprendizagens significativas, utilizados na elaboração da sequência didática que norteará a pesquisa. São eles: a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora, a organização sequencial e a consolidação.

A diferenciação progressiva é o processo de atribuição de novos significados a um conceito ou a uma proposição, por exemplo, resultante da sua sucessiva utilização para dar significado a novos conhecimentos. Mediante essas sucessivas interações, um dado subsunção vai, progressivamente, adquirindo novos significados, vai ficando mais rico, mais refinado, mais diferenciado e mais capaz de servir de ancoradouro para novas aprendizagens significativas. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que grande parte da aprendizagem significativa poderia ser caracterizada pelas diferenciações progressivas de conceitos ou proposições. Ainda, em Ausubel (2003), a organização do conhecimento ocorre na estrutura

cognitiva do estudante também de forma hierarquizada; é muito mais complexo o estudante “juntar” as partes para compreender o todo, do que conhecer o todo e depois ir diferenciando suas especificidades.

Para Moreira (2010), a reconciliação integradora, ou integrativa, é um processo da dinâmica da estrutura cognitiva, simultâneo ao da diferenciação progressiva, que consiste em eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistências e integrar significados. Quando se aprende de maneira significativa, tem-se que, progressivamente, diferenciar significados dos novos conhecimentos adquiridos, a fim de perceber diferenças entre eles, mas é preciso também proceder a reconciliação integradora. Se apenas se diferencia os significados, acabar-se-á por perceber tudo diferente. Se somente se integrar os significados indefinidamente, terminar-se-á percebendo tudo igual. Os dois processos são simultâneos e necessários à construção cognitiva, mas parecem ocorrer com intensidades distintas. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), toda a aprendizagem que resulta na reconciliação integradora resultará também na posterior diferenciação dos conceitos ou proposições existentes. A reconciliação integradora é uma forma de diferenciação progressiva da estrutura cognitiva que ocorre na aprendizagem significativa.

Voltando a Moreira (2010), a organização sequencial consiste em sequenciar os tópicos ou unidades de estudo, de maneira tão coerente quanto possível com as relações de dependência naturalmente existentes na matéria de ensino. Segundo esse autor, fica mais fácil para o aluno organizar seus subsunçores, hierarquicamente, se, na matéria de ensino, os tópicos estão sequenciados em termos de dependências hierárquicas naturais, ou seja, de modo que certos tópicos dependam naturalmente daqueles que os antecedem.

A consolidação, por sua vez, tem a ver com o domínio de conhecimentos prévios antes da introdução de novos conhecimentos. É uma consequência imediata da teoria: se o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aquisição significativa de novos conhecimentos, nada mais natural que insistir no domínio do conhecimento prévio antes de apresentar novos conhecimentos.

Uma forma de evidenciar esses princípios está na estrutura das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), consideradas “sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula” (Moreira, 2011, p. 43).

2.2 UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS)

De acordo com Ausubel (2003), existem várias razões para o descrédito com o ensino expositivo e a aprendizagem por recepção. A mais óbvia é que, apesar das repetidas declarações sobre políticas contrárias de organizações educacionais, ainda se apresentam frequentemente aos alunos matérias potencialmente significativas de uma forma preponderantemente memorizada.

Com a intenção de contribuir para modificar, pelo menos em parte, essa situação, Moreira (2011) propõe a construção de Unidades de Ensino Potencialmente Significativas. Assim, faz-se necessário o reconhecimento da importância do estudo da Matemática sob a forma de uma UEPS, de forma estruturada, relacionando conteúdos e interagindo em situações que possibilitem a aprendizagem baseada em conceitos com significado para os estudantes.

O mesmo autor afirma que os princípios relevantes que devem ser considerados para a construção de uma UEPS são:

- a) o conhecimento prévio é a variável que mais influência na aprendizagem significativa;
- b) na aprendizagem significativa, a integração entre pensamentos, sentimentos e ações é positiva em quem aprende;
- c) o aluno decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento;
- d) a relação entre os novos conhecimentos e os prévios é revelada pelos organizadores prévios;
- e) as situações-problema proporcionadas pelo educador dão sentido aos novos conhecimentos e despertam a intencionalidade nos educandos;
- f) essas situações-problema funcionam com organizadores prévios e devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade;
- g) a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação devem ser levadas em conta na organização do ensino;
- h) a avaliação da aprendizagem significativa deve ser feita em termos de buscas de evidências, tendo em conta que a aprendizagem significativa é progressiva;
- i) o papel do professor é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas;
- j) um episódio de ensino envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino;

- k) a aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica;
- l) a aprendizagem significativa crítica é estimulada nos questionamentos, ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno.

Esses princípios são ideias ou fatores que o professor deve levar em consideração ao utilizar esse método. A seguir, no Quadro 1, são apresentados resumidamente os oito passos da UEPS, desenvolvida nesta pesquisa, conforme Moreira (2011):

Quadro 1 – Passos para a construção da UEPS

Passo 1 Definição de conceitos	Definir o tópico específico a ser abordado identificando seus aspectos declarativos e procedimentais.
Passo 2 Conhecimentos prévios	Elaborar situações que auxiliem os educandos a identificarem os conhecimentos prévios.
Passo 3 Situação-problema introdutória	Propor situações-problema, em nível bem introdutório, que levem em conta o conhecimento prévio do aluno, utilizando estratégias diversificadas (vídeos, reportagens, exemplos do cotidiano...), para dar sentido aos novos conhecimentos.
Passo 4 Diferenciação progressiva	Começar pelos aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, e após abordar aspectos mais específicos.
Passo 5 Reconciliação Integradora	Organizar o conhecimento por meio da apresentação de novas situações-problema, porém em nível de maior complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, de modo a promover a reconciliação integradora.
Passo 6 Reconciliação integradora	Retomar as características essenciais dos conteúdos, por meio da apresentação de novos conceitos, com a perspectiva integradora.
Passo 7 Avaliação	A avaliação da aprendizagem mediante a UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado.
Passo 8 Efetividade	A UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, assim como o domínio de um campo conceitual, por isso a ênfase em evidências, não em comportamentos finais.

Fonte: Adaptado de Moreira (2011).

Assim, a partir de uma variedade de situações propostas na UEPS, o intuito é favorecer o entendimento e a compreensão genuína dos conceitos. Nesse sentido, Moreira (1999) afirma que, para Ausubel, esse nível de compreensão implica posse de significados claros, precisos,

diferenciáveis e transferíveis. Para o autor, não pedir ao aluno quais os atributos essenciais de um conceito, pois pode-se receber apenas respostas mecanicamente memorizadas. Propõe, então, que, ao procurar evidências de aprendizagem significativa, a melhor maneira é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A sequência didática planejada para esta pesquisa leva em conta o pressuposto de que os estudantes possuem alguns conhecimentos que são importantes para a compreensão do novo conteúdo a ser aprendido. No caso do estudo das funções do 2º grau, pode-se considerar como conhecimentos prévios a noção de função, a representação de pontos no plano cartesiano, com destaque às raízes da correspondente equação do 2º grau. Esses conhecimentos já adquiridos servem de âncoras para novas aprendizagens e, sendo necessário, devem ser retomados e devidamente compreendidos, para que desempenhem seu papel de subsunçores. À medida que a aprendizagem se torna significativa, também esses conhecimentos vão ficando cada vez mais elaborados.

Uma função matemática pode ser representada de forma algébrica, verbal, numérica ou geométrica. Cada uma dessas representações tem sua importância e pode colaborar para a compreensão do conceito de função. É fundamental que os estudantes consigam perceber a relação entre essas diferentes representações e consigam transitar de uma representação para outra. Nesta pesquisa são exploradas, com mais ênfase, as formas algébrica e geométrica, com apoio de um *software* para estreitar a relação entre essas formas para a compreensão da função quadrática.

Assim, se os educandos compreendem cada aspecto de uma função do 2º grau, estão realizando a diferenciação progressiva e, ao relacioná-los, na representação de uma função, mostram que alcançam a reconciliação integradora. Para isso, é necessário que os estudantes se apropriem das características e dos elementos geométricos do gráfico de uma função do 2º grau e que compreendam o significado e a relação de cada um deles com a lei da função que a define.

Com foco no objetivo principal deste estudo, que é avaliar quais as contribuições de uma sequência didática baseada na construção de gráficos por meio de *softwares* para a compreensão da função polinomial do 2º grau na primeira série do Ensino Médio, serão propostas diversas atividades durante a aplicação da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS, planejada para o desenvolvimento desta pesquisa.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Conforme Gerhardt e Silveira (2009), a pesquisa científica é o resultado de um inquérito ou exame minucioso, realizado com o objetivo de resolver um problema, recorrendo a procedimentos científicos. Assim, uma pesquisa pode ser qualificada quanto aos diferentes

aspectos que a compõe. Quanto à abordagem, esta pesquisa apresenta-se como qualitativa; em relação à natureza, uma investigação aplicada; quanto aos objetivos, a pesquisa caracteriza-se como descritiva; e em relação aos procedimentos, classifica-se como pesquisa participante.

Quanto à abordagem, essa investigação caracteriza-se como qualitativa, porque, de acordo com Gerhardt e Silveira (2009), não se preocupa com representatividade numérica, mas busca o aprofundamento da compreensão de um grupo social, que nesse caso são estudantes da 1ª série do Ensino Médio e a sua professora de Matemática que é também a pesquisadora deste projeto. Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens.

Segundo Moreira (2003), o pesquisador qualitativo também transforma dados e eventualmente faz uso de sumários, classificações e tabelas, mas como representações para melhor esclarecer a estatística que é predominantemente descritiva. Assim, o enfoque é descritivo e interpretativo ao invés de explanatório ou preditivo. A interpretação dos dados é o cerne do domínio metodológico, do ponto de vista dos significados atribuídos pelo pesquisador e dos significados expressos pelos sujeitos, que aqui são os estudantes envolvidos no estudo da função quadrática com a proposta didática elaborada.

Em relação à natureza, a investigação constituiu-se como aplicada, pois pretende gerar conhecimentos de aplicação prática, pois a avaliação da sequência didática, construída pela professora-pesquisadora, pode contribuir para promover a aprendizagem significativa de funções de segundo grau.

Trata-se de uma proposta pedagógica estruturada e desenvolvida no ambiente próprio e real dos educandos e que utiliza recursos tecnológicos disponíveis na escola. A pesquisa aplicada, segundo Gil (2008), tem como característica fundamental o interesse na aplicação, utilização e consequências práticas dos conhecimentos. Sua preocupação está menos voltada para o desenvolvimento de teorias de valor universal e mais para a aplicação imediata numa determinada realidade. Fato este sustentado pela construção de um produto educacional, que pretende contribuir para a prática de outros educadores.

Quanto aos objetivos, a pesquisa caracteriza-se como descritiva, pois busca descrever os fatos e as características de determinada realidade. Conforme Gil (2008), as pesquisas deste tipo têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Assim, nesta investigação, a professora-pesquisadora, a partir da sequência didática elaborada, trará à luz diversos aspectos

relevantes do estudo das funções e destacará a importância do uso do *software* escolhido. Dessa forma, esta pesquisa volta-se a identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência da aprendizagem significativa, bem como o papel das diferentes ações desenvolvidas ao longo do percurso.

Quanto aos procedimentos, classifica-se como pesquisa participante. Conforme Gerhardt e Silveira (2009), este tipo de pesquisa caracteriza-se pelo envolvimento e pela identificação do pesquisador com as pessoas investigadas. Essa modalidade foi escolhida pelo fato de que a professora-pesquisadora atua como professora de Matemática na turma de estudantes que participa da pesquisa.

3.2 CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida no Colégio Sagrado Coração de Jesus, localizado na Rua Augusto Geisel, 31, no bairro Cidade Alta na cidade de Bento Gonçalves, RS, tendo em vista a atuação da professora-pesquisadora como docente na referida instituição escolar.

O colégio foi fundado em 18 de março de 1956. É um dos trinta e cinco estabelecimentos do Sagrado – Rede de Educação e tem como um de seus valores fundamentais a espiritualidade do Coração de Jesus, a partir do carisma legado por Madre Clélia Merloni, sua fundadora. Quando esta pesquisa aconteceu, o colégio contava com 1316 estudantes, nos turnos manhã e tarde, assim distribuídos: na Educação Infantil, 165 educandos; no Ensino Fundamental, 945 educandos e do Ensino Médio, 174 educandos.

Durante a realização da pesquisa, fez-se o uso do laboratório de informática, o qual era composto por 17 computadores com acesso à internet e todas as salas possuíam lousa digital. Com relação à pesquisa, é importante destacar que a instituição estimula o uso de tecnologias por parte dos docentes e valoriza a introdução de estratégias de ensino-aprendizagem inovadoras.

3.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

A pesquisa considerou a aplicação de uma sequência didática desenvolvida pela professora-pesquisadora, planejada e executada como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) (Moreira, 2011). As atividades estruturadas serviram para avaliar a contribuição da construção de gráficos, por meio de um software, no desenvolvimento do estudo da função de segundo grau.

Os dados para a análise originaram-se das produções dos alunos durante as aulas, nas quais buscou-se indícios de aprendizagem significativa. Essas produções foram recolhidas ou registradas em imagens, para posterior organização e análise. Especificamente, os dados foram provenientes das atividades de aprendizagem, registradas em materiais escritos, imagens, consistindo basicamente em resoluções de questões desafio, exercícios e problemas em situações de estudo propostas em aula ou como tarefas extraclasse; resolução dos instrumentos avaliativos inicial e final, produção artística, autoavaliação e avaliação da sequência didática, considerando as condições de estudo e o devido acompanhamento pela professora.

As atividades de intervenção didática foram elaboradas com base nos pressupostos da aprendizagem significativa de Ausubel. Assim, como procedimento de análise, consideraram-se três âncoras da aprendizagem significativa, buscando identificar, nas etapas da UEPS, por meio da observação das condutas e reações, dos relatos e das produções dos alunos ao longo de todos os encontros que as constituíram, a predisposição do aluno para aprender, bem como indícios de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora, de modo a verificar se a sequência didática proposta se configura como material adequado para promover aprendizagem com sentido e compreensão do novo conhecimento.

3.4 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E TÉCNICAS DE ANÁLISE

A sequência didática para o desenvolvimento dos estudos foi estruturada em oito etapas conforme a proposta de uma UEPS, segundo Moreira (2011), e segue apresentada na forma de relato, com fundamentos metodológicos e esclarecimentos sobre como foi planejada e desenvolvida em cada um dos encontros. As atividades de aprendizagem que integraram cada uma das etapas da sequência didática foram realizadas no período de 28/10 a 3/12/2021, em 19 encontros e são apresentadas no Quadro 2:

Quadro 2 – Síntese das etapas e encontros

(continua)

Data	Etapas da UEPS	Encontros	Atividades
28/10/2021	Etapa 1	Primeiro	Apresentação da proposta: apresentação em <i>slides</i> da proposta de estudos e da pesquisa questionário inicial no Google Forms.
29/10	Etapa 2	Segundo	Conhecimentos prévios: questões e desafios num <i>Kahoot</i> inicial.

(conclusão)

Data	Etapas da UEPS	Encontros	Atividades
03/11 a 05/11	Etapa 3	Terceiro, quarto e quinto	Situação-problema introdutória: vídeo “As panquecas da Dona Joana”; uso do Phet Colorado e do Desmos.
08/11 a 11/11	Etapa 4	Sexto, sétimo e oitavo	Diferenciação progressiva: atividades de cunho exploratório sobre outros aspectos da função, por exemplo, o papel dos coeficientes, a concavidade, os zeros da função e vértice, com o uso do Desmos.
17/11 a 19/11	Etapa 5	Nono, décimo e décimo primeiro	Reconciliação integradora: atividades com papel quadriculado, material didático da escola, uso do Desmos e do sumário.
22/11 a 01/12	Etapa 6	Décimo segundo ao décimo sétimo	Reconciliação integradora: material didático da escola, uso do Desmos e do Tracker.
02/12 a 03/12	Etapa 7	Décimo oitavo e décimo nono	Avaliação e autoavaliação.
02/22 a 12/22	Etapa 8		Análise da UEPS pelo professor.

Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

3.4.1 Etapa 1

Uma função matemática pode ser representada de diferentes formas: algébrica, quando expressa por uma fórmula ou lei da função; numérica, quando expressa por meio de valores ou geométrica, quando está representada pelo seu gráfico. No que se refere às funções, diferenciá-las progressivamente significa compreender cada uma dessas diferentes formas de expressá-las e transitar de uma representação para a outra, indica que o educando conquistou a reconciliação integradora.

O tópico abordado na sequência didática proposta é a função do segundo grau, com destaque às formas geométrica e algébrica para uma adequada interpretação e representação da parábola (vértice, concavidade, pontos de interseção com os eixos, eixo de simetria), com a utilização de um *software* para explorar a relação entre essas duas formas.

3.4.1.1 Primeiro encontro – 28/10/2021

Neste primeiro encontro, foi feita a apresentação em *slides* da proposta de estudos (Apêndice A) e da pesquisa para a qual os estudantes foram convidados a participar. Os estudantes tomaram ciência do termo de anuência (Apêndice B), devidamente assinado pela direção da escola e receberam o termo de livre consentimento (Apêndice C) para ser levado a conhecimento dos pais ou responsáveis e retornar devidamente assinado.

Como familiarização com a pesquisa a ser realizada, os estudantes responderam ao questionário inicial (Apêndice D), no Google Forms, sobre a disposição para os estudos e os conhecimentos iniciais que possuem sobre a função quadrática. Além de apresentar o novo assunto, as respostas e o que expressaram os estudantes possibilitaram à professora-pesquisadora conhecer um pouco da relação que mantinham com a Matemática, o que já sabiam, quanto e o que compreendiam, bem como, as dificuldades que enfrentavam na disciplina. Esta atividade desenvolveu-se durante um período de 50 minutos e forneceu resultados que auxiliaram na análise do planejamento das demais etapas já estruturadas, indicando possíveis ajustes ou modificações nas atividades de aprendizagem, em consonância com os objetivos de aprendizagem propostos.

3.4.2 Etapa 2

Na etapa 2, foram propostas algumas situações visando identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o novo tópico de estudos. Tais situações possibilitaram identificar conhecimentos que o estudante já possui e que são relevantes para a aprendizagem significativa da função quadrática.

A ancoragem em conhecimentos prévios é fundamental para a aquisição e retenção de novas aprendizagens. Assim, é importante verificar se os estudantes se apropriaram de conhecimentos que podem auxiliar na compreensão dos novos conhecimentos. Nesse sentido, pode-se destacar as noções de plano cartesiano, o cálculo de produtos notáveis, algumas noções de função afim e de equações de segundo grau, as quais servem para o cálculo de zeros das funções do 2º grau.

3.4.2.1 Segundo encontro – 29/10/2021

Sobre conhecimento prévio, no segundo encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes responderam questões e desafios num *Kahoot* inicial, com questionamentos básicos sobre assuntos que dão suporte a noções e conceitos da função quadrática.

A fim de tornar esta atividade mais envolvente, os estudantes foram desafiados a responder sobre a função quadrática em uma competição lúdica, sendo a turma dividida em dois grupos, em que o resultado de cada grupo correspondeu à soma das pontuações individuais.

3.4.3 Etapa 3

Para a terceira etapa, foi considerada uma situação-problema, em nível bem introdutório, que levou em conta conhecimentos prévios dos estudantes, como forma de dar sentido aos novos conhecimentos.

Nesta etapa, foram apresentadas e discutidas situações do cotidiano que podem ser representadas por uma função do 2º grau. Os estudantes tiveram a oportunidade de assistir a um vídeo em que puderam visualizar a forma geométrica da função e discutir sobre aspectos numéricos que a envolvem. Esse conhecimento foi ainda introdutório, intuitivo, mas importante para se ter melhores condições de propiciar aos estudantes a consolidação das aprendizagens que estão por vir. Além disso, iniciaram a exploração do *software* Desmos, o principal recurso tecnológico desta pesquisa.

3.4.3.1 Terceiro encontro – 03/11/2021

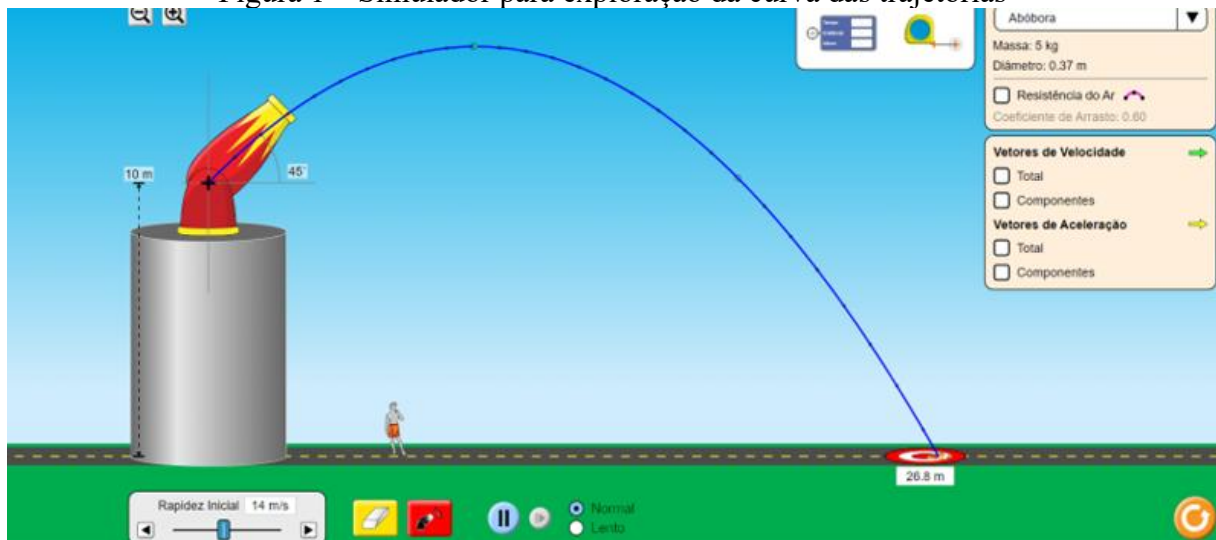
A terceira etapa teve início neste encontro, com duração de 50 minutos, no qual foi utilizado um vídeo para contribuir com a exploração de conceitos importantes sobre funções e com a realização de simulações sobre o movimento de projéteis.

Os estudantes assistiram ao vídeo, disponível no site da Unicamp, denominado Panquecas da Dona Joana¹, que apresentou a ideia da função quadrática (área da panqueca quadruplica se o raio dobra: $A = \pi x^2$). O vídeo serviu também para chamar a atenção de como variam as imagens nesse caso, pois é comum que alguns estudantes pensem que, ao se dobrar o raio de um círculo, dobra-se também a sua área. No vídeo, a função quadrática foi apresentada ainda sem aprofundamento. Posteriormente, realizou-se uma conversa com estudantes para levantar outras situações do cotidiano que podem ser representadas por uma função quadrática. A partir disso, o próximo passo foi a exploração do gráfico da função quadrática, utilizando-se, como mostra a Figura 1, um aplicativo do site do *Phet Interactive Simulations*².

¹ Disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1149>

² O projeto PhET Simulações Interativas da Universidade do Colorado em Boulder cria simulações interativas gratuitas de matemática e ciências. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/

Figura 1 – Simulador para exploração da curva das trajetórias



Fonte: Simulações Interativas *PhET*, [2021].

Ao explorar o aplicativo, os estudantes visualizaram o movimento de diversas partículas e o comportamento da curva das trajetórias e, de forma lúdica e intuitiva, puderam se apropriar de noções importantes sobre o comportamento do gráfico da função.

3.4.3.2 Quarto encontro – 4/11/2021

No quarto encontro, com duração de 50 minutos, voltou-se a explorar o vídeo das panquecas de uma maneira diferenciada, a partir da elaboração de uma tabela.

Neste, os estudantes construíram, a partir do que visualizaram no vídeo da aula anterior, uma tabela de diferentes “áreas das panquecas” em função de seus raios, ao mesmo tempo em que se discutiu sobre como registrar os dados numéricos na tabela. Além disso, chamou-se a atenção para o fato de que essa função, em sua forma algébrica, poderia ser escrita como $A = \pi x^2$ ou $A = 3,14x^2$. Os alunos foram desafiados a responder qual mudança ocorre ao se usar 3,14 ou π , como forma de resgatar 3,14 como um valor aproximado de π , o qual fornece o valor exato da área, enquanto 3,14 dá uma ideia aproximada, mas mais compreensível do valor da área, conforme explicitado na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1 – Relação raio x área

Raio (x cm)	Área (A cm ²)
1	$\pi \times 1 = \pi \approx 3,14 \times 1 = 3,14$
2	$\pi \times 4 = 4\pi \approx 3,14 \times 4 = 12,56$
3	$\pi \times 9 = 9\pi \approx 3,14 \times 9 = 28,26$
4	$\pi \times 16 = 16\pi \approx 3,14 \times 16 = 50,24$

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Ao se fazer os registros, aconteceu uma conversa sobre o comportamento da área: Como varia o raio? E como a área aumenta? Confirmando o que mostra o vídeo, quando se o raio, a área quadruplica. Então, obteve-se a oportunidade de, outra vez, questionar sobre o que acontece com a área, quando se triplica o raio e quando se multiplica o raio por 4.

Ao invés de dados numéricos, pode-se traduzir essa mesma relação em uma expressão algébrica? A professora, então, aproveitou esse momento para desafiar os estudantes a analisarem e perceberem se há uma relação geral entre os dados da tabela que pode ser expressa por uma função.

Questionou-se ainda se eles lembravam o conceito de função. Possibilitou-se que os estudantes conversassem entre si, dois a dois, e experimentassem explicar em palavras o que é uma função. E, então, questionou como seria a função que expressa a área A da panqueca em função do raio (r)?

— *Conseguem escrever esta função? Vamos tentar?*

A professora deixou um tempo para que os estudantes pensassem, interagissem e se manifestassem e depois conclui com eles que essa função pode ser representada por $A = \pi r^2$.

Dando continuidade, a professora destacou que no vídeo apareceu um gráfico. E questionou:

— *Vocês conhecem esse gráfico?*

— *Como ele se chama?*

— *Vocês conseguem encontrar os pontos da tabela nesse gráfico?*

A professora propôs que os estudantes tentassem fazer o que foi sugerido, seguindo-se uma discussão com toda a turma sobre: o que é função, qual é a função pedida e como é o seu gráfico. Cada vez, uma dupla se expressava e escrevia no quadro, e a professora questionava outras duplas sobre outras possibilidades e realizava os complementos oportunos ou necessários.

3.4.3.3 Quinto encontro – 05/11/2021

Nesse quinto encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes foram convidados a refletir sobre outras situações do cotidiano que poderiam ser representadas pelo gráfico da função quadrática, assistiram a um pequeno vídeo e exploraram no Desmos o gráfico dessa função.

A professora questionou os estudantes, por outras situações que poderiam ser representadas por parábolas, na expectativa de que conhecessem alguma outra possibilidade. Em seguida eles assistiram a um segundo vídeo chamado “Ciência em quadro”³.

No momento seguinte, convidou os estudantes a explorarem, mais detalhadamente, o gráfico da função $A = \pi x^2$, por meio do *software* Desmos, este utilizado nesta pesquisa como ferramenta tecnológica para promover as ações que visam à aprendizagem significativa da função de segundo grau, e os estudantes construíram o gráfico.

A professora orientou que observassem que quando $x = 1$ tem-se $y = 3,14$; quando $x = 2$ tem-se $y = 12,56$. E questionou os estudantes sobre o que aconteceria se aumentassem o valor de x indefinidamente? Como eles imaginariam que se comportaria esse gráfico?

Ainda, foram questionados se, no caso específico da área da panqueca, faz sentido este gráfico para todos os valores de x , também os que não estão na tabela e procurou salientar que o gráfico faz sentido (hipoteticamente) para todo $x > 0$.

Outra questão: em relação ao gráfico apresentado no vídeo do *skate*, denominado “Ciência em quadro”, a forma é a mesma? Qual diferença mais chamou atenção em relação à posição do gráfico?

A professora então destacou que outros aspectos serão explorados nesses gráficos, no seguimento dos estudos.

3.4.4 Etapa 4

Estudo da função quadrática (levando em consideração a diferenciação progressiva), começando por aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino para, logo após abordar aspectos mais específicos.

Nesta etapa, foram propostas atividades de cunho exploratório sobre outros aspectos da função, por exemplo, o papel dos coeficientes, a concavidade, os zeros da função e vértice. Os

³ Ciência em quadro (2015).

educandos utilizaram o *software* Desmos⁴, para construir gráficos e explorar várias situações que auxiliem na aprendizagem significativa sobre a função quadrática.

3.4.4.1 Sexto Encontro – 08/11/2021

Este encontro, correspondente ao início da etapa 4, teve duração de dois períodos de 50 minutos, nos quais foram propostas questões de aprofundamento, desenvolvidas por meio de novas experiências que envolveram o Desmos em maior complexidade.

Dessa forma, a professora explicou aos estudantes que novos aspectos seriam explorados na continuidade dos estudos sobre o gráfico da função do 2º grau. Os educandos utilizaram o Desmos para explorar várias situações que auxiliam na aprendizagem significativa sobre a função quadrática.

Voltando à função $A = \pi x^2$, esta representação é familiar?

A professora questionou se os estudantes conhecem expressões algébricas com essa forma. Esperou-se que eles relacionassem a lei da função com expressões de segundo grau, estudadas por eles no nono ano do Ensino Fundamental. Se eles não relacionassem, o educador chamaria a atenção para o grau desse monômio. Então, a professora questionou os estudantes, se ao relacionar esta função com as equações de 2º grau, eles conseguiriam identificar quem é o π .

Esperava-se que eles o relacionassem com o coeficiente a , no caso de $y = ax^2$.

Os educandos, então, foram divididos em grupos para realizarem uma pesquisa em diversos sites⁵ com a orientação do professor, buscando respostas para as seguintes questões:

- a) Todas as funções do 2º grau têm essa forma?
- b) Na equação do 2º grau, quais são os outros coeficientes?
- c) Os coeficientes de x e o termo independente?
- d) Como pode se apresentar então, uma função do 2º grau?

Por que eles procuraram função e equação? É importante conhecer a equação, pois ela é a representação algébrica da função, que, por sua vez, é a representação geométrica da equação, ou seja, elas estão intrinsecamente ligadas.

Por que é importante identificar coeficientes? Isso é fundamental, pois cada coeficiente tem participação na formação do gráfico da função quadrática.

⁴ O Desmos é uma calculadora gráfica *on-line* e gratuita que possibilita a construção de gráficos de funções. Disponível em <https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>

⁵ www.escolaeducacao.com.br – mundoeducacao.uol.com.br – sabermatematica.com.br

Depois de eles realizarem a pesquisa, com as questões acima apresentadas, seguiu-se uma roda de conversa, e os estudantes explicitaram o que entenderam. Esperava-se que eles compreendessem que se pode ter funções expressas algebricamente, por expressões com o coeficiente de x^2 diferente de zero, o coeficiente de x e o termo independente que podem ser positivos, negativos ou nulos.

Dando continuidade, a professora dividiu os estudantes em grupos de quatro integrantes e os desafiou a descobrirem o papel de cada coeficiente, com a construção de diferentes gráficos, com apoio do *software*. Solicitou que cada grupo elaborasse exemplos de funções com o coeficiente de x^2 positivo e construíssem os gráficos com o *software*. A seguir, fixando os demais coeficientes, os estudantes elaboraram funções com o coeficiente de x^2 negativo mantendo os demais, e ainda construíram os gráficos. Após o exercício, a professora questionou se eles haviam percebido alguma mudança nos gráficos pelo fato de o coeficiente x^2 ser positivo ou negativo?

Na sequência solicitou que os estudantes construíssem gráficos modificando os valores do coeficiente de x^2 , tais como x^2 , $2x^2$ e $4x^2$ e observassem a diferença entre esses gráficos. Logo após, os estudantes escreveram com suas próprias palavras qual é o papel do coeficiente “a” ou coeficiente de x^2 no gráfico de uma função do 2º grau.

Depois que os estudantes expuseram os seus registros, a professora complementou que o fato de o gráfico ficar virado para cima ou para baixo é um atributo expresso como concavidade para cima ou para baixo.

Ainda com a exploração de gráficos, a professora solicitou que os estudantes elaborassem, no mesmo sistema cartesiano, gráficos de outras funções, mantendo os coeficientes de x^2 e x modificando somente o valor do termo independente, usando valores de diferentes tipos: positivos, negativos ou nulos. Então, questionou-os para verificar se perceberam que o coeficiente do termo independente estava relacionado ao ponto de encontro da parábola com o eixo vertical. Aqui perguntas importantes foram feitas, a fim de que os façam pensar sobre a qualidade de um ponto do eixo vertical: Como é um ponto que se localiza nesse eixo? Qual é imagem de zero numa função quadrática? No decorrer da discussão, solicitou que eles registrassem o que fosse concluído.

Esses registros são importantes, pois, conforme Valle e Motokane (2000), a escrita é uma atividade complementar à argumentação. Escrever analiticamente requer uma posição lógico-reflexiva que estimula os estudantes a refinarem seu pensamento, aumentando, assim, o entendimento sobre o tema estudado.

Finalmente, qual o papel do coeficiente de x , em um gráfico? Nesse caso, é menos simples de concluir, uma vez que, os estudantes foram orientados a observar se as parábolas construídas antes, na análise do termo independente, estavam crescendo, decrescendo ou nem crescendo nem decrescendo no ponto onde a parábola intercepta o eixo das ordenadas e, então, relacionar isso ao sinal do coeficiente de x , respectivamente, se positivo, negativo ou nulo.

Aqui, a professora interveio para esclarecer o papel desse coeficiente, pedindo que observassem o coeficiente angular da reta tangente à parábola no ponto em que ele corta o eixo das ordenadas. Se a reta tangente for decrescente (a parábola também decresce), o coeficiente de “ x ” será negativo. Se a reta tangente for crescente (a parábola também é crescente), o coeficiente de “ x ” será positivo. Se a reta tangente for horizontal, o coeficiente angular será nulo (a parábola nem cresce nem decresce) e, portanto, a função terá o coeficiente de x igual a zero.

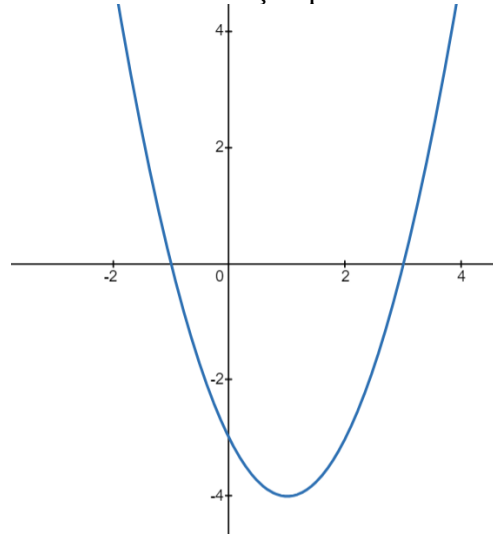
Nesse momento, a intervenção da professora caracterizou-se como um organizador prévio, que conforme Moreira (1999), servirá de âncora para novas aprendizagens e ao desenvolvimento de subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente.

3.4.4.2 Sétimo Encontro – 10/11/2021

Neste sétimo encontro, com duração de 50 minutos, foi iniciado o estudo dos pontos especiais do gráfico da função do 2º grau.

A professora solicitou que os estudantes se organizassem em grupos de quatro integrantes e distribuiu, para cada grupo, um papel com duas funções do 2º grau, para que construíssem os seus gráficos usando o *software* Desmos. Comentou que, em todos os gráficos construídos, o papel de cada coeficiente pode ser visualizado, mas que existem diferenças e noções importantes que merecem toda a atenção. A professora escolheu um dos gráficos construídos por um dos grupos e promoveu uma discussão com vários questionamentos. Veja o exemplo na Figura 2:

Figura 2 – Gráfico de função polinomial do 2º grau



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Questionamentos foram feitos, tais como:

- a) *Vocês conseguem identificar em quais pontos este gráfico corta o eixo horizontal?*
- b) *Qual é a característica destes pontos?*
- c) *Por que eles são pontos do eixo das abscissas ou do eixo x?*

Depois de perceberem que são pontos cuja ordenada é zero, a professora concluiu com os estudantes que esses são os zeros da função. Partindo dessa conclusão novos questionamentos surgiram:

- a) *Sempre existem dois pontos sobre esse eixo, para todas as parábolas?*
- b) *Podem ser mais que dois?*
- c) *Um só? Quantos?*
- d) *Pode não existir nenhum?*
- e) *Como os zeros da função podem ser obtidos?*

Nesse momento, retomou com os estudantes a noção de zero da função afim, que funciona como um subsunçor nesse caso. E os questionou, sobre como, a partir desse raciocínio, poderiam calcular os zeros de uma função quadrática. A ideia era propiciar que os estudantes refletissem e percebessem que podem igualar a expressão algébrica da função a zero. E, com isso, ao serem questionados sobre como obter os zeros da função quadrática, recordassem da fórmula de Bhaskara ou das relações de Girard, como fizeram para resolver equações do segundo grau, quando cursaram o nono ano de Ensino Fundamental.

É importante destacar que os grupos receberam, no início desta atividade, funções diversas. Como a sala comportava sete grupos, três grupos receberam funções com dois zeros

reais e distintos; outros dois grupos, funções cujos zeros são reais e iguais e, finalmente, dois grupos receberam funções do 2º grau que não possuíam zeros reais.

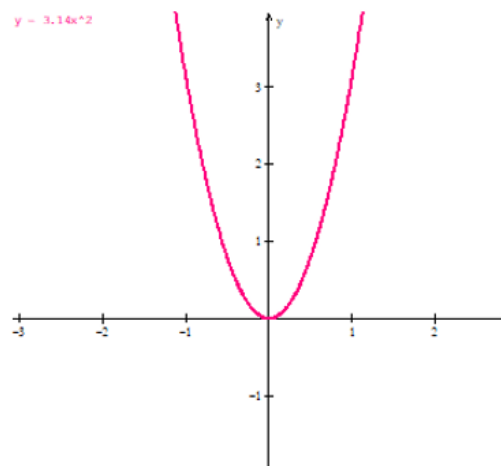
A professora questionou os estudantes sobre o que eles pensaram, nas expressões algébricas que correspondem às funções do 2º grau, a respeito da quantidade de zeros que a função pode apresentar. A ideia, nesse momento, foi verificar se eles lembravam que a quantidade de zeros da função tem relação com o grau do polinômio representado na sua expressão algébrica. Essa discussão contribuiu para que os estudantes percebessem, por exemplo, que algumas funções têm dois zeros iguais e não um só. A professora também refletiu com os estudantes sobre algumas das funções representadas, que por não terem zeros reais não interceptarão o eixo x em nenhum ponto.

Em seguida, cada grupo confirmou o que visualizou nos gráficos e calculou os zeros das funções, mas somente depois de investigarem, se havia zeros a serem calculados. A professora retomou a partir da fórmula de Bhaskara e a relação entre a quantidade de zeros de uma função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ com as raízes $ax^2 + bx + c = 0$ e o valor do radicando $b^2 - 4ac$, chamado de discriminante, simbolizado pela letra grega delta Δ . E, ao realizar esse cálculo, pôde-se deparar com três possibilidades.

A ideia era que os estudantes percebessem que: (i) se a função apresentou dois zeros reais diferentes, o valor do discriminante foi positivo; (ii) se há duas raízes reais iguais, o discriminante resultou nulo e (iii) se não há raízes reais, o valor do discriminante foi negativo.

Como fechamento do encontro, os educandos retomaram a função da área das panquecas: $F(x) = \pi x^2$ e construíram o gráfico no *software*, o qual pode ser visualizado a seguir, na Figura 3:

Figura 3 – Gráfico da área das panquecas



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A professora questionou quantos e quais são os zeros da função e pediu que os estudantes confirmassem, no gráfico, a localização desses zeros. Em seguida, estimulou-os a refletir e circular no gráfico essa localização. Depois, cada grupo registrou suas conclusões sobre a quantidade de zeros de uma função do 2º grau, como podem ser determinados e onde se situam nos diferentes tipos de funções polinomiais do 2º grau.

Como tarefa, os estudantes levaram para casa uma folha de exercícios sobre a identificação do comportamento dos coeficientes (Apêndice E).

3.4.4.3 Oitavo encontro – 11/11/2021

Neste oitavo encontro, com duração de 50 minutos, deu-se continuidade ao estudo do comportamento dos coeficientes e iniciou-se a execução de atividades exploratórias sobre o papel do vértice no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.

A primeira atividade realizada foi a correção da tarefa sobre a identificação do comportamento dos coeficientes. Em seguida, a professora comentou que seriam explorados outros pontos especiais do gráfico da função do 2º grau. Solicitou que os estudantes retomassem os gráficos construídos em cada grupo na aula anterior.

Posteriormente, salientou que existe um ponto muito importante nesses gráficos, pois é o ponto em que a parábola muda de comportamento: passa de crescente para decrescente ou o contrário.

Então, a professora lembrou, por meio de uma conversa com os estudantes, o que é uma função crescente e uma função decrescente, procurando fazer com que distinguíssem de positivo e negativo. Retomou, também, com eles, o conceito de simetria, desenhou algumas figuras planas e variadas, solicitando que eles explicitassem e que mostrassem onde estavam os seus eixos de simetria. Em seguida, solicitou que os estudantes analisassem os gráficos que construíram e identificassem onde estava o eixo de simetria de alguns deles. A professora enfatizou que a parábola é simétrica em relação ao seu eixo de simetria.

Para ampliar a compreensão sobre o vértice, os estudantes foram questionados sobre como poderiam encontrar esse ponto a partir da lei da função. A professora solicitou que eles analisassem os gráficos elaborados e procurassem identificar esse ponto. Outros questionamentos podem ser feitos, para auxiliar os estudantes a refletirem sobre a parábola e seu vértice:

- a) *Esse ponto está sempre no mesmo lugar nos diferentes gráficos?*
- b) *O que tem este ponto de especial?*

- c) *O que acontece com a função neste ponto?*
- d) *Sabem como se chama este ponto?*

A professora discutiu as ideias dos estudantes e concluiu com eles que esse ponto é o “mais alto” ou “mais baixo” da curva e que é chamado o vértice da parábola e que ele corresponde à intersecção do eixo de simetria com a parábola.

Posteriormente, a professora solicitou que analisassem o seguinte:

- a) *Em relação aos zeros onde se localiza o vértice?*
- b) *Primeiro, se a função tem dois zeros reais e diferentes, quem é vértice?*
- c) *E se a função tiver dois zeros reais e iguais onde está o vértice?*
- d) *E as funções que não apresentaram zeros reais, aquelas que não cortaram o eixo x em nenhum ponto, elas apresentam vértice?*
- e) *Em caso positivo, onde ele se localiza?*
- f) *Agora que já identificaram onde está o vértice, como será que este ponto pode ser calculado?*

Após os questionamentos realizados, a professora solicitou que os estudantes pesquisassem e identificassem como poderia ser feito.

Aqui, novamente a professora disponibilizou os sites de pesquisa para os estudantes⁶. A seguir, pediu que eles calculassem o vértice das duas funções que receberam anteriormente e confirmassem o que obtiveram nos gráficos.

Solicitou que calculassem também o vértice na função da área das panquecas e questionou se, nesse gráfico, o vértice coincidiu com algum outro ponto estudado.

Esperava-se que os estudantes concluíssem que, nesta situação, a abscissa do vértice da parábola coincidissem com o zero da função.

Por fim, cada grupo registrou em seu caderno as conclusões sobre o vértice da função do 2º grau. Como tarefa de casa, os estudantes realizaram a atividade nº 19, da página 38, do seu material de atividades (Figura 41 e 42).

3.4.5 Etapa 5

O aprofundamento do conhecimento ocorreu por meio da proposição de novas situações-problema, formuladas em níveis progressivos de complexidade. Tais situações foram

⁶ www.escolaeducacao.com.br – mundoeducacao.uol.com.br – sabermatematica.com.br

acompanhadas de exemplos adicionais, que ressaltaram semelhanças e diferenças em relação às situações previamente analisadas, favorecendo, assim, a reconciliação integradora.

Nesta etapa, os estudantes deveriam estar aptos a construir gráficos de diferentes funções do 2º grau com base nos conhecimentos construídos na etapa anterior. Para tanto, utilizaram papel quadriculado, o material didático da escola, além de continuarem utilizando o *software* Desmos e outros aplicativos como o Padlet⁷.

3.4.5.1 Nono encontro – 17/11/2021

O nono encontro, com duração de 50 minutos, marcou o início da etapa 5. Nesta, os estudantes foram desafiados a resolver uma situação-problema envolvendo a construção de um gráfico da função polinomial do 2º grau.

A professora lançou a discussão de como os estudantes poderiam construir no papel quadriculado, um esboço de gráficos das funções do 2º grau e, em seguida, propôs um desafio: quem consegue elaborar um esboço de uma função de segundo grau utilizando a menor quantidade de pontos?

Nesse momento, esperava-se que os estudantes representassem funções com discriminante negativo, pois elas não apresentarão raízes, somente vértice, e o ponto de intersecção, com o eixo das ordenadas.

A discussão deve envolver questionamentos como:

- a) *Quantos pontos se precisa conhecer para representar uma parábola?*
- b) *Quais pontos são os mais importantes para representar uma função de segundo grau?*
- c) *Em que ordem seriam obtidos ou calculados?*

Certamente, é esperado que os estudantes utilizem os conhecimentos construídos, mas com especial atenção ao significado de cada conceito, ideia ou propriedade analisada, explorada e representada.

Finalizando, a professora propôs que os estudantes interagissem com outros grupos, comparassem os gráficos e as conclusões. Depois, que apresentassem seus gráficos e suas conclusões; no entanto, ordenados por sorteio, um de cada grupo.

⁷ *Padlet* são quadros visuais para criar e compartilhar conteúdo. Cada *padlet* começa com uma lousa em branco. É possível adicionar textos, imagens, vídeos e compartilhar com outras pessoas para fazerem o mesmo.

Como tarefa, foram propostos exercícios da apostila da escola sobre a construção de gráficos. Todos deveriam resolver os exercícios, individualmente e em seus cadernos. Seguem as atividades:

19) *Esboce o gráfico das funções quadráticas cuja expressão quadrática é dada a seguir, destacando suas raízes (quando houver), o termo independente e as coordenadas do vértice da parábola.*

$$a) f(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$b) f(x) = -x^2 + 4x - 5$$

20) *No plano, com o sistema de coordenadas usual, o gráfico da função definida por $f(x) = x^2 + 2mx + 9$ é uma parábola que tangencia o eixo das abscissas, e um de seus pontos com ordenada igual a 9 tem abscissa negativa. Nessas condições, o valor do parâmetro m está entre:*

$$a) 1,5 \text{ e } 2,5$$

$$b) 2,5 \text{ e } 3,5$$

$$c) 3,5 \text{ e } 4,5$$

$$d) 4,5 \text{ e } 5$$

Escreva como obteve a alternativa escolhida.

3.4.5.2 Décimo encontro – 18/11/2021

Nesse décimo encontro, com duração de 50 minutos, deu-se o aprofundamento do conhecimento da função polinomial de 2º grau, por meio de uma proposta diferenciada, com a síntese de informações importantes, apresentadas por meio do Padlet.

A professora solicitou aos estudantes que se reunissem em duplas, comparassem e, se fosse necessário, que aprimorassem os gráficos que construíram na tarefa do encontro anterior.

A seguir, em duplas, os estudantes receberam diferentes funções quadráticas e elaboraram um Padlet, com todas as informações pertinentes a essas funções.

É importante destacar que, com este tipo de trabalho, conforme Moreira (1999), todas as ideias presentes na estrutura cognitiva dos estudantes são passíveis de serem reconhecidas como relacionadas. Assim, é possível que ocorra novas aprendizagens ou o aprimoramento de conhecimentos, e os elementos já existentes na estrutura cognitiva têm a possibilidade de reorganizar-se e adquirir novos significados. Essa recombinação de elementos é denominada por Ausubel como reconciliação integrativa.

3.4.5.3 Décimo primeiro encontro – 19/11/2021

No décimo primeiro encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes deram continuidade aos trabalhos e finalizaram o Padlet iniciado na aula anterior.

Posteriormente, esse mural foi apresentado para os colegas, que puderam fazer comentários e contribuições que complementaram o trabalho realizado pelos colegas.

3.4.6 Etapa 6

Nesta etapa, novos conceitos foram trabalhados, os quais estão ancorados em aprendizagens anteriores. São explorados novos aspectos do estudo do vértice, com a noção de ponto de máximo, de mínimo e suas implicações práticas.

Assim, foram retomadas características essenciais dos conteúdos mediante novos conceitos e aprimoramento de outros já conhecidos, com perspectiva integradora.

3.4.6.1 Décimo segundo encontro – 22/11/2021

Neste encontro, que marcou o início da sexta etapa, com duração de dois períodos de 50 minutos, foram explorados novos aspectos relevantes do vértice, valendo-se do recurso do vídeo e avançando na construção do conhecimento sobre as funções por meio do estudo das translações. O décimo segundo encontro iniciou-se com a apresentação do vídeo “Roda de samba” [2021], que aborda o valor máximo de uma função, possibilitando dar sentido ao vértice na prática.

No vídeo, a situação retratada aborda um problema de maximização do lucro gerado por uma festa. O personagem Deco explica à Dona Gera como calcular o preço a ser cobrado por pessoa, de modo a maximizar o lucro obtido. Esse vídeo mostrou uma aplicação de função quadrática e pode ser utilizado para introduzir o cálculo de máximos e mínimos desse tipo de função.

Depois de assistir ao vídeo, a professora questionou os estudantes sobre o comportamento do gráfico de funções quadráticas em relação a máximos e mínimos:

- a) *Intuitivamente, ao lembrar do gráfico apresentado no vídeo, o vértice é um ponto de máximo ou de mínimo? Por quê?*
- b) *E como deve ser uma parábola para que apresente ponto de mínimo?*

c) *Alguém pode dar um exemplo, criando uma função quadrática que tenha ponto de mínimo?*

d) *E uma outra com ponto de máximo?*

Em seguida, foram retomados os gráficos construídos na aula anterior para identificar em cada um se havia ponto de máximo e de mínimo e qual era exatamente. Na sequência, os educandos registraram as suas conclusões sobre quando se tem um ponto de máximo ou de mínimo na função quadrática. Esperava-se que eles concluíssem que, se a parábola de vértice $V(Xv, Yv)$ tiver concavidade voltada para cima, Yv será o valor mínimo de f , e o vértice será um ponto de mínimo e, se a parábola tiver sua concavidade voltada para baixo, Yv será o valor máximo de f , e o vértice será um ponto de máximo. A professora acompanhou e complementou com explicações e questionamentos, para que as conclusões dos educandos estivessem adequadas e registradas corretamente.

Outra nova ideia proposta, nesse encontro, foi sobre translações de parábolas (novas funções a partir de antigas). Os estudantes perceberam que é possível construir os gráficos de funções de 2º grau relacionando-as a outras funções de 2º grau que diferem entre si apenas por operações simples, fazendo “deslocamentos” do gráfico conhecido no plano.

Os estudantes foram divididos em grupos e construíram os gráficos de $g_1(x) = x^2$, $g_2(x) = x^2 + 5$ e $g_3(x) = x^2 + 4$ em um mesmo sistema cartesiano. A professora questionou:

a) *Essa função apresentou zeros?*

b) *O que tem a ver o gráfico de uma função com o das outras?*

c) *Como cada um poderia ser obtido com o de outra?*

Outros grupos construíram os gráficos de $h_1(x) = x^2$, $h_2(x) = x^2 - 1$, $h_3(x) = x^2 - 4$, $h_4(x) = -x^2 - 4$, $h_5(x) = -x^2 + 4$. A professora solicitou que esses grupos observassem o que aconteceu com o vértice dessas parábolas.

Também foi abordada a reflexão de uma parábola em relação ao eixo x . Como se pode espelhar o gráfico da função $f(x) = x^2$ e o da função $f(x) = x^2 + 3$ em relação ao eixo das abscissas? Ainda, a professora solicitou que outros dois grupos realizassem a construção dos gráficos de $p_1(x) = (x + 3)^2$, $p_2(x) = (x + 2)^2$. Além disso, foram construídos os gráficos de $q_1(x) = (x - 1)^2$ e $q_2(x) = (x - 2)^2$.

Posteriormente, a professora realizou com os estudantes os seguintes registros, complementando o que foi visualizado na construção dos gráficos.

Para as funções $h_1(x) = x^2$, $h_2(x) = x^2 + 2$, $h_3(x) = x^2 - 2$, $h_4(x) = -x^2 - 4$, $h_5(x) = -x^2 + 4$, tem-se:

- o gráfico de $y = f(x) + k$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para cima** o gráfico da f ;
- o gráfico de $y = f(x) - k$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para baixo** o gráfico da f .

Para as funções $p_1(x) = (x + 3)^2$, $p_2(x) = (x - 1)^2$, tem-se:

- O gráfico de $y = f(x - k)$ onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para a direita** o gráfico da f .
- O gráfico de $y = f(x + k)$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para a esquerda** o gráfico da f .

Posteriormente, a professora complementou que toda função polinomial do segundo grau pode ser escrita na forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, denominada forma canônica. O eixo de simetria para a parábola $f(x)$ é a reta vertical $x = h$. Conforme Adami, Filho e Lorandi (2015), a vantagem da forma canônica para uma função de segundo grau é que, além de tornar simples a identificação do vértice e do eixo de simetria do gráfico da função, o gráfico também pode ser desenhado a partir de transformações sobre o gráfico da função $f(x) = x^2$,

Para reescrever uma equação de 2º grau em sua forma canônica, usa-se a técnica de completar quadrados. De acordo com Safier (2011), por exemplo:

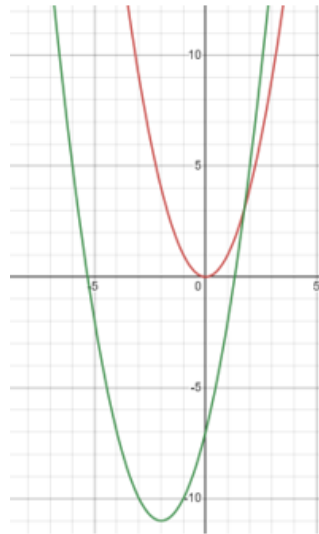
Considere a função $f(x) = x^2 + 4x - 7 = 0$. Completando o quadrado, ela pode ser escrita como:

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 - 4 - 7$$

$$f(x) = (x + 2)^2 - 11$$

Assim, o gráfico da função é o mesmo de f deslocado para a esquerda 2 unidades e, para baixo, 11 unidades. Confirmando com o Desmos, tem-se na Figura 4:

Figura 4 – Gráfico Função quadrática deslocada para a esquerda



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

Como tarefa, os estudantes realizaram os exercícios 22 e 23 da página 42 do material didático adotado pela escola, conforme Anexo 1. Os exercícios foram propostos em folha solta, para que posteriormente sejam analisados em duplas e complementações possam ser feitas, a fim de contribuir com a percepção de novos significados dos conceitos e proposições anteriormente estudados.

3.4.6.2 Décimo terceiro encontro – 24/11/2021

Neste encontro, com duração de 50 minutos, foram aprofundados os assuntos estudados sob uma perspectiva integradora, por meio de um jogo de duplas. No décimo terceiro encontro, a professora solicitou que os estudantes se organizassem em duplas e explicou que realizariam um jogo de perguntas e respostas (Apêndice F). Após, distribuiu as perguntas em uma mesa e as respostas em outra, a professora orientou os estudantes a pegarem, aleatoriamente, uma pergunta e uma resposta. Depois de resolverem a questão, a dupla deveria procurar pela sala, dentre os colegas, a dupla que estaria com a sua resposta. Ao final da atividade, cada dupla devia estar com a pergunta e a sua respectiva resposta.

3.4.6.3 Décimo quarto encontro – 25/11/2021

Neste décimo quarto encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes deram início, por meio do Desmos, ao trabalho artístico envolvendo a construção de gráficos da função polinomial do 2º grau.

Este encontro foi iniciado pela professora que solicitou aos estudantes que se reunissem em duplas e trocassem as folhas dos exercícios solicitados como tarefa, para compartilharem os exercícios realizados. Cada estudante analisou a resolução do seu colega e registrou, escrevendo com caneta azul, as complementações que foram necessárias na resolução apresentada. A seguir, a professora recolheu estas folhas e explicou que seriam devolvidas em um outro momento.

Posteriormente, os estudantes iniciaram um trabalho artístico individual, em que deveriam criar e registrar as funções polinomiais do 2º grau e construir os gráficos correspondentes. As diferentes funções foram representadas em um mesmo plano cartesiano.

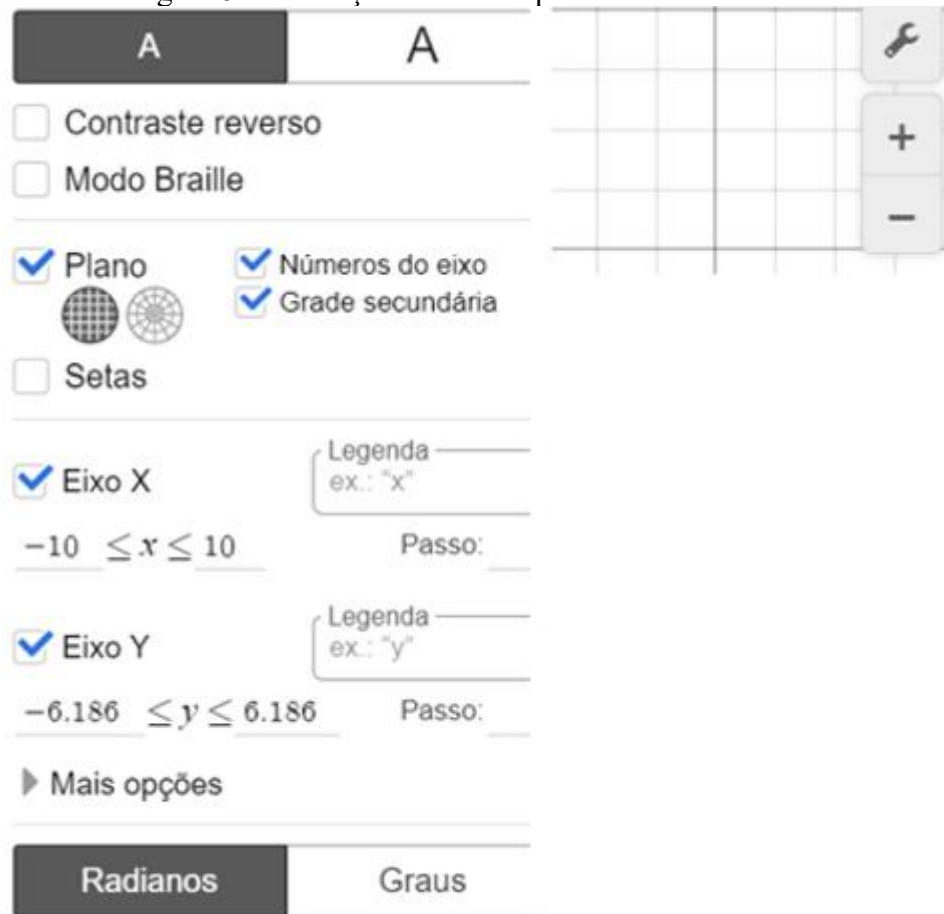
Esta atividade foi proposta na forma de desafio, a fim de incentivar os estudantes e seguir nos estudos de modo mais descontraído.

Agora que você conhece parábolas, você pode ser também um artista, criando sua obra de arte digital com elas. No Desmos, construa o gráfico da função $f(x) = x^2$ e, a partir dela, com movimentos para baixo ou com deslocamentos laterais, para esquerda ou direita, crie outras a seu modo, divertidas e criativas para colorir depois no Paint e fazer um quadro: o seu vitrô.

Os estudantes utilizaram o *software* Desmos para a representação das funções. A primeira equação representada foi a $f(x) = x^2$. Depois deveriam fazer novas parábolas, a partir dessa, considerando translações e reflexões em relação ao eixo horizontal.

Dando continuidade ao trabalho, os estudantes foram orientados a clicar no canto superior esquerdo da janela do Desmos, na chave de boca, para abrir uma janela, conforme Figura 5.

Figura 5 – Alteração da malha quadriculada do Desmos



Fonte: Desmos (2021).

Na sequência, clicaram onde diz Plano, a fim de eliminarem o quadriculado da página, pois isso facilitaria a pintura do trabalho artístico. Posteriormente, a imagem com as funções criadas foi copiada e colada no Paint⁸, para ser colorida. Como tarefa, os estudantes realizaram a pintura em casa.

3.4.6.3 Décimo quinto encontro – 26/11/2021

Neste décimo quinto encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes finalizaram o trabalho artístico e foram comunicados que seria realizada uma exposição destes trabalhos no *hall* do espaço do Ensino Médio.

Posteriormente, os estudantes, reunidos em duplas, receberam um dos trabalhos elaborados pelos colegas, os quais foram enviados à professora por meio do Teams e impressos.

⁸ Microsoft Paint é um *software* utilizado para a criação de desenhos simples e para a edição de imagens. O programa é incluso, como um acessório, no sistema operacional Windows da Microsoft, e, em suas primeiras versões, era conhecido como Paintbrush.

Cada dupla teve a tarefa de reproduzir a obra criada pelo colega. Esta atividade também foi proposta em forma de desafio:

Agora você é um detetive! Identifique a função inicial da obra, ou seja, $f(x) = x^2$. E agora... é hora de pensar! Descubra quais as funções que foram utilizadas para continuar essa linda obra de arte! Você é capaz! Vamos lá!

No final da aula, a professora devolveu a cada dupla a folha com a resolução dos exercícios realizados como tarefa, onde são destacadas as suas observações, em caneta de cor vermelha, acrescidas às observações feitas anteriormente pelos colegas, na cor azul. Posteriormente, a professora solicitou, como tarefa, que os estudantes resolvessem os mesmos exercícios na apostila valendo-se dos complementos realizados.

3.4.6.4 Décimo sexto encontro – 29/11/2021

Neste encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes realizaram, com o uso de um novo recurso tecnológico, um experimento interessante envolvendo a função polinomial do 2º grau.

Inicialmente, a professora questionou os estudantes se ocorreram dúvidas em relação à realização da tarefa anterior. Posteriormente, os estudantes formaram um semicírculo com as carteiras. Um colega voluntário participou do lançamento de uma bolinha e outro realizou a filmagem. A professora apresentou, então, o *software* Tracker Physics⁹ e comentou com os estudantes que um vídeo é uma sequência de imagens denominadas *frames* (quadros). De acordo com Nunes (2020), este *software* possui ferramentas de marcação do objeto durante a trajetória, de construção de gráficos e tabelas, de divisão do vídeo em quadros por segundos, entre outros recursos que auxiliam no estudo de movimentos.

Conforme Bezerra Júnior *et al.* (2012), o Tracker Physics permite capturar vídeos gravados com câmeras digitais comuns em taxas da ordem de dezenas de quadros por segundo. Assim, após capturar o vídeo, é possível criar um mapa de movimento quadro-a-quadro do objeto cujo movimento está sendo estudado.

Ainda, conforme Nunes (2020), a análise se vale dessa estrutura para examinar os vídeos. Basicamente, o *software* apresenta um *frame* por vez. Em cada um deles, é possível

⁹ *Software freeware* (gratuito) cujas potencialidades destacam-se a confecção rápida de gráficos a partir de dados obtidos nos vídeos e o ajuste de curvas para os fenômenos físicos. O programa Tracker permite realizar análise de vídeos quadro a quadro, com o que é possível o estudo de diversos tipos de movimento a partir de filmes feitos com câmeras digitais ou *webcams* e computadores comuns.

destacar os aspectos importantes do fenômeno, por exemplo, a posição de um determinado objeto. Por fim, o programa constrói gráficos com as variáveis escolhidas pelo usuário.

Posteriormente, por meio do seu computador pessoal, a professora fez a demonstração do uso do *software*, comentou e exibiu todos os passos pelo projetor da sala de aula. Com isso, pôde-se visualizar também as equações e a representação gráfica do lançamento executado.

3.4.6.5 Décimo sétimo encontro – 01/12/2021

Neste encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes vivenciaram um momento interdisciplinar, em que participaram de uma palestra com Rita Dietrich dos Santos, professora de Física do Colégio Sagrado Coração de Jesus, de Bento Gonçalves-RS.

Nessa palestra, ela conversou com os estudantes sobre os resultados obtidos com um dos vídeos realizados e inserido no *software* Tracker. Além disso, a professora realizou uma explanação abordando os aspectos relevantes do lançamento de projéteis na disciplina de Física, relacionando-os com as imagens obtidas.

3.4.7 Etapa 7

Nesta etapa, foram conduzidas tanto a avaliação quanto a autoavaliação da UEPS, possibilitando a análise crítica do processo de ensino-aprendizagem, a identificação dos avanços obtidos e o reconhecimento de aspectos que ainda podem ser aprimorados.

3.4.7.1 Décimo oitavo encontro – 02/12/2021

No 18º encontro os estudantes realizaram uma avaliação aplicada como recurso pedagógico para a aprendizagem de funções do 2º grau. Esta avaliação consistiu em um registro escrito, individual e sem consulta, com questões que buscavam identificar a compreensão, por parte dos estudantes, dos tópicos estudados e, a partir disso, verificar indícios de aprendizagem significativa, o que se procurou observar, não apenas no desenvolvimento desta avaliação, mas sim ao longo da implementação de todas as etapas da UEPS.

3.4.7.2 Décimo nono encontro – 03/12/2021

Neste encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes realizaram a autoavaliação da proposta aplicada. Os estudantes responderam um formulário no Google Forms. Logo após, a professora finalizou o momento agradecendo aos estudantes pela possibilidade de realização desta pesquisa e por todas as vivências compartilhadas.

Posteriormente a esta etapa, na qual foram descritas as atividades realizadas, passou-se, no capítulo seguinte, à análise dos dados coletados. A partir das produções dos estudantes, com as contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, buscou-se indícios de aprendizagem significativa.

4 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A proposta de análise constitui em apresentar, também em forma de relato, cada um dos encontros — individuais ou sequenciais — que compuseram as etapas da UEPS planejada e aplicada. Nessa apresentação, foram destacados os momentos principais, incluindo falas, respostas, reflexões, produções, discussões e comentários considerados importantes, a partir dos quais serão elaborados e analisados extratos como fontes de indícios de aspectos relacionados à aprendizagem, tendo como fundamentação a Teoria da Aprendizagem Significativa, que serviu de aporte para esta pesquisa.

4.1 ETAPA 1 – PRIMEIRO ENCONTRO – 28/10/2021

No começo dos trabalhos, a professora-pesquisadora comunicou aos estudantes que antes de iniciar o novo assunto, receberiam a professora Rosângela Brito, que também atua no Colégio Sagrado Coração de Jesus, de Bento Gonçalves, RS, e é bolsista de Pós-Doutorado — Embrapa Cerrados, localizada em Brasília — Distrito Federal, para conversar com eles sobre ciência e pesquisa (Figura 6). A professora Rosângela, estabeleceu uma conversa com os estudantes sobre a importância da ciência e da pesquisa e falou também do percurso que cada pesquisador percorre em sua vida acadêmica. Ela também explicou o que é e a importância de se realizar um curso de mestrado. Os estudantes mostraram interesse e ficaram atentos a sua fala. Conforme Skovsmose (2015), o momento em que um cenário para investigação é apresentado serve de abertura de possibilidades e sentidos.

Figura 6 – Palestra sobre a importância da pesquisa



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Na sequência, depois da visita, a professora apresentou-se como mestranda, pesquisadora e detalhou por meio de slides (Apêndice A) a proposta de pesquisa que seria realizada. Os estudantes mostraram-se muito receptivos e animados por participarem de uma pesquisa. Ao final, uma das perguntas foi sobre qual seria o aplicativo que seria usado. A professora respondeu que seria mais de um; entretanto, o aplicativo Desmos seria explorado e utilizado em um maior número de aulas.

Outra dúvida manifestada foi sobre o sistema de avaliação. A professora respondeu que eles seriam avaliados, naturalmente, ao longo da aplicação da pesquisa. E ainda se haveria alguma prova, a professora respondeu que, como de costume, ao final do processo, realizariam uma prova, como é a regra da escola. Após, explicou sobre o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), e o entregou para que o levassem para casa, para ser lido e assinado.

A seguir, a professora disponibilizou no Teams¹⁰ um link para os estudantes responderem, individualmente, ao questionário inicial (Apêndice D), no Google Forms, sobre sua relação com a disciplina, a disposição e as expectativas para os estudos sobre a função quadrática.

Segue o que foi observado nas respostas dadas pelos estudantes a esse questionário.

A questão 1 era apenas de identificação do estudante. A questão 2 consistia em: *Neste período de pandemia, você está vivenciando transformações no seu modo de estudar e aprender. Como você avalia o impacto dessas mudanças na sua aprendizagem?*

¹⁰ O Microsoft Teams é um *software* desenvolvido para controlar, organizar e desenvolver o trabalho individual ou de grandes e pequenas equipes. Ele funciona como um ambiente de trabalho virtual com todo o suporte oferecido pela Microsoft por meio do Office 365.

Os resultados obtidos são mostrados na Figura 7:

Figura 7 – Resultados da questão 2 – Google Forms



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

Constatou-se que esse período de pandemia impactou negativamente a maior parcela dos estudantes em seu modo de perceber e sentir. Também, como professora, tem-se o mesmo sentimento, e foi um desafio implementar esta proposta, mas com muita expectativa de que fosse positivo para eles, algo novo e que também os animasse.

Na questão seguinte, como terceira pergunta, questionou-se: *Você gosta de estudar Matemática, por quê?*

Segundo alguns estudantes, na expressão fiel do que escreveram, esta questão foi assim respondida:

Sim, pois ajuda a melhorar meu raciocínio lógico e agilidade de pensamento, além de ser recompensador acertar nos cálculos.

Gosto, mesmo sendo que muitas coisas eu tenho dificuldade de entender.

Sim, pois acho interessante resolver os problemas, é como se fosse um quebra-cabeça, conectando todas as informações que você possui. Em alguns casos, é um pé no saco, principalmente porque qualquer erro minúsculo continua sendo um erro.

Mais ou menos, alguns assuntos não consigo entender.

Não gosto tanto de matemática, pois raramente consigo gravar o conteúdo e sou muito desatenta nos pequenos detalhes, mas sempre me esforço.

De acordo com as respostas obtidas, representadas aqui por algumas delas, percebeu-se que a maior parte dos estudantes mantém uma boa relação com o componente curricular, o que também confirmou o que já se observava em sala de aula.

Na questão 4, perguntou-se: *Na sua relação com a Matemática, pensando nos vários assuntos que você já estudou, existe algum que seja o seu preferido, ou que você se sentiu mais confortável em estudar? Qual seria?*

Abaixo estão as respostas de alguns estudantes.

Gosto de resolver Pitágoras.

Gosto muito de estudar equação de primeiro/segundo grau!

Soma, divisão, subtração, talvez raiz e decomposição.

Acredito que expressões e equações do segundo grau.

Equação do segundo grau, função afim, Racionalização, Radiciação.

Acho que não ..., mas se eu entendo o conteúdo, acabo gostando dele.

Geometria.

Ângulos.

De acordo com as respostas, observou-se que muitos estudantes gostam de resolver equações de 2º grau, o que é positivo, pois é um assunto diretamente relacionado com a nossa pesquisa.

A questão 5 apresentou-se assim: *Você tem dificuldade na disciplina de Matemática? Justifique.*

Algumas respostas dos estudantes à questão 5:

Não, por conta de ser uma matéria que gosto muito, procuro sempre entender mais, o que me dá mais facilidade com cálculos.

Sim, porém depende do assunto, pode levar um tempo pra eu conseguir entender bem o conteúdo.

Sim, pois, antes de uma prova, me sinto preparada, mas vejo que não sabia o suficiente, pois acabo deixando a desatenção me dominar e errando pequenos detalhes, que se eu fizesse com calma não erraria. Já que a matemática não é a minha área, acaba sendo mais difícil para eu conseguir prestar atenção na aula inteira, mas não é por conta do professor!

Sim, porque há muitas regras.

Montar o cálculo.

Não, pois consigo entender as fórmulas e usar elas, além das regras básicas de uma expressão.

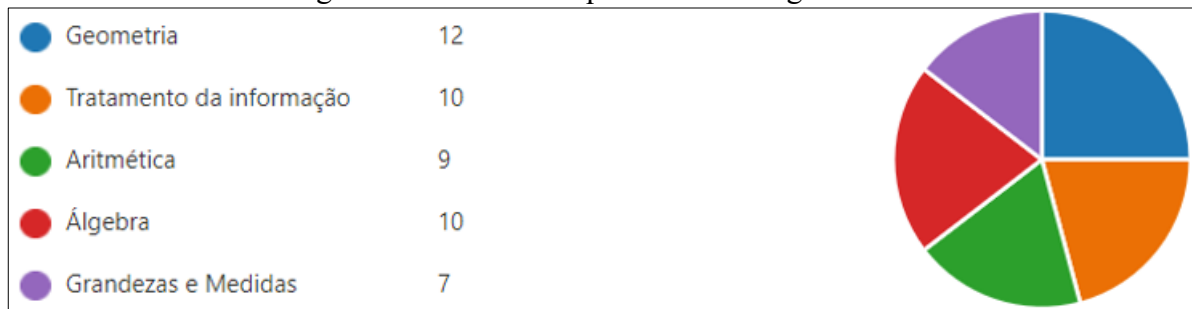
Conforme as respostas apresentadas, a maioria dos estudantes relatou possuir algumas dificuldades no componente curricular. Sempre que o professor buscou e aplicou novas estratégias — incluindo a proposta didática desta pesquisa — o propósito foi o de ajustar a metodologia ao conteúdo e ao perfil dos estudantes, de modo a favorecer a compreensão e minimizar sentimento de insegurança ou desmotivação em relação a essa área do conhecimento.

É importante que novas práticas aconteçam em sala de aula, de modo que, aos poucos, a relação dos estudantes com a Matemática possa ser transformada em algo mais prazeroso. Nesse sentido, para Castoldi, Polinarski (2006), a utilização de recursos didático pedagógicos pode contribuir no preenchimento das lacunas que o ensino tradicional geralmente deixa e,

assim, além de propor o conteúdo de uma forma diferenciada, torna os alunos participantes do processo de aprendizagem.

Na sequência, a questão 6: *Dentre as unidades temáticas abaixo, qual é aquela em que acontece a sua maior dificuldade na disciplina?* Conforme Figura 8.

Figura 8 – Resultados questão 6 – Google Forms



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

Essa questão suscitou dúvidas e uma discussão sobre o que envolvia cada unidade temática. Visualizou-se nos resultados (Figura 8) que, mesmo não havendo grandes diferenças entre os campos de estudo, Álgebra e Aritmética constituem os de maior dificuldade, o que vai ao encontro do explicitado na questão anterior. De outro modo, um estudante que relatou não ter dificuldades em Matemática, diz que compreende bem as expressões algébricas, como se vê no último depoimento da questão anterior.

De fato, conforme estabelecido na teoria da aprendizagem significativa, o entendimento e a desenvoltura em determinadas áreas ou assuntos específicos constituem uma condição individual, que depende de vários fatores. Esses fatores formam os subsunçores encadeados, presentes ou ausentes, necessários para que a aprendizagem ocorra.

Na questão 7, perguntou-se: *De acordo com a sua resposta anterior, você consegue identificar o objeto de estudo em que acontece a sua maior dificuldade em Matemática?*

Para esta questão algumas respostas foram:

Não, tenho dificuldade em tudo.

Difícilmente entendo alguma matéria.

Não.

Na interpretação dos exercícios e nas maneiras diferentes de realizar os exercícios.

Sim, na geometria.

Geometria em triângulos e ângulos.

Aqui se percebeu que as respostas se dividiram entre os que conseguem ou não identificar as suas dificuldades, embora reconheçam que existem, destaca-se, assim, que muitos deles reconhecem ter mais dificuldade em Geometria.

Esse fato pode estar relacionado com a afirmação de Crescenti (2005), o qual destaca que a Geometria, a Álgebra e a Aritmética interligadas formam o componente curricular de Matemática, temas estes que estão presentes em propostas curriculares de escolas nacionais no Ensino Fundamental, porém, o que se tem percebido, é que são trabalhados com maior ênfase os conteúdos de Álgebra e Aritmética.

Ainda, segundo o mesmo autor, muitas vezes, a Geometria tende a ser o último conteúdo a ser trabalhado. Os livros didáticos, fonte de apoio para as práticas pedagógicas, por sua organização na ordem de apresentação dos conteúdos, têm contribuído para isso. Ademais, muitos professores, por dificuldades no conhecimento desse conteúdo ou no modo de como ensiná-lo, têm dado um tratamento superficial aos seus conceitos. É importante destacar que essa situação aos poucos está sendo modificada na escola em que foi feita a pesquisa, com a inserção de assuntos de geometria em diversos tempos, ao longo de todo ano letivo.

Continuando, na questão 8, perguntou-se: *No terceiro trimestre vamos estudar um assunto bem importante na disciplina de Matemática, que é a função quadrática. Sobre o seu conhecimento deste assunto:*

Figura 9 – Resultado questão 8 – Google Forms



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

De acordo com os resultados da questão 8 (Figura 9), muitos estudantes reconheceram a função polinomial do 2º grau, porém, constataram que conhecem pouco sobre o tema. Colabora para isto o fato de que a função quadrática é um assunto estudado apenas na 1ª série do Ensino Médio.

Reforçando esse contexto, a questão 9 apresentou-se assim: *Você considera importante ampliar o seu conhecimento sobre a função quadrática?*

Figura 10 – Resultados questão 9 – Google Forms



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

Os resultados da questão 9, apresentados na Figura 10, indicaram que a quase totalidade dos estudantes manifestou ter pouco ou nenhum conhecimento do tema. Nesta pergunta, sobre o interesse no assunto, praticamente 75% consideraram importante ampliar ou aprofundar os seus conhecimentos, o que já é um indicativo positivo no que se refere à vontade de se envolver com os estudos. Certamente, é indicativo também de predisposição para a aprendizagem, o que é um fator determinante para que seja significativa.

A questão 10: *Com relação à metodologia de trabalho do educador, o quanto você considera que ela pode contribuir para a sua aprendizagem na disciplina?* Os estudantes deveriam clicar em um número de 1 a 5 em ordem crescente, ilustrando essa importância.

Como resultado, da questão 10, 30% dos estudantes atribuíram nível máximo de importância à contribuição da metodologia de professor para a sua aprendizagem; 55% consideraram isso importante com grau 4 e 15%, com grau 3. Dessa forma, os estudantes enfatizaram o trabalho do professor como importante para a sua aprendizagem. Entretanto, é imprescindível salientar que o protagonismo do estudante é fundamental, como professora Dewey (1959), para quem aprender é próprio do aluno: só ele aprende, e por si; portanto, a iniciativa lhe cabe. O professor é um guia, um diretor; pilota a embarcação, mas a energia propulsora deve partir dos que aprendem.

Conforme Perrenoud (2000), cabe ao professor suscitar o desejo de aprender, explicitar a relação com o saber, o sentido do trabalho escolar e desenvolver nos estudantes a capacidade de autoavaliação.

A penúltima questão, a de número 11, perguntava: *A inclusão da tecnologia como impulsionador da aprendizagem dos estudantes é uma realidade, ainda mais nesse período que vivenciamos. Como você avalia a utilização de recursos tecnológicos para fomentar a aprendizagem?*

Figura 11 – Resultados questão 11 – Google Forms



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

Todos consideraram os recursos tecnológicos importantes ou indispensáveis como auxílio para aprender (Figura 11). Esse resultado vem ao encontro do que afirma Gravina *et al.* (2012), no que se refere ao desenvolvimento intelectual, a ser contemplado especialmente durante os anos de formação escolar, tem-se, na tecnologia digital, a ampliação das possibilidades para “experimentos de pensamento”, quando comparados com aquelas que se consegue com o suporte dado por um texto ou por um desenho estático.

A tecnologia disponibiliza, ainda mais, ferramentas que suportam a exteriorização, a diversificação e a ampliação de pensamentos.

A 12 e última questão foi: *Você aprecia a ideia de usarmos uma metodologia diferenciada e com apoio da tecnologia para o estudo da função quadrática e, com isso, participar de uma pesquisa de Mestrado que investiga sobre modos de ensinar e aprender?*

Figura 12 – Resultados da questão 12 – Google Forms



Fonte: elaborado pela própria autora (2021).

Percebeu-se que, na Figura 12, que 85% dos estudantes aprovaram o uso de metodologias diferenciadas e apoio da tecnologia para o estudo da função quadrática e estavam dispostos a participar da pesquisa. Esse resultado foi fundamental, pois toda a proposta didática foi elaborada para ser um material potencialmente significativo. Segundo Moreira (2006), é

importante que o aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não arbitrária a sua estrutura cognitiva. Ainda, conforme Moreira (1999), é fundamental que o material a ser aprendido seja relacionável (ou incorporável) à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal. Um material com essa característica é dito potencialmente significativo.

4.2 ETAPA 2 – SEGUNDO ENCONTRO – 29/10/2021

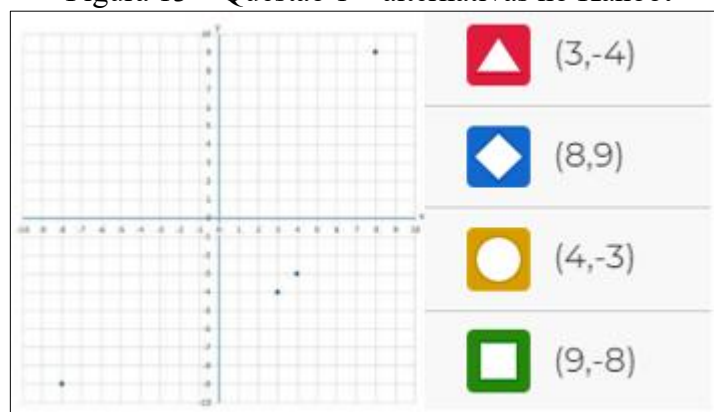
De acordo com o planejamento apresentado na seção Procedimentos Metodológicos, realizou-se, no segundo encontro, a aplicação de um questionário individual no aplicativo Kahoot no qual foram propostas algumas questões visando identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o novo tópico de estudos.

Os estudantes gostaram de realizar essa atividade, tanto pelo aplicativo quanto pela dinâmica. Eles foram organizados em duas equipes, por proximidade, ficando as três filas da direita como uma equipe e as três filas da esquerda como a outra. Eles receberam, ainda, um pequeno pedaço de papel quadriculado para o desenvolvimento da questão 2 do Kahoot.

O propósito era identificar conhecimentos que o estudante já possui e que são relevantes para a aprendizagem significativa da função quadrática. Para Ausubel; Novak, Hanesian (1980), o fator isolado que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Os questionários foram analisados, como sugere Moraes (2003), por categorias, e os resultados compuseram três grupos, referindo-se aos conhecimentos demonstrados: (I) demonstraram, (II) demonstraram parcialmente e (III) não demonstraram.

A questão 1 do questionário foi: *Qual par ordenado NÃO ESTÁ REPRESENTADO no plano cartesiano?* Na Figura 13, está a forma de apresentação dessa questão no Kahoot:

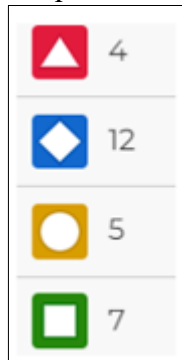
Figura 13 – Questão 1 – alternativas no Kahoot



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 2 (Figura 14) era a seguinte: *Ana desenhou o triângulo determinado pelos pontos $A(7; 5)$, $B(3; 2)$ e $C(7; 2)$. Qual o perímetro da figura? Desenhe e responda!*

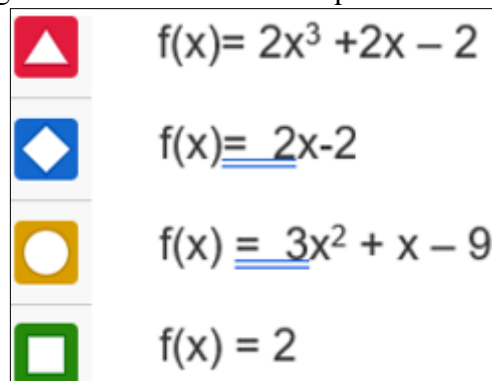
Figura 14 – Alternativas da questão 2 Kahoot – Plano cartesiano



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 3 (Figura 15) era: *Identifique dentre as funções abaixo qual é de 2º grau.*

Figura 15 – Alternativas da questão 3 Kahoot



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 4 (Figura 16) consistia em: *A expressão algébrica que corresponde a $(2x + 5)^2$ é:*

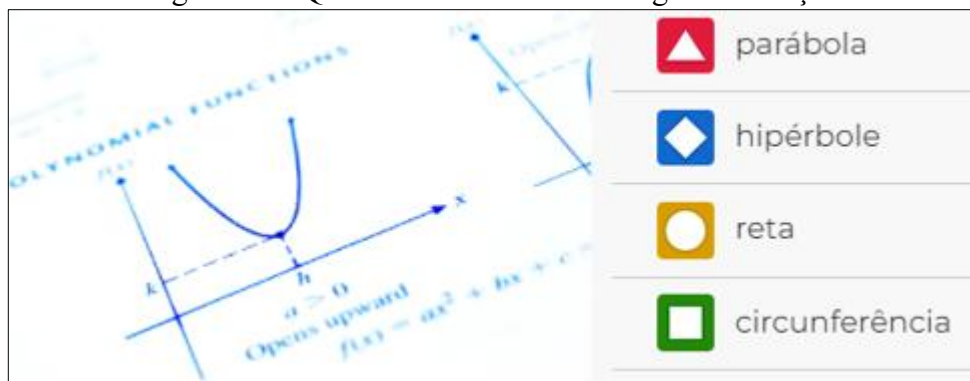
Figura 16 – Alternativas da questão 4 no Kahoot – Produtos notáveis



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 5 (Figura 17) consistia em: *Qual o nome deste gráfico?*

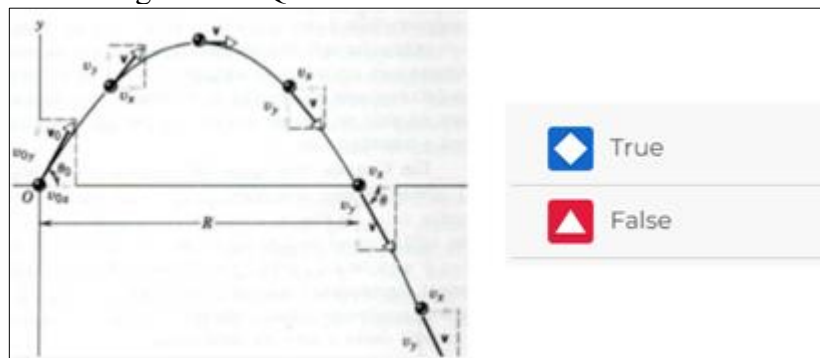
Figura 17 – Questão 5 no Kahoot – imagem da função



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

6) A questão 6 (Figura 18) era: *A parábola representada na imagem tem concavidade voltada para cima.*

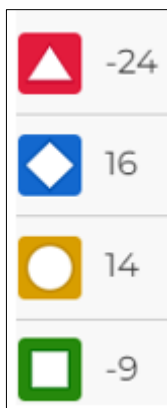
Figura 18 – Questão 6 do Kahoot – Concavidade



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 7 (Figura 19) consistia em: *Dada a função $f(x) = 2x^2 - 6x - 4$, o valor de $f(5)$ corresponde a:*

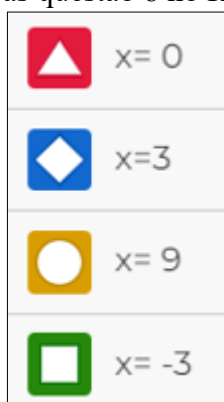
Figura 19 – Questão 7 no Kahoot – imagem de um valor



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 8 (Figura 20) consistia em: *As funções $f(x) = 3x - 9$ e $g(x) = x^2 - 9$ tem um mesmo zero que corresponde a:*

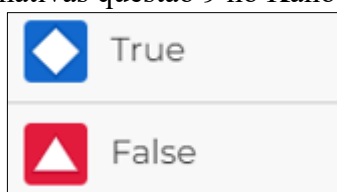
Figura 20 – Alternativas questão 8 no Kahoot – zero da função



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 9 (Figura 21) consistia em: *A equação de 2º grau $x^2 + 3x + 2 = 0$ só tem uma raiz real.*

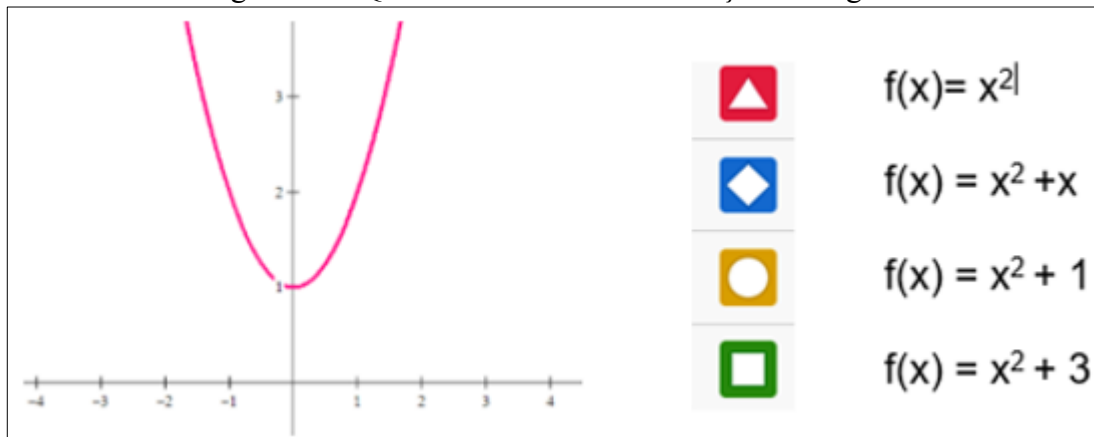
Figura 21 – Alternativas questão 9 no Kahoot – raiz da função



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 10, Figura 22, consistia em: *A função representada no gráfico é:*

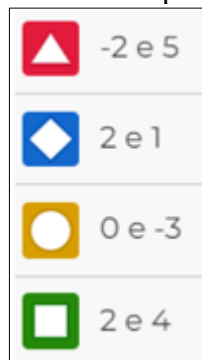
Figura 22 – Questão 10 no Kahoot – função de 2º grau



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 11 (Figura 23) foi: Os zeros de $f(x) = x^2 - 6x + 8$ são:

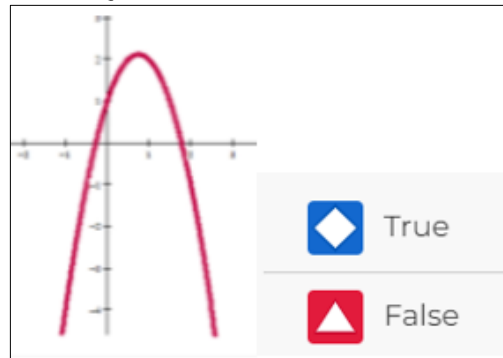
Figura 23 – Questão 11 no Kahoot – quantidade de zeros da função



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 12 (Figura 24) consistia em: *A função quadrática representada por seu gráfico tem um valor máximo.*

Figura 24 – Questão 12 no Kahoot – valor máximo



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Ao final da atividade, verificou-se o escore individual, cuja soma dos pontos de cada estudante determinou o escore das equipes e, assim, a equipe vencedora. Este momento de descontração serviu para chamar a atenção de que, mesmo eles não tendo estudado este tipo de função, todas as questões foram acertadas por grupos de estudantes. Nenhuma questão resultou errada para todos. O sentido disso é que todos sabem coisas, uns mais, outros menos, uns umas coisas e outros sabem outras; estando todos, portanto, convidados a serem interativos e colaborativos, para que o novo aprendizado resulte em ampliação e aprofundamento de conhecimentos. Para isso, comprometeram-se com o envolvimento individual, cada qual fazendo a sua parte, estudando e cumprindo com as tarefas, e no coletivo, por meio de trocas e apoio que pudesse dar uns aos outros.

Com essas ideias, noções e conhecimentos, abre-se um espaço promissor no qual todos podem contribuir, permitindo que as aprendizagens sejam significativas. Assim, como ressaltam Rocha e Ponte (2009), a realização de investigações pode evidenciar fragilidades no conhecimento matemático dos estudantes, por vezes até em conceitos e ideias que se supunham bem aprendidos. Por outro lado, também, proporcionar uma oportunidade para os alunos usarem e consolidarem os seus conhecimentos matemáticos, desenvolverem as suas capacidades e produzirem novas aprendizagens.

4.3 ETAPA 3 – TERCEIRO ENCONTRO – 03/11/2021

O terceiro encontro se iniciou com a apresentação do vídeo: “As panquecas Dona Glória”. Os estudantes reagiram de modo descontraído ao título do vídeo (Figura 25). Alguns questionaram se aprenderiam a fazer panquecas. Entretanto, depois que o vídeo iniciou todos se mantiveram muito atentos.

Figura 25 – Estudantes assistindo ao vídeo “Panquecas de Dona Glória”

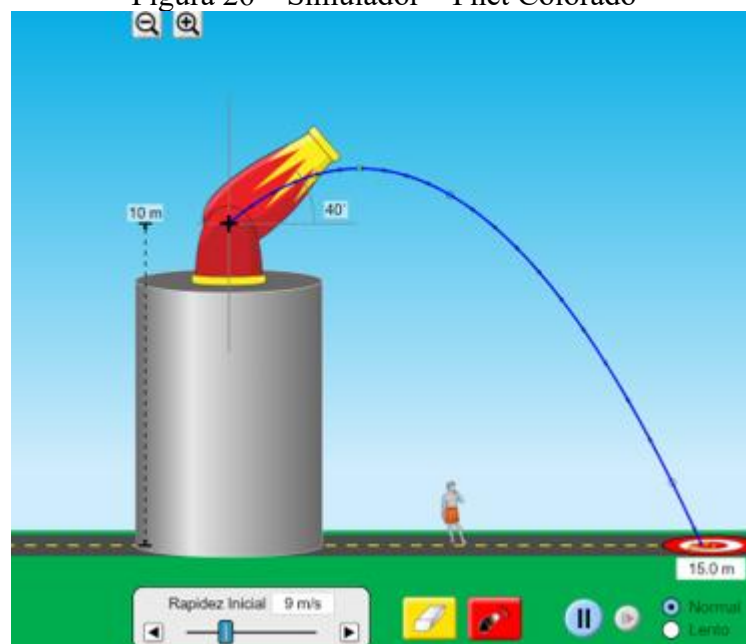


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A imagem da função que apareceu no vídeo funcionou também como organizador prévio. O uso de organizadores é uma estratégia proposta por Ausubel; Novak, Hanesian (1980) para deliberadamente manipular a estrutura cognitiva, a fim de facilitar a aprendizagem significativa. Continuando, a professora os questionou sobre outras situações do cotidiano em que eles reconheciam a aplicação da função quadrática. Eles responderam que não tinham conhecimento sobre isso.

Posteriormente, a turma foi ao laboratório de informática para explorar o *software* Phet Colorado (Figura 26).

Figura 26 – Simulador – Phet Colorado



Fonte: Simulações Interativas *PhET*, [2021].

Os estudantes foram muito receptivos e exploraram o *software* realizando várias intervenções.

As atividades realizadas foram importantes, apesar de introdutórias, pois, para Moreira (2006), Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios que sirvam de âncora para a nova aprendizagem e leve ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente. Também em Moreira (1999), novas ideias e informações podem ser aprendidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e, dessa forma, como ponto de ancoragem às novas ideias. Entretanto, a experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos, mas abrange também modificações relevantes pela influência do novo material.

O quarto encontro iniciou com uma conversa retomando o vídeo das “panquecas da Dona Glória”. A seguir foi construída a tabela das áreas das panquecas para os diferentes raios. Algumas duplas perguntaram qual era a fórmula da área, e outros estudantes ajudaram respondendo, o que mostrou a cooperação presente na turma. A professora retomou o que aparecia no vídeo sobre o comportamento da área: quando se dobra o raio, a área quadriplica. Ao questionar os estudantes, eles foram unânimes em responder que, se o raio for triplicado, a área ficará multiplicada por 9.

Com auxílio da calculadora, eles completaram os cálculos da tabela.

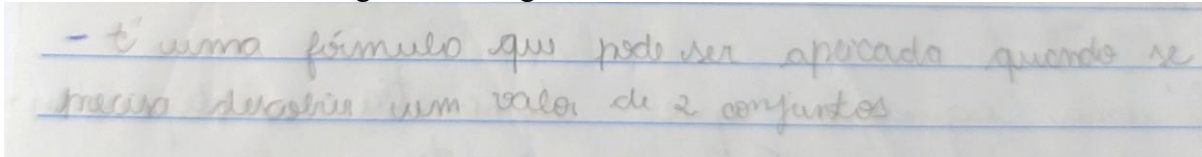
Destaca-se que a construção desta tabela funcionou como um organizador prévio, pois serviu de âncora para a nova aprendizagem, assim elevou ao desenvolvimento de subsunçores para a aprendizagem subsequente: o comportamento da área não é linear. Ao se dobrar o raio não se dobra a área, quadriplica-se, ao triplica-se o raio, a área é multiplicada por 9.

A professora-pesquisadora chamou atenção dos estudantes para o fato de que essa função, em sua forma algébrica, poderia ser escrita como $A = \pi x^2$ ou $A = 3,14x^2$. Os alunos foram questionados sobre qual mudança ocorre ao se usar 3,14 ou π . Os estudantes concordaram que o valor 3,14 deu uma ideia aproximada, porém, mais compreensível do valor da área. Esse conhecimento funcionou como um subsunçor. Em Moreira (2006), verifica-se que, para Ausubel, a aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, denominado de subsunçor.

Dando continuidade, a professora orientou para que eles observassem a tabela realizada e respondessem o que aconteceria se fosse aumentado o valor de x indefinidamente? Todos responderam que o valor aumentaria, e o gráfico se estenderia até o infinito.

Depois, em duplas, eles escreveram o conceito de função. O que pode ser analisado, na Figura 27, as opiniões das duplas:

Figura 27 – Registro escrito dos estudantes

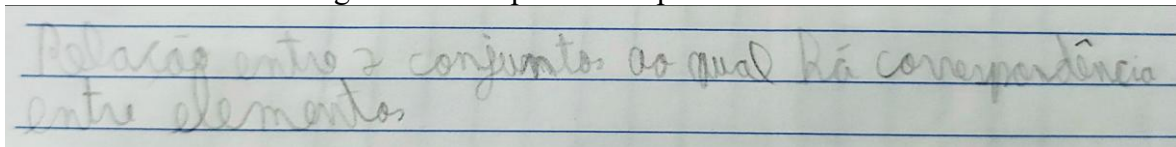


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Outra dupla escreveu que “função era uma fórmula para descobrir algum resultado. Pode ser uma relação entre conjuntos.” Outra ainda: “é algo que relaciona um elemento de um conjunto com outro elemento de outro conjunto”.

Uma outra dupla assim se manifestou (Figura 28):

Figura 28 – Resposta de dupla de estudantes



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

E outra, ainda, registrou assim: “Relação entre um elemento do 1º membro, que se relaciona unicamente com um do segundo membro”.

Percebe-se que as primeiras duplas apresentaram conhecimento parcial do conceito de função, já que reconheceram que é uma relação entre dois conjuntos. As duplas seguintes aprofundaram um pouco mais essa concepção ao abordar a correspondência entre os elementos.

No quinto encontro, com duração de 50 minutos, a professora iniciou uma conversa com os estudantes e os questionou sobre outras situações do cotidiano que pudessem ser representadas pelo gráfico da função quadrática; entretanto, ninguém se manifestou, pois afirmaram que não tinham conhecimento sobre isto. Depois, eles assistiram a um segundo vídeo chamado “Ciência em quadro”, em que foram apresentadas mais duas situações do cotidiano que envolvem funções polinomiais do 2º grau. Nesse vídeo, a imagem da função funcionou como um organizador prévio. Conforme Moreira (1999), a principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, ou seja,

organizadores prévios são úteis para facilitar a aprendizagem na medida em que funcionam como pontes cognitivas.

Na sequência, os estudantes foram desafiados a explorarem, mais detalhadamente, o gráfico da função $A = \pi x^2$. Então, com o celular, a professora solicitou que, por meio do Desmos, *software* utilizado nesta pesquisa como ferramenta tecnológica para promover as ações que visam à aprendizagem significativa da função de segundo grau, eles construíssem o gráfico.

Ao serem questionados pela professora, todos foram unânimes em concluir que no caso da área das panquecas não faria sentido utilizar os valores negativos. Ao serem questionados entre este gráfico e o gráfico apresentado no vídeo do *skate*, denominado “Ciência em quadro”, qual diferença mais chamou atenção, os estudantes responderam que era a posição do gráfico, um deles estava virado para cima e o outro para baixo.

Conforme Moreira (1999), é importante começar pelos aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, logo após abordar aspectos mais específicos. Aqui há novas informações potencialmente significativas, como o papel de cada coeficiente no gráfico, cuja forma já é conhecida e funciona como um subsunçor.

Voltando à função $A = \pi x^2$, a professora questionou os estudantes se a representação era familiar. Então, um estudante respondeu que ele conseguia relacionar com a função, por exemplo, $3x^2$, pois ele era o “a” da equação de 2º grau. Na sequência, os estudantes pesquisaram sobre os outros coeficientes da equação de 2º grau e o termo independente. Assim sendo, a professora acrescentou sobre a importância de conhecer a equação, pois ela é a representação algébrica da função.

Posteriormente, os alunos foram direcionados para o laboratório de informática para explorar os coeficientes por meio do *software* Desmos (Figura 29).

Figura 29 – Exploração do Desmos no laboratório de informática da escola



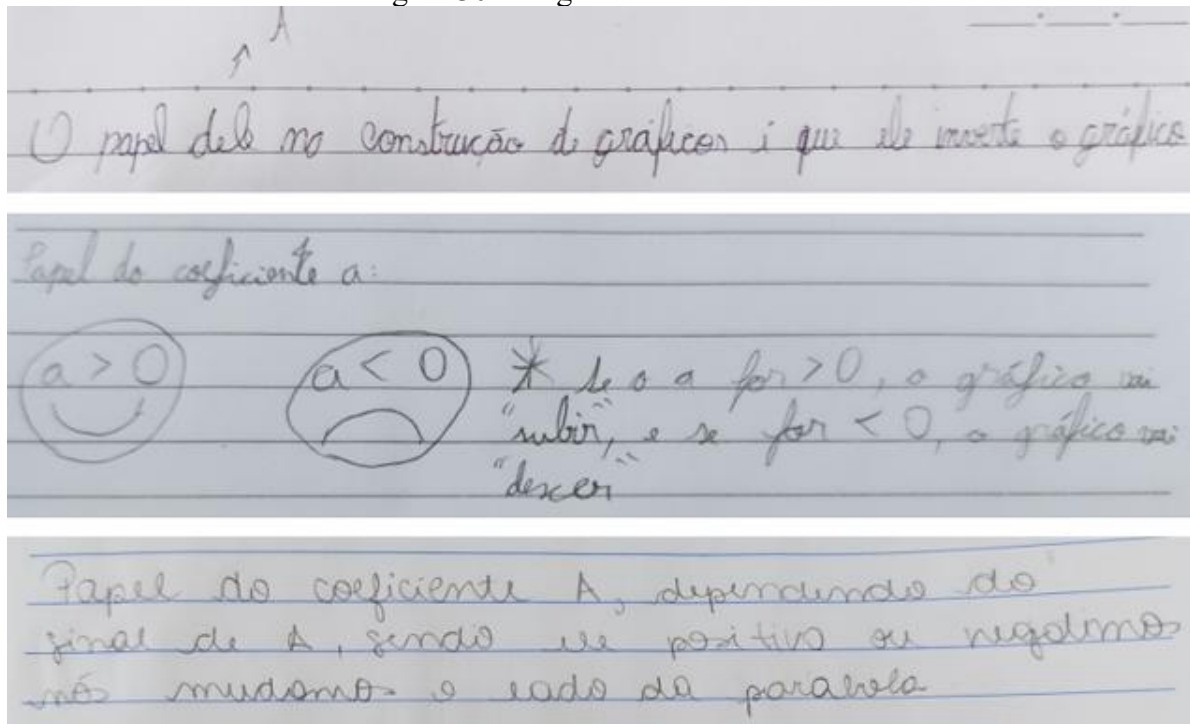
Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Nesse contexto, destaca-se, ainda, que as novas informações, potencialmente significativas, interagiram com a forma do gráfico já conhecida, funcionando como um subsunçor. Conforme Moreira (1999), tanto a nova informação — referente ao papel de cada coeficiente — quanto o subsunçor foram modificados, e, na interação entre ambos, ocorreu a diferenciação progressiva. As informações adquiridas sobre os coeficientes se articularam, adquiriram novos significados na construção dos gráficos e, assim, deu-se a reconciliação integrativa.

No laboratório, os estudantes escolheram algumas funções polinomiais do 2º grau, fixaram os outros coeficientes e alternaram o sinal do coeficiente de x^2 . Estas atividades exploratórias são muito importantes para a construção das futuras aprendizagens. Skovsmose (2015) afirma que questões como “o que aconteceria se...” tem um papel especial em processos de investigação.

Os estudantes fizeram o registro de suas conclusões (Figura 30):

Figura 30 – Registros dos estudantes



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Com base nos registros realizados, percebeu-se que todas as duplas compreenderam o papel que o coeficiente “a” desempenha na construção de gráficos da função polinomial do 2º grau. Depois, passou-se a analisar o papel do termo independente. Os estudantes observaram que, dependendo do valor que colocavam, o gráfico subia ou descia. Ele se movimentava no eixo vertical. Assim, pôde-se perceber que a exploração do *software* auxiliou os estudantes a compreenderem o papel desses coeficientes.

A sequência das atividades foi prejudicada já que em alguns computadores o mouse não funcionava direito. Alguns computadores estavam muito lentos. Devido a isso, não foi possível examinar o papel do coeficiente de x , como estava planejado.

O sexto encontro iniciou com o estudo do papel do coeficiente de x , em um gráfico. Com o uso do celular, desta vez em sala, os estudantes construíram, no Desmos, alguns gráficos de funções, fixaram o coeficiente de x^2 , o termo independente e alteraram o coeficiente de x . Eles perceberam que o gráfico se modificou, pois apresentou um deslocamento na direção horizontal; entretanto, o ponto onde o gráfico cortava, o eixo y permaneceu inalterado.

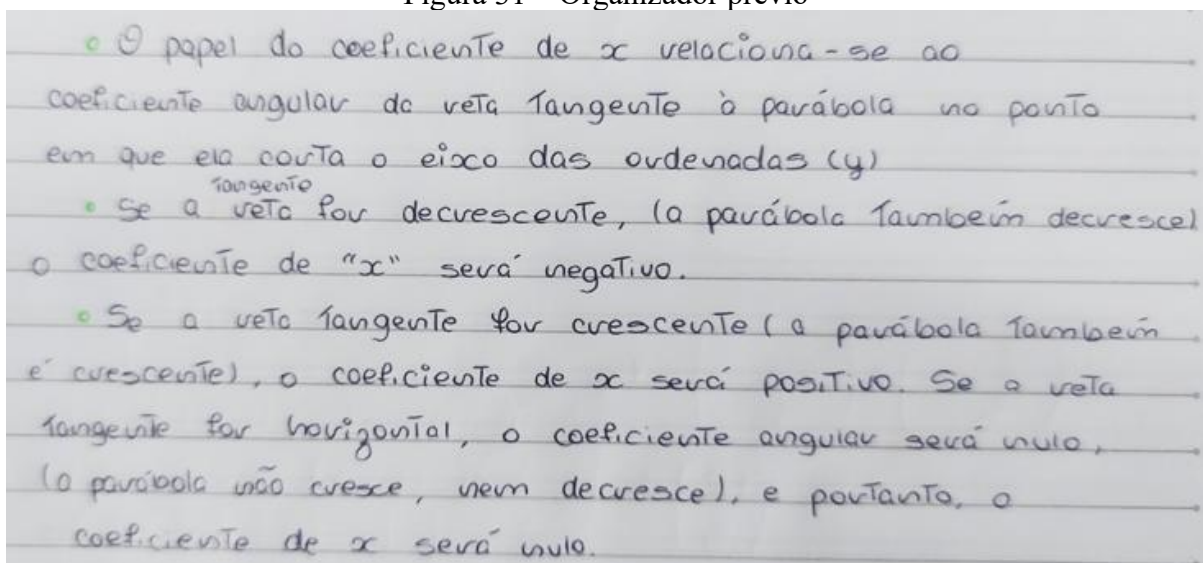
A professora pediu que os estudantes observassem se as parábolas, anteriormente construídas, estavam crescendo, decrescendo ou nem crescendo nem decrescendo no ponto onde interceptavam o eixo das ordenadas e, então, relacionassem isso com o sinal do coeficiente

de x , respectivamente, se positivo, negativo ou nulo. Os estudantes tiveram dificuldades para reconhecer o papel desse coeficiente na construção do gráfico.

Então, a professora esclareceu o papel do coeficiente de x , e os estudantes registraram no caderno as explicações (Figura 31).

Nesse momento, a intervenção da professora caracterizou-se como um organizador prévio, que conforme Moreira (1999), serve de âncora para novas aprendizagens e para o desenvolvimento de subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente.

Figura 31 – Organizador prévio



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A seguir, a professora explicou que em todos os gráficos construídos, o papel de cada coeficiente pode ser visualizado, mas que existem diferenças e noções importantes que merecem toda a atenção. Então, solicitou que os estudantes construíssem o gráfico de $f(x) = x^2 - 2x - 3$ e perguntou quais os pontos onde o gráfico cortava o eixo x , e os estudantes responderam em $x = 1$ e $x = 3$. Continuando, perguntou por que esses pontos pertenciam ao eixo x , e os estudantes responderam que o valor do y era zero.

Professora: O que vocês pensam que, nas expressões algébricas que correspondem às funções de 2º grau, pode indicar a quantidade de zeros da função?
Estudante: o expoente da equação.

A professora esclareceu que a quantidade de zeros da função tem relação com o grau do polinômio representado em sua expressão algébrica. E perguntou ainda, se eles lembravam como poderiam calcular os zeros de uma função. Alguns estudantes responderam que isso

poderia ser feito com o uso da fórmula de Bhaskara. Outros comentaram que não lembravam da fórmula; outros, sim. A professora, então, questionou-os se eles lembravam que poderiam resolver mentalmente algumas equações de 2º grau. Vários concordaram, e a professora retomou esse aspecto com os estudantes.

Em seguida, os estudantes foram divididos em grupos e receberam papéis com duas funções em cada um. Eles construíram os gráficos dessas funções e visualizaram quais seriam os seus zeros. Na sequência, a professora solicitou que eles confirmassem com os cálculos os valores visualizados no gráfico. As Figuras 32 e 33 mostram alguns dos cálculos efetuados:

Figura 32 – Cálculos efetuados pelos estudantes

The image shows handwritten calculations on lined paper. The first line shows $x = 2$. The second line shows $x = -4$ and the quadratic formula $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 2 \cdot -6}}{2}$. The third line shows $x = -6$ and the quadratic formula $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2}$. The fourth line shows the simplified formula $x = \frac{4 \pm 8}{2}$. The fifth line shows the final solutions $x = 3$ and $x = -1$.

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Figura 33 – Cálculos II realizados pelos estudantes

° Nem uma das funções corta o eixo x

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A turma apresentou muita dificuldade nesse aspecto. A passagem a seguir ilustra a situação:

Estudante: *Profe onde eu errei, no gráfico havia duas raízes e no meu cálculo o discriminante deu negativo?*

Então a professora auxiliou-o em relação à dúvida no cálculo do discriminante.

Outro estudante: *Profe me ajude a ver o que eu errei já que o valor do discriminante deu negativo.*

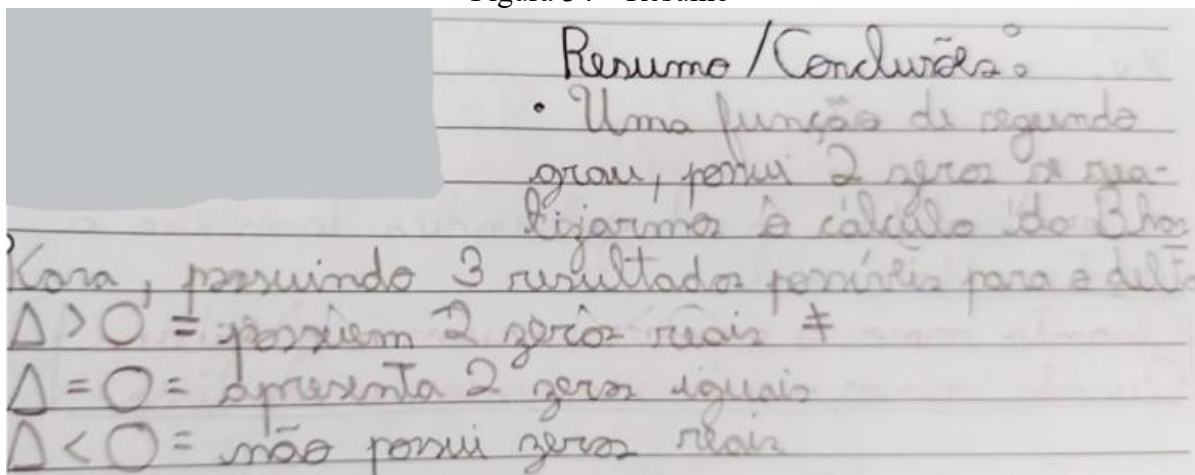
Entretanto, após se analisar o gráfico correspondente, constatou-se que sua função realmente não apresentava zeros. Com isso, a professora percebeu que, para este estudante, o papel do discriminante não estava compreendido. Assim, retomou com ele a relação do valor do discriminante e a quantidade de raízes representada no gráfico.

Para Moran (2013), para que os alunos sejam proativos, como deseja todo professor, é preciso adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades, que essas sejam cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes.

O sétimo encontro foi iniciado com a recapitulação dos cálculos da aula anterior por parte da professora. Esta retomou os diferentes gráficos de cada grupo e corrigiu no quadro o cálculo dos zeros da função dos diversos gráficos que os grupos receberam. Após cada cálculo, os estudantes construíram o gráfico no celular e visualizaram os zeros das funções. Conforme Felcher (2021), é importante que os dispositivos móveis passem a ser percebidos como possíveis potencializadores dos processos de ensino e aprendizagem.

Após, a professora destacou a relação entre a quantidade de zeros de uma função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ com as raízes $ax^2 + bx + c = 0$ e o valor do radicando $b^2 - 4ac$, chamado de discriminante, simbolizado pela letra grega delta Δ . Juntamente com a professora, os estudantes concluíram que, se a função apresentou dois zeros reais diferentes, o valor do discriminante foi positivo. Se há duas raízes reais iguais, o discriminante resultou nulo e se não há raízes reais, o valor do discriminante foi negativo (Figura 34).

Figura 34 – Resumo



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Durante a conversa, o estudante que havia realizado corretamente os cálculos, mas questionara o resultado negativo do discriminante, manifestou-se sobre a situação que havia vivenciado e argumentou que agora compreendia a razão do sinal negativo e que, de fato, não poderia ser diferente.

Dando continuidade ao estudo dos zeros, a professora solicitou que os estudantes construíssem o gráfico das “panquecas da Dona Glória”. Assim sendo, questionou-os sobre quais seriam os zeros desta função e onde estariam localizados. Os educandos identificaram claramente os zeros da função. Depois, registraram suas conclusões com relação aos zeros da função e o papel do discriminante, ou seja, se a função apresentou dois zeros reais diferentes, o

valor do discriminante foi positivo. Se há duas raízes reais iguais, o discriminante resultou nulo e se não há raízes reais, o valor do discriminante foi negativo.

Na sequência, a professora solicitou que os estudantes construíssem o gráfico das seguintes funções: $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = 2x^2$, $f_3(x) = 0,5x^2$ em um mesmo sistema cartesiano. E questionou-os durante o processo:

Professora: O que aconteceu com a abertura da parábola conforme o coeficiente de x^2 foi sendo alterado?

Estudante: quanto maior o coeficiente de x^2 , mais fechada era a parábola.

Nesse momento, a professora questionou os estudantes se eles reconheciam que essas funções eram muito parecidas com a função representada no vídeo das “panquecas da Dona Glória”. Eles assentiram e estabeleceram onde este gráfico estaria localizado em relação a estas funções. Depois, os estudantes registraram em seus cadernos que o coeficiente de x^2 , além de determinar o comportamento da concavidade, também está relacionado à abertura da parábola.

Uma estudante veio mostrar para a professora que construiu no Desmos um gráfico com 10.000 para o coeficiente de x^2 , e o gráfico resultou em duas retas praticamente sobrepostas ao eixo y . A professora elogiou a iniciativa ao procurar representar um gráfico com o coeficiente de x^2 tão elevado. Foi visível a satisfação da estudante por ter realizado um raciocínio assertivo. Como tarefa, os estudantes levaram uma folha de exercícios sobre a identificação do comportamento dos coeficientes disponível (Apêndice E).

O oitavo encontro foi iniciado com a correção da tarefa sobre a identificação do comportamento dos coeficientes. A professora questionou a turma sobre a opção correta da questão 1, e todos foram unânimes em responder corretamente. Na sequência, solicitou que alguns estudantes respondessem cada questão e perguntou para outro se a resposta se confirmava. Muito tranquila foi essa correção, e a professora percebeu que o assunto ficou bem compreendido.

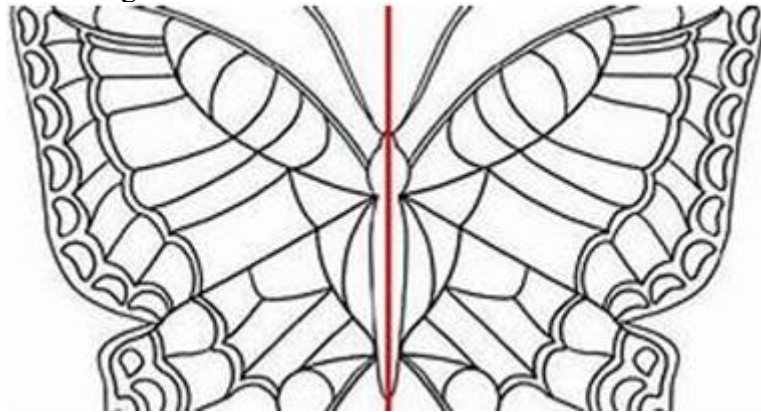
Em seguida, a professora relembrou o que é uma função crescente e uma função decrescente. Também retomou com eles o conceito de simetria e mostrou para os estudantes algumas imagens com simetria em relação ao eixo vertical (Figuras 35 a 38).

Figura 35 – Imagem simetria eixo vertical



Fonte: Moreira (2015, n.p.).

Figura 36 – Simetria eixo vertical – borboleta



Fonte: Lopes (2020, n.p.).

Figura 37 – Eixos de Simetria

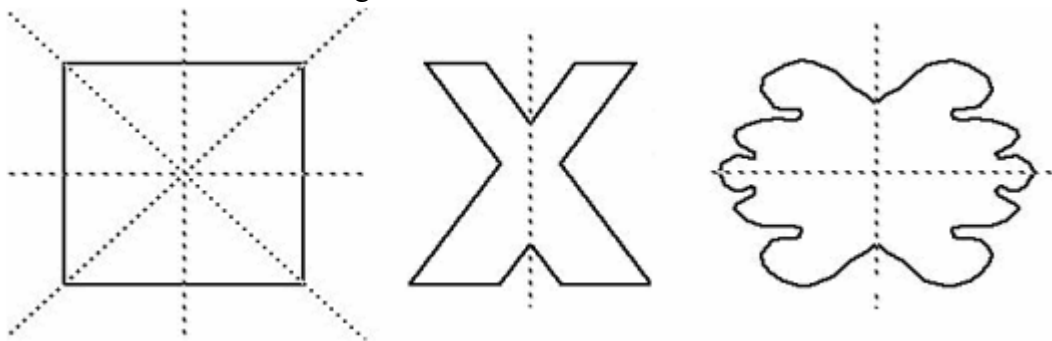
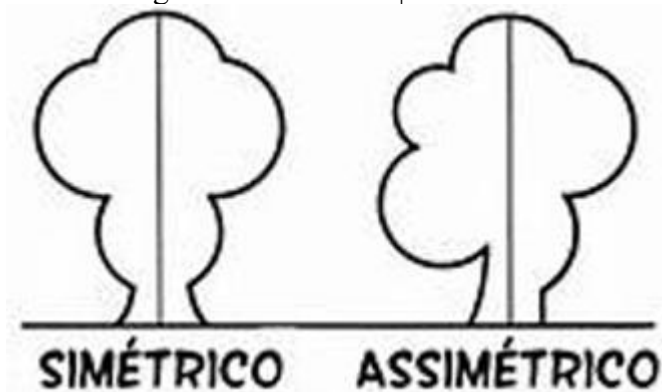
Fonte: Andrade *et al.* (2007, p. 4).

Figura 38 – Simetria | Assimetria



Fonte: Lopes (2020, n.p.).

Posteriormente, a professora construiu, no Desmos, um dos gráficos já elaborados pelos estudantes, para todos pudessem visualizar, e solicitou que identificassem o eixo de simetria vertical da parábola, o que foi realizado corretamente por todos. Considerou-se que a visualização prévia das imagens contribuiu para essa identificação. A seguir, a professora destacou que havia outro ponto muito importante nesses gráficos, o qual seria explorado no laboratório de informática.

No laboratório (Figura 39), a professora solicitou que os estudantes construíssem novamente alguns dos gráficos de funções polinomiais do 2º grau e que identificassem o eixo de simetria. Explicou que esse ponto “mais alto” ou “mais baixo” da curva e que corresponde à intersecção do eixo de simetria com a parábola chama-se vértice. Após, destacou que o vértice ocupa posições diferentes e questionou os estudantes sobre a posição dele, quando há zeros diferentes ou dois zeros iguais e se as funções que não apresentam zeros possuem vértice.

Figura 39 – Estudantes no laboratório de informática



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os estudantes identificaram, de modo satisfatório, o vértice nos diversos gráficos que construíram. Posteriormente, pediu que pesquisassem como poderiam calcular o vértice de uma parábola, e os estudantes registraram as fórmulas do cálculo do X_V e Y_V x_v e y_v , conforme Figura 40.

Figura 40 – Cálculo do vértice

* $x^2 + 2x - 3$

$$\Delta = B^2 - 4ac \quad x_v = \frac{-b}{2a} \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \quad 2 \cdot 1 \quad 16$$

$$4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \quad x_v = \frac{-(+2)}{2 \cdot 1} \quad y_v = \frac{-16}{4}$$

$$4 + 12 \quad 2 \cdot 1 \quad 4$$

$$\Delta = 16 \quad x_v = -1 \quad y_v = -4$$

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A seguir, a professora solicitou que os estudantes calculassem o vértice de uma parábola e confirmassem o que estavam visualizando na tela do computador. Como tarefa de casa, os estudantes realizaram a atividade nº 19, da página 38, do seu material de atividades (Figura 41 e 42).

Figura 41 – Exercício – Tarefa

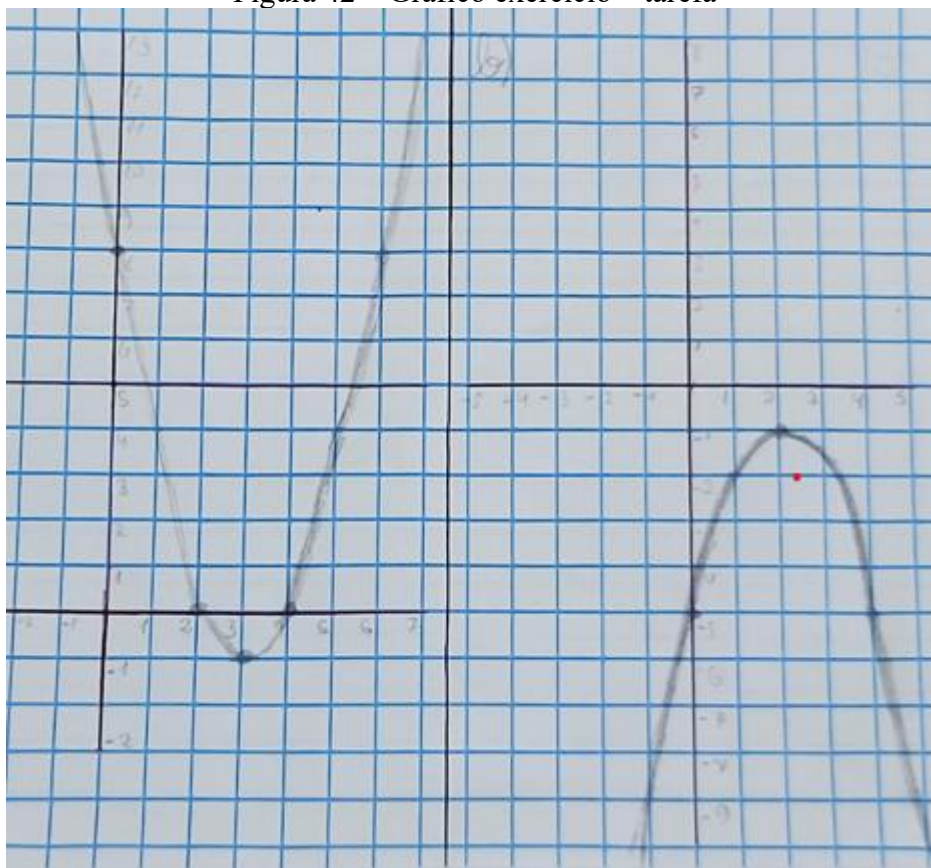
Tarefa módulo 1 cap. 3 pg 38 nº 19

a) $\Delta = 36 - 32$ $\frac{6 \pm 2}{2} = 4$ $x_v = \frac{-b}{2a} = 3$
 $\Delta = 4$ $2 = 2$ $y_v = \frac{-4}{4} = -1$

b) $\Delta = 16 - 20$ $x_v = \frac{-4}{-2} = 2$ $y_v = \frac{4}{-4} = -1$
 $\Delta = -4$ -2 -4

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Figura 42 – Gráfico exercício – tarefa



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

O nono encontro iniciou com a recapitulação sobre as fórmulas que os estudantes pesquisaram e a correção dos cálculos realizados na tarefa da aula anterior. A execução da tarefa é um indício de aprendizagem significativa, pois, de acordo com Moreira (1999), relacionou-se a conceitos subsunçores relevantes já existentes na estrutura cognitiva dos estudantes

No décimo encontro, a professora lançou aos estudantes o desafio de construir um esboço de uma função de segundo grau com a menor quantidade de pontos. Para tanto, a professora dividiu-os em grupos de 4 elementos e questionou-os sobre quais pontos são os mais importantes para representar uma função de segundo grau.

Os estudantes tiveram muita dificuldade para resolver o desafio proposto. A maioria dos grupos elaborou, como resposta, o gráfico de $f(x) = x^2$. Então a professora analisou com cada grupo da seguinte maneira:

Prof: Essa função apresenta zeros?

Estudante: Sim.

Prof: Quantos?

Estudante: Dois zeros iguais.

Prof: Quem são eles?

Estudante: O zero.

Prof: Essa função apresenta vértice?

Estudante: Sim. O ponto (0,0).

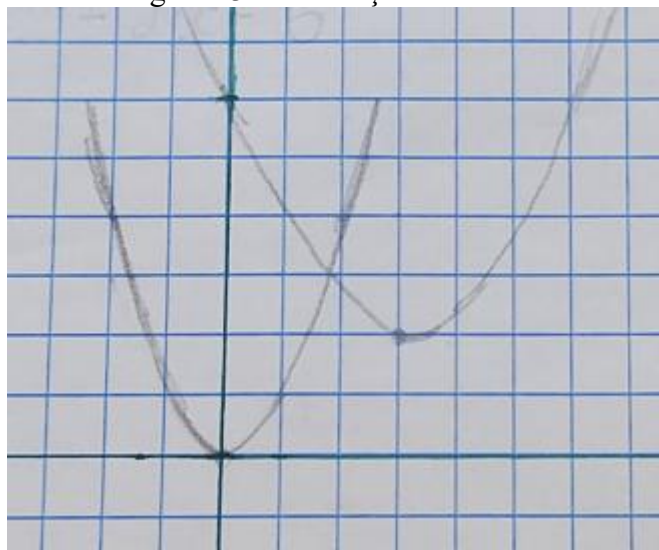
Prof: A parábola corta o eixo y em algum lugar?

Estudante: Sim em $y=0$.

Professora: Então ela apresenta todos os pontos notáveis.

Depois dessa conversa, apenas um grupo percebeu que poderia construir uma função que não tivesse zeros e que apresentasse, como pontos notáveis, o vértice e o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas. Um dos estudantes desse grupo apresentou aos demais colegas o seu gráfico (Figura 43).

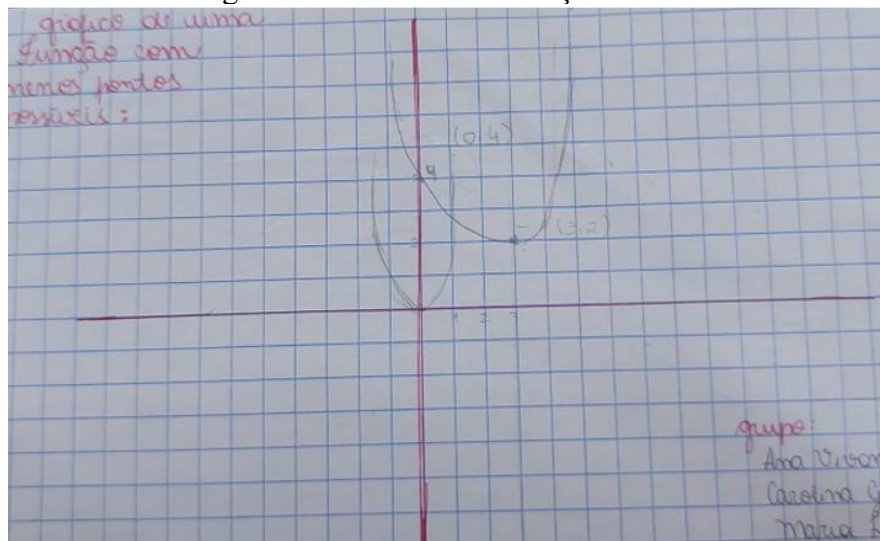
Figura 43 – Resolução do desafio



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Com base nessa resolução, a professora apresentou no quadro uma explanação sobre as construções possíveis, e os estudantes incorporaram aos seus raciocínios anteriores as novas informações (Figura 44).

Figura 44 – Gráfico – resolução desafio



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A atividade realizada nesta aula exemplifica, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a aprendizagem proposicional superordenada, na qual uma nova proposição pode ser relacionada a determinadas ideias subordinadas na atual estrutura cognitiva, mas é relacionável a um conjunto amplo de ideias geralmente relevantes que podem ser subordinadas a elas. Nesse caso, a nova proposição, o esboço de uma função de segundo grau com a menor quantidade de pontos pode ser subordinado à ideia de que o menor número de pontos é obtido por meio de um esboço que contempla apenas a origem como representação de todos os pontos notáveis. Entretanto, ao compreender que é possível representar funções do 2º grau sem raízes reais, os estudantes ampliam consideravelmente a sua estrutura cognitiva.

No décimo primeiro encontro, os estudantes reuniram-se em trios e cada um recebeu uma função do 2º grau. A professora destacou que já haviam estudado vários aspectos dessas funções e que eles deveriam completar o Padlet com as informações referentes à função que receberam. Os trios completaram o Padlet¹¹ com bastante interesse, conforme Figura 45, além da nota de rodapé em que há o acesso desse quadro.

¹¹ Disponível em: <https://padlet.com/taniadallot/fun-es-de-2-grau-ys7x9g6prwh8ut06>

Figura 45 – Padlet elaborado pelos estudantes

Já avançamos no estudo das funções de 2º grau. Assim, escreva o que o trio conhece sobre :

Já avançamos no estudo das funções de 2º grau. Assim, escreva o que o trio conhece sobre :

Já avançamos no estudo das funções de 2º grau. Assim, escreva o que o trio conhece sobre:

Já avançamos no estudo das funções de 2º grau. Assim, escreva o que o trio conhece sobre:

$f(x) = x^2 + 6x - 5$

$F(x) = x^2 + 2x - 3$

$f(x) = -x^2 + 4x$

$f(x) = -x^2 + 2x + 8$

Delta = 16

Zeros da função
 $x' = -3$
 $x'' = 1$

A) -1
 B) 4
 C) 0

O delta da equação é 6

A = -1
 B = 2
 C = 8

O vértice da função é (1,9)

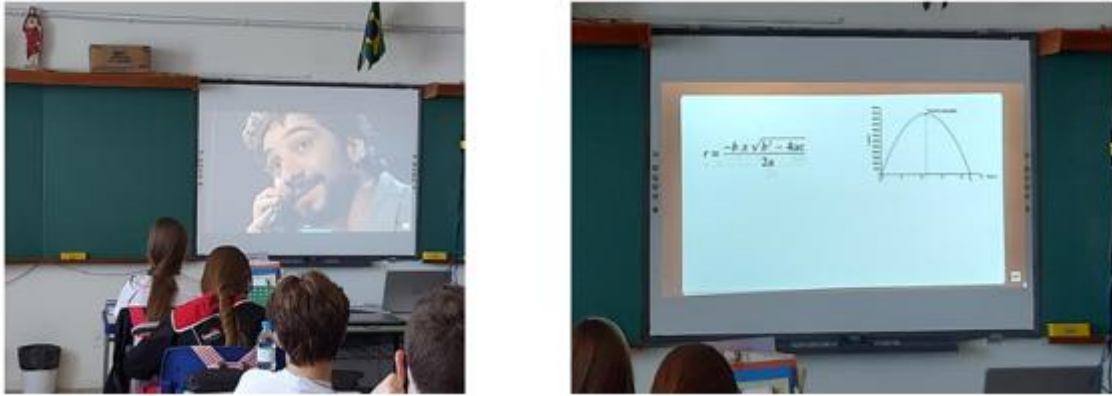
A concavidade é virada para baixo

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

De acordo com Moreira e Masini (2006), a compreensão de um conceito ou de uma proposição implica posse de significados claros, diferenciados e transferíveis. Assim, na construção deste exercício no Padlet, manifestou-se a diferenciação progressiva, já que os estudantes diferenciaram ideias relacionadas, mas não idênticas, mostrando indícios de aprendizagem significativa.

No décimo segundo encontro, assistiu-se ao vídeo “Roda de samba” (Figura 46) e conversou-se sobre o papel do vértice.

Figura 46 – Vídeo “Roda de Samba”



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os estudantes mostraram-se atentos e foram questionados sobre como deveria ser uma função para que apresentasse ponto de máximo. Vários responderam que ela deveria apresentar a concavidade voltada para baixo. Da mesma forma, ao serem questionados sobre como deveria ser a função que apresentasse ponto de mínimo, vários responderam que a concavidade deveria estar voltada para cima. Muito provavelmente, estes estudantes que responderam de forma assertiva foram os mesmo que, no Kahoot, sobre conhecimentos prévios, acertaram a referida questão. Dessa forma, evidenciou-se que esta resposta está ancorada em seu conhecimento, fator mais importante no que se refere à aprendizagem significativa para Ausubel, Novak e Hanesian (1980)

Neste momento, a professora evidenciou e explicou a diferença entre ponto de mínimo e valor mínimo; ponto de máximo e valor máximo. Os estudantes construíram, no Desmos, um dos gráficos explorados anteriormente no Padlet, e a professora utilizou a lousa para que eles visualizassem com mais clareza. Ainda, aproveitou para retomar com eles a noção de imagem, pois, de acordo com Valadares (2011), o material a aprender tem de possuir significado lógico, é claro, ser assimilável significativamente por quem tiver subsunçores adequados, mas se o aluno não possuir estes, o material não será potencialmente significativo para aquele aluno, podendo sê-lo para outro que disponha dos subsunçores adequados.

Na sequência, os estudantes registraram com a intervenção da educadora, as conclusões sobre o valor mínimo e máximo e o ponto de mínimo e de máximo (Figura 47).

Figura 47 – Conclusões dos estudantes

- Quando a concavidade está voltada para baixo o V será o valor máximo de f e o vértice será um ponto de máximo

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Todos estes aportes são importantes, pois, conforme Moreira (2006), a experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos, sobre a nova aprendizagem, mas abrange também modificações significativas nos atributos relevantes da estrutura cognitiva pela influência do novo material. Há, portanto, um processo de interação pelo qual conceitos mais relevantes e inclusivos interagem com o novo material, funcionando com ancoradouro e, ao mesmo tempo, modificando-o em função dessa ancoragem.

Em seguida, deu-se início ao estudo das translações. A professora optou por não se deslocar ao laboratório de informática, e eles utilizaram o Desmos no próprio celular. Conforme Almeida (2016), o uso de tais ferramentas pode desenvolver no aluno uma participação mais ativa e prazerosa no ambiente escolar, levando em conta que o uso desses aparelhos faz o discente sentir-se mais familiarizado na escola, melhorando a qualidade do ensino-aprendizagem. Contudo, essas ferramentas exigem cuidado e acompanhamento por parte do professor, para que o manuseio delas seja aplicado de forma correta e eficaz no desenvolvimento do componente curricular.

A professora destacou que também é possível construir gráficos de funções de 2º grau relacionando-as a outras funções de 2º grau que diferem entre si apenas por operações simples, fazendo deslocamentos do gráfico conhecido no plano. Ela alterou a estratégia de entregar diferentes funções para diferentes grupos, para evitar que a compreensão ficasse comprometida, já que um grupo exploraria só um tipo de função. Então, todos os estudantes construíram os gráficos de $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = x^2 + 5$ e $f_3(x) = x^2 - 4$. A professora perguntou qual a mudança que eles perceberam nos gráficos em relação à $f_1(x) = x^2$, e os estudantes responderam que acontecia um deslocamento no eixo y. Em seguida, registraram, com apoio da professora, as conclusões a respeito disso.

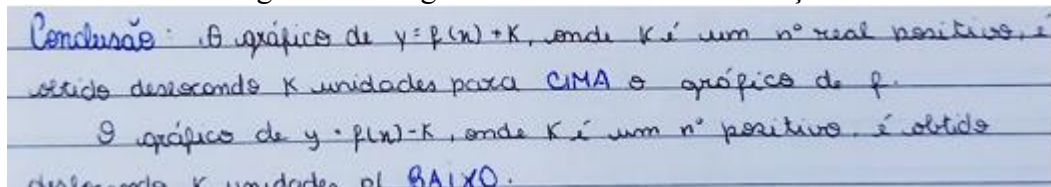
Depois, os estudantes construíram o gráfico da função $f(x) = (x - 2)^2$ e observaram o que acontecia com o gráfico. Apesar de ser possível registrar a função dessa forma no Desmos, a professora perguntou aos estudantes qual era o polinômio correspondente, a fim de fortalecer esse conhecimento, levando em conta que apenas 43% dos estudantes acertaram essa questão

no Kahoot inicial. Inclusive alguns estudantes solicitaram que a professora registrasse no quadro a regra dos produtos notáveis.

Para as funções $h_1(x) = x^2$, $h_2(x) = x^2 + 2$, $h_3(x) = x^2 - 2$, $h_4(x) = -x^2 - 4$, $h_5(x) = -x^2 + 4$ percebeu-se que:

- o gráfico de $y = f(x) + k$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para cima** o gráfico da f ;
- o gráfico de $y = f(x) - k$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para baixo** o gráfico da f . Estes aspectos foram registrados pelos estudantes (Figura 48).

Figura 48 – Registro – deslocamento de função



Conclusão: O gráfico de $y = f(x) + k$, onde k é um n° real positivo, é obtido deslocando k unidades para CIMA o gráfico de f .
O gráfico de $y = f(x) - k$, onde k é um n° positivo, é obtido deslocando k unidades para BAIXO.

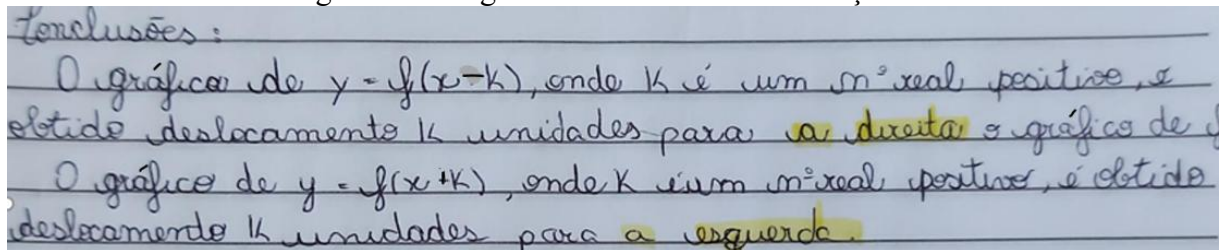
Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A seguir, os estudantes construíram o gráfico de $(x + 2)^2$ e observaram o que acontecia com o gráfico.

Para as funções $p_1(x) = (x + 3)^2$, $p_2(x) = (x - 1)^2$, percebeu-se que:

- o gráfico de $y = f(x - k)$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para a direita** o gráfico da f ;
- o gráfico de $y = f(x + k)$, onde k é um número real positivo, é obtido deslocando k unidades **para a esquerda** o gráfico da f . Estes aspectos foram registrados pelos estudantes (Figura 49).

Figura 49 – Registro – deslocamento de funções II



Conclusões:
O gráfico de $y = f(x - k)$, onde k é um n° real positivo, é obtido deslocamento k unidades para a direita o gráfico de f .
O gráfico de $y = f(x + k)$, onde k é um n° real positivo, é obtido deslocamento k unidades para a esquerda.

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A exploração do *software* Desmos contribuiu para a aprendizagem por descoberta, pois, segundo Ausubel (2003), o novo assunto é compreendido pelo aprendiz, ou seja, o estudante

descobrirá o conteúdo e criará proposições que representem soluções para os problemas apresentados ou passos sucessivos que sirvam para as resoluções. Essa afirmativa destaca a importância dos registros realizados pelos estudantes após as explorações de gráficos.

Como tarefa, os estudantes realizaram exercícios disponíveis no material didático adotado pela escola (Anexo 1). Estes exercícios foram realizados em folha solta e entregues à professora.

No décimo terceiro encontro foi realizado o jogo de duplas (Apêndice F). A professora distribuiu as perguntas em uma mesa, e as respostas, em outra (Figura 50) e orientou os estudantes a pegarem, aleatoriamente, uma pergunta e uma resposta.

Figura 50 – Jogo de duplas



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

O jogo transcorreu de forma prazerosa para os estudantes, pois, dentro do período estipulado, eles resolveram a sua questão e procuraram pela sala, dentre os colegas, a dupla que estaria com a sua resposta (Figura 51).

Figura 51 – Jogo de duplas



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Destaca-se que o jogo foi realizado em duplas, pois, segundo Carter (1951 *apud* Ausubel; Novak; Hanesian, 1980), o tamanho do grupo é um fator limitante numa situação solucionadora de problemas. Num grupo pequeno, cada indivíduo pode dar a sua contribuição e, assim, aumentar a capacidade de resolução deles. Ainda, sobre os jogos, Flemming e Collaço de Mello (2003) destacam que esse recurso deve ser adotado em sala de aula e que a aprendizagem pode acontecer de forma mais dinâmica e interessante.

Dessa forma, observou-se que os estudantes reforçaram os conceitos estudados, tais como: sinal dos coeficientes da equação do 2º grau, gráfico, vértices, pontos de máximo e mínimo e análise do discriminante. Este momento evidencia a reconciliação integradora, visto que se dá a mobilização dos conceitos aprendidos, a fim de solucionar o desafio proposto e elaborar o par pergunta/resposta correta.

No início do décimo quarto encontro, a professora solicitou que os estudantes, em duplas (Figura 52), trocassem as folhas dos exercícios solicitados como tarefa no décimo segundo encontro, para compartilharem as resoluções.

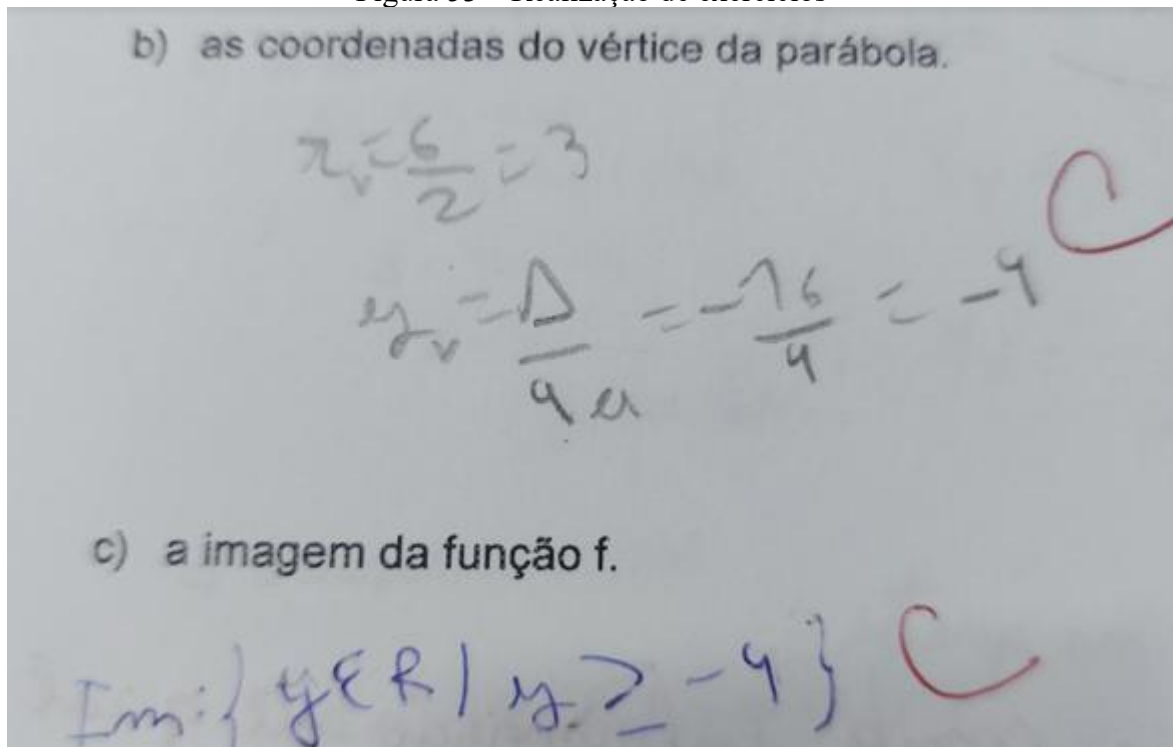
Figura 52 – Atividade em duplas



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Cada estudante analisou a resolução do colega e registrou, escrevendo com caneta azul (Figura 53) as complementações julgadas adequadas na resolução apresentada.

Figura 53 – Realização de exercícios




Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

As interações entre colegas têm muito valor, pois, segundo Gómez-Granell (2003), para auxiliar no desenvolvimento do raciocínio matemático, é relevante ajudar os estudantes a

pensarem, criando espaços de conversação que possibilitem a reflexão sobre as dinâmicas utilizadas na resolução das situações-problema, partindo do pensamento intuitivo e avançando para os procedimentos formais.

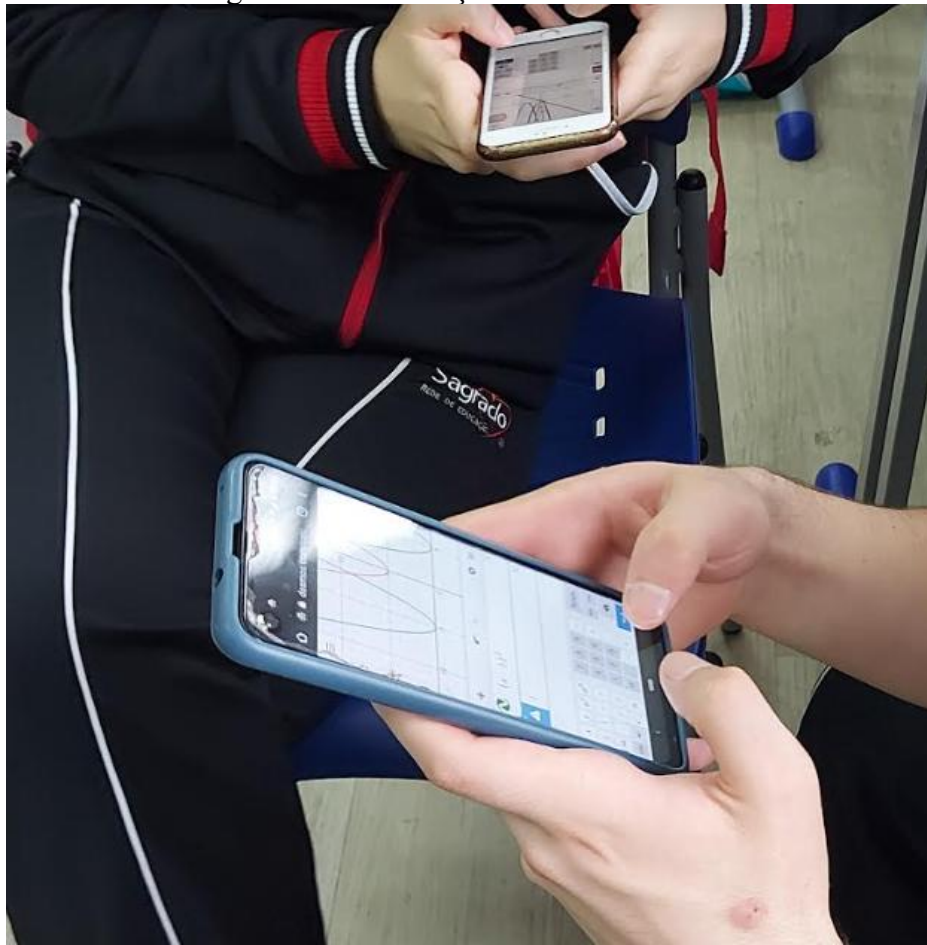
Este foi o objetivo da atividade proposta, não simplesmente corrigir os exercícios do colega, mas identificar nas resoluções aspectos de aprimoramento, considerando acertos, erros, incompletudes e linguagem matemática adequada para expressar-se em comunicação matemática formal.

Feitos a análise e os registros pelos colegas, os exercícios foram recolhidos para a avaliação da professora que acrescentou, em cada resolução, em vermelho, as suas observações em relação às duas proposições: a original e as complementações sugeridas por um colega.

Na sequência das atividades, os estudantes iniciaram um trabalho artístico individual (Figura 54), no qual criaram e registraram funções polinomiais do 2º grau e construíram os gráficos correspondentes. Os estudantes iniciaram pelo gráfico de $f(x) = x^2$ e, a seguir, no mesmo plano cartesiano, integraram outras funções, realizando translações à direita, à esquerda, para cima e para baixo. Após, clicaram no ícone  e, ao abrir a tela seguinte, desmarcaram onde diz plano e eliminaram, assim, a malha quadriculada dele. Após, realizaram um *print* de tela e colaram a imagem no *paint*, para ser colorida. Esta atividade, assim como a seguinte, foi proposta na forma de desafio, que exigiu raciocínio lógico e a aplicação de conhecimentos matemáticos na busca de uma solução.

Essa atividade tem relação direta com a importância da resolução de problemas para a Matemática. Conforme Redling (2011), problema é qualquer situação para a qual o aluno não dispõe de um método imediato de resolução, mas que desperte seu interesse e o estimule a pensar.

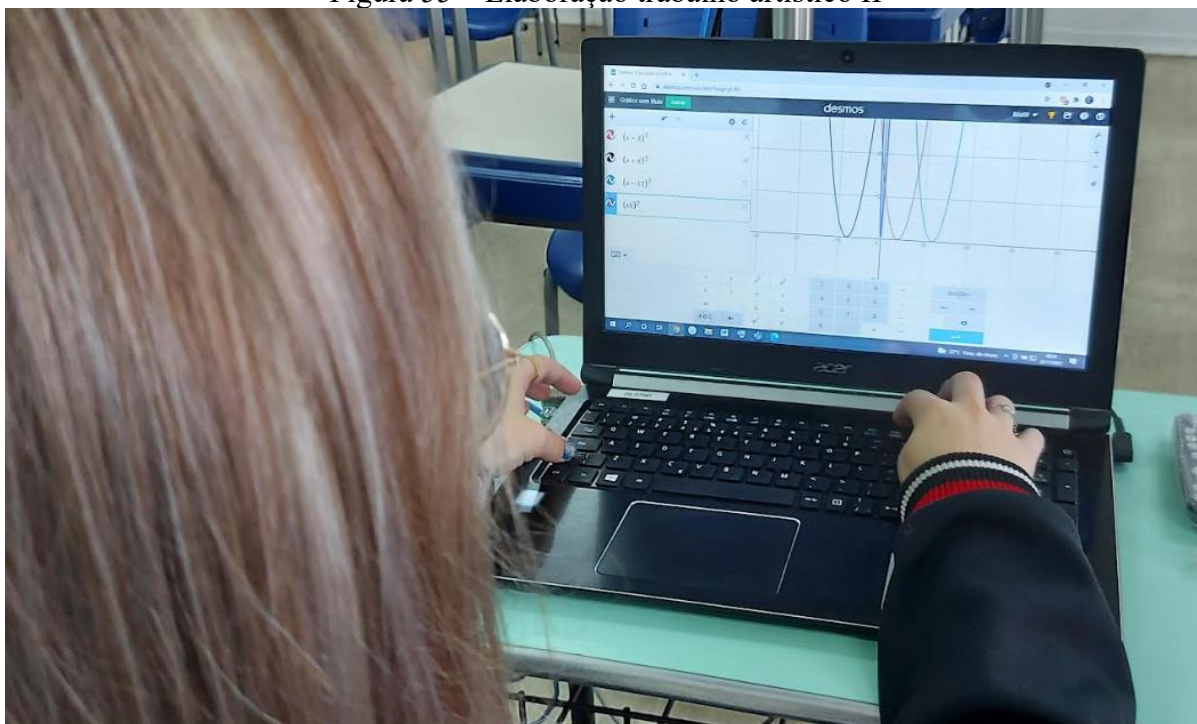
Figura 54 – Elaboração trabalho artístico I



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

No dia dessa atividade, o laboratório de informática estava fechado para manutenção, assim foi realizada no computador da sala, em *tablets* da escola e nos celulares dos estudantes (Figuras 55 e 56).

Figura 55 – Elaboração trabalho artístico II



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Figura 56 – Elaboração trabalho artístico II



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

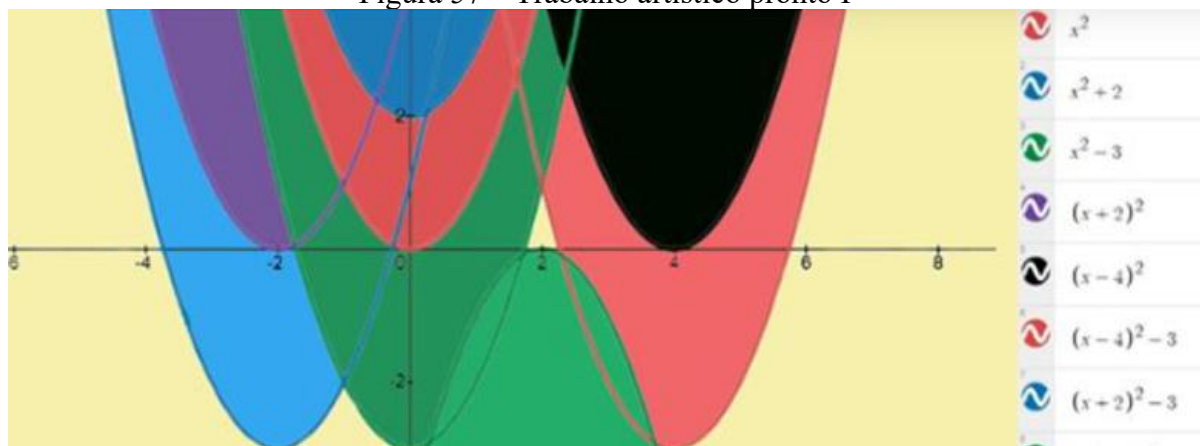
Entende-se que a exploração com calculadoras gráficas é uma atividade importante, pois, de acordo com Borba e Penteado (2019), além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental, que é a experimentação. As calculadoras gráficas permitem que o estudante experimente bastante e teste suas hipóteses de modo semelhante ao que faz em aulas práticas de Biologia ou de Física.

Com o uso da calculadora gráfica, os estudantes sentiram-se motivados para a realização deste trabalho e não apresentaram dificuldade para iniciá-lo. Observou-se que os estudantes tinham uma ideia da sua obra artística presente em sua mente e testavam funções que se ajustassem à sua ideia pré-concebida. Com isso, puderam interagir com os colegas, trocando impressões e conhecimentos sobre as funções que pretendiam ilustrar em seus trabalhos. Nesse momento, os estudantes mostraram o que compreenderam, o que tinham diferenciado, ao mesmo tempo em que a obra artística, ao ser finalizada, expressava também um entendimento geral, evidenciando a reconciliação integradora.

Esses momentos foram ricos e produziram avanços na aprendizagem, pois o conhecimento é construído nas interações dos sujeitos com o meio e com outros indivíduos. Por meio de discussões, todos puderam explorar um pouco mais, trocando saberes e significados sobre os conhecimentos adquiridos, para alguns, já mais estruturados; para outros, ainda em caminho de completude. Conforme Varella *et al.* (2002), ainda que a aprendizagem colaborativa não exija a tecnologia para ser adotada, acredita-se que essa amplifica sua possibilidade e potencializa as situações nas quais professores e alunos, e esses entre si, pesquisem, discutam, relacionem-se e construam suas trajetórias individuais e coletivas com o conhecimento.

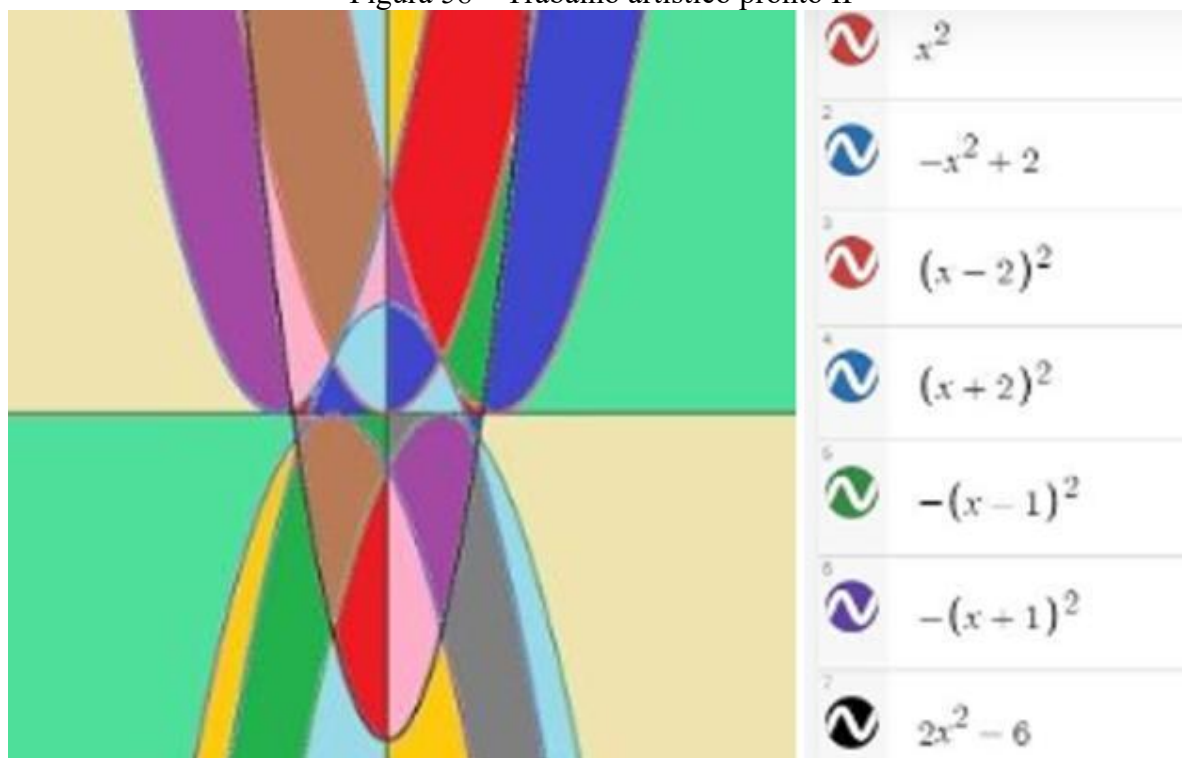
No décimo quinto encontro, os estudantes finalizaram o trabalho artístico (Figuras 57 e 58).

Figura 57 – Trabalho artístico pronto I



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Figura 58 – Trabalho artístico pronto II



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A realização desta atividade transcorreu com interesse e atenção de todos. A maioria dos estudantes é favorável ao uso de metodologias diferenciadas com apoio da tecnologia, conforme já sinalizado na análise do questionário inicial.

Durante a execução da atividade, os estudantes puderam perceber que o gráfico da função $y = -x^2$ difere da original apenas no sinal, que agora é negativo. Cada ponto (a, b) do gráfico de $f(x) = x^2$ é levado ao ponto $(a, -b)$ no gráfico de $f(x) = -x^2$.

Também puderam compreender que as funções $f(x) = x^2 + 2$ e $f(x) = x^2 - 3$ estão relacionadas com o gráfico da função inicial $f(x) = x^2$. Eles foram obtidos por translações do gráfico da função inicial ao longo do eixo y . A primeira, por uma translação de duas unidades na direção positiva do eixo y e a segunda, por uma translação de três unidades na direção negativa do eixo y .

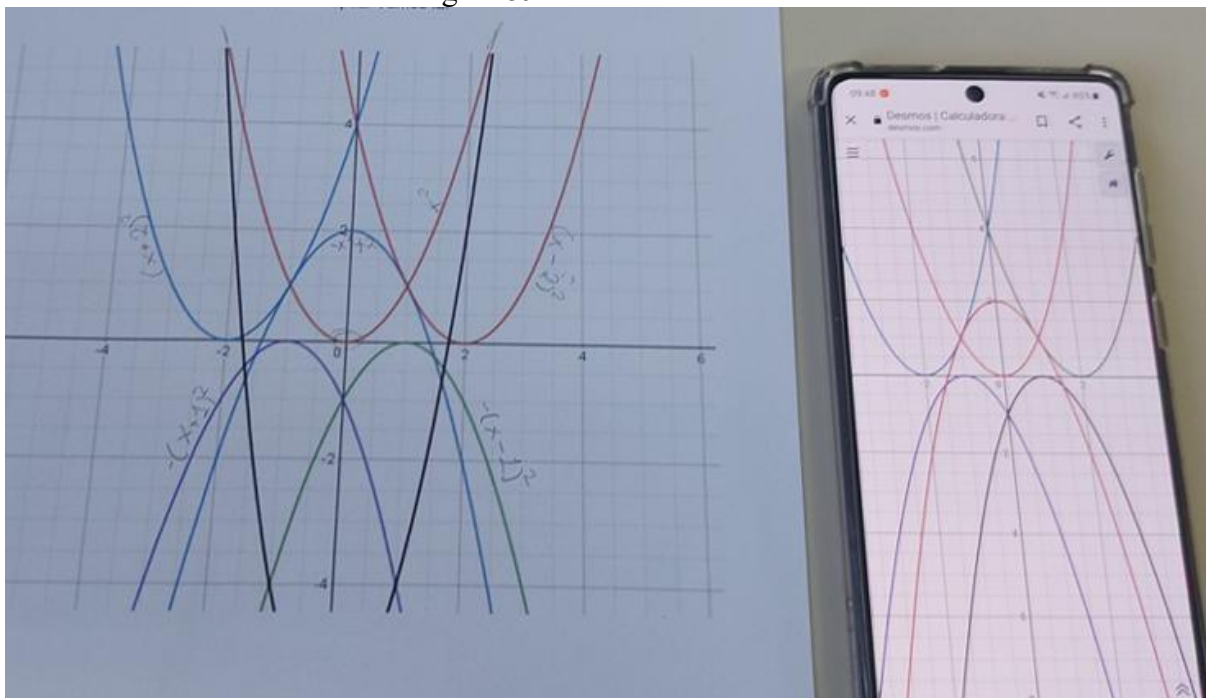
As funções definidas por um trinômio quadrado perfeito suscitaram questionamentos, nos quais os estudantes foram orientados a reconhecer que correspondem ao gráfico de $f(x) = x^2$ transladadas ao longo do eixo x . Por exemplo, em $f(x) = (x - 2)^2$, tem-se o mesmo gráfico de $y = x^2$ transladado duas unidades para a direita. Os estudantes foram orientados a observar que $x = 0$, na função original, produz a mesma ordenada que $x = 2$ na segunda

função. Da mesma forma, na função $f(x) = (x + 2)^2$, tem-se o mesmo gráfico de $y = x^2$ transladado duas unidades para a esquerda. Os estudantes foram levados a enxergar que $x = 0$, na função original, produz a mesma ordenada que $x = -2$ na segunda função.

Conforme Moreira (2006), uma alternativa, para testar a aprendizagem significativa, é a de propor ao aprendiz uma tarefa, sequencialmente dependente de outra, que não possa ser executada sem um perfeito domínio da precedente. Assim, depois de terminarem as suas produções, também como aplicação e aprofundamento de conhecimentos, os estudantes, reunidos em duplas, receberam trabalhos artísticos elaborados pelos colegas. Cada dupla teve a tarefa de reproduzir a obra criada por um colega (Figura 59).

Nesta atividade, também se constatou a diferenciação progressiva simultaneamente precedida pela reconciliação integradora, pois, para reproduzir a obra de um colega, foi necessário explorar relações e encontrar semelhanças e diferenças importantes entre as funções.

Figura 59 – Atividade detetive



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os estudantes enviaram previamente à professora, via Teams, suas obras artísticas e as respectivas funções que a formaram. Elas foram impressas e redistribuídas entre as duplas, cada uma recebendo a obra de outros colegas. O novo desafio proposto foi analisar a obra recebida e, com o uso do celular, reproduzi-la. Eles iniciaram com a função base $f(x) = x^2$ e acrescentaram as demais funções. Argumentaram que as funções cujo deslocamento dava-se no eixo das ordenadas eram facilmente identificáveis. Os estudantes detiveram-se principalmente

na identificação do vértice das funções, como ponto de partida e, de acordo com os seus comentários, observavam a intersecção do gráfico com o eixo das abscissas, se era em um valor positivo, a função base se deslocaria para a esquerda, tantas unidades, no sentido negativo e, se a intersecção fosse um valor negativo, seu deslocamento seria para a direita.

Ainda, nesse mesmo dia, a professora retomou a atividade de interação nas resoluções de exercícios, feita no início do encontro, devolvendo a cada dupla a folha com a resolução dos exercícios e as observações sobre as resoluções, primeiro feitas pelos colegas, na cor azul e, em seguida, em caneta de cor vermelha, pela professora, para que cada estudante fosse também sujeito na correção, identificando aspectos a melhorar e para que as resoluções pudessem ser aprimoradas por quem apresentou inicialmente. Assim, como nova tarefa, foi proposto aos estudantes resolver os mesmos exercícios, agora na apostila, valendo-se das observações e dos complementos apresentados.

De acordo com o que foi observado no questionário inicial e a partir dos conhecimentos prévios desta pesquisa, a maioria dos estudantes relatou apresentar algumas dificuldades na disciplina de Matemática. Assim, como nas atividades propostas, é importante que o professor utilize estratégias diferenciadas, a fim de favorecer a compreensão, a ampliação e o aprofundamento de assuntos em estudo. Nesse sentido, Castoldi e Polinarski (2009) afirmam que a aula pode ser considerada mais motivadora quanto associada a recursos didático-pedagógicos, em comparação à aula expositiva tradicional.

Quando os trabalhos artísticos foram finalizados, cada estudante escolheu uma folha de papel colorido, cuja cor destacasse a obra realizada, funcionando como uma moldura. Os estudantes identificaram a obra no verso e a entregaram para a professora que explicou que todas as obras fariam parte de uma exposição.

Dentre os objetivos específicos mencionados na introdução desta pesquisa, estava o de promover, com os conhecimentos construídos, a criação de trabalhos artísticos com gráficos. Estas obras foram expostas no *hall* do Ensino Médio, em dois grandes painéis intitulados, cuja mostra recebeu o nome “Arte Digital”, de modo a poder ser prestigiada por todos os que circulassem pelo local. Conforme Figuras 60 e 61.

Figura 60 – Exposição do trabalho artístico I



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Figura 61 – Exposição trabalho artístico II



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

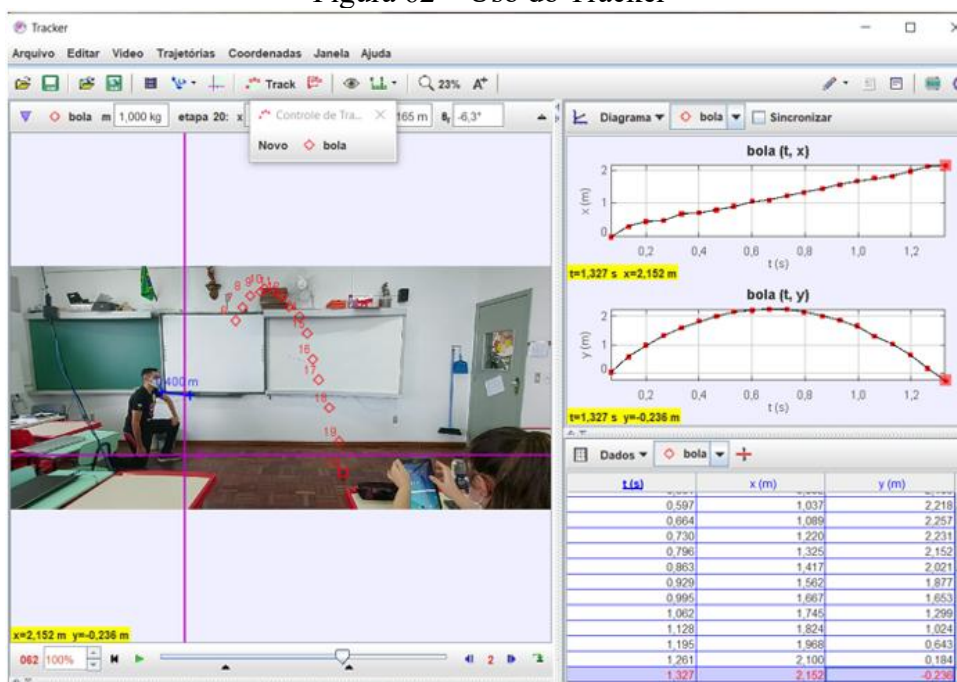
Além da beleza e criatividade demonstradas nos trabalhos realizados pelos estudantes, foi possível verificar indícios de aprendizagem significativa. Ainda, constatou-se que os estudantes se apropriaram dos conceitos desenvolvidos e os aplicaram de maneira diferenciada na construção das suas obras.

No décimo sexto encontro, com duração de dois períodos de 50 minutos, a professora inicialmente conversou com a classe, comentou sobre os trabalhos e a exposição, destacando que estes refletiram o aprendizado que desenvolveram ao se dedicarem ao estudo e aceitando o desafio de se envolverem numa proposta diferenciada, planejada e aplicada para ser também avaliada como um trabalho de pesquisa. Depois, explicando que sempre se pode avançar mais, questionou sobre a necessidade de retomar algum aspecto ainda a ser mais bem compreendido em relação à realização da tarefa anterior, e os estudantes afirmaram que não tinham dúvidas.

Posteriormente, eles formaram um semicírculo com as carteiras, e um colega voluntário participou do lançamento de uma bolinha, e outro estudante filmou o lançamento. Esse momento foi realizado de forma leve e descontraída com os estudantes interessados na visualização do lançamento. Na sequência, a professora apresentou o *software* Tracker Physics e explicou sobre a sua finalidade. Por meio do computador pessoal, a professora fez a inserção do vídeo no *software* (Figura 62), comentando e exibindo todos os passos pelo projetor da sala de aula. Dessa forma, por meio do Tracker, os estudantes puderam visualizar o lançamento do objeto, a sua trajetória e a representação gráfica obtida.

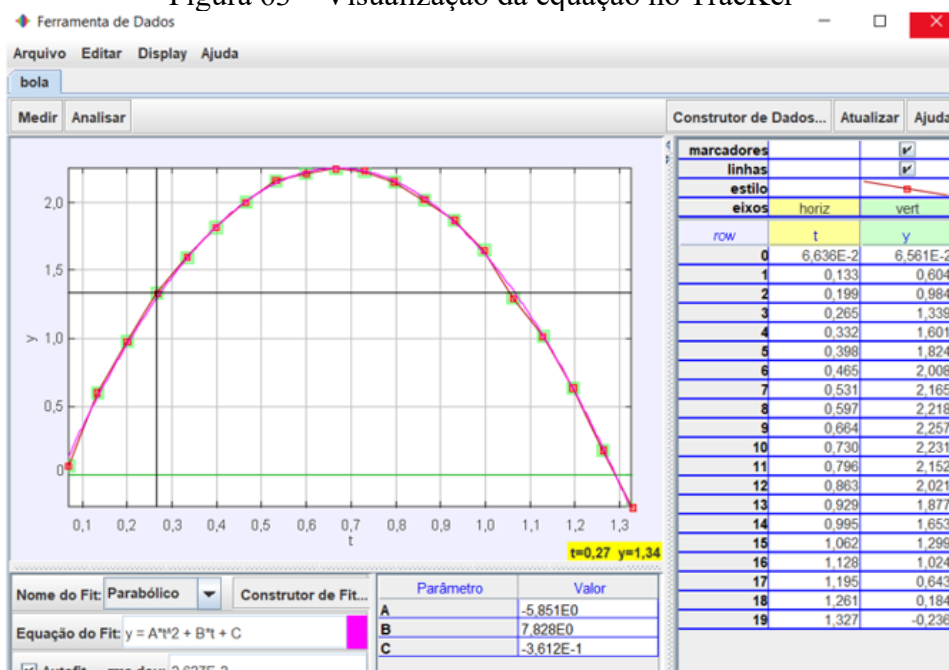
Ademais, eles visualizaram os coeficientes da equação produzida que foram coerentes com aqueles estudados durante a pesquisa, tanto que um deles chamou atenção para o coeficiente de x^2 ser $-5,85$, com concavidade da parábola para baixo. O coeficiente de x foi $7,82$ e o termo independente, aproximadamente $-3,61$. A professora solicitou que os estudantes confirmassem o valor do vértice da função. Ao realizar os cálculos, os estudantes encontraram $V(0,668; 2,25)$. Este também é o valor obtido com a função originada no Tracker (Figura 63). Convém salientar que esta demonstração experimental, constitui-se como uma ferramenta adicional para propiciar novas aprendizagens por meio da tecnologia. E isso é relevante, pois conforme Gaspar e Monteiro (2005), a demonstração experimental é favorecida pela possibilidade de ser realizada com um único equipamento para todos os alunos, sem a necessidade de uma sala de laboratório específica, a possibilidade de ser utilizada em meio à apresentação teórica, sem quebra de continuidade da abordagem conceitual que está sendo trabalhada. Com o objetivo de aprofundar os conhecimentos dos estudantes, no próximo encontro, eles participarão de uma atividade interdisciplinar com a professora de Física da escola.

Figura 62 – Uso do Tracker



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Figura 63 – Visualização da equação no Tracker



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

No décimo sétimo encontro, com duração de 50 minutos, os estudantes vivenciaram um momento interdisciplinar, no qual participaram de uma conversa com a professora Rita Dietrich dos Santos (Figura 64), que era a sua professora de Física. Ela explicou aos estudantes os resultados obtidos por meio do vídeo inserido no *software* Tracker, abordando os aspectos relevantes do lançamento de projéteis. Essa conversa propiciou novos avanços, pois, conforme

Santos (2013), a discussão sobre a composição dos movimentos verticais e horizontais geralmente é pouco enfatizada, e o aluno muitas vezes estuda ambos de modo dissociado, como se fosse algo que não tivesse relação nenhuma.

Figura 64 – Palestra da professora Rita



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Ela explicou esse assunto sob o aspecto do movimento horizontal e vertical. Pelo fato de não existir aceleração na direção horizontal, o componente horizontal da velocidade permanece inalterado. Já o movimento vertical, cuja velocidade decresce continuamente, até chegar a zero, define a altura máxima da trajetória, ponto que os estudantes reconheceram como o vértice da parábola, que representava a trajetória da bolinha. Ela também relacionou a função horária do deslocamento escalar no movimento uniformemente variado com a função polinomial do 2º grau

Os estudantes mostraram-se atentos e puderam complementar, com informações importantes, os estudos realizados. Essa palestra com a professora de Física mereceu destaque também como forma de construção de uma cultura efetiva, pois, de acordo com Santos (2013), isso somente será possível quando houver diálogo entre os componentes curriculares, o que, na disciplina de Física, ocorre quando é trabalhada de forma integrada e associada com outros saberes, em especial da Matemática, Química e Biologia.

Ainda, conforme Tavares e Ferreira (2017), a interdisciplinaridade possibilita ao professor uma quebra de paradigmas. É recomendável ao docente se articular, discutir e desenvolver ações interdisciplinares para melhor entendimento sobre conceitos próprios de sua disciplina, mas que podem ser mais bem compreendidos por meio do olhar de outras disciplinas.

No 18º encontro, penúltimo que integrou esta pesquisa, os estudantes realizaram uma avaliação da UEPS (Figura 65) aplicada como recurso pedagógico para, outra vez, verificar a aprendizagem das funções do 2º grau.

Esta avaliação (Apêndice G) consistiu-se em um registro escrito, individual e sem consulta, com questões que buscavam identificar a compreensão, por parte dos estudantes, dos tópicos estudados. A avaliação seguiu a forma usual de prova, conforme normas da escola e serviu de instrumento valioso para, a partir do que apresentaram os estudantes, averiguar indícios de aprendizagem significativa.

Figura 65 – Prova

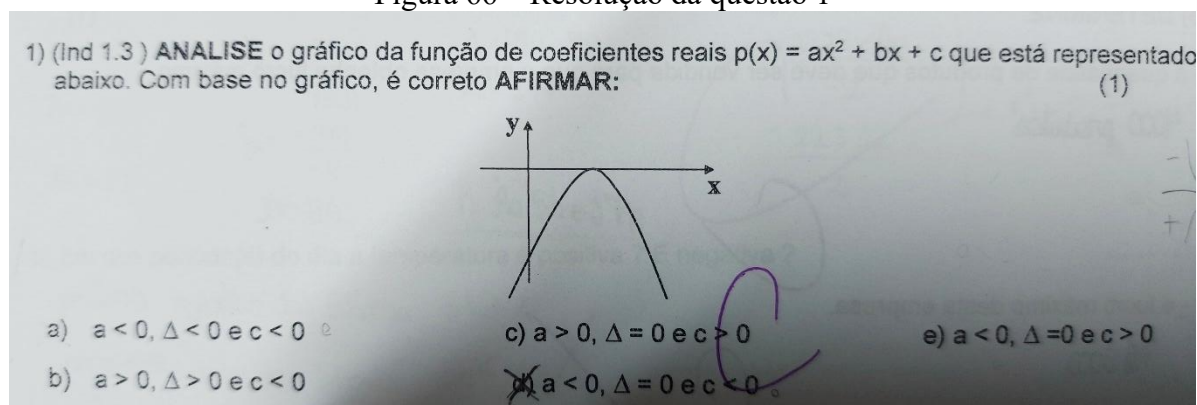


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os estudantes realizaram a avaliação durante dois períodos, de maneira concentrada e silenciosa. A maioria dos estudantes manifestou tranquilidade durante a execução dela. A avaliação da UEPS, por meio de uma avaliação de conhecimentos escrita, é sancionada por Moretto (2001), para o qual é importante que as provas sejam bem-feitas, atingindo seu real objetivo, que é verificar se houve aprendizagem significativa de conteúdos relevantes. A seguir apresentam-se os resultados obtidos pelos estudantes.

A questão 1 dessa avaliação solicitou, a partir da imagem de um gráfico, o reconhecimento do coeficiente de x^2 , do discriminante e do termo independente. Alguns estudantes analisaram corretamente o papel do coeficiente de x^2 , e do discriminante, porém, equivocaram-se com o valor do termo independente. Outros erraram o valor do discriminante. A Figura 66 apresenta o desenvolvimento correto da questão, respondida por um estudante.

Figura 66 – Resolução da questão 1

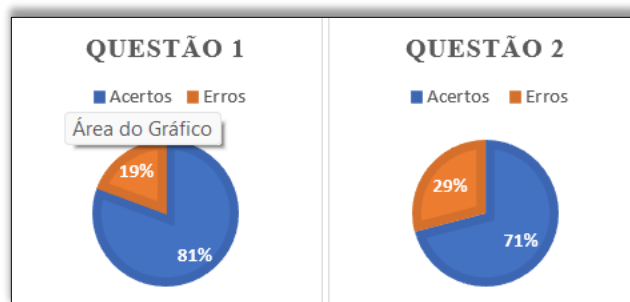


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A questão 2 tratou da relação entre coeficiente e a abertura de parábolas. Após observar uma imagem ilustrativa com algumas parábolas representadas, solicitava-se que fosse identificada, dentre várias alternativas, qual era a expressão algébrica que apresentava a maior abertura. As funções do tipo $y = kx^2$ são obtidas pela multiplicação das ordenadas do gráfico da função original, $y = x^2$ pela constante k . O gráfico é tanto mais fechado quanto maior for o valor absoluto de k e tanto mais aberto quanto menor for esse valor.

Os resultados obtidos pela turma, na questão 1 e na questão 2, podem ser visualizados na Figura 67.

Figura 67 – Resultados questão 1 e 2

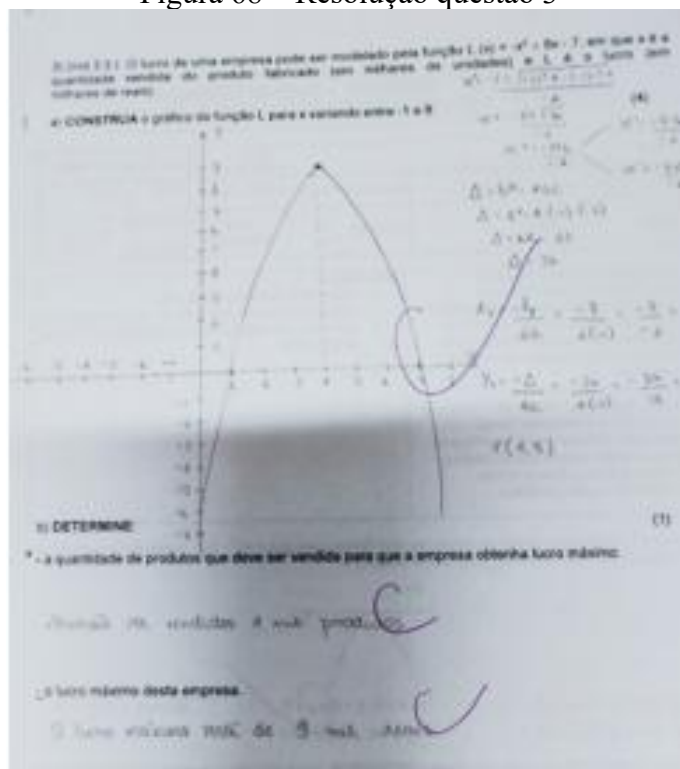


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Percebeu-se que a maioria dos estudantes se apropriou dos conceitos exigidos nessas questões, e que, pelo aproveitamento da questão 1, houve significativo progresso, quando comparado com o resultado obtido na sexta pergunta do questionário individual. Este, implementado para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes, por meio do aplicativo Kahoot. Naquele momento, o acerto nessa questão, que versava sobre concavidade, foi de 24%.

A questão 3, por sua vez, apresentou uma contextualização da função polinomial do 2º grau na Economia, e era subdividida em letra a, na qual se solicitava a construção do gráfico, e na letra b, que implicava análise do vértice (Figura 68).

Figura 68 – Resolução questão 3

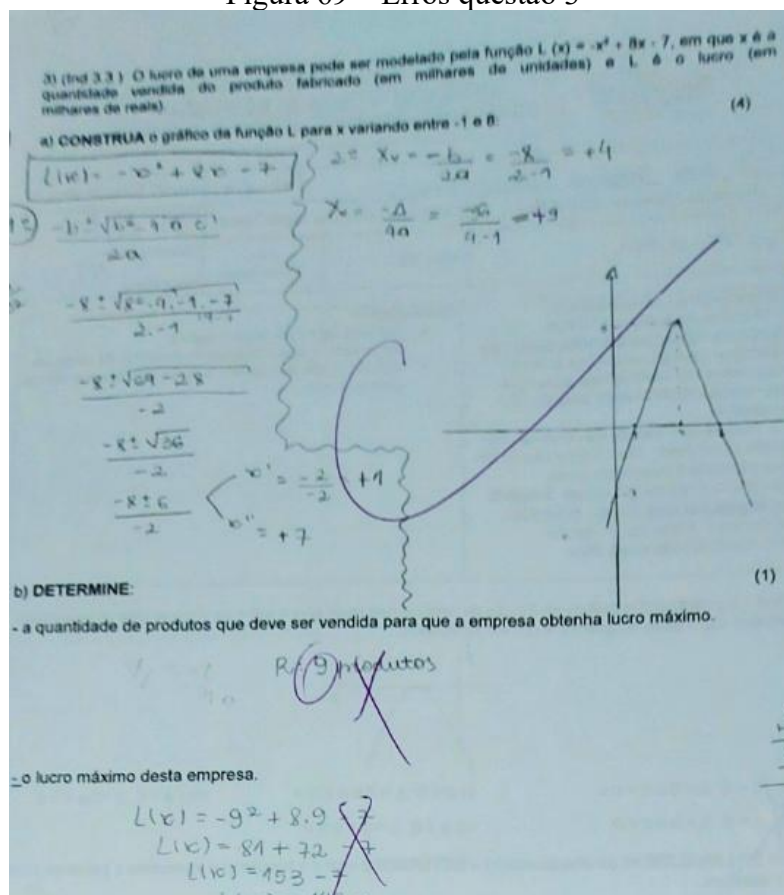


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Visualizou-se que a maioria dos estudantes construiu corretamente o gráfico da função. Esse fato confirma que houve avanços na representação do plano cartesiano, em relação ao que mostrou a questão 1, proposta no Kahoot, na avaliação dos conhecimentos prévios.

Com relação às questões de resoluções incorretas ou incompletas, alguns estudantes equivocaram-se na interpretação do gráfico (Figura 69).

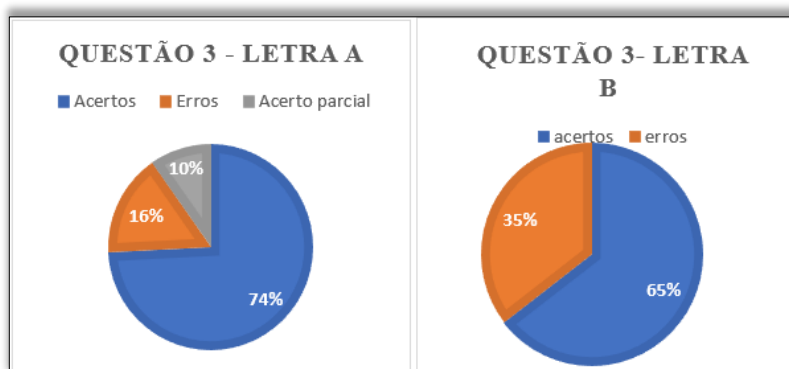
Figura 69 – Erros questão 3



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os resultados obtidos na questão 3, letras a e b, podem ser visualizados na Figura 70.

Figura 70 – Resultados da questão 3



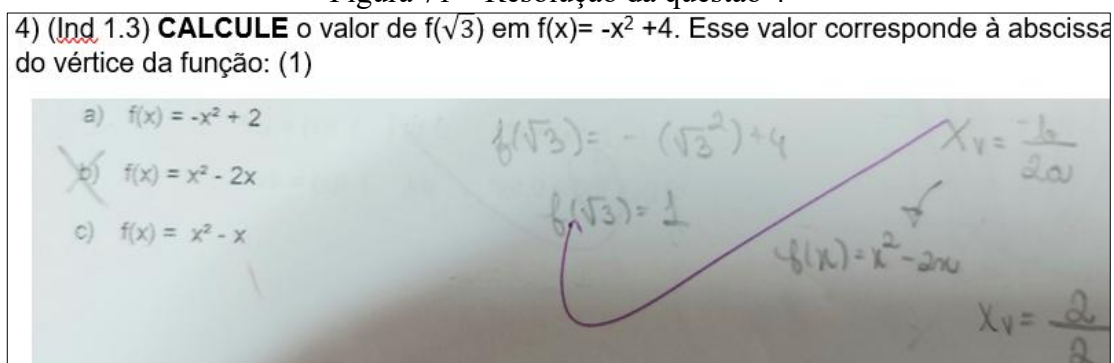
Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Diante do que foi respondido, percebeu-se que a porcentagem de acertos, na construção do gráfico, foi maior que a de acertos na determinação das demais respostas da questão. Isso levou a concluir que alguns estudantes não compreenderam o papel de cada elemento do vértice em uma questão contextualizada, embora esse tipo de questão tenha sido resolvido durante as

aulas. Os estudantes apresentaram dificuldades em reconhecer o papel do X_V e do Y_V nesse tipo de questão, mas conseguiram identificar corretamente o vértice em um gráfico.

A questão 4 abordou o cálculo de uma imagem $f(\sqrt{3})$, e associou esta imagem ao vértice de uma função. Na Figura 71, pode-se observar o desenvolvimento correto por uma estudante.

Figura 71 – Resolução da questão 4



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Observou-se que aqueles estudantes que erraram o cálculo da imagem de $\sqrt{3}$ nessa questão, equivocaram-se com o sinal negativo em frente ao x^2 . Também se verificou que alguns apenas calcularam corretamente o valor da imagem solicitada, deixando de verificar de qual função esse valor seria abscissa. Os resultados obtidos na questão 4 podem ser visualizados na Figura 72.

Figura 72 – Resultados da questão 4

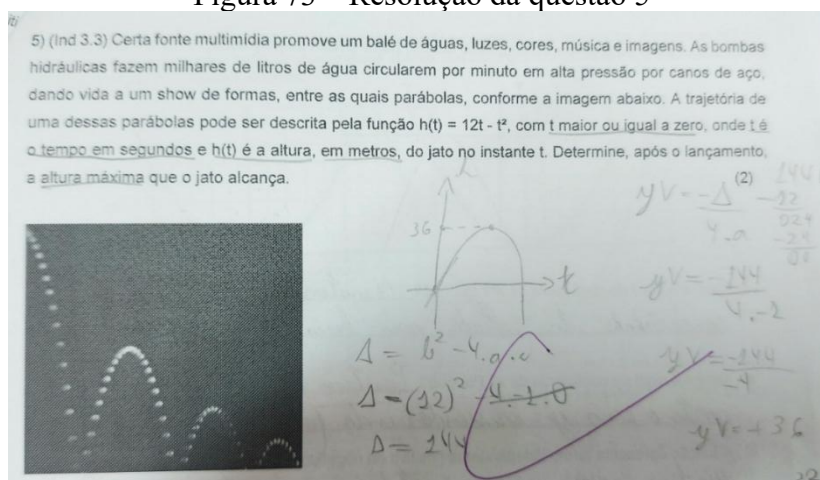


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Diante desses resultados, é importante reconhecer a complexidade dessa questão. Além da raiz envolvida no cálculo algébrico, acredita-se que não foi suficientemente esclarecido que envolvia duas funções. Infelizmente, o professor deixa escapar, às vezes, o cuidado com a clareza das questões e isso influi nos resultados obtidos. Convém destacar que Moretto (2001) chama atenção para a importância de elaborar bem as questões das provas e da utilização de linguagem clara e precisa para o comando das questões. Ele também afirma que toda a pergunta busca uma resposta. A clareza e precisão da segunda dependerá muito da estrutura da primeira.

Dando sequência, a questão 5 versou sobre uma aplicação do vértice e exigiu o cálculo da altura máxima de um lançamento. Pode-se acompanhar o desenvolvimento dessa questão na Figura 73:

Figura 73 – Resolução da questão 5

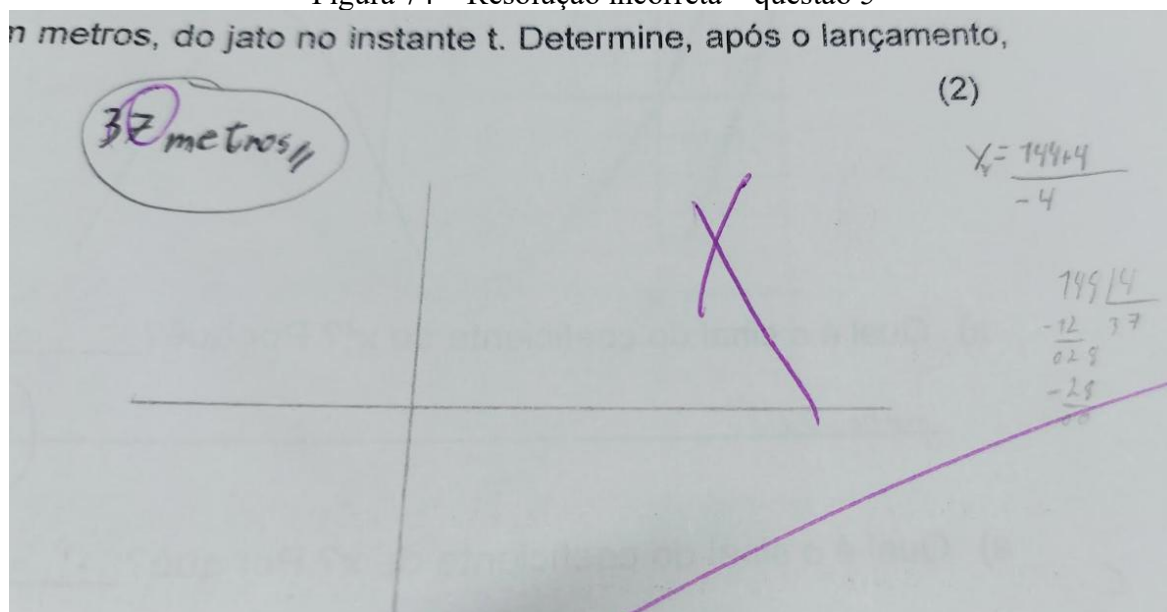


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A quinta questão solicita a altura máxima, a qual pode ser obtida com o cálculo do vértice, que corresponde ao ponto $V \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$. A ordenada do vértice pode ser o valor máximo ou mínimo da função polinomial de 2º grau, dependendo da concavidade. Neste exercício, como $a < 0$, $y = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor máximo, correspondendo à altura máxima que o jato alcança.

Em um dos desenvolvimentos incorretos, um dos estudantes, no cálculo do discriminante, considerou o mesmo 148, ignorando que o termo independente era zero, conforme a Figura 74.

Figura 74 – Resolução incorreta – questão 5



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os resultados do aproveitamento da questão 5 podem ser observados na Figura 75.

Figura 75 – Resultados da questão 5



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Com estes resultados, constatou-se que a maioria dos estudantes relacionou o valor do Y_v em uma situação aplicada, como a altura máxima, por exemplo. O fato de o problema ser bem contextualizado e ao mesmo tempo objetivo, com uma pergunta inequívoca, contribuiu para isso.

Dando sequência, pode-se visualizar, na Figura 76, uma das respostas apresentadas para a questão 6. Ela aborda diferentes aspectos da função polinomial de 2º grau, como função crescente e decrescente e o sinal da função numa contextualização de temperatura.

Figura 76 – Resolução da questão 6

6) (Ind.3.3) A temperatura t de uma estufa (em graus Celsius) é determinada, em função da hora h do dia, pela expressão $t = -h^2 + 22h - 85$. RESPONDA: (4)

a) Em quais horários a temperatura é 0°C ?

Em 5 horas e às 17 horas.

$$\Delta = 22^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-85)$$

$$\Delta = 484 - 340$$

$$\Delta = 144$$

$$x_1 = \frac{-22 \pm \sqrt{144}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_1 = \frac{-22 \pm 12}{-2}$$

$$\rightarrow x_1 = \frac{-22 + 12}{-2} = 5$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{-22 - 12}{-2} = 17$$

b) Em que período(s) do dia a temperatura é positiva? E negativa?

positiva: quando $h > 5$ e $h < 17$
negativa: quando $h < 5$ e $h > 17$

c) Em que horário a temperatura é máxima?

Às 11 horas.

$$x_2 = \frac{-22}{-2} = 11$$


d) Qual é a temperatura máxima?

36 graus Celsius

$$y_2 = \frac{-444}{-4} = 36$$

e) Em que período(s) do dia a temperatura é crescente? E decrescente?

crescente: quando $h < 11$
decrescente: quando $h > 11$



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Nesta questão, pelo fato de a maioria dos estudantes ter obtido êxito na resolução da letra a, verificou-se um progresso em relação aos resultados obtidos no cálculo do discriminante, na questão 9 do questionário sobre os conhecimentos prévios, a qual solicitava a classificação de verdadeiro ou falso para a afirmação: “A equação de 2º grau $x^2 + 3x + 2 = 0$ somente tem uma raiz real”. Naquele momento, apenas 32% dos estudantes acertaram a questão.

A seguir, apresenta-se outro desenvolvimento para a letras b até e (Figura 77).

Figura 77 – Outra resolução da questão 6

b) Em que período(s) do dia a temperatura é positiva? E negativa?

Positivo:]5, 17[
 Negativa: [0, 5[\cup]17, +24]

c) Em que horário a temperatura é máxima?

R: em 12 horas

d) Qual é a temperatura máxima?

R: 36°C

e) Em que período(s) do dia a temperatura é crescente? E decrescente?

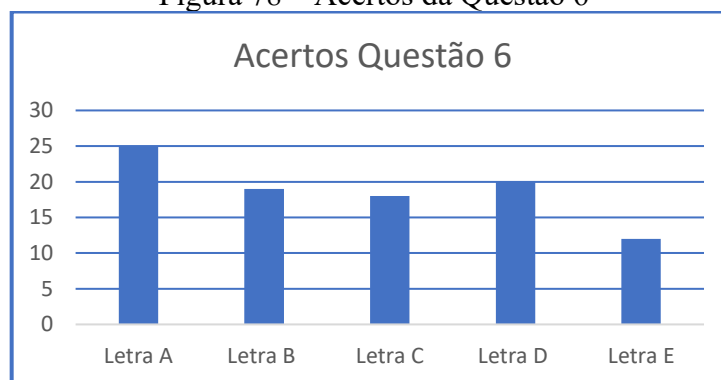
c: [0, 12[
 d:]12, 24]

Handwritten notes on the right side of the page include:
 $x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}$
 $x_v = -\frac{0}{2}$
 $x_v =$

Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Consegue-se observar os resultados da questão 6, na Figura 78:

Figura 78 – Acertos da Questão 6



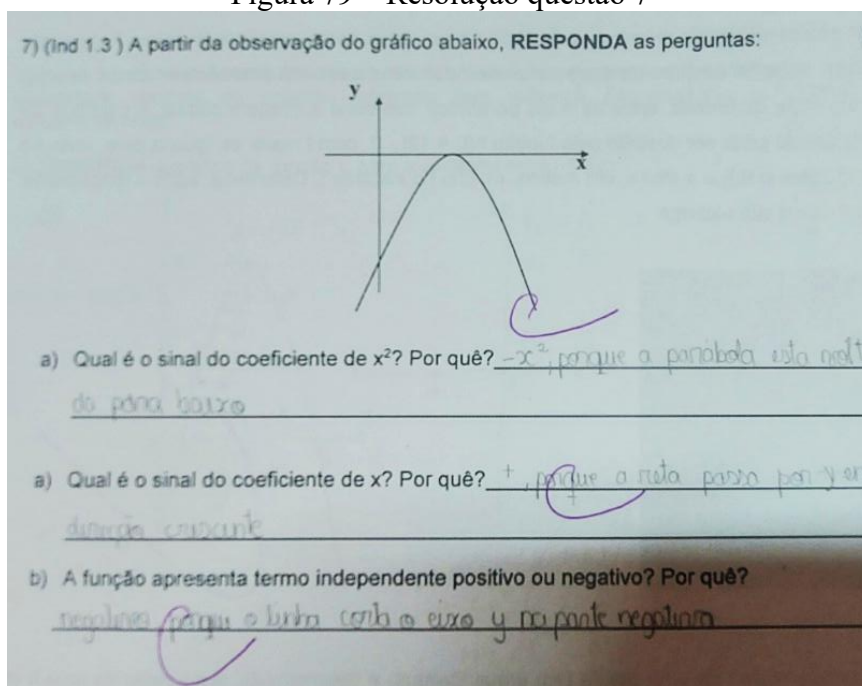
Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Observou-se, de acordo com os resultados demonstrados, que a maior dificuldade apresentada pelos estudantes foi a resolução da pergunta correspondente à letra e, a qual solicitava em que períodos do dia a temperatura era crescente ou decrescente. A função polinomial do 2º grau, com $a < 0$, é crescente para qualquer $x < X_v$ e é decrescente para qualquer $x > X_v$. Percebeu-se, pelo desenvolvimento apresentado, que a maioria dos

estudantes, provavelmente, não considerou o fato do dia ter 24 horas, e que isso implicava intervalos solicitados.

A questão 7 envolveu a observação de um gráfico e a relação deste com os coeficientes da função polinomial do 2º grau. Na Figura 79, é possível visualizar o desenvolvimento apresentado por um dos estudantes:

Figura 79 – Resolução questão 7



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Quando o coeficiente de x^2 for positivo, a parábola terá concavidade para cima e, quando o coeficiente de x^2 for negativo, a parábola terá concavidade para baixo. O coeficiente de x da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser interpretado geometricamente como a inclinação da reta que tangencia a parábola no ponto $(0, c)$. Se a reta tangente for decrescente, o sinal do coeficiente de x da função será negativo. Se a reta tangente for crescente, como é o caso do exercício da Figura 79, o sinal do coeficiente de x será positivo. Se o vértice da parábola cortar o eixo Y , a reta tangente será horizontal, e assim o coeficiente angular será zero, portanto, a função polinomial de 2º grau não terá coeficiente de x . O termo independente nesse caso é negativo, pois quando $x = 0$, tem-se, como na Figura 79, um valor negativo para y .

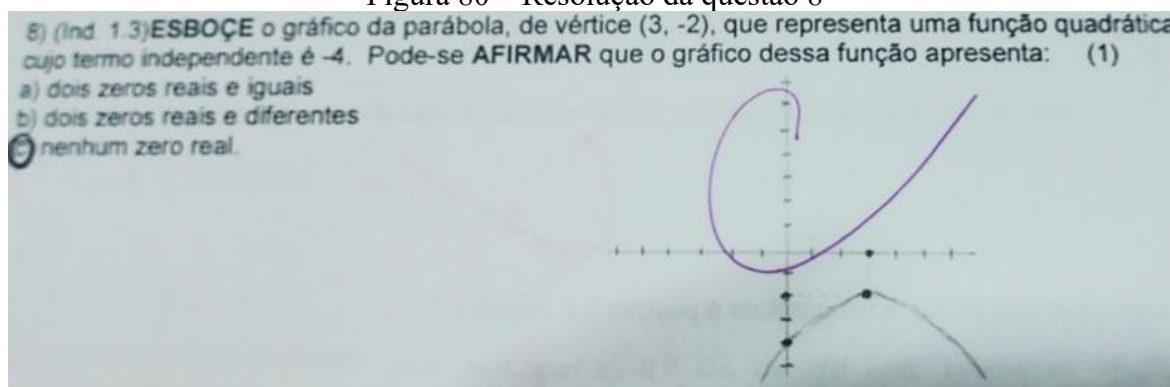
Constatou-se que foi na justificativa para o sinal do coeficiente de x que os estudantes manifestaram alguns equívocos: um estudante registrou que o sinal era positivo, pois o gráfico corta o eixo y crescendo. Outro, escreveu que o gráfico está para a direita. Apesar disto,

percebeu-se que, nas respostas desta questão, a maioria dos estudantes identificou corretamente o sinal dos coeficientes.

O resultado no aproveitamento desta questão está relacionado à exploração do sinal dos coeficientes durante as atividades e construção de gráficos. Isso vem ao encontro do que foi explicitado pelos estudantes na autoavaliação, na qual 73,1% consideraram que a exploração e a construção de gráficos no aplicativo Desmos contribuiu positivamente para a sua aprendizagem.

Na sequência, a questão 8 relacionou a localização do vértice e do termo independente, com a existência, ou não de raízes. Pode-se visualizar na Figura 80 o desenvolvimento apresentado por um dos estudantes:

Figura 80 – Resolução da questão 8



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Na Figura 81, observam-se os resultados apresentados pelos estudantes na questão 8:

Figura 81 – Resultados da questão 8

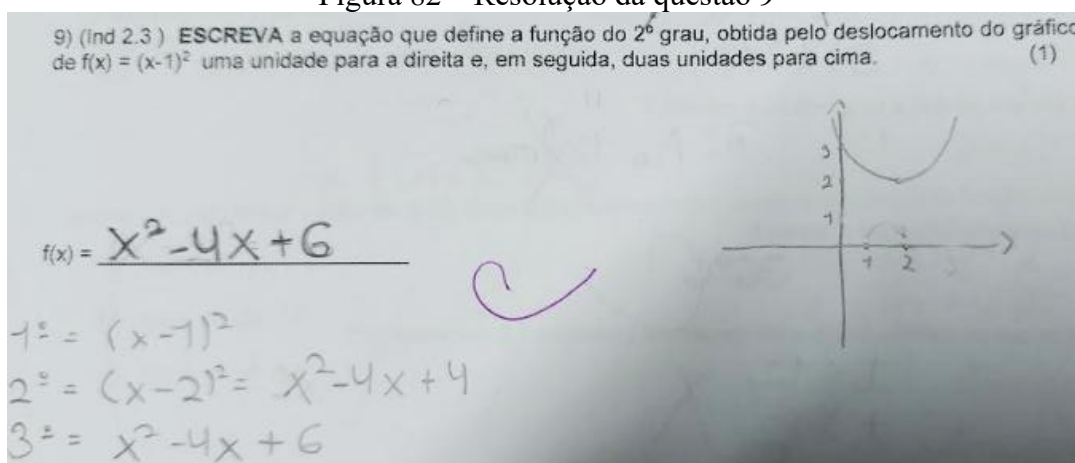


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

O raciocínio envolvido nessa questão é bem importante, pois evidencia a relação entre os principais elementos do gráfico de uma função polinomial de 2º grau. Salienta-se que esse tipo de exercício foi resolvido pelos estudantes no jogo de duplas. Entretanto, não se pode prescindir que a solução parta da localização correta do ponto solicitado no plano cartesiano. O resultado apresentado no gráfico evidencia um expressivo crescimento em relação à questão 1 do questionário sobre os conhecimentos prévios, na qual se indagava qual par ordenado não estava representado no plano cartesiano. Naquela ocasião, o percentual de acertos foi de 11%.

A questão seguinte, de número 9, abordou a translação de parábolas. Na Figura 82, pode-se visualizar o desenvolvimento correto da resposta de um estudante.

Figura 82 – Resolução da questão 9

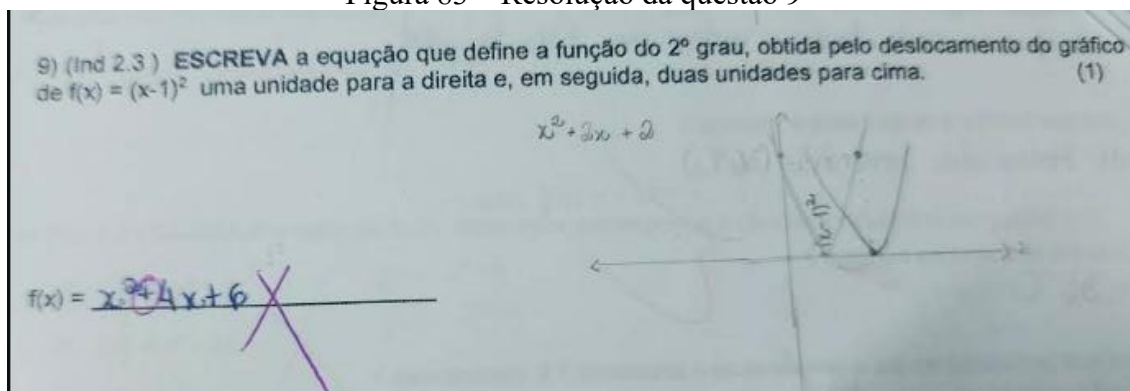


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

O exercício partiu de $f(x) = (x-1)^2$ e, ao transladar essa função uma unidade à direita, obtém-se $f(x) = (x-2)^2$. Em seguida, deslocando-a duas unidades para cima no eixo y , obteve-se $f(x) = (x-2)^2 + 2$.

Na Figura 83, visualiza-se o desenvolvimento incorreto dessa mesma questão, pois a estudante quis desenvolver o produto notável e trocou o sinal dele.

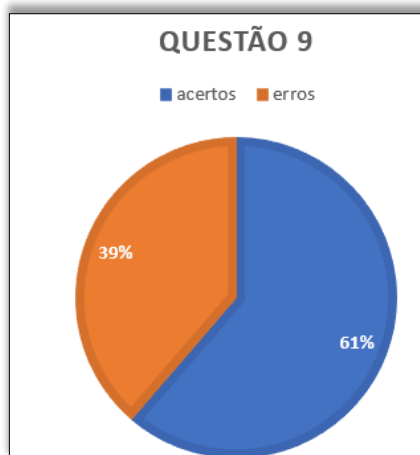
Figura 83 – Resolução da questão 9



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Os resultados do aproveitamento da questão 9 podem ser observados na Figura 84:

Figura 84 – Resultados da questão 9

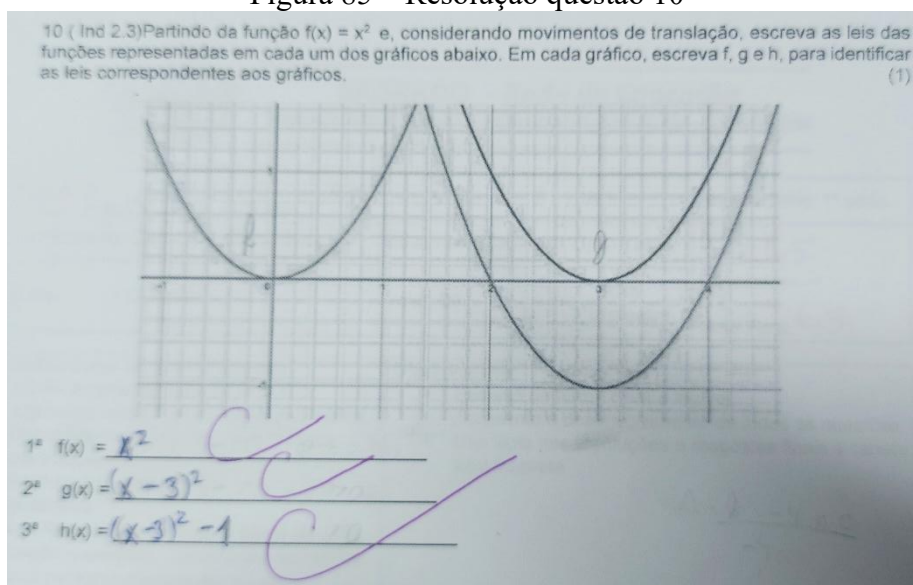


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

A partir dos resultados apresentados no gráfico (Figura 84), constatou-se que a maioria dos estudantes reconheceu as funções solicitadas. Entretanto, pela ausência de imagens, este exercício torna-se um pouco mais complexo. Relacionado a isso, conforme Moreira (2006), ao procurar evidências de aprendizagem significativa, os testes devem ser apresentados num contexto de alguma forma diverso daquele originalmente encontrado no material instrucional.

Finalmente, a questão 10 também abordou a translação de parábolas. Pode-se visualizar a resposta correta de um dos estudantes na Figura 85.

Figura 85 – Resolução questão 10

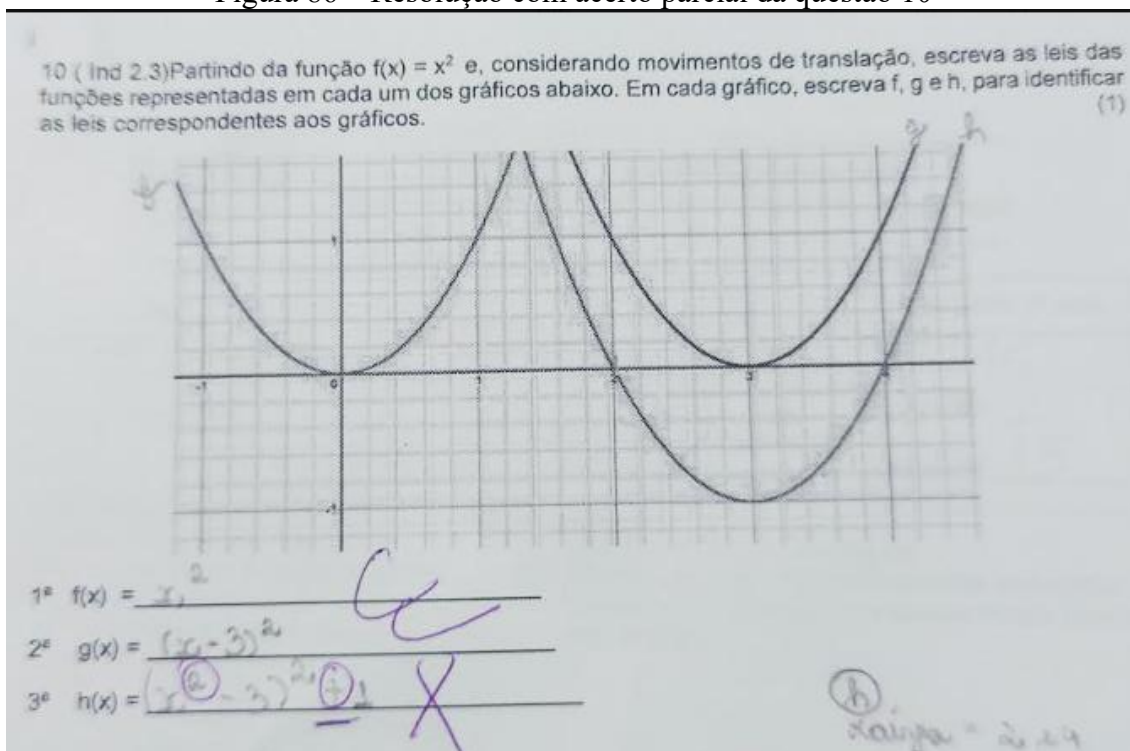


Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Partindo de $f(x) = x^2$ e transladando essa função três unidades à direita, obtém-se $f(x) = (x - 3)^2$. Em seguida, movimentando essa segunda função e deslocando-a duas unidades duas unidades para baixo no eixo y , obtemos $f(x) = (x - 3)^2 - 2$.

Constatou-se que vários estudantes obtiveram acerto parcial nessa questão, pois conseguiram expressar corretamente a primeira translação, porém não reconheceram a lei da segunda translação, conforme a Figura 86.

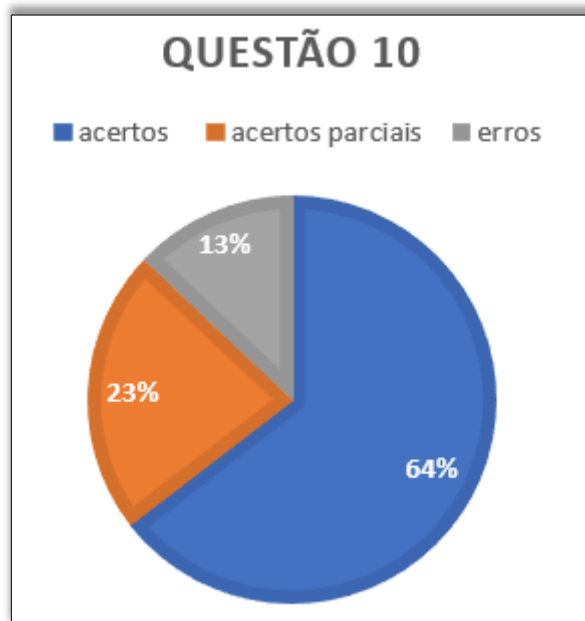
Figura 86 – Resolução com acerto parcial da questão 10



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

Observa-se o aproveitamento da questão 10 na Figura 87:

Figura 87 – Resultados da questão 10



Fonte: elaborada pela própria autora (2021).

De acordo com o gráfico anterior (Figura 87), percebe-se que a maioria dos estudantes obteve aproveitamento máximo nessa questão. Isso é resultado das atividades realizadas durante as aulas, bem como da elaboração da obra artística e da atividade do detetive. O aproveitamento mostra que as atividades realizadas foram importantes. Entretanto, para os que atingiram parcialmente ou não obtiveram êxito, são necessários outros estudos e exercícios envolvendo a identificação de funções, a partir das imagens das funções elaboradas pelos estudantes na obra artística, por exemplo.

A seguir, apresentam-se os resultados obtidos com a autoavaliação (Apêndice I), na qual os estudantes responderam a um formulário no Google Forms, composto por 14 perguntas acerca de sua participação durante a realização desta pesquisa e do papel da professora em sua execução. As imagens desses resultados podem ser visualizadas no Apêndice J.

Na autoavaliação realizada, as perguntas 1 e 2 inquiriam o estudante sobre o empenho de cada um com relação às atividades desenvolvidas durante as aulas e extraclasse. Percebeu-se que 73,1% dos estudantes afirmaram ter realizado todas as atividades na escola e 76,9% afirmaram que realizaram com dedicação as atividades extraclasse. Esse é um dado indicativo de que a maioria dos estudantes se comprometeu com as atividades realizadas tanto na escola quanto em casa.

A questão 3 indagava se o estudante compreendeu os conceitos relacionados à função polinomial do 2º grau ao realizar as atividades de exploração de gráficos feitas pela professora. Nesse quesito, 50% dos estudantes afirmaram que sim; e os outros 50% afirmaram que compreenderam parcialmente. O fato de a metade dos estudantes relatarem compreensão parcial do assunto estudado com a exploração de gráficos, mostra que, embora tenham ocorrido aprendizagens importantes e avanços em relação aos conhecimentos prévios, ainda podem ter persistido algumas dúvidas. Entretanto, convém destacar que, na sequência, estas dificuldades reduziram-se substancialmente com o uso de outros recursos tecnológicos e com a execução de outras atividades planejadas pela professora. O que pode ser confirmado, na questão 4, na qual foi perguntado se a utilização de *softwares* e outros recursos tecnológicos contribuiu para a compreensão da função polinomial do 2º grau. Obteve-se resposta afirmativa para 88% dos estudantes, sendo que, 12%, aproximadamente, afirmaram que a contribuição foi parcial. Convém salientar que nenhum estudante afirmou que o fato de ter utilizado *softwares* e outros recursos tecnológicos não contribuiu para a sua aprendizagem.

A questão 5, por sua vez, solicitou a classificação por parte dos estudantes, em uma escala de 1 a 5, do quanto a construção de gráficos no Desmos contribuiu para a sua aprendizagem. Como resultado, 19% deram importância em grau 3 e 73% deram importância

em graus 4 e 5. Os resultados mostraram que a metodologia aplicada foi aprovada pelos estudantes. Nesse sentido, para Almeida (2016), o uso de *smartphone*, *tablets* e *notebooks* no ensino da Matemática escolar são um meio de melhorar o desempenho do discente, pois esses dispositivos envolvem o estudante em um mundo virtual com ferramentas capazes de estimular o interesse pela Matemática.

Na sequência, também em uma escala de 1 a 5, as questões 6, 7 e 8 solicitaram a classificação do quanto os registros escritos, a resolução de exercícios e a construção do Padlet, respectivamente, contribuíram para a sua aprendizagem. Para 96% da turma, os registros escritos contribuíram para a aprendizagem, sendo que para 32% em grau 4 e para 36%, em grau máximo. Já a resolução de exercícios foi importante para 100% dos estudantes, com 80% deles em grau 4 e 5. A construção do Padlet contribuiu na aprendizagem de 96% dos estudantes, 56% em graus 4 e 5.

Esses resultados mostraram que as atividades planejadas para esta sequência didática foram bem aceitas pela maioria dos estudantes e contribuíram para que evoluíssem em sua aprendizagem.

As questões 9, 10 e 11, na mesma escala de valoração, abordaram a criação da obra digital, a atividade de bancar o detetive e a exploração do Tracker, respectivamente. Para 60% dos estudantes, a criação da obra digital foi importante em graus 4 e 5. Já a atividade de bancar o detetive foi considerada importante em graus 4 e 5 por 84% dos estudantes. A exploração do aplicativo Tracker contribuiu para a sua aprendizagem de 84% dos estudantes, sendo que 32% no nível 3 e 52% nos níveis 4 e 5.

Em classe, pode-se observar que estas diferentes atividades foram realizadas com genuíno interesse, situações que se relacionam fortemente com Perrenoud (2000), para o qual, uma atividade de pesquisa desenrola-se geralmente, em vários episódios. Às vezes, estes quebram o direcionamento do grupo para o saber; porém, em outros momentos, permitem a reflexão, deixando as coisas evoluírem e retomando-as com novas ideias e uma energia renovada.

A autoavaliação foi finalizada com as questões 12, 13 e 14. Na questão 12, perguntou-se se houve alguma dificuldade durante a realização deste estudo que ainda persiste. A maioria dos estudantes afirmou que não; entretanto, alguns afirmaram que descobrir a equação do 2º grau, a partir do gráfico, é uma dificuldade que ainda permaneceu. A questão 13, inquiriu se o estudante aprendeu com esta forma de estudar e se recomendaria para outros assuntos que envolvessem as funções matemáticas. Como resultado, obteve-se o percentual de 52% que recomendaria totalmente e 48% recomendaria para algumas atividades. Este fato avaliza a

utilização das tecnologias nas metodologias de ensino-aprendizagem, o que também é valorizado por Gravina (2012), que afirma que nas rotinas de sala de aula deveriam ser incorporadas, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas formas de pensar, de aprender, de produzir. Também, para Perrenoud (2000), as novas tecnologias permitem que sejam criadas situações de aprendizagem ricas e diversificadas, que possibilitam uma mudança de paradigma, possibilitando ao professor concentrar-se na criação, gestão e regulação das situações de aprendizagem.

A questão 14, perguntou aos estudantes sobre o trabalho da professora-pesquisadora. Nesse quesito, para 96% dos estudantes, a atuação da professora foi coerente e contribuiu para o bom andamento dos trabalhos. A aprovação do trabalho realizado destaca a importância do papel do professor, o qual, conforme Felcher (2021), deve ser um profissional que orienta, que instiga, que mostra caminhos, em uma construção mais aberta, criativa e empreendedora, que usa a tecnologia como aliada, a favor da aprendizagem.

Assim, de acordo com o que foi expresso pelos estudantes em suas respostas, percebeu-se que a forma como a UEPS foi desenvolvida proporcionou a participação dos alunos em diversas atividades diferenciadas, as quais foram consideradas importantes para a construção de novas aprendizagens. Além disso, a aplicação dessa UEPS possibilitou criar um ambiente de ensino e de aprendizagem mais dinâmico, o qual mostrou que a construção de gráficos por meio de *softwares* pode contribuir para a compreensão da função de segundo grau na primeira série do Ensino Médio.

5 PRODUTO EDUCACIONAL

Função Quadrática: Entre Curvas e Conceitos é o produto educacional gerado por esta pesquisa e dissertação, consistindo em um material de apoio pedagógico aos professores, na forma de uma sequência didática organizada como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), que reúne diversas atividades para explorar e aprofundar o estudo da função polinomial do 2º grau.

Este produto educacional apresenta o planejamento global seguido de uma proposta de estudos, organizada na forma de uma linha do tempo em que são disponibilizadas as atividades propostas para os encontros, bastando clicar no número que designa cada um deles. Os professores encontrarão atividades experimentais, demonstrações práticas, formulários, jogos e situações-problema para serem realizadas em grupo ou individualmente. Além disso, estão descritas as aulas que contemplam os passos para o desenvolvimento da UEPS, visando a aprendizagem significativa dos alunos.

Ao se adotar esse formato, busca-se facilitar o acesso do professor aos recursos que considere importante para seus estudantes naquele momento, ressaltando que as diferentes atividades e procedimentos sugeridos para os encontros descritos na UEPS podem ser adaptados de acordo com a necessidade dos estudantes e da escola em que será aplicada. Além da proposta completa, inclui-se uma lista com 10 exercícios de aplicação da função polinomial de 2º grau (Apêndice H), especialmente sobre valor de máximo ou mínimo e análise do gráfico. Esses exercícios foram selecionados de provas de Enem e de vestibulares de diferentes universidades e podem servir de incentivo, desafio ou motivação para que os estudantes compreendam de outros modos tais funções podem ser solicitadas, ou ainda percebam, no cotidiano, a utilidade do estudo das funções do segundo grau.

O produto educacional Função Quadrática: Entre Curvas e Conceitos foi estruturado no Canva e pode ser acessado pelo link https://www.canva.com/design/DAFizpbsoms/TU7jusX3Ehl60Z-sVTo_5Q/edit no site do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGE CiMa, da Universidade de Caxias do Sul.

Este material apresenta uma proposta considerada completa para o estudo da função de segundo grau, mas não precisa ser utilizado em sua totalidade, nem necessariamente na ordem em que foi apresentada, e sim conforme as necessidades pedagógicas, educacionais e os interesses pessoais dos professores e de seus alunos. Dessa forma, busca-se oferecer este

produto educacional como um instrumento pedagógico de apoio a professores e estudantes, contribuindo para a construção de aprendizagens significativas sobre a função polinomial do 2º grau.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A BNCC (Brasil, 2018) afirma que, no Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos no Ensino Fundamental e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Ainda, como competências gerais, preconiza que o estudante deve compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas. Enfim, exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Essa afirmativa leva a reconhecer a importância de se evitar que o educando apenas reproduza o que foi transmitido pelos educadores, e dedicar-se a contribuir para formar sujeitos autônomos e capazes de construir e aplicar conhecimentos sólidos e de valor em cada situação que a eles se apresenta. Ao professor, então, cabe a tarefa de criar, selecionar atividades e articulá-las numa proposta pedagógica que venha a contribuir para a construção de conhecimentos pelos alunos, acessíveis pela compreensão e entendimento gerados, como em uma rede cognitiva de ideias e conceitos matemáticos, e seus significados.

Nesta direção, com a pesquisa aqui relatada, buscou-se investigar as contribuições que a construção de gráficos, por meio de *softwares*, pode trazer para a compreensão da função de segundo grau na primeira série do Ensino Médio. Quanto aos objetivos específicos, definidos para o alcance desse propósito, o que se conclui é que foram atingidos satisfatoriamente: (i) Desenvolveu-se a sequência didática planejada, dando ênfase à construção de gráficos por meio de *softwares*, para compreender conceitos e propriedades das funções de segundo grau. Construir e aplicar esta sequência trouxe grandes benefícios nos processos de ensinar e de aprender, ao professor e aos seus estudantes. Esta sequência didática foi estruturada sob a forma de uma UEPS, conforme Moreira (2011), relacionando conteúdos em situações de interação que possibilitaram a aprendizagem baseada em conceitos com significado para os estudantes. (ii) Explorou-se, na sequência didática, as representações numérica, algébrica e gráfica, como formas de expressar e interpretar funções de segundo grau. Dessa forma, a UEPS contemplou a investigação dos conhecimentos prévios por meio de aplicativos, vídeos, e *softwares*, explorados para a construção e a análise do movimento de gráficos das funções de segundo grau. (iii) Implementou-se uma exposição de trabalhos artísticos criados com gráficos de funções de segundo grau estudados. A exposição de trabalhos artísticos representou um forte indício de como a construção de gráficos, por meio de *softwares*, contribuiu para a compreensão

da função polinomial do segundo grau, além de ser uma estratégia inovadora de estudo das funções, e que pode ser replicada no estudo de outras funções. Além disso, a realização desses trabalhos possibilitou compreender que os estudantes avançaram desde etapas iniciais — saber como são definidas e representadas as funções de segundo grau e seus gráficos — até outras, de nível mais complexo, nas quais puderam criar funções como as que imaginavam em suas cabeças, atribuindo-lhes formas que só poderiam ser alcançadas com o entendimento dos significados dos conceitos matemáticos envolvidos. Essa experiência constituiu indícios relevantes de aprendizagem significativa, almejada como objetivo central do processo de ensino. (iv) Construiu-se, um produto educacional diferenciado, interativo e inovador em sua forma de apresentação, com uma variedade de recursos, os quais possibilitam diferentes formas de exploração de conceitos, como proposta didática, a fim contribuir com o ensino das funções polinomiais do segundo grau.

Além disso, é importante salientar que o planejamento proposto foi aplicado e reconhecido pelos estudantes como uma estratégia adequada para os estudos, vivenciada com satisfação em sala de aula, não apenas por conter o que precisam aprender, mas também porque as atividades podem ser realizadas com apoio de uma tecnologia que acrescentam suporte, descontração e interação, tornando o estudo mais agradável e eficaz.

Com base na análise dos dados obtidos, por meio dos diversos instrumentos de produção, coleta e avaliação, identificou-se que os estudantes participaram com êxito das atividades propostas e que a sequência didática desenvolvida contribuiu para a construção de aprendizagens. Constatou-se que 88% dos estudantes consideraram que o uso de recursos tecnológicos contribuiu positivamente para a compreensão das funções polinomiais do 2º grau; e, ainda, 72% consideraram que o aplicativo Desmos contribuiu, especialmente, com ilustrações e a relação entre lei e gráfico, em grau alto ou muito alto para a sua aprendizagem.

É relevante destacar que os recursos digitais utilizados, adequadamente no que se propôs e observou, constituíram instrumentos importantes no processo de ensino- aprendizagem, considerados inovadores e que, como revelaram os estudantes em suas contribuições, produções e reflexões, favoreceram a construção de uma aprendizagem significativa. Certamente, há aspectos a serem aprimorados, como os estudantes apontaram, mas acredita-se que a utilização de tecnologias foi o principal suporte no caminho para se promover aprendizagens significativas.

Assim, o produto educacional, construído com esta pesquisa, constitui-se de uma proposta didática inovadora que visa contribuir com docentes e estudantes na construção de

aprendizagens sobre a função polinomial de segundo grau e colaborar na criação de ambientes favoráveis à aprendizagem.

Tais objetivos, que estruturaram o percurso desta pesquisa, desdobraram o objetivo geral que era promover a aprendizagem significativa de funções de segundo grau no Ensino Médio por meio de uma sequência didática que utiliza a construção de gráficos com *softwares*. Entende-se, pois, que o seu alcance foi de sucesso, uma vez que aprendizagens significativas foram construídas. Entretanto, para alguns ainda persistiram dificuldades, mas todos reconheceram, assim como a professora, em diferentes momentos em sala de aula, na realização das atividades de aprendizagem e de avaliação, e nas impressões dos estudantes na autoavaliação, todos avançaram em estudo, envolvimento e entendimento das funções de segundo grau, e com disposição para aprender e compreender. Dos registros, também de memória, das análises e conclusões, depreende-se ter sido percorrido um caminho desafiador e de extrema satisfação, por ter aceitado, professora e estudantes, investir esforços em novas metodologias e na dinâmica propiciada por abordagens inovadoras.

Como professora, é importante destacar que a trajetória vivenciada na realização desta pesquisa e na construção do produto educacional possibilitaram a superação de limitações, a construção de aprendizados valiosos, didáticos e pedagógicos, e a certeza de que se tem a capacidade de criar, recriar e se reinventar. Apesar do tempo empregado para a conclusão de trabalho ter se estendido além do tempo usual, devido a situações que foram alheias à vontade e disposição que se tinha, chega-se ao término desta jornada com muita satisfação por poder compartilhar com colegas professores e pesquisadores em Educação Matemática, o relato dessa experiência, que foi vivenciada com grande entusiasmo, que produziu bons frutos, novidades pedagógicas e crescimento pessoal e profissional, deixando, nesta professora, a boa sensação de dever cumprido, como também se pode atestar com o que aprenderam e relataram os estudantes participantes.

Por fim, cabe esclarecer, a partir do que se vivenciou, mais do que se leu com tanta frequência, que a inovação não se restringe ao uso da tecnologia, mas, reside, principalmente, na maneira como o professor emprega esses instrumentos. Certamente, novos estudos são necessários para aqueles que encontrarem proveito no produto educacional gerado e, igualmente, para esta professora, em novas oportunidades e desafios, a fim de aprofundar e lançar novas luzes sobre o que foi criado, aplicado e investigado nessa pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMI, A. M.; FILHO, A. A. D.; LORANDI, M. M. *Pré-cálculo*. Porto Alegre: Bookman, 2015. Ebook. ISBN 9788582603215. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603215>.
- ALMEIDA, H. O uso de celulares, tablets e notebooks no ensino da matemática. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 11, n. 2, 2016.
- ANDRADE, A. F. *et al.* *A modalidade d no conceito de simetria*. Curitiba: Graphica, 2007. Disponível em: <http://www.degraf.ufpr.br/graphica2007/artigos/AMODALIDADE.pdf>
- AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimento: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Paralelo, v.1, 2003.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D., HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BARRETO, A. L. O. *A análise da compreensão do conceito de funções mediado por ambientes computacionais*. 2009. 363 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará. Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza-CE, 2009.
- BEZERRA JÚNIOR, A. G. *et al.* Videoanálise com o *software* livre Tracker no laboratório didático de Física: movimento parabólico e segunda lei de Newton. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, [S. l.], v. 29, p. 469–490, 2012. DOI: 10.5007/2175-7941.2012v29nesp1p469. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2012v29nesp1p469>. Acesso em: dez. 2023.
- BORBA, M.de C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. São Paulo: Autêntica, 2019. E-book. ISBN 9788551306628. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788551306628/>. Acesso em: 06 out. 2024.
- BRASIL. *Portal da Base Curricular Nacional*. Brasília: Ministérios da Educação, 2018. Disponível em: basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio. Acesso em: mar. 2022.
- CASTOLDI, R.; POLINARSKI, C. A. A utilização de recursos didático-pedagógicos na motivação da aprendizagem. *In: I SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA*. Ponta Grossa, PR, 2009.
- CIÊNCIA EM QUADRO. *Skate: parábola*. Brasil: Canal Futura, 2015. (1 min). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=R2PDwZhriLg>
- CRESCENTI, E. P. *Os professores de Matemática e a Geometria: opiniões sobre a área e seu ensino*. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2005.
- DEWEY J. *Como pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo como o processo educativo: uma reexposição*. 3. ed. São Paulo: Nacional, 1959.

DESMOS. Calculadora gráfica. [2021]. Disponível em:
<https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>

FELCHER, C. D. O. *Uso de tecnologias digitais no ensino de matemática*. Ijuí: Unijuí, 2021. E-book. ISBN 9786586074840. Disponível em:
<https://app.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9786586074840/>. Acesso em: 30 ago. 2025.

FLEMMING, D. M; COLLAÇO DE MELLO, A. C. *Criatividade e jogos didáticos*. São José: Saint-Germain, 2003.

GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. C.; Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: Uma análise segundo o referencial da teoria de Vygotsky. *Investigação em Ensino 61 de Ciências*, v. 10, n. 2, p. 227 – 254, ago. 2005. Disponível em:
<http://www.if.ufrgs.br/ienci/?go=artigos&idEdicao=32> Acesso em: nov. 2024.

GERHARDT, T; SILVEIRA, D. *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMÉZ, P. A. I. *Educação na era digital: a escola educativa [recurso eletrônico]* / Ángel I. Pérez Gómez; tradução: Marisa Guedes; revisão técnica: Bartira Costa Neves. Porto Alegre: Penso, 2015.

GÓMEZ-GRANELL, C. Aquisição da linguagem Matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A. e TOLCHINSKY, L. *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e Matemática*. São Paulo: Ática, 2003, p. 257-295.

GRAVINA, M. A. et.al. *Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para formação de professores de Matemática*. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Universidade Aberta do Brasil, 2012.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas, SP: Papyrus, 2007.

LOPES, L. Simetria. *Blog o ensino de arte - desafios, reflexões e interações*. São Paulo, 2020. Disponível em: <https://profleandroglopes.blogspot.com/2020/07/simetria.html>

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciência & Educação*, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MORAN, J. M. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 21. ed. rev. e atual. Campinas, SP: Papyrus, 2013.

MOREIRA, M. A. (org.) et al. *Teoria da Aprendizagem Significativa – Contributos do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa*, Peniche, 2000.

MOREIRA, M. A. *O que é afinal aprendizagem significativa?* Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2010.

MOREIRA, M. A. *Pesquisa em Ensino: aspectos metodológicos*. Porto Alegre, RS: Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.

MOREIRA, M. A. *Teorias de Aprendizagem*. São Paulo: EPU – Editora Pedagógica e Universitária Ltda, 1999.

MOREIRA, M. A. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS. *Aprendizagem Significativa em Revista / Meaningful Learning Review*, v. 1, n. 2, p. 43-63. 2011. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf. Acesso em: jun. 2022.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. *Aprendizagem Significativa: a Teoria de David Ausubel*. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.

MOREIRA, S. Simetria axial. *Blog Educación Visual y Plástica*. Canelones, Uruguai, 2015. Disponível em: <http://comunicacionvisualyplastica.blogspot.com/2013/09/simetria-axial-decimosque-una-figura.html>

MORETTO, V. P. *Prova um momento privilegiado de estudo não um acerto de contas*. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

NUNES, E.T. *As potencialidades da experimentação através da videoanálise para o ensino de Física no ensino médio por meio do Software Tracker*. 2020. 76 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020

PERRENOUD, P. *Dez novas competências para ensinar*. Trad. Patrícia Chittoni Ramos – Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

REDLING, J. P. *A metodologia de resolução de problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de matemática do ensino fundamental*. 2011. 166 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2011.

ROCHA, A.; PONTE, J. P. da. Aprender matemática investigando. *Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, v. 14, n. 26, p. 29–54, 31 jan. 2009.

RODA se samba. Conteúdo: Joni Meyer, Leonardo Barichello. Roteiro: Patrícia Roman. *Matemática Multimídia. Números e funções. Série: Matemática na Escola*. São Paulo, Unicamp, [2021]. 9 min. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1172>. Acesso em: 13 set. 2025.

SAFIER, F. *Pré-cálculo*. 2. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

SANTOS, A. O. Aspectos pedagógicos da aprendizagem significativa de Ausubel em Matemática nos Primeiros anos do Ensino Fundamental. *Perspectivas em Psicologia*, Minas Gerais, v. 18, n.1, jan-jun 2014.

SANTOS, S. A. *Ensino e aprendizagem de funções afim e quadrática e lançamento oblíquo em uma perspectiva interdisciplinar*. 2013. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT/UNIVASF) – Universidade Federal do Vale do São Francisco. Juazeiro, BA, 2013.

SIMULAÇÕES Interativas *PhET*. Colorado: University of Colorado Boulder, [2021]. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/.

SKOVSMOSE, O. *Um convite à Educação Matemática Crítica* (livro eletrônico) – tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas SP: Papirus, 2015.

SOARES, C. *Metodologias ativas – Uma nova experiência de aprendizagem*. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2020.

TAVARES, D.E., FERREIRA, N.R.S. *Interdisciplinaridade*. Publicação oficial do Grupo de Estudo e Pesquisa em Interdisciplinaridade (GEPI). Programa de Pós-graduação em Educação/Currículo – Linha de pesquisa: interdisciplinaridade: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, PUC-SP, 2017.

VALADARES, J. A. Teoria da aprendizagem significativa como teoria construtivista. *Aprendizagem Significativa em Revista*, v.1, n.1, p. 36-57, 2011.

VALLE, Maria Guellero do; MOTOKANE, Marcelo Tadeu. *A argumentação na produção escrita de professores de ciências e o ensino da genética*. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação e Ciências. Florianópolis, nov/2000.

VARELLA, P.G. *et al.* Aprendizagem colaborativa em ambientes virtuais de aprendizagem: a experiência inédita da PUCPR. *Revista Diálogo Educacional*, v. 3, n.6, p.11-27, maio/agosto, 2002.

APÊNDICE A – SLIDES DE APRESENTAÇÃO DA PESQUISA



Funções: situações significativas de aprendizagem com o uso de softwares.

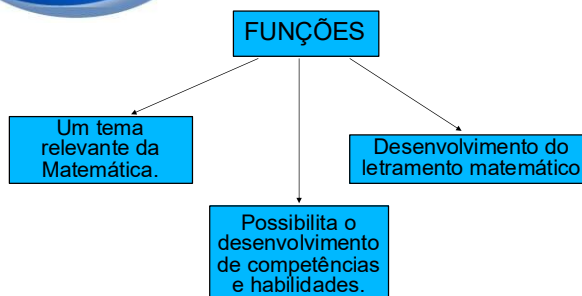
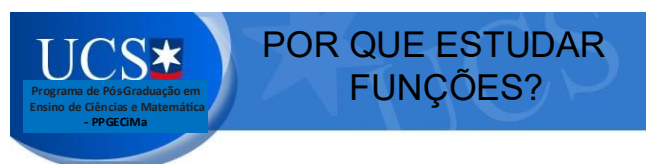
Mestranda: Tânia Dall' Oglio Tasca

Professora Orientadora

Dra. Isolda Gianni de Lima



Quais as contribuições que a construção de gráficos, por meio de softwares, pode trazer para a compreensão da função de 2º grau na primeira série do Ensino Médio?





Avaliar as contribuições de uma sequência didática que utiliza a construção de gráficos por meio de softwares, para promover a aprendizagem significativa de funções de segundo grau na 1ª série do Ensino Médio.



Desenvolver a sequência didática planejada, dando ênfase à construção de gráficos por meio de softwares, para compreender conceitos e propriedades das funções de segundo grau.

Explorar, na sequência didática, as representações numérica, algébrica e gráfica, como formas de expressar e interpretar funções de segundo grau.

Implementar uma exposição artística de trabalhos criados com gráficos de funções de segundo grau.

Construir, como produto educacional resultante da dissertação, uma proposta didática para o ensino de funções de segundo grau, tomando por base a sequência didática construída e aprimorada a partir dos resultados da pesquisa.



UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA
8 passos

- 1 Definição do tópico específico a ser abordado.
- 2 Propor situações que levem o aluno a externalizar seu conhecimento prévio.
- 3 Situação problema introdutória que preparem o terreno para a introdução do conhecimento que se pretende ensinar.
- 4 Aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos.
- 5 Situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade.
- 6 Retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão, porém, por meio de uma perspectiva integradora.
- 7 A Avaliação da aprendizagem através da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação.
- 8 A UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa.

UCS
Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática
- PPGECiMa

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Alguns procedimentos já previstos para compor a UEPS:

- Investigação dos conhecimentos prévios por meio de aplicativos.
- Exploração de vídeos.
- Trabalhos em equipe.



[Esta Foto](#)

[CC BY-SA](#)

UCS
Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática
- PPGECiMa

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

- Uso de softwares para explorar a construção e o movimento de gráficos das funções de segundo grau.
- Registro dos dados obtidos.
- Criação de trabalhos artísticos com gráficos de funções de segundo grau.



[Esta Foto](#)

[CC BY](#)

[CC BY](#)

UCS
Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências e Matemática
- PPGECiMa

PORQUE FAZER UM MESTRADO?

Para investigar a própria prática, propor estratégias diferenciadas e verificar que resultados podem ser obtidos. À luz de uma teoria explicar esses resultados no contexto científico.



Construção de uma proposta didática para o ensino de funções de segundo grau, tomando por base a sequência didática construída e aprimorada a partir dos resultados da pesquisa.



Que a sequência didática elaborada promova a aprendizagem significativa e o gosto pelas novas descobertas!

APÊNDICE B – TERMO DE ANUÊNCIA

A instituição Colégio Sagrado Coração de Jesus, situada na cidade de Bento Gonçalves, estado do Rio Grande do Sul, autoriza a professora-pesquisadora Tânia Dall Oglio Tasca, mestranda orientada pela Prof^a. Dra. Isolda Gianni de Lima, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, a desenvolver uma pesquisa, que é parte da dissertação **FUNÇÕES DE SEGUNDO GRAU: SITUAÇÕES SIGNIFICATIVAS DE APRENDIZAGEM COM O USO DE SOFTWARE** em suas dependências, tomando ciência de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa, e tendo por entendimento que os dados obtidos serão utilizados somente para fins de investigação, sem qualquer risco ou danos a essa instituição.

Bento Gonçalves, _____ de _____ de 2021.

Assinatura do pesquisador

Assinatura com carimbo da instituição

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Sou mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional, da Universidade de Caxias do Sul. Estou realizando uma pesquisa que pretende avaliar as contribuições de uma sequência didática que utiliza a construção de gráficos por meio de um software, na aprendizagem das funções de 2º grau, na primeira série do Ensino Médio. Esta pesquisa é desenvolvida por mim e orientada pela Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima.

Diante da relevância de práticas que viabilizem a aprendizagem significativa, convido-o a participar desta pesquisa, mediante registro das atividades de aprendizagem e de pareceres descritivos que forem solicitados durante o andamento da pesquisa. Os dados servirão para a avaliação dos benefícios da metodologia a ser aplicada nesta unidade de aprendizagem.

A participação nesta pesquisa é voluntária e tem fins, exclusivamente, de investigação.

Em qualquer publicação oriunda desta pesquisa, a sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Como participante, você pode obter informações sobre o andamento da pesquisa sempre que achar necessário.

Tânia Dall Oglio Tasca Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima

Professora-pesquisadora Professora orientadora

Declaro estar ciente das informações acima e de que minha identidade, enquanto participante, será preservada. Assim, autorizo a utilização de minhas interações e produções no contexto da aprendizagem para fins desta pesquisa.

Nome do estudante Pais ou Responsáveis

Bento Gonçalves, _____ de _____ de 2021

**APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO INICIAL SOBRE RELAÇÃO COM A
DISCIPLINA E A DISPOSIÇÃO E EXPECTATIVAS PARA OS ESTUDOS SOBRE A
FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU**

Questionário inicial

Neste momento gostaria de saber mais sobre como você se relaciona com a disciplina de Matemática e com a Tecnologia. Com este formulário, mesmo que de forma breve, pretendo conhecer um pouco mais sobre a sua opinião sobre a disciplina, sobre seus estudos, dificuldades e preferências.

1. Nome: *

Insira sua resposta

2. Neste período de pandemia, você está vivenciando transformações no seu modo de estudar e aprender. Como você avalia o impacto dessas mudanças na sua aprendizagem: *

- Positivamente
- Negativamente
- Nada mudou

3. Você gosta de estudar Matemática ? Por quê? *

Insira sua resposta

4. Na sua relação com a Matemática, pensando nos vários assuntos que você já estudou, existe algum que seja o seu preferido, ou que você sentiu-se mais confortável em estudar? Qual seria? *

Insira sua resposta

5. Você tem dificuldade na disciplina de Matemática? Justifique: *

Insira sua resposta

6. Dentre as unidades temáticas abaixo, qual é aquela em que acontece a sua maior dificuldade na disciplina? *

- Geometria
- Tratamento da informação
- Aritmética
- Álgebra
- Grandezas e Medidas

7. De acordo com a sua resposta anterior, você consegue identificar o objeto de estudo em que acontece a sua maior dificuldade em Matemática?

Insira sua resposta

8. No terceiro trimestre vamos estudar um assunto bem importante na disciplina de Matemática, que é a função quadrática. Sobre o seu conhecimento deste assunto:

- Já estudei e sei muito.
- Já estudei, mas sei pouco.
- Nunca estudei e não sei o que é.
- Nunca estudei mas tenho noções sobre ela.

9. Você considera importante ampliar o seu conhecimento sobre a função quadrática?

- Sim
- Não

10. Com relação à metodologia de trabalho do educador, o quanto você considera que ela pode contribuir para a sua aprendizagem na disciplina? Clique no número, em ordem crescente, que ilustra essa importância. *

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

11. A inclusão da tecnologia como impulsionador da aprendizagem dos estudantes é uma realidade, ainda mais nesse período que vivenciamos. Como você avalia a utilização de recursos tecnológicos para fomentar a aprendizagem?

- São indispensáveis para a minha aprendizagem.
- São importantes e eu aprendo mais com eles.
- Ajudam na aprendizagem, mas prefiro não utilizá-los.
- São desnecessários.

12. Você aprecia a ideia de usarmos uma metodologia diferenciada e com apoio da tecnologia para o estudo da função quadrática e com isso participar de uma pesquisa de Mestrado que investiga sobre modos de ensinar e aprender?

- Sim, eu gosto de novas práticas.
- Sim, mas não gosto de coisas muito diferentes.
- Não, prefiro aulas clássicas.
- Não, não gosto de estudar.

APÊNDICE E – EXERCÍCIOS SOBRE COEFICIENTES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU



SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

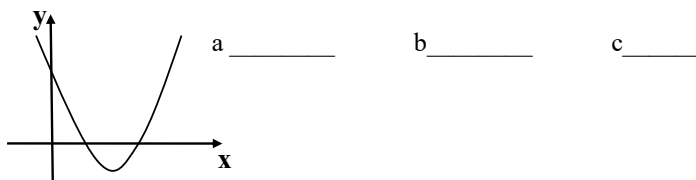
1) O gráfico de uma função quadrática $p(x) = ax^2 + bx + c$ está representado na figura. O que é correto afirmar sobre os coeficientes a , b e c ?

- (A) $a > 0$; $b < 0$; $c < 0$
 (B) $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$
 (C) $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$
 (D) $a > 0$; $b > 0$; $c < 0$
 (E) $a < 0$; $b < 0$; $c < 0$

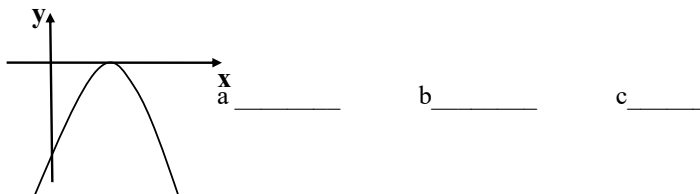


2) Vários gráficos do polinômio de coeficientes reais $p(x) = ax^2 + bx + c$ estão representados abaixo. Observando cada gráfico, determine como se comportam (maior que zero >0 , menor que zero <0 ou igual a zero $=0$) os coeficientes a , b ou c , em cada caso.

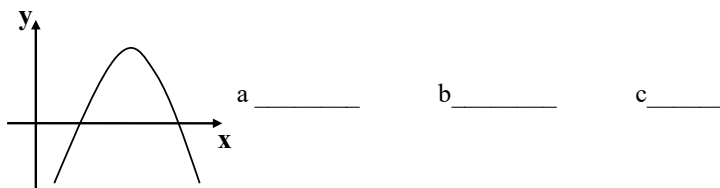
a)



b)



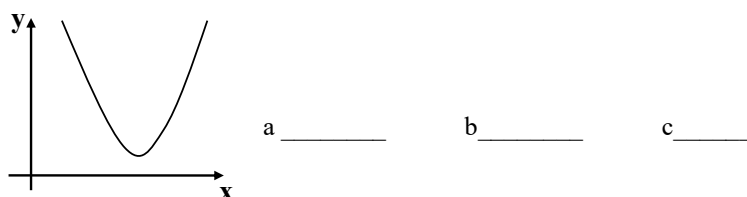
c)



d)



e)



APÊNDICE F – JOGO DE PERGUNTAS E RESPOSTAS SOBRE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

1)



Responda as perguntas observando o gráfico:

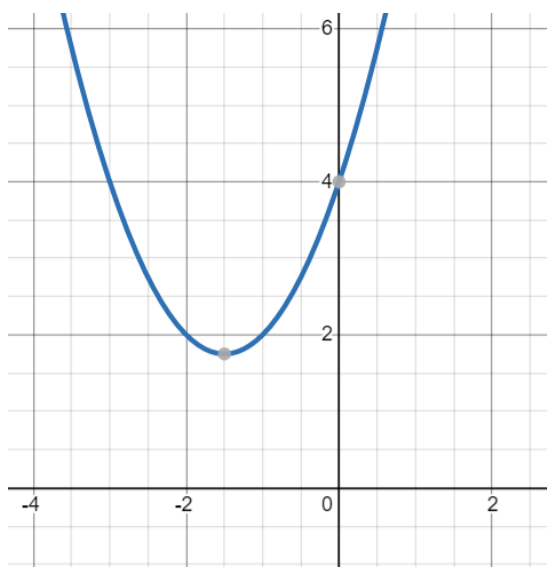
- a) Qual é o sinal do coeficiente de x^2 ? Por quê?
- b) Qual é o sinal do coeficiente de x ? Por quê?
- c) A função apresenta termo independente positivo ou negativo? Por quê?

R: a) Positivo, pois a concavidade da parábola está voltada para cima.

b) Negativo, pois a reta tangente ao ponto em que a parábola intercepta o eixo y é decrescente.

c) Negativo, pois a parábola intercepta o eixo y em um n° negativo.

2) Qual é o gráfico da função $f(x) = x^2 + 3x + 4$?

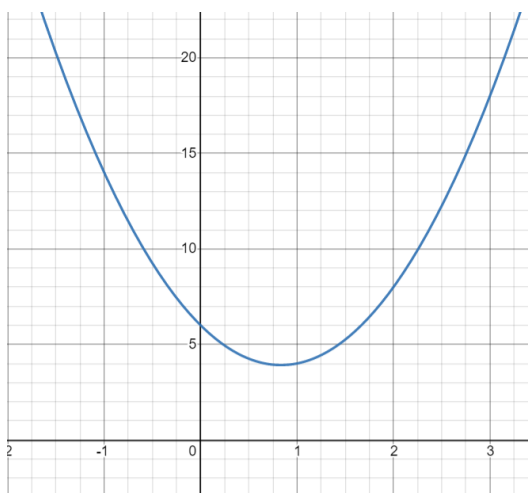


3) Na função quadrática $f(x) = 4x^2 - 9$, o valor de $f(\sqrt{2})$ corresponde à abscissa do vértice da função:

- a) $g(x) = x^2 + 2x + 1$
- b) $h(x) = 2x^2 + 2x - 1$
- c) $k(x) = x^2 - 2x + 1$

R: $g(x) = x^2 + 2x + 1$

4) Qual é o gráfico de $f(x) = 3x^2 - 5x + 6$?

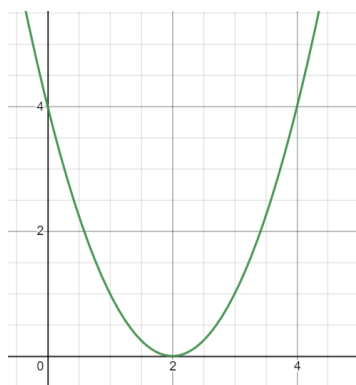


5) Uma bola de basquete é arremessada verticalmente para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $h(t) = -2t^2 + 12t$ em que h é a altura, em metros, e t o tempo, em segundos. Pergunta-se:

- a) Qual foi a altura máxima atingida por esta bola?
- b) Quantos segundos se passaram, após o arremesso, para que a bola atingisse a altura máxima?

R: a) 18 metros b) 3 segundos

6) Qual é o gráfico de $f(x) = (x - 2)^2$?



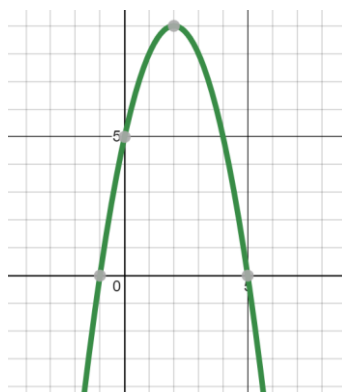
7) A parábola que representa $f(x) = -x^2 - x + 2$ tem:

- a) eixo de simetria passando por qual valor de x ?
 b) valor máximo? Qual?

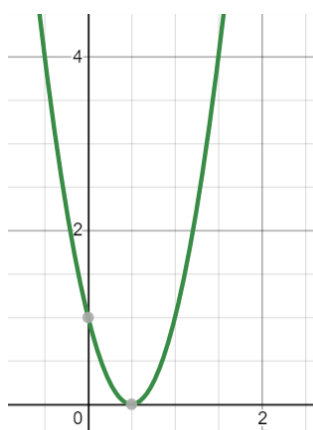
R: a) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{9}{4}$

8) Qual é o gráfico de $f(x) = -2x^2 - 2x + 5$?



9) Qual é o gráfico de $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$?



10) Quantos pontos de intersecção com os eixos possui o gráfico de $f(x) = 2x^2 - 4x + 6$?

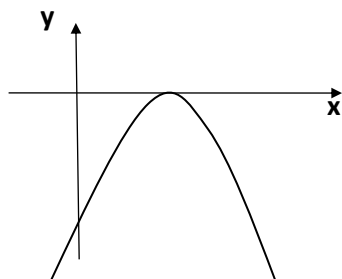
R: Um ponto

11) Uma bola é lançada verticalmente para cima, e a sua altura $h(t)$, em metros, varia em relação ao tempo t , em segundos, conforme a lei da função $h(t) = -t^2 + 10t$.

- Qual altura máxima atinge esta bola?
- Em que instante a bola atinge a altura máxima?

R: a) 25 metros b) 5 segundos

12)



A partir da observação do gráfico abaixo, responda as perguntas:

- Qual é o sinal do coeficiente de x^2 ? Por quê?
- Qual é o sinal do coeficiente de x ? Por quê?
- A função apresenta termo independente positivo ou negativo? Por quê?

R: a) Negativo, pois a concavidade da parábola está voltada para baixo.

- b) Positivo, pois a reta tangente ao ponto em que a parábola intercepta o eixo y é crescente.
 c) Negativo, pois a parábola intercepta o eixo y em um n° negativo.

13) A parábola que representa $f(x) = x^2 + 2x$ tem:

- a) eixo de simetria passando por qual valor de x ?
 b) valor mínimo? Qual?

R: a) -1

b) -1

14) Na função quadrática $f(x) = -x^2 + 4$, o valor de $f(\sqrt{3})$ corresponde à abscissa do vértice da função:

- a) $g(x) = -x^2 + 2$ b) $h(x) = x^2 - 2x$ c) $k(x) = x^2 - x$

R: $h(x) = x^2 - 2x$

15) Conhecendo o vértice (2,2) e o termo independente de $f(x) = x^2 - 4x + 6$, pode-se afirmar que o gráfico dessa função apresenta:

- a) 2 zeros reais e iguais
 b) 2 zeros reais e diferentes
 c) nenhum zero real.

R: c) nenhum zero real.

16) Conhecendo o vértice (-3,-9) e o termo independente de $f(x) = x^2 + 6x$, pode-se afirmar que o gráfico dessa função apresenta:

- a) 2 zeros reais e iguais
 b) 2 zeros reais e diferentes
 c) nenhum zero real.

R: 2 zeros reais e diferentes

17) Conhecendo o vértice (1,1) e o termo independente de $f(x) = x^2 - 2x + 2$, pode-se afirmar que o gráfico dessa função apresenta:

- a) 2 zeros reais e iguais
- b) 2 zeros reais e diferentes
- c) nenhum zero real.

R: Nenhum zero real

18) Escreva a função do 2º grau, obtida pelo deslocamento do gráfico de $f(x) = (x-1)^2$ uma unidade para a direita e, em seguida, uma unidade para baixo.

- a) $f(x) = x^2 - 4x + 5$
- b) $f(x) = x^2 - 4x + 6$
- c) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

R: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

19) Escreva a função do 2º grau, obtida pelo deslocamento do gráfico de $f(x) = (x-2)^2$ uma unidade para a direita e, em seguida, duas unidades para cima.

- a) $f(x) = x^2 - 6x + 9$
- b) $f(x) = x^2 - 6x + 2$
- c) $f(x) = x^2 - 6x + 11$

R: $f(x) = x^2 - 6x + 11$

20) Escreva a função do 2º grau, obtida pelo deslocamento do gráfico de $f(x) = (x+1)^2$ uma unidade para a direita e, em seguida, duas unidades para cima.

- a) $f(x) = x^2 + 2x + 2$
- b) $f(x) = x^2 + 2$
- c) $f(x) = x^2 - 2x - 2$

R: $f(x) = x^2 + 2$

APÊNDICE G – AVALIAÇÃO SOBRE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

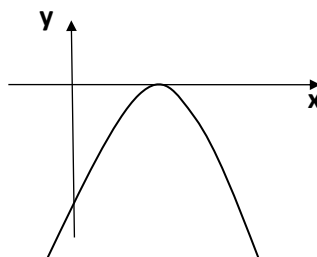


SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

Nome:		N °:	Ano ou Série: 1ª série
Componente Curricular: Matemática		Educador: Tânia Dall 'Oglío Tasca	
Data: / ---- / ----	Valor: 20	AA5 3ºtrimestre	Nota: Descontos: Nota Final:

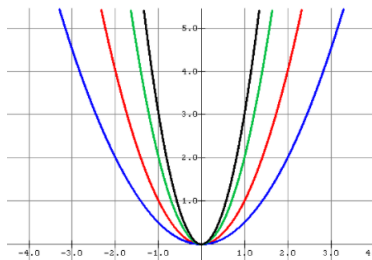
<p>Indicadores de aprendizagem:</p> <p>1.3 Relacionar gráficos e formas algébricas referentes à função quadrática. Descrever características dos gráficos associadas aos coeficientes da função. Representar graficamente uma função quadrática</p> <p>.2.3. Reconhecer e obter os zeros de uma função quadrática. Identificar o vértice de uma parábola e interpretar o seu significado. Calcular e analisar imagens produzidas por uma função quadrática.</p> <p>3.3 Resolver situações-problema envolvendo função quadrática.</p>	<p>Observações:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Escreva de forma clara e legível. ▪ Apresente o desenvolvimento de todas as questões. ▪ Use lápis nas resoluções e respostas finais à caneta azul ou preta
---	---

1) (Ind.1.3) **ANALISE** o gráfico da função de coeficientes reais $p(x) = ax^2 + bx + c$ que está representado abaixo. Com base no gráfico, é correto **AFIRMAR**: (1)



- a) $a < 0, \Delta < 0$ e $c < 0$ c) $a > 0, \Delta = 0$ e $c > 0$ e) $a < 0, \Delta = 0$ e $c > 0$
b) $a > 0, \Delta > 0$ e $c < 0$ d) $a < 0, \Delta = 0$ e $c < 0$

2) (Ind. 2.3) **ANALISE** as parábolas abaixo e **DETERMINE** qual é a função que apresenta a parábola com maior abertura: (1)



a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = 2x^2$

c) $f(x) = 0,5x^2$ d) $f(x) = 4x^2$

3) (Ind.3.3) O lucro de uma empresa pode ser modelado pela função $-x^2 + 8x - 7$, em que x é a quantidade vendida do produto fabricado (em milhares de unidades) e L é o lucro (em milhares de reais).

a) **CONSTRUA** o gráfico da função L para x variando entre -1 e 8 : (4)

b) **DETERMINE**: (1)

- a quantidade de produtos que deve ser vendida para que a empresa obtenha lucro máximo.

- o lucro máximo desta empresa.

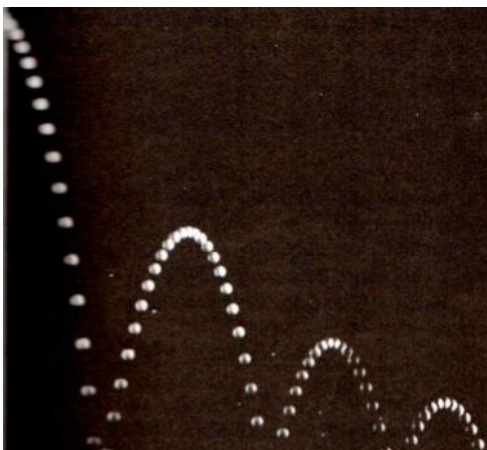
4) (Ind.1.3) **CALCULE** o valor de $f(\sqrt{3})$ em $f(x) = -x^2 + 4$. Esse valor corresponde à abscissa do vértice da função: (1)

a) $f(x) = -x^2 + 2$

b) $f(x) = x^2 - 2x$

c) $f(x) = x^2 - x$

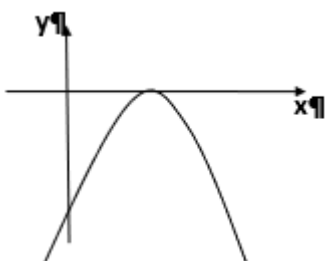
5) (Ind.3.3) Certa fonte multimídia promove um balé de águas, luzes, cores, música e imagens. As bombas hidráulicas fazem milhares de litros de água circular em alta pressão por canos de aço, dando vida a um show de formas, entre as quais parábolas, conforme a imagem abaixo. A trajetória de uma dessas parábolas pode ser descrita pela função $h(t) = 12t - t^2$, com t maior ou igual a zero, onde t é o tempo em segundos e $h(t)$ é a altura, em metros, do jato no instante t . Determine, após o lançamento, a altura máxima que o jato alcança. (2)



6) (Ind.3.3) A temperatura t de uma estufa (em graus Celsius) é determinada, em função da hora h do dia, pela expressão $t = -h^2 + 22h - 85$. **RESPONDA:** (4)

- Em quais horários a temperatura é 0°C ?
- Em que período(s) do dia a temperatura é positiva? E negativa?
- Em que horário a temperatura é máxima?
- Qual é a temperatura máxima?
- Em que período(s) do dia a temperatura é crescente? E decrescente?

7) (Ind.1.3) A partir da observação do gráfico abaixo, **RESPONDA** as perguntas: (3)



- Qual é o sinal do coeficiente de x^2 ? Por quê? _____
- Qual é o sinal do coeficiente de x ? Por quê? _____
- A função apresenta termo independente positivo ou negativo? Por quê? _____

8) (Ind.1.3) **ESBOÇE** o gráfico da parábola, de vértice (3, -2), que representa uma função quadrática cujo termo independente é -4. Pode-se **AFIRMAR** que o gráfico dessa função apresenta: (1)

a) dois zeros reais e iguais

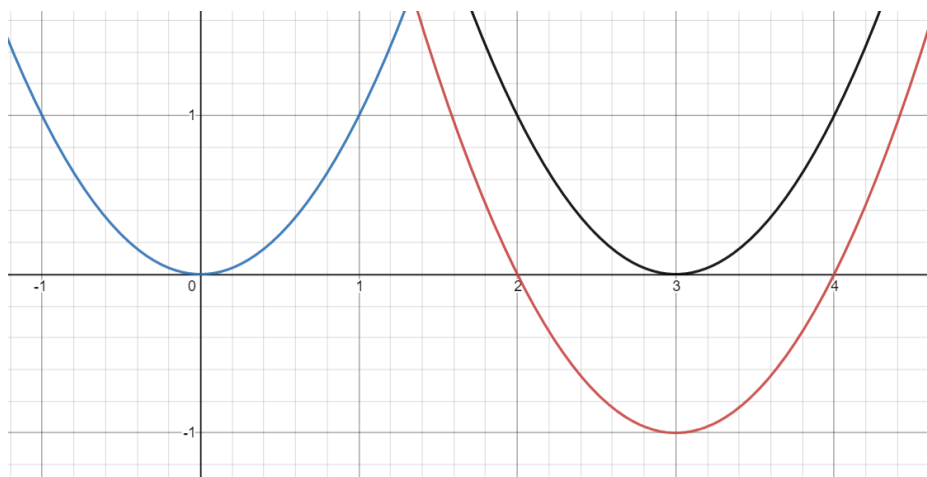
b) dois zeros reais e diferentes

c) nenhum zero real.

9) (Ind. 2.3) **ESCREVA** a equação que define a função do 2º grau, obtida pelo deslocamento do gráfico de $f(x) = (x - 1)^2$ uma unidade para a direita e, em seguida, duas unidades para cima. (1)

$f(x) =$ _____

10 (Ind. 2.3) Partindo da função $f(x) = x^2$ e, considerando movimentos de translação, escreva as leis das funções representadas em cada um dos gráficos abaixo. Em cada gráfico, escreva f, g e h, para identificar as leis correspondentes aos gráficos. (1)



1ª $f(x) =$ _____

2ª $g(x) =$ _____

3ª $h(x) =$ _____

**APÊNDICE H – LISTA DE EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO DA FUNÇÃO
POLINOMIAL DO 2º GRAU**

1)(ENEM) Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia.

Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta. (2)

Intervalos de Temperatura (C)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito Alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

- a) muito baixa.
- b) baixa.
- c) média.
- d) alta.
- e) muito alta.

2)(ENEM) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a:

- a) 4.

- b) 6.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 14.

Disponível em: descomplica.com.br/gabarito-enem/questoes/2013-segunda-aplicacao/segundo-dia/uma-pequena-fabrica-vende-seus-bones-em-pacotes-com-quantidades-de-unidades-variaveis/

3) (UERN) Uma artesã produz diversas peças de artesanato e as vende em uma feira no centro da cidade. Para um vaso, especialmente confeccionado em madeira, o lucro obtido em função da quantidade produzida e vendida x é representado por $f(x) = -x^2 + 50x$. Existe, porém, uma determinada quantidade em que o lucro obtido é o máximo possível e quantidades superiores produzidas e vendidas não geram mais lucro; ao contrário, começam a diminuir, em função dos crescentes custos de produção. Para esse vaso, a quantidade máxima recomendada para sua produção e o lucro máximo que pode ser obtido são, respectivamente:

- a) 24 e R\$480,00
- b) 54 e R\$625,00
- c) 25 e R\$650,00
- d) 35 e R\$735,00

Disponível em <https://app.estuda.com/questoes/?id=5872816>

4) (UFRJ) José pergunta ao Valdir: - Aquela bola que o jogador do Flamengo chutou, naquela falta contra o São Paulo na final da Copa dos Campeões, seguiu uma trajetória com forma de parábola? - Não, respondeu Valdir, pois a bola foi batida com muito efeito. Um exemplo de parábola seria uma bola chutada para frente e para cima, sem efeito e desprezando-se a resistência do ar.

Considerando o comentário de Valdir, se uma bola fosse chutada para frente e para cima, sem efeito e desprezando-se a resistência do ar, atingindo altura máxima no ponto (2,4), como representado no gráfico abaixo, a distância (d), em metros, a partir da origem, do ponto em que a bola toca o chão pela primeira vez depois de ser chutada, equivale a:

- a) 3m.

- b) 3,5m.
- c) 4m.
- d) 5m.
- e) 6,5m.

Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_IV/complementos4a.htm

5) Um laboratório testou a ação de uma droga em uma amostra de 720 frangos. Constatou-se que a lei de sobrevivência do lote de frangos era dada pela relação $v(t)=at^2+b$, onde $v(t)$ é o número de elementos vivos no tempo t (meses). Sabendo-se que o último frango morreu quando $t=12$ meses após o início da experiência, qual era a quantidade de frangos que ainda estava viva no 10^o mês?

Disponível em https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_IV/complementos4a.htm

6) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros. Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $2/3$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel. Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- a) 18
- b) 20
- c) 36
- d) 45
- e) 54

Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/equacao-do-2-grau-exercicios/>

7) (UFSM) A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão

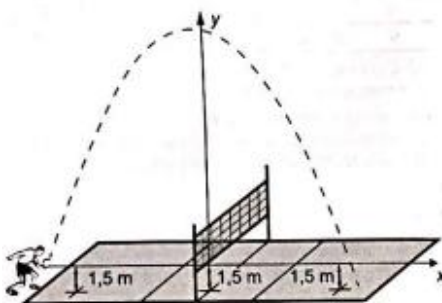
$$V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$$

representa o volume (em m³) de água presente no tanque no instante t (em minutos). Qual é o tempo, em horas, necessário para que o tanque seja esvaziado?

- a) 360.
- b) 180.
- c) 120.
- d) 6.
- e) 3.

Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/funcao-quadratica-exercicios/>

8) (ENEM) Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a trajetória da bola foi descrita pela parábola $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$ em que y representa a altura da bola em relação ao eixo x (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de voleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

- ginásio I: 17 m; • ginásio II: 18 m; • ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m.

O saque desse atleta foi invalidado

- a) apenas no ginásio I.
- b) apenas nos ginásios I e II.
- c) apenas nos ginásios I, II e III.
- d) apenas nos ginásios I, II, III e IV.
- e) em todos os ginásios.

Disponível em:

<https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/funcao-de-2-grau-ou-funcao-quadratica-e-inequacoes/questoes>

9) (ENEM) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a:

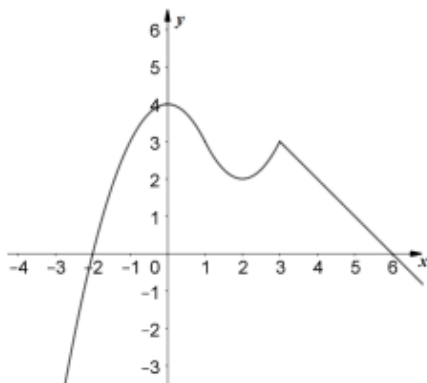
- a) 4.
- b) 6.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 14.

Disponível em: <https://app.estuda.com/questoes/?id=100968>

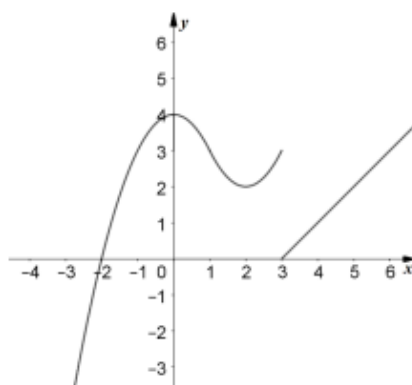
10) (UFRGS) O gráfico da função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4, & \text{para } -\infty < x \leq 1 \\ (x-2)^2 + 2, & \text{para } 1 < x \leq 3 \\ x, & \text{para } 3 < x < +\infty \end{cases}$$

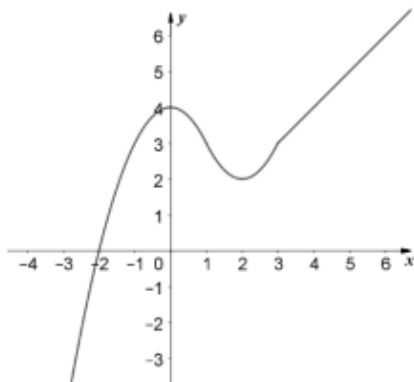
(A)



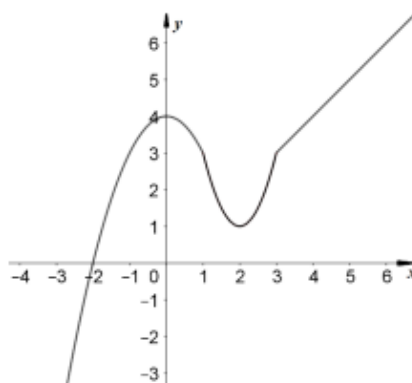
(D)



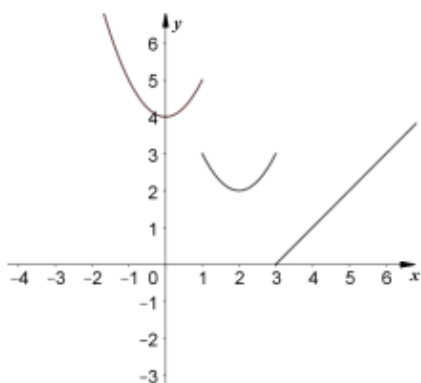
(B)



(E)



(C)



APÊNDICE I – FORMULÁRIO DE AUTOAVALIAÇÃO

Autoavaliação

B *I* U ↻ ✕

Gostaria de agradecer a sua participação nesta pesquisa e desejo conhecer agora a sua opinião sobre alguns aspectos do trabalho realizado. Para isso conto com você para responder as perguntas que seguem:

Nome: *

Texto de resposta curta

1. Durante a aplicação da pesquisa eu participei das atividades e realizei as tarefas propostas *
em sala de aula?

- Sim, realizei todas as atividades.
- Realizei parcialmente as atividades.
- Realizei poucas atividades.

2. Quanto às atividades extraclasse *

- Realizei as atividades com dedicação.
- Realizei as atividades, mas poderia ter me dedicado mais.
- Não tive interesse em realizar as atividades.

3. Compreendi os conceitos relacionados à função de 2º grau ao realizar as atividades de exploração de gráficos propostas pela professora? *

- Sim
- Parcialmente
- Não

8. Classifique a elaboração do padlet de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem. *

	0	1	2	3	4	5	
Nenhuma contribuição	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Grande contribuição

9. Classifique a criação da obra digital de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem. *

	0	1	2	3	4	5	
Nenhuma contribuição	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Grande contribuição

10. Classifique a atividade de "bancar o detetive" de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem. *

	1	2	3	4	5	
Nenhuma contribuição	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Grande contribuição

11. Classifique a exploração do tracker de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem. *

	1	2	3	4	5	
Nenhuma contribuição	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Grande contribuição

12. Você teve alguma dificuldade, durante este estudo, que ainda persiste? Se sim, procure justificar. *

Texto de resposta longa

13. Aprendi com esta forma de estudar e recomendaria para outros assuntos que envolvam as funções matemáticas? *

- Sim, recomendaria.
 - Recomendaria algumas das atividades realizadas.
 - Não recomendaria.
-

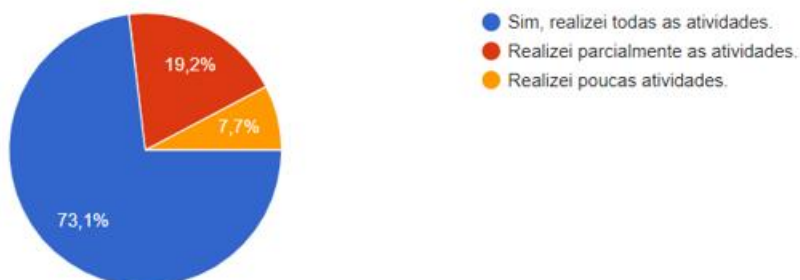
14. Sobre trabalho da professora pesquisadora, qual é a sua opinião? *

- A atuação da professora foi coerente e contribuiu para o bom andamento dos trabalhos.
- A atuação da professora deixou a desejar e não contribuiu para o bom andamento dos trabalhos.

APÊNDICE J – RESULTADOS DA AUTOAVALIAÇÃO – QUESTÕES 1 A 14

1. Durante a aplicação da pesquisa eu participei das atividades e realizei as tarefas propostas em sala de aula?

26 respostas



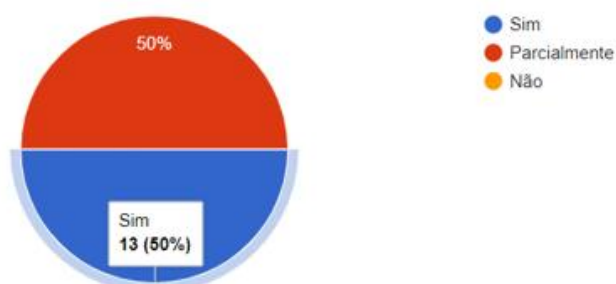
2. Quanto às atividades extraclasse

26 respostas



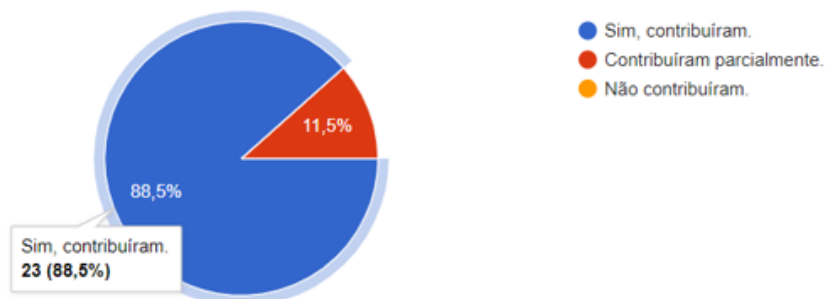
3. Compreendi os conceitos relacionados à função de 2º grau ao realizar as atividades de exploração de gráficos propostas pela professora?

26 respostas



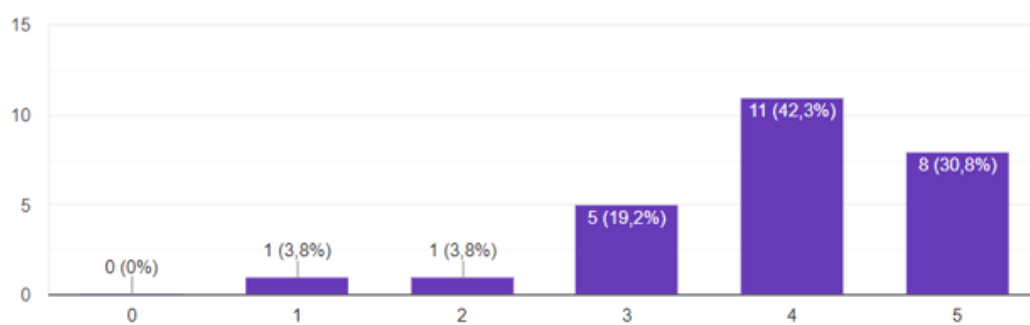
4. Você considera que ter utilizado softwares e outros recursos tecnológicos contribuíram para a sua compreensão sobre as funções quadráticas?

26 respostas



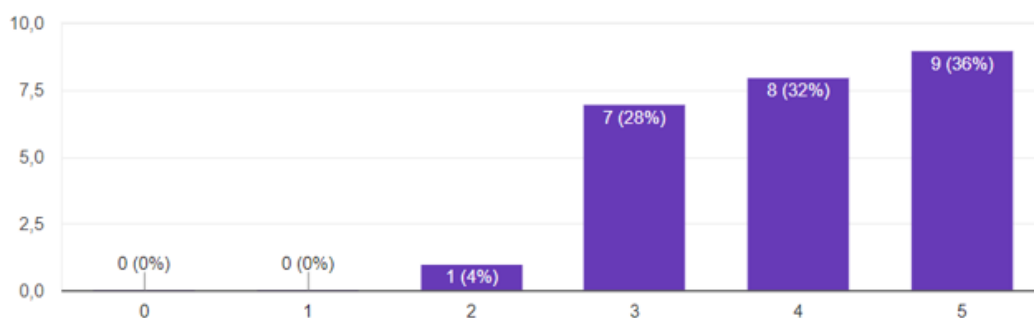
5. Classifique a construção de gráficos no Desmos de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

26 respostas



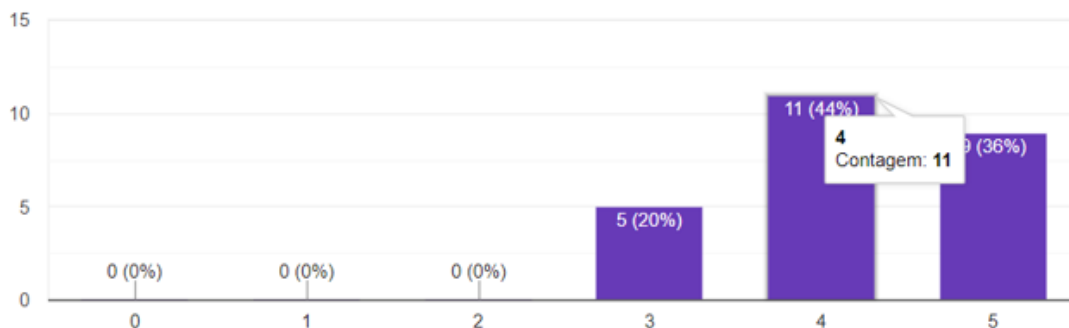
6. Classifique os registros escritos de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

25 respostas



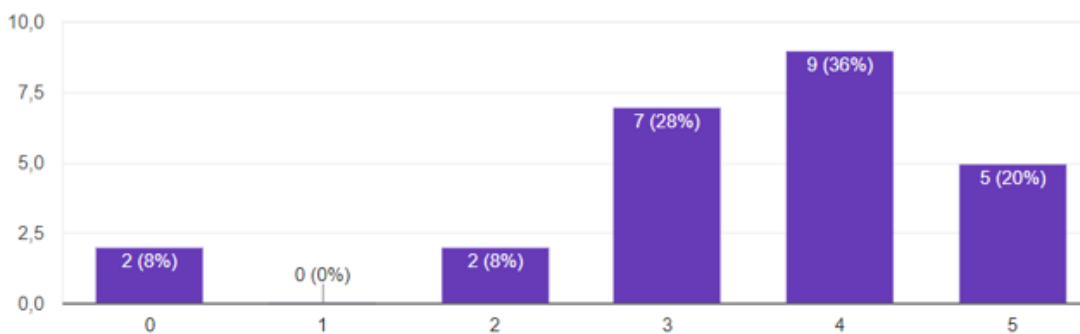
7. Classifique a resolução de exercícios de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

25 respostas



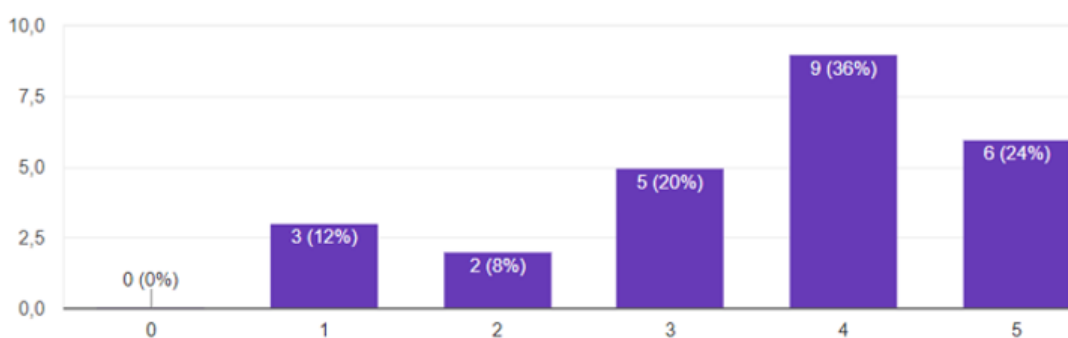
8. Classifique a elaboração do padlet de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

25 respostas



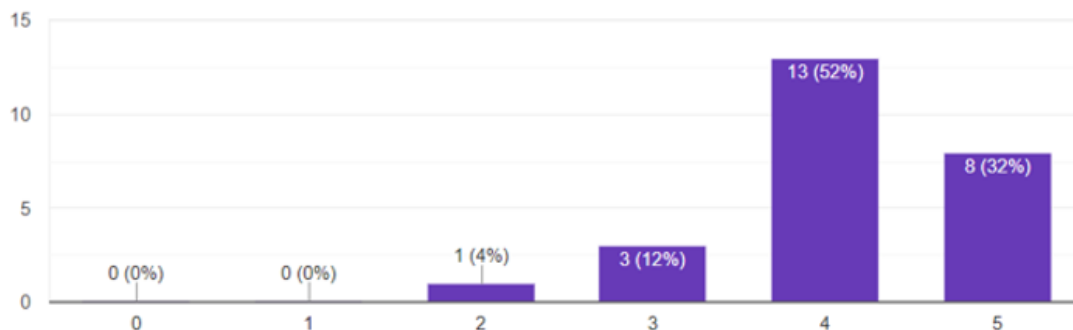
9. Classifique a criação da obra digital de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

25 respostas



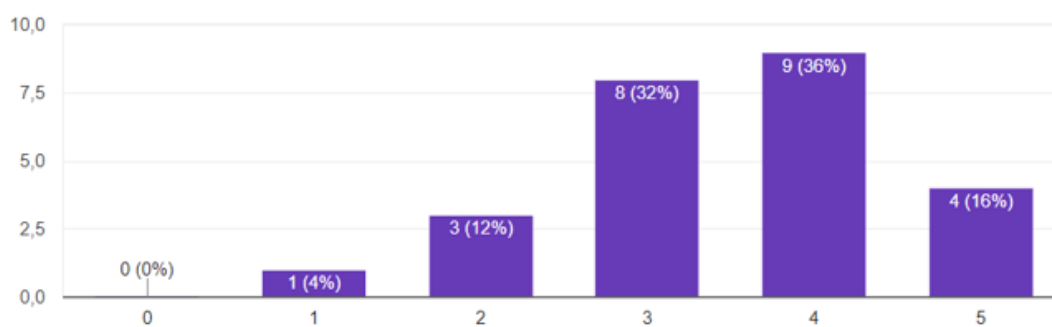
10. Classifique a atividade de " bancar o detetive de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

25 respostas



11. Classifique a exploração do tracker de acordo com a contribuição para a sua aprendizagem.

25 respostas



12. Você teve alguma dificuldade, durante este estudo, que ainda persiste? Se sim procure justificar.

não

Não

Naum

Não

não tive nenhuma dúvida, eu consegui aprender o conteúdo de forma tranquila

Poucas dúvidas, mas consigo realizar atividades se for proposto.

Montar o gráfico

Não tive dificuldades.

sim, a bhaskara

sim, a bhaskara

descobrir qual a equação segundo o gráfico

montar o gráfico, mas não é muita dificuldade

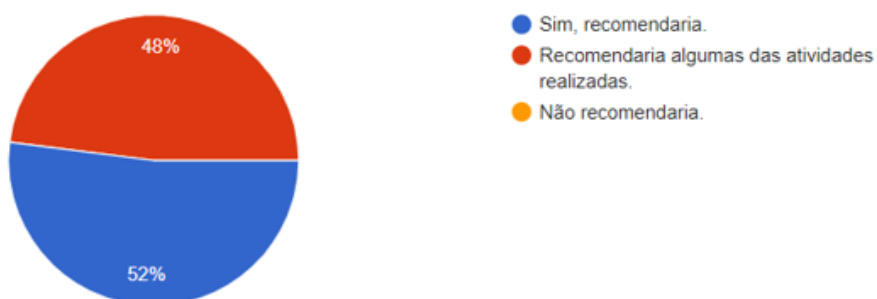
Descobrir a função pelo gráfico

Demorei um pouco para entender as fórmulas

Acredito que não tenha mais dúvidas

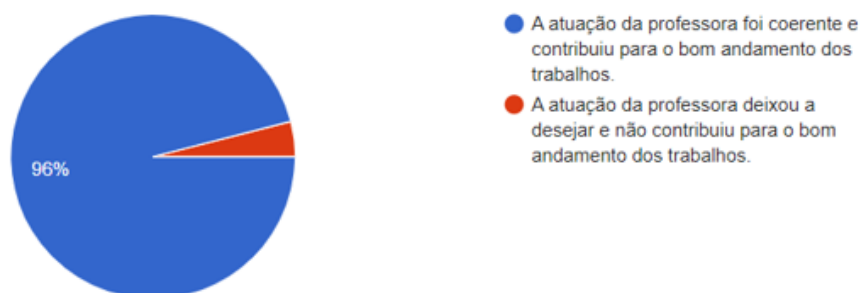
13. Aprendi com esta forma de estudar e recomendaria para outros assuntos que envolvam as funções matemáticas?

25 respostas



14. Sobre trabalho da professora pesquisadora, qual é a sua opinião?

25 respostas

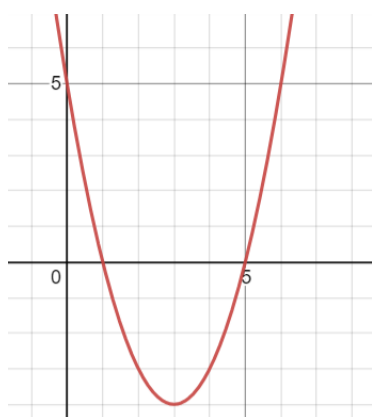


ANEXO 1 – EXERCÍCIOS MATERIAL DIDÁTICO DOS ESTUDANTES



SAGRADO - Rede de Educação
Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio - Curso Normal

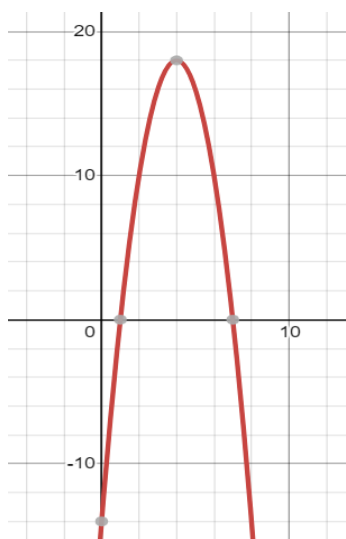
1) A figura a seguir representa o gráfico de uma função polinomial do 2º grau f .



Nessas condições **DETERMINE**:

- a expressão que define a função f
- as coordenadas do vértice da parábola.
- a imagem da função f .
- os valores de x para os quais f é crescente e decrescente.

2) (Fepar – PR) O número de atendimentos $N(d)$ num pronto socorro, num dia da semana é dado pela função $N(d) = -2d^2 + 16d - 14$, conforme o gráfico a seguir:



(Considere $0 \leq d \leq 7$)

ANALISE os dados e **AVALIE** as afirmativas:

- a) No segundo dia da semana não houve nenhum atendimento.
- b) O maior número de atendimentos ocorreu no quarto dia da semana.
- c) O maior número de atendimentos num dia foi 12.
- d) Em dois dias da semana não ocorreram quaisquer atendimentos.
- e) A frequência de atendimento foi maior nos fins de semana.

3) (UECE) Um objeto é lançado verticalmente para cima, de forma que a altura alcançada h , medida em metros, e o tempo decorrido após o lançamento t , medido em segundos, estão relacionados pela função $h(t) = -5t^2 + 120t$. Considerando $h = 0$ e $t = 0$ no instante do lançamento. **DETERMINE** o tempo decorrido desde o lançamento até alcançar a altura máxima e qual é a altura máxima atingida:

- a) 10s e 700 m
- b) 12s e 720 m
- c) 12s e 800 m
- d) 10s e 820 m

Disponível em Matemática Conjuntos e Funções- Capítulo 3- Funções polinomiais - FTD Sistema de Ensino.