UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

VANESSA CRISTINA RECH VIGANÓ

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE TRIGONOMETRIA

CAXIAS DO SUL
2015

VANESSA CRISTINA RECH VIGANÓ

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE TRIGONOMETRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima
Coorientadora: Profª. Drª. Carine Geltrudes Webber

CAXIAS DO SUL

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
UCS - BICE - Processamento Técnico

V672p Viganó, Vanessa Cristina Rech, 1983-
Uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de trigonometria / Vanessa Cristina Rech Viganó. – 2015.
143 f. : il. ; 30 cm

Apresenta bibliografia.
Dissertação (Mestrado) – Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2015.
Orientadora: Profa. Dra. Isolda Gianni de Lima ; Coorientadora: Profa. Dra. Carine Geltrudes Webber.

1. Matemática - Educação. 2. Trigonometria. 3. Aprendizagem. I. Título.

CDU 2.ed.: 37.016:51

Índice para o catálogo sistemático:

1. Matemática - Educação	37.016:51
2. Trigonometria	37.016:514.116
3. Aprendizagem	37.013

Catalogação na fonte elaborada pela bibliotecária
Ana Guimarães Pereira – CRB 10/1460

"Uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de trigonometria"

Vanessa Cristina Rech Viganó

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Caxias do Sul, 25 de setembro de 2015.

Banca Examinadora:

Isolda Gianni de Lima

Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima (orientadora)

Universidade de Caxias do Sul

CWebber

Profª. Drª. Carine Geltrudes Webber (coorientadora)

Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Francisco Catelli

Universidade de Caxias do Sul

Profª. Drª. Helena Noronha Cury

Centro Universitário Franciscano – Unifra

Rosana Maria Gessinger

Profª. Drª. Rosana Maria Gessinger

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS

AGRADECIMENTOS

À professora **Isolda Gianni de Lima**, minha orientadora e exemplo profissional, por ter acreditado que eu era capaz e por ter orientado com tanta gentileza e competência os rumos deste trabalho.

Ao meu marido **Beto Viganó**, amor e companheiro, com quem compartilho a minha vida, pelo carinho e incentivo e pela paciência.

Aos colegas que fizeram parte deste incrível percurso do mestrado, em especial ao **Cassiano Scott Phul**, que esteve sempre presente me ajudando e incentivando.

A **todos os professores** do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

À minha irmã **Jéssica**, pela parceria.

À **Escola Estadual Técnica Caxias do Sul** pelo acolhimento e pela viabilização da aplicação deste trabalho.

À minha psicóloga **Aline Scotti,** pela força nos momentos difíceis e pelas palavras de coragem.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa em Educação Matemática, que gerou uma proposta pedagógica diferenciada para o estudo de Trigonometria, desenvolvida com base em concepções construtivistas e fundamentada nas teorias de aprendizagem de Ausubel (2003) e Vygotsky (1989). A pesquisa-ação, de caráter qualitativo e participativo, deu suporte à elaboração e aplicação da proposta com a qual se buscou responder as seguintes questões: Os estudantes são ou não receptivos a uma metodologia ativa de aprendizagem? Como reagem? Atividades potencialmente significativas envolvem os estudantes e promovem uma aprendizagem significativa? Os dados analisados têm origem em diversos instrumentos, todos relacionados com a aprendizagem de conceitos de Trigonometria, em uma classe de estudantes do segundo ano, de uma escola estadual de Ensino Médio de Caxias do Sul, no decorrer do segundo trimestre de 2014. Das análises realizadas têm-se indicativos de respostas favoráveis às questões que nortearam esta pesquisa e com os quais se alcançou o objetivo geral de investigar uma estratégia pedagógica ativa, para promover a aprendizagem de conceitos de Trigonometria. Como produto deste estudo e pesquisa, sistematizou-se a proposta pedagógica na forma de um blog – Aprendizagem Significativa de Trigonometria – que pode ser acessado em https://aprendizagemsignificativatrigonometria.wordpress.com/.

Palavras-chave: Educação matemática. Aprendizagem ativa. Aprendizagem significativa. Trigonometria.

ABSTRACT

This work presents a research in Mathematics Education which generated a differentiated pedagogical approach to the study of Trigonometry, developed based on constructivist concepts and based on learning theories of Ausubel (2003) and Vygotsky (1989). The action-research, from the qualitative and participatory types, supported the development and implementation of the proposal which it aimed at answering the following questions: Are students receptive to an active learning methodology or not? How do they react? Do potentially significant activities involve students and promote meaningful learning? The analyzed data is originated from various instruments, all related to learning concepts of Trigonometry in a class of students in the second year of high school at a public school in Caxias do Sul, in the second quarter of 2014. The performed analyzes have indicated favorable answers to the questions that guided this research and with which it reached the general purpose of investigating an active pedagogical strategy to promote learning trigonometry concepts. As a product of this study and research, a pedagogical proposal in the form of a blog have been systemized - Significant Learning Trigonometry - which can be accessed at https://aprendizagemsignificativatrigonometria.wordpress.com/.

Keywords: Mathematics Education. Active learning. Significant learning. Trigonometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
CPA	Construção Parcial da Aprendizagem
CRA	Construção Restrita da Aprendizagem
CSA	Construção Satisfatória da Aprendizagem
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MOODLE	Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
SEDUC	Secretaria Estadual da Educação
T1...T11	Tarefas no ambiente virtual de aprendizagem
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UCS	Universidade de Caxias do Sul
UFPEL	Universidade Federal de Pelotas
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
ZDPs	Zonas de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No cotidiano das escolas, ainda é comum encontrar professores que utilizam a aula expositiva como método de ensino mais praticado, apoiado, muitas vezes, apenas pelo uso do livro didático. A aprendizagem, neste cenário, é concebida como uma ação mecanizada, e o aluno é um ser passivo, um ouvinte que não participa ativamente do processo de construção do seu conhecimento. O aluno, submetido a este tipo de metodologia de ensino, provavelmente memorizará conceitos, e sua interação com o objeto de estudo corre o risco de durar apenas até a avaliação. Sobre este entendimento, Brighenti (2003, p. 31) afirma que, "nesta forma de interpretar, a aprendizagem acontece como que numa 'impressão' dos conceitos estudados no seu cérebro". E continua afirmando que o papel do professor é, então, o de apresentar o saber na forma de definições, regras e teoremas previamente sistematizados. Percebemos, assim, com mais clareza, o sentido de um aluno passivo, pois não lhe é oferecida explicitamente a possibilidade de se envolver, de criticar, questionar verdades apresentadas como acabadas, e que devem ser guardadas em sua memória.

A prática docente, quando se restringe a dar aulas expositivas e indicar exercícios como atividades de fixação, é uma ação que tem demonstrado não ser favorável para a aprendizagem significativa dos estudantes, pois o conteúdo ensinado é descontextualizado e desprovido de significado.

Como educadora, tenho constatado que os alunos demonstram baixo desempenho em Matemática, atrelado à falta de motivação e interesse, diretamente ligados a uma metodologia tradicional, descontextualizada e distante do seu cotidiano. Para Rodriguez (1994), ao longo dos anos, a causa deste fracasso tem sido atribuída aos alunos, mas bem sabemos que não é assim, e muitos professores têm tomado para si o compromisso de mudar esse cenário, procurando atualizar a prática docente com diversas estratégias e alternativas metodológicas, que envolvam os estudantes na construção do seu aprendizado, motivados, participantes e compreendendo conceitos, e não apenas registrando e memorizando conteúdos.

No Rio Grande do Sul, estão sendo propostas várias iniciativas que buscam superar essa concepção. Destaca-se, nas escolas estaduais, a implantação do Ensino Médio Politécnico, que teve origem na proposta pedagógica do Ensino Médio Inovador, do Ministério da Educação e Cultura (MEC), oferecido para todas as escolas do nosso País.

> O Programa Ensino Médio Inovador tem como objetivo a melhoria da qualidade do ensino médio nas escolas públicas estaduais, promovendo, ainda, os seguintes impactos e transformações:

> • Superação das desigualdades de oportunidades educacionais;
> • Universalização do acesso e permanência dos adolescentes de 15 a 17 anos no ensino médio;
> • Consolidação da identidade desta etapa educacional, considerando a diversidade de sujeitos;
> • **Oferta de aprendizagem significativa para jovens e adultos**, reconhecimento e priorização da interlocução com as culturas juvenis. (BRASIL, 2009, p. 5, grifo nosso).

Tais políticas e iniciativas visam apoiar e fomentar ações pedagógicas para a melhoria da qualidade da educação, como forma de modificar o cenário educacional, tanto nas práticas docentes quanto no desempenho dos estudantes. Em tais propostas, é dada ênfase a proposituras construtivistas, sugerindo estratégias nas quais o aluno seja ativo no processo de aprendizagem, e que promovam a integração entre disciplinas ou áreas de conhecimento. De acordo com a Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio, vigente para os anos 2012 a 2014, destaca-se:

> Do ponto de vista da organização curricular, a politecnia supõe novas formas de seleção e organização dos conteúdos a partir da prática social, contemplando o diálogo entre as áreas de conhecimento; **supõe a primazia da qualidade da relação com o conhecimento pelo protagonismo do aluno sobre a quantidade de conteúdos apropriados de forma mecânica.** (SEDUC, 2011, p. 14, grifo nosso).

Na nova proposta do Ensino Médio do governo estadual, ao supor novas formas de seleção e organização dos conteúdos, a partir da prática social, esses se aproximariam da vivência real dos estudantes, por meio da contextualização e do estreitamento da relação entre teoria e prática, com uma atuação favorável à construção de novas aprendizagens.

No novo Ensino Médio, é dada ênfase ao aluno como protagonista na construção do conhecimento, afastando a ideia da simples memorização de conteúdos, cabendo a ele o papel de agente principal do seu aprendizado.

Em Matemática, este protagonismo do estudante é imprescindível para tornar o ensino significativo e, ao refletir sobre os métodos por mim utilizados em sala de aula, busquei transformar a minha atuação como educadora, inspirada por essa nova proposta do Ensino Médio.

Como fonte de fundamentação e qualificação dessa transformação por mim pretendida, fui buscar, num curso de mestrado, a construção continuada da minha formação, para aprimorar e dar mais sentido e significado à minha prática pedagógica.

O Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, proporcionou-me cursar disciplinas como a de Tópicos de Geometria, que serviu de motivação para que escolhesse repensar e construir uma metodologia para o ensino de Matemática. Nessa disciplina, fui desafiada com atividades potencialmente significativas,[1] que propiciaram visualização, análise, dedução e compreensão de conceitos trigonométricos, ações que são a essência da aprendizagem significativa.[2]

Ademais, a Trigonometria é um conteúdo no qual muitos alunos apresentam dificuldades de entendimento. Ao mesmo tempo, por sua natureza conceitual e histórica, tem muitas possibilidades de contextualização e situações de aplicação, que eu compreendia poderem integrar a composição de uma nova forma didática.

Assim, escolhi o processo de ensino e aprendizagem de Trigonometria, como um objeto de estudo para a minha pesquisa e dissertação de mestrado, pois me sinto mais encorajada a construir e experimentar uma metodologia diferenciada para este conteúdo, elaborando uma condição de aprendizagem inovadora, tanto para mim quanto para os meus alunos. Com base nas premissas acima enunciadas, uma proposta pedagógica com enfoque construtivista, sustentada nas teorias de aprendizagem de Ausubel (2003) e Vygotsky (1989), foi planejada e aplicada numa classe de Ensino Médio.

Essa proposta surge como possibilidade de promover a participação ativa dos alunos no processo de construção do conhecimento, instigando a curiosidade e a criatividade, para resolverem problemas e desafios em atividades potencialmente significativas de Trigonometria.

Assim, construi o tema desta pesquisa e dissertação – *Uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de Trigonometria* –, que foi aplicada aos estudantes do 2ª ano do Ensino Médio Politécnico da Escola Estadual Técnica de Caxias do Sul, no segundo trimestre do ano de 2014. O foco da proposta foi a aprendizagem ativa e significativa mediante a proposição de materiais e atividades também potencialmente significativos para a construção de conceitos de Trigonometria.

O produto final desta pesquisa consta no Apêndice A e constitui a sistematização dessa proposta, como forma de compartilhar, com professores e estudantes em formação para a docência, este estudo e as atividades que compõem a estratégia pedagógica elaborada para o ensino e aprendizagem de Trigonometria.

---

[1] Atividades Potencialmente Significativas podem ser entendidas como materiais de aprendizagem que tenham significado lógico; esses devem ter estrutura, organização e linguagem adequada, e o aluno precisa ter conhecimentos prévios adequados para dar significado aos conhecimentos veiculados a esse material. (MOREIRA, 2011)

[2] “Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe.” (MOREIRA, 2011, p. 13)

O desenvolvimento de todo este trabalho está ancorado em teorias de aprendizagem significativa e ativa, nas quais se defende a ideia de que o aluno vai construir o conhecimento realizando atividades, que resultarão em conceitos, que o professor almeja que sejam compreendidos. A aprendizagem ativa, na concepção de Polya (1977), significa a condição de o aluno poder descobrir, dos objetos de conhecimento, tanto quanto lhe é possível, considerando as suas condições de aprendizagem e as que são propiciadas pelo professor. Nessa perspectiva, o professor deve fornecer subsídios para que o aluno construa o conhecimento, que ele se envolva em ações de investigação e descobertas.

Com essa nova abordagem metodológica, focada na aprendizagem significativa e ativa, pretendo, no final desta dissertação, responder as seguintes questões: **Os estudantes são receptivos a uma metodologia ativa de aprendizagem? Como reagem? Atividades potencialmente significativas envolvem os estudantes e promovem uma aprendizagem significativa?**

Sendo assim, este trabalho foi desenvolvido para construir subsídios que respondessem aos questionamentos levantados, alimentando a expectativa de que respostas favoráveis, com relação à aprendizagem dos alunos, sejam obtidas; afinal eles serão sujeitos ativos na construção do seu próprio saber. Posso então dizer que, neste trabalho, **o objeto de estudo é a aprendizagem significativa de Trigonometria no Ensino Médio** com o objetivo geral**, o de investigar uma estratégia pedagógica ativa, para promover aprendizagem significativa de conceitos de Trigonometria**.

Os **objetivos específicos** desdobram-se em três propósitos:

– **fundamentar a estratégia pedagógica, a ser proposta, em teorias de aprendizagem construtivistas**;

– **elaborar materiais didáticos e atividades potencialmente significativas, para compor a estratégia de aprendizagem ativa e significativa de conceitos de Trigonometria**;

– **criar um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) no Moodle para a organização e o registro das atividades que serão propostas e desenvolvidas, além de propiciar um espaço de interação entre os sujeitos envolvidos**.

Como forma de dar uma visão geral do trabalho, descrevo, de forma breve, cada uma das seções em que este texto está organizado.

Nesta introdução foi apresentada a justificativa do tema, o problema de pesquisa e os objetivos a serem alcançados.

No capítulo “Alicerce teórico: fundamentos de uma construção”, destaco subsídios das teorias de Ausubel e Vygotsky, como fundamentação para o desenvolvimento da pesquisa, bem como apresento aspectos relevantes de processos de aprendizagem em Matemática.

No capítulo “A construção do percurso”, a pesquisa, que investiga os efeitos de uma estratégia pedagógica ativa para promover a aprendizagem significativa de conceitos de Trigonometria, é apresentada como empírica e qualitativa e é respaldada no método da pesquisa-ação.

Além disso, neste texto, evidencio o ato de planejar como ação pedagógica fundamental para que as aulas transcorram de maneira investigativa e com chances de o aluno aprender significativamente. Para a metodologia de ensino e aprendizagem, segui o modelo criado por Santos (2008), que propõe sete passos para desenvolver um planejamento que contemple a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel.

No capítulo “Resultados e o que revelam”, destaco o AVA como espaço de organização dos registros de proposição e realização das atividades. Incluo, também, as unidades de análise, compostas pelas produções dos alunos nas tarefas, avaliações, autoavaliações; nos pareceres descritos e nas apreciações em relação à metodologia e aos processos de aprendizagem, compondo, assim, um dossiê para dar visibilidade ao alcance dos objetivos almejados. Os resultados da pesquisa são apresentados, visando compreender os processos de aprendizagem no percurso da aplicação da proposta pedagógica, ancorados em condições relevantes para a ocorrência da aprendizagem significativa, segundo as teorias de Ausubel e Vygotsky.

Finalmente, nas considerações finais, apresento indícios de que os objetivos propostos foram atingidos, e de que foram encontradas respostas para as questões que nortearam a pesquisa. Acrescento, ainda, nessas considerações, uma descrição sobre o produto desta pesquisa e uma reflexão da professora-pesquisadora, numa perspectiva de transformação frente aos desafios da educação e com perspectivas de seguir em estudos futuros.

2 ALICERCE TEÓRICO: FUNDAMENTOS DE UMA CONSTRUÇÃO

As teorias de aprendizagem, estudadas no curso de graduação, foram insuficientes para promover uma conscientização fundamentada à prática docente. Hoje, percebe-se que não havia a compreensão do significado do que seria refletir sobre a prática docente ou, até mesmo, a maturidade cognitiva para tal. Aquele estudo foi desprovido de significado, serviu apenas como um componente curricular do curso realizado.

Porém, na disciplina de Teorias de Ensino e Aprendizagem do mestrado, foi proposto um estudo aprofundado de algumas teorias que, agora, fazem todo o sentido e contribuem significativamente para repensar a prática docente. Estes estudos, esta nova experiência, nesta etapa da formação acadêmica continuada, possibilitaram reconhecer a importância de saber como as pessoas aprendem e as condições necessárias para que ocorra a aprendizagem. As teorias fornecem instrumentos para a análise e reflexão sobre como o aluno aprende e, com base nisso, sobre formas de ensinar. “Para a concepção construtivista, aprendemos quando somos capazes de elaborar uma representação pessoal sobre um objeto da realidade ou conteúdo que pretendemos aprender.” (COLL, 2006, p. 19).

Dar significado a teorias de aprendizagem proporcionou um melhor entendimento da relação entre ensino e aprendizagem, além de novos conhecimentos para propor e alcançar objetivos de ensino, e foi o alicerce teórico que embasou a construção de uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de Trigonometria.

No planejamento dessa proposta pedagógica, foram elaboradas atividades potencialmente significativas, com a intenção de promover a atividade mental construtiva do aluno, ou melhor, instigar a capacidade de elaborar uma representação sobre o conteúdo, por meio de tarefas que lhe foram colocadas como desafios.

Dentre as teorias cognitivistas estudadas, utilizou-se, como aporte teórico, a de Ausubel e a de Vygotsky. Ausubel destaca a importância de o professor conhecer os conhecimentos prévios dos alunos, pois esses servirão de âncora para ensinar o conhecimento novo, de maneira substantiva e não arbitrária,[3] afinal “o fator mais importante que influi na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Isto deve ser averiguado e o ensino deve depender

[3] Segundo Moreira (2011), ensinar de maneira substantiva significa levar em consideração conceitos mais importantes da matéria de ensino, evitando informações desnecessárias, que podem vir a atrapalhar ou dificultar a organização cognitiva do aluno, ao passo que ensinar de maneira não arbitrária significa que o material potencialmente significativo deve “ancorar-se” em conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do aluno.

desses dados." (MOREIRA, 2006, p. 13). A teoria sociocultural de Vygotsky (1989) sustenta que as interações sociais são fundamentais para o desenvolvimento humano. O conhecimento é construído pelas interações e colaborações entre os alunos.

As duas teorias defendem um modelo de ensino em que o aluno tem participação ativa e constrói, com base em suas experiências, novas informações e interações com os outros, na medida em que se ajudam mutuamente.

2.1 ORIENTAÇÕES DO CONSTRUTIVISMO PARA A PRÁTICA DOCENTE

Esta proposta pedagógica foi elaborada com base na concepção construtivista acerca da aprendizagem. O construtivismo, de acordo com Bidarra e Festas (2005), não é considerado uma teoria de instrução, mas sim do conhecimento. Segundo essa autora, o construtivismo assume várias modalidades, de acordo com as diferentes bases que lhe estão subjacentes. Por haver uma diversidade de base e interpretações, pode

> estender-se da teoria genética piagetiana à **teoria sociocultural de Vygotsky**, **passando pela teoria de aprendizagem significativa de Ausubel**, pela teoria do esquema e, pelos modelos de processamento da informação, as variantes do construtivismo trivial ao radical, do pessoal ao social. (BIDARRA e FESTAS, 2005, p. 177, grifo nosso).

O papel ativo do sujeito, na construção do seu conhecimento, é reconhecido como denominador comum nas diferentes formas de conceber, interpretar e atuar com base no construtivismo. (DELGADO, 1998). Assim, é importante que na organização do ensino considere-se a participação ativa dos alunos na aprendizagem, forma que se opõe a métodos tradicionais dominados pela transmissão de conteúdos. O construtivismo supõe uma construção própria que vai se produzindo dia a dia, como resultado da interação com o meio físico e social. Assim, o conhecimento não é concebido como uma cópia da realidade, mas como uma construção do ser humano.

Mas afinal, como conciliar a ideia de que o conhecimento é construído e não transmitido, com a posição de Ausubel (2003), ao defender a aprendizagem por recepção significativa, verbal, assente no método expositivo, de acordo com os princípios da diferenciação progressiva[4] e reconciliação integradora,[5] com vistas ao desenvolvimento de

---

[4] Diferenciação progressiva é um princípio da aprendizagem significativa, pelo qual se reconhece que a toda a retenção e a organização das matérias é hierárquica por natureza, procedendo de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão. (AUSUBEL, 2003, p. 6).

conceitos?

Segundo Derry (1996), a maioria dos psicólogos cognitivos e educacionais considera que toda a aprendizagem significativa é uma forma ativa da construção do conhecimento. Assim, no sentido ausubeliano, segundo Bidarra e Festas (2005), ao reconhecer o papel ativo do sujeito na construção de novos conceitos, ele usa as estruturas cognitivas existentes na interpretação dos estímulos do meio, e esses se modificam em virtude da introdução do novo conhecimento.

Os conhecimentos prévios são estruturas cognitivas já existentes e que servem como ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos, e a concepção construtivista assume esse fato como um elemento central na explicação dos processos de aprendizagem e ensino, na sala de aula. O fato de aprender qualquer conteúdo implica atribuir um sentido e construir significados, e estes não são feitos no vazio, mas, sim, numa base de significados já construídos previamente. Sendo assim, o construtivismo tem como princípio a construção de conceitos pelo aluno, com base em atividades vividas e experimentadas por ele mesmo.

Para Mauri (1998, p. 87), "o professor, por sua vez, se torna um participante ativo do processo de construção de conhecimento, cujo centro não é a matéria, mas o aluno e a aluna que atuam sobre o conteúdo que devem aprender". A construção pessoal de conhecimentos pelos alunos caracteriza-os como construtores ativos, e o papel do professor é o de desafiá-los a construírem tais conhecimentos.

No que tange ao construtivismo social, a teoria de Vygotsky remete ao professor o papel de mediador e ao aluno a construção do conhecimento. Dessa forma, o professor deve estabelecer o suporte necessário ao aluno e atuar na zona de desenvolvimento proximal,[67] de modo a possibilitar que o estudante passe de uma fase em que ele consegue realizar uma tarefa com ajuda do outro, para uma fase em que se torna capaz de realizar sozinho a mesma tarefa.

Outra ideia, oriunda do construtivismo social, é a de que os trabalhos em grupo e a cooperação entre pares favorecem a negociação de significados e conflitos sociocognitivos

---

[5] Reconciliação integradora é um princípio orientador para a tarefa de ensino, indicando que o professor ou os materiais de instrução devem prever e contra-atacar, explicitamente, semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas, nas estruturas cognitivas dos aprendizes. (AUSUBEL, 2003, p. 6).

[6] Zona de desenvolvimento proximal é definida por Vygotsky como a "distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas, sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes". (VYGOTSKY, 2007, p. 97).

[7] No original do livro Vygotsky (2007) consta Vygotski, mas, por questão de harmonização do texto, optamos escrever sempre Vygotsky.

que são essenciais para a aprendizagem. (BIDARRA e FESTAS, 2005). As perspectivas socioculturais da aprendizagem, na linha vygotskyana, pressupõem uma ligação direta entre processos coletivos e individuais.

A contextualização das aprendizagens é um princípio psicopedagógico construtivista, pelo qual se tem a orientação de criar um contexto para que atividades a serem desenvolvidas possam ser percebidas com sentido para os estudantes. Ou seja, é importante construir um vínculo que estabeleça o sentido da atividade, com situações reais de aplicação, ou de relação com outras aprendizagens já desenvolvidas, com as quais essas atividades estejam associadas. Segundo Santos,

> essa necessidade decorre de uma característica fundamental do cérebro humano que é a totalização. O cérebro percebe primeiro a forma global, o contexto total do objeto. Dessa forma, não há aprendizagem significativa se não houver construção de sentido. (SANTOS, 2008, p. 74).

O dar sentido caracteriza-se como uma das sete etapas propostas por Santos (2008), que serão descritas no capítulo três. Ainda, o construtivismo deve ser visto como uma teoria do conhecimento, um fundamento que pode ajudar o professor a considerar conhecimentos do seu aluno e com isso criar estratégias de ensino que promovam a aprendizagem significativa.

2.2 APRENDIZAGEM NAS CONCEPÇÕES AUSUBELIANA E VYGOTSKYANA

Ausubel, ao elaborar a teoria da aprendizagem significativa, procura explicar a aprendizagem e o ensino tendo o aluno como foco do processo. Para Ausubel (2003), a aprendizagem é muito mais significativa à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno e adquire significado para ele, a partir da relação com o que já conhece. O conhecimento que o aluno possui (conhecimentos prévios) é o ponto de partida para a aprendizagem de novos conceitos; para Ausubel (2003), é o fator determinante do processo de aprendizagem, pois o aluno precisa encontrar alguma informação na sua estrutura cognitiva, para que possa relacionar e armazenar o novo conteúdo de maneira não arbitrária. Mas, afinal, o que é aprendizagem significativa?

Na concepção ausubeliana, "é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe". (MOREIRA, 2011, p. 13). Na ótica vygotskyana, a aprendizagem significativa pode ser vista como um desenvolvimento cognitivo, que ocorre pela conversão de relações sociais em funções mentais, por meio da internalização de instrumentos e signos, que são construções sócio-históricas e culturais, e a apropriação destas construções se dá via interação social.

Ausubel (2003) refere-se aos conhecimentos prévios como o fator que mais influi na aprendizagem. Segundo Moreira (2011, p.28), “subsunçores seriam, então, conhecimentos prévios especificamente relevantes para a aprendizagem de outros conhecimentos”. Vygotsky (2007) destaca os signos e instrumentos como construções sociais, e a internalização destas construções como uma reconstrução mental do aprendiz.

Para Vygotsky, o conhecimento que o aluno constrói acontece “[...] por meio de ações externas, socialmente compartilhadas, ações que irão, mediante o processo de internalização, transformando-se em ações mentais” (MOYSÉS, 2003, p. 45). Já, Ausubel “se ocupa mais da aquisição significativa de um corpo organizado de conhecimentos em situação formal de ensino e aprendizagem.” (MOREIRA, 2011, p. 55).

O professor pode orientar-se por ambas as teorias, de um lado, organizando situações de aprendizagem, em que as atividades e os materiais propostos tenham sentido para os estudantes e, de outro, organizando a classe para a realização das atividades propostas, de modo que os estudantes compartilhem saberes, ampliando o espaço de interação entre eles e os materiais de aprendizagem.

O “professor ausubeliano”, ao investigar conhecimentos prévios, norteará e planejará intervenções para a modificação de conceitos mal concebidos e para a construção de novos conhecimentos, sendo um pesquisador em sala de aula e um observador participante no desenvolvimento da aprendizagem dos seus alunos.

Para promover a aprendizagem, é preciso que o professor atue como mediador neste processo e que o aluno queira aprender. Assim, ambos, docente e aluno, devem envolver-se num processo mútuo de interação, que deve incluir o objeto de conhecimento, visando assim atribuir significados e desenvolver aprendizagem com compreensão de conceitos.

Segundo Ausubel, “a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis.” (apud MOREIRA; MASINI, 2006, p. 24). Para que o docente possa encontrar evidências de que o aluno realmente compreendeu significativamente, é preciso utilizar situações novas, diferentes daquelas encontradas no material que lhe foi apresentado e que exijam transformação do conhecimento existente.

Quanto ao “professor vygotskyano”, Freitas (2000) explica que é aquele que, detendo mais experiência, intervém mediando a relação do aluno com o conhecimento. Ele está sempre, em seu esforço pedagógico, procurando criar zonas de desenvolvimento proximal

(ZDPs), que podem ser entendidas como períodos de transição para funções que estão em processo de maturação, ou seja, entre o *nível de desenvolvimento potencial* e o *nível de desenvolvimento real*. São períodos em que determinadas tarefas, num primeiro momento, o aluno só consegue fazer com a ajuda de alguém, mas que um pouco mais adiante certamente conseguirá fazer sozinho.

O *nível de desenvolvimento real* apresenta-se nas conquistas que o aluno tem ao desenvolver tarefas de forma independente, refere-se a etapas alcançadas, que já foram conquistadas; são resultados de processos de desenvolvimento já completados, consolidados. O *nível de desenvolvimento potencial* também se refere àquilo que o aluno é capaz de fazer, só que, neste caso, ele precisa da ajuda do educador ou de outra pessoa.

São características básicas da aprendizagem significativa, na concepção ausubeliana, a *não arbitrariedade* e a *substantividade* e na vygotskyana, criar *zonas de desenvolvimento proximal*.

A *substantividade* na aprendizagem, em Ausubel (2003), significa aprender com sentido, com compreensão de significados, evitando-se informações desnecessárias e que podem vir a atrapalhar ou dificultar a organização cognitiva do aluno. Além disso, o conteúdo precisa ter boa ordenação lógica, que deve ser feita pensando sempre na interação com conhecimentos prévios do aprendiz.

Por não arbitrariedade, por sua vez, deve-se entender que a incorporação, compreensão e fixação de novos conhecimentos na estrutura cognitiva, de fato, acontecem quando o material potencialmente significativo “se ancora” em conhecimentos especificamente relevantes preexistentes. Assim, o material potencialmente significativo se relaciona de maneira não arbitrária, na medida em que ideias, conceitos, proposições especificamente relevantes estejam adequadamente claras e disponíveis na estrutura cognitiva do aluno e funcionem como pontos de “ancoragem” ao novo conhecimento, estabelecendo ligações entre o novo conhecimento com conhecimentos já existentes.

No que se refere à organização de um processo de aprendizagem significativa, Ausubel (2003) propõe quatro princípios programáticos do conteúdo: *diferenciação progressiva*, *reconciliação integradora*, *organização sequencial* e *consolidação*.

O primeiro princípio, segundo Ausubel (2003, p. 6), “reconhece que a maioria da aprendizagem e toda a retenção e organização das matérias é hierárquica por natureza, procedendo de cima para baixo em termos de abstração, generalidade e inclusão”. Assim, conceitos mais gerais do conteúdo da matéria de ensino devem ser apresentados no início da instrução, pois é mais fácil para os alunos captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo, previamente aprendido, do que chegar ao todo a partir de suas partes.

No princípio da *reconciliação integradora* destaca-se a tarefa de explicitar as semelhanças e diferenças entre novas ideias e aquelas já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos alunos.

Os princípios programáticos da "diferenciação progressiva e reconciliação integradora são dois processos, simultâneos, da dinâmica da estrutura cognitiva." (MOREIRA, 2011, p. 42).

Ao longo de uma proposta pedagógica de ensino, conforme está sendo apresentado nesta dissertação, os conteúdos gerais e específicos são considerados numa perspectiva de diferenciação e integração, acontecendo, intencionalmente, ao mesmo tempo, num movimento de descer e subir, várias vezes, tanto na dinâmica da estrutura cognitiva como no ensino. Moreira ressalta:

> Não é, no entanto, o que acontece normalmente no ensino de qualquer disciplina na escola. Os conteúdos são listados em um programa que é seguido linearmente, sem idas e voltas, sem ênfases, e que deve ser cumprido como se tudo fosse importante, ou como se os aspectos mais importantes devessem ficar para o final. (MOREIRA, 2011, p. 43).

Do ponto de vista cognitivo, se o aluno tiver uma visão inicial do todo, progressivamente essas ideais mais gerais vão se diferenciando, e a aprendizagem significativa será facilitada.

Ausubel (2003) recomenda também o uso dos princípios da *organização sequencial* e da *consolidação* para facilitar a aprendizagem significativa. O primeiro deles consiste em sequenciar em tópicos a matéria de ensino, criando uma dependência natural com aqueles que os antecedem. A *consolidação* tem a ver com o domínio dos conhecimentos prévios, ou seja, deve-se priorizar o conhecimento do que está sendo estudado, antes que novos materiais sejam introduzidos, assegurando contínua prontidão (facilidade) na matéria de ensino.

O desenvolvimento cognitivo, na perspectiva vygotskyana, não pode ser entendido sem referência ao contexto social, histórico e cultural no qual ocorre. Conforme Moreira,

> os processos mentais superiores do indivíduo têm origem em processos sociais. O desenvolvimento desses processos no ser humano é mediado por **instrumentos e signos** construídos social, histórica e culturalmente no meio em que ele está situado. (MOREIRA, 2011, p. 91, grifo nosso).

A internalização de instrumentos e signos de Vygotsky pode ser, então, comparada à visão ausubeliana, em que há atribuição de significado lógico dos materiais de aprendizagem, que se transformam em significado psicológico para o aluno.

Outro conceito ausubeliano é o que se refere aos *organizadores prévios*, que são apresentações feitas ao aluno pelo professor, para estabelecer relações adequadas entre o conhecimento novo e o que ele já possui. Moreira (2011) acredita que não seriam necessários muitos estudos para chegar à conclusão de que o efeito dos organizadores prévios, como um recurso instrucional, ora causaria efeito ora não, pois a aprendizagem significativa depende da disponibilidade dos conhecimentos prévios de cada aluno e, dificilmente, este recurso poderia ser substituído quando tal disponibilidade não existe.

As atividades colaborativas, em pequenos grupos, tanto na perspectiva ausubeliana quanto na vygotskyana, têm um grande potencial, pois viabilizam a negociação de significados, e colocam o professor na posição de mediador. Para Moysés (2003, p. 51), “Vygotsky, ao apontar o papel da interação social no desenvolvimento das funções mentais mais elevadas, abriu uma nova perspectiva no estudo da atividade grupal”.

A aprendizagem significativa, num enfoque vygotskyano, acontece primordialmente por meio da conversão de relações sociais em funções mentais, e tal conversão ocorre em dois níveis: primeiro, no social, entre pessoas e só após individualmente. Além da interação, Vygotsky também valoriza o meio no qual o aluno está inserido, dizendo que a aprendizagem ocorre na interação, ou seja, o aluno manipula, interage com o conhecimento, e nessa interação estabelece conjecturas e internaliza novos saberes.

A mediação do outro, nas instâncias de produção e compreensão de ideias e conceitos, é fundamental para o desenvolvimento cognitivo, social e cultural, visto que a construção do conhecimento se dá de forma partilhada.

Por fim, o papel da linguagem e da mediação humana deve ser destacado na aprendizagem significativa. Ausubel (1963), em sua teoria, situa a linguagem como essencial para a conceitualização. Moreira (2011) aponta, na mesma linha, a grande relevância da linguagem para as posturas teóricas de Vygotsky. Para Vygotsky, no processo de desenvolvimento cognitivo, a interiorização de novos conceitos passa a contribuir na criação de novos instrumentos e signos, que são mediados por interações sociais, nas quais a linguagem é fundamental. Moreira caracteriza a linguagem

> como um sistema articulado de signos, construído socialmente ao longo da história, veicula significados instituídos relativamente estáveis, embora mutáveis, o que faz a polissemia das palavras. Entretanto, esses significados adquirem sua significação no contexto da interlocução. (MOREIRA, 2011, p. 64).

Na concepção ausubeliana, Moreira (2011) afirma que três conceitos estão envolvidos na aprendizagem significativa – *significado*, *interação* e *conhecimento* – e, subjacente a esses, está a linguagem, entendida como sistema articulado de signos, que podem ser classificados como icônicos ou simbólicos.

Nesta explanação teórica foram destacados elementos fundamentais das teorias de Ausubel e Vygotsky, com a mediação interpretativa e explicativa de Moreira (2011) e de outros autores, dos quais serão extraídas "âncoras" para compreender os processos de aprendizagem, decorrentes da aplicação da proposta pedagógica construída, visando o envolvimento dos estudantes na realização de atividades significativas de Trigonometria.

2.3 APRENDER, ENSINAR E AVALIAR EM PROCESSOS DE APRENDIZAGEM

É comum dizer ou ouvir dizer que, em escolas tradicionais, é oferecida uma quantidade considerável de conhecimentos aos alunos, para que sejam aplicados em problemas ou exercícios variados, num treinamento excessivo de memorização. Segundo Becker (2001, pp. 62-63), "[...] a metodologia de ensino da escola continua a insistir no treinamento visando o domínio de algoritmos, de gramatiquices, de decorebas mil". No final de uma etapa escolar, parece que pouco importa se os alunos esqueceram por completo uma definição, por exemplo, do seno ou cosseno de um dado ângulo; passar aos alunos o máximo possível de informações previstas, na grade curricular, dá uma impressão de qualidade do trabalho docente.

Como professora pesquisadora, percebe-se ainda muito forte essa tendência, nas escolas, do cumprimento de um programa curricular, seja por exigência do próprio setor pedagógico ou até mesmo pela cobrança dos pais. Mas, afinal, de nada adianta tanto conhecimento, se no final o esquecimento predomina e, na maioria das vezes, a memorização prevalece sobre o raciocínio. Segundo Piaget, conquistar por si mesmo um certo saber,

> [...] com a realização de pesquisas livres, e por meio de um esforço espontâneo, levará a retê-lo muito mais; isso possibilitará sobretudo ao aluno a aquisição de um método que lhe será útil por toda a vida e aumentará permanentemente a sua curiosidade, sem o risco de estancá-la; quando mais não seja, ao invés de deixar que a memória prevaleça sobre o raciocínio, ou submeter a inteligência a exercícios impostos de fora, aprenderá ele **a fazer por si mesmo** funcionar a sua razão e constituirá livremente suas próprias noções. (1980, p. 54, grifo nosso).

Nas palavras de Piaget, para que o aluno aprenda "a fazer por si mesmo", o professor deve planejar estratégias que privilegiem um fazer com compreensão, que explorem as muitas possibilidades de refletir sobre o fazer ou a prática, como condição necessária para o desenvolvimento cognitivo.

A avaliação deve privilegiar indicativos de uma aprendizagem com compreensão, por isso se entende que avaliar é uma ação permanente, que acompanha o processo de aprendizagem. Masetto (1996, p. 98) afirma que "não só um momento privilegiado (o da prova ou teste), pois é um instrumento de feedback contínuo para o educando e para todos os participantes". A prova é um instrumento de avaliação, mas está longe de ser representativo ou suficiente para se avaliar o processo de aprendizagem.

Avaliar as aprendizagens desenvolvidas pelos alunos, conforme Hadji (2001), numa perspectiva prognóstica, cumulativa e formativa, requer a intervenção do professor, pois, ao avaliar, três aspectos básicos devem ser considerados: o primeiro compreende os avanços, ou seja, as conquistas dos estudantes que favorecem a autoestima, tanto do professor quanto do aluno; também deve-se levar em conta as necessidades, que são as lacunas, dificuldades, os erros e a tomada de consciência para a superação, que é ponto estratégico da intervenção; por último, as potencialidades, em que se desenvolve um olhar mais sensível para prever até mesmo o que não estava nos objetivos.

O ato de avaliar deve prever, também, a autoavaliação, que promove um olhar crítico, reflexivo e consciente sobre o que se faz e quanto se faz, ou seja, é uma forma de regular a própria aprendizagem, identificando acertos, erros e procurando soluções alternativas.

O sujeito constrói o seu conhecimento; consequentemente, constrói também a sua avaliação; dessa forma, ninguém melhor do que o próprio aluno para dizer o que está ou não aprendendo. (SEDUC, 2013, p. 17). Nessa perspectiva de avaliação dialética, libertadora, mediadora, diagnóstica e formativa, o professor, ao planejar o ensino, precisa incluir atividades que contemplem aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais para que, assim, consiga acompanhar e avaliar o seu processo de ensino e a aprendizagem do seu aluno de forma mais ampla.

Por fim, os registros de todo o percurso da avaliação devem ser apontados, como sugere Hoffmann (2008), em fichas de avaliação ou de acompanhamento, dossiês, portfólios, bem como providenciar autoavaliação que, no final, auxiliarão o professor, e também o estudante, a compreenderem os processos de aprendizagem e, assim, concluírem os resultados ou conceitos da avaliação.

2.4 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática é uma área de conhecimento em que se estuda o ensino e a aprendizagem da matemática; caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 5). Como professora-investigadora, ao fazer pesquisa em Educação Matemática, pretende-se ensinar Trigonometria de maneira significativa para os alunos e, ao mesmo tempo, refletir sobre a prática docente, por meio da análise de resultados que revelem compreensão de significados.

A disciplina denominada Matemática, segundo D'Ambrósio (2003), tem sido conceituada como a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, criada e desenvolvida em outros tempos, em virtude dos problemas e das necessidades enfrentados naquela época.

Atualmente, a Matemática apresenta-se com um rigor científico de natureza diferente do que tinha quando ela foi criada. Ainda sim, para D'Ambrósio (2003), a aprendizagem por excelência requer a capacidade de explicar, de apreender e compreender, de enfrentar criticamente situações novas. Acrescenta ainda que aprender não é um mero domínio de técnicas e habilidades, nem a memorização de algumas explicações e teorias.

A aprendizagem por excelência, conforme D'Ambrósio (2003), depende da estratégia utilizada pelo professor para ensinar matemática, propiciando ao estudante ir além da memorização, criando situações para que ele possa interpretar e reconhecer fenômenos matemáticos que o rodeiam, com compreensão de significado.

Segundo Pais (2006, p.61), "um dos desafios da educação matemática é articular compreensão e memorização". A função da memorização deve estar em sintonia com a compreensão do conteúdo. Para haver compreensão é necessário que as condições de aprendizagem ofereçam sentido para o aluno, e isso pode ser feito por meio da contextualização.

As diretrizes curriculares para o Ensino Médio propõem que, pelo fato de a matemática ser parte integrante da educação básica, deve ser desenvolvida de forma contextualizada e interdisciplinar.

Para Dante (2000), os estudos e pesquisas em Educação Matemática demonstram que para se ter boas práticas em sala de aula deve se ter em mente alguns princípios que, de forma resumida são:

- apropriar-se de conceitos e procedimentos matemáticos básicos contribui para a formação do cidadão que se engajará no mundo do trabalho, nas relações sociais, culturais e políticas;
- compreender e usar as ideias básicas de matemática no seu dia a dia é um direito de todos os alunos, e não apenas daqueles que têm mais afinidade com o raciocínio lógico;
- numa sociedade do conhecimento e da comunicação, é preciso que os alunos comecem a comunicar ideias, procedimentos e atitudes matemáticas, trabalhando individualmente, em duplas e em pequenas equipes, colocando o que pensam e respeitando o pensamento dos colegas;
- os conteúdos devem ter relevância social; precisam estar articulados entre si e conectados com outras áreas do conhecimento;
- aprender matemática é também aprender a resolver problemas, para isso é preciso apropriar-se dos significados dos conceitos e procedimentos com total compreensão para saber aplicá-los em situações novas;
- os materiais didáticos auxiliares do professor, quando adequadamente utilizados, ajudam na compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos;
- a avaliação dos objetivos, dos conteúdos trabalhados, dos métodos desenvolvidos, dos materiais didáticos usados e do envolvimento dos alunos precisa ser contínua, para reorientá-los continuamente por aproximações sucessivas.

Tais princípios norteadores para a matemática, no Ensino Médio, serviram como referenciais para a proposta didática elaborada. Para o futuro cidadão que se engajará no mundo do trabalho, das relações sociais, culturais e políticas, é importante apropriar-se dos conceitos e procedimentos básicos, além de compreender o contexto histórico e sociocultural em que a matemática foi desenvolvida e continua se desenvolvendo. Ao perceber que a matemática da escola e a matemática da vida podem estar engajadas, o aluno passa a compreender o mundo à sua volta e amplia a sua possibilidade de atuar nele.

Assim, segundo D'Ambrósio (2003) referirmo-nos a uma matemática contextualizada e apresentar a ciência relacionada a problemas de hoje e ao interesse dos alunos, a fim de desenvolver um programa dinâmico, fundamentado teoricamente, para as necessidades atuais.

2.5 ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

O fazer matemático mobiliza quatro diferentes tipos de raciocínios ou intuições: o pensamento indutivo; o raciocínio lógico-dedutivo; a visão geométrico-espacial e o pensamento não determinístico. (BRASIL, 2014, p. 9).

O professor, para colaborar com a formação global do seu aluno, precisa construir estratégias que permitam a utilização de cada tipo de pensamento, a fim de explorar as características dessa ciência, para favorecer o desenvolvimento integral do educando. Na trigonometria, por exemplo, usamos raciocínio lógico-dedutivo na dedução da relação fundamental da Trigonometria ($sen^2x + cos^2x = 1$), a partir do Teorema de Pitágoras. Segundo abordagem no caderno V, etapa II, da Formação de Professores do Ensino Médio,

> muitas das escolhas de conteúdos feitas por nós professores parecem indicar uma abordagem mais concentrada em um determinado tipo de pensamento matemático, a saber, o raciocínio lógico-dedutivo. Ainda assim, é muito característico das abordagens mais tradicionais, confundir o pensamento lógico-dedutivo com a simples memorização de regras e fórmulas. (BRASIL, 2014, p. 11).

A diferença está na forma como estes conceitos são abordados. Se forem simplesmente prescrições de regras, não irão promover o desenvolvimento do raciocínio, nem aprendizagens significativas. Para desenvolver esses quatro tipos de raciocínio ou intuições, o professor precisa proporcionar experiências escolares, fazendo escolhas adequadas às necessidades de compreensão e usos dos conhecimentos matemáticos em contextos aplicados.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio,

> [...] tradicionalmente a Trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis. (BRASIL, 2002, p. 118).

Nesta direção, sugerida pelos PCNs do Ensino Médio, propõe-se a elaboração desta proposta metodológica para um estudo significativo da Trigonometria, reconstruindo conhecimentos com os estudantes e aplicando-os em situações-problema, contextualizadas ou mesmo em situações de experimentos reais. Nesse sentido, torna-se essencial que contextos de interesses dos estudantes sejam considerados na escola, estabelecendo um diálogo entre saberes e a prática educativa, além de buscar situações que possibilitem aos alunos perceberem a presença destes conhecimentos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998a) recomendam que o ensino da Matemática deva gerar o desenvolvimento do pensamento crítico, através da utilização de diferentes fontes de informação e recursos. Neste sentido, é fundamental a crítica relativa ao uso da calculadora científica, como no caso dos resultados obtidos para seno e cosseno de um dado ângulo, ou de outros recursos tecnológicos, para construir o gráfico de uma função trigonométrica.

Mas afinal em quais condições a calculadora pode promover um aprendizado potencialmente significativo?

A utilização da calculadora deve estar em consonância com a aprendizagem significativa do cálculo. Por isso a importância de que o aluno compreenda o cálculo mesmo utilizando a calculadora. Diversas vantagens são apontadas sobre o uso deste instrumento, especialmente como um apoio aos alunos, quando precisam investigar relações matemáticas, uma vez que possibilitam a utilização de dados reais, como números muito grandes ou muito pequenos, além da elaboração de estratégias que solicitam a análise crítica dos resultados. (CEBOLA; PONTE, 2008).

Os alunos, quando aprendem de forma crítica, terão mais chances de se autoavaliarem, corrigindo suas estratégias; erram menos ao se depararem com resultados equivocados, pois tiveram a compreensão dos resultados obtidos, apresentando predisposição de agir e pensar.

Outro recurso tecnológico de que o professor pode lançar mão, como apoio no desenvolvimento de significados, são os *softwares* que possibilitam o processamento algébrico, numérico e geométrico, e desempenham um papel importante na consolidação de ideias. Com o uso de um *software* de geometria dinâmica, por exemplo, há possibilidades de se fazer um estudo de variações e manipulações de gráficos, que muitas vezes tornam-se complexos de serem feitos à mão livre. Além disso, os *softwares* ajudam a construir um ambiente interativo, tornando a aula mais dinâmica e produtiva.

No que se refere ao uso de *software* no meio educacional, Valente (1999) afirma que as tecnologias da informática podem ser relevantes nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e destaca algumas modalidades de programas computacionais que podem ser utilizados em sala de aula.

Das características dos *softwares*, segundo Valente (1999), os de geometria dinâmica são semelhantes aos simuladores, pois envolvem a criação de modelos dinâmicos e simplificados do mundo real, que permitem a exploração de diferentes situações, como, por exemplo, transformações no gráfico da função seno ou cosseno, quando modificado algum parâmetro na função-base. Para Valente,

> Um determinado fenômeno pode ser simulado no computador, bastando para isso que um modelo desse fenômeno seja implementado na máquina. Ao usuário da simulação, cabe a alteração de certos parâmetros e a observação do comportamento do fenômeno, de acordo com os valores atribuídos. Na modelagem, o modelo do fenômeno é criado pelo aprendiz, que utiliza recursos de um sistema computacional para implementá-lo. Uma vez implementado, o aprendiz pode utilizá-lo como se fosse uma simulação. (1999, p. 95).

A manipulação dos parâmetros, para Lévy (1993), gerando a simulação de variadas conjecturas, provoca no aluno uma intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. O autor complementa, ainda, que é possível construir um *conhecimento por simulação* do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral.

A simulação, abordada tanto por Valente (1999) quanto por Lévy (1993), auxilia o aluno na compreensão de um fenômeno, pelo fato de explorar diferentes possibilidades, considerando conhecimentos existentes sobre os quais está investigando.

Ao contar com *softwares*, é possível ainda propor desafios e experimentos que levem os alunos a observarem e explorarem diferentes situações, fenômenos e propriedades, antes de serem apresentadas as definições formais. Se o aluno antecipa resultados, ideias e conceitos, a definição e propriedade podem ser melhor interpretadas na linguagem formal da matemática e, por consequência, melhor compreendidas.

O uso da tecnologia é essencial para abrir um leque de possibilidades para o fazer e o pensar matemático, buscando reconhecer e valorizar os conhecimentos e as diferentes formas de expressão dos estudantes, a fim de estabelecer um permanente diálogo com a prática educativa. (BRASIL, 2014).

As atividades investigativas com o propósito de desequilibrar os estudantes, em relação a conhecimentos ou concepções prévias, favorecem o seu engajamento e, ao se envolverem levantando hipóteses e testando-as, organizam ideias na direção da identificação de propriedades e noções matemáticas, cuja formalização pode ser feita de forma conjunta, promovendo conclusões coletivas.

A calculadora e um *software* para a construção de gráficos foram recursos imprescindíveis no desenvolvimento da proposta pedagógica elaborada, pois serviram de apoio como instrumentos para o confronto de ideias e a verificação de hipóteses, estruturando as atividades de aprendizagem como um material potencialmente significativo, dando-lhes um caráter exploratório, que permitiu o desenvolvimento da construção de muitas ideias que puderam se constituir como conclusões, a partir de fatos observados.

3 A CONSTRUÇÃO DO PERCURSO

Esta pesquisa é qualitativa e participativa, caracterizando-se como um estudo aplicado, através do qual se construiu e experimentou uma proposta pedagógica para responder as seguintes questões: Os estudantes são receptivos a uma metodologia ativa de aprendizagem? Como reagem? Atividades potencialmente significativas envolvem os estudantes e promovem uma aprendizagem significativa? Com os resultados obtidos, busca-se evidenciar e compreender os processos de aprendizagem, com base nas teorias de Ausubel e Vygostky, no contexto de aplicação da proposta pedagógica. Trata-se, portanto, de uma pesquisa empírica e qualitativa, que busca respaldar-se pelo método de pesquisa-ação.

A elaboração e o desenvolvimento deste projeto foram respaldados na pesquisa-ação, que é favorável em situações como a de caráter educacional, pois a sua utilização, como forma metodológica, possibilita que o professor pesquisador reflita sobre a sua prática, com o objetivo de aumentar o seu conhecimento e o dos estudantes considerados na situação. Nóvoa (2001) relaciona o professor reflexivo e o professor pesquisador, afirmando que eles fazem parte de um mesmo movimento, pois, segundo o autor, o professor pesquisador é aquele que reflete sobre sua prática.

No meio educacional, esse tipo de pesquisa permite ao professor pesquisador ter maior envolvimento e comprometimento em ações que visam novas formas de ensinar e aprender, em lugar, especialmente, da prática de transmitir conhecimentos, e uma das justificativas desse fato "consiste na constatação de uma desilusão para com a metodologia convencional, cujos resultados, apesar da aparente precisão, estão muito afastados dos problemas urgentes da situação atual da educação". (THIOLLENT, 1997, p. 75).

As ações de pesquisa são entendidas por Lima (2004, p. 101), como "fontes de novas estratégias pedagógicas, criadoras de novos possíveis que visem enfrentar problemas de aprendizagem ou preencher lacunas identificadas no meio onde estamos inseridos". A pesquisa-ação nesse sentido abriga, portanto, o planejamento de uma proposta pedagógica na medida em que se idealiza compreensão de conceitos trigonométricos com significado e não memorizados.

A aprendizagem significativa, na sala de aula, delineia um ideal que contribui para enfrentar problemas decorrentes da aprendizagem centrados na memorização. Além do mais, é um mecanismo de transformação e retenção de informações por mais tempo, distinto daquele que produz a prática de apenas memorizar, que permite a interiorização de quantidades limitadas e durante curtos períodos de tempo. (AUSUBEL, 2003).

3.1 A NATUREZA DA PESQUISA

A pesquisa-ação é definida por Thiollent (1997), como um tipo de pesquisa de base empírica; é concebida e realizada em função de uma ação ou da resolução de um problema, com as quais os pesquisadores e os participantes estão envolvidos de modo cooperativo e participativo. Para esse autor, a pesquisa-ação é participativa, pois envolve as pessoas implicadas na construção de situações mais favoráveis, ou na busca de solução para problemas a serem enfrentados.

A aplicação da pesquisa-ação, no contexto educativo, converge para a promoção do aperfeiçoamento de práticas em sala de aula e na resolução de problemas. É essencial uma mudança do perfil de professor passivo e expositivo, para um docente ativo, reflexivo e interveniente. (ALARCÃO, 2009). Encontrou-se na pesquisa-ação uma forma de transformar a metodologia de ensino do conteúdo de Trigonometria – que tem uma natureza prática – por meio da elaboração e aplicação de atividades potencialmente significativas, como forma de favorecer a compreensão e a retenção de conceitos por parte dos estudantes.

A retenção de conhecimentos, segundo Ausubel (2003), favorecida pela compreensão dos conceitos, norteou a elaboração da proposta pedagógica, pois é condição inerente à aprendizagem significativa, além da intenção de aumentar tanto o conhecimento da professora pesquisadora quanto dos alunos considerados na situação. “A pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas práticas como pesquisas para aprimorar o ensino e, em decorrência, o aprendizado dos seus alunos [...].” (TRIPP, 2005, p. 445).

No contexto da educação, segundo Thiollent (2003), a pesquisa-ação está associada à aprendizagem, como uma investigação associada ao processo de reconstrução em que, elementos de tomada de consciência são levados em consideração nas situações investigadas.

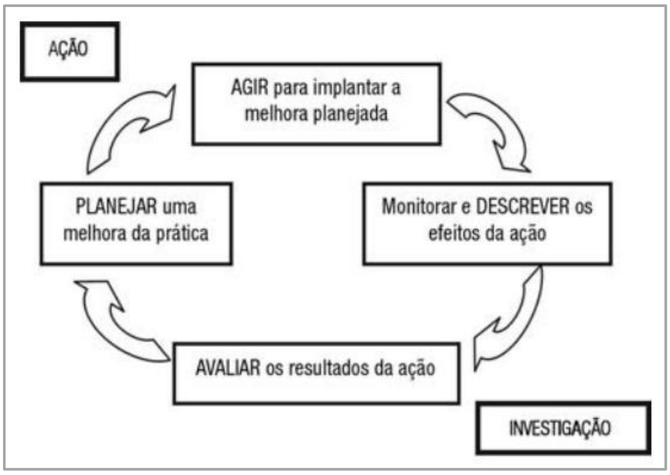
A pesquisa-ação é reconhecida, por Tripp (2005), como um tipo de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática. Esse autor acrescenta que a investigação-ação é como uma ação planejada, que transita entre as práticas cotidianas e a pesquisa científica, e esta última se faz a partir de procedimentos científicos já consolidados, tanto para a coleta quanto para a análise dos dados.

Segundo Tripp (2005), a investigação-ação potencializa o desenvolvimento de competências investigativas e de análise reflexiva da prática docente. Planeja-se, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhora de sua prática, possibilitando aprender mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria investigação.

O exercício da prática reflexiva, realizada no processo desta pesquisa, envolveu tanto pesquisadora como pesquisados, na busca por estratégias que visaram buscar soluções para os problemas, num trabalho coletivo e de relação próxima entre teoria e prática. Com base em Demo (2007, p. 139), a "pesquisa-ação é uma modalidade de pesquisa que coloca a ciência a serviço da emancipação social, com duplo desafio, o de pesquisar e participar, o de investigar e educar, de modo a articular a teoria e a prática".

O diagrama representado na Figura 1 é uma forma de ilustrar as ações que foram desenvolvidas no decorrer deste trabalho, em que os estudos, o planejamento e o desenvolvimento das atividades tiveram como foco a ação e a investigação, como uma via de mão dupla.

Figura 1 – Quatro fases do ciclo básico da investigação-ação



Fonte: Tripp, 2005, p. 446.

Na Figura 1 está ilustrado o movimento de uma investigação-ação, que pode ser interpretado, também, como uma dinâmica pedagógica: planeja-se para buscar soluções de problemas da educação; implementa-se, com o intuito de o professor pesquisador melhorar sua ação pedagógica e o aprendizado dos seus alunos; monitora-se o progresso do plano e avalia-se os resultados por meio de uma análise reflexiva.

Assim, as produções dos estudantes, os registros de acompanhamento do professor, os instrumentos de avaliação das aprendizagens, as autoavaliações e os pareceres dos alunos vão dar visibilidade aos resultados obtidos e constituirão o *corpus* da análise desta investigação.

3.2 PRELIMINARES DE UM PLANEJAMENTO

Como gestor da sala de aula, o professor tem grande liberdade, como refere D'Ambrosio (1996), e autonomia para planejar e desenvolver as ações que julgar mais adequadas e variadas, visando promover, também, a diversidade de ações e não uma rotina como atividades de estudo. Planeja-se, mas não é sempre que o professor consegue executar o que pretende; as condições de aprendizagens abarcam muitas e variadas situações, inclusive fatores externos à sala, que alteram a programação e o ritmo das aulas. A pesquisa-ação, como estratégia de pesquisa, foi considerada em função da tomada de diferentes rumos, no decorrer do desenvolvimento do projeto de pesquisa, com relação a demandas encontradas. Inicia-se, evidentemente, com um planejamento. Porém, como afirma Thiollent (2000), há um ponto de partida, que é a fase exploratória, e um ponto de chegada, referindo-se à divulgação dos resultados, mas nesse contínuo há uma multiplicidade de caminhos em função das diferentes situações diagnosticadas e vivenciadas, por vezes até inesperadamente.

Para o planejamento, como ponto de partida do processo de aprendizagem, vale destacar que conhecer os estudantes e dominar o conhecimento que se ensina são os referencias mais importantes para selecionar ou construir qualquer metodologia de ensino. Porém, como alerta Vasconcellos (2001), quanto mais fácil é para o professor ensinar, mais difícil é para o aluno estudar, e vice-versa. Assim, quanto mais o professor estudar e souber sobre a ciência que ensina, quanto melhor preparar as aulas e as puser em conformidade com as condições de aprendizagem do aluno, mais facilmente acompanhará as suas ideias, provocará mais respostas e perguntas, e será mais fácil para o aluno estudar. Segundo Vasconcellos (2003, p. 170): "Quando o professor solicita ao aluno, quando identifica, reconhece aquilo que o aluno traz, favorece o seu envolvimento, cria uma predisposição para a proposta de trabalho."

Este mesmo autor menciona que o professor, ao rever a sua proposta de trabalho para adequá-la às necessidades dos alunos, entende o planejamento como método de transformação e não como mera formalidade. (VASCONCELLOS, 2003).

O projeto de trabalho do professor pode, assim, ser um instrumento de reflexão, intervenção e avaliação, uma atividade investigativa, que permite a localização das necessidades dos alunos. O ato de planejar, com foco na aprendizagem, é fundamental para que o aluno participe das aulas, como sujeito ativo, crítico, e com mais chances de aprender significativamente.

No contexto deste trabalho, ao planejar, almeja-se o aprimoramento da prática docente numa perspectiva de investigação, no desejo de melhor desenvolver a "ensinagem", nas palavras de Anastasiou e Alves (2006), para quem esse termo significa "uma situação de ensino da qual, necessariamente, decorra a aprendizagem, sendo a parceria entre professor e alunos a condição fundamental para o enfrentamento do conhecimento". Ou seja, além de o professor preocupar-se com o conteúdo, deve sempre ter em conta que o propósito é o aluno aprender, e dessa forma irá ocorrer o processo de "ensinagem".

O professor, no processo educativo, tem o papel de mediador, orientador e instigador; ao instigar seu aluno a pensar, gera questionamentos, dúvidas e possibilita construir ideias, criar necessidades, ao invés de apresentar respostas prontas. "A matéria-prima do trabalho do professor é o conhecimento. Não é conseguir que o aluno faça isto ou aquilo, mas conseguir que ele entenda por reflexão e tomada de consciência própria, como fez isto ou aquilo." (BECKER, 2003, p.65). Ao refletir sobre a prática docente, com fundamentação teórica, surgem elementos para aprimorá-la, e é por meio da pesquisa, também na sala de aula, que se faz o elo entre teoria e prática.

Ao propor novas formas de atuar, preocupando-se em investigar e avaliar a sua prática, ainda conforme Becker (2001), o professor passa a ser um pesquisador e orientador a seus alunos, e estes passam a ser sujeitos e o centro do processo de ensino e aprendizagem. A intervenção direta do aluno, como sujeito ativo no seu processo formativo, permite a construção de conceitos, além de estabelecer melhor relação entre os conhecimentos vistos em sala de aula e aqueles construídos no cotidiano.

São muitas as ideias e questões que podem ser consideradas, as que foram aqui apresentadas estão em sintonia com as concepções e intenções que foram consideradas no planejamento das ações, visando promover a aprendizagem significativa de conceitos básicos de Trigonometria.

A Trigonometria, objeto de estudo proposto aos alunos neste trabalho, tem uma natureza que favorece ações práticas, e tem relação com muitas situações do dia a dia; assim, é um conteúdo propício para que os alunos desenvolvam conhecimentos atuando de forma prática em atividades matemáticas e resolvendo problemas de contextos que lhe são familiares. Este cenário sugere, então, a hipótese de que a aprendizagem, com metodologias que favorecem tais aspectos, seja significativa e mais duradoura.

Ausubel (2003) pressupõe que um material potencialmente significativo deve estar relacionado de forma substantiva e não arbitrária com a estrutura cognitiva dos estudantes, e que tal estrutura contenha ideias relevantes ancoradas, permita relacionar o novo material.

Além dos materiais de aprendizagem potencialmente significativos, para que os alunos atuem de forma prática em atividades significativas de Matemática, outra condição indispensável para que o aluno aprenda com sentido e compreensão é a predisposição para aprender. Segundo Moreira (2011, p. 25), a motivação não deve ser confundida com predisposição; afinal, “o aprendiz deve querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não arbitrária e não literal, a seus conhecimentos prévios. É isso que significa predisposição para aprender”. Pode-se entender a motivação como um conjunto de fatores internos que influenciam e impelem uma pessoa a fazer algo e a predisposição como vontade própria, mesmo não tendo muita afinidade com a disciplina, pois requer um esforço do aluno para dar significado a novos conhecimentos.

Em Ausubel (2003), encontra-se a expressão “postura de aprendizagem”, que destaca, como uma de suas componentes, a sofisticação metodológica na abordagem de determinada tarefa de aprendizagem, que se pode entender como um material potencialmente significativo, e acrescenta ainda o estado momentâneo de prontidão para realizar um tipo de atividade, que se pode relacionar à disposição do aprendiz e a condições adequadas, como conhecimentos prévios, para apreender. Ausubel (2003) sustenta: “Ambas as componentes contribuem, obviamente, para a transferência positiva”, entendida como a facilidade de uma tarefa de aprendizagem servir de apoio à outra tarefa semelhante, ou em grau crescente de complexidade, desde que não haja conflito de conteúdo entre elas.

Sendo assim, é essencial para a aprendizagem significativa que o aluno apresente concentração, persistência, mobilização da atenção e do esforço, mostrando-se assim disposto a assumir o seu papel no processo de aprendizagem.

3.3 PLANEJANDO A PRÁTICA DA PROPOSTA

Este estudo priorizou compreender, no contexto da pesquisa, se os estudantes são receptivos a uma metodologia ativa de aprendizagem; como reagem, e investigar se atividades potencialmente significativas os envolve e, com isso, se promovem uma aprendizagem significativa. Para responder essas questões, foram elaboradas atividades de aprendizagem e instrumentos de acompanhamento e de registro das ações, estas sempre priorizando a participação dos estudantes, além de outras que aconteceram para atender as necessidades diagnosticadas ao longo do processo.

A proposta pedagógica elaborada, visando promover a aprendizagem significativa de Trigonometria, foi aplicada numa classe do 2ª ano do Ensino Médio Politécnico da Escola

Estadual Técnica de Caxias do Sul, nos meses de julho a novembro de 2014. A professora pesquisadora acompanhou a turma desde o início do ano letivo, o que favoreceu o estreitamento dos laços de aproximação com os sujeitos envolvidos na pesquisa. Contemplando aspectos éticos, foi elaborado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os alunos participantes (Apêndice B).

O estudo foi organizado contemplando três blocos de conteúdos: o primeiro deles sobre as razões seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo; o segundo sobre essas mesmas razões no círculo trigonométrico e, no terceiro bloco, funções trigonométricas como seno e cosseno, considerando a modelagem de situações do cotidiano. Os três blocos integraram diferentes estratégias com variadas práticas metodológicas e recursos de apoio, sempre com o objetivo de promover a aprendizagem significativa.

O planejamento das estratégias foi inspirado na sequência didática[8] criada por Júlio César Furtado dos Santos, no seu livro *Aprendizagem Significativa: modalidades de aprendizagem e o papel do professor* (2008). Santos, apresenta sete passos para um planejamento que contemple a teoria da aprendizagem significativa:

1) dar sentido ao conteúdo – o educador precisa fazer com que o aluno construa o sentido geral do objeto a ser estudado, ou seja, deve haver um significado contextual e emocional, através de atividades interativas;
2) especificar – após a contextualização do objeto de estudo, é preciso observar os seus elementos específicos, através de perguntas ou atividades que facilitem esta percepção;
3) compreender – é o momento em que se dá a construção do conceito, utilizando-o em diversos contextos. Segundo Santos (2008), compreender é construir um conceito sobre algo, a partir da reunião das características e fatos percebidos;
4) definir – nesta etapa, o aluno deve expressar o conceito com suas palavras, ou seja, da maneira como compreendeu;
5) argumentar – além de definido o conceito, à sua maneira, o aluno vai relacionar logicamente vários conceitos, explicando-os de forma argumentativa;
6) discutir – o aluno deve construir uma cadeia de raciocínio para a argumentação, ou seja, saber fundamentar e ter coerência nos argumentos, num discurso que deve ser consistente.

[8]Seqüência didática é apresentada por Zabala (1998, p.18) como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos”.

7) levar para a vida – é usar e (re)construir, quando necessário, o conhecimento como forma de se instrumentalizar para intervir no real, ou seja, aplicar o conceito em situações que precisa enfrentar, inclusive da sua vida prática.

As sete etapas apresentadas ajudam o professor a caracterizar a sua ação frente ao desafio de promover a aprendizagem significativa, ao mesmo tempo em que fornece um procedimento que o auxilia no planejamento da proposta didática, como é o caso dos três blocos de estudos sobre Trigonometria, que são descritos a seguir.

A descrição do planejamento de cada bloco, apresentada a seguir, contém os objetivos de aprendizagem, as atividades, elaboradas para serem potencialmente significativas, a fim de promover a participação, com colaboração, respeito e consideração às ideias de outros, como condutas para conviver e aprender em grupo, e para o desenvolvimento da autonomia. Como avaliação, procurou-se construir um processo orientador das ações de acompanhamento e reorganização das atividades, que se mostraram necessárias no decorrer da aplicação da proposta, com instrumentos que possibilitassem dar visibilidade às aprendizagens e compreender se essas foram internalizadas, em relação ao sentido dos conceitos de Trigonometria.

Parte das produções dos alunos, que são os “frutos” originados da aplicação da proposta pedagógica, foi organizada num Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), que serviu de apoio para a organização e o registro do processo de ensino e aprendizagem.

3.3.1 Projetando o Ambiente Virtual de Aprendizagem

A proposta pedagógica, para a aprendizagem significativa de Trigonometria, está apoiada em um AVA, que serviu de apoio ao ensino presencial, ambos contemplados com atividades e materiais significativos para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno.

Este ambiente foi estruturado no Moodle, por conta do conhecimento que a autora possuía das ferramentas desse *software* e por ter atuado e vivenciado uma experiência pedagógica significativa neste ambiente, no ano de 2009, como tutora presencial do curso de Licenciatura Plena em Matemática, oferecido na modalidade a distância, pelo programa Pró-Licenciatura, do governo federal, numa parceira entre a Universidade Federal de Pelotas (UFPEL) e a Universidade de Caxias do Sul (UCS).

No AVA, procurou-se criar mais uma estratégia para incentivar os estudantes à aprendizagem de Trigonometria, ao promover mais interação entre os envolvidos, consultas a materiais de apoio, atividades a distância e registros das produções dos alunos.

A nova proposta ancorada a este ambiente vai além do trabalho realizado em sala de aula, pois, com o AVA, ampliam-se as formas de intervenção do professor no processo de ensino e aprendizagem, constituindo-se um espaço alternativo, alargando os meios que possibilitam a aprendizagem do aluno. Além disso, flexibiliza tanto para o professor quanto para o aluno trabalhar em tempo e espaços diferentes, que vão além da sala de aula.

O ambiente possui uma estrutura que permite propor pesquisas, roteiros de estudo, postagem de arquivos, bem como ferramentas de interação (*e-mail*, *chat* e fórum), possibilitando diferentes formas de comunicação entre os alunos, que podem ser selecionadas pelo professor, de acordo com seus objetivos pedagógicos. Segundo Franco,

> não é o Moodle, tampouco suas ferramentas por si só, que serão responsáveis por promover a interação entre os participantes, mas a capacidade do professor de adotar uma abordagem de ensino que conduza seus participantes a engajarem-se em uma Comunidade de Aprendizagem Online (CAO), desenvolvida dentro de um AVA. O enfoque do professor deve continuar sendo o aluno e a aprendizagem, servindo a tecnologia não como um fim, mas como meio, instrumento que atenda a seus objetivos e aos interesses desses alunos. (2009, p. 68).

Sendo assim, por meio de um vídeo, a turma foi convidada a participar do ambiente. Com a duração de aproximadamente cinco minutos, tal vídeo foi elaborado com os recursos oferecidos pelos *softwares* Movie Maker e Audacity. O vídeo apresenta-se, com diversas imagens ilustrativas (Figura 2), narradas pela professora, a fim de situar os estudantes para o que iriam encontrar, pois nunca tinham acessado um AVA.

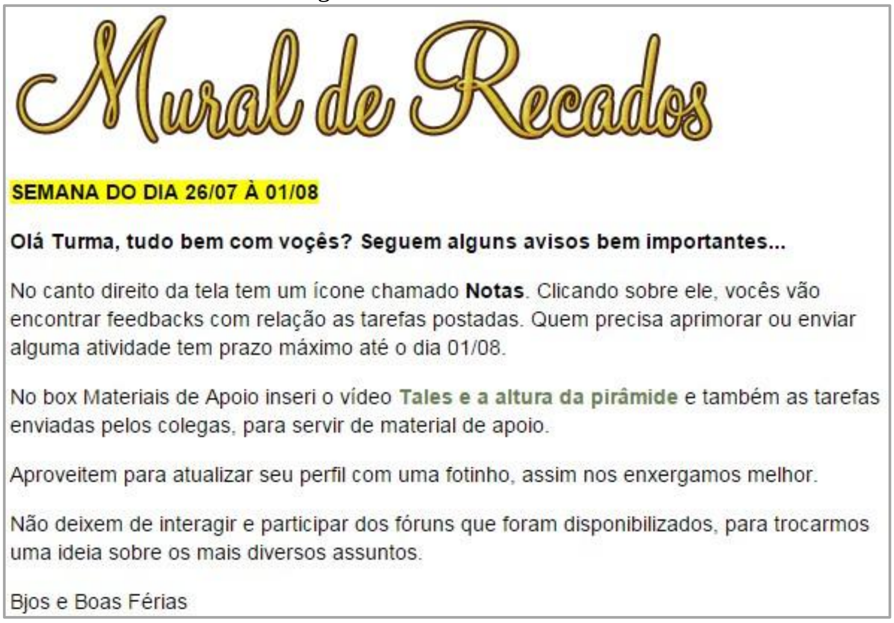
Figura 2 – Imagens do vídeo de apresentação do AVA

Fonte: Produção da autora.

Ademais, o vídeo é instigante, motivador e convida para que todos participem, por meio de uma apresentação onde a professora fala aos estudantes que "*este ambiente, o nosso AVA, é de construção coletiva, algumas coisas serão por minha conta, mas este espaço vai* *crescer mesmo é com as produções de vocês. Por isso conto muito com a participação de todos".*

Para participarem do AVA, os alunos receberam usuário e uma senha, que poderia ser trocada no primeiro acesso. Estruturalmente, ele foi organizado em quatro boxes. O primeiro deles, o Mural de recados (Figura 3), na parte superior da página, em que, semanalmente, eram colocadas informações gerais sobre as aulas e as atividades.

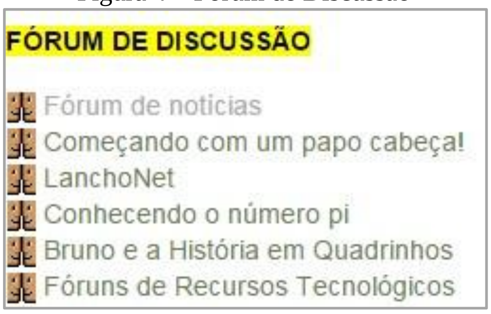
Figura 3 – Mural de recados



Fonte: Produção da autora.

Logo abaixo do mural de recados, num novo box, consta o "Fórum de Discussão", (Figura 4) que foi destinado a conversas e interações do tipo professor-aluno/aluno-professor, em fóruns criados para assuntos específicos. Essa diferenciação foi providenciada para que os estudantes localizassem, rapidamente, um tópico de interesse e para deixar reunidas, num mesmo espaço, as discussões referentes a um mesmo tema.

Figura 4 – Fórum de Discussão



Fonte: Produção da autora.

Na sequência da estrutura do AVA, consta o box “Tarefa é para cumprir” (Figura 5) destinado à entrega das tarefas solicitadas, no decorrer de todo o estudo, algumas em classe, mas, a maior parte no AVA. Uma legenda específica, que aparece na apresentação deste box, serviu para esclarecer os estudantes sobre os critérios de registro do andamento e aproveitamento da tarefa.

Figura 5 – Tarefa é para cumprir

Fonte: Produção da autora.

As tarefas entregues pelos alunos foram organizadas em pastas, neste mesmo box, conforme indica a Figura 6. Esta organização permitiu a rápida identificação dos espaços a serem acessados para o cumprimento das atividades de estudo e, ao mesmo tempo, garantiu a agilidade na localização de temas ou tópicos, para serem aprimorados pelos estudantes.

Figura 6 – Tarefas

Tarefa 2 - Duas sombras e a sua altura para a descoberta de uma medida inacessível.
Tarefa 3 - Razões Trigonométricas
Tarefa 4 - Qual é o ângulo cujo (a)...?
Tarefa 5 - Conversor Grau e Radiano
Tarefa 6 - Fenômenos Cíclicos
Tarefa 7 - Construção de Gráficos - Alguns casos especiais - aula 30/09
Tarefa 8 - Construção de Gráficos - Alguns casos especiais - aula 09-10
Tarefa 7 Versão 2 - Construção de Gráficos - Alguns casos especiais
Tarefa 9 - Tabela Duração dos Dias
Tarefa 10 - Gráfico Duração dos Dias - 17.10.2014
Tarefa 11 - Trigonometria e a altura inacessível de um objeto

Fonte: Produção da autora.

O último box do AVA, intitulado “Materiais de apoio” (Figura 7), serviu de acervo, com materiais de estudo, orientações e recursos de apoio ao desenvolvimento das aulas e para a realização das atividades de aprendizagem.

Figura 7 – Materiais de apoio

Fonte: Produção da autora.

A forma de organização e utilização do AVA orienta os alunos para que tenham acesso a materiais quando não estão em aula, bem como para atividades desenvolvidas não presencialmente, servindo de apoio ao ensino presencial, com relação aos estudos desenvolvidos sobre Trigonometria.

3.3.2 Bloco 1 – Razões trigonométricas no triângulo retângulo

O estudo das relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo compõe parte dos conteúdos e do programa básico de Trigonometria na escola onde a proposta pedagógica criada foi aplicada.

A Trigonometria, cujos problemas envolvem o cálculo de distâncias inacessíveis, é um conhecimento útil em várias situações e, desde a Antiguidade, já era utilizada para determinar, por exemplo, o valor do raio da Terra. Segundo Barroso (2005), o grego Aristarco de Samos (310-230 a.C.) fez uso das ideias de Trigonometria, ao estabelecer um método geométrico para investigar a razão entre as distâncias Terra e Sol e Terra e Lua.

Assim, no planejamento do primeiro bloco, considerou-se, como situação inicial, o problema do cálculo de uma medida inacessível, utilizando a semelhança de triângulos, para a elaboração da primeira sequência didática dessa proposta pedagógica. As atividades envolvem além do cálculo da altura, uma pesquisa sobre o contexto histórico para esse procedimento com discussão sobre o que os estudantes apresentam, uma prática, com materiais manipuláveis e softwares para a construção das razões trigonométricas em triângulos retângulos e a utilização desses como calculadora para determinar razões trigonométricas ou ângulos com determinados senos ou cossenos.

Objetivos de aprendizagem

– Obter uma altura inacessível, utilizando a semelhança entre triângulos;

– explorar as razões entre lados de triângulos retângulos, de modo a reconhecê-las iguais às razões correspondentes em outros triângulos semelhantes ao primeiro; e apresentar aos estudantes os nomes específicos dessas razões;

– reconhecer a aplicação do Teorema de Pitágoras em figuras que podem ser decompostas em triângulos retângulos, para obter seno, cosseno e tangente dos ângulos 30°, 45° e 60°, utilizando conhecimentos de geometria básica;

– reconhecer a amplitude do ângulo, quando informado o valor da razão trigonométrica;

– aprender a usar a calculadora científica para determinar ângulos que possuem determinadas razões trigonométricas;

– aplicar a Trigonometria no triângulo retângulo para resolver situações-problemas.

Conteúdos de Trigonometria

– Semelhanças de triângulos e proporcionalidade;

– razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Sete etapas favorecedoras da aprendizagem significativa

No Quadro 1 são apresentados os passos, que constituem as sete etapas proposta por Santos (2008),com as atividades elaboradas para o desenvolvimento do primeiro bloco.

Quadro 1 – Planejamento do primeiro bloco

Dar sentido	● Desafiar os alunos a medirem uma altura inacessível, através da medida da sombra projetada no chão ● Pesquisar sobre o método utilizado por Tales de Mileto, no século VI a.C., para medir a altura da pirâmide de Quéops
Especificar	● Discutir em classe sobre como os alunos encontraram a altura inacessível, e averiguar se os alunos desenvolveram novas perspectivas de utilização das razões trigonométricas
Compreender	● Em duplas, um aluno utilizando caderno, lápis, régua e transferidor e outro, o *software* KmPlot, constroem quatro triângulos retângulos, escolhendo aleatoriamente ângulos agudos dentre 1° e 89°. Em seguida, ambos completam uma tabela, feita no caderno, calculando a razão entre os lados dos triângulos construídos ● Com os dados de cada dupla, preencher uma tabela coletiva feita numa planilha eletrônica, com os valores das razões entre os lados dos triângulos construídos. Da análise dos dados registrados na tabela, são concluídos os significados das razões trigonométricas ● Em grupos, obter seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis, 30°, 45° e 60°, por meio do reconhecimento da aplicação das razões trigonométricas e da aplicação do Teorema de Pitágoras em figuras, quadrados e triângulos equiláteros, ao serem decompostos em triângulos retângulos ● Em duplas, utilizar triângulos retângulos e medir o valor aproximado de um ângulo (transferidor) e dos lados do triângulo (régua graduada); calcular razões trigonométricas, e confrontar os valores obtidos com os fornecidos por uma calculadora científica
Definir Argumentar	● Explicar e justificar procedimentos e cálculos em problemas de Trigonometria, no triângulo retângulo, e em desafios apresentados num formulário eletrônico, construído com questões sobre conceitos básicos já elaborados
Discutir Levar para a vida	● Utilizar triângulos retângulos como calculadora para fazer operações inversas ao cálculo de razões trigonométricas e descobrir o ângulo que tem um determinado valor de seno, ou cosseno ● Aplicar o projeto “A Trigonometria e o mundo da construção civil”

Fonte: Elaboração da autora.

Avaliação

A avaliação, em cada bloco, foi igualmente considerada em relação aos instrumentos, como serão citados a seguir. Desta forma, a avaliação está descrita no primeiro bloco e é apenas referida nos demais, destacando-se, em separado, quando há aspectos que diferem deste procedimento.

Todas as atividades foram avaliadas, com registros das suas realizações e comentários, numa planilha de acompanhamento das tarefas (Apêndice C). No final do terceiro bloco, foi aplicada uma avaliação, na forma de prova escrita e individual (Apêndice

D), para identificar os conhecimentos construídos sobre conteúdos específicos de Trigonometria. Optou-se por fazer esta prova em período mais avançado dos estudos e envolvendo todos os conteúdos básicos, visando propiciar diferentes formas de resolução, possíveis para um mesmo problema, e verificar a retenção de conceitos construídos nas diversas atividades de aprendizagem que foram propostas.

Com o intuito de iniciar os estudos considerando conhecimentos com os quais os alunos já interagiram, e visando relacionar o novo assunto, a fim de contextualizar[9] uma situação, nas primeiras atividades considerou-se a construção de triângulos retângulos semelhantes para o cálculo de medidas inacessíveis, em espaços onde o aluno convive, como a altura da própria escola ou de outros objetos, sugerindo, como forma de resolução, o processo histórico, utilizado por Tales de Mileto, no século VI a.C., que explora a semelhança de triângulos, aproveitando a sombra projetada no chão.

Diferentes estratégias poderiam ter sido utilizadas para (re)construir o conceito de semelhança de triângulos, como, por exemplo, a exploração numa experimentação, utilizando um *software* de geometria dinâmica. No entanto, optou-se por resgatar este conceito, apresentando um material instrucional (Apêndice E) referente a figuras semelhantes.

Essa escolha deveu-se ao fato de que, segundo Barroso (2005), a ideia de semelhança, como a relação entre figuras que têm a mesma forma, também está presente nas figuras geométricas, como é o caso dos triângulos. Assim, pensou-se em propiciar, ao relacionar o conceito de semelhança de figuras com semelhança de triângulos, que fosse ampliada a rede de significados dos alunos para que, na sequência da proposta, utilizassem esse conceito para determinar alturas inacessíveis.

Este estudo inicial de semelhança de triângulos, utilizado no cálculo de uma medida inacessível, serviu de base para inter-relacionar e dar significado às razões trigonométricas no triângulo retângulo. Ao inserir uma nova situação – das razões trigonométricas –, na estrutura cognitiva dos alunos, eles estabelecem uma relação não arbitrária com o que já conhecem, sendo esse um fator propício para a assimilação de novos conhecimentos. Ausubel afirma:

> Se a estrutura cognitiva for clara, estável e bem organizada, surgem significados precisos e inequívocos e estes têm a tendência de reter a força de dissociabilidade ou disponibilidade. Se, por outro lado, a estrutura cognitiva for instável, ambígua, desorganizada ou organizada de modo caótico, tem tendência a inibir a

[9] Contextualizar o conteúdo que se quer aprendido significa, em primeiro lugar, assumir que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto.
A contextualização evoca por isso áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas. (BRASIL, 2002, p. 91).

> aprendizagem significativa e a retenção. Assim, é através do fortalecimento de aspectos relevantes da estrutura cognitiva que se pode facilitar a nova aprendizagem e retenção. (2003, p. 10).

Mediante uma intervenção dialogada com os alunos, desejou-se fortalecer os aspectos relevantes da estrutura cognitiva e consolidar aspectos específicos utilizados para obter a altura inacessível, na perspectiva de posteriormente utilizar as razões trigonométricas.

Com isso, iniciou-se a exploração das razões trigonométricas no triângulo retângulo, em atividades desenvolvidas com a utilização de materiais concretos manipuláveis, como régua e transferidor, bem como com o uso de um *software* de geometria dinâmica, desenvolvendo ações que propiciaram a construção do saber de modo envolvente, ativo e participativo. Segundo Moura,

> a escola tem sofrido modificações no sentido de possibilitar formas de ensinar, diferentes daquela em que o conhecimento, como conjunto de regras bem estruturadas, tinha na pessoa do professor o único árbitro. Esta mudança tem permitido novas metodologias onde o aluno possa também construir o conhecimento na interação. E é no bojo destas novas propostas que aparece o material concreto como recurso que pode contribuir para uma melhor aprendizagem de matemática. (Apud ESTEPHAN, 2000, p. 7).

A expressão “material manipulável”, segundo Hartshor e Boren (1990), refere-se a objetos que podem ser tocados e movidos pelos estudantes, para introduzir ou reforçar um conceito matemático. Entretanto, será que o uso de materiais manipuláveis garante que o aluno aprenda significativamente, com capacidade de atribuir significados? A resposta será não, se a isso não for integrada uma intenção pedagógica apropriada, pois nenhum material traz em si o sentido da ação a ser realizada com a sua utilização. Segundo Miorim e Fiorentini (1990, p. 2), “na verdade, por trás de cada material, se esconde uma visão de educação, de matemática, do homem e de mundo; ou seja, existe subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica”.

É importante ter o objetivo auxiliar o aluno a estabelecer relações com a aprendizagem a ser desenvolvida, a partir das ações de manipulação, de modo que ele interprete os ensaios feitos, conjecture e explique as conclusões a que chegou, num confronto de ideias com colegas em situações do contexto explorado. Ainda, mais importante que o material será a discussão e a resolução de uma situação-problema que envolva experimentos que tenham sentido para os alunos, propiciando perceber que, através da manipulação do material, é possível identificar propriedades e elaborar conclusões que explicam e constroem o conhecimento.

Um ambiente de geometria dinâmica, como o do *software* KmPlot, utilizado nos experimentos realizados em classe, também permite que os objetos sejam movidos, mantendo-se os vínculos estabelecidos inicialmente na construção. O KmPlot é um programa de geometria dinâmica, com ferramentas para a construção de gráficos a partir de um conjunto de dados ou da lei da função, disponível às escolas públicas aparelhadas com laboratórios de informática, em cujos computadores está instalado o Linux Educacional.[10]

Com o *software*, acrescenta-se dinamismo à etapa em que se utiliza régua e compasso, como fundamentos iniciais, quando o estudante passa a analisar a construção sob outra forma de disposição, a partir da construção de um novo desenho. Goldenberg, Scher e Feurzeig (2008) afirmam que tais ambientes permitem aos estudantes criarem construções geométricas e manipulá-las facilmente, movendo livremente certos elementos de um desenho e observando outros que correspondem às condições alteradas.

Em outra atividade, os alunos foram desafiados a obter senos, cossenos e tangentes dos ângulos notáveis de 30°, 45° e 60°, considerados fundamentais no estudo de Trigonometria e que algumas vezes são apresentados em livros didáticos em uma tabela, sem qualquer relação com os seus significados. Para isso foram propostos aos estudantes um quadrado e um triângulo equilátero, para que fossem explorados identificando esses ângulos, e a partir dessa identificação obtivessem esses valores trigonométricos.

Depois de abordados os conceitos da Trigonometria, no triângulo retângulo, por meio de atividades experimentais, o aluno precisa esclarecê-los em relação ao modo como os entendeu e relacioná-los logicamente. Assim, problemas matemáticos são utilizados para que os alunos possam esclarecer os conceitos de Trigonometria e posteriormente argumentar, de forma escrita e verbal, os resultados encontrados. Para Dante (2000, p. 40), um problema matemático significa toda e qualquer situação que exija dos estudantes uma maneira matemática de se pensar, para solucionar uma indagação, construindo um conhecimento que modifique o conhecimento anterior, induzindo o aluno a pensar produtivamente.

A resolução de problemas tem sido uma importante contribuição para a aprendizagem em Matemática, por propiciar que o aluno levante hipóteses, planeje uma resolução e seja capaz de compreender e explicar questões que lhe são postas, enfrentando criticamente uma situação nova. Para tanto, é recomendável que o professor utilize problemas, partindo de situações simples para propor gradativamente a resolução de casos mais complexos.

---

[10] Disponível em: <http://linuxeducacional.c3sl.ufpr.br/instalacao.html>. Acesso em: maio 2015.

3.3.3 Bloco 2 – Razões trigonométricas no círculo trigonométrico

As razões trigonométricas estudadas no bloco 1 auxiliam a resolver situações-problema, que podem ser relacionadas com triângulos retângulos, mas essas não são suficientes, quando tais situações envolvem ângulos maiores do que o ângulo reto. Assim, neste bloco, são ampliados os conceitos das razões trigonométricas para esses ângulos, estendendo-se o estudo para o círculo trigonométrico.

Assim, considerou-se no planejamento do segundo bloco, como situação inicial, uma discussão das concepções prévias sobre o significado de radiano, com apoio de um áudio, "*O que é radiano*?", seguida de atividades experimentais sobre a relação entre o comprimento da circunferência e o respectivo raio. As demais atividades envolveram a criação de um conversor para medidas em graus e radianos, a construção de um círculo trigonométrico, a confecção de peças para um jogo sobre a Trigonometria aplicada no círculo trigonométrico e a utilização desse círculo como calculadora para encontrar valores de seno e cosseno para ângulos e arcos.

Apresenta-se, a seguir, com metodologia sugerida por Santos (2008), o planejamento do segundo bloco.

Objetivos de aprendizagem

– Redescobrir o valor do π, a fim de deduzir a fórmula $C = 2\pi r$;

– identificar radiano e grau como unidades igualmente válidas de medida para ângulos;

– relacionar as unidades de medidas grau e radiano;

– representar, no círculo trigonométrico, ângulos ou arcos medidos em graus ou radianos;

– reconhecer as razões seno e cosseno dos ângulos fundamentais no círculo trigonométrico, já definido no triângulo retângulo;

– identificar e representar, no círculo trigonométrico, senos e cossenos de ângulos fundamentais e seus correspondentes nos demais quadrantes;

– retomar o conceito de tangente no triângulo retângulo e identificá-lo com o mesmo significado, no círculo trigonométrico, como razão entre seno e cosseno;

– utilizar valores de seno e cosseno na determinação de tangente de ângulos ou arcos.

Conteúdos

– Arcos e ângulos, graus e radianos;

– círculo trigonométrico;

– razões trigonométricas no círculo trigonométrico.

Sete etapas favorecedoras da aprendizagem significativa

No Quadro 2 são apresentados os passos que constituem as sete etapas, proposta por Santos (2008), com as atividades elaboradas para o desenvolvimento do segundo bloco.

Quadro 2 – Planejamento do segundo bloco

Dar sentido	● Discutir no grande grupo as concepções prévias dos alunos sobre o significado de radiano. Solicitar que os alunos escrevam num papel o significado que eles atribuem à palavra *radiano*, antes e depois de escutarem o áudio *O que é radiano?* ● Propor atividades experimentais que relacionem os comprimentos da circunferência e respectivo raio, como resgate de conhecimentos prévios
Especificar	● Criar um conversor automático para as medidas em graus e em radianos
Compreender	● Construir o círculo trigonométrico, circunferência de raio unitário, numa folha de ofício branca, demarcando arcos, medidos em radianos, e ângulos, medidos em graus. Para a construção dos arcos fundamentais, é considerada a identificação, seguida de contagem, das frações sextos, terços e quartos de π ou de 180° ● Construir, no círculo trigonométrico, os ângulos ou arcos fundamentais e reconhecer o significado geométrico das razões seno e cosseno, já calculados em triângulos retângulos ● Identificar sobre os eixos, horizontal e vertical, os valores $\pm\frac{1}{2}$, $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ e relacioná-los a ângulos ou arcos como correspondentes valores de senos ou cossenos
Definir Argumentar	● Confeccionar peças do “Jogo no Círculo Trigonométrico” (Apêndice F), para uma prática sobre senos e cossenos de ângulos ou arcos no círculo trigonométrico ● Jogar, em grupos, o “Jogo no Círculo Trigonométrico” ● Assistir ao vídeo *Aventura nas montanhas* e refletir sobre argumentos coerentes, para a utilização de diferentes métodos para medir uma altura inacessível
Discutir Levar para a vida	● Usar o círculo trigonométrico como calculadora para encontrar valores de seno e cosseno para ângulos ou arcos

Fonte: Elaboração da autora.

Avaliação

A avaliação acontece de forma similar à proposta no primeiro bloco, por meio de registros das realizações numa planilha de acompanhamento das tarefas individuais ou em grupos. A prova escrita e individual (Apêndice D), que foi aplicada no final do terceiro bloco, conteve questões também deste bloco, para verificar os conhecimentos construídos nesta etapa dos estudos.

As atividades referentes ao segundo bloco envolveram o estudo da Trigonometria no círculo trigonométrico. Inicialmente, utilizou-se um áudio *O que é radiano*? do programa da coleção M3 – Matemática Multimídia – da Universidade Estadual de Campinas, que explora o conceito de radiano. Esse áudio foi utilizado para evidenciar concepções prévias sobre o significado atribuído à palavra *radiano*. Nesta etapa, pretendeu-se construir esse conceito, considerando concepções prévias em relação ao conteúdo que estava para ser desenvolvido.

O radiano foi definido no áudio como: “Radiano é a medida do ângulo central de uma circunferência e que determina um arco com o mesmo comprimento que o raio desta circunferência”, ou seja, o radiano é um ângulo definido por um arco cujo comprimento é igual ao comprimento do raio da circunferência, no qual está contido. Assim, cada arco determina um único ângulo, e o radiano pode ser usado como uma medida angular, articulando os sentidos iniciais entre a Trigonometria no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico.

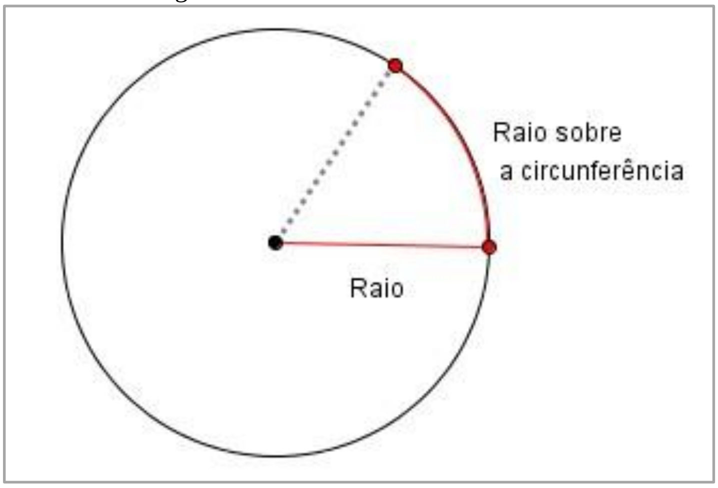
Evidentemente, os alunos já ouviram falar sobre radiano, mas a única medida de ângulo, até então utilizada, foi o grau, e esta novidade pode causar uma desorganização na rede de significados dos alunos. Segundo Costa (1997), a dificuldade de compreensão da unidade de medida *radiano* acontece devido ao fato de a unidade de medida *grau* e seus múltiplos ser estuda antes, em outros contextos, e ao fato de a unidade radiano estar associada a um arco da circunferência trigonométrica.

Depois dessa atividade, uma situação experimental foi planejada para o reconhecimento do valor π, como a razão entre as medidas do comprimento de uma circunferência e a do correspondente diâmetro. Nesta segunda atividade, em duplas, cada qual com um objeto cilíndrico, um pedaço de linha para fazer tricô (com o cuidado de não ser esticado de modo a deformá-lo) e régua, os alunos são desafiados a encontrar quantas partes de fio, com a medida do diâmetro, são necessárias para cobrir a parte circular do objeto.

A questão a que este experimento, do reconhecimento do valor π, pode levantar é a ideia do que este número representa o que pode ser novidade para alguns e, ao mesmo tempo, uma “redescoberta”, que resulta de uma investigação sobre resultados obtidos individualmente e comparados no coletivo. Mesmo havendo muito estudo e conhecimento científico acerca desse número, para os propósitos da Trigonometria, a ideia do seu valor um pouco mais do que três já é significativa e suficiente, como conhecimento prévio para dar sentido ao significado do π, quando associado a um arco medido em radianos.

Ainda sobre conhecimentos prévios, foi proposta numa terceira atividade, ampliando a ideia explorada na segunda atividade, que os alunos resgatassem, com compreensão, como obter o comprimento da circunferência medida em radianos. Para esta atividade, utilizando um pedaço de linha para fazer tricô, tesoura, fita adesiva e compasso, é proposta a construção de uma circunferência de raio qualquer, sobre a qual deve ser colado um pedaço de fio, com o mesmo tamanho do raio da circunferência, conforme ilustra a Figura 8.

Figura 8 – Raio sobre a circunferência



Fonte: Produção da autora.

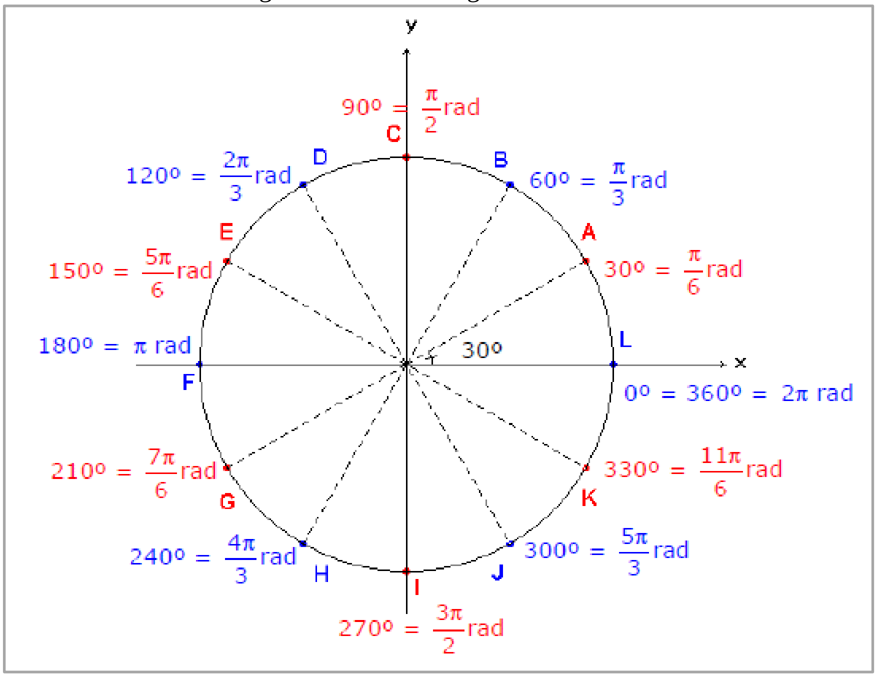
Na Figura 8, os fios que representam o comprimento do raio aparecem em vermelho e, ao traçar o raio pontilhado que toca a circunferência na extremidade do fio de tricô, tem-se um ângulo correspondente a um arco, cujo comprimento é igual ao comprimento do raio da circunferência. Como análise da figura construída, os alunos são instigados a responder aos seguintes questionamentos: Qual é a medida desse arco? Qual é a medida do ângulo?

Uma quarta atividade foi proposta para firmar a relação existente entre grau e radiano. Os alunos foram desafiados a criar um conversor automático entre estas duas medidas, numa planilha eletrônica. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 1997, p. 46), “o estudante deve utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação e utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades”.

O recurso tecnológico foi escolhido como um instrumento adequado para promover o desenvolvimento de competências e habilidades diferenciadas, ao se proporcionar um processo investigativo que auxilia na compreensão e aplicação de conceitos, pois criar uma fórmula em planilha eletrônica exige entrada de dados e programação de operações corretas para ter resultados coerentes.

Remetendo para o círculo trigonométrico, ampliando concepções sobre radiano e comprimento de circunferência, na quinta atividade, construiu-se um círculo de raio unitário, cujo centro seria a origem do plano cartesiano. Assim, o radiano foi usado como unidade de medida, através de frações de π rad, e com mediação por um diálogo reflexivo entre professora e alunos, eles representaram, no círculo, os ângulos e arcos notáveis, bem como seus correspondentes nos demais quadrantes, medidos em graus ou em radiano. No final da atividade, os alunos obtiveram uma representação próxima da que é indicada na Figura 9.

Figura 9 – Arcos e ângulos no círculo



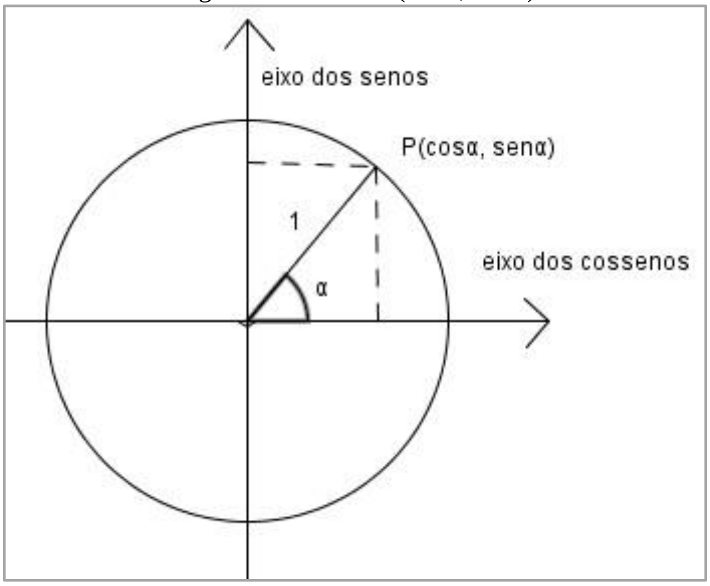
Fonte: UNICAMP – Coleção M3 – Matemática Multimídia.

Desta forma, considera-se importante auxiliar os estudantes no desenvolvimento de familiaridade com o círculo, e a atividade serviu de âncora para a exploração da Trigonometria no círculo trigonométrico.

A sexta atividade consistiu na construção, no círculo trigonométrico, de ângulos e arcos fundamentais no reconhecimento do significado geométrico das razões seno e cosseno na circunferência de raio unitário, que é a origem do plano cartesiano. Posteriormente foi proposto verificar que, se a medida da hipotenusa for um (raio da circunferência), os catetos opostos e adjacentes serão iguais, respectivamente, ao seno e ao cosseno do respectivo ângulo.

Por meio de um diálogo reflexivo e construtivo com os estudantes, é possível evidenciar que as razões trigonométricas, para qualquer arco ou ângulo, estão associadas a pontos sobre a circunferência (ponto P, na Figura 10) e que a abscissa e a ordenada são valores, respectivamente, do cosseno e do seno do arco de extremidade em P.

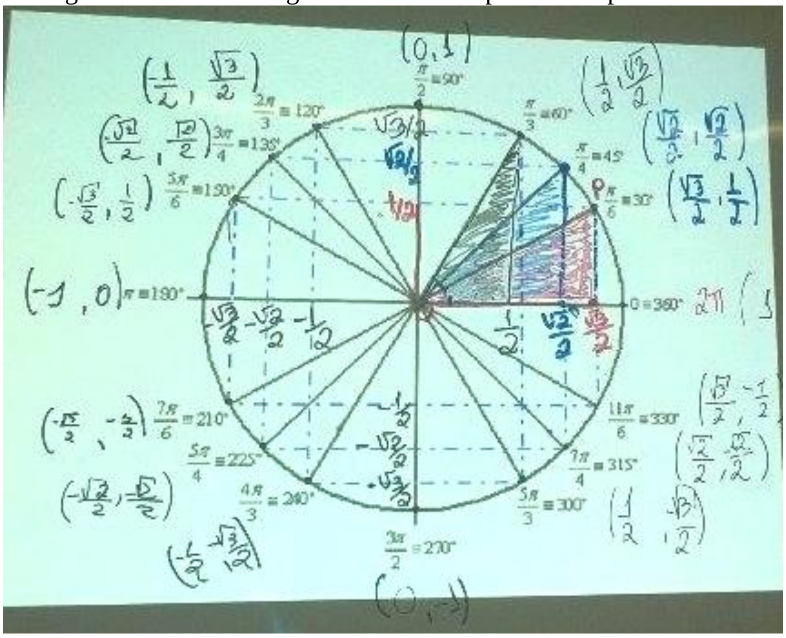
Figura 10 – Ponto P (sen∝, cos∝)



Fonte: Produção da autora.

Para ângulos, ou arcos, notáveis, e seus correspondentes nos demais quadrantes, os valores dos cossenos e senos podem ser associados aos seus significados geométrico e numérico, usando traçados em simetria, numa construção significativa das ideias representadas, como é mostrado na Figura 11.

Figura 11 – Arcos e ângulos no círculo representado pelos alunos



Fonte: Construção feita com os alunos.

Depois de conjecturas, experimentações e construções, para dar sentido aos significados de seno e cosseno no círculo trigonométrico, planejou-se uma atividade lúdica, um jogo, para que os alunos realizassem uma prática de cálculos. O objetivo era fixar os conceitos e ampliar a compreensão, mediante regras que solicitam, no decorrer do jogo, fundamentar com coerência e de forma argumentativa os valores de seno e cosseno de ângulos ou arcos, da primeira ou de sucessivas voltas no círculo, apresentados em graus ou radianos e tomados no sentido positivo ou negativo no círculo trigonométrico. Conforme as orientações dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), as atividades com jogos podem representar um importante recurso pedagógico, já que

> os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações. (BRASIL, 1998a, p. 47).

Cabe ao professor tomar os cuidados na elaboração ou proposição de um jogo: esse deve ser muito mais que uma atividade de lazer ou descontração em sala de aula, deve ser proposto, como um material significativo, para alcançar objetivos específicos. Conforme afirmam Macedo et al.:

> Qualquer jogo pode ser utilizado quando o objetivo é propor atividades que favorecem a aquisição do conhecimento. A questão não está no material, mas no

> modo como ele é explorado. Pode-se dizer, portanto, que serve qualquer jogo, mas não de qualquer jeito. (2000, p. 24).

É de fundamental importância que o aluno, frente aos desafios propostos no jogo, saiba fundamentar de forma consistente, para promover uma retenção significativa dos conceitos estudados.

A atividade do jogo foi planejada para que os alunos trabalhassem em grupos de, no máximo, quatro alunos, de modo que todos se envolvessem com a confecção das peças e na resolução dos desafios. No Apêndice F, estão detalhadas as orientações para a construção do jogo e as regras de como jogar.

O ânimo e a satisfação percebidos, desde a confecção das peças até o ato de jogar, caracterizaram esse jogo como uma atividade essencialmente de aprendizagem e de prazer pelo seu caráter lúdico, pouco importando aos alunos o resultado final; quem joga tem a capacidade de avaliar suas habilidades, seu desempenho com relação ao outro, independentemente da interferência do professor. Assim, os jogos podem promover a construção ou ampliação de saberes matemáticos, mostrando-se, assim, uma alternativa prazerosa de aprendizagem.

Na sequência dos estudos, os estudantes assistiram ao vídeo "Episódio 8 - Aventura nas montanhas" disponível na série de vídeos ***O mundo da matemática***, utilizado como um novo cenário, para ilustrar e consolidar conhecimentos de Trigonometria no triângulo e no círculo. O vídeo, pelo dinamismo que envolve, é uma estratégia que serve para despertar a curiosidade e o interesse dos alunos pelo que está sendo apresentado. No caso deste planejamento, o vídeo foi utilizado como um resgate dos conceitos estudados, pois apresenta as ideias básicas relacionadas com os conteúdos já vistos em sala de aula, porém em contextos e abordagens diferentes. No vídeo, os alunos conheceram outra forma de medir uma altura inacessível, e foram provocados a confirmar a medida da altura que obtiveram na primeira atividade realizada, no início dos estudos, e a justificar se um, ou outro método é mais viável.

Este bloco de estudo sobre Trigonometria no círculo trigonométrico foi finalizado com uma atividade em duplas (Apêndice G). Essa teve como objetivo a aplicação do conhecimento em situações novas: no cálculo de senos, cossenos e tangentes de ângulos ou arcos quaisquer, não apenas para os fundamentais, e utilizando, desta vez, o círculo trigonométrico como calculadora, da mesma forma como fizeram com triângulos retângulos.

3.3.4 Bloco 3 – Funções trigonométricas seno e cosseno

O terceiro e último bloco foi destinado ao estudo de funções trigonométricas. Segundo Barroso (2005, p. 260), “muitos fenômenos físicos e sociais de comportamento cíclico, ou periódico, podem ser modelados por funções trigonométricas”.

Como estudo inicial, foi proposta a construção das funções básicas seno e cosseno, como uma transferência da representação no círculo trigonométrico para o sistema cartesiano. A partir dessas funções básicas, com movimentos de gráficos, foram definidas novas funções, até se construir o modelo geral de funções com seno ou cosseno.

A culminância deste bloco, e do estudo de Trigonometria, deu-se com a modelagem de uma situação real, de construção de uma função representativa da quantidade de sol em cada dia, no decorrer de 2014.

Para este último trecho do percurso, planejaram-se atividades, sempre visando à aprendizagem significativa.

Objetivos de aprendizagem

– Construir gráficos das funções seno e cosseno;

– construir, ler e interpretar gráficos de funções trigonométricas definidas por equações como $y = a + bcos(mx)$ ou $y = a + bsen(mx)$, sendo a, b e m constantes reais com b e m não nulos;

– determinar o período, o domínio e a imagem de funções trigonométricas;

– relacionar as funções trigonométricas com fenômenos periódicos.

Conteúdos

– Funções seno e cosseno;

– Modelagem matemática.

Sete etapas favorecedoras da aprendizagem significativa

Os passos que constituem as sete etapas, proposta por Santos (2008), deste bloco são apresentados no Quadro 3, juntamente com as atividades elaboradas para o desenvolvimento do estudo sobre funções trigonométricas.

Quadro 3 – Planejamento do terceiro bloco

Dar sentido	● Pesquisar sobre movimentos cíclicos e construir um *blog* para os registros da pesquisa
Especificar	● Compartilhar, em classe, sobre os exemplos de movimentos cíclicos encontrados e discutir sobre perspectivas de modelagem desses fenômenos
Compreender	● Construir o gráfico das funções seno e cosseno, a partir de interpretação no círculo trigonométrico e representação no sistema cartesiano ● Com o *software* KmPlot, construir e analisar gráficos para compreender funções gerais com seno e cosseno, que têm equações da forma $y = a + bcos(mx)$ ou $y = a + bsen(mx)$
Definir Argumentar	● Pesquisar sobre a duração de dia do ano 2014 ● Completar uma tabela em planilha eletrônica com a duração dos dias, em horas, do ano 2014 ● Construir um modelo da função que representa a duração dos dias do ano 2014
Discutir Levar para a vida	●Usar funções trigonométricas para modelar fenômenos cíclicos presentes no cotidiano

Fonte: Elaboração da autora.

Avaliação

O processo de avaliação das aprendizagens foi proposto, ao longo de todo o estudo, da forma como está planejado no primeiro bloco. Porém, nesta última etapa, integrou-se, também, uma produção diferenciada dos estudantes, que foram incentivados a realizar uma pesquisa sobre fenômenos cíclicos cujas produções resultaram na construção de um *blog*.

Nesta fase do percurso de aprendizagem, a prova individual foi aplicada para avaliar, em termos de continuidade do processo, os atos cognitivos dos alunos, que segundo (AUSUBEL, 2003, p. 9), são "correspondentemente manifestos da aprendizagem e da retenção significativas", em relação a conceitos dos três blocos de estudo. A proposta deste trabalho está apresentada no Apêndice D.

O estudo das funções trigonométricas, último tópico proposto para os estudos de Trigonometria, inicialmente, foi elaborado de modo a perceber a necessidade de desenvolver tal conteúdo e de preparar o aluno para o novo conhecimento.

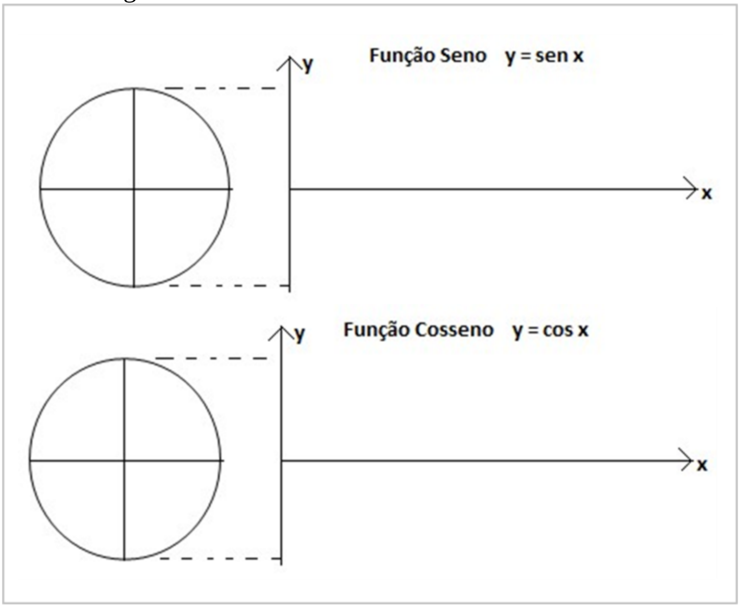
Na primeira atividade, partiu-se, segundo Santos (2008), de um significado contextual e emocional, a fim de construir um sentido real e concreto para o conteúdo que estava sendo proposto. Para isso, os estudantes tiveram a tarefa de realizar uma pesquisa sobre fenômenos cíclicos, como uma forma de interagir com o objeto de estudo de forma espontânea e natural. A partir dos dados levantados na pesquisa, esses foram registrados num *blog* criado pela turma, com o objetivo de estabelecer uma comunicação e publicação dos diversos contextos encontrados por eles. Para Richardson (2006), são vários os aspectos pelos quais os *blogs* se constituem num elemento de utilização interessante para a escola. Dentre os motivos que esse autor aponta, destaca-se que este recurso pode se constituir num ambiente construtivista de aprendizagem, quando integrar os propósitos pedagógicos, visando o desenvolvimento da autonomia, da autoria, da criatividade, da criação de conteúdos pelos alunos, que pode ser construído e compartilhado coletivamente.

Feito o levantamento dos dados da pesquisa, esses foram discutidos em classe com a perspectiva de modelagem desses fenômenos. Cabe ao professor, nessa fase de percepção, fazer perguntas como: O que é um fenômeno cíclico? (Dê exemplos de fenômenos cíclicos presentes no cotidiano). Se pudéssemos representar estes fenômenos por meio de uma função, dentre as que já foram estudadas qual poderia representar esse fenômeno? Trazer situações cotidianas ao aluno, dentro da sala de aula, é importante para que ele observe elementos específicos do objeto, após ter construído o sentido geral no contexto em que vive.

A pesquisa feita pelos alunos serviu de âncora para que se pudesse introduzir o estudo e a construção das funções-base seno e cosseno, afinal, fenômenos cíclicos podem ser modelados por essas funções trigonométricas.

Para sistematizar o estudo de funções trigonométricas, em duplas, os alunos receberam a imagem de um círculo de raio unitário, cujo centro coincide com a origem do plano cartesiano, e ao lado do círculo um sistema de eixos cartesianos, conforme está ilustrado na Figura 12.

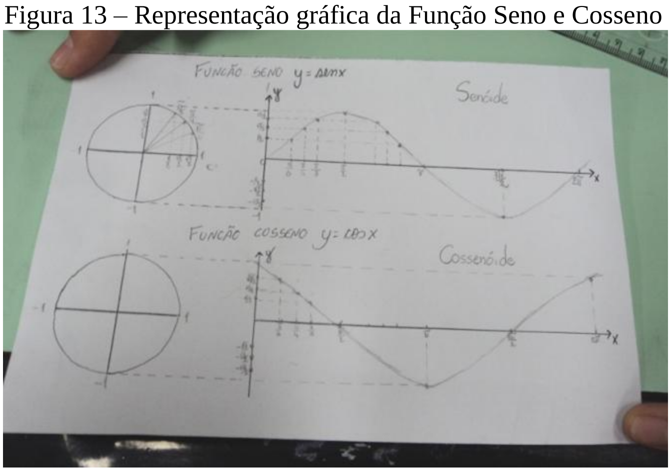
Figura 12 – Círculo e sistema de eixos cartesianos



Fonte: Produção da autora.

No desenvolvimento da atividade, um dos colegas da dupla ficou responsável pela construção do gráfico da função seno e o outro, da função cosseno, a partir da interpretação dos valores de seno e cosseno no círculo trigonométrico, que serviu de conhecimento prévio para a representação no sistema cartesiano. Para fazer a representação gráfica da função, inicialmente os alunos representaram os ângulos notáveis e seus respectivos valores de senos e cossenos no círculo e, a seguir, transferiram as informações construídas no círculo para um sistema cartesiano, para de fato associar cada ponto da circunferência a um ponto no plano, conforme indica a Figura 13.

Figura 13 – Representação gráfica da Função Seno e Cosseno



Fonte: Construção de um aluno.

A partir da reunião das características e dos fatos percebidos no círculo trigonométrico, surgiu a construção de um novo conceito, a representação gráfica da função seno e cosseno. Os alunos relataram que as funções trigonométricas já haviam sido apresentadas numa aula de Física, lembravam-se do formato da curva, porém, afirmaram que não compreenderam o que essa curva significava.

Avançando na construção dos conceitos dessas funções, buscando manter a exploração do objeto de estudo, com a utilização do *software* KmPlot, construiu-se e analisou-se os gráficos das funções seno e cosseno e de seus movimentos gerados por dilatações e deslocamentos horizontais e verticais, visando compreender os modelos gerais de equação $y = a + bcos(mx)$ ou $y = a + bsen(mx)$. Segundo as professoras Lima e Sartor (2006), "uma forma de compreender o gráfico de uma função do tipo $y = a + bcos(mx)$ é entender que efeito – translação, reflexão ou dilatação (ou contração) – provoca cada coeficiente a, b, c e d, no gráfico da função base $y = sen\, x$". É nesse sentido que direcionamos essa atividade, por meio de dois roteiros experimentais – Construção de gráficos, alguns casos especiais – conforme consta no Apêndice H.

Um ponto positivo com relação ao uso de um *software* para esse tipo de constatação, é que o aluno detém o poder de plotar gráficos, observar, trocar a equação, investigar e concluir uma série de mudanças de forma mais rápida e, ao contrário, se fossem feitas com lápis e papel, esse processo seria lento e cansativo.

Após a construção dos gráficos de alguns casos especiais, foi proposta a segunda etapa por outro roteiro de uma atividade. Para essa etapa, os alunos foram organizados em doze grupos, cada qual ficou responsável, para verificar a duração dos dias, medida pela presença de sol, de um mês do ano, na cidade de Caxias do Sul, no decorrer de 2014. Estes dados foram pesquisados num *site*[11] e previamente preparados pela professora.

Os dados coletados pelos grupos foram registrados em uma planilha eletrônica coletiva, preparada pela professora, e para unificar a unidade de medida, os minutos foram transformados em horas. No Quadro 4, segue um extrato da planilha da duração dos dias, em horas, do ano 2014, feito pelo grupo responsável pelos dados do mês de janeiro.

[11] Site consultado: <http://www.calendario-365.com.br/calend%C3%A1rio-2015.html>. Acesso em: maio 2015.

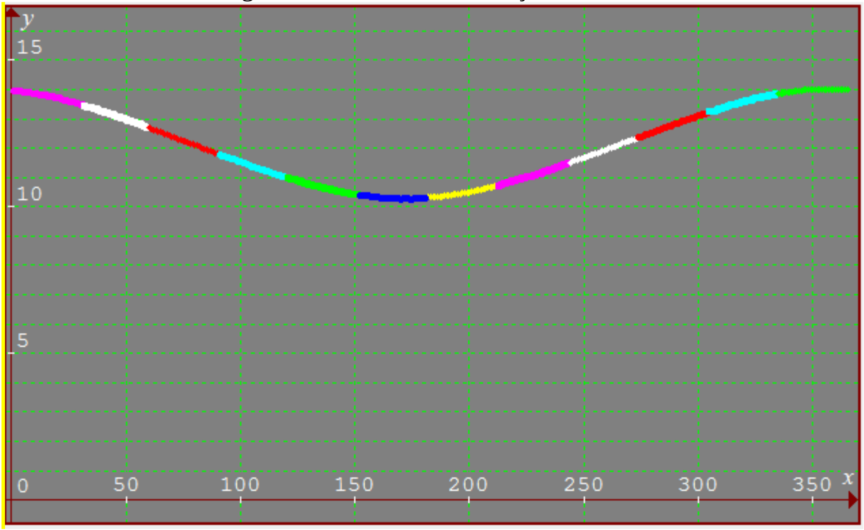
Quadro 4 – Duração dos dias, em horas

Mês: Janeiro	Dia Anual	Duração do dia (hs)
1	1	13,97
2	2	13,97
3	3	13,95
4	4	13,95
5	5	13,93

Fonte: Elaborado pelo grupo.

Os dados referentes aos doze meses foram agrupados pela professora numa nova planilha e essa foi salva num *pen drive* e repassada aos grupos. De posse da planilha completa, os grupos foram desafiados a construir um modelo de função para representar a duração dos dias do ano 2014. Para esta atividade, cada grupo providenciou um *notebook*, já que o laboratório da escola, por ter o sistema operacional Linux, não permitiu a instalação do *software* Graphmatica, disponibilizado para a realização dessa atividade. Sendo assim, resultaram gráficos semelhantes ao que consta na Figura 14.

Figura 14 – Gráfico da duração dos dias



Fonte: Produção da autora.

O desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática[12] vem ao encontro dos objetivos da Educação Matemática. A atividade busca explicitar relações significativas entre a Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, e a aprendizagem significativa.

[12] Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do seu contexto de origem. (BASSANEZI, 2002).

Nesse sentido, Almeida et al. (2013) trata de alguns aspectos que o desenvolvimento da modelagem, em aulas de Matemática, especialmente na educação básica, pode favorecer:

> A ativação de aspectos motivacionais e relações com a vida fora da escola ou com as aplicações da Matemática; a viabilização ou a solicitação do uso do computador nas aulas de Matemática; a realização de trabalhos cooperativos; o desenvolvimento do conhecimento crítico e reflexivo; o uso de diferentes registros de representação; a ocorrência de aprendizagem significativa. (ALMEIDA et al. 2013, p. 29).

Propor situações-problema, utilizando a modelagem matemática, possibilita obter indícios de que houve interação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aluno. Além disso, atividades com modelagem "podem contribuir para que os fatores elencados por Ausubel sejam ativados durante o seu desenvolvimento". (ALMEIDA et al. 2013, p. 37). Esses fatores inferem que o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo, que o aluno deve apresentar predisposição positiva em relacionar o conhecimento que já tem com o que deve aprender, além da existência de conhecimentos prévios relevantes, de tal forma que os significados produzidos individualmente tenham sentido em relação ao que o aluno já sabe.

Por fim, destaca-se este planejamento, como um instrumento decisivo para uma ação pedagógica do professor, que foi proposto, considerando as condições de aprendizagem propostas por Ausubel (2003), e utilizando-se, como ponto de partida, os conhecimentos prévios dos alunos. Estes serviram como condições de ancoragem para o novo conhecimento, e uma estrutura de organização, como é sugerida por Santos (2008), como uma sequência didática fundamentada na aprendizagem potencialmente significativa.

4 RESULTADOS E O QUE RELEVAM

Ao construir uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de Trigonometria, tinha-se como propósito investigar se os estudantes seriam receptivos a uma metodologia ativa de aprendizagem, reagindo de forma positiva, e se atividades potencialmente significativas envolveriam os estudantes e promoveriam construção de conhecimentos.

Para constituir o *corpus*, foram reunidos registros do AVA, observações da professora, resultados de avaliações, de autoavaliações e pareceres dos alunos. Os dados selecionados foram desconstruídos das suas formas originais e reorganizados em três unidades de análise: a primeira compõe-se dos registros da professora, resumidos numa planilha de registro de acompanhamento da realização das atividades (Apêndice I); a segunda, das produções dos alunos, são decorrentes das tarefas propostas; e a terceira, compõe-se das avaliações, dos pareceres descritivos e, ainda, das apreciações dos estudantes, em relação à metodologia e às suas aprendizagens (Apêndice J).

As três unidades compõem, assim, um dossiê de análise, a fim de encontrar, nesta proposta pedagógica, evidências e argumentos para compreender as ações que promoveram e as que dificultaram o alcance dos objetivos, de modo a gerar reflexões que favoreçam mudanças no aprimoramento da prática pedagógica da professora pesquisadora, e de outros professores aos quais chegue às mãos esta dissertação.

A análise de dados é fundamentalmente qualitativa (MORAES; GALIAZZI, 2007), guardando coerência e buscando dar luz aos objetivos da investigação. Conforme Moraes (2007, p. 20), “fazer uma análise textual qualitativa, voltada à produção de compreensões aprofundadas e criativas, requer um envolvimento intenso com as informações do corpus da análise”.

Destaca-se, também, nesse tipo de análise, a importância da utilização de diferentes procedimentos para a obtenção de dados, como forma de aumentar a credibilidade desta pesquisa, que adota uma abordagem qualitativa. Conforme Borba e Araújo (2006, p. 35), “a triangulação em uma pesquisa qualitativa consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção dos dados”. Assim procedeu-se nesta pesquisa e, deste modo, foram utilizadas e combinadas diferentes informações, para se ter uma compreensão mais abrangente dos efeitos produzidos pela elaboração e aplicação da proposta pedagógica, cujos resultados respondessem aos problemas da pesquisa.

As análises e os resultados são apresentados considerando quatro condições relevantes para a ocorrência da aprendizagem significativa: conhecimentos prévios, diferenciação progressiva, reconciliação integradora e disposição para aprendizagem, estas oriundas diretamente das teorias de Ausubel e buscando-se, em Vygotsky, a ocorrência de zonas de desenvolvimento proximal. Tais condições são consideradas como categorias para a análise do processo de aprendizagem.

Para a primeira condição, faz-se uma análise com apreciação das tarefas de aprendizagem realizadas pelos alunos, nas quais busca-se identificar a ocorrência de aprendizagem significativa frente aos conhecimentos prévios, averiguando se houve um aperfeiçoamento na base de significados já construídos previamente.

Na segunda condição, são considerados, concomitantemente, os princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integradora. Ausubel (2003, p. 60) pressupõe "a existência de uma estrutura cognitiva, organizada hierarquicamente em termos de vestígios[13] conceituais e proposicionais altamente inclusivos", um modelo de organização cognitiva para a aprendizagem e para a retenção significativa de materiais potencialmente significativos. O autor destaca o princípio organizacional da diferenciação progressiva em termos de vestígios conceituais, partindo de conceitos mais amplos, para compreender e distinguir conceitos menos abrangentes, porém, ligados aos degraus mais acima desta hierarquia, por um processo que ele denomina de subsunção. Entende-se, pelo princípio de subsunção, que podem desenvolver-se significados novos e diferenciados e, por meio de um processo de reconciliação integradora, a possibilidade de esclarecer significados conflituosos e promover uma retenção mais duradoura dos materiais de instrução.

Na terceira condição, busca-se evidências de que os alunos mostraram-se dispostos para aprender, atuando intencionalmente para captar o significado dos materiais educativos. Segundo Ausubel (2003), essa disposição do aprendiz para aprender, de forma memorizada ou significativa, é uma condição importante da prática e um dos principais pré-requisitos para a aprendizagem significativa.

Por fim, como quarta condição, são destacadas evidências de ZDPs, mediando a relação do aluno com o conhecimento. Moreira (1997) faz uma analogia entre o conceito de aprendizagem significativa de Ausubel e o desenvolvimento cognitivo segundo Vygotsky;

[13] "O termo gestaltista 'vestígio' utiliza-se aqui como uma construção hipoteticamente neuropsicológica para explicar a representação contínua das experiências passadas no sistema nervoso e na estrutura cognitiva existente. Não se fazem quaisquer pressuposições respeitantes à base neurofisiológica do vestígio ou às correlações psicofisiológicas; neste contexto, expressa-se melhor de forma analógica pelo conceito psicológico de ideia." (AUSUBEL, 2003, p. 67).

este último em decorrência das interações promovidas pela professora, fator que se mostrou intensamente presente nas ações planejadas nesta proposta pedagógica.

Ainda, neste percurso das análises, é considerada a aprendizagem por recepção significativa, que envolve principalmente a aquisição de novos significados frente ao material de aprendizagem proposto, e a aprendizagem proposicional,[14] que é típica da situação que prevalece na aprendizagem por recepção.[15] (AUSUBEL, 2003). Isso porque a aprendizagem proposicional é também um tipo de aprendizagem por descoberta,[16] ambas num envolvimento sucessivo e em fases diferentes, no processo de resolução de problemas.

4.1 ANÁLISE DOS PROCESSOS DE APRENDIZAGEM

Visando averiguar o benefício das ações planejadas e atestar o cumprimento do objetivo geral, **de investigar uma estratégia pedagógica ativa, para promover aprendizagem significativa de conceitos de Trigonometria**, são apresentadas situações de aprendizagem no contexto da aplicação desta proposta, segundo a estrutura do seu planejamento, que intencionalmente foi arquitetada em três blocos de estudos.

As análises dos processos de aprendizagem são sustentadas pelas quatro condições, para a ocorrência da aprendizagem significativa, que se articulam entre si, estabelecendo relações entre seus elementos, de proximidade ou afastamento, para se ter uma nova compreensão sobre os significados e sentidos percebidos na aplicação da proposta, considerando os materiais potencialmente significativos elaborados para este fim.

Assim, a análise dos processos de aprendizagem é realizada na sequência das tarefas que foram desenvolvidas, incluindo os materiais produzidos pelos estudantes, como avaliações, questionários, autoavaliações, gravações, entre outros. A partir dessa análise, foram elaboradas respostas para as questões de pesquisa, bem como avaliado o alcance dos objetivos que orientaram o desenvolvimento deste trabalho. Como um princípio organizador das análises, é considerada uma planilha de acompanhamento de atividades (Figura 15),

---

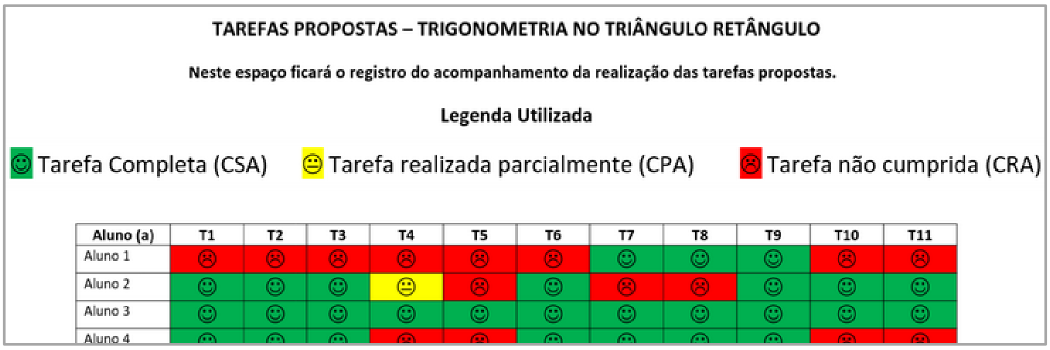
[14] Aprendizagem proposicional "refere-se aos significados de idéias expressas por grupos de palavras combinados em proposições ou frases". (AUSUBEL, 2003, p. 84).

[15] Aprendizagem por recepção é entendida quando "o conteúdo é apresentado sob a forma de uma proposição substantiva ou que não apresenta problemas, que o aprendiz apenas necessita compreender e lembrar". (AUSUBEL 2003, p. 5).

[16] Na aprendizagem por descoberta, "o aprendiz deve em primeiro lugar descobrir este conteúdo, criando proposições que representem soluções para os problemas suscitados, ou passos sucessivos para a resolução dos mesmos". (AUSUBEL, 2003, p. 5).

utilizada para o registro da entrega das tarefas. Neste instrumento, é possível ter-se um panorama do envolvimento dos alunos, no decorrer dos três blocos de estudo.

Figura 15 – Acompanhamento da realização das tarefas


TAREFAS PROPOSTAS – TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Neste espaço ficará o registro do acompanhamento da realização das tarefas propostas.

Legenda Utilizada

☺ Tarefa Completa (CSA) 😐 Tarefa realizada parcialmente (CPA) ☹ Tarefa não cumprida (CRA)

Aluno (a)	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11
Aluno 1	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 2	☺	☺	☺	😐	☹	☺	☹	☹	☺	☺	☺
Aluno 3	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺
Aluno 4	☺	☺	☺	☹	☹	☺	☺	☺	☺	☹	☹

Fonte: Produção da autora.

A legenda que aparece na Figura 15 expressa com carinhas felizes, sérias ou tristes, respectivamente, a realização completa, parcial ou o não cumprimento da tarefa. Do levantamento dos dados esta tabela foi possível identificar o grau de envolvimento dos estudantes relacionado à entrega das tarefas, que está traduzido por gráficos de setor, para as tarefas T1, T2, T3, …, T11, conforme a ordem cronológica em que as mesmas aconteceram.

A representação em gráficos não tem a pretensão de sugerir uma análise quantitativa; tem como finalidade propiciar agilidade na leitura dos resultados que estão sendo apresentados, cuja análise qualitativa é feita buscando compreender o processo de construção e aplicação da proposta pedagógica elaborada, para promover a aprendizagem significativa de Trigonometria.

4.2 O AVA COMO MEMÓRIA DAS PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES

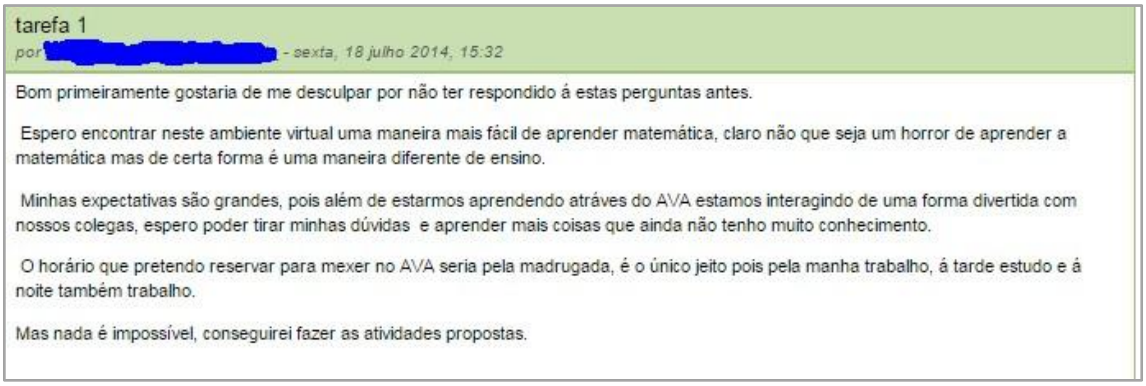
O AVA constitui-se um espaço de registro das memórias dos estudantes, evidenciando-se processos de aprendizagem que ali aconteceram e que deram alicerce para as análises das aprendizagens em Trigonometria. Pode-se perceber, no AVA, três fontes de dados relevantes para o processo de análise dos resultados: interações em fóruns, *chats*, em atividades a distância e nas tarefas de aprendizagens. Todas trazem indicativos de que houve aprendizagem significativa dos conceitos desenvolvidos, no decorrer da aplicação da proposta.

Dentre os registros, destaca-se o fórum "Começando com um papo cabeça!", que compôs a primeira tarefa de aprendizagem com registro na planilha de acompanhamento (Apêndice J).

Neste espaço de interação, os estudantes foram incentivados a registrar suas expectativas em relação ao AVA e também o tempo que intencionavam reservar, semanalmente, para acessá-lo. Pretendeu-se, então, criar uma proximidade com este recurso de aprendizagem, que para a maioria dos estudantes era novidade.

Na apresentação do AVA, os estudantes mostraram-se interessados, alguns bastante dispostos, como se identifica na Figura 16, que contém o extrato do Aluno 2.

Figura 16 – Expectativas de atuação no AVA



tarefa 1
por [redacted] - sexta, 18 julho 2014, 15:32

Bom primeiramente gostaria de me desculpar por não ter respondido á estas perguntas antes.

Espero encontrar neste ambiente virtual uma maneira mais fácil de aprender matemática, claro não que seja um horror de aprender a matemática mas de certa forma é uma maneira diferente de ensino.

Minhas expectativas são grandes, pois além de estarmos aprendendo atráves do AVA estamos interagindo de uma forma divertida com nossos colegas, espero poder tirar minhas dúvidas e aprender mais coisas que ainda não tenho muito conhecimento.

O horário que pretendo reservar para mexer no AVA seria pela madrugada, é o único jeito pois pela manha trabalho, á tarde estudo e á noite também trabalho.

Mas nada é impossível, conseguirei fazer as atividades propostas.

Fonte: Produção da autora.

O Aluno 2 mostrou-se motivado com o uso do recurso tecnológico, ao mencionar que suas expectativas eram grandes, e de fato houve o seu envolvimento em praticamente todas as atividades, como se pode observar, acima, na Figura 16. Assim como esse aluno, percebeu-se, nos retornos dessa atividade para a maioria, uma predisposição em estar no ambiente, cumprindo as tarefas e convivendo com os colegas, o que foi um dos objetivos específicos iniciais em relação a **propiciar um espaço de interação entre os sujeitos envolvidos**.

Outro fórum, denominado "Bruno e a História em Quadrinhos", foi criado com o propósito de mobilizar os alunos para o estudo de Trigonometria no triângulo retângulo, com uma situação ilustrativa de um contexto real. Nessa atividade, após a leitura da história (Figura 17) e discussões promovidas sobre o assunto, os alunos foram orientados a acessar um *link*, direcionado a um formulário eletrônico, com quatro questões que os auxiliaram a resolver o problema proposto na história em quadrinhos.

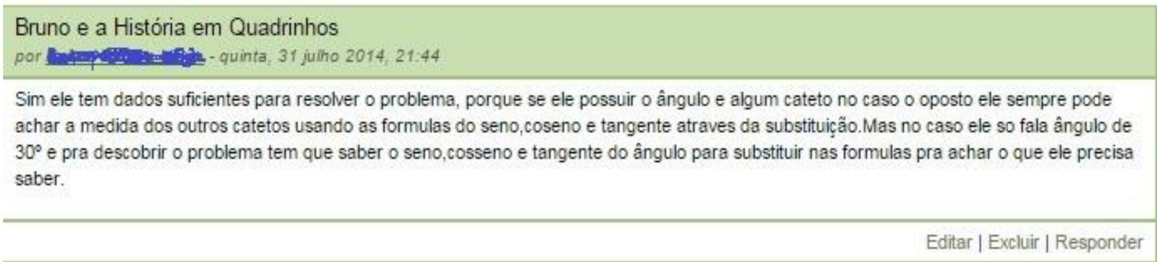
Figura 17 – Bruno e a história em quadrinhos

Fonte: Produção da autora.

As questões foram propostas com três alternativas e instigavam a pensar sobre a possibilidade de o personagem Bruno ter as informações necessárias para solucionar o problema. Na primeira questão questionou-se os estudantes sobre quais dados eram fornecidos na história em quadrinhos; na segunda, foram perguntados sobre qual razão trigonométrica poderia ser utilizada para resolver o problema; a terceira questão orientava para que aplicassem a razão escolhida; e por fim, na quarta questão era perguntado a quantia de degraus que a escada poderia ter.

Das respostas fornecidas no AVA, destaca-se o extrato do Aluno 19, como consta na Figura 18.

Figura 18 – Fórum Bruno e a história em quadrinhos


Bruno e a História em Quadrinhos
por [redacted] - quinta, 31 julho 2014, 21:44

Sim ele tem dados suficientes para resolver o problema, porque se ele possuir o ângulo e algum cateto no caso o oposto ele sempre pode achar a medida dos outros catetos usando as formulas do seno,coseno e tangente atraves da substituição.Mas no caso ele so fala ângulo de 30º e pra descobrir o problema tem que saber o seno,cosseno e tangente do ângulo para substituir nas formulas pra achar o que ele precisa saber.

Editar | Excluir | Responder

Fonte: Produção da autora.

O Aluno 19 não apresenta ainda um pensamento organizado, pois não identifica qual a razão trigonométrica adequada para calcular o comprimento da escada, mas reconhece que o problema fornece dados suficientes para resolver a questão.

Segundo Santos (2008, p. 67), “os problemas têm a função de gerar conflitos cognitivos nos alunos (desequilíbrios), que provoquem a necessidade de empreender uma busca pessoal”.

A discussão promovida no fórum, desafiando os estudantes com um problema, complementou o primeiro passo da metodologia proposta por Santos (2008), ou seja, a de dar sentido ao novo aprendizado, e constituiu-se em uma forma de desafiar as estruturas conceituais dos alunos, pois mostraram disposição para resolver o problema apresentado na história em quadrinhos.

Dos resultados obtidos no formulário, assim que foi proposto, considerando as discussões feitas no fórum, sobre as primeiras atividades que estavam acontecendo em sala de aula, para as construções das razões trigonométricas, 73% dos alunos resolveram a questão de forma satisfatória, mas 27% não souberam utilizar a razão trigonométrica adequada para o problema da história em quadrinhos.

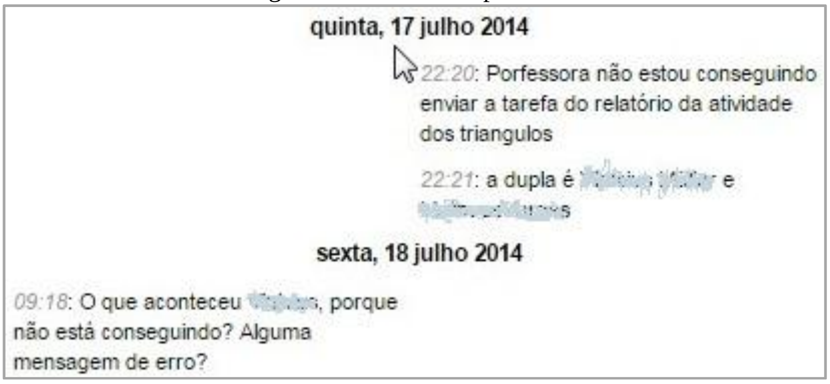
Em classe, buscou-se criar zonas de desenvolvimento proximal, retomando a discussão da história em quadrinhos. Numa aula permeada pelo diálogo e pela troca de significados, mediada por questionamentos, divergência de opiniões e reflexões provocadas pela necessidade de explicar os procedimentos no quadro, constatou-se o benefício da atividade para o desenvolvimento da autonomia e da tomada de decisões, com base na teoria.

Na sala de aula, aproveitando o conflito cognitivo que desequilibrava os estudantes, todos foram chamados a responder outra vez as quatro questões do formulário. Neste segundo momento, 100% dos alunos responderam corretamente as questões, o que permitiu a todos resolver o problema da história em quadrinhos.

Percebeu-se que esse conjunto de ações, que envolveu a resolução do problema, propondo um desafio ao alcance de todos, garantiu um ambiente compartilhado de ensino, em classe ou no AVA. Como refere Santos (2008, p. 71), “uma relação de respeito e confiança mútua. E é a partir desse contexto acolhedor que se dá a aprendizagem significativa”.

O *chat* foi mais um recurso utilizado para favorecer a comunicação dos alunos com a professora e, em algumas situações, serviu como pedido de “socorro” no enfrentamento de diferentes situações adversas, que aconteceram no decorrer da aplicação da proposta pedagógica, conforme extrato representado pela Figura 19.

Figura 19 – Conversa pelo *chat*



Fonte: Produção da autora.

As diferentes possibilidades de comunicação no AVA, e a forma como foram utilizadas permitiram alcançar um dos objetivos específicos deste trabalho, que foi propiciar um espaço de interação e de organização e registro das atividades de estudo. Mesmo não sendo frequentado igualmente pelos estudantes, o AVA oportunizou momentos significativos de encontro e interação para aqueles que se envolveram mais com os estudos, discutindo dúvidas, trocando ideias sobre Trigonometria em problemas, que envolveram operações matemáticas, ampliando conhecimentos e favorecendo a aprendizagem colaborativa.

O ambiente favoreceu a mediação da aprendizagem, pois os percursos e as produções dos estudantes ficaram registrados e puderam ser acessadas, complementadas e revisitadas, em qualquer tempo e lugar. Engajada nessa ideia, Bisol (2005, p. 32) menciona que “o que é escrito torna-se um registro. Toda e qualquer troca de ideias é automaticamente arquivada, ou seja, acaba por construir um conjunto concreto, permanente, e passível de ser acessado”.

O AVA que, inicialmente, era um espaço novo a ser habitado, constitui-se num ambiente de aprendizagem diferenciado e reconhecido nos registros dos estudantes e na mediação e interação para os que nele se envolveram. Separadamente, é possível que nem a sala de aula nem o ambiente tivessem frutificado da forma como aconteceu; porém, juntos, propiciaram experiências e aprendizagens que deram sentido a uma nova proposta de aprendizagem significativa.

No decorrer dos registros dos estudantes, tinha-se a impressão de que com o ambiente não se teria alcançado as expectativas iniciais, mas, a partir das análises dos dados, foi possível descortinar informações extremamente relevantes e que ficavam obscuras; porém, ao serem combinadas, estas diferentes informações permitem ter uma compreensão mais abrangente da importância da utilização do AVA para o alcance dos objetivos da proposta pedagógica.

4.2.1 Memória dos processos de aprendizagem no percurso do bloco 1

O conceito de semelhança de triângulos foi considerado estruturador no primeiro bloco de estudos, proposto intencionalmente como um organizador prévio, para que os alunos construíssem aprendizagens por subsunção,[17] previstas na T2 (Duas sombras e a sua altura para a descoberta de uma medida inacessível) e, posteriormente, servisse como conhecimento prévio para o estudo de Trigonometria no triângulo retângulo iniciado com a realização da T3 (Razões trigonométricas).

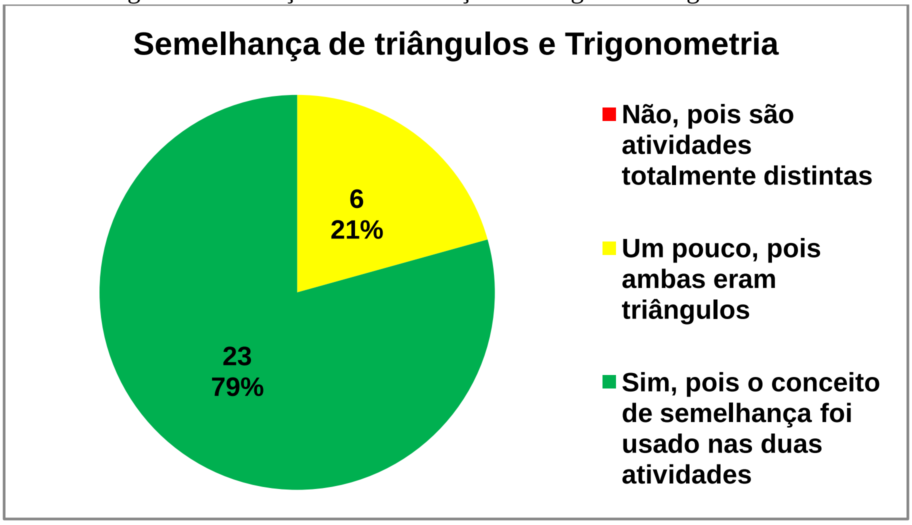
Mas, afinal, como prever aprendizagem por subsunção para aqueles alunos que não possuem o conceito de semelhanças de triângulos? Sendo assim, foi proposto um material instrucional (Apêndice E) com algumas imagens e composto por quatro questões, com o qual foi possível averiguar o conhecimento prévio sobre semelhança de figuras e estender a ideia para a semelhança de figuras geométricas. No relato da aluna 7: *"Olha pessoal, vocês não estão vendo os gatinhos? Nos triângulo é a mesma coisa, só estão em proporções diferentes"*, percebe-se a compreensão da relação de proporção entre os lados das figuras geométricas que lhes eram apresentadas e as imagens que estavam no material instrucional.

Partindo então da semelhança de triângulos, uma constatação de que este conceito apoiou o significado das razões trigonométricas deu-se com a análise das respostas ao questionário (Apêndice J), para levantar dados e pareceres em relação à metodologia que foi proposta e sobre os processos de aprendizagem. Esse questionário foi respondido no final dos estudos, com questões que se referiam a todo o processo desenvolvido.

Na questão 2 desse questionário, procurou-se avaliar se os alunos conseguiram utilizar a semelhança de triângulos como subsunçores, para compreender os primeiros conceitos de Trigonometria no triângulo retângulo. A Figura 20 revela os resultados apresentados pelos alunos.

[17] A aprendizagem de subsunção é uma das formas de aprendizagem proposicional e ocorre quando uma proposição "logicamente" significativa de uma determinada disciplina (plausível, mas não necessariamente válida em termos lógicos ou empíricos, no sentido filosófico) se relaciona de forma significativa com proposições subordinantes específicas na estrutura cognitiva do aluno. (AUSUBEL, 2003, p. 3).

Figura 20 – Relação de semelhança de triângulos e Trigonometria



Fonte: Produção da autora.

A maioria dos alunos percebeu a correspondência entre esses conceitos, o que revela que o estudo de semelhanças de triângulos serviu como âncora, para incorporar novas ideias de Trigonometria no triângulo retângulo, nas estruturas cognitivas dos alunos, atendendo a primeira condição para a ocorrência de aprendizagem. Nas palavras de Ausubel, seria o mesmo que dizer que a semelhança de triângulos serviu como um ancoradouro às novas ideias.

Ao articular os conceitos de semelhanças de triângulos, na T2, e as razões trigonométricas, na T3, pretendeu-se distinguir, tornar mais claras e mais estáveis as ideias relevantes ancoradas na estrutura cognitiva.

Essas duas tarefas foram resolvidas em duplas, o que, segundo Vygotsky, favorece o desenvolvimento cognitivo, pois esse acontece na interação social, ou seja, na relação com o colega e com o meio. Ações de envolvimento foram percebidas frequentemente pela professora, ao observar momentos de interação, traduzidos por troca de ideias, pedidos de ajuda e explicações, caracterizando-se, assim, zonas de desenvolvimento proximal, pois alunos menos experientes foram auxiliados por colegas mais experientes, e a mediação da professora favoreceu e intensificou este processo, criando-se um ambiente propício para o que prevê a quarta condição para a ocorrência da aprendizagem significativa, que é criar zonas de desenvolvimento proximal.

Sinais de aprendizagem significativa são encontrados na T2, conforme se observa no extrato de relato da dupla de Alunos 8 e 16, com relação ao cálculo de uma altura inacessível, utilizando a semelhança de triângulos.

> “Primeiro medimos nossa altura, depois o comprimento de nossa sombra. Após, escolhemos um prédio de altura inacessível e medimos o comprimento de sua sombra. Pensamos que a **sombra que a luz do sol projeta no chão forma um triângulo retângulo; sendo assim, o comprimento da nossa sombra e a do prédio são semelhantes**, pois o sol se encontra praticamente no mesmo lugar, na hora do experimento. Sabendo nossa altura e o comprimento das sombras, fizemos uma regra de três simples e encontramos a altura do prédio.” (Grifo nosso).

Os Alunos 8 e 16 desenvolveram significados novos e diferenciados num processo de reconciliação integradora, ao mencionar que “*a sombra que a luz do sol projeta no chão forma um triângulo retângulo; sendo assim, o comprimento da nossa sombra e a do prédio são semelhantes*”. No relato, subentende-se a ideia de triângulos retângulos semelhantes para o cálculo da altura inacessível, ou melhor, os alunos partiram de uma ideia de maior inclusão (cálculo de uma altura inacessível) para uma de menor (entender a aplicação de semelhança de triângulos semelhantes), atendendo a segunda condição para a ocorrência da aprendizagem significativa, o princípio organizacional da diferenciação progressiva.

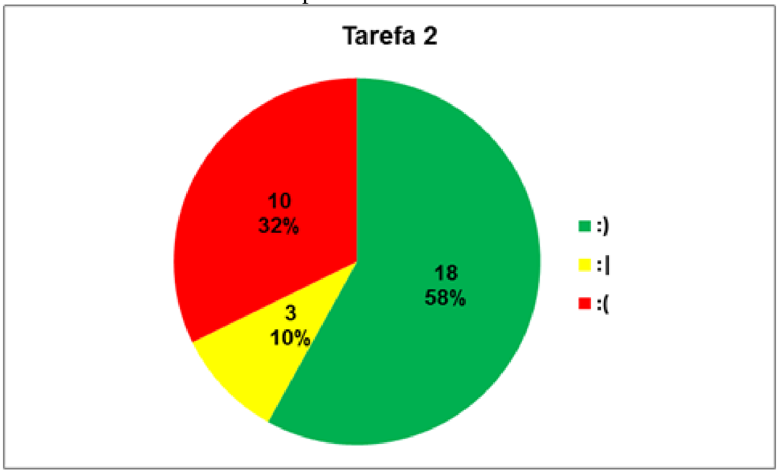
Como complemento da T2, os alunos pesquisaram o processo utilizado por Tales de Mileto, no século VI a.C., e compararam com o procedimento feito por eles para o cálculo de uma altura inacessível. Os Alunos 3 e 7 argumentaram:

> “**A forma que medimos a altura do objeto inacessível foi, na verdade, uma reprodução do Teorema que Tales criou no século VI a.C.**, usando seus conhecimentos sobre Geometria e proporcionalidade, para determinar a altura de uma pirâmide, mostrando que há uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura dos objetos.” (Grifo nosso).

Na aprendizagem por descoberta, o aluno deve organizar uma determinada quantidade de informações, integrá-las na sua estrutura cognitiva, de forma a criar um produto final. Ausubel (2003, p. 48) menciona que “é na aprendizagem por descoberta que o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz antes de este o poder interiorizar”. E assim aconteceu com os Alunos 3 e 7: mostraram evidências de que combinaram as duas situações propostas, descobrindo uma relação que até então não havia sido mencionada, pois o método utilizado por Tales não foi considerado antes dessa pesquisa recomendada aos alunos.

A seguir, ilustrando-se com as Figuras 21 e 22, apresentamos o grau de envolvimento dos estudantes com relação às duas tarefas T2 e T3, respectivamente. Na Figura 21, observa-se que 68% dos estudantes envolveram-se com a atividade, e que 58% do total dos alunos desenvolveram o trabalho com grau satisfatório. Ainda sim, 32% dos alunos sequer manifestaram-se no AVA, em relação a esta tarefa, bem como na Tarefa 3.

Figura 21 – Grau de envolvimento dos estudantes na realização da T2
(Duas sombras e a sua altura para a descoberta de uma medida inacessível)



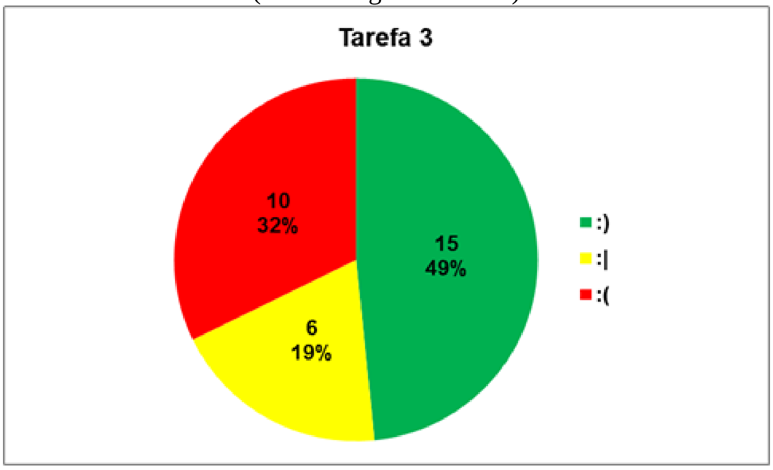
Fonte: Produção da autora.

A T3, "Razões trigonométricas", cujo envolvimento está representado na Figura 22, foi realizada em duplas, cada um com a mesma atividade de explorar as razões trigonométricas no triângulo retângulo, usando procedimentos distintos: um utilizando materiais manipuláveis, como régua, transferidor e compasso e outro utilizando um *software*.

Com essa atividade, pretendia-se que os estudantes concluíssem que as razões trigonométricas entre os lados de um triângulo retângulo permanecem iguais, quando estabelecidas em triângulos semelhantes, e que recebem nomes específicos.

Do total de alunos, 68% se envolveram resolvendo as atividades propostas e postando-as no AVA.

Figura 22 – Grau de envolvimento dos estudantes na realização da T3
(Razões trigonométricas)



Fonte: Produção da autora.

Compartilhar as atividades parecia não ter importância para muitos. No entanto, esta atividade era também de familiarização com o *software* e com o AVA; observou-se um fato que, em especial, dificultou a postagem dos alunos que desenvolveram a atividade no laboratório de informática: alguns não conseguiram salvar a imagem do triângulo retângulo produzida com o *software*, para ser, posteriormente, confrontada com o triângulo feito manualmente pelo colega da dupla.

Considerando o envolvimento dos alunos no laboratório e em sala de aula, a baixa participação no AVA deveu-se a embaraços tecnológicos, pois os estudantes mostraram-se muito interessados. Tanto manualmente quanto com o *software* fizeram as medidas, calcularam as razões, e a maioria conclui dos registros feitos a igualdade de razões trigonométricas em triângulos retângulos semelhantes. Assim, a T3 foi considerada um destaque como recurso potencialmente significativo.

Segue extrato do relato dos Alunos 3 e 7, explicando como a realização da atividade colaborou para o entendimento das razões trigonométricas e de como obtê-las num triângulo retângulo.

> “Realizando este trabalho, pudemos perceber que, com as divisões entre cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa, podemos descobrir o seno, cosseno e tangente dos ângulos e, com uma régua, uma folha, um lápis e um transferidor, é possível obtê-los manualmente ou, então, um valor muito aproximado, em razão da dificuldade de medir cada triângulo, sem ser necessário o uso de calculadoras ou computadores.”

Os alunos apresentaram indícios de compreensão, pois argumentaram ser capaz de calcular senos, cossenos e tangentes, sem o uso de calculadora, construindo triângulos para obter tais razões, demonstrando compreensão dos significados dessas razões, distinguindo-os e integrando-os no contexto das razões trigonométricas, no triângulo retângulo.

Os registros feitos numa tabela coletiva, conforme mostrados na Figura 23 colaboraram potencialmente para a compreensão dos significados, permitindo distinguir as razões e concluir o significado de cada uma.

Figura 23 – Tabela de razões trigonométricas

Razões entre os lados de um triângulo retângulo							
Legenda: CO – cateto oposto CA – cateto adjacente HIP – hipotenusa							
		Medidas dos lados			Razão entre os lados		
Aluno (a)	Ângulos	CO	CA	HIP	CO/HIP	CA/HIP	CO/CA
	35°	2.8cm	4cm	5cm	0.56	0.8	0.7
	49°	7.2cm	6cm	9.4cm	0.76	0.63	1,2
	51°	4.4cm	3.5cm	9.5cm	0.46	0.36	1,25
	77°	20.4cm	5cm	21cm	0.97	0.23	4,08

Fonte: Produção da autora.

Feito os registros na tabela, um aluno comentou em sala de aula:

– Profe, por que precisamos fazer todo esse trabalho se estes valores podem ser obtidos na calculadora científica?Vamos usar estes valores para fazer algumas contas?

A professora respondeu:

– A forma como desenvolvemos este trabalho é fundamental para o entendimento do significado dos valores de seno, cosseno e tangente de um dado ângulo. A calculadora vai ser utilizada logo adiante, mas de forma crítica, com vocês sabendo o que vão perguntar e conseguindo avaliar os resultados que ela fornece.

No decorrer do desenvolvimento das T2 e T3, houve um empenho diferenciado para se desenvolver uma aprendizagem com significado, para que o aluno, ao usar uma calculadora para obter alguma razão trigonométrica, possa agir de forma consciente e crítica, identificando resultados adequados ou equivocados. Além disso, percebeu-se naquela ocasião que o aluno sentiu-se instigado a aplicar aquele novo conhecimento numa situação-problema, pois comentou se aqueles valores encontrados na tabela seriam usados para fazer algumas contas.

Com esta oportunidade proposta pelo estudante, retornou-se à T2, quando calcularam uma medida inacessível usando semelhança de triângulos. Na T11, os alunos foram desafiados a, em grupos, calcularem a mesma altura inacessível, agora utilizando Trigonometria, e a compararem este modo de resolver o problema com o procedimento inicial, justificando quais das formas consideravam mais adequadas para o cálculo da altura.

Os Alunos 18 e 28 mencionaram que "*o método de se usar o teodolito foi muito mais fácil e prático, pois diferente do método da sombra, este usa o* ***conhecimento que adquirimos sobre trigonometria***". (Grifo nosso).

Novamente temos indícios de que a aprendizagem ocorreu, pois houve o reconhecimento da aplicação do novo conhecimento, além da predisposição para aprender, ao aceitarem comparar os dois métodos, quando poderiam ter simplesmente referido o método inicial já utilizado. No decorrer dessa discussão, houve quem preferisse o método que utilizasse a sombra, conforme relato do grupo de Alunos 3, 7 e 21.

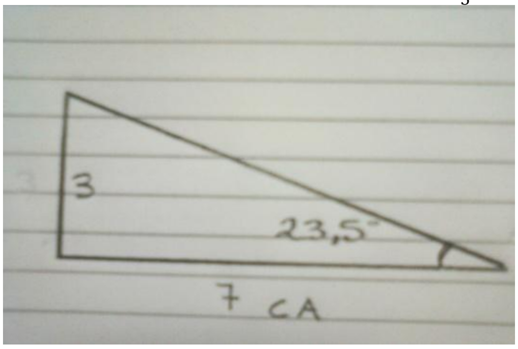
> **"Entramos em um consenso de que o método em que usamos a sombra, para obter a altura de um objeto inacessível, é o melhor**, porque pelo método da Trigonometria é necessário montar um teodolito ou ter um aplicativo no celular, sabendo calibrá-lo muito bem para um resultado mais preciso, já com o método da sombra, com a ajuda de uma trena e uma simples regra de três, é possível obter o resultado facilmente. Claro que, fatores como a necessidade de um dia ensolarado para a realização do método que utiliza a sombra deve ser considerado." (Grifo nosso).

A conclusão do grupo nos dá indícios de que, ao entrar num consenso, houve diálogo e discussão com relação ao método mais favorável. Santos (2008) revela que a troca de percepções entre os alunos estimula a ampliação de ideias e a testagem de hipóteses pessoais. Além disso, esses alunos interagiram numa zona de desenvolvimento proximal, pois, por meio de um diálogo, discutiram sobre o método escolhido e fundamentaram uma argumentação lógica, pois, mesmo ao optarem pelo "*método em que usamos a sombra*", justificam a necessidade de considerar um dia ensolarado.

Em outro grupo, os Alunos 13, 27 e 29 justificaram que "*não encontramos dificuldades em nenhum dos métodos utilizados. Mas o que achamos mais fácil e mais legal foi o método da Trigonometria; achamos legal o uso do aplicativo, misturando a tecnologia com a matemática*". Percebe-se aqui uma reação positiva dos alunos, quanto ao uso de um aplicativo de celular para medir ângulos. O recurso utilizado proporcionou um ambiente de aprendizagem prazeroso que envolveu os alunos, que se mostraram ativos para construir suas aprendizagens.

A Tarefa 4, "Qual é o ângulo cujo(a)....?", foi proposta com o objetivo de construir o processo inverso ao anterior: reconhecer um ângulo quando informado o valor de uma das suas razões trigonométricas, conforme indica a Figura 24.

Figura 24 – Qual é o ângulo cuja cotg é $\frac{7}{3}$?



Fonte: Aluno 14.

Muitos alunos se mostraram incapacitados logo no início da atividade, alegando não conseguir resolver este tipo de situação, por ser algo muito difícil. A professora, no seu papel de mediadora, resgatou procedimentos feitos em atividades anteriores, instigando-os a fazerem o caminho inverso. Segue registro feito pelo Aluno 14, explicando o seu procedimento:

> "Primeiro passo, sabendo que a cotangente é o inverso da tangente, peguei a fórmula da cotangente e inverti. Então obtive o valor de 3/7. Então desenhei o triângulo-retângulo com as medidas proporcionais a cada parte do triângulo. Como eu estava usando a fórmula da tangente que é CO/CA, o meu valor de cateto oposto foi de 3 e o de cateto adjacente de 7. Medindo o ângulo obtive o resultado de 23,5°. **Para confirmar minha teoria** fiz o seguinte cálculo na calculadora": (Grifo nosso).
> Tg 23,5°=co/ca
> 0,43=co/7 co=7 x 0,43 co=3
> 0,43=3/ca 0,43 x ca=3 ca= 3/0,43 ca=7

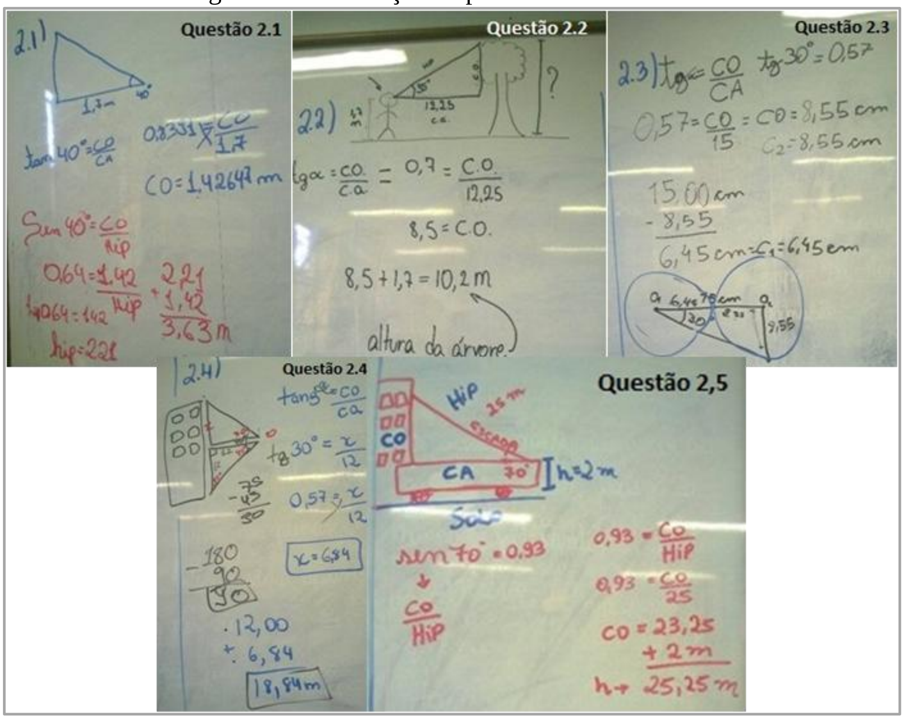
Além da habilidade no manuseio dos materiais, o aluno mostrou compreensão, entendeu a cotangente como uma razão, e como razão inversa da tangente, mostrando domínio dos conceitos, pois associou corretamente as duas razões e a medida dos lados, cateto oposto e cateto adjacente. Testando suas hipóteses, buscou confirmá-las com a calculadora, interpretando o valor da tangente do ângulo que encontrou e confirmando que o mesmo correspondia ao do triângulo que ele havia construído. A resolução do problema revela um pensamento organizado e o domínio dos conceitos envolvidos; além disso, há uma riqueza de significados na explicação apresentada. A resolução e a explicação deste aluno demonstram uma postura investigadora, guiada por subsunçores e um aperfeiçoamento na base de significados, evidenciando uma aprendizagem significativa, com construção de subsunçores apoiando aprendizagens relacionadas.

Outro aspecto a destacar é o do aluno se colocando como sujeito protagonista e reflexivo da sua própria ação, ao mencionar que confirmou a sua teoria. Foi ele quem a descobriu, mostrando-se um sujeito ativo e predisposto à construção do seu próprio conhecimento, característica primordial das teorias construtivistas.

Conforme a sequência didática orientada por Santos (2008), foram propostos problemas contextualizados para que os alunos, organizados em grupos, aplicassem os conceitos aprendidos e argumentassem, de forma escrita e verbal (Figura 25), sobre as resoluções e os resultados encontrados. Os problemas foram propostos em três listas (Apêndice K), constituindo três níveis de complexidade, considerando uma graduação para o desenvolvimento cognitivo, visando a uma diferenciação progressiva de conceitos ou proposições.

As discussões em aulas, as resoluções no quadro, bem como as explicações dos estudantes aos colegas mostraram disposição para a aprendizagem e a satisfação em mostrar compreensão dos conceitos. Desta forma, esta atividade serviu como um aperfeiçoamento de significados e constituiu-se um material potencialmente significativo, gerando âncora para aprendizagens posteriores.

Figura 25 – Resolução de problemas matemáticos

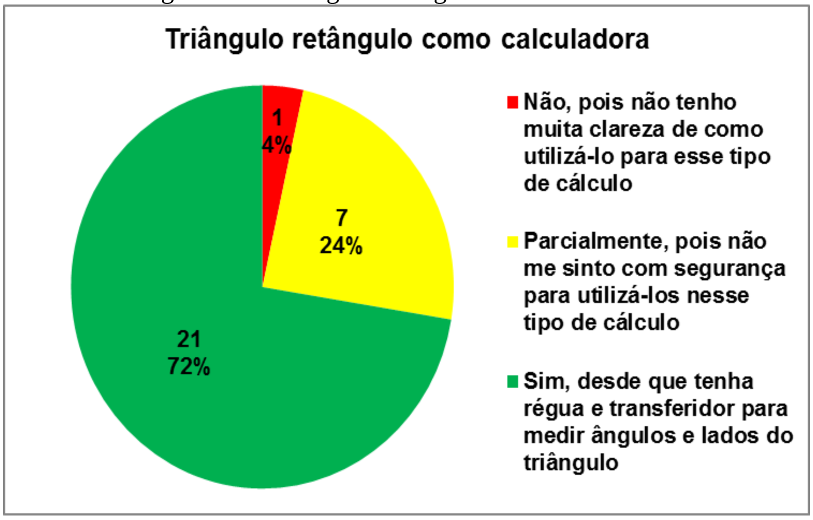


Fonte: Produção da autora.

Ainda cabe, sobre essa atividade, destacar que o ambiente da sala de aula constituiu-se um espaço de aprendizagem permeado por interações em ZDPs, pois os alunos aprenderam uns com os outros, o que se pode confirmar com o depoimento de alguns deles, ao afirmarem que não fariam essa atividade sozinhos, mas que, com a ajuda dos colegas, compreenderam e conseguiram resolver todos os problemas apresentados.

As aprendizagens sobre Trigonometria no triângulo retângulo, novamente, são reconhecidas nas respostas da questão 6 do questionário que consta no Apêndice J, pois apresentam evidências no alcance dos objetivos de aprendizagens para praticamente todos os alunos. Nessa questão, os estudantes expressaram-se em relação à capacidade de construir triângulos retângulos para calcular valores de razões trigonométricas conhecidas, e a maioria reconheceu ter segurança para fazer tal aplicação, como se pode ver na Figura 26.

Figura 26 – Triângulo retângulo como calculadora

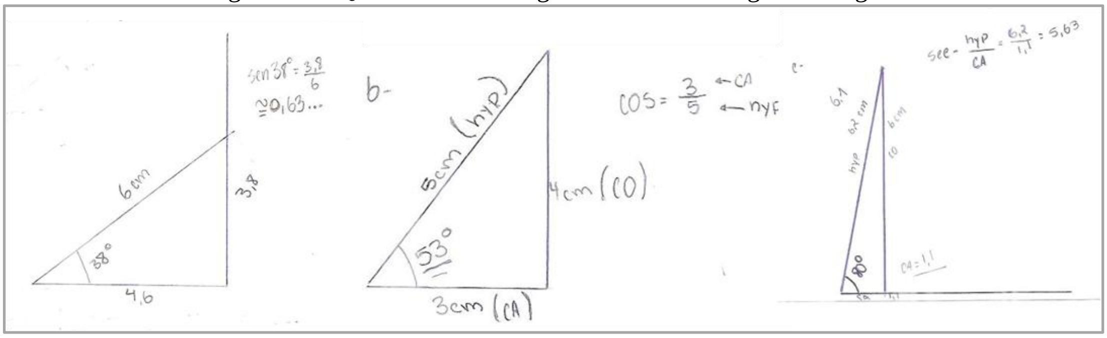


Fonte: Produção da autora.

A maioria dos alunos respondeu ter competência para construir triângulos, como forma de calcular razões trigonométricas. Temos indícios de aprendizagem significativa, pois esta não é uma habilidade que resulta da aplicação de alguma fórmula ou regra; ao contrário, é preciso em cada situação reconstruir em pensamento o significado geométrico da razão pedida e utilizá-lo como âncora, para construir um triângulo adequado com medidas bem-ajustadas para, então, calcular a razão pedida.

Na Figura 27 a seguir, consta o extrato da resolução da primeira questão de uma avaliação individual (Apêndice D) aplicada no final do terceiro bloco de estudos. Destaca-se a produção do Aluno 10, referente à primeira questão, pois ele não entregava as atividades no AVA, não aceitava participar das atividades no quadro, mostrando-se tímido. Porém, raramente faltava à aula, fazia seus registros no caderno e interagia somente em pequenos grupos de estudo. Na relação com a professora, preferia um distanciamento, não aceitando auxílio quando oferecido nem questionava em relação a dúvidas. Na avaliação individual superaram as expectativas da professora, reconhecendo e aplicando corretamente as razões trigonométricas em resoluções claras e com ilustrações explicativas do seu pensamento.

Figura 27 – Questões sobre Trigonometria no triângulo retângulo



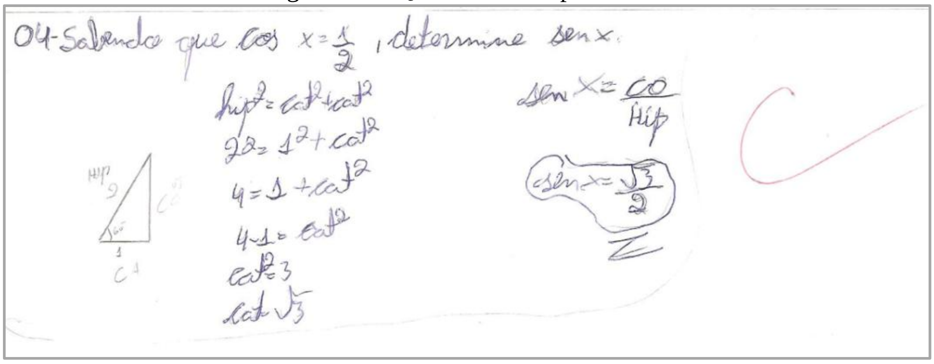
Fonte: Aluno 10.

Quando questionado pela professora sobre o seu bom desempenho na avaliação, ele mencionou que era preguiçoso para entregar as tarefas no AVA, que não usava muito a internet, mas que “*compreendia a matéria e conseguia fazer as atividades da aula, pois eram muito boas*”.

Conforme mostrado na Figura 27, estão representados, respectivamente, os valores de seno de 38º, o valor do ângulo cujo cosseno é $\frac{3}{5}$ e o valor da secante de 80°, utilizando apenas lápis, régua e transferidor para encontrá-los. A questão resolvida pelo aluno revela um alto grau de retenção de um material instrucional novo e potencialmente significativo, sendo indicativo de que também com esta estratégia foi possível identificar aprendizagem ativa e significativa de conceitos de Trigonometria no triângulo retângulo.

Destaca-se, ainda, como evidências de aprendizagem significativa, as produções dos alunos na última questão da mesma avaliação aplicada no final do bloco 3. Essa questão foi proposta para que eles fossem autores de um exercício, apresentando enunciado e resolução. O Aluno 13, ao apresentar a questão por ele elaborada (Figura 28), mostrou compreender as razões trigonométricas, ao resolver o seu exercício de forma correta, articulando com o Teorema de Pitágoras e a construção geométrica de um triângulo retângulo adequado para o problema por ele elaborado.

Figura 28 – Questão criada pelo aluno



Fonte: Aluno 13.

Assim como o Aluno 13, do total de estudantes que criaram sua própria questão, 45% mostraram indícios de reconciliação integradora, ao apresentarem uma diversidade de conceitos em enunciados bem-elaborados, ilustrações coerentes e explicativas e com resoluções corretas sobre ideias consolidadas. Outros 19% apresentaram a respectiva questão com conceitos parcialmente consolidados, faltando, em alguns casos, a inclusão de procedimentos ou passos que justificassem uma resolução. E, 36% não souberam expressar, por escrito, algum conceito em forma de problema. Outros, poucos, preferiram deixar a questão em branco, o que pode ter acontecido por receio de não resolverem corretamente a questão ou por não valorizarem a sua produção, como construção do próprio saber.

Ao finalizar as análises e discussões sobre os processos de aprendizagens no percurso do bloco 1, percebeu-se que houve aprimoramento na base de significados dos alunos, quando muitos deles mostraram-se capazes de calcular uma altura inacessível, utilizando semelhança entre triângulos; de explorar as razões entre lados de triângulos retângulos, aplicando-as corretamente em situações-problema, bem como de reconhecer que ângulo possui determinado valor de uma dada razão trigonométrica.

Com essas análises e discussões, em relação ao problema de pesquisa e no que se refere ao bloco 1, tem-se respostas favoráveis sobre atividades potencialmente significativas; estas envolveram os estudantes e promoveram aprendizagens significativas, e a maior parte dos alunos se comportou como sujeito ativo na construção do próprio saber.

4.2.2 Memória dos processos de aprendizagem no percurso do bloco 2

O segundo bloco de estudos foi planejado para o estudo de Trigonometria no círculo trigonométrico. Inicialmente, as discussões foram propostas com a intenção de recuperar o significado de radiano, relacionando-o com a (re)construção do valor do π.

Intencionalmente, buscando recuperar conhecimentos prévios, foi proposta uma atividade experimental, para que relacionassem o comprimento da circunferência e o respectivo raio. O objetivo era que os alunos pudessem redescobrir o valor do π, a fim de deduzir a fórmula do comprimento da circunferência. Nessa atividade, os alunos foram desafiados a encontrar o valor do π dispondo de um objeto cilíndrico, um pedaço de fio de tricô e uma régua. Alguns alunos mostraram-se surpresos, sem saber o que fazer com os materiais, outros logo manifestaram a ideia de usar o fio de tricô para contornar o objeto e, depois, verificar o tamanho do contorno, usando a régua. A professora conduziu o experimento por meio de um roteiro (Apêndice L), buscando promover, nesse experimento, uma aprendizagem significativa pela descoberta. Para Ausubel (2003), este é um processo de "transferibilidade", em função da relevância, significação, clareza, estabilidade, integração e do poder explicativo dos subsunçores, originalmente apreendidos e que, mais tarde, vão fazer a transferência.

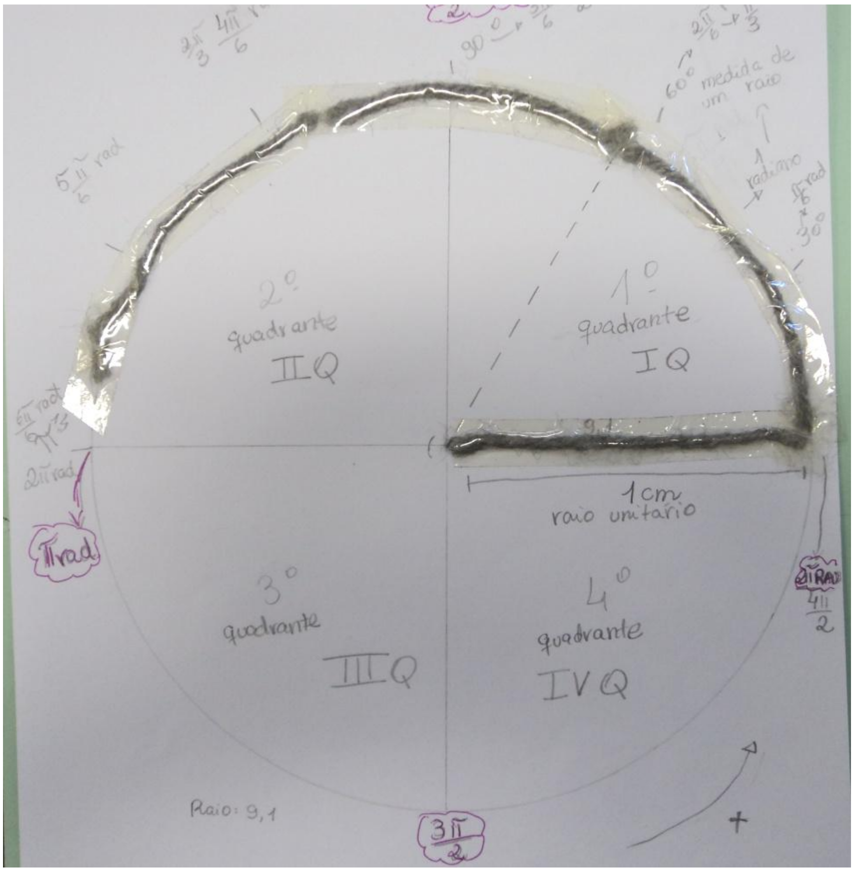
Ao perceber que os alunos deram significado à fórmula que calcula o comprimento da circunferência, a professora questionou-os a respeito da palavra *radiano*, indagando se alguém conhecia alguma relação desse termo com o comprimento da circunferência. O Aluno 31 referiu conhecer o radiano, pois já havia estudado Trigonometria no trimestre anterior, em função de ter vindo transferido. Explicou o que lembrava dizendo que, radiano "*é uma distância em graus do ângulo da circunferência*" e complementou expressando: "*Passaram uma tabela pra gente resolver, só que aí não vai ser em graus, vai ser em $2\pi, 3\pi$, isso é radiano.*"

O aluno não tem clareza sobre o conceito de radiano, apenas se lembrava de expressões como circunferência e tabela trigonométrica, mas com ideias desprovidas de significado; a estrutura cognitiva do aluno está instável e desorganizada.

Outras manifestações de alguns alunos também não foram significativas para que a discussão pudesse prosseguir, a partir de algum conhecimento prévio. Com isso, na tentativa de sugerir esse significado para que ele fosse relacionado com o comprimento da circunferência construído na atividade anterior, a professora apresentou o áudio "O que é radiano". Esse áudio, porém, constituiu-se mais como material instrucional, pois se apenas esta escuta fosse transcrita nos cadernos, e corretamente, como aconteceu para vários estudantes, a aprendizagem, se ocorresse, seria por recepção, pois poderia ser memorizado pelos alunos, produzindo, provavelmente, "características discretas e relativamente isoladas, associadas de forma arbitrária a componentes ideárias na estrutura cognitiva dos alunos". (AUSUBEL, 2003, p. 60).

No entanto, o significado, a compreensão de um conceito exige ações mais elaboradas do pensamento. Para isso, foi proposto aos alunos, ainda usando o fio de tricô (Figura 29), que calculassem quantos raios eram necessários para cobrir meia circunferência.

Figura 29 – Medindo a circunferência em raios



Fonte: Produção da autora.

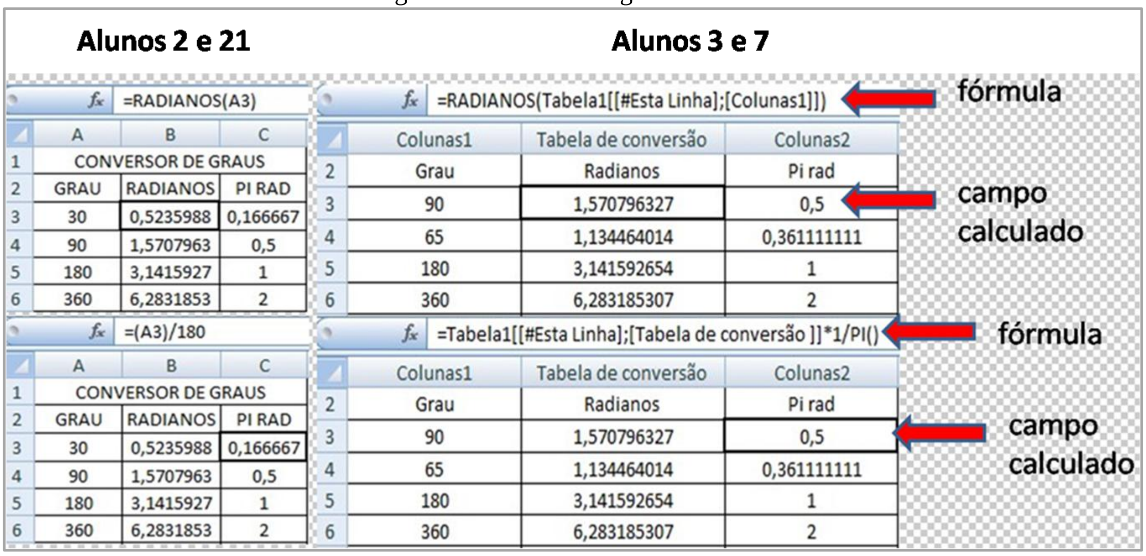
Essa atividade, na sequência das discussões e dos questionamentos, foi suficiente para iluminar o significado do conceito de radiano. Este termo, no início misterioso, integrou-se como um novo conhecimento, e o Aluno 31, que pensava saber este significado, então, pôde expressar com entendimento a ideia vaga que tinha sobre radiano.

Neste conjunto de ações, encontra-se o sentido daquilo que Ausubel entende por aprendizagem potencialmente significativa. Isoladamente, é possível que nenhuma das ações tivesse resultado esse efeito, nas manifestações de entendimento que foram observadas nas falas e expressões dos alunos. Porém, integradas numa sequência lógica, essas ações constituem uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa, de forma a surgir um novo significado; para Ausubel (2003, p. 128) “implica que o significado acabado de adquirir se torne uma parte integral de um sistema ideário particular e inter-relacionado”.

Como complemento desse processo de aprendizagem, foi proposta a relação entre as unidades grau e radiano. Para isso, os alunos realizaram uma prática de conversão de uma dessas unidades em outra, em sala de aula, e uma Tarefa 5, opcional, denominada “Conversor grau e radiano”. Nessa tarefa, os alunos foram desafiados a criar, como atividade extraclasse a ser entregue no AVA, um conversor automático, utilizando uma planilha eletrônica.

Do total de alunos, os 19% que entregaram esta atividade apresentaram competências e habilidades diferenciadas, pois, para criar uma fórmula em uma planilha eletrônica, são exigidos conhecimentos solidificados, para programar e compreender as ferramentas a serem utilizadas na programação de operações que produzem resultados corretos. Apresenta-se, na Figura 30, o conversor feito pelos Alunos 2 e 21 e pela dupla de Alunos 3 e 7, que criaram formas distintas de programar esse conversor.

Figura 30 – Conversor grau e radiano



Fonte: Alunos 2 e 21, Alunos 3 e 7.

A T5 não teve muita adesão, pois 77% dos estudantes não postaram a atividade no AVA. De fato, esta tarefa tem um grau mais elevado de dificuldade, motivo pelo qual foi opcional. Encontrando motivos para a não entrega da tarefa, por boa parte da turma, entende-se que essa estava além da capacidade de muitos alunos; Ausubel (2003, p. 66) diria que “os possíveis subsunçores da estrutura cognitiva do aprendiz não possuem o grau necessário e desejável de relevância e de especificidade, para agirem como ideias ancoradas eficazes”.

A atividade, para ser potencialmente significativa, deve estar adequada à condição dos alunos. Para alguns, ela foi suficientemente desafiadora e resultou numa expressiva manifestação de desenvolvimento de novas habilidades, pois souberam explorar o *software* e descobrir ferramentas de programação adequadas para a situação-problema, que tinham a resolver. Numa classe heterogênea, existem alunos com melhores condições de aprendizagem; de irem além e de avançar em aprendizagens que são propostas.

Nesse contexto, com o AVA cumpriu-se um papel importante, ao possibilitar a que os processos pedagógicos continuassem para além da sala de aula, para alunos, que têm essa condição aprimorada de aprendizagem, ou seja, de realizar tarefas mais complexas.

Optou-se por se fazer a T5 extraclasse, justamente para identificar quais estudantes conseguiriam estabelecer relações ideárias significativas para o surgimento paralelo de novos significados correspondentes (AUSUBEL, 2003), e por convicção de que é importante, no planejamento de uma proposta didática, prever atividades que exigem um conhecimento mais amplo dos alunos, privilegiando aqueles que apresentam competências e habilidades diferenciadas, da mesma forma como se deve prever ações para os alunos, como mais dificuldades de aprendizagem.

Outro recurso didático, com expressivo potencial significativo, foi o jogo das placas, proposto como fechamento para o estudo sobre Trigonometria no círculo. Os alunos mostraram-se intensamente envolvidos; como se percebe na Figura 31, e no questionário (Apêndice J), a questão quatro revela que 69% dos alunos destacaram a atividade com grau satisfatório para a sua aprendizagem e 31% com grau de aproveitamento parcial. O jogo garantiu a participação de todos, desde a confecção das peças até a sua dinâmica, que exigiu o revezamento dos componentes de cada grupo na representação, no quadro, da relação entre as placas.

Figura 31 – Jogo das placas

Fonte: Produção da autora.

A atividade foi tão prazerosa, que se abriu uma exceção, jogando além do que estava planejado. Os princípios de diferenciação progressiva e reconciliação integradora, segundo Moreira (2011), são dois processos simultâneos da dinâmica da estrutura cognitiva, que puderam ser claramente reconhecidos. Os alunos, a todo momento, precisaram captar aspectos de um todo mais inclusivo aprendido para captar as suas partes e, na interação e mediação entre colegas e com a professora, as semelhanças e diferenças, algumas vezes confusas entre novas ideias e aquelas já estabelecidas na estrutura cognitiva, foram distinguidas e melhor explicitadas.

Na interação, esta atividade lúdica propiciou e criou ZDPs, pois alguns alunos apresentaram dificuldades de compreensão em algumas situações, mas, esses, com a ajuda dos colegas, foram encorajados a explicar como compreendiam e, respondendo a questionamentos que lhes eram feitos, ou atentos a algumas explicações, mostraram aquilo que conseguiam fazer com a ajuda dos seus pares, podendo atuar em seu nível de desenvolvimento potencial.

De modo geral, todos os alunos apresentaram predisposição em querer aprender, em querer acertar a resposta, em saber explicar corretamente as suas ideias e o que aprenderam. Esse reconhecimento valida a atividade como potencialmente significativa, e foi um dos recursos didáticos que mais envolveu os estudantes, cabendo destacar que o grupo vencedor foi um trio, em que dois componentes poucas vezes mostravam-se dispostos para realizar as atividades de aprendizagem.

Forte indício de aprendizagem significativa também se pôde constatar numa atividade feita em duplas, sobre Trigonometria no círculo trigonométrico (Apêndice G), composta de cinco desafios (Figura 32), que foram preparados para averiguar os subsunçores dos alunos, na utilização do círculo trigonométrico como uma calculadora.

Figura 32 – Desafios no círculo trigonométrico

Desafio		Grau	Radiano
1	arcos(−0,6)	128°, 232°	$\frac{32\pi}{45}$, $\frac{58\pi}{45}$
2	arctg(0,8)	38°, 218°	$\frac{19\pi}{90}$, $\frac{109\pi}{90}$
3	arcsen (-1)	270°	$\frac{6\pi}{4}$
		Quadrante	Valor
4	cos (680°)	4	≅ 0,7
5	$sen\left(\frac{6\pi}{5}\right)$	3	≅ -0,6

Fonte: Produção da autora.

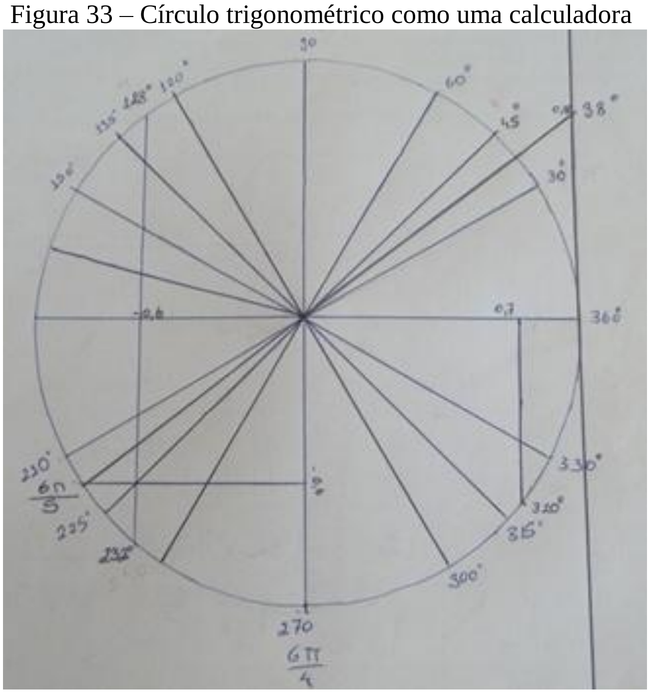
Nessa atividade, os alunos precisaram obter valores trigonométricos de determinados ângulos. Calcular ângulos com valores trigonométricos predefinidos, num processo de inversão de operações, é uma atividade que possibilita consolidar a compreensão dos significados desses valores e que, geralmente, não são propostos no estudo da Trigonometria.

Porém, dificilmente o estudo de Trigonometria avança até este nível, provavelmente pelo fato de que são poucos os livros em que se encontra essa abordagem. Numa averiguação, encontrou-se referência a estas transformações inversas nos livros de Matemática para o Ensino Médio, dos autores Gelson Iezzi (IEZZI, 2010) e Juliane Matsubara Barroso (BARROSO, 2005).

Esta atividade impôs uma novidade no ato de pensar. Observou-se, inicialmente, que os alunos mostraram bastante dificuldade para envolver-se nesse processo operatório inverso. Como o auxílio, para propiciar que esta operação se completasse, questionou-se os estudantes sobre como procederam no caso da Trigonometria no triângulo retângulo, para obter esses valores trigonométricos. Solicitou-se também que representassem, no círculo trigonométrico, os valores trigonométricos fornecidos e que buscassem a relação que estes tinham com diferentes arcos ou ângulos.

A maioria dos estudantes da classe aproximou-se de um nível de compreensão mais elaborado desses significados, como aconteceu, por exemplo, com o Aluno 14, que soube construir corretamente o ciclo (Figura 33), utilizando-o como uma calculadora para a resolução dos cinco desafios propostos.

Figura 33 – Círculo trigonométrico como uma calculadora

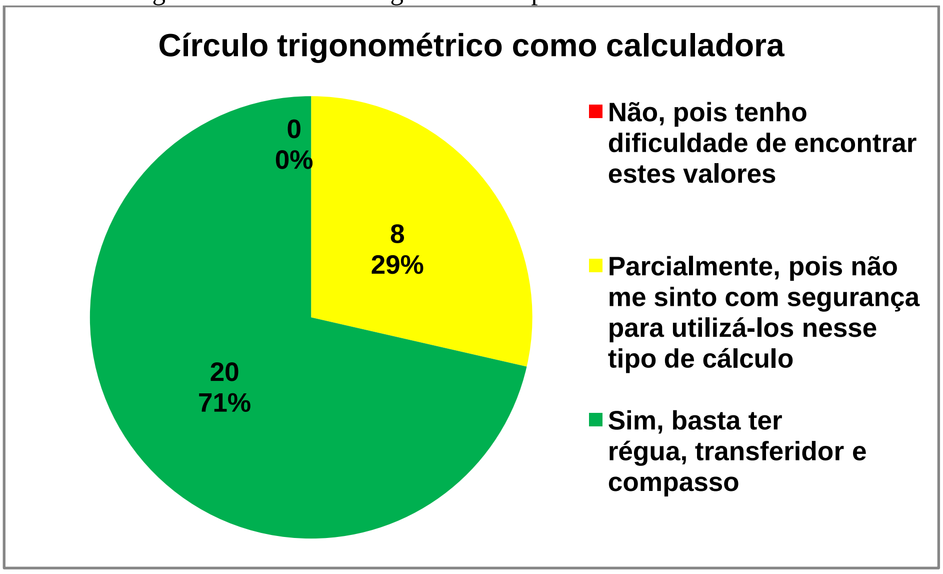


Fonte: Aluno 14.

Nessa atividade, foi possível encontrar processos subjacentes à aprendizagem e à retenção significativas, pois esse aluno consegue relacionar, de forma não arbitrária, um conjunto anterior mais vasto de ideias relevantes e dar um sentido congruente a essas mesmas ideias, no material novo que lhe é apresentado, bem como relacionar um grupo de conceitos a sua estrutura cognitiva, ampliando os significados. Tem-se desses estudantes, que atingiram este alcance, evidências da posse real de grande parte do conjunto de ideias que se constituíram, umas às outras, como conhecimentos prévios, e que se fizeram necessárias para subsumir e ancorar novos significados para resolver os desafios.

Em questionário aplicado (Apêndice J), para levantar dados sobre os processos de aprendizagem na construção de um círculo trigonométrico, para encontrar valores de seno, cosseno e tangente, novamente se tem evidências do alcance dos objetivos de aprendizagem proposto para este bloco de estudos. A maioria dos alunos respondeu ter competência para construir um círculo trigonométrico e localizar ângulos, arcos e valores trigonométricos, utilizando-o como uma calculadora, como se pode constatar na Figura 34.

Figura 34 – O círculo trigonométrico pode ser uma calculadora?



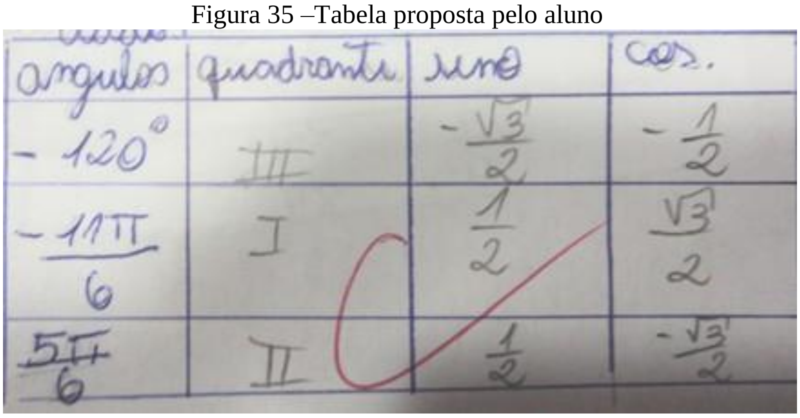
Fonte: Produção da autora.

Assim, da mesma forma como ocorreu com o uso de triângulos retângulos, também o círculo trigonométrico serviu como uma calculadora para encontrar valores trigonométricos. Esta não é uma habilidade que resulta da aplicação de alguma fórmula ou regra, mas, sim, é preciso em cada situação reconstruir em pensamento a razão trigonométrica no círculo, e utilizá-la como âncora para localizá-la adequadamente no sistema de eixos cartesianos.

Para concluir as análises dos processos de aprendizagem do segundo bloco, apresenta-se extratos da produção do Aluno 25, ao resolver as questões dois e quatro de uma atividade de avaliação (Apêndice D), proposta individualmente. Esta avaliação foi aplicada na forma de uma prova, no final dos três blocos.

Na questão quatro, foi solicitado que cada um se colocasse na condição de autor, criando a sua própria questão, considerando alguma situação que julgou importante para a sua aprendizagem de Trigonometria. Esse aluno elaborou uma questão de Trigonometria no círculo trigonométrico, com o seguinte enunciado: "*Complete a tabela, encontrando o quadrante, seno e cosseno dos ângulos dados. Para resolver tem que construir um ciclo trigonométrico.*" A tabela proposta pelo aluno está representada na Figura 35, na qual se percebe que, ao propor esta questão, o aluno dá indícios de que consegue identificar radiano e grau como unidades equivalentes, além de mostrar a habilidade de reconhecer e representar senos e cossenos de ângulos fundamentais e em diferentes quadrantes.

Figura 35 –Tabela proposta pelo aluno



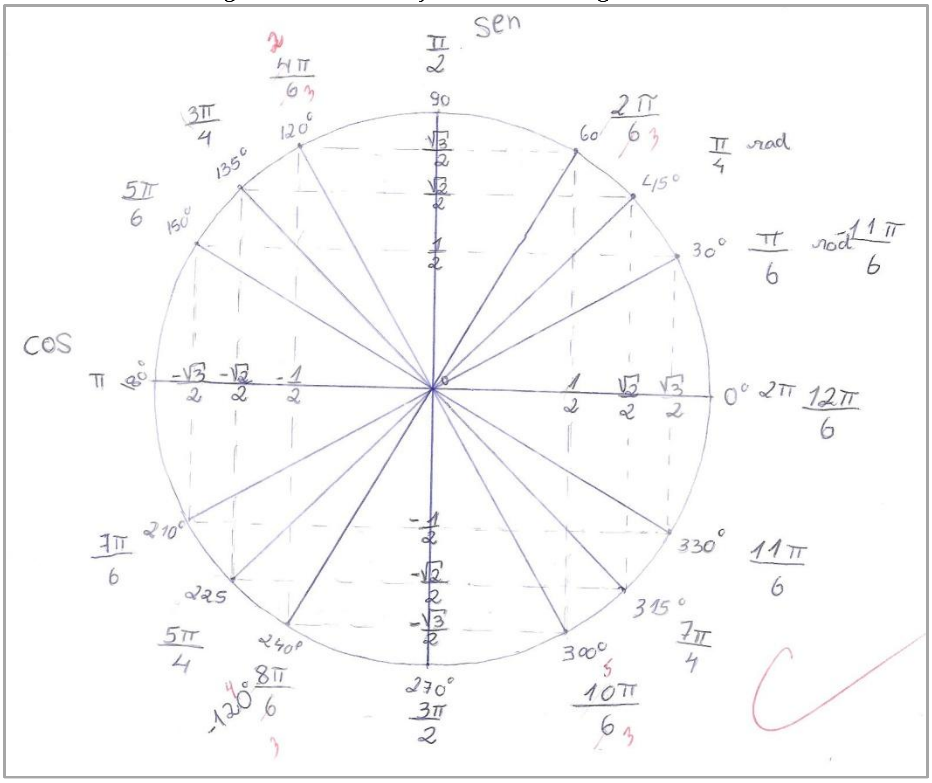
angulos	quadrante	seno	cos.
$-120°$	III	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$-\frac{11\pi}{6}$	I	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{5\pi}{6}$	II	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Fonte: Aluno 25.

A tabela foi preenchida corretamente e o aluno aproveitou-se do mesmo círculo trigonométrico (Figura 36) construído na questão dois; esta elaborada com o propósito de averiguar se o círculo serviria, de fato, como uma estrutura cognitiva de apoio para a construção de elementos fundamentais de Trigonometria.

Ao resolver essas duas questões, o aluno mostrou-se capaz de buscar ideias relevantes disponíveis na estrutura cognitiva, o que, segundo Ausubel (2003), é uma variável importante na aprendizagem e retenção de significados. A Figura 36 é representativa de que todos os ângulos fundamentais, com seus correspondentes em todos os quadrantes, em graus e em radianos, e com seus senos e cossenos, estão corretamente relacionados, fornecendo indícios de que houve aprendizagem significativa dos conceitos de Trigonometria estudados no círculo.

Figura 36 – Construção do círculo trigonométrico



Fonte: Aluno 25.

Percebeu-se, nas respostas da questão dois, que a maioria dos estudantes relacionou graus e radianos corretamente e soube representar ângulos ou arcos fundamentais, e seus correspondentes nos demais quadrantes, com seus respectivos senos e cossenos, sendo assim indicativo de alcance dos objetivos pretendidos para este bloco 2.

Esse resultado, certamente, foi conquistado com tarefas e atividades de aprendizagem, que foram cuidadosamente planejadas como materiais potencialmente significativos, para que, em processos de exploração, construção geométrica, investigação e criação, produzissem aprendizagens significativas.

4.2.3 Memória dos processos de aprendizagem no percurso do bloco 3

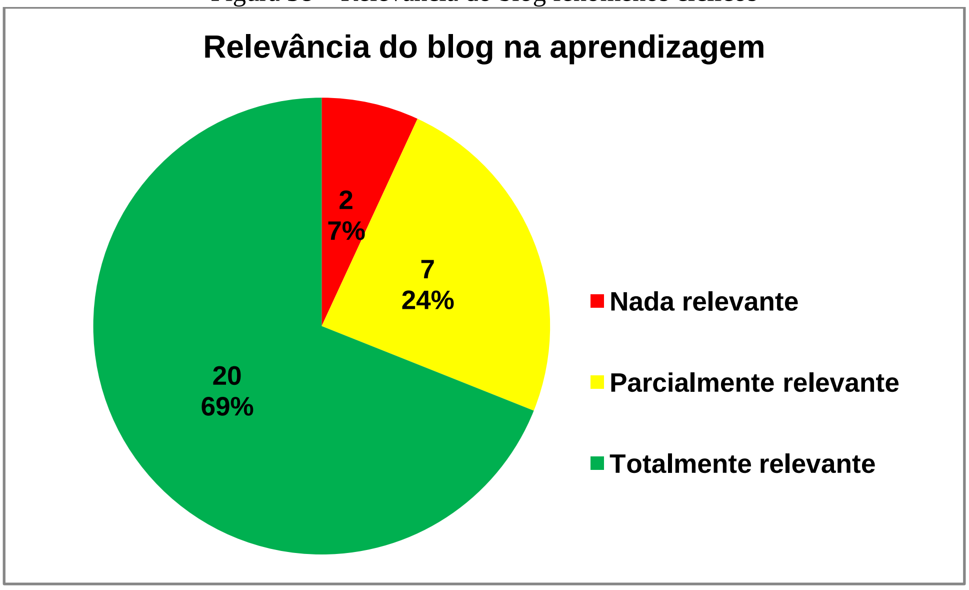
Os processos de aprendizagem do terceiro bloco de estudos iniciam-se com a T6, sobre fenômenos cíclicos, com a qual se pretendeu dar sentido ao estudo de funções trigonométricas, propiciando um primeiro contato, por meio de pesquisa, em livros, *sites* ou no cotidiano, que apresentassem tais fenômenos. Para o registro da tarefa, foi proposta a criação de um *blog*, visando a compartilhar as produções dos estudantes. Por iniciativa própria, o Aluno 23 criou um *blog* para abrigar todos os demais num único espaço (Figura 37), que foi integrado, posteriormente, ao AVA.

Figura 37 – Blog Fenômenos Cíclicos

Fonte: Produção da autora.

Nesta tarefa, foi constatada a predisposição da maioria dos alunos em buscar respostas para as questões que deveriam ser pesquisadas, mostrando responsabilidade pela própria aprendizagem e aceitando aprender de forma ativa. No entanto, a produção dos *blogs* foi realizada por 39% dos alunos, organizados em seis grupos. Porém, constatou-se que os demais colegas consultaram as produções, o que ficou evidenciado nas respostas do questionário, quando perguntados sobre o grau de relevância desta atividade para a aprendizagem, conforme está indicado na Figura 38.

Figura 38 – Relevância do blog fenômenos cíclicos



Fonte: Produção da autora.

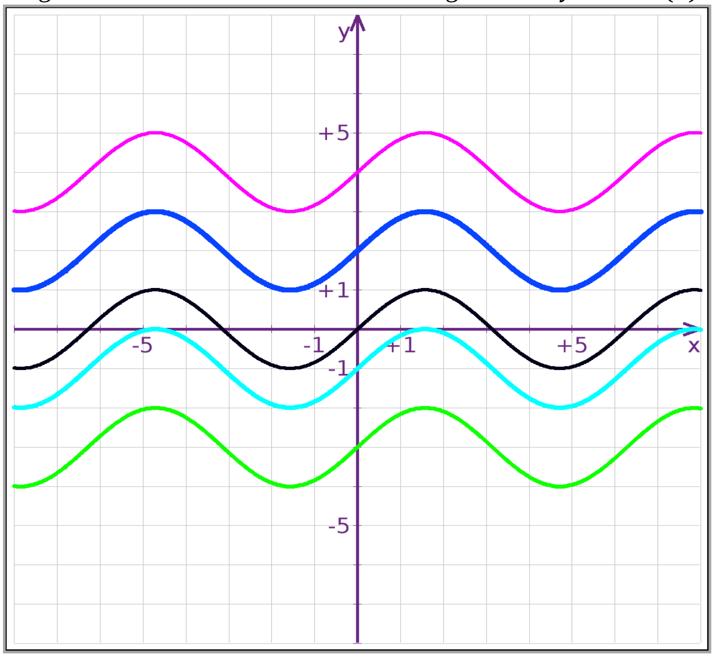
Do total, 93% dos alunos destacaram a importância do *blog*, e apenas 7% responderam não ter sido nada relevante.

Nesta T6 procurou-se, com fenômenos cíclicos, dar sentido e aproximar, num todo mais geral e inclusivo, aspectos das aprendizagens e retenções subsequentes, sobre funções trigonométricas, num movimento de diferenciação progressiva dessas funções, promovida nas tarefas sete e oito, visando à reconciliação integradora dos fenômenos cíclicos.

As T7 e T8 foram complementares entre si, no estudo das propriedades geométricas das funções gerais de senos e cossenos, cuja exploração dos parâmetros foi guiada por dois roteiros experimentais (I e II do apêndice H), com utilização do *software* Kmplot, para a construção e análise dos gráficos das funções básicas seno e cosseno e de seus movimentos gerados por dilatações e deslocamentos verticais (na T7) e horizontais (na T8).

Na Figura 39, segue extrato dos gráficos produzidos pelo Aluno 27, que serviram de base para que ele pudesse concluir de que forma se pode obter o gráfico de $y = a + sen(x)$, a partir do gráfico de $y = sen(x)$.

Figura 39 – Deslocamentos verticais do gráfico de $y = sen(x)$



Fonte: Aluno 27.

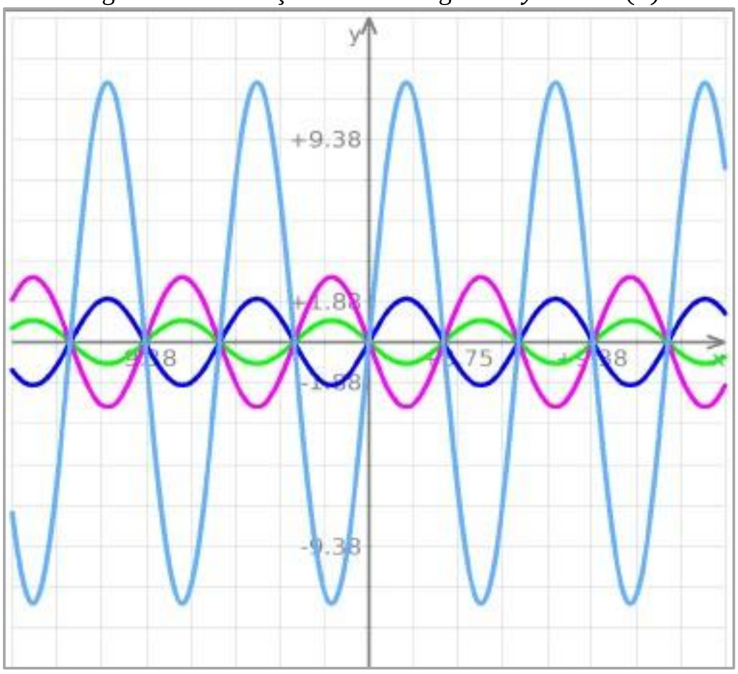
Ao relatar sobre o efeito do parâmetro a em $y = a + sen(x)$, considerando o gráfico da função base $y = sen(x)$, o Aluno 27 destaca: "*O efeito é ele transladar para cima se for positivo e para baixo se for negativo.*" Percebe-se que o aluno identifica o efeito do parâmetro a, que desloca, para cima ou para baixo, o gráfico da função base $y = sen(x)$.

Este fato dá indícios de que este aluno ancorou novas ideias em conteúdos anteriormente aprendidos, gráfico da função seno, para reconciliar e integrar a compreensão da função $y = a + sen(x)$.

Na sequência de atividades propostas no primeiro roteiro, também era objetivo de aprendizagem que os alunos concluíssem o efeito do coeficiente b, em $y = bsen(x)$, em relação ao gráfico da função base $y = sen(x)$. Os gráficos da Figura 40, construídos pelos Alunos 15, 18 e 23, serviram de âncora para concluírem que "*o efeito do coeficiente b na função* $y = bsen(x)$ *é que ele dilata verticalmente o gráfico*".

O fato de essa conclusão ter sido elaborada pelos estudantes é indicativo de que os alunos construíram um novo significado, pois perceberam, corretamente, que o gráfico da função $y = bsen(x)$ pode ser descrito como uma transformação da função-base causada pelo parâmetro b.

Figura 40 – Dilatação vertical do gráfico $y = sen(x)$



Autor: Alunos 15, 18 e 23.

No segundo roteiro experimental, os alunos exploraram o significado das transformações horizontais geradas, tendo como referência a função $y = cos(x)$. Da mesma forma como ocorreu com as transformações verticais, os estudantes concluíram, também corretamente, sobre os efeito dos parâmetros c, em $y = cos(cx)$, e d em $y = cos(x + d)$.

Como fechamento destas duas tarefas, T6 e T7, em que os estudantes exploraram, isoladamente, o efeito de cada parâmetro, em função das transformações que provocavam nas funções-base, avançou-se para a generalização e formalização dessas ideias, numa discussão coletiva mediada pela professora.

O questionamento proposto foi no sentido de indagar sobre o uso de parâmetros gerais no lugar dos números usados nas definições das funções que foram representadas. Perguntou-se aos alunos: "*Com o que vocês compreenderam de cada tipo de movimento gerado nas funções bases, que transformação é provocada pelos parâmetros* a, b, c e d *na função* $y = a + bsen\,c(x + d/c)$ e $y = a + bcos\,c(x + d/c)$?"

Depois de uma calorosa discussão, e retornarem várias vezes aos gráficos que tinham construído, observou-se um sentido de acomodação da classe em relação a estes parâmetros. Com isso, uma última atividade foi proposta para ser realizada em pares, em que os alunos escreveram sobre as transformações produzidas pelos parâmetros. Os Alunos 6 e 14 apresentaram as suas conclusões, que foram colocadas no quadro e completadas com as ideias de aprimoramento da classe, e que geraram as seguintes conclusões:

a = Desloca $y = sen(x)$ ou $y = cos(x)$ a unidades na vertical.
b = Dilata (estica) ou contrai (comprime) b unidades na vertical.
c = Dilata (estica) ou contrai (comprime) c unidades na horizontal.
d = Desloca $y = sen(x)$ ou $y = cos(x)$ d/c unidades na horizontal

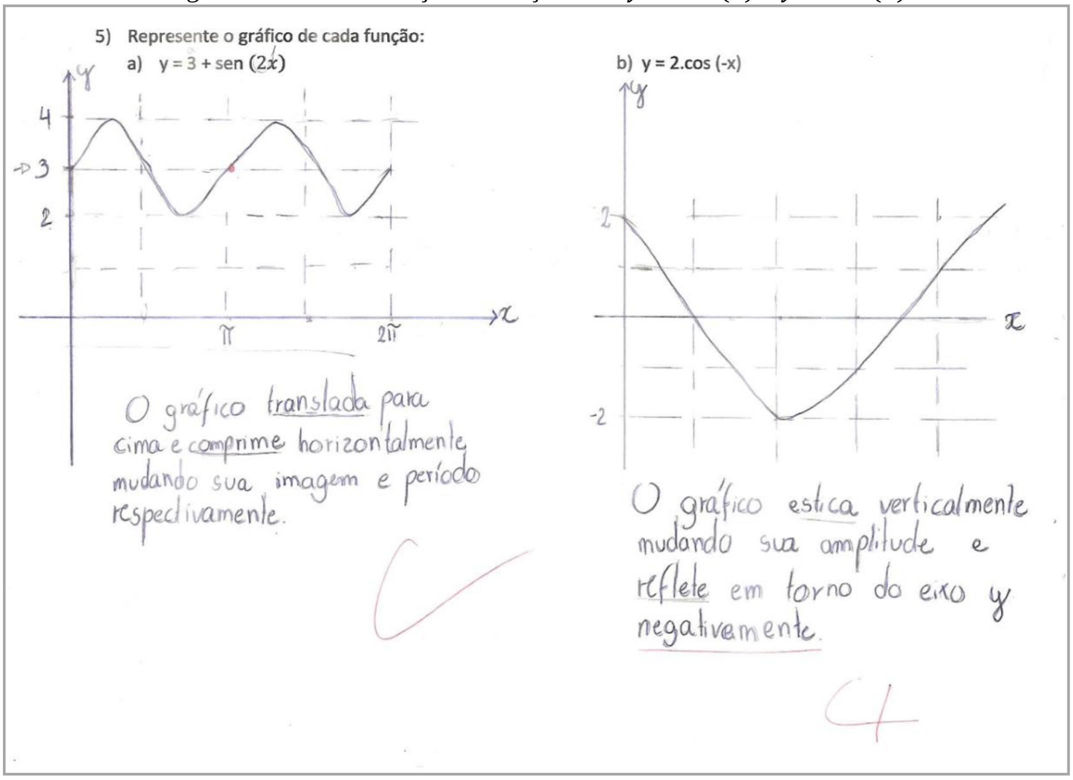
A investigação feita nos roteiros experimentais fornece fortes indícios de que aconteceu uma aprendizagem por descoberta e com interação entre os alunos, em zonas de desenvolvimento proximal, com tentativas, análises e comparações levando a novas informações sobre o efeito dos parâmetros.

Estes bons resultados, oriundos das produções nas atividades experimentais, guiadas pelos roteiros, são uma constatação de que tais atividades foram potencialmente significativas. Como forma de confirmar este benefício, foi proposto que os alunos respondessem um instrumento de avaliação, que havia sido aplicado no ano de 2012, quando ainda era utilizada outra metodologia, com a qual não se dava ênfase, como aconteceu com esta proposta, à compreensão e ao sentido do que está sendo proposto como aprendizagem. Esta avaliação, em 2012, era composta por questões puramente teóricas, pois não se relacionavam a situações problematizadoras tampouco estimulava os alunos a pensarem numa forma de resolução, caso não se lembrassem da regra adequada.

Em uma das questões desse instrumento, cujo objetivo era a representação do gráfico de funções trigonométricas, naquela ocasião, o recurso de resolução era uma tabela a ser preenchida, atribuindo-se valores para a variável x, para encontrar o correspondente valor da variável y. A representação gráfica era, meramente, o transporte dos dados da tabela para o sistema cartesiano e nenhum significado era atribuído aos parâmetros que definiam cada função.

De um modo totalmente diferente, para o qual o uso de tabelas preenchidas mecanicamente não faz mais nenhum sentido, os Alunos 17 e 31 responderam a mesma questão ancorando a construção do gráfico ao significado de cada parâmetro da função considerada, com indícios de compreensão das transformações geradas por tais parâmetros, conforme se observa no extrato que consta na Figura 41.

Figura 41 – Transformação da função base $y = sen(x)$ e $y = cos(x)$



Fonte: Alunos 17 e 31.

A resposta apresentada pelos alunos revela um aprendizado significativo do efeito causado pelos parâmetros envolvidos na função que lhe és dada, relacionando-os ao efeito causado à função base $y = sen(x)$ ou $y = \cos(x)$. A explicação apresentada dá indícios de que utilizaram conceitos relevantes na sua estrutura cognitiva ancorando-os ao problema que lhes foi apresentado, e aperfeiçoaram sua base de significados.

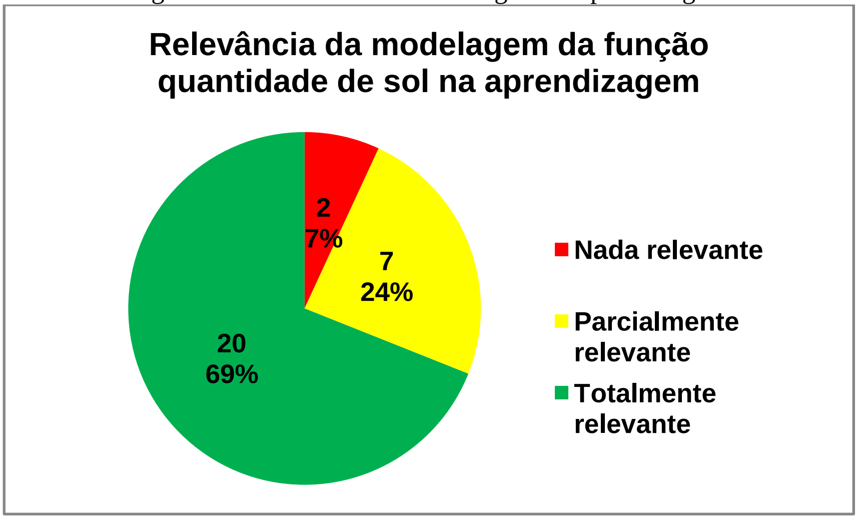
O estudo das funções seno e cosseno, a partir da análise dos seus movimentos, serviram de âncora para a compreensão de novas funções. Como culminância desse estudo, ainda para a consolidação de subsunçores para a reconciliação integradora, os estudantes foram desafiados a modelar a função duração do dia, que fornece o tempo que se teve de sol no decorrer de cada dia de 2014.

Num trabalho cooperativo, os alunos puderam compartilhar significados, discutir e avaliar qual função melhor representa a duração dos dias do ano de 2014. Segundo Almeida (2013, p. 37), “o trabalho com modelagem em situações de ensino proporciona uma atmosfera propícia para essa troca de significados”. Os alunos mostraram-se interessados em explorar o *software* para fazer o ajuste da melhor curva que essa representaria. Para avançarem nesta exploração, a professora orientava e questionava, constantemente, sobre os conceitos destacados nas atividades desenvolvidas com os roteiros experimentais (I e II do Apêndice H), como auxílio para pensarem e experimentarem, com fundamentação teórica, os parâmetros para chegar à curva desejada.

A maioria dos alunos percebeu as relações entre estes conceitos, o que revela o desenvolvimento de compreensão das propriedades geométricas das funções gerais de senos e cossenos, construídas com o apoio nos roteiros experimentais, que serviram de âncoras para incorporar novas ideias, ao modelarem funções trigonométricas, nas estruturas cognitivas, indicando que houve um aperfeiçoamento na base de significados já construídos previamente.

Na avaliação da metodologia, em relação aos processos de aprendizagem (Apêndice J), os alunos expressaram a relevância dessa atividade de modelagem, na sua aprendizagem, conforme indica a Figura 42.

Figura 42 – Relevância da modelagem na aprendizagem



Fonte: Produção da autora.

Do total, 93% dos alunos consideraram a atividade em nível de relevância parcial ou total para a sua aprendizagem, demonstrando que este tipo de prática envolve os estudantes, por ser contextualizada e se relacionar a uma situação real. Além disso, essa prática permitiu que os alunos identificassem que as funções matemáticas têm aplicação na representação de fenômenos reais. Na declaração do Aluno 8, percebe-se essa tomada de consciência, quando, ao referir-se ao uso da modelagem, expressa que "*esse método pode ser aplicado a outras funções*". Com isso, pode-se constatar que atividades de aprendizagem que aproximam teoria e prática são especialmente relevantes como estratégias potencialmente significativas.

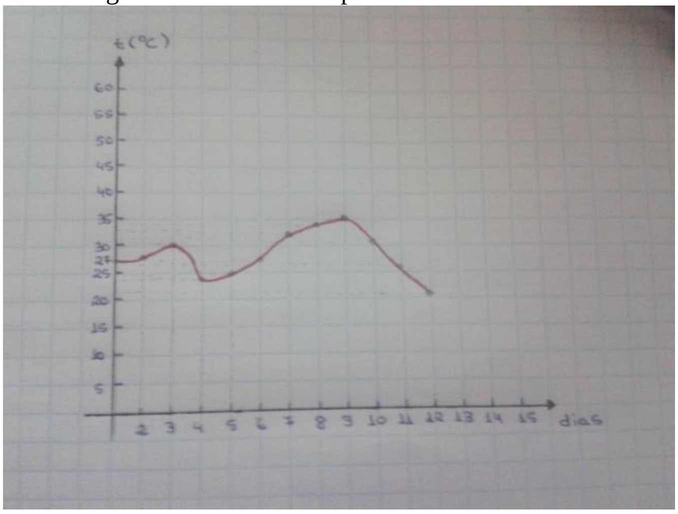
Para concluir a última etapa de estudos, os alunos foram desafiados a modelar fenômenos cíclicos presentes no cotidiano. Dentre as situações apresentadas pelos grupos, destaca-se: da temperatura corporal, que foi medida de três em três horas, e da temperatura média prevista para cada dia do mês de dezembro de 2014. Santos afirma que "toda a aprendizagem só é, de fato, significativa caso se insira de forma ativa na realidade". (2008, p.78). O fato de relacionar situações do cotidiano com fenômenos cíclicos, instigados pela descoberta de um novo modelo, é um indício de que temos a ocorrência da interação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aluno, principal característica da aprendizagem significativa.

Boa parte dos alunos envolveu-se com bastante interesse nessa atividade e manifestava com satisfação que identificava diversos fenômenos, que poderiam ser descritos por uma função trigonométrica, demonstrando curiosidade em descobrir aplicações no contexto em que os alunos estavam inseridos.

Os Alunos 20 e 25 coletaram dados, organizando-os numa tabela e construíram o gráfico da temperatura máxima prevista para cada dia do mês de dezembro de 2014, na cidade de Caxias do Sul, conforme indica a Figura 43.

Na última aula do ano, esses alunos continuavam a sua investigação e apresentaram os dados obtidos com uma representação gráfica que ilustrava o comportamento cíclico do fenômeno e justificar por que utilizaram dados até o dia 12. "C*omo o mês não chegou ao fim, fizemos o gráfico em relação aos dias passados até agora, mas obteve-se um bom resultado chegando ao objetivo proposto pela senhora.*"

Figura 43 – Gráfico temperatura máxima x dias



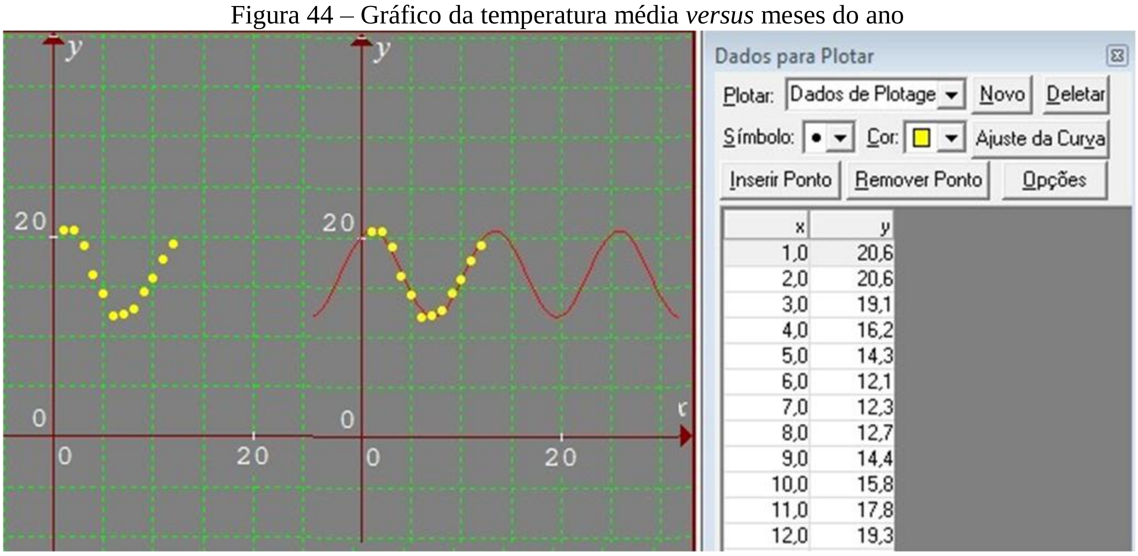
Fonte: Alunos 20 e 25.

Ainda, em relação a esta atividade, destacam-se as produções dos Alunos 3 e 7, que buscaram três novas situações:

> “Um deles é da temperatura corporal, feito de 3 em 3 horas, mas com uma margem de erro já que é difícil seguir isso à risca, outro é sobre a temperatura média dos meses do ano que ficou mais semelhante dos gráficos feitos em aula e o terceiro é sobre a temperatura máxima registrada nos 365 dias do ano de 2013.”

Também com procedimento semelhante ao da sala de aula, usando o *software* Graphmatica (Figura 44), a dupla construiu o gráfico da temperatura média dos meses do ano.

Figura 44 – Gráfico da temperatura média *versus* meses do ano



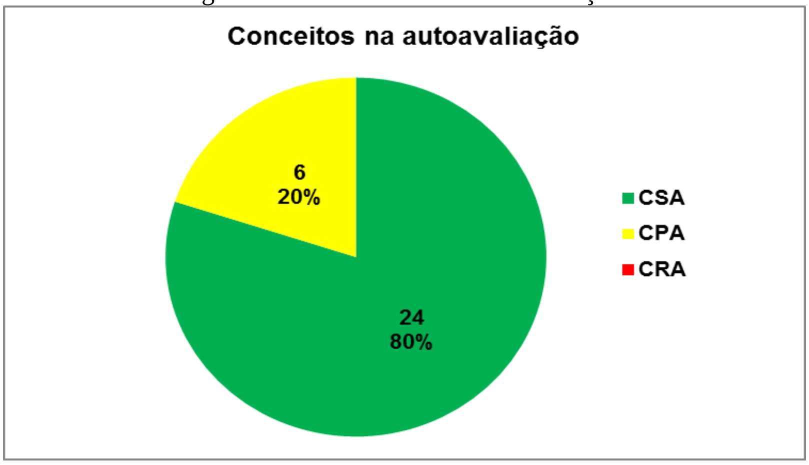
Fonte: Alunos 3 e 7.

A reconciliação integradora pode ser observada nestas situações, pois os estudantes identificaram fenômenos naturais que podem ser descritos por funções trigonométricas, relacionando ideias relevantes sobre modelagem da função duração do dia, já estabelecidas na sua estrutura cognitiva.

O acompanhamento com discussão coletiva da situação pesquisada por alunos, sobre a variação da temperatura média dos meses de um ano, representativa de um fenômeno cíclico, mostrado acima (Figura 44), serviu como fechamento dos trabalhos sobre funções trigonométricas e dos estudos propostos no bloco 3.

Como finalização da aplicação da proposta pedagógica, e de acordo com o processo de avaliação da escola, os alunos redigiram um parágrafo, refletindo sobre seu perfil de estudantes e atribuindo-se um conceito representativo do grau das aprendizagens desenvolvidas no estudo de Trigonometria (Apêndice M). No gráfico que segue (Figura 45), tem-se a percepção dos estudantes ao se autoavaliarem em relação às suas aprendizagens.

Figura 45 – Resultados das autoavaliações



Fonte: Produção da autora.

Na concepção de avaliação emancipatória, conforme orienta o documento “Reestruturação do ensino médio – pressupostos teóricos e desafios da prática” (AZEVEDO et al. 2013), os três conceitos de avaliação propostos têm os seguintes significados:

• Construção Satisfatória da Aprendizagem (CSA): expressa a construção necessária de conceitos embasados nos princípios das áreas de conhecimento e na sua relação com os conhecimentos sociais;

• Construção Parcial da Aprendizagem (CPA): expressa a construção parcial de conceitos embasados na apropriação dos princípios das áreas do conhecimento e na sua relação com os conhecimentos sociais;

• Construção Restrita da Aprendizagem (CRA): expressa a restrição, circunstancial, na construção de conceitos embasados na apropriação dos princípios das áreas de conhecimento e na sua relação com os conhecimentos sociais.

O conceito CSA (Construção Satisfatória da Aprendizagem) indica que houve construção de conhecimentos em grau satisfatório, que o aluno consegue, mesmo que não completamente, diferenciar, aplicar, relacionar, identificar, argumentar e descrever conceitos e ideias sobre os conteúdos estudados, expressando-se com linguagem matemática adequada e uso da língua padrão de modo coerente.

As competências descritas para o conceito CSA, almejadas para todos os alunos, foram reconhecidas por 80% dos estudantes, que revelaram o desenvolvimento de aprendizagens.

Quanto ao conceito CPA (Construção Parcial da Aprendizagem), que expressa o alcance parcial dessas competências, esse foi manifestado por 20% dos alunos, indicando a conscientização da necessidade de aprimoramento das aprendizagens para uma nova avaliação, oferecida pela escola, no início do ano letivo seguinte. Alguns desses alunos justificaram esse conceito por ainda sentirem dificuldades de se expressar e resolver problemas, e outros reconheceram que faltou envolvimento, que deveriam ter estudado mais, realizado os trabalhos e faltado menos às aulas. O Aluno 1 relata:

> "Tenho faltado muito às aulas por motivos de saúde, e quando venho para as aulas não consigo entender muito bem as matérias, ainda tenho muitas dificuldades, estou procurando faltar menos e me dedicar mais para assim não reprovar."

O conceito CRA, que não se constatou na autoavaliação, indica que o aluno apresenta muitas dificuldades e não atingiu, ainda, uma condição mínima satisfatória em relação às competências esperadas.

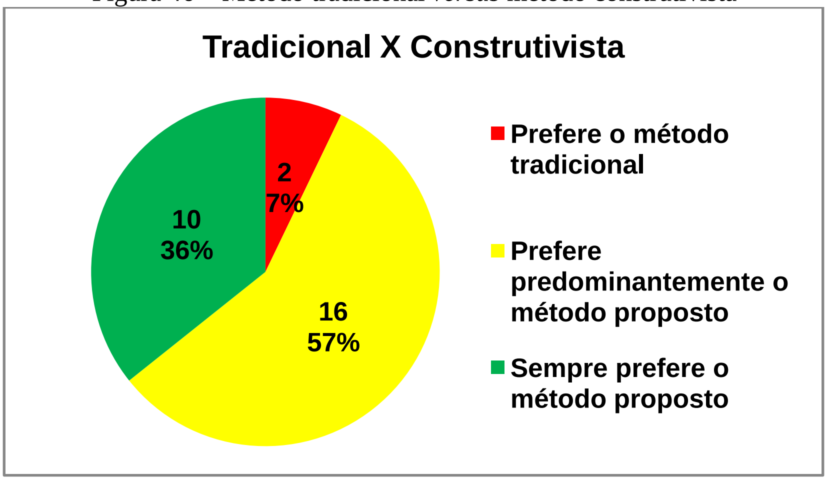
As autoavaliações revelaram um nível satisfatório de todos os estudantes, mesmo considerando um percentual de alunos (os 20% que se atribuíram CPA) que, nas avaliações das atividades específicas, demonstravam algum grau de insatisfação. Segundo Ausubel (2003, p. 212), "é necessário um determinado grau mínimo de atenção para que ocorra a aprendizagem significativa, seguida de intenção explícita de aprendizagem e de recordação significativas". Sobre esses alunos, cabe destacar que, ao manifestarem aproveitamento parcial das atividades de aprendizagem, mostraram-se coerentes com a conduta observada em sala de aula, revelando-se com um "grau mínimo de atenção" para os estudos, porém não suficiente para desenvolver satisfatoriamente as aprendizagens pretendidas.

Com isso, como resultado do desempenho escolar de todo o ano letivo, no qual esta proposta pedagógica constituiu uma parte dos estudos, e a partir do cômputo geral das avaliações, cinco alunos (16%) precisaram submeter-se à avaliação oferecida, como nova oportunidade de aprovação, no início do ano seguinte. Para esta avaliação, cujo instrumento é uma prova com questões de todas as áreas do conhecimento a serem recuperadas e com conteúdos de todo o ano, um dos alunos não compareceu, outro foi aprovado com plano pedagógico de apoio em Matemática, que significa um estudo de recuperação a ser realizado no ano seguinte, e os demais não alcançaram aprovação.

No que se refere ao cômputo geral de avaliação em Matemática, o índice de 88% de aprovação é consideravelmente superior aos constatados nas demais turmas de segundo ano da escola (média de aprovação das oito turmas 78%). Acredita-se a esta proposta pedagógica indícios de que seja motivo de melhoria das condições de aprendizagem e, por consequência, do nível de aprovação.

Para finalizar este processo, intenso e compensador, das análises, apresenta-se o resultado da questão 10 (Apêndice J), referente à avaliação desta proposta em relação aos processos de aprendizagem. Os estudantes avaliaram e justificaram o seu envolvimento por terem estudado Matemática de uma forma diferenciada, "*diferente de todas as formas de aula que já tivemos*", assim como diziam em sala de aula. Assim, foram questionados sobre o fato de se sentirem mais participativos e ativos, conforme consta na Figura 46, aprendendo com compreensão os estudos sobre Trigonometria.

Figura 46 – Método tradicional *versus* método construtivista



Fonte: Produção da autora.

A maioria dos alunos preferiu predominantemente o método proposto e, ao se autoavaliarem, consideraram-se ativos e aprendendo com compreensão. Nas suas justificativas, alguns mencionaram que havia pouca matéria e exercícios escritos nos cadernos; "*as atividades faziam pensar e deduzir muitas coisas, mas sentimos um pouco de falta das tradicionais aulas*", disse um aluno.

Acredita-se que mudar a forma como se faz qualquer coisa não é tarefa simples. E aprender, saindo totalmente do modo como sempre se fez, introduz certo grau de dificuldade e insegurança. Foi assim também para a professora, mas, nesse caso, teve-se consciência e segurança, pois essa se orientou em fundamentos teóricos consistentes, com os quais se reconstruiu concepções de ensino e aprendizagem.

Ausubel (2003) considera válido o método expositivo para a aprendizagem, por recepção verbal, desde que se criem condições para caracterizar uma aprendizagem por recepção significativa. Diante do retorno dos alunos, toma-se consciência de uma postura e concepção docente, com tendências mais vygotskyanas. Reconhece-se o benefício de o professor promover e atuar, em zonas de desenvolvimento proximal dos alunos, evitando respostas prontas e imediatas e instigando o aluno a pensar mais e mais, para que discuta ideias com os colegas, e para construir sentido e compreensão ao realizar as atividades de aprendizagem, em estudos de grupo.

De modo geral, entende-se que a predisposição apresentada pelos alunos, o envolvimento, a participação, o conhecimento construído e as posturas de sujeitos ativos, no processo de sua aprendizagem, foram mais do que evidências, aconteceram, eles se mostraram presentes nas tarefas, nas avaliações, nas autoavaliações e em todos os registros que compuseram esta análise. Os alunos mostraram-se receptivos a uma metodologia ativa, e as atividades potencialmente significativas envolveram os estudantes, promovendo igualmente aprendizagens significativas.

A estratégia pedagógica foi, de fato, fundamentada em teorias de aprendizagem, compondo uma metodologia de aprendizagem ativa e significativa de conceitos de Trigonometria, uma conclusão final que é reforçada pela fala de um aluno ao declarar: "*Esse método fez com que eu passasse a ser mais participativo em aula e me esforçar mais; consequentemente, fazendo com que eu aprendesse mais e melhor*."

Aprender mais e melhor, nas palavras de Ausubel, é aprender com significado, e pode-se afirmar que, mesmo com as dificuldades encontradas, normais em processos dinâmicos, e de alguns resultados que não se mostraram conforme a expectativa inicial, mas que foram coerentes com as posturas de alguns sujeitos, atingiu-se o objetivo geral desta pesquisa e construção, o de **investigar uma estratégia pedagógica ativa para promover aprendizagem significativa dos conceitos de Trigonometria**.

5 FINALIZANDO UM PERCURSO DE APRENDIZAGEM

Metodologias de aprendizagem ativa e significativa estão sendo estudadas, criadas e aplicadas no contexto educacional, pois colaboram para a formação do aluno, como sujeito ativo e construtor do seu próprio conhecimento. Ao elaborar e aplicar materiais didáticos e atividades potencialmente significativas, para compor a estratégia de aprendizagem ativa e significativa de conceitos de Trigonometria, obteve-se, como resultados da prática pedagógica, evidências de mais envolvimento e participação dos estudantes nos processos de aprendizagem e, por consequência, uma retenção significativa dos conteúdos estudados.

As atividades foram elaboradas com a orientação de um referencial construtivista, tendo como princípio a participação constante dos alunos nas atividades de aprendizagem, modo que se distingue de práticas didáticas, com ênfase na transmissão de conteúdos como metodologia de ensino.

Um AVA foi criado com o objetivo de se ter um espaço onde organizar os materiais de estudo e de disponibilizar as tarefas de aprendizagem propostas e desenvolvidas pelos estudantes, além de servir como um lugar de encontro entre professora e estudantes e entre estudantes, ampliando-se, assim, o ambiente de aprendizagem para além da sala de aula.

As tecnologias de informação e comunicação, em especial um AVA, abrem um leque de possibilidades que, sendo integradas com objetivos claros e adequadas às situações de aprendizagem pretendidas, favorecem a interação e auxiliam tanto professores quanto estudantes. O ambiente serviu para se ter o registro das atividades propostas e recebidas, pois grande parte do material que compôs o dossiê para as análises foi extraído do AVA.

Alguns dos estudantes preferiram entregar suas tarefas por *e-mail*, também como um modo de usar a tecnologia; e tal fato se deu, com mais ênfase, no início dos estudos, uns por estarem mais habituados a tal modo de comunicação e outros como forma de driblar alguns problemas técnicos que precisaram ser enfrentados.

As interações nos fóruns propiciaram momentos de encontro, de organização de estudos e de aprimoramento de algumas atividades por aqueles alunos que se mostraram mais envolvidos e que aproveitaram o dinamismo do processo como uma oportunidade de rever tarefas, resoluções de problemas, construindo uma nova forma, e muito proveitosa, de aprender.

Com isso, constata-se o alcance de um objetivo específico dessa proposta pedagógica, que era o de **criar um AVA para a organização e o registro das atividades**

que serão propostas e desenvolvidas, além de oportunizar um espaço de interação entre os sujeitos envolvidos.

Dando luz às análises, encontrou-se, como principal contribuição de ter criado um AVA de apoio, a memória das produções dos estudantes, porque os alunos, na sua maioria, mostraram-se com predisposição para aprender, postando suas tarefas e participando de interações promovidas no ambiente.

A estratégia pedagógica foi estruturada seguindo fundamentos de teorias de aprendizagem. Os blocos de estudos foram planejados de forma que os assuntos se articulassem entre si, numa dependência natural, em que conceitos mais gerais eram especificados no início de cada atividade e, progressivamente, eram diferenciados em termos de semelhanças e diferenças com relação a ideias já assimiladas. O envolvimento e a participação dos estudantes, ainda que não de todos, auxiliou muito para se configurar um clima favorável aos estudos, propiciado pelos trabalhos em grupo e pela troca de conhecimentos, situações adequadas para que ocorressem interações em zonas de desenvolvimento proximal.

Logo, pode-se declarar o alcance de mais um dos objetivos que se tinha no início deste trabalho: **fundamentar a estratégia pedagógica, a ser proposta, em teorias de aprendizagem construtivistas**.

Ao analisar as produções dos alunos, percebem-se indícios de compreensão, pois declararam-se capazes de calcular senos, cossenos e tangentes, sem o uso de calculadoras, bastando para isso construir triângulos retângulos apropriados ou um círculo trigonométrico, demonstrando entendimento e domínio dos significados de conceitos envolvidos.

As resoluções para determinados problemas evidenciaram dinâmicas estruturadoras de pensamentos organizados e, em muitos casos, a riqueza de significados nas explicações, guiadas por subsunçores, indicou que esses foram sendo aperfeiçoados. Tal fato revelou o desenvolvimento de processos de aprendizagem significativa, com construção de subsunçores, apoiando aprendizagens relacionadas.

Outro aspecto a destacar vem da constatação de que o aluno se colocou como sujeito protagonista e reflexivo da sua própria ação, fato percebido em situações em que mencionou ter sido ele quem descobriu, mostrando-se um sujeito ativo e predisposto à construção do seu próprio conhecimento, característica primordial das teorias construtivistas.

Este envolvimento dos estudantes na construção de conhecimentos, constatado em produções bem-elaboradas, indicando pensamentos mais estruturados, serviu como constatação de se ter contemplado um propósito primordial da proposta pedagógica planejada, que era o de **elaborar e aplicar materiais didáticos e atividades potencialmente significativas, para compor a estratégia de aprendizagem ativa e significativa de conceitos de Trigonometria**.

Assim, é possível responder que **atividades potencialmente significativas envolveram os estudantes, da classe onde foram aplicadas, e contribuíram para promover aprendizagens significativas**, uma hipótese anunciada como uma questão de pesquisa.

O que se vivenciou em sala de aula e no AVA propicia o reconhecimento da importância de se ter optado, como objetivo geral deste trabalho, por **investigar uma estratégia pedagógica ativa, para promover aprendizagem significativa de conceitos de Trigonometria**. O sentimento de "dever cumprido" é reforçado, ainda, ao constatar que essas tendências construtivistas, que guiaram esta construção pedagógica, são fortemente sugeridas no Programa do Ensino Médio Inovador.

Os alunos foram receptivos à proposta pedagógica construída, aceitando o desafio de aprender de forma ativa, outra hipótese, declarada, inicialmente, como questão de pesquisa. Não há como negar que, em sala de aula, os alunos, na sua maioria, portaram-se como sujeitos das suas aprendizagens, explorando triângulos retângulos, experimentando os efeitos de mudanças dos parâmetros de funções seno e cosseno, construindo círculos trigonométricos, reconhecendo resoluções divergentes ou refletindo sobre modos diferentes de resolver um mesmo problema, entendendo e discutindo conceitos ao participarem intensamente de uma atividade lúdica e, também, questionando e explicando como resolveram uma tarefa.

As atividades de aprendizagem foram planejadas para produzir conceitos de Trigonometria. Das ações observadas em sala de aula, dos registros no AVA e das análises das produções dos alunos, constatam-se, com satisfação, indícios consistentes de que aprendizagens significativas de fato ocorreram.

Muitos dos alunos, que participaram do experimento dessa pesquisa, compreenderam, por exemplo, o círculo trigonométrico como pouco se vê, e não apenas no Ensino Médio. Como relata uma professora de Ensino Superior, "*é pouco comum encontrar, nos cursos de Engenharia, estudantes que saibam o valor de senos e cossenos, mesmo de ângulos fundamentais. Menos comum é, ainda, encontrar estudantes que saibam dar um significado geométrico a esses valores. O que é comum é o uso da calculadora, mas também aí há uma grande dificuldade, pois poucos sabem, por exemplo, que há botões específicos* *para se operar com graus e radianos. Se falta sentido e compreensão de pouco adiantam as calculadoras*".

Refletindo sobre essas ideias, encontra-se hoje, entre os alunos que vivenciaram esta proposta, vários deles que desenham um triângulo para descobrir a qual ângulo corresponde um determinado valor trigonométrico e, mais, que desenham um círculo, à mão livre, para calcular o seno ou o cosseno de um ângulo, dado em graus ou em radianos.

E o que não foi bom?

Primeiro, nem todos os alunos aprenderam Trigonometria significativamente. Alguns estudantes não se apresentaram com predisposição para aprender. Alguns poucos não acataram favoravelmente o que lhes foi proposto, outros não conseguiram vencer lacunas e defasagens, o que prejudicou a construção de subsunçores consistentes para novas aprendizagens.

Além disso, ou colaborando para isso, aconteceram diversos fatores não programados, que interferiram no andamento das aulas, limitando o aproveitamento do tempo na escola e no ritmo dos estudos. A precariedade do laboratório de informática impôs que ficassem três alunos por computador; a internet era muito lenta e, algumas vezes, os computadores reiniciavam ou travavam inesperadamente, além de a estrutura de apoio ter sido precária. Algumas vezes foi necessário atender duas turmas ao mesmo tempo, devido à falta de professores; outras vezes, a aula não acontecia devido a saídas a campo e a diversas outras atividades extraordinárias.

Todos esses fatores são motivos de reflexão, pois muito há, ainda, por fazer, como enfrentar o grande desafio que se vive nas escolas. Tais situações provocaram a ampliação do tempo, inicialmente previsto, de experimento da proposta e a não aplicação de algumas das ações planejadas, como no caso do projeto "A Trigonometria e o mundo da construção civil", que consta no primeiro bloco de estudos.

Mesmo vivenciando essas situações adversas no decorrer da aplicação da proposta, foi possível contemplar, quase que integralmente, o que se tinha planejado e compor um material para o ensino de Trigonometria a ser compartilhado com professores e pesquisadores da área de Educação Matemática.

Esta dissertação cumpre com o propósito de divulgar este trabalho, e espera-se que seja consultada por colegas professores, para que também se sintam incentivados a refletir sobre suas práticas e para que possam utilizar, e adaptar à realidade dos seus alunos as atividades que foram planejadas, para promover aprendizagens significativas.

Além de constar nesta dissertação, tem-se a pretensão de produzir artigos com resultados da pesquisa e de divulgar e discutir a proposta pedagógica construída em eventos de Educação Matemática, na forma de proposição de relatos ou de oficinas com estratégias potencialmente significativas, confirmadas com as análises, tal como se constatou ser o Jogo no Círculo Trigonométrico.

Ainda em relação ao produto desta pesquisa, referido no Apêndice A, tem-se a sistematização da proposta pedagógica, que consta no *blog* Aprendizagem Significativa de Trigonometria: <https://aprendizagemsignificativatrigonometria.wordpress.com/>, em que são disponibilizados os planejamentos, as atividades de aprendizagem e os resultados da experiência vivenciada com esta pesquisa. A opção por um *blog* justifica-se por ser um canal de fácil acesso para estudantes em formação docente, professores e pesquisadores. E, também, porque se tem a intenção de continuar aprimorando esta importante, mas ainda primeira, conquista. Assim, o *blog* hospeda uma caminhada nova e diferenciada de ação docente, que se iniciou com este mestrado.

Para concluir, reitera-se que há muito que se fazer pela Educação. E é pela pesquisa que surgem novas perspectivas de mudança, seja ela na metodologia, no olhar diferenciado do professor ao seu aluno ou pela reflexão sobre a prática docente. Ao inovar as ações educativas, com propostas que visem à aprendizagem significativa, impulsionam-se transformações, propiciando ações para que os alunos se tornem sujeitos dos seus processos de aprendizagem e que aprendam com significado e compreensão.

E não podendo ser de outra forma, finaliza-se este percurso de aprendizagem, na certeza de ter aprendido muito, e consciente de que há muito que aprender, e feliz por ter encontrado na pesquisa uma forma de melhorar a atuação de professora, agora mais segura e confiante para continuar a inovar a prática pedagógica.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. Formação e supervisão de professores: uma nova abrangência. Sísifo, **Revista de Ciências da Educação**, n. 8, p.119-128, 2009.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2013.

ANASTASIOU, Lea das Graças Camargo; ALVES, Leonir P. **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. 6. ed. Joinvile, SC: Univille, 2006.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Trad. de Lígia Teopisto. Lisboa: Paralelo, 2003.

_______. **The psychology of meaningful verbal learnig**. New York: Grune & Stratton, 1963.

AZEVEDO, Jose Clovis de; REIS, Jonas Tarcísio. **Reestruturação do ensino médio**: pressupostos teóricos e desafios da prática. São Paulo: Fundação Santillana, 2013.

BARROSO, J. M. (Ed.). **Matemática**: construção e significado: volume único. São Paulo: Moderna, 2005.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BECKER, Fernando. **A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar.** Porto Alegre: Artmed, 2003.

_______. **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BECKER, Fernando. Nova aprendizagem, novo ensino. In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DO PROEPRE, 18., 2001, Águas de Lindóia. Campinas, R. Vieira Gráfica e Editora. **Anais**...Águas e Lindóia, 2001, p. 37-48.

BIDARRA, Maria da Graça; & FESTAS, Maria Isabel. Construtivismo(s): Implicações e interpretações educativas. **Revista Portuguesa de Pedagogia**, 39(2), p. 177-195, 2005.

BISOL, Cláudia Alquate. Ciberespaço: terceiro elemento na relação ensinante-aprendente. In: VALENTINI, Carla Beatriz; SOARES, Eliana Maria do Sacramento (Org). **Aprendizagem em ambientes virtuais**: compartilhando ideias e construindo cenários. Caxias do Sul: Educs, 2005.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2. ed. rev. e ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRASIL Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica.** ***PCN + ensino médio:*** **orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Ministério da Educação: Brasília, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Ministério da Educação. Brasília: MEC; Semtec, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**: matemática. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental**. Brasília, 1998a.

BRASIL. Ministério de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/ SEF, 1998b.

BRASIL. Ministério de Educação. **Documento Orientador do Ensino Médio Inovador**. Brasília, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do Ensino Médio, Etapa 2, Caderno V**: matemática. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.

BRIGHENTI, Maria José Lourenção. **Representações gráficas**: atividades para o ensino e a aprendizagem de conceitos trigonométricos. Bauru: Edusc, 2003.

CEBOLA, Graça; PONTE, João Pedro da. O uso da calculadora básica e científica no ensino da matemática: uma questão ainda por resolver. In: CANAVARRO, Ana Paula; MOREIRA, Darlinda; ROCHA, Maria Isabel. **Tecnologias e educação matemática**. Lisboa, Portugal, 2008.

COLL, César. **O construtivismo na sala de aula**. 6. ed. São Paulo: Ática, 2006.

COSTA, Nadja Maria de Lima. **Função seno e cosseno**: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "mundo experimental" e do computador. 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo-SP, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. 10. ed. São Paulo: Ática, 2003.

______. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas, São Paulo: Papirus, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações:** volume único, manual do professor. São Paulo: Ática, 2000.

DELGADO, A. M. Nós todos somos constructivistas. **Revista de Educación**, n. 315, p. 179-198, 1998.

DEMO, Pedro. Pesquisa participante: uso e abusos. In: TOZONI-REIS, M.F.C. **A pesquisa-ação-participativa em educação ambiental**: reflexões teóricas. São Paulo: Annablume; Fapesp; Botucatu: Fundibio, 2007.

DERRY, Sharon. Cognitive schema theory in the constructivist debate. **EducationalPsychogist**, n. 31, v. 3/4, p.163-174, 1996.

ESTEPHAN, Violeta Maria. **Perspectivas e limites do uso de material didático manipulável na visão de professores de Matemática do Ensino Médio**. 2000. Dissertação (Mestrado) – UFPR, Curitiba, 2000.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. ver. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores).

FRANCO, C. de P. **O uso de um ambiente virtual de aprendizagem no ensino de inglês**: além dos limites da sala de aula presencial. Disponível em: <http://www.lingnet.pro.br/media/dissertacoes/katia/2009-claudio.pdf>. Acesso em: 4 fev. 2013.

FREITAS, M. T. de A. As apropriações do pensamento de Vygotsky no Brasil: um tema em debate. **Psicologia da Educação. Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Psicologia da Educação**, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, n. 10/11, p. 9-28, 2000.

GOLDENBERG, E. P.; SCHER, D.; FEURZEIG, N. What lies behind dynamic interactive geometry software? **In: BLUME G.W., HEID, M.K.** (Ed.). Research on technology and the teaching and learning of Matematics: cases and perspectives. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, Inc., 2008. p. 53-88. v. 2.

HADJI, Charles. **Avaliação desmistificada**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

HARTSHOR, R.; BOREN, S. **Experiential learning of mathematics**: using manipulative. 1990. Disponível em: < http://www.ericdigests.org/pre9217/math.htm>. Acesso em: 11 mar. 2014.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliar para promover**: as setas do caminho. 10. ed. Porto Alegre: Mediação, 2008.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática**: ciência e aplicações: ensino médio. 5. ed. São Paulo: Atual, 2010. v. 3.

LEVY, P. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Trad. de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: ED. 34, 1993.

LIMA, Isolda Giani de. **A equilibração dos processos cognitivos na aprendizagem de matemática no ambiente do Mecam**. 2004. 222 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004.

LIMA, Isolda Gianni de. SARTOR, Solange Galiotto. **Minicurso construção de conceitos matemáticos**: em trigonometria. 2006.

MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. **Aprender com jogos e situações problema**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

MASETTO, Marcos. **Didática**: a aula como centro. 3. ed. São Paulo: FTD, 1996.

MAURI, T. O que faz com que o aluno e a aluna aprendam conteúdos. In: COOL César et al. (Org.). **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ed. Abril, 1998. p. 80-122.

MIORIM, Maria Ângela; FIORENTINI, Dario. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo: SBEM/SP, ano 4, n. 7, p. 5-10, 1990. Disponível em: < http://twixar.me/h5t>. Acesso em: 01 ago. 2015.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva**. Ijuí, RS: Unijuí, 2007.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**: um conceito subjacente. Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa. Atas... Burgos, Espanha, 1997. Disponível em: <HTTP://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf>. Acesso em: 24 ago. 2015.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Ed. da Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, Marcos Antônio. **Aprendizagem Significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MOREIRA, Marcos Antônio; MASINI, Elsie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2006.

MOYSÉS, Lucia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 5. ed. Campinas, SP: Papiros, 2003.

NÓVOA, A. **O professor pesquisador e reflexivo**. TVE Brasil, Um salto para o futuro, 2001. Entrevista. Disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/36876418/O-Professor-Pesquisador-e Reflexivo>. Acesso em: 28 maio 2014.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PIAGET, Jean. **Para onde vai a educação**. 14. ed. Rio de Janeiro: J. Olympio, 1980.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

RICHARDSON, Will. **Blogs, wikis, podcasts and other powerful web tools for classroom**. Tousand Oaks, USA: Corwin, 2006.

RODRIGUEZ, Rita de Cássia M. C. **(Re)construindo a matemática**: fazer pedagógico – construções e perspectivas. Ijuí: Série Interinstitucional Universidade – Educação Básica, 1994.

SANTOS, J. C. F. **Aprendizagem significativa**: modalidades de aprendizagem e o papel do professor. Porto Alegre: Mediação, 2008.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL (SEDUC). **Proposta pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional integrada ao Ensino Médio – 2011 – 2014**. Porto Alegre, 2011.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL (SEDUC). **Regimento Referência das Escolas de Ensino Médio Politécnico da Rede Estadual.** 2013. Disponível em: <http://www.educacao.rs.gov.br/dados/ens_med_regim_padrao_em_Politec_II.pdf>. Acesso em: 13 maio 2014.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2000.

THIOLLENT, M. **Pesquisa-ação nas organizações.** São Paulo: Atlas, 1997.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. UNICAMP (São Paulo). **Coleção de Recursos Educacionais M3: Matemática Multimídias**. Disponível em: <http://www.m3.ime.unicamp.br/portal/>. Acesso em: 19 jan. 2014.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Unicamp/NIED, 1999.

VASCONCELLOS, C. S. **Avaliação**: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar. 13. ed. São Paulo: Libertad, 2001.

______. **Avaliação da aprendizagem práticas de mudanças**: por uma práxis transformadora. 6. ed. São Paulo: Libertad, 2003.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. 4. tir. São Paulo: M. Fontes, 2007.

VYGOTSKY. **A formação da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: M. Fontes, 1989.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DO PRODUTO DA DISSERTAÇÃO

A dissertação de mestrado **Uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de Trigonometria,** deu origem a um produto pedagógico, fruto da pesquisa realizada, que está registrado no *blog* – Aprendizagem Significativa de Trigonometria, cuja URL é:

<https://aprendizagemsignificativatrigonometria.wordpress.com/>

O *blog* foi criado como produto final da pesquisa, que foi desenvolvida na linha de pesquisa "Tecnologias, Recursos e Materiais Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática", em que constam os planejamentos da proposta pedagógica elaborada e experimentada numa escola de Ensino Médio, para o desenvolvimento de estudos de Trigonometria, à luz da aprendizagem significativa, segundo Ausubel (AUSUBEL, 2003), e das orientações de Vygostky (VYGOTSKY, 1989), que sustentam as interações sociais, como sendo fundamentais para o desenvolvimento humano. O planejamento contém objetivos de aprendizagem, metodologia com foco na aprendizagem ativa e proposta de avaliação formativa, e foi estruturado em três blocos de conteúdos. O primeiro dos três blocos é proposto para o desenvolvimento da aprendizagem significativa das razões seno, cosseno e tangente, no triângulo retângulo; o segundo, para a aprendizagem dessas mesmas razões no círculo trigonométrico e no terceiro bloco, que foi destinado ao estudo das funções trigonométricas como seno e cosseno, considerando a modelagem de situações do cotidiano. Os três blocos de estudo foram planejados seguindo a sequência didática proposta por Júlio César Furtado dos Santos, que consta em seu livro *Aprendizagem Significativa: modalidades de aprendizagem e o papel do educador* (2008).

Além dos planejamentos, o *blog* disponibiliza a pessoas interessadas, em especial a professores e estudantes de licenciatura, as atividades de aprendizagem, propostas como potencialmente significativas, para promover aprendizagens com sentido e compreensão, decorrentes de interações entre os estudantes e desses com objetos manipuláveis, concretos ou digitais, para explorar, fazer hipóteses, testar, analisar e concluir sobre significados e propriedades de conceitos e ideias matemáticas de Trigonometria.

Os resultados da experiência vivenciada com a pesquisa também estão presentes no *blog*, fornecendo indícios do potencial da proposta para a aprendizagem significativa de Trigonometria e como forma de animar os professores a adotarem e experimentarem esta possiblidade pedagógica, que pode ser aplicada, na forma em que está proposta, mas que é aberta, o suficiente, para ser reestruturada, de acordo com a personalidade e sensibilidade didática e pedagógica de cada professor.

Além de conter os principais resultados da pesquisa e da dissertação, tem-se, com este *blog*, os objetivos de:

- divulgar a dissertação a professores da área de Ciências e Matemática, para que possam utilizar a proposta pedagógica e adaptá-la à realidade dos seus alunos;
- animar o desenvolvimento de outras propostas pedagógicas na área de ensino de ciências e;
- criar um espaço de interação e trocas de experiências entre a professora proponente desta proposta e professores nele interessados ou em discussões sobre ensinar e aprender Trigonometria.

Espera-se, assim que este produto pedagógico auxilie profissionais da educação que desejam inovar as suas ações educativas, propiciando ações para que os alunos se tornem sujeitos dos seus processos de aprendizagem e que aprendam com significado e compreensão.

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Trad. de Lígia Teopisto. Lisboa: Paralelo, 2003.

SANTOS, J. C. F. **Aprendizagem significativa**: modalidades de aprendizagem e o papel do professor. Porto Alegre: Mediação, 2008.

VYGOTSKY, L. S. **A formação da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: M. Fontes, 1989.

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Visando desenvolver uma pesquisa que integra a dissertação de Mestrado **Uma proposta pedagógica para a aprendizagem significativa de Trigonometria** desenvolvida por mim, Vanessa Cristina Rech Viganó, mestranda orientada pela Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, convido você a participar com os registros das tarefas que foram solicitadas e pareceres que foram descritos. Para tanto, é importante que você assine abaixo desta mensagem, tomando ciência de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa e que sua identidade, enquanto participante da mesma, será preservada, em todas as publicações oriundas desse estudo. Não serão divulgados nomes ou informações que possam identificar o participante da pesquisa. Os dados obtidos serão utilizados apenas para fins de investigação, e o participante pode desistir a qualquer momento sem prejuízo algum. O participante pode obter informações sobre o andamento da pesquisa, quando achar necessário.

Desde já, agradeço a sua colaboração e coloco-me à disposição para esclarecimentos pelo telefone (54) 81110064, *e-mail*: vanrech@hotmail.com.

Eu,____, RG ____________________________, declaro que estou ciente das informações acima e autorizo a utilização de minhas interações no contexto de aprendizagem para fins da pesquisa.

Caxias do Sul, ... de .... de 2015.

____

Assinatura do sujeito da pesquisa

____

Assinatura do pesquisador

APÊNDICE C – PLANILHA DE ACOMPANHAMENTO DAS TAREFAS

Legenda Utilizada

☺Tarefa completa (CSA) 😐 Tarefa realizada parcialmente (CPA) ☹ Tarefa não cumprida

Aluno (a)	**T1**	**T2**	**T3**	**T4**	**T5**	**T6**	**T7**	**T8**	**T9**	**T10**	**T11**
Aluno 1											
Aluno 2											
Aluno 3											
Aluno 4											
Aluno 5											
Aluno 6											
Aluno 7											
Aluno 8											
Aluno 9											
Aluno 10											
Aluno 11											
Aluno 12											
Aluno 13											
Aluno 14											
Aluno 15											
Aluno 16											
Aluno 17											
Aluno 18											
Aluno 19											
Aluno 20											
Aluno 21											
Aluno 22											
Aluno 23											
Aluno 24											
Aluno 25											
Aluno 26											
Aluno 27											
Aluno 28											
Aluno 29											
Aluno 30											
Aluno 31											

APÊNDICE D – PROVA ESCRITA E INDIVIDUAL

ESCOLA ESTADUAL TÉCNICA CAXIAS DO SUL

Aluno (a): ________________________________Turma: ____ Nº:_____

Atividade Avaliativa de Matemática Professora: Vanessa Cristina Rech Viganó

Curso: Ensino Médio Politécnico Data: ___/___/2014

Assunto do instrumento: Trigonometria

Conceito

Instruções Gerais:

- Não serão aceitas rasuras nem o uso de corretivo nas respostas.
- Todas as respostas deverão ser feitas com caneta azul ou preta.
- Não será permitido o uso de calculadora.
- Todas as questões deverão ser resolvidas na face ou no verso da folha.

Bom Trabalho!

Critérios de avaliação: 1 questão completa (CRA) 2 questões completas (CPA) Acima de 2 questões (CSA)

1) Construir triângulos retângulos, utilizando apenas lápis, régua e transferidor para encontrar o valor de:

a) seno de 38°;

b) ângulo cujo cosseno é $\frac{3}{5}$;

c) secante de 80°.

2) Construa o ciclo trigonométrico para representar os famosos valores 0, $\pm\frac{1}{2}$, $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$e ± 1 de senos e cossenos dos ângulos fundamentais. Represente-os, associando-os a todos os ângulos (em *graus* e *radianos*) que os têm como senos ou cossenos.

3) (UCS – 2014) Suponha que, em determinado lugar, a temperatura média diária T, em °C, possa ser expressa, em função do tempo t, em dias decorridos desde o início do ano, por $T(t) = 14 + 12\ \text{sen}\left(\frac{2\pi(t-105)}{364}\right)$. Segundo esse modelo matemático, a temperatura média máxima nesse lugar ocorre, no mês de

a) julho b) setembro c) junho d) dezembro e) março

4) Caro aluno: você será o autor desta questão. Considerando os estudos feitos em Trigonometria, e as atividades que foram desenvolvidas e estudadas, elabore uma questão que para você tenha sido de maior importância, ou que achou que pudesse estar nessa avaliação. Redija de forma clara, incluindo os procedimentos e passos que justifiquem a resolução da mesma.

APÊNDICE E – MATERIAL INSTRUCIONAL SOBRE FIGURAS SEMELHANTES

ESCOLA ESTADUAL TÉCNICA CAXIAS DO SUL

Prof.ª Vanessa Rech Viganó

Tarefas para o dia 03/07

Tarefa 1: Você sabe o que são figuras semelhantes? Dentre as três fotos do lindo gatinho, quais são semelhantes?

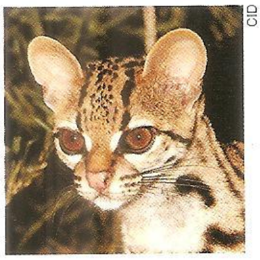


Foto I

Foto II

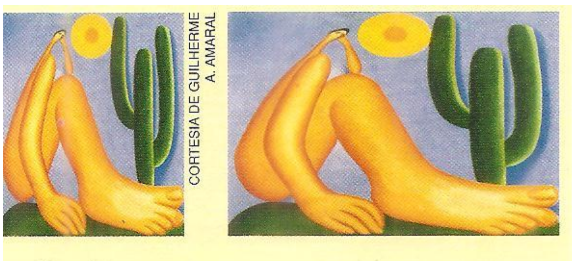
Foto III

Fonte: Barroso (2005)

a) Apenas as fotos I e II.
b) Apenas as fotos II e III.
c) Apenas as fotos I e III.
d) Nenhuma das fotos é semelhante.
e) As três fotos são semelhantes.

Tarefa 2: Pesquise em alguma fonte de pesquisa, livro ou internet, quando duas figuras são ditas semelhantes. Descreva usando linguagem própria.

Tarefa 3: Você considera que as duas reproduções do quadro *Abaporu*, de Tarsila do Amaral, são semelhantes? Por quê?



Fonte: Barroso (2005)

Tarefa 4: Duas sombras e a sua altura para a descoberta de uma medida inacessível

Obter a altura de um monumento, de um prédio, de uma árvore ou de algum outro objeto, que seja inacessível, utilizando apenas a medida da sombra projetada no chão por esse objeto, a medida da própria altura e a da sua sombra, neste mesmo instante. Registre a cena, no momento de coletar as medidas, através de uma foto, salve-a num *pen drive* e traga-a na próxima aula.

APÊNDICE F – JOGO NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

Criado pela professora

Material para confecção

- Folhas de desenho
- Palitos de churrasco
- Fita adesiva

Confecção das placas

Ao todo, são setenta e duas peças, cada uma confeccionada em meia folha de desenho. As mesmas devem ser fixadas com fita adesiva em palitos de churrasco, de modo a formar uma placa. Cada placa traz uma informação de valores de seno ou cosseno de diversos ângulos ou arcos, conforme dados da tabela de *valores trigonométricos* que consta no final desta orientação.

As placas são confeccionadas, em sala de aula, por oito grupos de estudos, na aula anterior a da realização do jogo.

Rodada de aquecimento: as placas de uma das linhas da tabela de *valores trigonométricos* são utilizadas como instrumentalização para a confecção das placas, seguida de simulação de uma rodada do jogo.

Uma das linhas da tabela de *valores trigonométricos* é retirada.

Cada grupo recebe o material para a confecção de uma placa.

Com essas primeiras placas prontas, cada um dos grupos recebe e representa o conteúdo da placa, no ciclo trigonométrico projetado na lousa. Se for necessário, os colegas dos demais grupos podem auxiliar na representação, mas apenas fazendo perguntas.

Depois dessa rodada de aquecimento, cada grupo constrói as placas correspondentes a uma das demais linhas da tabela de *valores trigonométricos*. O professor entrega a cada grupo uma tirinha com as placas que devem ser confeccionadas.

Instruções para o jogo

Organizar as placas para o jogo: retirar, do conjunto das placas, as que foram utilizadas na rodada de aquecimento. Formar oito pilhas, cada uma com oito placas, todas contidas em uma mesma coluna da tabela de *valores trigonométricos*.

Formar oito grupos.

Cada grupo recebe uma pilha de placas.

Por sorteio, definir a ordem de jogada para cada grupo.

Cada rodada do jogo é definida em três etapas.

Vence o grupo que obtiver maior pontuação no final de oito rodadas.

Primeira etapa: reconhecimento de placas com informações correspondentes.

O grupo sorteado para iniciar a rodada escolhe e levanta uma placa.

Cada um dos demais grupos deve identificar, dentre as suas, a placa que corresponde à mesma informação que há na placa erguida pelo grupo iniciante.

As linhas representam a relação correspondente entre as placas.

Por exemplo, se o grupo iniciante erguer a placa $\boxed{\frac{1}{2}}$, espera-se que os demais grupos ergam as seguintes placas:

sen 30°	cos 60°	sen$\frac{\pi}{6}$	cos$\frac{\pi}{3}$	sen (-210°)	sen (870°)	cos (- 420°)

Atribuição de pontos: um ponto a cada grupo que levantar a correta e um ponto (de brinde) para o grupo iniciante.

Segunda etapa: representação da informação contida na placa, no ciclo trigonométrico projetado na lousa.

A primeira informação a ser representada no ciclo é a do grupo iniciante.

Depois, o grupo que está na lousa escolhe o grupo seguinte a fazer a representação.

Atribuição de pontos: um ponto para cada grupo que representar corretamente a informação da sua placa.

Terceira e última etapa: rodada de consolação

Os grupos que não receberam pontos em uma ou nas duas etapas anteriores, terão uma nova oportunidade de fazê-lo.

Atribuição de pontos: meio ponto a cada uma das respostas corretas para cada grupo participante desta etapa.

O registro de pontos de cada grupo, em cada etapa de cada rodada, é feito pela professora, numa tabela no quadro.

Valores trigonométricos							
GRUPO 1	**GRUPO 2**	**GRUPO 3**	**GRUPO 4**	**GRUPO 5**	**GRUPO 6**	**GRUPO 7**	**GRUPO 8**
$\frac{1}{2}$	sen 30°	cos 60°	sen$\frac{\pi}{6}$	cos$\frac{\pi}{3}$	sen (-210°)	sen (870°)	cos (- 420°)
cos (-765°)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	sen$\frac{\pi}{4}$	cos 45°	cos 675°	sen$\frac{3\pi}{4}$	cos $(-\frac{7\pi}{4})$	sen 135°
sen$\frac{2\pi}{3}$	sen 840°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	sen (-960°)	cos (-30°)	sen 120°	cos 330°	cos$\frac{11\pi}{6}$
sen 210°	sen$\frac{7\pi}{6}$	sen 1680°	$-\frac{1}{2}$	cos 240°	cos$\frac{4\pi}{3}$	sen (-390°)	sen$\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$
cos$(-\frac{3\pi}{4})$	sen (-495°)	cos 225°	cos$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	cos 495°	sen 315°	sen$\frac{7\pi}{4}$
sen 660°	cos 150°	sen$\frac{5\pi}{3}$	sen (- 120°)	cos (-870°)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	cos$\frac{5\pi}{6}$	sen 300°
cos 0	sen$\frac{\pi}{2}$	sen 90°	cos 1440°	sen$-\frac{3\pi}{2}$	sen (-1350°)	1	cos 0°
sen$\frac{3\pi}{2}$	cos 180°	sen (-450°)	cosπ	cos 540°	sen 270°	-1	sen (-90°)
cos 450°	sen (- 810°)	sen $(-\pi)$	sen 360°	sen 6π	sen (-2π)	cos 630°	0

APÊNDICE G – ATIVIDADE SOBRE TRIGONOMETRIA NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO

ESCOLA ESTADUAL TÉCNICA CAXIAS DO SUL

Aluno (a): ____ Turma: ____ Nº:_____

Atividade Avaliativa de Matemática Professora: Vanessa Cristina Rech Viganó

Curso: Ensino Médio Politécnico Data: ___/___/2014

Assunto do instrumento: **Trigonometria no Círculo Trigonométrico**

Instruções gerais: Não serão aceitas rasuras nem o uso de corretivo nas respostas. Todas as respostas deverão ser feitas com caneta azul ou preta.

Caro(a) aluno(a): acredito que estás preparado(a) para este desafio no círculo trigonométrico.

Vocês construíram razões trigonométricas com ângulos fundamentais e a proposta, hoje, é que utilizem o que aprenderam para ir além e avaliar se o aprendizado foi significativo, permitindo que seja aplicado em situações novas, para ângulos ou arcos não fundamentais.

Chegou o momento de utilizar o círculo trigonométrico como calculadora, da mesma forma como fizeram com triângulos retângulos. Boas aproximações são, muitas vezes, mais significativas que valores exatos.

Então, para hoje, vamos utilizar apenas régua, transferidor, compasso, cabeça e diálogo matemático, para construir o ciclo trigonométrico e utilizá-lo para completar a tabela abaixo.

Bom Trabalho!

Desafio		**Grau**	**Radiano**
1	$arcos(-0,6)$		
2	$arctg(0,8)$		
3	$arcsen\ (-1)$		
		Quadrante	**Valor**
4	$cos\ (680°)$		
5	$sen\left(\frac{6\pi}{5}\right)$		

APÊNDICE H – ROTEIRO EXPERIMENTAL I E II PARA A CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS: ALGUNS CASOS ESPECIAIS

Roteiro Experimental I

Construção de gráficos: alguns casos especiais

1) Utilizando o *software* Kmplot, construa o gráfico das funções dadas na tabela no mesmo sistema de eixos do plano cartesiano. Plote $\boldsymbol{y = sen(x)}$ na cor preta e use diferentes cores para representar as demais funções. Complete a tabela, escrevendo o período (P), a amplitude (A) e a imagem (Im) de cada função representada.

Funções	**P**	**A**	**Im**
$\boldsymbol{y = sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = 2 + sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = 4 + sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = -3 + sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = -1 + sen(x)}$			

2) Copie a tela dos gráficos e cole-os no espaço abaixo.

3) Analisando o comportamento das curvas, descreva como o gráfico de $\boldsymbol{y = 4 + sen(x)}$ pode ser obtido, a partir do gráfico de $\boldsymbol{y = sen(x)}$.

4) Discuta com seus colegas, como cada um dos demais gráficos pode ser obtido a partir do gráfico $\boldsymbol{y = sen(x)}$**.** Então, de que forma podemos obter o gráfico de $\boldsymbol{y = a + sen(x)}$, a partir do gráfico de $\boldsymbol{y = sen\ (x)}$?

5) Como conclusão, escreva qual é o efeito do coeficiente **a**, em $\boldsymbol{y = a + sen(x)}$, considerando o gráfico da função base $\boldsymbol{y = sen(x)}$.

6) Complete o texto abaixo: Esse movimento de deslocar a função $\boldsymbol{y = sen(x)}$ para _______ ou para ________ chamamos de **translação vertical**. Em relação à função $\boldsymbol{y = sen(x)}$, esse tipo de movimento _____ altera a amplitude nem o período, mas _________ a imagem.

7) Construa, com o *software* e na mesma janela, o gráfico das funções dadas na tabela e complete-a com o período (P), a amplitude (A) e a imagem (Im) de cada função representada. Para a comparação dos gráficos, plote a função $\boldsymbol{y = sen(x)}$ na cor preta e os demais usando cores diferentes.

Funções	**P**	**A**	**Im**
$\boldsymbol{y = -sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = 2sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = -3sen(x)}$			
$\boldsymbol{y = \frac{1}{2}sen(x)}$			

8) Cole, abaixo, a figura com os gráficos construídos.

9) Descreva como é o gráfico de $\boldsymbol{y = -sen(x)}$ comparando-o ao de $\boldsymbol{y = sen(x).}$

10) Compare, agora, os gráficos de $\boldsymbol{y = 2sen(x)}$ e de $\boldsymbol{y = sen(x).}$ Descreva o primeiro como uma modificação do segundo.

11) Compare, agora, os gráficos de $\boldsymbol{y = -3sen(x)}$ e de $\boldsymbol{y = sen(x).}$ Você percebe dois movimentos, simultaneamente? Como podemos modificar o gráfico de $\boldsymbol{y = sen(x)}$ para gerar o da função $\boldsymbol{y = -3sen(x)}$?

12) Como conclusão, escreva qual é o efeito do coeficiente b, em $\boldsymbol{y = b\,sen(x)}$, considerando o gráfico da função base $\boldsymbol{y = sen(x)}$.

13) Complete o texto abaixo: Quando multiplicamos a função $\boldsymbol{y = sen(x)}$ por um número "b" provocamos uma dilatação se "b" for ___________ e uma contração, se "b" for ____________. Essas mudanças alteram___________ e ____________ , mas não alteram ________________.

Roteiro Experimental II

Construção de gráficos: alguns casos especiais

Nas funções $\boldsymbol{y = 3 + cos(x)}$, $\boldsymbol{y = -cos(x)}$ e $\boldsymbol{y = -2cos(x)}$, que foram feitas manualmente, percebemos que as modificações em $\boldsymbol{y = cos(x)}$ foram no valor de y.

1) **D E S A F I O**: E se alterarmos **x** em $\boldsymbol{y = cos(x)}$**,** o que acontece? Experimente e faça um teste com as funções:

a) $\boldsymbol{y = cos(-x)}$**.** Compare-a, com o gráfico de $\boldsymbol{y = cos(x)}$. Descreva qual a modificação ocorrida.

b) $\boldsymbol{y = cos(2x)}$**.** Qual a tua conclusão sobre o efeito do coeficiente 2? E se for outro número, como por exemplo $\frac{1}{2}$, qual seria a modificação?

c) $\boldsymbol{y = cos(x+4)}$ e $\boldsymbol{y = cos(x-4)}$**.** Descreva as modificações que ocorreram quando comparadas ao gráfico da função $\boldsymbol{y = cos(x)}$**.**

2) Complete o quadro abaixo:

Funções	**P**	**A**	**Im**
$\boldsymbol{y = -cos(x)}$			
$\boldsymbol{y = cos(2x)}$			
$\boldsymbol{y = cos(\frac{1}{2}x)}$			
$\boldsymbol{y = cos(x + 4)}$			
$\boldsymbol{y = cos(x - 4)}$			

3) **C O N C L U I N D O** – Na investigação feita nos roteiros experimentais, efetuamos algumas modificações com relação às funções bases $\boldsymbol{y = sen(x)}$ e $\boldsymbol{y = cos(x)}$**.** Pois bem, se generalizarmos estas modificações e ao invés de usarmos números, pensarmos em **letrinhas**, o que cada uma delas, isoladamente, representa em termos de transformação das funções-base?

$$\boldsymbol{y = a + b.senc\left(x + \frac{d}{c}\right)}$$

$$\boldsymbol{y = a + b.cosc\left(x + \frac{d}{c}\right)}$$

a = ____

b = ____

c = ____

d = ____

APÊNDICE I – REGISTROS DE ACOMPANHAMENTO DAS TAREFAS

Legenda utilizada

☺ Tarefa Completa (CSA) 😐 Tarefa realizada parcialmente (CPA) ☹ Tarefa não cumprida (CRA)

Aluno (a)	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11
Aluno 1	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 2	☺	☺	☺	😐	☺	☺	☹	☹	☺	☺	☺
Aluno 3	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺
Aluno 4	☺	☺	☺	☹	☹	☺	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 5	☺	😐	☹	☺	☹	☹	☹	☺	☺	☹	☹
Aluno 6	☺	☺	☺	☹	☺	☹	☺	☺	☺	😐	😐
Aluno 7	☺	☺	☺	😐	☺	☺	☺	☺	☺	☹	☺
Aluno 8	☺	☺	☺	☺	☹	☺	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 9	☺	☹	☹	☺	☹	☹	☺	☺	☺	☹	😐
Aluno 10	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 11	☺	☹	☺	☺	☹	☺	☺	☺	☺	😐	☹
Aluno 12	☺	☺	😐	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☹	☺
Aluno 13	☺	☺	😐	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 14	☺	☺	☺	☺	☺	☹	☺	☺	☺	😐	😐
Aluno 15	☺	☺	😐	😐	☹	☺	☺	☺	☺	☹	☺
Aluno 16	☹	☺	☺	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 17	☺	☺	☺	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 18	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☺
Aluno 19	☺	☹	☺	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 20	☺	☺	☺	☹	☹	☹	☺	☺	☺	😐	😐
Aluno 21	☺	☺	☹	☹	☺	☺	☺	☺	☺	☺	☺
Aluno 22	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 23	☺	☺	😐	😐	☹	☺	☺	☺	☺	☹	☺
Aluno 24	☹	😐	😐	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☹
Aluno 25	☺	☺	☹	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☹	😐
Aluno 26	☺	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☹	☹	☹
Aluno 27	☺	☺	😐	☹	☹	☺	☺	☺	☺	😐	☹
Aluno 28	☺	☹	☺	☹	☹	☹	☺	☺	☺	☹	☺
Aluno 29	☺	☺	☺	☺	☹	☹	☺	☺	☺	😐	☹
Aluno 30	☺	😐	☹	☹	☹	☹	☹	☺	☺	☹	☹
Aluno 31	☹	☹	☺	☺	☹	☺	☺	☺	☺	☹	☹

APÊNDICE J – QUESTIONÁRIO PARA A AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA E DOS PROCESSOS DE APRENDIZAGENS

Prezado (a) aluno (a):

Esta avaliação faz parte de um projeto de pesquisa que visa analisar, do seu ponto de vista, se a metodologia de ensino que está sendo adotada colabora para a sua aprendizagem. Assim, é muito importante que você leia com atenção e responda com sinceridade as questões que seguem. Obrigada.

1. Ao iniciarmos o estudo de Trigonometria, consideramos o conceito de **semelhança de figuras** por meio da imagem de três lindos gatinhos e de duas representações do quadro Abaporu, de Tarsila do Amaral. Além disso, você foi desafiado a descobrir uma medida inacessível (altura de uma árvore, de um prédio ou de algum outro objeto) usando a medida de duas sombras e da sua altura, aplicando a ideia de **semelhança de triângulos**. Você recordava desses conceitos antes de realizar esta atividade?

a. (   ) Não.
b. (   ) Parcialmente.
c. (   ) Sim.

2. Nas duas atividades que realizou: **"cálculo de uma altura inacessível"** e **"construção de triângulos retângulos usando lápis, régua e transferidor e também no software Kmplot -** ministrada pelos professores Vanessa e Cassiano", você vê relação entre elas, considerando o conceito de **semelhança de triângulos**?

a. (   ) Não, pois são atividades totalmente distintas.
b. (   ) Um pouco, pois ambas eram com triângulos.
c. (   ) Sim, pois o conceito de semelhança de triângulos foi usado nas duas atividades.

3. Com relação ao ritmo de desenvolvimento dos estudos em sala de aula, você considera que foi:

a. (   ) acelerado demais, não permitindo a construção e o desenvolvimento das atividades propostas;
b. (   ) lento demais, tudo poderia ter sido apresentado no quadro;
c. (   ) adequado e flexível, possibilitando atender necessidades e dificuldades.

4. As atividades listadas abaixo foram desenvolvidas nas aulas de Trigonometria. Assinale com um X a carinha que expressa e destaca a relevância de cada uma, na sua aprendizagem.

Atividades	☺	😐	☹
Construção de triângulos com régua e transferidor			
Construção do ciclo trigonométrico com régua, transferidor e compasso			
Construção de gráficos com *software*			
Construção de gráficos no papel			
Atividade lúdica no círculo trigonométrico (jogo das placas)			
Áudio “O que é radiano”			
Vídeo “Aventura nas montanhas”			
Construção do *blog* Fenômenos Cíclicos			
Uso do formulário eletrônico			
Explicações da professora usando quadro e giz			
Exposições e explicações dialogadas com a classe			
Resolução de exercícios			
Material produzido para orientação e registro das atividades			
Programação do *Excel* para conversão de radianos e graus			
Uso da calculadora para confirmar valores obtidos experimentalmente de seno, cosseno e tangente, bem como *arcsen*, *arccos* e *arctg* em graus e radianos			
Organização das atividades e seus registros no AVA			
Modelagem da função quantidade de sol (duração do dia) de 2014			

5. Ao comparar as aulas de matemática que tivemos, com outras que você teve na escola, você considera que a metodologia para aprender Trigonometria foi:

a. (   ) bem diferente, porque____

b. (   ) um pouco diferente, porque____

c. (   ) nada diferente, porque____

6. Considerando o estudo de **Trigonometria no triângulo retângulo**, você consegue utilizá-lo como uma “calculadora”, para encontrar os valores de seno, cosseno e tangente de ângulos?

a. (   ) não, pois não tenho muito clareza de como utilizá-lo para esse tipo de cálculo;

b. (   ) parcialmente, pois não me sinto com segurança para utilizá-lo nesse tipo de cálculo;

c. (   ) sim, desde que tenha régua e transferidor para medir ângulos e lados do triângulo;

7. Considerando o estudo do **círculo trigonométrico**, você consegue construí-lo, localizar adequadamente ângulos e arcos e utilizá-lo como uma calculadora para encontrar correspondentes valores de seno, cosseno e tangente?

a. (   ) não, tenho dificuldade de encontrar estes valores;

b. (   ) parcialmente, pois não tenho segurança para utilizá-lo nesse tipo de cálculo;

c. (   ) sim, basta ter régua, transferidor e compasso.

8. Estudamos as **funções seno e cosseno** a partir da construção dos seus gráficos e analisando seus movimentos como forma de gerar e compreender novas funções. Com isso, vocês conseguiram modelar a função quantidade de sol (duração do dia) de 2014. Você conseguiria modelar outros fenômenos cíclicos, tendo como referencial a função base $y = sen(x)$ ou $y = cos(x)$ e o movimento dos seus gráficos?

a. (   ) não, pois ____

b. (   ) parcialmente, pois ____

c. (   ) sim, pois ____

9. Comparado ao método tradicional de ensino (em que o professor explica e o aluno pratica), você acredita que foi mais participativo e ativo no estudo e que aprendeu Trigonometria compreendendo o significado?

a. (   ) Não

b. (   ) Parcialmente

c. ( ) Totalmente

Por quê?

____

____

10. No dia a dia da escola, é comum termos fatores externos à sala de aula, como: troca de horário de aulas, saídas a campo, cancelamento de aulas e outros acontecimentos que alteram a programação e o ritmo das aulas de matemática. Você acha que estes fatores interferem no processo de aprendizagem?

a. (   ) não, pois isso faz parte das atividades que ocorrem numa escola;

b. (   ) um pouco, mas não atrapalha muito ter um intervalo maior entre uma aula e outra;

c. (   ) sim, pois por ter um intervalo de tempo muito grande entre uma aula e outra dificulta a retomada de conceitos das aulas anteriores.

11. Sobre o estudo de trigonometria, você considera que:

a. (   ) Não é importante, pois jamais utilizarei este conhecimento na minha vida.

b. (   ) É importante, pois é sempre bom aprender um pouco de tudo.

c. (   ) Muito importante, pois se pode compreender os conceitos e perceber que a trigonometria tem aplicação no mundo real.

12. E o ambiente virtual de aprendizagem que utilizamos, como apoio às atividades que foram desenvolvidas,

a. (   ) não me ajudou, pois ____

b. (   ) ajudou pouco, pois ____

c. (   ) ajudou bastante, pois ____

13. Faça aqui quaisquer outros comentários que você achar interessante sobre a metodologia de ensino, bem como sugestões para o aperfeiçoamento das aulas.

____

____

____

____

____

APÊNDICE K – PROBLEMAS DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1. Nível Fácil

1.1) Um cabo de aço de 20 m é esticado do topo de uma antena até o solo. Esse cabo forma com o solo um ângulo de 32°. Determine a altura da antena.

1.2) Numa determinada hora do dia, a luz do sol incide sobre uma estaca fincada verticalmente no solo. Os raios solares com a estaca formam um ângulo de 75° e o comprimento da sombra projetada no solo é 3,5 m. Qual é a altura dessa estaca?

1.3) Um balão encontrava-se a 130 m de altura quando foi alvejado, do solo, por um atirador, mediante um ângulo de tiro de 11°. Qual a distância percorrida pela bala ao atingir o balão?

1.4) Uma escada de 6 m está encostada na parte superior da parede de uma casa e forma com o solo um ângulo de 60º. Determine a distância da base da escada até a parte inferior da casa.

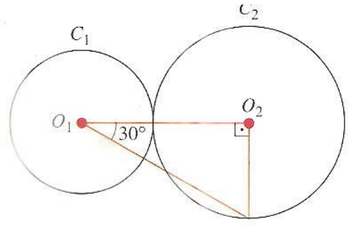
1.5) Um jogador de futebol, ao cobrar um escanteio, coloca, num chute rasteiro e em linha reta, a bola nos pés de um companheiro de time que está sobre a marca do pênalti na área adversária. O ângulo de chute em relação à linha de fundo é de 16°. Sabendo que a marca do pênalti está centralizada em frente ao gol à distância de 11 m, calcule a distância percorrida pela bola.

2. Nível Médio

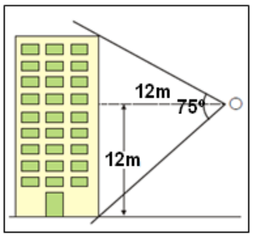
2.1) Durante um vendaval, uma taquara dobrou-se e sua ponta encostou no solo a 1,7 m de sua raiz, de modo a formar com o solo um ângulo de 40°. Qual era a altura da taquara antes da ventania?

2.2) Os olhos de um observador estão a 1,7 m do solo e dessa posição ele vê o topo de uma árvore, distante 12,25 m dele, segundo um ângulo de 35° em relação a horizontal. Determine a altura da árvore.

2.3) Duas circunferências C_1 e C_2 são tangentes externas e a distância entre seus centros é de 15 cm. Observe a figura e determine o raio de cada circunferência.



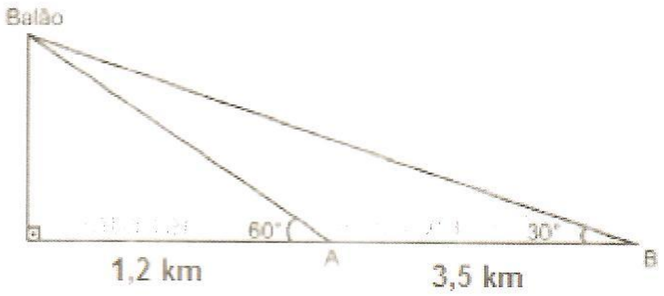
2.4) Um observador, no ponto O da figura, vê um prédio segundo um ângulo de 75°. Se esse observador está situado a uma distância de 12 m do prédio e a 12 m de altura do plano horizontal que passa pelo pé do prédio, calcule a altura do prédio, em metros.



2.5) Uma escada de bombeiro pode ser estendida até um comprimento máximo de 25m, formando um ângulo de 70°com a base, que está apoiada sobre um caminhão, a 2m do solo. Qual é a altura máxima que a escada atinge?

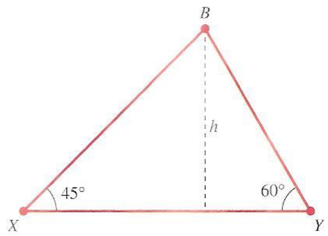
3. Nível Difícil

3.1) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nessa segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio; sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.



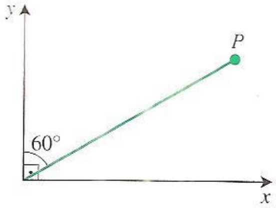
Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,2 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 4,7 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e o avistou sob um ângulo de 30°. Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

3.2) De dois observatórios, localizados em dois pontos X e Y da superfície da Terra, é possível enxergar um balão meteorológico B, sob ângulos de 45° e 60°, conforme é mostrado na figura abaixo.



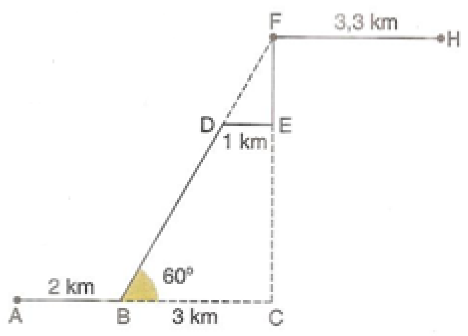
Desprezando a curvatura da Terra, se 30 km separam X e Y, qual a altura h do balão à superfície da Terra?

3.3) A distância entre o ponto P(x, y) e a origem é 12. Nesse caso determine as coordenadas x e y do ponto P.



3.4) Ao chegar de viagem, uma pessoa tomou um táxi no aeroporto para se dirigir ao hotel. O percurso feito pelo táxi, representado pelos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BD}\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FH}$, está esboçado na figura. O ponto A indica o aeroporto, o ponto H indica o hotel, BCF é um triângulo retângulo com o ângulo reto em C, o ângulo no vértice

B mede 60° e $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$. Calcule o preço que a pessoa pagou pela corrida (em reais), sabendo que o valor da corrida de táxi é dado pela função y = 4 + 3,2x, sendo x a distância percorrida em quilômetros e y o valor da corrida em reais.



3.5) Uma ducha é fixada diretamente na parede de um banheiro. O direcionamento do jato d'água é feito modificando o ângulo entre a ducha e a parede. Considerando que essa ducha produz um jato d´água retilíneo, uma pessoa de pé diante da ducha recebe-o na sua cabeça quando o ângulo entre a ducha e a parede é de 60°. Modificando o ângulo para 44° e mantendo a pessoa na mesma posição, o jato atinge 0,70 m abaixo da posição anterior.

Nessas condições, determine a distância dessa pessoa à parede, na qual está instalada a ducha.

APÊNDICE L – ROTEIRO EXPERIMENTAL

Material utilizado

Fio de tricô, régua e objeto cilíndrico.

Procedimento

1) Medir o comprimento da parte circular do objeto, utilizando os seguintes materiais: fio de tricô e régua.
2) Registrar o comprimento da parte circular na tabela fornecida.
3) Utilizar um pedaço de fio de tricô que corresponda à medida do diâmetro da base do objeto.
4) Registrar a medida do diâmetro na tabela fornecida.

Comprimento da parte circular do objeto	Diâmetro do objeto	Precisa-se de quantos fios que representem o diâmetro, para se ter o mesmo comprimento do fio que representa a parte circular do objeto?

Com base no que foi desenvolvido, pode-se concluir que:

5) O pedaço de fio de tricô que representa o diâmetro, “cabe” .... vezes no fio de tricô que representa a circunferência correspondente, e “sobra um pouquinho”, o que nos permite escrever a seguinte relação entre o comprimento (C) e o diâmetro (d) de uma circunferência:

$$\frac{C}{d} \cong \_\_\_$$

6) Sabemos, hoje, que a razão $\frac{C}{2r}$ é o número irracional ________________, que simbolizamos pela letra grega _____.

7) Dessa igualdade, chegamos à fórmula que calcula o comprimento (C) de uma circunferência de raio r: C = ___________, onde $\pi \cong$ _______

APÊNDICE M – AUTOAVALIAÇÃO

Escola Estadual Técnica de Caxias do Sul

Nome do aluno (a):____ Turma: ________

Área do conhecimento: ____

Professora: Vanessa Cristina Rech Viganó

	☺	😐	☹
Participei das aulas com perguntas e comentários relacionados aos conteúdos que estão sendo estudados em aula.			
Envolvi-me com disciplina e empenho, na realização das atividades propostas durante as aulas.			
Reservei um tempo durante a semana para estar no AVA acompanhando atividades e recados postados.			
Realizei as atividades e tarefas fora da sala de aula.			
Participei dos trabalhos em grupo, com espírito de equipe, ensinando e aprendendo com meus colegas.			
Aprendi com as aulas e as tarefas de Trigonometria e, com isso, adquiri novos conhecimentos.			
Fui capaz de utilizar estes conhecimentos na prova, em problemas aplicados ou trabalho(s) realizado(s).			

Redija, abaixo, um parágrafo explicando, para si mesmo, qual perfil de estudante você tem. Para isso, reflita sobre o que as suas respostas indicam. Inclua você nesta reflexão, se reconhece o valor da escola na sua vida, atual e futura, apresentando, portanto, uma conduta adequada ou se precisa melhorar suas atitudes.

____
____
____
____
____
____
____

O seu conceito reflete as suas aprendizagens, e como você tem conduzido a sua vida escolar. Com base nas suas respostas e análises, atribua-se um conceito. _______