

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
DE PROCESSOS E TECNOLOGIAS

**INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA SOBRE O RENDIMENTO DE BOCAIS
INJETORES DE TURBINAS TESLA NO ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL
SUPERSÔNICO**

André Luis Neckel

Caxias do Sul, 2013

André Luis Neckel

**INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA SOBRE O RENDIMENTO DE BOCAIS
INJETORES DE TURBINAS TESLA NO ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL
SUPERSÔNICO**

Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos e Tecnologias da Universidade de Caxias do Sul, visando à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Processos, orientado pelo professor Dr. Marcelo Godinho e co-orientado pelo professor Dr. Fernando A. Bender.

Caxias do Sul, 2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
UCS - BICE - Processamento Técnico

N365i Neckel, André Luis
Influência da geometria sobre o rendimento de bocais injetores de turbinas tesla no escoamento compressível supersônico / André Luis Neckel. 2013.
96 f. : il. ; 30 cm.
Apresenta bibliografia e apêndice.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos e Tecnologias, 2013.
Orientação: Prof. Dr. Marcelo Godinho; Co-orientação: Prof. Dr. Fernando A. Bender

1. Materiais - Testes. 2. Turbinas de disco. 3. Geometria. I. Título.

CDU 2.ed. : 620

Índice para o catálogo sistemático:

1. Materiais - Teste	620
2. Turbinas de disco	621.165.73
3. Geometria	514

Catalogação na fonte elaborada pela bibliotecária
Carolina Machado Quadros – CRB 10/2236.

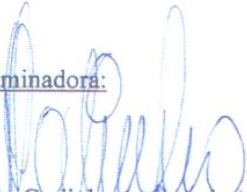
INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA SOBRE O RENDIMENTO DE BOCAIS INJETORES DE
TURBINAS TESLA NO ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL SUPERSÔNICO

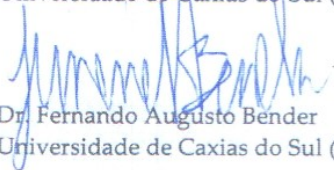
André Luis Neckel

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos e Tecnologias da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Processos e Tecnologias, Área de Concentração: Desenvolvimento de Processos e Produtos Industriais.

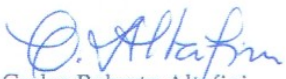
Caxias do Sul, 26 de Abril de 2013.

Banca Examinadora:


Dr. Marcelo Godinhe (orientador)
Universidade de Caxias do Sul (UCS)


Dr. Fernando Augusto Bender
Universidade de Caxias do Sul (UCS)


Dr. Aline Dettmer
Universidade de Caxias do Sul (UCS)


Dr. Carlos Roberto Altafini
Universidade de Caxias do Sul (UCS)


Dr. Paulo Roberto Wander
Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)


Dr. Paulo Smith Schneider
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me guiar com sabedoria no caminho do bem.

Ao meu orientador e amigo, professor Dr. Marcelo Godinho, pelo apoio e acompanhamento indispensável na realização deste trabalho, pelo incentivo e pela dedicação incondicional para que todos os obstáculos fossem superados.

Ao meu co-orientador, professor Dr. Fernando A. Bender, pelas contribuições na organização deste trabalho.

A todos os professores que contribuíram direta ou indiretamente na minha formação.

Aos colegas do PGPROTEC pelo apoio nos estudos e pelo incentivo perante as dificuldades encontradas durante esta jornada.

Ao amigo Carlos Hilguert, pelo apoio financeiro e pelo compartilhamento de suas experiências com turbinas Tesla, indispensáveis a conclusão deste trabalho.

Aos meus pais, Carlos Neckel e Ivanilda Neckel pela dedicação incondicional para que meus objetivos fossem alcançados, pelo apoio e pela sabedoria.

Ao meu irmão, professor e mestrando Anderson Neckel, pelo incentivo, pelo auxílio e contribuições ao longo deste trabalho.

Aos demais professores, membros da banca examinadora, pelas críticas e sugestões apresentadas na qualificação e defesa da dissertação.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

E finalmente, um agradecimento especial a minha esposa Danusa Britto, razão da minha serenidade, que sempre me apoiou incondicionalmente nas decisões que tomei e abdicou de muitos momentos em minha companhia para que este trabalho fosse realizado a contento.

RESUMO

Bocais com geometria convergente-divergente foram projetados e fabricados para o estabelecimento de escoamentos supersônicos. O objetivo principal do presente trabalho é verificar a variação da eficiência isoentrópica em função da geometria da seção divergente dos bocais. Os referidos bocais foram projetados com geometrias apropriadas para a sua instalação em turbinas tipo Tesla. Dez bocais foram projetados empregando duas considerações distintas: escoamento isoentrópico unidimensional e escoamento isoentrópico bidimensional (método das características). O escoamento nos bocais foi analisado utilizando ar como fluido de trabalho. O projeto dos bocais foi conduzido para uma pressão de entrada do fluido de trabalho na seção convergente de 500 kPa. Além disto, os bocais foram projetados para duas taxas mássicas distintas: 55 e 70 kg/h. A partir dos ensaios foi verificada uma boa concordância entre os resultados experimentais e os valores preditos pela teoria. Em todos os bocais projetados foram observadas velocidades supersônicas em suas seções divergentes. Para ambas as taxas mássicas de projeto o número de Mach variou entre $1,50 \pm 0,1$ e $1,58 \pm 0,1$ na saída da seção divergente. Nas condições de projeto os bocais projetados a partir do método das características apresentaram eficiências isoentrópicas mais elevadas. Nestas condições as maiores eficiências isoentrópicas obtidas foram de $87,23 \pm 0,5 \%$ para a taxa mássica de 55kg/h e de $87,73 \pm 0,5 \%$ para a taxa mássica de 70 kg/h. A partir da técnica de Schilieren foi possível comprovar a presença de ondas de choque na descarga dos bocais, que contribuem para as irreversibilidades associadas ao escoamento.

Palavras-chave: Turbinas Tesla, escoamento supersônico, método das características, bocal convergente-divergente, Técnica de Schilieren

ABSTRACT

Nozzles with convergent-divergent geometry are designed and manufactured for the establishment of supersonic flows. The main objective of this work is to verify the variation of isentropic efficiency depending on the geometry of the diverging section of the nozzle. These nozzles are designed with geometries suitable for installation in Tesla turbines. Ten nozzles are designed using two distinct considerations: one-dimensional isentropic flow and two-dimensional isentropic flow (characteristic method). The flow nozzles were analyzed using air as the working fluid. The design of the nozzles was conducted to an inlet pressure of 500 kPa of the working fluid in the converging section. Moreover, the nozzles have been designed for two mass flow rates: 55 to 70 kg/h. From the tests was found a good agreement between the experimental results and the values predicted by theory. In all nozzles designed supersonic speeds were observed in their different sections. For both mass flows used, Mach number ranged between 1.50 ± 0.1 and 1.58 ± 0.1 in the exit of the diverging section were obtained. In the design condition nozzles designed from the characteristic method exhibited higher isentropic efficiencies isentropic. Accordingly of these condition the highest isentropic efficiencies obtained were $87.23 \pm 0.5\%$ from mass flow rate of 55kg/h and $87.73 \pm 0.5\%$ from 70 kg/h. From the Schilieren technique was possible to prove the presence of shock waves in the discharge nozzles, which contribute to the irreversibilities associated with the flow. The results show that nozzles designed appropriately can increase the overall efficiency (turbine + nozzle) of cycles which use turbines Tesla.

Keywords: Tesla Turbine, supersonic flow, characteristic method, convergent-divergent nozzle, Schilieren Technical

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	13
1.2	MOTIVAÇÃO	14
1.3	OBJETIVOS.....	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Panorama Histórico	16
2.2	Experimentos com turbinas Tesla	17
2.3	Aspectos construtivos da turbina Tesla.....	18
2.4	Projeto de bocais para turbinas Tesla.....	23
2.4.1	Escoamento adiabático reversível (isoentrópico).....	24
2.4.2	Propriedades de estagnação	27
2.4.3	Escoamento isoentrópico unidimensional	30
2.4.4	Efeito das ondas de choque em bocais	31
2.4.5	Escoamento isoentrópico bidimensional	36
2.4.6	Método das características (MC).....	36
2.4.7	Escoamento adiabático irreversível (real)	39
2.4.8	Eficiência dos bocais	40
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	43
3.1	Materiais.....	43
3.1.1	Banco de ensaios	43
3.2	Metodologia	48
3.2.1	Projeto dos bocais.....	48
3.2.2	Medidas de Temperatura	49
3.2.2.1	Medidas intrusivas	50
3.2.2.2	Medidas não intrusivas	52
3.2.3	Medidas de Pressão	54

3.2.4	Análise de Incertezas	54
3.2.5	Procedimentos experimentais	60
3.2.6	Formação de ondas de choque	62
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
4.1	Aspectos construtivos.....	63
4.2	Análise do escoamento.....	67
4.2.1	Avaliação das constantes críticas	67
4.2.2	Análise da taxa mássica nos bocais	71
4.2.3	Velocidades de escoamento.....	72
4.2.4	Ocorrência de ondas de choque na descarga	73
4.2.5	Eficiência dos bocais	76
5	CONCLUSÕES.....	78
6	TRABALHOS FUTUROS	80
7	BIBLIOGRAFIA	82
	APÊNDICE A	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Especificações técnicas das turbinas usadas nos experimentos realizados por (SAINTRAIN et al., 2005)	20
Tabela 2. Critério de Chauvenet para rejeição de valor medido (HOLMAN, 1990).	61
Tabela 3. Parâmetros de projeto (condições de entrada do fluido de trabalho).....	63
Tabela 4. Especificações técnicas do dimensionamento dos bocais	64
Tabela 5. Eficiência isoentrópica (condições de projeto).....	76

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Desenho esquemático da turbina Tesla	17
Figura 2. Posicionamento dos bocais injetores em uma turbina Tesla	23
Figura 3. Geometria de bocal convergente-divergente considerando o escoamento isoentrópico unidimensional.....	30
Figura 4. Ondas de choque oblíquo e ondas de expansão (adaptado de ANDERSON, 1990).....	31
Figura 5. Variação da pressão através de um bocal convergente-divergente	32
Figura 6. Exemplo das condições de operação de um bocal convergente-divergente ...	33
Figura 7. Desempenho de bocais operando em diferentes razões de pressão (ZUCKER & BIBLARZ, 2002).....	34
Figura 8. Bocal sobre-expandido (adaptado de ZUCKER & BIBLARZ, 2002).....	34
Figura 9. Bocal sub-expandido (adaptado de ZUCKER & BIBLARZ, 2002).....	36
Figura 10. Método das características (MC) (adaptado de ANDERSON,1991).....	38
Figura 11. Método das características para difusores curtos (adaptado de ANDERSON,1991)	39
Figura 12. Diagrama entalpia-entropia.....	40
Figura 13. Diagrama esquemático do banco de ensaios.....	44
Figura 14. Banco de ensaios em tamanho real	45
Figura 15. Usinagem dos bocais em máquina fresadora (CNC)	45
Figura 16. Esquema dos sensores	46
Figura 17. Acoplamento dos bocais no sistema	46
Figura 18. Técnica de Schilieren aplicada ao escoamento dos bocais	47
Figura 19. Arranjo físico do sistema Schilieren	47
Figura 20. Posicionamento dos bocais para captura das imagens do escoamento	47
Figura 21. Arranjo ótico do sistema Schilieren	48
Figura 22. Placa de sensores.....	52
Figura 23. Medidas de temperatura das termoresistências em um banho de água a 358 K	56
Figura 24. Medidas de temperatura compensada das termoresistências	56

Figura 25. Medidas de Pressão dos sensores conectados ao mesmo reservatório a 400kPa	57
Figura 26. Medidas de Pressão compensada	57
Figura 27. Bocais projetados considerando o escoamento isoentrópico unidimensional e bidimensional (Método das características)	65
Figura 28. Imagens do interior dos bocais projetados	65
Figura 29. Perfil das seções divergentes projetadas (A: unidimensional $x=5$ mm; B:MC curto; C:MC; D: unidimensional $x=7,5$ mm; E: unidimensional $x=10$ mm)	65
Figura 30. Variação do número de linhas características utilizadas no projeto da seção divergente de um bocal.....	66
Figura 31. Aproximações geométricas para diferentes números de linhas características	67
Figura 32. Comportamento da pressão crítica (P^*) em função pressão a montante do bocal (P_0)	68
Figura 33. Comportamento da razão entre a pressão crítica (P^*) e a pressão de estagnação (P_0) a montante do bocal convergente	69
Figura 34. Comportamento da razão entre a pressão na garganta (P) e a pressão de estagnação (P_0) a montante do bocal convergente	69
Figura 35. Simulação de escoamento supersônico em bocais (MAIA et al., 2011).....	70
Figura 36. Comportamento da temperatura crítica em função da pressão a montante da seção convergente.....	70
Figura 37. Comportamento da razão entre a temperatura crítica e a temperatura de estagnação a montante do bocal convergente.....	71
Figura 38. Taxa mássica em função da pressão a montante nos bocais	72
Figura 39. Número de Mach em função da pressão a montante dos bocais.....	72
Figura 40 - Imagens da técnica de Schilieren aplicada ao escoamento na descarga dos bocais (55kg.h-1).....	74
Figura 41. Imagens da técnica de Schilieren aplicada ao escoamento na descarga dos bocais (70kg.h-1).....	75

LISTA DE SÍMBOLOS, TERMOS E ABREVIações

A	Área	m^2
c	Velocidade do som no fluido	$m\ s^{-1}$
C_p	Calor específico a pressão constante	$\text{kJ}\ (\text{kg}\cdot\text{K})^{-1}$
D	Diâmetro	m
h	Entalpia	$\text{kJ}\ \text{kg}^{-1}$
h_0	Entalpia de estagnação	$\text{kJ}\ \text{kg}^{-1}$
k	Coeficiente isoentrópico	
L	Comprimento	m
\dot{m}	Taxa mássica	$\text{kg}\ \text{s}^{-1}$
M	Número de Mach	
P	Pressão	Pa
P_0	Pressão de estagnação	Pa
P_r	Número de Prandtl	
r	Raio	m
R	Constante do gás	$\text{kJ}\ (\text{mol}\ \text{K})^{-1}$
T	Temperatura	K
T_0	Temperatura de estagnação	K
V	Velocidade	$m\ \text{s}^{-1}$
$\nu(M)$	Função de Prandtl-Meyer	graus (<i>deg</i>)
δ	Espessura da camada limite	m
ρ	Massa específica	$\text{kg}\ \text{m}^{-3}$
μ	Viscosidade dinâmica	$\text{Pa}\ \text{s}$
ν	Viscosidade cinemática	$\text{m}^2\ \text{s}^{-1}$
η	Rendimento	$\%$
η_0	Relação de pressão total	$\%$
η_i	Eficiência isoentrópica	$\%$
η_c	Razão de recobrimento	$\%$
Y	Condutividade térmica	$\text{W}\ (\text{m}\ \text{K})^{-1}$
ω	Velocidade angular	$\text{rad}\ \text{s}^{-1}$

1 INTRODUÇÃO

O crescimento macroeconômico de uma nação depende dos seus recursos econômicos e da sua infraestrutura energética. Desta forma, o desenvolvimento de fontes renováveis de energia é necessário frente ao crescente aumento do consumo de energia global.

Países em desenvolvimento possuem um incremento natural na produção de resíduos sólidos urbanos (RSU). Os RSU são frequentemente descartados em aterros sanitários. As melhores práticas na gestão dos RSU consideram como uma solução adequada a sua conversão direta em energia. As unidades que realizam esta conversão são denominadas usinas de conversão térmica de resíduos (UCTR).

Em geral, as UCTR utilizam o ciclo Rankine (com reaquecimento ou regenerativo) para a geração de energia elétrica. Basicamente, no ciclo Rankine ocorre a geração de vapor superaquecido a partir de uma fonte de calor (RSU/carvão/biomassa), que é expandido em uma turbina para a produção de trabalho. Um sistema gerador é usado para a conversão de trabalho em energia elétrica.

As turbinas convencionais empregadas para a produção de trabalho a partir do vapor superaquecido são compostas por elementos fixos (estatores e bocais) e móveis (rotores com pás) que expandem o vapor. Pela elevada energia cinética no interior da turbina, pode ocorrer a condensação do vapor, o que provoca danos as palhetas limitando a sua aplicação com vapor saturado (BATISTA, 2009).

Uma alternativa para a microgeração de energia é a utilização de turbinas Tesla, que são máquinas mais simples se comparadas às turbinas convencionais, e permitem a operação na presença de gotículas de água (condensação).

O rendimento global das turbinas Tesla pode ser incrementado a partir do desenvolvimento de bocais injetores mais eficientes (RICE, 2005). As turbinas Tesla possuem uma estrutura mecânica simplificada se comparada às turbinas convencionais, o que representa menores custos de fabricação e manutenção. Com o projeto adequado do bocal injetor este tipo de turbina poderá atingir rendimentos semelhantes aos encontrados nas turbinas convencionais em aplicações de baixa potência elétrica (até 250 kW).

Poucos trabalhos foram realizados sobre a otimização de bocais para turbinas Tesla. A contribuição deste trabalho é avaliar o impacto da geometria sobre o rendimento de bocais injetores.

O presente trabalho é resultado de uma parceria entre a Universidade de Caxias do Sul e a empresa Hiltec Tecnologia para o desenvolvimento de soluções para microgeração de energia elétrica e reaproveitamento energético.

Deste trabalho resultaram algumas considerações sobre a metodologia a considerar no projeto de bocais supersônicos aplicados a turbinas Tesla, um algoritmo simplificado de dimensionamento de bocais injetores, uma unidade para ensaios de escoamentos em bocais e resultados experimentais para base de comparação em trabalhos futuros.

1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Aproveitar o potencial energético disponível nos resíduos sólidos urbanos ou em resíduos sólidos industriais para a geração de energia elétrica a partir de pequenas usinas termogeradoras envolve altos investimentos de infraestrutura. Um conjunto completo de tratamento de resíduos com esta finalidade torna-se viável economicamente para potências elétricas acima de 1 MW.

Explorar outras alternativas para viabilizar a microgeração de energia em pequena escala pode contribuir significativamente na preservação dos recursos naturais, além de melhorar a eficiência energética nos processos industriais.

O desenvolvimento de novas microturbinas para conversão térmica de resíduos em outras formas de energia contribui para o desenvolvimento sustentável, além de viabilizar a redução de custos no ambiente industrial. Viabilizar aplicações de microturbinas em ambientes com pequeno potencial energético cria oportunidades para reduzir o custo de produção, visto que parte da energia deixa de ser descartada na forma de resíduos. O reaproveitamento energético também é promissor nas pequenas propriedades rurais, que necessitam de alternativas para se tornarem auto-sustentáveis.

O desenvolvimento de microturbinas do tipo Tesla para microgeração em pequena escala ainda não estabeleceu um padrão de rendimento que viabilize a sua utilização. Apesar de possuir baixo custo de produção, se comparado as turbinas convencionais à vapor, a turbina proposta por Tesla ainda tem algumas lacunas acerca do incremento do seu rendimento.

Uma das lacunas é o correto dimensionamento do bocal injetor de fluido de trabalho na turbina, que tem impacto direto no rendimento global da turbina. O regime de escoamento interno é diretamente afetado pelas características construtivas do bocal, onde a geometria ideal e os efeitos do escoamento em altas velocidades devem ser considerados. Conceber um bocal adequado que contemple o maior gradiente de energia cinética transferido a turbina pode auxiliar no aumento do rendimento das turbinas Tesla, e conseqüentemente viabilizar a sua utilização em muitas aplicações.

1.2 MOTIVAÇÃO

Os sistemas de injeção de fluidos em altas velocidades são baseados em bocais com geometria convergente-divergente que operam em regimes de velocidade supersônica. O desenvolvimento de escoamentos em alta velocidade motivou os principais sistemas de propulsão espaciais, permitindo a conquista do espaço ainda na década de 1960. O aproveitamento dos estudos relacionados a motores - foguete para o desenvolvimento de escoamentos supersônicos em pequenos bocais permite avaliar melhores alternativas aos bocais convencionais, além de ser um campo bastante amplo para estudos.

Para o desenvolvimento do escoamento no interior dos bocais deve-se primeiramente estudar o comportamento do escoamento compressível em dutos com área variável. O referido comportamento pode ser estimado através de modelos bi e tridimensionais, porém um modelo baseado no escoamento unidimensional isoentrópico pode ser empregado, e reproduzir resultados satisfatórios. Independente do modelo utilizado, os resultados obtidos a partir destes modelos devem ser validados a partir de dados experimentais. Os resultados experimentais obtidos neste trabalho são de fundamental importância para a validação de simulações numéricas acerca do escoamento em bocais supersônicos .

1.3 OBJETIVOS

Objetivo Geral

Analisar a influência da geometria sobre o rendimento de bocais injetores de turbinas Tesla no escoamento compressível supersônico.

Objetivos Específicos

- projetar bocais injetores supersônicos aplicados a turbinas Tesla;
- construir um banco de ensaios para análise do escoamento supersônico em bocais injetores;
- verificar a ocorrência de ondas de choque nos bocais projetados (banco de ensaios);
- determinar a eficiência dos bocais projetados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção é feita uma breve revisão bibliográfica de trabalhos envolvendo turbinas Tesla e bocais para escoamento supersônico, além de alguns conceitos do comportamento de fluidos de trabalho no escoamento compressível. Tem como objetivo dar sustentação teórica para o estabelecimento de escoamentos supersônicos em bocais convergente/divergentes que possam ser aplicados em turbinas do tipo Tesla. A extensão deste trabalho vai além do projeto e caracterização de bocais supersônicos, pois permitirá, em trabalhos futuros, a otimização do conjunto bocal/turbina a fim de melhorar o rendimento global do ciclo.

Esta revisão pode ser dividida em duas partes: a primeira apresenta os aspectos construtivos das turbinas Tesla e destaca a importância do bocal injetor no rendimento global da máquina, enquanto na segunda parte são apresentados alguns conceitos básicos relevantes para o desenvolvimento de escoamentos supersônicos em fluidos compressíveis, abordando de uma maneira geral, o escoamento de gases perfeitos em dutos de área variável.

2.1 Panorama Histórico

As turbinas Tesla foram concebidas por Nikola Tesla em 1910, que produziu em parceria com a empresa americana Allis Chalmer Manufacturing Company (Milwaukee, USA) três protótipos da turbina. A maior turbina construída foi projetada para uma potência térmica de 500 kW, que possuía 60 discos de 1,5 m de diâmetro e rotação de 3600 rpm. As turbinas utilizavam como fluido de trabalho vapor de água saturado a 550 kPa, sendo que a principal dificuldade observada nos testes estava associada ao alongamento radial verificado nos discos de aço (CAIRNS, 2001). O alongamento radial verificado nos experimentos de Tesla inibiu o desenvolvimento destas máquinas por muitos anos. Com o avanço da tecnologia metalúrgica, novas ligas metálicas, mais resistentes à tração e a deformação, resgataram o interesse pelo desenvolvimento de turbomáquinas baseadas no princípio proposto por Tesla.

Basicamente as turbinas do tipo Tesla são constituídas de discos metálicos paralelos, montados com um espaçamento mínimo entre os mesmos. Os discos são acoplados em um eixo, constituindo o elemento rotor. Os discos são recobertos por uma

carcaça cilíndrica, denominada estator da turbina. A Figura 1 apresenta um desenho esquemático de uma turbina Tesla.

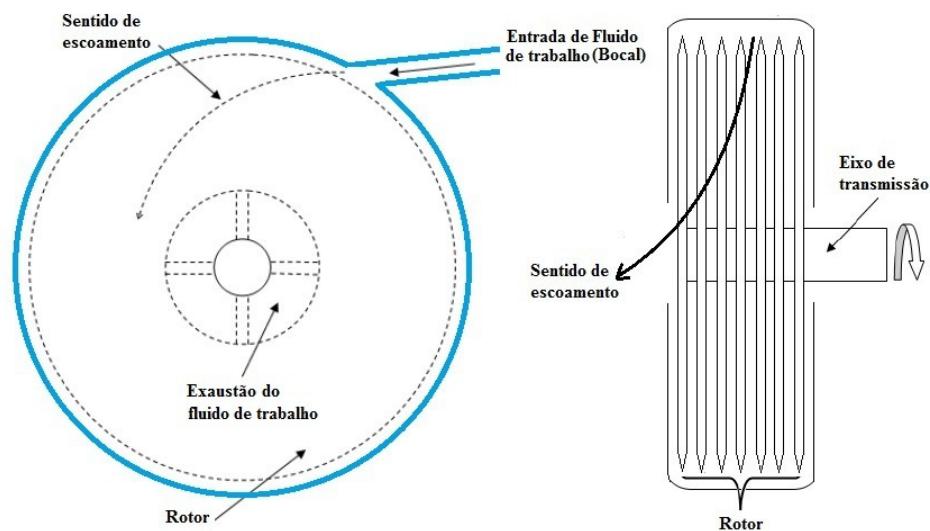


Figura 1. Desenho esquemático da turbina Tesla

Os discos possuem furos próximos ao centro, que permitem a exaustão do fluido de trabalho para o exterior da turbina. O fluido de trabalho é injetado de forma tangencial aos discos por um bocal apropriado.

A teoria da camada limite alicerça o funcionamento da turbina Tesla. O efeito da viscosidade e das tensões de cisalhamento na superfície dos discos da turbina Tesla causa resistência ao escoamento do fluido de trabalho entre os discos, resultando em transferência de energia ao eixo (BATISTA, 2009).

2.2 Experimentos com turbinas Tesla

Schmidt (2002) conduziu experimentos para avaliar o desempenho de turbinas Tesla para a geração de energia a partir da combustão de biomassa. Nos experimentos foi utilizada uma turbina Tesla construída em aço inoxidável 304L, com 45 discos de 0,3 m de diâmetro, espaçamento entre discos de 1,5 mm, espessura dos discos de 1,5 mm, rotação nominal de 10.000 rpm e potência elétrica de 50 kW. Os autores relatam que é possível utilizar os gases exaustos do processo de combustão de biomassa em turbinas Tesla, pois nenhuma degradação significativa na turbina foi observada nos experimentos. Foi verificada a presença de fuligem depositada nos componentes do

rotor, porém não foram encontrados acúmulos de fuligem na carcaça da turbina. Operando com 275 kPa, 644 K e a 6200 rpm, o rendimento global (bocal + turbina) máximo foi de 11% com os gases exaustos do processo de combustão de biomassa e 13,7% utilizando vapor saturado como fluido de trabalho.

Howard (2010) patenteou uma turbina baseada nos conceitos de Tesla para geração de energia elétrica a partir do vento. A turbina possui uma entrada coletora de ar que direciona o mesmo para o interior da turbina. O eixo é acoplado a um pequeno gerador para gerar energia elétrica.

Crowell (2009) conduziu experimentos para avaliar o desempenho de turbinas Tesla para geração de energia elétrica a partir da radiação solar. Placas refletoras foram usadas para concentrar a radiação solar (em pontos focais). A radiação solar foi utilizada para geração de vapor em trocadores de calor. O vapor de água foi utilizado como fluido de trabalho em uma turbina Tesla. O autor ressalta que a turbina apresenta baixo rendimento, mas o sistema proposto pode ser eficaz frente aos modelos alternativos de novas fontes de energia.

Ho Yan (2011) avaliou a utilização de turbinas Tesla para a microgeração de energia elétrica a partir da energia potencial, utilizando água como fluido de trabalho. Nos experimentos foi usada uma turbina com 31 discos de 250 mm de diâmetro, com espaçamento entre discos de 5 mm, projetada para fornecer 3kW de potência elétrica. O autor ressalta que a turbina Tesla apresenta baixo rendimento na transformação da energia potencial, se comparada por exemplo com as turbinas Pelton. O autor ressalta que para obter melhores rendimentos é necessário focar na melhora do bocal injetor e na saída do escoamento da turbina.

2.3 Aspectos construtivos da turbina Tesla

Os aspectos construtivos mais relevantes no projeto de uma turbina Tesla são apresentados a seguir.

- **Distância entre os discos**

A distância entre os discos de uma turbina Tesla é determinada pela espessura da camada limite na superfície dos discos. Metodologias analíticas para o cálculo da espessura da camada limite em regime laminar e turbulento foram descritas, e algumas

análises experimentais variando o espaçamento entre os discos foram realizadas (HUYBRECHTS et al., 2006; PUZYREWSKI & TESCH, 2010; LAMPART & JEDRZEJEWSKI, 2011). As abordagens são semelhantes, e relatam que diminuir a distância entre os discos melhora a eficiência da turbina. Os autores não apresentam uma relação que descreva este fenômeno. Diminuir a distância de espaçamento entre os discos restringe o escoamento do fluido de trabalho, e torna necessário um aumento do número de discos para manter a vazão constante. De acordo com Rice (1991), a maior eficiência ocorre quando a distância entre os discos é aproximadamente duas vezes a distância da espessura da camada limite. A espessura da camada limite depende das condições do escoamento, e pode ocorrer a transição do regime laminar para o turbulento entre os discos (RICE, 1991). A espessura da camada limite em regime turbulento sobre um disco girando pode ser obtida a partir da seguinte equação (SCHLICHTING, 2003):

$$\delta = 0,526 \left(\frac{\nu}{r^2 \omega} \right)^{1/5} \quad (1)$$

onde δ é a espessura da camada limite, ν é a viscosidade cinemática do fluido, r o raio do disco local e ω a velocidade angular

Da mesma forma, a espessura da camada limite em regime laminar sobre um disco girando pode ser obtida através da seguinte equação:

$$\delta \cong 5 \sqrt{\frac{\nu \pi D}{V}} \quad (2)$$

onde πD o perímetro externo do disco e V a velocidade de injeção do fluido de trabalho

- **Diâmetro dos discos**

Saintrain et al. (2005), Huybrechts et al. (2006) e Lampart et al. (2009) conduziram experimentos para avaliar a influência do diâmetro dos discos na velocidade angular, no torque e no rendimento da turbina. O diâmetro dos discos é limitado pelas propriedades do material utilizado para a sua construção. Os autores relatam que o aumento do raio dos discos implica em uma menor rotação e maior torque, pois aumenta-se a área de

atrito do fluido. Porém, este incremento provoca um maior alongamento radial dos discos, e conseqüentemente aumenta a possibilidade de deformação. Discos maiores aumentam a inércia do rotor, influenciando no tempo de partida e na retomada da rotação em casos de perturbação da carga.

- **Desempenho mecânico dos discos**

Saintrain et al., (2005) investigaram a tensão aplicada pelos discos sobre o eixo da turbina, os alongamentos radiais dos discos construídos com diferentes materiais e os limites de cisalhamento no acoplamento entre os discos e o eixo do rotor. Os autores construíram 4 turbinas, sendo duas projetadas para operar com ar como fluido de trabalho e duas com vapor de água como fluido de trabalho. No estudo foram comparados experimentalmente o alongamento radial e o cisalhamento em turbinas fabricadas a partir dos materiais identificados na Tabela 1, que apresenta outras características.

Tabela 1. Especificações técnicas das turbinas usadas nos experimentos realizados por Saintrain et al.(2005).

Material dos discos	Nº de discos	Diâmetro (mm)	Espessura do disco (mm)	Fluido de trabalho	Chavetada
Aço 1020	8	60	1,0	Ar	Não
Alumínio	6	170	1,0	Vapor	Não
Aço inoxidável 304	8	250	1,5	Ar	Sim
Aço inoxidável 304	8	250	1,5	Vapor	Sim

Os experimentos foram conduzidos com rotações em torno de 36.000 rpm, sendo verificada a ruptura (próxima ao eixo) em um dos discos do rotor de alumínio, por motivo de fadiga. Todas as turbinas apresentaram deformações radiais nos discos, ou seja, os discos deixaram de ser paralelos uns aos outros.

O alongamento radial verificado em alta rotação é inevitável, mas pode ser contornado observando-se os limites de elasticidade e cisalhamento do material utilizado, bem como a espessura dos discos usados.

- **Número de bocais Injetores**

Simulações numéricas utilizando dinâmica dos fluidos computacional (*Computational Fluid Dynamics*) foram realizadas para investigar o impacto do número de bocais injetores sobre o rendimento de uma turbina Tesla (HUYBRECHTS et al., 2006; LAMPART et al., 2009; LAMPART & JEDRZEJEWSKI, 2011). Os autores relatam que utilizar de dois a quatro bocais injetores distribuídos uniformemente no perímetro da turbina melhora o rendimento global, pois distribui de maneira mais eficiente o fluido de trabalho entre os discos. Porém, o número de injetores é limitado pela área da seção transversal da garganta do bocal. Esta área está associada à velocidade do escoamento na entrada da turbina e a vazão do fluido de trabalho.

- **Inclinação dos Bocais Injetores**

O ângulo de inclinação do bocal injetor com relação à superfície tangente aos discos influencia no comportamento do fluido e no torque da turbina (LEMMA et al., 2008; LAMPART & JEDRZEJEWSKI, 2011). Os autores relatam que inclinações de até 20° entre o bocal injetor e a tangente dos discos podem ser utilizadas com o objetivo de melhorar o rendimento da turbina. Todavia, não foi verificada na literatura uma metodologia para obtenção de um ângulo ótimo.

- **Modelos Híbridos**

Os modelos híbridos combinam a configuração da turbina Tesla com características de outras turbinas, com o objetivo de incrementar o rendimento global. Alguns sistemas experimentais com turbinas Tesla para baixas potências foram ensaiados por Batista (2009). O autor combina características de uma turbina do tipo Tesla com uma turbina tipo Pelton, com o objetivo de obter maior eficiência do conjunto. O autor fornece um modelo matemático para dimensionamento de turbinas Tesla. Deste trabalho resultaram 3 aplicações patenteadas pelo autor com utilização de turbinas híbridas (Tesla/Pelton) (BATISTA & COUTO, 2011).

- **Geometria do bocal injetor**

Ao longo dos anos os pesquisadores concentraram seus esforços na eficiência do rotor e no regime de escoamento entre os discos, e pouca atenção foi dada a outros

elementos importantes da turbina, tais como o bocal injetor, o sistema de exaustão e os mancais.

O bocal injetor é citado como um dos grandes responsáveis pelas baixas eficiências das turbinas Tesla (RICE, 1991; SCHMIDT, 2002; SAINTRAIN et al., 2005; BLOUDICEK & PALOUSEK, 2007; LEMMA et al., 2008; ENGIN et al., 2009; GUHA & SMILEY, 2010).

Bocais com seção transversal convergente ou convergente-divergente são utilizados para acelerar o fluido de trabalho na admissão de turbinas. As irreversibilidades provocadas pelo atrito, pelos fenômenos associados à expansão do fluido e pela ocorrência de ondas de choque no escoamento do bocal comprometem a sua eficiência, e conseqüentemente a eficiência global do sistema (bocal e turbina) (ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

Poucos trabalhos foram desenvolvidos para avaliar o impacto da geometria dos bocais sobre o rendimento de sistemas associados a turbinas Tesla. Guha & Smiley (2010) analisaram o rendimento de um bocal convergente desenvolvido para turbinas Tesla, e sugeriram a utilização de uma câmara de estagnação a montante do bocal injetor, com a finalidade de minimizar os efeitos da turbulência no escoamento. Os autores relatam que devido ao pequeno comprimento dos bocais injetores as perdas por atrito são muito pequenas. Com a turbulência a montante do bocal minimizada, o escoamento a jusante do bocal se torna mais uniforme. O autor relatou perdas em termos de pressão total de apenas 1% no bocal (convergente). Porém, não foram testadas hipóteses com escoamento supersônico ou com a utilização de bocais convergente/divergentes neste trabalho.

Não foram encontrados na literatura outros trabalhos associados ao projeto de bocais (aplicados a turbinas Tesla). Para referência foram utilizadas pesquisas sobre bocais injetores utilizados na propulsão de foguetes, no projeto de túneis de vento e em injetores supersônicos de gases (ar, O₂, CO₂) em processos industriais (LAROCA et al., 1998; KANAOKA et al., 2001; OKADA et al., 2001; LEITE et al., 2005; VLASSOV et al., 2007; GHOSH et al., 2008; POUGATCH et al., 2008; XIN & YIN, 2008; ASO et al., 2009; CHEN, 2009; LEMOS et al., 2009; EKANAYAKE et al., 2010; LA TORRE et al., 2011; MAJDALANI & MAICKE, 2011; POINSOT et al., 2011; POUGATCH et al., 2011; OPGENORTH et al., 2012).

2.4 Projeto de bocais para turbinas Tesla

A função principal de um bocal injetor é aumentar a velocidade do fluido de trabalho, e conseqüentemente incrementar a energia cinética fornecida a turbina. O bocal utilizado em turbinas Tesla geralmente possui geometria retangular e tem a função de distribuir uniformemente o fluido de trabalho entre os discos da turbina. A Figura 3 ilustra o posicionamento e formato típico de bocais em turbinas Tesla.

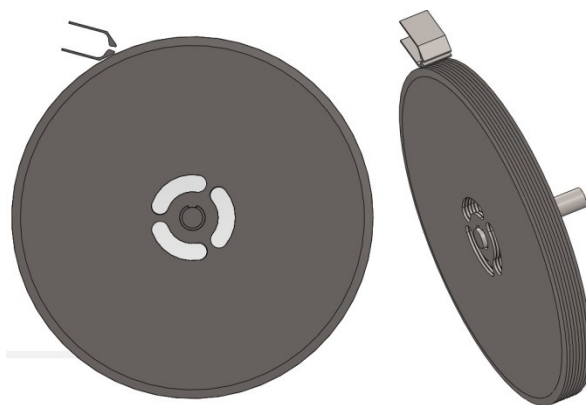


Figura 2. Posicionamento dos bocais injetores em uma turbina Tesla

Bocais com geometria convergente ou convergente-divergente podem ser utilizados na admissão do fluido de trabalho de turbinas Tesla. O fluido de trabalho que passa por estes bocais é acelerado até atingir velocidades elevadas, podendo atingir velocidades acima da velocidade do som. Para representar esta relação utiliza-se o número adimensional de Mach, que é definido como a razão entre a velocidade local do escoamento e a velocidade de propagação do som no fluido.

$$M = \frac{V}{c} \quad (3)$$

onde M é o número adimensional de Mach, V é a velocidade do fluido e c é a velocidade de propagação do som no fluido.

Um bocal convergente pode acelerar o escoamento até este atingir a velocidade do som ($M = 1$). Para atingir velocidades de escoamento supersônicas ($M > 1$) é necessária

uma seção divergente após o bocal convergente. A região de transição da seção convergente para divergente é denominada garganta do bocal.

A seção divergente somente consegue acelerar o escoamento a velocidades supersônicas caso a velocidade na garganta seja sônica. Caso a velocidade do fluido seja inferior à sônica ($M < 1$) na garganta do bocal, o escoamento é desacelerado na seção divergente (BORGNAKKE & SONNTAG, 2008).

Na seção divergente verifica-se a ocorrência de ondas de expansão no escoamento compressível. Estas ondas de expansão podem alterar significativamente as propriedades do fluido (pressão, temperatura, velocidade, massa específica), modificando o regime de velocidade de supersônico para subsônico, com consequente diminuição da energia cinética fornecida a turbina (ANDERSON, 1992).

O projeto adequado de bocais para turbinas pode ser conduzido admitindo que o escoamento seja isoentrópico (ideal), ou ainda considerando as perdas associadas ao escoamento (real).

2.4.1 Escoamento adiabático reversível (isoentrópico)

O escoamento adiabático reversível (isoentrópico) é um caso ideal e não ocorre na natureza. Neste tipo de escoamento é considerado que não ocorram perdas (irreversibilidades). As irreversibilidades de um escoamento estão associadas principalmente aos seguintes fenômenos: atrito, transferência de calor e expansão/compressão.

Tendo em vista a pequena distância percorrida pelo fluido em um bocal os efeitos do atrito e da transferência de calor podem ser considerados desprezíveis. Todavia, a formação de ondas de choque e ondas de expansão representa um desvio significativo nas propriedades ideais do escoamento (STREETER & WYLIE, 1982). Para análise do comportamento de escoamentos de fluidos compressíveis utiliza-se a velocidade do som no fluido. A expressão que define este parâmetro está relacionada à pressão e a massa específica do fluido.

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (4)$$

onde c é a velocidade do som no fluido, P é a pressão e ρ é a massa específica do fluido.

Como a passagem de uma onda sonora pelo fluido ocorre com velocidade significativa, esta ocasiona pequenas variações de pressão e temperatura, o processo é considerado quase reversível e praticamente adiabático, e neste caso pode ser considerado isoentrópico,

$$P\rho^{-k} = \text{constante} \Leftrightarrow \frac{dP}{d\rho} = \frac{kP}{\rho} \quad (5)$$

e substituindo a equação 2 em 1

$$c = \sqrt{\frac{kP}{\rho}} \quad (6)$$

onde c é a velocidade do som no gás, ρ é a massa específica do fluido e k é o coeficiente isoentrópico do gás.

A partir da equação de estado dos gases perfeitos, a velocidade de propagação do som pode ser descrita da seguinte forma (FOX e MCDONALD, 2004),

$$c = \sqrt{kRT} \quad (7)$$

em que T é a temperatura do gás, R é a constante do gás

Elevando-se ao quadrado o número de Mach (equação 3), obtém-se:

$$M^2 = \frac{V^2}{c^2} \quad (8)$$

A equação 8 descreve respectivamente a relação entre a energia cinética e a energia térmica do fluido. Para obter o melhor rendimento na transferência de energia do fluido para a turbina o melhor gradiente de energia cinética deve ser considerado. Neste caso, faz-se necessário o correto dimensionamento do bocal visando obter a melhor relação de velocidade possível no fluido. Antes de considerar o tipo de bocal que será utilizado, são apresentadas algumas correlações para fluidos compressíveis.

As relações iniciais podem ser obtidas a partir da simplificação da equação de Euler baseada em três considerações: escoamento sem atrito, ao longo de uma linha de corrente e em regime permanente (BORGNAKKE & SONNTAG, 2008).

$$V dV + \frac{dP}{\rho} = 0 \quad (9)$$

onde V é a velocidade do fluido, P é a pressão e ρ a massa específica do fluido.

Da equação da continuidade, tem-se que

$$\rho A V = \dot{m} = \text{constante} \quad (10)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, A é a área da seção transversal, V é a velocidade do fluido e \dot{m} é a taxa mássica do escoamento.

Diferenciando a equação 10 e dividindo o resultado pela equação 10 obtém-se

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (11)$$

A partir da equação 4 pode-se obter dP e, substituindo na equação 9, obtém-se

$$V dV + c^2 \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad (12)$$

e considerando o escoamento isoentrópico, obtém-se:

$$c^2 = \frac{dP}{d\rho} = \frac{V^2}{M^2} \quad (13)$$

Substituindo estas relações na equação 11 obtém-se a equação descrita abaixo, que é bastante significativa no que tange a análise do escoamento e da forma geométrica adequada para bocais e difusores (STREETER & WYLIE, 1980; ANDERSON, 1984;

ZUCKER & BIBLARZ, 2002; FOX e MCDONALD, 2004; BORGNAKKE & SONNTAG, 2008).

$$\frac{dA}{A} = \frac{dP}{\rho V^2} (1 - M^2) \quad (14)$$

onde A é a área da seção transversal do bocal, V é a velocidade do escoamento, ρ é a massa específica do fluido, P é a pressão e M o número adimensional de Mach.

A equação 14 permite avaliar o comportamento do escoamento em um bocal convergente-divergente. Para um escoamento subsônico ($M < 1$) o termo dP terá o mesmo sinal que dA e a variação da pressão no escoamento será proporcional a área da seção transversal. Para um escoamento supersônico ($M > 1$), o termo dP terá sinal diferente que dA e a variação da pressão no escoamento será inversamente proporcional a área da seção transversal. Esta análise determina que um bocal convergente é utilizado para atingir a velocidade sônica ($M = 1$). Para a obtenção de velocidades supersônicas ($M > 1$) é necessário um bocal convergente-divergente, projetado para velocidade sônica ($M = 1$) na sua garganta para o desenvolvimento de velocidade supersônica na seção divergente.

2.4.2 Propriedades de estagnação

A análise do escoamento em bocais é simplificada pela introdução do conceito de estado de estagnação isoentrópico, no qual o fluido sofre uma desaceleração reversível até a velocidade nula (BORGNAKKE & SONNTAG, 2008).

No escoamento isoentrópico em um bocal ocorre variação da velocidade, temperatura e pressão, mas a entalpia de estagnação permanece constante. Esta abordagem permite o cálculo das propriedades do fluido a partir das condições iniciais de estagnação e das informações das condições de saída para qualquer ponto do bocal (seção transversal).

Considerando um escoamento isoentrópico em regime permanente, a temperatura de estagnação (T_0) e a pressão de estagnação (P_0) estão relacionadas por:

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{(k-1)/k} \quad (15)$$

Desprezando as perdas por atrito, a temperatura e a pressão de estagnação são constantes para qualquer ponto do escoamento no bocal (seção transversal), e estão relacionadas as propriedades do fluido e ao número de Mach da seguinte forma:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)M^2 \quad (16)$$

$$\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/(k-1)} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) \quad (17)$$

Portanto,

$$\left(\frac{P_0}{P}\right) = \left[1 + \frac{(k-1)}{2}M^2\right]^{k/k-1} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) = \left[1 + \frac{(k-1)}{2}M^2\right]^{1/k-1} \quad (19)$$

onde T_0 é a temperatura de estagnação do fluido, T é a temperatura do fluido, P_0 é a pressão de estagnação do fluido, P é a pressão, ρ é a massa específica do gás, ρ_0 é a massa específica na estagnação e k é o coeficiente isoentrópico do gás.

Para escoamento sônico na garganta do bocal ($M = 1$) as equações acima são simplificadas a fim de obter as propriedades nesse ponto, e serão denotadas por um asterisco (*) e ditas como constantes críticas. Quando a pressão a jusante é menor que a pressão crítica, o bocal está bloqueado. Nesta situação o bocal está operando com a maior taxa mássica possível (BORGNAKKE & SONNTAG, 2008)

$$\left(\frac{T^*}{T_0}\right) = \frac{2}{k+1} \quad (20)$$

$$\left(\frac{P^*}{P_0}\right) = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \quad (21)$$

$$\left(\frac{\rho^*}{\rho_0}\right) = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/(k-1)} \quad (22)$$

onde T^* é a temperatura crítica, P^* é a pressão crítica, ρ^* é a massa específica crítica do fluido.

Para o escoamento de um gás ideal em um bocal isoentrópico, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{m}}{A} &= \rho V = \frac{PV}{RT} \sqrt{\frac{kT_0}{kT_0}} = \frac{PV}{\sqrt{kRT}} \sqrt{\frac{k}{R}} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \sqrt{\frac{1}{T_0}} \\ &= \frac{PM}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{k}{R}} \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \end{aligned} \quad (23)$$

Em que: \dot{m} é a taxa mássica, A é a área da seção transversal do bocal, T_0 é a temperatura de estagnação do fluido, T é a temperatura do fluido, P_0 é a pressão de estagnação do fluido, P é a pressão, ρ é a massa específica do fluido, ρ_0 é a massa específica na estagnação.

A taxa mássica por unidade de área (\dot{m}/A) pode ser expressa em termos da pressão de estagnação, da temperatura de estagnação, do número de Mach e das propriedades do fluido, sendo definida por:

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{k}{R}} \frac{M}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (24)$$

Aplicando a equação 24 para o cálculo da área crítica da garganta do bocal (A^*), para a velocidade sônica ($M = 1$), obtém-se:

$$\frac{\dot{m}}{A^*} = \frac{P_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{k}{R}} \frac{1}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (25)$$

de modo que a relação entre as áreas fica:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\left(\frac{2}{k+1} \right) \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right]^{(k+1)/2(k-1)} \quad (26)$$

2.4.3 Escoamento isentrópico unidimensional

Com a finalidade de simplificar o projeto de um bocal pode-se considerar que o escoamento isentrópico seja unidimensional, ou seja, todas as propriedades do fluido são constantes ao longo da seção transversal do bocal (ANDERSON, 1984).

O conceito para o desenvolvimento da geometria adequada para o bocal é que todas as ondas de expansão geradas na aceleração do fluido de trabalho na seção divergente possam ser anuladas por um contorno adequado da superfície do bocal difusor. Todavia, este conceito é negligenciado na abordagem unidimensional (ONOFRI, 2002).

As aproximações baseadas no escoamento isentrópico unidimensional, apesar de não representarem o escoamento real, permitem o desenvolvimento analítico de bocais injetores para operar nas condições de projeto (ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

Estes modelos propõem a utilização de ângulos de inclinação empíricos, tanto para a seção convergente, quanto para a divergente, do bocal injetor. A Figura 4 apresenta um exemplo de modelo aplicado para o dimensionamento de um bocal convergente-divergente considerando o escoamento isentrópico unidimensional (CHOI et al., 1997; ISHIBASHI et al., 2000).

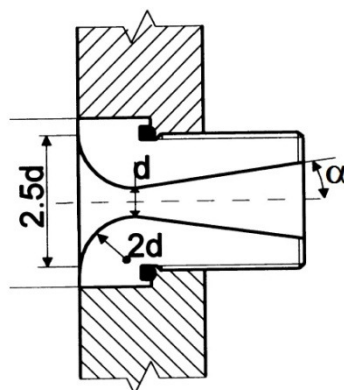


Figura 3. Geometria de bocal convergente-divergente considerando o escoamento isentrópico unidimensional

As dimensões apresentadas na Figura 3 para a parte convergente são relacionadas com a dimensão (d) da garganta do bocal (determinada pela área da garganta), enquanto

as dimensões da parte divergente do bocal estão associadas a área da saída e ao comprimento do difusor (adotado empiricamente).

2.4.4 Efeito das ondas de choque em bocais

O conceito que fundamenta a ocorrência de ondas de choque e ondas de expansão em escoamentos compressíveis é relatado em termos dos efeitos de compressibilidade. No escoamento compressível, em função de uma distância maior entre as moléculas, um pequeno movimento de um elemento de fluido induz pequenas perturbações nos elementos adjacentes. Esta perturbação é denominada onda acústica elástica e propaga-se no campo de escoamento com uma velocidade relativamente alta, chamada velocidade sônica (ANDERSON, 1990).

As ondas de choque normais são um caso especial de uma família de ondas oblíquas que ocorrem no escoamento supersônico. Choques oblíquos ocorrem quando o escoamento tende a curvar-se sobre si mesmo, (Figura 4A). Quando o escoamento tende a curvar-se afastando-se de si mesmo, são formadas as ondas de expansão (Figura 4B).

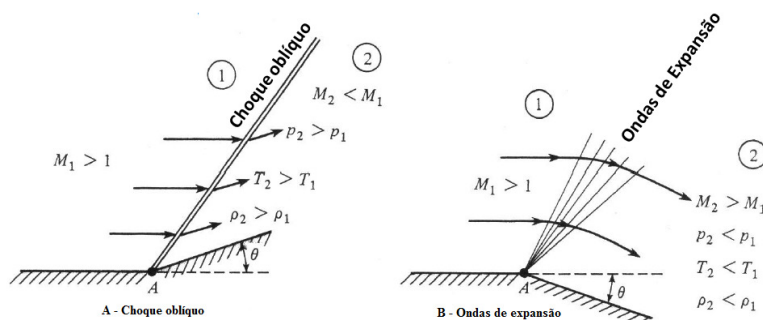


Figura 4. Ondas de choque oblíquo e ondas de expansão (adaptado de ANDERSON, 1990)

As ondas de expansão, assim como as ondas de choque, propagam-se na direção oposta ao ponto de origem e podem ser refletidas em paredes adjacentes, formando novas ondas, constituindo uma região de escoamento complexo.

A ocorrência de ondas de choque no escoamento supersônico é influenciada pela pressão na descarga dos bocais. A Figura 5 apresenta o comportamento da pressão no interior de um bocal convergente-divergente,

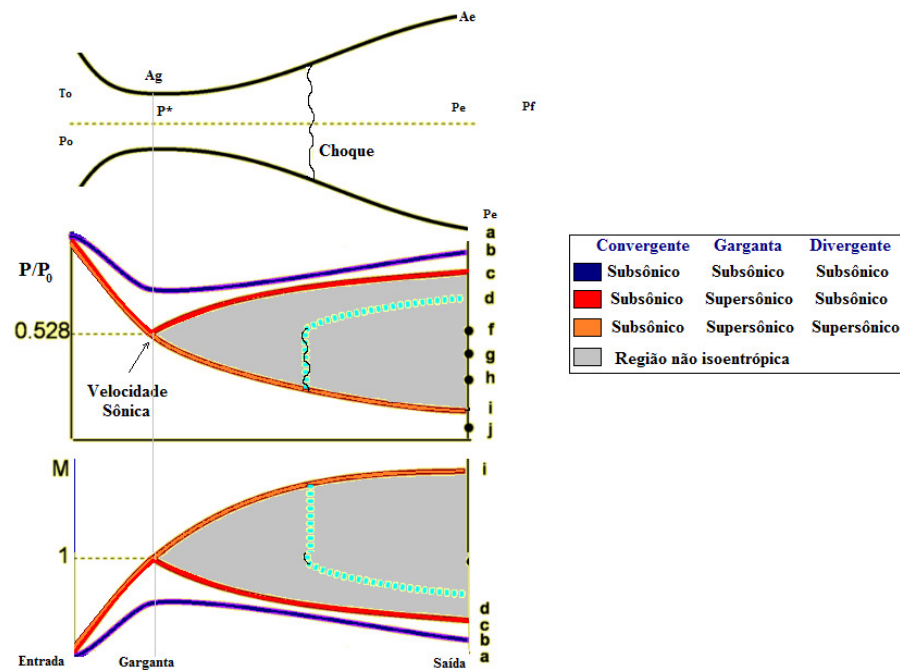


Figura 5. Variação da pressão através de um bocal convergente-divergente

Na Figura 5 P_0 representa a pressão de estagnação no reservatório a montante do bocal (velocidade nula), P^* a pressão na garganta, P_e a pressão na saída do bocal e P_f a pressão a jusante do bocal.

Existem dois pontos principais que delimitam o regime de operação do bocal: o primeiro ponto crítico (representado pelo ponto c) e o terceiro ponto crítico (representado pelo ponto i). Para a operação do bocal no primeiro ponto crítico, a pressão de fundo (P_f) assume um valor para o qual Mach será unitário na garganta ($P_f = P^*$) e subsônico na seção divergente do bocal. Neste caso o valor do primeiro ponto crítico (c) delimita a região acima do qual não se estabelece escoamento sônico na garganta do bocal, onde os escoamentos desenvolvidos serão completamente isentrópicos e subsônicos.

Para as condições de escoamento operando no terceiro ponto crítico, a pressão de fundo (P_f) assume um valor para o qual o escoamento é subsônico na parte convergente, sônico na garganta e supersônico na parte divergente do bocal. Esta é a condição de projeto (representada pela letra i), onde o escoamento é isentrópico por todo o bocal e supersônico na saída ($P_{ei} = P_f$). O valor de P_{ei} estabelece o comportamento do escoamento no bocal (ZUCKER & BIBLARZ, 2002):

1) Para valores de pressão de fundo (P_f) menores que a pressão de projeto (P_{ei}) o escoamento interno é completamente isentrópico e o ajuste externo se dá por meio de ondas de expansão.

2) Para valores da pressão de fundo (P_f) entre o primeiro e o terceiro ponto crítico, o regime de escoamento não é isentrópico. O escoamento se ajusta interna e externamente através de ondas de choque envolvendo o aumento de entropia.

Quando a razão de pressões (P/P_0) é reduzida abaixo do primeiro ponto crítico, uma onda de choque se estabelece a jusante da garganta. A localização da onda de choque e a sua intensidade na seção divergente é determinada pela razão de pressão (P/P_0). À medida que essa razão vai sendo reduzida, a onda de choque posiciona-se cada vez mais próxima da descarga do bocal. Quando essa posição é atingida tem-se o chamado segundo ponto crítico (P_{eh}), onde o escoamento é isentrópico em todo o bocal, a exceção da linha de saída do bocal. Abaixo deste ponto e acima do terceiro ponto crítico (P_{ei}) o choque se move para fora do bocal onde as ondas de compressão ajustarão o escoamento à pressão de fundo. Nesta condição o bocal é considerado sobre-expandido, pois a pressão de saída (P_e) é inferior a pressão de fundo ($P_e < P_f$). Em contrapartida, se a pressão de fundo se encontra abaixo do terceiro ponto, ondas de expansão ocorrerão fora do bocal. Nesta condição o bocal se encontra sub-expandido ($P_e > P_f$). Um resumo das condições de operação de um bocal convergente-divergente é apresentado na Figura 6.

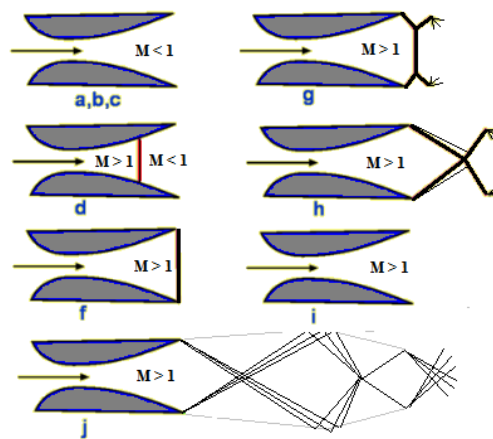


Figura 6. Exemplo das condições de operação de um bocal convergente-divergente

Na Figura 6 (a,b,c) representam a razão de pressão (P/P_0) acima do primeiro ponto crítico, (d) onda de choque na seção divergente, (f) onda de choque na saída da seção divergente, (g e h) ondas de choque com o bocal sobre-expandido, (i) condição de projeto, (j) ondas de choque com o bocal sub-expandido. A Figura 7 apresenta imagens deste fenômeno.

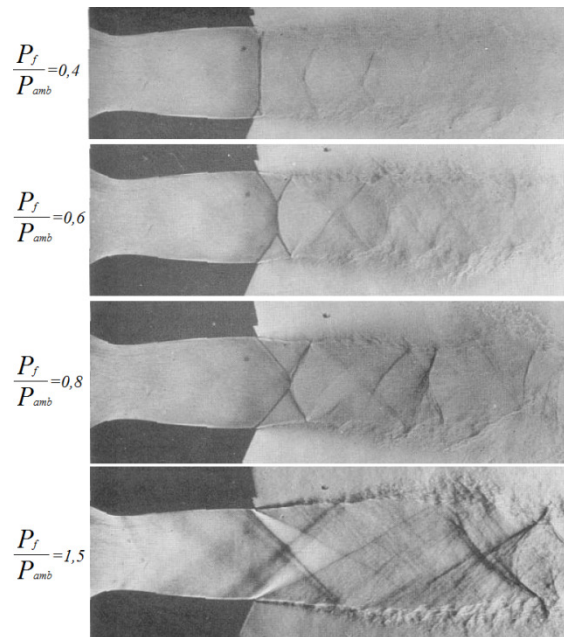


Figura 7. Desempenho de bocais operando em diferentes razões de pressão (ZUCKER & BIBLARZ, 2002)

Para o escoamento de jatos supersônicos de um fluido não viscoso em um bocal duas condições de contorno devem ser satisfeitas:

1) A direção do escoamento, onde as considerações de simetria permitem a existência de uma linha central no jato, que funciona como uma fronteira sólida, na qual a direção da velocidade do escoamento deve ser sempre tangente.

2) O equilíbrio da pressão, onde a superfície do jato em contato com o fluido externo, no qual este é lançado, forma uma fronteira livre através da qual o equilíbrio de pressão deve existir (ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

A Figura 8 apresenta um bocal sobre-expandido com a razão de pressão operando entre o segundo e o terceiro ponto crítico.

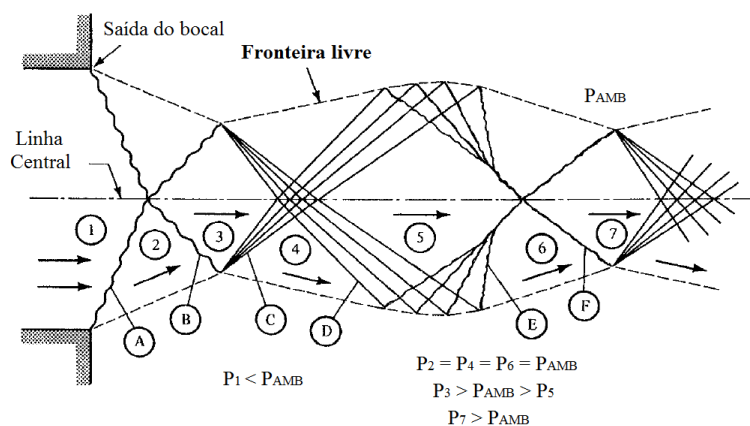


Figura 8. Bocal sobre-expandido (adaptado de ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

Quando a pressão do ambiente é maior do que a pressão na saída do bocal (1), e o bocal opera sobre-expandido em regime supersônico, entre o segundo e o terceiro ponto crítico, um processo de compressão é necessário para que ocorra o ajuste da pressão da saída (1) para a pressão do ambiente (P_{AMB}). De acordo com Zucker e Biblarz (2002), uma onda de choque normal produziria uma compressão demasiadamente acima da necessária para que a pressão do jato se igualasse a pressão de descarga. Desta forma, este fenômeno ocorre pela formação de uma onda de choque oblíqua (A), com o ângulo necessário para realizar o ajuste da pressão ($P_2 = P_{AMB}$). Entretanto, uma onda de choque oblíqua deflete o escoamento de sua direção original, de forma que este não se encontra mais paralelo a direção da linha central do jato. Este efeito faz com que uma nova onda de choque oblíqua (B) se origine, defletindo o escoamento novamente a sua posição original. Esta transição ocasiona um incremento na pressão na região após o choque (3), fazendo com que a pressão neste ponto seja maior que a pressão ambiente ($P_3 > P_{AMB}$), impedindo a existência de uma fronteira livre na região (3). Neste caso um processo de expansão é necessário para que ocorra o ajuste da pressão (P_3). Conseqüentemente, um novo ajuste ocorre, originado pela formação de uma onda de expansão de Prandtl-Meyer (C) no ponto onde a onda (B) encontra a fronteira livre, ocasionando uma redução na pressão na região (4) até equipará-la a pressão ambiente ($P_4 = P_{AMB}$). Neste processo, o escoamento é novamente defletido e um novo ajuste se faz necessário, desta vez através de uma onda de expansão (D), fazendo com que a pressão na região 5 seja menor do que a ambiente ($P_5 < P_{AMB}$). Neste caso um processo de compressão é necessário para que ocorra o ajuste da pressão, e a passagem da região (5) para a região (6) ocorre através de uma onda de compressão de Prandtl-Meyer (E). Neste caso ocorrerá novamente a mudança na direção do escoamento, e será necessário uma nova correção na direção, realizada pela onda de compressão (F). A região (7), assim configurada possui condições similares as da região (3) e o ciclo se repete.

Para um bocal funcionando abaixo do terceiro ponto crítico ($P_f < P_{ei}$), onde um processo de expansão é necessário para ajustar a pressão de saída, e, neste caso, o processo de ajuste se dá inicialmente por meio de uma onda de expansão (Figura 9).

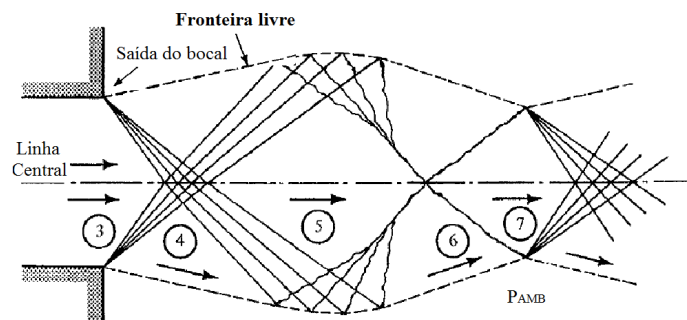


Figura 9. Bocal sub-expandido (adaptado de ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

Os fenômenos de ajuste do escoamento a jusante do bocal operando sub-expandido em regime supersônico são similares as do bocal sobre-expandido, sendo conduzidos pela imposição das condições de contorno de fronteira livre e da direção do escoamento (ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

As considerações sobre o escoamento em bocais sub-expandido e sobre-expandido descritas anteriormente representam um comportamento ideal, porém os efeitos de turbulência no escoamento em alta velocidade podem dissipar os padrões de onda nos bocais (ANDERSON, 1984).

2.4.5 Escoamento isoentrópico bidimensional

A consideração de um escoamento isoentrópico bidimensional permite uma aproximação do regime real de escoamento no interior de um bocal. Esta consideração permite analisar as ondas de choque no escoamento de maneira mais eficiente. O método das características pode ser empregado para determinar a geometria da parte divergente do bocal, a fim de minimizar a ocorrência de ondas de choque na seção divergente. Não foram encontrados na literatura trabalhos que utilizam o referido método para dimensionar bocais para turbinas Tesla, mas este método é largamente aplicado para o dimensionamento de bocais para a propulsão de foguetes e túneis de vento.

2.4.6 Método das características (MC)

No MC equações diferenciais parciais que governam o escoamento isoentrópico supersônico são convertidas em equações diferenciais ordinárias, e resolvidas por uma técnica explícita de diferenças finitas. Cada condição de contorno é analisada

separadamente com as equações diferenciais do sistema, o que facilita a aplicação do método para sistemas complexos (ATKINSON & SMITH, 1995; ZEBBICHE & YOUNI, 2007; IBRAHIMA et al., 2009)

Além de considerar o escoamento isoentrópico bidimensional admite-se que o escoamento seja irrotacional.

Os problemas relativos ao movimento de ondas em mecânica dos fluidos são governados por equações diferenciais parciais do tipo hiperbólicas (BARROSO et al., 1987). O método das características, em sua forma original, é incapaz de proporcionar uma solução para este tipo de equação diferencial parcial, porém o método pode ser utilizado transformando as equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias, que são resolvidas ao longo das linhas características (ZUCKER & BIBLARZ, 2002).

O método das características é definido em 3 etapas: a determinação das linhas características, a determinação das equações de compatibilidade (constantes ao longo das linhas características) e a solução das equações de compatibilidade. O método é iterativo, e pode ser visto em (ANDERSON, 1984; ANDERSON, 1990; ZUCKER & BIBLARZ, 2002). O método aplicado neste trabalho foi implementado em linguagem de programação para o MATLAB R9, e o código disponibilizado no Apêndice A deste documento.

Devido a multidimensionalidade do fluxo convergente subsônico, a linha sonora na garganta do bocal é levemente curvada, porém pode-se assumir como uma linha reta, representada na Figura 10 pela linha tracejada (*ab*). A jusante da linha sonora tem-se a parte divergente do bocal, em que o ângulo de expansão (Θ_w) representa a inclinação da parede em relação ao eixo (*x*). A seção do bocal onde ocorre um aumento de (Θ_w) é chamada de *seção de expansão*, representada no intervalo (*ac*). A jusante do ponto (*c*) o ângulo (Θ_w) diminui até a parede tornar-se paralela ao eixo (*x*). A seção a jusante de (*c*) é chamada *seção de acomodação* e tem a função de cancelar as ondas geradas na seção de expansão. A linha tracejada (*ghi*) representa a onda de expansão gerada em (*g*), refletida em (*h*) e cancelada em (*i*).

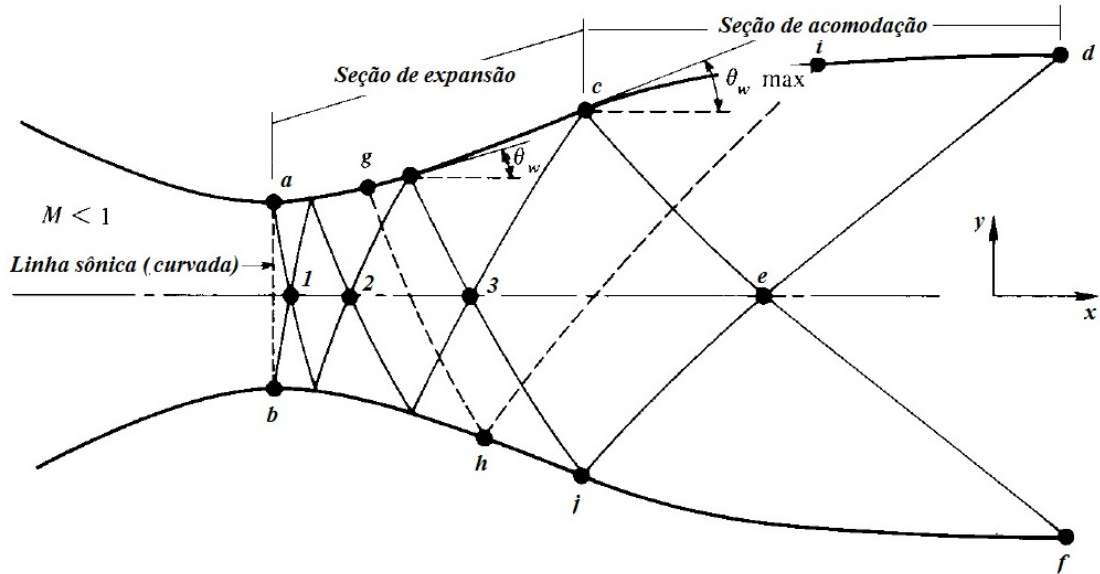


Figura 10. Método das características (MC) (adaptado de ANDERSON, 1991)

A região de expansão contém linhas de expansão e reflexão, caracterizando uma região complexa do escoamento, e neste caso as linhas características são curvas. Para a região de acomodação estão presentes apenas as linhas de reflexão, caracterizando uma região simples do escoamento, e neste caso as linhas características são retas.

O ângulo de expansão máximo ($\Theta_w \text{ máx}$) que limita as regiões de expansão e acomodação, é definido como a metade da função de Prandt-Meyer. A função de Prandt-Meyer descreve o ângulo através do qual o escoamento sofre uma transformação isoentrópica com o incremento do número de Mach, sendo definida por:

$$v(M) = \int \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \frac{dM}{M} \quad (27)$$

$$= \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{k-1}{k+1} - (M^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{(M^2 - 1)}$$

e,

$$\theta_w \text{ máx} = \frac{v_M}{2} \quad (28)$$

Difusores supersônicos com seções de expansão suaves (Figura 10) são utilizados em bocais de túneis de vento, onde a uniformidade do escoamento é fundamental.

Para aplicações onde o bocal precisa ter pequenas dimensões, como tubeiras de foguete ou injetores a laser, pode-se recorrer a uma expansão mais severa do escoamento, ou seja, reduzir o comprimento da seção de expansão do bocal. Para que

ocorra uma expansão mais rápida do escoamento são utilizados ângulos de inclinação maiores após a garganta do bocal (Figura 11). A expansão ocorre através de uma onda de Prandtl-Meyer originada na garganta. O ângulo de inclinação na saída da garganta é determinado pelo valor de $(\Theta_{w \max})$ (equação 28). A geometria (curvatura) da seção divergente do bocal é definida arbitrariamente. Frequentemente utiliza-se um arco com diâmetro ligeiramente maior do que a altura da garganta do bocal. O comprimento (L) e o $(\Theta_{w \max})$ são determinados em função do número de Mach projetado para a saída do bocal (equação 18). A linha característica (db) intercepta a linha de centro no ponto (c), onde o número de Mach local deve ser igual ao projetado para a saída do bocal. Desta forma, é possível determinar o comprimento da seção divergente do bocal (L) mantendo o controle do número de Mach local até este atingir o valor projetado. A seção de expansão termina em (c), ponto que fixa tanto o comprimento (L) quanto o $(\Theta_{w \max})$.

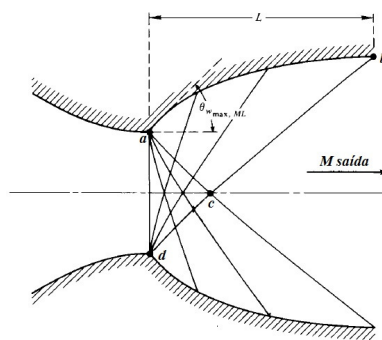


Figura 11. Método das características para difusores curtos (adaptado de ANDERSON, 1991)

2.4.7 Escoamento adiabático irreversível (real)

A primeira lei da termodinâmica aplicada a um sistema aberto (bocal), considerando que o sistema seja adiabático, sem trabalho de eixo, e ainda que a variação da energia potencial seja insignificante, pode ser representada por:

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (29)$$

O atrito aumenta a temperatura do fluido na descarga do bocal em relação a temperatura em um escoamento isoentrópico, e conseqüentemente ocorre um incremento da entalpia do fluido. O aumento da entalpia (h_2) reduz a velocidade do

fluido (V_2). Como a finalidade do bocal é aumentar a energia cinética do fluido, o atrito decresce a eficiência do bocal (SHAMES, 2002). Este fenômeno pode ser observado no diagrama entalpia-entropia (Figura 7).

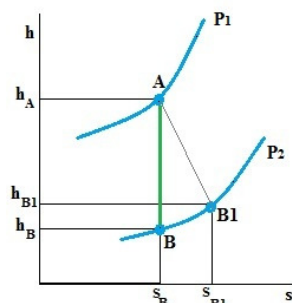


Figura 12. Diagrama entalpia-entropia

A linha (AB) representa uma expansão adiabática reversível (isoentrópica) a partir de uma pressão inicial (P_A). Segundo a 2ª lei da termodinâmica em uma expansão adiabática irreversível ocorre um aumento da entropia. Assim, o estado final deve estar sobre a linha de pressão constante (P_2), a direita de (B), indicado pelo ponto ($B1$) (STREETER & WYLIE, 1980). A entalpia final (h_{B1}) é maior, e, conseqüentemente, obtém-se uma menor conversão de entalpia em energia cinética. Além do atrito associado ao escoamento, deve-se avaliar os efeitos de expansão e a possível ocorrência de ondas de choque no interior do bocal como fonte de irreversibilidades.

2.4.8 Eficiência dos bocais

A eficiência de um bocal (η) é definida como a relação entre a energia cinética real do fluido na descarga do bocal e a energia cinética ideal obtida em uma expansão isoentrópica (SHAMES, 2002). Desta forma, a partir da primeira lei da termodinâmica, a eficiência no bocal pode ser definida como:

$$\eta = \frac{(V_2^2/2)}{[(V_1^2/2) + (h_1 - h_2)_{ideal}]} \quad (30)$$

onde V é a velocidade do escoamento e h a entalpia do fluido.

Frequentemente, a energia cinética a montante do bocal ($V_1^2/2$) é pequena, se comparada a variação de entalpia ($h_1 - h_2$), e pode ser desprezada, ficando:

$$\eta = \frac{(V_2^2/2)}{(h_1 - h_2)_{ideal}} \quad (31)$$

Considerando que o calor específico não varia significativamente com a temperatura, tem-se que:

$$\eta = \frac{(V_2^2/2)}{C_p (T_1 - T_2)} \quad (32)$$

onde V é a velocidade do escoamento, C_p é o calor específico a pressão constante e T a temperatura do fluido.

Utiliza-se também o fator de reaquecimento para a determinação da eficiência de um bocal, definido por:

$$\eta = 1 - \frac{(h_2)_{real} - (h_2)_{ideal}}{(h_1 - h_2)_{isoent}} \quad (33)$$

Na equação 33 o numerador representa a perda de entalpia associada as irreversibilidades.

Os difusores podem ser avaliados com diferentes critérios de desempenho, entre eles a relação de pressão total (equação 34), a eficiência isoentrópica (equação 35) e a razão de recobrimento (equação 36).

A relação de pressão total (η_0) é definida por

$$\eta_0 = \frac{(P_0)_1}{(P_0)_2} \quad (34)$$

onde o ponto 1 refere-se a pressão de estagnação a jusante do bocal e o ponto 2 refere-se a pressão de estagnação a montante do bocal.

A eficiência isoentrópica (η_i) é definida por

$$\eta_i = \frac{(h_1 - h_2)_{real}}{(h_1 - h_2)_{isoent}} \quad (35)$$

A razão de recobrimento (η_c) é definida por

$$\eta_c = \frac{(P_2 - P_1)_{real}}{(P_2 - P_1)_{isoent}} \quad (36)$$

A eficiência isoentrópica (equação 35) observada em túneis de vento é da ordem de 75%, enquanto em bocais é de 95%. (SHAMES, 2002).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste item serão descritos os materiais utilizados para o projeto dos bocais supersônicos, bem como os materiais que serão utilizados no banco de ensaios. Em seguida serão apresentadas as metodologias utilizadas para alcançar os objetivos propostos neste trabalho.

3.1 Materiais

Os cálculos associados ao dimensionamento dos bocais e o pré processamento dos parâmetros coletados foram realizados no ambiente de software *Matlab* 2009, enquanto o desenho dos bocais foi desenvolvido utilizando a ferramenta *SolidWorks* 2012.

3.1.1 Banco de ensaios

O banco de ensaios para análises do escoamento é representado esquematicamente na Figura 13. Este banco é alimentado por um compressor de ar com capacidade para fornecer uma taxa mássica de até $200 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ de ar a 800 kPa.

A jusante do compressor há uma rede de ar comprimido de 6 m conectada a um trocador de calor (pré aquecedor) do tipo duplo tubo constituído por 2 tubos de metal de 3 m de comprimento, sendo o externo em aço galvanizado de 40 mm de diâmetro e o interno em cobre de 20 mm de diâmetro, operando em contracorrente. O pré aquecedor possui a função de adequar a temperatura de saída do ar exausto dos bocais, de forma que a temperatura do ar não ultrapasse os valores máximos de operação da sonda do anemômetro digital.

Após a região de pré aquecimento há uma válvula reguladora de pressão conectada a um trocador de calor para o aquecimento final do fluido de trabalho. O trocador de calor de aquecimento foi construído com um tubo de cobre de 25 mm de diâmetro e 2,5 m de comprimento montado em U. O trocador de calor é equipado com uma resistência interna de níquel-cromo (espiral) com uma potência elétrica de 3 kW. O fluido de trabalho (ar) circula pelo tubo onde a transferência de calor ocorre por convecção direta.

O controle de temperatura do fluido de trabalho na saída do trocador de calor é realizado através de um controlador universal do tipo PID com realimentação auxiliado por um controlador de potência por ângulo de fase que atua como amortecedor ao controlador PID. A temperatura é medida por um termopar do tipo K acoplado na saída do aquecedor.

A taxa mássica de ar alimentada no sistema é determinada através de um anemômetro digital com uma sonda do tipo helice em tubo com precisão de 2%. O anemômetro está posicionado a jusante do bocal (na saída do tubo de pré aquecimento).

A pressão estática da linha e das tomadas de pressão dos bocais é medida por transmissores de pressão de 0 a 10 bar com precisão de 0,5%.

A temperatura do escoamento no interior do bocal é medida com termoresistências de platina do tipo *Thin Film* com precisão de 0,5% montadas em um substrato de epoxi de baixa condutividade térmica.

A aquisição de dados é realizada por um módulo de aquisição com 8 entradas analógicas universais que é conectado através de interface serial a um microcomputador para aquisição e pós tratamento dos dados. Alguns parâmetros são coletados diretamente através da conexão das interfaces USB dos instrumentos ao microcomputador.

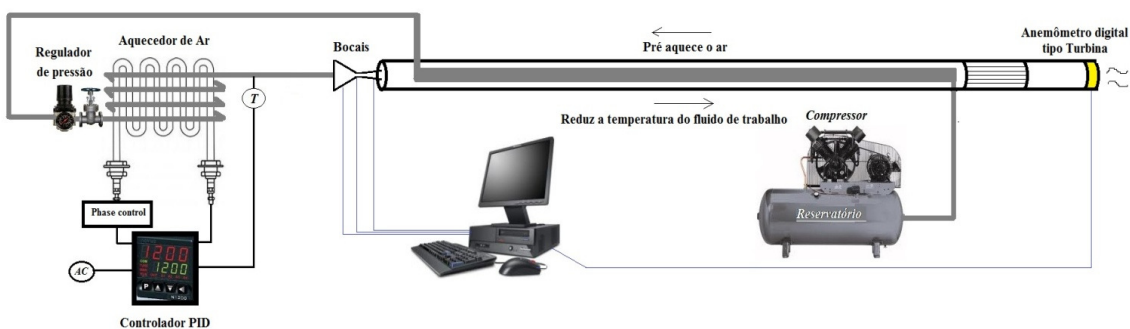


Figura 13. Diagrama esquemático do banco de ensaios

A Figura 14 apresenta imagens do banco de ensaios em tamanho real.

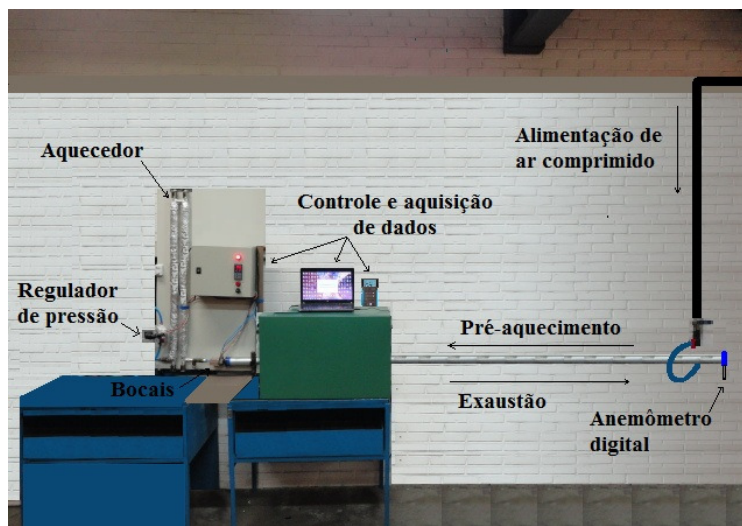


Figura 14. Banco de ensaios em tamanho real

Os bocais projetados foram usinados em máquinas fresadoras de controle numérico computadorizado (CNC) em resina de poliuretano de alta densidade.



Figura 15. Usinagem dos bocais em máquina fresadora (CNC)

Os bocais são equipados com tomadas para sensores transmissores de pressão (P) e temperatura dispostos de acordo com o diagrama da Figura 16, distribuídos de maneira não intrusiva. O fluido de trabalho (ar) está disponível a pressão manométrica de 700 kPa e a temperatura ambiente. O fluido de trabalho será aquecido até a temperatura de 358 K no trocador de calor, como objetivo afastar a temperatura do fluido de trabalho da temperatura ambiente e facilitar a análise das irreversibilidades.

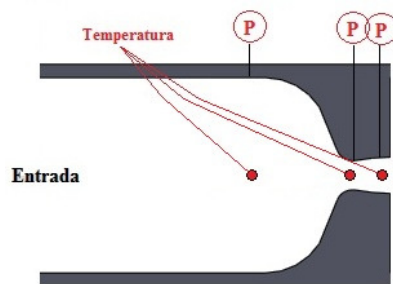


Figura 16. Esquema dos sensores

A Figura 17 apresenta o sistema de conexão para o ensaio dos bocais, com as derivações das tomadas de pressão estática e a placa com as termoresistências de platina.

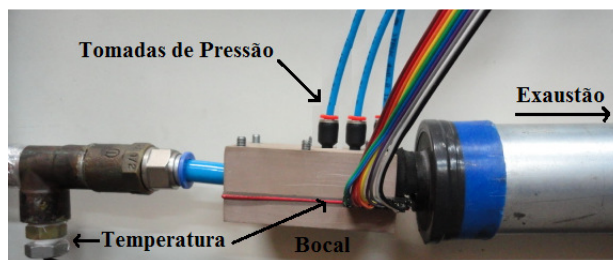


Figura 17. Acoplamento dos bocais no sistema

Para verificação da ocorrência de ondas de choque na saída do escoamento foi utilizada a técnica de Schlieren. Essa técnica tem sido frequentemente utilizada devido à combinação de um arranjo óptico relativamente simples com um alto grau de resolução (IHLE et al., 2009). A técnica de Schlieren propicia um estudo qualitativo e quantitativo dos fenômenos que ocorrem na dinâmica de fluidos, podendo assim, ser utilizada para o estudo da dinâmica de escoamento dos bocais. A Figura 18 ilustra uma imagem obtida neste trabalho a partir desta técnica, enquanto a Figura 19 apresenta o arranjo físico da técnica de Schlieren utilizada nos experimentos.

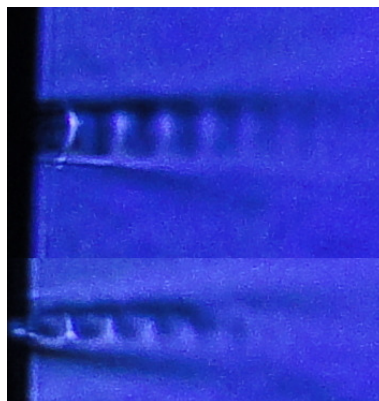


Figura 18. Técnica de Schilieren aplicada ao escoamento dos bocais

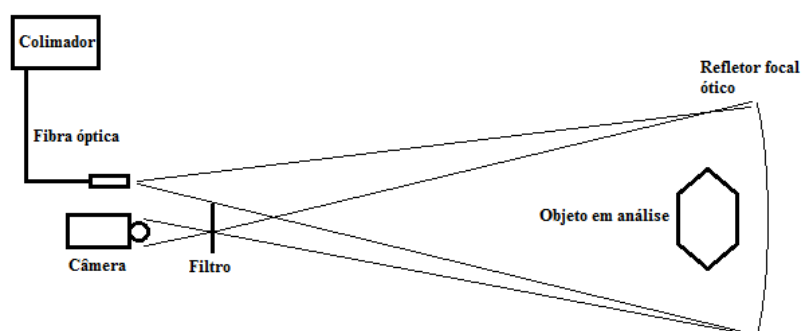


Figura 19. Arranjo físico do sistema Schilieren

Uma câmera fotográfica é utilizada para gerar as imagens da iluminação colimada projetada sobre o objeto em análise. O gerador de iluminação utiliza diferentes fontes de luz ou laser, e transmite a luz de maneira colimada a um refletor focal ótico, por intermédio de uma fibra óptica. O filtro anterior a câmera é uma lâmina posicionada exatamente no ponto focal do conjunto obstruindo 50% da imagem, sendo peça fundamental deste processo. A Figura 20 e a Figura 21 ilustram o posicionamento da lente e dos bocais e o arranjo óptico do sistema.

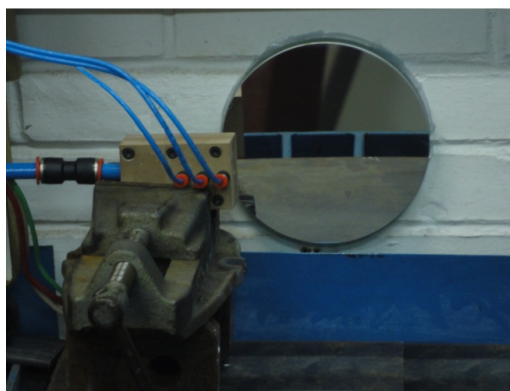


Figura 20. Posicionamento dos bocais para captura das imagens do escoamento

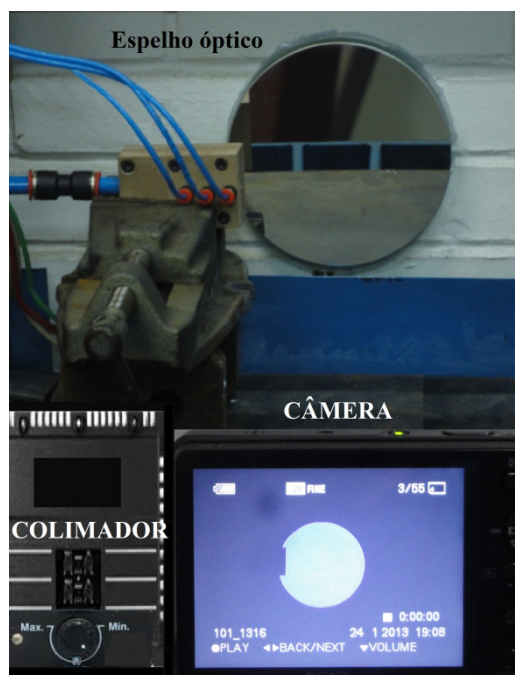


Figura 21. Arranjo óptico do sistema Schlieren

3.2 Metodologia

Faz parte dos objetivos desta dissertação desenvolver a metodologia para dimensionamento de bocais supersônicos para aplicação em turbinas Tesla. Integrando este objetivo encontra-se a parte experimental, onde foi desenvolvido um banco de ensaios que permite avaliar experimentalmente o escoamento supersônico em pequenos bocais. Neste item serão apresentadas as metodologias aplicadas para alcançar os objetivos propostos neste trabalho.

3.2.1 Projeto dos bocais

Baseado nos conceitos descritos no capítulo anterior foram projetados 10 bocais visando obter escoamento supersônico na sua parte divergente. Os bocais foram projetados para operar experimentalmente com duas taxas mássicas distintas, representadas pelas letras A e B no decorrer do trabalho. A letra (A) indica a taxa mássica de 55kg/h, enquanto a letra (B) representa a taxa mássica de 70kg/h. Essas taxas foram escolhidas arbitrariamente.

Para cada taxa mássica (A e B), 3 bocais foram projetados considerando o escoamento isoentrópico unidimensional, e 2 bocais considerando o método das características (MC).

Para o projeto dos bocais considerando o escoamento unidimensional foram definidas 3 medidas de comprimento para a seção divergente, sendo estas adotadas empiricamente. Porém, foram utilizadas dimensões próximas as determinadas pelo método das características: 5 mm, 7,5 mm e 10 mm.

Dois bocais foram projetados segundo o método das características, sendo um utilizando uma seção de expansão mais suave (Figura 10) e o outro utilizando uma seção de expansão mais curta (Figura 11).

Após o dimensionamento das áreas dos bocais foi definida a largura dos bocais: 4 mm (A) e 5 mm (B).

O perfil geométrico na seção transversal dos bocais é retangular, visando reproduzir as características geralmente utilizadas em turbinas Tesla. Esta característica proporciona uma maior simplicidade para a construção mecânica dos bocais, além de produzir uma distribuição uniforme do fluido entre os discos da turbina.

Os bocais projetados são representados graficamente em formato tridimensional com o auxílio do *SolidWorks*, onde são gerados os arquivos para a usinagem em máquina fresadora (CNC) com precisão de 0,005 mm.

3.2.2 Medidas de Temperatura

Devido as pequenas dimensões dos bocais, e a necessidade de acompanhar o comportamento da temperatura ao longo do bocal, alguns conceitos envolvidos na medição de temperatura em escoamentos devem ser considerados.

Para medir a temperatura real de um fluido em um escoamento qualquer seria necessário que o sensor de temperatura se deslocasse na mesma velocidade que o fluido em análise. Como esta implementação é inviável, recorre-se ao conceito de estagnação para determinar a temperatura do fluido.

Para medir a temperatura em um caso ideal, a sonda deveria imobilizar totalmente o fluido, em posição isolada do seu contorno em termos de transferência de calor (adiabática). A temperatura medida pelo sensor seria a temperatura de estagnação total (T_t) (temperatura estática T_s + temperatura dinâmica T_v). Sondas reais não

conseguem estagnar completamente o fluido, e em sua maioria indicam uma temperatura média. A temperatura do fluido estagnado, ou ainda a temperatura de estagnação total (T_t), é sempre maior que a temperatura do fluido em movimento e pode ser representada pela equação (GOLDSTEIN, 1996):

$$T_t = T_s + T_v = T_s + \frac{v^2}{2C_p} \quad (37)$$

onde T_s é a temperatura estática; T_v é a temperatura dinâmica, v é a velocidade do escoamento, C_p é o calor específico a pressão constante.

3.2.2.1 Medidas intrusivas

Na medição de temperatura de fluidos reais em movimento devem-se considerar os efeitos causados pelos instrumentos de medida. Os sensores mais usados para medir a temperatura em pontos dentro de um escoamento são termopares e termo-resistores. Os sensores de temperatura intrusivos inseridos no escoamento ao qual se deseja medir provocam perturbações significativas no escoamento. Estas perturbações fazem com que a temperatura do escoamento seja diferente da temperatura que o escoamento teria sem a presença do sensor (GOLDSTEIN, 1996).

No caso de escoamentos supersônicos em bocais, a presença de superfícies irregulares no interior do escoamento pode provocar ondas de choque e comprometer a eficiência do bocal. Estas perturbações provocam erros de medidas que não estão associados somente a forma geométrica dos sensores, mas também aos erros associados a transferência de calor no sensor, seja ela por convecção, radiação ou condução.

Para corrigir os desvios nas medições das condições ideais nos fluidos reais é utilizado um fator de correção adiabático (α), dado por (GOLDSTEIN, 1996):

$$T_t = T_s + \alpha T_v \quad (38)$$

e ainda:

$$\alpha = \frac{T_0 - T_s}{T_t - T_s} \quad (39)$$

O fator de correção adiabático pode ser maior ou menor do que a unidade, dependendo da importância relativa da condutividade e da capacitância térmica da camada limite em torno do sensor. Como o número de Prandtl é a razão entre estes dois efeitos, é comum relacionar o fator de correção adiabático em termos do número de Prandtl (P_r).

$$P_r = \frac{C_p \mu}{Y} \quad (40)$$

onde P_r é o número de Prandtl, C_p o calor específico do fluido, μ a viscosidade dinâmica do fluido e Y a condutividade térmica do fluido.

O valor de α é independente da velocidade do escoamento e pode ser aproximado por $(Pr)^{1/2}$ para o escoamento laminar e $(Pr)^{1/3}$ para o escoamento turbulento (GOLDSTEIN, 1996).

Quando o sensor está inserido no escoamento, ele tende a irradiar a temperatura para a sua vizinhança. Além disto, há uma tendência para a transferência de calor por condução ao longo do corpo do sensor e por convecção entre o fluido e a sonda.

Para estimar a temperatura é necessário corrigir estas perturbações. Um fator de correção dinâmico (k) pode ser utilizado, dado por:

$$T_p = T_s + kT_v \quad (41)$$

onde T_p é a temperatura medida pelo sensor, k é o fator de correção dinâmico.

Diferente de α , o valor de k é influenciado pela velocidade do escoamento e pelo número de Reynolds (Re). Os valores de k variam entre ± 35 e não podem ser desprezados, sendo kT_v mais significativos que desvios de calibração. Para altas velocidades k se aproxima de α .

3.2.2.2 Medidas não intrusivas

Para a análise de temperatura em bocais supersônicos de pequenas dimensões a utilização de sensores intrusivos provoca erros significativos nas medidas e altera o comportamento do escoamento. Neste trabalho, optou-se pelo desenvolvimento de um sensor não intrusivo, que utiliza junções termoresistivas de platina do tipo *Thin-film classe B* acomodadas em uma placa de epóxi de baixa condutividade térmica e praticamente adiabática. O sensor mede a temperatura da camada limite térmica na parede do bocal sem afetar as propriedades do escoamento. Esta abordagem permite determinar sem erros significativos a temperatura do escoamento sem a aplicação do fator de correção dinâmico (k) bem como do fator de correção adiabático (α). A Figura 22 apresenta a placa de sensores não intrusivos desenvolvido para a medição da temperatura do escoamento durante os experimentos.

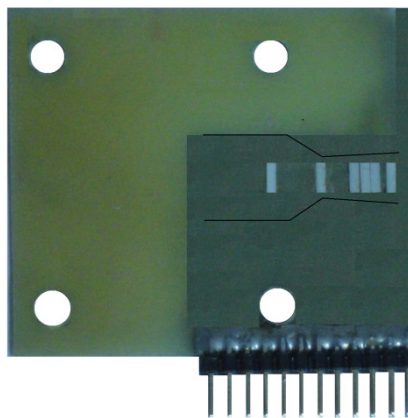


Figura 22. Placa de sensores

Ao analisar o comportamento do escoamento no interior do bocal, verifica-se que, com o aumento da velocidade, e conseqüentemente incremento do número de Reynolds, ocorre uma transição do regime de escoamento (laminar para turbulento) a montante da garganta do bocal.

O número de Reynolds local (Re_x) é definido por:

$$Re_x = \frac{\rho V x}{\mu} \quad (42)$$

onde x é a distância a partir da entrada do bocal. A transição do regime laminar para turbulentos de escoamentos sobre placas planas ocorre em número de Reynolds igual a $5 \cdot 10^5$.

O fator de recuperação adiabática (r) pode ser determinado experimentalmente a partir de uma sonda de estagnação adiabática calibrada e compensada, inserida no interior do escoamento. A sonda é posicionada exatamente sobre o sensor que mede a temperatura do escoamento na parede do bocal (camada limite). O fator de recuperação é adimensional, e representa a diferença entre a temperatura de recuperação (T_{med}) medida pelo sensor na parede do bocal e a temperatura de estagnação local do fluido, e pode ser determinado por (LAROCA et al., 1998):

$$T_{med} = T \left(1 + r \frac{k - 1}{2} M^2 \right) \quad (43)$$

onde T_{med} é a temperatura medida na parede, T a temperatura local do fluido, r é o fator de recuperação adiabática, k a constante isoentrópica do gás e M o número de Mach local.

Alternativamente a determinação experimental, pode ser assumido que para escoamento laminar o fator de recuperação adiabático (r) equivale a $Pr^{1/2}$, enquanto para escoamento turbulento o fator de recuperação adiabático (r) equivale a $Pr^{1/3}$ (GOLDSTEIN, 1996).

Devido à inércia nenhum instrumento de medida responde instantaneamente as mudanças no meio em que está inserido. Nos sistemas térmicos a inércia está associada à capacitância térmica do sensor. Nos casos de mudanças de temperatura do escoamento é possível obter um ajuste satisfatório considerando uma resposta de primeira ordem. Entenda-se que, neste caso, a taxa de variação da temperatura é proporcional a diferença de temperatura entre o sensor e o meio de medição. No presente trabalho a temperatura do escoamento é controlada, de forma que os possíveis erros provocados pelo tempo de resposta dos sensores podem ser desprezados.

3.2.3 Medidas de Pressão

As medidas de pressão são realizadas por transmissores de pressão digitais conectados diretamente as tomadas de pressão estática no bocal.

A pressão estática pode ser medida através de pequenos furos na superfície envolvente do fluxo, de tal forma que as linhas de fluxo não sejam alteradas. O diâmetro dos orifícios deve estar entre 0.5 mm e 1 mm. Devem ser perpendiculares à superfície e escareados a 90° em uma profundidade igual à metade do diâmetro do orifício (GOLDSTEIN, 1996).

A profundidade do furo não deve ser menor que duas vezes o diâmetro. Deve estar livre de saliências e longe de irregularidades na superfície. É recomendável pelo menos quatro orifícios por ponto de medição, porém, devido às pequenas dimensões do bocal, foi utilizado somente uma tomada por ponto de medição.

3.2.4 Análise de Incertezas

Todas as medidas experimentais estão sujeitas a uma variação provocada por pequenos erros no processo de medição. Estes erros são inerentes ao processo experimental, tendo em vista as limitações dos sistemas de medidas. Desta forma, faz-se necessária uma abordagem acerca das incertezas e dos erros nas medidas do presente trabalho.

Entende-se por incerteza um intervalo de valores onde a medida possa estar e, erro, a diferença entre o valor real e o valor observado.

Tendo em vista o encapsulamento das termoresistências do tipo *thin film* utilizadas neste trabalho, a sua localização na parede dos bocais e a ordem de grandeza das velocidades do escoamento, considera-se como valor real a temperatura do fluido após o procedimento de calibração e recuperação. O procedimento experimental é repetido sempre que erros sistemáticos sejam verificados.

É importante levar em conta que nos trabalhos experimentais realizados nesta dissertação os valores absolutos de temperatura e pressão interferem nos resultados obtidos. Desta forma, se os dados mensurados tiverem desvios significativos dos valores que realmente deveriam ser medidos, o procedimento experimental não reproduzirá a realidade do escoamento.

A instrumentação para aquisição de dados utilizada (citada anteriormente) é constituída de um conversor analógico/digital de 16 bits com resolução de $76,2 \mu\text{V}$ e taxa de amostragem de 100 ms. O conversor possui 8 canais universais multiplexados que permitem a conexão direta das termoresistências de platina. A precisão é de $\pm 0,15\%$. Segundo o catálogo do fabricante a exatidão das medidas passado um ano da calibração de fábrica fica comprometida em $0,002\%$ da leitura mais $100 \mu\text{V}$. O erro de *offset* de $100 \mu\text{V}$ afeta diretamente as medidas uma vez que todos os sensores são medidos a partir do mesmo conversor analógico digital e sempre da mesma forma, porém com circuitos de acoplamento, condutores e conectores independentes para cada sensor. Estes desvios de *offset* são reduzidos pelo processo de calibração. Assim sendo, a incerteza introduzida pela eletrônica do sistema de aquisição de dados se resume a resolução de $\pm 50 \mu\text{V}$, que corresponde a $0,01 \text{ K}$ para as termoresistências utilizadas e a $0,016 \text{ kPa}$ para os transmissores de pressão utilizados. A influência de interferências eletromagnéticas nos cabos de conexão dos sensores, e outros ruídos que possam estar presentes no sistema, não foram considerados devido ao procedimento de aferição utilizado, que engloba todas as fontes de incertezas associadas à instrumentação.

As termoresistências de platina utilizadas são do tipo *Thin Film* e possuem precisão de $\pm (0,15 \text{ K} + 0,05\%)$, que corresponde a $\pm 0,48 \text{ K}$ para as termoresistências utilizadas.

3.2.4.1 Aferição das termoresistências

Para aferição do sensor desenvolvido neste trabalho utilizou-se o procedimento de calibração por comparação através de um banho termostático com um bulbo de platina (PT100) calibrado. Foram realizadas medidas com circulação forçada nas faixas de temperatura utilizadas neste trabalho em intervalos de 1 minuto por um período de 10 minutos. Os resultados referentes a este ensaio são apresentados na Figura 23 a condição de circulação forçada com temperatura média de 358 K .

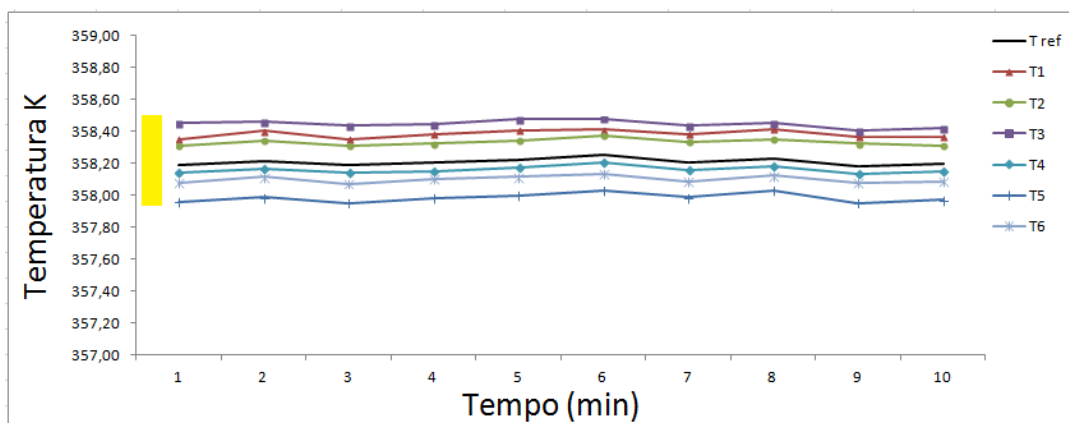


Figura 23. Medições de temperatura das termoresistências em um banho de água a 358 K

A Figura 24 apresenta uma temperatura média do banho de 358 K e diferenças máximas na ordem de 0,6 K que se mantém ao longo do tempo. Esta é a característica de erros geralmente inseridos pela diferença de *offset* dos canais dos circuitos condicionadores de sinais anteriores ao multiplexador e ao conversor analógico digital. A Figura 24 mostra os resultados experimentais após a compensação dos erros.

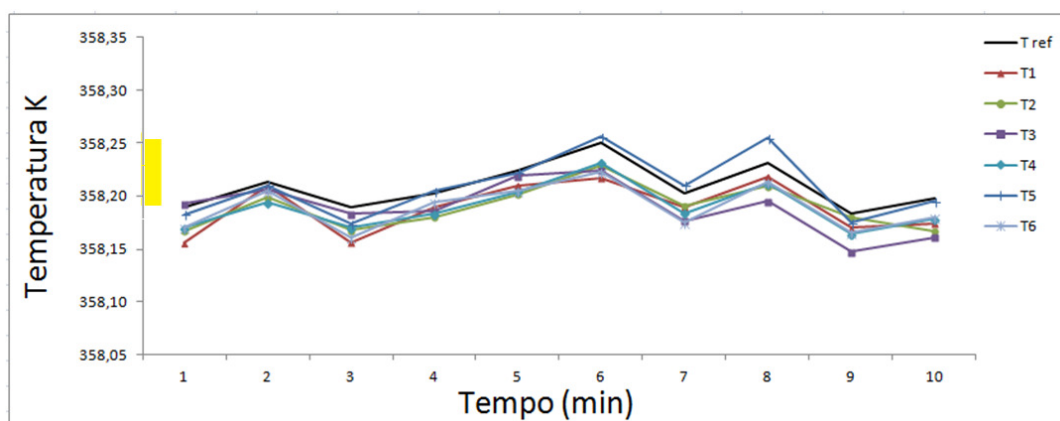


Figura 24. Medições de temperatura compensada das termoresistências

Após a compensação dos erros de *offset*, as diferenças máximas ficaram na ordem de 0,06 K. As diferenças de temperatura que ainda aparecem estão relacionadas ao fluxo de calor que cada termoresistência admite, com a espessura do esmalte protetor, com os ruídos induzidos por elementos externos e os demais fatores integrados no conceito de "incerteza de medidas". Assumiu-se neste trabalho um valor único de $\pm 0,03$ K para a incerteza associada às termoresistências.

3.2.4.2 Aferição dos transmissores de Pressão

Para aferição dos sensores transmissores de pressão utilizou-se o procedimento de calibração por comparação através de um ensaio em um corpo de prova com tomadas de pressão padronizadas acopladas a um reservatório de ar comprimido com a pressão interna estática. Foi utilizado como referência um sensor de pressão calibrado, onde os resultados experimentais são apresentados na Figura 25.

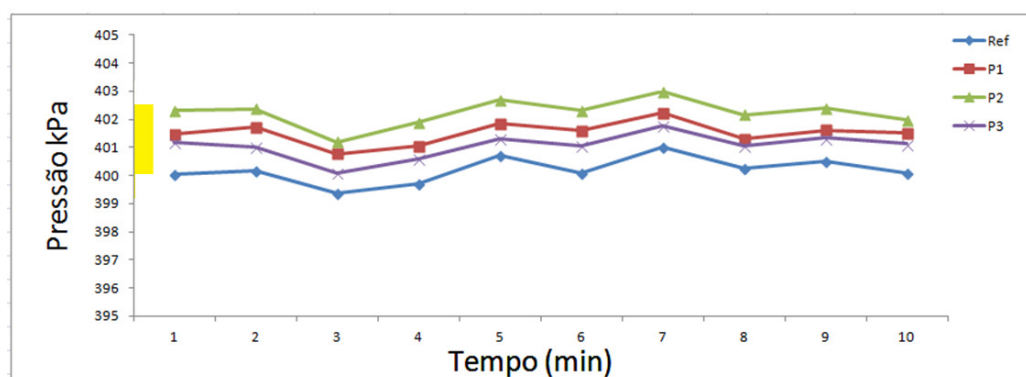


Figura 25. Medidas de Pressão dos sensores conectados ao mesmo reservatório a 400kPa

A Figura 25 apresenta a pressão média do reservatório com diferenças máximas na ordem de 2,5 kPa, que se mantém ao longo do tempo. Assim como nos sensores de temperatura, esta é a característica do erro inserido pela diferença de *offset* dos canais dos circuitos condicionadores de sinais anteriores ao multiplexador e ao conversor analógico digital. A Figura 26 mostra os resultados experimentais após a compensação dos erros.

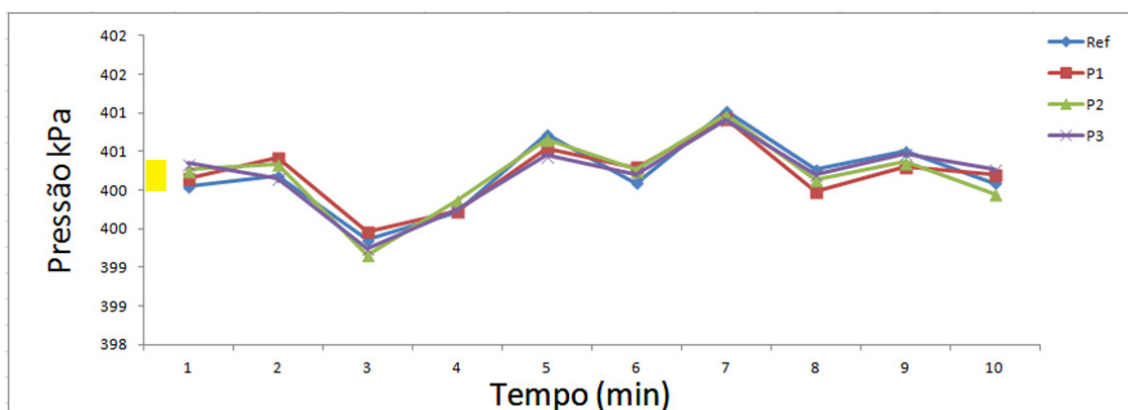


Figura 26. Medidas de Pressão compensada

Após a compensação dos erros de *offset*, as diferenças máximas ficaram na ordem de 1 kPa. As diferenças de pressão que ainda aparecem estão relacionadas com os ruídos induzidos por elementos externos e os demais fatores integrados no conceito de "incerteza de medidas". Assumiu-se neste trabalho um valor único de $\pm 0,5$ kPa para a incerteza associada aos transmissores de pressão. Testes realizados em pressões intermediárias apresentam diferenças também intermediárias, indicando a dependência direta entre a pressão medida e a sua incerteza.

É importante observar que nos trabalhos experimentais desta dissertação pequenos valores associados às incertezas nas medidas de pressão interferem nos resultados obtidos.

3.2.4.3 Efeitos da placa de sensores termoresistivos

Os terminais dos termoresistores de platina são soldados diretamente em um conector metálico para facilitar a operação durante os ensaios. A conexão para o sistema de aquisição de dados é feita através de cabos autocompensados protegidos por um invólucro plástico. A fonte de incerteza da placa que acomoda os termoresistores está associada a baixa condutividade térmica da placa. Foi verificado que as não uniformidades de temperatura na placa de sensores não supera 0,2 K, correspondendo a uma incerteza de $\pm 0,1$ K

3.2.4.4 Efeitos da temperatura ambiente

Os efeitos da variação da temperatura ambiente sobre a instrumentação utilizada provocam desvios nos valores medidos. Como o sistema de ensaios utiliza ar aquecido como fluido de trabalho, a temperatura ambiente tende a subir durante a realização dos ensaios, representando uma incerteza associada a mudança da temperatura ambiente. Segundo a documentação do sistema de aquisição a instrumentação opera em uma faixa de 300 a 360K, onde o valor mensurado pode oscilar em até 0,1% em função da temperatura ambiente, que representa uma incerteza de $\pm 0,33$ K na medida de temperatura e $\pm 0,5$ kPa na medida de pressão.

3.2.4.5 Efeitos do tempo de amostragem

A incerteza devido ao tempo decorrente entre cada medida pode ser desprezada, já que a aquisição de dados ocorre em velocidade muito superior à mudança no comportamento do escoamento em análise. Mudanças significativas de temperatura e pressão em curtos intervalos de tempo, como as ocasionadas pela ocorrência de ondas de choque no escoamento, não podem ser detectadas pela instrumentação convencional. A instrumentação utilizada representa valores médios para uma determinada região do escoamento.

3.2.4.6 Efeitos da posição dos sensores no bocal

Uma última fonte de incerteza está associada a posição do elemento sensor no corpo do bocal, e a relação que esta posição tem com a expectativa de sua localização no modelo numérico. Como os termoresistores têm 0,8 mm de largura, considera-se a temperatura medida a temperatura média nesta região da seção transversal. Neste caso é conveniente tentar expressar a incerteza também em termos de temperatura, isto é, relacionar a incerteza na posição com a possível distorção da temperatura medida. Pela maneira como foram fixados os elementos resistivos através de usinagem por *CNC* é possível garantir certa precisão quanto a posição dos sensores. Neste caso é razoável assumir incertezas de $\pm 0,3$ K nas regiões de camada limite.

Para as tomadas de pressão o formato e posição da tomada de pressão estática reproduz uma certa incerteza na medição de pressão, que é da ordem de 0,35% no escoamento em altas velocidades. Neste caso é razoável assumir incertezas de $\pm 1,75$ kPa nas tomadas de pressão (GOLDSTEIN,1996).

3.2.4.7 Efeitos do medidor de vazão

O Medidor de vazão utilizado é um anemômetro digital com uma sonda do tipo turbina calibrada, com capacidade de medir simultaneamente velocidade e temperatura do ar, com um range de operação de 0 a 30 m.s⁻¹ e 253 a 343 K. A precisão é de $\pm 1\% \pm 0,1$ m.s⁻¹ na medida de velocidade e $\pm 0,5\%$ na medida de temperatura, que representa respectivamente, uma incerteza de $\pm 0,4$ m.s⁻¹ na medida de velocidade e uma incerteza

de $\pm 0,5$ K na medida de temperatura. Neste caso é conveniente tentar expressar a incerteza também em termos de taxa mássica, onde é razoável assumir incertezas de $\pm 2,5$ kg/h na medida de taxa mássica.

3.2.4.8 Combinação de incertezas

De acordo com Moffat (1988), a teoria de erros pode ser combinada. A equação 43 representa esta combinação para a temperatura. A partir desta equação obtém-se um valor global das incertezas das medidas de temperatura, englobando as incertezas do sistema de aquisição (I_a), das termoresistências (I_t), da placa de sensores (I_{pl}), da temperatura ambiente (I_{ta}) e da posição dos sensores (I_p).

$$I_M = \sqrt{(I_a)^2 + (I_t)^2 + (I_{pl})^2 + (I_{ta})^2 + (I_p)^2} \quad (44)$$

onde (I_M) é a incerteza global da medida de temperatura. Desta forma, a incerteza da medida de temperatura calculada é de aproximadamente $\pm 0,5$ K.

Também é possível determinar o valor da incerteza global da medida de pressão, englobando as incertezas do sistema de aquisição (I_a), dos transmissores de pressão (I_{tp}), da temperatura ambiente (I_{ta}), das tomadas de pressão (I_p),

$$I_M = \sqrt{(I_a)^2 + (I_{tp})^2 + (I_{ta})^2 + (I_p)^2} \quad (45)$$

onde (I_M) é a incerteza global da medida de pressão. Desta forma, a incerteza da medida de pressão calculada é aproximadamente $\pm 1,5$ kPa.

3.2.5 Procedimentos experimentais

As análises experimentais foram realizadas com o objetivo de obter os parâmetros de interesse para determinar o rendimento isoentrópico (η_i) de cada bocal, aplicando as equações descritas no item 2. Nos experimentos, o ar comprimido foi aquecido a temperatura de 358 K, e injetado nos bocais por conexões apropriadas. A pressão absoluta de entrada é regulada em passos de 25 kPa em um range de 400 a 650 kPa

onde os parâmetros de interesse são mensurados continuamente. A ação do experimentador é apenas alterar a pressão a jusante do bocal dentro do range especificado em intervalos de tempo pré-determinados. A temperatura à jusante do bocal se mantém praticamente constante, sendo controlada automaticamente pelo controlador automático de temperatura do processo.

O tempo mínimo de aquisição em cada faixa de pressão é de 120 segundos, visando garantir um mínimo de 50 eventos válidos coletados para cada faixa. Para análise e comparação adota-se a média aritmética das amostras e seu respectivo desvio padrão. Considera-se ainda um intervalo de tempo de estabilização de aproximadamente 30 segundos após a mudança de faixa, quando observada a estabilidade das variáveis de interesse.

Os valores inválidos (duvidosos) são descartados baseados no critério de rejeição de Chauvenet, onde são identificados e rejeitados os maiores desvios da amostra. O critério de rejeição baseia-se na equação 46,

$$\frac{d_i}{\sigma} > \frac{d_{max}}{\sigma} \quad (46)$$

onde d_{max} é o maior desvio, d_i é o desvio da amostra com relação a média aritmética e σ o desvio padrão da distribuição normal das amostras.

O parâmetro d_{max}/σ pode ser obtido a partir de Tabela 2, que apresenta o critério de rejeição de Chauvenet.

Tabela 2. Critério de Chauvenet para rejeição de valor medido (HOLMAN, 1990).

Número de leituras	d_{max} / σ
3	1,38
4	1,54
5	1,65
6	1,73
7	1,80
10	1,96
15	2,13
25	2,33
50	2,57
100	2,81
300	3,14
500	3,29
1000	3,48

Os elementos sensores instalados ao longo da superfície lateral do bocal fornecem os parâmetros de interesse (temperatura e pressão estática) que são coletados para posterior correção e tratamento das informações.

A eficiência isoentrópica dos bocais é determinada através da equação 35. A entalpia real será obtida a partir de tabelas termodinâmicas para o ar (em função dos parâmetros de temperatura e pressão experimentais).

3.2.6 Formação de ondas de choque

A verificação experimental do escoamento a jusante do bocal é realizada em bancada com o objetivo de determinar se há ocorrência de ondas de choque nesta região. Os bocais serão inseridos no aparato de captura de imagens Schlieren (Figura 19), observando as mesmas condições do escoamento aplicadas na simulação e na análise em bancada.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Aspectos construtivos

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos no dimensionamento dos bocais, empregando os métodos descritos no capítulo 2. Os parâmetros do fluido de trabalho utilizados para o dimensionamento dos bocais para o banco de ensaios são apresentados na Tabela 3. Foram realizadas análises experimentais para cada um dos modelos desenvolvidos e os resultados analíticos comparados aos experimentais.

A Tabela 3 apresenta as condições de entrada do fluido de trabalho consideradas no dimensionamento dos bocais.

Tabela 3. Parâmetros de projeto (condições de entrada do fluido de trabalho)

Fluido de trabalho (ar, $k=1,4$)	Valor	Unidade
Pressão	500	kPa
Temperatura	358	K
Taxa mássica (A)	55	kg.h ⁻¹
Taxa mássica (B)	70	kg.h ⁻¹

A partir das equações descritas na seção 2.4.2 foram calculadas as propriedades críticas do fluido de trabalho (na garganta do bocal e na saída da seção divergente). Os dados termodinâmicos para o fluido de trabalho foram obtidos através de tabelas termodinâmicas para o ar. Os resultados analíticos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Especificações técnicas do dimensionamento dos bocais

Parâmetro	Bocal (A)	Bocal (B)	Unidade
Pressão na entrada (admissão da seção convergente)	500	500	kPa
Pressão da garganta (crítica)	269	269	kPa
Pressão na saída (descarga da seção divergente)	96	96	kPa
Área da entrada	$5,02 \cdot 10^{-5}$	$5,02 \cdot 10^{-5}$	m^2
Área da garganta (crítica)	$1,40 \cdot 10^{-5}$	$1,75 \cdot 10^{-5}$	m^2
Área da saída	$1,90 \cdot 10^{-5}$	$2,37 \cdot 10^{-5}$	m^2
Temperatura na entrada	358	358	K
Temperatura garganta (crítica)	300	301	K
Temperatura na saída	226	225	K
Massa específica na entrada	4,86	4,86	$kg \cdot m^{-3}$
Massa específica na garganta (crítica)	3,08	3,08	$kg \cdot m^{-3}$
Massa específica na saída	1,56	1,56	$kg \cdot m^{-3}$
Velocidade na Entrada	62,5	62,5	$m \cdot s^{-1}$
Velocidade na garganta (crítica)	351	355	$m \cdot s^{-1}$
Velocidade na saída	514	515	$m \cdot s^{-1}$
Número de Mach na entrada	0,16	0,16	
Número de Mach na garganta (crítico)	1	1	
Número de Mach na saída	1,71	1,72	
Taxa mássica	55	70	$kg \cdot h^{-1}$

A geometria dos bocais foi definida a partir dos dados apresentados na Tabela 4. A seção convergente de todos os bocais projetados possui o mesmo formato geométrico, seguindo o modelo descrito na Figura 3 (escoamento isoentrópico unidimensional). A seção divergente dos bocais foi projetada segundo os critérios apresentados no capítulo 3. Na Figura 27 são representados os esboços para dois projetos de bocais: um considera o escoamento isoentrópico unidimensional, onde a seção divergente é reta; e outro considera o escoamento bidimensional, onde a seção divergente é curva (desenvolvida através do método das características).

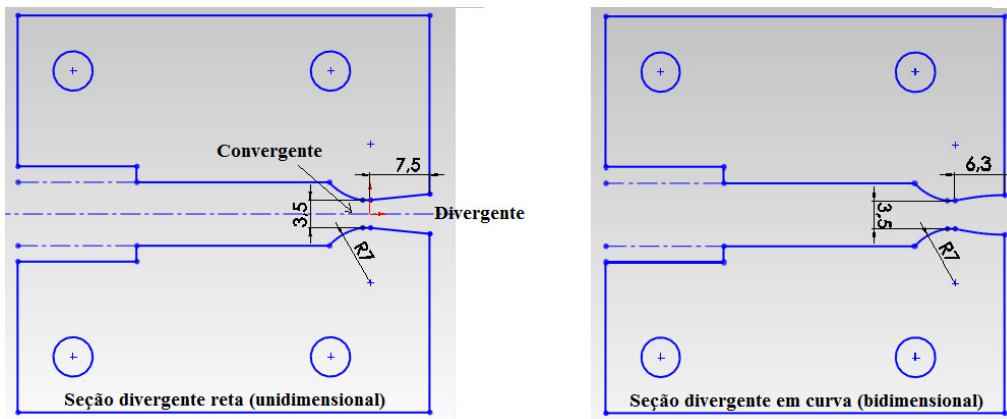


Figura 27. Bocais projetados considerando o escoamento isoentrópico unidimensional e bidimensional (Método das características)

A Figura 28 mostra o interior dos bocais projetados.

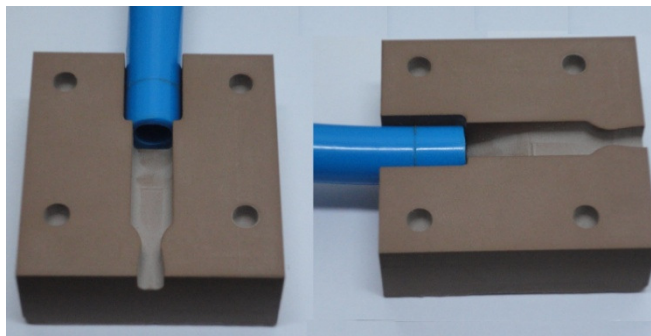


Figura 28. Imagens do interior dos bocais projetados

A Figura 29 apresenta esquematicamente um comparativo do perfil das seções divergentes projetadas para todos os bocais.

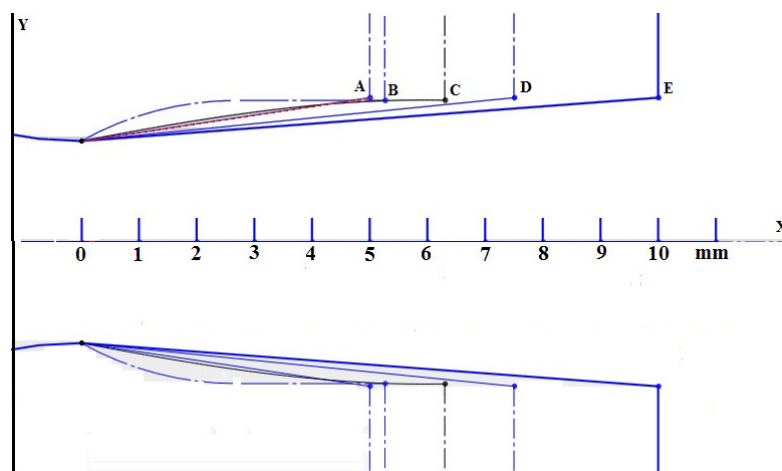


Figura 29. Perfil das seções divergentes projetadas (A: unidimensional $x=5$ mm; B:MC curto; C:MC; D: unidimensional $x=7,5$ mm; E: unidimensional $x=10$ mm)

A Figura 30 apresenta o formato da seção divergente dos bocais projetados pelo método das características. O incremento do número de linhas características aumenta a precisão do cálculo, e resulta na aproximação da área de saída da seção divergente calculada considerando o escoamento isoentrópico.

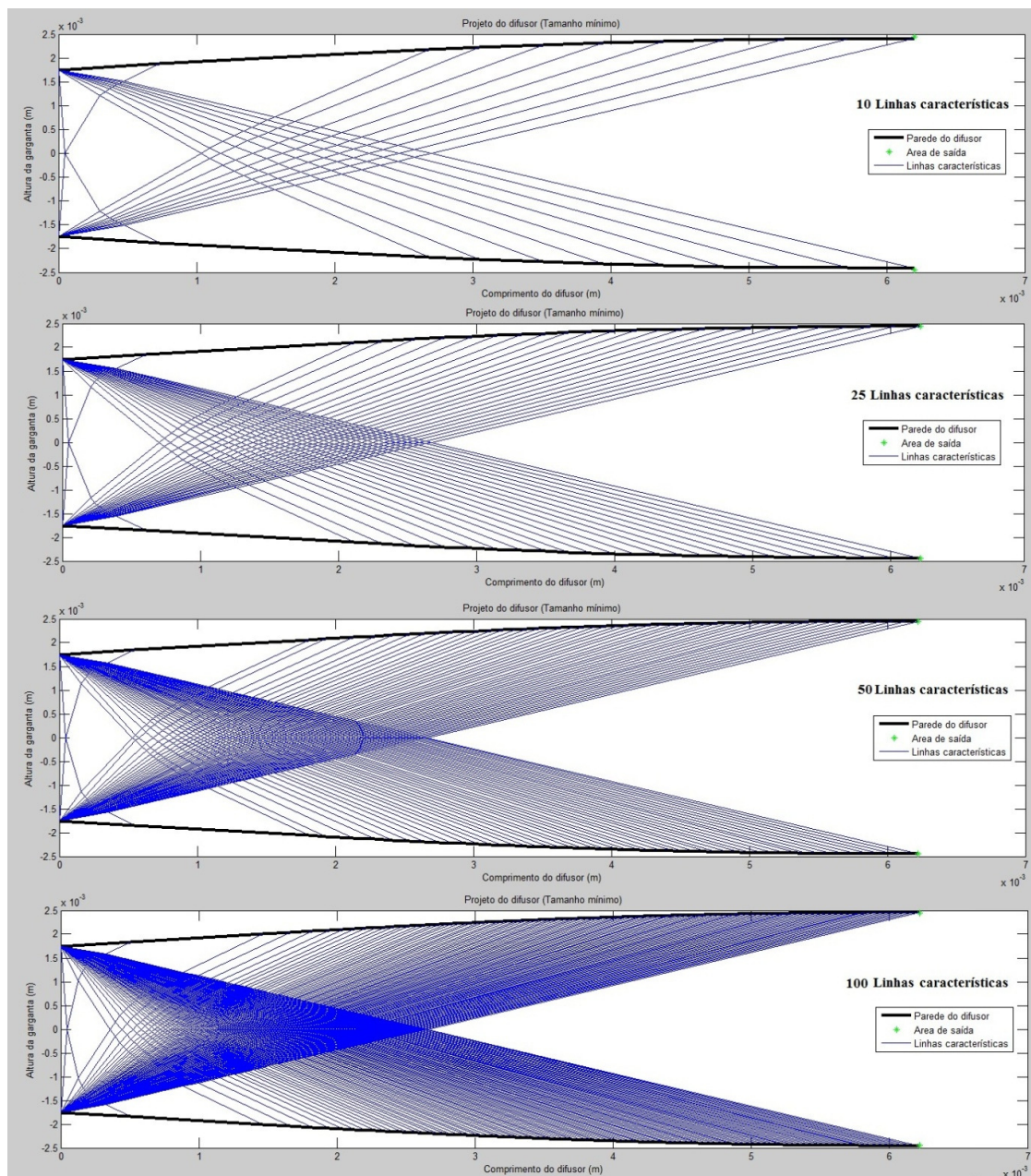


Figura 30. Variação do número de linhas características utilizadas no projeto da seção divergente de um bocal

Da mesma forma, na Figura 31, é possível observar que com o aumento das linhas características no procedimento de cálculo ocorre uma aproximação dos

resultados de área da seção transversal da saída do bocal utilizando o método das características em relação à área da seção transversal de saída da seção divergente do bocal obtida considerando o escoamento isoentrópico. Este efeito é decorrente do incremento da precisão do método numérico em função do maior número de pontos na discretização da curva da seção divergente.

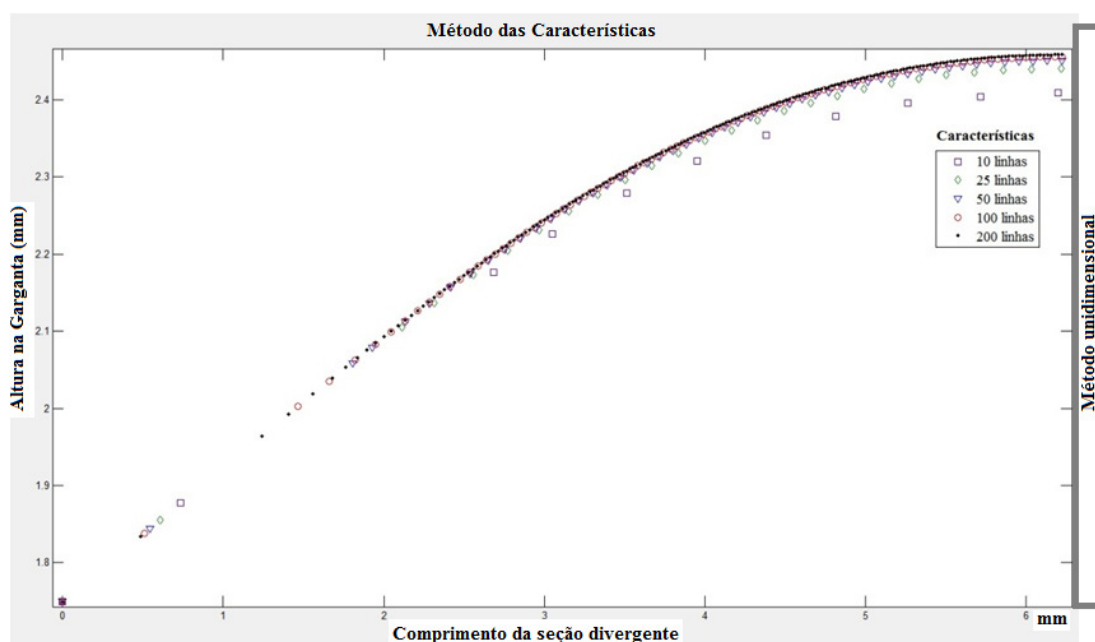


Figura 31. Aproximações geométricas para diferentes números de linhas características

4.2 Análise do escoamento

Nesta seção serão apresentados os resultados experimentais e as considerações sobre o escoamento supersônico em bocais. Os resultados representados graficamente expressam os parâmetros de interesse para as duas taxas mássicas estudadas, $55 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ (A) e $70 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ (B).

4.2.1 Avaliação das constantes críticas

As correlações empregadas no dimensionamento dos bocais, e discutidas no capítulo 2, serão comparadas com os resultados experimentais. A Figura 32 mostra a relação experimental observada entre a pressão a montante do bocal (P_0) e a pressão crítica (P^*).

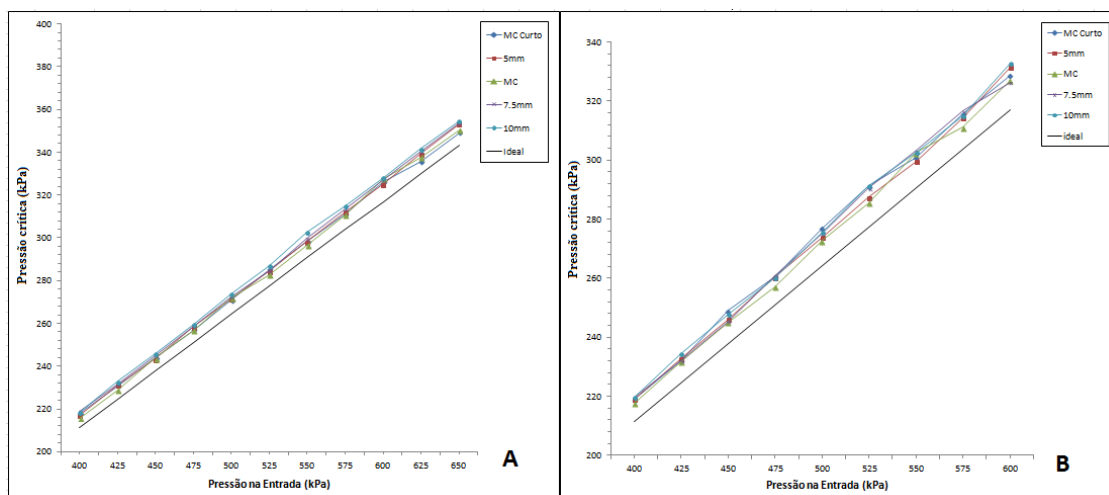


Figura 32. Comportamento da pressão crítica (P^*) em função pressão a montante do bocal (P_0)

Observa-se que com o aumento da pressão a montante do bocal ocorre o aumento da pressão crítica, conforme previsto pela teoria do escoamento em bocais (equação 21). Não são verificados desvios significativos entre os bocais, de forma que não é possível afirmar qual é a geometria do bocal que obtém os melhores resultados em termos de pressão crítica. Entretanto, pode-se verificar que em todos os casos a pressão crítica medida é superior a pressão crítica ideal. Esta diferença pode estar relacionada com a região onde o escoamento no bocal atinge velocidade sônica, que pode ocorrer um pouco a frente da linha da garganta do bocal. Um escoamento real está associado a irreversibilidades (em especial ao atrito nas paredes da seção convergente do bocal), que contribuem para a diminuição da transferência de energia, resultando em valores mais elevados da pressão crítica.

Como a pressão a montante do bocal sofre pequenas perturbações ao longo do tempo, devido a queda de pressão no reservatório, e consequente ação de compensação do compressor de ar, o comportamento real do escoamento deve ser observado pela relação entre os parâmetros de entrada e saída (medidos simultaneamente).

A Figura 33 apresenta a razão entre a pressão crítica (P^*) e a pressão de estagnação a montante do bocal (P_0).

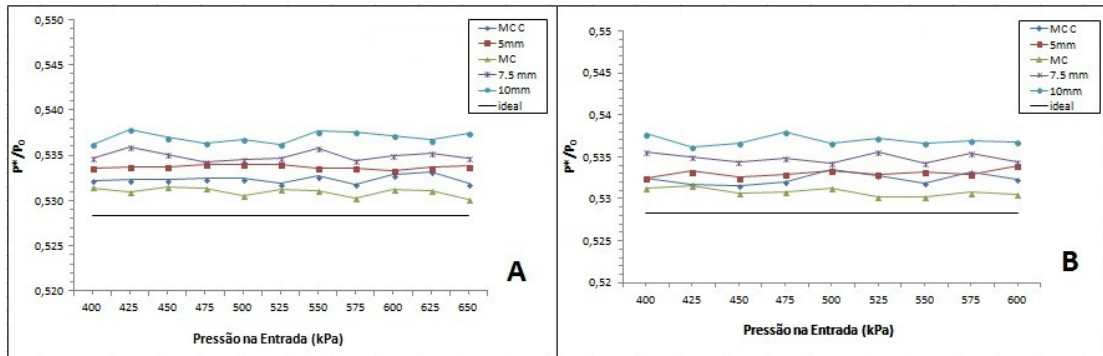


Figura 33. Comportamento da razão entre a pressão crítica (P^*) e a pressão de estagnação (P_0) a montante do bocal convergente

Para a velocidade sônica, onde o Número de Mach é unitário, a razão (P^*/P_0) é função somente da constante isoentrópica do ar (representada pelo caso ideal). Entretanto, para velocidades abaixo da velocidade sônica a razão (P^*/P_0) é influenciada também pelo número de Mach. Conforme a Figura 34, a relação entre as pressões (P^*/P_0) depende do desenvolvimento completo da velocidade sônica na garganta do bocal.

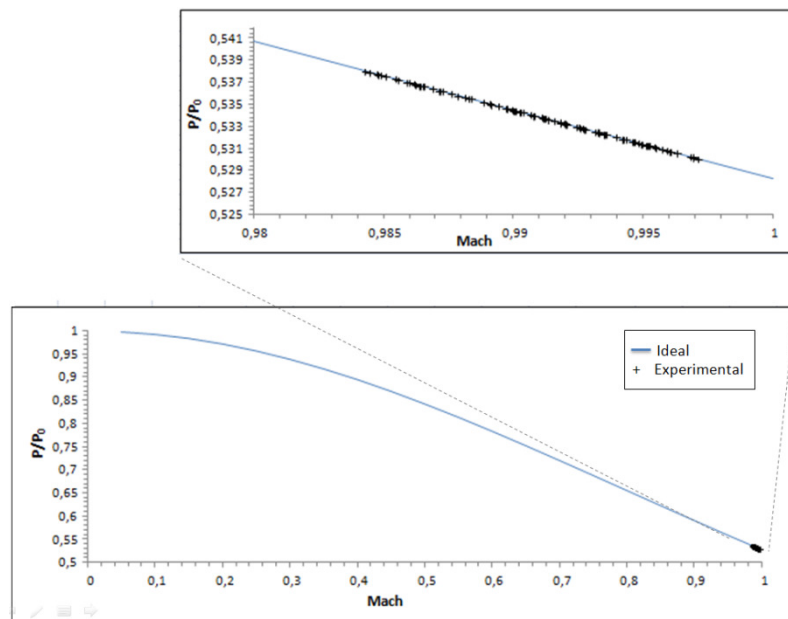


Figura 34. Comportamento da razão entre a pressão na garganta (P) e a pressão de estagnação (P_0) a montante do bocal convergente

A partir da análise da Figura 34 verifica-se que todos os pontos medidos correspondem a relações onde o número de Mach não é unitário, caracterizando que a velocidade sônica ainda não desenvolveu-se completamente neste ponto do escoamento.

De acordo com Maia et al. (2011), a linha de transição do escoamento do regime

subsônico para o regime sônico não é reta (Figura 35), o que pode justificar o desvio nos valores experimentais.

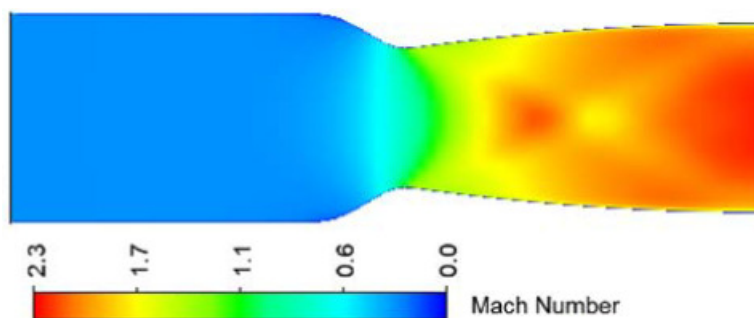


Figura 35. Simulação de escoamento supersônico em bocais (MAIA et al., 2011)

A Figura 36 apresenta a relação entre a temperatura crítica e a pressão a montante do bocal.

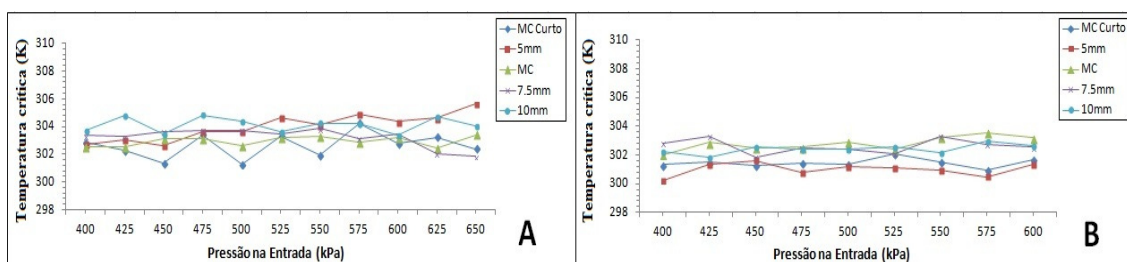


Figura 36. Comportamento da temperatura crítica em função da pressão a montante da seção convergente

De acordo com a equação 20 a temperatura na garganta do bocal é função somente da constante isoentrópica do fluido e da temperatura de estagnação a montante do bocal convergente (T_0). Os resultados experimentais (Figura 36) confirmam que a temperatura crítica (T^*) não é função da pressão a montante do bocal convergente (P_0). Os desvios entre as temperaturas críticas possivelmente ocorram devido a pequenas perturbações provocadas pelo sistema PID, que controla o aquecimento do fluido de trabalho. Por este motivo, os efeitos de temperatura devem ser avaliados em função da relação entre as temperaturas de entrada e saída medidas simultaneamente.

A Figura 37 apresenta a razão entre a temperatura crítica e a temperatura de estagnação a montante do bocal (equação 20).

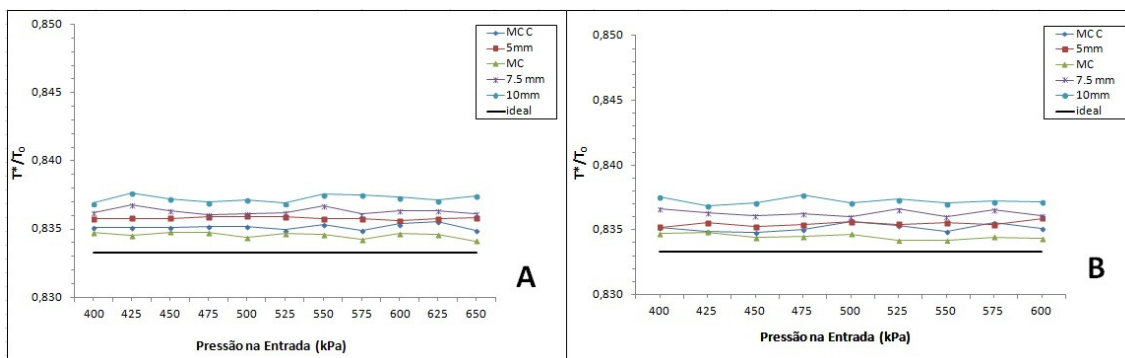


Figura 37. Comportamento da razão entre a temperatura crítica e a temperatura de estagnação a montante do bocal convergente

Novamente, para escoamentos sônicos (número de Mach unitário), a relação (T^*/T_0) é função somente da constante isoentrópica do ar (equação 20 - caso ideal). Entretanto, para velocidades abaixo da sônica a relação (T/T_0) é influenciada também pelo número de Mach. A partir dos resultados é possível observar semelhanças entre as relações de temperatura e pressão para cada um dos bocais. Cabe ressaltar que no escoamento real a temperatura do escoamento pode aumentar em função do atrito nas paredes do bocal.

Verifica-se ainda que as relações para as constantes críticas no escoamento mantém a mesma tendência independente das condições a montante do bocal.

4.2.2 Análise da taxa mássica nos bocais

As medidas de taxa mássica obtidas nos bocais são apresentadas na Figura 38. Nesta figura, os valores experimentais são comparados com os valores teóricos esperados para o escoamento isoentrópico unidimensional.

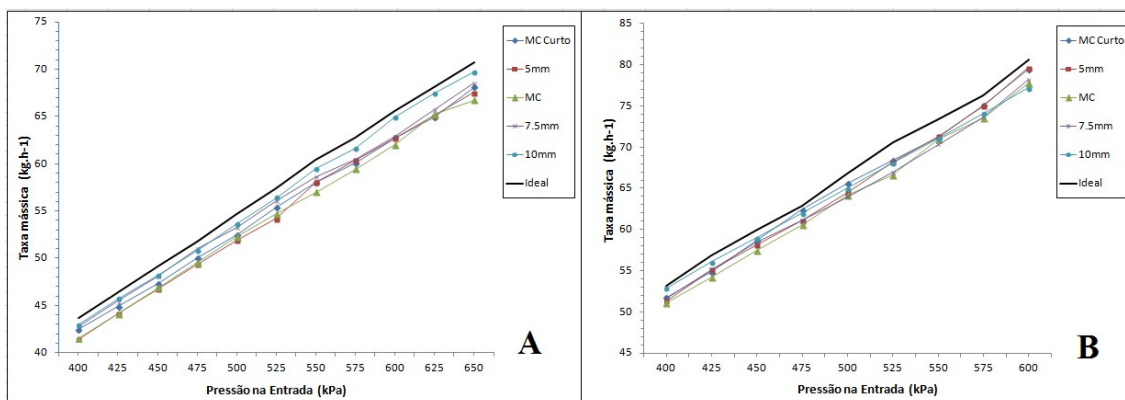


Figura 38. Taxa mássica em função da pressão a montante nos bocais

Na Figura 38 verifica-se que com o aumento da pressão a montante do bocal ocorre um incremento da taxa mássica. Este efeito é esperado, pois o aumento da pressão a montante da seção convergente do bocal causa um incremento na pressão na garganta do bocal, e conseqüentemente um aumento da massa específica do escoamento na região crítica.

Verifica-se também que a taxa mássica do escoamento é um pouco inferior a prevista pela teoria do escoamento em bocais (ideal). A teoria do escoamento em bocais considera o escoamento unidimensional, não viscoso e isoentrópico, o que não é verificado em escoamentos reais. Como descrito anteriormente, este fenômeno não pode ser justificado pelos efeitos de pressões e temperaturas maiores do que os esperados na região crítica. De acordo com Laroca et al. (1998), este fenômeno pode estar associado a formação de uma camada limite nas paredes do bocal, que quando presente na garganta do bocal reduz a área da seção transversal e conseqüentemente a vazão do bocal. Considera-se também a presença do atrito que ocasiona efeitos não isoentrópicos no escoamento e as irreversibilidades associadas a expansão do fluido no bocal.

4.2.3 Velocidades de escoamento

Na Figura 39 é possível avaliar o comportamento do número de Mach na descarga da seção divergente em função da pressão a montante dos bocais.

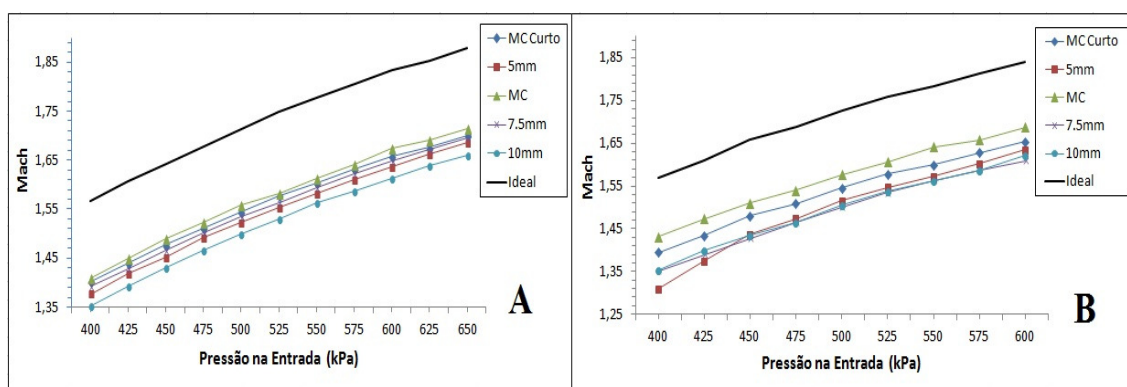


Figura 39. Número de Mach em função da pressão a montante dos bocais

A partir da avaliação comportamento do número de Mach, é possível observar que todos os bocais desenvolveram velocidades supersônicas na seção divergente do bocal. Observa-se também que os números de Mach experimentais são menores que os números de Mach teóricos baseados na teoria do escoamento unidimensional. Esta diferença pode ser justificada pelos efeitos viscosos, ou seja, efeitos de atrito no escoamento e nas interações entre o fluido e as paredes do bocal.

Cabe ressaltar que as propriedades do escoamento real não são uniformes ao longo da seção transversal, como considerado no escoamento unidimensional. O escoamento sofre perdas dissipativas devido as tensões de cisalhamento, levando a uma redução da pressão de estagnação nas seções consideradas no bocal e impedindo que o escoamento seja isoentrópico.

Outro aspecto importante são os efeitos da formação da camada limite nas paredes do bocal, que pode alterar a relação de áreas nas seções transversais do bocal alterando a configuração de velocidades.

Considera-se ainda os efeitos de expansão do fluido e a ocorrência de ondas de choque no interior do bocal como fonte de irreversibilidades.

À análise dos números de Mach obtidos, deve-se acrescentar o fato de que estes resultados apresentam valores influenciados pelo fator de recuperação utilizado na coleta dos parâmetros de temperatura experimentais. Esta consideração acarreta em um possível *offset* que poderia deslocar este conjunto de valores de forma a se afastar ou aproximar do escoamento unidimensional.

4.2.4 Ocorrência de ondas de choque na descarga

A partir da captura de imagens do escoamento através da técnica de Schlieren é possível observar o comportamento do escoamento a jusante do bocal. A Figura 40 apresenta as imagens para os bocais operando com taxa mássica de 55 kg.h^{-1} . A Figura 41 apresenta as imagens para os bocais operando com taxa mássica de 70 kg.h^{-1} .

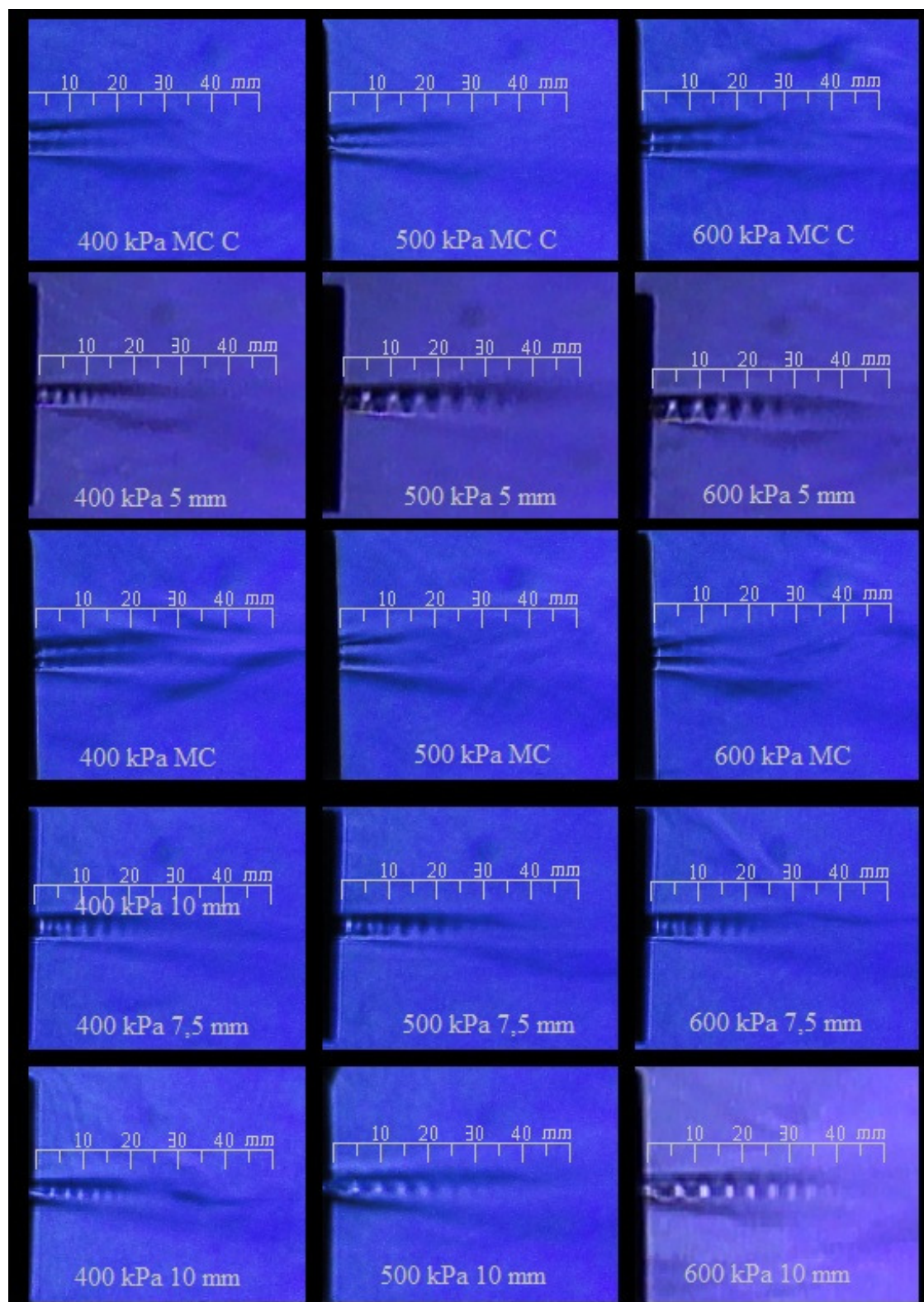


Figura 40 - Imagens da técnica de Schlieren aplicada ao escoamento na descarga dos bocais ($55\text{kg}\cdot\text{h}^{-1}$)



Figura 41. Imagens da técnica de Schlieren aplicada ao escoamento na descarga dos bocais ($70\text{kg}\cdot\text{h}^{-1}$)

A partir das imagens do escoamento a jusante dos bocais, é possível verificar a ocorrência de ondas de choque em todos os bocais projetados pelo método unidimensional. A razão de pressão (P/P_0) empregada é inferior a 0,25 para todos os casos. Conforme visto no capítulo 2.4.4, esta razão de pressão caracteriza uma região de operação próxima ao terceiro ponto crítico. Como a pressão na saída dos bocais é maior

que a pressão ambiente um processo de expansão é necessário para que ocorra o ajuste da pressão de saída a pressão ambiente, e o bocal opera sub-expandido. É possível observar comportamento de operação do escoamento semelhante ao mostrado na Figura 8 e na Figura 9, porém a resolução da instrumentação utilizada para capturar as imagens não permite caracterizar as inclinações das ondas de choque que ocorrem na descarga dos bocais. Observa-se ainda que com a mudança da pressão a montante dos bocais, e conseqüente, a mudança na razão de pressão (P/P_0) ocorre uma alteração na inclinação das ondas de choque e na extensão do jato, justificada pelo deslocamento da inclinação das primeiras ondas de choque na descarga dos bocais.

Os bocais projetados pelo método das características não apresentam na descarga uma região complexa ao escoamento, ou seja, não verifica-se a ocorrência de ondas de choque como nos bocais projetados pelo método unidimensional, o que pode caracterizar um escoamento supersônico completamente desenvolvido e livre de choques. Neste caso, a pressão de saída é muito próxima da pressão ambiente, caracterizando o bocal operando nas condições de projeto (terceiro ponto crítico). É possível observar também a formação de uma linha no centro do jato, o que pode caracterizar a uniformidade do fluxo nestes bocais.

4.2.5 Eficiência dos bocais

Os bocais foram avaliados em termos de eficiência isoentrópica (equação 35) para as duas condições de projeto. A Tabela 5 apresenta os resultados da eficiência isoentrópica experimental para o escoamento a montante nas condições de projeto.

Tabela 5. Eficiência isoentrópica (condições de projeto)

Bocal	55 kg.h⁻¹ (A)	70 kg.h⁻¹ (B)	Unidade
MC Curto	85,23 ± 0,5	86,58 ± 0,5	%
5 mm	84,24 ± 0,5	85,77 ± 0,5	%
MC	87,23 ± 0,5	87,73 ± 0,5	%
7,5 mm	83,24 ± 0,5	84,23 ± 0,5	%
10 mm	82,85 ± 0,5	83,65 ± 0,5	%

O melhor rendimento ocorreu nos bocais projetados pelo método das características convencional, seguido pelos bocais que utilizam o método das características (comprimento mínimo). A eficiência isoentrópica é comprometida pelas irreversibilidades do escoamento: perdas por atrito, efeitos de expansão e pela ocorrência de ondas de choques no escoamento. Não foi possível quantificar experimentalmente as perdas associadas a cada um destes fenômenos, porém verifica-se que o desvio entre as eficiências medidas, que não apresenta diferenças significativas, pode estar associado diretamente à ocorrência das ondas de choque verificadas pela técnica de Schlieren.

5 CONCLUSÕES

Os objetivos deste trabalho eram de fornecer uma sustentação teórica e experimental que permitisse estabelecer e avaliar as propriedades de um escoamento supersônico completamente desenvolvido em bocais semelhantes aos utilizados em turbinas Tesla. Neste contexto, o trabalho limitou-se ao projeto de um aparato experimental, que permitisse avaliar o escoamento supersônico em pequenos bocais utilizando ar como fluido de trabalho.

A partir dos resultados experimentais verificou-se que a geometria dos bocais tem efeito direto sobre a sua eficiência isoentrópica.

O escoamento nas seções divergentes de todos os bocais foram supersônicos. Este comportamento foi observado para todas as pressões de entrada do fluido de trabalho.

Para uma taxa mássica de 55 kg/h (*A*) de ar, o bocal projetado considerando o método das características (*MC*) apresentou o maior número de Mach na descarga da sua seção divergente, para uma pressão de entrada igual a 500 kPa ($1,58 \pm 0,1$), enquanto o bocal projetado considerando o modelo unidimensional (*10 mm*) apresentou o menor número de Mach na sua seção divergente ($1,5 \pm 0,1$). Este comportamento foi observado para o bocal operando nas condições de projeto.

Da mesma forma, para uma taxa mássica de 70 kg/h (*B*) de ar o bocal projetado considerando o método das características (*MC*) apresentou o maior número de Mach na descarga da sua seção divergente, para uma pressão de entrada igual a 500 kPa ($1,58 \pm 0,1$), enquanto o bocal projetado considerando o modelo unidimensional (*7,5 mm*) apresentou o menor número de Mach na sua seção divergente ($1,50 \pm 0,1$). Este comportamento foi observado para o bocal operando nas condições de projeto.

O bocal projetado considerando o método das características (*MC*) apresentou a maior eficiência isoentrópica ($87,73 \pm 0,5\%$), enquanto o bocal projetado considerando o modelo unidimensional (*10 mm*) apresentou a menor eficiência isoentrópica ($82,85 \pm 0,5\%$), considerando uma pressão de entrada do fluido de trabalho igual a 500 kPa.

O comportamento de todas as variáveis experimentadas (temperatura crítica, pressão crítica, massa específica crítica, taxa mássica, número de Mach) apresentou boa concordância com os resultados obtidos a partir da teoria do escoamento em bocais

A partir da técnica de Schlieren foi possível comprovar a presença de ondas de choque na descarga dos bocais, que contribuem para as irreversibilidades associadas ao escoamento, e verifica-se um fluxo mais uniforme na saída dos bocais projetados pelo método das características.

Os bocais convergentes empregados em turbinas Tesla podem ser substituídos por bocais de geometria convergente-divergente com conseqüente incremento da energia cinética fornecida aos discos da turbina.

6 TRABALHOS FUTUROS

Com a finalidade de aprofundar os estudos realizados neste trabalho, são sugeridos os seguintes temas:

- Através da aquisição de uma sonda de estagnação adiabática de pequenas dimensões pode ser determinado experimentalmente o fator de recuperação adiabático em função da velocidade do escoamento para escoamentos supersônicos e a sua correlação com o número de Prandtl.
- Podem ser implementadas melhorias no aparato experimental, para permitir ensaios com vazões maiores e bocais de maiores dimensões. Verifica-se também a necessidade de desenvolver alternativas para analisar melhor a influência das ondas de choque no escoamento e as considerações aerodinâmicas para que o escoamento seja completamente desenvolvido.
- Embora o compressor utilizado permita um fluxo de massa de até 200 kg/h, utilizar um compressor com capacidade de fornecer uma taxa mássica maior permite o projeto de bocais com maiores dimensões que permitam empregar a técnica de Schilieren para verificar o comportamento do escoamento no interior dos bocais.
- A partir da aquisição de uma câmera digital de alta resolução, alta velocidade de captura e zoom óptico superior a 5 vezes, as imagens obtidas através da técnica de Schilieren podem ser melhoradas permitindo a caracterização dos efeitos e do comportamento das ondas de choque no escoamento em bocais.
- Com o desenvolvimento de um bocal maior a relação entre as pressões de estagnação a montante do bocal e a pressão ao longo de toda a seção convergente e divergente do bocal pode ser avaliada. Pode-se utilizar várias tomadas de pressão ao longo da parede do bocal ou outras técnicas não intrusivas, como tintas sensíveis a pressão *PSP* (PEDRASSI, 2009) ou filmes sensíveis a pressão pela técnica de luminescência (MATOS, 2011).
- Os conceitos aqui desenvolvidos podem ser utilizados para o desenvolvimento de uma turbina Tesla a fim de avaliar o rendimento global

da máquina quando operando com o escoamento em velocidade supersônica.

- Os resultados experimentais deste trabalho podem ser comparados a resultados analíticos obtidos através de softwares de dinâmica de fluidos computacional (CFD).

7 BIBLIOGRAFIA

- ANDERSON JR., J. D. Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill, 1984
- ANDERSON JR., J. D. Modern compressible flow with historical perspective. McGraw-Hill, 1990
- ANDERSON JR., J. D. Hipersonic and high temperature gas dynamics. McGraw-Hill, 1992
- ASO, S.; INOUE, K.; YAMAGUCHI, K.; TANI, Y. A study on supersonic mixing by circular nozzle with various injection angles for air breathing engine. **Acta Astronautica** 65, p. 687–695, 2009.
- ATKINSON, D. B.; SMITH, M. A. Design and characterization of pulsed uniform supersonic expansions for chemical applications. **Review of Scientific Instruments** 66(9), p. 4434 - 4446, 1995.
- BARROSO, L. C. Cálculo numérico (com aplicações). Harbra, 368, 1987
- BATISTA, J. C. **Microgeração de energia elétrica (abaixo de 100 kW) utilizando turbina Tesla modificada.** 2009. 108f. Tese (Doutorado em engenharia mecânica)-Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá,2009.
- BATISTA, J. C.; COUTO, H. S. (2011). Charcoal burning stove for generating direct current electric power in rural areas for preparing food, comprises hybrid Tesla-Pelton wheel or Tesla turbine with alternator and stove pipe including water. **Patente de inovação.** INPI, BR8803093-U2,
- BATISTA, J. C.; COUTO, H. S. (2011). Hybrid tesla-pelton wheel turbine for use in e.g. automotive vehicle, has discs provided with pelton wheel to increase torque, where proportion between pelton type discs and smooth discs defines increase in torque. **United States Patent** 2011/027069,
- BATISTA, J. C.; COUTO, H. S. (2011). Solar generator for e.g. producing compressed air for engine of automotive vehicle, has collector for collecting steam produced by heating water, and hybrid Tesla-Pelton wheel turbine driven by steam. **Patente de inovação.** INPI, BR8803034-U2, Brasil.
- BLOUDICEK, P.; PALOUSEK, D. Design of Tesla turbine. In: Konference Diplomových Prací Republic Czech. **Anais.** Republic Czech, 2007. CD-ROOM.
- BORGNAKKE, C.; SONNTAG, R. E. Fundamentos da Termodinâmica. Editora Blucher, 7ª ed. 2008
- CAIRNS, W. M. J. The Tesla Disc Turbine. Camden Miniature Steam Services, 2001

CAREY; VAN, P. Assessment of Tesla Turbine Performance for Small Scale Rankine Combined Heat and Power Systems. **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-Transactions of the Asme** 132(12), p., 2010.

CHEN, S. Compressible Flow and Transonic Shock in a Diverging Nozzle. **Communications in Mathematical Physics** 289, p. 75–106, 2009.

CHOI, Y. M.; PARK, K. A.; PARK, S. O. Interference effect between sonic nozzles. **Flow Measurement and Instrumentation** 8(2), p. 113–119, 1997.

COUTO, H. S.; DUARTE, J. B. F.; NETTO, D. B. The Tesla turbine revisited. In: Asia Pacific International Symposium on Combustion and Energy Utilization, 8. Sochi, Russian Federation. **Anais**. Sochi, Russian Federation, 2006. CD-ROOM.

CROWELL, R. Generation of electricity utilizing solar hot water collectors and a Tesla turbine. **Es2009: Proceedings of the Asme 3rd International Conference on Energy Sustainability, Vol 1**, p. 613-620, 2009.

EKANAYAKE, E. M. S.; GEAR, J. A.; DING, Y. Flow simulation of a two dimensional rectangular supersonic convergent divergent nozzle. **Anziam - Journal of Austral Mathematical Societ** 51, p. 377-392, 2010.

ELETRÓBRÁS. **Projeto Ribeirinhas: Biomassa sólida**. 2008. Centrais elétricas Brasileiras SA. Disponível em: <http://www.eletrabras.com.br/EM_Programas_Ribeirinhas/sistemas.asp>. Acesso em: 31 de julho, 2012.

EMRAN, T. A.; ALEXANDER, R. C.; STALLINGS, C. T.; DEMAY, M. A.; TRAUM, M. J. Method to accurately estimate Tesla turbine stall torque for dynamometer or generator load selection. **ASME Early Career Technical Journal** 9, p. 7, 2010.

ENGIN, T.; OEZDEMIR, M.; CESMECI, S. Design, testing and two-dimensional flow modeling of a multiple-disk fan. **Experimental Thermal and Fluid Science** 33(8), p. 1180-1187, 2009.

ENTRICAN, H. L. Tesla turbine has rotor blades arranged about centrally located hub and rotor disk which are assembled alternately on rotor shaft having exhaust ports. US2002182054-A1,

FELSCH, K. O.; PIESCHE, M. A contribution to the calculation of the flow in a Tesla turbine with temperature dependent viscosity of the fluid. **Ingenieur Archiv** 50(2), p. 121-129, 1981.

FONDABONAR, G. (1983). Fluid flow control system for Tesla turbine has large number of blades lying nearly tangentially and adjusted in synchronism. **United States Patent** 4372731-A,

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. Introdução a mecânica de fluidos. LTC, 5 ed.2004

GHOSH, S.; SESTERHENN, J.; FRIEDRICH, R. Large-eddy simulation of supersonic turbulent flow in axisymmetric nozzles and diffusers. **International Journal of Heat and Fluid Flow** 29, p. 579-590, 2008.

GOLDSTEIN., R. J. Fluid Mechanics Measurements. Taylor & Francis, Philadelphia, USA, 2th ed., 1996

GUHA, A.; SMILEY, B. Experiment and analysis for an improved design of the inlet and nozzle in Tesla disc turbines. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part a-Journal of Power and Energy** 224(A2), p. 261-277, 2010.

HOLMAN, J.P., 1994, Experimental Methods for Engineers, McGraw-Hill, New York, 6th ed.

HO-YAN, B. P. Tesla Turbine for Pico Hydro Applications. **Guelph Engineering Journal** 4, p. 8, 2011.

HOWARD, J. F. (2010). Wind Turbine for generation of electric Power. **United States Patent** 7695242,

HOYA, G. P.; GUHA, A. The design of a test rig and study of the performance and efficiency of a Tesla disc turbine. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part a-Journal of Power and Energy** 223(A4), p. 451-465, 2009.

HUYBRECHTS, N.; BERTEN, O.; LENCLUD, E. Numerical study of a Tesla turbine. In: Journal of University of Brussels. **Anais.**, 2006. CD-ROOM.

IBRAHIMA, M. K.; ABOHELWAB, A. F.; SALEM, G. B. Design, fabrication, and realization of a supersonic wind tunnel for educational purposes. **International Journal of Mechanical Engineering Education** 37(4), p. 286-303, 2009.

IHLE, C. F.; DALZIEL, S. B.; YARKO, N. Simultaneous particle image velocimetry and synthetic schlieren measurements of an erupting thermal plume. **Measurement Science and Technology** 20, p. 125402-125401-125405, 2009.

ISHIBASHI, M.; TAKAMOTO, M. Theoretical discharge coefficient of a critical circular-arc nozzle with laminar boundary layer and its verification by measurements using super-accurate nozzles. **Flow Measurement and Instrumentation** 11, p. 305–313, 2000.

JACOBSON, R.; AMER NUCL, S. O. C. **Proceedings of the 26th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Vols 1-6:** The Tesla bladeless pumps and turbines. 1991

KANAOKA, C.; CHUTMANOP, J.; KITADA, M. Inertial separation of ultrafine particles by a Laval nozzle type supersonic impactor. **Powder Technology** 118, p. 188–192, 2001.

LA TORRE, F.; KENJEREŠ, S.; MOEREL, J. L.; KLEIJN, C. R. Hybrid simulations of rarefied supersonic gas flows in micro-nozzles. **Computers & Fluids** 49, p. 312-322, 2011.

LADINO, A. F. R. (2004). Numerical Simulation of the Flow Field in a Friction Type Turbine (Tesla Turbine). Institute for Powerplants at the Vienna University of Technology.

LAMPART, P.; JEDRZEJEWSKI, L. Investigations of aerodynamics of Tesla bladeless microturbines. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics** 49(2), p. 477-499, 2011.

LAMPART, P.; KOSOWSKI, K.; PIWOWARSKI, M.; JEDRZEJEWSKI, L. Design analysis of Tesla micro-turbine operating on a low-boiling medium. **Polish Maritime Research** 16, p. 28-33, 2009.

LAROCA, F.; MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Soluções de escoamentos quase-unidimensionais de fluidos compressíveis e viscosos em tuberias com troca de calor. In: Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas - ENCIT, II. Rio de Janeiro, RJ. **Anais**. Rio de Janeiro, RJ, 1998. CD-ROOM.

LEITE, V. S. F. O.; SOVIERO, P. A. O.; NETTO, D. B. Numerical evaluation of the flow inside the transonic nozzle of a direct connect supersonic combustion research facility. In: International Congress of Mechanical Engineering, 18th. Ouro Preto, MG. **Anais**. Ouro Preto, MG, 2005. CD-ROOM.

LEMMA, E.; DEAM, R. T.; TONCICH, D.; R., C. Characterisation of a small viscous flow turbine. **Experimental Thermal and Fluid Science** 33, p. 10, 2008.

LEMOS, N.; LOPES, N.; DIAS, J. M.; VIOLA, F. Design and characterization of supersonic nozzles for wide focus laser-plasma interactions. **Review of Scientific Instruments** 80(103301), p. 1-5, 2009.

MAIA, B. T.; BARROS, J. E. M.; NASCIMENTO, L. M.; GUERRA, M. S. L.; TAVARES, R. P. Estudo do efeito da pressão e da geometria de bocal de lança no comportamento supersônico do oxigênio através de análise por CFD. In: 42^o Seminário de aciaria internacional, 42nd Steelmaking Seminar International, Salvador, Brasil. **Anais**. Salvador, Brasil, 2011. CD-ROOM.

MAJDALANI, J.; MAICKE, B. A. Direct calculation of the average local Mach number in converging–diverging nozzles. **Aerospace Science and Technology** Available online 25 October 2011 by sciencedirect.com, p., 2011.

MAN, H. C.; DUAN, J.; VUE, T. M. Design and Characteristic Analysis of Supersonic Nozzles for High Gas Pressure Laser Cutting. **Journal of Materials Processing Technology** 63, p. 217-222, 1997.

MARCHI, C. H.; LAROCA, F.; SILVA, A. F. C.; HINCKEL, J. N. Numerical solutions of flows in rocket engines with regenerative cooling. **Numerical Heat Transfer** 45(Part A), p. 699–717, 2004.

MATOS, K. R. M. **Filmes sensíveis a pressão pela técnica de fotoluminescência**. 2011. 128f. Dissertação (Mestrado em engenharia elétrica)-Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

MOFFAT, R. J. Describing the uncertainties in experimental results. **Experimental Thermal and Fluid Science** vol. 1, pp. 3-17, 1988.

OKADA, Y.; YAMAGUCHI, S.; TAKEUCHI, K. Growth of van derWaals clusters in steady supersonic Laval nozzle flow: change in number density of SF₆ monomers undergoing clustering. **Applied Physics B, Lasers and Optics** 72, p. 507–513, 2001.

ONOFRI, M. Plug nozzles: Summary of flow features and engine performance. **American Institute of Aeronautics & Astronautics** 584, p., 2002.

OPGENORTH, M. J.; SEDERSTROMA, D.; MCDERMOTT, W.; LENGSELD, C. S. Maximizing pressure recovery using lobed nozzles in a supersonic ejector. **Applied Thermal Engineering** 37, p. 396-402, 2012.

PASQUALE, D.; HARINCK, J.; GUARDONE, A.; REBAY, S. Geometry optimization for quasi-uniform flows from supersonic nozzles. In: V European Conference on Computational Fluid Dynamics - ECCOMAS CFD 2010, Lisbon, Portugal. **Anais**. Lisbon, Portugal, 2010. CD-ROOM.

PEDRASSI, M. **Desenvolvimento da técnica de tinta sensível a pressão (PSP) para medidas de campos de pressão em modelos aerodinâmicos**. 2009. 194f. Dissertação (Mestrado em ciências) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2009.

POINSOT, T.; LEYKO, M.; MOREAU, S.; NICLOUD, F. Numerical and analytical modelling of entropy noise in a supersonic nozzle with a shock. **Journal of Sound and Vibration** 330, p. 3944–3958, 2011.

POUGATCH, K.; SALCUDEAN, M.; CHAN, E.; KNAPPER, B. Modelling of compressible gas–liquid flow in a convergent–divergent nozzle. **Chemical Engineering Science** 63, p. 4176 -- 4188, 2008.

POUGATCH, K.; SALCUDEAN, M.; MCMILLAN, J. Nozzle design influence on particle attrition by a supersonic steam jet. **Powder Technology** 209, p. 35–45, 2011.

PUZYREWSKI, R.; TESCH, K. 1D Model calibration based on 3d calculations for Tesla Turbine. **TASK Quarterly** 3, p. 12, 2010.

RICE, W. Tesla Turbomachinery. In: International Nikola Tesla Symposium, Colorado Springs, Colorado. **Anais**. Colorado Springs, Colorado, 1991. CD-ROOM.

RICE, W. **Handbook of Turbomachinery: Tesla Turbomachinery**. Jr. Earl Logan, Ramendra Roy, 2005

ROMANIN, V.; CAREY, V. P.; NORWOOD, Z.; ASME Strategies for performance enhancement of Tesla turbines for combined heat and power applications. **Es2010: Proceedings of Asme 4th International Conference on Energy Sustainability, Vol 2**, p. 57-64, 2010.

SAINTRAIN, P. V.; COUTO, H. S.; DUARTE, J. B. F. Análise de tensões em discos de turbinas do tipo Tesla. **Revista de Tecnologia** 26(2), p. 7, 2005.

SCHLICHTING, H. Boundary Layer Theory. Springer, 817, 2003

SCHMIDT, D. D. (2002). Biomass Boundary Layer Turbine Power System. Energy Innovations Small Grant Program. EISG Final Report, California Energy Commission.

SHAMES, I. H. Mechanics of Fluids. McGraw-Hill, 864, 2002

STREETER, V. L.; WYLIE, E. B. Fluid Mechanics. McGraw-Hill, 1980

VLASSOV, D.; VARGAS, J. V. C.; ORDONEZ, J. C. The optimization of rough surface supersonic nozzles. **Acta Astronautica** 61, p. 866 – 872, 2007.

XIN, Z.; YIN, H. The transonic shock in a nozzle, 2-D and 3-D complete Euler systems. **Differential Equations** 245, p. 1014–1085, 2008.

YUAN, H. A remark on determination of transonic shocks in divergent nozzles for steady compressible Euler flows. **Nonlinear Analysis: RealWorld Applications** 9, p. 316 – 325, 2008.

ZEBBICHE, T.; YOUNI, Z. Supersonic Two-Dimensional Minimum Length Nozzle Design at High Temperature. Application for Air. **Chinese Journal of Aeronautics** 20, p. 29-39, 2007.

ZUCKER, R. D.; BIBLARZ, O. Fundamentals of gas dynamics. INC. JOHN WILEY & SONS, 2002

APÊNDICE A

Neste apêndice é apresentado o código fonte para MATLAB R9 com um método rápido para o dimensionamento de bocais supersônicos pelo Método das características. Código desenvolvido pelo autor a partir do código original (Olson, B.,2007) disponível em <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/14682-2-d-nozzle-design>.

```

clear
clc

disp('*****')
disp('Dimensionamento de Bocal para ar comprimido')
disp('Programa de pós graduação em engenharia de Processos e Tecnologias')
disp('Mestrado em engenharia de processos e tecnologias')
disp('Universidade de Caxias do Sul')
disp('Autor: Andre Luis Neckel - neckel@embratel.com.br')
disp('*****')
disp('')
%*****
%   Informando os dados iniciais - revalidados em 19/01/12
%*****

disp('*****')
disp('Informe os parâmetros de entrada a partir das tabelas termodinâmicas \n')
disp('*****')

%*****
%   Cálculo do bocal da turbina
%*****

disp('*****')
disp('Cálculo do bocal da turbina para que a velocidade do fluido seja máxima')
disp('*****')
disp('')

%*****
%   Solicitando os dados disponíveis
%*****
k=input(' Informe o coeficiente isoentrópico do gás : ');
R=input(' Informe a constante do gás em J/(mol.K): ');
peso_molecular=input(' Informe o peso molecular do gás em kg : ');
pressao=input(' Informe a pressão do ar disponível em Pa : ');
m=input(' Informe a vazão mássica de ar disponível em kg/h : ');
diam_tubo = input(' Informe o diametro interno da tubulação em m : ');
temp_fluido=input(' Informe a temperatura (t0) do fluido disponível em °C : ');
temp_atm=input(' Informe a temperatura ambiente em °C : ');
pressao_atm = input(' Informe a pressão de saída em Pa : ');
disp('')
disp('*****')

%*****
%   Convertendo unidades
%*****
temp_k = temp_fluido+273
m = m/3600; %converte kg/h em kg/s
s = sprintf('\n A taxa mássica do fluido é %0.3g kg/s ',m);
disp(s)

%*****
%   Calculando a massa específica do fluido
%*****

massa_esp = pressao/(R*1000*(temp_k));
s = sprintf(' A massa específica calculado é %2.5g kg/m3 \n ',massa_esp);
disp(s)

%*****
%   Calculando a Vazão volumétrica do fluido
%*****

```

```

Q = m/massa_esp;

s = sprintf(' A Vazão volumétrica calculada é %0.3g m3/s \n ',Q);
disp(s)

%*****
%   Calculando a velocidade média do fluido no tubo
%*****

vel_media = m/(massa_esp*.785 * diam_tubo^2);

s = sprintf(' A Velocidade média calculada para um tubo de %0.5g m de diâmetro é %0.3g
m/s \n ',diam_tubo,vel_media);
disp(s)
%*****
%   Calculando o calor específico do ar - alterar para outros fluidos
%*****

cp0 = 1.05 - 0.365 * ((temp_k)/1000) + 0.85 * ((temp_k)/1000)^2 - 0.39 *
((temp_k)/1000)^3;

s = sprintf(' O Cp0 calculado do ar é %0.4g KJ/Kg K \n ',cp0);
disp(s)

%*****
%   Calculando a temperatura de estagnação isoentrópica - exemplo eq 17.1
%*****

temp_est = (temp_k + ((vel_media^2)/(2*1000))/cp0));

s = sprintf(' A Temperatura de estagnação isoentrópica calculada é %3g K \n ',temp_est);
disp(s)

%*****
%   Calculando a Pressão de estagnação isoentrópica - alterar
%*****

pressao_est = pressao * (temp_est/(temp_k))^(k/(k-1));

s = sprintf(' A Pressão de estagnação isoentrópica calculada é %d Pa \n
',round(pressao_est));
disp(s)

disp('*****')
disp('Parâmetros críticos na garganta do bocal considerando escoamento isoentrópico')
disp('*****')

%*****
%   Calculando a temperatura crítica - isoentrópica
%*****

temp_critica = (temp_est*(2/(k+1)));

s = sprintf(' A Temperatura crítica - isoentrópica calculada é %3g K ou %3g °C \n
',round(temp_critica),round(temp_critica-273));
disp(s)

%*****
%   Calculando a pressão crítica - isoentrópica - exemplo eq 17.1
%*****

pressao_critica = pressao_est*(2/(k+1))^(k/(k-1));

s = sprintf(' A Pressão crítica - isoentrópica calculada é %3g Pa \n ',pressao_critica);
disp(s)

%*****
%   Calculando a massa específica crítica - isoentrópica - exemplo eq 17.1
%*****

massa_esp_critica = massa_esp*(2/(k+1))^(1/(k-1));

s = sprintf(' A massa específica crítica - isoentrópica calculada é %3.5g Kg/m3 \n
',massa_esp_critica);
disp(s)

disp('*****')

```

```

disp(' Calculando a área da garganta para vazão mássica máxima no bocal ')
disp('*****')

%*****
%   Calculando a vazão mássica máxima na garganta do bocal
%*****

area_g = (m*sqrt((R*10^3) * temp_est))/(0.686*pressao_est);
area_g_cm=area_g*10000; % converte para cm2
area_g_mm=area_g*1000000; % converte para mm2
s = sprintf(' A Área mínima da garganta calculada pelo Streeter & wylie é %3.8g m2 ou
%3.4g cm2 ou %3.4g mm2 \n ',area_g,area_g_cm,area_g_mm);
disp(s)

area_g = m/((pressao_est/sqrt(temp_est))* sqrt(k/(R*10^3))*(1/((k+1)/2)^((k+1)/(2*(k-
1))))));
area_g_cm=area_g*10000; % converte para cm2
area_g_mm=area_g*1000000; % converte para mm2
s = sprintf(' A Área mínima da garganta calculada pelo van wyle é %3.8g m2 ou %3.4g cm2
ou %3.4g mm2\n ',area_g,area_g_cm,area_g_mm);
disp(s)

%*****
%   Calculando a velocidade média do fluido na garganta
%*****

vel_media = m/(massa_espcritica*area_g);

s = sprintf(' A Velocidade média calculada para a garganta de %3.8d m2 é %3d m/s \n
',area_g,vel_media);
disp(s)

%*****
%   Calculando a relacao p*/p0 no bocal convergente
%*****

dp1 = pressaocritica/pressao_est;

s = sprintf(' A relação P*/P0 entre a área de entrada e a garganta é %3g \n ',dp1);
disp(s)

%*****
%   Calculando a relacao p/p0 no bocal divergente - VALIDAR COM TABELA
%   EXCEL
%*****

dp2 = pressao_atm/pressao_est;

s = sprintf(' A relação P/P0 entre a garganta e o bocal difusor é %3g \n ',dp2);
disp(s)

%*****
%   Calculando a relacao P0/P no bocal divergente
%*****

dp3 = pressao_est/pressao_atm;
s = sprintf(' A relação P0/P entre a garganta e o bocal difusor é %3g \n ',dp3);
disp(s)

%*****
%   Calculando M na saída do bocal divergente
%*****

M_out = sqrt( ((dp3^((k-1)/k))-1)/ ((k-1)/2) );

s = sprintf(' O número Mach na saída do bocal difusor é %3g \n ',M_out);
disp(s)

%*****
%   Calculando a área na saída do bocal divergente
%*****

area_out =area_g*(1/M_out)*((2/(k+1))*(1+((k-1)/2)*M_out^2))^((k+1)/(2*(k-1)));

area_out_cm=area_out*10000; % converte para cm2
area_out_mm=area_out*1000000; % converte para mm2

```

```

s = sprintf(' A Área da saída do bocal divergente calculada é %3.8g m2 ou %3.4g cm2 ou
%3.4g mm2 \n ',area_out,area_out_cm,area_out_mm);           % imprime a
temperatura calculada arredondada
disp(s)

%*****
%   Calculando a relação de áreas - validar com o excel
%*****

rel_areas = area_out/area_g;

s = sprintf(' A relação de áreas no bocal divergente é de %.4g \n ',rel_areas);
disp(s)

%*****
%   Calculando a temperatura do fluido na saída do bocal - tese
%*****

t = (temp_fluido + 273.15)/(1+((k - 1)/2)* M_out^2)- 273.15;
s = sprintf(' A temperatura calculada na saída do bocal é %d °C \n ',round(t));
disp(s)

t = (temp_fluido + 273.15)/(1+((k - 1)/2)* M_out^2);
s = sprintf(' A temperatura calculada na saída do bocal é %d K \n ',round(t));
disp(s)

%*****
%   Calculando a massa específica na saída do fluido
%*****

massa_esp = pressao_atm/(R*1000*(t));
s = sprintf(' A massa específica na saída calculada é %2.5g kg/m3 \n ',massa_esp);
disp(s)

%*****
%   Calculando a velocidade média do fluido na saída
%*****

vel_media = m/(massa_esp*area_out);

s = sprintf(' A Velocidade média calculada para a saída de %3.8d m2 é %3d m/s \n
',area_out,vel_media);
disp(s)

disp('*****')
disp('Dimensionamento da seção divergente do Bocal pelo método das características')
disp('*****')
largura_bocal=input(' Informe a largura do bocal em m : ');
qte_linhas=input(' Informe o número de linhas características : ');
theta_inicial=input(' Informe o theta_inicial ex: 0.005 : ');
altura_garganta = area_out/largura_bocal;           % Altura da garganta (m)
s = sprintf(' A Altura da garganta calculada é de %3.8d m \n ',altura_garganta);
disp(s)
% Metodo das Caracteristicas
plotter = 1;           % '1' para plotar o bocal

g_cm = altura_garganta/100;           % passa a altura da garganta para centímetros
max_inter = 10000;           % define um numero máximo de interações
R = 8314/(peso_molecular*10^3);           % calcula o R para o gas

%primeira etapa
% procurando Onde P torna-se U

h(1) = altura_garganta;           % h(1) recebe a altura da garganta
A_star = altura_garganta * largura_bocal;           % calcula a área da garganta
M =1;           % considera M=1 na garganta
dM1 = .05;           % define de quanto será o incremento do número
de Mach na análise

for i=1: max_inter           % inicio da interação
    h(i) = h(1) + (i-1)* g_cm;           % faz h(i) receber a altura da garganta
    incrementando 1 centésimo desta altura em cada interação
    area_nova(i) = h(i)*largura_bocal;           % calcula a nova área considerando a
    altura incrementada
    A_Asq = (area_nova(i)/A_star)^2;           % Divide a nova área pela inicial e eleva o
    resultado ao quadrado -> (A/A*)^2

```

```

A_ratio(i)=sqrt(A_Asq); % extrai a raiz do resultado anterior

%Newton Rhapson na Eq. 5.20 - Anderson text - aplicando o método de
%newton raphson para extrair as raizes da função

res = 1; % limita a interação do while
if i > 1
    M = Ma(i-1); % faz M receber Ma anterior (somente a partir da primeira
interação) - Na primeira interação M vale 1
end

while res > .001
    M2 = M + dM1; % Calcula o próximo Mach - incrementado
    funa1 = -A_Asq + (1/M^2)*((2/(k+1))*(1+(k-1)*M^2/2))^(k/(k-1)); % calcula a
área 1 - com o mach atual
    funa2 = -A_Asq + (1/M2^2)*((2/(k+1))*(1+(k-1)*M2^2/2))^(k/(k-1)); %Calcula a
área 2 - Mach Futuro
    dv_dm = (funa2-funa1)/dM1; % calcula a derivada dv/dm

    M = M - funa1/dv_dm; % M é decrementado em
    res = abs(funa1);
    % paus = input('Pressione uma tecla para a próxima interação while')
end
Ma(i) = M; % Salvando o Mac calculado
% paus = input('Pressione uma tecla para a próxima interação - saiu do while')

% Calculando a pressão para este Mach

P(i) = pressao*(1+(k-1)*Ma(i)^2/2)^(-k/(k-1));

% encontra a pressão para cada ponto

Te(i) = temp_k/(1+(k-1)*Ma(i)^2/2); % calcula a temperatura
Tt(i) = temp_k/(1+(k-1)/2);
Ve(i) = Ma(i)*sqrt(Te(i)*k*R);
Vt(i) = sqrt(Tt(i)*k*R);
rhot(i) = P(i)/(R*Te(i));
mdot(i) = rhot(i)*Ve(i)*area_nova(i);
TT(i) = mdot(i)*Ve(i) + (P(i) - pressao_atm)*area_nova(i);

if P(i) < pressao_atm
    %para
    %calcula a pressão no caso de choque neste ponto
    P_exit = P(i)*(1+(k*2/(k+1))*(Ma(i)^2-1));

    if P_exit <= pressao_atm
        P(i) = P_exit;
        break
    else
    end

else
end

end

figure(2)
plot(area_nova,TT)
title('Thrust curve')
xlabel('Exit Area (m^2)')
ylabel('Thrust (N)')

[a,b]=max(TT);

b = b;
A_max = area_nova(b);
Max_thrust = TT(b);
hold on;
plot(A_max,Max_thrust,'r*')
legend('Thrust Curve','Max Thrust')

% Part C
% Metodo das caracteristicas

M_e = Ma(b); %Numero de mach para escoamento ideal

```

```

%Procurando theta máximo
theta_max = (180/pi)*(sqrt((k+1)/(k-1))*atan((sqrt((k-1)*(M_e^2-1)/(k+1))))-
atan(sqrt(M_e^2-1)))/2;
del_theta = (theta_max - theta_inicial)/(qte_linhas-1);

for i=1:qte_linhas

    for j=1:qte_linhas
        if i==1
            theta(i,j) = theta_inicial + del_theta*(j-1);
            nu(i,j) = theta(i,j);
            K_m(i,j) = theta(i,j) + nu(i,j);
            K_p(i,j) = theta(i,j) - nu(i,j);
        elseif i > 1
            K_p(i,j) = -K_m(1,i);
            if j >= i
                theta(i,j) = del_theta*(j-i);
            else
                theta(i,j) = theta(j,i);
            end
            nu(i,j) = theta(i,j) - K_p(i,j);
            K_m(i,j) = theta(i,j) + nu(i,j);
        end

        % Prandtl-Meyer(usando Newton Rhapson)

        dM = .1;
        if j == 1
            M_ex(i,j) = 1.00;
        else
            M_ex(i,j) = M_ex(i,j-1);
        end
        M = M_ex(i,j);

        res = 1;
        while res > .01
            M2 = M + dM;
            funv1 = (-nu(i,j)*(pi/180)+(sqrt((k+1)/(k-1))*atan((sqrt((k-1)*(M^2-1)/(k+1))))-
            atan(sqrt(M^2-1))));
            funv2 = (-nu(i,j)*(pi/180)+(sqrt((k+1)/(k-1))*atan((sqrt((k-1)*(M2^2-
            1)/(k+1))))-atan(sqrt(M2^2-1))));
            dv_dm = (funv2-funv1)/dM;

            M = M - funv1/dv_dm;
            res = abs(funv1);
        end
        M_ex(i,j) = M;

        mu(i,j) = (180/pi)*asin(1/M_ex(i,j));

    end

    theta(i,qte_linhas+1) = theta(i,qte_linhas);
    nu(i,qte_linhas+1) = nu(i,qte_linhas);
    K_m(i,qte_linhas+1) = K_m(i,qte_linhas);
    K_p(i,qte_linhas+1) = K_p(i,qte_linhas);
end

char = zeros(qte_linhas,qte_linhas+1,2);
for i=1:qte_linhas

    for j=1:qte_linhas+1

        if j == 1
            char(i,j,1) = 0;
            char(i,j,2) = altura_garganta/2;
        end
        if i == 1 & j==2
            char(i,j,1) = (-altura_garganta/2)/tan((pi/180)*(theta(1,j-1)-mu(1,j-1)));
            char(i,j,2) = 0;
        end
        if j == i+1 & j>2
            char(i,j,1) = -char(i-1,j,2)/tan((pi/180)*(.5*theta(i,j-2)-.5*(mu(i,j-
            2)+mu(i,j-1)))) + char(i-1,j,1);
            char(i,j,2) = 0;
        end
    end
end

```

```

        test(i,j) = (theta(i,j-2)-.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-1)));
        testpty(i,j) = char(i-1,j,2);
        testptx(i,j) = char(i-1,j,1);
    end
    if i ==1 & j>2 & j ~= i+1
        C_p = tan((pi/180)*(.5*(theta(i,j-2)+theta(i,j-1))+.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-
1)))));
        C_m = tan((pi/180)*(.5*(theta(j-1,1)+theta(i,j-1))-.5*(mu(j-1,1)+mu(i,j-
1)))));
        A = [1,-C_m;1,-C_p];
        B = [char(1,1,2) - char(1,1,1)*C_m;
            char(1,j-1,2) - char(1,j-1,1)*C_p];
        iterm(1,:)=inv(A)*B;
        char(i,j,1) = iterm(1,2);
        char(i,j,2) = iterm(1,1);
    end

    if i > 1 & j~=i+1 & j>2
        C_p = tan((pi/180)*(.5*(theta(i,j-2)+theta(i,j-1))+.5*(mu(i,j-2)+mu(i,j-
1)))));
        C_m = tan((pi/180)*(.5*(theta(i-1,j-1)+theta(i,j-1))-.5*(mu(i-1,j-1)+mu(i,j-
1)))));
        A = [1,-C_m;1,-C_p];
        B = [char(i-1,j,2) - char(i-1,j,1)*C_m; char(i,j-1,2) - char(i,j-1,1)*C_p];

        iterm(1,:) = inv(A)*B;
        char(i,j,1) = iterm(1,2);
        char(i,j,2) = iterm(1,1);
    end
end
end
for i = 2:qte_linhas
    for j=2:qte_linhas
        char(j,i,1) = char(i-1,j+1,1);
        char(j,i,2) = char(i-1,j+1,2);
    end
end

noz(1,1) = 0;
noz(1,2) = altura_garganta/2;

for i = 2 : qte_linhas
    m1 = tan((pi/180)*(theta(i-1,qte_linhas)+mu(i-1,qte_linhas)));
    if i ==2
        m2 = (pi/180)*theta_max;
    else
        m2 = ((pi/180)*(theta(i-1,qte_linhas+1)));
    end
    m3 = ((pi/180)*(theta(i-1,qte_linhas)));
    m4 = tan((m2+m3)/2);

    A = [1,-m4; 1,-m1];
    B = [noz(i-1,2) - noz(i-1,1)*m4; char(i-1,qte_linhas+1,2) - char(i-
1,qte_linhas+1,1)*m1];

    iterm(1,:) = inv(A)*B;
    noz(i,1) = iterm(1,2);
    noz(i,2) = iterm(1,1);

    char(i-1,qte_linhas+2,1)= noz(i,1);
    char(i-1,qte_linhas+2,2)= noz(i,2);
end

m1 = tan((pi/180)*(theta(qte_linhas,qte_linhas)+ mu(qte_linhas,qte_linhas)));
m2 = ((pi/180)*(theta(qte_linhas-1,qte_linhas)));
m3 = ((pi/180)*(theta(qte_linhas,qte_linhas+1)));
m4 = tan((m2+m3)/2);

A = [1,-m4; 1,-m1];
B = [noz(qte_linhas,2) - noz(qte_linhas,1)*m4; char(qte_linhas,qte_linhas+1,2) -
char(qte_linhas,qte_linhas+1,1)*m1];

iterm(1,:) = inv(A)*B;
noz(qte_linhas+1,1) = iterm(1,2);
noz(qte_linhas+1,2) = iterm(1,1);

```



```

char(qte_linhas,qte_linhas+2,1)= noz(qte_linhas+1,1);
char(qte_linhas,qte_linhas+2,2)= noz(qte_linhas+1,2);

if plotter ==1

figure(1);clf;
subplot(2,1,1);
plot(noz(:,1),noz(:,2),'k','LineWidth',3)
hold on;
[a,b] = max(noz);
plot(a(1),A_max/largura_bocal/2,'g*')

for i = 1 : qte_linhas
    figure(1)
    hold on;
    plot(char(i,:,1),char(i,:,2))
    hold on;
    plot(char(i,:,1),-char(i,:,2))
end

figure(1)
subplot(2,1,1)
hold on;
plot(noz(:,1),-noz(:,2),'k','LineWidth',3)
hold on;
plot(a(1),-A_max/largura_bocal/2,'g*')
title('Projeto do difusor (Tamanho mínimo)')
xlabel('Comprimento do difusor (m)')
ylabel('Altura da garganta (m)')
legend('Parede do difusor','Area de saída','Linhas características')
else
end

error_Area = 100*(largura_bocal*2*noz(qte_linhas,2) - A_max)/(A_max)
error_Mach = 100*(M_e - M_ex(qte_linhas,qte_linhas))/M_e

Mnoz(1) = 1.0;
M = Mnoz(1);
for i=1: size(noz,1)
    area_nova(i) = 2*noz(i,2)*largura_bocal;
    A_Asq = (area_nova(i)/A_star)^2;
    A_ratio(i)=sqrt(A_Asq);

    res = 1;
    if i > 1
        M = Mnoz(i-1);

        while res > .001
            M2 = M + dM1;
            funa1 = -A_Asq + (1/M^2)*((2/(k+1))*(1+(k-1)*M^2/2))^(k+1)/(k-1);
            funa2 = -A_Asq + (1/M2^2)*((2/(k+1))*(1+(k-1)*M2^2/2))^(k+1)/(k-1);
            dv_dm = (funa2-funa1)/dM1;

            M = M - funa1/dv_dm;
            res = abs(funa1);

        end
        Mnoz(i) = M;
    end

    Pnoz(i) = pressao*(1+(k-1)*Mnoz(i)^2/2)^(-k/(k-1));
end

figure(1);
subplot(2,1,2)
plot(noz(:,1),Mnoz,'r*')
hold on;
plot(noz(:,1),Pnoz/pressao_atm,'b*')
hold on;
plot(noz(size(noz,1),1),M_e,'go')
hold on;
plot(noz(size(noz,1),1),1,'go')
xlabel('Comprimento do bocal (m)')
ylabel('Número de Mach e P/P_0')
legend('Número de Mach','P/P_a_m_b','M_e_x_i_t(predicted)','P_a_m_b/P_a_m_b')

```

```

%ajustando para milímetros

for i=1:qte_linhas
    noz(i,1)=noz(i,1)*1000;
    noz(i,2)= noz(i,2)*1000;
end
noz(qte_linhas+1,1) = iterm(1,2)*1000;
noz(qte_linhas+1,2) = iterm(1,1)*1000;

figure(2);clf;
subplot(2,1,1);
plot(noz(:,1),noz(:,2),'k','LineWidth',2)
cftool(noz(:,1),noz(:,2));
input('gere a equação polinomial cúbica para a curva superior, após feche o
aplicativo e pressione qualquer tecla...')
hold on;
[a,b] = max(noz);
plot(a(1),A_max/largura_bocal/2,'g*')

for i = 1 : qte_linhas
    figure(2)
    hold on;
    plot(char(i,:,1),char(i,:,2))
    hold on;
    plot(char(i,:,1),-char(i,:,2))
end

figure(2)
subplot(2,1,1)
hold on;
plot(noz(:,1),-noz(:,2),'k','LineWidth',2)

hold on;
plot(a(1),-A_max/largura_bocal/2,'g*')
title('Design do Difusor Supersônico (comprimento mínimo)')
xlabel('Comprimento do difusor (mm)')
ylabel('Altura do difusor (mm)')
legend('Layout do Difusor','Area de saída(prevista)')

```