UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação
Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional

Produto Educacional

Equação do Segundo Grau: a utilização de jogos colaborando para uma aprendizagem significativa

Autora:
Profa. Carina de Oliveira
Orientadora:
Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer

PREFÁCIO

Apresenta-se este material de apoio pedagógico, com planos de aulas de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), a qual se planejou, elaborou, aplicou e avaliou, visando à promoção da aprendizagem significativa das equações do segundo grau. Trata-se de uma sugestão para professores de Matemática, contendo atividades sistematizadas e categorizadas, para a assimilação de novos conceitos, procurando resgatar o que o aprendiz já conhece. Com objetivos bem-definidos, visando à assimilação de conceitos e procurando resgatar o que o aprendiz já conhece, são sugeridas atividades contextualizadas, com e sem a utilização de aplicativos educacionais, além de jogos, com a intenção de, também, promover a motivação necessária para uma formação socializadora.

Busca-se expor a relevância da equação de segundo grau para a solução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Para tanto, é importante que os estudantes, desde o Ensino Fundamental, quando a referida equação é apresentada, se apropriem do conhecimento de seu conceito, bem como de sua resolução e propriedades importantes. Com tal finalidade a sequência didática planejada foi objeto de pesquisa e originou o guia didático aqui apresentado. Nas etapas de desenvolvimento da UEPS, são sugeridas diferentes estratégias com a intenção de auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem deste tema tão importante.

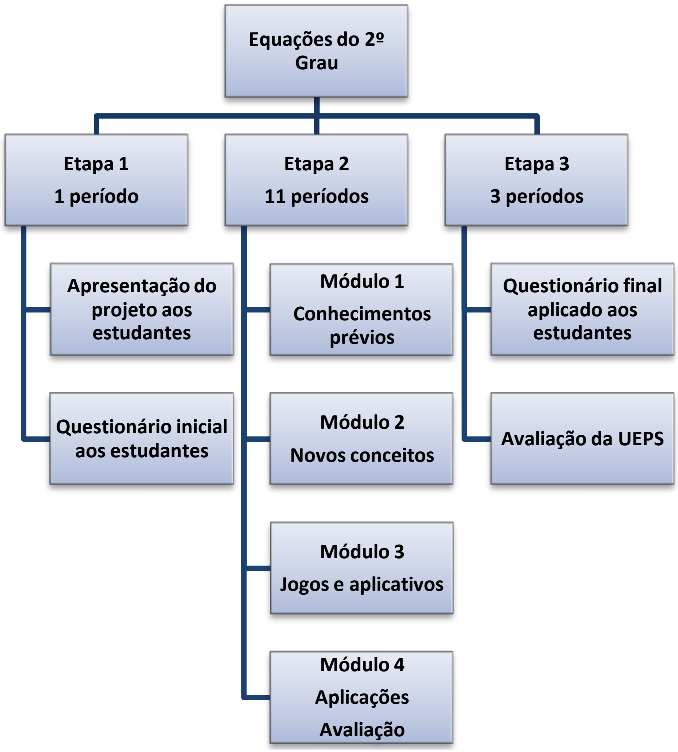
A proposta foi planejada para estudantes da disciplina de Matemática, do nono ano do Ensino Fundamental. A sequência didática é constituída por materiais potencialmente significativos que consideram conhecimentos prévios dos estudantes, procurando apresentar o objeto do conhecimento com coerência de argumentação, assim como sugere Moreira (2011). Esse autor também justifica que "são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a Aprendizagem Significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula". (MOREIRA, 2011, p. 43).

Diante dessas considerações apresenta-se esta UEPS, cientes de que a educação matemática requer novas formas de abordagem, que propiciem a integração de diferentes áreas de conhecimento e que os estudantes desenvolvam a capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema, além de associar o conteúdo a temas transversais, conforme recomenda BNCC. (BRASIL, 2018).

1 DETALHAMENTO DA UEPS

O planejamento prevê a aplicação de uma sequência didática, em quinze encontros presenciais, em observância ao percurso de estruturação de uma UEPS, de acordo com Moreira (2011). Os quinze encontros são organizados em três etapas, conforme a Figura 1, que apresenta a síntese desta organização.

Figura 1 - Organização da UEPS.



Fonte: Acervo da autora (2020)

O ***primeiro encontro*** está organizado para um período de 60 minutos, com a aplicação de um questionário inicial (Quadro 1) buscando a identificação de percepções e conhecimentos prévios dos estudantes sobre a importância da Matemática, do conteúdo de Equações do 2º grau e conhecimentos básicos estudados no Ensino Fundamental (operações numéricas e algébricas), que se relacionam ao conteúdo de Equação do 2º grau. Para melhor definir as necessidades da turma, sugere-se realizar uma sondagem, através de um questionário, sobre aspectos relevantes ao ensino e aprendizagem de objetos matemáticos e facilidades e dificuldades que os estudantes apresentam. Os elementos evidenciados nesta sondagem podem ser considerados no planejamento (adaptação) das aulas subsequentes, de modo a contemplar conteúdos e expectativas evidenciadas pelos estudantes. Para esta atividade de sondagem, no Quadro 1 é apresentada sugestão de Questionário inicial, que pode ser adaptado e modificado, de acordo com as necessidades da turma, os objetivos e o tempo destinado pelo professor, à esta atividade.

Quadro 1 - Questionário inicial

1 – Nome completo:

2 – Idade:

3 – Elencar, em ordem decrescente, as disciplinas que você mais tem afinidade e se sente produtivo:

4 – Levando em consideração as disciplinas das quais você menos gosta, quais fatores interferem para isso?

5 – Como você avalia a aula de Matemática?

( ) Boa ( ) Muito boa ( ) Ruim

6 – Qual a importância da aula de Matemática?

7 – É realmente importante estudar Matemática?

8 – O que você entende por equação?

9 – Qual a aplicação do conteúdo de equação?

10 – Você sabe a diferença de uma equação do primeiro grau de uma equação do segundo grau?

A organização deste encontro, os objetivos e o tempo previsto, estão detalhados no Quadro 2.

Quadro 2 – UEPS: Encontro 1 (1 período)

Encontro 1	

• **Apresentação do projeto aos estudantes**
  ○ Definição do tema: Equações do segundo grau
• **Conhecimentos prévios**
  ○ Questionário inicial aplicado aos estudantes	

Objetivos	Identificar as percepções dos estudantes sobre a importância da Matemática e do conteúdo de Equações do segundo grau, através de questionário
Atividade	• Questionário para verificação dos conhecimentos prévios, buscando identificar as percepções dos estudantes sobre a importância da Matemática, do conteúdo de Equações do segundo grau e conhecimentos básicos estudados no Ensino Fundamental (operações numéricas e algébricas), relacionados ao conteúdo (equação do 2º grau)
Tempo previsto	um período de aula (60 minutos)

Após a realização da sondagem, passa-se à Etapa 2 do desenvolvimento da UEPS, em que as atividades planejadas podem ser adaptadas levando em consideração a análise dos resultados da sondagem inicial. O Quadro 3 mostra a síntese do planejamento da Etapa 2.

Quadro 3 - Organização da Etapa 2 da UEPS (11 períodos)

Módulo	Número de períodos	Atividades
1	1	Identificação dos conhecimentos prévios sobre equações do segundo grau
	1	Mediação das opiniões dos estudantes e síntese dos aspectos mais importantes
2	2	Esclarecimento de dúvidas sobre operações algébricas, identificação dos coeficientes de uma equação e classificação da equação do segundo grau como completa ou incompleta
3	2	Socialização dos resultados obtidos com os colegas
4	3	Abordagem da equação do segundo grau utilizando materiais manipuláveis, situações de aplicabilidade das equações do segundo grau, utilização dos aplicativos Equação de 2º Grau e Matemática: Gerador de Tarefa, bem como a apresentação das atividades e dificuldades constatadas
	2	Leitura e discussão de textos sobre História da Matemática, elaboração de situações que envolvam aplicações de equação do segundo grau e avaliação

Fonte: Elaboração da autora (2020)

No ***segundo encontro***, pode ser promovida uma roda de conversa sobre metodologias e estratégias de aprendizagem, utilizadas nas aulas de Matemática e sobre a importância da Matemática, conforme descrito no Quadro 4. Nesse encontro, as atividades propostas têm duração de dois períodos de 60 minutos e consistem em uma introdução ao desenvolvimento do conteúdo de Equações do 2º grau. O professor atuará como mediador das ideias apresentadas pelos estudantes.

As informações obtidas durante a roda de conversa podem evidenciar alguns fatores colaboradores nos processos de ensino e de aprendizagem, auxiliando o professor no planejamento de estratégias a serem utilizadas nas aulas.

Posteriormente, as ideias e concepções pontuadas na roda de conversa podem ser sintetizadas em uma nuvem de palavras ou um esquema. Para a construção da nuvem de palavras, sugere-se a utilização do aplicativo *Wordclouds*[1].

De acordo com a disponibilidade do professor e as respostas dos estudantes, já podem ser sugeridos filmes e textos que tratam sobre a história da Matemática e das Equações.

[1] Disponível em: https://www.abcya.com/games/word_clouds. Acesso em: 15 ago. 2019.

No Quadro 4, apresentam-se os objetivos e as atividades sugeridas para o segundo encontro.

Quadro 4 – UEPS: Encontro 2 (2 períodos)

Encontro 2	
• **Conhecimentos prévios** • **Situação-problema introdutória**	
Objetivos	Identificar os conhecimentos prévios dos estudantes, através de um questionário
Atividade	• Roda de conversa sobre metodologias e estratégias de aprendizagem, utilizadas nas aulas de Matemática e a importância da Matemática • Nuvem de palavras com a síntese das ideias apresentadas • Questionário para a verificação dos conhecimentos prévios, buscando identificar conhecimentos básicos estudados no Ensino Fundamental (operações numéricas e algébricas), e que relaciona o conteúdo (equação do 2º grau) • Esquema com a síntese das ideias apresentadas
Tempo previsto	dois períodos de aula (120 minutos)

No ***terceiro encontro***, com duração de dois períodos de 60 minutos, propõe-se uma retomada das discussões da aula anterior, visando ao esclarecimento de dúvidas sobre operações algébricas, para que os estudantes, através das atividades a serem desenvolvidas neste encontro, possam resgatar, na própria estrutura cognitiva, informações adquiridas anteriormente.

No Quadro 5 estão descritas as atividades, os objetivos e o tempo previsto para o terceiro encontro.

Quadro 5 – UEPS: Encontro 3 (2 períodos)

Encontro 3	
• Diferenciação progressiva	
Objetivos	Reconhecer as equações em situações do dia a dia Identificar seus coeficientes e classificar uma equação do segundo grau como completa ou incompleta Transpor o conhecimento teórico por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes

Atividade	• Conversa sobre aspectos mais gerais da Álgebra e aspectos específicos das Equações
	• Retomada das discussões da aula anterior e esclarecimento de dúvidas sobre operações algébricas
	• Organizador prévio – o material didático elaborado por Lima (2010)
	  ○ Resolução em grupos
	  ○ Cada grupo resolve duas fichas definidas por sorteio
	  ○ Estratégia de aprendizagem ativa “grupos com tarefas diferentes” para a socialização
	  ○ Socialização das respostas através da estratégia de aprendizagem ativa “grupos com tarefas diferentes”

Tempo previsto	dois períodos de aula (120 minutos)

Para abordar aspectos mais gerais da Álgebra e, após, proposições mais inclusivas sobre as equações, são utilizadas as fichas elaboradas por Lima (2010)[2]. Recomenda-se reunir os estudantes em grupos e definir, por meio de sorteio, as fichas a serem resolvidas em cada grupo para utilizar a estratégia de aprendizagem ativa "grupos com tarefas diferentes" nessa atividade.

A estratégia de aprendizagem ativa "grupos com tarefas diferentes" consiste em uma estratégia pedagógica que tem como objetivo a interação dos estudantes e a socialização dos resultados obtidos pelos grupos. Nessa estratégia, cada grupo é responsável pela resolução de algumas tarefas. Ou seja, todas as tarefas são divididas nos grupos, de modo que cada grupo tenha atividades diferentes dos demais grupos. Essa estratégia permite maior interação entre professores e estudantes através do compartilhamento de resoluções, proposto ao final da atividade, de modo que os grupos tenham conhecimento das tarefas realizadas pelos demais grupos. Nessa estratégia, o professor atua como mediador e dinamizador das reflexões sobre o tema, das análises e das avaliações.

O material didático elaborado por Lima (2010) contém atividades organizadas de forma simples, para que os estudantes possam resgatar, na própria estrutura cognitiva, as informações adquiridas anteriormente. Esse material pode ser utilizado como material instrucional introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, e sua principal finalidade é servir de "ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que deveria saber", constituindo-se em um organizador prévio, como recomenda Moreira (2011).

De acordo com Lima (2010), essas fichas de atividades (ANEXO A) são classificadas em sete categorias, de acordo com o Quadro 6, que relaciona esta categorização com as atividades promovidas.

Quadro 6 - Categorização das fichas

Categoria	Atividades	Fichas
Erros quanto aos resultados da soma algébrica dos termos de uma equação	Recordar somas numéricas por meio de expressões numéricas; adicionar/subtrair termos semelhantes, em expressões algébricas; multiplicar e dividir números inteiros, por meio de expressões numéricas.	1 a 3

[2] LIMA, Duílio Tavares de. Fichas temáticas: resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

Erros quanto à aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo	Operar com termos algébricos em *x* (ou independentes) numa equação; efetuar transposição de coeficientes, identificando incógnita, membros de uma equação e coeficientes.	4 a 7
Erros quanto a resultados indeterminados ou impossíveis de uma equação	Resolver operações de adição e subtração de frações inseridas em uma equação e operações envolvendo termos algébricos localizados no denominador de frações	8
Erros quanto ao desenvolvimento de soluções de equações que apresentam coeficientes fracionários	Relembrar as operações de adição e subtração de frações inseridas em uma equação e operações envolvendo termos algébricos localizados no denominador de frações; resolver equações que apresentam frações e numeradores com produtos.	9 a 12
Erros quanto à ordem das operações a serem efetuadas	Abordar conceitos relativos à multiplicação de termos algébricos	13
Erros quanto à aplicação da propriedade distributiva	Recordar a propriedade distributiva em expressões numéricas e algébricas.	14
Erros quanto à transcrição de dados da questão	Reforçar a importância da verificação das soluções obtidas.	15

Fonte: Adaptado de Lima (2010)

Após a organização dos estudantes nos grupos e a resolução das atividades, gerenciando o tempo e, na medida do possível, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes, de acordo com a estratégia "grupos com tarefas diferentes", é promovido o compartilhamento das resoluções, de modo que os grupos tenham conhecimento das tarefas realizadas pelos demais grupos. Essa atividade permite maior interação e pode auxiliar o professor na avaliação da aprendizagem. De acordo com Elmôr-Filho et al. (2019), a estratégia "grupos com tarefas diferentes" é promovida, originalmente, em quatro etapas:

> **Etapa 1:** o professor apresenta os objetivos da atividade, com destaque para a importância da participação ativa e colaborativa de todos, seja em benefício próprio ou dos colegas. Todos devem dar a sua colaboração, o que será registrado pelo professor. Em seguida, solicita que a turma se organize em grupos: o número de estudantes de cada grupo depende do total e do número de tarefas/problemas.

Etapa 2: cada grupo recebe um problema diferente, que deve ser solucionado, com base em pesquisa e discussões. O professor passa uma lista enumerada, com o número de integrantes do grupo, em cada um deles, para que cada estudante assine seu nome. Ou seja, o grupo "Problema 1" terá os estudantes 1, 2,3, 4, 5, ...; o grupo "Problema 2", também terá os estudantes 1, 2, 3, 4, 5, ..., assim como os demais grupos. Durante esta etapa, a lista fica com o grupo, e um dos componentes, com a ciência de todos, fará anotações, ao lado dos nomes, registrando a participação de cada um. Para tanto, o professor explica que a participação consiste em: questionar/problematizar, responder, procurar resolver, explicar ou demonstrar alguma forma de colaboração. Também durante essa etapa, o professor passa de grupo em grupo, orientando, dando dicas, não respostas, conforme entender que os estudantes estejam encaminhando a solução para o problema.
Etapa 3: tendo cada um dos grupos resolvido o problema que lhe coube, o professor recolhe as listas com os nomes dos participantes de cada grupo e forma novos grupos, desta vez: Grupo 1, com os estudantes de número 1; Grupo 2, com os estudantes de número 2; e assim por diante. Nesses novos grupos, todos devem resolver todos os problemas, e cada um dos estudantes tem a responsabilidade de auxiliar/explicar aos colegas o problema que resolveu anteriormente.
Etapa 4: socialização e discussão coletiva, com esclarecimentos, contando, necessariamente, com a participação de todos, para o fechamento do estudo proposto.
Opcional: caso o professor tenha proposto a atividade como parte da avaliação, nesta etapa, os estudantes podem ser solicitados a entregar a resolução de todos os problemas e, na Etapa 1, isto já deve ter sido parte do "contrato pedagógico" com as orientações para tanto.

Para auxiliar na resolução dessas atividades, o professor pode propor aos estudantes que seja produzida uma síntese com os conceitos algébricos abordados e o procedimento realizado para resolver cada uma delas.
Para auxiliar na interpretação das situações abordadas e nas dúvidas relativas aos significados de algumas palavras, os estudantes podem utilizar o Dicionário On-line[3].

O ***quarto encontro*** é, então, promovido visando ao reconhecimento, por parte dos estudantes, de equações em situações cotidianas, sua compreensão das soluções de uma equação do 2º grau e a capacidade de realizar uma análise sobre estas soluções, conforme Quadro 7.

Quadro 7 – UEPS: Encontro 4 (2 períodos)

Encontro 4	
• **Diferenciação progressiva**	
Objetivos	Reconhecer as equações em situações do dia a dia Compreender e analisar as soluções de uma equação do 2º grau Transpor o conhecimento teórico, por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa Interpretar e validar as soluções encontradas para problemas que envolvam equações do segundo grau, utilizando aplicativos educacionais Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes

[3] Disponível em: Só Matemática: https://www.somatematica.com.br/dicionarioMatematico/b.php. Acesso em: 20 ago. 2020.

Atividade	• Organizador prévio – o material didático elaborado por Lima (2010) ○ Aplicação das equações de 2º grau em nosso cotidiano
Tempo previsto	dois períodos de aula (120 minutos)

Para tanto são sugeridas atividades a serem resolvidas pelos estudantes durante dois períodos de aula com 60 minutos. Tais atividades apresentam situações sobre as aplicações das equações do segundo grau, com nível de complexidade maior e mais abrangente.

As atividades abordadas nesse encontro, descritas no Quadro 8, contemplam aplicações das equações do segundo grau: no contexto de trajetória que percorrem objetos lançados ao ar; no cálculo e na determinação do índice de massa corpórea e na construção de pontes. Sugere-se que esta aula seja disponibilizada em formato digital, para que os estudantes respondam as atividades e possam acessar os vídeos utilizando o celular ou computador, conforme as possibilidades do professor e dos estudantes.

A estratégia de aprendizagem sugerida para este encontro é o "Desafio em grupos", na qual cada grupo é responsável por um dos problemas sugeridos. Neste caso, após a resolução de cada um deles, os grupos são responsáveis por sua apresentação aos colegas, respondendo perguntas e explicando como compreenderam cada um dos problemas. Desta forma, toda a turma toma conhecimento de todos os problemas apresentados.

Quadro 8 - Aplicações das equações de 2º grau

APLICAÇÕES DAS EQUAÇÕES DE 2º GRAU NO NOSSO COTIDIANO

Fonte: Adaptado de: http://teccienciapiloto.ufba.br/equacao-do-2o-grau/equacoes-de-2o-grau-no-nosso-cotidiano.

É muito importante saber reconhecer quais conceitos matemáticos resolvem problemas do nosso cotidiano, ou seja, para resolver um determinado problema devemos saber qual é o modelo matemático adequado.

Depois de já ter aprendido bastante sobre equações, você seria capaz de dar um exemplo de aplicação prática de uma equação do segundo grau?

Você já notou as linhas de transmissão de energia elétrica, principalmente no campo, onde as distâncias são muito grandes, como na figura abaixo? Que forma elas têm?

____

____

____

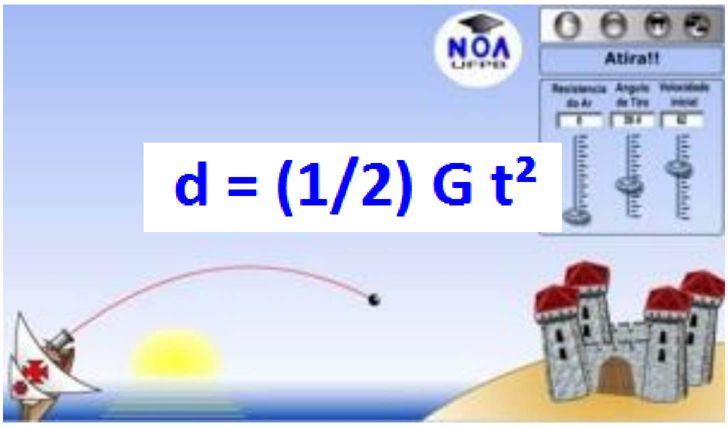
____

Fonte: Disponível em: http://naturezaesustentabilidade.files.word

Então vejamos alguns exemplos do uso da equação do segundo grau:

1) Você já deve ter estado na beira de um rio ou de um lago e atirado uma pedra para o centro da água; você pode descrever a trajetória do movimento da pedra?

Veja se a trajetória da pedra que você atira ao centro do lago se parece com a que aparece nas seguintes simulações:

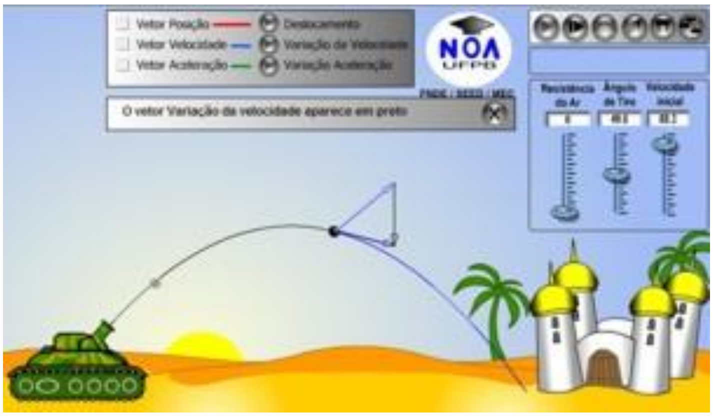


Fonte: Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/. Acesso em: 4 ago. 2019.

2) Você já estudou a **Lei da Queda dos Corpos**? Se não estudou ainda, vai iniciar este estudo ainda este ano, e com certeza vai aprender que

nesta fórmula:
d *é a distância percorrida pelo corpo até chegar ao chão;*
G *é a constante aceleração da gravidade;*
t *é o tempo que o corpo leva para chegar ao chão.*

Você consegue colocar esta fórmula, que calcula a distância em função do tempo da queda, na forma de uma equação do segundo grau? Como seria?



A lei da gravitação universal foi formulada pelo físico inglês Sir **Isaac Newton,** em sua obra ***Philosophiae Naturalis Principia Mathematica***, publicada em 1687, mas quem primeiro realizou experimentos a respeito foi o famoso **Galileu Galilei**, hoje considerado o pai da ciência moderna, por ter sido personagem fundamental da Revolução Científica do século XVII. Até o final daquele século, se acreditava que os objetos mais pesados caíam mais rapidamente que os objetos leves. Somente quando Galileu, cientista italiano, que nasceu em Pisa, Itália, realizou seu célebre experimento, é que se acreditou que aquela considerada verdade era um grande engano. De acordo com Galileu, todos os objetos caíam com a mesma aceleração, a menos que a resistência do ar ou alguma outra força os freasse.

Procure saber mais sobre Galileu e veja que grande cientista ele foi; você vai ficar encantado com sua história.

Agora realize o experimento de **Galileu** neste simulador, clique na imagem abaixo:

Saiba mais sobre os experimentos de Galileu, clique aqui.

Se você quiser aprender mais, clique em:
Queda dos corpos – Aspectos históricos e alguns aplicativos

3) Hoje muito se fala do **Índice de Massa Corpórea** (IMC), não é? Seu professor de Educação Física já deve ter falado a respeito, já que estamos vivendo uma era em que a obesidade cresceu muito, e continua crescendo, e o pior, está atingindo crianças e jovens de maneira assustadora. Alguns estudiosos do assunto chegam a afirmar que, no Brasil, a obesidade chega a ser uma epidemia silenciosa. O fato é que a obesidade é considerada um problema de saúde pública, e se sabe que ela provoca várias outras doenças, tais como: diabetes, problemas cardiovasculares, dificuldades motoras e articulares, além de distúrbios do sono.

A obesidade é considerada uma doença grave, quando o **IMC** do indivíduo se apresenta **superior a 30**.

E como se pode calcular o IMC? Os estudiosos da saúde definem o IMC, através da fórmula:

IMC = peso (kg) / altura (m) x altura (m)

e se o valor obtido é:

- menor que 18,5 – o indivíduo está abaixo do peso;
- entre 18,5 e 24,9 – o indivíduo está com peso normal;
- entre 25 e 29,9 – o indivíduo está com sobrepeso (acima do peso desejado);
- igual ou maior que 30 – o indivíduo está **OBESO**.

Você percebeu que a fórmula **IMC = peso / altura x altura** é uma equação do segundo grau?

Você pode colocá-la numa forma mais fácil de perceber que ela é uma equação do segundo grau?

Quer saber mais sobre obesidade e massa corpórea? Então faça uma pesquisa na internet, mas esteja seguro de navegar por *sites* que oferecem informações verdadeiras.

Vamos determinar o seu IMC? Primeiro utilize a balança para aferir seu peso e após, pegue a fita métrica e determine sua altura!

4) A matemática é a base se todas as soluções da engenharia. Você já ouviu falar em **ponte pênsil**? São pontes fantásticas feitas de aço, veja o vídeo abaixo:

https://www.youtube.com/watch?v=Qdwy7bka9U0

Você conseguiu ver alguma relação entre as pontes e a equação do segundo grau?

Agora, procure saber mais sobre a **Ponte Estaiada** na cidade de **São Paulo**? Ela é maravilhosa! Existe também uma ponte muito bonita em **Dublin**, capital da Irlanda; ela é chamada **Ponte Samuel Beckett** e foi inaugurada em dezembro de 2009, procure saber mais a respeito.

Agora, não esqueça de procurar a definição de **ponte pênsil** e de **ponte estaiada.**

A **Ponte Juscelino Kubitschek** em Brasília também é uma lindíssima ponte que merece ser vista!

E não esqueça, use o **Street View** do **Google Maps** e faça um passeio por estas pontes, vale a pena experimentar!

Converse com seus colegas e veja se vocês encontram novos exemplos que utilizam equação do segundo grau.

As atividades do quarto encontro podem contribuir com uma abordagem interdisciplinar das Equações do 2º grau. Neste encontro, o professor pode propor aos estudantes novas situações de aplicação do conteúdo, considerando o nível de envolvimento e a apropriação dos conceitos por parte dos estudantes.

No **quinto encontro** são propostos dois jogos didáticos sobre as equações do segundo grau. Estima-se que este encontro tenha duração de cinco períodos de 60 minutos, mas o tempo pode variar conforme a disponibilidade do professor e o perfil dos estudantes. No Quadro 9, estão descritos os objetivos e as atividades a serem desenvolvidas neste encontro.

Quadro 9 – UEPS: Encontro 5 (5 períodos)

Encontro 5	
• **Complexidade** • **Reconciliação integradora**	
Objetivos	Reconhecer as equações em situações do dia a dia Compreender e analisar as soluções de uma equação do 2º grau Transpor o conhecimento teórico, por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa Interpretar e validar as soluções encontradas para problemas que envolvam equações do segundo grau, utilizando aplicativos educacionais Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes
Atividade	• Abordagem das equações do segundo grau utilizando materiais manipuláveis ○ Jogo Que Equação Sou Eu? ○ Jogo Trilha das Equações ○ Os estudantes são divididos em grupos de quatro integrantes, para responder às atividades, registrando no caderno também as dificuldades encontradas ○ Questionário sobre a importância do jogo para a aprendizagem de Equação do segundo grau • Situações de aplicabilidade das equações do segundo grau ○ Resolução das atividades em duplas ○ Utilização do aplicativo Equação do segundo grau ○ Apresentação das atividades e dificuldades encontradas ○ Utilização do aplicativo Matemática: Gerador de Tarefa
Tempo previsto	cinco períodos de aula (300 minutos)

São abordadas equações do segundo grau, utilizando o Jogo Qual a Equação? e o Jogo Trilha das Equações, procurando promover a autoavaliação, o autoconhecimento, a compreensão e a análise das soluções de uma equação do segundo grau. As cartas podem ser confeccionadas pelos estudantes, impressas em folhas de desenho, coloridas e recortadas.

Para desenvolver o Jogo Qual a Equação?, destinar dois períodos desse encontro. Os estudantes são organizados em grupos com três integrantes. Um dos estudantes do grupo irá retirar uma carta e lerá uma instrução, contida na carta, de cada vez. Os demais integrantes do grupo deverão escutar atentamente as dicas fornecidas e completar a equação do segundo grau. Os estudantes deverão revezar-se entre si, de modo que a cada rodada altera-se o participante responsável por ler as dicas das cartas. Nesse jogo, pontuam todos os estudantes que responderem corretamente. Sugere-se que as respostas e também a pontuação sejam registradas no caderno.

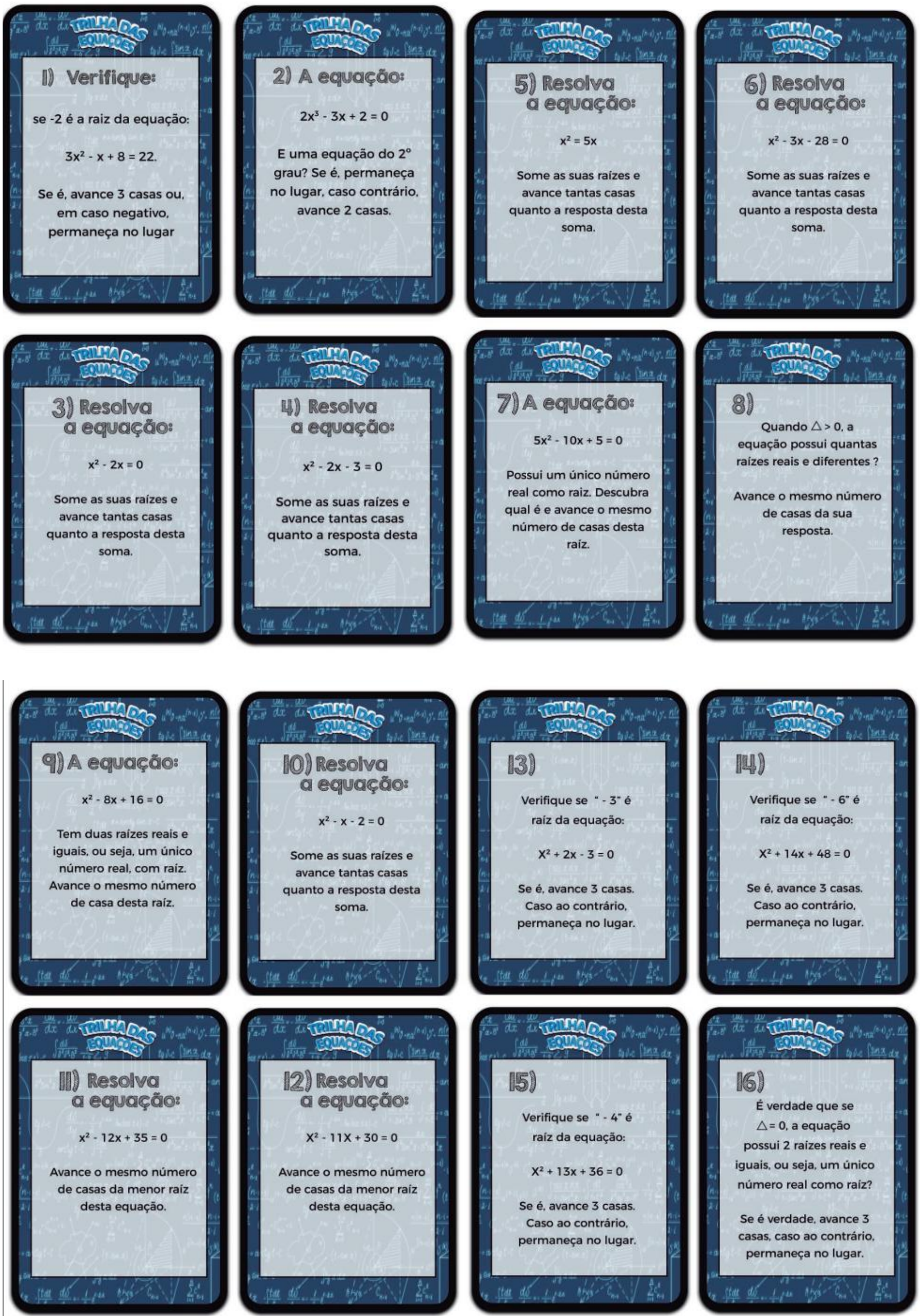
No Quadro 10, as cartas do Jogo Qual a Equação?.

Quadro 10 - Cartas do Jogo Qual a Equação?

No Jogo Qual a Equação?, cada carta,apresenta dicas sobre os coeficientes da equação do segundo grau. Aqui, o professor, também pode inserir dicas a respeito das soluções das equações.

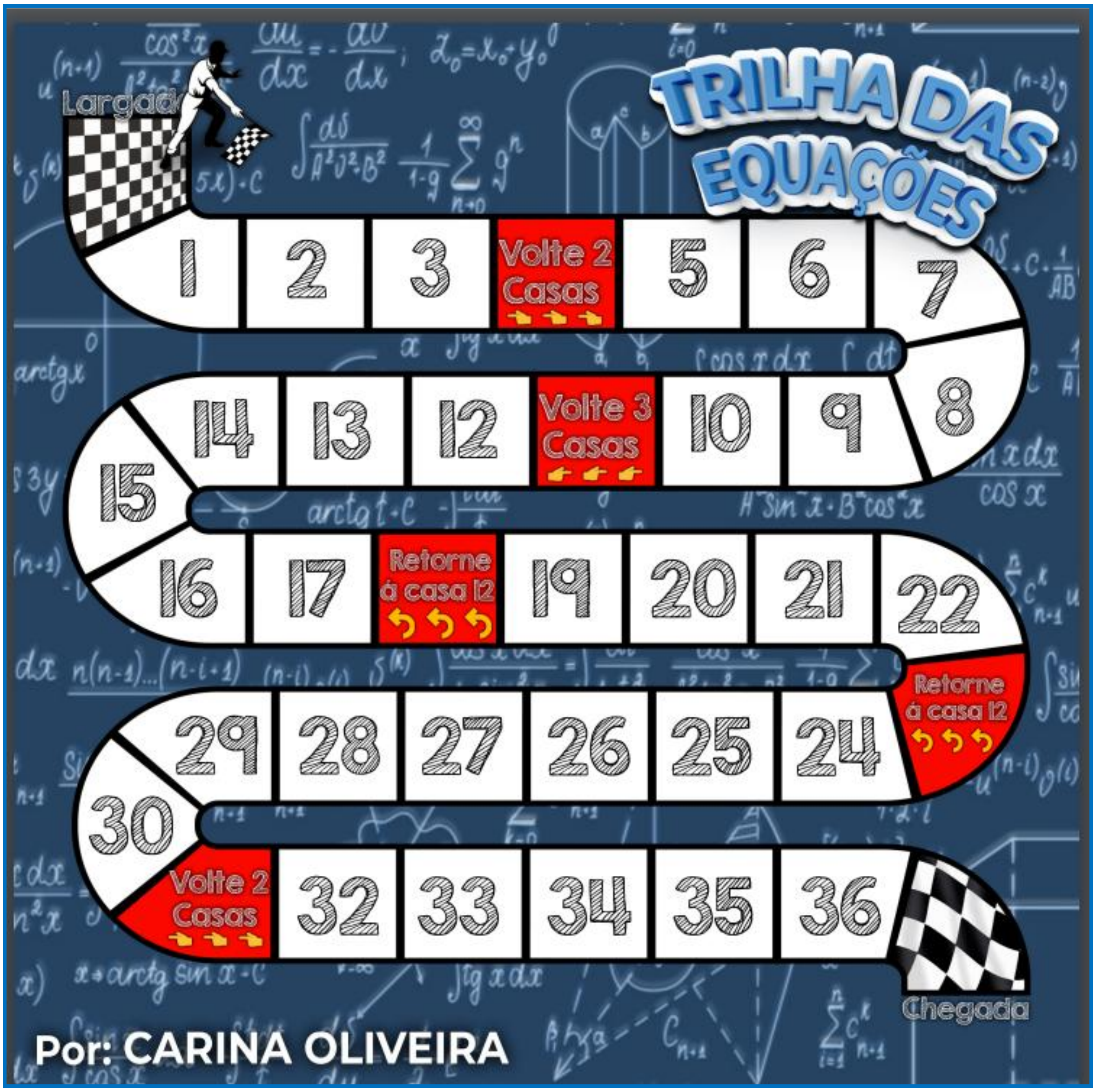
Ainda no quinto encontro, sugere-se a aplicação do Jogo Trilha das Equações, ainda visando à compreensão e à análise das soluções de uma equação do segundo grau. Para tanto, organizar os estudantes em grupos com quatro integrantes para desenvolver o jogo e registrar, no caderno, as dificuldades encontradas. Sugere-se dois ou três períodos de aula para a realização deste jogo. O Jogo Trilha das Equações é constituído por vinte e seis cartas, um dado, marcadores e um tabuleiro. É necessário que cada grupo tenha um tabuleiro e as cartas, que podem ser impressos em folhas de desenho. O dado e os marcadores podem ser construídos com os estudantes. As cartas contém perguntas referentes às equações do segundo grau, quatro marcadores que serão utilizados pelos participantes para percorrer a trilha (sugere-se a utilização de botões, grãos ou uma dobradura), um dado e um tabuleiro. Para iniciar a partida, cada jogador lançará o dado, uma vez e o participante que tirar o maior número começará a rodada, retirando uma carta. No Quadro 11 são apresentadas as cartas do referido Jogo e no Quadro 12, o tabuleiro do Jogo.

Quadro 11 - Cartas do jogo trilha das equações


TRILHA DAS EQUAÇÕES
1) Verifique:
se -2 é a raiz da equação:
$3x^2 - x + 8 = 22$.
Se é, avance 3 casas ou, em caso negativo, permaneça no lugar
TRILHA DAS EQUAÇÕES
2) A equação:
$2x^3 - 3x + 2 = 0$
E uma equação do 2° grau? Se é, permaneça no lugar, caso contrário, avance 2 casas.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
5) Resolva a equação:
$x^2 = 5x$
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
6) Resolva a equação:
$x^2 - 3x - 28 = 0$
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
3) Resolva a equação:
$x^2 - 2x = 0$
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
4) Resolva a equação:
$x^2 - 2x - 3 = 0$
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
7) A equação:
$5x^2 - 10x + 5 = 0$
Possui um único número real como raiz. Descubra qual é e avance o mesmo número de casas desta raíz.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
8)
Quando $\triangle > 0$, a equação possui quantas raízes reais e diferentes ?
Avance o mesmo número de casas da sua resposta.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
9) A equação:
$x^2 - 8x + 16 = 0$
Tem duas raízes reais e iguais, ou seja, um único número real, com raíz. Avance o mesmo número de casa desta raíz.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
10) Resolva a equação:
$x^2 - x - 2 = 0$
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
13)
Verifique se " - 3" é raíz da equação:
$X^2 + 2x - 3 = 0$
Se é, avance 3 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
14)
Verifique se " - 6" é raíz da equação:
$X^2 + 14x + 48 = 0$
Se é, avance 3 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
11) Resolva a equação:
$x^2 - 12x + 35 = 0$
Avance o mesmo número de casas da menor raíz desta equação.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
12) Resolva a equação:
$X^2 - 11X + 30 = 0$
Avance o mesmo número de casas da menor raíz desta equação.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
15)
Verifique se " - 4" é raíz da equação:
$X^2 + 13x + 36 = 0$
Se é, avance 3 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
16)
É verdade que se $\triangle = 0$, a equação possui 2 raízes reais e iguais, ou seja, um único número real como raíz?
Se é verdade, avance 3 casas, caso ao contrário, permaneça no lugar.


TRILHA DAS EQUAÇÕES
17) Resolva a equação:
x² - x - 12 = 0
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
18)
Determine os números que somados dão " - 2 " e multiplicados resultam em " - 8 " .
Avance o mesmo números de casas do maior destes números.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
21)
Determine os números que somados dão " 6 " e multiplicados resultam em " 5 " .
Avance o mesmo números de casas do menor destes números.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
22)
Verifique se " 9" é raíz da equação:
X² - 10x + 9 = 0
Se é, avance 2z casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
19)
Determine os números que somados dão " 1 " e multiplicados resultam em " - 20 " .
Avance o mesmo números de casas do maior destes números.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
20)
Verifique se " - 5" é raíz da equação:
X² + 3x - 10 = 0
Se é, avance 2 casas. Caso ao contrário, permaneça no lugar.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
23) Resolva a equação:
x² - x - 6 = 0
Some as suas raízes e avance tantas casas quanto a resposta desta soma.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
24) Resolva a equação:
x² - 5x + 6 = 0
Avance o mesmo número de casas da menor de suas raízes.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
25) Resolva a equação:
x² - 6x + 5 = 0
Avance o mesmo número de casas da menor de suas raízes.
TRILHA DAS EQUAÇÕES
26) Resolva a equação:
2x² - 3x + 1 = 0
Avance o mesmo número de casas da sua maior raíz.

Quadro 12 - Tabuleiro do Jogo Trilha das Equações



As cartas do jogo apresentam equações do segundo grau para serem resolvidas, com problemas que dizem respeito às propriedades e à análise das raízes de uma equação do segundo grau. Nas cartas, as soluções do problema apresentado estão relacionados com a quantidade de casas que o participante avançará no tabuleiro. Cada carta utilizada deve ser retirada do jogo, caso ocorra de faltar cartas, junte-as novamente.

Após retirar a carta, o estudante deve seguir as orientações disponíveis na mesma e resolver a situação proposta. Se o estudante responder corretamente deverá avançar, no tabuleiro, com seu marcador a quantidade de casas determinadas pela carta. Caso o estudante não resolva corretamente a atividade, seu marcador não se moverá no tabuleiro. O ganhador será o jogador que, com seu marcador, cruzar primeiro a linha de chegada no tabuleiro.

Antes de iniciar o jogo, é importante que os estudantes entendam o objetivo da aula e as regras do jogo. Importante o professor ressaltar que a dinâmica do jogo valoriza o mérito e não a sorte, o jogador pontua quando responde corretamente e não porque tirou um número maior no dado. De acordo com o nível dos estudantes, o professor pode prever adequações no jogo, anexando dicas às cartas ou ao tabuleiro. Pode-se criar regras com os estudantes, como por exemplo: acrescentar obstáculos que proponham operações do tipo avançar ou voltar e atividades ou desafios extras. As dúvidas que surgirem durante o jogo podem constituir uma aula com retomada desses conceitos apontados pelos estudantes e observados pelo professor.

No tabuleiro estão marcadas a largada, a chegada e algumas informações ao longo do trajeto a ser percorrido pelos estudantes. Nas casas vermelhas estão algumas orientações que devem ser seguidas caso o estudante pare sobre estas casas.

Após a dinâmica dos jogos, o professor pode utilizar um questionário como uma forma de avaliação das aulas. O Questionário 2, destinado aos estudantes, mostrado no Quadro 13, é uma sugestão de atividade após a realização dos jogos.

Quadro 13 - Questionário 2 aos estudantes

Aluno:

Questionário do aluno

1. Alguma vez já foram utilizados materiais manipuláveis para que você pudesse aprender algum conteúdo matemático? Se sim, quais?

____

____

____

2. Você acha que o jogo contribuiu para o aperfeiçoamento de Equação do Segundo Grau?

____

____

____

3. Qual a dificuldade que você encontrou ao manipular o jogo?

____

____

____

4. O que você achou de mais interessante no jogo?

____

____

____

5. Você compreendeu o assunto ao utilizar o jogo?

____

____

____

6. Alguma dúvida sobre o conteúdo permaneça sem resposta?

____

____

____

7. Sugestões.

____

____

Após os jogos, se houver tempo disponível, aplicar o Questionário 2. Esse questionário tem o objetivo de coletar informações sobre a utilização de materiais manipuláveis, a importância do jogo para a aprendizagem de equações do segundo grau, as dificuldades apresentadas, os pontos interessantes do jogo e, também, apontar tópicos do conteúdo que ainda precisem de esclarecimentos.

As respostas do questionário sobre a utilização dos jogos como estratégia de aprendizagem, podem contribuir para o redirecionamento do planejamento pedagógico do professor, considerando a importância do jogo para a aprendizagem de equações do segundo grau, as dificuldades apresentadas, os pontos interessantes do jogo, e as dúvidas observadas pelo professor.

No ***encontro seis*** sugere-se a aplicação do Questionário 3. Para este encontro, podem ser utilizados três períodos com duração de 60 minutos cada. O Quadro 14 apresenta os objetivos e a atividade sugerida.

Quadro 14 – UEPS: Encontro 6 (3 períodos)

Encontro 6	
• **Reconciliação integradora** • **Questionário final aplicado aos estudantes** • **Avaliação da UEPS**	
Objetivos	Reconhecer as equações em situações do dia a dia Desenvolver o pensamento algébrico e a capacidade de argumentação Transpor o conhecimento teórico por meio de uma estratégia de aprendizagem ativa Gerenciar o tempo, respeitando o ritmo de aprendizagem dos estudantes
Atividade	• Leitura de textos sobre História da Matemática o Tema central é a História da Matemática envolvida no conceito de equações do segundo grau • Elaboração de situações que envolvam a aplicação de uma equação do segundo grau • Avaliação da UEPS
Tempo previsto	três períodos de aula (180 minutos)

No Questionário 3, apresentado no Quadro 15, são apresentadas novas situações de aplicação das equações do segundo grau, com maior nível de complexidade. Nessas atividades, propõe-se utilizar o aplicativo Equação de 2º Grau[4] para a resolução das equações, em pequenos grupos. Ao abordar essas atividades, enfatizar a importância da interpretação para a resolução de situações que envolvam a tradução da linguagem formal para a linguagem matemática.

Quadro 14 - Questionário 3 aos estudantes

1 – José possui um terreno retangular com dimensões 22 m por 30 m. Sabe-se que um dos lados, o que mede 22 m já possui um muro construído, e ele quer utilizar parte desse muro para fazer um cercado retangular de 56 m.² Dispondo de 32 m de tela, é possível construir esse cercado? Quais são as medidas dos seus lados?

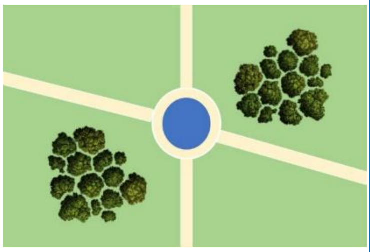
[4] Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.luis.primeiroapp. Acesso em: 9 dez. 2021.

2 – (UERJ, 2005-Adaptado) Considere as seguintes funções, relativas a uma ninhada de pássaros: C = $x^2 - 12x+48$; C = custo mensal, em centenas de real, para a manutenção de x pássaros. V = $2x+3$; V = valor arrecadado, em centenas de real, com a venda de x pássaros. Sabe-se que o lucro mensal obtido é determinado pela diferença entre os valores de venda V e custo C. Determine a expressão que representa o lucro nas vendas.

3 – Um motorista dirigia a 30 m/s quando avistou um buraco na pista, e pisa no freio. Os freios produziram uma desaceleração de 2,0 m/s², até que o carro para completamente. Qual é o espaço percorrido pelo veículo até o final da frenagem?

4 – A idade de uma mãe multiplicada pela idade de sua filha é igual a 525. Sabendo que quando a filha nasceu, a mãe tinha 20 anos, qual a idade da filha?

5 – Uma praça, representada na figura ao lado, apresenta um formato retangular, e sua área é igual a 1350 m^2. Sabendo que sua largura corresponde a 3/2 da sua altura, determine as dimensões da praça.



6 – **(**Enem 2009) Um fazendeiro doa, como incentivo, uma área retangular de sua fazenda para seu filho, que está indicada na figura como 100% cultivada. De acordo com as leis, deve-se ter uma reserva legal de 20% de sua área total. Assim, o pai resolve doar mais uma parte para compor a reserva para o filho, conforme a figura.

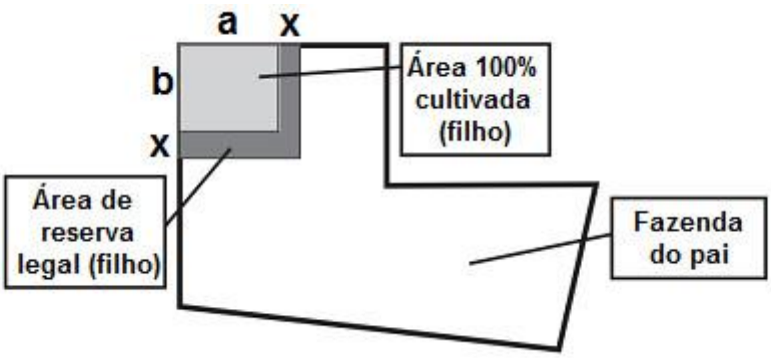


Figura de questão do Enem 2009

De acordo com a figura acima, o novo terreno do filho cumpre a lei, após acrescentar uma faixa de largura x metros contornando o terreno cultivado, que se destinará à reserva legal (filho). O dobro da largura x da faixa é

a) 10% $(a + b)^2$
b) 10% $(a \cdot b)^2$
c) $\sqrt{a+b} - (a+b)$
d) $\sqrt{(a+b)^2 + ab} - (a+b)$
e) $\sqrt{(a+b)^2 + ab} + (a+b)$

7 – (Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão $T(t) = \frac{-t^2}{4} + 400$ com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só

é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39 ºC. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?
a) 19,0.
b) 19,8.
c) 20,0.
d) 38,0.
e) 39,0.

8 – (PUC – Rio) As duas soluções de uma equação do 2° grau são – 1 e $^1/_3$. Então a equação é:
a) $3x^2 - x - 1 = 0$
b) $3x^2 + x - 1 = 0$
c) $3x^2 + 2x - 1 = 0$
d) $3x^2 - 2x - 2 = 0$
e) $3x^2 - x + 1 = 0$

9 – (Cesgranrio) A maior raiz da equação $-2x^2 + 3x + 5 = 0$ vale:
a) – 1
b) 1
c) 2
d) 2,5
e) $(3 + \sqrt{19})/4$

10 – (Coltec 2017) Laura tem de resolver uma equação do 2º grau no “para casa”, mas percebe que, ao copiar do quadro para o caderno, esqueceu-se de copiar o coeficiente de x. Para resolver a equação, registrou-a da seguinte maneira: $4\times2 + ax + 9 = 0$. Como ela sabia que a equação tinha uma única solução, e esta era positiva, conseguiu determinar o valor de a, que é
a) – 13
b) – 12
c) 12
d) 13

11 – (Enem 2016) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros.
Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a 2/3 da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?
a) 18
b) 20
c) 36
d) 45
e) 54

De acordo com a disponibilidade do professor e com as dificuldades apresentadas pelos estudantes, como material de apoio a ser trabalhado em aula ou como tarefa de casa, sugere-se a utilização do aplicativo Matemática: Gerador de Tarefa[5]. Esse aplicativo possui uma interface que permite ao estudante selecionar o conteúdo e o nível de complexidade. Após, o aplicativo gera uma atividade de acordo com o conteúdo selecionado. O estudante deve resolver a atividade, digitar a resposta e conferir se a solução dada está correta. O professor pode solicitar que os estudantes realizem duas atividades sugeridas pelo aplicativo e registrem os procedimentos adotados para a resolução. Ao final das atividades, pode-se destinar um período para apresentação dos resultados obtidos e dúvidas.

Ainda considerando o tempo disponível pelo professor, no sexto encontro, sugere-se que os estudantes produzam um folder que apresente a História da Matemática e as equações do segundo grau. Para tanto, indica-se que sejam disponibilizados os textos 1 e 2, apresentados nos Quadros 15 e 16, respectivamente, cujo tema central é a História da Matemática envolvida no conceito de equações do segundo grau.

Quadro 15 - Texto 1

TEXTO 1 – HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Fonte: LISA – Biblioteca da Matemática Moderna
Adaptado de: *Equipe Brasil Escola*
Disponível em: https://monografias.brasilescola.uol.com.br/matematica/historiamatematica.htm. Acesso em: 20 ago. 2019.

Matemática – A história da Matemática – Em que ano nasceu a Matemática – Onde nasceu a Matemática

Por volta dos séculos IX e VIII a.C., a Matemática engatinhava na Babilônia. Os babilônios e os egípcios já tinham uma álgebra e uma geometria, mas somente o que bastasse para as suas necessidades práticas, e não de uma ciência organizada.

Na Babilônia, a Matemática era cultivada entre os escribas responsáveis pelos tesouros reais. Apesar de todo material algébrico que tinham os babilônios e egípcios, só podemos encarar a Matemática como ciência, no sentido moderno da palavra, a partir dos séculos VI e V a.C., na Grécia.

A Matemática grega se distingue da babilônica e egípcia pela maneira de encará-la. Os gregos fizeram-na uma ciência propriamente dita, sem a preocupação com suas aplicações

[5] Disponível em: https: play.google.com/store/apps/details?id=com.ark_software.mathgen. Acesso em: 9 dez. 2021.

práticas. Do ponto de vista de estrutura, a Matemática grega se distingue da anterior, por ter levado em conta problemas relacionados com processos infinitos, movimento e continuidade.

As diversas tentativas dos gregos de resolverem tais problemas fizeram com que aparecesse o método axiomático-dedutivo. O método axiomático-dedutivo consiste em admitir como verdadeiras certas preposições (mais ou menos evidentes) e, a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais.

As dificuldades com as quais os gregos se depararam, ao estudar os problemas relativos a processos infinitos (sobretudo problemas sobre números irracionais), talvez sejam as causas que os desviaram da Álgebra, encaminhando-os em direção à Geometria. Realmente, é na Geometria que os gregos se destacam, culminando com a obra de Euclides, intitulada *Os Elementos*.

Sucedendo Euclides, encontramos os trabalhos de Arquimedes e de Apolônio de Perga. Arquimedes desenvolve a Geometria, introduzindo um novo método, denominado “método de exaustão”, que seria um verdadeiro germe do qual mais tarde iria brotar um importante ramo da Matemática (teoria dos limites).

Apolônio de Perga, contemporâneo de Arquimedes, dá início aos estudos das denominadas curvas cônicas: a elipse, a parábola e a hipérbole, que desempenham, na Matemática atual, papel muito importante. No tempo de Apolônio e Arquimedes, a Grécia já deixara de ser o centro cultural do mundo. Este, por meio das conquistas de Alexandre, tinha-se transferido para a cidade de Alexandria. Depois de Apolônio e Arquimedes, a Matemática grega entra no seu ocaso.

Paralelamente, surgem geometrias diferentes da de Euclides, as denominadas Geometrias não euclidianas.

Por volta de 1900, o método axiomático e a Geometria sofrem influência dessa atitude de revisão crítica, levada a efeito por muitos matemáticos, dentre os quais destacamos D. Hilbert, com sua obra *Fundamentos da geometria* (*Grudlagen der Geometrie* título do original), publicada em 1901. A Álgebra e a Aritmética tomam novos impulsos.

A partir do século XIX, a Matemática começa então a se ramificar, em diversas disciplinas, que ficam cada vez mais abstratas.

Atualmente, se desenvolvem tais teorias abstratas, que se subdividem em outras disciplinas.

Os entendidos afirmam que estamos em plena “idade de ouro” da Matemática, e que, nestes últimos cinquenta anos, tem sido criadas tantas disciplinas, novas matemáticas, como haviam sido criadas nos séculos anteriores.

Esta arremetida em direção ao “Abstrato”, ainda que não pareça nada prática, tem por finalidade levar adiante a “Ciência”.

A História tem mostrado que aquilo que nos parece pura abstração, pura fantasia matemática, mais tarde se revela como um verdadeiro celeiro de aplicações práticas (texto revisado).

Quadro 16 - Texto 2

TEXTO 2 – HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Adaptado de: *Portal São Francisco*

Disponível em: https://www.portalsaofrancisco.com.br/matematica/historia-da- 92 matematica#:~:text=Inicialmente%20matem%C3%A1tica%20foi%20baseada%20no,antes%20da%20inven%C3%A7%C3%A3o%20da%20escrita. Acesso em: 20 ago. 2019.

A história da Matemática se originou com descobertas matemáticas e continua através da evolução ao longo dos séculos de seus métodos e notações matemáticas, cuja utilização é uma continuação no tempo.

Um aspecto importante da Matemática é que ele desenvolveu, de forma independente em culturas completamente diferentes, que eles vieram para os mesmos resultados. Muitas vezes, um contato ou uma influência mútua entre povos diferentes levou à introdução de novas ideias e avanço do conhecimento matemático, às vezes, em vez disso viu uma inversão súbita da cultura matemática entre alguns povos. As Matemáticas modernas, em vez disso, tiveram acesso a contribuições de pessoas de todos os países.

A atividade desenvolvida por matemáticos modernos é muito diferente daquela dos primeiros matemáticos de civilizações antigas. Inicialmente, a Matemática foi baseada no conceito de número, o conceito desenvolvido na pré-história. Matemática foi uma das primeiras disciplinas a desenvolver.

Toda cultura na Terra desenvolveu um pouco de matemática. Em alguns casos, essa Matemática se espalhou a partir de uma cultura para outra. A Matemática tem raízes no antigo Egito e na Babilônia, em seguida, cresceu rapidamente na Grécia antiga e no mundo árabe. Sobre o mesmo tempo, um pouco de Matemática da Índia foi traduzido para o árabe. Mais tarde, um pouco dessa matemática foi traduzido para o latim e se tornou a matemática da Europa ocidental. Durante um período de várias centenas de anos, tornou-se a matemática do mundo.

Há outros lugares no mundo nos quais se desenvolveu a Matemática significativa, como a China, o Sul da Índia, e no Japão, e eles são interessantes para estudar, mas a Matemática de outras regiões não teve muita influência sobre atuais matemáticas internacionais. Não é, evidentemente, muito de matemática sendo feito nestas e em outras regiões, mas não é a Matemática tradicional das regiões, mas as matemáticas internacionais.

De longe, o desenvolvimento mais significativo na Matemática foi dando-lhe fundamentos lógicos firmes. Isso ocorreu na Grécia antiga, nos séculos anteriores a Euclides. Vejam-se Elementos de Euclides, Fundamentos lógicos da Matemática, mais do que apenas a certeza, eles são uma ferramenta para investigar o desconhecido.

Por volta do século XX, à beira do desconhecido, que havia recuado para onde somente alguns poderiam ver, um deles foi David Hilbert, um matemático de liderança da virada do século. Em 1900, ele se dirigiu ao Congresso Internacional de Matemáticos, em Paris, e descreveu 23 importantes problemas matemáticos.

A Matemática continua a crescer a um ritmo fenomenal. Não há fim à vista, e a aplicação da matemática para a ciência torna-se maior o tempo todo.

Um pouco de História

Por volta dos séculos IX e VIII a.C., a Matemática “engatinhava” na Babilônia. Os babilônios e os egípcios já tinham uma Álgebra e uma Geometria, mas somente o que bastasse para suas necessidades práticas, e não de uma ciência organizada. Na Babilônia, a matemática era cultivada entre os escribas responsáveis pelos tesouros reais.

Apesar de todo material algébrico que tinham os babilônios e egípcios, só podemos encarar a matemática como ciência, no sentido moderno da palavra, a partir dos séculos VI e V a.C., na Grécia. A Matemática grega se distingue da babilônica e egípcia pela maneira de encará-la. Os gregos fizeram-na uma ciência propriamente dita, sem a preocupação com suas aplicações práticas.

Do ponto de vista de estrutura, a Matemática grega se distingue da anterior, por ter levado em conta problemas relacionados com processos infinitos, movimento e continuidade. As diversas tentativas dos gregos de resolverem tais problemas fizeram com que aparecesse o método axiomático-dedutivo. O método axiomático-dedutivo consiste em admitir como verdadeiras certas preposições (mais ou menos evidentes) e, a partir delas, por meio de um encadeamento lógico, chegar a proposições mais gerais.

As dificuldades, com ~~que~~ as quais os gregos se depararam ao estudar os problemas relativos a processos infinitos (sobretudo problemas sobre números irracionais) talvez sejam as causas que os desviaram da Álgebra, encaminhando-os em direção à Geometria. Realmente, é na Geometria que os gregos se destacam, culminando com a obra de Euclides, intitulada *Os elementos*.

Sucedendo Euclides, encontramos os trabalhos de Arquimedes e de Apolônio de Perga. Arquimedes desenvolve a Geometria, introduzindo um novo método, denominado “método de exaustão”, que seria um verdadeiro germe do qual mais tarde iria brotar um importante ramo de matemática (teoria dos limites).

Apolônio de Perga, contemporâneo de Arquimedes, dá início aos estudos das denominadas curvas cônicas**:** a elipse, a parábola, e a hipérbole, que desempenham, na Matemática atual, papel muito importante.

No tempo de Apolônio e Arquimedes, a Grécia já deixara de ser o centro cultural do mundo. Este, por meio das conquistas de Alexandre, tinha-se transferido para a cidade de Alexandria. Depois de Apolônio e Arquimedes, a matemática grega entra no seu ocaso.

Em 10 de dezembro de 641, cai a cidade de Alexandria sob a verde bandeira de Alá. Os exércitos árabes, então empenhados com a chamada Guerra Santa, ocupam e destroem a cidade e, com ela, todas as obras dos gregos. A ciência dos gregos entra em eclipse. Mas a cultura helênica era bem forte para sucumbir de um só golpe; daí por diante a Matemática entra num estado latente.

Os árabes, na sua arremetida, conquistam a Índia encontrando lá outro tipo de cultura matemática: a Álgebra e a Aritmética. Os hindus introduzem um símbolo completamente novo no sistema de numeração até então conhecido: o ZERO. Isto causa uma verdadeira revolução na “arte de calcular”.

Dá-se início à propagação da cultura dos hindus por meio dos árabes. Estes levam à Europa os denominados “Algarismos arábicos”, de invenção dos hindus. Um dos maiores propagadores da Matemática nesse tempo foi, sem dúvida, o árabe Mohamed Ibn Musa Alchwarizmi, de cujo nome resultaram em nossa língua as palavras Algarismos e Algoritmo.

Alehwrizmi propaga a sua obra, “Aldschebr Walmakabala”, que ao pé da letra seria: restauração e confronto. (É dessa obra que se origina o nome Álgebra).

A Matemática, que se achava em estado latente, começa a despertar.

No ano 1202, o matemático italiano Leonardo de Pisa, cognominado de “Fibonacci”, ressuscita a Matemática na sua obra intitulada *Leber abaci* na qual descreve a “arte de calcular” (Aritmética e Álgebra). Nesse livro Leonardo apresenta soluções de equações do 1º, 2º e 3º graus. Nessa época a Álgebra começa a tomar o seu aspecto formal. Um monge alemão. Jordanus Nemorarius já começa a utilizar letras para significar um número qualquer, e ademais introduz os sinais de + (mais) e – (menos) sob a forma das letras p (plus = mais) e m (minus = menos).

Outro matemático alemão, Michael Stifel, passa a utilizar os sinais de mais (+) e menos (-), como nós os utilizamos atualmente. É a álgebra que nasce e se põe em franco desenvolvimento.

Tal desenvolvimento é finalmente consolidado na obra do matemático francês, François Viete, denominada *Algebra speciosa*. Nela os símbolos alfabéticos têm uma significação geral, podendo designar números, segmentos de retas, entes geométricos, etc.

No século XVII, a Matemática toma nova forma, destacando-se de início René Descartes e Pierre Fermat. A grande descoberta de René Descartes foi sem dúvida a “Geometria Analítica” que, em síntese, consiste nas aplicações de métodos algébricos à Geometria.

Pierre Fermat era um advogado que, nas horas de lazer, se ocupava com a Matemática.

Desenvolveu a teoria dos números primos e resolveu o importante problema do traçado de uma tangente a uma curva plana qualquer, lançando, assim, sementes para o que mais tarde se ~~iria~~ chamaria, em matemática, teoria dos máximos e mínimos.

Vemos, assim, no século XVII, começar a germinar um dos mais importantes ramos da Matemática, conhecido como Análise Matemática.

Ainda surgem, naquela época, problemas de Física: o estudo do movimento de um corpo, já anteriormente estudados por Galileu Galilei.

A partir do século XIX, a Matemática começa então a se ramificar em diversas disciplinas, que ficam cada vez mais abstratas.

Atualmente, se desenvolvem tais teorias abstratas, que se subdividem em outras disciplinas.

Os entendidos afirmam que estamos em plena “idade de ouro” da Matemática, e que, nestes últimos cinquenta anos, tem sido criadas tantas disciplinas, novas matemáticas, como as criadas nos séculos anteriores.

Esta arremetida em direção ao “Abstrato”, ainda que não pareça nada prática, tem por finalidade levar adiante a “Ciência”.

A História tem mostrado que aquilo que nos parece pura abstração, pura fantasia matemática, mais tarde se revela como um verdadeiro celeiro de aplicações práticas.

Para auxiliar na elaboração do folder, indicam-se os vídeos: Equação do 2º Grau: História e Introdução[6], que apresenta um pouco da história da equação do 2º grau e recorda alguns conceitos importantes sobre as equações do 2º grau; O Monstro Da Matemática[7], que apresenta a importância da Matemática como Ciência e mostra algumas aplicações de conceitos matemáticos; O que é a Matemática[8]?, que apresenta a necessidade do fazer matemático; Primeiros Sinais Da Matemática Na História[9], que aborda os mistérios da Matemática, a história e a importância de descobrir padrões, ciclos e regularidades para o processo de evolução da Matemática.

O folder pode ser elaborado manualmente ou no formato digital. A ideia é que os estudantes apresentem, de forma criativa, a História da Matemática envolvida no conceito de Equações do Segundo Grau. O humor e a percepção de que a Matemática não é uma ciência que surge pronta, mas sim é desenvolvida de acordo com as necessidades de cada época pode ser atrativo aos estudantes. Assim, o professor pode sugerir a elaboração de charges e desenhos com uma dose de humor e que contemplem diversas curiosidades sobre o tema. Os estudantes podem elaborar situações em que as equações do 2º grau são aplicadas e acrescentar no folder. Essa atividade pode ser enriquecida se trabalhada em conjunto com professores de outras disciplinas.

Após cada etapa da UEPS, considerar os seguintes critérios para a avaliação: a) atendimento ao objetivo; b) empenho e comprometimento no desenvolvimento das atividades; c) realização das atividades; e d) observações necessárias.

[6] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ESVE5mrEQfw
[7] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=uhwqifpoqxu
[8] Disponível em : https://www.youtube.com/watch?v=iq87dIj81J4
[9] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8glgybr6yp4

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald.; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Trad. de Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** (**BNCC).** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 20 maio 2019.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs)**. Brasília, 2010. Disponível em: chromeextension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=http%3A%2F%2Fportal.mec.gov.br%2Findex.php%3Foption%3Dcom_docman%26view%3Ddownload%26alias%3D13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf%26Itemid%3D30192&clen=4338200&chunk=true. Acesso em: 20 maio 2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2001. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12657%3Aparametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series&catid=195%3Aseb-educacao-basica&Itemid=859. Acesso em: 20 maio 2019.

ELMÔR FILHO, G.; SAUER, L.Z.; ALMEIDA, N.N.; VILLAS-BOAS, V. **Uma nova sala de aula é possível:** Aprendizagem Ativa na Educação em Engenharia. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

GOULART, Iris B. **Psicologia da educação**: fundamentos teóricos. Aplicações à prática pedagógica. 7. ed. Petrópolis: Ed. Vozes, 2000.

LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas**: resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

MASINI, Elcie F. Salzano; MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa:** condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. São Paulo: Vetor, 2008.

MASINI, Elcie F. Salzano. Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review**, v.1, n.1, p. 16-24, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa crítica**. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf. 2018. Acesso em: 10 out. 2018.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e unidades de ensino potencialmente significativas**. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https%3A%2F%2Fwww.if.ufrgs.br%2F~moreira%2Fmapasport.pdf&clen=506007&chunk=true. 2011. Acesso em: 10 out. 2018.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária. 1999.

Sites

Disponível em: http://teccienciapiloto.ufba.br/equacao-do-2o-grau/equacoes-de-2o-grau-no-nosso-cotidian. Acesso em: 20 jan. 2019.

Disponível em: https://www.portalsaofrancisco.com.br/matematica/historia-da-matematica#:~:text=Inicialmente%20matem%C3%A1tica%20foi%20baseada%20no,antes%20da%20inven%C3%A7%C3%A3o%20da%20escrita. Acesso em: 20 ago. 2019.

Disponível em: http://naturezaesustentabilidade.files.wordpress.com/2011/02/linhas-de-transmissc3a3o.jpg. Acesso em: 4 ago. 2019.

Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/. Acesso em: 4 ago. 2019.

Disponível em: https://monografias.brasilescola.uol.com.br/matematica/historia-matematica.htm. Acesso em: 20 ago. 2019.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ESVE5mrEQfw. Acesso em: 15 abr. 2022.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=UhWQifpoqXU. Acesso em: 15 abr. 2022.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=iq87dIj81J4. Acesso em: 15 abr. 2022.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=8GLgYbr6YP4. Acesso em: 15 abr. 2022.

ANEXO

FICHAS TEMÁTICAS[10]

[10] LIMA, Duílio Tavares de. **Fichas temáticas:** resolvendo equações do 1º grau. Belo Horizonte, 2010. Disponível em:
http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130919095224.pdf.

FICHA 01

FICHA 01 – Recordando somas numéricas por meio de expressões numéricas

Objetivo: Recordar operações básicas, tais como: adição, subtração e multiplicação de sinais, usando para isso expressões numéricas.

Para cada atividade, registre seus resultados no espaço correspondente.

GRUPO 1

a) +9 + 7 =

b) +9 – 7 =

c) -9 + 7 =

d) -9 – 7 =

Escreva suas conclusões para as operações adição e subtração de sinais no espaço abaixo:

GRUPO 2

a) (+9) . (+7) =

b) (+9) . (-7) =

c) (-9) . (+7) =

d) (-9) . (-7) =

Escreva suas conclusões para as operações de multiplicação de sinais no espaço abaixo:

FICHA 02

FICHA 02 – Somando termos semelhantes

Objetivo: reconhecer que jamais podemos somar termos algébricos com termos independentes numa equação.

Recordando:

Só podemos somar termos semelhantes, ou seja, termos com incógnitas (ou algébricos) só podem ser somados com outros termos com incógnitas, e termos numéricos (ou independentes) somente são somados com outros termos numéricos.

Assim, registre seus cálculos nas somas dos seguintes polinômios:

a) $5x + 2x =$

b) $3x - 7 + 4x + 3 =$

c) $17 - 3x =$

d) $15x + 9 - 21x - 13 =$

FICHA 03

FICHA 03 – Somando termos semelhantes em x

Objetivo: saber resolver operações de soma/subtração de termos algébricos em x corretamente.

Recordando:

Para somarmos monômios, ou seja, expressões algébricas composta de um único termo, os mesmos têm que ser semelhantes, isto é, a parte algébrica igual; logo devemos somar os coeficientes e mantermos a parte algébrica inalterada.

Assim, registre seus resultados:

a) $x + x = \boxed{}$

b) $5x - 7x = \boxed{}$

c) $-2x - 9x = \boxed{}$

d) $3x - 4x + 6x = \boxed{}$

Agora, resolva as equações abaixo, lembrando que os termos em x devem ser agrupados num mesmo membro para serem somados primeiramente.

a) $8x - 4 = 12x - 20$	$S = \{4\}$
b) $4m - 1 = 3 - 2m + 8m$	$S = \{-2\}$
c) $43x - 8 = 15 + 32x$	$S = \{23/75\}$
d) $9a - 4 = a + 5 - 3a$	$S = \{9/11\}$

FICHA 04

FICHA 04 – Transposição de termos algébricos em x numa equação

Objetivo: saber transpor termos algébricos, em x, alterando seu sinal. Aplicando os princípios aditivo e multiplicativo.

Seja a equação: $5x = 10 + 3x$

Os termos semelhantes $5x$, que se encontra no 1º membro da equação, e $3x$, no 2º membro, têm que ficar no mesmo membro para, desta forma, serem agrupados.

Assim, devemos lembrar que ao "transpor" qualquer termo de um membro para outro; seu sinal fica invertido.

Registre seus cálculos abaixo e resolva a equação. Lembre-se de ir observando cada passo efetuado, com muita atenção.

Caso não encontre o conjunto solução $S = \{5\}$, volte e **refaça** todo o seu **raciocínio** para que nada saia errado.

Querendo vencer todos os obstáculos, e não mais cometendo erros desta categoria, resolva as equações abaixo:

a) $2x - 27 = 5x$ $\qquad S = \{-9\}$

b) $4x - 5 = 10 + x$ $\qquad S = \{5\}$

c) $5x - 4 - 6x = 1 - 8x - 6$ $\qquad S = \{-1/7\}$

d) $7x + 21 = 42 - 6 + 4x$ $\qquad S = \{5\}$

FICHA 05

FICHA 05 – Transposição de termos independentes numa equação

Objetivo: saber alterar os termos independentes de uma equação do 1º grau, ao transpor de um membro para outro.

Observe a equação: $x+7=15$

Analisando-a, registre suas conclusões: Que número x devemos somar a 7 para se obter 15 como resultado? $\boxed{}$

Agora, pensando de uma outra forma, podemos também fazer assim: na equação dada $x+7=15$, somando -7 aos seus membros pelo princípio aditivo, temos: $x+7-7=15-7$, cancelando +7 -7, podemos escrever $x=15-7$, donde resulta $x=8$.

Resumidamente, podemos observar que bastava perceber que +7 que está no 1º membro, no 2º membro ficaria -7; **inverteríamos** seu **sinal** para encontrar "x".

Baseando-se neste exemplo, resolva, agora, as equações abaixo:

a) $x-7=15$ $\qquad S=\{22\}$

b) $x+13=10$ $\qquad S=\{-3\}$

c) $7-x=5$ $\qquad S=\{2\}$

FICHA 06

FICHA 06 – O que fazer quando x é negativo?

Objetivo: reconhecer que o coeficiente de x é negativo e saber encontrar o conjunto-solução da equação dada.

Leia atentamente e ao final conclua:

- Se $x = 2$, então x é um valor positivo, no caso "2".
- Se $-x = 2$, então x é um valor negativo, no caso

De forma prática, quando o coeficiente de x estiver negativo, devemos lembrar-nos de multiplicar os dois membros da equação por (-1), para que se torne positivo e para encontrarmos, assim, a resposta, ou seja, a raiz da equação.

Desta forma, encontre o conjunto solução das equações abaixo:

a) $3 - x = 7$ $\qquad$ $S = \{-4\}$

b) $2x - 5 = 4x + 3$ $\qquad$ $S = \{-4\}$

FICHA 07

FICHA 07 - Efetuando corretamente a transposição dos coeficientes dos termos em x

Objetivo: saber resolver equações aplicando as devidas inversões, ou seja, caso esteja multiplicando no 1º membro ficará dividindo no 2º membro.

PARTE 1

Observe a equação: $2x = 10$ e registre seus resultados.

Raciocinando: Qual o valor que deve ser atribuído a x, que multiplicado por 2, resulta em 10? $\boxed{}$

Com certeza, você encontrou como resposta o número 5, pois $2.5 = 10$. De outra maneira, usando o principio multiplicativo, ou seja, multiplicando os termos da equação por $\left(\frac{1}{2}\right)$, poderíamos ter racionado da forma: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.10$, logo, também, poderíamos ter feito de uma forma mais prática, percebendo que o número 2 está multiplicando no 1º membro, logo, no 2º membro temos que inverter a operação.

Assim:

$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2}$$
$$x = 5$$

Muito cuidado para não inverter a fração e colocar $\frac{2}{10}$. Pare e analise antes de resolver a equação.

PARTE 2

Agora, pensando na equação $15x - 7 = 13$.

Qual é o primeiro passo a ser tomado em sua solução?

$\boxed{}$

CONTINUAÇÃO DA FICHA 07

Fazendo os cálculos, encontramos a equação de forma mais simples:

E, finalmente isolando o termo x do 1º membro, temos, então:

O qual pode ser simplificado, encontrando como conjunto-solução:

Caso não tenha encontrado a resposta $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$, volte e refaça seus cálculos com muita atenção.

Baseando-se nos princípios revistos acima, resolvas as equações abaixo:

a) $3x = 45$ $\qquad$ $S = \{15\}$

b) $50x = -2$ $\qquad$ $S = \{-1/25\}$

c) $\frac{x}{2} = 1{,}5$ $\qquad$ $S = \{3\}$

d) $3 - 7x = 4$ $\qquad$ $S = \{-1/7\}$

e) $7x - 3 = 4$ $\qquad$ $S = \{1\}$

f) $-2 = 3 - 5x$ $\qquad$ $S = \{1\}$

FICHA 08

FICHA 08 – Trabalhando com o zero numa equação onde este é solução e nas equações em que não é solução

Objetivo: saber operar com o elemento zero em equações com infinitas soluções e em equações com conjunto vazio como solução.

PARTE 1

Inicialmente, vamos recordar!!!

Para isso, registre seus resultados:

a) $0x5 = \boxed{}$

b) $11x0 = \boxed{}$

Concluindo, temos que:

$\boxed{}$

d) $0:5 = \boxed{}$

e) $0:7 = \boxed{}$

Concluindo, temos que:

$\boxed{}$

Portanto, se ao final de uma equação tivéssemos $5x = 0$; para se obter o valor de x , podemos raciocinar da seguinte maneira: Qual é o número que multiplicado por 5 tem como resultado zero? $\boxed{}$, ou então, transpondo o número 5 do 1º membro que está multiplicando x, para o segundo membro, de acordo com o princípio multiplicativo, temos: $\boxed{}$, resultando como conjunto-solução: $\boxed{}$

CONTINUAÇÃO DA FICHA 08

PARTE 2

Agora, se tivéssemos a equação $0x = 0$.

Pensando: que valor podemos atribuir a x que multiplicado por zero tem como resultado também zero? Registre suas conclusões, dando valores a x:

Assim, foi observado que x pode assumir infinitos valores, portanto, a equação tem como solução qual conjunto numérico?

Pode-se assim, concluir também que transpondo o zero pra o 2º membro, teríamos , que também é uma indeterminação.

PARTE 3

Caso fossemos apresentados a uma equação do tipo: $0x = 5$, raciocinando analogamente ao que foi visto anteriormente, concluiríamos que:

Logo, a equação $0x = 5$ não apresenta nenhuma solução, sendo considerada impossível. Portanto, seu conjunto solução é: ou .

Lembrando que jamais se deve escrever $\{\emptyset\}$, pois, desta forma, se trata do elemento vazio fazendo parte do conjunto solução, e na referida equação não existe nenhum elemento que a satisfaça.

Pensando de uma outra forma para a mesma equação, podemos também transpor o número zero do 1º membro para o 2º membro, assim: ,

FICHA 09

FICHA 09 – Calculando o mínimo múltiplo comum e considerando os termos em x

Objetivo: saber calcular o mínimo múltiplo comum e considerar todos os termos que estiverem no numerador.

Resumindo:

Muito cuidado ao calcular o mínimo múltiplo comum para não se esquecer de multiplicar os termos que estiverem no numerador, e não desconsiderar termos em x.

Assim, na resolução da equação, vá registrando seus cálculos:

$$\frac{x-3}{2}+\frac{5-2x}{3}=1$$

Calculando o m.m.c.(2,3), encontramos

Reduzindo a equação dada ao mesmo denominador, que é o m.m.c. calculado acima. Para isso, devemos lembrar que uma das maneiras de resolvermos tal equação é dividirmos o m.m.c pelos denominadores de cada um dos termos da equação e, o resultado desta divisão multiplicarmos pelos termos do numerador.

Por exemplo, dividindo o m.m.c pelo denominador 2, encontramos: ; portanto, devemos lembrar de multiplicar os termos de $x-3$ pelo valor encontrado.

Logo, obtemos como resultado:

Agora, dividindo o m.m.c. por 3, temos: e, multiplicando os termos de $(5-2x)$ pelo valor acima, encontramos:

CONTINUAÇÃO DA FICHA 09

Lembrando que temos que fazer o mesmo no 2º membro, obtemos:

Reescrevendo a equação dada, e já cancelando os denominadores e, efetuando as multiplicações necessárias temos:

Agrupando os termos em x num dos membros e os termos independentes num outro membro, chegamos à equação abaixo, que nos dá a solução para x igual a:

Encontrando, assim, o conjunto solução igual a $S = \{-5\}$. Caso não tenha encontrado tal solução, volte e refaça todo seu raciocínio para descobrir algum engano, corrigindo-o.

Analisando a equação estudada neste tópico, resolva as equações abaixo:

a) $\frac{7x+11}{12} - \frac{13x-5}{18} = 5 - \frac{17x-39}{30}$ $\qquad S = \{919/77\}$

b) $1 - \frac{x-1}{9} + \frac{1-21x}{4} = \frac{1-2x}{24} - \frac{7-13x}{16}$ $\qquad S = \{253/877\}$

FICHA 10

FICHA 10 – Mínimo múltiplo comum: lembrar sempre quando apresentar somas ou subtrações de frações

Objetivo: saber quando é necessário calcular o mínimo múltiplo comum

Recordando:

Toda vez que tivermos soma/subtração de frações, é necessário que os denominadores sejam iguais para podermos somar/subtrair tais frações; portanto, calcula-se, obrigatoriamente, o m.m.c. dos denominadores.

Então: $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\boxed{}$

Lembrando que, inicialmente, deve se fazer o cálculo do m.m.c.(2, 5) para, desta forma, as frações serem reduzidas ao mesmo denominador. Após esta redução, o resultado final deve ficar igual a $\frac{7}{10}$. Caso não encontre este resultado, volte e refaça seus cálculos.

Nas equações, é semelhante tal procedimento. Assim, tire o m.m.c. primeiramente e depois agrupe os termos semelhantes para se chegar ao conjunto solução das equações abaixo:

a) $\frac{1}{3}-\frac{x}{5}=\frac{1}{5}+\frac{2x}{3}$ $S=\left\{\frac{2}{13}\right\}$

b) $\frac{2a}{9}-\frac{1}{2}=\frac{4a}{3}-\frac{1}{6}$ $S=\left\{-\frac{3}{10}\right\}$

c) $\frac{m}{3}-3=3-\frac{m}{3}$ $S=\{9\}$

d) $\frac{a}{3}-4+\frac{a}{2}=\frac{5}{3}-\frac{a}{2}$ $S=\left\{\frac{17}{4}\right\}$

FICHA 11

FICHA 11 – O sinal negativo antes de uma fração: O que fazer?

Objetivo: reconhecer qual o procedimento a seguir quando apresentar o sinal negativo antes de uma fração.

Novamente temos o sinal "-" como "vilão na história", pois a maioria dos alunos, simplesmente despreza-o quando aparece antes de uma fração; não multiplicando seus termos pelo respectivo sinal.

Muito cuidado!!!!
Se você fizer tudo com muita atenção,
tal erro jamais cometerá!!!

Assim, registrando seus resultados, resolva a equação de acordo com as orientações.

$$\frac{x}{5}-\frac{x-4}{10}=\frac{1}{2}-\frac{1-x}{4}$$

Calculando o mínimo múltiplo comum de (5, 10, 2, 4), encontraremos:

Reescrevendo a equação com todos os denominadores iguais ao m.m.c - lembrando que, para isso, uma das maneiras é dividir o m.m.c. por cada um dos denominadores e multiplicar os numeradores pelo quociente de cada divisão - temos, assim, a equação reduzida ao mesmo denominador sob forma:

CONTINUAÇÃO DA FICHA 11

Vale ressaltar aqui, a importância de tomar cuidado com o **sinal negativo** que se encontra nas duas frações da equação. Comparando somente os numeradores, já que os denominadores são iguais e resolvendo as multiplicações que apareceram, temos a equação:

Agora, agrupando os termos semelhantes num mesmo membro chegaremos assim na equação equivalente:

Mais uma vez, devemos lembrar que se o coeficiente de x for negativo, é interessante multiplicar seus termos por (-1). Assim, obtemos:

O que nos leva ao conjunto solução:

Caso não tenha encontrado como resposta o conjunto-solução $S = \{1\}$, volte e refaça seus cálculos para descobrir onde se enganou.

Agora, com muito cuidado, faça as equações abaixo de acordo com o que foi revisto nesta ficha.

a) $\frac{2x-1}{10} - \frac{x-1}{4} - 1 = 0$ $\qquad S = \{-17\}$

b) $\frac{1}{3} = x - \frac{x-3}{2} - \frac{3(x-2)}{4}$ $\qquad S = \left\{\frac{32}{3}\right\}$

c) $\frac{3x-1}{5} - \frac{1-x}{3} = \frac{x+5}{10} - \frac{1}{2}$ $\qquad S = \left\{\frac{16}{25}\right\}$

FICHA 12

FICHA 12 – Equações que apresentam frações e numeradores com produtos

Objetivo: saber que quando temos que multiplicar onde já existe um produto de dois termos, basta multiplicar somente um deles, e o resultado multiplicar pelo outro valor que aparecer no produto.

Recordando:

Muita atenção quando aparece numa equação com frações, cujo numerador já tem também um produto. **Deve-se** tirar o m.m.c.**, multiplicar somente por um dos termos deste produto**; geralmente somente o número que se encontra fora dos parênteses. Caso queira, efetue a multiplicação inicial e depois pelo valor que obteve do quociente do m.m.c. pelo denominador da respectiva fração.

No exemplo seguinte, registre seus cálculos:

$$\frac{5x}{4}-\frac{2(x-2)}{3}=\frac{7}{2}$$

Calculando o mínimo múltiplo comum (4, 3, 2), encontramos:

Reduzindo todos os termos ao mesmo denominador; no segundo termo já temos o produto $-2(x-2)$. Assim, dividindo o m.m.c. pelo denominador "3" deste termo, temos como resultado: , o qual devemos multiplicar pelo respectivo numerador. Assim, obtemos

CONTINUAÇÃO DA FICHA 12

Quanto aos 1º e 3º termos, onde podíamos encontrar 5x teremos, agora, com o resultado da divisão do mmm com o denominador e a multiplicação pelo numerador, teremos o resultado de $\boxed{\qquad}$ Já o 3º membro, terá o resultado $\boxed{\qquad}$

Reescrevendo toda a equação, comparando os numeradores, já que os denominadores são iguais e agrupando os termos semelhantes, temos a equação equivalente:

$$\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

A qual nos leva à solução: $\boxed{\qquad}$, chegando ao conjunto-solução $S = \left\{\frac{26}{7}\right\}$. Caso não tenha chegado a esta solução, retome seus procedimentos verificando passo a passo seus cálculos.

Agora, com muito cuidado, faça as equações abaixo de acordo com o que foi revisto nesta ficha.

a) $\frac{1}{2}x + 3 - \frac{x+2}{3} = \frac{1-x}{2} + \left(-5 - \frac{9-x}{2}\right)$ $\qquad S = \{-68\}$

b) $\frac{3(7-4x)}{4} - \frac{1-3x}{6} = \frac{10-4x}{3} - \frac{3+\frac{5x}{2}}{6}$ $\qquad S = \{-93/6\}$

FICHA 13

FICHA 13 – O que fazer primeiro: adições ou multiplicações?

Objetivo: Observar as prioridades ao se deparar com uma expressão numérica e saber aplicar em equações algébricas.

Efetue as operações básicas e, em seguida, registre suas conclusões:

a) $7.2-6=$

b) $7-2.6=$

Que operações têm, obrigatoriamente que ser resolvidas primeiramente?

Lembrando que as multiplicações têm prioridade em relação às adições e/ou subtrações, aplique seus conhecimentos na resolução da equação abaixo:

$$3-2(x-1)=10+3(5-x)$$

Caso não tenha encontrado como conjunto solução $S=\{20\}$ volte e refaça-a atenciosamente todos os procedimentos necessários para sua correta solução.

FICHA 14

FICHA 14 – Recordando a propriedade distributiva

Objetivo: reconhecer que se deve aplicar a propriedade distributiva e levar em consideração os sinais que estiverem envolvidos no problema.

Recordando:

Quando temos, por exemplo, o produto $2.(x-5)$, devemos lembrar que é a propriedade distributiva que aplicaremos para resolver tal produto. Para isso, multiplicaremos todos os termos que estão dentro dos parênteses pelo valor que estiver externo a ele.

Assim:

$$2.(x-5)$$
$$2.x-2.5$$
$$2x-10$$

Porém, caso tivéssemos: $-3.(5-4x)$, muita atenção com o sinal do número 3. Logo, aplicando a propriedade distributiva, novamente, temos:

$$-3.(5-4x)$$
$$-3.5-3.(-4x)$$
$$-15+12x$$

Assim, usando o que foi revisto acima, encontre o conjunto solução das equações:

a) $2x+(3-x)=5-(3x+1)$ — $S=\{3/4\}$

b) $3(2y-1)-2(y-2)=-4(y+3)$ — $S=\{-13/8\}$

c) $3x-[2-(x-3)]=5x$ — $S=\{-5\}$

d) $3(4+a)-2=2(3a-1)$ — $S=\{4\}$

e) $3(x-2)-4(1-3x)=2x$ — $S=\{10/13\}$

FICHA 15

FICHA 15 – Verificando tudo para não cometer erros

Objetivo: ter muito cuidado na resolução de equações para jamais esquecer termos ou repeti-los quando se está resolvendo uma equação 1° grau.

No processo de resolução não somente de equações do 1ºgrau, mas de todo problema, é muito importante tomar muito cuidado na hora de estar resolvendo; pois, é muito comum, acredito que por descuido ou desatenção, esquecer termos, desconsiderando-os ou mesmo repetindo-os.

Por favor, concentre-se ao iniciar uma resolução de qualquer atividade. Sempre refaça tudo novamente antes de entregar ao professor, e, se possível, substitua o valor encontrado no enunciado da equação, no nosso caso. Assim irá saber se tal valor encontrado é a raiz ou solução da referida equação. Caso encontre uma igualdade falsa, basta voltar e verificar todos os procedimentos para descobrir onde está o erro.

Analise a resposta para ver se condiz com as condições do problema, satisfazendo-o, para desta forma, ter a certeza de que está correta sua solução.

Atenção!

"É importante que você desenvolva sua autoconfiança para defender seus pontos de vista e sua maneira de resolver problemas."

UNIVERSIDADE
DE CAXIAS DO SUL

Caxias do Sul - RS
Junho 2022