UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

CARINA DE OLIVEIRA

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COLABORANDO PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

CAXIAS DO SUL
JULHO/2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

O48e Oliveira, Carina de
Equação do segundo grau [recurso eletrônico] : a utilização de jogos colaborando para uma aprendizagem significativa / Carina de Oliveira. – 2022.
Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2022.
Orientação: Laurete Zanol Sauer.
Modo de acesso: World Wide Web
Disponível em: https://repositorio.ucs.br

1. Equações. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Aprendizagem. 4. Jogos educativos. I. Sauer, Laurete Zanol, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 517.9

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Carolina Machado Quadros - CRB 10/2236

CARINA DE OLIVEIRA

EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COLABORANDO PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação da Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovada em: 12 de julho de 2022.

Banca Examinadora

____
Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer
Universidade de Caxias do Sul

____
Profa. Dra. Carine Geltrudes Webber
Universidade de Caxias do Sul

____
Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare
Universidade de Federal do Rio Grande do Sul

Dedico esta pesquisa à minha família e aos amigos que sempre estiveram presente, direta ou indiretamente, em todos os momentos de minha formação. Dedico também a todos os que contribuíram de alguma maneira para a realização desta pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente a Deus que me deu força e luz durante esta permanente caminhada ao conhecimento, e por colocar pessoas que me ajudaram a terminar esta jornada.

Aos meus pais, que sempre me incentivaram para construir um futuro melhor. Ao meu esposo e minha filha, pelo amor e fé em mim depositados e que me deram força e confiança nos momentos de maior dificuldade.

Aos meus amigos que sempre me apoiaram. Obrigada por acreditarem no meu sonho e sempre me motivarem a seguir em frente.

Agradeço infinitamente à minha professora e orientadora Dra. Laurete Zanol Sauer pelas incansáveis orientações, pelo incentivo, pela paciência e confiança depositada em meu trabalho.

Aos professores do programa de mestrado, o acolhimento e os ensinamentos que me proporcionaram abrir novos horizontes em minha formação. Aos professores Dr. Alexandre Mesquita, Dra. Carine Geltrudes Webber e Dra. Márcia Rodrigues Notare, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora, e que contribuíram de forma inestimável com suas críticas e sugestões. Aos amigos e colegas do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, a companhia, o incentivo e, sobretudo a ajuda ao longo do curso. A todos que contribuíram, de forma direta ou indiretamente, para a conclusão deste trabalho.

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena
acreditar no sonho que se tem
ou que os seus planos nunca vão dar certo
ou que você nunca vai ser alguém...

Renato Russo

RESUMO

O presente trabalho trata da aprendizagem da equação do segundo grau, na disciplina de Matemática, buscando expor sua relevância para a solução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Para tanto, é importante que os estudantes, desde o Ensino Fundamental, quando a referida equação é apresentada, se apropriem do conhecimento de seu conceito, bem como de sua resolução e propriedades importantes. Com tal finalidade foi planejada, elaborada e aplicada uma sequência didática, que foi objeto da pesquisa e que originou o produto educacional desta dissertação de Mestrado. Nas etapas de desenvolvimento da referida sequência didática, foram promovidas diferentes estratégias com a intenção de auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem deste tema tão importante. Com objetivos bem-definidos, visando à assimilação de conceitos e procurando resgatar o que o aprendiz já conhece, foram promovidas atividades contextualizadas, com e sem a utilização de aplicativos educacionais, além de jogos, com a intenção de, também, promover a motivação necessária para uma formação socializadora. A análise dos dados produzidos na pesquisa mostrou que grande parte dos estudantes participantes conseguiu estabelecer relações entre os novos conhecimentos e os conceitos preexistentes na estrutura cognitiva. Entende-se, pois, que a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa planejada e aplicada tem potencial para promover aprendizagem significativa de conceitos e aplicações das equações do segundo grau.

Palavras-chave: Equação do segundo grau. Aprendizagem significativa. Utilização de jogos.

ABSTRACT

The present work deals with the learning of the quadratic equation, in the Mathematics subject, seeking to expose its relevance to the solution of problems in several areas of knowledge. Therefore, it is important that students, since elementary school, when the aforementioned equation is presented, take ownership of the knowledge of its concept, as well as its resolution and important properties. For this purpose, a didactic sequence was planned, elaborated and applied, which was the object of the research and which originated the educational product of this Master's dissertation. In the stages of development of the aforementioned didactic sequence, different strategies were promoted with the intention of helping in the teaching and learning processes of this very important topic. With well-defined objectives, aiming at the assimilation of concepts and seeking to rescue what the learner already knows, contextualized activities were promoted, with and without the use of educational apps, in addition to games, with the intention of also promoting the necessary motivation. for a socializing formation. The analysis of the data produced in the research showed that most of the participating students managed to establish relationships between new knowledge and preexisting concepts in the cognitive structure. It is understood, therefore, that the planned and applied UEPS has the potential to promote meaningful learning of concepts and applications of quadratic equations.

Keywords: Quadratic equation. Meaningful learning. Use of games.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DCNs	Diretrizes Curriculares Nacionais
IFPE	Instituto Federal de Pernambuco
IMC	ÍNDICE DE MASSA CORPÓREA
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MRUV	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

SUMÁRIO

ANEXOS

1 INTRODUÇÃO

As intensas transformações vivenciadas pela sociedade, o rápido avanço tecnológico, além da evolução de recursos para o ensino, dentre outros fatores, têm sugerido grandes mudanças no âmbito escolar. Os docentes enfrentam novos desafios e são instigados à constante atualização e diversificação das práticas pedagógicas adotadas. Com efeito, aulas unicamente expositivas, a repetição de exercícios e o excesso de memorização não são opções para superar tais desafios.

Em certas áreas do conhecimento, tais como a Matemática, ainda apresenta-se uma conjuntura desatualizada, considerando que muitos educandos não desenvolvem gosto pela disciplina; sendo assim, é vista como um dos componentes curriculares mais complexos.

Legitimando esta citação com referência ao ensino da Matemática, encontra-se uma citação ainda atual:

> [...] alguns casos, já são paradigmáticos, como em matérias consideradas “bicho-papão”, a exemplo da matemática. É comum a relação perpendicular, com toques frequentes de sadismo didático, na qual o professor repassa, a quilo, fórmulas, equações, matéria, estando no outro lado, um estudante dedicado a tomar nota, acompanhar a evolução do assunto, para depois, reproduzir na prova. Para este estudante, estudar significa, literalmente, memorizar, decorar e colar. O sadismo se completa, quando, ao final de semestre, 90% de uma turma não passa, utilizando-se isto como indicador da qualidade do professor (DEMO, 2002, p. 76).

Também, de acordo com Prestes e Silva (2009), apesar das mudanças sociotecnológicas e comportamentais, muitos professores continuam ministrando suas disciplinas de forma tradicional. Ou seja, os currículos são centrados nos conteúdos programáticos e organizados de forma gradual por níveis de dificuldade e complexidade, desconectados entre si e distantes da realidade. Porém, para muitos educadores é crescente a preocupação com o engajamento do estudante nos processos de ensino e aprendizagem. Entretanto, apesar disso, o desenvolvimento de estratégias e a adoção de metodologias que priorizem o desenvolvimento de competências e habilidades, com enfoque interdisciplinar e situações problematizadoras, ainda é um obstáculo a ser transposto.

> Portanto, a avaliação da matemática requer do professor cada vez mais compromisso com o processo de ensino, daí vale ressaltar que a influência dos domínios da Matemática é um processo que vai se configurando à medida que o professor promove ações pedagógicas cabíveis com a realidade de cada um [...] (PEREIRA; SANTOS, 2020, p.16).

Para Pereira e Santos (2020), a prática educativa atualmente vem perdendo sua característica discriminatória e classificatória e, aos poucos vem ganhando campo no processo avaliativo-diagnóstico.

> Vários educadores do ramo da matemática estão preocupados com o crescimento intelectual dos alunos e a socialização de saberes, por isso tem se apropriado da avaliação com o objetivo de obter informações sobre o desempenho dos estudantes (PEREIRA; SANTOS, 2020, p. 16).

Pereira e Santos (2020) destacam que um professor responsável por suas ações pedagógicas e seguro das suas práticas docentes pode contribuir de forma relevante para a construção do conhecimento.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 2001), recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, assim como o papel do professor que atue como mediador nesse processo. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão.

Com efeito, almeja-se uma educação matemática questionadora e libertadora, que promova o engajamento do educando de maneira ativa na construção do conhecimento, focando seus objetivos e buscando conhecimento, de maneira pró-ativa (BRASIL, 2018).

Para tanto, é inevitável que o profissional da educação atue como problematizador e mediador entre o conhecimento empírico e o saber matemático, concebendo um perfil criativo e motivador e, acima de tudo, coordenando um processo de aprendizagem, em que o educando é o protagonista no processo de estruturação do saber (BRASIL, 2018).

De fato, torna-se necessário procurar desenvolver a capacidade de matematizar situações e ampliar a capacidade de elaborar e validar hipóteses, a fim de identificar e selecionar a informação adequada para cada situação e em qualquer nível, para que o discente desenvolva capacidade cognitiva que lhe permita compreender, analisar, elaborar, reelaborar, criar situações que visem à formação integral, com condições de fazer uma leitura de sua realidade, em diferentes aspectos (político, econômico, histórico e cultural), com vistas à transformação social (BRASIL, 2018).

Entende-se, pois, que estas evidências estão de acordo com os PCNs, nos quais se encontra:

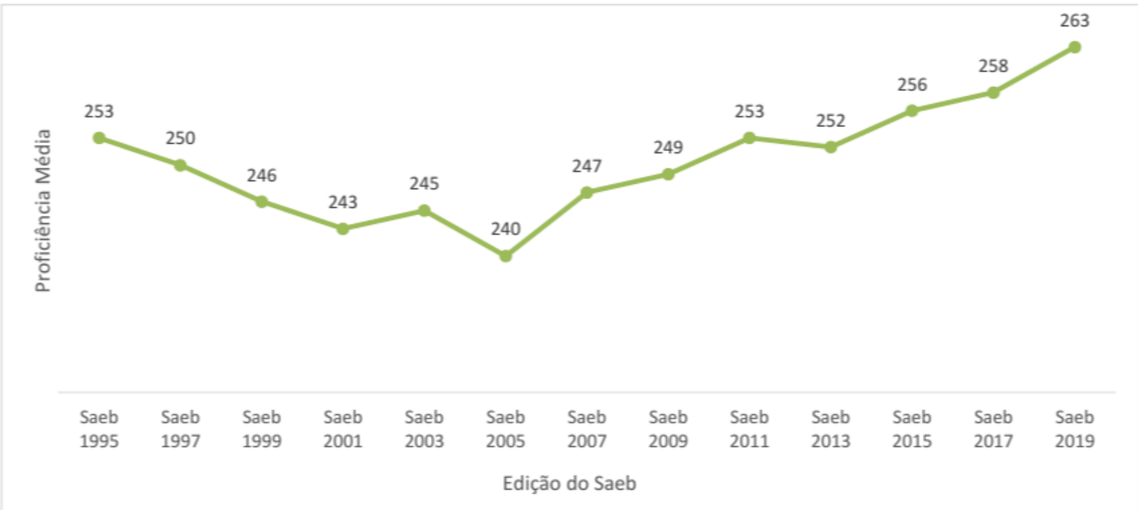
> Quanto à organização dos conteúdos, é possível observar uma forma excessivamente hierarquizada de fazê-lo. É uma organização, dominada pela ideia de pré-requisito, cujo único critério é a definição da estrutura lógica da Matemática, que desconsidera em parte as possibilidades de aprendizagem dos estudantes. Nessa visão, a aprendizagem ocorre como se os conteúdos se articulassem como elos de uma

> corrente, encarados cada um como pré-requisito para o que vai sucedê-lo (BRASIL, 2001, p. 22).

Na visão de Macêdo *et al*. (2019), a organização dos conteúdos a serem abordados não deve seguir apenas um padrão de lógica interna da Matemática; é necessário que esteja de acordo com o desenvolvimento intelectual do estudante.

Diante de todas as considerações até aqui referidas e, levando em conta algumas lacunas mais evidentes, nos processos de ensino e aprendizagem, identificadas durante os quase treze anos de experiência em docência na Educação Básica, com a disciplina de Matemática, observou-se que, muitas vezes, tais dificuldades matemáticas originam-se no Ensino Fundamental e se estendem até os ensinos Médio e Superior. Analisando os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica[1] (Saeb), realizado desde 1990 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), as proficiências médias nacionais do 9º ano do Ensino Fundamental apresentam certa evolução ao longo dos últimos sete anos, conforme mostra a Figura 1.

Figura 1 – Evolução das proficiências médias no Saeb, no 9º ano do Ensino Fundamental



Fonte: Inep (2020).

[1] Realizado desde 1990 pelo Inep, o Saeb é uma avaliação em larga escala, aplicada a cada dois anos, que avalia o conhecimento dos alunos em relação às disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática e visa oferecer subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas educacionais.

Contudo, segundo o Saeb, a média da proficiência,[2] na última edição da avaliação, aponta que os estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental encontram-se no nível três. Nesse nível, os estudantes são capazes de: reconhecer números racionais, representados na forma decimal; associar números racionais a quantias monetárias; reconhecer ângulos de giro que representam a mudança de direção; reconhecer a planificação de um sólido simples; resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros, e interpretar e associar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas. Com base nas estatísticas divulgadas pelo Saeb, os estudantes do 9º ano encerram o Ensino Fundamental sem atingir o nível de desempenho sete, quando seriam capazes de: resolver situações utilizando o Teorema de Pitágoras; determinar o perímetro e a área de regiões retangulares em situações-problema; determinar o volume de um cubo ou de um paralelepípedo-retângulo, sem o apoio de figura; determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do segundo grau; associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de uma equação e resolver problemas envolvendo equação do segundo grau.

Os dados expostos serviram de base para o melhor esclarecimento – enquanto professora da Educação Básica – de dificuldades que os estudantes apresentam nas aulas de Matemática.

Perante ao exposto, justifica-se a escolha do tema, considerando que o conteúdo de equações do segundo grau é essencial para o desenvolvimento de outros assuntos abordados nos anos escolares subsequentes. Conforme a BNCC (2018), tal objeto de conhecimento contribui para ampliar a capacidade de elaborar e validar hipóteses, constituindo-se em fator importante para a compreensão e análise de situações com maior nível de complexidade.

Diante dessas considerações iniciais, propõe-se este trabalho, com o intuito de promover uma aprendizagem significativa das equações do segundo grau, por meio do planejamento, da elaboração, implementação e avaliação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel para o ensino deste tema, um dos conteúdos básicos da unidade temática *Números e Álgebra*, conforme a BNCC (2018).

Assim, o problema que norteou esta pesquisa está relacionado às dificuldades observadas, à falta de compreensão do significado e das aplicações de equações do segundo grau, no 9º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista a importância do conteúdo em questão. Trata-se, pois, de responder à questão: A UEPS planejada e aplicada nesta pesquisa,

[2] Proficiência média em Matemática, do ano de 2019, dos estudantes do nono ano do ensino fundamental é igual a duzentos e sessenta e três.

abordando as equações do segundo grau tem potencial para promover aprendizagem significativa de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental?

Para respondê-la tem-se como objetivo geral: planejar, desenvolver, aplicar e analisar o potencial de uma UEPS como recurso pedagógico nos processos de ensino e aprendizagem de equações do segundo grau, no 9º ano do Ensino Fundamental.

Os objetivos específicos são:

a) planejar e elaborar uma UEPS para o ensino dos referidos conceitos;

b) aplicar a UEPS elaborada, visando favorecer a compreensão dos conceitos planejados;

c) identificar e analisar relações entre a aprendizagem significativa e as atividades promovidas no desenvolvimento da UEPS;

d) analisar a evolução do interesse e do desempenho dos discentes diante das estratégias promovidas, bem como identificar possibilidades adequadas para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, no contexto da UEPS elaborada;

e) realizar uma avaliação dos resultados obtidos, para verificar a ocorrência de aprendizagem significativa.

Assim sendo, este trabalho está organizado em sete capítulos. O próximo capítulo aborda o referencial teórico fundamentado na teoria de Ausubel (2003), que expõe a TAS e as sequências didáticas, denominadas por Moreira (2011) como UEPS. Neste capítulo, também são brevemente apresentados estudos já realizados, cujos resultados podem estar relacionados ao interesse da pesquisa aqui apresentada. O terceiro capítulo situa a pesquisa, com a descrição do contexto, sua caracterização e procedimentos metodológicos. O quarto capítulo descreve a UEPS, sendo seguido de discussão de resultados, no capítulo 5. O produto educacional, com base na análise da aplicação da UEPS e dos resultados obtidos, é apresentado no capítulo 6. Finaliza-se com considerações que retomam o percurso e apontam para resultados observados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Apresenta-se, a seguir, o embasamento teórico, no qual se fundamentou esta pesquisa, desde seu planejamento, passando pela realização e construção de dados. Para tanto, é considerada a TAS proposta por Ausubel (2003), bem como as etapas sugeridas por Moreira (2011), para a elaboração de uma UEPS.

Além disso, uma seção é dedicada ao tema das equações, sua história na Matemática, bem como aplicações e importância atribuída em todos os níveis da educação escolar, o que inclui muitos cursos de graduação e de pós-graduação.

Uma revisão bibliográfica, com a finalidade de conhecer e analisar pesquisas correlatas, seus objetivos e resultados obtidos, é imprescindível, não somente para conhecimento, mas, também, para dar sentido ao que se está planejando no mesmo contexto, procurando levá-las em consideração, no que se relaciona aos interesses da pesquisa aqui relatada.

2.1 Aprendizagem significativa

A BNCC organiza os componentes curriculares em Áreas de Conhecimento, destacando, em cada área, as habilidades e competências específicas, além de apresentar as habilidades pelas quais cada componente curricular é responsável por desenvolver, utilizando os Objetos de Conhecimento, em uma Unidade Temática. O documento leva em consideração dez competências gerais, que tratam do desenvolvimento integral do estudante: conhecimento; pensamento científico e criativo; repertório cultural; comunicação; cultura digital; trabalho e projeto de vida; argumentação; autoconhecimento e autocuidado; empatia e cooperação; responsabilidade e cidadania. Além disso, estrutura a Matemática em Unidades Temáticas, com suas correspondentes finalidades: Números – desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades; Álgebra – desenvolvimento do pensamento algébrico; Geometria – estudo de conjunto, conceitos e procedimentos necessários por desenvolver o pensamento geométrico; Grandezas e medidas – estudo das medidas e das relações, contribuindo para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico; Probabilidade e estatística – abordagem de conceitos, fatos e procedimentos, a fim de desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados.

Já os PCNs enfatizavam que

> estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados de maneira organizada e construir representações e generalizações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações [...] (BRASIL, 2001, p.132).

Entende-se, aqui, a importância de saber ler e interpretar dados do cotidiano, sendo essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Com tais pressupostos, optou-se por fundamentar, na TAS, a presente pesquisa, entendendo-se que a Álgebra e o estudo das Equações deve ser desenvolvido de tal forma que os estudantes atribuam significado ao processo de aquisição deste conhecimento. A opção de investigar se a aplicação de uma UEPS contribui para uma Aprendizagem Significativa dos conceitos relacionados com as *Equações do Segundo Grau* justifica-se pela importância desse conhecimento. Com efeito, as equações, em especial as equações do segundo grau apresentam relevância no progresso da Matemática e de outras ciências, contribuindo, significativamente, em áreas como Astronomia, Engenharia, Aviação e Geometria.

A TAS, originalmente, Teoria da Assimilação, proposta por Ausubel (2003), constitui-se em uma teoria construtivista sobre o processo de aquisição de conhecimento. A estrutura cognitiva é entendida como uma sistematização categorizada, em que acontece a assimilação de novos conceitos. O fator isolado mais importante que influencia o aprendizado é aquilo que o aprendiz já conhece, que serve para ancorar novos conhecimentos. As ideias expressas são relacionadas às informações previamente constituídas pelo estudante, através de uma relação democrática, caracterizando, assim, o fundamento do processo de aprendizagem significativa.

Em consonância com a TAS, Masini (2011) reitera o caráter construtivista da teoria e a entende como um processo de constante transformação da realidade, um processo de redimensionamento de significados e de interação com o meio social. Na mesma obra, Masini destaca a importância das experiências sensoriais, para que a aprendizagem encontre significado. Para que essa relação ocorra, é imprescindível que exista uma predisposição para aprender e uma situação de ensino potencialmente significativa, que leve em consideração o contexto em que o estudante está inserido e o uso social do objeto a ser estudado.

Concordando com esse autor, Moreira (2018) afirma que a aprendizagem significativa é um processo em que a nova informação se relaciona, de maneira não arbitrária, à estrutura do conhecimento já existente do indivíduo.

Ausubel (2003) menciona que alguns aspectos são indispensáveis para a estruturação de um novo conceito, aspectos específicos da estrutura cognitiva. Nessa perspectiva, para que os conhecimentos prévios do estudante induzam a um novo aprendizado, é primordial que os conceitos anteriores tenham interagido entre si, sendo assimilados de forma significativa. Desta forma, os novos conhecimentos se relacionam com o conhecimento prévio que o estudante possui. Este conhecimento prévio é definido por Ausubel como "conceito subsunçor". Os subsunçores são estruturas de conhecimentos específicos, que podem ser mais ou menos abrangentes, de acordo com a frequência com que ocorre a aprendizagem significativa, em conjunto com um dado subsunçor.

Ainda segundo Ausubel (2003), a aprendizagem torna-se significativa ao passo que o novo conteúdo interage com o conhecimento prévio do estudante, adquirindo um novo significado. Ao contrário, ela se torna mecânica ou repetitiva, uma vez que se produziu menos essa incorporação e atribuição de significado, e o novo conteúdo passa a ser armazenado isoladamente, ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva. Conforme Goulart:

> uma aprendizagem deve ser significativa, isto é, deve ser algo significante, pleno de sentido, experimental, para a pessoa que aprende. [...] Rogers caracterizou a aprendizagem significativa como autodenunciada, penetrante, avaliada pelo educando e marcada pelo desenvolvimento pessoal (GOULART, 2000, p. 94).

Ou seja, para que a aprendizagem significativa ocorra, é preciso que ocorra, também, um processo de modificação do conhecimento, ao invés de modificação de comportamento, de modo que se torne observável, valorizando, assim, a importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento.

Para Ausubel (2003), sempre que a aprendizagem pela descoberta está envolvida, a distinção entre aprendizagem por memorização e significativa corresponde à distinção entre 'tentativa e erro' e resolução de problemas com discernimento. Assim, Cury (2012) considera que, partindo das constatações obtidas pelo estudante, o professor pode identificar em que aspecto o estudante teve dificuldades e em qual ponto ele precisa de mais auxílio. Nesse sentido, Cury (2012) afirma que a compreensão das respostas, durante o processo, pode promover um ponto de reflexão, para que o estudante possa refazer o percurso que o levou a fazê-lo e a repensar as estratégias que o levaram à determinada conclusão, compreendendo os erros como possíveis estratégias de aprendizagem.

Para Cury,

> [...] conhecer o conteúdo no qual o erro foi cometido, as razões pelas quais tal conteúdo gera erros, as formas de trabalhar com os erros para desestabilizar as concepções errôneas dos estudantes e as estratégias de ensino que podem auxiliar os estudantes a superarem suas dificuldades de aprendizagem (CURY, 2012, p. 38).

Nesse sentido, a análise das respostas pode ser empregada em sala de aula como metodologia de ensino, partindo dos erros detectados e levando os estudantes a questionar suas respostas, para construir o próprio conhecimento, conforme Cury (2008).

> Mas quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe? Qualquer produção, seja aquela que apenas repete uma resolução-modelo, seja a que indica a criatividade do estudante, tem características que permitem detectar as maneiras como o aluno pensa e, mesmo, que influências ele traz de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. Assim, analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes (CURY, 2008, p.13).

Nessa perspectiva, ainda atual, citada por Cury (2008), a análise das produções dos estudantes apresenta potencial para auxiliá-los no processo de significação da aprendizagem e construção do conhecimento.

Também para Masini (2011), a essência da aprendizagem significativa está no sujeito do conhecimento, em suas individualidades substanciais. O sujeito do conhecimento é o sujeito capaz de perceber, compreender e estar aberto para as situações que o cercam e para as quais atribui significados, no mundo em que ele está inserido, permitindo, assim, seu próprio processo de aquisição e construção do conhecimento. Este autor reconhece/reforça que o processo de significação é possível mediante acompanhamento. Segundo Moreira (2011), esse acompanhamento visa verificar as ideias, as relações, as competências e habilidades preexistentes na estrutura cognitiva, a fim de uma tomada de consciência por parte do professor, com o intuito de planejar os organizadores prévios e propor novas situações que propiciem a ancoragem de novos conceitos e facilitem a aprendizagem de maneira significativa.

Nessa perspectiva, o eixo central da teoria de Ausubel é a Aprendizagem Significativa, em que os novos conceitos ancoram-se e inter-relacionam-se com um conhecimento preexistente na estrutura cognitiva, assimilando-o e, ao mesmo tempo, modificando-se em função dessa ancoragem.

Na concepção ausubeliana, conforme Moreira (2011), os organizadores prévios são materiais introdutórios que são utilizados como uma estratégia mais eficaz, para facilitar a aprendizagem significativa, considerando que o estudante continha, em sua estrutura cognitiva, dos conceitos relevantes para a aprendizagem de determinado tópico. Apresentados com um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade que o conteúdo de um material instrucional, os organizadores prévios se destinam a servir como pontes cognitivas entre aquilo que o estudante já sabe e o que ele deve saber, para que possa aprender significativamente o novo conceito.

Segundo Moreira (2011), um episódio de ensino e aprendizagem se caracteriza pelo compartilhamento de significados entre estudante e professor. Assim, ao procurar evidência de compreensão significativa, é necessário que o professor avalie todo o processo percorrido pelo educando.

> A avaliação frequente e o fornecimento de retorno, especialmente em itens de testes que exigem uma boa discriminação entre alternativas que variam em grau de correcção, também melhoram a consolidação ao confirmarem, clarificarem e corrigirem aprendizagens anteriores (AUSUBEL, 2003, p. 172).

Moreira destaca que,

> [...] ao procurar evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a "simulação da aprendizagem significativa" é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido. Testes de compreensão, por exemplo, devem, no mínimo, serem fraseados de maneira diferente e apresentados em um contexto de alguma forma diferente daquele originalmente encontrado no material instrucional. (MOREIRA, 1999, p. 156).

Assim, Ausubel (2003), reitera que as práticas de avaliação, que exigem a reprodução literal de informações ou ideias apresentadas, têm tendência a desencorajar a aprendizagem significativa.

> Na ausência de ideias claras e estáveis, que podem servir como pontos de ancoragem e de focos de organização para a incorporação de material novo e logicamente significativo, os estudantes vêem-se presos numa teia de incompreensão e possuem poucas tarefas de aprendizagem, mas memorizadas, para fins de avaliação. (AUSUBEL, 2003, p. 167).

Por conseguinte, Ausubel (2003) reitera que, no âmago da teoria da assimilação, está a ideia de que se adquirem novos significados, através da interação de novas ideias potencialmente significativas, com proposições e anteriormente apreendidas, resultando em uma alteração do potencial significado das novas informações, do significado dos conceitos ou das proposições às quais estão ancoradas e criando, também, um novo produto que constitui novo significado para o aprendiz.

Nesse sentido, a reconciliação integradora é um processo da dinâmica da estrutura cognitiva que ocorre, simultaneamente, à diferenciação e tem a finalidade de: eliminar diferenças aparentes; resolver inconsistências; integrar significados, e fazer superordenações entre os conceitos (MOREIRA, 2011). A ideia central da reconciliação integradora é a recombinação de elementos, a reorganização cognitiva entre ideias, conceitos, proposições já estáveis na estrutura cognitiva do aprendiz, para facilitar e ressignificar os conceitos por meio de relações hierárquicas significativas. De acordo com Ausubel (2003), o processo de assimilação sequencial de novos significados, a partir de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos, resulta na diferenciação progressiva de conceitos, no consequente aperfeiçoamento dos significados e numa potencialidade melhorada, para se fornecer ancoragem a aprendizagens significativas posteriores.

> Quando se apreendem conceitos ou proposições através de novos processos de aprendizagem de subsunção, subordinante ou combinatória, podem desenvolver-se significados novos e diferenciados e é possível que se possam resolver os significados conflituosos através de um processo de reconciliação integradora. Na devida altura, à medida que o processo de assimilação continua a decorrer, os significados de conceitos ou proposições componentes podem já não ser dissociáveis (recuperáveis) das respectivas ideias ancoradas, afirmando-se ter ocorrido uma assimilação obliterante ou um esquecimento significativo: a assimilação relativamente completa da especificidade do novo significado faz com que este já não seja dissociável (recuperável) da generalidade da ideia mais inclusiva ancorada na estrutura cognitiva (devido à subsunção obliterante) e considera-se, por conseguinte, estar esquecido (AUSUBEL, 2003, p. 106).

Em contrapartida, a aprendizagem mecânica ou aprendizagem automática, segundo Moreira (2011), é definida como sendo uma aprendizagem em, que novas informações, são absorvidas, sem reflexionamento, sem interação com os conhecimentos prévios e com a realidade do estudante. A nova informação é depositada de forma arbitrária e literal, não apresentando relevância e, portanto, sem contribuir para sua elaboração e diferenciação (MOREIRA, 2011). Embora a aprendizagem mecânica não seja considerada ideal, em determinadas situações a aprendizagem mecânica pode ser desejável, principalmente, em uma etapa inicial para o desenvolvimento de um novo conteúdo, servindo de transição para alcançar uma aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011; AUSUBEL, 2003).

De acordo com os estudos apresentados por Moreira (2011), o processo de aprendizagem necessita de um planejamento, que tenha como objetivo uma aprendizagem significativa, baseando-se em habilidades socioemocionais, seguindo uma visão humanista.

Nessa perspectiva, Avelino *et al*. (2019) pontuam que a utilização de jogos pedagógicos em sala de aula propicia tanto ao professor quanto ao estudante, não só um momento de dinamismo e interação, mas a possibilidade de visualizar e avaliar o grau de aproveitamento do conteúdo e o desenvolvimento de competências socioemocionais, e, com isso, o professor tem uma oportunidade singular de refletir sobre sua prática, de modo a desenvolver melhor ensino de Matemática.

> Os jogos como estratégia de ensino e aprendizagem na sala de aula é um recurso pedagógico que apresenta excelente resultados, pois cria situações que permitem ao aluno desenvolver diferentes formas para resolver um problema proposto, estimula a sua criatividade num ambiente desafiador e ao mesmo tempo gerador de motivação[...] (AVELINO *et al*., 2019, p. 3).

Para Avelino *et al*. (2019), a aplicação de jogos em sala de aula pode contribuir para a aplicação e contextualização dos conteúdos. Nesse sentido, a aplicação de jogos em sala de aula pode desenvolver a capacidade de argumentar e validar resultados e ressignificar saberes e competências socioemocionais, conforme preconiza a BNCC (2018). Dessa forma, pode potencializar a aprendizagem significativa.

2.2 Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)

Diante das considerações supramencionadas, entende-se que a proposta apresentada por Moreira (2011) constitui-se numa possibilidade para a elaboração de materiais potencialmente significativos, que considerem os conhecimentos prévios dos estudantes e apresentem o objeto do conhecimento com coerência na argumentação. O objetivo de uma UEPS é a elaboração destes materiais conectados à evolução da estrutura cognitiva e que se distanciam de instrumentos pedagógicos atrelados ao aprendizado mecânico. Moreira (2011, p. 43) pontua que as UEPS "são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a Aprendizagem Significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula".

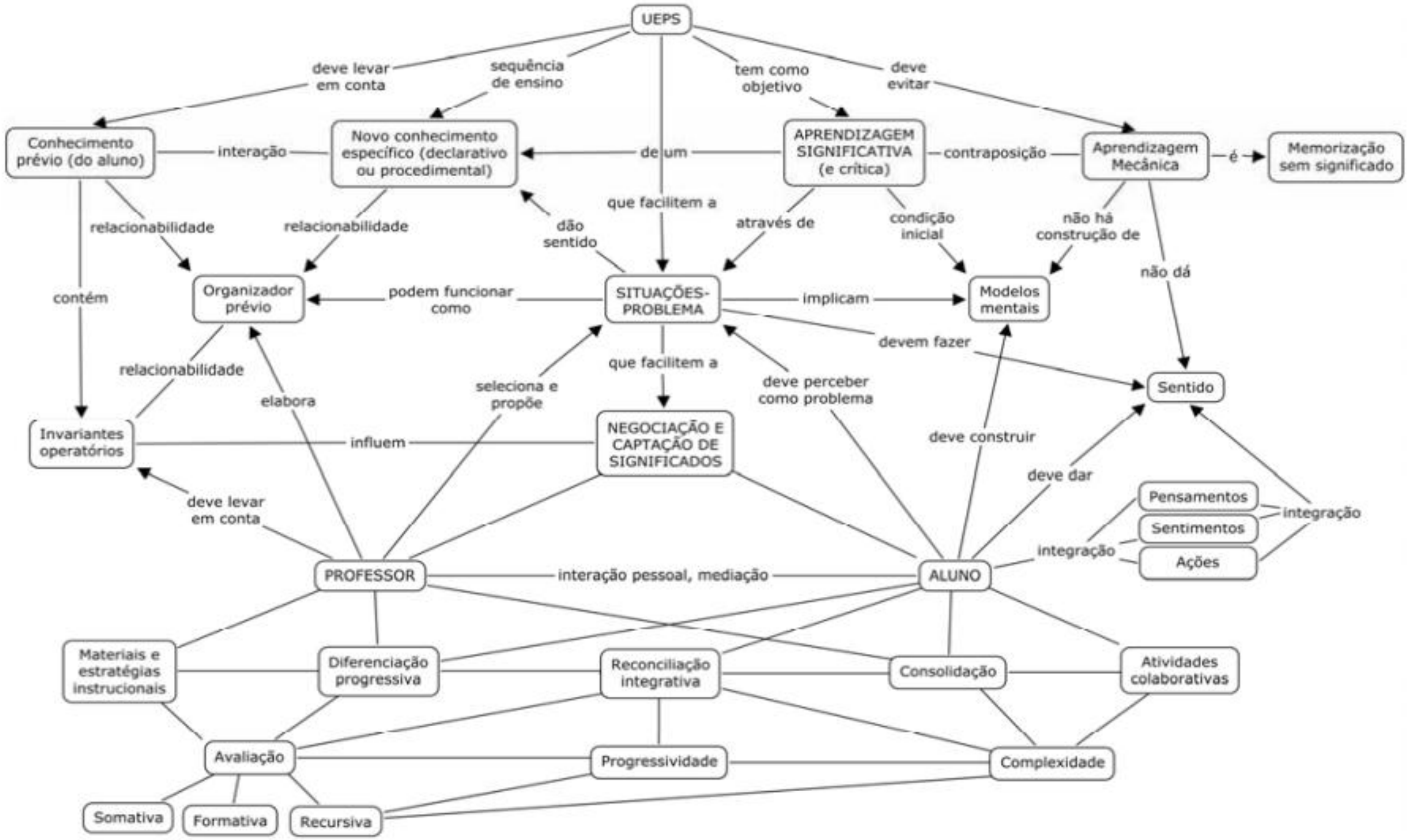
Nesta pesquisa, o percurso para a elaboração de materiais potencialmente significativos segue as oito etapas preconizadas por Moreira para a estruturação de uma UEPS:

> 1. definição do assunto a ser desenvolvido: Identificar seus aspectos declarativos e procedimentais, tais como aceitos no contexto da matéria em estudo, distinguindo conhecimento declarativo do conhecimento procedimental;

> 2. elaborar e/ou selecionar situações-problema: Possibilitar um ambiente que considere o conhecimento prévio do educando e, atuando como organizadores prévios, forneça suporte à introdução de um novo conceito;
> 3. revisão: Espaço onde o professor atua proporcionando um *feedback* de aulas anteriores;
> 4. processo de ensino: Apresentação do conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em consideração a diferenciação progressiva: começando com aspectos mais gerais, inclusivos, e após, adentrando em aspectos específicos do assunto;
> 5. situação-problema: Apresentar uma nova situação de aprendizagem, com um grau maior de complexidade, a fim de dar continuidade às abordagens e promover a reconciliação integradora;
> 6. avaliação da aprendizagem na UEPS: Avaliar a aprendizagem durante a aplicação da UEPS, tendo esta avaliação um caráter somativo (após situações que impliquem compreensão de significados) e formativo (contínuo e ocupado com os significados apresentados e em processo de captação pelo estudante);
> 7. encontro final integrador: Concluir a UEPS, retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão numa perspectiva integradora, buscando a reconciliação integrativa;
> 8. avaliação da UEPS: Avaliar a aplicação da UEPS, verificando o desempenho dos estudantes, compreensão, capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema, capacidade de associar o conteúdo a temas transversais (2011, p. 3).

Na Figura 2, é apresentado um mapa conceitual para diagramar de outro modo a construção de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa, conforme Moreira (2011).

Figura 2 – Construção de UEPS



Fonte: Moreira (2011).

2.3 Equações do segundo grau: elementos matemáticos

Uma equação do segundo grau é caracterizada por um polinômio de grau dois do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, em que **a**, **b** e **c** são coeficientes numéricos que pertencem ao conjunto dos números reais, com $a \neq 0$, conforme Figura 3. A equação do segundo grau pode apresentar até duas raízes reais, considerando o conjunto dos números reais.

Figura 3 – Definição de equação do segundo grau

Denomina-se **equação do 2º grau na incógnita** x toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que *a*, *b* e c são números reais e $a \neq 0$.

Assim:

- $2x^2 - 2x - 40 = 0$ é uma equação do 2º grau na incógnita *x*, em que $a = 2$, $b = -2$ e $c = -40$.
- $x^2 - 25 = 0$ é uma equação do 2º grau na incógnita *x*, em que $a = 1$, $b = 0$ e $c = -25$.
- $6x^2 - 9x = 0$ é uma equação do 2º grau na incógnita *x*, em que $a = 6$, $b = -9$ e $c = 0$.

Nas equações do 2º grau com uma incógnita, os números reais *a*, *b* e c são chamados **coeficientes** da equação. Assim, se a equação for na incógnita *x*:

- *a* será sempre o coeficiente do termo em x^2;
- *b* será sempre o coeficiente do termo em *x*;
- c será o coeficiente sem incógnita ou o **termo independente** de *x*.

Fonte: Giovanni Júnior (2018).

As equações de segundo grau são classificadas como incompletas, quando possuem um dos coeficientes **b** e/ou **c** iguais a zero, conforme Figura 4:

- Primeiro caso $(b = 0)$

  $x^2 – 25 = 0$
- Segundo caso $(c = 0)$

  $x^2 – 5x = 0$
- Terceiro caso $(b = c = 0)$

  $9x^2 = 0$

Figura 4 – Definição de equação completa e incompleta

Pela definição, devemos ter sempre $a \neq 0$. Entretanto, podemos ter $b = 0$ ou $c = 0$. Assim:

Quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação do 2º grau se diz **completa**.

Exemplos:

- $5x^2 - 8x + 3 = 0$ é uma equação completa ($a = 5$, $b = -8$ e $c = 3$).
- $y^2 + 12y + 20 = 0$ é uma equação completa ($a = 1$, $b = 12$ e $c = 20$).

Quando $b = 0$ ou $c = 0$, a equação do 2º grau se diz **incompleta**.

Exemplos:

- $x^2 - 81 = 0$ é uma equação incompleta ($a = 1$, $b = 0$ e $c = -81$).
- $10t^2 + 2t = 0$ é uma equação incompleta ($a = 10$, $b = 2$ e $c = 0$).
- $5y^2 = 0$ é uma equação incompleta ($a = 5$, $b = 0$ e $c = 0$).

Fonte: Giovanni Júnior (2018).

As equações do segundo grau completas têm todos os coeficientes diferentes de zero:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Às soluções de uma equação do segundo grau, chamamos de raízes, que podem ser obtidas através de diferentes estratégias, dentre as quais se destacam: a fatoração e a fórmula quadrática, ou processo algébrico de Bhaskara (Figura 5).

Figura 5 – Processo algébrico para definição das raízes

O processo algébrico de Bhaskara

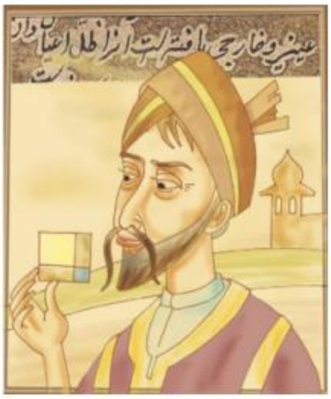
Voltemos a considerar as equações $x^2 + 6x + 8 = 0$ e $x^2 + 3x - 4 = 0$, que já resolvemos usando o processo geométrico de al-Khwarizmi.

- Em $x^2 + 6x + 8 = 0$, o número que acrescentamos aos dois membros da equação foi $9 = (3)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2$.

$$\left(\frac{\overset{\text{coeficiente } b}{\boxed{6}}}{2}\right)^2$$

- Em $x^2 + 3x - 4 = 0$, o número que acrescentamos aos dois membros da equação foi $\frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{\overset{\text{coeficiente } b}{\boxed{3}}}{2}\right)^2$$



No século XII, o matemático hindu Bhaskara baseou-se em estudos de al-Khwarizmi para apresentar um processo algébrico que permitia resolver qualquer equação do 2º grau. Usando o processo de Bhaskara e partindo da equação escrita em sua forma reduzida, foi possível determinar, de maneira mais simples, as raízes de qualquer equação do 2º grau com uma incógnita.

Nas duas equações, nas quais o coeficiente *a* é igual a 1, o número acrescentado aos dois membros corresponde **à metade do coeficiente *b*, elevada ao quadrado**.

Esse fato foi constatado por Bhaskara ao estudar o processo de al-Khwarizmi. Bhaskara apresentou, então, um processo algébrico que não mais necessitava da interpretação geométrica para a resolução de equações do 2º grau com uma incógnita.

Veja a seguir o caminho trilhado por Bhaskara.

1 Resolver a equação $x^2 - 2x - 8 = 0$, sendo $U = \mathbb{R}$.

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$x^2 - 2x = 8$

$x^2 - 2x + 1^2 = 8 + 1^2$ → adicionamos em ambos os membros da equação a expressão $\left(-\frac{2}{2}\right)^2 = (-1)^2 = 1^2$

$x^2 - 2x + 1 = 8 + 1$

$(x - 1)^2 = 9$

$x - 1 = \pm\sqrt{9}$

$x - 1 = \pm 3$

Daí, temos:

$x - 1 = 3$ ou $x - 1 = -3$

$x = 3 + 1 = 4$ $\quad$ $x = -3 + 1 = -2$

Logo, os números reais −2 e 4 são as raízes da equação dada.

Fonte: Giovanni Júnior (2018).

2.4 Equações do segundo grau: abordagem histórica, importância e aplicações

Como um ramo da Matemática, conforme Menezes (2010), a álgebra surge no final do século XVI, na Europa, com a obra de François Viète. No entanto, noções intuitivas algébricas são registradas na Babilônia, por volta do ano 2000 a.C., envolvendo situações sobre cálculo de termos desconhecidos e área. Por volta de 1850 a.C., registros históricos, encontrados no papiro Moscou, tratam de situações algébricas desenvolvidas pelos egípcios semelhantes às equações do segundo grau. A matemática grega, por volta de 500 a.C., tem maiores avançosna área da Geometria, com a Escola Pitagórica e as publicações de Euclides, autor de *Os Elementos*, por volta de 300 a.C., conforme Giovanni Júnior (2018). Considerada uma das principais obras nessa área, introduz a Geometria e representa as quantidades desconhecidas como quadrado da soma de dois termos desconhecidos. Com uma abordagem geométrica, é desenvolvido o conceito de produto notável e, por consequência, as equações do segundo grau. “Os escribas da babilônia nunca poderiam imaginar que um dia os matemáticos inventariam os números negativos. Mas é impressionante a exatidão dos cálculos efetuados por aqueles escribas para extrair a raiz quadrada positiva de um número” (GUELLI, 2001, p. 10).

Conforme Prado (2014), os hindus resolviam equações quadráticas completando quadrados, aceitavam os números negativos e os irracionais e tinham também o conhecimento de que uma equação quadrática possui duas raízes. Bhaskara, matemático hindu, continuou os estudos algébricos, sendo dele a primeira resposta plausível para a divisão por zero.

Boyer (2001) ressalta a importância dos matemáticos Diofante e Mohammed ibu Musa al-Khowarizmil, Fibonacci e François Viète para o avanço da Álgebra na Europa, através de suas publicações pioneiras sobre o assunto.

> Nesta época havia plena consciência de que números negativos não são quadrados, e de que o número de raízes de uma equação do 2º grau pode ser 0, 1 ou 2. O matemático indiano Bháskara também mostra como resolver esse tipo equação da seguinte maneira: Multiplique ambos os lados da equação por uma quantidade igual a quatro vezes o coeficiente do quadrado da incógnita; adicione a ambos os lados uma quantidade igual ao quadrado do coeficiente da incógnita; então extraia a raiz quadrada (PITOMBEIRA, 2004, p. 25).

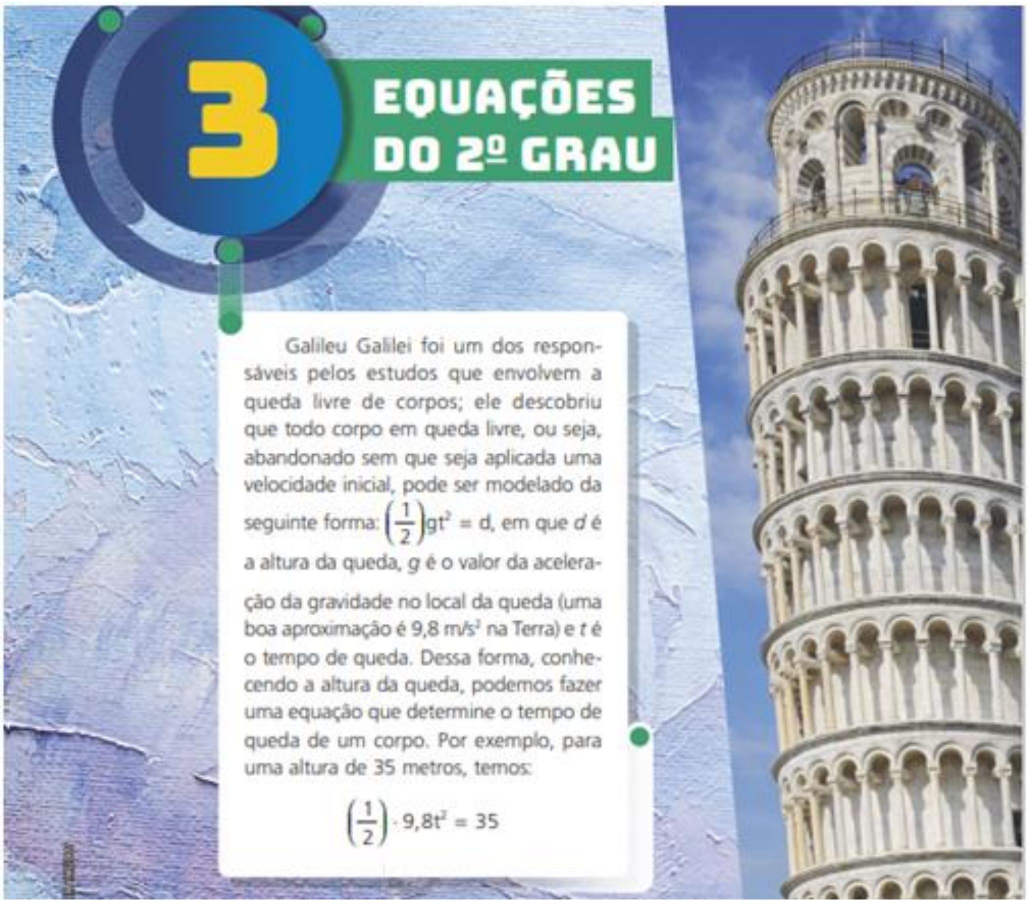
De acordo com Menezes (2010, p. 69), “atualmente, diante das influências históricas de todos esses grandes matemáticos, o modo de resolução chegou a um elevado grau de desenvolvimento técnico, tendo como referência principal a fórmula de Bhaskara e os demais métodos geométricos”.

Segundo Prado (2014), desde 1960, é comum no Brasil atribuir o nome de Bhaskara à fórmula resolutiva de uma equação do segundo grau. No entanto, na literatura internacional este nome não é dado à fórmula. Até o fim do século XVI, não se utilizava uma fórmula para obter as raízes de uma equação do segundo grau, simplesmente porque não existia a notação usual de hoje, pontua o autor.

No século XVII, conceitos relativos às seções cônicas foram introduzidos à Geometria Analítica, ampliando a utilização da equação do segundo grau atrelada à Astronomia e à Física. Nomes como Copérnico, Kepler, Halley, Newton, Galileu Galilei ganharam notabilidade devido aos seus estudos e tornaram-se marcos para o desenvolvimento da Álgebra.

Na Figura 6, excerto de um livro didático, uma aplicação da equação do segundo grau, considerando o Movimento de Queda Livre.

Figura 6 – Aplicação da equação do segundo grau: Queda Livre



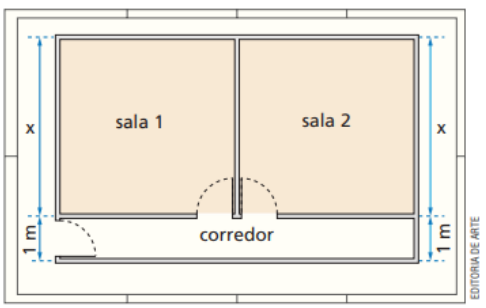
Fonte: Giovanni Júnior (2018).

Conforme Pereira (2020), as aplicações da equação do segundo grau variam aos casos particulares, seja como uma técnica para resolver problemas, ou até mesmo para usar como ferramenta em cálculos relacionados ao movimento de projéteis, incluindo, neste caso, a descrição de uma parábola no estudo do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), estudado em Cinemática, uma área da Física. O autor afirma, também, que matemáticos do mundo todo estão buscando ainda modelos e padrões inovadores para a resolução de uma equação do segundo grau, a fim de mostrar que a Matemática tem muito ainda para nos oferecer. Para isso, precisa-se considerar, primeiramente, que a parábola é uma seção cônica, cujos pontos são representados em um sistema de coordenadas cartesianas, através de uma equação do segundo grau. No estudo da Geometria Analítica, depara-se com três seções cônicas que são oriundas de cortes efetuados em um cone: a hipérbole, a elipse e a parábola.

As Figuras 7 e 8 apresentam aplicações da equação do segundo grau para o cálculo da área de regiões retangulares.

Figura 7 – Aplicação da equação do segundo grau: Área

Observe a planta parcial de um escritório.



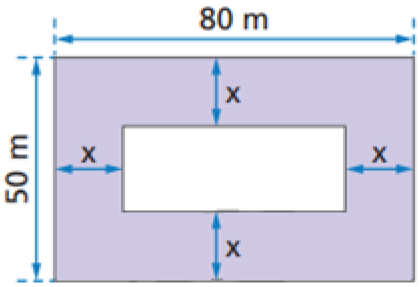
As duas salas quadradas e o corredor retangular têm, juntos, 40 m² de área. Cada sala tem *x* metros de lado, e o corredor tem 1 metro de largura. Qual é a medida *x* do lado de cada sala quadrada? De acordo com a figura e os dados do problema, podemos concluir que:

- a área de cada sala é $\mathbf{x^2}$.
- a área do corredor é dada por $\mathbf{1 \cdot 2x}$ ou $\mathbf{2x}$.
- a equação que representa o problema é: $\underbrace{2x^2}_{\text{área das duas salas}} + \underbrace{2x}_{\text{área do corredor}} = 40$

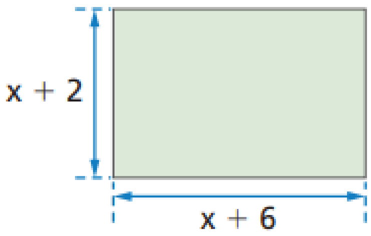
Fonte: Giovanni Júnior (2018).

Figura 8 – Aplicação da equação do segundo grau: Áreas

Em um terreno retangular de 80 m por 50 m, foi construído um barracão que serve de depósito para uma firma. Esse depósito ocupa uma área de 1 000 m². Em torno do barracão, há um recuo de *x* metros de cada lado para um gramado (ver figura). Qual é a medida *x* desse recuo?



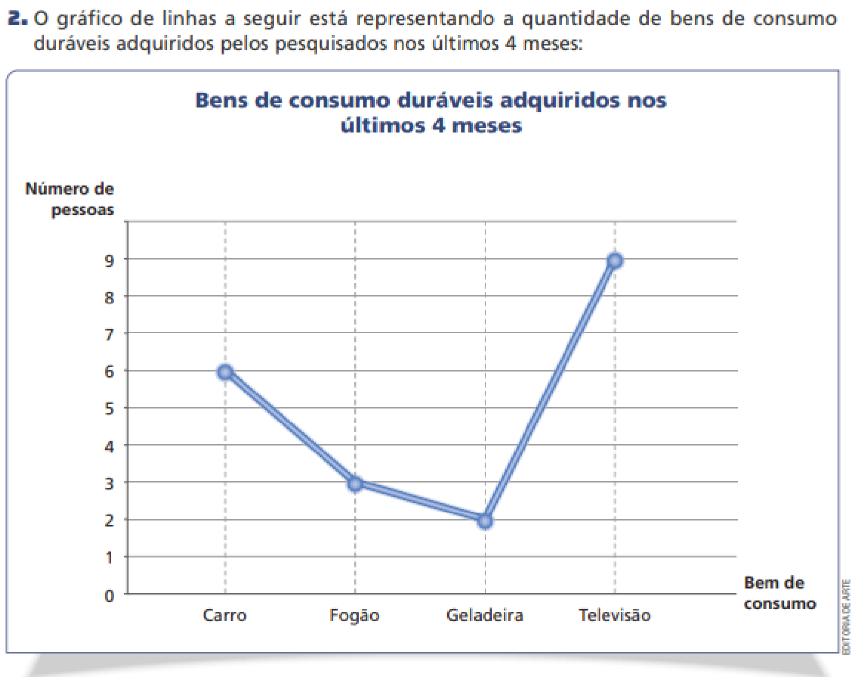
O piso de um galpão retangular tem 140 m² de área. As medidas dos lados desse piso, em metros, estão indicadas na figura. Quais são essas medidas?



Fonte: Giovanni Júnior (2018).

A Figura 9 apresenta uma aplicação da equação do segundo grau no contexto da Probabilidade e da Estatística.

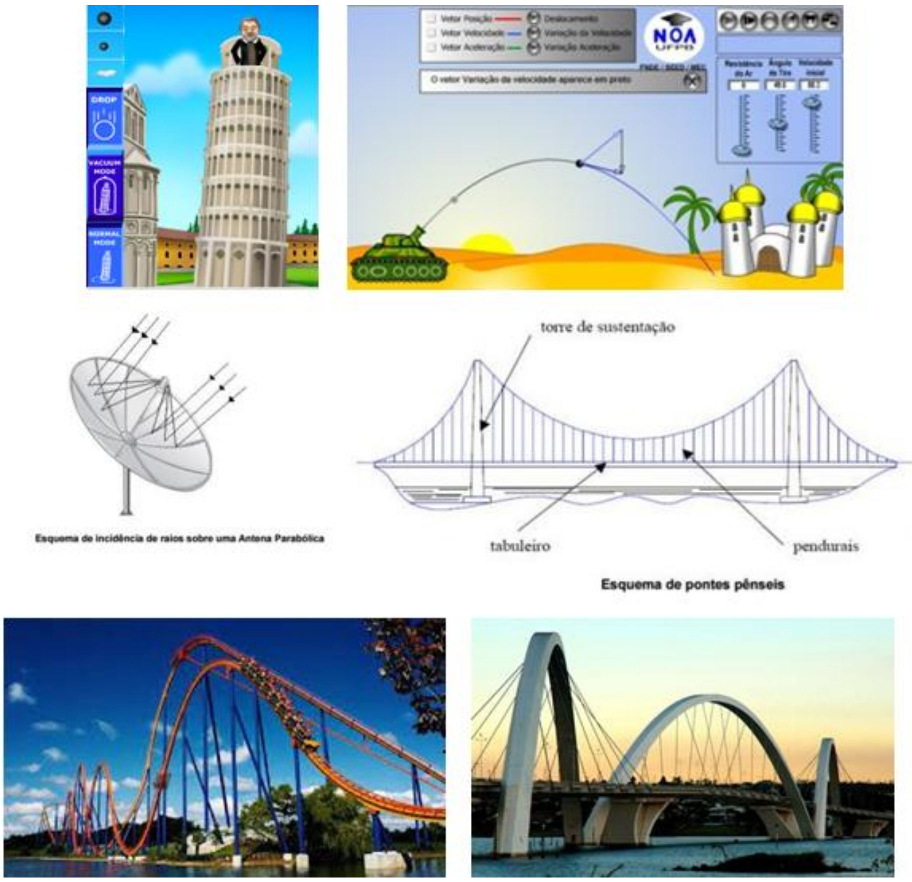
Figura 9 – Aplicação da equação do segundo grau: Probabilidade e Estatística



Fonte: Giovanni Júnior (2018).

Ainda em conformidade com Pereira (2020), há muitas situações definidas pelas equações do segundo grau, principalmente por meio de uma parábola, demonstrando assim seuuso no dia a dia. Como exemplos disso, pode-se mencionar situações como: as que envolvem o cálculo do índice de massa corpórea (IMC); o cálculo de áreas de regiões retangulares; a trajetória de uma bola lançada para a frente; se forem feitos vários furos em um bote cheio de água, os pequenos jorros de água que saem pelos furos são descritos como várias parábolas; nos faróis de carros, se colocar uma lâmpada no foco de um espelho com a superfície parabólica, e a lâmpada emitir um conjunto de raios luminosos que venham a refletir sobre o espelho parabólico do farol, os raios refletidos sairão todos paralelamente ao eixo que contém o foco e o vértice da superfície parabólica (propriedade geométrica importante ligada à Ótica); se um satélite artificial, colocado em uma órbita geoestacionária, emite um conjunto de ondas eletromagnéticas, estas poderão ser captadas pela sua antena parabólica, uma vez que o feixe de raios atingirá sua antena, que tem formato parabólico e ocorrerá a reflexão desses raios, exatamente para um único lugar, denominado o foco da parábola, onde estará um aparelho de receptor, que converterá as ondas eletromagnéticas em um sinal que a TV poderá transformar em ondas eletromagnéticas, que por sua vez significarão filmes, jornais e outros programas que assistimos normalmente; radares usam as propriedades óticas da parábola, similares às citadas anteriormente para a antena parabólica e para os faróis; ao lançar um objeto no espaço (dardo, pedra, tiro de canhão), visando alcançar a maior distância possível, tanto na horizontal como na vertical, a curva descrita pelo objeto é aproximadamente uma parábola, se for considerado que a resistência do ar não existe ou é pequena, conforme ilustra a Figura 10.

Figura 10 – Aplicações das equações do segundo grau



Fonte : Acervo da autora (2020).

Com estes e tantos outros exemplos, que poderiam ser citados, justifica-se a importância da presente pesquisa, que visa à aprendizagem significativa de equações do segundo grau.

2.5 Revisão de literatura

A revisão bibliográfica foi realizada com o propósito de selecionar pesquisas científicas correlacionadas ao Ensino de Equações e Aprendizagem Matemática. A busca foi feita nos *sites* da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[3] e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior[4] sendo realizada com as seguintes palavras-chave: equações, aprendizagem de equações, ensino de equações, aprendizagem significativa, UEPS sobre equações do segundo grau e aprendizagem de Matemática. Foram encontradas, aproximadamente, vinte pesquisas que abordam tais temas. Destas, foram selecionadas pesquisas, com ênfase na elaboração e aplicação de sequências didáticas e na utilização de jogos. Para tal seleção, além dos filtros de busca, foram, também, analisados os resumos e, posteriormente, a introdução, os métodos utilizados e os contextos das pesquisas.

Considerando o ensino de equações, foi dada prioridade aos trabalhos que abordassem as equações do segundo grau na educação básica. No contexto de pesquisas desenvolvidas em escolas públicas, foram selecionados trabalhos que fornecessem estratégias voltadas aos anos finais do Ensino Fundamental e que apresentassem propostas e atividades viáveis, considerando a realidade do professor e da escola pública. Com relação às formas de abordagem do conteúdo de equações, foram selecionados trabalhos que apresentassem uma análise das diferentes perspectivas e de seus prováveis efeitos nos processos de ensino e de aprendizagem, no Ensino Fundamental.

Com tais critérios de recuperação e exclusão, os trabalhos considerados colaboradores para esta pesquisa foram selecionados e são apresentados no Quadro 1. Consta o título, autor e resumo de cada um dos trabalhos. No resumo, quando necessário, foram acrescentados aspectos considerados relevantes, tais como problema de pesquisa e conclusões.

Quadro 1 – Trabalhos correlatos utilizados para a elaboração desta pesquisa

Informações consideradas relevantes sobre cada um dos trabalhos	
Título, data	**A importância da utilização de diferentes métodos na facilitação da compreensão e resolução da equação do segundo grau, 2019**
Autoria	Weydson Bruno Barbosa de Lima Rivaldo Lopes de Andrade Wuesley Jezreel Medeiros de Andrade Mádson Francisco da Silva
Resumo	Neste artigo é ressaltada a importância da utilização de abordagens diferenciadas para a resolução de uma equação do segundo grau. Os autores realizam uma pesquisa qualitativa, a partir de uma oficina matemática realizada em uma escola pública de Pernambuco, com a utilização de jogos matemáticos. A partir da metodologia aplicada, os autores apresentam resultados satisfatórios e concluem que tais métodos podem ajudar os estudantes a melhorarem a capacidade de resolver problemas e a rapidez com que os mesmos encontram as soluções e o raciocínio rápido, o que pode ser creditado à aprendizagem significativa.
Título, data	**Atividades diferenciadas no ensino de Matemática: mobilizando saberes e superando**

[3] Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/. Acesso em: 3 dez. 2019.
[4] Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br. Acesso em: 3 dez. 2019.

	dificuldades de aprendizagem em multiplicação e equação do segundo grau, 2019
Autoria	Ana Paula Silva Avelino Laíse Pedreira Souza Daniela Batista Santos
Resumo	Nesse artigo, as autoras relatam algumas dificuldades com a operação de multiplicação e com as equações polinomiais do segundo grau, que os estudantes do 6º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental II apresentam. Buscando alternativas para amenizar e/ou superar tais dificuldades, as autoras apresentam atividades diversificadas e sugerem a utilização de jogos matemáticos. As experiências desenvolvidas durante esse trabalho e os resultados dessas atividades demonstraram que há potencialidades pedagógicas com a utilização de jogo para aprendizagem em Matemática, conforme as autoras.
Título, data	**A importância dos jogos matemáticos para a aprendizagem: aplicação do jogo conhecendo a equação no Ensino Médio, 2019**
Autoria	Carlos Vitor da Silva Sarmento Gicélia Gomes Ferreira Glécia Maria Lopes de Oliveira José Ferreira de Melo Rosana Rodrigues dos Santos Barboza Carlos Felipe da Silva Sarmento Maria Aparecida Cruz
Resumo	Uma análise do jogo matemático como estratégia de ensino para o aprendizado da Matemática é proposta nesse trabalho. São apresentados relatos de experiências com o jogo "conhecendo a equação", aplicado a estudantes da 1ª série do Ensino Médio de duas escolas estaduais de Pernambuco, além dos resultados de uma pesquisa realizada com professores de Matemática da mesma rede de ensino. Apresentando um levantamento bibliográfico em *sites* de artigos científicos relacionados ao tema e outros documentos e, a partir da análise dos resultados produzidos, os autores apontam para o pressuposto de que o jogo torna a aula mais atrativa, despertando a criatividade e a atenção do estudante, levando-o a desenvolver suas próprias estratégias para a resolução dos problemas.
Título, data	**Uso do material manipulável (produto notável) como uma ferramenta no estudo de equação do segundo grau, 2019**
Autoria	Daniel Freire de Macêdo Mayrton Henrique Gomes Costa Fabrícia Rodrigues Soares Aníbal de Menezes Maciel
Resumo	Nessa pesquisa, o principal objetivo foi fazer uso do material manipulável "produto notável" como recurso didático para a resolução de equações de segundo grau e investigar os benefícios que tal recurso pode trazer para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Os autores fazem um tratamento analítico e abordagem qualitativa dos dados produzidos durante a pesquisa, realizada em uma escola pública do Estado da Paraíba, concluindo que o uso de novas metodologias desperta o interesse dos estudantes, contribuindo para resultados satisfatórios de conhecimento, no que compete à compreensão do conteúdo matemático abordado.
Título, data	**Uma abordagem sobre equações do segundo grau, 2020**
Autoria	Elaine da Conceição Pereira Artur Silva Santos
Resumo	O artigo avalia o impacto que as atividades contextualizadas podem produzir sobre as atitudes e aprendizagem de conceitos matemáticos. Desenvolvida em uma escola pública do Tocantins, a pesquisa expõe a relevância da resolução de problemas para a abordagem das equações do segundo grau no ensino de Matemática e aponta que tal abordagem propicia que o estudante use ferramentas necessárias e importantes para sua resolução, o que pode despertar o pensamento crítico e facilitar uma aprendizagem significativa.
Título, data	**Praxeologia do professor e do estudante: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau, 2010**
Autoria	Marcus Bessa de Menezes
Resumo	O autor apresenta uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau e reflete sobre as semelhanças e diferenças nas práticas de professores e de estudantes. Desenvolvida em Pernambuco, essa tese compara as praxeologias do professor e de seus estudantes sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard. Os resultados das análises, realizadas na respectiva tese apontam que a relação do estudante com o objeto de saber

	equações do segundo grau faz com que ele reorganize, de modo particular, o conhecimento construído em sala de aula.
Título, data	**Trilha das equações: a linguagem algébrica nas aulas de matemática, 2021**
Autoria	Glenda Maria da Silva
Resumo	A autora apresenta um relato de experiência sobre a utilização de jogos matemáticos no ensino da álgebra no 9º ano do Ensino Fundamental. O objetivo deste trabalho é investigar como o uso de jogos matemáticos podem contribuir para o aprendizado do pensamento algébrico, bem como, apresentar o jogo Trilha das Equações, baseado na aprendizagem significativa para o estudo de expressões algébricas.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O primeiro trabalho selecionado no Quadro 1[5] apresenta alguns métodos de resolução para as equações do segundo grau, tais como a fórmula de Bhaskara, o método Japonês, o método Babilônico, dentre outros. O objetivo foi mostrar quão eficaz é a utilização desses métodos, e como eles podem ajudar os estudantes, tanto no entendimento quanto na resolução rápida de problemas. Baseado em uma pesquisa qualitativa, o artigo foi escrito a partir de uma oficina de Matemática, em uma escola pública de Pernambuco, quando os autores utilizaram o jogo dominó de equação em uma gincana, a fim de analisar se, de fato, os referidos métodos podem ajudar os estudantes a melhorarem a capacidade de resolver problemas e a rapidez com que os mesmos encontram as soluções, o raciocínio rápido, o que pode ser creditado à aprendizagem significativa. Para o desenvolvimento do projeto foi destinado um tempo de 5 (cinco) aulas de 50 (cinquenta) minutos cada, com o objetivo de apresentar diferentes métodos para se trabalhar com as funções quadráticas, bem como com equações do segundo grau, seguido de um momento lúdico, no qual os participantes jogaram dominó. Porém não foi o dominó tradicional que qualquer pessoa já jogou; foi um dominó de equações que tinha as mesmas regras do tradicional, com uma diferença: em um lado da peça tinha um número e do outro uma equação, e, para saber qual peça jogar, eles teriam que resolver a equação, sem nenhuma restrição, podendo utilizar qualquer método, seja ele o de Bhaskara ou outro. A partir da metodologia aplicada, os autores apresentam resultados satisfatórios e relatam a fácil percepção do envolvimento dos participantes. As entrevistas, os métodos, a resolução da equação e os jogos utilizados por Lima *et al*. (2019) foram importantes para a elaboração do material pedagógico utilizado nos primeiros encontros da UEPS planejada nesta pesquisa e também corroborou a utilização de jogos matemáticos, a fim de realizar um levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes.

[5] LIMA *et al*., 2019. A importância da utilização de diferentes métodos na facilitação da compreensão e resolução da equação do segundo grau. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/58451. Acesso em: 3 dez. 2019.

O segundo trabalho selecionado nesta revisão bibliográfica[6] relata as experiências desenvolvidas, evidenciando as dificuldades com a operação de multiplicação e com as equações polinomiais do segundo grau, em turmas do 6º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental II. Na busca de alternativas para amenizar e/ou superar essas dificuldades, o trabalho apresenta atividades diversificadas e, também, faz uma reflexão avaliando-as, de modo a compreender suas potencialidades e fragilidades. O jogo quebra-cabeça da equação polinomial do segundo grau, aplicado na pesquisa, é similar ao quebra-cabeça popular. Contudo, possui características próprias, pois, para conseguir montar o quebra-cabeça, que é um quadrado, é necessário ter um conhecimento prévio do conteúdo – equação do segundo grau -, para resolver as equações e/ou identificar seus elementos. Segundo Avelino *et al*. (2019), foi possível inferir que a utilização destas atividades com potencial lúdico fez com que os estudantes mobilizassem seus conhecimentos revisando-os e/ou construindo os conceitos necessários para a realização das atividades, principalmente, na busca de estratégias para vencer o jogo. Os resultados dessas atividades demonstraram que há potencialidades pedagógicas com a utilização de jogo para aprendizagem em Matemática e contribuíram para a elaboração do material pedagógico da pesquisa relatada nesta dissertação.

No que concerne às pesquisas realizadas sobre a utilização de jogos matemáticos, destaca-se o trabalho de Sarmento *et al*. (2019),[7] que analisa o jogo matemático como estratégia de ensino para o aprendizado da Matemática e como este elemento pode contribuir para o desenvolvimento cognitivo e social do estudante, apontando a importância do jogo como ferramenta constituinte no processo do aprendizado. Apresenta também um relato de experiência com o jogo "conhecendo a equação", aplicado a estudantes da 1ª série do Ensino Médio de duas escolas estaduais de Pernambuco, assim como o resultado de pesquisa realizada com professores de Matemática da mesma rede de ensino. Apoiando-se em levantamentos bibliográficos em *sites* de artigos científicos relacionados ao tema e outros documentos, Sarmento *et al*. (2019) deduziram que o jogo pode ser considerado um elemento facilitador no ensino e na aprendizagem e, apesar disso, ainda é pouco utilizado pelos docentes que participaram do estudo, devido a dificuldades como a falta de tempo, experiência e recursos materiais. Os resultados obtidos durante o experimento confirmam o

---

[6] AVELINO *et al*., 2019. Atividades diferenciadas no ensino de matemática: mobilizando saberes e superando dificuldades de aprendizagem em multiplicação e equação do segundo grau. Disponível em: https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/anexo_final/c09c61e6ed8836cc4abcdf2e70a8f4ac.pdf. Acesso em: 20/10/2019.

[7] SARMENTO et. al., 2019. A importância dos jogos matemáticos para a aprendizagem: aplicação do jogo conhecendo a equação no ensino médio. Disponível em: https://semanaacademica.org.br/system/files/artigos/a_importancia_dos_jogos_matematicos_para_a_aprendizagem_0.pdf. Acesso em 17/10/2019.

pressuposto de que o jogo torna a aula mais atrativa, despertando a criatividade e a atenção do estudante, levando-o a desenvolver suas próprias estratégias para a resolução dos problemas. Os referidos autores sugerem que o jogo seja incluído nas aulas de Matemática, recomendando que seja feito um bom planejamento do antes, durante e após a realização.

Conforme Macêdo *et al*. (2019), o material manipulável[8] é considerado uma ferramenta no ensino, que pode ser utilizado para introduzir um determinado conteúdo ou mostrar uma relação do concreto com o conteúdo a ser estudado/ensinado. Realizaram uma pesquisa que teve como principal objetivo fazer uso do material manipulável “produto notável”, como recurso didático para a resolução de equações do segundo grau e investigar os benefícios que tal recurso pode trazer para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Com tratamento analítico e abordagem qualitativa, concluíram, com base em respostas a um questionário, que a maioria dos estudantes demonstra maior interesse pela disciplina, quando são usados outros métodos de ensino, diferentes do tradicional e que o uso de novas metodologias desperta o interesse dos estudantes, contribuindo para resultados satisfatórios de conhecimento, no que compete à compreensão do conteúdo matemático abordado. A pesquisa desses autores serviu de inspiração para a elaboração do material pedagógico, dos questionários e também corroborou a metodologia de ensino e de aprendizagem da Matemática, presente no planejamento da UEPS, na pesquisa-tema deste trabalho.

O artigo de Pereira e Silva Santos (2020)[9] contribuiu para a avaliação do impacto que atividades contextualizadas podem produzir sobre as atitudes e aprendizagem de conceitos matemáticos. Os autores expõem a relevância da resolução de problemas para a abordagem das equações do segundo grau no ensino de Matemática. Ressaltaram a importância da Matemática, especialmente a utilização das equações do segundo grau, justificando que relacionar a prática com a teoria e levar os estudantes a resolverem situações-problema propicia que utilizem ferramentas necessárias e importantes para sua resolução, o que pode despertar o pensamento crítico.

[8] Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conapesc/2019/TRABALHO_EV126_MD1_SA1_ID642_01082019232644.pdf. Acesso em: 17 out. 2021.

[9] Uma abordagem sobre equações do segundo grau. Disponível em: https://revista.faculdadeitop.edu.br/index.php/revista/article/view/269/237. Acesso em: 18 out. 2021.

Em sua tese, Menezes (2010)[10] reflete sobre as semelhanças e diferenças nas práticas de professores e de estudantes, no trabalho com equações do segundo grau. Para tanto, o autor caracteriza, analisa e compara as praxeologias do professor e de seus estudantes sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. E apresenta seu entendimento de que a atividade matemática decorre do conjunto de atividades humanas e das instituições sociais, o que permite explicar o funcionamento das transformações realizadas nos saberes, nas instituições de ensino. Nesse sentido, os resultados das análises realizadas na referida tese apontam, inicialmente, que a relação do estudante com o objeto de saber equações do segundo grau faz com que ele reorganize, de modo particular, o conhecimento construído em sala de aula. Outra questão que permeou o trabalho do autor gira em torno das intencionalidades do estudante perante o saber em jogo. Diante das relações de conformidade com a instituição escolar, essas intencionalidades podem fazer com que o estudante adote, também, técnicas e/ou subtécnicas diferentes das apresentadas pelo professor, durante as aulas.

Em seu trabalho, Silva (2021)[11], faz um relato de experiência sobre a utilização de jogos matemáticos no ensino da Álgebra. Silva (2021) investiga como o uso de jogos matemáticos pode contribuir para o aprendizado do pensamento algébrico no 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, Silva (2021), apresenta o jogo Trilha das Equações e, a partir dos dados obtidos, enfatiza a importância do jogo e da utilização de materiais concretos para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quando se analisaram tais pesquisas, foi possível perceber a preocupação de outros pesquisadores em relação ao tema. Nos trabalhos citados no Quadro 1, diferentes autores discorrem sobre abordagens de ensino de equações do segundo grau, por meio de estratégias pedagógicas em direção ao progresso da aprendizagem. Em relação às dificuldades recorrentes, apresentadas pelos estudantes, percebeu-se que a inquietação que motivou a elaboração desta dissertação é a mesma colocada por esses outros autores em seus trabalhos.

Assim como esta dissertação, as pesquisas descritas no Quadro 1 destacam que a adoção de estratégias diversificadas, atreladas à inserção de jogos pedagógicos, no que concerne ao estudo de equações do segundo grau, evidenciam modificações significativas do saber matemático e maior engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem. Os autores apontam que, levando em consideração os saberes prévios de cada estudante, a relação

---

[10] Praxeologia do professor e do estudante: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. Disponível em: https: //repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3722/1/arquivo196_1.pdf. Acesso em: 20 out. 2021.

[11] Trilha das equações: a linguagem algébrica nas aulas de matemática. Disponível em: https://repositorio.ifgoiano.edu.br/handle/prefix/2164. Acesso em: 26 mai. 2022.

de cada um com as equações do segundo grau é modificada e reorganizada, de modo particular, a partir da adoção de diferentes estratégias e materiais, o que, conforme Moreira (2011) é um indício e/ou servir de transição para uma aprendizagem significativa.

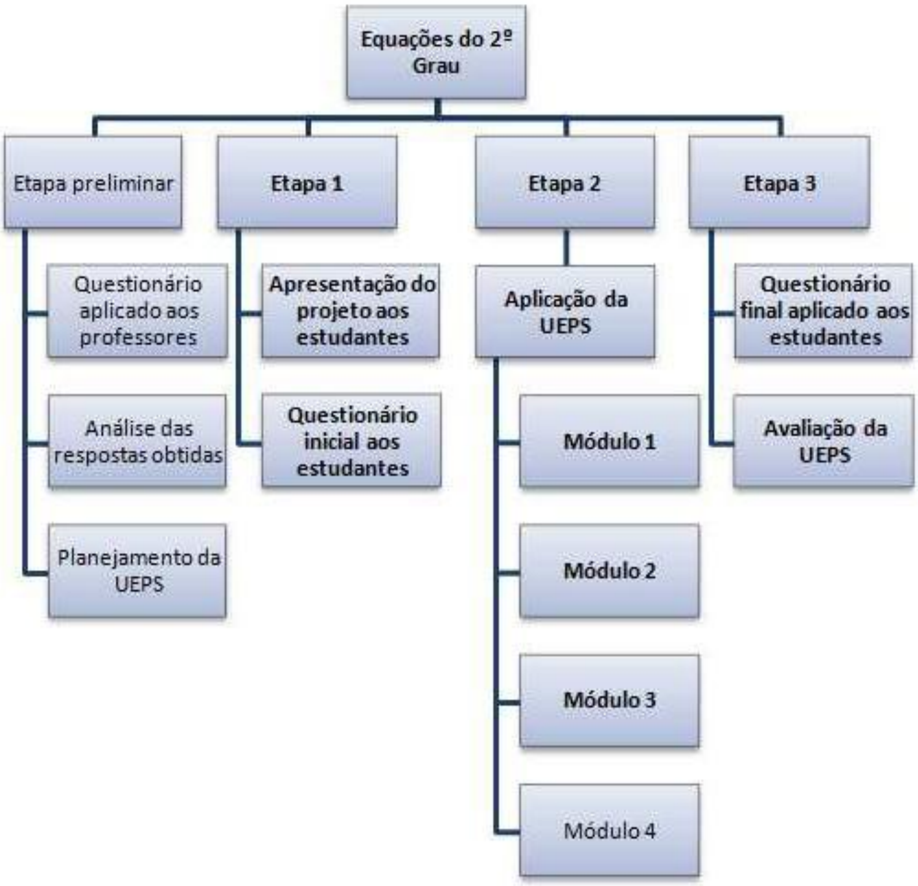
> [...] a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas (questionamento) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno (MOREIRA, 2011, p. 3).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O problema que norteou esta pesquisa relaciona-se à falta de compreensão do significado e das aplicações de equações do segundo grau, que estudantes apresentam. Para tanto, planejou-se a realização do seguinte conjunto de atividades, distribuídas em etapas, em um contexto de aprendizagem significativa, destinada a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental: *Etapa preliminar* – planejamento da UEPS e aplicação de um questionário aos professores; Etapa 1 – apresentação do projeto e aplicação de questionário inicial aos estudantes; Etapa 2 – revisão do planejamento da UEPS, com base nas respostas obtidas nos questionários e aplicação da mesma; Etapa 3 – avaliação da UEPS. A etapa de aplicação da UEPS foi dividida em quatro módulos: Módulo 1 – resgate de conceitos matemáticos; Módulo 2 – retomada de conceitos algébricos; Módulo 3 – utilização de jogos e aplicativos matemáticos; Módulo 4 – atividadesde aplicação das equações e avaliação.

A Figura 11 apresenta as etapas de organização.

Figura 11 – Organização da pesquisa



Fonte: Elaboração da autora (2020).

3.1 Caracterização da pesquisa

Conforme Gerhardt e Silveira (2009), dentre as características da pesquisa quanto à abordagem qualitativa, destacam-se: a objetivação do fenômeno; a hierarquização das ações de descrever, compreender, explicar a precisão das relações entre o global e o local, em determinado fenômeno; o respeito ao caráter interativo entre os objetivos buscados pelos investigadores, suas orientações teóricas e seus dados empíricos, e a busca de resultados fidedignos.

Os mesmos autores caracterizam a pesquisa aplicada, quanto à natureza, a pesquisa que objetiva gerar conhecimentos para a aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos, envolvendo verdades e interesses locais.

Quanto aos procedimentos, a pesquisa pode ser classificada como estudo de caso, de acordo com Gil (2008) e Fonseca (2002). Com efeito:

> Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o como e o porquê de uma determinada situação que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico. O pesquisador não pretende intervir sobre o objeto a ser estudado, mas revelá-lo tal como ele o percebe. O estudo de caso pode decorrer de acordo com uma perspectiva interpretativa, que procura compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes, ou uma perspectiva pragmática, que visa simplesmente apresentar uma perspectiva global, tanto quanto possível completa e coerente, do objeto de estudo do ponto de vista do investigador (FONSECA, 2002, p. 33).

Tendo em vista a caracterização exposta acima, esta pesquisa, quanto à abordagem, é de natureza qualitativa; quanto à natureza do texto, caracteriza-se como pesquisa aplicada e, quanto aos procedimentos, constitui-se uma pesquisa de campo e um estudo de caso, com o objetivo de analisar o potencial da aplicação de uma UEPS, como recurso pedagógico nos processos de ensino e aprendizagem de equações do segundo grau, no 9º ano do Ensino Fundamental. A investigação se dá através de pesquisa de campo na escola referida na seção 3.2. A pergunta que norteia o desenvolvimento da pesquisa gira em torno da verificação do potencial da UEPS elaborada para este fim, visando obter avanços nos processos de ensino e aprendizagem de equações do segundo grau. Com o intuito de elucidar o problema de pesquisa, criou-se um ambiente propício às respostas das principais indagações, optando-se por um estudo de caso, uma vez que o objeto de pesquisa somente será perceptível, se analisado num contexto escolar.

Os dados construídos durante a pesquisa, após a análise das respostas dos professores consultados, a serem comentadas no capítulo 5, foram levantados através de observações durante as aulas, leituras, textos, comentários dos estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, além de questionários mistos, durante um período de dois meses, quais sejam, novembro e dezembro de 2019, totalizando cerca de 20 horas-aula, ao longo das quais foram realizadas diversas ações de interesse da pesquisa.

Foram elaborados diversos materiais, tais como: avaliação diagnóstica, um material de apoio, entrevistas, ficha de observação de aspectos atitudinais, questionários mistos, com questões fechadas e abertas, além de jogos matemáticos, com a utilização de aplicativos matemáticos. Concomitantemente, um questionário inicial, composto por duas partes, foi proposto aos docentes. A primeira parte visou traçar um perfil dos professores e suas formações, inicial e continuada, e carreira profissional. A segunda parte procurou coletar informações acerca da percepção dos professores, em relação à aprendizagem significativa e seu emprego na educação. Os dados desta etapa serviram também para o planejamento de uma UEPS e de um documento com sugestões aos professores. Inicialmente, foi aplicado um questionário aos estudantes (Apêndice A), visando procurar evidências sobre o potencial da UEPS, além de saber se seu uso é válido, ou não, para incrementar as aulas de Matemática, buscando opiniões a respeito de dificuldades e de experiências, em participar, de atividades diferenciadas durante as aulas. Ao longo da aplicação da UEPS, foram utilizadas as fichas elaboradas por Lima (2010) como organizadores prévios, o jogo "Trilha das Equações", adaptado de Silva (2021), empregando-se estratégias de aprendizagem ativa e aplicativos matemáticos, que auxiliaram na resolução de atividades. A pesquisa foi documentada também por anotações e registros durante as observações, em seus diferentes momentos.

Os sujeitos da pesquisa são 20 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, cuja professora de Matemática cedeu suas aulas à pesquisadora, para a realização da UEPS.

Logo após a aplicação da UEPS planejada, foram feitas observações e aplicado novo questionário (APÊNDICE D) aos estudantes, com o intuito de elencar as características mais relevantes do conteúdo em questão, numa perspectiva integradora e avaliar a aplicação da UEPS, verificando o desempenho dos estudantes e a capacidade de associarem o objeto de conhecimento a temas transversais.

3.2 A pesquisa: descrição do contexto

A pesquisa foi aplicada em escola de atuação da pesquisadora. Trata-se de uma

Escola Estadual de Ensino Médio que atende à população de Caxias do Sul, há mais de 80 anos. A escola foi criada em 20 de janeiro de 1940, inicialmente para estudantes da primeira à quarta série do antigo 1º Grau. Em 1980, é autorizada a abertura da Classe Especial e, dois anos após, a escola amplia o atendimento a estudantes da quinta série do primeiro grau. Em meados de 1991, a escola passa a funcionar com as sétimas e oitavas séries, contemplando assim todo o 1º Grau. Em 1997, é implantado o ensino de 2º Grau e, adequando-se à necessidade dos estudantes trabalhadores, em 1998 inicia o funcionamento do Ensino Médio noturno.

A Escola está localizada na zona sul da cidade, e conta com, aproximadamente, 800 estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental até a 3ª série do Ensino Médio, provenientes de diferentes bairros do município.

O prédio divide-se em duas edificações distintas: o prédio principal e a área poliesportiva. No prédio principal, localizam-se a secretaria, a sala da diretora, a sala da vice-diretora, a sala do SOE/SSE, a Sala de Recursos, o Laboratório de Informática Educativa, a Biblioteca, o depósito, o bar, a cozinha, o refeitório, a sala dos professores, as salas de aula e os banheiros. Na área poliesportiva, encontram-se quadras de vôlei, basquete e áreas de futebol ao ar livre, convivência arborizada, parque infantil e estacionamento. Os espaços da escola, tanto os internos quanto os externos, são monitorados por câmeras de vigilância 24 horas. Os corredores e banheiros são adaptados para a passagem de cadeirantes.

Atualmente, o corpo docente e o quadro de funcionários totalizam 76 profissionais.

4 A UEPS: PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO

4.1 O planejamento

O planejamento previu a aplicação de uma sequência didática, em quinze encontros presenciais, em observância ao percurso de estruturação de uma UEPS, de acordo com Moreira (2011).

O Quadro 2 apresenta uma síntese do planejamento, os objetivos propostos para cada encontro, bem como uma descrição das atividades e o tempo previsto para a realização.

Quadro 2 – UEPS: Planejamento

<table>
<tr><th colspan="2">Etapa Preliminar</th></tr>
<tr><td colspan="2">• Definição do tema
• Questionário aplicado aos professores
    o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
    o Análise das respostas obtidas
• Planejamento da UEPS</td></tr>
<tr><th colspan="2">Etapa 1</th></tr>
<tr><td colspan="2">• Apresentação do projeto aos estudantes
    o Definição do tema: Equações do segundo grau
    o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
• Conhecimentos prévios
    o Questionário inicial aplicado aos estudantes</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td>Identificar as percepções dos estudantes sobre a importância da Matemática e do conteúdo de Equações do segundo grau, através de questionário</td></tr>
<tr><td>Atividade</td><td>• Questionário para verificação dos conhecimentos prévios, buscando identificar as percepções dos estudantes sobre a importância da Matemática, do conteúdo de Equações do segundo grau e conhecimentos básicos estudados no Ensino Fundamental (operações numéricas e algébricas), e que relaciona o conteúdo (equação do 2º grau)</td></tr>
<tr><td>Tempo previsto</td><td>um período de aula (60 minutos)</td></tr>
</table>

Quadro 2 – UEPS: Planejamento

<table>
<tr><th colspan="2">Etapa 2 – Módulo 1</th></tr>
<tr><td colspan="2">Conhecimentos prévios
Situação-problema introdutória</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td>Identificar os conhecimentos prévios dos estudantes, através de um questionário</td></tr>
<tr><td>Atividade</td><td>Roda de conversa sobre metodologias e estratégias de aprendizagem, utilizadas nas aulas de Matemática e a importância da Matemática
Nuvem de palavras com a síntese das ideias apresentadas
Questionário para a verificação dos conhecimentos prévios, buscando identificar conhecimentos básicos estudados no Ensino Fundamental (operações numéricas e algébricas), e que relaciona o conteúdo (equação do 2º grau)
Esquema com a síntese das ideias apresentadas</td></tr>
<tr><td>Tempo previsto</td><td>dois períodos de aula (120 minutos)</td></tr>
<tr><th colspan="2">Etapa 2 – Módulo 2</th></tr>
<tr><td colspan="2">Diferenciação progressiva</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td>Reconhecer as equações em situações do dia a dia
Identificar seus coeficientes e classificar uma equação do segundo grau como completa ou incompleta
Transpor o conhecimento teórico por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa
Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes</td></tr>
<tr><td>Atividade</td><td>Conversa sobre aspectos mais gerais da Álgebra e aspectos específicos das Equações
Retomada das discussões da aula anterior e esclarecimento de dúvidas sobre operações algébricas
Organizador prévio – o material didático elaborado por Lima (2010)
Resolução em grupos
Cada grupo resolve duas fichas com atividades definidas por sorteio
Estratégia de aprendizagem ativa “grupos com tarefas diferentes” para a socialização</td></tr>
<tr><td>Tempo previsto</td><td>dois períodos de aula (120 minutos)</td></tr>
<tr><th colspan="2">Etapa 2 – Módulo 3</th></tr>
<tr><td colspan="2">Diferenciação progressiva</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td>Reconhecer as equações em situações do dia a dia
Compreender e analisar as soluções de uma equação do 2º grau
Transpor o conhecimento teórico, por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa
Interpretar e validar as soluções encontradas para problemas que envolvam equações do segundo grau, utilizando aplicativos educacionais
Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes</td></tr>
<tr><td>Atividade</td><td>Organizador prévio – o material didático elaborado por Lima (2010)
Socialização das respostas através da estratégia de aprendizagem ativa “grupos com tarefas diferentes”</td></tr>
<tr><td>Tempo previsto</td><td>dois períodos de aula (120 minutos)</td></tr>
</table>

Quadro 2 – UEPS: Planejamento

Etapa 2 – Módulo 4	
• **Complexidade** • **Reconciliação integradora**	
Objetivos	Reconhecer as equações em situações do dia a dia Compreender e analisar as soluções de uma equação do 2º grau Transpor o conhecimento teórico, por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa Interpretar e validar as soluções encontradas para problemas que envolvam equações do segundo grau, utilizando aplicativos educacionais Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes
Atividade	• Abordagem das equações do segundo grau utilizando materiais manipuláveis o Jogo Trilha das Equações o Os estudantes são divididos em grupos de quatro integrantes, para responder às atividades, registrando no caderno também as dificuldades encontradas o Questionário sobre a importância do jogo para a aprendizagem de Equação do segundo grau • Situações de aplicabilidade das equações do segundo grau o Resolução das atividades em duplas o Utilização do aplicativo Equação do segundo grau o Apresentação das atividades e dificuldades encontradas o Utilização do aplicativo Matemática: Gerador de Tarefa
Tempo previsto	cinco períodos de aula (300 minutos)
Etapa 3	
• **Reconciliação integradora** • **Questionário final aplicado aos estudantes** • **Avaliação da UEPS**	
Objetivos	Reconhecer as equações em situações do dia a dia Desenvolver o pensamento algébrico e a capacidade de argumentação Transpor o conhecimento teórico por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes
Atividade	• Leitura de textos sobre História da Matemática o Tema central é a História da Matemática envolvida no conceito de equações do segundo grau • Elaboração de situações que envolvam a aplicação de uma equação do segundo grau • Avaliação da UEPS
Tempo previsto	três períodos de aula (180 minutos)

4.2 Desenvolvimento da UEPS

O desenvolvimento da UEPS seguiu o planejamento descrito no Quadro 2.

No primeiro encontro, a pesquisadora explicou aos estudantes os procedimentos para a execução do projeto de pesquisa sobre equações do segundo grau. O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE H) foi entregue aos estudantes e encaminhado aos responsáveis para o devido conhecimento e a coleta de assinaturas. Dando continuidade às explanações e aos esclarecimentos de alguns questionamentos dos estudantes a respeito do projeto de pesquisa, os mesmos foram orientados a responder ao questionário inicial (APÊNDICE A), que buscava identificar suas percepções sobre a importância da Matemática e do conteúdo de Equações do segundo grau, bem como investigar os conhecimentos prévios sobre objetos do conhecimento (operações numéricas e algébricas) já estudados.

No segundo encontro, foi recolhido o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, devidamente assinado pelos responsáveis pelos estudantes. Sob a mediação da pesquisadora, realizou-se uma troca de ideias sobre metodologias, a importância da Matemática como Ciência e de conteúdos matemáticos, tais como: operações numéricas e algébricas, conjuntos numéricos e equações.

No encontro seguinte, foi promovida uma retomada de conceitos algébricos estruturantes. Foram relembrados conceitos envolvidos com as operações numéricas, operações com polinômios e equações do primeiro grau, considerando o conjunto dos números inteiros. Os estudantes interagiram entre si e produziram, colaborativamente, um resumo das discussões promovidas.

No encontro seguinte, foram abordados aspectos mais gerais da Álgebra e, após, proposições mais inclusivas sobre as equações. Nessa aula, os estudantes se reuniram em grupos e cada grupo ficou responsável pela resolução de duas fichas com atividades, que foram definidas por meio de sorteio.

Após a socialização das atividades, realizou-se um levantamento das palavras que os estudantes pesquisaram e foi gerada, também colaborativamente, uma nuvem de palavras.

Em continuidade aos estudos algébricos, foram propostas atividades sobre as aplicações das equações do segundo grau, com nível de complexidade maior e mais abrangente (APÊNDICE G).

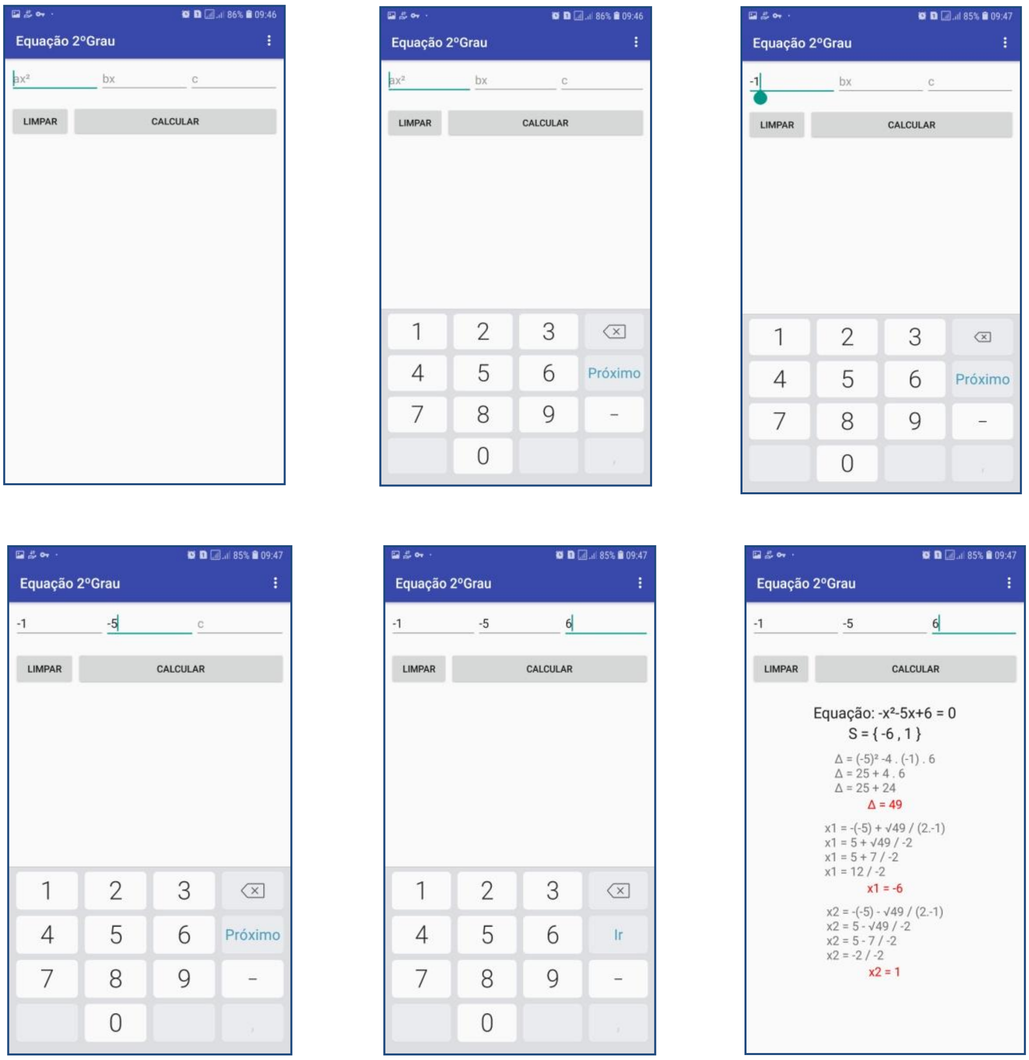
Nas atividades contidas no APÊNDICE G, foram contempladas aplicações das equações do segundo grau: no contexto de trajetória, que percorrem objetos lançados ao ar; no cálculo e na determinação do índice de massa corpórea, e na construção de pontes. Após um texto introdutório, na primeira questão os estudantes foram questionados sobre a trajetória do movimento de uma pedra atirada para dentro de um rio e a associação desse movimento a uma parábola. Durante essa atividade, os estudantes realizaram uma simulação virtual sobre a trajetória de projéteis. Na questão número dois, foi contextualizada a Lei da Queda dos Corpos. Nessa situação, os estudantes identificaram os elementos da equação do segundo grau e calcularam a distância em função do tempo da queda de um corpo. Ainda na questão dois, os estudantes realizaram uma simulação virtual sobre a queda de corpos. A questão número três trouxe uma explicação sobre o IMC e a forma como é calculado. Os estudantes analisaram as referências do índice e determinaram o IMC. A questão número quatro trouxe uma abordagem sobre a aplicação da equação do segundo grau na construção de pontes. Nesta questão, os estudantes relacionaram o formato de algumas pontes com o formato de uma parábola.

No encontro seguinte, com o objetivo de abordar equações do segundo grau, utilizando materiais manipuláveis, a fim de promover a autoavaliação, o autoconhecimento, a compreensão e a análise das soluções de uma equação do segundo grau, a pesquisadora explicou aos estudantes o funcionamento do Jogo Trilha das Equações. Os estudantes foram organizados em grupos com quatro integrantes e desenvolveram o jogo registrando, no caderno, as dificuldades encontradas. O material do jogo foi confeccionado pela pesquisadora em folhas de desenho e continha vinte e seis cartas (APÊNDICES E e F), um dado e marcadores. Os estudantes retiravam uma carta, seguiam as orientações disponíveis na mesma e, após, lançavam o dado e percorriam no tabuleiro (APÊNDICE F), com seu marcador, o número de casas fornecido pelo dado. Ao final do jogo, os estudantes responderam ao questionário para expressarem suas opiniões sobre a utilização de materiais manipuláveis, durante sua experiência estudantil, a importância do jogo para a aprendizagem de equações do segundo grau, as dificuldades apresentadas, os pontos interessantes do jogo e, também, apontaram tópicos do conteúdo que ainda precisam de esclarecimentos (APÊNDICE D).

No encontro posterior, foram apresentadas novas situações de aplicação das equações do segundo grau, com maior nível de complexidade, buscando relacionar ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes. Os estudantes responderam às atividades (APÊNDICE B) em duplas e com o auxílio do aplicativo Equação de 2º Grau[12] (Figura 12).

[12] Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.luis.primeiroapp. Acesso em: 9 dez. 2021.

Figura 12 – Aplicativo *Equação de 2º Grau*



Fonte: Organização da autora (2019).

No encontro seguinte, os estudantes apresentaram as atividades, realizando ponderações e indicando as dificuldades que surgiram durante a resolução da tarefa realizada em casa, utilizando o aplicativo Matemática: Gerador de Tarefa[13] (Figura 13). Na aula anterior, utilizando a estratégia de aprendizagem *Flipped Classroom*,[14] a pesquisadora solicitou que os estudantes realizassem duas atividades sugeridas pelo aplicativo Matemática:

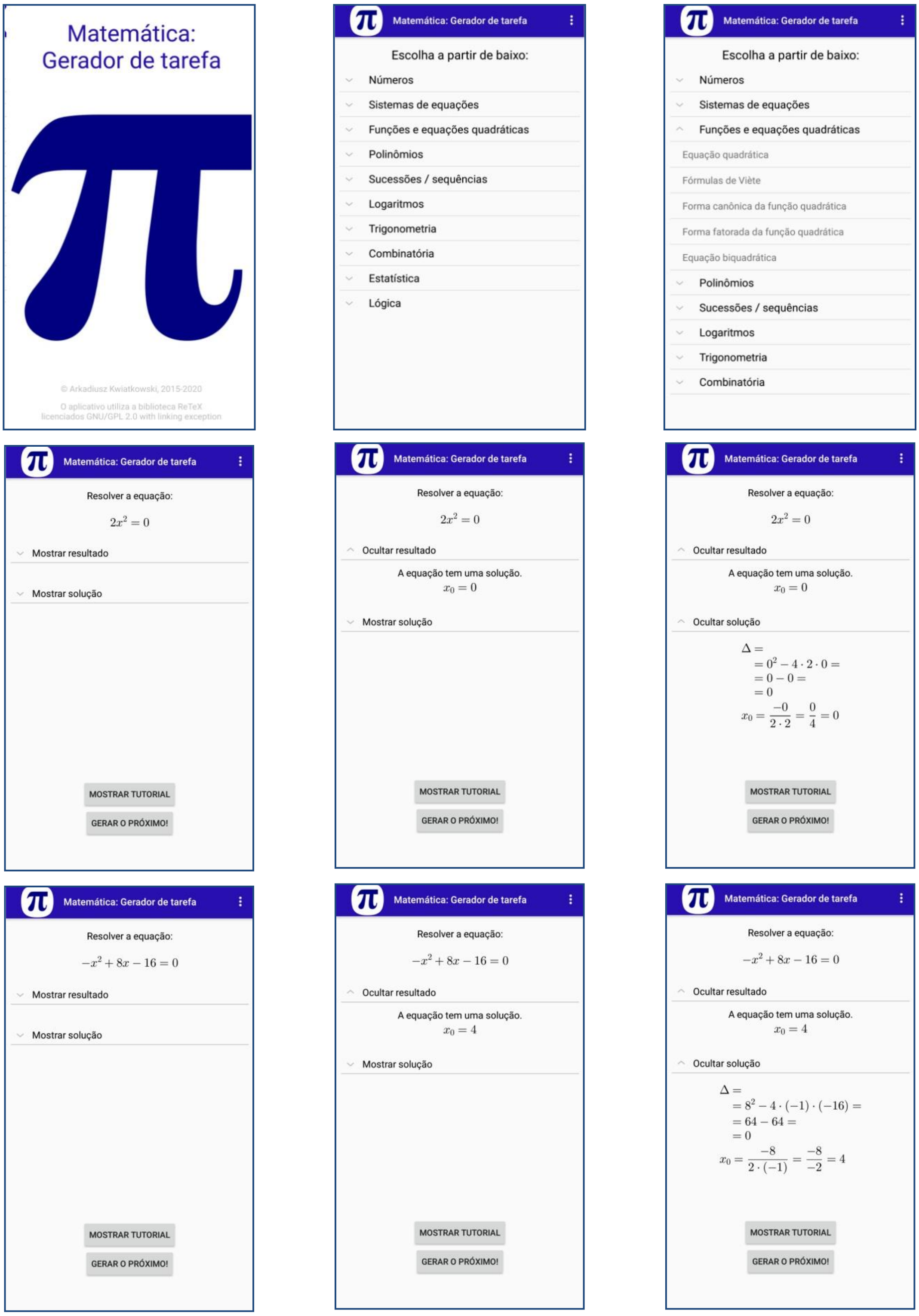
---

[13] Disponível em: https: play.google.com/store/apps/details?id=com.ark_software.mathgen. Acesso em: 9 dez. 2021.

[14] *Flipped Classroom* ou Sala de Aula invertida consiste em uma estratégia pedagógica que tem como objetivo usar o melhor dos recursos presenciais e virtuais, facilitando a aprendizagem dos estudantes. Designa-se aula invertida, pois inverte a lógica de organização da sala de aula e permite maior interação entre professores e estudantes. Assim, o tempo em sala de aula é otimizado e dedicado a discussões, dúvidas e dinâmicas em grupo. Nessa estratégia, o professor torna-se mediador, e a tecnologia, um suporte para aprendizagem. O professor passa a ser o dinamizador para a realização de exercícios, atividades em grupo, aprofundamento sobre o tema, análises e avaliações. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/mod/book/view.php?id=2602390&chapterid=22038. Acesso em: 13 jul. 2022.

Gerador de Tarefa e registrassem os procedimentos adotados para a resolução. Assim, neste encontro, os estudantes apresentaram os resultados obtidos. O tempo foi dedicado a discussões, dúvidas e aprofundamento sobre as equações do segundo grau, o que permitiu maior interação entre os estudantes.

Figura 13 – Aplicativo *Matemática: Gerador de Tarefa*



Fonte: Organização da autora (2019).

Assim, os estudantes realizaram, em casa, a leitura de textos sobre História da Matemática,[15] e adaptados no APÊNDICE I.

No encontro subsequente, foram desenvolvidas atividades que tinham o objetivo de analisar, interpretar e validar as soluções encontradas para problemas que envolvam equações do segundo grau e utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, reflexiva e ética, ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas. Os estudantes responderam às atividades contidas no APÊNDICE B, em pequenos grupos e utilizaram o aplicativo Equação de 2º Grau, como suporte na resolução das questões. No exemplo 1 do APÊNDICE B, foi contextualizada uma situação de área de uma região retangular, e os estudantes determinaram as medidas dos lados de um cercado a ser construído, considerando as condições apresentadas. No exemplo 2, os estudantes consideraram as duas funções apresentadas e determinaram a expressão que representa o lucro mensal, obtido através da diferença entre os valores de venda e de custo. Já no exemplo 3 (APÊNDICE B), os estudantes relacionaram conceitos relativos à Física e determinaram o espaço percorrido por um veículo até o final da frenagem, considerando que o motorista dirigia a uma velocidade de trinta quilômetros por hora, e os freios produziam uma desaceleração de dois metros por segundo ao quadrado. Para a resolução do exemplo 4 (APÊNDICE B), os estudantes definiram a idade da mãe e da filha, explicitadas na questão. Tendo em consideração o aspecto sequencial do encontro final integrador, sugerido por Moreira (2011), foi promovida uma retomada das características mais relevantes das equações do segundo grau. Na sequência, houve a socialização das soluções encontradas, das percepções quanto aos aspectos históricos da Matemática, contidos nos textos disponibilizados em aula anterior e a avaliação final.

---

[15] Disponível em:
https://www.portalsaofrancisco.com.br/matematica/historia-da-matematica#:~:text=Inicialmente%20matem%C3%A1tica%20foi%20baseada%20no,antes%20da%20inven%C3%A7%C3%A3o%20da%20escrita.
e https://monografias.brasilescola.uol.com.br/matematica/historia-matematica.htm. Acesso em: 9 dez. 2021.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, apresentam-se os dados coletados na aplicação desta proposta que se constitui em uma UEPS sobre as equações do segundo grau. Apresenta-se uma análise das produções escritas dos estudantes e também a avaliação das evidências de aprendizagem, sob a perspectiva da pesquisadora, levando em consideração a fundamentação teórica que subsidiou a pesquisa.

A pesquisa iniciou com a realização de uma atividade preliminar, que consistiu na aplicação de um questionário aos colegas professores de Matemática, do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio. Neste capítulo dedicado à análise, justifica-se a importância atribuída à referida atividade preliminar, que apresentou dados relevantes que justificam o interesse e a forma como foram conduzidas as ações da pesquisa. Com efeito, a preocupação com a aprendizagem significativa das equações do segundo grau, por parte dos estudantes, marcou o início das ações necessárias para tanto.

A pesquisadora eximiu-se de externar opiniões pessoais sobre as questões propostas, constituídas de uma parte inicial, visando traçar um perfil dos professores e de sua formação, inicial e continuada, e carreira profissional; e a segunda parte com a intenção de coletar informações acerca da percepção dos professores em relação à aprendizagem significativa de equações do segundo grau. Como já mencionado, os dados da etapa preliminar serviram também para o planejamento da UEPS e passam a ser comentados.

O Quadro 3 detalha o desenvolvimento dos encontros de aplicação da Etapa 2 da UEPS.

Quadro 3 – Descrição dos módulos e da quantidade de aulas da Etapa 2 da UEPS

<table>
<tr><th>Módulo</th><th>Períodos</th><th>Assunto</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>1</td><td>Identificação dos conhecimentos prévios sobre equações do segundo grau</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Mediação das opiniões dos estudantes e síntese dos aspectos mais importantes</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>Esclarecimento de dúvidas sobre operações algébricas, identificação dos coeficientes de uma equação e classificação da equação do segundo grau como completa ou incompleta</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td><td>Socialização aos colegas dos resultados obtidos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>3</td><td>Abordagem da equação do segundo grau utilizando materiais manipuláveis, situações de aplicabilidade das equações do segundo grau, utilização dos aplicativos Equação de 2º Grau e Matemática: Gerador de Tarefa, bem como a apresentação das atividades e dificuldades constatadas</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Leitura de textos sobre História da Matemática, elaboração de situações que envolvam aplicações de equação do segundo grau e avaliação</td></tr>
</table>

5.1 Questionário aplicado aos professores

O questionário (Apêndice C) foi apresentado a 45 professores, aos quais foi informada a intenção da pesquisa, apresentando-se o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C), que foi assinado por todos os professores participantes.

Considerando as respostas sobre a formação dos 45 professores participantes da pesquisa, concluiu-se que 17,8% possuem graduação na área de Matemática, 66,7% possuem especialização em Educação, 13,3% possuem Mestrado e 2,2%, Doutorado.

Os participantes da pesquisa declararam ter concluído os cursos de graduação entre 1998 e 2005, já o período de conclusão dos cursos de especialização varia entre 2009 e 2018. Os participantes com título de Mestre(a) concluíram o curso entre 2003 e 2020 e o participante com Doutorado, concluiu em 2019.

Esses profissionais atuam nos municípios de abrangência da Serra gaúcha, tais como: Antônio Prado, Caxias do Sul, Farroupilha, Flores da Cunha e São Marcos; 17,8% desses professores trabalham com os anos iniciais, de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, por serem graduados em Pedagogia. Atuam nos anos finais, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, 77,8% dos entrevistados. No Ensino Médio, da 1ª a 3ª série são 55,6% dos professores. A carga horária semanal destes docentes variabastante. São 31,1% que trabalham vinte horas semanais, 11,1% que trabalham trinta horas semanais e 57,8% que trabalham quarenta horas semanais.

Dentre o público desta pesquisa, 73,3% participam de atividades de formação continuada, cursos, palestras, seminários, congressos, na área de Matemática. Dentre os assuntos das formações citados, as formações ligadas os uso de tecnologias, plataformas educacionais e estratégias de aprendizagem são os mais procurados.

Considerando a experiência no ensino de Matemática, 35,5% dos professores atuam há, pelo menos, cinco anos em sala de aula; 35,5 % atuam de seis a quinze anos como docentes, e 28,9%, há mais de quinze anos. Refletindo sobre os conteúdos matemáticos nos quais os estudantes têm mais dificuldade de aprendizagem, o pensamento algébrico e a dificuldade de interpretação foram apontados por unanimidade pelos entrevistados, seguido do conteúdo de frações. O conteúdo de equações foi citado trinta vezes, sendo considerado de difícil compreensão para os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

No questionamento sobre a maneira mais efetiva para o estudante aprender Matemática, destaca um dos professores: *Aprender matemática é um processo sequencial e contínuo, onde a atenção, a leitura, a construção de relações e associações são muito* *importantes. Muitas vezes, o estudante não estabelece relações simples, e isso dificulta sua aprendizagem, não só no campo das exatas, mas em outras áreas também. Sou tradicional em minhas abordagens e percebo a falta de relações simples para evoluir na aprendizagem. Percebo que o estudante pode aprender de várias formas, muitas vezes aprende observando as atividades propostas ou exemplificadas pelo professor, às vezes pela ajuda dos colegas onde ocorrem trocas, outros em casa por videoaulas, outros repetindo atividades, uma pequena minoria é autodidata, necessitando apenas de pequenas interferências, mas percebo que a forma de aprender mudou bastante desde que eu comecei a dar aula*.

Outro docente pontua: *Com muita atenção e reflexão. Fazendo articulações e esquemas mentais, transcrevendo-os em linguagem corrente e simbólica. Resolvendo problemas curiosos e desafios matemáticos que envolvam conceitos matemáticos. Mas é necessário dizer que precisa dispensar um bom tempo resolvendo atividades, não listas de exercícios, mas muitos exercícios variados. Habilidade em cálculos requer conhecimentos, conceitos articulados, mas também ação. Não vou usar treino, mas repetição de ações*.

A interação e as aplicações do objeto de conhecimento a ser estudado, são destacadas nas respostas transcritas a seguir: – *A aprendizagem se dá com a interação entre os colegas e com o professor. Percebo que o empenho de ambos traz sucesso à aprendizagem*; – *É importante que o professor dê sentido ao que ensina. Relacione os conteúdos com o dia a dia dos estudantes, mostrando-lhes o porquê de estudar cada conceito*; – *Através de vivências práticas integradas à sua vivência. O aprender da Matemática precisa fazer significado e estar integrado à vivência cotidiana do estudante*; - *Quando ele consegue "enxergar" de fato o que ocorre. Com material concreto, sempre que possível e praticando*; – *Quando o conteúdo é apresentado de maneira dinâmica, praticando exercícios e com o auxílio do professor, o aprendizado é melhor*.

Pelas respostas apresentadas, docentes investigados apontaram a metodologia da aula expositiva como única estratégia de ensino, além do excesso de mecanização como fatores preponderantes, que prejudicam a aprendizagem significativa. A aprendizagem mecânica ou aprendizagem automática, segundo Moreira (2011), é definida como sendo uma aprendizagem em que novas informações são absorvidas, sem reflexionamento, sem interação com os conhecimentos prévios e com a realidade do estudante. A nova informação é depositada de forma arbitrária e literal, não apresentando relevância e, portanto, sem contribuir para sua elaboração e diferenciação.

Tudo começa pela explicação do professor, pois se o professor explica o conteúdo de uma forma que o estudante entenda então o estudante aprenderá o conteúdo e fará os *exercícios. Com a minha experiência como professor, eu pude perceber que as pessoas não gostam de Matemática por que não entendem o conteúdo e, por isso, não conseguem fazer os exercícios. A partir do momento que entendem o conteúdo conseguem fazer os exercícios e passam a gostar de Matemática*, comentou este docente. Para ele, o professor continua ocupando o lugar central nas aulas, ainda que, desde o século passado, já tenham sido feitas tantas sugestões de mudança.

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no Ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o estudante aprendia pela reprodução (BRASIL, 2001, p. 39).

Por outro lado, outro professor pontua que, para que aconteça a aprendizagem, é necessário que o estudante: *compreenda os conceitos, fazendo os exercícios, porém pensando sobre o que está fazendo; questionando, analisando e discutindo os resultados. O estudante necessita se comprometer com o apreender de verdade. O material e as aulas podem ser significativos, porém, quando o estudante não quer não tem aprendizagem*.

Esta afirmação não pode ser ignorada. De fato, a motivação, a vontade de aprender, de interagir são componentes indispensáveis para a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003).

Dentre as respostas apresentadas, um professor destaca: *Eles têm muitas dificuldades, todavia sempre bloqueiam na Matemática básica, a falta de concentração dos alunos também prejudica muito na eficiência do ensino-aprendizagem. A maneira que ensinamos está ultrapassada, sendo assim, não temos sucesso com os estudantes*.

Outro professor pontua: *A maior dificuldade seja na introdução do cálculo algébrico, mesmo para estudantes que tiveram facilidade anteriormente. A transição para um pensamento mais abstrato é mais complexa*.

Grande parte dos educadores aponta que as maiores dificuldades ao ensinar Matemática são a desmotivação e o desinteresse dos estudantes.

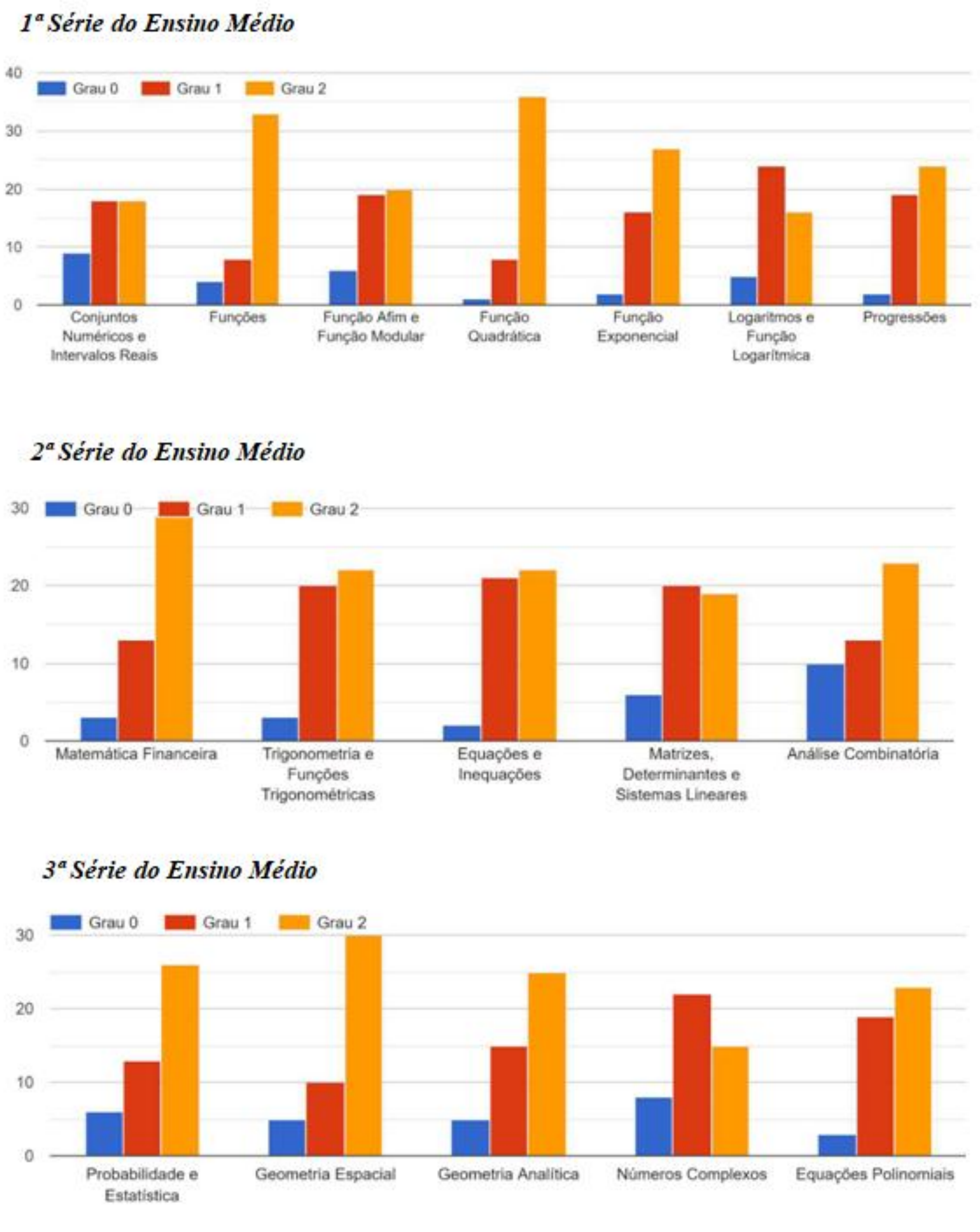
Sobre a metodologia utilizada nas aulas, grande parte dos professores respondeu que se utiliza de aulas expositivas com *bastantes exercícios* e *muito livro didático*; 22% dos professores pontuaram que utilizam *exemplos práticos do cotidiano*, *vídeos explicativos e trabalhos em grupo*. A resposta desses docentes corrobora outras respostas desta pesquisa, tais como: *Sempre inicio de forma bem tradicional e vou fazendo algumas adaptações, de acordo com a necessidade que surge durante as aulas. Mas tive algumas experiências* *intrigantes; sempre que fazia um curso tentava adaptar as aulas ao concreto, à modelagem e outras opções aprendidas, mas, infelizmente, no decorrer da aula os estudantes pediam: Professora agora faz um exemplo para nós... Acredito em uma retomada de abordagem matemática que deve ocorrer desde os primeiros anos de escola, pois dessa forma o estudante vai estar mais preparado e se sentirá mais seguro em fazer testagens e construir seu conhecimento*.

Embora a aprendizagem mecânica não seja considerada ideal, Moreira (2011) destaca que, em determinadas situações, a aprendizagem mecânica seja desejável, principalmente em uma etapa inicial para o desenvolvimento de um novo conteúdo, servindo de transição para alcançar uma aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003).

De modo geral, os educadores entendem que os estudantes não se mostram satisfeitos com as atividades realizadas nas aulas, conforme excerto: *Eles apresentam dificuldades, às vezes próprias, às vezes por lacunas no aprendizado. Mas o grande problema é a resistência em realizar as atividades e aproveitar os momentos para diminuir o receio e aversão à disciplina*.

Considerando os programas atuais da disciplina de Matemática, nas 1$^{\underline{as}}$, 2$^{\underline{as}}$ e 3$^{\underline{as}}$ séries do Ensino Médio, com suas unidades temáticas, os professores avaliaram o conteúdo das equações quadráticas, considerando-o importante ou muito importante. Tal avaliação foi realizada, em relação ao grau de importância das equações quadráticas, para o desenvolvimento de cada unidade temática; foi atribuído grau 0, quando não há importância; grau 1 no caso de alguma importância, ou grau 2, quando é muito importante. Na Figura 14 mostra-se tal constatação.

Figura 14 – Relevância do conhecimento prévio das equações do segundo grau



Fonte: Elaboração da autora (2020).

Conforme apontado na Figura 14, o conteúdo de equações é considerado essencial para a aquisição de novos conhecimentos, com abordagens mais complexas. Com efeito, torna-se necessário procurar desenvolver a capacidade de matematizar situações e ampliar a capacidade de elaborar e validar hipóteses, a fim de identificar e selecionar a informação adequada para cada situação, em qualquer nível, para que o discente desenvolva sua capacidade cognitiva, que lhe permita compreender, analisar, elaborar, reelaborar, criar situações que visem à formação integral, com condições de fazer uma leitura de sua realidade, em diferentes aspectos (político, econômico, histórico e cultural), com vistas à transformação social.

5.2 Questionário inicial aos estudantes

No primeiro encontro, os estudantes foram convidados a responder um questionário inicial, composto por dez perguntas (APÊNDICE A), visando investigar seu perfil e os conhecimentos algébricos prévios. O grupo foi constituído por nove meninos e onze meninas, cuja faixa etária variava, conforme a Tabela 1. Três desses estudantes afirmaram ter reprovado em anos anteriores no componente curricular de Matemática.

Tabela 1 – Faixa etária dos estudantes

Idade em anos	Estudantes (%)
14	20
15	50
16	15
17	15

Fonte: Elaboração da autora (2019).

O grupo de estudantes elencou, em ordem decrescente, os componentes curriculares com os quais têm afinidade e sentem-se produtivos durante as aulas, conforme Quadro 4.

Quadro 4 – Componente curricular do qual os estudantes mais gostam

Posição	Componente curricular
1º lugar	Educação Física
2º lugar	Arte
3º lugar	Língua Estrangeira
4º lugar	Ciências
5º lugar	Língua Portuguesa
6º lugar	Matemática

Fonte: Elaboração da autora (2019).

As observações referentes a esta questão evidenciam alguns fatores que prejudicam os processos de ensino e aprendizagem. Os estudantes enfatizam a falta de empatia pelo componente curricular de Matemática, atribuindo tal fato ao grau de complexidade dos conteúdos e, principalmente, à dinâmica e didática das aulas de Matemática. As respostas dos estudantes ressaltam a importância da predisposição para aprendizagem, por parte do estudante, defendida por Ausubel (2003), como uma condição para que a aprendizagem aconteça de forma significativa.

Considerando a predisposição apontada por Ausubel (2003), nenhum dos 20 estudantes consultados elegeu a Matemática como o componente curricular que mais gosta. As argumentações dos estudantes são todas muito similares e convergem para uma situação: os materiais didáticos utilizados são de difícil compreensão e não contemplam a realidade dos estudantes, uma vez que desconsideram seus conhecimentos prévios. Pela análise das justificativas dos estudantes e pela síntese das ideias representadas na Figura 15, entende-se que, durante as aulas de Matemática, ocorre um excesso de atividades mecânicas e descontextualizadas, quando o erro é apontado como um marco do insucesso do processo de aprendizagem, conforme Cury (2008).

Para Cury (2008, p. 11), “[...] o erro se constitui como um conhecimento. Descartando os erros cometidos por desatenção ou descuido, em muitos casos, os erros são hipóteses legítimas baseadas em concepções e crenças adquiridas ao longo da vida escolar”.

Considerando que grande parte dos estudantes não possui familiaridade com a Matemática, conforme Ausubel (2003) cabe ao professor mediar o processo de aprendizagem e organizar materiais pedagógicos que incentivem a ampliação do conhecimento e a aquisição de novos significados.

As respostas dadas pelos estudantes, como justificativa para não gostarem de Matemática, são semelhantes e destacam sempre a dificuldade na compreensão dos conteúdos. Um dos estudantes ponderou que, além da dificuldade só aumentar com o passar dos anos, a falta de contextualização também interfere no aproveitamento das aulas. A análise dessas respostas destaca a importância da elaboração de materiais que considerem as aprendizagens e a aquisição de novos significados, bem como a predisposição para a aprendizagem, sustentada por Ausubel (2003).

Os resultados apresentados na Tabela 2 e 3, respectivamente, se referem a respostas dos estudantes, em relação ao correspondente engajamento com as perguntas: Como você avalia a aula de Matemática? É realmente importante estudar Matemática?

Tabela 2 – Como você avalia a aula de Matemática?

	(%)
Muito boa	15
Boa	75
Ruim	10

Fonte: Elaboração da autora (2019).

Tabela 3 – É realmente importante estudar Matemática?

	(%)
Sim	90
Não	10

Fonte: Elaboração da autora (2019).

Observa-se que, embora não simpatizem com a Matemática, os estudantes ressaltam a importância de estudá-la, e 80% dos estudantes avaliam a aula como muito boa ou boa. Dentre os estudantes que apontaram as aulas como sendo boas, alguns relatam que ainda possuem dificuldades. Constata-se que, durante as aulas, são utilizados apenas o quadro e o livro didático, a metodologia não varia, e os estudantes sentem falta de atividades práticas, contextualizadas e que utilizem outros recursos.

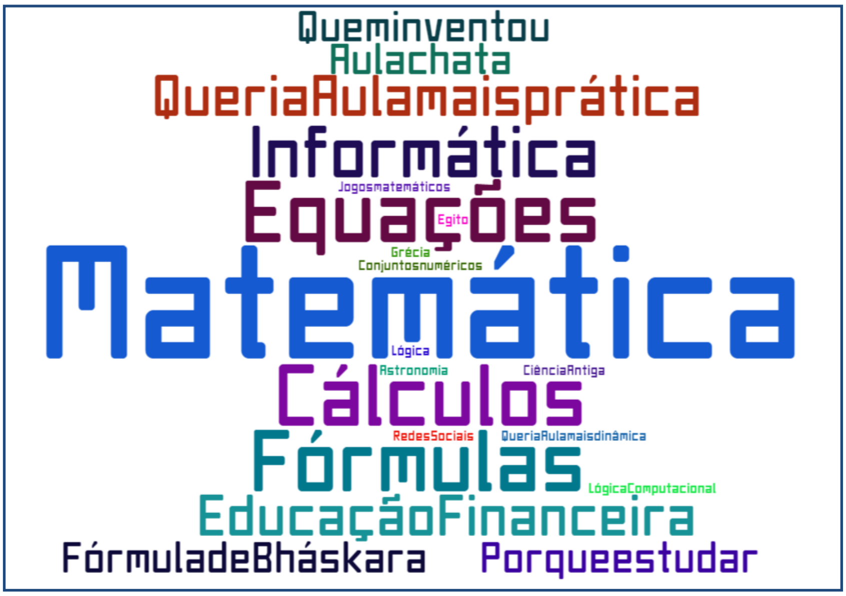
A pergunta seguinte refere-se ao conteúdo de equações. Os estudantes foram questionados da seguinte forma: O que você entende por equação? As respostas dos estudantes foram semelhantes à resposta do estudante A, que respondeu à pergunta dizendo: *uma equação é uma conta com números e letras*. Já na pergunta sobre a aplicação de equação, nenhum estudante respondeu; todos deixaram a atividade em branco, revelando, com isso, que não conhecem a aplicabilidade das equações.

No questionamento sobre as diferenças entre uma equação do primeiro grau e uma equação do segundo grau, alguns estudantes tentaram responder, porém as respostas obtidas evidenciam que eles não possuem o conceito matemático de equação, pois, de acordo com o estudante B: *a equação de 1º grau a gente estuda no fundamental e do 2º grau no médio*. Percebe-se que o estudante faz referência ao grau da equação em nível de ensino; sendo assim, justifica o estudo da equação do primeiro grau no Ensino Fundamental e da equação do segundo grau no Ensino Médio. Todas essas respostas foram coletadas no questionário inicial (APÊNDICE A).

Ausubel (2003) afirma que a estrutura cognitiva existente é fator importante que influencia a aprendizagem significativa. Considerando tal afirmação, Moreira (2011) enfatiza que a investigação dos conhecimentos prévios é um dos princípios programáticos ausubelianos, fundamental para a elaboração dos organizadores prévios.

Segundo Ausubel (2003), a identificação dos conhecimentos que o aprendiz já possui é fundamental para melhorar e ampliar o processo de aprendizagem, uma vez que o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa. Nesse, sentido, sob a mediação da pesquisadora, no encontro seguinte foi realizada uma troca de ideias sobre metodologias, a importância da Matemática como Ciência e de objetos matemáticos como: Operações numéricas e algébricas, Conjuntos numéricos e Equações. Em um primeiro momento, os estudantes discutiram em pequenos grupos, sem a intervenção da professora. Após, apresentaram aos demais grupos uma síntese das ideias. Durante a dinâmica, surgem várias informações relevantes. As discussões trazidas pelos grupos foram observadas, anotadas pela pesquisadora, e os resultados dessa discussão foram sintetizados em uma nuvem de palavras, criada com o apoio do Wordclouds,[16] conforme a Figura 15.

Figura 15 – Síntese das ideias apresentadas pelos estudantes



Fonte: Elaboração da autora (2019).

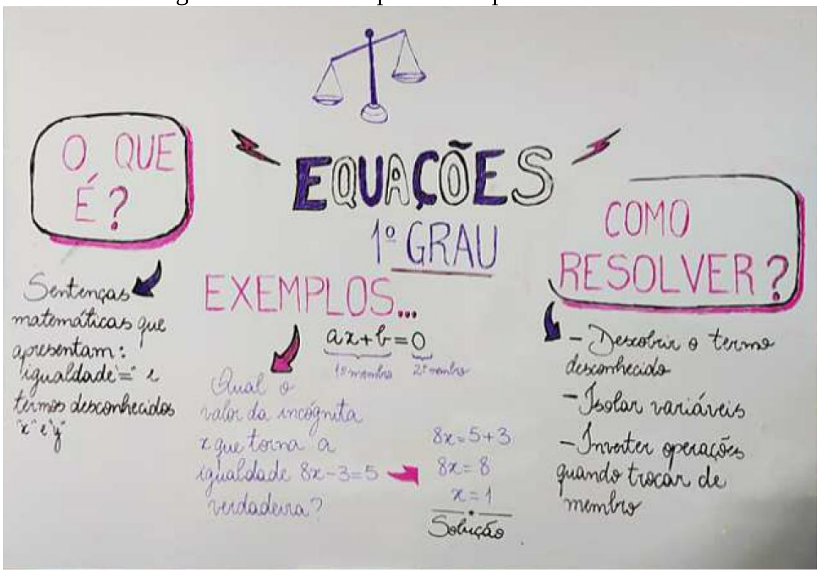
O discurso dos estudantes durante a atividade e as palavras destacadas, conforme Figura 15, evidencia que a maioria dos estudantes demonstra predisposição e interesse em

[16] Disponível em: https://www.abcya.com/games/word_clouds. Acesso em: 15 ago. 2019.

conhecer e estudar mais sobre essa temática, o que para Ausubel (2003) constitui-se fator determinante no processo de aquisição de novos significados.

A Figura 16 apresenta um resumo, produzido colaborativamente, das discussões promovidas em grupos sobre os conceitos matemáticos algébricos estruturantes, operações numéricas, operações com polinômios e equações do primeiro grau, considerando o conjunto dos números inteiros.

Figura 16 – Resumo produzido pelos estudantes



Fonte: Acervo da autora (2020).

Pereira e Santos (2020) afirmam que é necessária tal abordagem, com o diálogo e a interação junto aos educandos, pois isso implica a valorização dos conteúdos e das capacidades dos estudantes. Para o autor, os estudantes passam a ser vistos pelos professores como seres capazes de pensar e se relacionar com harmonia, não como depósitos de conteúdos desvinculados da realidade.

Dessa forma, partindo das informações coletadas por meio de questionário e discussões coletivas, elaborou-se e aplicou-se uma UEPS voltada para o Ensino de Equações do Segundo Grau, alicerçada na TAS e nas etapas para a construção de um material potencialmente significativo.

5.3 Questões da UEPS

O material didático, aplicado nesse encontro, continha atividades organizadas de forma simples, para que os estudantes pudessem resgatar, na sua estrutura cognitiva, as informações adquiridas anteriormente. Esse material, produzido por Lima (2010), foi utilizado como material instrucional introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, e sua principal finalidade era servir de "ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que deveria saber", constituindo-se em um organizador prévio, conforme Moreira (2011).

Tais fichas se constituem um material instrucional-introdutório, apresentado antes do material a ser aprendido, o que é considerado por Moreira (2011) como organizador prévio. Para esse autor, muitas vezes o aprendiz tem o conhecimento prévio, mas não percebe que está relacionado com o que lhe está sendo apresentado; nesse sentido, a principal função dos organizadores prévios é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que deveria saber, a fim de que o novo conhecimento possa ser incorporado.

De acordo com Lima (2010), as fichas de atividades elaboradas por ele (ANEXO A) são classificadas em sete categorias:

> Segundo Lima (2010), a 1ª Categoria elencada na pesquisa diz respeito aos Erros quanto aos resultados da soma algébrica dos termos de uma equação. Assim, para resolver tal tipo de erro, temos as fichas de números 01, 02 e 03 que tratam de solucioná-los.
> A 2ª Categoria na pesquisa de Lima (2010) trata dos Erros quanto à aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo, e, para ajudar a solucioná-los temos as fichas temáticas de números 04, 05, 06 e 07.
> Considerando a 3ª Categoria que trata dos Erros quanto a resultados indeterminados ou impossíveis de uma equação em Lima (2010) construiu-se a ficha temática 08.
> Quanto à 4ª Categoria que traz os Erros quanto ao desenvolvimento de soluções de equações que apresentam coeficientes fracionários, Lima (2010) indica as fichas temáticas de números 09, 10, 11 e 12.
> A 5ª Categoria em Lima (2010) diz respeito aos Erros quanto à ordem das operações a serem efetuadas, para tanto a ficha temática número 13 busca ajudar a resolver o respectivo problema.
> Para solucionar os Erros quanto à aplicação da propriedade distributiva, a 6ª Categoria de acordo com Lima (2010) mostra a ficha temática de número 14 como alternativa para solucionar tal problema.
> E, para 7ª Categoria que trata dos Erros quanto à transcrição de dados da questão, Lima (2010) propõe a ficha temática de número 15. (LIMA, 2010, p. 8).

Para a resolução e socialização de todas as atividades com os demais grupos, foi utilizada a estratégiade aprendizagem ativa "grupos com tarefas diferentes".[17] De acordo com Elmôr-Filho et al. (2019), a estratégia "grupos com tarefas diferentes" é promovida, originalmente, em quatro etapas:

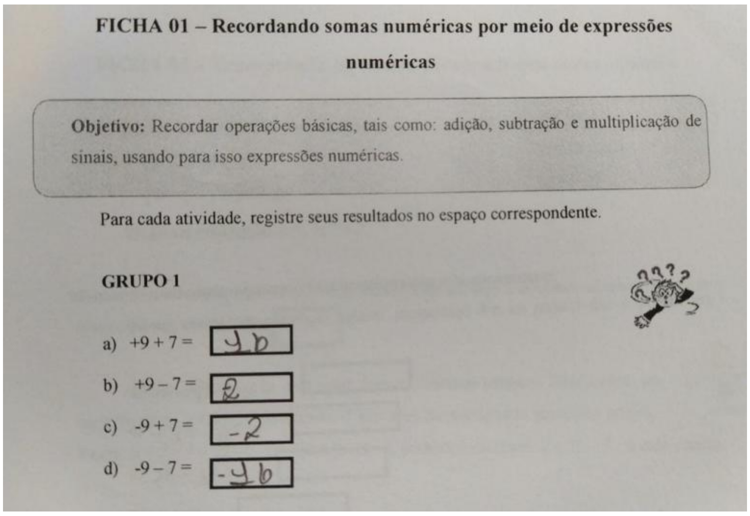
---

[17] *Grupos com tarefas diferentes* - consiste em uma estratégia pedagógica que tem como objetivo a interação dos estudantes e a socialização dos resultados obtidos pelos grupos. Nessa estratégia, cada grupo é responsável pela resolução de algumas tarefas. Todas as tarefas são divididas nos grupos, de modo que cada grupo tenha atividades diferentes dos demais grupos. Essa estratégia permite maior interação entre professores e estudantes através do compartilhamento de resoluções proposto ao final da atividade, de modo que os grupos tenham conhecimento das tarefas realizadas pelos demais grupos. Nessa estratégia, o professor atua como mediador e dinamizador das reflexões sobre o tema, das análises e das avaliações.

> **Etapa 1:** o professor apresenta os objetivos da atividade, com destaque para a importância da participação ativa e colaborativa de todos, seja em benefício próprio ou dos colegas. Todos devem dar a sua colaboração, o que será registrado pelo professor. Em seguida, solicita que a turma se organize em grupos: o número de estudantes de cada grupo depende do total e do número de tarefas/problemas.
> **Etapa 2**: cada grupo recebe um problema diferente, que deve ser solucionado, com base em pesquisa e discussões. O professor passa uma lista enumerada, com o número de integrantes do grupo, em cada um deles, para que cada estudante assine seu nome. Ou seja, o grupo "Problema 1" terá os estudantes 1, 2,3, 4, 5, ...; o grupo "Problema 2", também terá os estudantes 1, 2, 3, 4, 5, ..., assim como os demais grupos. Durante esta etapa, a lista fica com o grupo, e um dos componentes, com a ciência de todos, fará anotações, ao lado dos nomes, registrando a participação de cada um. Para tanto, o professor explica que a participação consiste em: questionar/problematizar, responder, procurar resolver, explicar ou demonstrar alguma forma de colaboração. Também durante essa etapa, o professor passa de grupo em grupo, orientando, dando dicas, não respostas, conforme entender que os estudantes estejam encaminhando a solução para o problema.
> **Etapa 3**: tendo cada um dos grupos resolvido o problema que lhe coube, o professor recolhe as listas com os nomes dos participantes de cada grupo e forma novos grupos, desta vez: Grupo 1, com os estudantes de número 1; Grupo 2, com os estudantes de número 2; e assim por diante. Nesses novos grupos, todos devem resolver todos os problemas, e cada um dos estudantes tem a responsabilidade de auxiliar/explicar aos colegas o problema que resolveu anteriormente.
> **Etapa 4**: socialização e discussão coletiva, com esclarecimentos, contando, necessariamente, com a participação de todos, para o fechamento do estudo proposto.
> **Opcional**: caso o professor tenha proposto a atividade como parte da avaliação, nesta etapa, os estudantes podem ser solicitados a entregar a resolução de todos os problemas e, na Etapa 1, isto já deve ter sido parte do "contrato pedagógico" com as orientações para tanto. (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 92).

A ficha número um, elaborada por Lima (2010), tinha por objetivo recordar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros, por meio de expressões numéricas. Abaixo são demonstrados exemplos de atividades resolvidas pelos estudantes, durante o desenvolvimento deste projeto.

Figura 17 – Declaração do estudante A



FICHA 01 – Recordando somas numéricas por meio de expressões numéricas

Objetivo: Recordar operações básicas, tais como: adição, subtração e multiplicação de sinais, usando para isso expressões numéricas.

Para cada atividade, registre seus resultados no espaço correspondente.

GRUPO 1

a) $+9+7=$ 16

b) $+9-7=$ 2

c) $-9+7=$ -2

d) $-9-7=$ -16

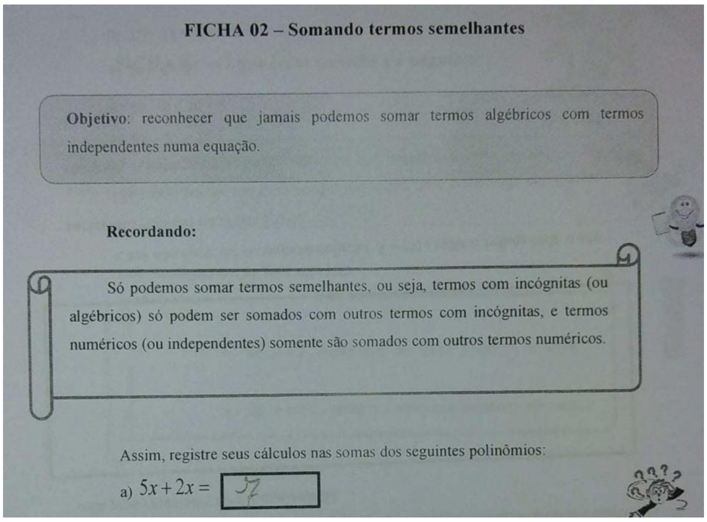
Fonte: Acervo da autora (2019).

A Figura 17 destaca a resposta dada pelo estudante A, que respondeu corretamente às atividades; todavia, nos espaços destinados à síntese das ideias, esse e os demais estudantes apresentaram grandes dificuldades, alguns deixando em branco. Tal dificuldade de dissertar e sintetizar sobre o procedimento efetuado pode ser atribuído ao fato de que estes conceitos foram internalizados sem interação com conhecimentos prévios, ocorrendo apenas uma aprendizagem mecânica, conforme Moreira (2011),

> [...] é a memorização, sem significado, de informações a serem reproduzidas a curto prazo; aprender mecanicamente é simplesmente decorar. Do ponto de vista cognitivo, as informações são internalizadas praticamente sem interação com conhecimentos prévios. No cotidiano escolar, é a "decoreba" (MOREIRA, 2011, p. 8).

Nas fichas dois, três e quatro, que tinham como objetivo a resolução de operações de termos algébricos, os estudantes apresentaram as maiores dificuldades, demonstrando não recordar a nomenclatura algébrica utilizada, bem como dos procedimentos a serem adotados. Verificou-se que 60% dos estudantes resolveram as fichas dois, três e quatro de maneira correta. Os estudantes que responderam corretamente demonstraram clareza na resolução de operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de termos algébricos. Constatou-se que os outros 40% que não apresentaram as resoluções corretas demonstraram dificuldades em relação à identificação de termos numéricos e algébricos. Considerando os conceitos sobre adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros, 80% dos estudantes responderam de forma correta. A Figura 18 destaca a resposta dada pelo estudante B, e evidencia a dificuldade de identificar termos algébricos semelhantes e termos numéricos.

Figura 18 – Declaração do estudante B


FICHA 02 – Somando termos semelhantes

Objetivo: reconhecer que jamais podemos somar termos algébricos com termos independentes numa equação.

Recordando:

Só podemos somar termos semelhantes, ou seja, termos com incógnitas (ou algébricos) só podem ser somados com outros termos com incógnitas, e termos numéricos (ou independentes) somente são somados com outros termos numéricos.

Assim, registre seus cálculos nas somas dos seguintes polinômios:

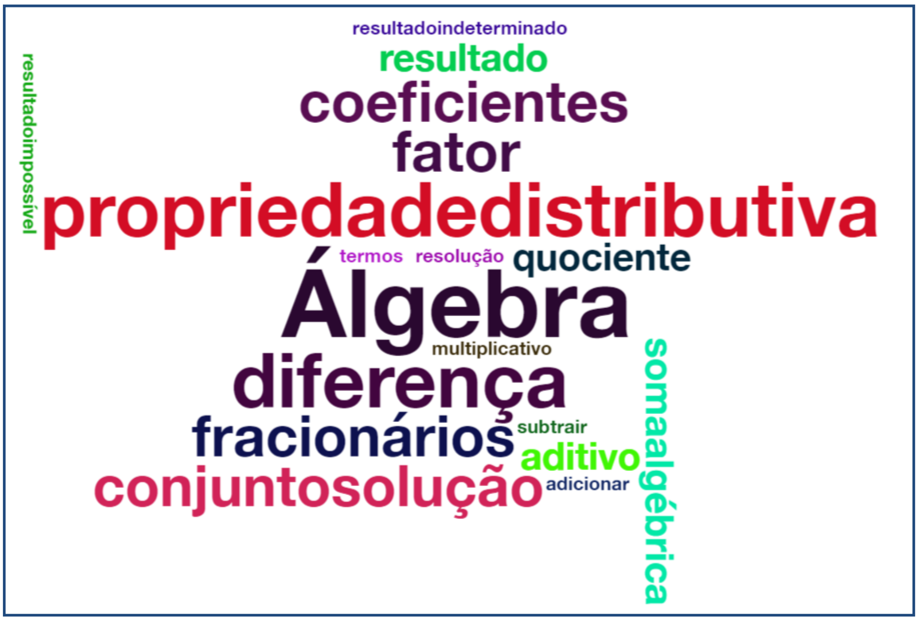
a) $5x + 2x =$ 7

Fonte: Acervo da autora (2019).

Para a resolução das atividades propostas por Lima (2010), os estudantes utilizaram o *Dicionário On-line*,[18] para auxiliar na interpretação das situações abordadas e nas dúvidas relativas aos significados de algumas palavras.

Nas fichas cinco, seis e sete, elaboradas por Lima (2010), foram recordados conceitos relativos à resolução de equações, tais como incógnita, membros de uma equação, coeficientes e transposição de termos. Observou-se que 50% dos estudantes relataram não recordar o significado de palavras relativas às equações (incógnita, variável, coeficiente, termo algébrico, termo independente), conforme a Figura 19. Contudo, 90% dos estudantes obtiveram êxito nas atividades, após realizarem consultas ao dicionário e haver compartilhamento de ideias com os demais colegas. Dos 10% que responderam incorretamente, apenas 5% demonstraram ausência de conhecimento sobre o assunto.

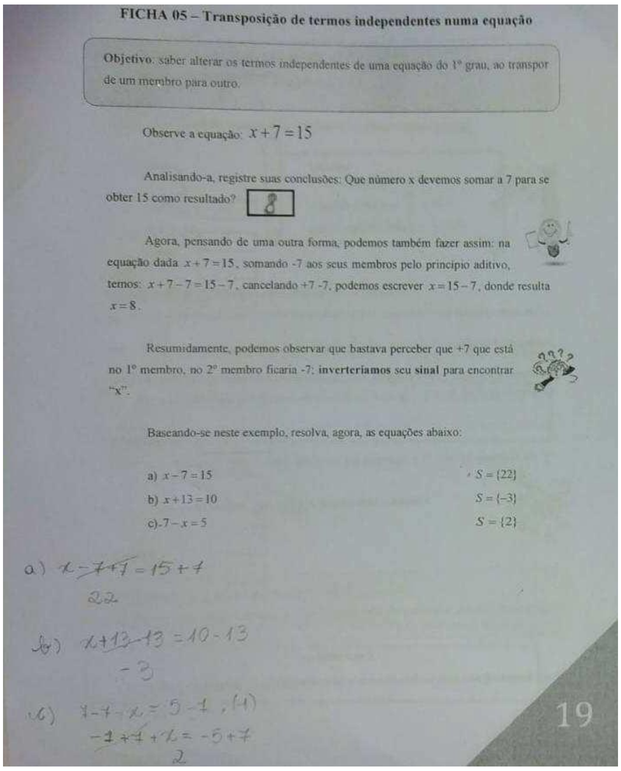
Figura 19 – Nuvem de palavras



Fonte: Elaboração da autora (2019).

[18] Disponível em: Só Matemática: https://www.somatematica.com.br/dicionarioMatematico/b.php. Acesso em: 20 ago. 2020.

Figura 20 – Declaração do estudante C



FICHA 05 – Transposição de termos independentes numa equação

Objetivo: saber alterar os termos independentes de uma equação do 1º grau, ao transpor de um membro para outro.

Observe a equação: $x+7=15$

Analisando-a, registre suas conclusões: Que número x devemos somar a 7 para se obter 15 como resultado? $\boxed{8}$

Agora, pensando de uma outra forma, podemos também fazer assim: na equação dada $x+7=15$, somando -7 aos seus membros pelo princípio aditivo, temos: $x+7-7=15-7$, cancelando +7 -7, podemos escrever $x=15-7$, donde resulta $x=8$.

Resumidamente, podemos observar que bastava perceber que +7 que está no 1º membro, no 2º membro ficaria -7; **inverteríamos** seu **sinal** para encontrar "x".

Baseando-se neste exemplo, resolva, agora, as equações abaixo:

a) $x-7=15$ $S=\{22\}$

b) $x+13=10$ $S=\{-3\}$

c) $-7-x=5$ $S=\{2\}$

a) $x\cancel{-7+7}=15+7$

22

b) $x\cancel{+13-13}=10-13$

-3

c) $7-7-x=5-7$. (-1)

$-7+7+x=-5+7$

2

19

Fonte: Acervo da autora (2019).

Conforme Menezes (2010, p. 63), "a álgebra marca a introdução de um domínio mais sofisticado na matemática. Até então, professor e alunos trabalhavam na aritmética, em que os objetos são mais concretos, e as operações eram, dessa forma, mais reais".

Para Menezes (2010), há uma ruptura epistemológica nessa passagem, em que conceitos mais simples dão lugar a conceitos mais sofisticados e abstratos. Estratégias e metodologias, que propiciem a interação do conceito "velho" com o "novo" conceito, aliadas a atividades que associem o conteúdo à sua aplicação, são maneiras de tornar a Álgebra mais real, afirma Menezes (2010).

Lorenzato (1995) apresenta uma ideia, ainda atual, da importância sobre a abordagem de atividades contextualizadas. Para este autor, o estudo das equações do segundo grau colabora para o ato de pensar e do saber visual, habilidades estruturantes para abordagens geométricas deste e de outros conteúdos.

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter as equações do 2º grau na escola, bastaria o argumento de que sem estudá-las as pessoas não desenvolvem o pensar ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações da vida que forem geometrizadas, [...] (LORENZATO, 1995, p. 15).

Nesse contexto, a Base Nacional Comum Currricular (BNCC) ressalta que tal conhecimento matemático é necessário para todos os estudantes da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação integral do educando. Assim, a contextualização das atividades matemáticas é apresentada como um fator importante no processo de aprendizagem, pois atende às diferenças individuais dos estudantes.

Para Menezes (2010) atividades que associam o conteúdo à sua aplicação são formas de tornar o conhecimento algébrico mais real e contribuem, significativamente, para a interação dos saberes já existentes com o novo conceito abordado.

Dessa forma, para a continuidade, foram propostas atividades que contemplavam aplicações das equações do segundo grau, conforme APÊNDICE G. Na primeira questão, que questionava sobre a trajetória do movimento de uma pedra atirada dentro de um rio, 100% dos estudantes conseguiram descrever a trajetória do movimento da pedra, e 40% conseguiram associar a uma trajetória de parábola. Na simulação apresentada nesta questão, os estudantes relataram similaridades da trajetória de projéteis com a trajetória da pedra atirada dentro de um rio.

A questão número dois do APÊNDICE G contextualizava a Lei da Queda dos Corpos e solicitava que o estudante identificasse elementos da equação do segundo grau. Nessa atividade, 50% dos estudantes identificaram elementos da equação do segundo grau na fórmula que permite calcular a distância, em função do tempo da queda de um corpo; 20% dos estudantes conseguiram reescrever a fórmula como uma equação do segundo grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$. Na simulação proposta para a queda de um corpo, todos os estudantes obtiveram êxito.

Tais situações de aplicação das equações do segundo grau, com maior nível de complexidade apresentadas, levavam em consideração os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora defendida por Moreira (2011).

Para Ausubel (2003), o estudante assume a responsabilidade pela própria aprendizagem, quando aceita a tarefa de aprender e quando tenta, de forma genuína, integrá-la aos conhecimentos que já possui. Para esse autor, o envolvimento no processo de aprendizagem e a predisposição para aprender se constituem em aspectos relevantes na aprendizagem significativa e ocorrem à medida que os estudantes se sentem mais motivados e encontram sentido nas atividades desenvolvidas. Nessa perspectiva, Avelino *et al*. (2019) e Macêdo *et al*. (2019) sugerem a aplicação de jogos em sala de aula e o uso de materiais manipuláveis, como estratégias que podem contribuir para a apropriação, o engajamento e a consciência dos estudantes sobre o processo educativo.

A questão número três do APÊNDICE G trazia uma explicação sobre o IMC e a forma como é calculado. Os estudantes deveriam analisar as referências do índice e determinar o IMC. Nela, 100% dos estudantes responderam corretamente.

Na questão número quatro do APÊNDICE G, foi abordada a aplicação da equação do segundo grau, na construção de pontes. Nela, 100% dos estudantes relacionaram o formato de algumas pontes com a parábola.

Ao realizar as atividades do APÊNDICE G, verificou-se nos estudantes uma inquietação e curiosidade sobre o assunto. Conforme Ausubel,

> o estudante assume uma responsabilidade adequada pela própria aprendizagem: 1. Quando aceita a tarefa de aprender activamente, procurando compreender o material de instrução que lhe ensinam. 2. Quando tenta, de forma genuína, integrá-lo nos conhecimentos que já possui. 3. Quando não evita o esforço ou a batalha por novas aprendizagens difíceis e não exige que o professor “lhe faça a papa toda”. 4. Quando decide fazer as perguntas necessárias sobre o que não compreende (AUSUBEL 2003, p. 36).

Macêdo *et al*. (2019) declaram que o uso de materiais manipuláveis podem servir como ferramentas de ensino, e podem ser utilizados para introduzir determinado conteúdo ou até mesmo mostrá-lo de forma concreta, destacando a importância do apoio visual, a fim de ser um meio facilitador da aprendizagem.

Com a utilização de materiais potencialmente significativos espera-se ampliar o conhecimento dos estudantes e proporcionar maior compreensão sobre conceitos algébricos. Nesse sentido, conforme Avelino *et al*. (2019, p. 3): “A aplicação de jogos em sala de aula pode contribuir para a aplicação e contextualização dos conteúdos, o que permite mostrar para os alunos uma aproximação entre o conteúdo escolar e o cotidiano”.

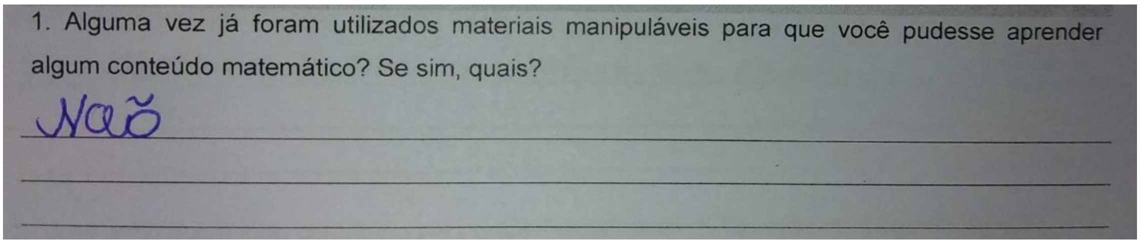
Nessa direção, durante o jogo Trilha das Equações, que envolve situações com equações quadráticas, os estudantes responderam às atividades registrando no caderno também as dificuldades encontradas. O jogo foi confeccionado pela pesquisadora, em folhas de desenho, e continha 26 cartas, um dado e marcadores. No jogo, o participante retirava uma carta e seguia as orientações presentes nela, após, lançava o dado e percorria, com seu marcador, o número de casas fornecido pelo dado. No decorrer do jogo, foi possível observar que a maioria dos estudantes respondia corretamente às questões propostas e que eventuais erros eram rapidamente justificados e esclarecidos pelos participantes do grupo.

Na opinião de Moreira (2011), a recursividade é a possibilidade de refazer as tarefas de aprendizagem, aproveitando o erro como recurso de aprendizagem com significado. Para este autor, a aprendizagem é a

> capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento adquirido a novas situações; resulta da interação cognitiva não-arbitrária e não-literal entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos; depende fundamentalmente de conhecimentos prévios que permitam ao aprendiz captar significados (em uma perspectiva interacionista, dialética, progressiva) dos novos conhecimentos e, também, de sua intencionalidade para essa captação (MOREIRA, 2011, p. 8).

Na avaliação sobre a utilização dos jogos como estratégia de aprendizagem, os estudantes responderam ao questionário para expressar suas opiniões sobre a utilização de materiais manipuláveis durante sua experiência estudantil; a importância do jogo para o aperfeiçoamento de equações do segundo grau; as dificuldades apresentadas; os pontos interessantes do jogo, e quais dúvidas ainda precisavam de esclarecimentos.

Figura 21 – Declaração do estudante D

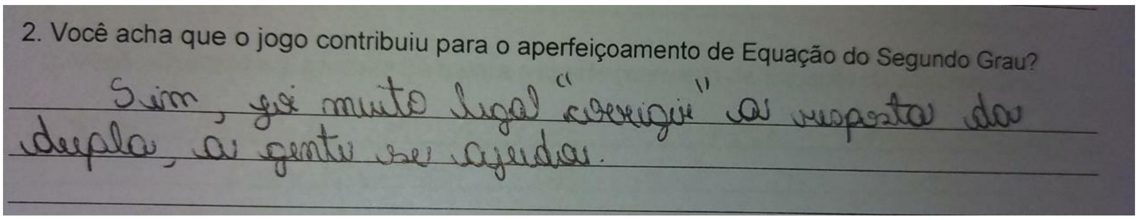

1. Alguma vez já foram utilizados materiais manipuláveis para que você pudesse aprender algum conteúdo matemático? Se sim, quais?

Não

Fonte: Acervo da autora (2019).

As respostas negativas dos estudantes ao questionamento sobre a utilização de materiais manipuláveis para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, Figura 21, sugerem falta de experiência ou de familiaridade com estratégias metodológicas que propiciem uma aprendizagem significativa, nas aulas de Matemática.

Figura 22 – Declaração do estudante E

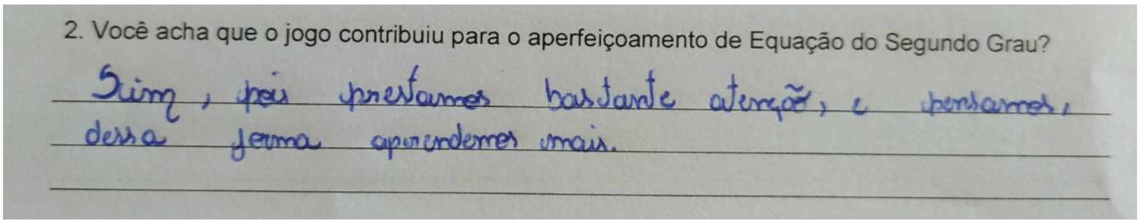

2. Você acha que o jogo contribuiu para o aperfeiçoamento de Equação do Segundo Grau?

Sim, foi muito legal "corrigir" a resposta da dupla, a gente se ajuda.

Fonte: Acervo da autora (2019).

Durante o jogo, os estudantes mostraram-se envolvidos e participativos, conforme declarações nas Figuras 22, 23 e 24. O estudante sente-se parte do processo de aprendizagem e identifica o erro como uma possibilidade de auxiliar seus pares.

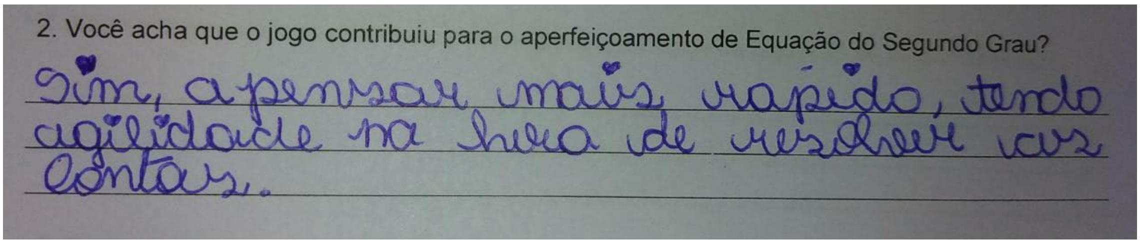
Figura 23 – Declaração do estudante F


2. Você acha que o jogo contribuiu para o aperfeiçoamento de Equação do Segundo Grau?

Sim, pois prestamos bastante atenção, e pensamos, dessa forma aprendemos mais.

Fonte: Acervo da autora (2019).

Figura 24 – Declaração do estudante G

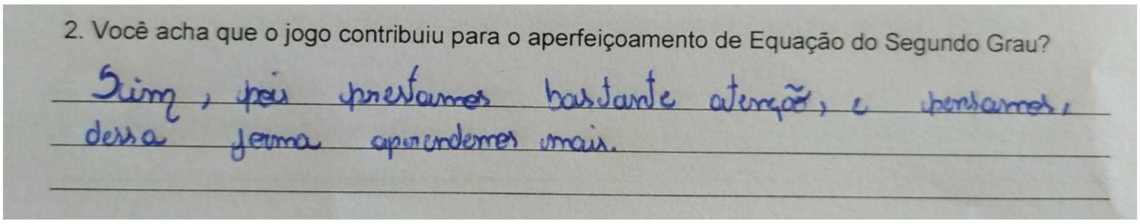

2. Você acha que o jogo contribuiu para o aperfeiçoamento de Equação do Segundo Grau?

Sim, a pensar mais rápido, tendo agilidade na hora de resolver as contas.

Fonte: Acervo da autora (2019).

Nas declarações dos estudantes, Figuras 25, 26 e 27, o jogo é avaliado positivamente, e destacam que é uma forma mais interativa, uma vez que prende a atenção, exige concentração e é uma abordagem diferente durante as aulas.

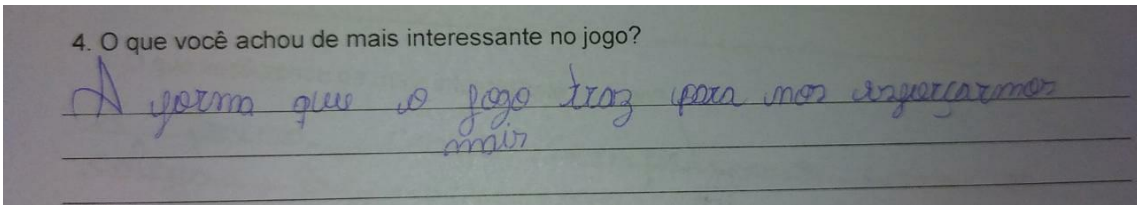
Figura 25 – Declaração do estudante H


2. Você acha que o jogo contribuiu para o aperfeiçoamento de Equação do Segundo Grau?

Sim, pois prestamos bastante atenção, e pensamos, dessa forma aprendemos mais.

Fonte: Acervo da autora (2019).

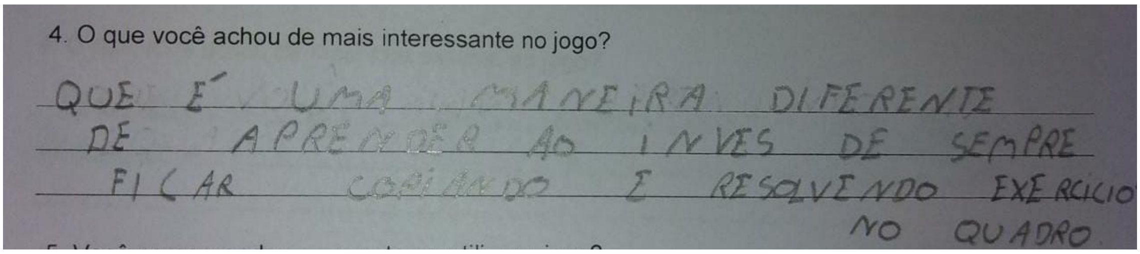
Figura 26 – Declaração do estudante I


4. O que você achou de mais interessante no jogo?

A forma que o jogo traz para nos exercitarmos mais

Fonte: Acervo da autora (2019).

Figura 27 – Declaração do estudante J


4. O que você achou de mais interessante no jogo?

QUE É UMA MANEIRA DIFERENTE DE APRENDER AO INVES DE SEMPRE FICAR COPIANDO E RESOLVENDO EXERCICIO NO QUADRO.

Fonte: Acervo da autora (2019).

Em conformidade com Avelino *et al*.,

> os jogos como estratégia de ensino e aprendizagem na sala de aula é um recurso pedagógico que apresenta excelente resultados, pois cria situações que permitem ao aluno desenvolver diferentes formas para resolver um problema proposto, estimula a sua criatividade num ambiente desafiador e ao mesmo tempo gerador de motivação, que é um dos grandes desafios do professor de matemática [...] (AVELINO *et al*., 2019, p. 3).

Sarmento *et al*. (2019) enfatizam que a utilização de jogos como ferramenta de ensino se trata de uma alternativa na busca de sanar as deficiências no ensino e facilitar a assimilação e a fixação dos conceitos, por parte dos estudantes, sendo mencionado também em importantes documentos que norteiam a prática educativa como, por exemplo, os PCNs e a BNCC.

Para Avelino *et al*.,

> os resultados dessas atividades demonstraram que há potencialidades pedagógicas com a utilização de jogo para aprendizagem em Matemática, mas salientamos que o planejamento é condição fundamental para que estas tenham sucesso e alcance resultados positivos. Com o planejamento, elaboração e aplicação destas atividades, pudemos perceber que a utilização de jogos didáticos tem bastante influência no processo de ensino e aprendizagem.
> Com isso é possível perceber que os jogos contribuem no ensino de matemática quando bem elaborados e construídos pelo docente. É uma excelente oportunidade de mudar aulas tradicionais que tornar-se de certa forma uma rotina cansativa. Essas aulas propiciam além de uma aprendizagem interativa e divertida, a socialização dos educandos no ambiente escolar (AVELINO *et al*., 2019, p. 8).

De acordo com Ausubel (2003), a experiência de aprendizagem, na aprendizagem significativa, é subjetivamente agradável e familiar e aguça, também, a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirirem novos conhecimentos. Segundo Ausubel (2003), os estudantes têm tendência a se envolverem no processo educativo, à medida que se sentem mais motivados e quando as atividades de aprendizagem fazem sentido.

Nesse sentido, Moreira (2011) aponta que, do ponto de vista cognitivo, ocorre a diferenciação progressiva, pois determinado subsunçor serviu de ancoradouro para novos conhecimentos em um processo interativo e dialético.

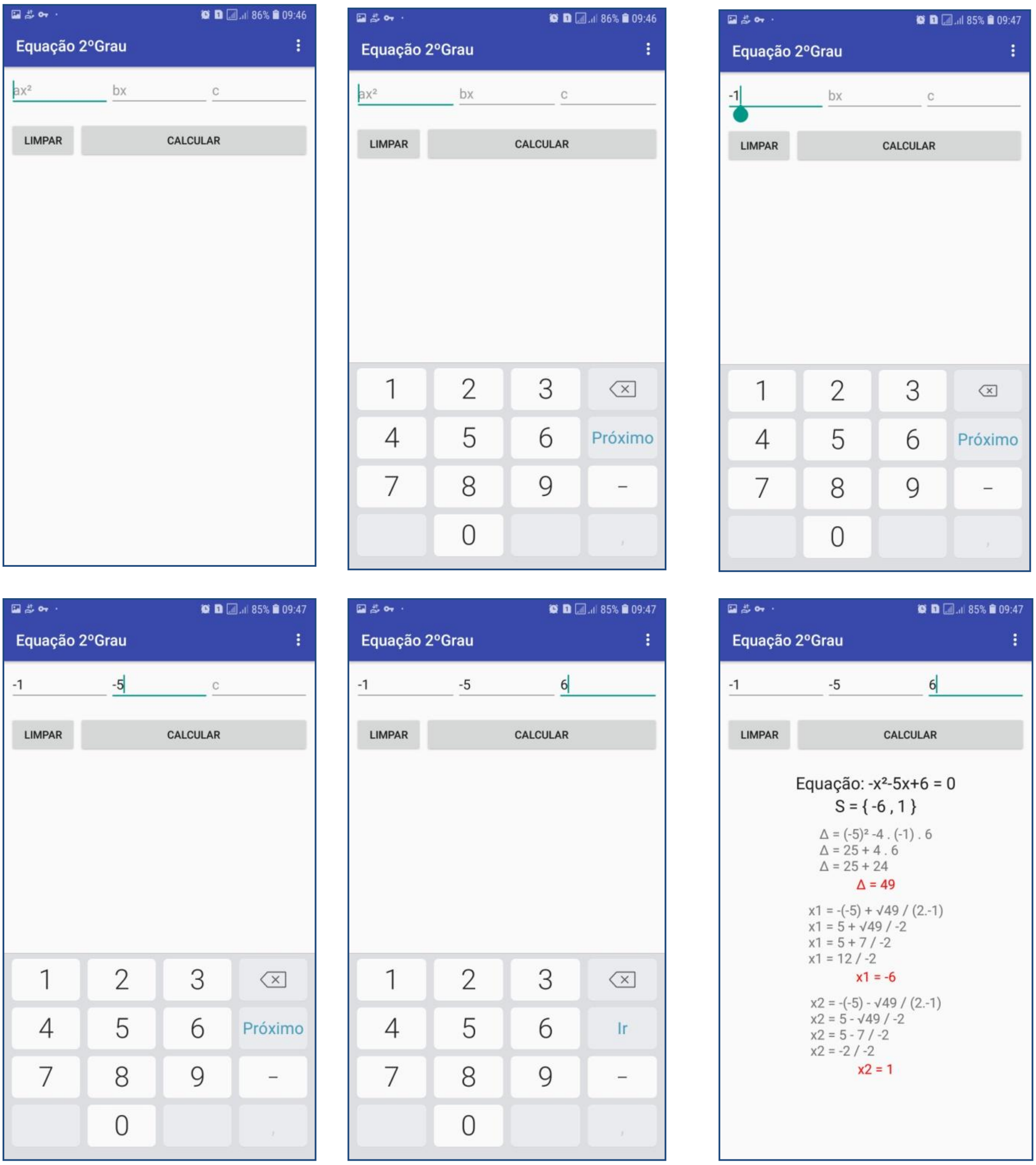
De acordo com as respostas dos estudantes e respectivas análises, percebeu-se que alguns conceitos estavam mais claros, alguns ausentes e outros necessitavam de maior aprofundamento, por meio de mais elementos para a apropriação do conhecimento. Assim, todas as atividades apresentadas no projeto foram planejadas de modo que contemplassem graus de complexidade diferentes e organizadas em níveis de complexidade progressivos, apresentando "relacionabilidade" entre novos conhecimentos.

Para Ausubel (2003, p. 43), "as condições de aprendizagem pressupõem, além disso, a existência de uma situação de aprendizagem significativa no aprendiz e de materiais de aprendizagem potencialmente significativos".

Dando continuidade às atividades com maior abstração, generalidade e inclusividade no estudo de equações do segundo grau, os estudantes reuniram-se em duplas e utilizaram o aplicativo *Equação de 2º Grau* (Figura 12) para a resolução das questões do APÊNDICE B.

Figura 12 [19]- Aplicativo *Equação do 2º Grau*

(Continua)



Fonte: Acervo da autora (2019).

A utilização de meios digitais e de materiais manipuláveis é ressaltada na BNCC, como forma de promover uma aprendizagem com significação. Além disso, o pensamento algébrico e o pensamento computacional estão embasados nas competências gerais

[19] A Figura 12 segue esta numeração, pois faz parte da seção *4.2 Desenvolvimento da UEPS* e está sendo citada novamente.

apresentadas pela BNCC. Lorenzato (1995) estabelece uma relação intrínseca entre diversificação de estratégias de aprendizagem; a utilização de materiais manipuláveis contextualizados à realidade do educando, e a consolidação das aprendizagens.

O exemplo 1 do APÊNDICE B contextualizava uma situação de área de uma região retangular e exigia que os estudantes determinassem as medidas dos lados de um cercado a ser construído. Nas condições apresentadas, 90% dos estudantes desenharam um esboço com as dimensões do terreno, chamaram a medida de um dos lados da cerca de "x" e a outra medida sendo expressa como "$32 - 2x$". Aplicando os conceitos de multiplicação de termos algébricos, 90% dos estudantes concluíram que a equação $x^2 - 16x + 28 = 0$ representa a situação. As raízes dessa equação foram obtidas com facilidade por todos os estudantes, utilizando o aplicativo *Equação de 2º Grau.* Nessa situação, foram encontradas duas soluções para a equação, e 100% dos estudantes concluíram que apenas uma delas satisfazia a condição inicial da situação.

No exemplo 2 do APÊNDICE B, os estudantes deveriam considerar duas funções relativas a uma ninhada de pássaros. A função 1: $C = x^2 - 12x+48$ representava o custo mensal, C, em centenas de real, para a manutenção de x pássaros. A função 2: $V = 2x+3$ representava o valor V arrecadado, em centenas de real, com a venda de x pássaros. Sabendo que o lucro mensal obtido era determinado pela diferença entre os valores de venda V e o custo C, 30% dos estudantes determinaram corretamente a expressão $(- x^2- 12x+48) - (2x+3)$, que representava o lucro nas vendas, e 70% dos estudantes apresentaram a expressão, também correta, na sua forma reduzida $- x^2 + 14x + 45$.

Para resolver o problema apresentado no exemplo 3 (APÊNDICE B), os estudantes precisariam utilizar alguns conceitos relacionados à Física. O problema solicitava o espaço percorrido por um veículo até o final da frenagem, considerando que o motorista dirigia a uma velocidade de trinta quilômetros por hora, e os freios produziam uma desaceleração de dois metros por segundo ao quadrado. A Equação de Torricelli foi identificada por 90% dos estudantes, e 80% dos estudantes determinaram corretamente o espaço percorrido pelo veículo.

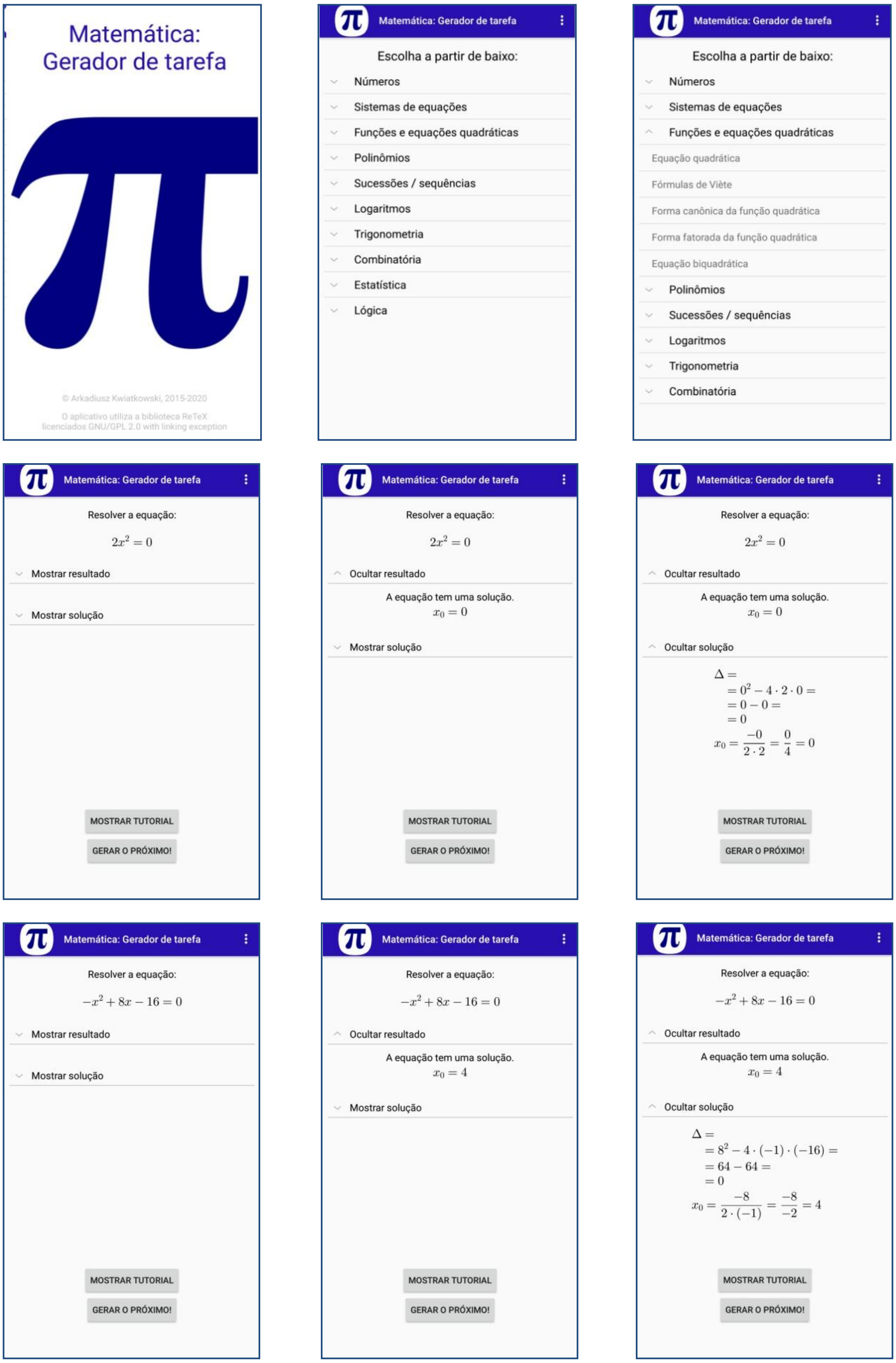
Para a resolução do problema apresentado no exemplo 4 (APÊNDICE B), 60% dos estudantes desenharam um esboço das idades da mãe e da filha, considerando a idade da filha como "x" e a idade da mãe "$x+20$". Para calcular o produto surgiram algumas dúvidas, mas os estudantes recordaram o Exemplo 1 e, aplicando os conceitos de multiplicação de termos algébricos, 100% dos estudantes obtiveram a equação $x^2 + 20\ x - 525 = 0$. As raízes dessa equação e a solução para a situação foram obtidas com facilidade pela totalidade dos estudantes.

Observou-se que o ensino centrado no estudante pode proporcionar situações de aprendizagem, nas quais o estudante torna-se protagonista no processo de aprendizagem, possibilitando discussões, interações, atividades colaborativas e apresentação de resultados (Moreira, 2018). Moreira (2011), destaca a importância da resolução de atividades em pequenos grupos, com a participação de todos os integrantes e a posterior apresentação ao grande grupo, como um consenso entre os pequenos grupos a ser apreciado criticamente pelo grande grupo. Ainda, segundo Moreira (2011), a capacidade de explicar e aplicar o conhecimento adquirido resulta da interação cognitiva, o que se constitui em um indício de aprendizagem com significado.

Menezes (2010) afirma que o processo de reelaboração do saber surge por meio das múltiplas interações vividas pelo educando e que o processo de modificação do saber passa pelo entendimento do contexto histórico do conteúdo a ser desenvolvido.

Seguindo a proposta de construção de uma sequência didática fundamentada em teorias de aprendizagem, particularmente a da aprendizagem significativa, apresentada por Ausubel (2003), os estudantes foram desafiados a fazer uma retomada relevante da continuação do processo de diferenciação progressiva, durante a execução da tarefa realizada em casa, utilizando o aplicativo Matemática: Gerador de Tarefa (Figura 13). Em aula anterior, de acordo com a estratégia de aprendizagem Flipped Classroom, foi solicitado que os estudantes realizassem duas atividades sugeridas pelo aplicativo *Matemática: Gerador de Tarefa* e registrassem suas dúvidas. Durante o momento, verificou- se que os estudantes não tiveram dificuldades para solucionar as equações, uma vez que 100% dos estudantes responderam corretamente. Alguns estudantes relataram ter respondido mais atividades do que as sugeridas.

Figura 13[20] – Aplicativo Matemática: Gerador de Tarefa



Fonte: Acervo da autora (2019).

---

[20] A Figura 13 segue esta numeração, pois faz parte da seção *4.2 Desenvolvimento da UEPS* e está sendo citada novamente.

Conforme Ausubel,

> [...] em oposição às variáveis da estrutura cognitiva, a prontidão cognitiva, no sentido do termo que se prende com o desenvolvimento, não se determina pelo estado existente dos conhecimentos de matérias do aprendiz numa determinada área, mas antes pela maturidade cognitiva ou pelo nível qualitativo de funcionamento intelectual do mesmo, exigido para se levar a cabo a tarefa de aprendizagem com um grau razoável de esforço e probabilidade de êxito (AUSUBEL, 2003 p. 13).

Para Ausubel (2003) e Moreira (2011), a predisposição ao ato de aprender e à atividade de resolução de problemas também pode resultar em aquisições de conhecimentos. Nesse sentido, 80% dos estudantes atingiram os objetivos de analisar, interpretar e validar as soluções encontradas para problemas que envolvam equações do segundo grau e utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética ao se comunicar, acessar e disseminar informações; produzir conhecimentos e resolver problemas. Os estudantes socializaram as soluções obtidas e não encontraram dificuldades consideráveis. De acordo com Cury (2008), a análise dessas produções é uma atividade que traz para o professor e para os estudantes a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber.

Retomando os questionamentos das aulas iniciais, os estudantes foram desafiados a criarem situações, após a leitura do texto "História da Matemática",[21] com algumas aplicações das equações de segundo grau, contribuições da Matemática e como pode ser utilizada para resolver situações cotidianas. Os estudantes propuseram algumas atividades contextualizadas e que utilizavam as equações do segundo para a solução das situações propostas. As situações apresentadas, envolviam o cálculo do IMC, a determinação do tempo de queda e da altura máxima atingida por um objeto lançado ao espaço, o cálculo de áreas de regiões retangulares e a determinação da área do espaço externo e do telhado da escola.

Conforme Moreira (2011, p. 5), "como tarefa de aprendizagem, em atividades desenvolvidas ao longo da UEPS, pode-se pedir aos alunos que proponham, eles mesmos, situações-problema relativas ao tópico em questão".

[21] Disponível em: https://www.portalsaofrancisco.com.br/matematica/historia-da-matematica#:~:text=Inicialmente%20matem%C3%A1tica%20foi%20baseada%20no,antes%20da%20inven%C3%A7%C3%A3o%20da%20escrita e https://monografias.brasilescola.uol.com.br/matematica/historia-matematica.htm. Acesso em: 15 ago. 2019.

Os resultados obtidos nessa atividade podem gerar indícios de uma aprendizagem significativa, considerando que a totalidade dos estudantes apresentou situações-problema relevantes.

No decorrer do processo de aplicação desta UEPS, observou-se que a maioria dos estudantes conseguiu estabelecer relações entre os novos conhecimentos e os conceitos existentes na estrutura cognitiva. Isto se tornou evidente nas situações em que os estudantes apresentaram argumentações utilizando linguagem verbal e escrita apropriadas e fundamentadas em algum conhecimento científico já compreendido.

Assim, para Ausubel, "a essência do processo de aprendizagem significativa, tal como já se verificou, consiste no facto de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias)".

Conforme Moreira (2011), quando há a recombinação dos elementos previamente existentes na estrutura cognitiva, acontece o processo de reconciliação integrativa na óptica da organização cognitiva. Nessa relação, Ausubel (2003) ressalta a importância de o estudante tomar ciência do seu próprio processo de aquisição e que está em constante busca do conhecimento. Na Tabela 4, apresentam-se as respostas fornecidas pelos estudantes, quando questionados sobre qual abordagem julgam ser mais eficiente para a ampliação dos conhecimentos.

Tabela 4 – Respostas dos estudantes sobre a ampliação dos conhecimentos

Resposta	Frequência absoluta	Frequência relativa %
Através das explicações	4	20
Através do material	6	30
Através dos aplicativos e jogos	10	50
Total	20	100

Fonte: Elaboração da autora (2019).

A avaliação da aprendizagem, por meio desta UEPS, foi feita em cada etapa ao longo de sua aplicação. Masini (2011) reconhece e reforça a necessidade deste acompanhamento para o processo de significação. Segundo Moreira (2011), esse acompanhamento visa verificar as ideias, as relações, as competências e habilidades preexistentes na estrutura cognitiva, a fim de uma tomada de consciência por parte do professor, com o intuito de planejar os organizadores prévios e propor novas situações que propiciem a ancoragem de novos conceitos e facilitem a aprendizagem de maneira significativa. Nessa perspectiva, os instrumentos de pesquisa, as tarefas individuais e em grupos, as discussões, os debates, as explicações e observações e os registros da pesquisadora forneceram suficientes subsídios, para constatar que os estudantes puderam perceber que as diferentes estratégias utilizadas levaram à compreensão do conteúdo, e que os conhecimentos prévios que possuíam são importantes, pois serviam como pontos de ancoragem de novos conceitos.

Durante a realização da avaliação, percebeu-se o interesse, a organização e a tranquilidade dos estudantes quanto à apropriação dos conhecimentos. Foi possível identificar que muitos estudantes conseguiram integrar novos conceitos com seus conhecimentos prévios. A utilização de jogos matemáticos, com recursos tecnológicos, a interação com outros estudantes e as atividades promovidas demonstraram o nível de organização em que se encontra a estrutura cognitiva dos estudantes. Na aplicação da UEPS sobre as equações do segundo grau, os estudantes foram direcionados a pensar, ouvir, comparar, organizar, sintetizar, desempenhando assim um papel mais ativo na busca por conhecimento.

Após cada etapa da UEPS, foram considerados os seguintes critérios para a avaliação: a) atendimento ao objetivo; b) empenho e comprometimento no desenvolvimento das atividades; c) realização das atividades; e d) observações necessárias. Os objetivos das três etapas desta UEPS foram atendidos. Foi possível inferir que, para muitos dos estudantes participantes, a recém-adquirida informação relacionou-se aos aspectos relevantes e intrínsecos na estrutura cognitiva, formando uma nova rede de conexões durante esse processo.

Segundo Masini (2011), a essência da aprendizagem significativa está no sujeito do conhecimento, em suas individualidades substanciais. O sujeito do conhecimento é o sujeito capaz de perceber, compreender e estar aberto para as situações que o cercam e para as quais atribui significados, no mundo em que ele está inserido, permitindo, assim, seu próprio processo de aquisição e construção do conhecimento.

Para Ausubel (2003), a aprendizagem é muito mais significativa à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento de um estudante e adquire significado para ele, a partir da relação com seu conhecimento prévio. Ao contrário, ela se torna mecânica ou repetitiva, uma vez que se produziu menos essa incorporação e atribuição de significado, e o novo conteúdo passa a ser armazenado isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva. Conforme Goulart,

> [...] uma aprendizagem deve ser significativa, isto é, deve ser algo significante, pleno de sentido, experimental, para a pessoa que aprende. [...] Rogers caracterizou

> a aprendizagem significativa como autodenunciada, penetrante, avaliada pelo educando e marcada pelo desenvolvimento pessoal (GOULART, 2000, p. 94).

Assim sendo, observou-se que as atividades desenvolvidas favoreceram aos estudantes a compreensão sobre os conceitos algébricos envolvidos e a aplicação das equações. Conforme declaração do estudante B, no questionário inicial foi evidenciada a falta de compreensão e da aplicação do conteúdo. Analisando as respostas fornecidas pelo mesmo estudante na avaliação final, nota-se um aprimoramento no processo algébrico e uma significação do conteúdo das equações. Nesse sentido, fazendo uma comparação das respostas da avaliação diagnóstica com a avaliação final, foi possível considerar o material utilizado como potencialmente significativo e que há indícios de uma aprendizagem significativa, visto que foram observados processos de modificação do conhecimento, em um sentido externo e observável, além de reconhecimento da importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento.

Conforme Ausubel,

> [...] a subsunção explica, em grande parte, a aquisição de novos significados (ou o acréscimo de conhecimentos); o leque alargado de retenção de materiais apreendidos significativamente; a própria organização psicológica de conhecimentos como estrutura hierárquica na qual os conceitos mais inclusivos ocupam uma posição cimeira e, depois, subsumem, de forma progressiva e descendente, subconceitos extremamente diferenciados e dados factuais; e a ocorrência final do esquecimento (AUSUBEL, 200, p. 44).

Também para Ausubel,

> a “aprendizagem significativa”, por definição, envolve a aquisição de novos significados. Estes são, por sua vez, os produtos finais da aprendizagem significativa. Ou seja, o surgimento de novos significados no aprendiz reflecte a acção e a finalização anteriores do processo de aprendizagem significativa. Depois de explorarmos, com algum pormenor, o que está envolvido neste processo, iremos verificar, de modo mais explícito, quer a natureza do próprio significado, quer a relação deste com a aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003, p. 71).

.

6 PRODUTO EDUCACIONAL

Como produto educacional foi elaborado um *Guia Didático*, com base na pesquisa realizada. Trata-se de uma sugestão, destinada a professores interessados, contendo atividades sistematizadas e categorizadas, para que haja a assimilação de novos conceitos, resgatando o que o aprendiz já conhece. Para que os estudantes se apropriem do conhecimento, esta proposta pedagógica propõe atividades contextualizadas, utilização de aplicativos educacionais e jogos, os quais podem contribuir com a motivação necessária para aprender e, com isso, promover uma formação socializadora.

Os envolvidos no estudo são estudantes da disciplina de Matemática, do 9º ano do Ensino Fundamental.

A sequência didática proposta neste estudo se constitui numa possibilidade para a elaboração de materiais potencialmente significativos, que considerem os conhecimentos prévios dos estudantes e apresentem o objeto do conhecimento com coerência de argumentação (MOREIRA, 2011). Ainda Moreira (2011, p. 43) pontua que “são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a Aprendizagem Significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula”.

O conteúdo curricular *Equações do 2º grau* pode ser aprofundado com a aplicação da UEPS com o auxílio de jogos e aplicativos educacionais. Esta escolha justifica-se pelo fato de que a educação matemática requer novas formas de abordagem, integrando as diferentes áreas de conhecimento e objetivando que os estudantes desenvolvam a capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento, para resolver situações-problema, capacidade de associar o conteúdo a temas transversais, conforme a BNCC.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os PCNs (BRASIL, 2001, p. 132) enfatizavam que "estar alfabetizado, neste início de século, supõe saber ler e interpretar dados de maneira organizada e construir representações e generalizações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações", frisando a importância de saber ler e interpretar dados do cotidiano, sendo essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Com tais pressupostos, esta pesquisa, fundamentada na TAS, de Ausubel (2003), apresentou a construção, a aplicação e a avaliação de uma unidade de ensino potencialmente significativa, no componente curricular de Matemática. A UEPS proposta foi organizada conforme os passos citados por Moreira (2011). A aplicação da unidade de ensino ocorreu no período de novembro a dezembro de 2019. Participaram da aplicação vinte estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. A instituição que proporcionou a aplicação é de ensino público, localizada na cidade de Caxias do Sul/RS.

Entendendo que a Álgebra e o estudo das Equações devem ser desenvolvidos de forma que os estudantes atribuam significado ao processo de aquisição do conhecimento, a pesquisa justificou-se pela importância desse conhecimento no contexto moderno, para, desse modo, melhorar a aprendizagem das equações do segundo grau. As mesmas apresentam relevância na Matemática e em outras ciências, contribuindo significativamente em áreas como Astronomia, Engenharia, Aviação e Geometria. Conforme Pereira e Santos,

> ao longo dos anos, o estudo das equações tem sido considerado um tema bastante significativo na educação escolar. Representa para os alunos uma nova oportunidade de aprendizagem algébrica, ampliando os horizontes de seu raciocínio abstrato, possibilitando-lhe a compreensão do porquê das fórmulas apresentadas bem como a transferência consciente desse conhecimento para o enfrentamento de situações do cotidiano. Nesse sentido as ideias sobre equações do 2º grau percorrem o conhecimento escolar desde as primeiras noções de proporcionalidade nos anos finais do Ensino Fundamental até ao ensino superior, pois estão entre as mais poderosas e úteis noções em toda a matemática e em várias outras ciências. (PEREIRA; SANTOS, 2020, p. 2).

O problema que norteou esta pesquisa está relacionado às dificuldades observadas, à falta de compreensão do significado e das aplicações de equações do segundo grau no 9º ano do Ensino Fundamental. A UEPS proposta utilizou diferentes estratégias e recursos pedagógicos como ferramentas de ensino, para facilitar o processo de apropriação do conhecimento. Observou-se, assim como sugerem Avelino *et al*. (2019), que a adoção de tais propostas demonstra potencialidades pedagógicas, e pode contribuir para uma aprendizagem interativa e com significado.

A partir da análise dos dados produzidos na pesquisa, constatou-se que grande parte dos estudantes conseguiu estabelecer relações entre os novos conhecimentos e os conceitos existentes na estrutura cognitiva. Assim sendo, as atividades desenvolvidas foram consideradas com potencial para proporcionar aos estudantes a aquisição de conhecimento sobre as equações do segundo grau, favorecendo a compreensão sobre os conceitos algébricos envolvidos e aplicações das equações. Nesse sentido, após a análise dos dados, foi possível visualizar que o material utilizado é potencialmente significativo, e que há indícios de uma aprendizagem significativa, visto que foram observados processos de modificação do conhecimento, em um sentido externo e observável, considerando o reconhecimento da importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald.; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Trad. de Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 2003.

AVELINO, Ana Paula; SOUZA, Laíse; SANTOS, Daniela. Atividades diferenciadas no ensino de matemática: mobilizando saberes e superando dificuldades de aprendizagem em multiplicação e equação do segundo grau. 2019. *In*: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18., 2019, Ilhéus, Bahia. **Anais** [...]. Ilhéus, 2019.

AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da resolução de problemas**. 2002. 176 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2002.

BOYER, Carl. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** (**BNCC).** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 20 maio 2019.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs)**. Brasília, 2010. Disponível em: chromeextension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=http%3A%2F%2Fportal.mec.gov.br%2Findex.php%3Foption%3Dcom_docman%26view%3Ddownload%26alias%3D13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf%26Itemid%3D30192&clen=4338200&chunk=true. Acesso em: 20 maio 2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12657%3Aparametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series&catid=195%3Aseb-educacao-basica&Itemid=859. Acesso em: 20 maio 2019.

CURY, Helena Noronha. O conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros. *In*: CURY, Helena Noronha.; VIANNA, Carlos Roberto. (org.). **Formação do professor de matemática**: reflexões e propostas. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2008.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. São Paulo: Autores Associados, 2002.

DEMO, Pedro. **Nova mídia e educação: incluir na sociedade do conhecimento**. UnB, 2005. Disponível em: https ://meg-li.tripod.com/sitebuildercontent/sitebuilderfiles/novamidia.doc. Acesso em: 18 dez. 2019.

ELMÔR FILHO, G.; SAUER, L.Z.; ALMEIDA, N.N.; VILLAS-BOAS, V. **Uma nova sala de aula é possível:** Aprendizagem Ativa na Educação em Engenharia. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

FONSECA, João José Saraiva da. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GERHARDT, Tatiana Engel *et al*. Estrutura do projeto de pesquisa. *In*: GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**: 9º ano. Ensino Fundamental: anos finais. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

GOULART, Iris B. **Psicologia da educação**: fundamentos teóricos. Aplicações à prática pedagógica. 7. ed. Petrópolis: Ed. Vozes, 2000.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da matemática: história da equação do 2º grau**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2001.

LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas**: resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

LIMA, Weydson Bruno Barbosa.; ANDRADE, Rivaldo Lopes; ANDRADE, Wuesley Jezreel Medeiros; SILVA, Mádson Francisco. A importância da utilização de diferentes métodos na facilitação da compreensão e resolução da equação do 2° grau. *In:* CONEDU, 6., 2019, Campina Grande: Realize Editora. **Anais** [...]. Campina Grande, 2019.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar geometria? **A educação matemática em revista**, São Paulo, ano III, n. 4, 1995.

MACEDO, Daniel Freire; GOMES COSTA, Mayrton Henrique.; SOARES, Fabrícia Rodrigues.; MACIEL, Aníbal de Menezes. **Uso do material manipulável (Produto Notável) como uma ferramenta no estudo de equação do segundo grau**. *In:* CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA E ENSINO EM CIÊNCIAS (Conapesc), 2019, cidade. **Anais** [...]. Campina Grande, 2019.

MENEZES, Marcus Bessa de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. **Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

MASINI, Elcie F. Salzano; MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa:** condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. São Paulo: Vetor, 2008.

MASINI, Elcie F. Salzano. Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review**, v.1, n.1, p. 16-24, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa crítica**. Disponível em: http:// www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf. 2018. Acesso em: 10 out. 2018.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e unidades de ensino potencialmente significativas**. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fwww.if.ufrgs.br%2F~moreira%2Fmapasport.pdf&clen=506007&chunk=true. 2011. Acesso em: 10 out. 2018.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária. 1999.

NUNES, Camila da Silva. **Unidade de ensino potencialmente significativa (UEPS) para o ensino de estatística na educação básica**. 2015. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, 2015.

PEREIRA, Elaine da Conceição; SANTOS, Artur Silva. **Uma abordagem sobre equações do 2º grau.** 2020. Disponível em: https://revista.faculdadeitop.edu.br/index.php/revista/article/view/269. Acesso em: 18 set. 2020.

PITOMBEIRA, João Bosco Fernandes de Carvalho. **Matemática:** Ensino Fundamental/Coordenação. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004.

PRADO, Elza Maria dos Santos do. **Um novo olhar sobre o ensino de equação e função do segundo grau**. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Campos dos Goytacazes – RJ, 2014.

RELATÓRIOS DO SAEB. 2019. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fdownload.inep.gov.br%2Feducacao_basica%2Fsaeb%2F2019%2Fresultados%2Frelatorio_de_resultados_do_saeb_2019_volume_1.pdf&clen=20349420&chunk=true. Acesso em: 27 jan. 2022.

SARMENTO, Carlos Vitor da Silva; FERREIRA, Gicélia Gomes; OLIVEIRA, Glécia Maria Lopes de; MELO, José Ferreira de; BARBOZA, Rosana Rodrigues dos Santos; SARMENTO, Carlos Felipe da Silva; CRUZ, Maria Aparecida. **A importância dos jogos matemáticos para a aprendizagem:** aplicação do jogo conhecendo a equação no Ensino Médio. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fsemanaacademica.org.br%2Fsystem%2Ffiles%2Fartigos%2Fa_importancia_dos_jogos_matematicos_para_a_aprendizagem_0.pdf. 2019. Acesso em: 18 set. 2020.

SILVA, Glenda Maria da. **Trilha das equações:** a linguagem algébrica nas aulas de matemática. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso(Licenciatura Plena em Matemática) - Instituto Federal Goiano Campus Urutaí, Urutaí, 2021. Disponível em: https://repositorio.ifgoiano.edu.br/handle/prefix/2164. Acesso em: 26 mai. 2022.

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL. Sistema de bibliotecas. **Guia para a elaboração de trabalhos acadêmicos** [recurso eletrônico] / sibucs; organização Carolina Machado Quadros *et al*.; ilustrações Alice Lazzari. 6. ed. atual e ampl. Caxias do Sul, 2019.

Sites

Disponível em: http://teccienciapiloto.ufba.br/equacao-do-2o-grau/equacoes-de-2o-grau-no-nosso-cotidiano. Acesso em: 20 jan. 2019.

Disponível em: https://www.portalsaofrancisco.com.br/matematica/historia-da-matematica#:~:text=Inicialmente%20matem%C3%A1tica%20foi%20baseada%20no,antes%20da%20inven%C3%A7%C3%A3o%20da%20escrita. Acesso em: 20 ago. 2019.

Disponível em: http://naturezaesustentabilidade.files.wordpress.com/2011/02/linhas-de-transmissc3a3o.jpg. Acesso em: 4 ago. 2019.

Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/. Acesso em: 4 ago. 2019.

Disponível em: https://monografias.brasilescola.uol.com.br/matematica/historia-matematica.htm. Acesso em: 20 ago. 2019.

Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/mod/book/view.php?id=2602390&chapterid=22038. Acesso em: 13 jul 2022.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL AOS ESTUDANTES

1 – Nome completo:

2 – Idade:

3 – Elencar, em ordem decrescente, as disciplinas que você mais tem afinidade e se sente produtivo:

4 – Levando em consideração as disciplinas das quais você menos gosta, quais fatores interferem para isso?

5 – Como você avalia a aula de Matemática?

( ) Boa ( ) Muito boa ( ) Ruim

6 – Qual a importância da aula de Matemática?

7 – É realmente importante estudar Matemática?

8 – O que você entende por equação?

9 – Qual a aplicação do conteúdo de equação?

10 – Você sabe a diferença de uma equação do primeiro grau de uma equação do segundo grau?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO AOS ESTUDANTES

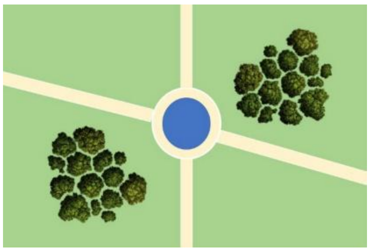
1 – José possui um terreno retangular com dimensões 22 m por 30 m. Sabe-se que um dos lados, o que mede 22 m já possui um muro construído, e ele quer utilizar parte desse muro para fazer um cercado retangular de 56 m^2. Dispondo de 32 m de tela, é possível construir esse cercado? Quais são as medidas dos seus lados?

2 – (UERJ, 2005-Adaptado) Considere as seguintes funções, relativas a uma ninhada de pássaros: $C = x^2 - 12x+48$; C = custo mensal, em centenas de real, para a manutenção de x pássaros. $V = 2x+3$; V = valor arrecadado, em centenas de real, com a venda de x pássaros. Sabe-se que o lucro mensal obtido é determinado pela diferença entre os valores de venda V e custo C. Determine a expressão que representa o lucro nas vendas.

3 – Um motorista dirigia a 30 m/s quando avistou um buraco na pista, e pisa no freio. Os freios produziram uma desaceleração de 2,0 m/s^2, até que o carro para completamente. Qual é o espaço percorrido pelo veículo até o final da frenagem?

4 – A idade de uma mãe multiplicada pela idade de sua filha é igual a 525. Sabendo que quando a filha nasceu, a mãe tinha 20 anos, qual a idade da filha?

5 – Uma praça, representada na figura ao lado, apresenta um formato retangular, e sua área é igual a 1350 m^2. Sabendo que sua largura corresponde a 3/2 da sua altura, determine as dimensões da praça.



APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES

Seção 1 de 6 – Apresentação
Pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

Seção 2 de 6 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
Visando desenvolver uma pesquisa, que é parte da dissertação de Mestrado – Unidade de ensino potencialmente significativa para o ensino de equações do segundo grau – eu, Carina de Oliveira, mestranda, orientada pela Profª. Drª. Laurete Zanol Sauer, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, convido você a participar desta pesquisa. Para tanto, é importante assinalar, abaixo desta mensagem, tomando ciência de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa, e que sua identidade enquanto participante será preservada. Não serão divulgados nome ou informações que possam identificar o participante da pesquisa. Os dados obtidos serão utilizados apenas para fins de investigação, e o participante pode desistir a qualquer momento, sem prejuízo algum. Informações sobre o andamento da pesquisa podem ser obtidas, sempre que houver necessidade. Desde já agradeço sua colaboração e coloco-me à disposição para esclarecimentos pelo telefone (xx)xxxxxxxxx ou por *e-mail:* profecarinadeoliveira@gmail.com
( ) Declaro que estou ciente das informações acima e **autorizo** a utilização das informações abaixo, para os fins da pesquisa.
( ) Declaro que estou ciente das informações acima e **não autorizo** a utilização das informações abaixo, para os fins da pesquisa.

Seção 3 de 6 – Formação
1. Nome completo
2. Qual sua escolaridade? Favor preencher todos os níveis que possui.
( ) Magistério
( ) Graduação
( ) Especialização
( ) Mestrado
( ) Doutorado

3. Ano de conclusão do Magistério.
4. Curso de Graduação e ano de conclusão.
5. Curso de Especialização e ano de conclusão.
6. Curso de Mestrado e ano de conclusão.
7. Curso de Doutorado e ano de conclusão.

Seção 4 de 6 – Atuação
1. Município e nome da escola em que atua.
2. Anos/ séries em que atua.
( ) Ensino Fundamental – Anos Iniciais
( ) Ensino Fundamental – Anos Finais
( ) Ensino Médio

3. Carga horária semanal em que atua como docente
( ) 10 horas semanais.

( ) 20 horas semanais.
( ) 30 horas semanais.
( ) 40 horas semanais.
( ) 60 horas semanais

Seção 5 de 6 – Metodologia

1. Como professor(a), você participou de atividades de formação continuada* (curso(s), palestra(s), seminário(s), congresso(s), *workshop*(s), ou outra), na área de Matemática? * Realizados a partir de 2017.
( ) Sim ( ) Não
2. Como professor(a), de qual(ais) atividades de formação continuada (curso(s), palestra(s), seminário(s), congresso(s), *workshop*(s), ou outra, na área de Matemática, realizados a partir de 2017, você participou?
3. Considerando sua experiência no ensino de Matemática no Ensino Fundamental II, em que conteúdos de Matemática os estudantes têm mais dificuldade de aprendizagem?
4. Há quanto tempo atua como professor(a) de Matemática no Ensino Fundamental II?
( ) menos de 1 ano ( ) 1 a 5 anos ( ) 6 a 10 anos
( ) 11 a 15 anos ( ) acima de 15 anos
5. Como você considera que o estudante aprende Matemática?
6. Como você trabalha os conteúdos de Matemática?
7. Quais suas maiores dificuldades ao ensinar Matemática?
8. De modo geral, os alunos se mostram satisfeitos com as atividades realizadas nas aulas?
9. A(s) escola(s) em que leciona dispõe(m) de materiais pedagógicos e/ou jogos educacionais para a disciplina de Matemática?
( ) Sim ( ) Não
10. Quais os recursos tecnológicos ou de materiais concretos você utiliza em suas aulas de Matemática? Como você utiliza?

Seção 6 de 6 – Matriz Curricular

1. Considerando os programas atuais das disciplinas de Matemática do Ensino Médio, relacionados a seguir, solicitamos sua avaliação em relação ao grau de importância da equação do segundo grau, para o desenvolvimento de sua disciplina no Ensino Médio.

2. *Atribua grau 0, quando não há importância; 1, no caso de alguma importância, ou 2, quando é muito importante.*

1ª série do Ensino Médio			
	0	1	2
Conjuntos Numéricos			
Funções			
Função Afim e Função Modular			
Função Quadrática			
Função Exponencial			
Logaritmos e Função Logarítmica			
Progressões			

2ª série do Ensino Médio			
	0	1	2
Matemática Financeira			
Trigonometria e Funções Trigonométricas			
Equações e Inequações			
Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares			
Análise Combinatória			

3ª série do Ensino Médio

	0	1	2
Probabilidade e Estatística			
Geometria Espacial			
Geometria Analítica			
Números Complexos			
Equações Polinomiais			

2. Dentre os conteúdos apontados acima, para os quais a equação do segundo grau é importante, qual ou quais você considera mais relevante(s)?

3. Em quais deles os alunos apresentam dificuldades que interferem no andamento da disciplina?

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO 1 AOS ESTUDANTES

Aluno:

Questionário do aluno

1. Alguma vez já foram utilizados materiais manipuláveis para que você pudesse aprender algum conteúdo matemático? Se sim, quais?

2. Você acha que o jogo contribuiu para o aperfeiçoamento de Equação do Segundo Grau?

3. Qual a dificuldade que você encontrou ao manipular o jogo?

4. O que você achou de mais interessante no jogo?

5. Você compreendeu o assunto ao utilizar o jogo?

6. Alguma dúvida sobre o conteúdo permaneça sem resposta?

7. Sugestões.

APÊNDICE E – CARTAS DO JOGO *TRILHA DAS EQUAÇÕES*

9) A equação:

$x^2 - 8x + 16 = 0$

Tem duas raízes reais e iguais, ou seja, um único número real, com raíz. Avance o mesmo número de casa desta raíz.

10) Resolva a equação:

$x^2 - x - 2 = 0$

Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.

13)

Verifique se " - 3" é raíz da equação:

$X^2 + 2x - 3 = 0$

Se é, avance 3 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.

14)

Verifique se " - 6" é raíz da equação:

$X^2 + 14x + 48 = 0$

Se é, avance 3 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.

11) Resolva a equação:

$x^2 - 12x + 35 = 0$

Avance o mesmo número de casas da menor raíz desta equação.

12) Resolva a equação:

$X^2 - 11X + 30 = 0$

Avance o mesmo número de casas da menor raíz desta equação.

15)

Verifique se " - 4" é raíz da equação:

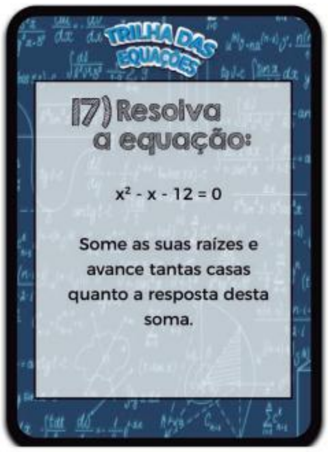
$X^2 + 13x + 36 = 0$

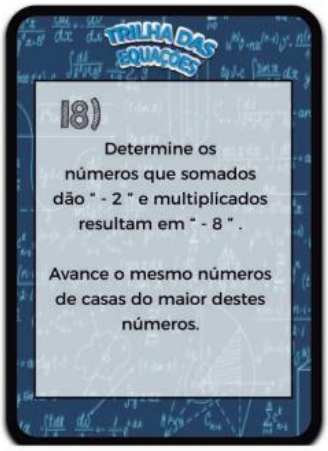
Se é, avance 3 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.

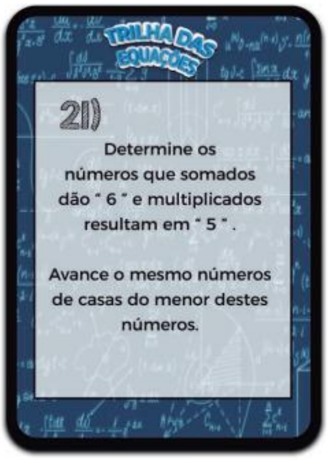
16)

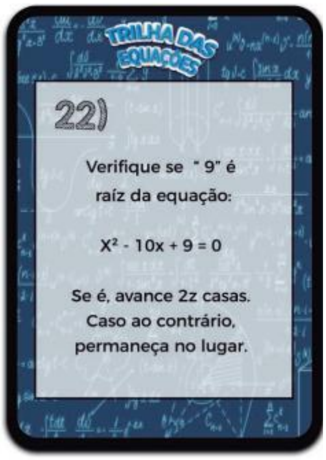
É verdade que se $\triangle = 0$, a equação possui 2 raízes reais e iguais, ou seja, um único número real como raíz?

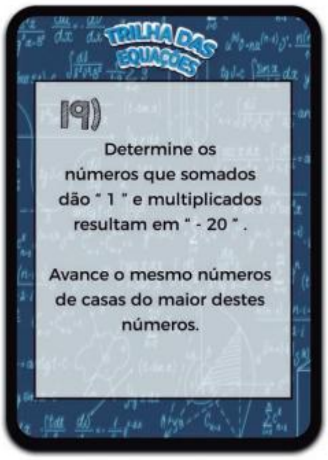
Se é verdade, avance 3 casas, caso ao contrário, permaneça no lugar.

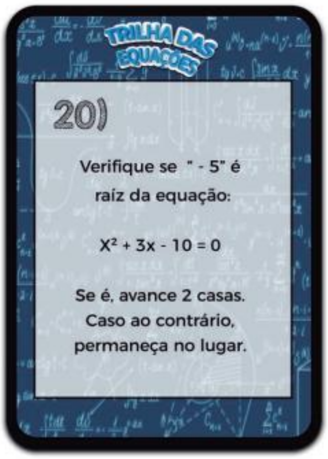

TRILHA DAS EQUAÇÕES
17) Resolva a equação:
x² - x - 12 = 0
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.

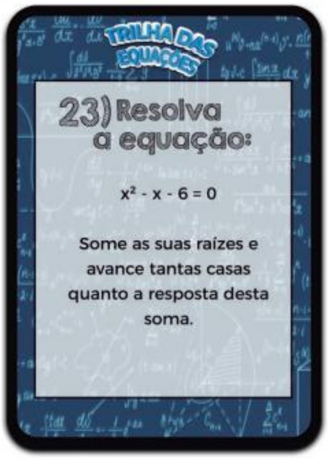

TRILHA DAS EQUAÇÕES
18)
Determine os números que somados dão " - 2 " e multiplicados resultam em " - 8 " .
Avance o mesmo números de casas do maior destes números.

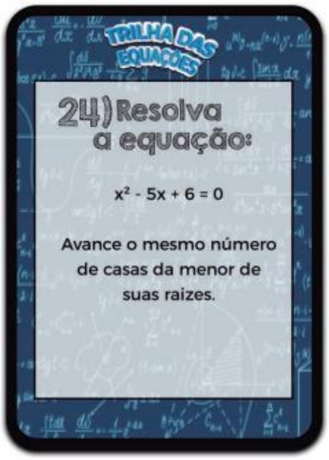

TRILHA DAS EQUAÇÕES
21)
Determine os números que somados dão " 6 " e multiplicados resultam em " 5 " .
Avance o mesmo números de casas do menor destes números.

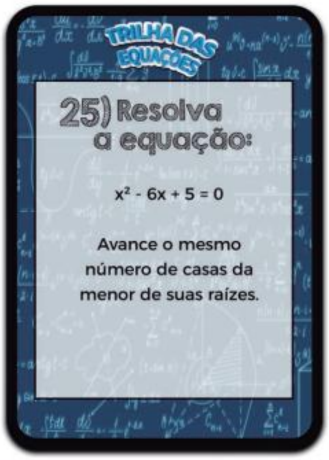

TRILHA DAS EQUAÇÕES
22)
Verifique se " 9" é raíz da equação:
X² - 10x + 9 = 0
Se é, avance 2z casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.

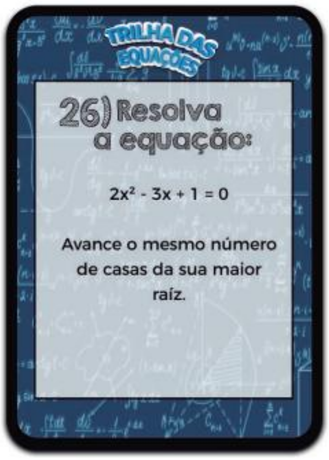

TRILHA DAS EQUAÇÕES
19)
Determine os números que somados dão " 1 " e multiplicados resultam em " - 20 " .
Avance o mesmo números de casas do maior destes números.


TRILHA DAS EQUAÇÕES
20)
Verifique se " - 5" é raíz da equação:
X² + 3x - 10 = 0
Se é, avance 2 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.

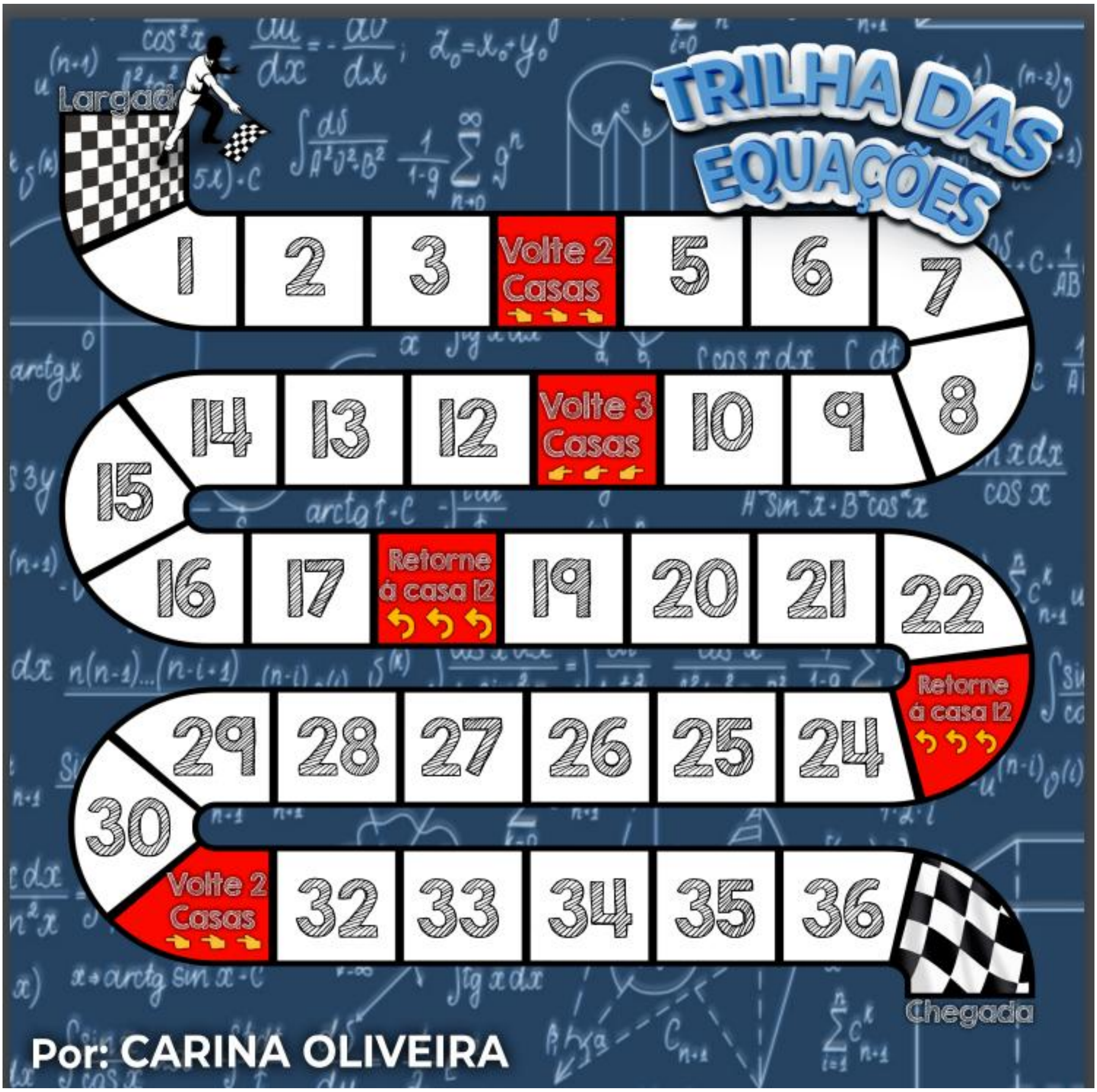

TRILHA DAS EQUAÇÕES
23) Resolva a equação:
x² - x - 6 = 0
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.


TRILHA DAS EQUAÇÕES
24) Resolva a equação:
x² - 5x + 6 = 0
Avance o mesmo número de casas da menor de suas raizes.


TRILHA DAS EQUAÇÕES
25) Resolva a equação:
x² - 6x + 5 = 0
Avance o mesmo número de casas da menor de suas raízes.


TRILHA DAS EQUAÇÕES
26) Resolva a equação:
2x² - 3x + 1 = 0
Avance o mesmo número de casas da sua maior raíz.

APÊNDICE F – TABULEIRO DO JOGO *TRILHA DAS EQUAÇÕES*



APÊNDICE G – EQUAÇÕES DE 2º GRAU NO NOSSO COTIDIANO

É muito importante saber reconhecer quais conceitos matemáticos resolvem problemas do nosso cotidiano, ou seja, para resolver um determinado problema devemos saber qual é o modelo matemático adequado.

Depois de já ter aprendido bastante sobre equações, você seria capaz de dar um exemplo de aplicação prática de uma equação do segundo grau?

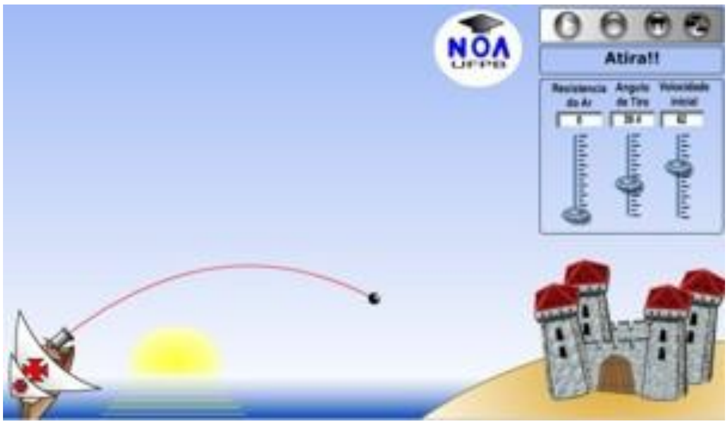
Você já notou as linhas de transmissão de energia elétrica, principalmente no campo, onde as distâncias são muito grandes, como na figura abaixo? Que forma elas têm?

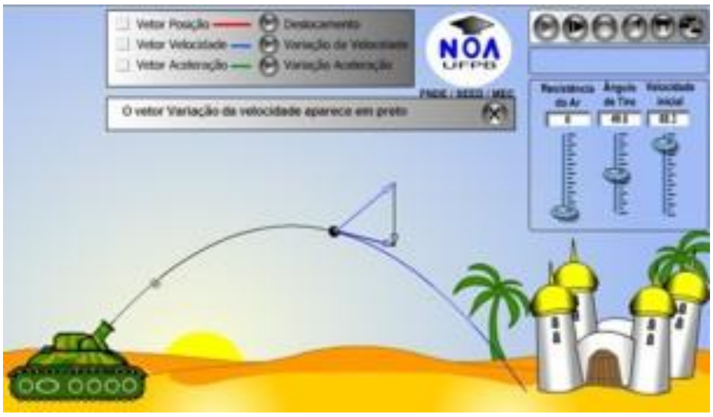
Fonte: Disponível em: http://naturezaesustentabilidade.files.wordpress.com/2011/02/linhas-de-transmissc3a3o.jpg. Acesso em: 04 ago. 2019.

Então vejamos alguns exemplos do uso da equação do segundo grau:

1) Você já deve ter estado na beira de um rio ou de um lago e atirado uma pedra para o centro da água; você pode descrever a trajetória do movimento da pedra?

Veja se a trajetória da pedra que você atira ao centro do lago se parece com a que aparece nas seguintes simulações:





Fonte: Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/. Acesso em: 4 ago. 2019.

2) Você já estudou a **Lei da Queda dos Corpos**? Se não estudou ainda, vai iniciar este estudo ainda este ano, e com certeza vai aprender que

$$d = (1/2)\, G\, t^2$$

nesta fórmula:

d é a distância percorrida pelo corpo até chegar ao chão;

G é a constante aceleração da gravidade;

t é o tempo que o corpo leva para chegar ao chão.

Você consegue colocar esta fórmula, que calcula a distância em função do tempo da queda, na forma de uma equação do segundo grau? Como seria?

A lei da gravitação universal foi formulada pelo físico inglês Sir **Isaac Newton,** em sua obra ***Philosophiae Naturalis Principia Mathematica***, publicada em 1687, mas quem primeiro realizou experimentos a respeito foi o famoso **Galileu Galilei**, hoje considerado o pai da ciência moderna, por ter sido personagem fundamental da Revolução Científica do século XVII. Até o final daquele século, se acreditava que os objetos mais pesados caíam mais rapidamente que os objetos leves. Somente quando Galileu, cientista italiano, que nasceu em Pisa, Itália, realizou seu célebre experimento, é que se acreditou que aquela considerada verdade era um grande engano. De acordo com Galileu, todos os objetos caíam com a mesma aceleração, a menos que a resistência do ar ou alguma outra força os freasse.

Procure saber mais sobre Galileu e veja que grande cientista ele foi; você vai ficar encantado com sua história.

Agora realize o experimento de **Galileu** neste simulador, clique na imagem abaixo:

Saiba mais sobre os experimentos de Galileu, clique aqui.

Se você quiser aprender mais, clique em:

Queda dos corpos – Aspectos históricos e alguns aplicativos

3) Hoje muito se fala do **Índice de Massa Corpórea** (IMC), não é? Seu professor de Educação Física já deve ter falado a respeito, já que estamos vivendo uma era em que a obesidade cresceu muito, e continua crescendo, e o pior, está atingindo crianças e jovens de maneira assustadora. Alguns estudiosos do assunto chegam a afirmar que, no Brasil, a obesidade chega a ser uma epidemia silenciosa. O fato é que a obesidade é considerada um problema de saúde pública, e se sabe que ela provoca várias outras doenças, tais como: diabetes, problemas cardiovasculares, dificuldades motoras e articulares, além de distúrbios do sono.

A obesidade é considerada uma doença grave, quando o **IMC** do indivíduo se apresenta **superior a 30**.

E como se pode calcular o IMC? Os estudiosos da saúde definem o IMC, através da fórmula:

IMC = peso (kg) / altura (m) x altura (m)

e se o valor obtido é:

- menor que 18,5 – o indivíduo está abaixo do peso;
- entre 18,5 e 24,9 – o indivíduo está com peso normal;
- entre 25 e 29,9 – o indivíduo está com sobrepeso (acima do peso desejado);
- igual ou maior que 30 – o indivíduo está **OBESO**.

Você percebeu que a fórmula **IMC = peso / altura x altura** é uma equação do segundo grau?

Você pode colocá-la numa forma mais fácil de perceber que ela é uma equação do segundo grau?

Quer saber mais sobre obesidade e massa corpórea? Então faça uma pesquisa na internet, mas esteja seguro de navegar por *sites* que oferecem informações verdadeiras.

Vamos determinar o seu IMC? Primeiro utilize a balança para aferir seu peso e após, pegue a fita métrica e determine sua altura!

4) A matemática é a base se todas as soluções da engenharia. Você já ouviu falar em **ponte pênsil**? São pontes fantásticas feitas de aço, veja o vídeo abaixo:

https://www.youtube.com/watch?v=Qdwy7bka9U0

Você conseguiu ver alguma relação entre as pontes e a equação do segundo grau?

Agora, procure saber mais sobre a **Ponte Estaiada** na cidade de **São Paulo**? Ela é maravilhosa! Existe também uma ponte muito bonita em **Dublin**, capital da Irlanda; ela é chamada **Ponte Samuel Beckett** e foi inaugurada em dezembro de 2009, procure saber mais a respeito.

Agora, não esqueça de procurar a definição de **ponte pênsil** e de **ponte estaiada.**

A **Ponte Juscelino Kubitschek** em Brasília também é uma lindíssima ponte que merece ser vista!

E não esqueça, use o **Street View** do **Google Maps** e faça um passeio por estas pontes, vale a pena experimentar!

Converse com seus colegas e veja se vocês encontram novos exemplos que utilizam equação do segundo grau.

Adaptado de: http://teccienciapiloto.ufba.br/equacao-do-2o-grau/equacoes-de-2o-grau-no-nosso-cotidiano.

APÊNDICE H – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Visando desenvolver uma pesquisa, que é parte da dissertação **EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COLABORANDO PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA,** coordenada por mim, Carina de Oliveira (mestranda orientada pela Profª. Drª. Laurete Zanol Sauer), no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, convido você a responder uma entrevista que tem como finalidade investigar o que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental entendem por Equações e verificar como a utilização de estratégias de aprendizagem ativa contribuem para a construção do conhecimento matemático, no Ensino Fundamental. Para tanto, é importante assinar, abaixo desta mensagem, tomando ciência de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa e que sua identidade, enquanto participante da pesquisa, será preservada, podendo ser utilizada em eventos acadêmicos, **apenas, sem possibilitar sua identificação.** Não serão divulgados nome ou informações que possam identificar o participante da pesquisa. Os dados obtidos serão utilizados apenas para fins de investigação, e o participante pode desistir a qualquer momento sem prejuízo algum. O participante pode obter informações sobre o andamento da pesquisa, quando achar necessário.

Desde já agradeço sua colaboração e coloco-me à disposição para esclarecimento, pelo telefone (xx) xxxxxxxxx e *e-mail*: profecarinadeoliveira@gmail.com

Eu, ______________________________, RG ________________, declaro que estou ciente das informações acima e autorizo a utilização de minhas interações no contexto de aprendizagem para fins da pesquisa.

Caxias do Sul, 22 de agosto de 2019.

____

Assinatura da pesquisadora

APÊNDICE I – HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Matemática – A história da Matemática – Em que ano nasceu a Matemática – Onde nasceu a Matemática

Por volta dos séculos IX e VIII a.C., a Matemática engatinhava na Babilônia. Os babilônios e os egípcios já tinham uma álgebra e uma geometria, mas somente o que bastasse para as suas necessidades práticas, e não de uma ciência organizada.

Na Babilônia, a Matemática era cultivada entre os escribas responsáveis pelos tesouros reais. Apesar de todo material algébrico que tinham os babilônios e egípcios, só podemos encarar a Matemática como ciência, no sentido moderno da palavra, a partir dos séculos VI e V a.C., na Grécia.

A Matemática grega se distingue da babilônica e egípcia pela maneira de encará-la. Os gregos fizeram-na uma ciência propriamente dita, sem a preocupação com suas aplicações práticas. Do ponto de vista de estrutura, a Matemática grega se distingue da anterior, por ter levado em conta problemas relacionados com processos infinitos, movimento e continuidade.

As diversas tentativas dos gregos de resolverem tais problemas fizeram com que aparecesse o método axiomático-dedutivo. O método axiomático-dedutivo consiste em admitir como verdadeiras certas preposições (mais ou menos evidentes) e, a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais.

As dificuldades com as quais os gregos se depararam, ao estudar os problemas relativos a processos infinitos (sobretudo problemas sobre números irracionais), talvez sejam as causas que os desviaram da Álgebra, encaminhando-os em direção à Geometria. Realmente, é na Geometria que os gregos se destacam, culminando com a obra de Euclides, intitulada *Os Elementos*.

Sucedendo Euclides, encontramos os trabalhos de Arquimedes e de Apolônio de Perga. Arquimedes desenvolve a Geometria, introduzindo um novo método, denominado "método de exaustão", que seria um verdadeiro germe do qual mais tarde iria brotar um importante ramo da Matemática (teoria dos limites).

Apolônio de Perga, contemporâneo de Arquimedes, dá início aos estudos das denominadas curvas cônicas: a elipse, a parábola e a hipérbole, que desempenham, na Matemática atual, papel muito importante. No tempo de Apolônio e Arquimedes, a Grécia já deixara de ser o centro cultural do mundo. Este, por meio das conquistas de Alexandre, tinha-se transferido para a cidade de Alexandria. Depois de Apolônio e Arquimedes, a Matemática grega entra no seu ocaso.

Paralelamente, surgem geometrias diferentes da de Euclides, as denominadas Geometrias não euclidianas.

Por volta de 1900, o método axiomático e a Geometria sofrem influência dessa atitude de revisão crítica, levada a efeito por muitos matemáticos, dentre os quais destacamos D. Hilbert, com sua obra *Fundamentos da geometria* (*Grudlagen der Geometrie* título do original), publicada em 1901. A Álgebra e a Aritmética tomam novos impulsos.

A partir do século XIX, a Matemática começa então a se ramificar, em diversas disciplinas, que ficam cada vez mais abstratas.

Atualmente, se desenvolvem tais teorias abstratas, que se subdividem em outras disciplinas.

Os entendidos afirmam que estamos em plena "idade de ouro" da Matemática, e que, nestes últimos cinquenta anos, tem sido criadas tantas disciplinas, novas matemáticas, como haviam sido criadas nos séculos anteriores.

Esta arremetida em direção ao "Abstrato", ainda que não pareça nada prática, tem por finalidade levar adiante a "Ciência".

A História tem mostrado que aquilo que nos parece pura abstração, pura fantasia matemática, mais tarde se revela como um verdadeiro celeiro de aplicações práticas (texto revisado).

Fonte: LISA – Biblioteca da Matemática Moderna
Adaptado de: *Equipe Brasil Escola*

História da Matemática

A história da Matemática se originou com descobertas matemáticas e continua através da evolução ao longo dos séculos de seus métodos e notações matemáticas, cuja utilização é uma continuação no tempo.

Um aspecto importante da Matemática é que ele desenvolveu, de forma independente em culturas completamente diferentes, que eles vieram para os mesmos resultados. Muitas vezes, um contato ou uma influência mútua entre povos diferentes levou à introdução de novas ideias e avanço do conhecimento matemático, às vezes, em vez disso viu uma inversão súbita da cultura matemática entre alguns povos. As Matemáticas modernas, em vez disso, tiveram acesso a contribuições de pessoas de todos os países.

A atividade desenvolvida por matemáticos modernos é muito diferente daquela dos primeiros matemáticos de civilizações antigas. Inicialmente, a Matemática foi baseada no conceito de número, o conceito desenvolvido na pré-História. Matemática foi uma das primeiras disciplinas a desenvolver.

Toda cultura na Terra desenvolveu um pouco de matemática. Em alguns casos, essa Matemática se espalhou a partir de uma cultura para outra. A Matemática tem raízes no antigo Egito e na Babilônia, em seguida, cresceu rapidamente na Grécia antiga e no mundo árabe. Sobre o mesmo tempo, um pouco de Matemática da Índia foi traduzido para o árabe. Mais tarde, um pouco dessa matemática foi traduzido para o latim e se tornou a matemática da Europa ocidental. Durante um período de várias centenas de anos, tornou-se a matemática do mundo.

Há outros lugares no mundo nos quais se desenvolveu a Matemática significativa, como a China, o Sul da Índia, e no Japão, e eles são interessantes para estudar, mas a Matemática de outras regiões não teve muita influência sobre atuais matemáticas internacionais. Não é, evidentemente, muito de matemática sendo feito nestas e em outras regiões, mas não é a Matemática tradicional das regiões, mas as matemáticas internacionais.

De longe, o desenvolvimento mais significativo na Matemática foi dando-lhe fundamentos lógicos firmes. Isso ocorreu na Grécia antiga, nos séculos anteriores a Euclides. Vejam-se Elementos de Euclides, Fundamentos lógicos da Matemática, mais do que apenas a certeza, eles são uma ferramenta para investigar o desconhecido.

Por volta do século XX, à beira do desconhecido, que havia recuado para onde somente alguns poderiam ver, um deles foi David Hilbert, um matemático de liderança da virada do século. Em 1900, ele se dirigiu ao Congresso Internacional de Matemáticos, em Paris, e descreveu 23 importantes problemas matemáticos.

A Matemática continua a crescer a um ritmo fenomenal. Não há fim à vista, e a aplicação da matemática para a ciência torna-se maior o tempo todo.

Um pouco de História

Por volta dos séculos IX e VIII a.C., a Matemática “engatinhava” na Babilônia. Os babilônios e os egípcios já tinham uma Álgebra e uma Geometria, mas somente o que bastasse para suas necessidades práticas, e não de uma ciência organizada. Na Babilônia, a matemática era cultivada entre os escribas responsáveis pelos tesouros reais.

Apesar de todo material algébrico que tinham os babilônios e egípcios, só podemos encarar a matemática como ciência, no sentido moderno da palavra, a partir dos séculos VI e V a.C., na Grécia. A Matemática grega se distingue da babilônica e egípcia pela maneira de encará-la. Os gregos fizeram-na uma ciência propriamente dita, sem a preocupação com suas aplicações práticas.

Do ponto de vista de estrutura, a Matemática grega se distingue da anterior, por ter levado em conta problemas relacionados com processos infinitos, movimento e continuidade. As diversas tentativas dos gregos de resolverem tais problemas fizeram com que aparecesse o método axiomático-dedutivo. O método axiomático-dedutivo consiste em admitir como verdadeiras certas preposições (mais ou menos evidentes) e, a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais.

As dificuldades, com as quais os gregos se depararam ao estudar os problemas relativos a processos infinitos (sobretudo problemas sobre números irracionais) talvez sejam as causas que os desviaram da Álgebra, encaminhando-os em direção à Geometria. Realmente, é na Geometria que os gregos se destacam, culminando com a obra de Euclides, intitulada *Os elementos*.

Sucedendo Euclides, encontramos os trabalhos de Arquimedes e de Apolônio de Perga. Arquimedes desenvolve a Geometria, introduzindo um novo método, denominado "método de exaustão", que seria um verdadeiro germe do qual mais tarde iria brotar um importante ramo de matemática (teoria dos limites).

Apolônio de Perga, contemporâneo de Arquimedes, dá início aos estudos das denominadas curvas cônicas**:** a elipse, a parábola, e a hipérbole, que desempenham, na Matemática atual, papel muito importante.

No tempo de Apolônio e Arquimedes, a Grécia já deixara de ser o centro cultural do mundo. Este, por meio das conquistas de Alexandre, tinha-se transferido para a cidade de Alexandria. Depois de Apolônio e Arquimedes, a matemática grega entra no seu ocaso.

Em 10 de dezembro de 641, cai a cidade de Alexandria sob a verde bandeira de Alá. Os exércitos árabes, então empenhados com a chamada Guerra Santa, ocupam e destroem a cidade e, com ela, todas as obras dos gregos. A ciência dos gregos entra em eclipse. Mas a cultura helênica era bem forte para sucumbir de um só golpe; daí por diante a Matemática entra num estado latente.

Os árabes, na sua arremetida, conquistam a Índia encontrando lá outro tipo de cultura matemática: a Álgebra e a Aritmética. Os hindus introduzem um símbolo completamente novo no sistema de numeração até então conhecido: o ZERO. Isto causa uma verdadeira revolução na "arte de calcular".

Dá-se início à propagação da cultura dos hindus por meio dos árabes. Estes levam à Europa os denominados "Algarismos arábicos", de invenção dos hindus. Um dos maiores propagadores da Matemática nesse tempo foi, sem dúvida, o árabe Mohamed Ibn Musa Alchwarizmi, de cujo nome resultaram em nossa língua as palavras Algarismos e Algoritmo.

Alehwrizmi propaga a sua obra, "Aldschebr Walmakabala", que ao pé da letra seria: restauração e confronto. (É dessa obra que se origina o nome Álgebra).

A Matemática, que se achava em estado latente, começa a despertar.

No ano 1202, o matemático italiano Leonardo de Pisa, cognominado de "Fibonacci", ressuscita a Matemática na sua obra intitulada *Leber abaci* na qual descreve a "arte de calcular" (Aritmética e Álgebra). Nesse livro Leonardo apresenta soluções de equações do 1º, 2º e 3º graus. Nessa época a Álgebra começa a tomar o seu aspecto formal. Um monge alemão. Jordanus Nemorarius já começa a utilizar letras para significar um número qualquer, e ademais introduz os sinais de + (mais) e – (menos) sob a forma das letras p (plus = mais) e m (minus = menos).

Outro matemático alemão, Michael Stifel, passa a utilizar os sinais de mais (+) e menos (-), como nós os utilizamos atualmente. É a álgebra que nasce e se põe em franco desenvolvimento.

Tal desenvolvimento é finalmente consolidado na obra do matemático francês, François Viete, denominada *Algebra speciosa*. Nela os símbolos alfabéticos têm uma significação geral, podendo designar números, segmentos de retas, entes geométricos, etc.

No século XVII, a Matemática toma nova forma, destacando-se de início René Descartes e Pierre Fermat. A grande descoberta de René Descartes foi sem dúvida a “Geometria Analítica” que, em síntese, consiste nas aplicações de métodos algébricos à Geometria.

Pierre Fermat era um advogado que, nas horas de lazer, se ocupava com a Matemática.

Desenvolveu a teoria dos números primos e resolveu o importante problema do traçado de uma tangente a uma curva plana qualquer, lançando, assim, sementes para o que mais tarde se ~~iria~~ chamaria, em matemática, teoria dos máximos e mínimos.

Vemos, assim, no século XVII, começar a germinar um dos mais importantes ramos da Matemática, conhecido como Análise Matemática.

Ainda surgem, naquela época, problemas de Física: o estudo do movimento de um corpo, já anteriormente estudados por Galileu Galilei.

A partir do século XIX, a Matemática começa então a se ramificar em diversas disciplinas, que ficam cada vez mais abstratas.

Atualmente, se desenvolvem tais teorias abstratas, que se subdividem em outras disciplinas.

Os entendidos afirmam que estamos em plena “idade de ouro” da Matemática, e que, nestes últimos cinquenta anos, tem sido criadas tantas disciplinas, novas matemáticas, como as criadas nos séculos anteriores.

Esta arremetida em direção ao “Abstrato”, ainda que não pareça nada prática, tem por finalidade levar adiante a “Ciência”.

A História tem mostrado que aquilo que nos parece pura abstração, pura fantasia matemática, mais tarde se revela como um verdadeiro celeiro de aplicações práticas.

Adaptado de: *Portal São Francisco*

ANEXOS

ANEXO A – FICHA 1[22]

FICHA 01 – Recordando somas numéricas por meio de expressões numéricas

Objetivo: Recordar operações básicas, tais como: adição, subtração e multiplicação de sinais, usando para isso expressões numéricas.

Para cada atividade, registre seus resultados no espaço correspondente.

GRUPO 1

a) +9 + 7 =

b) +9 – 7 =

c) -9 + 7 =

d) -9 – 7 =

Escreva suas conclusões para as operações adição e subtração de sinais no espaço abaixo:

GRUPO 2

a) (+9) . (+7) =

b) (+9) . (-7) =

c) (-9) . (+7) =

d) (-9) . (-7) =

Escreva suas conclusões para as operações de multiplicação de sinais no espaço abaixo:

11

[22] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO B – FICHA 2[23]

FICHA 02 – Somando termos semelhantes

Objetivo: reconhecer que jamais podemos somar termos algébricos com termos independentes numa equação.

Recordando:

Só podemos somar termos semelhantes, ou seja, termos com incógnitas (ou algébricos) só podem ser somados com outros termos com incógnitas, e termos numéricos (ou independentes) somente são somados com outros termos numéricos.

Assim, registre seus cálculos nas somas dos seguintes polinômios:

a) $5x+2x=$ $\boxed{}$

b) $3x-7+4x+3=$ $\boxed{}$

c) $17-3x=$ $\boxed{}$

d) $15x+9-21x-13=$ $\boxed{}$

13

[23] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO C – FICHA 3[24]

FICHA 03 – Somando termos semelhantes em x

Objetivo: saber resolver operações de soma/subtração de termos algébricos em x corretamente.

Recordando:

Para somarmos monômios, ou seja, expressões algébricas composta de um único termo, os mesmos têm que ser semelhantes, isto é, a parte algébrica igual; logo devemos somar os coeficientes e mantermos a parte algébrica inalterada.

Assim, registre seus resultados:

a) $x + x = \boxed{}$

b) $5x - 7x = \boxed{}$

c) $-2x - 9x = \boxed{}$

d) $3x - 4x + 6x = \boxed{}$

Agora, resolva as equações abaixo, lembrando que os termos em x devem ser agrupados num mesmo membro para serem somados primeiramente.

a) $8x - 4 = 12x - 20$ $S = \{4\}$

b) $4m - 1 = 3 - 2m + 8m$ $S = \{-2\}$

c) $43x - 8 = 15 + 32x$ $S = \{23/75\}$

d) $9a - 4 = a + 5 - 3a$ $S = \{9/11\}$

15

[24] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO D – FICHA 4[25]

FICHA 04 – Transposição de termos algébricos em x numa equação

Objetivo: saber transpor termos algébricos, em x, alterando seu sinal. Aplicando os princípios aditivo e multiplicativo.

Seja a equação: $5x = 10 + 3x$

Os termos semelhantes $5x$, que se encontra no 1º membro da equação, e $3x$, no 2º membro, têm que ficar no mesmo membro para, desta forma, serem agrupados.

Assim, devemos lembrar que ao "transpor" qualquer termo de um membro para outro; seu sinal fica invertido.

Registre seus cálculos abaixo e resolva a equação. Lembre-se de ir observando cada passo efetuado, com muita atenção.

Caso não encontre o conjunto solução $S = \{5\}$, volte e **refaça** todo o seu **raciocínio** para que nada saia errado.

Querendo vencer todos os obstáculos, e não mais cometendo erros desta categoria, resolva as equações abaixo:

a) $2x - 27 = 5x$ — $S = \{-9\}$

b) $4x - 5 = 10 + x$ — $S = \{5\}$

c) $5x - 4 - 6x = 1 - 8x - 6$ — $S = \{-\frac{1}{7}\}$

d) $7x + 21 = 42 - 6 + 4x$ — $S = \{5\}$

[25] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO E – FICHA 5[26]

FICHA 05 – Transposição de termos independentes numa equação

Objetivo: saber alterar os termos independentes de uma equação do 1º grau, ao transpor de um membro para outro.

Observe a equação: $x+7=15$

Analisando-a, registre suas conclusões: Que número x devemos somar a 7 para se obter 15 como resultado? $\boxed{}$

Agora, pensando de uma outra forma, podemos também fazer assim: na equação dada $x+7=15$, somando -7 aos seus membros pelo princípio aditivo, temos: $x+7-7=15-7$, cancelando +7 -7, podemos escrever $x=15-7$, donde resulta $x=8$.

Resumidamente, podemos observar que bastava perceber que +7 que está no 1º membro, no 2º membro ficaria -7; **inverteríamos** seu **sinal** para encontrar "x".

Baseando-se neste exemplo, resolva, agora, as equações abaixo:

a) $x-7=15$ $\quad S=\{22\}$

b) $x+13=10$ $\quad S=\{-3\}$

c) $7-x=5$ $\quad S=\{2\}$

[26] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO F – FICHA 6[27]

FICHA 06 – O que fazer quando x é negativo?

Objetivo: reconhecer que o coeficiente de x é negativo e saber encontrar o conjunto-solução da equação dada.

Leia atentamente e ao final conclua:

- Se $x = 2$, então x é um valor positivo, no caso "2".
- Se $-x = 2$, então x é um valor negativo, no caso

De forma prática, quando o coeficiente de x estiver negativo, devemos lembrar-nos de multiplicar os dois membros da equação por (-1), para que se torne positivo e para encontrarmos, assim, a resposta, ou seja, a raiz da equação.

Desta forma, encontre o conjunto solução das equações abaixo:

a) $3 - x = 7$ $\qquad S = \{-4\}$

b) $2x - 5 = 4x + 3$ $\qquad S = \{-4\}$

[27] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO G – FICHA 7[28]

FICHA 07 - Efetuando corretamente a transposição dos coeficientes dos termos em x

Objetivo: saber resolver equações aplicando as devidas inversões, ou seja, caso esteja multiplicando no 1º membro ficará dividindo no 2º membro.

PARTE 1

Observe a equação: $2x = 10$ e registre seus resultados.

Raciocinando: Qual o valor que deve ser atribuído a x, que multiplicado por 2, resulta em 10? $\boxed{}$

Com certeza, você encontrou como resposta o número 5, pois $2.5 = 10$. De outra maneira, usando o principio multiplicativo, ou seja, multiplicando os termos da equação por $\left(\frac{1}{2}\right)$, poderíamos ter racionado da forma: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.10$, logo, também, poderíamos ter feito de uma forma mais prática, percebendo que o número 2 está multiplicando no 1º membro, logo, no 2º membro temos que inverter a operação.

Assim:

$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$

Muito cuidado para não inverter a fração e colocar $\frac{2}{10}$. Pare e analise antes de resolver a equação.

PARTE 2

Agora, pensando na equação $15x - 7 = 13$.

Qual é o primeiro passo a ser tomado em sua solução?

[28] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO H – CONTINUAÇÃO DA FICHA 7 [29]

Fazendo os cálculos, encontramos a equação de forma mais simples:

E, finalmente isolando o termo x do 1º membro, temos, então:

O qual pode ser simplificado, encontrando como conjunto-solução:

Caso não tenha encontrado a resposta $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$, volte e refaça seus cálculos com muita atenção.

Baseando-se nos princípios revistos acima, resolvas as equações abaixo:

a) $3x = 45$ — $S = \{15\}$

b) $50x = -2$ — $S = \{-1/25\}$

c) $\frac{x}{2} = 1{,}5$ — $S = \{3\}$

d) $3 - 7x = 4$ — $S = \{-1/7\}$

e) $7x - 3 = 4$ — $S = \{1\}$

f) $-2 = 3 - 5x$ — $S = \{1\}$

24

[29] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15/12/2018.

ANEXO I – FICHA 8[30]

FICHA 08 – Trabalhando com o zero numa equação onde este é solução e nas equações em que não é solução

Objetivo: saber operar com o elemento zero em equações com infinitas soluções e em equações com conjunto vazio como solução.

PARTE 1

Inicialmente, vamos recordar!!!

Para isso, registre seus resultados:

a) $0x5 = \boxed{}$

b) $11x0 = \boxed{}$

Concluindo, temos que:

d) $0:5 = \boxed{}$

e) $0:7 = \boxed{}$

Concluindo, temos que:

Portanto, se ao final de uma equação tivéssemos $5x = 0$; para se obter o valor de x , podemos raciocinar da seguinte maneira: Qual é o número que multiplicado por 5 tem como resultado zero? $\boxed{}$, ou então, transpondo o número 5 do 1º membro que está multiplicando x, para o segundo membro, de acordo com o princípio multiplicativo, temos: $\boxed{}$, resultando como conjunto-solução: $\boxed{}$

[30] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO J – CONTINUAÇÃO DA FICHA 8[31]

PARTE 2

Agora, se tivéssemos a equação $0x = 0$.

Pensando: que valor podemos atribuir a x que multiplicado por zero tem como resultado também zero? Registre suas conclusões, dando valores a x:

Assim, foi observado que x pode assumir infinitos valores, portanto, a equação tem como solução qual conjunto numérico?

Pode-se assim, concluir também que transpondo o zero pra o 2º membro, teríamos , que também é uma indeterminação.

PARTE 3

Caso fossemos apresentados a uma equação do tipo: $0x = 5$, raciocinando analogamente ao que foi visto anteriormente, concluiríamos que:

Logo, a equação $0x = 5$ não apresenta nenhuma solução, sendo considerada impossível. Portanto, seu conjunto solução é: ou .

Lembrando que jamais se deve escrever {Ø}, pois, desta forma, se trata do elemento vazio fazendo parte do conjunto solução, e na referida equação não existe nenhum elemento que a satisfaça.

Pensando de uma outra forma para a mesma equação, podemos também transpor o número zero do 1º membro para o 2º membro, assim: ,

[31] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO K – FICHA 9[32]

FICHA 09 – Calculando o mínimo múltiplo comum e considerando os termos em x

Objetivo: saber calcular o mínimo múltiplo comum e considerar todos os termos que estiverem no numerador.

Resumindo:

Muito cuidado ao calcular o mínimo múltiplo comum para não se esquecer de multiplicar os termos que estiverem no numerador, e não desconsiderar termos em x.

Assim, na resolução da equação, vá registrando seus cálculos:

$$\frac{x-3}{2}+\frac{5-2x}{3}=1$$

Calculando o m.m.c.(2,3), encontramos

Reduzindo a equação dada ao mesmo denominador, que é o m.m.c. calculado acima. Para isso, devemos lembrar que uma das maneiras de resolvermos tal equação é dividirmos o m.m.c pelos denominadores de cada um dos termos da equação e, o resultado desta divisão multiplicarmos pelos termos do numerador.

Por exemplo, dividindo o m.m.c pelo denominador 2, encontramos: ; portanto, devemos lembrar de multiplicar os termos de $x-3$ pelo valor encontrado.

Logo, obtemos como resultado:

Agora, dividindo o m.m.c. por 3, temos: e, multiplicando os termos de $(5-2x)$ pelo valor acima, encontramos:

[32] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO L – CONTINUAÇÃO DA FICHA 9[33]

Lembrando que temos que fazer o mesmo no 2º membro, obtemos:

Reescrevendo a equação dada, e já cancelando os denominadores e, efetuando as multiplicações necessárias temos:

Agrupando os termos em x num dos membros e os termos independentes num outro membro, chegamos à equação abaixo, que nos dá a solução para x igual a:

Encontrando, assim, o conjunto solução igual a $S = \{-5\}$. Caso não tenha encontrado tal solução, volte e refaça todo seu raciocínio para descobrir algum engano, corrigindo-o.

Analisando a equação estudada neste tópico, resolva as equações abaixo:

a) $\frac{7x+11}{12} - \frac{13x-5}{18} = 5 - \frac{17x-39}{30}$ $\qquad S = \{919/77\}$

b) $1 - \frac{x-1}{9} + \frac{1-21x}{4} = \frac{1-2x}{24} - \frac{7-13x}{16}$ $\qquad S = \{253/877\}$

[33] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas**: resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO M – FICHA 10[34]

FICHA 10 – Mínimo múltiplo comum: lembrar sempre quando apresentar somas ou subtrações de frações

Objetivo: saber quando é necessário calcular o mínimo múltiplo comum

Recordando:

Toda vez que tivermos soma/subtração de frações, é necessário que os denominadores sejam iguais para podermos somar/subtrair tais frações; portanto, calcula-se, obrigatoriamente, o m.m.c. dos denominadores.

Então: $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=$ $\boxed{}$

Lembrando que, inicialmente, deve se fazer o cálculo do m.m.c.(2, 5) para, desta forma, as frações serem reduzidas ao mesmo denominador. Após esta redução, o resultado final deve ficar igual a $\frac{7}{10}$. Caso não encontre este resultado, volte e refaça seus cálculos.

Nas equações, é semelhante tal procedimento. Assim, tire o m.m.c. primeiramente e depois agrupe os termos semelhantes para se chegar ao conjunto solução das equações abaixo:

a) $\frac{1}{3}-\frac{x}{5}=\frac{1}{5}+\frac{2x}{3}$ $\quad S=\left\{\frac{2}{13}\right\}$

b) $\frac{2a}{9}-\frac{1}{2}=\frac{4a}{3}-\frac{1}{6}$ $\quad S=\left\{-\frac{3}{10}\right\}$

c) $\frac{m}{3}-3=3-\frac{m}{3}$ $\quad S=\{9\}$

d) $\frac{a}{3}-4+\frac{a}{2}=\frac{5}{3}-\frac{a}{2}$ $\quad S=\left\{\frac{17}{4}\right\}$

[34] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas**: resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO N – FICHA 11[35]

FICHA 11 – O sinal negativo antes de uma fração:
O que fazer?

Objetivo: reconhecer qual o procedimento a seguir quando apresentar o sinal negativo antes de uma fração.

Novamente temos o sinal "-" como "vilão na história", pois a maioria dos alunos, simplesmente despreza-o quando aparece antes de uma fração; não multiplicando seus termos pelo respectivo sinal.

Muito cuidado!!!!
Se você fizer tudo com muita atenção,
tal erro jamais cometerá!!!

Assim, registrando seus resultados, resolva a equação de acordo com as orientações.

$$\frac{x}{5}-\frac{x-4}{10}=\frac{1}{2}-\frac{1-x}{4}$$

Calculando o mínimo múltiplo comum de (5, 10, 2, 4), encontraremos:

Reescrevendo a equação com todos os denominadores iguais ao m.m.c - lembrando que, para isso, uma das maneiras é dividir o m.m.c. por cada um dos denominadores e multiplicar os numeradores pelo quociente de cada divisão - temos, assim, a equação reduzida ao mesmo denominador sob forma:

35

[35] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO O – CONTINUAÇÃO DA FICHA 11[36]

Vale ressaltar aqui, a importância de tomar cuidado com o **sinal negativo** que se encontra nas duas frações da equação. Comparando somente os numeradores, já que os denominadores são iguais e resolvendo as multiplicações que apareceram, temos a equação:

Agora, agrupando os termos semelhantes num mesmo membro chegaremos assim na equação equivalente:

Mais uma vez, devemos lembrar que se o coeficiente de x for negativo, é interessante multiplicar seus termos por (-1). Assim, obtemos:

O que nos leva ao conjunto solução:

Caso não tenha encontrado como resposta o conjunto-solução $S = \{1\}$, volte e refaça seus cálculos para descobrir onde se enganou.

Agora, com muito cuidado, faça as equações abaixo de acordo com o que foi revisto nesta ficha.

a) $\frac{2x-1}{10} - \frac{x-1}{4} - 1 = 0$ $\qquad S = \{-17\}$

b) $\frac{1}{3} = x - \frac{x-3}{2} - \frac{3(x-2)}{4}$ $\qquad S = \left\{\frac{32}{3}\right\}$

c) $\frac{3x-1}{5} - \frac{1-x}{3} = \frac{x+5}{10} - \frac{1}{2}$ $\qquad S = \left\{\frac{16}{25}\right\}$

36

[36] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas**: resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO P – FICHA 12[37]

FICHA 12 – Equações que apresentam frações e numeradores com produtos

Objetivo: saber que quando temos que multiplicar onde já existe um produto de dois termos, basta multiplicar somente um deles, e o resultado multiplicar pelo outro valor que aparecer no produto.

Recordando:

Muita atenção quando aparece numa equação com frações, cujo numerador já tem também um produto. **Deve-se** tirar o m.m.c.**, multiplicar somente por um dos termos deste produto**; geralmente somente o número que se encontra fora dos parênteses. Caso queira, efetue a multiplicação inicial e depois pelo valor que obteve do quociente do m.m.c. pelo denominador da respectiva fração.

No exemplo seguinte, registre seus cálculos:

$$\frac{5x}{4}-\frac{2(x-2)}{3}=\frac{7}{2}$$

Calculando o mínimo múltiplo comum (4, 3, 2), encontramos: $\boxed{\quad\quad}$

Reduzindo todos os termos ao mesmo denominador; no segundo termo já temos o produto $-2(x-2)$. Assim, dividindo o m.m.c. pelo denominador "3" deste termo, temos como resultado: $\boxed{\quad}$, o qual devemos multiplicar pelo respectivo numerador. Assim, obtemos $\boxed{\quad\quad\quad}$

[37] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO Q – CONTINUAÇÃO DA FICHA 12[38]

Quanto aos 1º e 3º termos, onde podíamos encontrar 5x teremos, agora, com o resultado da divisão do mmm com o denominador e a multiplicação pelo numerador, teremos o resultado de Já o 3º membro, terá o resultado

Reescrevendo toda a equação, comparando os numeradores, já que os denominadores são iguais e agrupando os termos semelhantes, temos a equação equivalente:

A qual nos leva à solução: , chegando ao conjunto-solução $S=\left\{\frac{26}{7}\right\}$. Caso não tenha chegado a esta solução, retome seus procedimentos verificando passo a passo seus cálculos.

Agora, com muito cuidado, faça as equações abaixo de acordo com o que foi revisto nesta ficha.

a) $\frac{1}{2}x+3-\frac{x+2}{3}=\frac{1-x}{2}+\left(-5-\frac{9-x}{2}\right)$ $S=\{-68\}$

b) $\frac{3(7-4x)}{4}-\frac{1-3x}{6}=\frac{10-4x}{3}-\frac{3+\frac{5x}{2}}{6}$ $S=\{-93/6\}$

[38] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO R – FICHA 13[39]

FICHA 13 – O que fazer primeiro: adições ou multiplicações?

Objetivo: Observar as prioridades ao se deparar com uma expressão numérica e saber aplicar em equações algébricas.

Efetue as operações básicas e, em seguida, registre suas conclusões:

a) $7.2-6=$

b) $7-2.6=$

Que operações têm, obrigatoriamente que ser resolvidas primeiramente?

Lembrando que as multiplicações têm prioridade em relação às adições e/ou subtrações, aplique seus conhecimentos na resolução da equação abaixo:

$$3-2(x-1)=10+3(5-x)$$

Caso não tenha encontrado como conjunto solução $S=\{20\}$ volte e refaça-a atenciosamente todos os procedimentos necessários para sua correta solução.

[39] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO S – FICHA 14[40]

FICHA 14 – Recordando a propriedade distributiva

Objetivo: reconhecer que se deve aplicar a propriedade distributiva e levar em consideração os sinais que estiverem envolvidos no problema.

Recordando:

Quando temos, por exemplo, o produto $2.(x-5)$, devemos lembrar que é a propriedade distributiva que aplicaremos para resolver tal produto. Para isso, multiplicaremos todos os termos que estão dentro dos parênteses pelo valor que estiver externo a ele.

Assim:

$$2.(x-5)$$
$$2.x-2.5$$
$$2x-10$$

Porém, caso tivéssemos: $-3.(5-4x)$, muita atenção com o sinal do número 3. Logo, aplicando a propriedade distributiva, novamente, temos:

$$-3.(5-4x)$$
$$-3.5-3.(-4x)$$
$$-15+12x$$

Assim, usando o que foi revisto acima, encontre o conjunto solução das equações:

a) $2x+(3-x)=5-(3x+1)$	$S=\{3/4\}$
b) $3(2y-1)-2(y-2)=-4(y+3)$	$S=\{-13/8\}$
c) $3x-[2-(x-3)]=5x$	$S=\{-5\}$
d) $3(4+a)-2=2(3a-1)$	$S=\{4\}$
e) $3(x-2)-4(1-3x)=2x$	$S=\{10/13\}$

43

[40] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

ANEXO T – FICHA 15[41]

FICHA 15 – Verificando tudo para não cometer erros

Objetivo: ter muito cuidado na resolução de equações para jamais esquecer termos ou repeti-los quando se está resolvendo uma equação 1º grau.

No processo de resolução não somente de equações do 1ºgrau, mas de todo problema, é muito importante tomar muito cuidado na hora de estar resolvendo; pois, é muito comum, acredito que por descuido ou desatenção, esquecer termos, desconsiderando-os ou mesmo repetindo-os.

Por favor, concentre-se ao iniciar uma resolução de qualquer atividade. Sempre refaça tudo novamente antes de entregar ao professor, e, se possível, substitua o valor encontrado no enunciado da equação, no nosso caso. Assim irá saber se tal valor encontrado é a raiz ou solução da referida equação. Caso encontre uma igualdade falsa, basta voltar e verificar todos os procedimentos para descobrir onde está o erro.

Analise a resposta para ver se condiz com as condições do problema, satisfazendo-o, para desta forma, ter a certeza de que está correta sua solução.

Atenção!

"É importante que você desenvolva sua autoconfiança para defender seus pontos de vista e sua maneira de resolver problemas."

[41] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.