

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL**

**ÁREA DO CONHECIMENTO DAS CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS**

**LUCAS MARCON PAZ**

**ABERTURAS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO: ANÁLISE DA  
SUA INFLUÊNCIA NO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL ATRAVÉS DO  
MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

**CAXIAS DO SUL**

**2022**

**LUCAS MARCON PAZ**

**ABERTURAS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO: ANÁLISE DA  
SUA INFLUÊNCIA NO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL ATRAVÉS DO  
MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Engenharia Civil da Universidade de  
Caxias do Sul – UCS como registro parcial à  
obtenção de título de engenheiro civil.

Orientador Prof. Me. Luciano Zatti

**CAXIAS DO SUL**

**2022**

**LUCAS MARCON PAZ**

**ABERTURAS EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO: ANÁLISE DA  
SUA INFLUÊNCIA NO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL ATRAVÉS DO  
MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Engenharia Civil da Universidade de  
Caxias do Sul – UCS como registro parcial à  
obtenção de título de engenheiro civil.

Orientador Prof. Me. Luciano Zatti

**Aprovado em 06/12/2022**

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Me. Luciano Zatti  
Universidade de Caxias do Sul – UCS

---

Prof. Dr. Gustavo Ribeiro da Silva  
Universidade de Caxias do Sul – UCS

---

Prof. Esp. Maurício Monteiro Almeron  
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Dedico este trabalho aos meus pais, Oscar Edson Boeira Paz e Leni Marcon, por terem me acompanhado nesta jornada e por me darem todo o suporte necessário para que aqui chegasse.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço imensamente aos meus pais, Oscar Edson Boeira Paz e Leni Marcon, por terem me acompanhado nesta jornada e estarem junto comigo em todas as situações impostas pela vida.

Aos meus avós paternos, Antônio Moreira Paz e Rosina Boeira Paz, por serem segundos pais para mim, por me darem todo o amor e por serem pessoas maravilhosas e presentes na minha vida.

Aos meus amigos, que sempre acompanharam de perto minha caminhada e ajudaram-me em todos os momentos necessários.

Ao professor Luciano Zatti, o qual estive à frente da orientação do presente trabalho e também ao professor Gustavo Ribeiro da Silva, que também contribuiu para a correção e melhoramento desta pesquisa. Ao professor André Alaniz Cesário, que foi de grande valia no auxílio de parte deste trabalho.

*“Vamos em frente de cabeça erguida. Com um leve tremor ao pensar no futuro. Mas o futuro não é coisa para se pensar. O que existe é o presente e, se o presente pode ser sorvido integralmente, a vida passa a ser boa. E ela é. A vida é boa.”*

***David Coimbra***

## RESUMO

As aberturas em lajes são comumente vistas em edificações, uma vez que esta é uma solução bastante usual e necessária para passagens de linhas de água, esgoto, dados, entre outros. Sua correta execução é de suma importância para que não haja a presença de fissuras no elemento construtivo. Para que isto possa ser evitado, deve-se projetar uma armadura específica para esta região. Assim sendo, este trabalho analisou a influência destas aberturas quanto ao seu posicionamento e dimensão na resistência das lajes em que elas são empregadas. Para esta pesquisa, foi utilizada a norma brasileira ABNT NBR 6118:2014, que determina como deve ser feito o dimensionamento de lajes maciças em concreto armado e as aberturas. Neste trabalho também foi exposto quais tipos de materiais são utilizados e o método de cálculo para dimensionamento dos elementos construtivos utilizados. Para que se pudesse atingir o objetivo proposto, foi elaborada uma matriz de análise de 10 lajes idênticas entre si, com diferentes tipos de aberturas e posicionamentos, para que então se pudesse dimensionar suas armaduras com o auxílio do *software* TQS e então, utilizando o mesmo programa, poder obter resultados de flechas. Aplicando-se o método, obteve-se que, quanto mais ao meio da laje e maior a sua abertura, maior será o impacto gerado na flecha do elemento estrutural. Muito além, constatou-se que a melhor posição para a abertura seria no canto da laje, uma vez que as flechas aumentaram consideravelmente quando estas aberturas se localizavam no meio do elemento estrutural. Para a determinação das armaduras de reforço, fez-se uso do método empírico de Leonhardt e Mönning, que consiste na simples interrupção de barras, e então comparou-se este resultado com o que foi calculado através do método de bielas e tirantes, o qual consiste em encontrar as forças atuantes no entorno da abertura e então aplica-las na treliça idealizada, assim determinando as cargas atuantes. Com isto, foi possível determinar uma área de aço requerida. Com estes resultados, observou-se que o método empírico de Leonhardt e Mönning apresentou em toda a matriz de análise uma área de aço maior do que a obtida pelo método de bielas e tirantes, assim sendo o mais indicado para estas situações.

**Palavras-chave:** Lajes de concreto armado. Aberturas. Resistência. Método de bielas e tirantes. TQS.

## ABSTRACT

Openings in slabs are commonly seen in buildings, since this is a very usual and necessary solution for passages of water lines, sewage, data, among others. Its correct execution is of paramount importance to avoid cracks in the constructive element. To be successful on that, a specific reinforcement must be designed for this region. Therefore, this work analyzed the influence of these openings regarding their positioning and dimension in the resistance of the slabs in which they are used. For this research, the Brazilian standard ABNT NBR 6118:2014 was used, which determines how the design of massive slabs in reinforced concrete and the openings should be done. In this work it, was also exposed what types of materials are used and the calculation method for dimensioning the used constructive elements. In order to reach the proposed objective, an analysis matrix of 10 identical slabs was elaborated, with different types of openings and positions, with this, their reinforcement could be dimensioned with the help of the TQS software, and then, using the same program, be able to get results from displacements. Applying the method, it was found that the further to the middle of the slab and the larger its opening, the greater was the impact generated on the deflection of the structural element. Much further, it was found that the best position for the opening would be in the corner of the slab, since the displacements increased considerably when these openings were located in the middle of the structural element. For the determination of reinforcing reinforcements, the empirical method of Leonhardt and Mönning was used, which consists of the simple interruption of bars, and then this result was compared with what was calculated using the strut-and-tie model, which consists of finding the forces acting around the opening and then applying them to the idealized truss, thus determining the acting loads. With this, it was possible to determine a required steel area. With these results, it was observed that the empirical method of Leonhardt and Mönning presented, throughout the analysis matrix, a greater steel area than that obtained by the strut-and-tie model, thus being the most suitable for these situations.

**Keywords:** Reinforced concrete slabs. Openings. Resistance. Strut-and-tie model. TQS.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Deflexão de lajes armadas em uma e duas direções. ....	26
Figura 2-Deformações de acordo com os vínculos em bordos.....	26
Figura 3-Distribuição de tração e compressão em lajes. ....	27
Figura 4-Exemplo de condição de contorno em lajes.....	31
Figura 5-Determinação de lajes armadas em uma ou duas direções. ....	32
Figura 6-Vão teórico.....	33
Figura 7-Valores estimado de módulo de elasticidade em função da resistência característica do concreto à compressão, sendo granito o agregado graúdo .....	36
Figura 8-Valores de $\rho_{mín}$ . ....	38
Figura 9- Cobrimento das barras de aço de acordo com a classe de agressividade do ambiente. ....	39
Figura 10- Relação entre classe de agressividade e resistência à compressão do concreto empregado. ....	40
Figura 11- Condições para dispensar a verificação de aberturas em lajes. ....	41
Figura 12-Idealização do modelo de bielas e tirantes.....	44
Figura 13-Valores para $l_b$ de acordo com o diâmetro utilizado para aço CA-50. ....	45
Figura 14-Valores para $l_b$ de acordo com o diâmetro utilizado para aço CA-60. ....	46
Figura 15- Idealização de treliças para aberturas no meio da laje. ....	47
Figura 16- Idealização de treliças para aberturas na borda da laje. ....	47
Figura 17-Vista e corte da laje adotada. ....	49
Figura 18-Planta baixa edificação. ....	50
Figura 19-Determinação vãos teóricos. ....	51
Figura 20-Matriz de análise.....	53
Figura 21-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LM. ....	56
Figura 22-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LM. ....	56
Figura 23-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-01. ....	57
Figura 24-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-01. ....	57
Figura 25-Momentos no eixo x da laje LA 50/50-01. ....	58
Figura 26-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-01. ....	58
Figura 27-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-01 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido horizontal. ....	59
Figura 28-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-01 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido horizontal. ....	60
Figura 29-Armaduras de reforço para a laje LA 50/50-01 positiva e negativa, respectivamente. ....	61
Figura 30-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-02. ....	62
Figura 31-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-02. ....	62
Figura 32-Momentos no eixo x da laje LA 50/50-02. ....	62
Figura 33-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-02. ....	63
Figura 34-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-02 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido horizontal. ....	64

Figura 35-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-02 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido vertical. ....	64
Figura 36-Armaduras de reforço para a laje LA 50/50-02 positiva e negativa, respectivamente. ....	65
Figura 37-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-03. ....	66
Figura 38-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-03. ....	66
Figura 39-Momentos no eixo x da laje LA 50/50-03. ....	67
Figura 40-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-03. ....	67
Figura 41-Armaduras de reforço para a laje LA 50/50-03 positiva e negativa, respectivamente. ....	69
Figura 42-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-01. ....	69
Figura 43-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-01. ....	70
Figura 44-Momentos no eixo x da laje LA 50/20-01. ....	70
Figura 45-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-02. ....	71
Figura 46-Armaduras de reforço para a laje LA 50/20-01 positiva e negativa, respectivamente. ....	72
Figura 47-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-02. ....	73
Figura 48-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-02. ....	73
Figura 49-Momentos no eixo x da laje LA 50/20-02. ....	74
Figura 50-Momentos no eixo y da laje LA 50/20-02. ....	74
Figura 51-Armaduras de reforço para a laje LA 50/20-2 positiva e negativa, respectivamente. ....	76
Figura 52-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-03. ....	76
Figura 53-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-03. ....	77
Figura 54-Momentos no eixo x da laje LA 50/20-03. ....	77
Figura 55-Momentos no eixo y da laje LA 50/20-03. ....	78
Figura 56-Armaduras de reforço para a laje LA 50/20-3 positiva e negativa, respectivamente. ....	79
Figura 57-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-01. ....	80
Figura 58-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-01. ....	80
Figura 59-Momentos no eixo x da laje LA 20/50-01. ....	81
Figura 60-Momentos no eixo y da laje LA 20/50-01. ....	81
Figura 61-Armaduras de reforço para a laje LA 20/50-01 positiva e negativa, respectivamente. ....	83
Figura 62-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-02. ....	84
Figura 63-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-02. ....	84
Figura 64-Momentos no eixo x da laje LA 20/50-02. ....	85
Figura 65-Momentos no eixo y da laje LA 20/50-02. ....	85
Figura 66-Armaduras de reforço para a laje LA 20/50-2 positiva e negativa, respectivamente. ....	87
Figura 67-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-03. ....	88
Figura 68-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-03. ....	88
Figura 69-Momentos no eixo x da laje LA 20/50-03. ....	89
Figura 70-Momentos no eixo y da laje LA 20/50-03. ....	89

Figura 71-Armaduras de reforço para a laje LA 20/50-3 positiva e negativa, respectivamente. .....	91
Figura 72-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 100/100-03. ....	92
Figura 73-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 100/100-03. ....	92
Figura 74-Momentos no eixo x da laje LA 100/100-03. ....	93
Figura 75-Momentos no eixo y da laje LA 100/100-03. ....	93
Figura 76-Armaduras de reforço para a laje LA 100/100-3 positiva e negativa, respectivamente. ....	95
Figura 77-Flechas obtidas para a laje LM. ....	96
Figura 78-Flechas obtidas para a laje LA 50/50-01. ....	96
Figura 79-Flechas obtidas para a laje LA 50/50-02. ....	97
Figura 80-Flechas obtidas para a laje LA 50/50-03. ....	97
Figura 81-Flechas obtidas para a laje LA 50/20-01. ....	98
Figura 82-Flechas obtidas para a laje LA 50/20-02. ....	98
Figura 83-Flechas obtidas para a laje LA 50/20-03. ....	99
Figura 84-Flechas obtidas para a laje LA 20/50-01. ....	99
Figura 85-Flechas obtidas para a laje LA 20/50-02. ....	100
Figura 86-Flechas obtidas para a laje LA 20/50-03. ....	100
Figura 87-Flechas obtidas para a laje LA 100/100-03. ....	101

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1-Espessuras de lajes segundo ABNT NBR 6118:2014.....	40
--	----

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
cm	Centímetro(s)
ELS	Estado limite de serviço
ELU	Estado limite último
fck	Resistência característica à compressão do concreto
kg	Quilograma
kg/m <sup>3</sup>	Quilograma por metro cúbico
kN	Quilonewton
kN/m <sup>2</sup>	Quilonewton por metro quadrado
kN/cm <sup>2</sup>	Quilonewton por centímetro quadrado
m	Metro
MPa	Megapascal(ais)
NBR	Norma Brasileira

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1 TEMA DA PESQUISA	17
1.2 QUESTÃO DA PESQUISA	17
1.3 OBJETIVO GERAL	17
1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
1.5 HIPÓTESE	18
1.6 PREMISSAS/DELIMITAÇÕES	18
1.7 LIMITAÇÕES	18
1.8 DELINEAMENTO	19
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>20</b>
2.1 LAJES DE CONCRETO ARMADO	20
<b>2.1.1 Materiais utilizados</b>	<b>20</b>
2.1.1.1 Concreto	21
2.1.1.2 Aço	21
2.1.1.3 Formas	22
2.1.1.4 Instalações presentes nas lajes	22
2.2 CONSIDERAÇÕES DE PROJETO	23
<b>2.2.1 Ações</b>	<b>23</b>
2.2.1.1 Esforços solicitantes	24
2.2.1.2 Flexão	25
2.2.1.3 Cisalhamento	27
2.2.1.4 Cargas verticais	28
2.2.1.5 Caras horizontais	28
<b>2.2.2 Análise estrutural</b>	<b>29</b>
2.2.2.1 Condições de contorno	30
2.3 DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS	31
<b>2.3.1 Premissas básicas de dimensionamento</b>	<b>32</b>
<b>2.3.2 Vão teórico e coeficiente <math>\lambda</math></b>	<b>33</b>
<b>2.3.3 Verificação das condições de apoio</b>	<b>34</b>
<b>2.3.4 Análise das cargas</b>	<b>34</b>
<b>2.3.5 Estado limite de serviço (ELS)</b>	<b>35</b>
<b>2.3.6 Estado limite último (ELU)</b>	<b>37</b>
<b>2.3.7 Dimensionamento à flexão</b>	<b>37</b>
<b>2.3.8 Generalidades</b>	<b>39</b>

2.4 ANÁLISE DAS ABERTURAS	40
2.4.1 Método das bielas e tirantes	43
2.4.2 Determinação da armadura de reforço	44
<b>3 MÉTODO DE PESQUISA</b>	<b>48</b>
3.1 DADOS DE PROJETO	48
3.2 CARACTERIZAÇÃO DA LAJE	49
3.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ABERTURAS	51
3.4 MATRIZ DE ANÁLISE	51
3.5 INTRODUÇÃO DAS LAJES AO <i>SOFTWARE</i> TQS	54
<b>4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>55</b>
4.1 ARMADURAS OBTIDAS ATRAVÉS DO PROGRAMA TQS E ARMADURAS CALCULADAS PARA AS ABERTURAS	55
4.1.1 Armaduras obtidas para a laje LM	55
4.1.2 Armaduras obtidas para a laje LA 50/50-01	56
4.1.3 Armaduras obtidas para a laje LA 50/50-02	61
4.1.4 Armaduras obtidas para a laje LA 50/50-03	66
4.1.5 Armaduras obtidas para a laje LA 50/20-01	69
4.1.6 Armaduras obtidas para a laje LA 50/20-02	73
4.1.7 Armaduras obtidas para a laje LA 50/20-03	76
4.1.8 Armaduras obtidas para a laje LA 20/50-01	80
4.1.9 Armaduras obtidas para a laje LA 20/50-02	83
4.1.10 Armaduras obtidas para a laje LA 20/50-03	87
4.1.11 Armaduras obtidas para a laje LA 100/100-03	91
4.2 FLECHAS OBTIDAS PARA AS LAJES DA MATRIZ DE ANÁLISE	95
4.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ARMADURAS FORNECIDAS PELO SISTEMA TQS	101
4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ARMADURAS DE REFORÇO EM TORNO DAS ABERTURAS	102
4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS FLECHAS OBTIDAS E O ATENDIMENTO AO ELS	103
<b>5 CONCLUSÕES</b>	<b>105</b>
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	106
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>107</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As lajes maciças de concreto armado são amplamente utilizadas em todos os tipos de construção civil no país. Este método é dado pela execução de formas onde, em seguida, são dispostas as armaduras e então o conjunto é concretado. Por vezes é possível que haja a necessidade de transpassar tubulações entre os pavimentos desta edificação e é aí que se faz necessária a abertura nestes elementos estruturais.

Para que se dimensione estas aberturas, a ABNT NBR 6118:2014 dispõe de regras onde as medidas destas passagens devem obedecer alguns limites. Uma vez ultrapassado estes limites, a norma indica que há a necessidade de se fazer um estudo focado nestas aberturas, utilizando algum método já existente para determinar as armaduras necessárias. Um dos caminhos indicados é o método de bielas e tirantes. Esta metodologia já foi estudada e alguns autores, como Cardoso (2010) e Aguiar (2018), fizeram testes para determinar as armaduras de reforço para aberturas em diversos elementos estruturais, dentre eles, lajes. Nestes trabalhos foi constatado que o método pode ser utilizado, mas que outras metodologias também são aplicáveis.

Sabendo que estas aberturas influenciam diretamente nas flechas destas lajes de maneira a aumentá-las, o presente trabalho buscou analisar qual a melhor proporção de dimensões a ser adotada para estas aberturas e também qual seria o melhor posicionamento destas, além de avaliar o método de bielas e tirantes como sendo o caminho a se determinar as armaduras de reforço para estas situações. Com uma matriz de análise elaborada com alguns modelos de estudo, seria possível observar qual a melhor opção a ser aderida para uma menor influência destas fendas nas lajes maciças de concreto armado, determinar as flechas através de método computacional e definir as armaduras através da metodologia proposta.



## 1.1 TEMA DA PESQUISA

Aberturas em lajes maciças em concreto armado.

## 1.2 QUESTÃO DA PESQUISA

Analisando as cargas distribuídas em uma laje maciça, a necessidade de aberturas nelas e a influência sofrida pelo elemento estrutural com estas situações, e então comparando esta situação com uma laje de mesmas características, mas sem aberturas, qual será o impacto causado no estado limite de serviço e qual a diferença de flecha alcançada nas duas lajes?

## 1.3 OBJETIVO GERAL

Comparar os impactos causados por aberturas em lajes maciças quanto à deformação destas peças quando confrontados com elementos idênticos sem aberturas.

## 1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A partir do objetivo geral, se consolidam os objetivos específicos a seguir:

- a) analisar o comportamento estrutural das lajes com aberturas comparadas com suas semelhantes sem estas aberturas;
- b) avaliar a melhor posição possível para a localização das aberturas por meio do *software* TQS;
- c) analisar as flechas e o estado limite de serviço com o auxílio do programa computacional TQS;
- d) analisar a eficácia do método de bielas e tirantes no cálculo das armaduras de reforço.

## 1.5 HIPÓTESE

A abertura em lajes maciças faz com que haja a necessidade de reforços estruturais dados pela armadura do elemento. Ademais, os furos neste elemento estrutural tendem a aumentar as flechas observadas ao longo do tempo. Com isso, lajes com aberturas tendem a ter um ponto de fragilidade inexistente em lajes sem recortes.

## 1.6 PREMISSAS/DELIMITAÇÕES

Este trabalho foi realizado através da modelagem de uma laje em concreto armado em um *software* de cálculo estrutural, o qual forneceu a armadura necessária para a execução deste elemento. Com esta ferramenta, foi possível analisar a deformação da laje com diferentes carregamentos. Ademais, com este mesmo programa, tornou-se possível analisar a influência que os diferentes posicionamentos e dimensões das aberturas causam nesta laje.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, as aberturas em lajes devem respeitar um limite em suas dimensões e posicionamento. Com isto, não deve haver vãos com largura ou comprimento maiores do que 1/10 da menor dimensão da laje ( $l_x$ ). Visto isto, no presente trabalho foi adotada uma dimensão máxima das aberturas com esta característica. Muito além, foi adotada uma resistência característica à compressão do concreto de 30 MPa.

No presente trabalho, para que se atingisse os objetivos específicos, foram moldadas em um programa computacional (TQS) quatro modelos de lajes com dimensões idênticas entre si, porém uma com uma abertura no centro, uma segunda com uma abertura no vértice de um dos quatro cantos, outra com uma abertura centralizada na borda de menor dimensão da laje e, por último, uma abertura centralizada na borda de maior dimensão da laje.

## 1.7 LIMITAÇÕES

Para as aberturas localizadas nos cantos das lajes, não há uma idealização de treliça para a determinação da área de aço necessária através do método de bielas e tirantes.

## 1.8 DELINEAMENTO

Este trabalho foi desenvolvido através da utilização de *softwares* que possibilitaram a análise e comparação da influência causada por aberturas em lajes maciças de concreto armado. Foram modelados computacionalmente modelos que trouxeram dados de distribuição de esforços causados pela presença da abertura no elemento. Esta abertura, por sua vez, tem dimensões e posições diversas, possibilitando assim concluir quais situações cumprem de maneira mais satisfatória sua função. Os capítulos deste trabalho apresentam os seguintes itens:

- a) introdução e diretrizes de pesquisa: uma abordagem generalista do tema proposto para o trabalho contendo as informações mais importantes abordadas e discutidas, além das especificidades da pesquisa, como o tema pesquisado, os objetivos gerais e específicos do trabalho, as hipóteses, as premissas e as limitações.
- b) revisão bibliográfica: trata e referencia todos os aspectos importantes para a pesquisa e que embasam de maneira teórica o que é afirmado durante o desenvolvimento do trabalho.
- c) metodologia: esclarece como a pesquisa será feita e por quais métodos o autor seguirá para obter os resultados desejados.
- d) resultados e discussões: traz os resultados que o autor obteve e os analisa para esclarecê-los.
- e) conclusões: contempla as respostas das perguntas levantadas durante o trabalho e responde os objetivos específicos do trabalho.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo apresenta a referência bibliográfica base para este trabalho, onde se pode encontrar os conceitos básicos sobre lajes maciças em concreto armado, além das influências que aberturas podem causar nestes elementos estruturais. Serão também abordados os aspectos principais para o dimensionamento destas lajes.

### 2.1 LAJES DE CONCRETO ARMADO

De acordo com Botelho e Marchetti (2015), “[...] lajes são as estruturas primeiras que recebem e sustentam as cargas verticais acidentais que ocorrem nos prédios.” Este sistema construtivo é altamente utilizado em obras de diversas proporções, ou seja, é encontrado desde residências unifamiliares até edifícios com inúmeros pavimentos. Sua execução é dada primeiramente pela produção das fôrmas, após pela disposição das armaduras e, por último, pela concretagem das peças.

O controle tecnológico do concreto e a inspeção das armaduras anteriormente à concretagem são peças fundamentais para a correta execução das lajes segundo o projeto. De acordo com o Inova Concreto (2020), o controle tecnológico do concreto “[...] consiste na realização de vários ensaios para verificar a qualidade do material que fazem parte da composição do concreto.” Ainda se ressalta que este é o principal meio para que se possa evitar problemas futuros com a estrutura.

#### 2.1.1 Materiais utilizados

De acordo com a ABNT NBR 16055:2012, as estruturas de concreto armado são executadas a partir do aço e do concreto. Ao longo dos anos foram sendo inovadas as técnicas construtivas, logo hoje são vistos outros inúmeros métodos para lajes. As maciças são feitas a partir de fôrmas moldadas *in loco* ou industrializadas. Com elas consolidadas, deve-se dispor as armaduras conforme solicitado e então concretar.

### 2.1.1.1 Concreto

O concreto, segundo Leonhardt e Mönning (1977), “(...) é um aglomerado constituído de agregados e cimento como aglutinante.”. É defendido ainda pelos autores que pode-se considera-lo como uma rocha artificial, uma vez que pode-se moldá-lo da forma que quiser. Ele é feito de água, agregado graúdo e miúdo e cimento. Dependendo do tipo de elemento a ser executado ou da necessidade pontual, pode-se ainda adicionar aditivos químicos que facilitam a concretagem de certos elementos. Estes aditivos podem incorporar ar, trazer uma maior trabalhabilidade para o concreto, dentre outras diversas funções.

Para realizar a concretagem, é necessário por vezes fazer a utilização de vibradores para que o concreto preencha todos os espaços entre as fôrmas e as armaduras. Ainda de acordo com Leonhardt e Mönning (2015), o concreto começa a endurecer em poucas horas e sua resistência pode ser atingida em até 90% 28 dias após a concretagem.

Segundo Santos (2017), as estruturas de concreto armado começam a ser definidas pelas classes de resistência e quais serão os tipos de aço utilizados. Essas resistências serão arbitradas pelo engenheiro responsável a partir da utilização daquele ambiente. Em lajes, segundo a ABNT NBR 6118:2014, a classe de resistência deve atender aos estados limite último e de serviço da peça estrutural. Estes dados dizem respeito ao colapso da estrutura e ao conforto do usuário na utilização do ambiente, respectivamente.

Santos (2017) ainda compara as resistências características ( $f_{ck}$ ) do concreto utilizado em décadas passadas com as resistências vistas habitualmente em obras. Segundo ele, nas décadas de 1970 a 1990, era comum ver resistências que atingiam valores entre 15 e 20 MPa. Atualmente, as edificações são feitas usualmente com concretos que ultrapassam facilmente os 30 MPa de resistência característica.

### 2.1.1.2 Aço

Para as lajes maciças, normalmente utiliza-se o aço para armar uma rede de barras que devem ser espaçadas da fôrma de acordo com a classe de agressividade do ambiente. Este espaçamento, segundo a ABNT NBR 6118:2014, varia de 2 a 4,5 cm da face exposta da laje.

Esta norma ainda traz tabelas onde pode-se consultar quais tipos de aço a serem utilizados de acordo com as solicitações de cálculo. Alguns critérios são adotados pela norma quanto ao espaçamento máximo de barras, que não pode exceder em 20 cm entre uma barra e outra ou duas vezes a altura total da laje quando se trata das armaduras positivas. O aço pode ser CA-50 ou CA-60, que fica a critério do engenheiro o qual deverá ser utilizado.

Segundo Leonhardt e Mönning (1977), o aço na estrutura de concreto armado, resiste à tração a qual a peça está submetida, além de ter propriedades de qualidade como limite de escoamento, resistência à tração e alongamento de ruptura diferenciados. Com isto, conclui-se que ele é um elemento fundamental em nossas estruturas. Em lajes, o aço é empregado em sua maioria na forma de barras, de maneira com que estas barras sejam dispostas formando uma espécie de trama, com barras alocadas umas perpendiculares às outras. Existem ainda telas industrializadas que facilitam a execução das lajes, mas estas geralmente são empregadas em outros diferentes métodos construtivos.

#### 2.1.1.3 Formas

A ABNT NBR 14931:2004 diz que as formas, juntamente com o sistema de escoramento, devem resistir a alguns fatores como a ação do ambiente em que elas se encontram, às cargas a elas submetidas e cargas próprias e possíveis movimentações causadas na hora de lançar e adensar o concreto. As formas podem ser moldadas no próprio local, executadas por um profissional capacitado e com material apropriado, ou ainda podem ser industrializadas.

#### 2.1.1.4 Instalações presentes nas lajes

Nas lajes, encontra-se diversos tipos de instalações presentes, como redes de água, elétrica e gás, por exemplo. Estas tubulações devem ser implementadas antes do momento da concretagem e após a correta execução da armadura. Isso se dá pois, segundo a ABNT NBR 6118:2014, não é possível fazer rasgos posteriores nas lajes, já que estas são elementos estruturais.

## 2.2 CONSIDERAÇÕES DE PROJETO

A ABNT NBR 6118:2014 aborda critérios que devem ser respeitados para o apropriado desempenho das lajes maciças. A norma trata de diversos fatores, como limites de deslocamentos e seus efeitos para a estrutura e para o conforto do usuário, controle de fissurações nos elementos, análises estruturais, dentre outros. Ainda de acordo com a norma brasileira, pode-se denominar concreto armado todo concreto que é utilizado na confecção de elementos estruturais de uma edificação, e ainda pode ser dividido em três tipos, que são o concreto simples, o concreto armado e o concreto protendido.

O principal alvo de estudo neste trabalho é o concreto armado, com foco em lajes e aberturas nelas presentes. A ABNT NBR 6118:2014 delimita regras de dimensões para as aberturas nas lajes. Esta norma ainda aborda, além das aberturas, furos feitos em lajes maciças.

Segundo Neto (2018), “O cálculo da laje deve ser feito em função da sua localização, da sua posição e da sua finalidade.”. Ele conclui que, por finalidade, diz-se o tipo de carga a qual a laje está exposta, a distribuição do carregamento, a dimensão da carga e outras informações que podem ser importantes para o cálculo estrutural. Tendo isto, adiciona-se a necessidade de aberturas em lajes para a passagem de tubulações do sistema elétrico, hidrossanitário ou qualquer outro tipo de solicitação. Nestes casos, o projetista deve prever reforços para estas aberturas, de maneira com que elas não impactem no conforto do usuário, nem no atendimento aos esforços impostos.

### 2.2.1 Ações

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, as ações que devem ser previstas em um elemento estrutural, como uma viga, um pilar ou uma laje são classificadas em permanentes, variáveis ou excepcionais. Por ações permanentes, pode-se entender como sendo as características intrínsecas do material constituinte do elemento estrutural (neste caso, o concreto), logo, admite-se como uma carga permanente o peso próprio do concreto, o peso do revestimento adotado, entre outros. Para cargas acidentais, a ABNT NBR 6120:2019 traz em sua tabela número 10 valores que podem ser utilizados no cálculo conforme o cômodo ao qual pertencerá a laje. Já as cargas variáveis são referentes a ações extraordinárias e corriqueiras, como a força

dos ventos, por exemplo. As cargas permanentes, no dimensionamento, são consideradas em sua totalidade, enquanto as cargas variáveis, no somatório das forças, podem ser minoradas em 70%, uma vez que estas não estarão atuando durante todo o tempo no elemento estrutural. Esta minoração faz com que os efeitos causados por estas ações possam ser traduzidas de uma maneira mais realista ao realizar o dimensionamento das armaduras.

De acordo com Botelho e Marchetti (2015), para o cálculo estrutural, deve-se considerar o peso de projeto, que é a soma da carga do peso próprio da estrutura e a carga accidental. Os autores definem como peso próprio a força gerada pela massa do material constituinte da estrutura (neste caso, o concreto). Já a carga accidental é definida como sendo o peso gerado pela ocupação do local dada pelo mobiliário, por exemplo.

#### 2.2.1.1 Esforços solicitantes

De acordo com Neto (2018), os esforços presentes nas lajes são diversos. O autor elenca alguns exemplos, como as cargas fixas e móveis, as permanentes e as accidentais, as concentradas e as distribuídas, as que são distribuídas por todo o vão e aquelas que são distribuídas em apenas uma parte deste espaço, entre outras. Ainda segundo o autor, a maior quantidade de erros que podem acontecer no dimensionamento de uma laje é no momento em que o calculista elenca os esforços para a laje, uma vez que é impossível ser exato no peso escolhido para o cálculo.

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, para as lajes, as solicitações dos esforços se dão através dos carregamentos verticais, que, para uma laje isolada, isto é, sem vínculo com outra laje, gera nos cálculos a armadura positiva necessária. Para as lajes que possuem vínculos com outras lajes, além das armaduras positivas, na ligação de uma laje com a outra, se torna necessário o cálculo da armadura negativa que ali deve ser instalada.

Neto (2018) traz os principais esforços a serem considerados para o levantamento de carregamentos da laje. O autor separa as ações entre sobrecarga na laje e o peso próprio da laje. Na sobrecarga, considera-se a alvenaria sobre a laje, se existente, a carga accidental, que é o valor redigido na ABNT NBR 6120:2019 que agora está em vigência e o revestimento da laje, que varia de acordo com suas propriedades. No peso próprio, deve-se calcular o peso da laje de acordo com suas dimensões, ou seja, de acordo com sua volumetria.



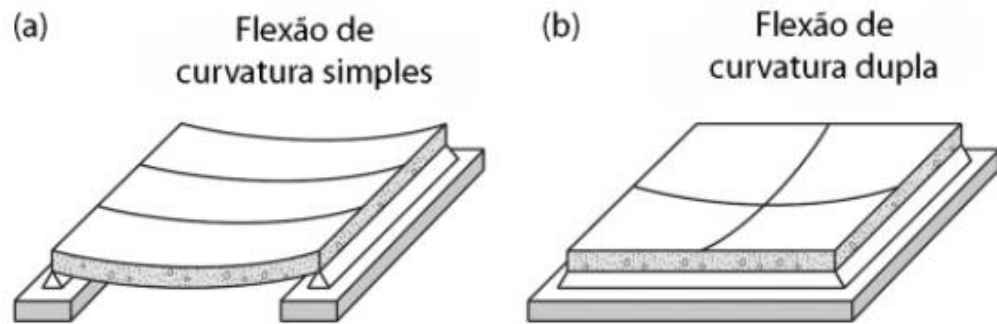
### 2.2.1.2 Flexão

Ruschel (1974) afirma que os cálculos de flexão são feitos a partir da carga de ruptura do concreto utilizado na peça estrutural. Para as flexões compostas, a peça estudada deve também resistir à força paralela normal.

De acordo com Adorna et al (2021), “As lajes são elementos estruturais submetidos, principalmente, a esforços solicitantes internos de flexão.”. Ainda, segundo os autores, a flexão faz com que haja o aparecimento de forças internas nas lajes de tração e compressão. Estas forças se manifestam na forma de momentos fletores. Os autores ainda ressaltam que “O dimensionamento das lajes maciças frente aos esforços de flexão busca garantir a estabilidade da estrutura, de modo a impedir a ruína destas quando forem submetidas à ação das cargas.”. Se resalta ainda que as lajes podem ser dimensionadas de duas maneiras: armadas em uma direção ou armadas em duas direções. Estes dois jeitos apresentam diferenças entre eles quando trata-se de distribuição de esforços.

Ainda de acordo com os autores, lajes, por suas características geométricas, possuem vãos (comprimento e largura) muito maiores do que a sua altura. Desta forma, estes elementos se tornam flexíveis. Esta característica faz com que elas se deformem de acordo com o comprimento do vão da peça e a posição dos apoios dela. As flexões podem ser de curvatura simples ou curvatura dupla, e isto dependerá do tipo de relação entre os vãos que esta laje terá. As lajes armadas em uma direção possuem curvatura simples, isto é, sua deformação pode ser vista ao longo de toda a extensão perpendicular às armaduras desta laje. Já as lajes armadas em duas direções (ou armadas em cruz) apresentam o maior ponto de deflexão no seu centro, como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1-Deflexão de lajes armadas em uma e duas direções.



Fonte: Adorna et al (2021)

Além do tipo de armadura, as deflexões também são devidas ao tipo de apoio presentes nas lajes. Nas lajes em balanço, por exemplo, que possui apoio apenas em um dos vãos, a laje tende a flexionar no bordo não apoiado. As flexões também causam deformações diferentes em lajes simplesmente apoiadas ou engastadas, como pode ser visto na Figura 2.

Figura 2-Deformações de acordo com os vínculos em bordos.



Fonte: Adorna et al (2021)

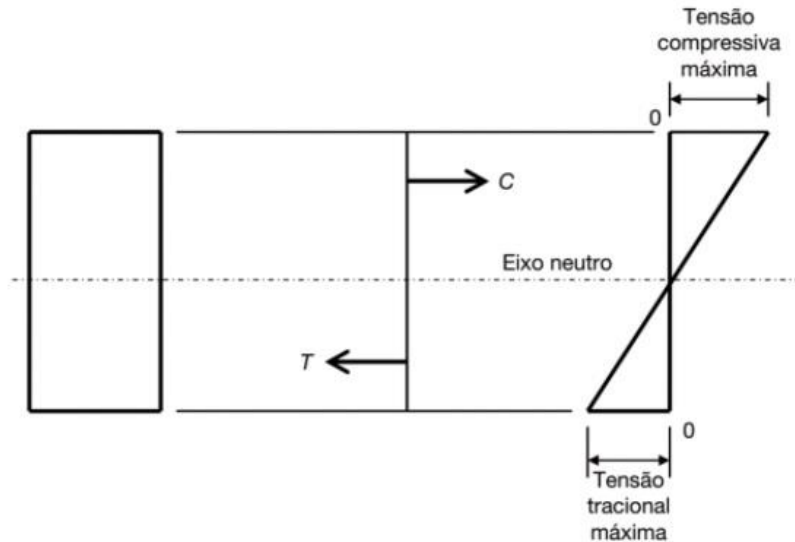
Adorna et al (2021, p. 93), destacam que:

De modo geral, os esforços internos de flexão são preponderantes em lajes de concreto armado, tanto do ponto de vista de ruptura quanto de utilização. Em lajes de vãos muito curtos ou com cargas muito elevadas, no entanto, o cisalhamento pode vir a se tornar mais significativo que a flexão.

Garrison (2018) diz que a flexão encontrada nas lajes dependerá das características da seção transversal do elemento estrutural, do vão observado e da intensidade das forças calculadas. Ademais, a deflexão está ligada à espessura da laje, uma vez que lajes menos espessas tendem a sofrer mais com a flexão. O mesmo ocorre com os vãos, ou seja, quanto maior ele for, maior sua tendência à flexão. A flexão gera nas lajes os comportamentos de tração e compressão. Considerando um elemento linearmente elástico e homogêneo, haverá uma distribuição das tensões na laje, fazendo com que surja uma área de tração e outra de

compressão vista no perfil transversal, assim como uma região onde não há nem compressão e nem tração, como pode ser observado na Figura 3.

Figura 3-Distribuição de tração e compressão em lajes.



Fonte: Adaptado de GARRISON (2018).

### 2.2.1.3 Cisalhamento

De acordo com Adorna et al (2021), a força de cisalhamento é a deformação ocorrida na laje provocada por forças atuantes nela. Os autores defendem que na maioria das vezes não há a necessidade de dimensionar a armadura de cisalhamento para lajes maciças.

Porto e Fernandes (2015) explicam que os esforços de tração resultam em fissuras nas lajes que se dispõem de forma perpendicular a eles. O concreto possui baixa resistência a tração comparativamente à sua resistência a compressão, ou seja, o aparecimento dessas fissuras é inevitável e perceptível. As fissurações de cisalhamento normalmente são vistas de forma inclinada no perfil da laje, enquanto as de flexão costumam ser verticalizadas.

A ABNT NBR 6118:2014 em seu item 19.4 diz que as lajes maciças não necessitam de armadura para o cisalhamento quando  $V_{sd} \leq V_{Rd1}$ , ou seja, quando a força cortante de cálculo for menor do que a força resistente de cálculo.

#### 2.2.1.4 Cargas verticais

Segundo Adorna et al (2021), as cargas verticais se dão principalmente pelo peso próprio, revestimento e carga accidental de uso. Estas ações são perpendiculares ao elemento e podem variar de acordo com a solicitação dada à estrutura. O peso próprio varia unicamente de acordo com as dimensões da laje, uma vez que ele é calculado pela sua volumetria, já o peso de revestimento deve ser mensurado através das características do material empregado e devido a sua espessura. As cargas accidentais são dadas pela ABNT NBR 6120:2019, a qual dispõe de tabelas com as cargas já delimitadas.

Ainda de acordo com os autores, as cargas verticais são distribuídas no plano e geram deformações nas lajes. Estas deformações possuem limites a serem seguidos de acordo com a ABNT NBR 6118:2014. Estas cargas ainda tendem a se distribuir de uma maneira uniforme, o que se convencionou a chama-las de cargas distribuídas, porém podem existir cargas pontuais também presentes nas lajes, conhecidas como cargas concentradas.

#### 2.2.1.5 Caras horizontais

Porto e Fernandes (2009), destaca que os ventos influenciam nas estruturas através das pressões geradas, dadas pelo seu impacto na edificação. Quanto maior for a velocidade deste deslocamento de ar, maior será a pressão exercida sob a face do edifício. Diversos aspectos devem ser levados em consideração quando analisa-se o impacto dos ventos, como a topografia local, as edificações no entorno, a direção destes ventos, entre outros.

Segundo a ABNT NBR 6123:1988, para que se possa calcular o impacto dos ventos a serem considerados nas edificações, alguns coeficientes de correção devem ser analisados para que se possa chegar a um número mais adequado para o dimensionamento das estruturas.

A ABNT NBR 6118:2014 ressalta que a ação dos ventos, juntamente com outros possíveis esforços horizontais e verticais podem fazer com que o responsável por dimensionar as estruturas deva analisar os efeitos de 1º e 2º ordem. Adorna et al (2021), dizem que “Os esforços de segunda ordem podem provocar a instabilidade da estrutura, devendo, portanto, serem considerados, quando necessários, no modelo estrutural adotado em projeto.”. A ABNT

NBR 6118:2014 estabelece que, para a correta análise estrutural, deve-se calcular o coeficiente  $\alpha$  (parâmetro de instabilidade) e o coeficiente  $\gamma_z$ . Quando tem-se que  $\alpha < \alpha_1$ , a estrutura é considerada como de nós fixos. Já quando  $\alpha > \alpha_1$ , considera-se a estrutura como de nós móveis. Para que seja incorporado aos cálculos os efeitos de segunda ordem, eles devem ser maiores do que 10% quando comparados aos de primeira ordem.

Muito além dos esforços causados pelos ventos, os autores destacam que o desaprumo de edificações também deve ser levado em consideração na hora de planejar a estrutura. Estes desaprumos são observados na hora da execução principalmente de pilares. Já antevendo este problema e as consequências disto para o correto atendimento das solicitações, o projetista deverá analisar os efeitos causados por este desalinhamento e suas implicações.

Tendo em vista resistir aos efeitos horizontais das cargas nas edificações, Adorna et al (2021) comenta sobre o sistema de contraventamento, que é dado por estruturas mais rígidas que resistem melhor a estes fenômenos, como os núcleos rígidos, os pilares-parede, as paredes de cisalhamento, os pórticos rígidos e os pórticos contraventados.

Gutierre (2016), analisou a influências das lajes na estabilidade global de edifícios. Segundo o autor, as lajes exercem um papel fundamental no desempenho estrutural quando trata-se de cargas horizontais em estruturas baseadas em lajes lisas. Já em situações onde as vigas são presentes, as lajes passam a funcionar mais como diafragmas rígidos, ou seja, elas tendem a absorver cargas pequenas e transmitir os carregamentos horizontais para as vigas.

### **2.2.2 Análise estrutural**

Garrison (2018) descreve que a análise estrutural é a etapa onde se faz as determinações de cargas, analisa-se os esforços e as tensões e também quando o responsável pode adotar um pré-dimensionamento para seus elementos estruturais. É na análise estrutural que o engenheiro calculista, por vezes, escolhe os materiais que serão empregados. Garrison ainda menciona alguns outros aspectos importantes observados nesta etapa, como a escolha de coeficientes de segurança segundo normas. Ele menciona também exemplos práticos que compõem a análise estrutural, como a combinação de cargas, os cálculos dos esforços cortantes e dos momentos fletores e o cisalhamento.

Fusco e Onishi (2017, p. 115) dizem que “[...] o objetivo final da análise estrutural é o dimensionamento de todas as peças que compõem uma estrutura.”. Ressalta-se ainda que para cumprir com o objetivo final, deve-se calcular os esforços internos causados pelas cargas presentes na edificação.

Segundo o que pode ser consultado na ABNT NBR 6118:2014, a análise estrutural deve ser feita para que não se atinjam os Estado Limite de Serviço (ELS) e o Estado Limite Último (ELU), onde este diz respeito à integridade da estrutura e aquele refere-se ao conforto do usuário.

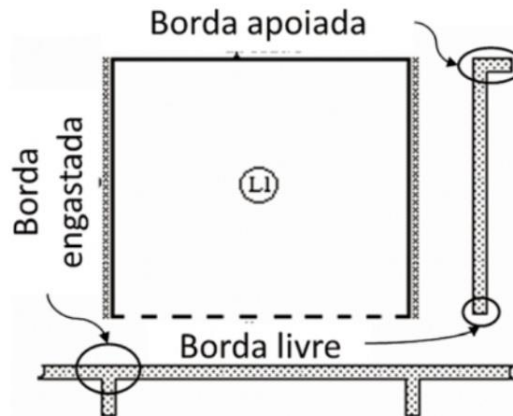
Adorna et al (2021) cita que a análise estrutural deverá ser composta por um modelo estrutural que deverá conter a geometria dos elementos, os esforços aos quais a estrutura será submetida, as condições de contorno e as características dos materiais a serem empregados nessa estrutura. Os autores comentam que a ABNT NBR 6118:2014 traz consigo a análise estrutural para elementos lineares, de superfície e de volume. As lajes se enquadram como elementos de superfície, assim como as vigas-parede e os pilares-parede.

#### 2.2.2.1 Condições de contorno

De acordo com Garrison (2018), as condições de contorno das lajes serão dadas com suas ligações com lajes vizinhas, ou seja, deverá se observar a presença ou não de uma laje no mesmo nível em algum dos bordos da laje analisada. Este procedimento é fundamental, uma vez que a escolha de condição de apoios desta laje determinará a distribuição dos esforços solicitantes.

O autor diz ainda que, quando a laje a ser analisada possui outra laje no mesmo nível em um de seus bordos, este canto é considerado engastado. Quando a laje observada não possui outra laje em mesmo nível em um de seus bordos, considera-se este canto simplesmente apoiado. Já quando um dos bordos não possui apoio, considera-se um canto livre. Isto é exemplificado na Figura 4 a seguir.

Figura 4-Exemplo de condição de contorno em lajes.



Fonte: Garrison (2018).

### 2.3 DIMENSIONAMENTO DE LAJES MACIÇAS

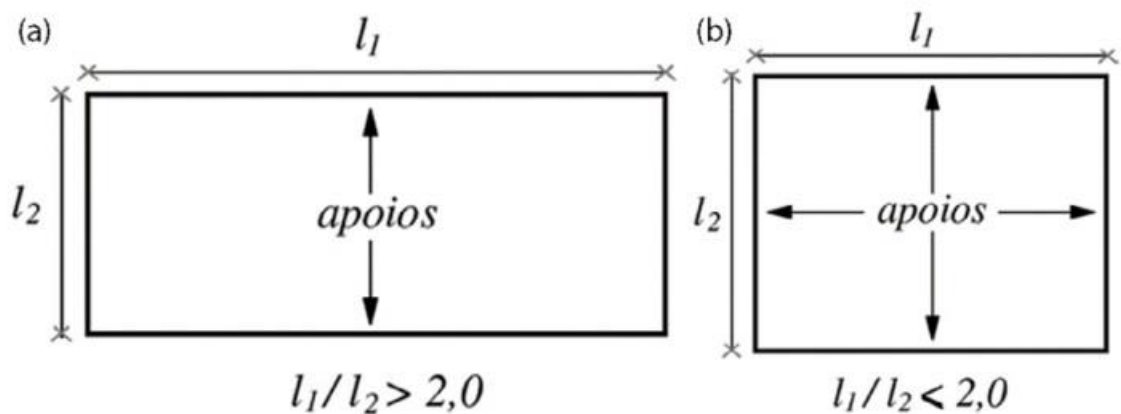
As lajes maciças de concreto armado são dimensionadas de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, que elenca diversos fatores que deverão ser levados em conta no momento do cálculo. Neste presente trabalho, serão vistas lajes apoiadas sobre vigas, mas a norma brasileira também aborda lajes do tipo cogumelo e lisa, que têm seu apoio diretamente nos pilares. Para as lajes apoiadas em vigas, a ABNT NBR 6118:2014 traz referenciais como os vãos teóricos, a verificação das condições de apoio, que podem variar entre engastadas e simplesmente apoiadas, coeficientes multiplicadores para a análise de cargas, verificação para os ELS e ELU dos elementos e dimensionamento à flexão para a determinação das armaduras positivas e negativas. A norma também traz restrições atribuídas às aberturas em lajes e furos que podem eventualmente serem feitos nelas.

A ABNT NBR 6120:2019 traz números que devem ser levados em consideração para a determinação das cargas sobre as lajes. Esta norma regulamenta pesos específicos de materiais, cargas que devem ser usadas para o cálculo da influência dos revestimentos aplicados nas lajes e esforços causados devido a ocupação do ambiente a ser dimensionado.

### 2.3.1 Premissas básicas de dimensionamento

O cálculo de lajes leva em consideração primeiramente as dimensões do elemento a ser estudado, isto porque elas podem ser armadas em uma ou duas direções, segundo a ABNT NBR 6118:2014. De acordo com o que é dito na normativa, lajes com um vão em uma direção maior do que duas vezes o vão na sua direção perpendicular são dimensionadas com armadura em apenas uma direção, já as que possuem um vão menores ou iguais a duas vezes o seu vão perpendicular são dimensionadas com armadura em duas direções ou em cruz. Isto é exemplificado na Figura 5 a seguir.

Figura 5-Determinação de lajes armadas em uma ou duas direções.



Fonte: Adaptado de CLÍMACO (2016).

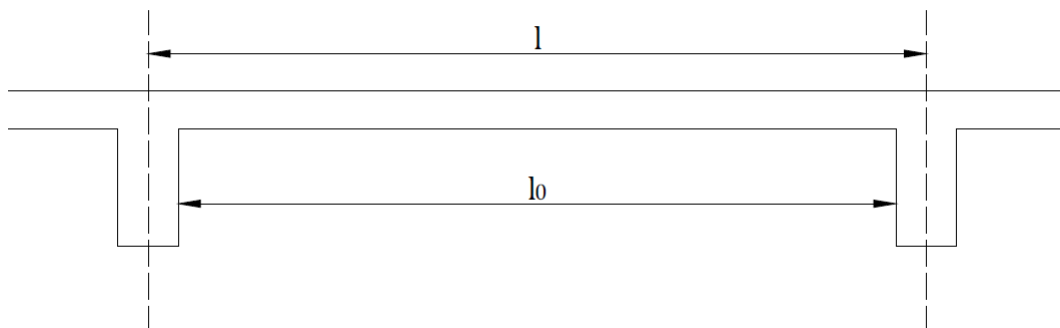
Outro ponto a ser considerados segundo a ABNT NBR 6118:2014 são as condições de apoio das lajes. Segundo a norma, elas podem ser simplesmente apoiadas ou engastadas. Isto dependerá da presença de outra laje em um de seus bordos e em mesmo nível. Caso haja uma laje nestas condições, este bordo será considerado engastado e deverá ser prevista uma armadura negativa para a situação dada. Se não houver esta situação e a laje analisada estiver apoiada, deverá ser considerado um bordo simplesmente apoiado e, na ausência de apoio, este vão será considerado livre, havendo então também a necessidade do dimensionamento de armadura negativa. Isto é exemplificado na Figura 4.



### 2.3.2 Vão teórico e coeficiente $\lambda$

A ABNT NBR 6118:2014 determina que, para se iniciar o cálculo de dimensionamento das lajes maciças, deve-se verificar o vão teórico de cálculo. Este vão será dado pelo eixo do apoio do elemento ao qual a viga está colocada. Isso é importante para que se possa modelar a laje, somando a dimensão de seu vão livre ao quanto ela se estende até o eixo do elemento estrutural ao qual ela está apoiada. Isto é exemplificado na Figura 6.

Figura 6-Vão teórico



Fonte: O autor (2022).

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, de acordo com a Figura 6, a laje teria um vão livre  $l_0$ , enquanto o vão teórico seria  $l$ , que abrange  $l_0$  e soma os eixos de apoio da laje nas vigas nos dois lados.

Após a determinação do vão teórico, Pinheiro, Muzardo e Santos (2010), abordam o coeficiente  $\lambda$  a ser calculado para a determinação do tipo de disposição de armadura a ser adotado para cada caso. Este coeficiente é calculado através da Equação 1. Quando  $\lambda > 2$ , tem-se uma laje armada em apenas uma direção, enquanto quando  $\lambda \leq 2$ , tem-se uma laje armada em duas direções (em cruz).

$$\lambda = \frac{\text{vão maior}}{\text{vão menor}} \quad (1)$$

### 2.3.3 Verificação das condições de apoio

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, as condições de apoio referem-se a distribuição dos esforços segundo o dimensionamento desta laje, isto porque pode-se considera-las simplesmente apoiadas ou engastadas, e isto dependerá da existência ou não de uma segunda laje em mesmo nível da laje analisada, como foi comentado no item 2.3.1. Existe ainda a possibilidade de haver vãos sem vigas para suporte e sem lajes vizinhas. Neste caso, considera-se aquele bordo sem nenhum apoio. Isto pode ser observado na Figura 4.

### 2.3.4 Análise das cargas

A ABNT NBR 6118:2014 diz que, para ter-se as cargas computadas para que se possa efetuar os cálculos de dimensionamento das lajes, deve-se prever as cargas permanentes atuando no elemento e as variáveis ou acidentais. As forças permanentes estão relacionadas às propriedades do material constituinte das lajes e também de seu revestimento. Estes valores podem ser calculados pela Equação 2.

$$P_p = \gamma_c \times h \quad (2)$$

Onde:

$P_p$     Peso próprio do elemento (kN/m<sup>2</sup>).

$\gamma_c$     Peso específico do material (kN/m<sup>3</sup>).

$h$       Altura do elemento analisado, seja ele o revestimento ou mesmo a laje (m).

Já as cargas variáveis podem ser obtidas através da tabela número 10 da ABNT NBR 6120:2019, que informa os valores característicos normais das cargas variáveis. Para obter a análise completa das cargas, deve-se somar então as cargas permanentes calculadas através da Equação 2 e a carga variável obtida através da tabela 10 da ABNT NBR 6120:2019.

### 2.3.5 Estado limite de serviço (ELS)

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o atendimento ao ELS diz respeito às flechas do elemento estrutural calculado, ou seja, sua deformação ao longo do tempo de acordo com seu carregamento. O primeiro passo é verificar a flecha inicial da laje ( $f_0$ ), que se refere à execução da laje até o período de desescoramento dela. A flecha inicial, segundo Pinheiro (2007), pode ser encontrada através da Equação 3.

$$f_0 = \frac{p^* \times l_y^4}{w_m \times E_{cs} \times h^3} \quad (3)$$

Onde:

$f_0$  Flecha inicial (cm)

$p^*$  Carga total corrigida (kN/cm<sup>2</sup>)

$l_y$  Vão menor (cm)

$w_m$  Coeficiente tabelado de Hahn

$E_{cs}$  Módulo de elasticidade secante do concreto (obtido através da Equação 4)

$h$  Altura/espessura arbitrada inicialmente para a laje (cm)

O módulo de elasticidade secante do concreto ( $E_{cs}$ ) é dado pela Equação 4 a seguir.

$$E_{cs} = \alpha_i \times \alpha_e \times 571 \times \sqrt{f_{ck}} \quad (4)$$

Onde:

$E_{cs}$  Módulo de elasticidade secante do concreto (kN/cm<sup>2</sup>).

$\alpha_i$  Valor tabelado segundo propriedade da resistência característica do concreto (ver Figura 7).

$\alpha_e$  Valor tabelado e obtido através do agregado graúdo utilizado.

$f_{ck}$  Resistência característica do concreto à compressão (MPa).

Os valores de  $\alpha_i$  podem ser vistos na Figura 7 a seguir.

Figura 7-Valores estimado de módulo de elasticidade em função da resistência característica do concreto à compressão, sendo granito o agregado graúdo

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
$E_{ci}$ (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
$E_{cs}$ (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
$\alpha_i$	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Após calculada a flecha iniciada, calcula-se a flecha diferida no tempo, que se dá, segundo a ABNT NBR 6118:2014, após o desescoramento da laje concretada, considerando a retirada das escoras aos 28 dias e uma flecha alcançada após 70 meses. Este valor deverá ser menor que a flecha admissível. A flecha final ( $f_\infty$ ) é dada pela Equação 5.

$$f_\infty = 2,32 \times f_0 \quad (5)$$

Onde:

$f_\infty$  Flecha final (cm)

$f_0$  Flecha inicial (cm)

Tendo a flecha final calculada, a normativa ABNT NBR 6118:2014 diz que esta deve ser comparada a flecha admissível ( $\bar{f}$ ), que é calculada, por sua vez, através da Equação 6.

$$\bar{f} = \frac{l_y}{250} \quad (6)$$

Onde:

$\bar{f}$  Flecha admissível (cm).

$l_y$  Vão menor (cm).

Tendo  $\bar{f} > f_\infty$ , tem-se o ELS sendo atendido.

### 2.3.6 Estado limite último (ELU)

A ABNT NBR 6118:2014 determina o estado limite último como sendo a última utilização possível da estrutura, ou seja, se relaciona ao colapso dela. O cálculo se dá através das solicitações e reações vistas nas lajes, onde, ao final, estas forças serão mandatórias para a seleção das armaduras e espaçamentos selecionados. Uma das maneiras de determinar estes esforços de forma manual seria através das tabelas de Czerny, que fornecem equações para os cálculos dos momentos e dos esforços cortantes de reação. Neste trabalho, para efeitos de modelagem, será utilizada uma laje isolada em dois de seus bordos e contínua em seus outros 2 bordos. O cálculo das armaduras será feito pelo *software* TQS, assim como a determinação das flechas, que será dada pelo mesmo programa.

Após calculados, dispõe-se os momentos nos eixos X e Y, de modo que o momento em X sempre estará no bordo de menor vão, enquanto o momento em Y estará no bordo de maior vão. Como visto na Figura 6, deve-se selecionar o valor correspondente a  $l_y/l_x$ , calculado como foi visto no item 2.3.2, selecionando na tabela de Czerny o valor mais aproximado ou imediatamente superior. A partir disto, obtém-se nesta mesma linha os valores para  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ , tornando possível encontrar os valores de  $M'_x$ ,  $M'_y$ ,  $R_x$  e  $R_y$ .

### 2.3.7 Dimensionamento à flexão

Nesta etapa, a ABNT NBR 6118:2014 abrange sobre o dimensionamento das armaduras da laje para suportar as cargas nela atuantes, calculadas como visto no item 2.3.4. Estas armaduras podem ser somente positivas, caso não haja nenhum bordo engastado, ou positivas e negativas, se houver algum engastamento.

Para efetuar este dimensionamento, segundo normatizado conforme a ABNT NBR 6118:2014, deve-se calcular o momento de cálculo. Com isto, uma das maneiras de proceder com o cálculo de forma manual, se dá através do valor de  $k_6$ , necessário para que se possa determinar o valor de  $k_3$  e então verificar o valor da área de aço necessária para a laje. Obtendo-se o valor de  $k_6$ , pode-se verificar o valor de  $k_3$  através de tabelas que relacionam o valor de  $k_6$  com a resistência característica do concreto à compressão. O valor de  $k_3$  será necessário posteriormente para realizar o cálculo da área de aço requerida para a laje. Utilizando este

método, não basta apenas calcular a área de aço, mas também deve-se obter a área de aço mínima requerida, pois pode ser que este valor seja maior que a área de aço calculada anteriormente. Este dado é fornecido pela Equação 7

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} \times h \quad (7)$$

Onde:

$A_{s,mín}$  Área mínima requerida (cm<sup>2</sup>/m).

$\rho_{mín}$  Distribuição da seção de ferro na laje (Tabelado conforme ABNT NBR 6118:2014 e visto na Figura 8).

Figura 8-Valores de  $\rho_{mín}$ .

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ( $A_{s,mín}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{mín}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{mín}$  deve ser recalculado.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Após calculadas a área de aço requerida e a área de aço mínima, adota-se a maior entre elas e escolhe-se a bitola de aço e seu espaçamento a serem adotados. Antes disso, deve-se calcular o diâmetro máximo que pode ser utilizado, conforme Equação 8.

$$\emptyset_{máx} = \frac{1}{8} \times h \quad (8)$$

Onde:

$\emptyset_{máx}$  Diâmetro máximo da barra adotada (mm).

$h$  Altura total da laje (mm).

O espaçamento máximo das barras é visto na Equação 9.

$$S_{máx} \leq 2 \times h \text{ ou } S_{máx} \leq 20 \text{ cm} \quad (9)$$

Onde:

$S_{m\acute{a}x}$  Espaçamento máximo das barras (cm).

$h$  Altura total da laje (cm).

### 2.3.8 Generalidades

A ABNT NBR 6118:2014 traz alguns parâmetros que devem ser seguidos para a escolha da armadura. O ambiente ao qual a estrutura estará instalada interfere diretamente nisso, pois a normativa classifica estes ambientes em quatro tipos de classe de agressividade  armadura. Quanto mais agressivo for o ambiente, maior deve ser o cobrimento desta armadura. O cobrimento exigido pode ser consultado na Figura 9.

Figura 9- Cobrimento das barras de aço de acordo com a classe de agressividade do ambiente.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm.

<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

<sup>d</sup> No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45$  mm.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

A ABNT NBR 6118:2014 destaca que, para estas classes de agressividade, ainda deve-se levar em consideração a resistência  compressão do concreto utilizado. Quanto mais

agressivo for o ambiente, maior deverá ser a resistência do concreto empregado. A relação entre estes dois fatores pode ser vista na Figura 10 a seguir.

Figura 10- Relação entre classe de agressividade e resistência à compressão do concreto empregado.

Concreto <sup>a</sup>	Tipo <sup>b, c</sup>	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.  
<sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.  
<sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

A normativa ABNT NBR 6118:2014 ainda destaca que as lajes devem ter uma altura mínima a ser seguida de acordo com sua utilização. A norma brasileira dita estas dimensões segundo a carga suportada e a presença ou não de vãos em balanço. Estes valores são vistos no Quadro 1.

Quadro 1-Espessuras de lajes segundo ABNT NBR 6118:2014.	
SITUAÇÃO	ALTURA REQUERIDA
Lajes de cobertura e não em balanço.	7 cm
Lajes de piso não em balanço.	8 cm
Lajes em balanço.	10 cm
Lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN.	10 cm
Lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN.	12 cm

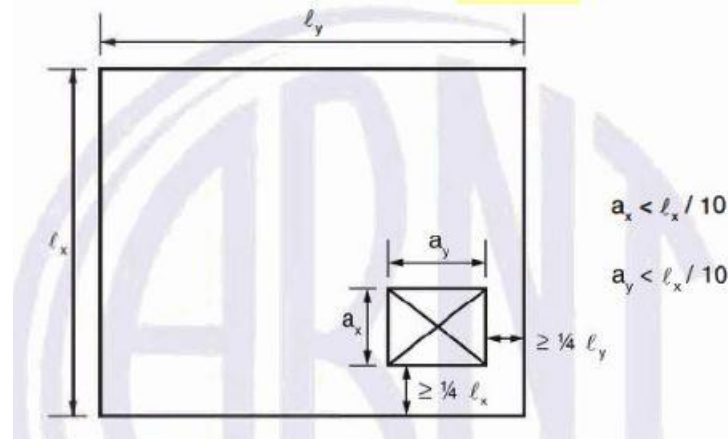
## 2.4 ANÁLISE DAS ABERTURAS

A ABNT NBR 6118:2014 diferencia furos de aberturas. Segundo a norma, furos são espaços abertos no elemento estrutural menores que as aberturas, porém quando há um conjunto de furos próximos um dos outros, a normativa diz que devem-se considerar este agrupamento como uma abertura.



A ABNT NBR 6118:2014 fala que as aberturas em lajes maciças não precisam ser analisadas quando a laje for armada em duas direções e cumprir os seguintes critérios de forma simultânea: não devem ter uma dimensão maior que 1/10 de seu menor vão ( $l_x$ ), devem ter a face da abertura espaçada do vão teórico de apoio da laje a uma distância maior ou igual a  $\frac{1}{4}$  do eixo de análise e possuir as distâncias entre as faces da abertura maior que a metade do menor vão ( $l_x$ ). Estas situações são exemplificadas na Figura 11.

Figura 11- Condições para dispensar a verificação de aberturas em lajes.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

A ABNT NBR 6118:2014 ainda trata de aberturas no eixo longitudinal de lajes e aborda critérios para a exigência de verificação destas aberturas, porém este não é o foco deste trabalho, mas sim as aberturas transversais. Segundo a normativa, para aberturas que não se encaixem nos parâmetros vistos anteriormente e que conseqüentemente exijam uma análise estrutural devido às suas particularidades, deve-se prever, além das armaduras positivas da laje, armaduras em torno das aberturas que atuarão de forma a absorver o acúmulo de tensões localizado nestes pontos seguindo o método de bielas e tirantes.

Para que se realize a abertura em lajes, a ABNT NBR 6118:2014 destaca que a parte que contém a abertura, estando ela sobre os apoios da laje ou na parte central desta, deve ser capaz de equilibrar os esforços no ELU. Ainda se enfatiza que as armaduras interrompidas devido à abertura devem ser complementadas com uma armadura no entorno da abertura e que esta deve estar devidamente ancorada e, por fim, diz-se que em lajes lisas ou cogumelos que possuem aberturas em locais próximos a pilares, o cálculo deve levar em consideração o equilíbrio das forças cortantes presentes nesta região.

De acordo com Pitol (2017), as aberturas nas lajes geram mudanças no diagrama de tensões, fazendo assim com que o comportamento das deformações seja variado. Segundo Pitol (2017,

apud Martins 1992), o fluxo de tensões pode ser modificado pela presença de uma abertura no elemento estrutural a ser estudado. Quando isto ocorre, a laje perde sua estabilidade, fazendo-se necessário uma análise local para isto ser evitado.

Leonhardt e Mönning (1978) tratam das aberturas em lajes em sua obra e afirmam que as armaduras interrompidas pela seção podem servir como a área de aço que deseja ser encontrada: basta dispor as barras que servirão de reforço de maneira que estas supram a área de aço interrompida anteriormente. Entretanto, os autores tratam deste método quando as dimensões da abertura não extrapolam um quinto do vão da laje. Para maiores dimensões, os autores trazem um método próprio de calcular a área de aço necessária.

Cardoso (2010) elaborou uma pesquisa onde são comparados os métodos de bielas e tirantes e o método empírico de Leonhardt e Mönning. O autor conclui que, através do método empírico, não se considera a altura da laje, o que traz outra necessidade: verificar através de alguma outra metodologia este ponto em específico. Além disso, o autor faz ressalvas ainda para as armaduras localizadas na parte superior da laje. Quando Cardoso trata do método de bielas e tirantes, ele diz que, diferentemente do método empírico, aqui é levado em conta a altura da laje, mas não suas vinculações. Ademais, ainda é dito que o método pode ser de grande valia para ocasiões onde o esforço cortante não é elevado.

Aguiar (2018) fez um estudo também utilizando o método de bielas e tirantes para chegar a uma área de aço necessária para os reforços em torno das aberturas em diversos elementos estruturais, dentre eles, as lajes. O autor comenta também em suas conclusões sobre a eficácia de *softwares* como o TQS. Este programa, por sua vez, não consegue, de forma automatizada, detalhar de forma correta as armaduras necessárias para as regiões de descontinuidade.

Além destes estudos, pode-se evidenciar que outras normas internacionais tratam do tema. Ruiz, Hoang e Muttoni (2022) fizeram um estudo sobre as aberturas em elementos de concreto armado segundo o Eurocode 2. Os autores afirmaram que, em uma revisão sobre o que diz a norma, eles constataram que a norma afirma que, para a análise de descontinuidades nas peças a serem analisadas, o método de bielas e tirantes se mostra viável. Eles dizem que esta é uma ferramenta válida para projetos de aberturas em vigas, por exemplo. Muito além, dizem que as formulações do método trazido pela norma são fáceis de utilizar.

A ABNT NBR 6118:2014 trata de aberturas em alguns de seus itens e alguns estudos buscam comparar diversos métodos para avaliar sua eficácia, como foi visto anteriormente

através do artigo de Cardoso (2010). Entretanto, existem outras normas brasileiras, como a ABNT NBR 16055:2012, que fala de paredes de concreto armado, e que também trata dos vãos, muitas vezes necessário para a instalação de janelas ou portas. Para esta normativa, as regras de avaliação na região da abertura são diferentes das que se pode ver na ABNT NBR 6118:2014.

A norma americana ACI 318 (2019) trata de aberturas em alguns elementos de concreto armado, como em lajes, por exemplo. Na normativa é possível verificar que ela possui vários tópicos sobre este assunto e que ela traz instruções de como a região deve ser verificada. A normativa fala, entre outras coisas, sobre a ancoragem de barras de aço, disposição destas barras de acordo com os momentos positivos e negativos, e sobre a posição de barras, dizendo que estas colocadas na porção superior e inferior da laje são suficientes para resistir a momentos encontrados na região. A norma ainda traz de forma ilustrativa como a disposição das barras deve ser feita e suas extensões mínimas.

Alguns autores ainda relacionam as aberturas presentes em lajes com o seu colapso antecipado quando comparado a um mesmo elemento sem estes vãos. Oliveira, Cruz e Santos (2019) fizeram um estudo experimental prático onde moldaram lajes lisas submetidas à punção, onde uma delas não possuía aberturas, outra continha um furo e a terceira continha dois furos. Com os corpos de prova, os autores os submeteram a esforços com a finalidade de rompê-los. Os resultados mostraram que a laje sem nenhuma abertura suportou uma carga de 315 kN. Já a segunda laje com uma abertura rompeu quando recebia uma carga de 274 kN e a terceira colapsou a um esforço de 273 kN.

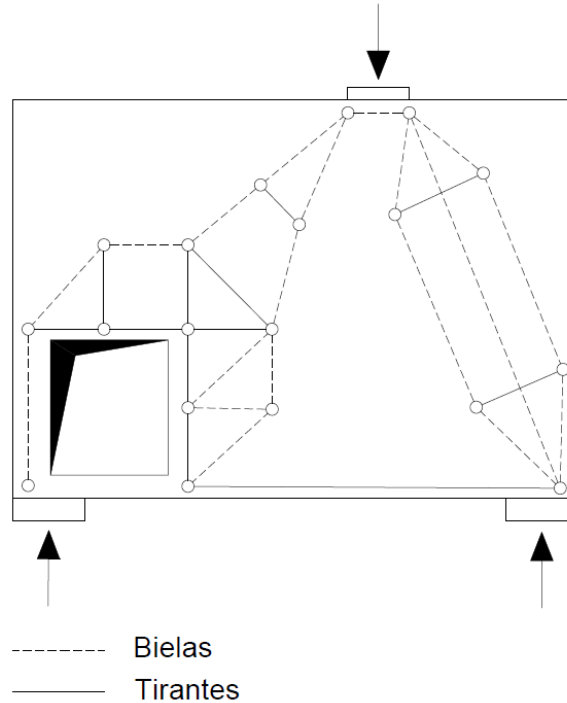
#### **2.4.1 Método das bielas e tirantes**

A ABNT NBR 6118:2014 recomenda a utilização do método das bielas e tirante para que se possa dimensionar a armadura em volta das aberturas realizadas em lajes. Este método é explicado por Fusco (2013) como a idealização de um modelo de treliças isostáticas que distribuem os esforços de tração e compressão em sua extensão.

De acordo com Fusco (2013), os tirantes são as partes das treliças que são tracionadas, enquanto as bielas são as partes comprimidas. O autor explica que se deve imaginar uma situação ideal de distribuição de esforços no elemento estrutural e a treliça deve ser desenhada

de maneira a acompanhar a distribuição destes esforços. Esta idealização pode ser vista na Figura 12.

Figura 12-Idealização do modelo de bielas e tirantes.



Fonte: Adaptado de FUSCO (2013).

Como observado na Figura 14, as bielas são as barras comprimidas e os tirantes estão sendo tracionados. Segundo Fusco (2013), a modelagem da treliça deve ser feita levando em consideração o ponto de aplicação da(s) carga(s) e o(s) apoio(s). Esta força percorrerá toda a peça, inclusive o entorno da abertura, que também deve ser analisado como mostrado na imagem anterior.

#### 2.4.2 Determinação da armadura de reforço

A ABNT NBR 6118:2014 não comenta como deve-se proceder com as armaduras de reforço no entorno das aberturas, somente fala sobre a necessidade da presença delas. Nestas condições, Araújo (2014) recomenda a utilização da mesma área de aço descontinuada pela abertura. O comprimento das barras utilizadas para estes reforços é dado pela Equação 10.

$$c = f + 2 \times (h + l_b) \quad (10)$$

Onde:

- $c$  Comprimento total da barra (cm).
- $f$  Dimensão da face da abertura paralela à barra (cm)
- $h$  Altura total da laje (cm).
- $l_b$  Comprimento de ancoragem (cm).

Segundo Bastos (2018), a ancoragem reta da armadura de um aço CA-50 (comumente utilizado em construções), pode ser encontrada através da Figura 13 a seguir.

Figura 13-Valores para  $l_b$  de acordo com o diâmetro utilizado para aço CA-50.

<b>Tabela A-1</b>																
COMPRIMENTO DE ANCORAGEM (cm) PARA $A_{s,ef} = A_{s,calc}$ CA-50 nervurado																
$\phi$ (mm)	Concreto															
	C15		C20		C25		C30		C35		C40		C45		C50	
	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com
6,3	48	33	39	28	34	24	30	21	27	19	25	17	23	16	21	15
	33	23	28	19	24	17	21	15	19	13	17	12	16	11	15	10
8	61	42	50	35	43	30	38	27	34	24	31	22	29	20	27	19
	42	30	35	24	30	21	27	19	24	17	22	15	20	14	19	13
10	76	53	62	44	54	38	48	33	43	30	39	28	36	25	34	24
	53	37	44	31	38	26	33	23	30	21	28	19	25	18	24	17
12,5	95	66	78	55	67	47	60	42	54	38	49	34	45	32	42	30
	66	46	55	38	47	33	42	29	38	26	34	24	32	22	30	21
16	121	85	100	70	86	60	76	53	69	48	63	44	58	41	54	38
	85	59	70	49	60	42	53	37	48	34	44	31	41	29	38	27
20	151	106	125	87	108	75	95	67	86	60	79	55	73	51	68	47
	106	74	87	61	75	53	67	47	60	42	55	39	51	36	47	33
22,5	170	119	141	98	121	85	107	75	97	68	89	62	82	57	76	53
	119	83	98	69	85	59	75	53	68	47	62	43	57	40	53	37
25	189	132	156	109	135	94	119	83	108	75	98	69	91	64	85	59
	132	93	109	76	94	66	83	58	75	53	69	48	64	45	59	42
32	242	169	200	140	172	121	152	107	138	96	126	88	116	81	108	76
	169	119	140	98	121	84	107	75	96	67	88	62	81	57	76	53
40	329	230	271	190	234	164	207	145	187	131	171	120	158	111	147	103
	230	161	190	133	164	115	145	102	131	92	120	84	111	77	103	72

Valores de acordo com a NBR 6118.  
 N° Superior: Má Aderência ; N° Inferior: Boa Aderência  
 Sem e Com indicam sem ou com gancho na extremidade da barra  
 $A_{s,ef}$  = área de armadura efetiva ;  $A_{s,calc}$  = área de armadura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo:  $l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 l_b \\ 10 \phi \\ 100mm \end{cases}$

$\gamma_c = 1,4$  ;  $\gamma_s = 1,15$

Fonte: Bastos (2018).

Caso seja utilizado aço CA-60, Bastos traz os valores apresentados na Figura 14.

Figura 14-Valores para  $l_b$  de acordo com o diâmetro utilizado para aço CA-60.

Tabela A-2																
COMPRIMENTO DE ANCORAGEM (cm) PARA $A_{s,ef} = A_{s,calc}$ CA-60 entalhado																
$\phi$ (mm)	Concreto															
	C15		C20		C25		C30		C35		C40		C45		C50	
	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com	Sem	Com
3,4	50	35	41	29	35	25	31	22	28	20	26	18	24	17	22	16
	35	24	29	20	25	17	22	15	20	14	18	13	17	12	16	11
4,2	61	43	51	35	44	31	39	27	35	24	32	22	29	21	27	19
	43	30	35	25	31	21	27	19	24	17	22	16	21	14	19	13
5	73	51	60	42	52	36	46	32	41	29	38	27	35	25	33	23
	51	36	42	30	36	25	32	23	29	20	27	19	25	17	23	16
6	88	61	72	51	62	44	55	39	50	35	46	32	42	29	39	27
	61	43	51	35	44	31	39	27	35	24	32	22	29	21	27	19
7	102	71	84	59	73	51	64	45	58	41	53	37	49	34	46	32
	71	50	59	41	51	36	45	32	41	28	37	26	34	24	32	22
8	117	82	96	67	83	58	74	51	66	46	61	42	56	39	52	37
	82	57	67	47	58	41	51	36	46	33	42	30	39	27	37	26
9,5	139	97	114	80	99	69	87	61	79	55	72	50	67	47	62	43
	97	68	80	56	69	48	61	43	55	39	50	35	47	33	43	30

Valores de acordo com a NBR 6118.  
 N° Superior: Má Aderência ; N° Inferior: Boa Aderência  
 Sem e Com indicam sem ou com gancho na extremidade da barra  
 $A_{s,ef}$  = área de armadura efetiva ;  $A_{s,calc}$  = área de armadura calculada

O comprimento de ancoragem deve ser maior do que o comprimento mínimo:  $l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \ell_b \\ 10\phi \\ 100mm \end{cases}$

$\gamma_c = 1,4$  ;  $\gamma_s = 1,15$

Fonte: Bastos (2018).

Para verificar as áreas de aço para os tirantes, deve-se seguir a Equação 11 a seguir segundo a ABNT NBR 6118:2014.

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (11)$$

Onde:

$F_{sd}$  Força de tração determinada no tirante (kN).

$f_{yd}$  Tensão de escoamento do aço (kN/cm<sup>2</sup>).

Para que se possa determinar a força atuante no tirante, pode-se fazer uso da equação de momento binário dita por Hibbeler (2010), como é visto na equação 12 a seguir.

$$F_{sd} = \frac{M}{d} \quad (12)$$

Onde:



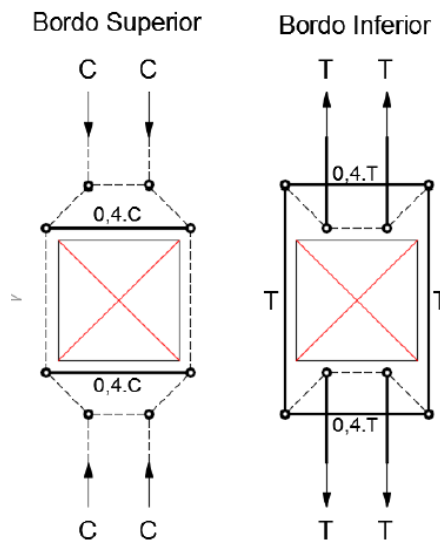
$F_{sd}$  Força (kN)

$M$  Momento atuante na laje (kNm)

$d$  Altura da laje (m)

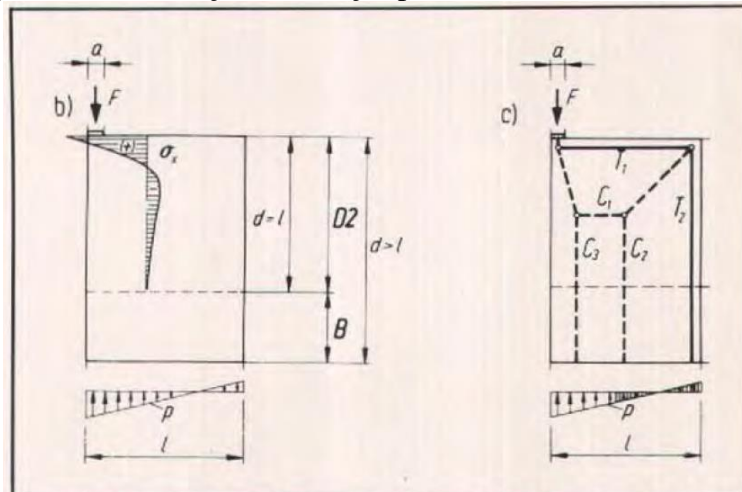
De acordo com Aguiar (2018), o modelo ideal de treliça para as aberturas localizadas no meio da laje são demonstradas na Figura 15. Esta idealização não pode ser utilizada para os vãos encontrados nas boras das lajes. Para estes, Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) trazem em seu artigo outra geometria, que pode ser observada na Figura 16.

Figura 15- Idealização de treliças para aberturas no meio da laje.



Fonte: Aguiar (2018).

Figura 16- Idealização de treliças para aberturas na borda da laje.



Fonte: Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987).

### 3 MÉTODO DE PESQUISA

Neste capítulo serão apresentados os dados de projeto e o modo de obtenção de resultados que nortearão a pesquisa sobre as influências das aberturas em lajes maciças. Será informado também as propriedades dos materiais utilizados e as características das lajes maciças analisadas.

Para determinar as armaduras necessárias nesta laje, foi utilizada a ABNT NBR 6118:2014, que incorpora em seu método todas as fases de cálculo para obtenção dos resultados. Esta norma também compreende o cálculo das armaduras para as aberturas que foram feitas nessas lajes. A determinação das bitolas de aço utilizadas nas lajes foi calculada a partir do *software* TQS, assim como para a obtenção das flechas causadas nas lajes pelas aberturas e seu diferenciado posicionamento, através do método de “Grelhas Não-Lineares”. Já para o cálculo das armaduras de reforço, fez-se uso do método de bielas e tirantes. Este foi então comparado com o modelo proposto por alguns autores, como Leonhardt e Mönning (1978), de interrupção da grelha positiva com os vãos da abertura.

As dimensões das lajes e das aberturas e seu posicionamento seguem um padrão onde a ABNT NBR 6118:2014 diz que deve ser feita a análise deste elemento para que haja a presença de armadura nesta região. No item 3.4 são apresentados os modelos de laje com suas dimensões e os diferenciados posicionamentos das passagens nela.

#### 3.1 DADOS DE PROJETO

Para lajes maciças de concreto armado, os materiais adotados foram o concreto e as armaduras de aço. A ABNT NBR 6118:2014 informa os dados de resistência característica mínima deste concreto segundo o ambiente e a classe de agressividade deste local onde a peça estrutural se encontra.

Para este estudo, adotou-se um concreto de classe C30, com resistência característica à compressão de 30 MPa. As armaduras tiveram um cobrimento mínimo estabelecido para uma região com classe de agressividade II (CAA-II), que se enquadra como uma área urbana de agressividade moderada. Para esta classe, se adota um cobrimento de 2,5 cm em lajes.



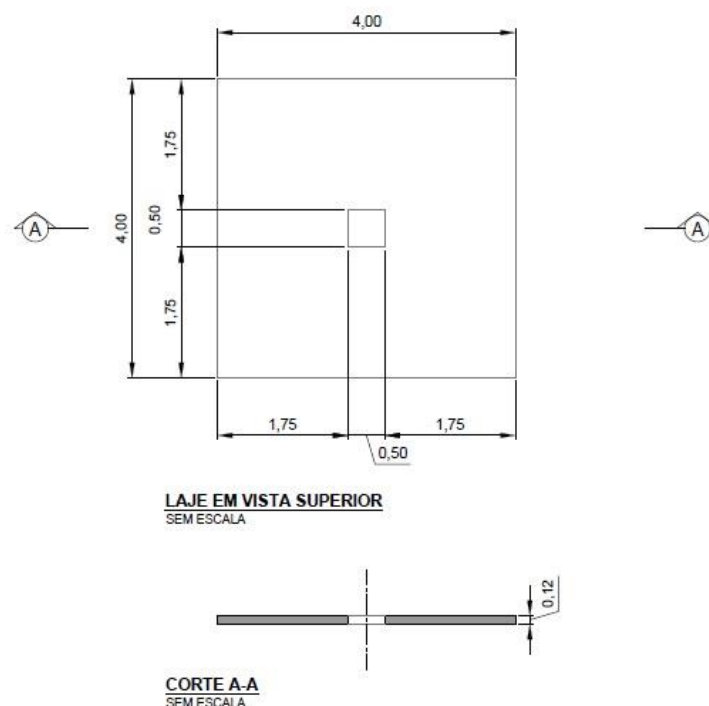
O aço utilizado é de categoria CA-50, que contém uma resistência característica ao escoamento de 500 MPa e é amplamente adotado em construções civis no país, além de ser comercializado em variados diâmetros.

### 3.2 CARACTERIZAÇÃO DA LAJE

A laje tivera dimensões de comprimento, largura e altura padrão, adotando-se também uma peça armada em duas direções e apoiada em seus quatro bordos. A altura mínima exigida pela ABNT NBR 6118:2014 para estes elementos é de 7 cm para aquelas que não possuem balanço. Para este estudo, contudo, será adotada uma altura de 12 cm que, segundo a norma, é adequada para ambientes que podem suportar uma carga de veículos de peso total maior que 30 kN.

Em suma, a laje adotada obteve dimensões de comprimento e largura iguais a 4 metros e espessura de 12 centímetros. A abertura adotada tem comprimento e largura iguais a 50 centímetros em um primeiro momento, e após foram modificados para 50 cm x 20 cm, variando estas medidas nos eixos x e y. A laje discretizada pode ser vista na Figura 17. A localização da abertura nesta imagem apresenta apenas as suas dimensões iniciais, que foram variadas, assim como sua posição, para avaliar o seu melhor local de instalação.

Figura 17-Vista e corte da laje adotada.

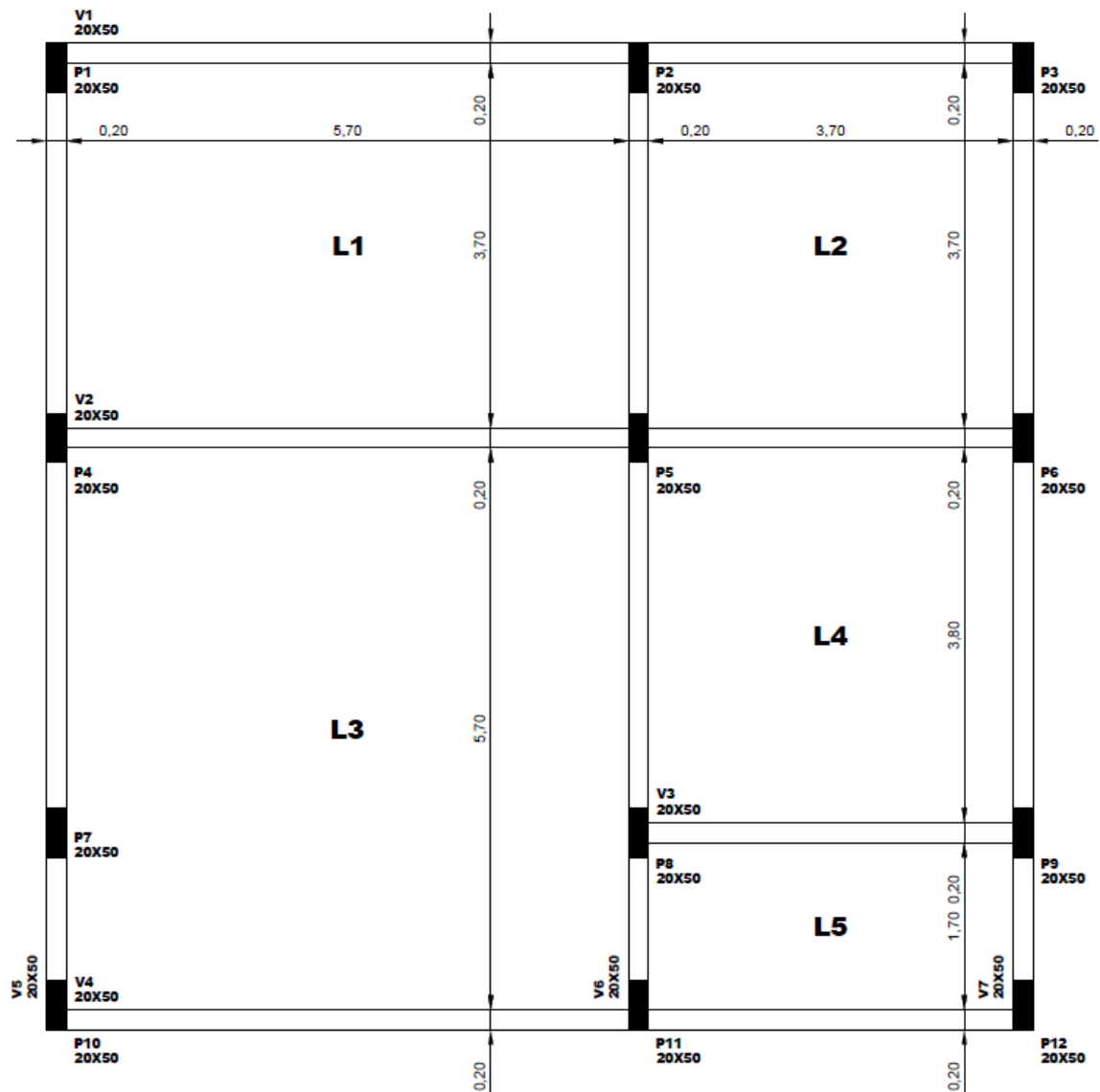


Fonte: O autor (2022).

Os carregamentos adotados foram os dados pela ABNT NBR 6118:2014 para um edifício residencial onde o cômodo analisado é um quarto com carga de revestimento de 100 kgf/m<sup>2</sup>. De acordo com a ABNT NBR 6120:2019, a carga a ser adotada para esta situação é de 150 kgf/m<sup>2</sup>.

Para a determinação da laje estudada, foi arbitrada uma planta baixa de uma residência e escolhido um quarto que se encontra em um canto desta edificação, como visto na Figura 21. Esta laje conta com todos os quatro bordos apoiados e dois deles engastados. A determinação do vão teórico pode ser vista na Figura 19.

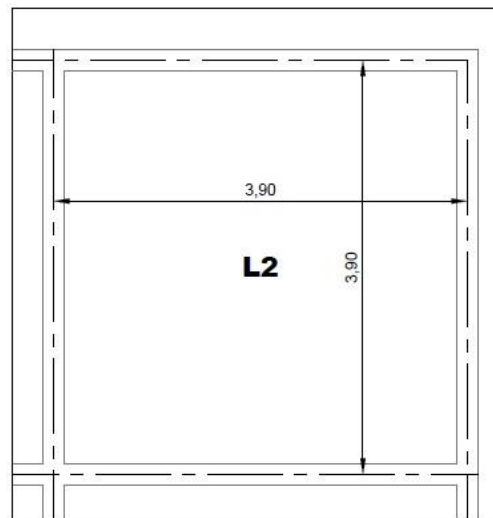
Figura 18-Planta baixa edificação.



**GEOMETRIA PAVIMENTO**  
SEM ESCALA

Fonte: O autor (2022).

Figura 19-Determinação vãos teóricos.



**VÃOS TEÓRICOS**  
SEM ESCALA

Fonte: O autor (2022).

### 3.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ABERTURAS

Para este estudo, foram determinados diferentes posicionamentos para a abertura na laje discriminada no item 3.2. Esta abertura teve dimensões de largura e comprimento de 50 cm inicialmente e, após, dimensões de 20 cm x 50 cm, variando estas medidas no eixo x e y, para se avaliar qual a situação mais adequada, assim como seu posicionamento, que foi arbitrado em três diferentes locais da laje. Para isto, se dimensionou o modelo determinado sem nenhuma abertura e, após, comparou-se este resultado com os resultados obtidos quando há a presença do vão aberto para que se pudesse saber qual seria a melhor localização e melhores dimensões desta fenda em termos estruturais. Foi disposta uma matriz de análise no item 3.4, onde estão dispostos os diferentes modelos usados no estudo.

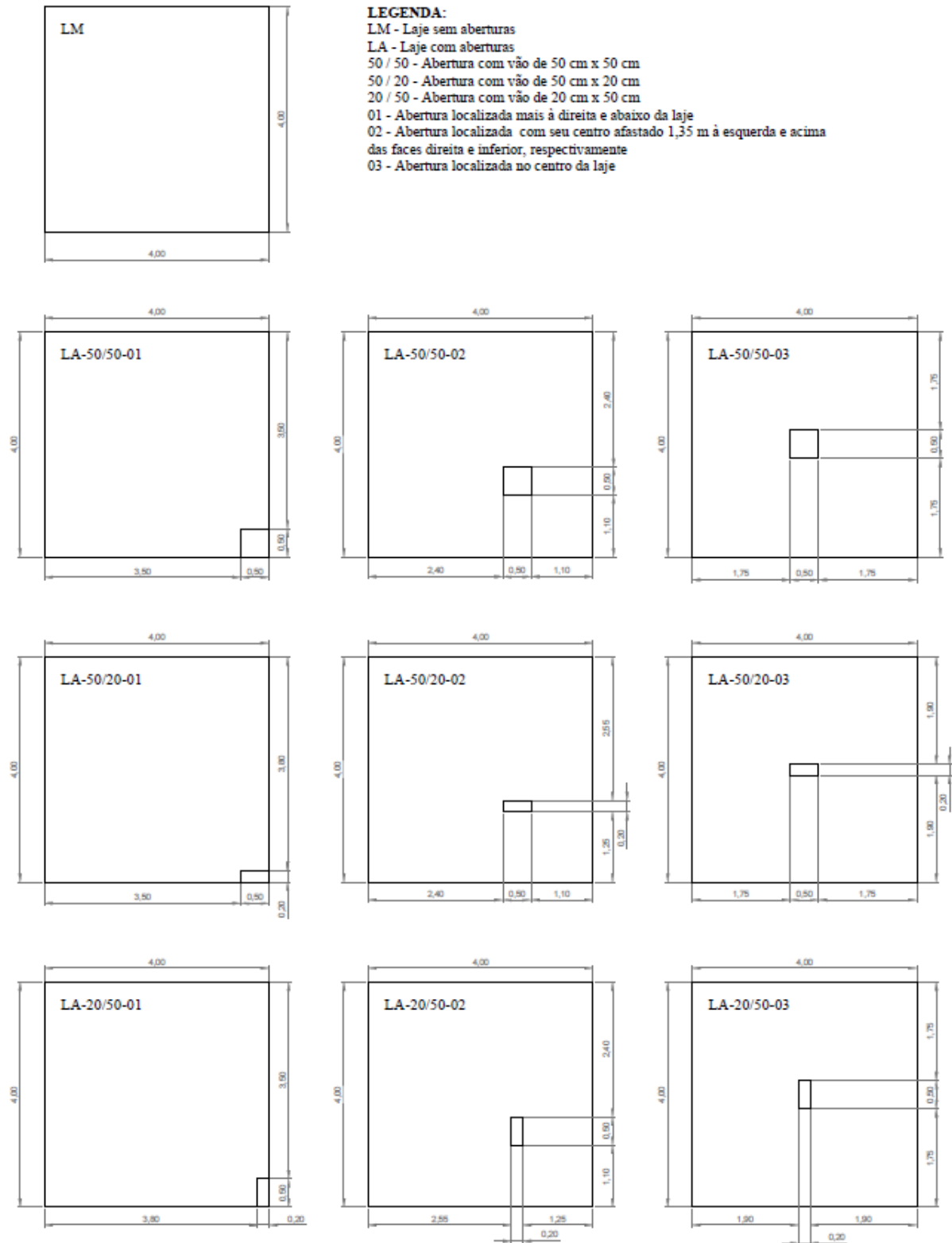
### 3.4 MATRIZ DE ANÁLISE

É apresentada uma matriz de análise na Figura 20, onde pode-se entender melhor quais foram os modelos de laje e de aberturas estudados. Ao todo, foram estudadas 10 diferentes situações que contemplam uma laje maciça sem nenhuma abertura e, após, 9 outras lajes com

diferentes aberturas. Na primeira linha, tem-se 3 lajes com abertura de dimensões de 50 cm x 50 cm, variando sua posição desde o ponto mais abaixo e à direita até o centro do elemento estrutural. Nas segunda e terceira linhas, têm-se a mesma situação de posicionamentos, mas com diferentes dimensões de aberturas. Na primeira observam-se aberturas de 20 cm de largura e 50 cm de altura e na terceira a situação se inverte.

Para que haja um melhor entendimento, se apresenta também, na Figura, 20 uma legenda para que se possa nomear estes modelos. A laje maciça é denominada LM, já as lajes com aberturas apresentam a nomenclatura LA, seguido das dimensões das aberturas e do seu posicionamento. O posicionamento desta abertura é dado por números, onde 01 se refere à abertura localizada mais à direita e abaixo da laje, 02 é relativo ao posicionamento do centro da abertura afastado a 1,35 metro de distância das faces direita e inferior da laje e 03 se refere à abertura localizada no centro do elemento. Tomemos por exemplo a nomenclatura LA-50/50-01: esta seria a laje com abertura de 50 cm x 50 cm localizada no centro dela.

Figura 20-Matriz de análise.



Fonte: O autor (2022).

### 3.5 INTRODUÇÃO DAS LAJES AO SOFTWARE TQS

O TQS é uma ferramenta computacional de cálculo estrutural amplamente utilizada por engenheiros que desejam dimensionar uma estrutura. Com ele, é possível modelar uma edificação incorporando todos os elementos construtivos necessários, como lajes, vigas, pilares e sapatas.

Para este estudo, utilizou-se as normas vigentes no Brasil, como a ABNT NBR 6118:2014 e a ABNT NBR 6120:2019. O *software* solicitou que fossem inseridos dados de material a serem utilizados, como a classe de agressividade ambiental a qual a edificação estaria exposta, que neste caso é classe II, além da resistência à compressão do concreto utilizado, que é de 30 MPa. O programa ainda solicita dados que levarão a conclusões sobre o impacto do vento na edificação. Nesta etapa, solicita-se o tipo de terreno onde a edificação se encontra e também como são as redondezas da obra a ser calculada. Muito além, também pode-se optar pelo modelo IV ou VI de cálculo do TQS: o primeiro faz uma análise mais simplista para o cálculo solicitado, já o segundo requer um tempo maior de processamento, mas entrega resultados mais apurados. Para este trabalho, optou-se pelo modelo IV.

Em um primeiro momento, para facilitar a modelagem no programa, deve-se desenhar uma máscara, que nada mais é do que um modelo, ou uma planta baixa, da edificação no Autocad, contendo os contornos dos pilares e das lajes, para que se facilite o processo de posicionamento dessas peças no TQS. Após isto feito, insere-se primeiramente os pilares, as vigas e então as lajes. Com a modelagem feita, pode-se fazer com que o programa calcule a estrutura e traga os resultados do dimensionamento em desenhos já em formato dwg (versão paga), ou PDF.

Com os resultados obtidos, é possível ainda ter uma relação de aço utilizado em cada componente do projeto. Uma vez calculada a estrutura, pode-se verificar as flechas das lajes através da ferramenta “Grelha Não-Linear”. Esta opção permite que o usuário veja as deflexões que ocorrem nestes elementos estruturais, seu posicionamento e sua deformação limite.

## 4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através da modelagem da laje proposta no *software* indicado. Para tanto, primeiramente serão expostos os resultados de armadura para a laje segundo o programa TQS. Juntamente com esta etapa, será exibido um esquema que contém a armadura de reforço em volta das aberturas, uma vez que o aplicativo TQS não entrega estes resultados. Posteriormente então serão exibidas as flechas alcançadas em cada caso segundo a matriz de análise através do TQS.

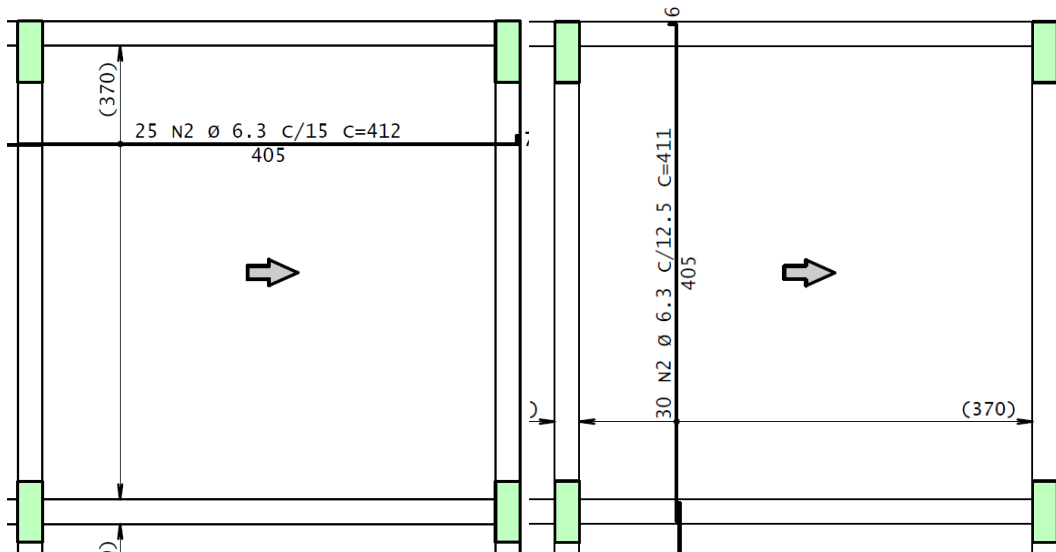
### 4.1 ARMADURAS OBTIDAS ATRAVÉS DO PROGRAMA TQS E ARMADURAS CALCULADAS PARA AS ABERTURAS

Como descrito anteriormente, foi utilizado o programa TQS para que se obtivesse o resultado das armaduras presentes na laje estudada. A seguir serão exibidos estes resultados e então mostrado o cálculo manual das armaduras de reforço, juntamente do diagrama de esforços axiais utilizados para a determinação das forças atuantes nas barras.

#### 4.1.1 Armaduras obtidas para a laje LM

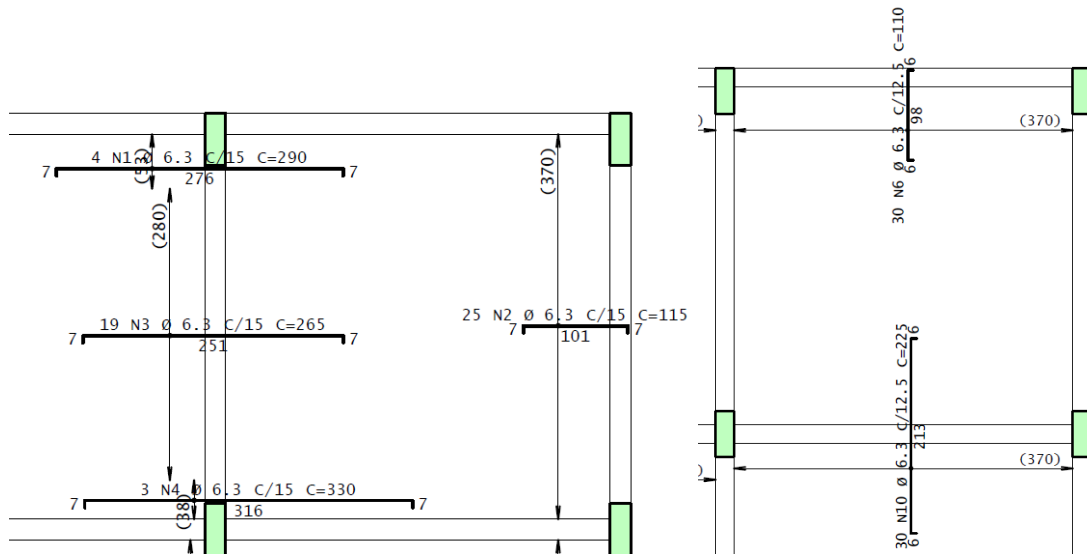
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje maciça. Na Figura 21 vê-se as armaduras positivas e na Figura 22 as negativas.

Figura 21-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LM.



Fonte: O autor (2022).

Figura 22-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LM.



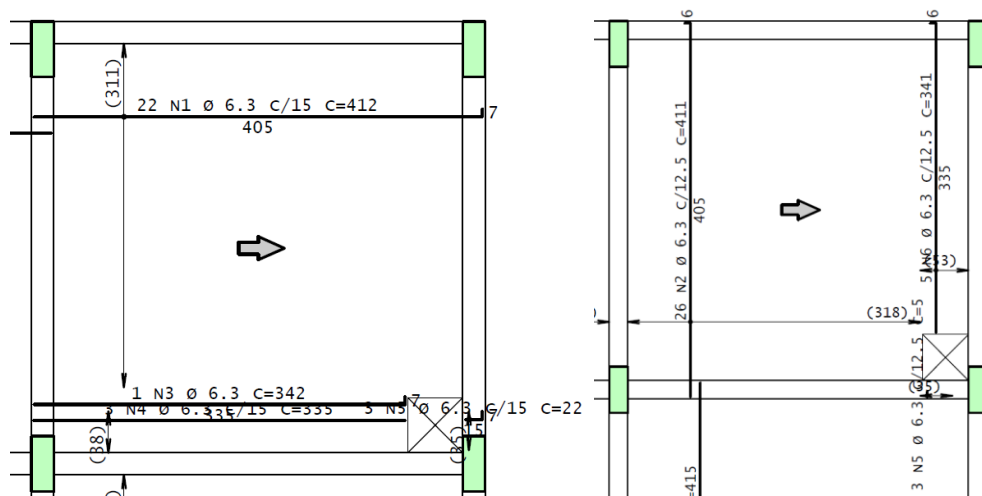
Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.2 Armaduras obtidas para a laje LA 50/50-01

As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 50x50 cm no canto inferior direito da laje. Na Figura 23 vê-se as armaduras positivas e na Figura 24 as negativas.

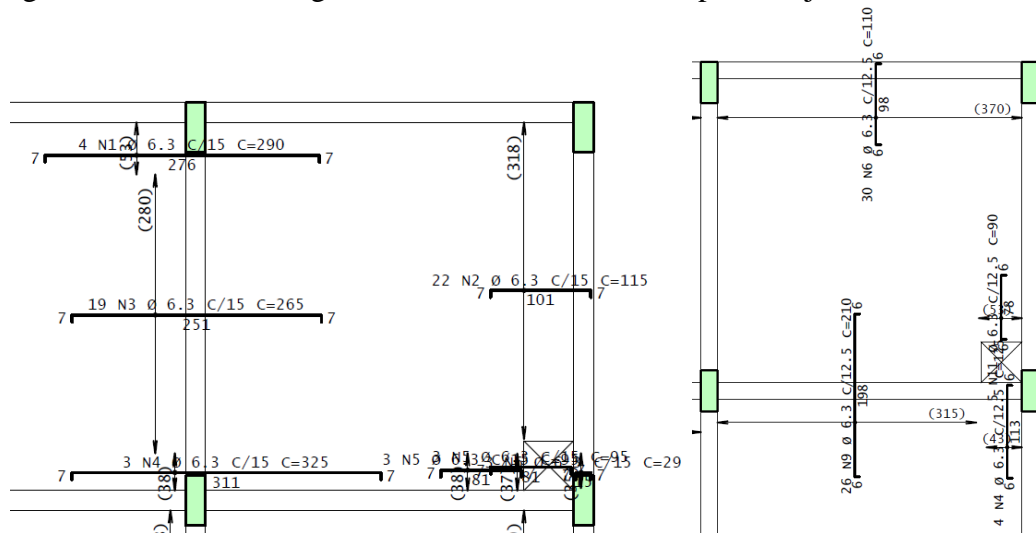


Figura 23-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-01.



Fonte: O autor (2022).

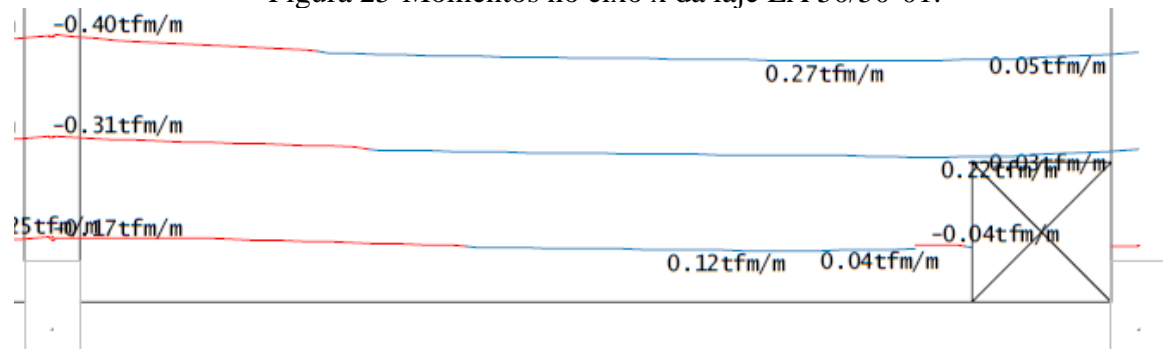
Figura 24-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-01.



Fonte: O autor (2022).

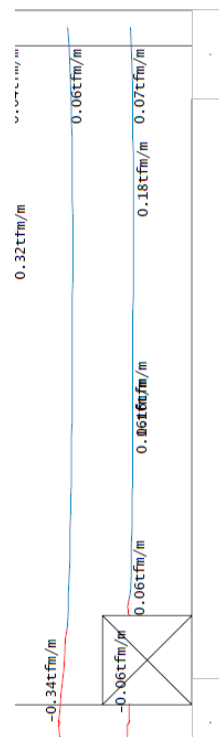
Para o dimensionamento da abertura, fez-se uso da Equação 11. Primeiramente foram extraídos do TQS os momentos em torno da abertura, tanto longitudinal quanto transversalmente. Estes esforços são mostrados nas Figuras 25 e 26 a seguir.

Figura 25-Momentos no eixo x da laje LA 50/50-01.



Fonte: O autor (2022).

Figura 26-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-01.



Fonte: O autor (2022).

Com estes resultados, pode-se obter as forças de compressão e tração atuantes na parte superior e inferior da laje, respectivamente. Este cálculo foi feito de acordo com a Equação 12 e é mostrado a seguir.

Para o momento em y ( $0,34 \text{ tfm/m} = 3,33 \text{ kNm/m}$ ):

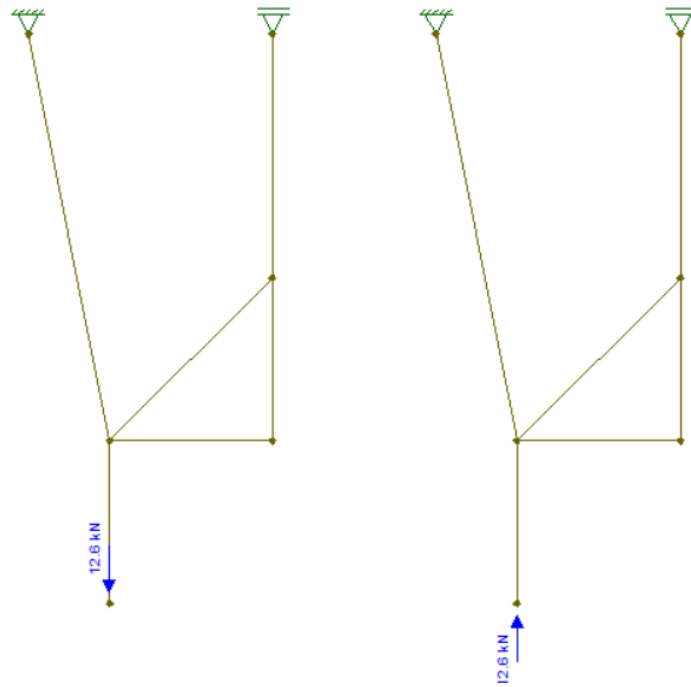
$$C = T = \frac{1,4 \times 3,33 \times 0,5}{0,12} = 19,43 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,22 \text{ tfm/m} = 2,16 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 2,16 \times 0,5}{0,12} = 12,6 \text{ kN}$$

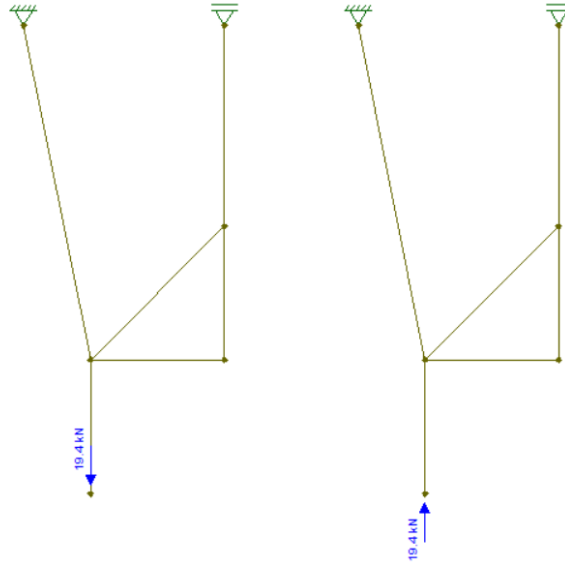
Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Tendo isto, esta treliça foi modelada no *software* FTool. Na Figura 27 e 28 são apresentados os modelos de treliça para a parte inferior e superior do elemento com as forças aplicadas.

Figura 27-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-01 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido horizontal.



Fonte: O autor (2022).

Figura 28-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-01 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido horizontal.



Fonte: O autor (2022).

Esta idealização de treliça é válida para todos os outros modelos de abertura que estão localizados no canto inferior da laje (LA XX/XX-01). Por se tratar de uma treliça, todos os vínculos entre as barras deveriam ser rotulados, porém, se assim fosse feito, a estrutura se tornaria instável. Dadas estas condições, optou-se por manter os vínculos sem rótulas, uma vez que os resultados obtidos através do *software* Ftool foram favoráveis, já que a força máxima apresentada nas barras foi igual à força aplicada na treliça, o que é condizente com o estudo feito por Aguiar (2018). Para aberturas onde a abertura não está em um canto como este, o modelo de treliça muda. Isto é exemplificado nas Figuras 34 e 35.

Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 19,43 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 12,6 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

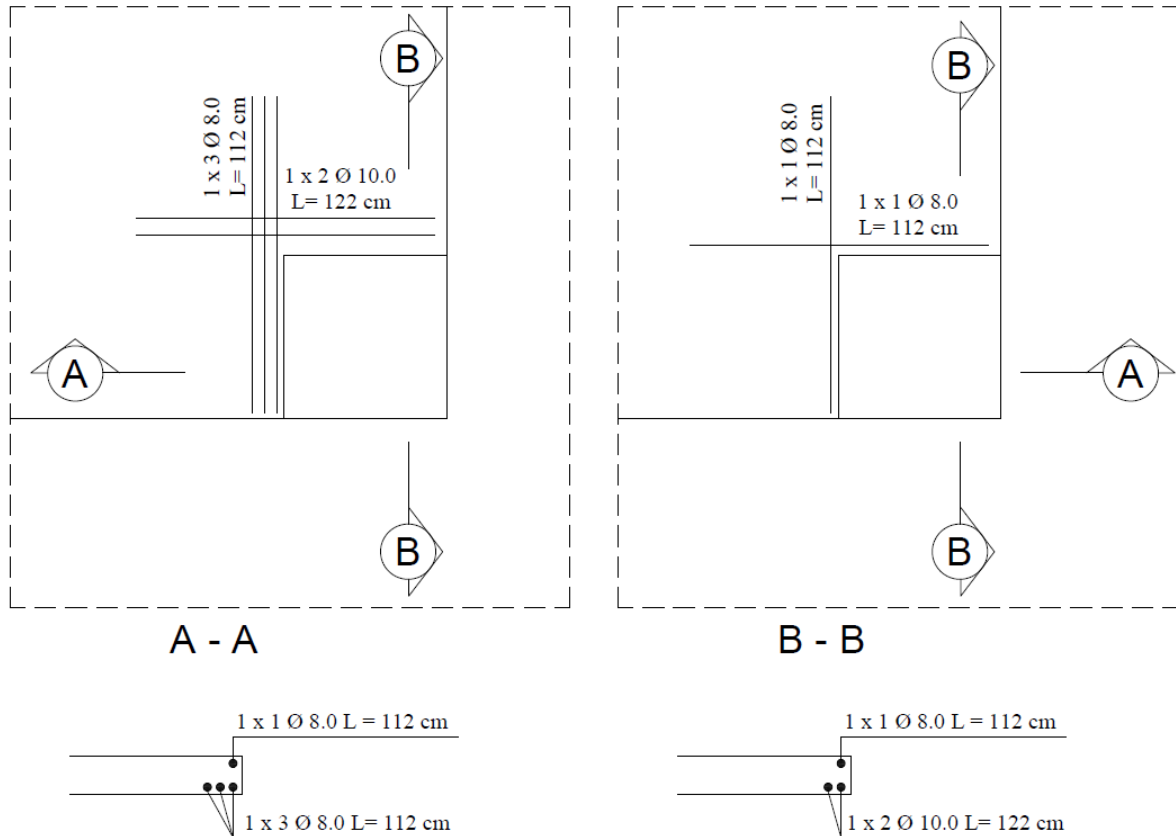
$$A_s = \frac{19,43}{50 \div 1,15} = 0,45 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 8.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{12,6}{50 \div 1,15} = 0,29 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 6.3}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 29.

Figura 29-Armaduras de reforço para a laje LA 50/50-01 positiva e negativa, respectivamente.

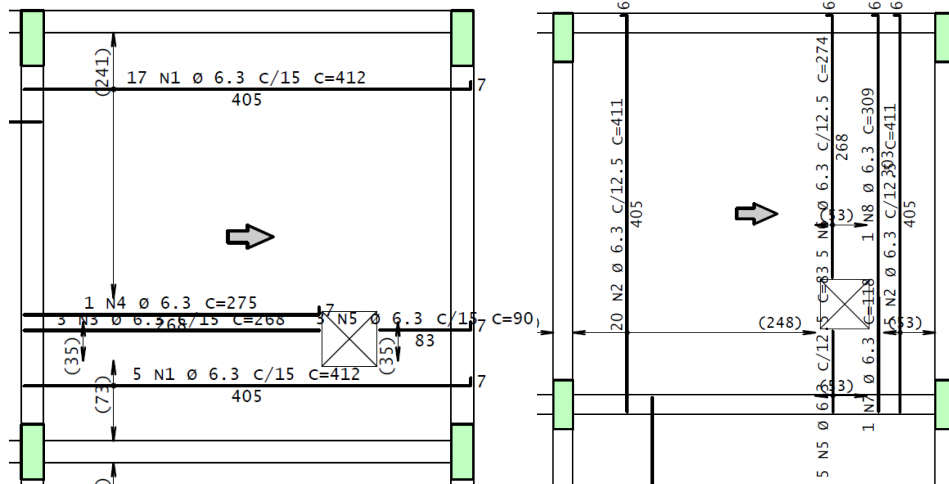


Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.3 Armaduras obtidas para a laje LA 50/50-02

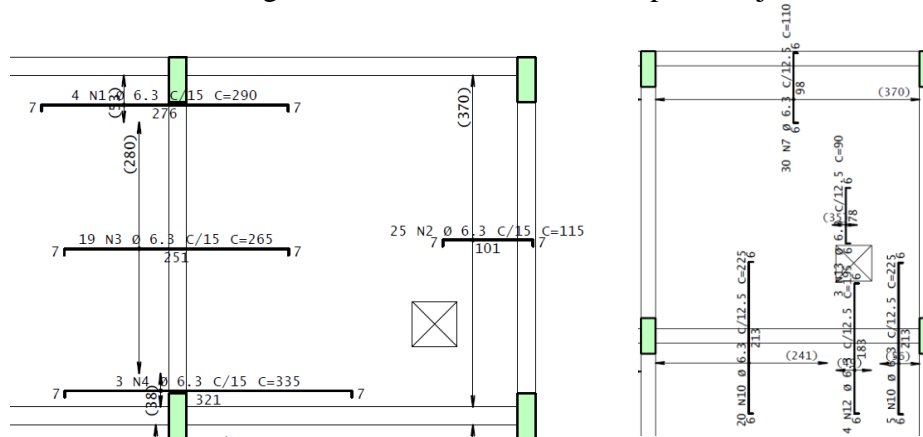
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 50x50 cm entre o canto inferior direito da laje e o centro dela. Na Figura 30 vê-se as armaduras positivas e na Figura 31 as negativas.

Figura 30-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-02.



Fonte: O autor (2022).

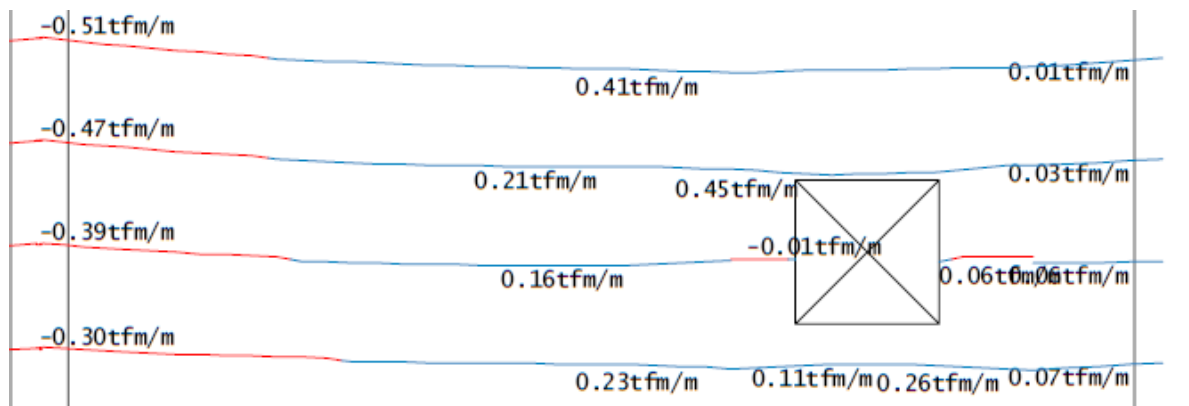
Figura 31-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-02.



Fonte: O autor (2022).

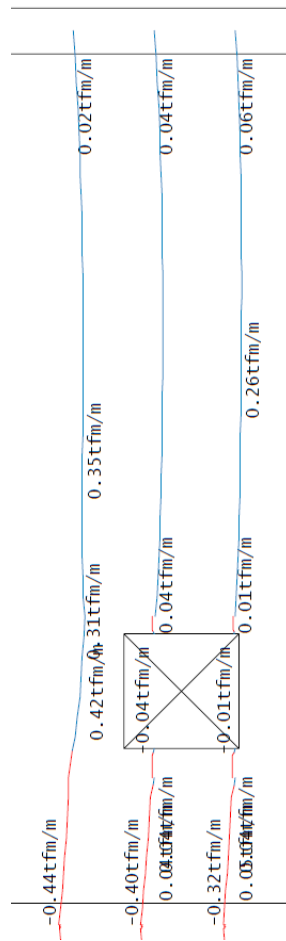
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 32 e 33 a seguir.

Figura 32-Momentos no eixo x da laje LA 50/50-02.



Fonte: O autor (2022).

Figura 33-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-02.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,42 \text{ tfm/m} = 4,12 \text{ kNm/m}$ ):

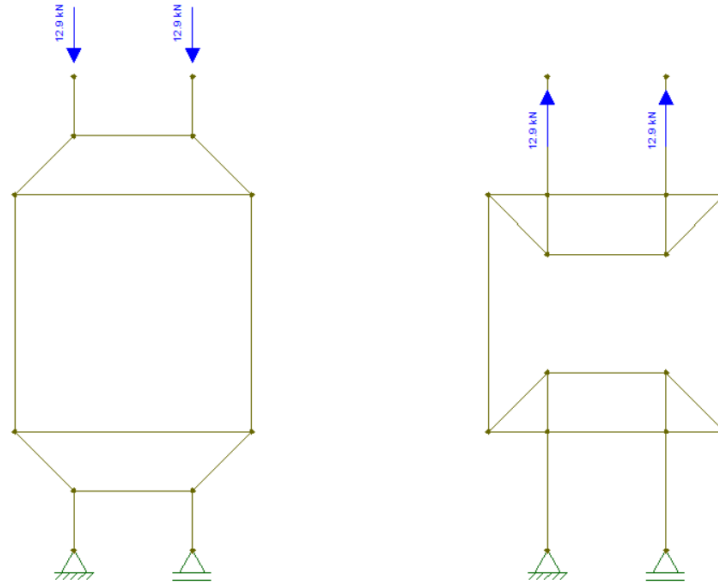
$$C = T = \frac{1,4 \times 4,12 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 12,02 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,45 \text{ tfm/m} = 4,41 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 4,41 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 12,87 \text{ kN}$$

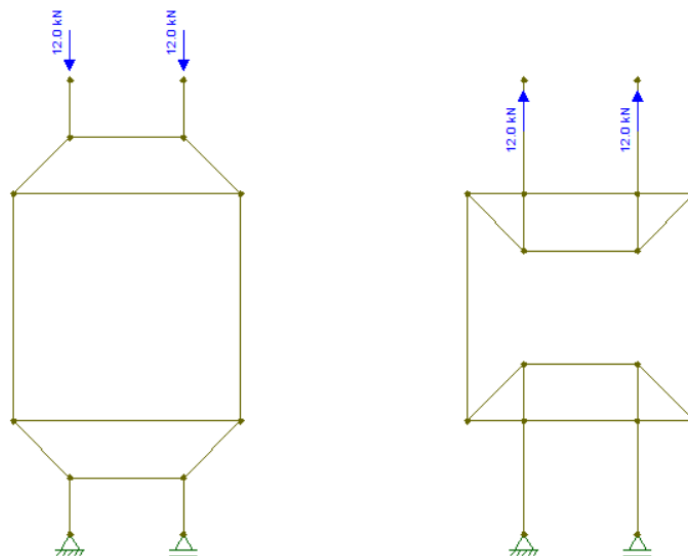
Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes, como visto é na Figura 34 e 35.

Figura 34-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-02 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido horizontal.



Fonte: O autor (2022).

Figura 35-Representação dos esforços de tração e compressão na treliça para a laje LA 50/50-02 na parte superior e inferior da laje, respectivamente, no sentido vertical.



Fonte: O autor (2022).

Esta idealização de treliça é válida para todos os outros modelos de abertura que estão localizados em locais onde todas as bordas das lajes possuem continuidade da laje (LA XX/XX-02 ou LA XX/XX-03). Por se tratar de uma treliça, os vínculos entre as barras deveriam ser rotulados, entretanto, se assim fosse feito, a estrutura se tornaria instável. Dadas as condições, optou-se por manter os nós sem rótulas, uma vez que os resultados obtidos foram favoráveis,



mostrando a força axial máxima em um membro da treliça sendo igual ao esforço aplicado na estrutura, corroborando assim com o estudo de Aguiar (2018). Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 12 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 12,9 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

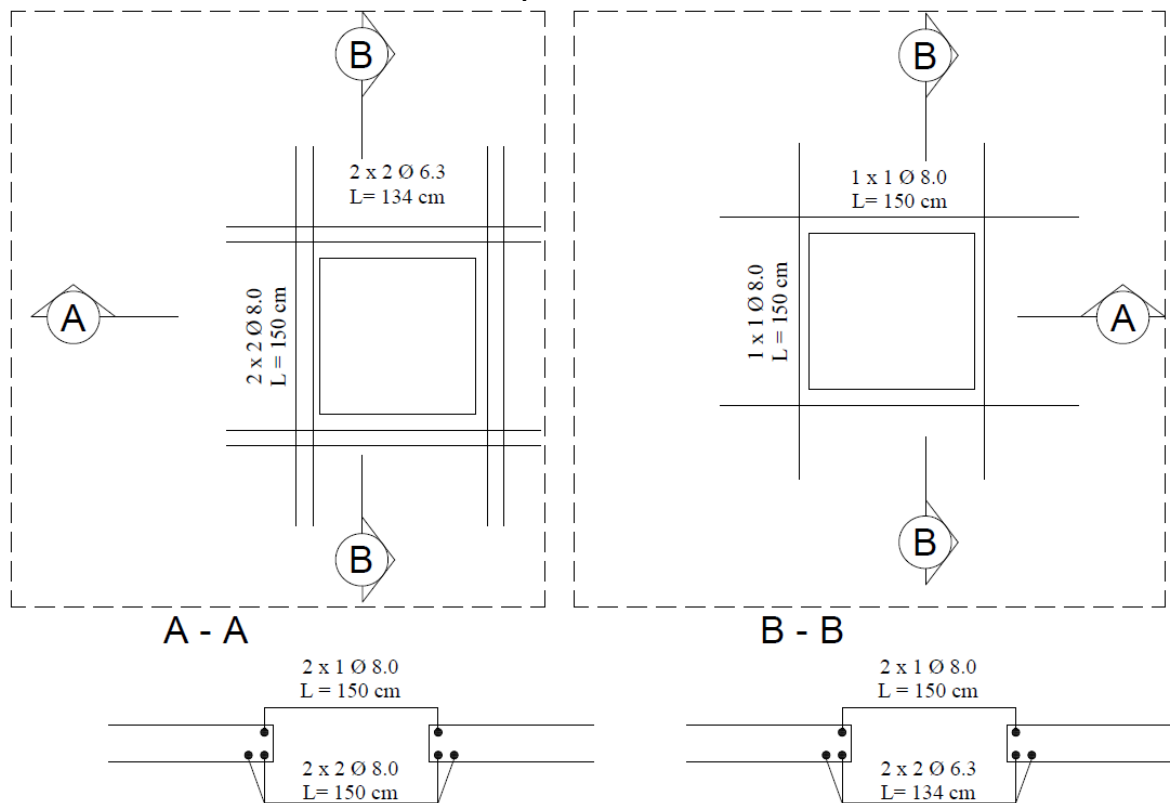
$$A_s = \frac{12}{50 \div 1,15} = 0,28 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \varnothing \text{ 6.3}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{12,9}{50 \div 1,15} = 0,30 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \varnothing \text{ 6.3}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 36.

Figura 36-Armaduras de reforço para a laje LA 50/50-02 positiva e negativa, respectivamente.

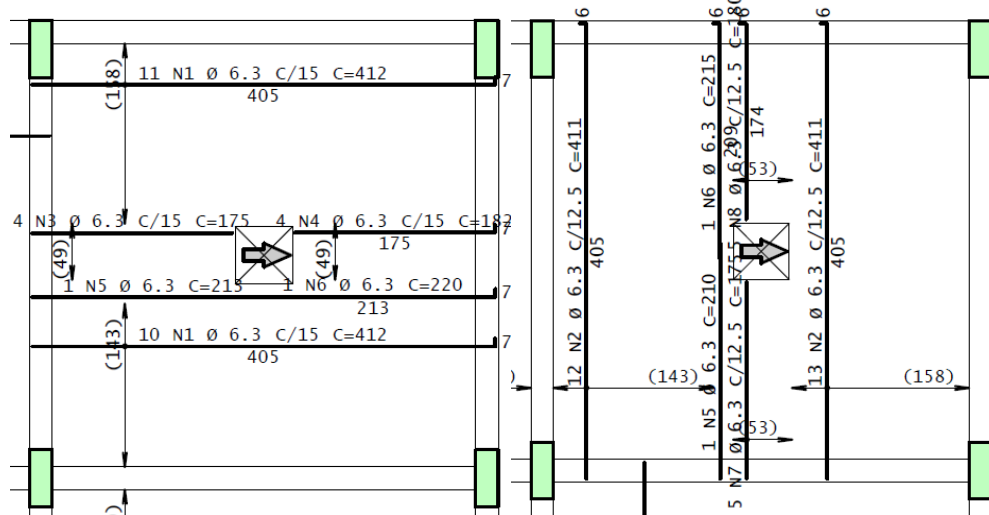


Fonte: O autor (2022).

### 4.1.4 Armaduras obtidas para a laje LA 50/50-03

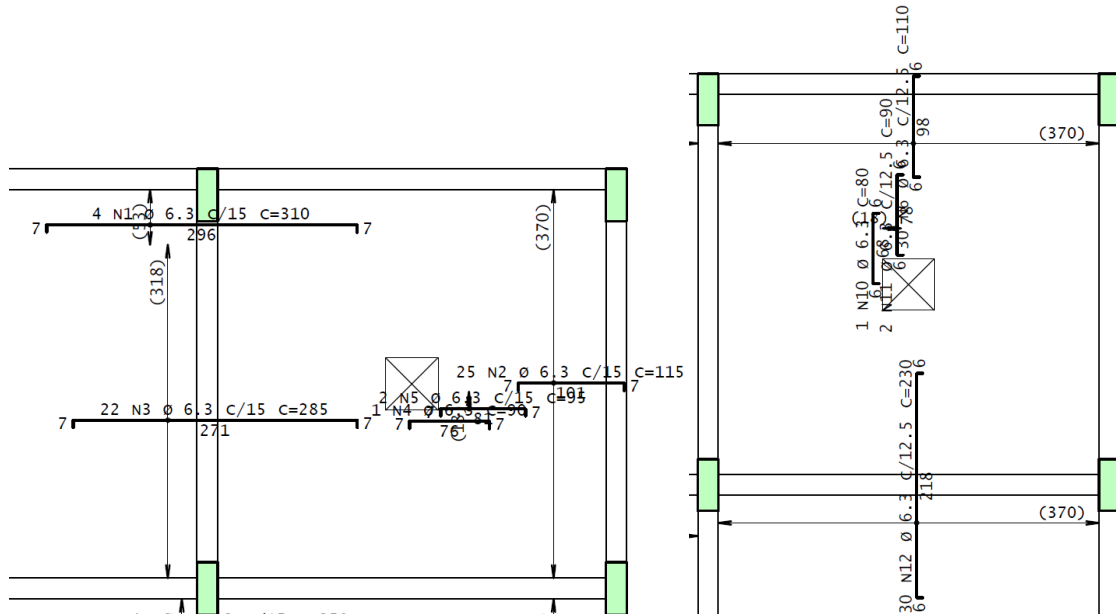
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 50x50 cm no centro da laje. Na Figura 37 vê-se as armaduras positivas e na Figura 38 as negativas.

Figura 37-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-03.



Fonte: O autor (2022).

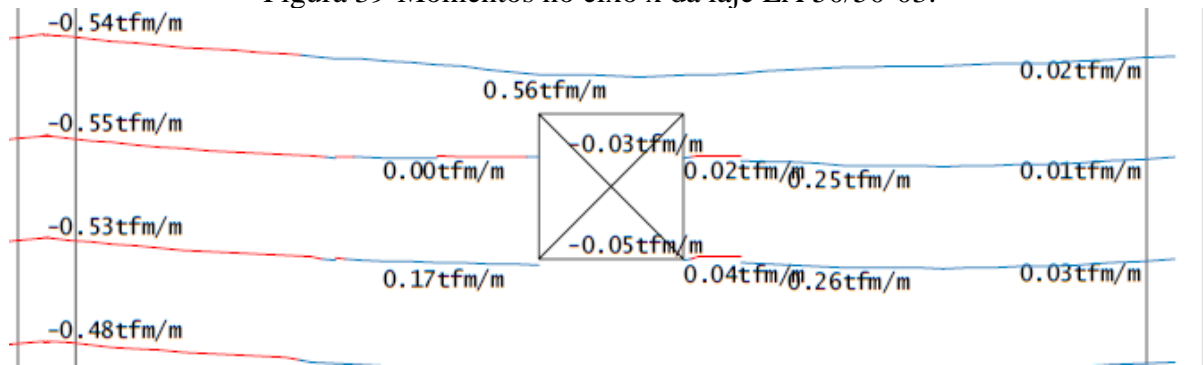
Figura 38-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/50-03.



Fonte: O autor (2022).

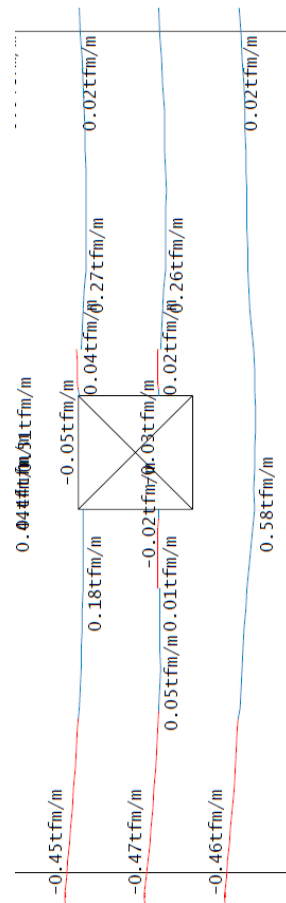
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 39 e 40 a seguir.

Figura 39-Momentos no eixo x da laje LA 50/50-03.



Fonte: O autor (2022).

Figura 40-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-03.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,58 \text{ tfm/m} = 5,69 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,69 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 16,6 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,56 \text{ tfm/m} = 5,49 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,49 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 16,02 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 16,6 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 16 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

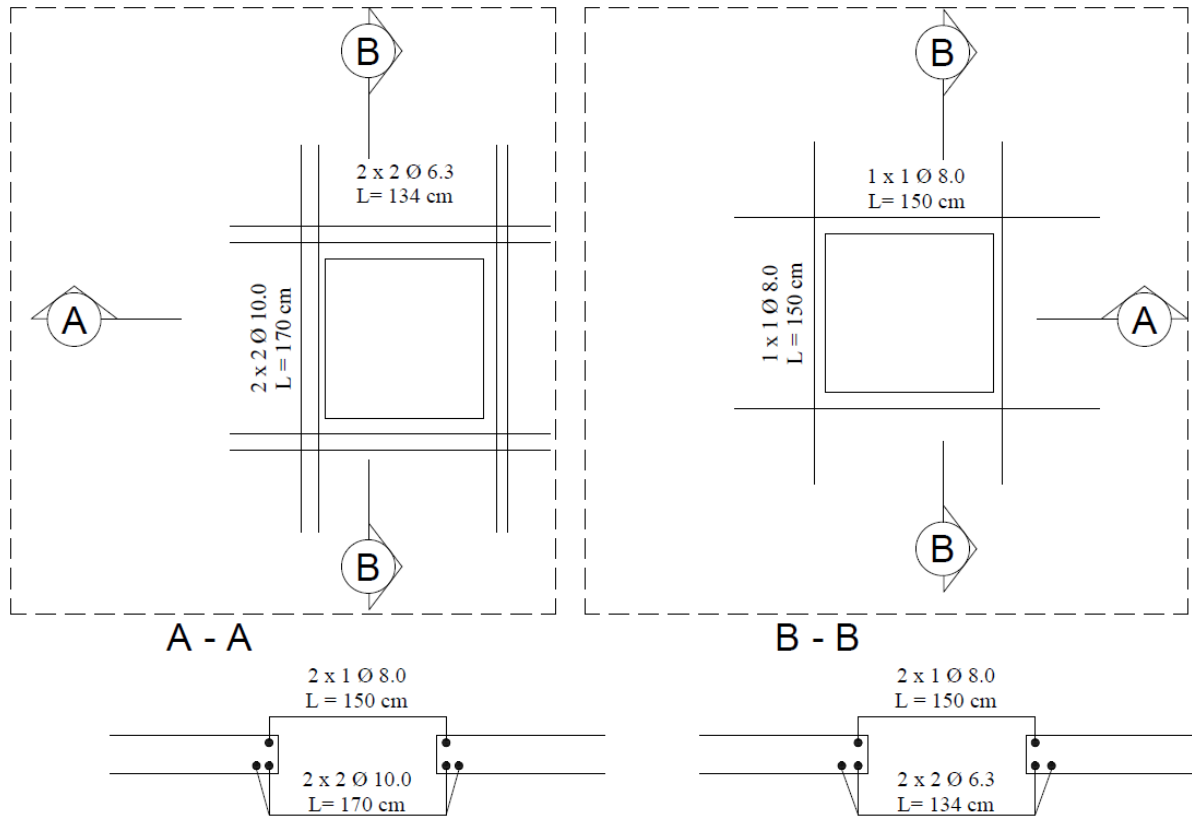
$$A_s = \frac{16,6}{50 \div 1,15} = 0,38 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{16}{50 \div 1,15} = 0,37 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 41.

Figura 41-Armaduras de reforço para a laje LA 50/50-03 positiva e negativa, respectivamente.

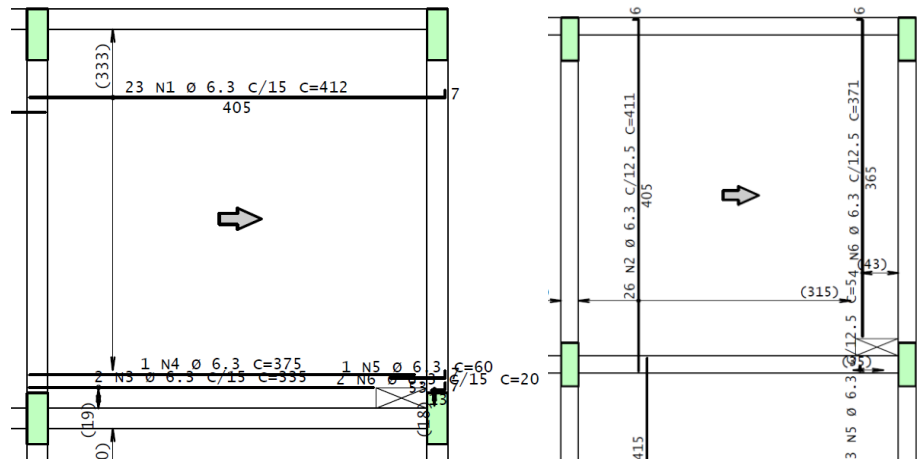


Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.5 Armaduras obtidas para a laje LA 50/20-01

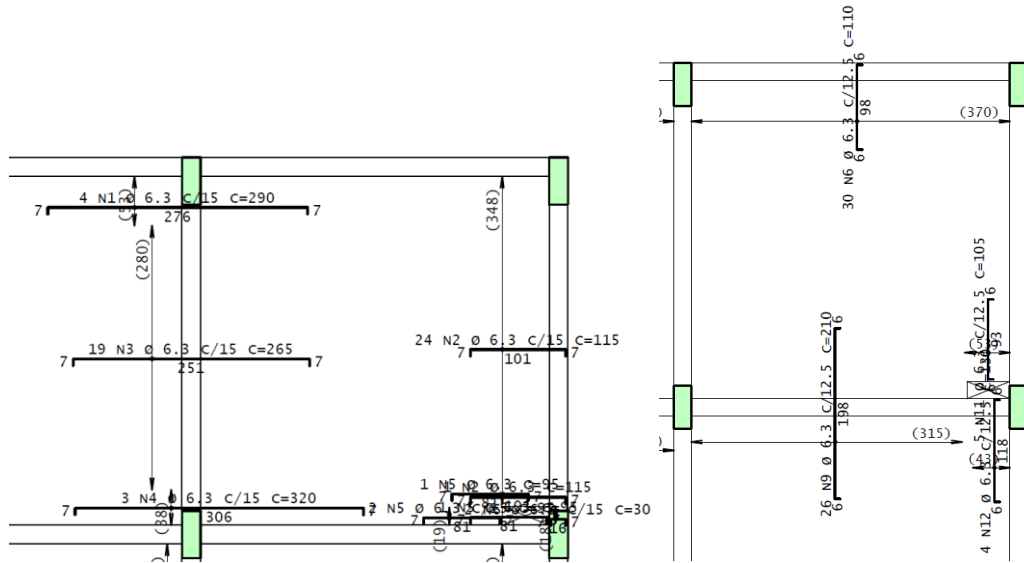
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 50x20 cm no canto direito da laje. Na Figura 42 vê-se as armaduras positivas e na Figura 43 as negativas.

Figura 42-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-01.



Fonte: O autor (2022).

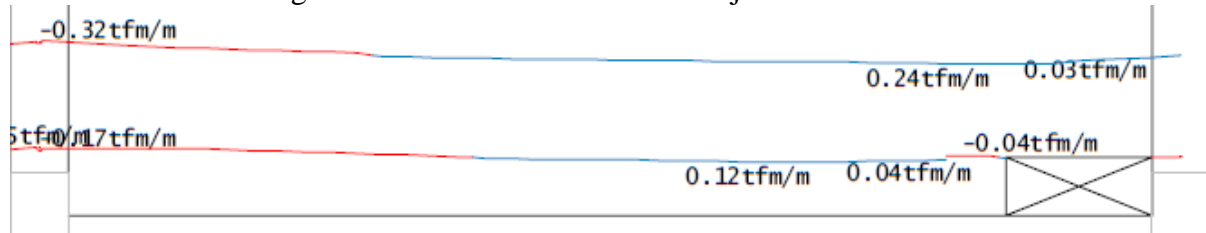
Figura 43-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-01.



Fonte: O autor (2022).

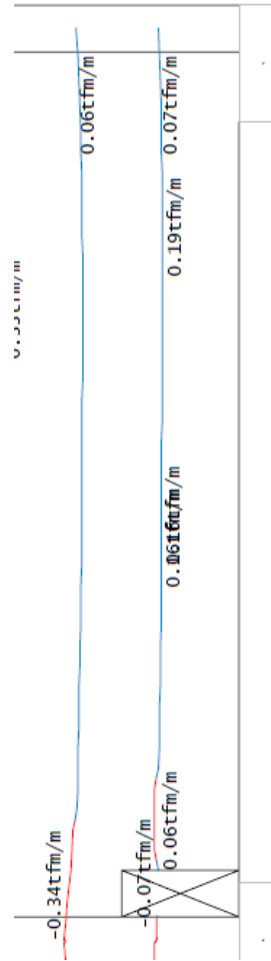
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 44 e 45 a seguir.

Figura 44-Momentos no eixo x da laje LA 50/20-01.



Fonte: O autor (2022).

Figura 45-Momentos no eixo y da laje LA 50/50-02.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,34 \text{ tfm/m} = 3,33 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 3,33 \times 0,2}{0,12} = 7,77 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,24 \text{ tfm/m} = 2,35 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 2,35 \times 0,5}{0,12} = 13,71 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 7,8 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 13,7 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

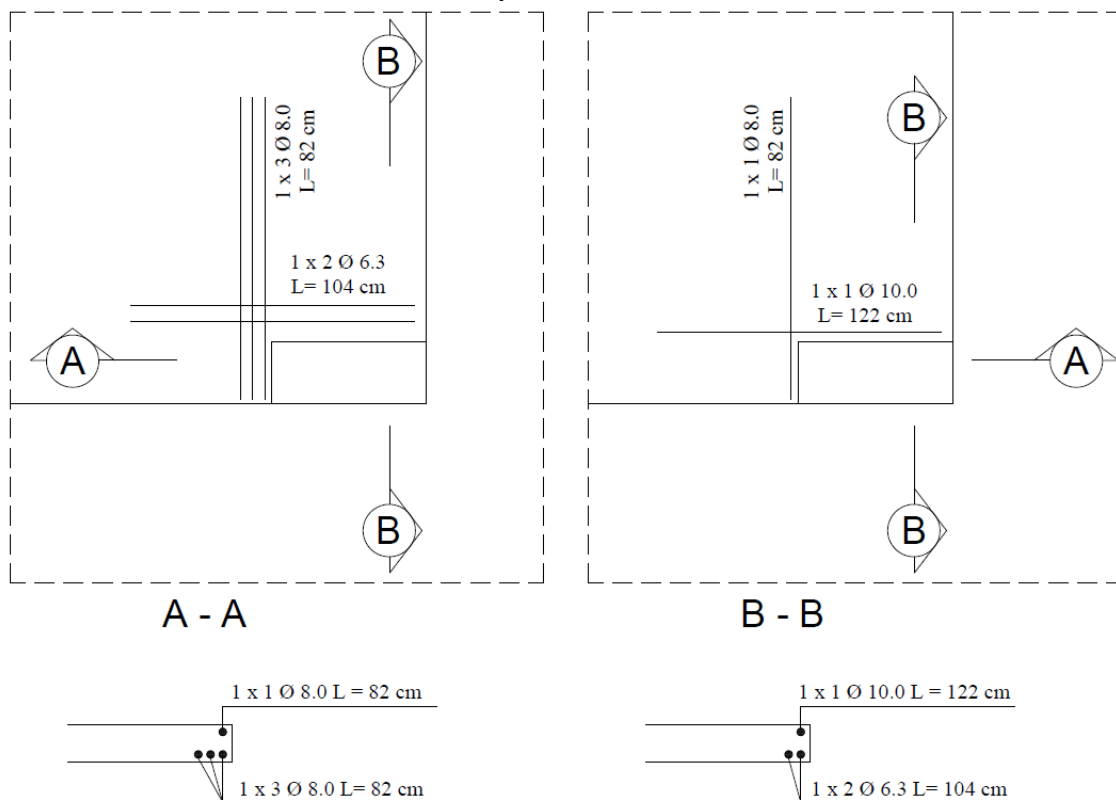
$$A_s = \frac{7,8}{50 \div 1,15} = 0,18 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{13,7}{50 \div 1,15} = 0,32 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 46.

Figura 46-Armaduras de reforço para a laje LA 50/20-01 positiva e negativa, respectivamente.



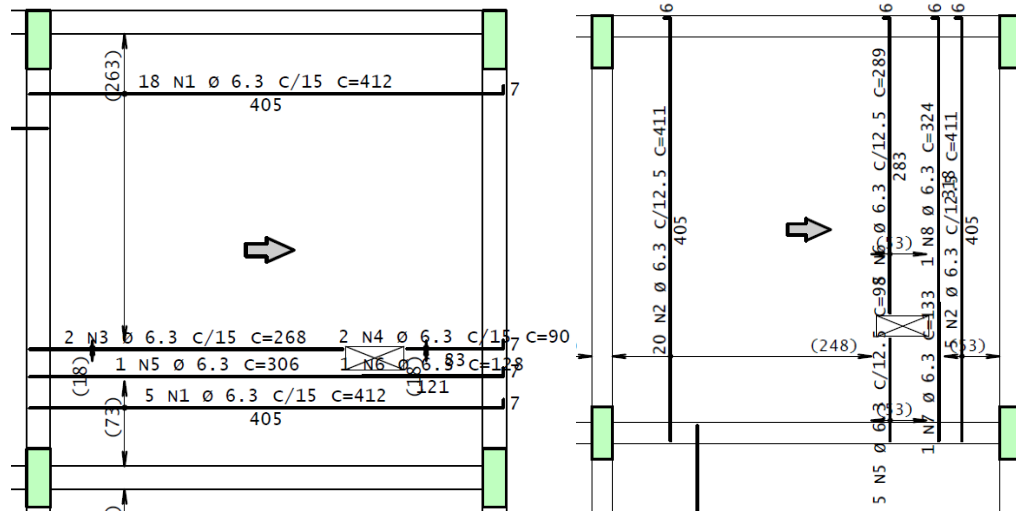
Fonte: O autor (2022).



### 4.1.6 Armaduras obtidas para a laje LA 50/20-02

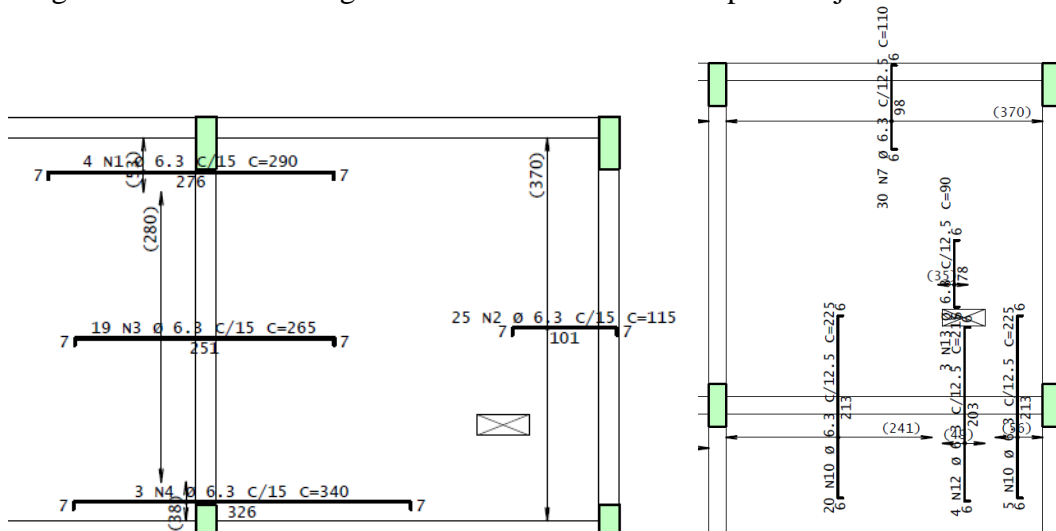
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 50x20 cm entre o canto direito da laje e o centro dela. Na Figura 47 vê-se as armaduras positivas e na Figura 48 as negativas.

Figura 47-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-02.



Fonte: O autor (2022).

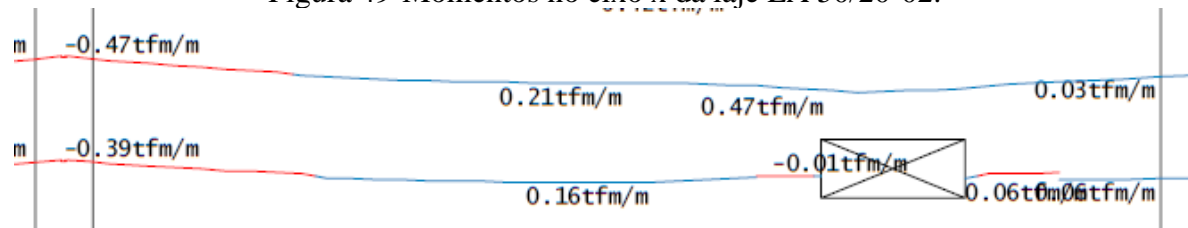
Figura 48-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-02.



Fonte: O autor (2022).

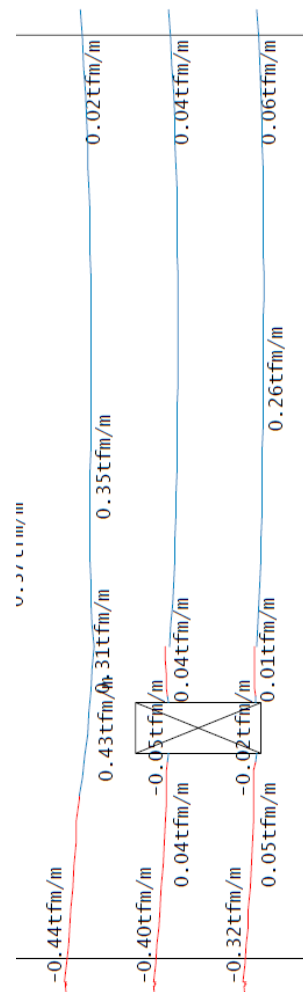
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 49 e 50 a seguir.

Figura 49-Momentos no eixo x da laje LA 50/20-02.



Fonte: O autor (2022).

Figura 50-Momentos no eixo y da laje LA 50/20-02.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,43 \text{ tfm/m} = 4,22 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 4,22 \times 0,2}{2 \times 0,12} = 4,93 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,47 \text{ tfm/m} = 4,61 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 4,61 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 13,45 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 4,9 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 13,4 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

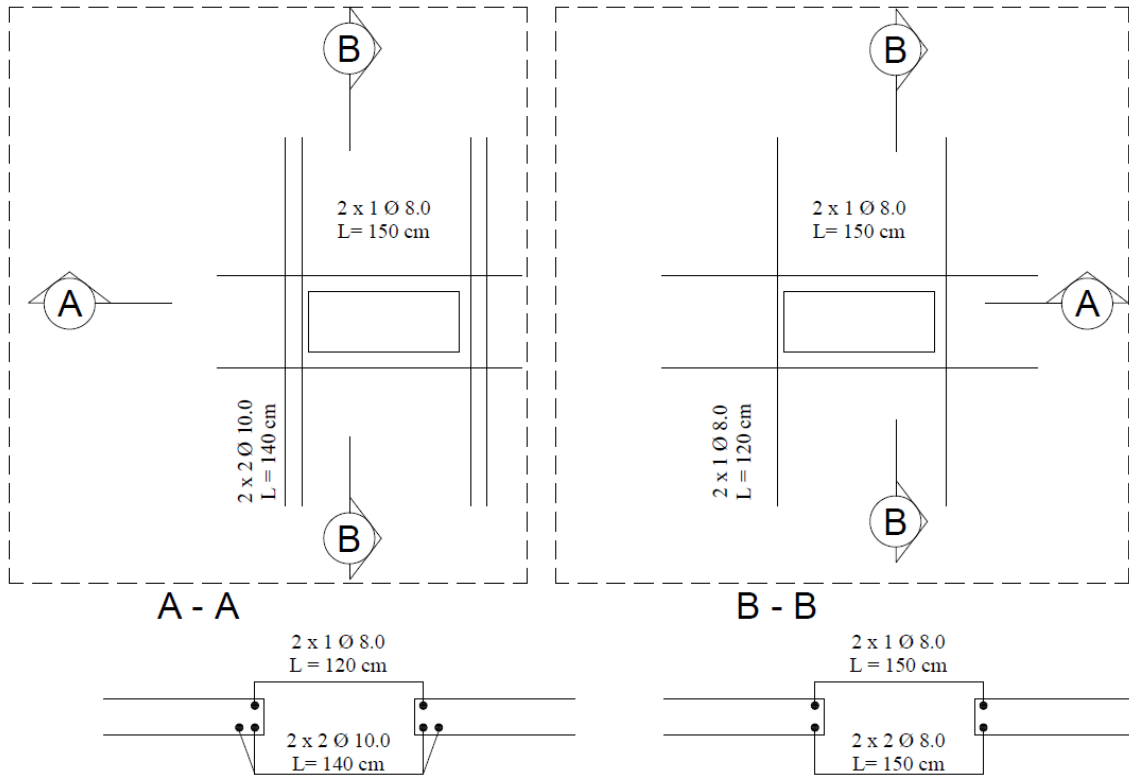
$$A_s = \frac{4,9}{50 \div 1,15} = 0,11 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{13,4}{50 \div 1,15} = 0,31 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 51.

Figura 51-Armaduras de reforço para a laje LA 50/20-2 positiva e negativa, respectivamente.

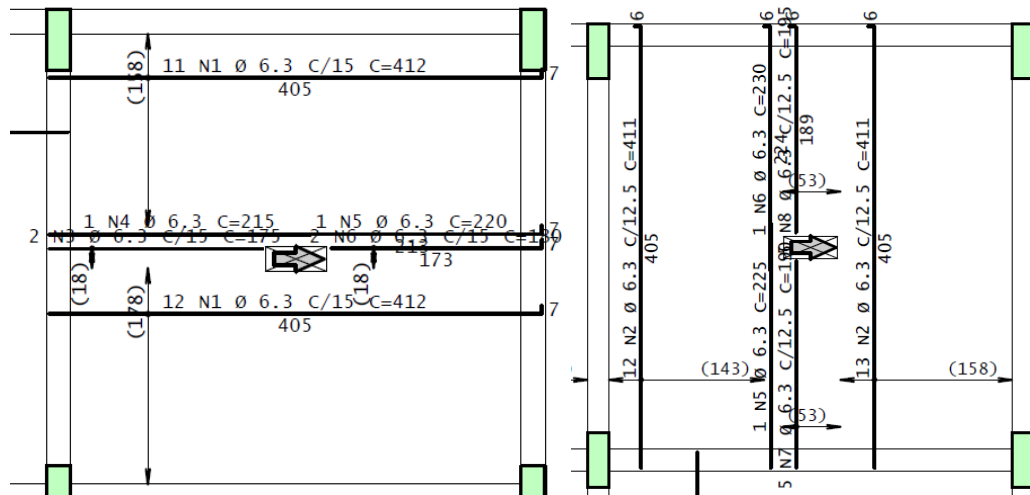


Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.7 Armaduras obtidas para a laje LA 50/20-03

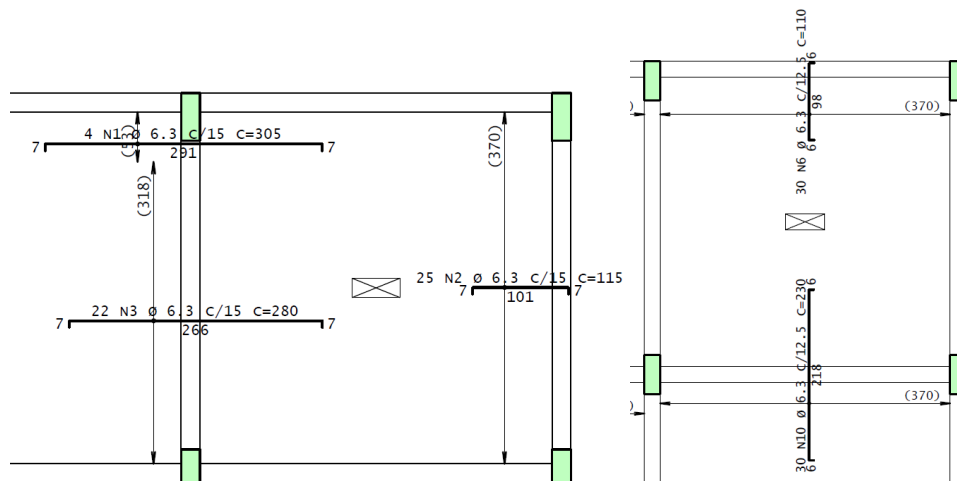
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 50x20 cm no centro da laje. Na Figura 52 vê-se as armaduras positivas e na Figura 53 as negativas.

Figura 52-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-03.



Fonte: O autor (2022).

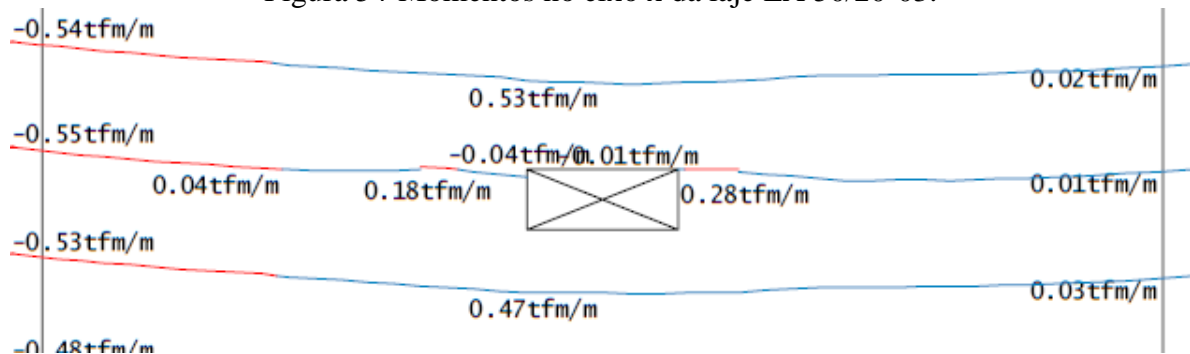
Figura 53-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 50/20-03.



Fonte: O autor (2022).

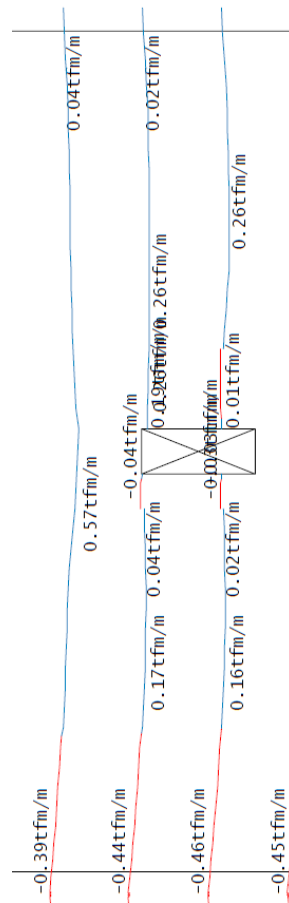
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 54 e 55 a seguir.

Figura 54-Momentos no eixo x da laje LA 50/20-03.



Fonte: O autor (2022).

Figura 55-Momentos no eixo y da laje LA 50/20-03.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,56 \text{ tfm/m} = 5,49 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,49 \times 0,2}{2 \times 0,12} = 6,41 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,53 \text{ tfm/m} = 5,20 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,20 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 15,17 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 6,4 kN (para tração e compressão) e no

eixo x foi de 15,2 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

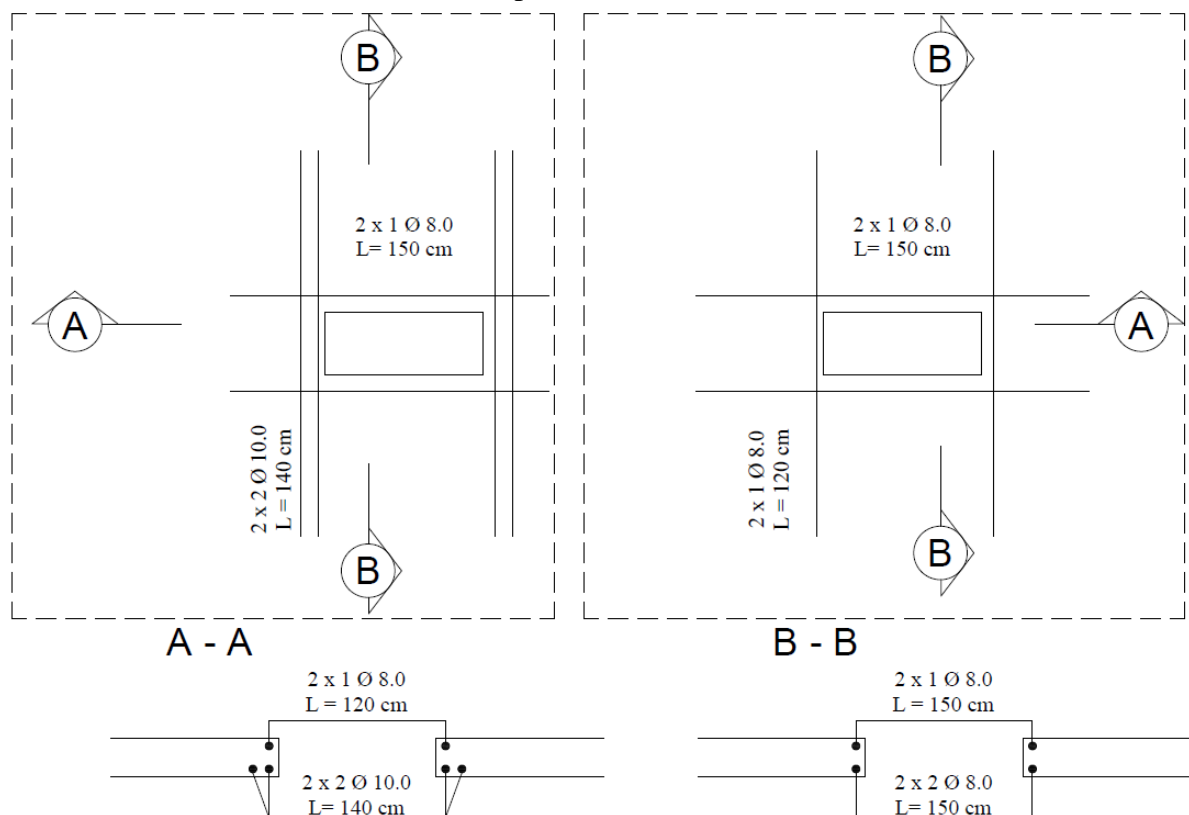
$$A_s = \frac{6,4}{50 \div 1,15} = 0,15 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset 5.0$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{15,2}{50 \div 1,15} = 0,32 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ } \emptyset 5.0$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 56.

Figura 56-Armaduras de reforço para a laje LA 50/20-3 positiva e negativa, respectivamente.

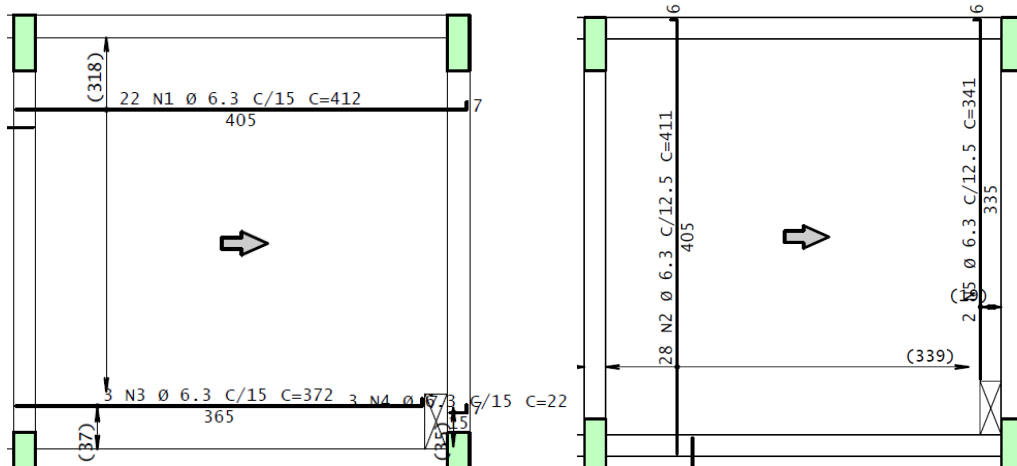


Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.8 Armaduras obtidas para a laje LA 20/50-01

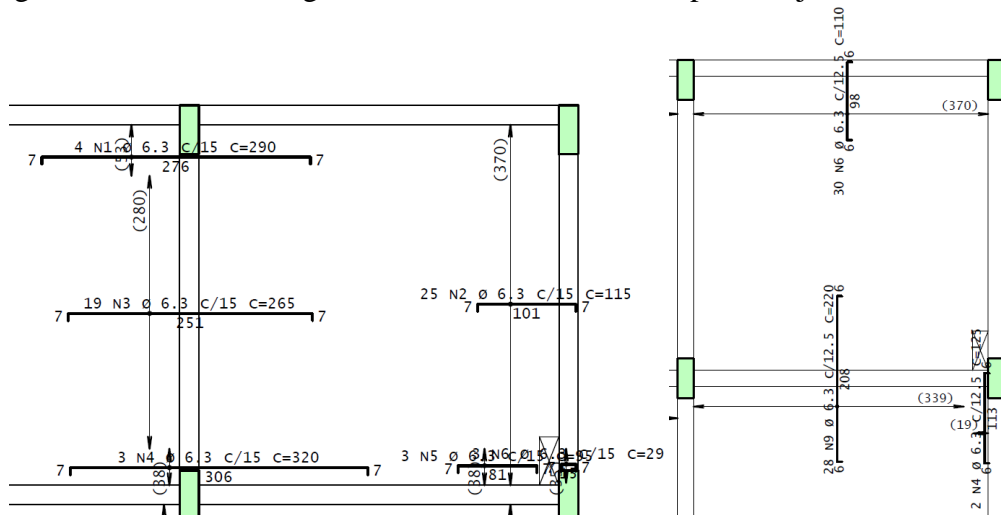
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 20x50 cm no canto direito inferior da laje. Na Figura 57 vê-se as armaduras positivas e na Figura 58 as negativas.

Figura 57-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-01.



Fonte: O autor (2022).

Figura 58-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-01.

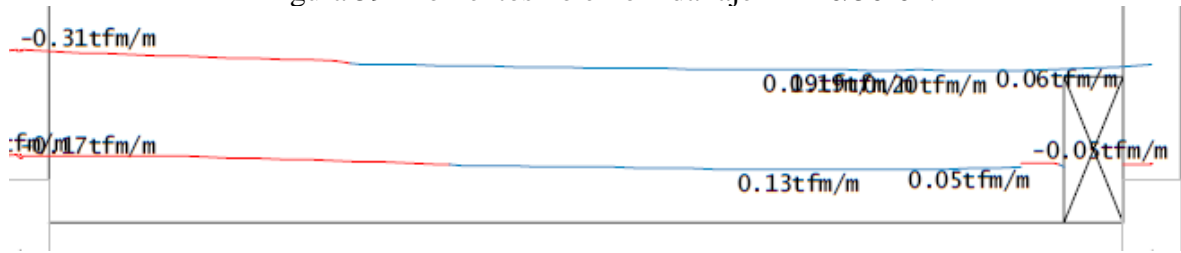


Fonte: O autor (2022).

Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 59 e 50 a seguir.

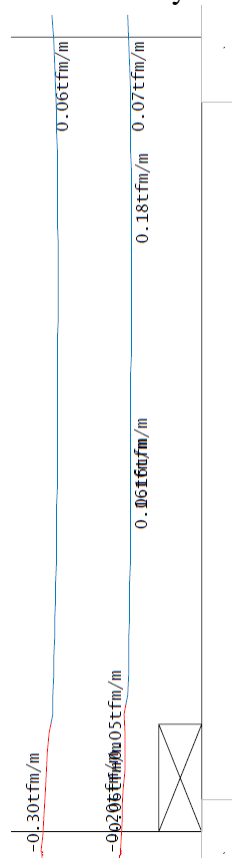


Figura 59-Momentos no eixo x da laje LA 20/50-01.



Fonte: O autor (2022).

Figura 60-Momentos no eixo y da laje LA 20/50-01.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,20 \text{ tfm/m} = 1,96 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 1,96 \times 0,2}{0,12} = 4,57 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,06 \text{ tfm/m} = 0,59 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 0,59 \times 0,5}{0,12} = 3,44 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 4,6 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 3,4 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

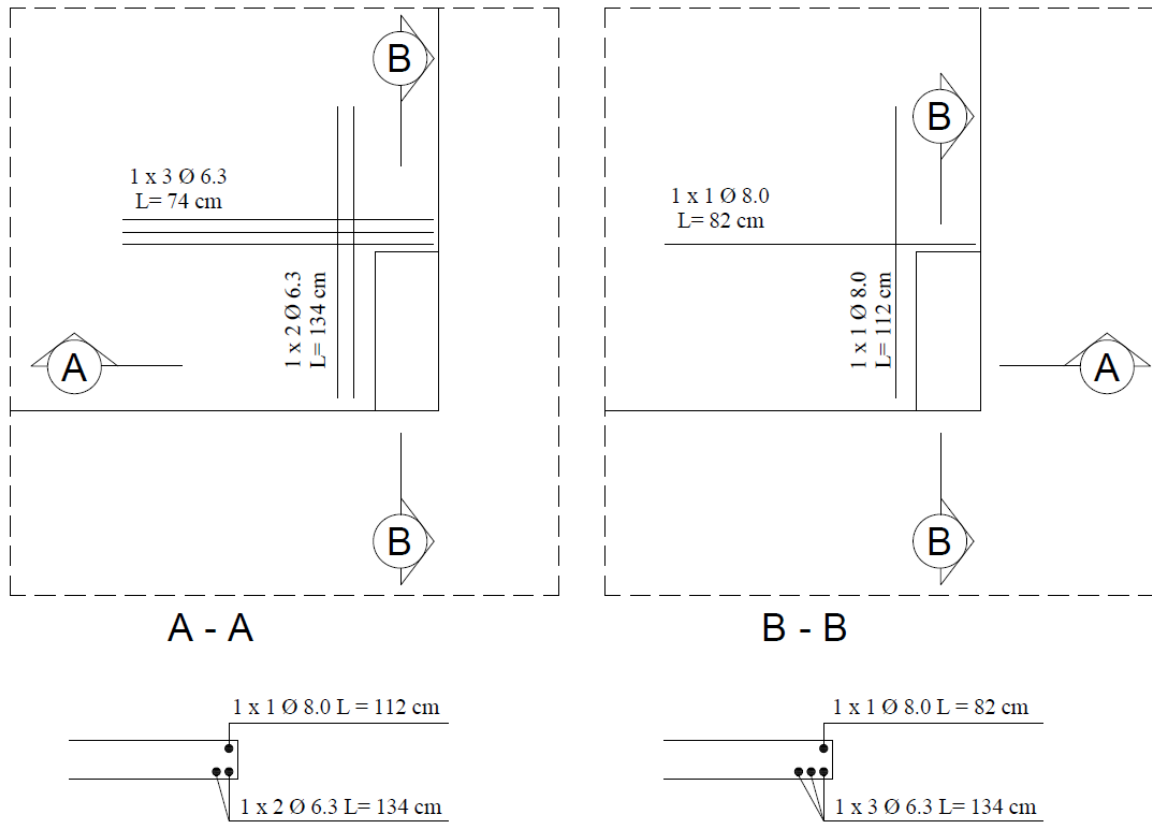
$$A_s = \frac{4,6}{50 \div 1,15} = 0,11 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{3,4}{50 \div 1,15} = 0,08 \text{ cm}^2 \approx 2 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 61.

Figura 61-Armaduras de reforço para a laje LA 20/50-01 positiva e negativa, respectivamente.

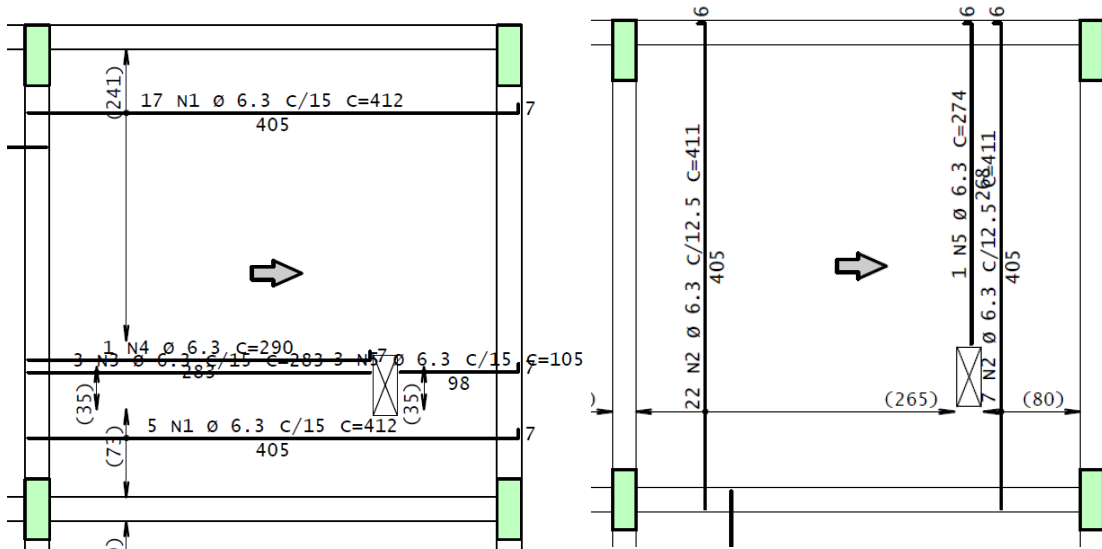


Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.9 Armaduras obtidas para a laje LA 20/50-02

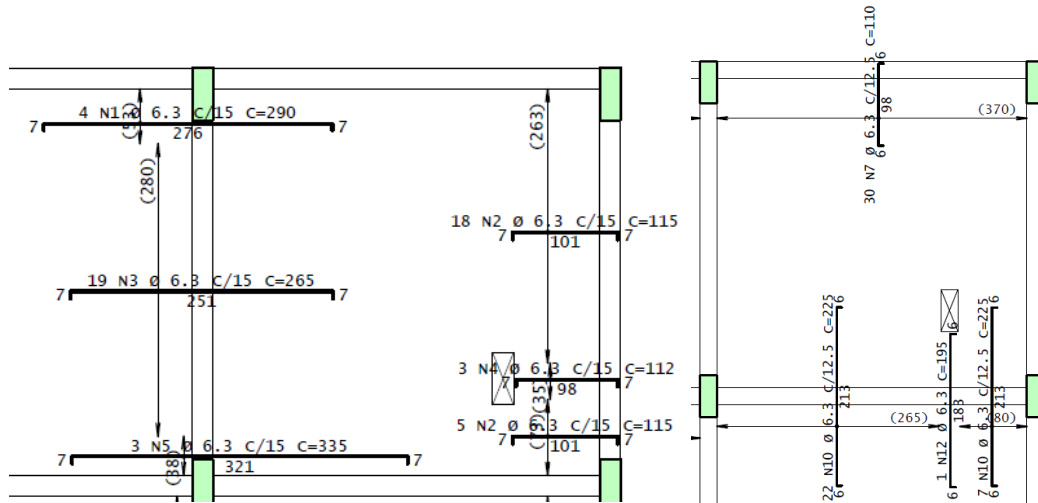
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 20x50 cm entre o centro e o canto direito inferior da laje. Na Figura 62 vê-se as armaduras positivas e na Figura 63 as negativas.

Figura 62-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-02.



Fonte: O autor (2022).

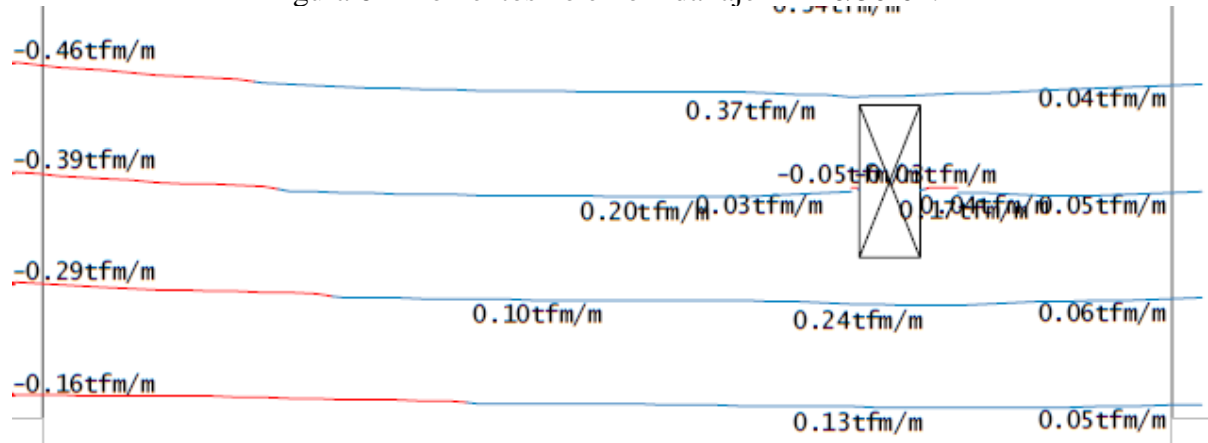
Figura 63-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-02.



Fonte: O autor (2022).

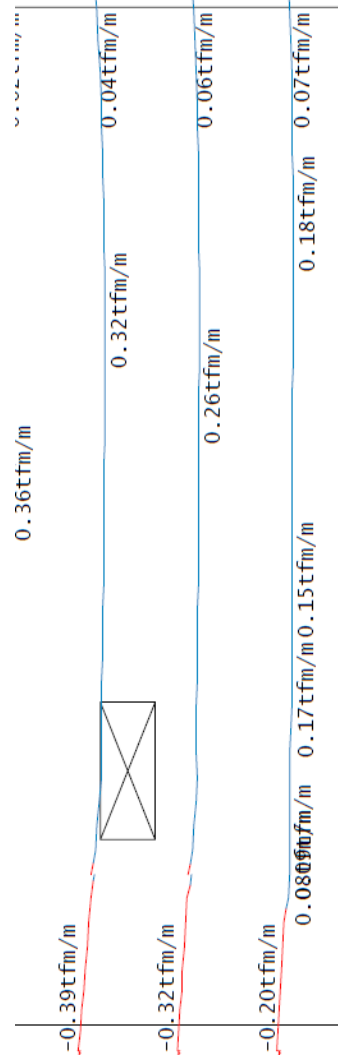
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 64 e 65 a seguir.

Figura 64-Momentos no eixo x da laje LA 20/50-02.



Fonte: O autor (2022).

Figura 65-Momentos no eixo y da laje LA 20/50-02.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,39 \text{ tfm/m} = 3,82 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 3,82 \times 0,2}{2 \times 0,12} = 4,46 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,37 \text{ tfm/m} = 3,63 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 3,63 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 10,59 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 4,5 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 10,6 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

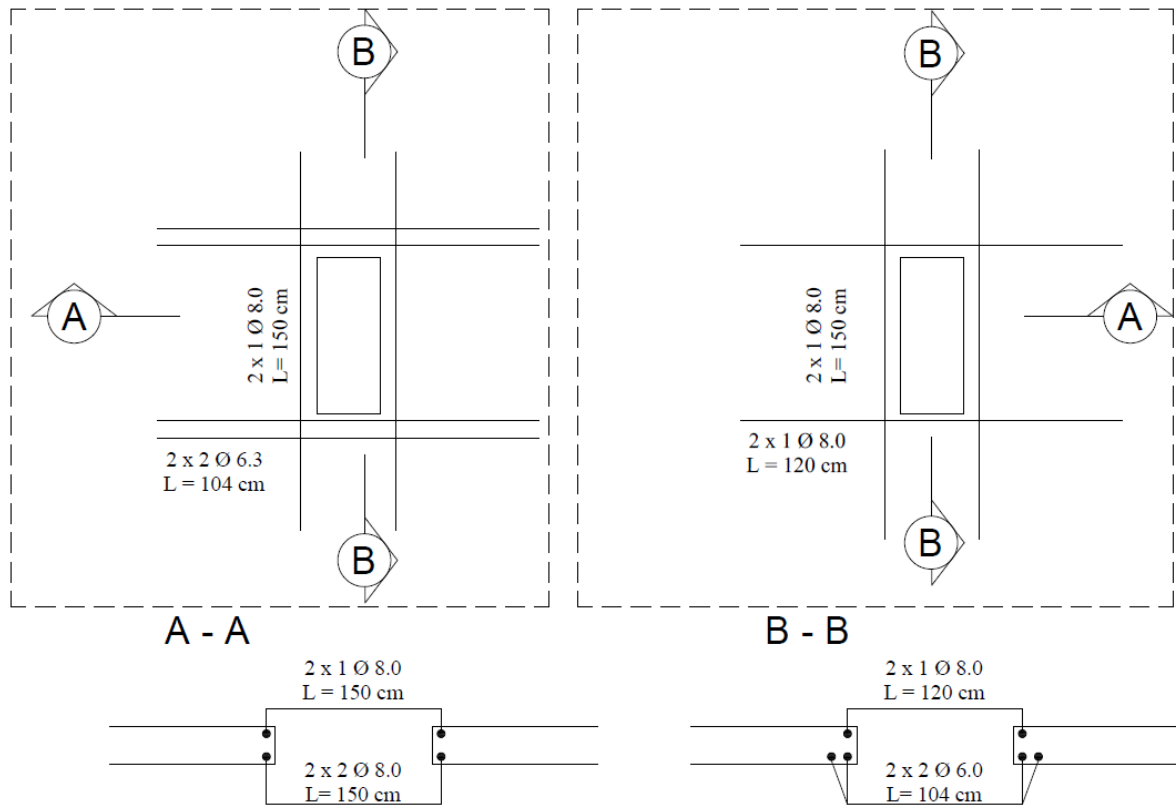
$$A_s = \frac{4,5}{50 \div 1,15} = 0,10 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{10,6}{50 \div 1,15} = 0,24 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 6.3}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 66.

Figura 66-Armaduras de reforço para a laje LA 20/50-2 positiva e negativa, respectivamente.

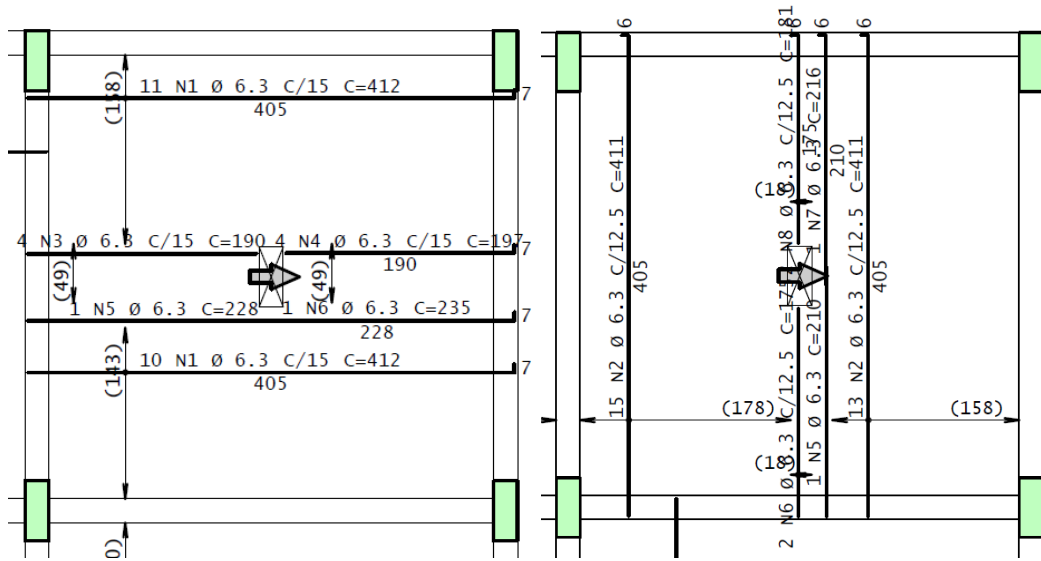


Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.10 Armaduras obtidas para a laje LA 20/50-03

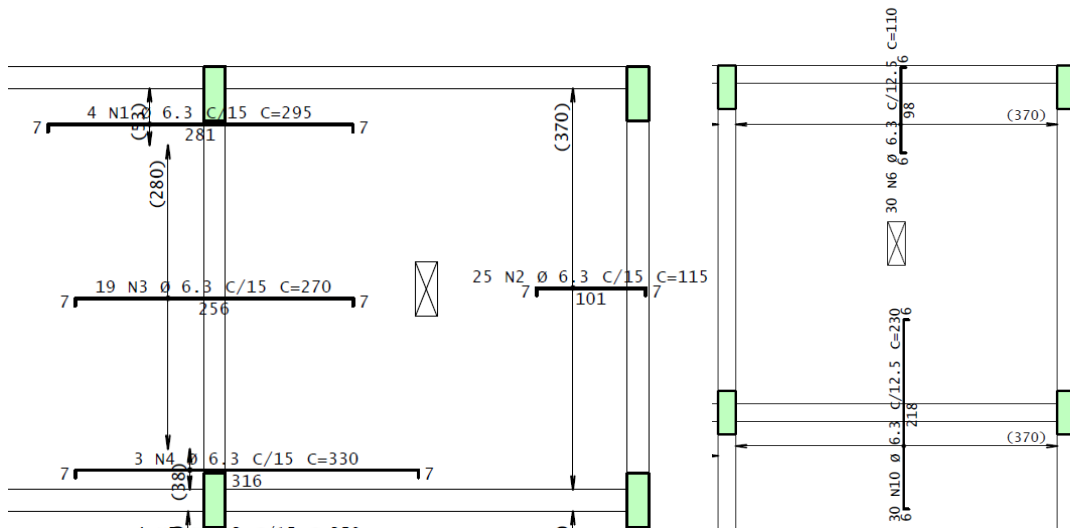
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 20x50 cm no centro da laje. Na Figura 67 vê-se as armaduras positivas e na Figura 68 as negativas.

Figura 67-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-03.



Fonte: O autor (2022).

Figura 68-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 20/50-03.

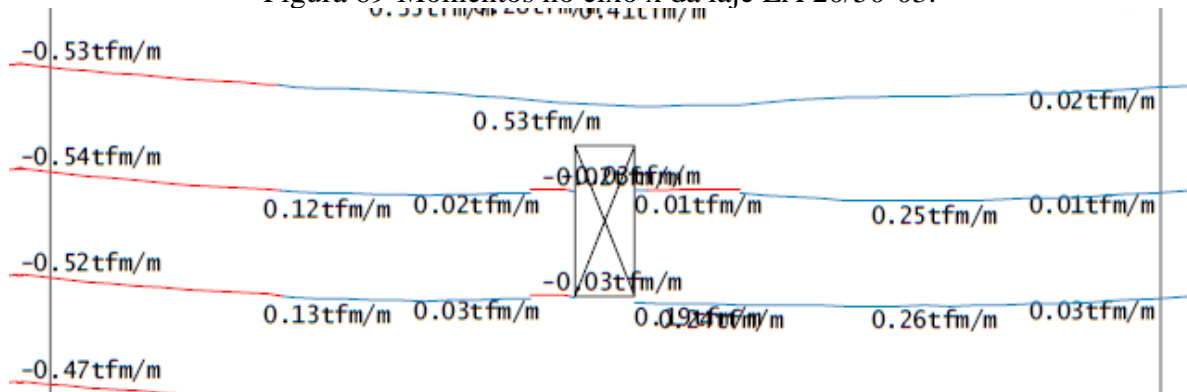


Fonte: O autor (2022).

Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 69 e 70 a seguir.

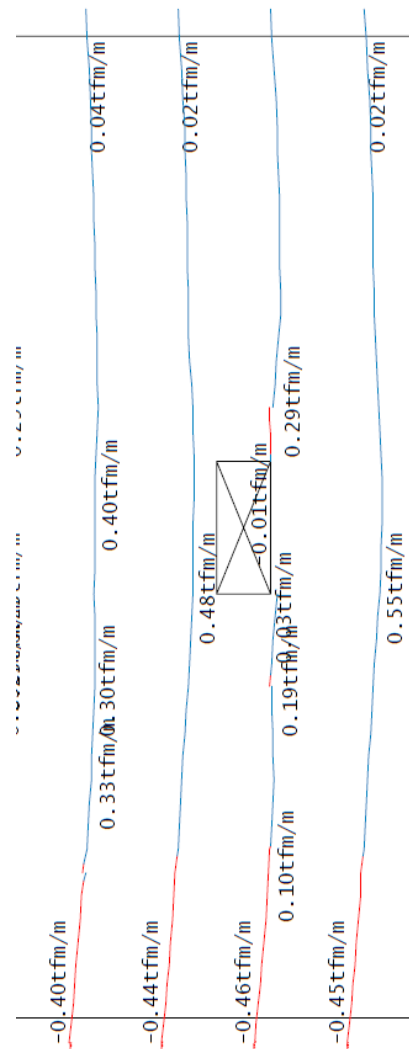


Figura 69-Momentos no eixo x da laje LA 20/50-03.



Fonte: O autor (2022).

Figura 70-Momentos no eixo y da laje LA 20/50-03.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,48 \text{ tfm/m} = 4,71 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 4,71 \times 0,2}{2 \times 0,12} = 5,50 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,53 \text{ tfm/m} = 5,20 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,20 \times 0,5}{2 \times 0,12} = 15,17 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 5,5 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 15,2 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

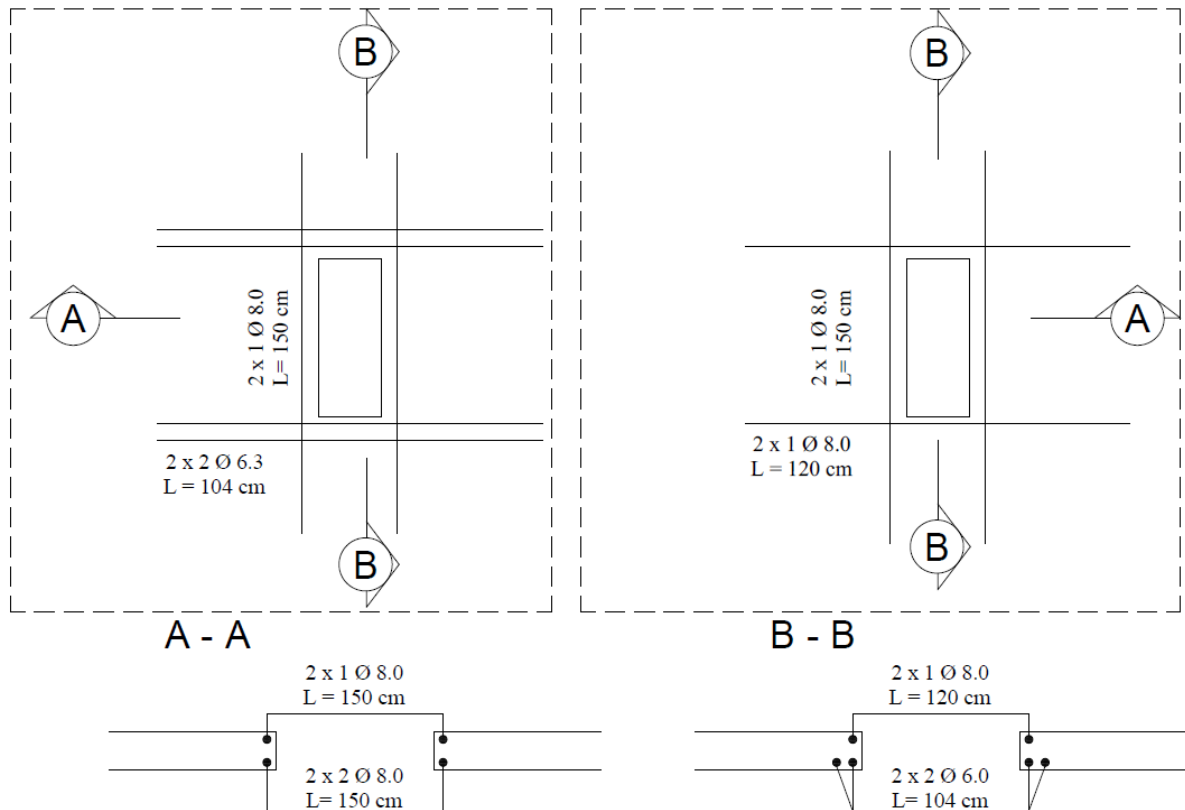
$$A_s = \frac{5,5}{50 \div 1,15} = 0,13 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 5.0}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{15,2}{50 \div 1,15} = 0,35 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ } \emptyset \text{ 8.0}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 71.

Figura 71-Armaduras de reforço para a laje LA 20/50-3 positiva e negativa, respectivamente.



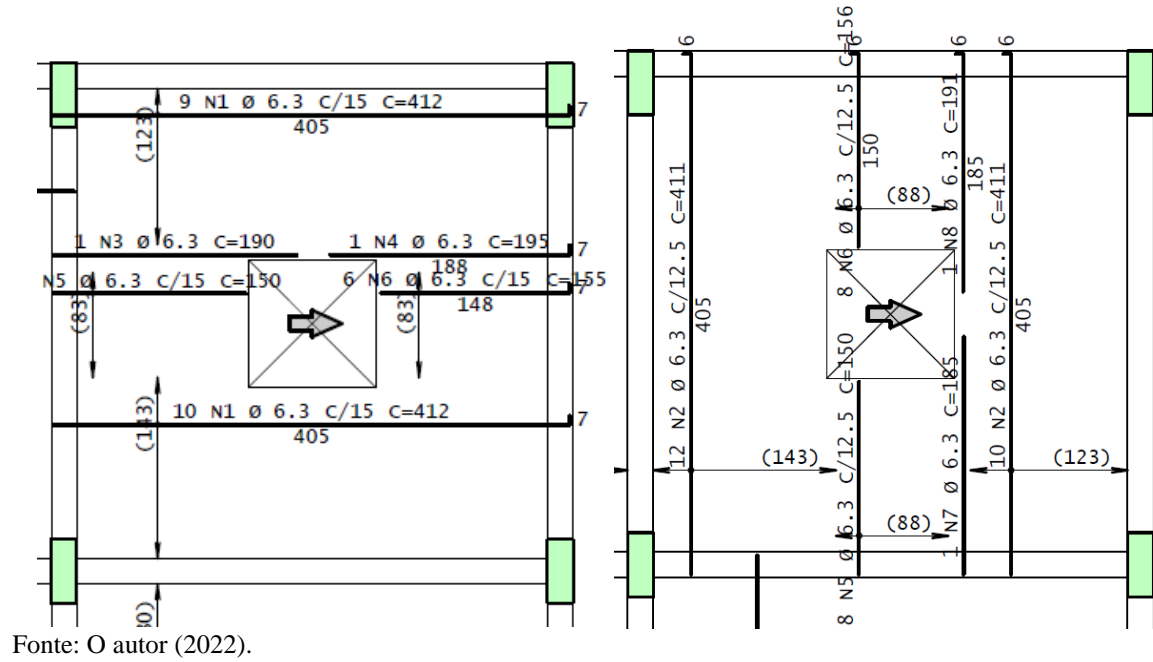
Fonte: O autor (2022).

#### 4.1.11 Armaduras obtidas para a laje LA 100/100-03

Como em todos os casos analisados propostos foi encontrado um resultado de armadura de reforço para a abertura menor do que a seção de aço interrompida por ela, se pensou em fazer um 11º modelo para ser analisado. Desta vez, as medidas da abertura serão de 100x100 cm.

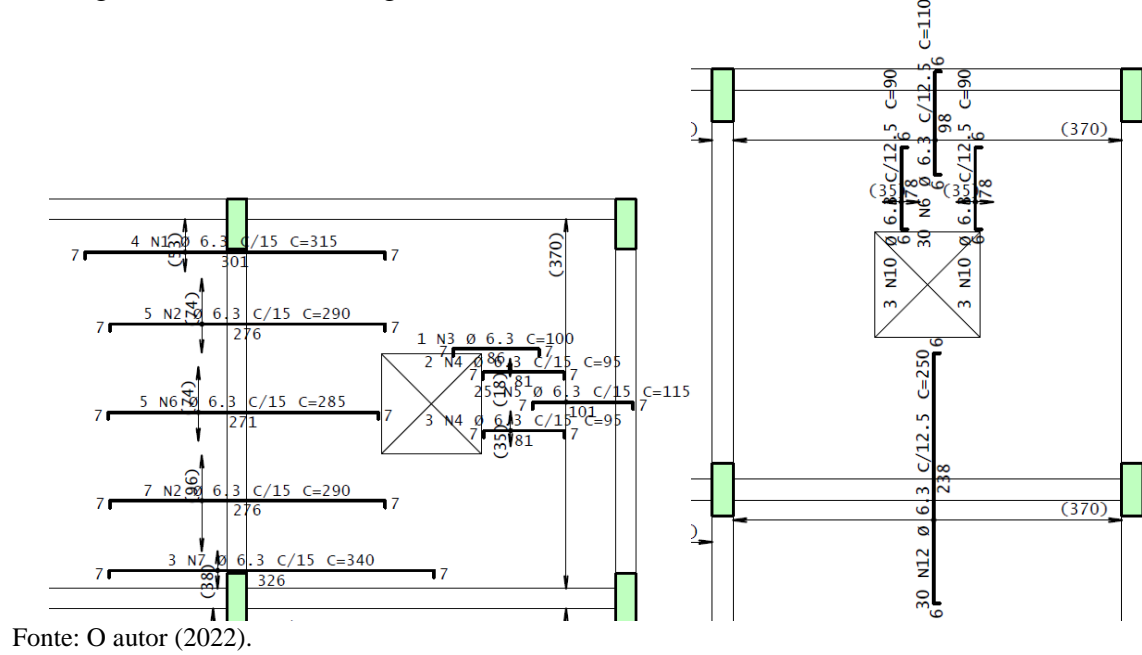
As imagens a seguir exibem os resultados para a laje com abertura de 100x100 no centro da laje. Na Figura 72 vê-se as armaduras positivas e na Figura 73 as negativas.

Figura 72-Armaduras positivas horizontais e verticais para a laje LA 100/100-03.



Fonte: O autor (2022).

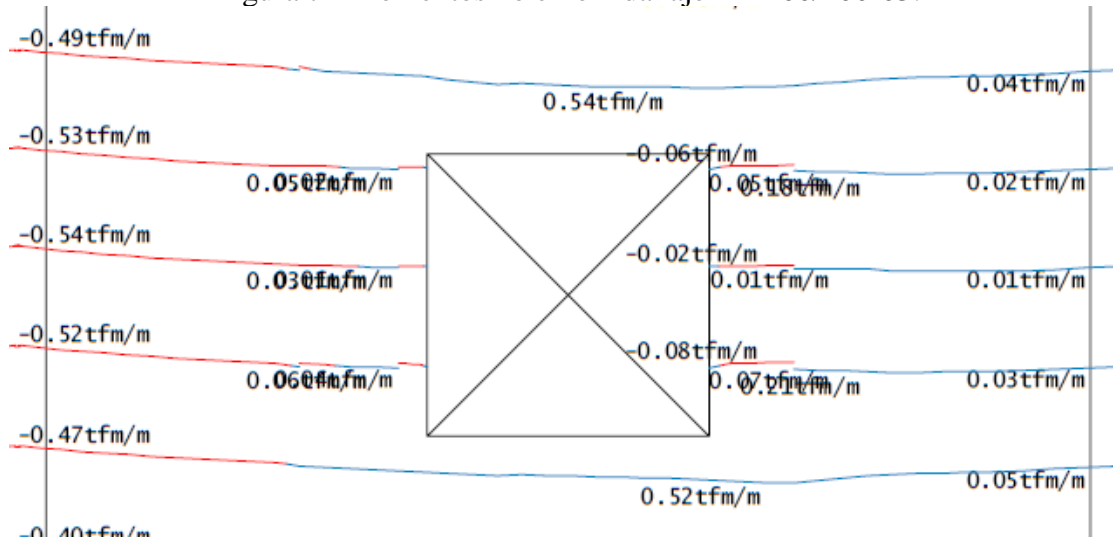
Figura 73-Armaduras negativas horizontais e verticais para a laje LA 100/100-03.



Fonte: O autor (2022).

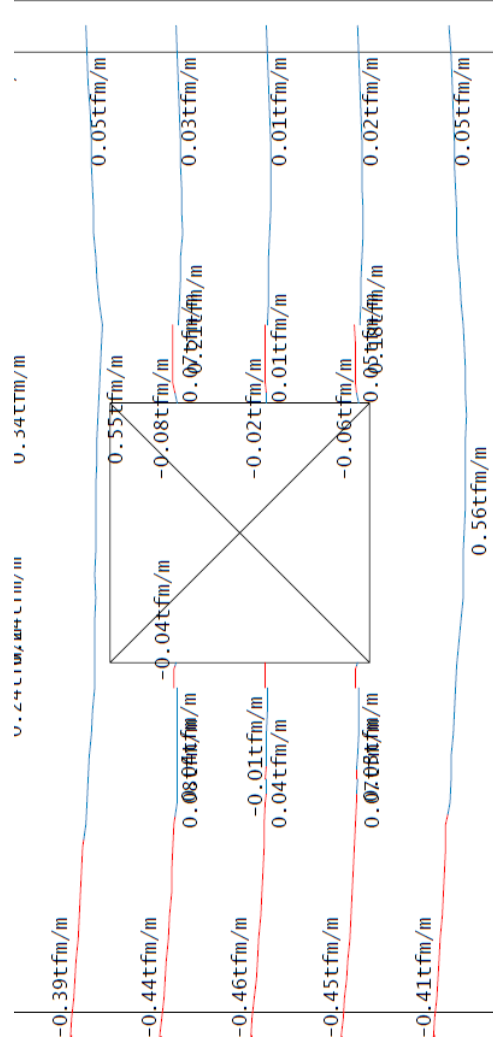
Os momentos desta laje são mostrados nas Figuras 74 e 75 a seguir.

Figura 74-Momentos no eixo x da laje LA 100/100-03.



Fonte: O autor (2022).

Figura 75-Momentos no eixo y da laje LA 100/100-03.



Fonte: O autor (2022).

As forças a serem aplicadas nas treliças são calculadas a seguir.

Para o momento em y ( $0,56 \text{ tfm/m} = 5,49 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,49 \times 1}{2 \times 0,12} = 32,03 \text{ kN}$$

Para o momento em x ( $0,54 \text{ tfm/m} = 5,30 \text{ kNm/m}$ ):

$$C = T = \frac{1,4 \times 5,30 \times 1}{2 \times 0,12} = 30,92 \text{ kN}$$

Estas forças foram então aplicadas à treliça idealizada para o modelo de bielas e tirantes em lajes. Os maiores esforços no eixo y da treliça foi de 32 kN (para tração e compressão) e no eixo x foi de 30,1 kN (para tração e compressão). Com isto, os resultados de armaduras de reforço para o eixo y são:

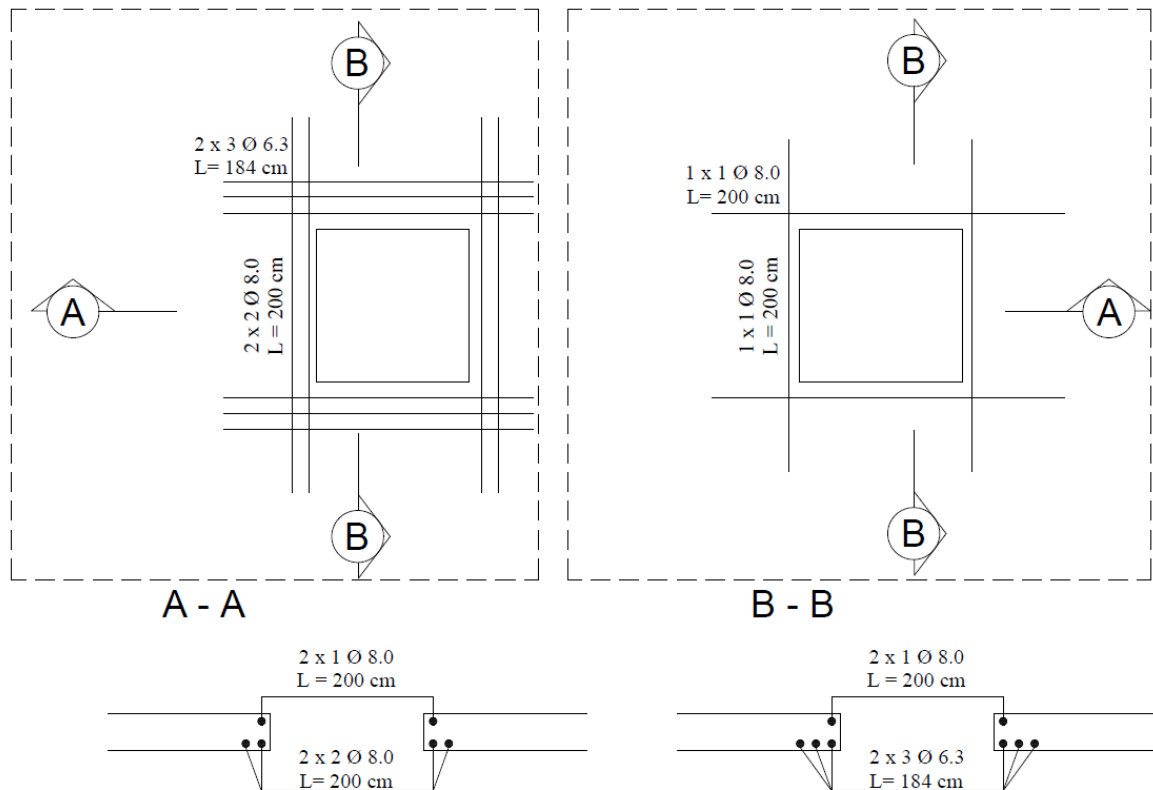
$$A_s = \frac{32}{50 \div 1,15} = 0,74 \text{ cm}^2 \approx 3 \text{ } \emptyset \text{ 6.3}$$

E para o eixo x, é:

$$A_s = \frac{30,1}{50 \div 1,15} = 0,71 \text{ cm}^2 \approx 3 \text{ } \emptyset \text{ 6.3}$$

Como a armadura positiva da grelha calculada pelo TQS interrompida tem área superior a calculada, optou-se por utilizar esta seção ao invés da calculada. Para a armadura negativa, foi usada a seção de aço trazida pela ABNT NBR 6118:2014. Assim, o resultado da armadura de reforço é exibido na Figura 76.

Figura 76-Armaduras de reforço para a laje LA 100/100-3 positiva e negativa, respectivamente.



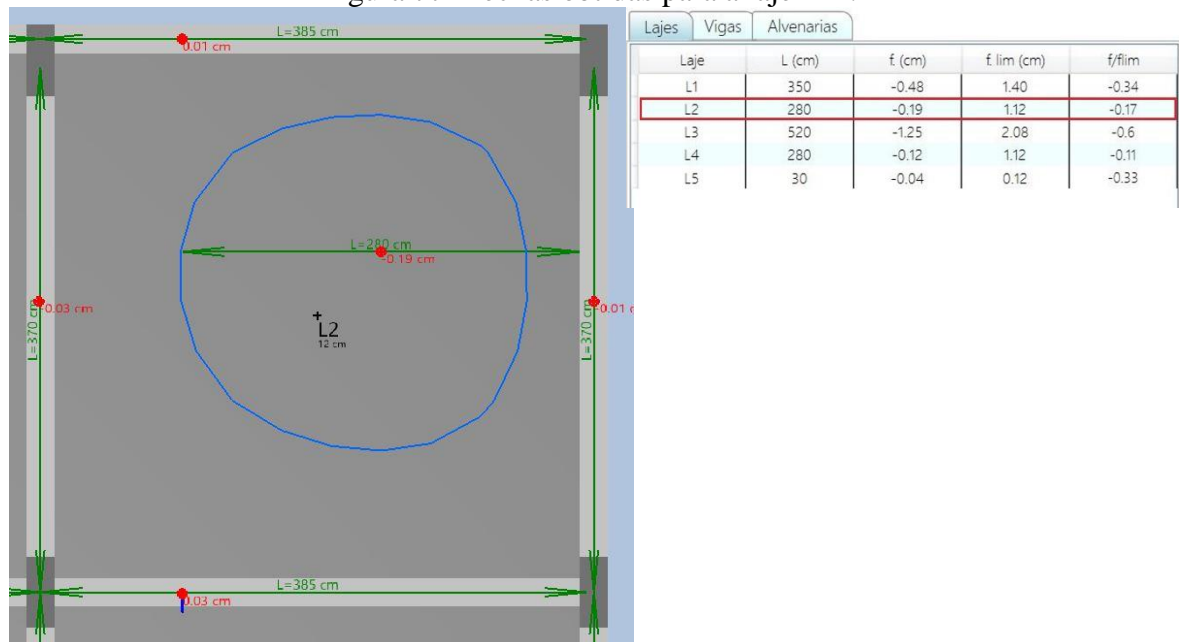
Fonte: O autor (2022).

#### 4.2 FLECHAS OBTIDAS PARA AS LAJES DA MATRIZ DE ANÁLISE

O *software* TQS possui a função de análise de grelha não-linear para que se possa, dentre outras diversas opções, visualizar os deslocamentos verticais das lajes. Estes resultados estão intimamente ligados com o atendimento destes elementos com o estado limite último regido pela ABNT NBR 6118:2014. A seguir, serão apresentados estes dados juntamente com as flechas limite já fornecidas também pelo programa.

Na Figura 77 é exibida a laje maciça sem nenhuma abertura, que traz um deslocamento de 0,19 cm, sendo que o máximo era de 1,12 cm.

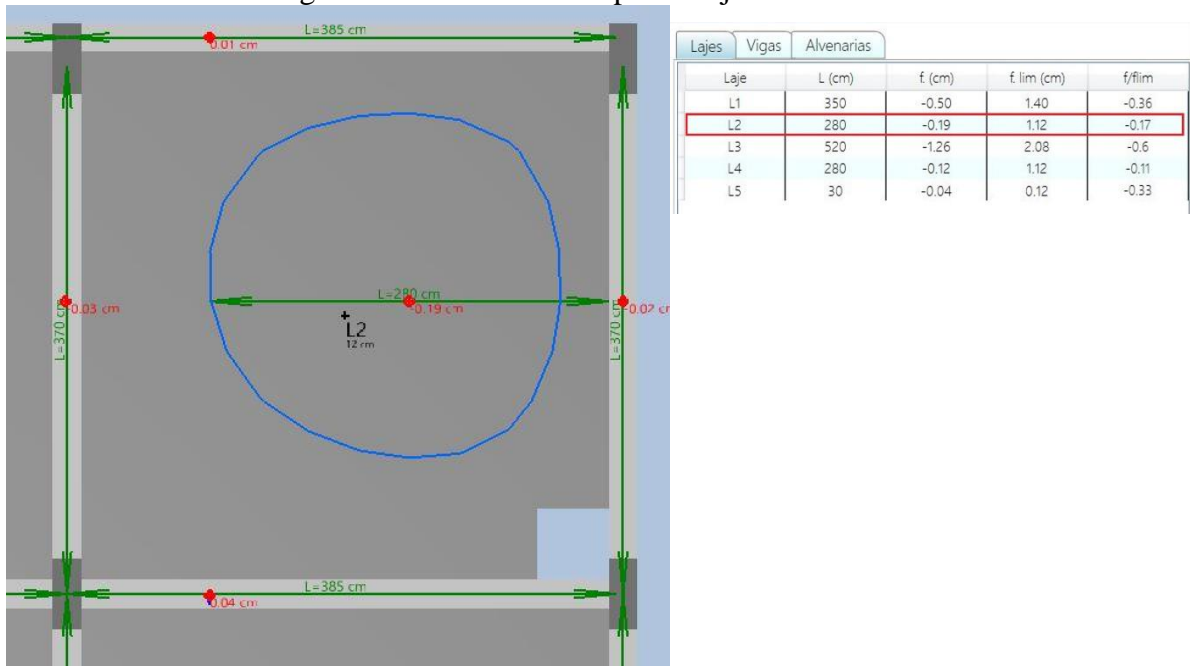
Figura 77-Flechas obtidas para a laje LM.



Fonte: O autor (2022).

Das Figuras 78 até a 80, são exibidos os resultados para a laje com abertura de 50 cm x 50 cm, localizadas no canto inferior direito da laje, entre o centro e o canto inferior da laje e no centro do elemento estrutural, respectivamente.

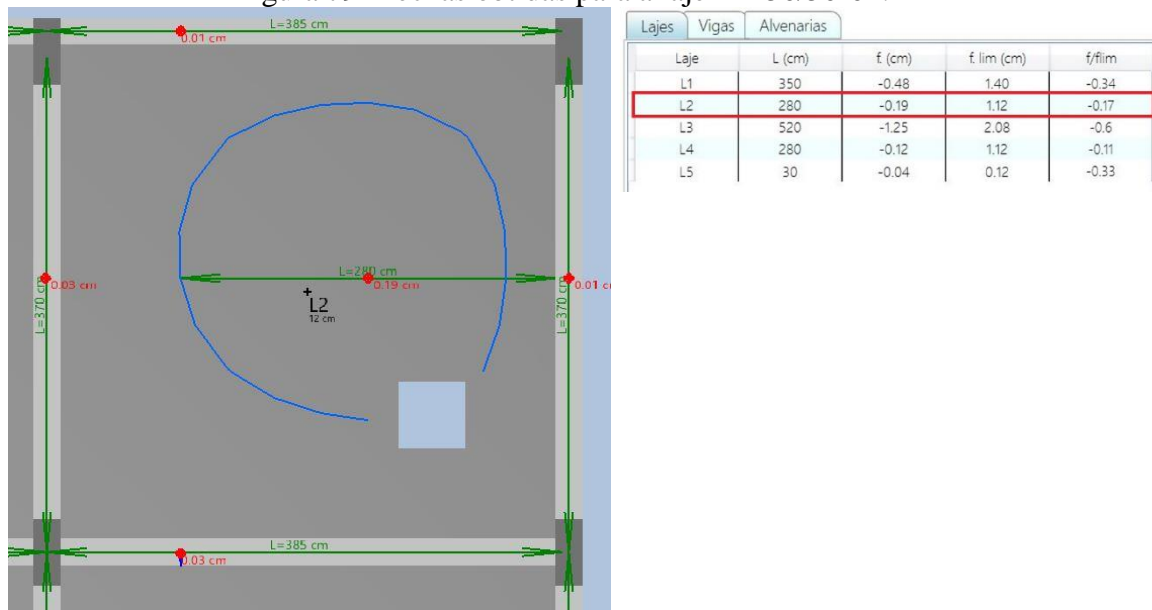
Figura 78-Flechas obtidas para a laje LA 50/50-01.



Fonte: O autor (2022).

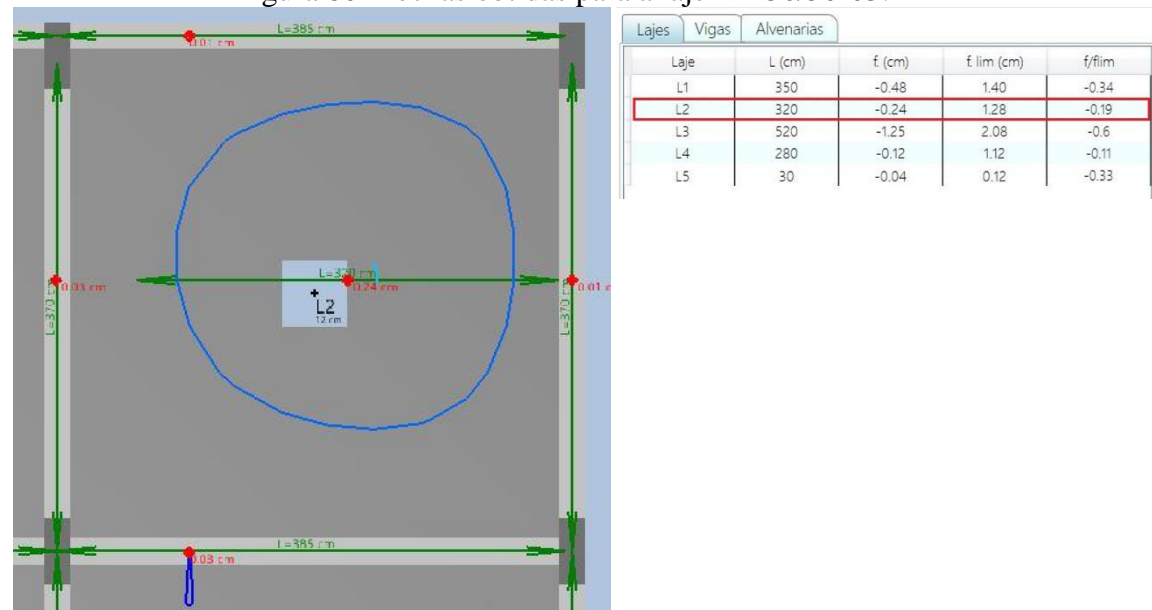


Figura 79-Flechas obtidas para a laje LA 50/50-02.



Fonte: O autor (2022).

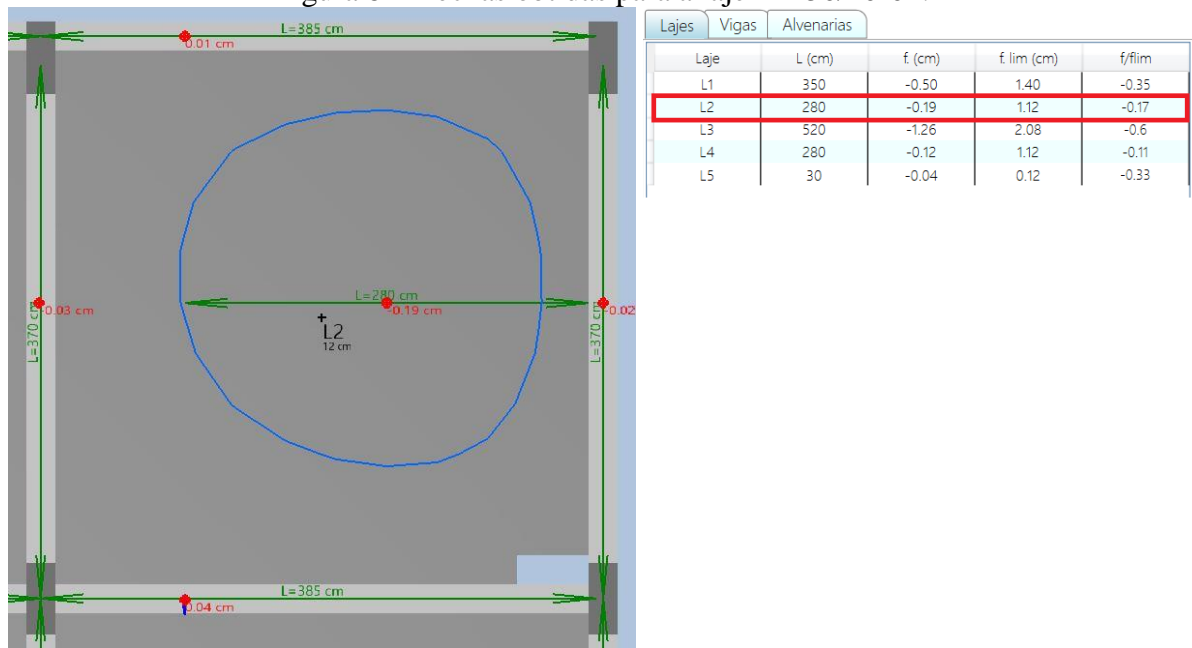
Figura 80-Flechas obtidas para a laje LA 50/50-03.



Fonte: O autor (2022).

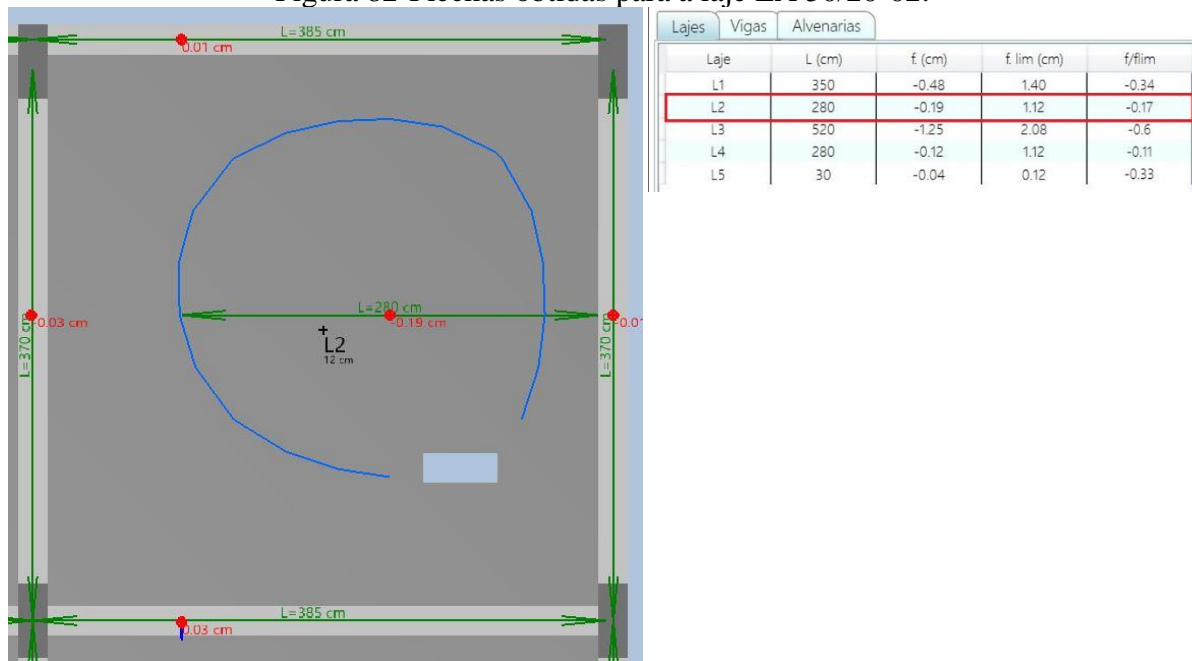
Nas Figuras 81, 82 e 83, vê-se as lajes com aberturas de 50 cm x 20 cm, localizadas respectivamente no canto inferior direito, entre o canto inferior e o centro e no centro da laje.

Figura 81-Flechas obtidas para a laje LA 50/20-01.



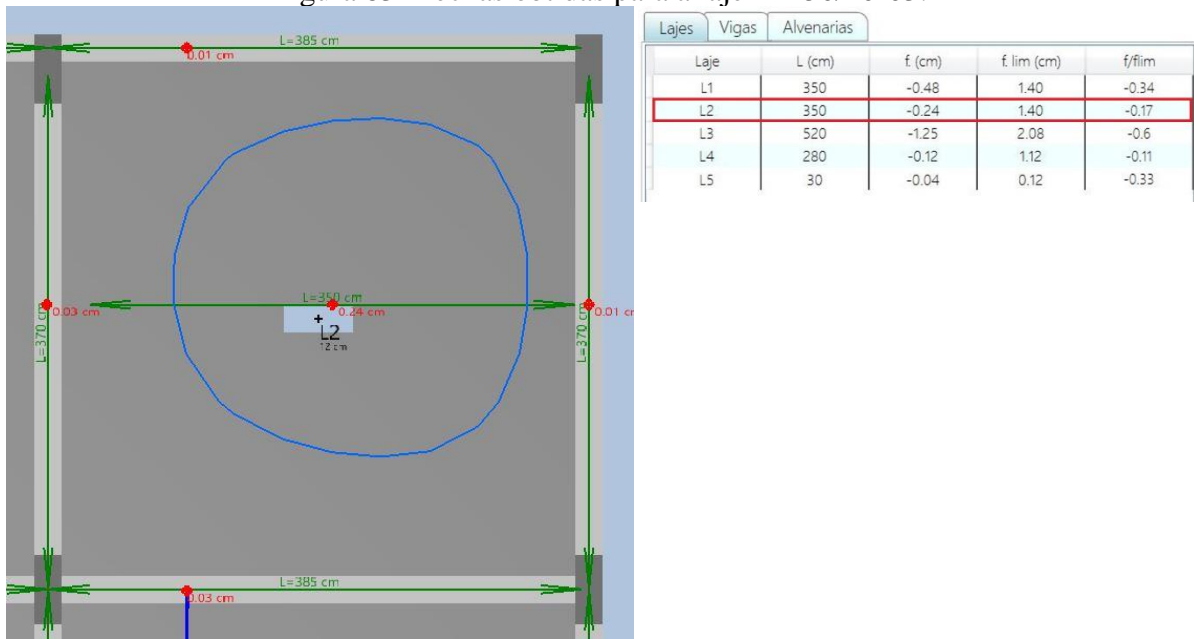
Fonte: O autor (2022).

Figura 82-Flechas obtidas para a laje LA 50/20-02.



Fonte: O autor (2022).

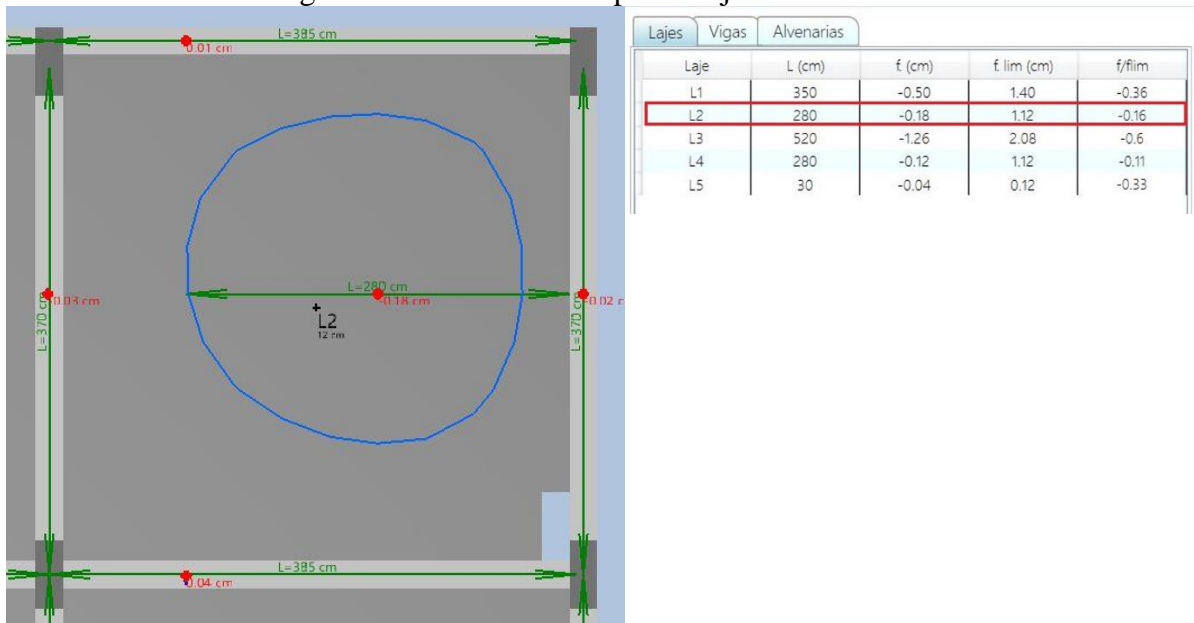
Figura 83-Flechas obtidas para a laje LA 50/20-03.



Fonte: O autor (2022).

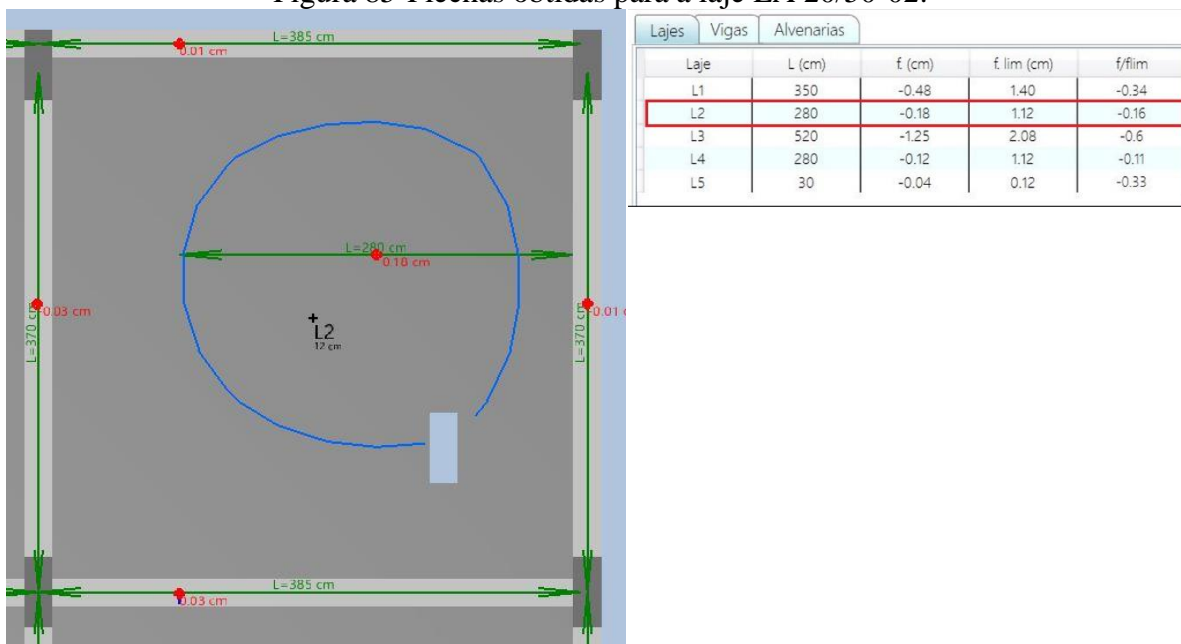
Nas Figuras 84, 85 e 86, observa-se as flechas obtidas para as lajes com aberturas de 50 cm x 20 cm no canto inferior direito, entre o centro e o canto inferior e no centro da laje, respectivamente.

Figura 84-Flechas obtidas para a laje LA 20/50-01.



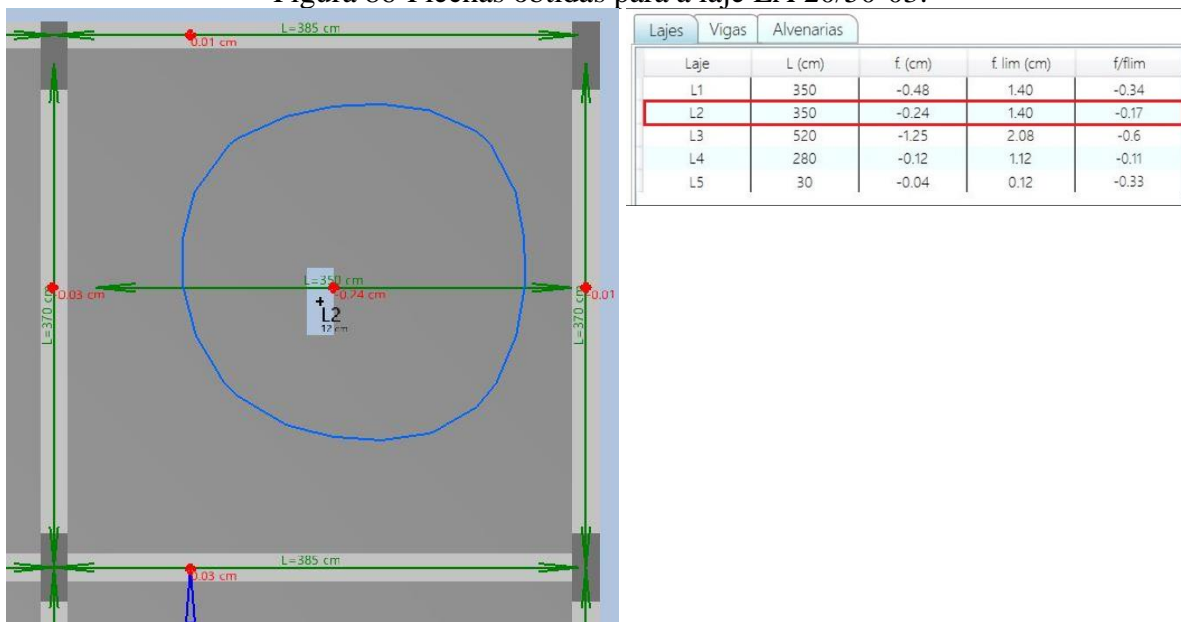
Fonte: O autor (2022).

Figura 85-Flechas obtidas para a laje LA 20/50-02.



Fonte: O autor (2022).

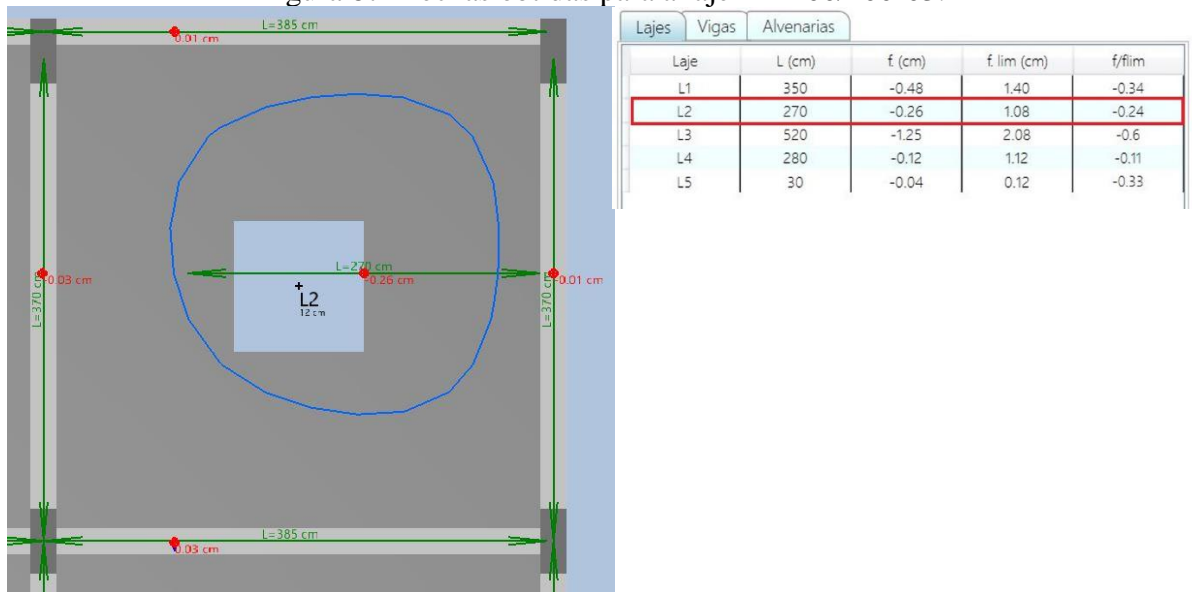
Figura 86-Flechas obtidas para a laje LA 20/50-03.



Fonte: O autor (2022).

Já na Figura 87, vê-se a flecha obtida para a laje com abertura localizada no centro de 100 cm x 100 cm, a qual foi analisada de forma extraordinária à matriz de análise para verificar com mais acurácia o método de bielas e tirantes para a determinação da área de aço em torno da abertura.

Figura 87-Flechas obtidas para a laje LA 100/100-03.



Fonte: O autor (2022).

#### 4.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ARMADURAS FORNECIDAS PELO SISTEMA TQS

O *software* TQS, assim como a maioria dos programas de cálculo, entrega a disposição das armaduras com o intuito de atender da melhor maneira as solicitações ao elemento estrutural impostas. Esta entrega feita pelo programa muitas vezes faz com que seja necessário o projetista avaliar se essa é realmente a melhor forma de trazer isto ao projeto final para que seja executado. Um exemplo disso pode ser visto na Figura 62, onde, em torno da abertura, o TQS dimensionou dois tipos de dobra para barras de aço que cumprirão uma mesma função. Caso este projeto fosse levado à obra, o engenheiro responsável poderia editar esta armadura, de forma a torná-la mais simples e padronizada, diminuindo assim a chance de erros na confecção da grelha. Esta edição no projeto feita pelo responsável técnico é bem-vinda em alguns casos. Neste em específico, na maioria dos resultados obtidos pelo programa poderiam ser editados.

O TQS, na versão estudantil usada para este estudo, não permite realizar edições no desenho por ele entregue. Assim sendo, algumas imagens ficam com o entendimento um pouco prejudicado, como pode ser visto na Figura 73. Porém, se mostra altamente configurável, tendo opções de usar normas brasileiras e algumas estrangeiras também. Além disso, a lista de critérios a ser definida pelo usuário é extensa. Isto pode ser observado nas armaduras positivas das lajes analisadas neste trabalho: existem ganchos em todas as barras de aço em lajes com

descontinuidades. Este critério pode ser alterado para que não se exibam essas dobras no resultado final.

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ARMADURAS DE REFORÇO EM TORNO DAS ABERTURAS

As armaduras em torno de aberturas em lajes maciças de concreto armado devem ser estudadas conforme as regras ditadas pela ABNT NBR 6118:2014 como visto anteriormente. A norma brasileira traz que o método de bielas e tirantes pode ser utilizado para analisar alguns tipos de aberturas em outros elementos estruturais, como vigas. Tendo isto em mente, foi optado por utilizar este mesmo método para a situação proposta. Verificou-se que, para este modelo de laje, o modelo sempre fornecerá resultados com seção de área de aço inferior à seção já interrompida da malha pela abertura. Inicialmente se imaginou que este resultado estava atrelado ao vão da abertura proposto ser muito pequeno (50 ou 20 cm). Para verificar esta hipótese, foi adicionado um vão maior de um metro e realizados os cálculos novamente. Mais uma vez a área de aço obtida foi inferior a seção interrompida pela abertura, como é visto no item 4.1.11.

Outro ponto a ser destacado são as idealizações dos modelos de treliças adotadas. As lajes nomeadas como LA xx/xx/-02 ou LA xx/xx-03 usam o modelo mais eficiente já estudado por outros autores visto nas Figuras 34 e 35. Já para as lajes nomeadas como LA xx/xx-01, as quais se localizam na borda inferior direita da laje, foi adotado um modelo ainda não estudado quanto a sua eficiência para este tipo de aplicação. O modelo se baseia no que foi escrito por Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987) e é satisfatório para este trabalho, uma vez que, quando aplicado ao *software* FTool e carregado com as cargas encontradas, traz resultados similares aos modelos indicados nas Figuras 34 e 35. Como neste trabalho não foram analisadas as outras funções que o método de bielas e tirantes podem trazer, como a análise do esmagamento do concreto, é indicado estudar a idealização desta treliça em um programa computacional capaz de fornecer resultados quanto a sua eficiência para tal necessidade.

Ademais, como mencionado anteriormente, pode-se testar outro método empírico trazido por alguns autores quando se trata deste tipo de armadura. Cardoso (2010) fez um estudo com a finalidade de analisar e comparar o método de bielas e tirantes como o método proposto por

Leonhardt e Mönning (1978). O autor faz ressalvas sobre as duas metodologias e é assertivo em dizer que o projetista deve estar atento a qual procedimento de cálculo adotar, pois cada metodologia possui ônus e bônus.

#### 4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS FLECHAS OBTIDAS E O ATENDIMENTO AO ELS

O *software* TQS permite analisar as flechas das lajes através do comando “análise de grelha não-linear”. É possível observar que, na maioria dos casos da matriz de análise, a abertura não traz mudanças significativas na deflexão da laje. Isto muda quando esta abertura é posicionada no centro do elemento estrutural. Ao analisar a flecha indicada para a laje maciça sem nenhuma abertura, observa-se uma deflexão de 0,19 cm. Seguindo os resultados da matriz, com a abertura de 50 cm x 50 cm, a deflexão permanece igual a anteriormente (0,19 cm), mas isto muda quando este furo é centralizado, onde se observa um acréscimo na deflexão, que passa para 0,24 cm, o que representa um aumento na ordem de 26%.

Quando se analisa a abertura de 50 cm x 20 cm localizada no canto inferior da laje, a deflexão é de 0,19 cm. Para este vão, vê-se ainda uma permanência na flecha quando ele se encontra entre o meio e a borda da laje e novamente um acréscimo quando ele está no centro da laje, trazendo um resultado de 0,24 cm. É possível verificar também que, quando a altura da abertura é de 50 cm. O ponto onde há maior deflexão é ligeiramente mais próximo ao ponto de abertura. Isto não é observado quando a laje conta com uma abertura com altura de 20 cm. Neste último caso, o ponto de maior deflexão se encontra sempre no mesmo local. A variação na diferença dos resultados das flechas desta vez fica na ordem de 26%.

Ao verificar os resultados da laje com abertura de 20 cm x 50 cm, nota-se que a deflexão atingida para quando a abertura está no canto inferior da laje é de 0,18 cm, assim como quando ela se encontra entre o meio e o canto da laje, similarmente ao que se vê quando a abertura é de 50 cm x 50 cm. Já quando o vão está centralizado na laje, a deformação salta para os 0,24 cm, o que representa um acréscimo na ordem de 33%.

Assim sendo, com esta amostra, pode-se concluir que as flechas tendem a aumentar significativamente quando as aberturas estão localizadas no centro da laje e que, quando esta não é a sua posição, o ponto de deflexão máximo tende a se aproximar da face da abertura. Já, ao tratar do estado limite de serviço, observa-se que sim, há um acréscimo na deflexão, portanto

há um prejuízo no atendimento a este quesito. Entretanto, para as dimensões de laje adotadas e cargas utilizadas, ainda com as aberturas, a deflexão é menor do que a máxima estabelecida em todos os casos observados.



## 5. CONCLUSÕES

Como pode-se observar em toda a matriz de análise, as aberturas impactaram de forma direta nas flechas observadas nas lajes quando estas foram comparadas com o elemento estrutural sem aberturas. Em alguns casos, como quando olha-se para a laje maciça sem aberturas e para a LA 50/50-01, viu-se a mesma deformação em ambos os casos, porém a localização da maior deformação muda, sendo que, na laje sem aberturas, esta é observada mais em direção ao bordo superior direito, onde a laje não possui continuidade, ou seja, não é engastada. Já na sua semelhante com abertura, mesmo esta se mantendo a mesma, a deformação foi vista mais próxima a este vão aberto na laje, corroborando com a hipótese de que a abertura impacta de forma direta no estado limite de serviço. Nas demais lajes da matriz de análise, os resultados das flechas se mantiveram muito semelhantes a este comentado logo acima, mostrando resultados de deformação maiores quando a abertura é centralizada. Tendo isto em mente, pode-se afirmar que o maior impacto ao ELS deu-se quando a abertura é centralizada no elemento estrutural. Isto é minimizado quando ela é posicionada em algum canto da laje.

Ainda pôde-se analisar a diferença máxima entre a situação mais conservadora (laje sem nenhuma abertura) e a situação mais crítica (laje com abertura de 100 cm x 100 cm localizada no centro) e seus resultados de flecha alcançada. Na primeira situação, observou-se uma deflexão máxima de 0,19 cm, enquanto na segunda, esta subiu para 0,26 cm. Embora em ambas as situações a deformação esteja dentro dos máximos permitidos, foi claramente visto que o impacto causado pelo aumento e centralização da abertura foi significativo.

O TQS trouxe também os resultados para as grelhas de armadura positiva das lajes e as armaduras negativas destas. Pôde-se observar que os resultados exibidos pelo método de bielas e tirantes sempre foram inferiores à seção de aço interrompida pela abertura (método proposto por Leonhardt e Mönning). Assim sendo, conclui-se que, nas situações onde o projetista deve analisar as armaduras em torno das aberturas por estas não poderem somente utilizar a armadura mínima estabelecida por norma, deve-se optar por armar a região com a área de aço interrompida por ela própria, uma vez que, se assim for feito, a quantidade de aço será maior do que o calculado através do método de bielas e tirantes.

## 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para o presente trabalho, em aberturas localizadas nos cantos das lajes, foi necessário fazer uma adaptação em uma idealização de treliça já estudada por Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987). Não se sabe ao certo de sua eficácia quanto a análise das bielas comprimidas, porém, para o estudo sugerido, a simplificação foi aceitável para a obtenção de resultados.

Com a finalidade de examinar melhor esta situação na aplicação do método de bielas e tirantes para outros estudos, recomenda-se analisar de maneira mais cuidadosa esta idealização de treliça com o auxílio de algum *software* específico e assim determinar um desenho otimizado de treliça para ser aplicado a estas condições.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Estados Unidos: ACI, 2019. 628 p.

ADORNA, Diego da Luz et al. **Concreto armado**: Vigas e lajes. Porto Alegre: SAGAH, 2021.

AGUIAR, Caio Cesar Pereira de. **Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes**. 2018. 129 f. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: Forças devido ao vento em edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14931**: Execução de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2004.

BASTOS, Paulo Sérgio. **Ancoragem e emenda de armaduras**. 2018. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2018.

BOTELHO, Manoel Henrique Campos; MARCHETTI, Osvaldemar. **Concreto armado - Eu te amo**. 8. Ed. São Paulo: Blucher, 2015.

CARDOSO, Tobias Bezzi. **Dimensionamento de elementos fletidos em concreto armado com aberturas**: método empírico versus método das bielas e tirantes. 2010. 87 f. Trabalho de diplomação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. **Estruturas de concreto armado**. São Paulo: Oficina de textos, 2016.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 2013.

FUSCO, Péricles Brasiliense; ONISHI, Minoru. **Introdução à engenharia de estruturas de concreto**. São Paulo: Cengage, 2017.

GARRISON, Philip. **Fundamentos de estruturas**. Porto Alegre: Bookman, 2018.

GUTIERRE, Saulo Migotto. **Estudo sobre a contribuição das lajes na estabilidade global de edifícios**. 2016. 212 f. Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

HIBBELER, Russel Charles. **Estática: Mecânica para engenharia**. São Paulo: Pearson, 2010.

LEONHARDT, Fritz; MÖNNING, Eduard. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977-1979.

MELO, Guilherme Braz de Araújo. **Análise do método das bielas e tirantes em blocos de coroamento com duas estacas**. 2018. 42 f. Dissertação (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Universitário de Brasília. Brasília, 2018.

NETO, Egydio Pilotto. **Caderno de receitas de concreto armado**. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

OLIVEIRA, Melany F.; CRUZ, Gabriel B. da; SANTOS, Ryan V. R. V. Análise experimental de lajes lisas submetidas à punção. **Revista dos Trabalhos de Iniciação Científica da UNICAMP**. Campinas, n. 27, out/2019. Disponível em <https://scholar.archive.org/work/m37tefpoabfplov6u4ld7pvxua/access/wayback/https://econts.bc.unicamp.br/eventos/index.php/pibic/article/download/2930/2925>. Acesso em 08 de dezembro de 2022.

PARIZOTTO, Liana. **Concreto armado**. Porto Alegre: SAGAH, 2017.

PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane P.; SANTOS, Sandro P. **Lajes maciças**. 2010. Universidade de São Paulo.

PINHEIRO, Libânio M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. Escola de Engenharia de São Carlos, USP. São Carlos.

PORTO, Thiago Bomjardim; Fernandes, Danielle Stefane Gualberto. **Curso básico de concreto armado**. São Paulo: Oficina de textos, 2015.

FERNÁNDEZ RUIZ, Miguel; CAO HOANG, Linh; MUTTONI, Aurelio. Stress fields and strut-and-tie models as a basic tool for design and verification in second generation of Eurocode 2. **Hormigón y Acero**. Disponível em <http://hormigonyacero.com/index.php/ache/article/view/3086/267>. Acesso em 08 de dezembro de 2022.

RUSCHEL, Rony. **Curso básico de concreto armado**. Porto Alegre: Globo, 1974.

SANTOS, José Sérgio dos. **Desconstruindo o projeto estrutural de edifícios: concreto armado e protendido**. São Paulo: Oficina de Textos, 2017.

SCHLAICH, Jörg; SCHÄFER, Kurt; JENNEWEIN, Mattias. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. **PCI Journal**. mai. - jun. 1987. Disponível em [https://www.pci.org/PCI\\_Docs/Publications/PCI%20Journal/1987/May-June/Toward%20a%20Consistent%20Design%20of%20Structural%20Concrete.pdf](https://www.pci.org/PCI_Docs/Publications/PCI%20Journal/1987/May-June/Toward%20a%20Consistent%20Design%20of%20Structural%20Concrete.pdf). Acesso em 07 de outubro de 2022.