

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**

DERLISE FIAMETTI XAVIER

**POSSIBILIDADE DE LETRAMENTO MATEMÁTICO
PARA ESTUDANTES QUE ESTÃO FINALIZANDO O ENSINO FUNDAMENTAL
UTILIZANDO ESTRATÉGIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA**

CAXIAS DO SUL – RS

DEZEMBRO

2022

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

POSSIBILIDADE DE LETRAMENTO MATEMÁTICO
PARA ESTUDANTES QUE ESTÃO FINALIZANDO O ENSINO FUNDAMENTAL
UTILIZANDO ESTRATÉGIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação da Profa. Dra. Valquíria Villas Boas Gomes Missell, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

CAXIAS DO SUL – RS

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

X3p Xavier, Derlise Fiametti

Possibilidade de letramento matemático para estudantes que estão finalizando o ensino fundamental utilizando estratégias de aprendizagem ativa [recurso eletrônico] / Derlise Fiametti Xavier. – 2022.

Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2022.

Orientação: Valquíria Villas Boas Gomes Missell.

Modo de acesso: World Wide Web

Disponível em: <https://repositorio.ucs.br>

1. Matemática (Ensino fundamental). 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Aprendizagem ativa. 4. Letramento. I. Missell, Valquíria Villas Boas Gomes, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 51(075.2)

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Ana Guimarães Pereira - CRB 10/1460

DERLISE FIAMETTI XAVIER

**POSSIBILIDADE DE LETRAMENTO MATEMÁTICO
PARA ESTUDANTES QUE ESTÃO FINALIZANDO O ENSINO FUNDAMENTAL
UTILIZANDO ESTRATÉGIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovada em 15/12/2022

Banca Examinadora

Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Profa. Dra. Angela Maria Hartmann
Universidade Federal do Pampa - Unipampa

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus pelo dom da vida e por me conceder saúde e sabedoria para seguir sempre em frente, vencendo todos os obstáculos. Sua luz me fortaleceu e indicou o caminho para o sucesso desta pesquisa.

Ao meu filho, Sebastián, pelo seu amor incondicional e por saber compreender e suportar pacientemente a minha ausência e dedicação durante o Mestrado.

Ao meu marido, Angelo Miguel, que, acima de tudo, é um grande amigo e companheiro, sempre presente nos momentos difíceis, fortalecendo e incentivando-me a jamais desistir de meus sonhos. Suas palavras sempre geram reflexões e acalmam meu coração. Sempre acreditou em minha capacidade.

À minha orientadora, Profa. Valquíria, meu sincero e profundo agradecimento pelas valiosas contribuições dadas durante todo o processo de estudo e aprendizado que, com certeza, não encerra aqui. É uma pessoa iluminada e inspiradora, que a todos encharca de humanidade, conhecimento e profissionalismo. Tenho orgulho de ter sido sua orientanda.

Sou grata também, a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática por proporcionarem um ensino de qualidade, com estímulo à transformação da ação docente e à busca por uma Educação de qualidade.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a todos os estudantes que participaram desta pesquisa, permitindo-se, durante o processo de aprendizagem, aprender e ensinar.

A todos vocês, muito obrigada!

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática que consistiu em uma investigação empírica aplicada a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre conceitos de Área e Perímetro de Figuras Planas. A temática investigada surgiu da análise e reflexões da pesquisadora dos resultados das avaliações externas do componente curricular Matemática e da vontade da professora pesquisadora em aprimorar a sua prática pedagógica e desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes. Partindo da análise dos resultados obtidos pelos estudantes do 9º ano da EMEF Presidente Dutra, nas últimas três edições dos testes cognitivos do SAEB, com resultados divulgados até o momento em que este estudo foi realizado, 2015, 2017 e 2019, a pesquisadora optou por planejar e desenvolver com estudantes de 9º ano uma sequência didática sobre Área e Perímetro de Figuras Planas. A sequência didática foi embasada na Teoria da Aprendizagem Significativa e aplicada através dos Três Momentos Pedagógicos, utilizando como caminho metodológico algumas estratégias de aprendizagem ativa. Os dados coletados e analisados, por meio do método de Análise Textual Discursiva, mostraram o progresso dos estudantes nas competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, fundamentais para o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes. Para a melhoria da ação pedagógica, uma avaliação mediadora esteve presente em todo o processo de ensino e de aprendizagem, contemplando atividades colaborativas e a autoavaliação. Como produto educacional, foi elaborado um guia didático, intitulado “Tecendo o Letramento Matemático”, que pode ser utilizado por outros professores da Educação Básica.

Palavras-chave: letramento matemático, avaliação externa, área e perímetro de figuras planas, aprendizagem ativa, formação para a cidadania.

ABSTRACT

This work presents results of a research in Science and Mathematics Teaching that consisted of an empirical investigation applied to students of the 9th year of Elementary School on concepts of area and perimeter of two-dimensional figures. The theme investigated arose from the researcher's analysis and reflections on the results of the external evaluations of the Mathematics subject and from the researcher's willingness to improve her pedagogical practice and develop the students' Mathematical Literacy. Starting from the analysis of the results obtained by the 9th grade students of EMEF Presidente Dutra, in the last three editions of the SAEB cognitive tests, with results released until the moment this study was carried out, 2015, 2017 and 2019, the researcher chose to plan and to develop, with 9th grade students, a didactic sequence on area and perimeter of two-dimensional figures. The didactic sequence was based on the Theory of Meaningful Learning and applied through the Three Pedagogical Moments, using some active learning strategies as a methodological path. The collected and analyzed data, through the Discursive Textual Analysis method, showed the students' progress in the competences and abilities of reasoning, representing, communicating and arguing mathematically, fundamental for the development of the students' mathematical literacy. To improve the pedagogical action, a mediating assessment was present throughout the teaching and learning process, including collaborative activities and self-assessment. As an educational product, a didactic guide was prepared, entitled "Developing Mathematical Literacy", which can be used by other Basic Education teachers.

Keywords: mathematical literacy, external assessment, area and perimeter of two-dimensional figures, active learning, training for citizenship.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1(a) – Prova Brasil – Edição 2015 - Resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha – RS	41
Figura 1(b) – Prova Brasil – Edição 2015 - Comparação dos resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com outras instituições de ensino	41
Figura 2(a) – SAEB – Edição 2017 - Resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha – RS	42
Figura 2(b) – SAEB – Edição 2017 -Comparação dos resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com outras instituições de ensino	42
Figura 3(a) – SAEB – Edição 2019 - Resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha – RS	43
Figura 3(b) – SAEB – Edição 2019 - Comparação dos resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com outras instituições de ensino	43
Figura 3(c) – SAEB – Edição 2019 - Desempenho médio da EMEF – Presidente Dutra nas Edições do SAEB	44
Figura 4 – Caderno utilizado como diário de campo	57
Figura 5 – Estudantes trabalhando de forma colaborativa	58
Figura 6 – Estudantes apresentando a resolução para os colegas	60
Figura 7 – Estudantes apresentado a resolução para os colegas	62
Figura 8 – Estudantes realizando a atividade prática 1 – Descobrimo o número π	64
Figura 9 – Estudantes realizando o teste de conhecimentos.....	66
Figura 10 – Situações-problema da avaliação diagnóstica: questões 1 e 6.....	75
Figura 11- Situações-problema da avaliação diagnóstica: questões 2 e 7	76
Figura 12 - Dedução da expressão matemática: área do quadrado	80
Figura 13 - Dedução da expressão matemática: área do triângulo	81
Figura 14 - Área do círculo: aproximação por área conhecida.....	82
Figura 15 - Gráfico: Atividades colaborativas	84
Figura 16 - Registros dos estudantes no diário de campo acerca de estratégias colaborativas...84	

Figura 17 - Desenvolvimento argumentativo do estudante A ₁₇ durante a aplicação da sequência didática	87
Figura 18 - Gráfico: Utilização de metodologias não tradicionais	88
Figura 19 - Atividade prática 1: Descobrindo o número π	92
Figura 20 - Questão do teste de conhecimentos: resolução de estudantes	94
Figura 21 - Gráfico: Interesse dos estudantes em aprender	97
Figura 22 - Gráfico: Progresso da aprendizagem dos estudantes	97

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Escala dos níveis de proficiência e a sua classificação	40
Quadro 2 – Descritores selecionados	45
Quadro 3 – Síntese da sequência didática	54
Quadro 4 – Recorte dos registros dos estudantes no diário de campo	68
Quadro 5 – Resultados dos estudantes na avaliação diagnóstica	69
Quadro 6 – Categorização dos registros dos estudantes no diário de campo	70
Quadro 7 – Registro dos estudantes sobre Letramento Matemático	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Desempenho dos estudantes na avaliação diagnóstica	74
Tabela 2 - Comparativo de desempenho dos estudantes: avaliação diagnóstica x teste de conhecimentos.....	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ATD	Análise Textual Discursiva
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ERCE	Estudo Regional Comparativo e Explicativo
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INSE	Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas de Educação Básica
MEC	Ministério da Educação
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PPGECiMa	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
RCF	Referencial Curricular de Ensino da Rede Municipal de Farroupilha
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO	23
2.1 Sistema de Avaliação da Educação Básica - (SAEB)	23
2.2 Letramento Matemático	24
2.3 A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel	26
2.4 Aprendizagem Ativa	30
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	32
3.1 Caracterização da pesquisa	32
3.2 O contexto e os sujeitos da pesquisa	33
3.3 Instrumentos de coleta de dados	35
3.4 Técnica de análise de dados	36
3.5 Desenvolvimento da pesquisa	38
3.5.1 Primeira etapa: identificação de conteúdo, habilidades e competências a serem desenvolvidas.....	38
3.5.2 Segunda etapa: planejamento de uma sequência didática	46
3.5.2.1 Objetos de conhecimento.....	47
3.5.2.2 Resultados de aprendizagem esperados.....	48
3.5.2.3 Percurso metodológico	49
3.5.2.4 Estratégias.....	50
3.5.2.5 Avaliação	53
3.5.3 Terceira etapa: aplicação da sequência didática	53
3.5.3.1 Primeiro momento pedagógico	55
3.5.3.2 Segundo momento pedagógico	58
3.5.3.3 Terceiro momento pedagógico.....	65
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS CONSTRUÍDOS	67
4.1 Unitarização do <i>corpus</i>	67
4.2 Categorização	69
4.3 Interpretações e resultados	72
4.3.1 A relação do Letramento Matemático com a privação do ser e do ver	72
4.3.2 Um ambiente de aprendizagem ativa: raciocinando, representando, comunicando e argumentando matematicamente.....	79

4.3.3 Índícios de Letramento Matemático dos estudantes e a possibilidade de formação para a cidadania: o estabelecimento de conjecturas e a resolução de problemas	89
5 PRODUTO EDUCACIONAL.	99
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	100
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	106
APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	111
APÊNDICE B - MENSAGEM DE ORIENTAÇÃO DO DIÁRIO DE CAMPO	112
APÊNDICE C - SEQUÊNCIA DIDÁTICA	113
APÊNDICE D - PRODUTO EDUCACIONAL.....	148

1. INTRODUÇÃO

No passado, a preocupação dos sistemas educacionais e dos gestores públicos estava atrelada à quantidade de pessoas analfabetas¹. A educação como direito de todos, devendo ser ministrada pela família e pelos Poderes Públicos, passa a ser definida constitucionalmente pela República² somente em 1934, assegurando, dentre outros direitos, o acesso gratuito ao ensino primário integral e de frequência obrigatória, extensivo aos adultos (BRASIL, 1934, Cap.II).

Atualmente, desde o advento da Carta Magna de 1988, fica claro que a educação é dever do Estado e da família, garantindo o direito à educação a toda pessoa, com ensino público gratuito e ofertado em estabelecimentos oficiais. Assim, a escolarização foi ampliada, sendo a Educação Básica obrigatória e gratuita dos quatro aos dezessete anos de idade e assegurada, inclusive, sua oferta gratuita para toda a pessoa que não teve acesso à educação na idade própria. Para as crianças de até cinco anos de idade, há a garantia de educação infantil em creche e pré-escola. Quanto aos estudantes portadores de alguma deficiência, existe o dever de o Estado ofertar, preferencialmente na rede regular de ensino, o atendimento educacional especializado (BRASIL, 1988, Cap.III).

Ao longo das últimas décadas, os Estados Nacionais passaram a se preocupar não apenas com a disponibilização do acesso e com a frequência dos estudantes às instituições de ensino formal, mas também com a qualidade do ensino ofertado na Educação Básica. É o que fica transparente nas disposições previstas no artigo 205 da Constituição Federal de 1988, onde estabeleceu que a educação visa “ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1988).

A busca pela formação de cidadãos que compreendam seu contexto político, econômico e social é o objetivo de uma nação que pretende se desenvolver e possibilitar o bem-estar de seu povo. Para se obter uma boa formação, são necessários recursos humanos qualificados para ensinar, estruturas físicas para receber bem as pessoas que estão no estágio

¹ O que fica claro na redação da alínea a do Parágrafo Único do artigo 150 da Constituição Federal de 1934, que estabelecia que, no Brasil, a integralidade, gratuidade e frequência obrigatória era restrita apenas ao Ensino Primário, que, segundo o Decreto-Lei nº 8.529, de 2 de janeiro de 1946, teria duração de cinco anos e compreenderia, por exemplo, na disciplina de Matemática, o ensino de iniciação à Matemática, aritmética e geometria. Além do mais, segundo o IBGE, em 1940, apenas 43,78% da população brasileira que estava na faixa de 15 anos ou mais de idade era alfabetizada (IBGE, 1981, p. 256), enquanto hoje, o total alfabetizado da população que está nessa mesma faixa etária é de 93,4% no País (IBGE, 2020, p. 1).

² A legislação do Império já dispunha sobre a educação. A Constituição de 1824 previa, em seu artigo 179, XXXII, que "A Instrução primaria, e gratuita a todos os Cidadãos". Uma simples análise dos resultados do Censo de 1872 permite constatar a inaplicabilidade da norma, pois a maioria da população brasileira era analfabeta à época do levantamento (BRASIL, 1872), passados já 48 anos da vigência da Constituição Imperial e a escravidão ainda existente que impedia a educação a todas as pessoas residentes no País.

de aprendizagem e uma organização pedagógica que permita que o processo educacional seja realizado com sucesso.

Preparar os estudantes para a universidade e todos os seus desafios, para o mercado de trabalho, onde o conhecimento é o alicerce para tomada de decisões e, principalmente, para o pleno exercício da cidadania, que propicia o reconhecimento da pessoa como sujeito ativo dentro de sua realidade nacional, passaram a ser objetivos das nações que almejam a prosperidade de seu povo.

Nasceram mecanismos que buscam orientar os Estados Nacionais a avaliarem a qualidade de sua Educação Básica, que, conjuntamente a outras informações a respeito de seus estudantes, possibilitam a avaliação, a construção e a redefinição de políticas públicas educacionais estratégicas para o desenvolvimento nacional, além de fornecer subsídios que permitem à sociedade conhecer sua realidade³.

Dentre os mecanismos referidos, destacam-se as avaliações externas, tais como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA)⁴ e o Estudo Regional Comparativo e Explicativo (ERCE)⁵, nos quais nações firmam coligação internacional de esforços avaliativos de seus estudantes, e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)⁶, esse no âmbito nacional, que trazem dados informativos sobre os níveis de aprendizagem dos estudantes e, conseqüentemente, da qualidade dos sistemas de ensino.

No cenário atual, as avaliações em larga escala estão ganhando importância no Brasil, servindo como um diagnóstico quanto à qualidade da Educação Básica, oferecendo suporte para que o poder público, nas diferentes esferas federativas, realize as inferências necessárias para melhorar a aprendizagem dos estudantes (ROCHA, 2019).

No ano de 2018, ocorreu a última avaliação da educação brasileira realizada pelo Pisa e os resultados levaram o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), órgão governamental responsável pelas evidências educacionais, a admitir o péssimo resultado do País na publicação intitulada “Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar

³ Necessitando implementar um processo de avaliação nacional do ensino em larga escala, o Brasil criou, no ano de 1988, o Sistema Nacional de Avaliação das Escolas Públicas de 1º Grau - SAEP (BRASIL, 2008, p. 12).

⁴ Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), “O Brasil é o primeiro país sul-americano a aderir ao Pisa 2000 como país convidado” (BRASIL, 2020a).

⁵ De acordo com o INEP, o Brasil participou do Primeiro Estudo Regional Comparativo e Explicativo (PERCE) no ano de 1997, que “reuniu, pela primeira vez, informação comparativa sobre a aprendizagem dos alunos da América Latina e Caribe, de forma regional” (BRASIL, 2020b).

⁶ Segundo o Artigo 2º da Portaria do Ministério da Educação/Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira nº 10, de 08 de janeiro de 2021, “O SAEB é um conjunto de instrumentos que permite a produção e a disseminação de evidências, estatísticas, avaliações, exames e estudos a respeito da qualidade das etapas que compõem a educação básica” (BRASIL, 2021).

em leitura, matemática e ciências no Brasil” (BRASIL, 2019a), evidenciando que a Matemática obteve os piores resultados em comparação às áreas de Leitura e Ciências.

Apurou-se, naquela na Avaliação, que 68,1% dos estudantes brasileiros com 15 anos de idade foram classificados no pior nível de proficiência em Matemática, sendo que, na composição do percentual acima, estão incluídos os 41% do total de alunos participantes da avaliação que não tiveram suas habilidades avaliadas pelo Programa em razão de não atingirem escore mínimo (BRASIL, 2019b). Um pouco antes, na avaliação nacional, o SAEB de 2017 já trazia a público que apenas 4,52% dos alunos egressos do Ensino Médio possuíam conhecimentos matemáticos adequados ao nível de ensino que frequentavam (BRASIL, 2018a).

Deve-se, diante do quadro acima delineado, dentro de um mundo globalizado, onde a informação é passível de comparação sob diversos enfoques, inclusive o seu ordenamento na forma de ranking, atentar aos resultados, geralmente negativos, das avaliações em larga escala recentemente obtidos pelo Brasil, suas unidades de federação e pelos seus municípios.

O baixo desempenho dos estudantes brasileiros nas mais diversas avaliações nacionais e internacionais geram inquietação na população, na imprensa e, também, constantes reflexões da academia, essas geralmente negativas (DE LIMA, *et al.*, 2020), relacionadas à prática metodológica docente e à qualidade do ensino ofertado.

Essa é a situação da Educação no País que alarma governos, imprensa, população e academia. À última compete buscar os dados, revisá-los, compará-los, interpretá-los e propor alternativas que possam solucionar essa verdadeira chaga que compromete o presente e o futuro de gerações de brasileiros.

A Matemática tem papel fundamental na formação para a cidadania. Está presente no cotidiano da população brasileira e é premente que o povo a maneje com maior acurácia, já que a compreensão do mundo, nas suas mais diversas acepções, exige não só os seus rudimentos, mas também o seu correto emprego e interpretação.

Assim, assume a academia o compromisso, não solitário, mas fundamental, de construir e compartilhar estratégias de ensino e de aprendizagem que visem ao aprimoramento da proficiência matemática dos estudantes que frequentam a Educação Básica.

Atualmente, inúmeros são os pesquisadores que dedicam esforços à investigação e à produção acadêmica de temas vinculados às estratégias de ensino e aprendizagem de Matemática, aos currículos, às avaliações em larga escala, analisando-os sob diversas perspectivas, destacando a importância do conceito de Letramento Matemático.

Consoante ao que foi dito, o baixo desempenho em Matemática é problema atual, cuja temática vem aumentando a incidência no debate acadêmico a partir da metade da década passada.

Podem ser citados, para corroborar essa afirmação, alguns estudos desenvolvidos que contemplam as avaliações externas, cujos títulos são: *Reforma curricular, Avaliação em Larga Escala e Pisa: Um Olhar a Partir de Percepções Docentes*, apresentado por Jolandek (2020); *Aprendendo a Ler o Pisa: Avaliação ou Produção de Saberes?* investigado por Oliveira (2015); *Uma Análise Pedagógica dos Dados Estatísticos das Provas de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental do SAEB no Período de 2011 a 2017*, explicado por Rocha (2019); *Políticas de Avaliação da Educação Escolar Brasileira: Ensaio Dialético sobre a Literacia Matemática no PISA/OCDE*, discorrido por Petronzelli (2016); e *Uma proposta didática para o ensino de matemática a partir da análise dos resultados das avaliações externas*, retratado por Duarte (2018).

No que se refere ao conceito de Letramento Matemático, ainda que na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) esteja explicitamente definido, muitos professores ainda não o conhecem. Provavelmente, os educadores já estejam focados no desenvolvimento do Letramento Matemático, embora não o reconheçam com esta denominação, pois pensam que o foco de todo educador é a formação de cidadãos conscientes, reflexivos, críticos e protagonistas de sua história (JOLANDEK, 2020).

A BNCC estabelece o conceito de Letramento Matemático, definindo-o como

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018c, p. 266).

Considerando que o conceito de Letramento Matemático deve permear toda a ação pedagógica que vise à melhoria da qualidade da aprendizagem, surge esta pesquisa que tem por escopo, à luz da BNCC, a busca da pesquisadora por alternativa que vise ao aprimoramento do Letramento Matemático de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, amparada na investigação dos resultados apresentados nas últimas três edições dos testes cognitivos do SAEB. divulgados em 2015, 2017 e 2019.

Dessa forma, será investigada alternativa pedagógica que possa tornar a aprendizagem dos estudantes mais duradoura, e, por conseguinte, preparar pessoas aptas a compreender e a enfrentar os desafios da atualidade, transformando o seu futuro.

A pesquisadora leciona a disciplina de Matemática para a Educação Básica há mais de vinte anos e vivencia, em seu cotidiano, inúmeros desafios, tanto com o ensino e a aprendizagem dos estudantes quanto com os instrumentos e formas de avaliar a aprendizagem. Por estar entre os profissionais que estão na linha de frente da educação, percebe as mudanças comportamentais dos estudantes, o descaso estatal com a educação e as cobranças da sociedade relacionadas à qualidade do Ensino no País.

Atualmente, ocupa o cargo público de professora em uma escola da rede municipal de Farroupilha/RS e, constantemente, reflete sobre as metodologias e estratégias que utiliza no desenvolvimento das aulas com a finalidade de tornar-se uma docente melhor para, conseqüentemente, contribuir para a formação de estudantes mais preparados para enfrentar os desafios da contemporaneidade.

Assim, a pesquisadora buscará apresentar respostas acadêmicas ao problema proposto por esta investigação, qual seja, *como é possível aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede de Ensino do Município de Farroupilha, mediante estratégias de aprendizagem ativa, desenvolverem o seu Letramento Matemático?*

Trata-se de problema de pesquisa contemporâneo, de interesse geral, que almeja contribuir para a melhoria da qualidade do ensino da Matemática na lida profissional da pesquisadora, permitindo aos estudantes situações de aprendizagem que favoreçam o desenvolvimento do Letramento Matemático, que conforme a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) objetiva “[...] atender as necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel de cidadão consciente, crítico e construtivo” (BRASIL, 2010, p.1).

Partindo da análise dos testes cognitivos de Matemática do SAEB e dos descritores da sua matriz de referência (BRASIL, 2008), advieram os conteúdos, as competências e as habilidades que evidenciam as carências dos estudantes participantes das edições anteriores da avaliação externa. Foi, então, selecionado um dos conteúdos a ser desenvolvido com os estudantes por meio de uma intervenção pedagógica.

Desse modo, este trabalho tem como objetivo principal *promover o desenvolvimento do Letramento Matemático de estudantes que estão finalizando o Ensino Fundamental por meio de estratégias de aprendizagem ativa.*

Os objetivos específicos que integram este trabalho de pesquisa são apresentados a seguir:

a) identificar e selecionar, a partir da análise dos resultados obtidos pela EMEF Presidente Dutra, nas últimas três edições dos testes cognitivos do SAEB com resultados divulgados (2015, 2017 e 2019), descritores do teste cognitivo de Matemática, em que os estudantes do 9º ano, conforme plano amostral de cada edição da avaliação externa, não apresentaram proficiência adequada;

b) elaborar uma sequência didática que, a partir dos descritores selecionados, aborde conteúdo que vise ao desenvolvimento das habilidades e competências fundamentais para o Letramento Matemático dos estudantes participantes;

c) aplicar a sequência didática, avaliar se a intervenção pedagógica contribuiu para a construção dos conhecimentos dos estudantes de forma significativa e se proporcionou o desenvolvimento do seu Letramento Matemático;

d) desenvolver, como produto educacional, um guia de atividades em que será apresentada, de forma pormenorizada, a sequência didática utilizada pela pesquisadora e sugestões de estratégias de aprendizagem ativa que favoreçam um aprendizado significativo, com vistas a auxiliar os professores na prática docente, de forma a contribuir com o desenvolvimento do Letramento Matemático de seus alunos.

Para o desenvolvimento das competências e habilidades que possam favorecer a construção dos conceitos relacionados ao conteúdo, a pesquisadora propõe teoria e estratégias de aprendizagem que melhor se ajustem a esse desafio.

Para tanto, a construção da sequência didática apoia-se na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (MOREIRA; MASINI, 1982), no intuito de despertar nos estudantes o interesse pelos números, construindo os conceitos matemáticos de forma mais significativa e duradoura. Quanto às estratégias, a pesquisadora utiliza algumas estratégias de Aprendizagem Ativa difundidas por Elmôr-Filho *et al.* (2019) e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas preconizada por Onuchic *et al.* (2019), tornando os estudantes mais participativos nos processos de ensino e de aprendizagem, protagonistas na construção de seu conhecimento.

Durante a intervenção pedagógica, a pesquisadora esteve imersa no fenômeno de interesse, anotando e registrando todos os fatos pertinentes e relevantes que ocorreram durante o processo, utilizando-se principalmente dos seguintes instrumentos para a coleta de dados: a observação participante delineada por Gil (2008); o diário de campo descrito por Bogdan e Biklen (1994) e, a avaliação diagnóstica elucidada por Luckesi (2005).

Para analisar, compreender e interpretar as informações coletadas com os estudantes durante a intervenção pedagógica foi utilizada a metodologia da Análise Textual Discursiva,

amparada nas explicações de Moraes e Galiuzzi (2020) usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos.

Almejou a pesquisadora, por meio da aplicação de uma sequência didática, desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes que dela participaram, o que poderá favorecer, conseqüentemente, melhores resultados nas avaliações externas a que a escola seja submetida, e prepará-los melhor para a vida, compreendendo que o Letramento Matemático é um instrumento para o alcance da cidadania.

Razões para a investigação do problema apresentado existem e seus resultados satisfatórios, podem, em uma visão mais ampla, contribuir como uma fagulha para apresentação de mais práticas de ensino e aprendizagem contextualizadas, que permitam a melhora da proficiência em Matemática dos alunos da rede municipal de ensino em que a pesquisadora exerce suas atividades docentes.

Já no contexto de seu ambiente do trabalho, a proposta da pesquisadora poderá colaborar com o desenvolvimento do Letramento Matemático dos alunos concluintes do Ensino Fundamental e melhorar, de forma quantitativa, a classificação da EMEF Presidente Dutra nas avaliações externas a que esteja submetida.

À vista disso, este documento foi organizado em oito capítulos. O primeiro, esta introdução, busca esclarecer a respeito do surgimento do tema, da delimitação do problema de pesquisa, da origem do interesse da pesquisadora em realizar esta investigação e a definição dos objetivos deste estudo.

O segundo capítulo apresenta o Referencial Teórico que sustenta esta investigação. Exibe uma breve explicação sobre o SAEB, utilizado na investigação não apenas como fonte de dados conjunturais, mas também como subsídio para a elaboração da intervenção pedagógica; traz o Letramento Matemático, por ser ao mesmo tempo, o conceito norteador do trabalho em sua parte teórica e também o principal objetivo a ser alcançado; discorre a respeito da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, por combinar perfeitamente com abordagens de ensino e de aprendizagem que despertem o interesse dos estudantes, tornando-os cognitivamente ativos e; por fim, faz considerações a respeito da abordagem de ensino centrada no estudante, a Aprendizagem Ativa, em que ocorre a participação ativa de todos os envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem.

No terceiro capítulo, o dos Procedimentos Metodológicos, consta a caracterização da pesquisa, o contexto e os sujeitos da investigação, os instrumentos de coleta de dados e a forma como foram analisados. Esta etapa da investigação é sustentada pelos ensinamentos de Bogdan e Biklen (1994), Damiani (2012), Damiani *et al.* (2013), Gerhardt e Silveira (2009), Gil (2008),

Luckesi (2005) e Moraes e Galiazzi (2020). Nesse capítulo, consta também a apresentação do desenvolvimento da pesquisa, discriminando suas três etapas norteadoras: identificação de conteúdo, competências e habilidades a serem desenvolvidas por meio da intervenção pedagógica; planejamento da sequência didática e; aplicação da sequência didática.

O quarto capítulo apresenta a análise e discussão dos dados construídos por meio da aplicação da sequência didática.

O Produto Educacional, um Guia de atividades que apresenta sugestões para professores da área é proposto no quinto capítulo. O sexto capítulo é destinado à apresentação das considerações finais desta pesquisa.

No sétimo capítulo, o documento é finalizado com a apresentação das referências utilizadas para a sua elaboração. Constam, ainda, em apêndices, documentos e materiais utilizados no desenvolvimento da sequência didática, bem como o Produto Educacional apresentado na sua integralidade.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção, é abordado o referencial teórico que sustenta esta pesquisa. A pesquisadora busca compreender o atual estágio da Educação, mais precisamente da proficiência em Matemática na Escola e no Município onde leciona.

Para tanto, buscou dados oficiais que indicassem um diagnóstico da situação. Faz-se presente na pesquisa o SAEB, tanto como fonte de dados conjunturais quanto como oferecendo subsídios para elaboração da futura intervenção pedagógica, notadamente em relação aos descritores de habilidades matemáticas que os alunos devem possuir como indícios de sucesso de práticas educacionais.

O conceito de Letramento Matemático está presente em todo o desenvolvimento da pesquisa, pois é, ao mesmo tempo, norteador do trabalho em sua parte teórica e objetivo principal a ser alcançado em suas práticas.

A escolha da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel deve-se à sua relevância na atualidade e por se coadunar com abordagens de ensino e de aprendizagem que despertem o interesse dos estudantes e que os tornem cognitivamente ativos.

Por fim, optou-se por uma abordagem de ensino centrada no estudante, a aprendizagem ativa, em que ocorra a participação ativa de todos os envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem, criando um ambiente de colaboração mútua, propiciando interações e reflexões, que poderão contribuir para a construção de conceitos de forma significativa.

2.1. Sistema de Avaliação da Educação Básica- SAEB

No Brasil, a qualidade da Educação Básica é avaliada pelo SAEB por meio da aplicação de questionários e de testes cognitivos elaborados a partir de matrizes de referência que “apresentam tópicos ou temas com descritores que indicam as habilidades de Língua Portuguesa e Matemática a serem avaliadas” (BRASIL, 2008, p. 18).

As questões dos testes de Matemática do SAEB possuem foco na resolução de problemas sendo que “essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 2008, p. 106).

A avaliação do SAEB, além de revelar os níveis de aprendizagem dos estudantes, também explica o contexto no qual os estudantes estão inseridos através da aplicação de questionários socioeconômicos, desvelando fatores que podem estar interferindo na

aprendizagem. Esse instrumento avaliativo possui uma periodicidade bienal e seus dados, apurados em conjunto com as taxas de aprovação, reprovação e abandono obtidas através do Censo Escolar, constituem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) (BRASIL, 2015).

No que se refere à pesquisa, os resultados do teste cognitivo do SAEB têm papel essencial, pois forneceram os dados que indicaram o grau de proficiência em Matemática que, de uma forma geral, os alunos do 9º ano da EMEF Presidente Dutra vêm alcançando nas últimas edições da avaliação externa e permitiram, por sua vez, que fossem aplicadas estratégias de ensino e de aprendizagem que auxiliaram no desenvolvimento das competências e habilidades necessárias à construção dos conceitos abordados durante a intervenção pedagógica proposta.

2.2. Letramento Matemático

Nas últimas décadas, debates acadêmicos foram surgindo em torno da leitura e de sua compreensão, passando estas habilidades a serem compreendidas como processos dinâmicos, contextualizados, com potencial de utilização em diferentes cenários do meio social. De outro modo, para enfrentar a nova realidade social, em que não é suficiente apenas saber ler e escrever, é necessário saber fazer uso da leitura e da escrita para responder às exigências que continuamente são apresentadas pela sociedade, surgindo assim o termo letramento (SOARES, 2009).

A palavra letramento, com o sentido atribuído na contemporaneidade, é a tradução para o Português da palavra da língua inglesa *literacy*, ou seja,

(...) é o estado ou condição que assume aquele que aprende a ler e escrever. Implícita nesse conceito está a ideia de que a escrita traz consequências sociais, culturais, políticas, econômicas, cognitivas, linguísticas, quer para o grupo social em que seja introduzida, quer para o indivíduo que aprenda a usá-la. Em outras palavras: do ponto de vista individual, o aprender a ler e escrever - alfabetizar-se, deixar de ser analfabeto, tornar-se alfabetizado, adquirir a "tecnologia" do ler e escrever e envolver-se nas práticas sociais de leitura e de escrita tem consequências sobre o indivíduo, e altera seu estado ou condição em aspectos sociais, psíquicos, culturais, políticos, cognitivos, linguísticos e até mesmo econômicos; do ponto de vista social, a introdução da escrita em um grupo até então ágrafo tem sobre esse grupo efeitos de natureza social, cultural, política, econômica, linguística. O "estado" ou a "condição" que o indivíduo ou o grupo social passam a ter, sob o impacto dessas mudanças, é que é designado por *literacy* (SOARES, 2009, P. 17-18).

Já o Pisa conceitua o Letramento Matemático como

[...] a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (BRASIL, 2019b, p. 98).

Desse modo, o Letramento Matemático não se limita apenas a terminologias, procedimentos e linguagens. Seu desenvolvimento auxilia os estudantes a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo, a fundamentar suas escolhas e a tomar as decisões esperadas de cidadãos construtivos, comprometidos e reflexivos.

O atual documento norteador da educação brasileira, a BNCC, estabelece que o Ensino Fundamental deve desenvolver o Letramento Matemático, definindo-o como

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018c, p. 266).

Observa-se que o conceito de Letramento Matemático converge para a concepção de que não basta ao aluno desenvolver as habilidades matemáticas para calcular. É necessário que os estudantes tenham capacidade de analisar, compreender e aplicar habilidades matemáticas nos diversos contextos⁷ e situações em que estiverem inseridos, estabelecendo conjecturas, resolvendo os problemas do cotidiano, preparando-se melhor para os desafios da vida. Nesse sentido, o Letramento Matemático contribui para instrumentalizar os estudantes para exercer a cidadania.

De acordo com a BNCC, a resolução de problemas é um dos processos matemáticos considerado, simultaneamente, como objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo

⁷ Nesta pesquisa, para compreensão do conceito de contexto, será utilizada a definição do Pisa, que assim dispõe: “Se a educação matemática deve servir para formar os estudantes como cidadãos ativos e informados, deve-se trabalhar com contextos “reais”, tais como os problemas de economia e o crescimento da população. Isto não exclui contextos fictícios baseados em representações esquemáticas de problemas, assim como o problema do tráfico em uma cidade inexistente” (BRASIL, 2010, p.4).

o Ensino Fundamental. Além disso, é um dos processos matemáticos que pode potencializar o desenvolvimento de competências fundamentais para o Letramento Matemático, compreendido como a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar, permitindo o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas (BRASIL, 2018c, p.266).

Ao selecionar ou elaborar problemas para os estudantes resolverem, o professor deve ficar atento à contextualização, para que o problema tenha sentido e propósito para o estudante, servindo a um fim compreensível. Salienta Polya (1995) que o professor deve evitar interferências excessivas nas ideias dos estudantes, pois a Matemática só é aprendida com a participação ativa dos mesmos.

Segundo a Matriz do Pisa 2012, é fundamental que “os alunos sejam ativos na resolução de problemas, e para isso deverão dominar os processos de Formular, Empregar e Interpretar” (INEP, 2013, p. 1).

Assim, o conceito de Letramento Matemático é fundamental à pesquisa e está presente em todo o processo de desenvolvimento deste trabalho acadêmico, já que, propiciar o desenvolvimento do letramento para os estudantes, seja ele matemático ou de qualquer outra ciência, deve ser o principal objetivo de qualquer docente que labute na Educação Básica.

2.3. A Teoria da Aprendizagem Significativa De David Ausubel

Uma das teorias cognitivistas mais debatidas na academia, devido à sua relevância na atualidade, é a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel, que se desenvolve a partir da premissa de que o cognitivismo pretende descrever o que ocorre quando o sujeito diferencia sistematicamente o igual do diferente, localizando a si próprio no contexto e organiza o seu próprio mundo. Este mundo de significados, origina-se:

À medida que o ser se situa no mundo, estabelece relações de significação, isto é, atribui significados à realidade em que se encontra. Esses significados não são entidades estáticas, mas pontos de partida para a atribuição de outros significados. Tem origem então, a estrutura cognitiva (os primeiros significados), constituindo-se nos “pontos básicos de ancoragem” dos quais derivam outros significados (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 3).

Ausubel reconhece a importância da experiência afetiva, mas concentra-se principalmente na aprendizagem cognitiva, que consiste na ampliação das estruturas cognitivas do sujeito, e enfatiza a aquisição, o armazenamento e a organização das ideias no cérebro.

A estrutura cognitiva é compreendida como o conjunto de propriedades organizacionais de um assunto específico. São abstrações das experiências do indivíduo em um determinado momento, organizadas de forma hierárquica, dos conceitos gerais para os específicos (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 3).

De acordo com Moreira e Masini (1982), para Ausubel, toda a estrutura cognitiva tem pontos de ancoragem, denominados de subsunçores, compreendidos como conceitos já existentes na estrutura cognitiva do sujeito e, portanto, facilitadores para uma nova aprendizagem. Os subsunçores permitem que as novas informações, os novos conceitos, possam ligar-se a eles e, através das relações estabelecidas nesse momento, os novos ensinamentos possam ser internalizados e aprendidos.

O conceito de aprendizagem significativa consiste na ampliação da estrutura cognitiva do estudante com conceitos novos, isto é, construir algo novo a partir de seus conhecimentos prévios. Em outras palavras, uma nova informação relaciona-se com algum aspecto específico da estrutura de conhecimento do estudante e, à medida que consegue apoiar-se em conceitos preexistentes nessa estrutura, os conhecimentos novos adquirem significado, ao passo que, os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva, ocorrendo, assim, a aprendizagem significativa.

Assim, Ausubel ensina que:

O conhecimento é significativo por definição. É o produto significativo de um processo psicológico cognitivo (“saber”) que envolve a interação entre ideias “logicamente” (culturalmente) significativas, ideias anteriores (“ancoradas”) relevantes da estrutura cognitiva particular do aprendiz (ou estrutura dos conhecimentos deste) e o “mecanismo” mental do mesmo para aprender de forma significativa ou para adquirir e reter conhecimentos. (AUSUBEL, 2003, p.4).

Segundo a TAS, o professor deve promover a ocorrência de dois processos na estrutura cognitiva do aprendiz conhecidos como a diferenciação progressiva (alteração do subsunçor) e a reconciliação integrativa (reorganização cognitiva, atribuição de novos significados). Esses processos estão relacionados e ocorrem à medida que a aprendizagem significativa acontece.

Nesse sentido,

a) diferenciação progressiva é o princípio pelo qual o assunto deve ser programado de forma que as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina sejam apresentadas antes e, progressivamente diferenciadas, introduzindo os detalhes específicos necessários. Essa ordem de apresentação corresponde à sequência natural da consciência, quando um ser humano é espontaneamente exposto a um campo inteiramente novo de conhecimento; b) reconciliação integrativa é o princípio pelo qual a programação do material instrucional deve ser feita para explorar relações entre ideias, apontar

similaridades e diferenças significativas, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 21-22).

De acordo com MOREIRA (2010), para que ocorra a aprendizagem significativa, Ausubel sugere a ocorrência de duas condições: na primeira, o material didático a ser utilizado pelo professor durante a prática pedagógica deve ser potencialmente significativo, relacionável à estrutura cognitiva apropriada pelo estudante, de forma não-arbitrária e não-literal, e, na segunda, o estudante precisa estar disposto a aprender, deve manifestar disposição para relacionar, diferenciando e integrando o novo conceito com seus subsunçores relevantes, atribuindo significados a estes conhecimentos.

Moreira (2010, p.9) aconselha que, na ausência de subsunçores, sejam utilizados organizadores prévios, pois os conhecimentos prévios e a sua organização na estrutura cognitiva dos estudantes, na concepção ausubeliana, é o fator mais importante que afeta a aprendizagem e a retenção de novos conhecimentos.

De acordo com a TAS, os professores devem sempre atentar aos conhecimentos prévios de seus estudantes, à bagagem por eles trazida para a sala de aula e ao contexto ao qual estão inseridos. Na inexistência de um subsunçor adequado, o professor poderá utilizar-se de organizadores prévios, designados como materiais introdutórios (vídeos, esquemas, desafios, jogos, dentre outros) que sirvam de ancorador provisório entre o que o estudante sabe e o conceito que o professor pretende que o estudante se aproprie.

Faz-se necessário, nos dias de hoje, o destaque à ponderação de que:

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel é uma teoria sobre a aquisição, com significados, de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino. Há poucas décadas atrás dir-se-ia em “sala de aula”. Hoje, na era das TICs, fica melhor falar em “situação formal de ensino” que pode ser em sala de aula (presencial) ou em um ambiente virtual (a distância) (MOREIRA; 2010, p. 17).

No contexto escolar, é importante a utilização de materiais potencialmente significativos, entendidos como materiais relacionáveis ou incorporáveis à estrutura cognitiva do aprendiz. A linguagem também é um fator importante nos processos de ensino e de aprendizagem, por permitir a interação entre os sujeitos.

A facilitação da aprendizagem significativa também depende da postura do professor durante suas intervenções, no papel de mediador, incluindo a avaliação, que deverá ser sistemática e considerar todo o caminho percorrido, devendo ele observar a significação, a compreensão e a transferência dos conceitos estudados para contextos diferenciados.

No que se refere à avaliação:

[...] a proposta de Ausubel é radical: para ele, a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem significativa é propor ao aprendiz uma situação nova, não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido. [...] a avaliação da aprendizagem significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não. É importante a recursividade, ou seja, permitir que o aprendiz refaça, mais de uma vez se for o caso, as tarefas de aprendizagem. É importante que ele ou ela externalize os significados que está captando, que explique, justifique, suas respostas (MOREIRA, 2010, p. 24).

Isso posto, é importante destacar que a aprendizagem que mais ocorre na escola é a mecânica, muitas vezes memorística, carente de significados.

O professor, considerando as condições e os recursos instrucionais para a ocorrência da aprendizagem significativa, pode adequar seus processos metodológicos. Sua mediação e a implementação de um ensino potencialmente significativo contribuem para que o estudante consiga motivar-se, atribuir significados para os conteúdos e transformar uma aprendizagem mecânica em uma aprendizagem significativa. Ambas as aprendizagens podem ser complementares quando conduzidas com metodologias adequadas, novas posturas e diferentes maneiras de avaliar.

O produto da aprendizagem significativa é a aquisição de significados. Em outras palavras, o significado real para o sujeito aflora quando o significado lógico do material utilizado na aprendizagem “converte-se em conteúdo cognitivo diferenciado e idiossincrático por ter sido relacionado, de maneira substantiva e não arbitrária, e interagido com ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do indivíduo” (MOREIRA, 2006, p.27).

Nesse sentido, na busca de evidências de aprendizagem significativa, Moreira (2006) sugere que o professor proponha aos estudantes, uma tarefa de aprendizagem que dependa sequencialmente de outra e que não possa ser realizada sem a plena compreensão da precedente.

Assim, o estudante demonstrará a aprendizagem significativa por meio da manifestação de evidências de compreensão que revelem a assimilação de conceitos de forma clara, precisa e transferível para contextos diferentes, de forma que sejam adquiridas condições para aplicá-los em questões e na resolução de problemas de forma diversa e não familiar, exigindo do estudante a transformação máxima do conhecimento adquirido (MOREIRA, 2006), contribuindo para a formação de cidadãos mais críticos e protagonistas de sua história.

2.4. Aprendizagem Ativa

A aprendizagem ativa é uma abordagem de ensino centrada nos estudantes que busca torná-los mais responsáveis por sua própria aprendizagem, mais conscientes de suas ações. Difere de métodos de ensino tradicionais que são centrados no professor, em que cabe aos estudantes assistir às aulas e tomar notas, recebendo informações prontas e acabadas passivamente (FELDER; BRENT, 2016).

Nessa abordagem de ensino, estudantes e professores devem estar cognitivamente ativos no ambiente de aprendizagem, ou seja, deve haver participação ativa de todos os envolvidos no processo de aprendizagem, criando um ambiente de colaboração, interação, reflexão e construção de significados para os conceitos que estão sendo desenvolvidos (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

O professor desempenha o papel de mediador e motivador, estimulando a problematização da realidade, a constante reflexão e o trabalho em equipe, valorando as contribuições dos estudantes, fornecendo feedback das tarefas realizadas, elevando sua confiança e autoestima, despertando nos estudantes a vontade de aprender a aprender, visando ao desenvolvimento de competências e habilidades que os conduzam para aprendizagens mais duradouras, significativas e alinhadas com os desafios da contemporaneidade (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

Destarte, os estudantes tornam-se protagonistas dos processos de ensino e de aprendizagem em que, interagindo com seus pares e com o objeto de estudo, dialogando, questionando, pesquisando e refletindo sobre os resultados, atribuem significância aos conceitos em construção.

Nesse sentido, a aprendizagem ativa será mais eficaz se o professor

[...] (1) explica como funcionará e por que é do interesse dos alunos, (2) incentiva proativamente os alunos a entrar em grupos na primeira ou segunda vez que eles são convidados a fazê-lo, (3) evita atividades triviais, (4) mantém as atividades curtas (geralmente menos de três minutos), (5) nem sempre convoca voluntários após as atividades e (6) varia os formatos e durações das atividades e os intervalos entre elas (FELDER; BRENT, 2016, p. 129, tradução nossa).

Os estudantes podem ser incentivados a participar ativamente dos processos de ensino e de aprendizagem em que seu envolvimento ocorra de forma individual, em duplas ou em pequenos grupos, considerando que a aprendizagem ativa “[...] pode ser resultante de qualquer

método instrucional que engaje os estudantes no processo de aprendizagem, o que requer, portanto, que eles executem atividades significativas e raciocinem sobre o que estão fazendo” (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p.40).

Portanto, a ação do estudante, ou seja, o seu protagonismo no próprio processo de aprendizagem, vincula naturalmente a aprendizagem ativa e a aprendizagem significativa, contribui para a sua independência intelectual, tornando-o responsável pelos resultados que pretende atingir.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, é apresentada a metodologia que a pesquisadora utilizou na busca de resultados que pudessem propiciar o desenvolvimento do Letramento em Matemática aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da EMEF Presidente Dutra. Adotou como fundamentação teórica desta etapa da pesquisa os ensinamentos de Bogdan e Biklen (1994), Damiani (2012), Damiani *et al.* (2013), Gerhardt e Silveira (2009), Gil (2008), Luckesi (2005); e Moraes e Galiazzi (2020).

3.1. Caracterização da pesquisa

Embora sua fase introdutória possa ser classificada como documental⁸, esta pesquisa é de natureza aplicada, já que submeteu sua etapa prática aos estudantes que cursam o 9º ano do Ensino Fundamental da EMEF Presidente Dutra, pois uma pesquisa aplicada objetiva "gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais" (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p.37).

A investigação foi conduzida de forma qualitativa, pois analisou resultados dos testes de Matemática aplicados ao 9º ano do Ensino Fundamental da EMEF Presidente Dutra nas últimas três edições dos testes cognitivos do SAEB com resultados divulgados, que ocorreram nos anos de 2015, 2017 e 2019, com a finalidade de identificar conteúdos em que existiam carências cognitivas. Depois dessa etapa, por meio de estratégias de aprendizagem ativa, foi realizada uma intervenção pedagógica, visando à promoção do Letramento Matemático dos estudantes.

Nessa abordagem de pesquisa, Gerhardt e Silveira (2009, p.33-34) esclarecem que não há preocupação com a representatividade numérica, mas com a compreensão aprofundada do fenômeno investigado, destacando que o tamanho da amostra é irrelevante, mas o importante é que ela tenha a capacidade de produzir novas informações.

Com base nos objetivos da pesquisa, de acordo com Gil (2008, p.29), "Uma pesquisa explicativa pode ser a continuação de outra descritiva, posto que a identificação dos fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado".

⁸ Segundo Gil, "Para fins de pesquisa científica são considerados documentos não apenas os escritos utilizados para esclarecer determinada coisa, mas qualquer objeto que possa contribuir para a investigação de determinado fato ou fenômeno. Assim, a pesquisa documental tradicionalmente vale-se dos registros cursivos, que são persistentes e continuados. Exemplos clássicos dessa modalidade de registro são os documentos elaborados por agências governamentais" (GIL, 2008, p. 147).

Nesse sentido, esta pesquisa é descritiva e explicativa, pois, além de buscar compreender, interpretar e explicar os resultados das avaliações da EMEF Presidente Dutra no SAEB, buscou promover, por meio da TAS e das estratégias de aprendizagem ativa, o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes, desenvolvendo habilidades e competências matemáticas permanentes e significativas, propiciando a formação de cidadãos autônomos, conscientes, críticos, aptos a contribuir para o seu próprio desenvolvimento e o da coletividade.

Quanto aos procedimentos, trata-se de uma pesquisa empírica com intervenção pedagógica, pois investigações desse tipo

“[...] envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências” (DAMIANI *et al.*, 2013, p. 58).

Nessa categoria de pesquisa, o planejamento da intervenção e a decisão de execução é função, basicamente, do professor que pretende descrever minuciosamente os procedimentos a serem realizados, avaliando-os e produzindo explicações razoáveis sobre os seus efeitos em relação à aprendizagem dos estudantes, fundamentadas nos dados e na teoria de aprendizagem utilizada.

No decurso da pesquisa, foi realizado o planejamento e a execução de uma intervenção pedagógica com estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental no intuito de aprimorar o seu Letramento Matemático. Inicialmente, buscou-se compreender as dificuldades de aprendizagem para, posteriormente, utilizando estratégias de aprendizagem ativa, transformá-las em aprendizagens significativas.

Por meio dos ensinamentos de Damiani (2012), as ações de planejamento, implementação e avaliação de práticas de ensino inovadoras, com o objetivo de aumentar a aprendizagem dos estudantes, são denominadas de intervenção.

3.2. O contexto e os sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi executada através de uma intervenção pedagógica referente ao componente curricular Matemática com estudantes do 9º ano na EMEF Presidente Dutra, localizada na Avenida Veneza, número 200, Bairro Medianeira, Município de Farroupilha /RS.

A amostra foi constituída por vinte e um (21) estudantes de uma turma de 9º ano do turno da manhã, concluintes do Ensino Fundamental no ano de 2021 com a autorização da direção da EMEF Presidente Dutra. Para que os estudantes participassem do desenvolvimento da pesquisa, foi solicitado aos pais ou responsáveis de cada um deles autorização por meio do documento intitulado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A).

A Escola oferta vagas desde a Educação Infantil até o 9º ano do Ensino Fundamental, distribuídas no turno da manhã e da tarde. À noite, oferece vagas para classes de aceleração do Ensino Fundamental, denominadas de EJA- Educação de Jovens e Adultos.

Quando da aplicação da intervenção pedagógica, a Escola possuía quinhentos e oitenta e dois alunos, distribuídos em sete turmas de Educação Infantil, nove turmas de Ensino Fundamental – séries iniciais, sete turmas de Ensino Fundamental – séries finais, seis turmas de EJA, trinta e oito professores, doze funcionários administrativos e sete estagiários.

A EMEF Presidente Dutra possui aproximadamente mil e duzentos metros quadrados (1200 m²) de área construída, distribuída em onze salas de aula, três banheiros coletivos masculinos para alunos, dois banheiros coletivos femininos para alunas, um banheiro coletivo para professores e funcionários administrativos, uma sala de atendimento educacional especializado, uma biblioteca, um laboratório de informática, um refeitório, uma sala de professores, uma quadra coberta e um parquinho para as crianças da Educação Infantil e primeiros anos do Ensino Fundamental.

A escola ainda disponibiliza sinal de internet sem fio (*wi-fi*), nas salas de aula, com acesso apenas para os professores. Todas as salas de aula dispõem de aparelho *datashow* e algumas possuem ar-condicionado.

Conforme dados disponibilizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) (Brasil, 2019b), o município de Farroupilha conta com dezessete instituições de ensino que oferecem o Ensino Fundamental completo. O IDEB do Município de Farroupilha atingiu a média 6,3. Cabe ressaltar que o Município em 2019 já atingiu a meta de evolução do IDEB definida para 2021, média 6,2. A EMEF Presidente Dutra, no ano de 2019, obteve média no IDEB de 6,7 e sua meta de evolução prevista para 2021 era de 5,6.

Com relação ao nível socioeconômico, a Instituição foi classificada pelo SAEB realizado no ano de 2017 no Grupo 5, o que indica que a maioria dos alunos auferia renda familiar mensal entre 2,5 a 7 salários mínimos e que o pai e a mãe (ou responsáveis) completaram o ensino médio ou superior, conforme dispõe a nota técnica que regulamenta o Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas de Educação Básica (INSE) (BRASIL, 2015).

3.3. Instrumentos de coleta de dados

A investigação realizada possui uma rica fonte de dados e a descrição dos instrumentos de coleta inicia pelos documentos consultados em sua fase inicial, que será chamada de fase documental da pesquisa. Trata-se do momento em que os dados que impulsionam este trabalho, a identificação e a seleção dos descritores do teste cognitivo de Matemática em que os estudantes não apresentaram proficiência adequada, foram obtidos de forma indireta (GIL, 2008, p. 147).

Na fase documental da pesquisa, como instrumentos de coleta dados foram utilizados registros estatísticos e registros documentais escritos.

Como registros estatísticos, de acordo com Gil (2008), serviram de fonte de dados os Boletins do SAEB da EMEF Presidente Dutra dos anos de 2015, 2017 e 2019 obtidos e acessados por meio do portal do Ministério da Educação (MEC).

Também foram utilizados registros escritos fornecidos por instituições governamentais, os chamados registros documentais escritos (GIL, 2008, p.150). Nessa categoria estão inclusos os documentos Escala de Proficiência de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2020d) e a Matriz de Referência de Matemática do SAEB: Temas e seus descritores 9º Ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2020c).

Durante a intervenção pedagógica, na fase aplicada da pesquisa, os dados foram coletados por intermédio do desenvolvimento da sequência didática constituída por três momentos pedagógicos.

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados a observação participante, o diário de campo, a avaliação diagnóstica, os registros dos estudantes realizados durante o desenvolvimento das estratégias de ensino e de aprendizagem ativa, o teste de conhecimentos e a autoavaliação.

No que se refere à observação, trata-se de “[...] uma técnica que faz uso dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Ela consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar” (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p.76).

Nesse sentido, foi realizada a observação participante, definida por Gil (2008, p.103) como “[...] a técnica pela qual se chega ao conhecimento da vida de um grupo a partir do interior dele mesmo”.

O diário de campo é "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.150).

Assim, durante a aplicação da sequência didática, a pesquisadora, atenta aos diferentes aspectos relacionados à aprendizagem dos estudantes, realizou o registro das ações e emoções do cotidiano escolar em um diário de campo.

Nele, anotou impressões descritivas e reflexivas, que permitiram visualizar, através dos dados que estavam sendo coletados, se houve progresso e construção de aprendizagens significativas que favoreceram o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes. Também registrou algumas imagens captadas em diferentes momentos durante a aplicação da sequência didática.

A avaliação diagnóstica foi utilizada como instrumento de coleta de dados para que a pesquisadora obtivesse conhecimento das principais carências dos estudantes no conteúdo selecionado para aplicação da sequência didática, já que “um diagnóstico é um conhecimento que adquirimos através de dados que qualificamos e, por isso, nos permite uma decisão e uma intervenção” (LUCKESI, 2005, p.43).

Os registros dos estudantes, realizados durante a aplicação da sequência didática, constituem o conjunto de documentos que permitiram à pesquisadora acompanhar de forma mais detalhada o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas necessárias ao desenvolvimento do Letramento Matemático dos alunos participantes da pesquisa. São exemplos desse instrumento as resoluções de situações-problema em sala de aula e o diário de campo do aluno.

Depois da realização da intervenção pedagógica, foi aplicado um teste de conhecimentos sobre Área e Perímetro de Figuras Planas em situações-problema diversificadas e contextualizadas com a finalidade de coletar evidências da ocorrência de uma aprendizagem significativa, de modo a fornecer subsídios para a pesquisadora acompanhar e avaliar o crescimento cognitivo dos estudantes.

Como último instrumento de coleta de dados, os estudantes realizaram a autoavaliação, mediante o preenchimento de um formulário avaliativo disponibilizado no *Google Forms*.

Na próxima subseção, será apresentada a descrição da metodologia que foi utilizada para a análise dos dados desta pesquisa.

3.4. Técnica de análise de dados

No momento da intervenção pedagógica, a pesquisadora estava imersa ao fenômeno de interesse, anotando e registrando todos os fatos pertinentes e relevantes que ocorreram durante o processo.

Para analisar, compreender e interpretar as informações coletadas com os estudantes durante a intervenção pedagógica, foi utilizada a metodologia para dados qualitativos denominada de Análise Textual Discursiva (ATD), definida como:

[...] um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes: desconstrução dos textos do *corpus*, a unitarização; estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar do novo emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada (MORAES; GALIAZZI, 2020, p.34).

Assim, a ATD prevê, em sua gênese, uma desorganização e desconstrução do texto, fragmentando-o em unidades de significado. A etapa intermediária, a categorização, estabelece relações e reúne semelhanças, construindo uma nova ordem de compreensão. O objetivo do processo é a elaboração de um metatexto, momento em que o pesquisador descreve, expressa e interpreta os significados dos dados coletados, sempre a partir do *corpus* da análise (MORAES; GALIAZZI, 2020).

Para Moraes e Galiazzi (2020, p.38), “Toda análise textual concretiza-se a partir de um conjunto de documentos denominado *corpus*”. O núcleo do *corpus* da análise é constituído principalmente por textos elaborados especificamente para o estudo que está sendo realizado, assim como publicações pré-existentes como por exemplo, jornais, revistas e resultados de avaliações (MORAES; GALIAZZI, 2020).

Nesse sentido, o *corpus* da análise desta pesquisa foi concebido a partir dos registros da observação participante, da avaliação diagnóstica, dos registros dos estudantes realizados no decurso do desenvolvimento da sequência didática, do teste de conhecimentos e da autoavaliação.

A primeira etapa da análise, denominada de “A desconstrução e a unitarização do *corpus*, consiste num processo de desmontagem ou desintegração dos textos, destacando seus elementos constituintes” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p.40).

O foco da desconstrução inicial esteve voltado para os registros dos estudantes e da pesquisadora, realizados nos diferentes instrumentos de coleta de dados utilizados durante o desenvolvimento da sequência didática. Dessa forma, as concepções dos estudantes a respeito do conceito de área e de perímetro foram investigadas e analisadas, buscando evidências de aprendizagens consolidadas, tendo em vista cada etapa do planejamento, assim como as estratégias utilizadas.

Na segunda etapa do processo da análise, foi realizada a categorização, definida como “[...] um processo de comparação constante entre as unidades definidas no processo inicial da análise, levando a agrupamentos de elementos semelhantes. Os conjuntos de elementos de significação próximos constituem as categorias” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p.44).

A partir da categorização das unidades de significado do *corpus*, foi, então, produzido um metatexto, o Novo Emergente, para descrever e interpretar os sentidos e significados construídos e elaborados, considerando a análise dos registros das categorias e subcategorias organizadas na etapa anterior da ATD (MORAES; GALIAZZI, 2020).

O texto emergente buscou identificar se houve o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes que participaram da pesquisa, apresentando, assim, as interpretações e percepções da pesquisadora, pois, “A qualidade dos textos resultantes das análises não depende apenas de sua validade e confiabilidade, mas é, também, consequência de o pesquisador assumir-se como autor de seus argumentos” (MORAES; GALIAZZI, 2020, p. 54).

Na próxima subseção, será realizada a descrição do desenvolvimento da pesquisa.

3.5. Desenvolvimento da pesquisa

Para o desenvolvimento da pesquisa foram consideradas três etapas norteadoras:

- a) identificação de conteúdo, competências e habilidades em que foi realizada a intervenção pedagógica;
- b) planejamento de uma sequência didática;
- c) aplicação da sequência didática;

A seguir, a pesquisadora descreverá cada uma das etapas.

3.5.1. Primeira etapa: identificação de conteúdo, habilidades e competências a serem desenvolvidas

A primeira etapa do desenvolvimento da pesquisa ocorreu concomitantemente à elaboração do projeto de pesquisa, momento no qual a pesquisadora analisou os resultados obtidos pelos estudantes do 9º ano da EMEF Presidente Dutra na disciplina de Matemática, nas edições do teste cognitivo do SAEB ocorridas nos anos de 2015, 2017 e 2019. Houve a seleção de um conteúdo para a aplicação de uma intervenção pedagógica, a fim de construir

conhecimentos de forma significativa, contribuindo para o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes.

Os testes cognitivos de Matemática do SAEB possuem foco na resolução de problemas e são elaborados a partir de matrizes de referência, que informam as competências e habilidades esperadas dos estudantes para cada ano ou série escolar. Os conteúdos são subdivididos em descritores⁹ que traduzem a associação entre os conteúdos, as habilidades e as competências, indicando o que os itens do teste pretendem aferir (BRASIL, 2008).

As habilidades avaliadas nos testes de Matemática para o 9º ano são organizadas em nove níveis progressivos e cumulativos em uma escala de proficiência, indicando aquelas que devem ser desenvolvidas pelos estudantes em cada nível (BRASIL, 2020c).

No ano de 2017, a Secretaria de Educação Básica do MEC enquadrou os níveis de proficiência já existentes do SAEB em outras três categorias de aprendizagem, que classificou o desempenho dos estudantes, no teste cognitivo de Matemática aplicado ao 9º ano do Ensino Fundamental, em insuficiente, básico e adequado (BRASIL, 2018b)¹⁰. Como insuficiente, foram classificados os três primeiros níveis de proficiência. O desempenho obtido do nível 4 ao nível 6 foi classificado como básico. Os estudantes que obtiveram seu conhecimento considerado adequado, atingiram os níveis 7, 8 e 9 na escala do SAEB (BRASIL, 2018b).

No Quadro 1, é apresentada a síntese da escala dos níveis de proficiência do teste cognitivo de Matemática do SAEB para o 9º ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2020d) e os respectivos níveis de proficiência, que, conforme já mencionado, são: insuficiente, básico e adequado (BRASIL, 2018b).

⁹ Para mais informações sobre os descritores do teste cognitivo do SAEB, acesse a Matriz de Referência de Matemática do Saeb: Temas e seus Descritores 9º ano do Ensino Fundamental. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_professor/o_que_cai_nas_provas/Matriz_de_referencia_de_matematica.pdf. Acesso em: 22 nov. 2022.

¹⁰ Buscando não estender o assunto, é digno de nota que a classificação do MEC, apresentada pelo órgão em 2017, foi contestada e não foi adotada na divulgação dos resultados de 2019. No entanto, como esta proposta de pesquisa tem natureza qualitativa, pois busca melhorar o Letramento Matemático dos estudantes, classificações só interessarão, ao fim e ao cabo, quando aferirem a melhora da proficiência desses alunos. Assim, fica justificada a utilização do critério de avaliação criado pela Secretaria de Educação Básica do MEC nesta pesquisa, já que utiliza, além de critérios quantitativos, critérios qualitativos ao vincular o desempenho dos estudantes a competências e habilidades que constam da Matriz de Referência de Matemática do Saeb.

Quadro 1 – Escala dos níveis de proficiência e a sua classificação

Nível	Classificação dos níveis
Nível 1 Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225	Insuficiente
Nível 2 Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250	
Nível 3 Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275	
Nível 4 Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300	Básico
Nível 5 Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325	
Nível 6 Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350	
Nível 7 Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375	Adequado
Nível 8 Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400	
Nível 9 Desempenho maior ou igual a 400	

Fonte: Tabela organizada pela pesquisadora a partir das publicações: Evidências da Edição 2017 (BRASIL, 2018b) e da Escalas de proficiência do Saeb (BRASIL, 2020d).

A interpretação pedagógica dos níveis de proficiência é o resultado dos acertos de determinados itens da prova. Devido a esse fato, é possível identificar e compreender quais são as dificuldades dos estudantes a serem superadas (BRASIL, 2008, p.8). Em outras palavras, para compreender os resultados dos testes cognitivos do SAEB, é necessário amparar-se nas escalas de proficiência¹¹.

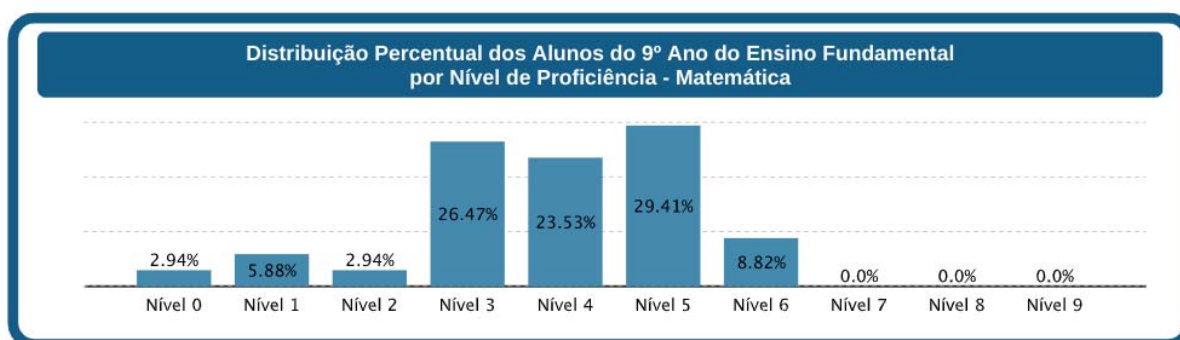
Considerando essas escalas, apresenta-se a seguir os boletins de desempenho dos estudantes do 9º ano da EMEF Presidente Dutra na disciplina de Matemática nas três últimas edições do SAEB com resultados publicados até o início desta pesquisa, nos anos de 2015, 2017 e 2019. Os resultados dos boletins de desempenho da EMEF Presidente Dutra foram analisados e comparados aos de outras instituições.

As Figuras 1(a) e 1(b) apresentam os resultados do teste cognitivo do SAEB da EMEF Presidente Dutra e a comparação dos resultados com os de outras instituições na edição de 2015.

¹¹ A escala de proficiência do SAEB para o 9º ano pode ser obtida no documento acessando o documento *Escalas de Proficiência do SAEB*. (BRASIL, 2020d). Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_d_e_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso em: 22 nov. 2022.

Figura 1 – Prova Brasil – 2015

(a) Resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha – RS



(b) Comparação dos resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com outras instituições de ensino

Distribuição dos Alunos por Nível de Proficiência em Matemática

	Nível 0	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
Sua Escola	2,94%	5,88%	2,94%	26,47%	23,53%	29,41%	8,82%	0,00%	0,00%	0,00%
Escolas Similares	4,95%	9,22%	17,52%	20,21%	19,73%	16,15%	8,39%	2,78%	0,88%	0,16%
Total Município	3,99%	7,52%	12,45%	17,04%	17,80%	21,14%	13,12%	5,64%	0,62%	0,68%
Total Estado	9,68%	13,77%	18,27%	22,20%	18,11%	11,22%	4,54%	1,59%	0,51%	0,11%
Total Brasil	12,41%	16,48%	19,35%	18,58%	15,01%	9,44%	5,15%	2,41%	0,88%	0,28%

Fonte: Figuras retiradas do Boletim de desempenho da Prova Brasil. Disponível em: <http://sistemasprovaBrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.scam>. Acesso em: 01 nov. 2022.

Na edição de 2015, 34 estudantes de 9º ano realizaram a prova. Observa-se, por meio dos dados da Figura 1(a), que o nível de proficiência mais alto atingido pelos estudantes foi o nível 6, ou seja, nível atingido por 8,82% dos estudantes. Embora a escala apresente 9 níveis, os resultados apontaram que 2,94% dos estudantes obtiveram desempenho menor que 200 pontos, indicados nos resultados como nível 0, sugerindo que é necessária atenção especial para estes estudantes por não terem demonstrado habilidades elementares na etapa escolar¹².

Como a maior parte dos estudantes estavam nos níveis 4, 5 e 6, de acordo com a escala dos níveis de proficiência, a EMEF Presidente Dutra, na edição de 2015, pode ser classificada

¹² Segundo o documento *A Escala de Proficiência de Matemática: 9º ano do Ensino Fundamental*, a Prova Brasil não utilizou itens do 9º ano que avaliam as habilidades do Nível 0. Os estudantes do 9º ano com desempenho menor que 200 requerem atenção especial, pois ainda não demonstram habilidades muito elementares que deveriam apresentar nessa etapa escolar”. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso em: 01 nov. 2022.

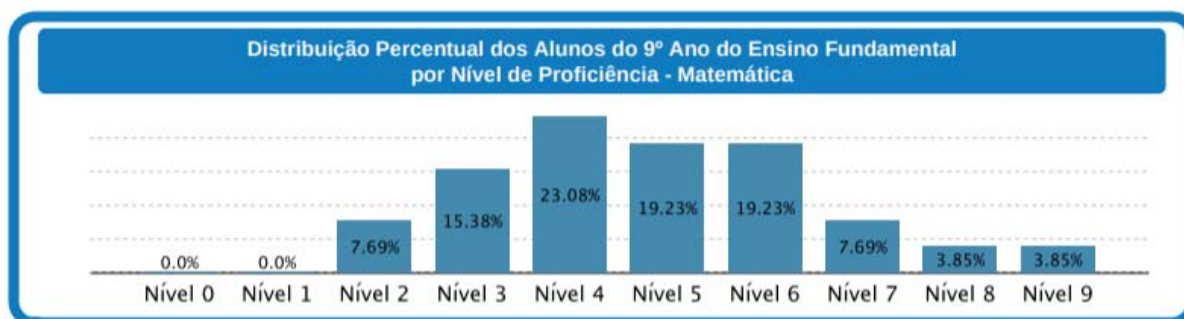
como nível básico de proficiência no teste cognitivo de Matemática do SAEB, conforme é possível visualizar na Figura 1(a).

Na Figura 1(b), quando comparado o desempenho dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com o desempenho de estudantes de escolas similares, verifica-se que nenhum estudante da EMEF Presidente Dutra conseguiu atingir os níveis de proficiência mais elevados, 7, 8 ou 9.

As Figuras 2(a) e 2(b) mostram os resultados dos estudantes no teste cognitivo do SAEB da EMEF Presidente Dutra e a comparação dos resultados com os de outras instituições na edição de 2017.

Figura 2 – SAEB – Edição 2017

(a) Resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha - RS



Fonte: Figura retirada do Boletim de desempenho da Prova Brasil. Disponível em:

<http://sistemasprovaBrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.seam>. Acesso em: 01 nov. 2022.

(b) Comparação dos resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com outras instituições de ensino

Distribuição dos Alunos por Nível de Proficiência em Matemática										
	Nível 0	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
Sua Escola	0.00%	0.00%	7.69%	15.38%	23.08%	19.23%	19.23%	7.69%	3.85%	3.85%
Escolas Similares	2.94%	4.68%	10.31%	19.97%	27.97%	19.17%	10.83%	2.63%	0.96%	0.55%
Total Município	2.94%	4.57%	9.99%	16.31%	20.75%	20.99%	14.05%	7.71%	2.14%	0.57%
Total Estado	8.68%	10.04%	17.01%	20.00%	18.75%	13.65%	7.29%	3.20%	1.08%	0.31%
Total Brasil	13.53%	13.67%	17.95%	17.96%	15.37%	10.80%	6.22%	2.92%	1.25%	0.33%

Fonte: Figura retirada do Boletim de desempenho da Prova Brasil. Disponível em: <http://sistemasprovaBrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.seam>. Acesso em: 01 nov. 2022.

Nessa edição, a escola possuía 27 estudantes matriculados no 9ºano e 26 realizaram a prova. Através dos dados da Figura 2(a), constata-se que a menor proficiência, atingida por 7,69% dos estudantes, foi o nível 2 e, ao se comparar com o desempenho da edição de 2015, Figura 1(a), verifica-se que, naquela edição, 8,82% dos estudantes participantes atingiram

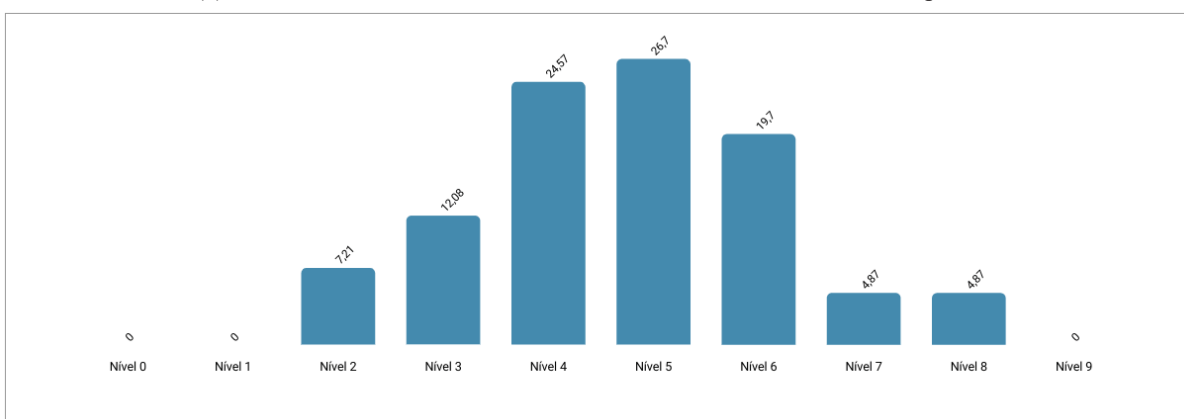
proficiência até o nível 1 e 2,94% dos estudantes, o nível 2. Assim, fica claro que as habilidades mais elementares foram desenvolvidas por um número maior de estudantes entre as duas aplicações.

Na comparação do desempenho dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com o desempenho de estudantes de escolas similares, Figura 2(b), verifica-se que 3,85% dos seus estudantes conseguiram atingir o último nível da escala de proficiência, superando o desempenho de escolas similares.

Por fim, as Figuras 3(a), 3(b) e 3(c) apresentam os resultados dos estudantes no teste cognitivo de Matemática do SAEB da EMEF Presidente Dutra e a comparação dos resultados com os de outras instituições na edição de 2019.

Figura 3 – SAEB 2019

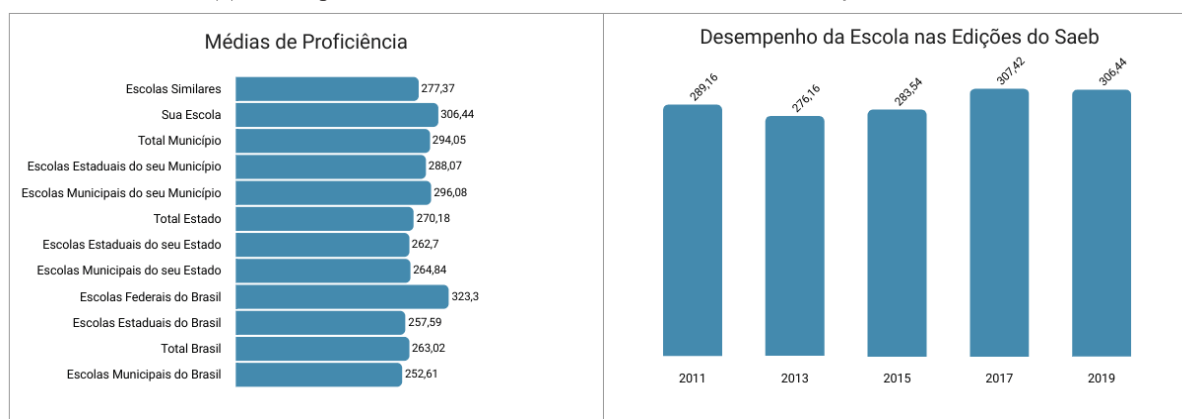
(a) Resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha – RS



(b) Comparação dos resultados dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com outras instituições de ensino

Distribuição Percentual dos Alunos do 9º ano de Ensino Fundamental por Nível de Proficiência										
	Nível 0	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
Sua Escola	0.00%	0.00%	7.21%	12.08%	24.57%	26.70%	19.70%	4.87%	4.87%	0.00%
Escolas Similares	8.56%	6.12%	13.61%	17.61%	25.04%	19.51%	6.78%	2.38%	0.39%	0.00%
Total Município	2.51%	4.79%	8.53%	15.62%	19.06%	24.66%	16.37%	5.80%	2.66%	0.00%
Total Estado	8.30%	8.85%	14.76%	19.67%	21.22%	15.56%	7.72%	2.94%	0.97%	0.00%
Total Brasil	12.43%	11.43%	15.77%	18.17%	17.79%	12.89%	6.89%	3.27%	1.36%	0.00%

(c) Desempenho médio da EMEF Presidente Dutra nas Edições do SAEB



Fonte: Figuras retiradas do Boletim de desempenho do Saeb. Disponível em: <http://saeb.inep.gov.br/saeb/resultado-final-externo/boletim?anoProjeto=2019&coEscola=43061435>. Acesso em: 01 nov. 2022.

Na edição do SAEB de 2019, dos 46 estudantes matriculados no 9º ano, 41 realizaram a prova. Observa-se, através dos dados apresentados na Figura 3(a), que o nível mais alto atingido pelos estudantes foi o nível 8, por 4,87% dos estudantes. Os resultados demonstram que 7,21% dos estudantes atingiram o nível 2 na escala de proficiência, o menor desta edição. A maioria dos estudantes, 70,97%, atingiu os níveis 4, 5 ou 6, classificados como nível básico, ao se adotar os critérios de classificação segundo a Secretaria de Educação Básica do MEC.

Comparando o desempenho dos estudantes da EMEF Presidente Dutra com o desempenho de estudantes de escolas similares, Figura 3(b), verifica-se que alguns estudantes da EMEF Presidente Dutra atingiram os níveis de proficiência mais elevados, 7 e 8, superando o desempenho de estudantes de escolas similares.

Na Figura 3(c), observa-se um aumento na proficiência média dos estudantes no período em que a EMEF Presidente Dutra participou das edições do SAEB.

A partir da análise dos resultados obtidos pelos estudantes da EMEF Presidente Dutra de Farroupilha/RS nas três últimas edições das avaliações externas a que foi submetida, observa-se que houve progresso, pois, a porcentagem de estudantes que se encontrava nos níveis de proficiência 1, 2 e 3, classificado como insuficiente, foi diminuindo ao longo das edições. Entretanto, os níveis 7, 8 e 9, considerados de proficiência adequada, são atingidos por uma minoria de estudantes, demonstrando que muitas habilidades e competências possuem margem para aprimoramento.

Dessa forma, considerado o desempenho médio obtido nas edições do SAEB de 2015, 2017 e 2019 e a interpretação dada pela Secretaria de Educação Básica do MEC, a Escola e o

Município em que a pesquisadora leciona a disciplina de Matemática não alcançaram o nível de proficiência adequado¹³.

É importante destacar que, a EMEF Presidente Dutra não apresentou no período, do ano de 2015 até o ano de 2019, rotatividade de professores que ministraram a disciplina de Matemática, contando com os mesmos recursos humanos e, provavelmente, as mesmas práticas metodológicas de ensino e de aprendizagem.

Nessa perspectiva, analisando os temas e os descritores que constam na Matriz de Referência de Matemática do SAEB (BRASIL, 2020c) e os níveis de proficiência obtidos no teste cognitivo pelos estudantes do 9ºano, nas edições do SAEB ocorridas nos anos de 2015, 2017 e 2019, evidenciou-se a necessidade de aprimorar o conhecimento dos estudantes em vários conteúdos, que na avaliação externa estão subdivididos em descritores que traduzem a associação existente entre conteúdos, habilidades e competências.

Assim, para verificar se é possível desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes, considerando o período em que a humanidade é acometida pela Pandemia da Covid-19 e o tempo disponível em cronograma para aplicação prática deste projeto, a pesquisadora optou por elaborar uma sequência didática a ser desenvolvida mediante a utilização de estratégias de aprendizagem ativa sobre Área e Perímetro de Figuras Planas, com o intuito de promover o desenvolvimento das habilidades e das competências de seus alunos, com base nos descritores relacionados no Quadro 2.

Quadro 2 – Descritores selecionados

D5	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
D11	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D15	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

Fonte: Quadro organizado pela pesquisadora a partir da publicação: Matrizes de referência de língua Portuguesa e Matemática do Saeb: documento de referência do ano de 2001. (BRASIL, 2020c, p.15).

O conceito de competência é considerado na BNCC como

[...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018c, p.8).

¹³ Tanto a EMEF Presidente Dutra quanto o Município de Farroupilha, ao se considerar a interpretação da Secretaria do MEC, estariam no nível básico de aprendizagem.

É possível perceber que competência é um conceito amplo que para ser desenvolvido considera o domínio, não apenas de aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes, mas de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores.

O conceito de habilidade é definido na BNCC como expressão das “[...] aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares. Para tanto, elas são descritas de acordo com uma determinada estrutura” (BRASIL, 2018c, p.29)¹⁴.

Considerando os descritores selecionados D5 e D11, é possível verificar que estão inseridos na unidade temática Geometria, de acordo com a BNCC, onde está proposto que “estudar posição e deslocamento no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos” (BRASIL, 2018c, p. 271).

Já os descritores selecionados D12, D13 e D15 fazem parte da unidade temática Grandezas e medidas que, conforme previsto na BNCC, “as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade” (BRASIL, 2018c, p.273).

Como os descritores estão vinculados a competências, habilidades e conteúdos, a pesquisadora considerou a possibilidade de alinhá-los com a BNCC. Assim, foram elencados os seguintes objetos de conhecimento a serem abordados na sequência didática: perímetro de figuras planas; área de figuras planas; área do círculo e comprimento de sua circunferência; equivalência de figuras planas, cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas em outras, como triângulos e quadriláteros, cujas áreas podem ser facilmente determinadas.

Na subseção a seguir, passa-se ao detalhamento da sequência didática utilizada na intervenção pedagógica.

3.5.2. Segunda etapa: planejamento da sequência didática

A melhoria da qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática está intimamente ligada à qualidade das ações pedagógicas planejadas e às estratégias utilizadas em sala de aula.

Para que um planejamento seja eficiente, é necessário que seja bem redigido, com orientações claras, práticas e objetivas, considerando-se que "o plano é composto pelas

¹⁴ Na BNCC, as habilidades contemplam em sua estrutura: “Verbo(s) que explicita(m) o(s) processo(s) cognitivo(s) envolvido(s) na habilidade”; “Complemento do(s) verbo(s), que explicita o(s) objeto(s) de conhecimento mobilizado(s) na habilidade”; “Modificadores do(s) verbo(s) ou do complemento do(s) verbo(s), que explicitam o contexto e/ou uma maior especificação da aprendizagem esperada” (BRASIL, 2018c, p.29).

seguintes partes: identificação, objetivos, conteúdos, estratégias, avaliação, o cronograma e bibliografia"(MASETTO, 1996, p.86).

O planejamento deve partir da realidade concreta, tanto dos sujeitos, quanto do objeto de conhecimento e do contexto em que se dá a ação pedagógica (VASCONCELLOS, 2000, p.106).

Ao planejar, o professor deve considerar a realidade na qual os estudantes estão inseridos, identificar conhecimentos prévios acerca de um determinado assunto, verificar quais são os recursos didáticos disponíveis, organizar a distribuição do tempo para o desenvolvimento de cada objeto de conhecimento, listar os resultados de aprendizagem esperados, e, de posse dessas informações, sistematizar ações que favoreçam a construção de conhecimentos dos estudantes durante o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem.

À luz das considerações até aqui elencadas sobre o planejamento dos processos de ensino e de aprendizagem, foi organizada uma sequência didática sobre Área e Perímetro de Figuras Planas.

3.5.2.1. Objetos de conhecimento

Para Masetto (1996), os conteúdos podem ser selecionados e organizados a partir da definição dos objetivos. O autor sugere que os professores selecionem assuntos que estejam relacionados com a vida e a realidade dos estudantes, que sejam adequados à sua faixa etária e que despertem interesse e curiosidade nos mesmos, repercutindo em novos desafios. Além disso, os conteúdos devem ser atuais e, na medida do possível, permitir a integração entre várias áreas do conhecimento humano.

Assim, como os descritores listados, já apresentados no Quadro 2, estão vinculados a competências, habilidades e conteúdos, os objetos de conhecimento a seguir foram contemplados no planejamento da sequência didática: perímetro de figuras planas; área de figuras planas; área do círculo e comprimento de sua circunferência; equivalência de figuras planas e; cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas em outras, como triângulos e quadriláteros, cujas áreas podem ser facilmente determinadas.

Considerando os objetos de conhecimento citados acima, serão descritas, no tópico a seguir, as habilidades e as competências que se espera que os estudantes desenvolvam mediante a aplicação da sequência didática.

3.5.2.2. Resultados de aprendizagem pretendidos

O estabelecimento dos objetivos de aprendizagem orienta o professor quanto à seleção dos conteúdos, na escolha das estratégias de ensino, na organização do processo de avaliação e, além disso, indicará o caminho para o estudante que estará ciente do que esperar da aula, da disciplina ou do curso (MASETTO, 1996).

A taxionomia proposta por Bloom *et al.* (1956) é um instrumento que tem como objetivo ajudar no planejamento, na organização e no controle dos objetivos de aprendizagem. Bloom e seus colaboradores consideram que a aprendizagem ocorre simultaneamente em três domínios: o cognitivo, o afetivo e o psicomotor.

Os seis níveis cognitivos originalmente estabelecidos por Bloom *et al.* (1956) foram ordenados em uma hierarquia de menor para maior complexidade, da seguinte forma: conhecimento, compreensão, aplicação, análise, síntese e avaliação.

Anderson e Krathwohl (apud ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p. 164 - 165) revisaram a taxionomia de Bloom original para adequá-la aos objetivos da educação moderna, substituindo os substantivos por verbos ativos, a fim de expressarem de forma mais coerente os resultados de aprendizagem almejados, passando a descrever os níveis da seguinte forma: lembrar, entender, aplicar, analisar, avaliar e criar.

Embora a nova taxionomia continue organizada de forma hierarquizada, ela é flexível e permite a interpolação das categorias durante todo o processo de ensino e de aprendizagem (FERRAZ; BELHOT, 2010).

Assim, tendo em vista os domínios cognitivo, afetivo e psicomotor, durante o desenvolvimento da sequência didática, planejamos o desenvolvimento das seguintes habilidades e competências, pelos estudantes participantes, conforme previsto na BNCC (BRASIL, 2018c):

- a) compreender e diferenciar os conceitos de área e perímetro;
- b) resolver situações-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas;
- c) deduzir fórmulas matemáticas para o cálculo da área de triângulos e de quadriláteros;
- d) resolver situações-problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas;
- e) compreender e diferenciar a área do círculo do comprimento da circunferência;
- f) aplicar as fórmulas matemáticas deduzidas para resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo de área de figuras geométricas, (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações-problema diversificadas e contextualizadas;

- g) analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrilátero ao se ampliarem ou reduzirem igualmente, as medidas de seus lados;
- h) buscar e construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade;
- i) desenvolver a leitura, a interpretação, o senso crítico e a argumentação.

Na próxima subseção, descreve-se a metodologia utilizada para a organização da sequência didática, apresentando as estratégias de aprendizagem ativa utilizadas para o seu desenvolvimento.

3.5.2.3. Percurso metodológico

A sequência didática foi organizada nos Três Momentos Pedagógicos propostos por Delizoicov e Angotti (1990, p.21). Os autores consideram que, no planejamento, os professores “[...] detalham indicações metodológicas para o desenvolvimento dos conteúdos a nível teórico e experimental”. O primeiro momento pedagógico destina-se à problematização inicial. No segundo, o conhecimento é organizado e, no terceiro momento, além de ser uma continuidade do segundo momento, é dedicado à aplicação do conhecimento.

Delizoicov e Angotti (1990) destacam a importância de serem escolhidas situações-problema em grau crescente de dificuldade, exigindo do estudante habilidades diferentes da simples aplicação, envolvendo também a conceituação, a análise e, sempre que possível, a síntese.

Os Três Momentos Pedagógicos foram desenvolvidos mediante a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através¹⁵ da Resolução de Problemas, preconizada por Onuchic *et al.* (2019) e por algumas estratégias de aprendizagem ativa difundidas por Elmôr-Filho *et al.* (2019), a saber: a Sala de Aula Invertida; Pense-discuta com um colega-compartilhe com o grande grupo, em inglês *Think-Pair-Share* (TPS); e Exercícios em sala de aula (*In-class exercises*), com a pretensão de tornar os estudantes mais participativos nos processos de ensino e de aprendizagem, sendo protagonistas na construção do próprio conhecimento.

¹⁵ Onuchic *et al.* esclarecem que “a expressão “através” - significando “ao longo”, “no decurso” - enfatiza o fato de que ambas, Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (2019, p. 33).

3.5.2.4. Estratégias

De acordo com Masetto (1996, p.95), as estratégias são “os meios de que o professor se utiliza para facilitar a aprendizagem, ou seja, para que os objetivos daquela aula, daquele conjunto de aulas ou de todo o curso sejam alcançados pelos seus participantes”.

As estratégias incluem toda organização da sala de aula que facilite a aprendizagem do estudante, tais como a disposição dos móveis, a organização e a exploração do espaço da sala de aula, a movimentação física de estudantes e professores, materiais diversificados, visuais e sonoros, visitas orientadas fora do ambiente escolar e assim por diante (MASETTO, 1996).

A preferência pela utilização de estratégias de aprendizagem ativa no desenvolvimento da sequência didática decorre do fato de que estudantes cognitivamente ativos nos processos de ensino e de aprendizagem estarão mais suscetíveis à construção de aprendizagens mais significativas e duradouras (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019; FELDER; BRENT, 2016; OCDE, 2018).

A seguir, é detalhada brevemente a abordagem pedagógica denominada sala de aula invertida e as estratégias e métodos instrucionais que foram utilizados no desenvolvimento da sequência didática.

A abordagem pedagógica denominada sala de aula invertida consiste em uma estratégia de aprendizagem ativa que inverte a lógica do ensino tradicional, ou seja, os estudantes “fazem o trabalho da sala de aula em casa e o trabalho de casa na sala de aula” (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p.45).

A sala de aula invertida tem a pretensão de estimular a interação aluno-aluno e aluno-professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto no papel do aluno. Essa abordagem é desenvolvida em três momentos, a saber: Pré-aula, Aula e Pós-aula.

O momento Pré-aula tem como objetivo preparar os estudantes para uma aula produtiva. O professor prepara o conteúdo, compartilha com os estudantes e planeja atividades. Já os estudantes, acessam os conteúdos indicados ou disponibilizados pelo professor, podendo, também, responder a alguns questionamentos.

O momento Aula tem como objetivo aprofundar os conhecimentos através de atividades em sala de aula. O professor esclarece dúvidas e procura “estimular habilidades de ordem superior tais como analisar, sintetizar e criar, bem como o trabalho em equipe, pensamento crítico, resolução de problemas, dentre outras” (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p.48).

No momento Pós-aula, o professor disponibiliza alguma tarefa de casa sobre os conhecimentos aprofundados na Aula e indica ou disponibiliza materiais para a próxima aula. Os estudantes revisam conteúdos, realizam atividades, complementando seus aprendizados.

A estratégia de discussão cooperativa, *Think-Pair-Share* (TPS), Pense-discuta com um colega-compartilhe com o grande grupo, foi desenvolvida por Frank Lyman e seus colegas na Universidade de Maryland em 1981 (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019). É estruturada em três etapas de ação do estudante.

Na etapa 1, denominada “Pense”, cada estudante pensa para solucionar determinada questão de forma individual. O professor combina com os estudantes quanto tempo terão para pensar sobre cada questão.

A seguir, na etapa 2, denominada “Discuta com um colega”, cada estudante escolhe um colega para discutir sobre a melhor solução para cada questão. O tempo para debate é predeterminado pelo professor.

Por fim, na etapa 3, “Compartilhe com o grande grupo”, os estudantes compartilham suas conclusões com os demais colegas. O professor conclui a atividade realizando uma síntese das respostas corretas, apresentando para os estudantes os pontos importantes que ainda não tenham sido considerados, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem e aproveitando para revisar aspectos que não ficaram claros.

Na estratégia TPS, são enfatizadas as produções dos estudantes em cada uma das etapas, tendo como foco principal a preparação para discussões mais construtivas e ativas em sala de aula (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

A estratégia cooperativa de aprendizagem *In-class exercises* (Exercícios em sala de aula), formalizada por Richard Felder (1997), também foi utilizada, pois “tem como principais objetivos promover a aprendizagem mais profunda do material estudado e um comportamento em sala de aula mais focado, mais ativo e cooperativo” (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p. 86).

Assim como a TPS, a estratégia *In-class exercises* é desenvolvida em etapas. São quatro as etapas para o seu desenvolvimento.

Na etapa 1, o professor separa ou solicita que os estudantes formem grupos, de dois a quatro membros, para resolver uma lista de exercícios. Um membro do grupo é indicado para fazer os registros das resoluções dos exercícios.

Durante a execução da etapa 2, o professor circula entre os grupos, esclarece dúvidas, através de breves exposições dialogadas, verifica se todos os estudantes estão envolvidos ativamente na realização da tarefa e se o membro encarregado de registrar as resoluções está desempenhando a sua função.

Na etapa 3, ao término do tempo combinado, o professor solicita aos estudantes, de forma aleatória, que apresentem a resolução do exercício realizada pelo seu grupo. A avaliação de desempenho do estudante escolhido para a apresentação da resolução será estendida para os demais membros do grupo, por isso é importante que todos os estudantes realizem a atividade com empenho e responsabilidade (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

No final da aula, considerada a etapa 4, “o professor recolhe alguns ou todos os registros gerados pelos grupos” (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p. 87), a fim de analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros, que podem demonstrar se a aprendizagem, de fato, ocorreu, além de fornecer informações importantes sobre o que precisa ser revisto, analisado e discutido.

Na perspectiva do ensino de Matemática através da resolução problemas, “Matemática e resolução de problemas são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (ONUCHIC *et al.* 2019, p. 32).

De acordo com Onuchic e Alevatto (2011), a resolução de problemas pode ser pensada como uma metodologia que pode ser utilizada como ponto de partida para a construção de novos conceitos, considerando os estudantes como co-construtores do próprio conhecimento, cabendo aos professores a responsabilidade de conduzir e mediar os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Para orientar os professores que pretendem utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na condução de suas aulas, Onuchic (2013) sugere um roteiro de desenvolvimento com nove etapas, sendo elas:

- j) preparação do problema gerador, que pode ser selecionado, elaborado pelo professor ou pelos estudantes;
- k) leitura individual realizada pelo estudante, que busca a compreensão individual do problema proposto;
- l) leitura em pequenos grupos, permitindo que os estudantes expressem suas ideias aos demais colegas do grupo;
- m) resolução do problema de forma cooperativa e colaborativa;
- n) observação e incentivo do professor para que os estudantes utilizem seus conhecimentos prévios e as operações matemáticas já conhecidas;
- o) registros das resoluções de cada grupo na lousa;
- p) plenária, ou seja, discussão das diferentes resoluções;
- q) busca do consenso, isto é, escolha do resultado correto;
- r) formalização do conteúdo em linguagem matemática.

3.5.2.5. Avaliação

Ao longo do desenvolvimento da sequência didática, a avaliação foi considerada como um processo contínuo e formativo em um contexto de aprendizagem ativa e significativa, em que cada estudante é protagonista na construção do próprio conhecimento.

Nesse sentido, a avaliação acompanhou todo o processo de ensino e o de aprendizagem e não só um momento privilegiado, uma prova ou teste, pois é um instrumento de feedback contínuo para estudantes e professores. Refere-se ao alcance, ou não, dos objetivos de aprendizagem, tendo em vista a correção de possíveis distorções, já que “o processo de avaliação se coloca como elemento integrador e motivador e não como uma situação frequentemente carregada de ameaça, pressão ou terror” (MASETTO, 1996, p.98).

Com esse entendimento, compreendendo a avaliação como um processo contínuo e formativo, Moreira (2013, p.32) justifica que “A avaliação da aprendizagem significativa não pode ser apenas somativa (final); deve ser também formativa (durante o processo) e recursiva (aproveitando o erro), permitindo que o aluno refaça as tarefas de aprendizagem”. Em outras palavras, a avaliação é parte integrante do processo pedagógico que permite ao professor acompanhar o progresso cognitivo dos estudantes e, através da observação dos erros, verificar o que precisa ser resgatado ou reelaborado para que os estudantes superem suas dificuldades.

Da mesma forma, em ambientes de aprendizagem ativa, a avaliação é compreendida “como parte integrante do processo de aprendizagem” em que as ações promovidas pelo professor visam colaborar com o desenvolvimento intelectual do estudante, ampliando seu potencial de aprender a aprender (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p.142).

Diante do exposto, durante o desenvolvimento da sequência didática, os estudantes foram incentivados ao pleno envolvimento, participando ativamente das atividades propostas, expondo suas interpretações, dúvidas e conclusões acerca dos conceitos de área e perímetro que se pretende construir.

3.5.3. Terceira etapa: aplicação da sequência didática

As sessões da intervenção pedagógica foram desenvolvidas com vinte e um (21) estudantes de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental da EMEF Presidente Dutra em Farroupilha/RS.

No Quadro 3, é apresentada a síntese do planejamento da sequência didática sobre Área e Perímetro de Figuras Planas que foi desenvolvida com os estudantes. As informações

contidas no Quadro 3 estão apresentadas detalhadamente na sequência didática que se encontra no Apêndice C.

Quadro 3 - Síntese da sequência didática

Primeiro Momento Pedagógico		
Aula	Tempo Estimado	Descrição
Aula 1	3 períodos	Contextualização inicial sobre os conceitos de Letramento Matemático e de avaliações externas.
Aula 2	2 períodos	Avaliação diagnóstica com questões alinhadas aos descritores D5, D11, D12, D13 e D15 previstos na prova de Matemática do SAEB para o 9º ano.
Segundo Momento Pedagógico		
Aula 3	2 períodos	Ampliação e redução de quadriláteros. Utilização da estratégia de aprendizagem ativa <i>Think-Pair-Share</i> .
Aula 4	4 períodos	Área de triângulos e quadriláteros. Desenvolvimento através da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas.
Aula 5	3 períodos	Resolução de situações-problema diversificadas sobre o cálculo da área de figuras planas. Utilização da estratégia cooperativa de aprendizagem ativa denominada <i>In-class exercises</i> .
Aula 6	3 períodos	Comprimento da circunferência e área do círculo. Metodologia de desenvolvimento: utilização da estratégia de aprendizagem ativa denominada Sala de Aula Invertida.
Terceiro Momento Pedagógico		
Aula 7	3 períodos	Resolução de situações-problema diversificadas sobre o comprimento da circunferência e área do círculo. Utilização da estratégia de aprendizagem ativa <i>Think-Pair-Share</i> .
Aula 8	2 períodos	Teste de conhecimentos. Diagnóstico final com questões alinhadas aos descritores D5, D11, D12, D13 e D15 previstos na prova de Matemática do SAEB para o 9º ano.
Aula 9	1 período	Autoavaliação.

Fonte: Elaborada pela pesquisadora, 2021.

Para o desenvolvimento da proposta foram realizados nove (9) encontros, totalizando 26 horas-aula de 50 minutos. Teve início na segunda quinzena de outubro de 2021 e o término da aplicação ocorreu na primeira quinzena de dezembro do mesmo ano. Para manter o sigilo quanto à identidade de cada estudante, todos eles foram identificados com a notação A_1, A_2, \dots, A_{21} , não relacionada com o número de ordem do diário de classe da turma.

Nas próximas subseções, será descrito o desenvolvimento das aulas, desde a problematização inicial, perpassando pela organização do conhecimento, sua aplicação até a autoavaliação.

3.5.3.1 Primeiro momento pedagógico

Como apresentado no Quadro 2, o primeiro momento pedagógico compreende as Aulas 1 e 2.

Na aula 1, inicialmente, a pesquisadora realizou a explanação a respeito dos aspectos éticos da pesquisa, reforçando que, concomitante ao desenvolvimento das aulas, haveria também a coleta de dados que permitiria verificar se as estratégias de ensino e de aprendizagem a serem utilizadas contribuiriam para o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes participantes. A pesquisadora ressaltou que, de forma unânime, todos os componentes da turma estavam autorizados pelos pais ou responsáveis a participar da pesquisa.

Na primeira etapa da aplicação da sequência didática, o primeiro momento pedagógico, caracterizada pela problematização inicial, conduzida pela exposição dialogada, foi possível identificar os conhecimentos e experiências prévias dos estudantes sobre as avaliações externas e esclarecer dúvidas a respeito de sua importância para o planejamento educacional do País.

Para fomentar a problematização inicial, dinamizar e tornar a aula mais interessante, favorecendo a compreensão dos conceitos apresentados, foram utilizados recursos audiovisuais, como o vídeo intitulado *O que vocês compreendem sobre Letramento Matemático?*¹⁶, em que, por intermédio de alguns entrevistados, os estudantes tiveram a oportunidade de compreender o conceito de Letramento Matemático de forma contextualizada, percebendo a importância que a Matemática, sua compreensão e aplicação, desempenha na sociedade.

Os vídeos foram intercalados por reflexões que despertaram o interesse e o envolvimento dos estudantes nas discussões, que além de expressarem suas ideias, obtiveram da pesquisadora informações importantes a respeito das diversas competências matemáticas, sobre o conceito de Letramento Matemático e suas implicações na formação para a cidadania dos concluintes da Educação Básica.

¹⁶ O vídeo encontra-se disponível em: https://prezi.com/p/3_zhbt6k5zy/letramento-matematico/. Acesso em: 01 nov. 2022.

Os estudantes lembraram e relataram situações do seu cotidiano em que foi possível observar o comportamento de sujeitos que demonstraram não ser letrados matematicamente. A maioria das situações relatadas envolviam valores monetários, como valores a pagar e cálculo do troco em estabelecimentos comerciais.

Depois da participação dos estudantes, a pesquisadora também relatou situações que presenciou, como, por exemplo, a ocorrida em uma loja de tecidos em que a vendedora mediu um metro de tecido utilizando a sua envergadura, sendo que a mesma possuía aproximadamente 1,60 m de altura.

De acordo com Ausubel, a disposição do estudante para aprender é uma das condições que favorecem a ocorrência da aprendizagem significativa, ou seja, os estudantes devem manifestar disposição para relacionar, diferenciando e integrando o novo conceito com seus subsunçores, atribuindo e agregando novos significados a estes conhecimentos (MOREIRA, 2010).

As situações relatadas pelos estudantes e pela pesquisadora tornaram a aula descontraída, contribuindo para a participação ativa dos estudantes, gerando reflexões, diversos questionamentos, troca de ideias e aprendizado.

Assim, os estudantes demonstraram indícios da realização do que Ausubel denominou de princípio da assimilação, ou seja, os estudantes estavam relacionando as novas informações e aprendizados da aula com conhecimentos já existentes em sua estrutura cognitiva, contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade dos subsunçores preexistentes dessa estrutura (MOREIRA, 2006).

Depois da contextualização inicial, a pesquisadora entregou para cada estudante um caderno (Figura 4) a ser utilizado como diário de campo¹⁷, para que eles pudessem realizar os seus registros. Cada estudante recebeu uma cópia das orientações (Apêndice B) que foram fixadas no diário, tendo como objetivo explicar aos estudantes a finalidade do instrumento. As orientações destacaram as vantagens de aprendizagem que os estudantes teriam ao utilizar o diário de campo e indicaram a forma como deveriam ser realizados os registros, sendo sugerida a sua releitura sempre que o aluno julgasse necessário.

¹⁷ Como os diários de campo constituem parte dos dados coletados para a pesquisa, fazem parte do acervo de documentos de posse da pesquisadora e subsidiaram a análise qualitativa dos resultados da investigação.

Figura 4 – Caderno utilizado como diário de campo



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Nos últimos dez minutos dessa aula, os estudantes foram convidados e instruídos a realizar o registro das suas primeiras impressões no diário de campo, principalmente sobre as suas percepções quanto ao conceito de Letramento Matemático.

No segundo encontro, dando continuidade ao desenvolvimento das atividades, foram apresentadas e aplicadas aos estudantes dez questões fechadas de Matemática (Apêndice C), organizadas a partir dos descritores D5, D11, D12, D13 e D15 previstos na Matriz de Referência de Matemática do SAEB para o 9º ano (BRASIL, 2020c).

A aplicação das questões teve como objetivo verificar o conhecimento prévio dos estudantes quanto à compreensão, diferenciação e cálculo do perímetro e da área de figuras planas, de modo a fornecer subsídios para que a pesquisadora tivesse a possibilidade de analisar e avaliar se os estudantes já possuíam subsunçores relacionados aos conteúdos.

A identificação do conhecimento prévio do estudante favorece uma nova aprendizagem, permitindo que as novas informações possam relacionar-se com os conceitos que já existem na estrutura cognitiva do estudante, podendo ser internalizadas e aprendidas pelo sujeito (AUSUBEL, 2003).

No planejamento das questões da avaliação diagnóstica, para cada descritor foram escolhidas duas situações-problema em grau crescente de dificuldade, para exigir do estudante habilidades diferentes (DELIZOICOV; ANGOTTI, 1990).

Esta etapa da problematização inicial, Aula 2, foi realizada de forma individual por dezenove (19) estudantes que utilizaram 2 períodos de 50 minutos para a resolução das situações-problema propostas na avaliação diagnóstica.

3.5.3.2 Segundo momento pedagógico

A análise pedagógica das atividades realizadas pelos estudantes no primeiro momento pedagógico, a problematização inicial, forneceu subsídios para a elaboração das atividades que foram desenvolvidas no segundo momento pedagógico, caracterizado pela organização do conhecimento (DELIZOICOV; ANGOTTI,1990).

Esta etapa de desenvolvimento da sequência didática foi organizada em quatro encontros, que podem ser visualizados na íntegra no Apêndice C, nas Aulas 3, 4, 5, e 6. A etapa totalizou 15 períodos de 50 minutos.

Na Aula 3, estavam presentes dezessete (17) estudantes. A pesquisadora propôs alguns questionamentos sobre os conceitos de área e perímetro e atividades de construção de figuras em malha quadriculada, com a finalidade de promover o desenvolvimento das habilidades de reconhecer pelos estudantes, a partir da ampliação ou redução da figura em malha quadriculada, quais foram as alterações em seus lados, no seu perímetro e na sua área. A aula foi desenvolvida mediante a utilização da estratégia de discussão cooperativa TPS (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

Primeiramente, na etapa um da estratégia TPS, cada estudante recebeu uma cópia das questões (Figura 5) e uma folha de malha quadriculada para responder aos questionamentos de forma individual, durante 30 minutos.

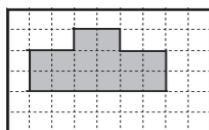
Figura 5 – Questionamentos realizados na Aula 3

1. Explique o conceito de perímetro.
2. Explique o conceito de área.

Para a resolução das questões a seguir, utilize a malha quadriculada e considere que o lado do quadradinho mede 1 cm.

3. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro igual a 8 cm.
 - a) Calcule as áreas das figuras.
 - b) As áreas são iguais? Justifique.
4. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com área igual a 16 cm^2 .
 - a) Calcule os perímetros das figuras.
 - b) Os perímetros são iguais? Justifique.

5. Observe a figura (I). Calcule sua área e seu perímetro.



(I)

Se duplicarmos as medidas dos lados da figura (I), o que acontecerá com a área e o perímetro da nova figura? Desenhe na malha quadriculada, faça os cálculos e justifique.

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Na segunda etapa da estratégia TPS, a pesquisadora orientou os estudantes para que escolhessem um colega para discutir por 20 minutos a respeito da melhor resposta ou solução para cada questão. Rapidamente, escolhendo o colega por afinidade, os estudantes se organizaram em sete duplas e um trio.

Depois das discussões colaborativas, cada grupo compartilhou suas conclusões com os demais colegas. Alguns estudantes as explicaram de forma oral, outros, porém, reproduziram os registros realizados no caderno no quadro.

Na terceira etapa do desenvolvimento da estratégia TPS, foi possível observar a participação ativa de todos os envolvidos no processo de aprendizagem, formando um ambiente de colaboração mútua, propiciando interações e reflexões por meio do compartilhamento e troca de ideias quanto à melhor resposta para cada questionamento, que foram complementadas pela pesquisadora quando necessário.

Devido às discussões e à participação ativa dos estudantes para o desenvolvimento da aula, foram necessários 3 períodos de 50 minutos, excedendo o tempo previsto no planejamento.

Para um maior aprofundamento sobre o conceito de área, dando continuidade ao desenvolvimento do planejamento, na Aula 4 (Apêndice C), vinte (20) estudantes participaram das atividades de dedução das expressões matemáticas para o cálculo da área das principais figuras planas. As atividades previstas para esta aula foram desenvolvidas em 4 períodos de 50 minutos, divididos em dois encontros.

No primeiro momento da aula, a pesquisadora explicou aos estudantes que as atividades que seriam propostas tinham como objetivo deduzir as expressões matemáticas para o cálculo da área de alguns polígonos e também informou que eles seriam avaliados durante o desenvolvimento de todos os passos da metodologia. A pesquisadora destacou aos alunos que iria considerar no processo avaliativo a participação, o empenho e a disposição em resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos.

Seguindo o roteiro dividido em nove etapas sugerido por Onuchic (2013), na primeira etapa da metodologia, cada estudante recebeu uma folha de papel quadriculado e uma cópia das atividades contidas na Aula 4 (Apêndice C). As atividades envolveram o quadrado, o retângulo e o paralelogramo. Os estudantes foram orientados para que fosse realizada a leitura individual do material durante cinco minutos, sendo, assim, cumprida a segunda etapa.

Na terceira etapa, a pesquisadora solicitou que os estudantes formassem duplas e que realizassem novamente a leitura durante cinco minutos.

Atuando na condição de mediadora, a pesquisadora buscou identificar se todos os estudantes haviam conseguido ler e compreender o que deveriam fazer. Em seguida, circulou

entre as duplas, observou e incentivou aqueles que apresentavam dificuldades, reforçou com explicações e realizou questionamentos de forma oral, no intuito de fazer com que os estudantes refletissem sobre a atividade que estavam realizando.

Na quarta etapa, a partir do entendimento da atividade, os estudantes, organizados em duplas, trabalharam durante trinta minutos de forma cooperativa e colaborativa para encontrarem as expressões matemáticas para o cálculo da área do quadrado, do retângulo e do paralelogramo. Os alunos passaram a ser considerados, assim como sugere Onuchic (2013), co-construtores da Matemática nova que se quer abordar. A Figura 6 ilustra a realização desta etapa.

Figura 6 - Estudantes trabalhando de forma colaborativa



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Enquanto os estudantes buscavam determinar as expressões matemáticas, na quinta etapa da metodologia, a pesquisadora observava e analisava os comportamentos dos alunos, realizava mediações, levando os estudantes a pensar, incentivando a troca de ideias em cada grupo, estimulando o trabalho colaborativo.

Na sexta etapa, para valorizar a participação dos estudantes durante a aula, um representante de cada grupo foi convidado a explicar de forma oral ou através de registro no quadro as expressões matemáticas deduzidas pelo seu grupo. As expressões matemáticas foram obtidas por contagem de quadradinhos da malha, por tentativas ou por compensação de áreas. Alguns estudantes apresentaram fórmulas equivocadas, ou seja, só foi possível calcular e encontrar o valor da área para alguns valores.

Um momento rico de aprendizagem foi a sétima etapa em que os estudantes foram convidados a discutir as diferentes expressões matemáticas encontradas, defendendo seus

pontos de vista e aproveitando para esclarecer as suas dúvidas. A pesquisadora, como mediadora das discussões, incentivou a participação efetiva e ativa de todos os alunos.

Na oitava etapa, com a mediação da pesquisadora, depois de analisadas as diferentes expressões matemáticas encontradas e as dúvidas esclarecidas, os estudantes chegaram a um consenso sobre as diferentes expressões matemáticas a serem utilizadas para cada figura plana.

Para concluir a atividade, a nona etapa, a pesquisadora apresentou uma formalização, em linguagem matemática, padronizando a expressão matemática, elaborada com base na construção apresentada inicialmente.

O roteiro acima descrito foi desenvolvido em 2 períodos de 50 minutos para a dedução das fórmulas para o quadrado, o retângulo e o paralelogramo.

No encontro seguinte, dando continuidade à Aula 4, com duração de 2 períodos de 50 minutos, os passos foram desenvolvidos novamente para deduzir as fórmulas para o cálculo da área do triângulo, do trapézio e do losango.

Nos dez minutos finais da Aula 4, os estudantes realizaram o registro de suas impressões no diário de campo.

Para que os estudantes tivessem a oportunidade de aplicar as fórmulas deduzidas para o cálculo da área de alguns polígonos, na Aula 5, a pesquisadora propôs aos estudantes que resolvessem uma lista de situações-problema diversificadas, que estão apresentadas no Apêndice C, utilizando a estratégia cooperativa de aprendizagem ativa denominada *In-class exercises*¹⁸ (Exercícios em sala de aula).

No primeiro momento dessa aula, a pesquisadora explicou como a aula seria desenvolvida e como os estudantes seriam avaliados. Informou que, ao considerar a avaliação como um processo contínuo e formativo, em um contexto de aprendizagem ativa e significativa, os estudantes seriam avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas previstas para a realização da aula e que levaria em conta a participação nas contribuições de cada um deles na resolução das situações-problema propostas, o empenho e a disposição para compartilhar os resultados com os demais colegas, os registros das respostas construídas pelos grupos e os apontamentos realizados no diário de campo.

A pesquisadora também destacou que a avaliação de desempenho do estudante escolhido para compartilhar os resultados com os demais colegas seria estendida para os demais

¹⁸A estratégia *In-class exercises* é uma estratégia cooperativa de aprendizagem ativa apresentada por Richard Felder (1997). A utilização dessa estratégia “tem como principais objetivos promover a aprendizagem mais profunda do material estudado e um comportamento em sala de aula mais focado, mais ativo e cooperativo” (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p. 86).

membros do grupo, por isso era necessário que todos realizassem a atividade com empenho e responsabilidade.

Em seguida, para formar os grupos de trabalho, a pesquisadora disponibilizou as peças do Quebra-cabeça dinâmico¹⁹. Cada estudante pegou uma peça e procurou na turma os demais estudantes que fariam parte de seu grupo, montando o quebra-cabeça. Nessa aula, estiveram presentes dezoito (18) estudantes.

Com os grupos constituídos, os estudantes passaram a resolver a lista de situações-problema e todos os grupos realizaram os seus registros. A pesquisadora, nesse momento, circulou entre os grupos, sanou dúvidas através de breves exposições dialogadas e verificou que a maioria dos estudantes esteve envolvida ativamente na realização da tarefa. Considerando que cada grupo possui seu próprio ritmo de trabalho, foram necessários aproximadamente 90 minutos para que todos desenvolvessem as atividades.

Ao término do tempo combinado, a pesquisadora solicitou aleatoriamente a alguns estudantes que apresentassem a resolução de seus grupos no quadro, lembrando aos estudantes dos critérios avaliativos explicitados no início da aula. A Figura 7 ilustra a realização dessa etapa.

Figura 7 - Estudantes apresentado a resolução para os colegas



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

No planejamento dessa aula, a pesquisadora estimou que a atividade seria desenvolvida em 3 períodos de 50 minutos, entretanto, devido à quantidade de situações-problema e ao envolvimento ativo dos estudantes, foram necessários 4 períodos para o desenvolvimento da Aula 5.

¹⁹Quebra-cabeça dinâmico é uma estratégia utilizada pela pesquisadora para formar grupos em sala de aula. Previamente a pesquisadora confeccionou figuras geométricas em EVA (acetato de vinila), que foram divididas em partes, como um quebra-cabeça. A quantidade de partes corresponde ao número de componentes de cada grupo. Na sala de aula, cada estudante, pegou aleatoriamente uma peça, buscando montar o quebra-cabeça com as peças dos colegas. Depois da montagem dos quebra-cabeças, cada grupo compartilhou com os colegas os conhecimentos sobre a figura geométrica construída pelo grupo.

Depois do término da apresentação dos grupos, considerada a quarta etapa da estratégia *In-class exercises*, a pesquisadora recolheu um registro de cada grupo, para analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros, que puderam demonstrar se a aprendizagem de fato ocorreu, além de fornecer informações importantes sobre o que precisava ser revisto, analisado e discutido.

Nos minutos finais desta aula, os estudantes registraram no diário de campo as suas percepções sobre o desenvolvimento das atividades propostas, por meio da estratégia *In-class exercises*.

Com a finalidade de utilizar a abordagem pedagógica da Sala de Aula Invertida (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019), a pesquisadora entregou para os estudantes uma cópia do roteiro de atividades da Pré-aula, descrito na Aula 6 (Apêndice C), tendo como objetivo preparar os estudantes para a próxima aula, tornando-a mais interessante e produtiva.

Dando continuidade à estratégia Sala de Aula Invertida, no momento Aula, estavam presentes dezoito (18) estudantes. Para o desenvolvimento dessa aula, foram utilizados 4 períodos de 50 minutos, pois os estudantes necessitaram de mais tempo do que o esperado para desenvolver os procedimentos práticos.

Inicialmente, os estudantes, motivados pela pesquisadora, compartilharam com a turma as descobertas obtidas através do estudo realizado no momento Pré-aula. Dúvidas foram esclarecidas mediante a interação ativa de todos os envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem. A pesquisadora complementou o estudo realizado no momento Pré-aula, explicando e disponibilizando cópias para os estudantes do Quadro-resumo: circunferência e círculo que está disponível no momento Aula (Apêndice C).

É importante ressaltar que os estudantes foram informados de que seriam avaliados durante todo o desenvolvimento da aula, considerando a participação, o empenho e as contribuições de cada estudante na realização das atividades. Os questionamentos ao final da aula, assim como as situações-problema resolvidas no momento Pós-aula, também foram considerados no processo de avaliação.

Em seguida, a pesquisadora propôs aos estudantes que se organizassem em grupos para realizar as atividades práticas.

No desenvolvimento da Atividade prática 1, denominada “**Descobrimo o número π** ”, utilizando-se de diferentes objetos com a forma circular e com o auxílio de um barbante, os estudantes mediram o diâmetro e o comprimento da circunferência de cada um desses objetos e colocaram os dados em uma tabela, a fim de determinar, experimentalmente, o valor aproximado para o número irracional π , favorecendo a compreensão da expressão matemática

que determina o perímetro de qualquer circunferência. Na Figura 8, alguns estudantes estão realizando a atividade.

Figura 8 – Estudantes realizando a atividade prática 1: Descobrimo o número π



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Com a realização da Atividade prática 2, denominada “*Como se obtém a área de um círculo?*”, os estudantes tiveram a oportunidade de visualizar, compreender e determinar a expressão matemática que determina a área de um círculo.

Para o desenvolvimento da Atividade prática 2, a pesquisadora entregou para cada estudante uma cópia da descrição da atividade e a cópia de dois círculos para recorte, um dividido em 16 partes e o outro dividido em 22 partes. Observando e analisando suas construções, foi possível constatar que, enquanto alguns estudantes de forma autônoma conseguiram determinar a fórmula matemática para o cálculo da área de um círculo, outros necessitaram de intensa mediação da pesquisadora, inclusive para realizar os recortes e a colagem.

Durante a realização das atividades experimentais os estudantes demonstraram bastante colaboração, construindo os conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade.

Para realizar a Atividade prática 3, a pesquisadora acessou alguns *sites* da internet²⁰ e, com o auxílio do *datashow*, demonstrou de forma interativa os conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo. sugerindo que os estudantes acessassem e explorassem a atividade em casa.

Quanto à atividade do momento Pós-aula, a pesquisadora propôs aos estudantes que realizassem as atividades do livro didático apresentadas na Aula 6 (Apêndice C) para aprofundar os conhecimentos construídos no momento Aula, revisando os conceitos estudados, estendendo assim, seus aprendizados.

²⁰ Lista de links utilizados na realização da Atividade prática 3: Cálculo de Pi. Disponível em: <http://www.gi2.pt/galerias/calculo-de-pi/>. Acesso em 18 out. de 2022; Área de um círculo. Disponível em: <http://www.gi2.pt/galerias/area-de-um-circulo/>. Acesso em 18 out. de 2022.

Nos minutos finais da aula, os estudantes realizaram os seus registros no diário de campo.

3.5.3.3 Terceiro momento pedagógico

De acordo com Delizoicov e Angotti (1990), o terceiro momento pedagógico, além de ser uma continuidade do segundo momento, é dedicado à aplicação do conhecimento.

Desse modo, essa etapa de desenvolvimento da sequência didática foi organizada em três encontros, totalizando 8 períodos de 50 minutos, cujas atividades promovidas são descritas, na íntegra, no Apêndice C, nas Aulas 7, 8 e 9.

A Aula 7 contou com a participação de vinte e um (21) estudantes em 2 períodos de 50 minutos. Depois de um breve diálogo inicial, a pesquisadora propôs aos estudantes que resolvessem quatro situações-problema envolvendo o círculo e a circunferência, mediante a utilização da estratégia de discussão cooperativa TPS (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

Em um primeiro momento, os estudantes foram informados de que seriam avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, considerando a participação, o empenho e a disposição para resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos. Ao findar a aula, cada grupo deveria entregar para a pesquisadora os registros realizados para solucionar cada situação-problema.

Em seguida, cada estudante recebeu uma cópia das quatro situações-problema e resolveu de forma individual, durante 30 minutos. Na sequência, a pesquisadora orientou os estudantes para que escolhessem um colega para discutir por 20 minutos a respeito da melhor resposta ou solução para cada questão. Rapidamente, escolhendo o colega por afinidade, os estudantes se organizaram em nove duplas e um trio.

Depois das discussões colaborativas, cada grupo compartilhou suas conclusões com os demais colegas. Alguns estudantes as explicaram de forma oral, outros, porém, reproduziram no quadro os registros realizados no caderno.

Concluído o compartilhamento das resoluções, a pesquisadora realizou uma síntese das respostas corretas, apresentando pontos importantes que ainda não tinham sido considerados, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem.

Dez minutos antes do término da aula, a pesquisadora solicitou aos estudantes que respondessem individualmente a *Minute Paper* (MP) (O relatório do último minuto), momento em que sintetizaram os seus aprendizados, apontando possíveis questionamentos que não tivessem realizado durante a aula.

Depois do desenvolvimento de todas as etapas da estratégia TPS, os registros dos estudantes realizados por todos os grupos, para cada problema, foram entregues para avaliação e análise da pesquisadora, assim como a MP.

No intuito de coletar mais evidências de ocorrência de uma aprendizagem significativa, verificando se houve um crescimento cognitivo dos estudantes durante a intervenção pedagógica, na Aula 8, durante 2 períodos de 50 minutos, os vinte (20) estudantes presentes (Figura 9) aplicaram seus conhecimentos e procedimentos matemáticos para resolver dez situações-problema que estão apresentadas no Anexo C.

Figura 9 – Estudantes realizando o teste de conhecimento



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

No último encontro, Aula 9, a pesquisadora devolveu para cada estudante a avaliação diagnóstica inicial, realizada na segunda aula, juntamente com o teste de conhecimentos aplicado na oitava aula, para que cada estudante tivesse a oportunidade de analisar e avaliar o seu próprio crescimento cognitivo. A pesquisadora aproveitou para sanar dúvidas e solicitou que os estudantes refizessem as questões incorretas, propiciando a recursividade sugerida por Ausubel, ou seja, possibilitar que os estudantes refaçam mais de uma vez as tarefas de aprendizagem, externalizando os significados que estão captando (MOREIRA, 2010).

Como última atividade, os estudantes tiveram a oportunidade de refletir sobre as suas ações e percepções em todo o processo de construção do conhecimento. Assim, os estudantes realizaram a autoavaliação, respondendo as questões em um formulário do *Google Forms*. Os questionamentos realizados estão descritos no Apêndice C, na Aula 9.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS CONSTRUÍDOS

Neste capítulo, é apresentada a análise e a discussão dos dados coletados durante a aplicação da sequência didática sobre Área e Perímetro de Figuras Planas.

Na busca por subsídios para responder ao problema desta investigação e para facilitar o entendimento das respostas dos estudantes, identificando e reconstruindo seus significados, foram criadas categorias a partir dos elementos sugeridos na ATD.

O *corpus* da análise foi concebido a partir dos registros da observação participante, dos registros dos estudantes no diário de campo, dos resultados da avaliação diagnóstica, dos registros dos estudantes no momento da utilização das estratégias de aprendizagem ativa, dos resultados do teste de conhecimento aplicado ao final da intervenção e da autoavaliação.

A análise dos dados foi realizada em três etapas, em um processo auto-organizado, iniciando a partir da unitarização do texto do *corpus* e do processo de recorte e desmembramento do texto, de onde emergiram as unidades de análise categorizadas a partir do estabelecimento de relações existentes entre os elementos unitários. Tal procedimento possibilitou à pesquisadora compreender, interpretar e comunicar os resultados da pesquisa, produzindo um metatexto, o novo emergente (MORAES; GALIAZZI, 2020).

O capítulo é dividido em três seções, cada uma delas destinada a um dos processos da ATD.

4.1 Unitarização do *corpus*

Nesta etapa, na busca por informações que viessem ao encontro dos objetivos desta investigação, a pesquisadora selecionou e fragmentou o *corpus* da análise.

De forma ilustrativa, a pesquisadora descreve nesta subseção o caminho que seguiu na captura das unidades de análise para posterior categorização. Trata-se de processo de minuciosa análise do *corpus* que não é descrito na totalidade nesta pesquisa, mas é passível de comprovação. Opta a pesquisadora, assim, por privilegiar o que extraiu do *corpus*, ao invés da descrição do longo processo de obtenção de significados realizado.

O primeiro documento do *corpus* a ter seu processo de obtenção de significados ilustrado é o diário de campo contendo os registros dos estudantes realizados na primeira aula, momento em que escreveram sobre os seus entendimentos acerca do Letramento Matemático.

O processo de análise das informações por ATD iniciou com a leitura e unitarização dos registros dos estudantes que foram nomeados com a notação A_1, A_2, \dots, A_{21} , material ao qual foi atribuído pela pesquisadora o Código 1.1.

No Quadro 4 é apresentado um recorte dos registros dos estudantes e a codificação das unidades de análise do material de Código 1.1.

Quadro 4 - Recorte dos registros dos estudantes no diário de campo

DIÁRIO DE CAMPO – CÓDIGO 1.1		
CÓDIGO	ALUNO	UNIDADES DE ANÁLISE ²¹
1.1.1	A ₁	Letramento matemático é saber resolver problemas matemáticos da vida real, achei muito importante aprender isto e gostei muito da aula.
1.1.2	A ₅	Eu entendi que letramento matemático é a capacidade de identificar e compreender a matemática no mundo moderno.
1.1.3	A ₈	Foi estudado o Letramento Matemático. Foi bem interessante aprender um pouco sobre esse assunto, apesar de ser um pouco complicado mas da para correr atrás para saber mais sobre o assunto.
1.1.4	A ₉	Eu parei para refletir sobre como existem pessoas que não tem um conhecimento básico sobre matemática e como essa fatia de conhecimento pode mudar a vida das pessoas.
1.1.5	A ₁₄	Vimos a importância do estudo para ter o mínimo de noção sobre problemas do nosso cotidiano.
1.1.6	A ₁₅	Nesta aula estudamos sobre letramento e eu achei interessante, pois não é um assunto muito falado. O que eu entendi é que quanto mais estudarmos teremos um melhor letramento (aprendizagens).
1.1.7	A ₂₀	Na aula de hoje aprendemos sobre letramento matemático, o que eu achei muito interessante, pois não tinha noção de como era algumas coisas e com a aula de hoje me fez ver muita gente não consegue entender matemática.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Considerando que os registros no diário de campo foram realizados durante todo o desenvolvimento da sequência didática, os demais registros, de acordo com seus sentidos, significados e relevância à pesquisa, foram inseridos em outras unidades de análise.

O segundo documento do *corpus* a ter ilustrada a obtenção de unidades de análise foi a avaliação diagnóstica em que foram apresentadas e aplicadas aos estudantes dez questões fechadas de Matemática, organizadas a partir dos descritores D5, D11, D12, D13 e D15.

O desempenho dos estudantes nesse instrumento foi fragmentado por intermédio da análise de sentidos e possíveis significados. O Quadro 5, ilustra a forma como foram constituídas as unidades de análise, fazendo parte do material de Código 1.2.

²¹ Os registros dos estudantes foram transcritos de forma literal do diário de campo, inclusive com erros ortográficos.

Quadro 5 - Resultados dos estudantes na avaliação diagnóstica

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – CÓDIGO 1.2			
CÓDIGO	Nº DA QUESTÃO	DESCRIPTOR	UNIDADE DE ANÁLISE
1.2.1	1	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	O aluno desenvolveu a habilidade de reconhecer, a partir da ampliação ou redução da figura em malha quadriculada, quais foram as alterações em seus lados e no seu perímetro.
1.2.2	1	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	O aluno não desenvolveu a habilidade de reconhecer, a partir da ampliação ou redução da figura em malha quadriculada, quais foram as alterações em seus lados e no seu perímetro.
1.2.3	6	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	O aluno desenvolveu a habilidade de reconhecer, a partir da ampliação ou redução da figura em malha quadriculada, quais foram as alterações em seus lados, na sua área e no valor a ser pago.
1.2.4	6	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	O aluno não desenvolveu a habilidade de reconhecer, a partir da ampliação ou redução da figura em malha quadriculada, quais foram as alterações em seus lados, na sua área e no valor a ser pago.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Dando continuidade ao processo de unitarização do *corpus*, os demais materiais também foram fragmentados, surgindo, assim, o conjunto de unidades de análise que, reunidos pela pesquisadora por elementos semelhantes, permitiram a continuação da análise dos dados produzidos nesta pesquisa. Na subseção a seguir, é descrito como foi realizado o processo de categorização.

4.2 Categorização

Depois do processo de unitarização, foram criadas as categorias que, de acordo com Moraes e Galiuzzi (2020), consistem no estabelecimento de relações entre as unidades de significado, com o objetivo de combiná-las e reuni-las em categorias com elementos que compartilhem sentidos.

Para ilustrar a forma como foi realizada a categorização, no Quadro 6, é apresentado parte da construção realizada pela pesquisadora dessa fase do processo de análise, identificando o caminho percorrido até a compreensão das categorias finais²².

Quadro 6 - Categorização dos registros dos estudantes no diário de campo

(continua)

DIÁRIO DE CAMPO – CÓDIGO 1.1					
CÓDIGO	UNIDADE DE ANÁLISE	ATRIBUIÇÃO DE SENTIDO	CATEGORIA INICIAL	CATEGORIA INTERMEDIARIA	CATEGORIA FINAL
1.1.1	Letramento matemático é saber resolver problemas matemáticos da vida real, achei muito importante aprender isto e gostei muito da aula.	Embora seja estudante de nono ano, demonstra desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático.	Desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático	Desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático na maioria dos estudantes.	A relação do Letramento Matemático com a privação do ser e do ver.
1.1.2	Eu entendi que letramento matemático é a capacidade de identificar e compreender a matemática no mundo moderno.	Compreensão do estudante sobre o conceito de Letramento Matemático	Compreensão do conceito de Letramento Matemático.		
1.1.3	Foi estudado o Letramento Matemático. Foi bem interessante aprender um pouco sobre esse assunto, apesar de ser um pouco complicado mas da para correr atrás para saber mais sobre o assunto.	Provável desconhecimento do estudante sobre o conceito de Letramento Matemático.	Desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático		

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

²²Trata-se de ilustração parcial do processo de categorização que resultou na categoria denominada A relação do Letramento Matemático com a privação do ser e do ver, pois utiliza apenas o diário de campo dos alunos, um dos instrumentos do corpus. Outros instrumentos de coleta de dados foram utilizados para extrair unidades de análise para a construção dessa categoria, destacando-se a avaliação diagnóstica realizada na Aula 2.

(conclusão)

DIÁRIO DE CAMPO – CÓDIGO 1.1					
CÓDIGO	UNIDADE DE ANÁLISE	ATRIBUIÇÃO DE SENTIDO	CATEGORIA INICIAL	CATEGORIA INTERMEDIARIA	CATEGORIA FINAL
1.1.4	Eu parei para refletir sobre como existem pessoas que não tem um conhecimento básico sobre matemática e como essa fatia de conhecimento pode mudar a vida das pessoas.	Reflexão do estudante acerca da importância do conhecimento matemático, evidenciando a necessidade de aprimoramento da escrita e da argumentação.	Evidencia a necessidade de aprimoramento da escrita e da argumentação.	Evidencia a necessidade de aprimoramento da escrita e da argumentação na maioria dos estudantes.	
1.1.5	Vimos a importância do estudo para ter o mínimo de noção sobre problemas do nosso cotidiano.	O estudante evidencia a necessidade de aprimoramento da escrita e da argumentação.	Evidencia a necessidade de aprimoramento da escrita e da argumentação.		
1.1.6	Nesta aula estudamos sobre letramento e eu achei interessante, pois não é um assunto muito falado. O que eu entendi é que quanto mais estudarmos teremos um melhor letramento (aprendizagens).	O estudante demonstra que antes da aula não tinha conhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático, mas sugere ter compreendido e refletido sobre o assunto.	Desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático	Desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático na maioria dos alunos	
1.1.7	Na aula de hoje aprendemos sobre letramento matemático, o que eu achei muito interessante, pois não tinha noção de como era algumas coisas e com a aula de hoje me fez ver muita gente não consegue entender matemática.	O estudante demonstrou desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático, evidenciando a necessidade de aprimoramento da escrita e da argumentação.	Desconhecimento sobre o conceito de Letramento Matemático		

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Desse processo de comparação constante e recursivo entre as unidades de análise foi possível a organização de elementos do *corpus* em conjuntos de elementos semelhantes, definindo as categorias finais emergentes, conforme previsto na ATD.

Assim sendo, os elementos significativos do *corpus* desta pesquisa foram aglutinados e divididos em três categorias finais de análise assim denominadas:

- a) A relação do Letramento Matemático com a privação do ser e do ver;
- b) Um ambiente de aprendizagem ativa: raciocinando, representando, comunicando e argumentando matematicamente; e
- c) Índícios de Letramento Matemático dos estudantes e a possibilidade de formação para a cidadania: o estabelecimento de conjecturas e a resolução de problemas.

Na próxima subseção, são apresentados os metatextos relacionados a cada uma das categorias finais emergentes.

4.3 Interpretações e resultados

O metatexto apresentado a seguir tem no seu desenvolvimento a pretensão de expressar as interpretações pessoais e compreensões alcançadas pela pesquisadora, amparada no referencial teórico proposto e observa com fidelidade as informações obtidas a partir do processo de análise do *corpus*.

O novo emergente é apresentado em três subseções, possibilitando a melhor compreensão dos fenômenos investigados. A estrutura para a elaboração do metatexto foi alicerçada nos processos de unitarização e categorização.

4.3.1 A relação do Letramento Matemático com a privação do ser e do ver

Ao introduzir este texto, a pesquisadora revelará os motivos que a levaram a intitulá-lo, sem perder de vista a sua funcionalidade dentro do processo de análise. A ideia de privação emergiu da desconstrução dos documentos e das primeiras unidades do *corpus* que emitiram significação à pesquisa.

O sujeito que de alguma forma é privado do ser terá dificuldade em ver o mundo, compreendê-lo e sentir-se uma de suas partes fundamentais, não exercendo a cidadania plena.

A acepção do termo ser é aqui considerada no sentido de o sujeito situar-se no mundo, estabelecendo relações de significação, ou seja, atribuindo significados à realidade em que se encontra (MOREIRA; MASINI, 1982).

Para que seja possível ao sujeito ver a realidade, ou seja, compreender as demandas complexas nos mais diferentes contextos e atuar de forma consciente, crítica e construtiva é necessário que adquira habilidades e competências para o entendimento do mundo.

A fim de investigar indícios de carência no desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes, a pesquisadora buscou, no primeiro momento pedagógico, diagnosticar o que sabiam e o que não sabiam a respeito de área e perímetro. De acordo com Luchesi (2005, p. 42): “Não é possível uma decisão sem um diagnóstico, assim como não faz sentido um diagnóstico, sem uma consequente decisão”.

De acordo com Ausubel *et al.* (1980), a identificação dos subsunçores, ou seja, dos conhecimentos prévios dos estudantes, favorece uma nova aprendizagem. Os subsunçores permitem que as novas informações, os novos conceitos, possam ancorar-se a eles, e, através das relações estabelecidas na estrutura cognitiva do estudante, poderá ocorrer a alteração desses subsunçores (diferenciação progressiva), gerando a atribuição de novos significados (reorganização cognitiva), fazendo com que os novos ensinamentos possam ser internalizados e aprendidos.

Nesse sentido, o diagnóstico foi utilizado tanto para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca dos assuntos estudados, quanto como norteador das atividades que foram desenvolvidas na sequência didática.

Da análise das falas e dos registros dos estudantes no diário de campo, foi revelado que, embora eles estejam cursando o nono ano do Ensino Fundamental e tenham estudado Matemática ao longo de sua vida escolar, a maioria desses estudantes apresentou indícios de que o conceito de Letramento Matemático, mesmo sendo “um dos compromissos do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018c), está distante, indicando que provavelmente tal conceito não é mencionado ou enfatizado pelos docentes nas aulas de Matemática.²³

No Quadro 7, são apresentados os registros de alguns dos estudantes no diário de campo, ilustrando a constatação acima.

23 O conceito de Letramento Matemático foi definido recentemente na BNCC (BRASIL, 2018c). No entanto, o Brasil participa do Pisa desde a sua primeira edição, ocorrida no ano 2000, e a definição de Letramento Matemático já estava ali prevista como “a capacidade individual de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de se envolver com a Matemática de maneira a atender às suas necessidades atuais e futuras como um cidadão construtivo, consciente e reflexivo” (BRASIL, 2000, p. 21). Portanto, o conceito já está presente há mais de duas décadas no cotidiano da educação brasileira.

Quadro 7 – Registro dos estudantes sobre Letramento Matemático

Estudante	Registro
A ₁₅ :	Nesta aula estudamos sobre letramento e eu achei interessante, pois não é um assunto muito falado. O que eu entendi é que quanto mais estudarmos teremos um melhor letramento (aprendizagens).
A ₈	Foi estudado o Letramento Matemático. Foi bem interessante aprender um pouco sobre esse assunto, apesar de ser um pouco complicado mas da para correr atrás para saber mais sobre o assunto.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Dando continuidade, o processo de unitarização e categorização do *corpus* propiciou uma análise detalhada dos entendimentos e das dificuldades dos estudantes relacionados aos conceitos de área e perímetro, apresentados nos diagnósticos realizados inicialmente e também durante o desenvolvimento da sequência didática.

Na aplicação da avaliação diagnóstica, dezenove (19) estudantes compareceram à escola e resolveram dez questões, sendo duas de cada descritor, em grau crescente de dificuldade, para exigir do estudante a utilização de habilidades mais complexas, conforme sugerido por Delizoicov e Angotti (1990).

É possível visualizar na Tabela 1 a quantidade de estudantes que responderam de forma correta cada uma das questões.

Tabela 1

Desempenho dos estudantes na avaliação diagnóstica

Questão	Descritor	Respostas corretas
1	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	10
2	D11 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	8
3	D12 Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	14
4	D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	8
5	D15 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	15
6	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	6
7	D11 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	5
8	D12 Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	6
9	D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	7
10	D15 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	13

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

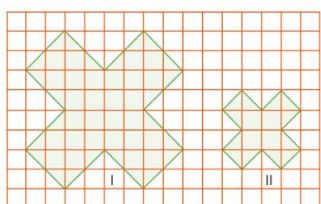
De modo a exemplificar o processo adotado pela pesquisadora para a correção das questões propostas e de sua valoração quanto ao desenvolvimento de habilidades, conforme a taxionomia de Bloom, revisada de acordo com Ferraz e Belhot (2010), considerando as

dimensões cognitiva e do conhecimento, é apresentada a análise das questões 1 e 6 referentes ao descritor D5 e das questões 2 e 7, referentes ao descritor D11.

No que se refere as questões 1 e 6 (Figura 10), ambas foram elaboradas mediante a utilização de malhas quadriculadas e avaliaram a habilidade dos estudantes de reconhecer, com base na ampliação ou redução de uma figura, quais foram as alterações em seus lados, no seu perímetro ou na sua área.

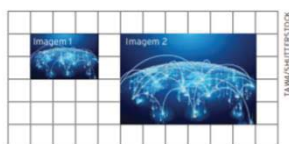
Figura 10 - Situações-problema da avaliação diagnóstica: questões 1 e 6

Questão 1 – (D5). Observe os dois desenhos coloridos na malha quadriculada abaixo. O desenho II é uma redução do desenho I. Qual é a relação entre as medidas dos perímetros desses dois desenhos?



- (A) O perímetro do desenho I é o dobro do perímetro do desenho II.
- (B) O perímetro do desenho I é igual ao perímetro do desenho II.
- (C) O perímetro do desenho I é a metade do perímetro do desenho II.
- (D) O perímetro do desenho I é igual ao quádruplo do perímetro do desenho II.

Questão 6 – (D5). (Adaptada). Joana trabalha em uma empresa que presta serviço de rastreamento por satélite e necessita publicar uma propaganda de divulgação em uma revista de alta circulação. A cobrança é feita proporcionalmente à área ocupada pela imagem. Ela esboçou a mesma imagem em tamanhos distintos em uma malha quadriculada, como mostra a figura.



Se Joana optar pela imagem maior, pagará quantas vezes mais do que se escolher a menor?
 (A) 1,5. (B) 1,8. (C) 2. (D) 4.

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Na questão 1, considerando que a segunda figura representa a redução da primeira, foram exigidas do estudante as habilidades de recordar, compreender e aplicar. Já, na questão 6, além do estudante conseguir recordar, compreender e aplicar os conceitos, ainda foi necessário que analisasse e calculasse quantas vezes mais teria que pagar pela ampliação, o que envolve noções de razão e proporção e torna a questão mais complexa.

Em relação às questões 2 e 7 (Figura 11), ambas tiveram a pretensão de avaliar a habilidade dos estudantes de identificar os elementos principais do círculo e da circunferência e aplicar as suas propriedades.

Figura 11 – Situações-problema da avaliação diagnóstica: questões 2 e 7

Questão 2 – (D11). “Dar o destino adequado para materiais que contenham substâncias que prejudiquem o meio ambiente. É com esse objetivo que o Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da USP, em São Carlos, implementou um programa de coleta de pilhas, baterias de pequeno porte e mídias de CD e DVD. Esses materiais, que contêm metais pesados, podem ser depositados nos coletores localizados na entrada do bloco ICMC-4, ao lado da portaria do prédio”.

Disponível em: <https://www.icmc.usp.br/noticias/1993-descarte-consciente-icmc-disponibiliza-coletores-para-pilhas-baterias-e-midias-de-cd-e-dvd>. Acesso em 10 de out. 2022.

Com relação ao CD (compact-disc), ao invés do descarte, uma opção é utilizá-lo como matéria-prima para o artesanato. Angela é publicitária e resolveu fazer um painel decorativo em seu escritório para reutilizar seus CDs antigos. Para estimar a quantidade de CDs necessários, organizou seis deles, formando a figura abaixo.

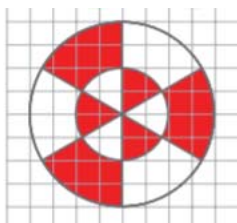


Considerando que cada CD possui raio de 6 cm, o comprimento e a largura da região ocupada pela figura medem, respectivamente:

- (A) 24 cm e 36 cm. (B) 36 cm e 24 cm. (C) 12 cm e 18 cm. (D) 24 cm e 16 cm.

Questão 7 - (D11). (BIANCHINI, 2011) Adaptada. Um paisagista foi contratado para plantar flores em um canteiro circular. Para comprar a quantidade adequada de mudas, ele desenhou a figura abaixo e pintou as partes em que as flores serão plantadas. Sabendo que o lado do quadradinho mede 0,5 m, calcule a área da parte colorida da figura, considerando que a área do círculo pode ser calculada pela expressão $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência e $\pi = 3,14$.

- A) 12,56 m².
B) 20 m².
C) 6,28 m².
D) 8 m².



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

A questão 2 exigiu do estudante que lembrasse dos conceitos de raio do círculo, do comprimento e da largura de um retângulo, para que pudesse determinar as dimensões solicitadas. Já na questão 7, além de exigir a compreensão do conceito de raio, era necessário que o aluno analisasse a figura e percebesse a possibilidade de compensar as áreas, ou seja, através da movimentação das peças, entender que seria possível calcular a área de um semicírculo.

Com relação às habilidades de resolver problemas que envolvem as transformações de unidades de medida de comprimento, é possível visualizar, na Tabela 5, questões 5 e 10, que a maioria dos estudantes demonstrou já ter construído tais habilidades em suas estruturas

cognitivas. Esta informação possibilitou que a pesquisadora não desse ênfase a esse conteúdo durante o desenvolvimento da sequência didática.

No documento do *corpus* identificado pelo código 3.11, atividade desenvolvida por dezessete (17) estudantes, em que foi solicitado aos alunos que explicassem os conceitos de área e perímetro de polígonos e sua posterior aplicação na resolução de problemas, foi possível captar os entendimentos e as dificuldades dos estudantes de maneira mais pontual e objetiva.

Quanto à compreensão do conceito de perímetro como uma medida linear, todos os estudantes que realizaram as atividades do documento de código 3.11 demonstraram possuir conhecimentos prévios ou, conforme ensina Ausubel *et al.* (1980), subsunçores relacionados ao conceito, demonstrando que, possivelmente, o conceito de perímetro está consolidado em suas estruturas cognitivas.

Já com relação à aplicação do conceito de perímetro de polígonos, quatro (4) estudantes não conseguiram resolver de forma correta as situações-problema propostas, o que, de acordo com a taxionomia de Bloom, revisada por Ferraz e Belhot (2010), permite inferir que possivelmente a maioria dos estudantes já haviam desenvolvido a habilidade de lembrar, pois demonstraram conhecer a definição conceitual. Porém, os que erraram a questão proposta demonstraram a necessidade de aprimorar os níveis de entender e aplicar.

No que se refere ao conceito de área de polígonos, onze (11) estudantes demonstraram possuir a compreensão de que a área de uma figura plana é um conceito bidimensional, porém, no momento de aplicar o conceito na resolução da situação-problema proposta, três (3) desses estudantes não conseguiram solucioná-la, também demonstrando a necessidade de aprimorar as habilidades de entender e aplicar.

É importante ressaltar que os conteúdos vinculados aos descritores relacionados às situações-problema apresentadas na avaliação diagnóstica estão distribuídos nos anos escolares anteriores ao 9º ano do Ensino Fundamental, de acordo com o RCF (Farroupilha, 2020) e com o documento norteador do ensino no Brasil, a BNCC (Brasil, 2018c), e, provavelmente, já foram desenvolvidos ao longo da vida escolar desses estudantes que estão cursando o 9º ano do Ensino Fundamental.

Assim, mesmo que os conteúdos relacionados aos descritores já tenham sido desenvolvidos em anos escolares anteriores, a maioria dos estudantes demonstrou que muitos conceitos ainda não faziam parte de sua estrutura cognitiva e que provavelmente foram construídos de forma mecânica.

A aprendizagem mecânica é aquela em que novas informações são aprendidas praticamente sem interagirem com conceitos prévios existentes na estrutura cognitiva do

estudante, sendo armazenadas de maneira arbitrária e literal, pouco ou nada contribuindo para o processo de diferenciação (AUSUBEL *et al.*, 1980).

Nesse sentido, ficou evidente para a pesquisadora que os conceitos de área e perímetro que foram desenvolvidos em anos anteriores possuíam espaço para aprimoramento.

Quanto à aplicação dos conceitos de área e perímetro, os estudantes demonstraram maior facilidade em resolver atividades relacionadas a quadrados e retângulos. Quanto às demais figuras planas, a maioria apresentou dificuldade no cálculo da área do triângulo, do trapézio e do losango. No que se refere à circunferência e ao círculo, os estudantes apresentaram dificuldade tanto com o cálculo do perímetro quanto com o cálculo da área, demonstrando não haverem desenvolvido, em sua vida escolar, as competências e as habilidades necessárias para a correta aplicação dos conhecimentos básicos previstos na BNCC.

Realizado o diagnóstico e elencadas as dificuldades apresentadas, compreende-se que a maioria dos estudantes avaliados dominava parcialmente os conhecimentos básicos de área e perímetro necessários para a compreensão plena de situações cotidianas que envolvem esses conceitos.

Assim, considerando que os participantes desta pesquisa frequentavam o 9º ano do Ensino Fundamental e as habilidades e as competências que deveriam ser detentores nessa faixa etária, a maioria dos estudantes não consegue ver, ou seja, compreender a Matemática como uma das Ciências disponibilizadas à humanidade para a construção de um mundo mais concreto e inteligível, pois sua aprendizagem não foi construída de forma significativa (AUSUBEL, 2003).

Portanto, por não ver, não atribuem significados às diversas situações que enfrentam nos mais diversos contextos em que estão inseridos. Necessitam desenvolver melhor o Letramento Matemático ainda na Educação Básica, para que no futuro dependam menos do auxílio de terceiros para a tomada de decisões e interpretação de situações que envolvam conceitos e aplicações da Matemática.

De acordo com o que o indivíduo sabe, o que não deixa de ser, na verdade, o que ele é, ele também verá e se posicionará no mundo.

4.3.2 Um ambiente de aprendizagem ativa: raciocinando, representando, comunicando e argumentando matematicamente.

A análise e a descrição dos sentidos dos elementos mais significativos que foram retirados do *corpus*, aglutinados e categorizados, evidenciaram os entendimentos e as dificuldades dos estudantes sobre os conceitos de área e perímetro.

Entre os conceitos prévios que os estudantes possuíam e os novos conceitos que se espera que construam de forma significativa, existe um caminho metodológico que foi percorrido. Foram utilizados estratégias e métodos instrucionais cooperativos, como a TPS, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a *In-class exercises* e a Sala de aula invertida, facilitando o engajamento ativo dos estudantes no seu processo de aprendizagem.

Assim, a pesquisadora passa a expressar suas interpretações e compreensões obtidas acerca do percurso escolhido visando à criação de um ambiente de aprendizagem ativa, de acordo com Elmôr-Filho *et al.* (2019).

O ambiente criado buscou despertar o envolvimento dos estudantes em atividades de reflexão, interação, colaboração e cooperação, aprimorando nesses alunos as competências fundamentais para o desenvolvimento do Letramento Matemático, quais sejam: raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente (BRASIL, 2018c).

O desenvolvimento de cada uma dessas competências pelos estudantes, evidentemente, não ocorre de forma isolada em um processo matemático, necessitando que o aluno as articule em conjunto para obtenção de uma resolução que descreva, explique ou preveja um fenômeno para um dado problema proposto.

Para favorecer o desenvolvimento da capacidade de raciocinar é importante propor situações-problema para que os estudantes “[...] possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática” (BRASIL, 2018c, p. 529).

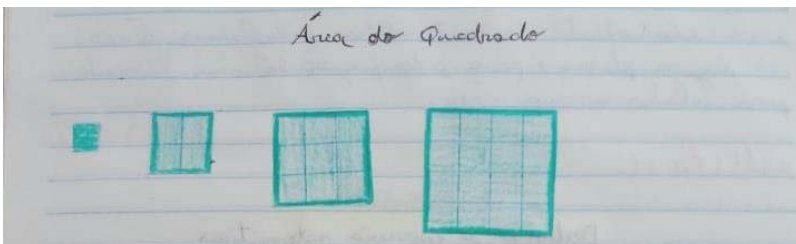
Durante o desenvolvimento da sequência didática, os estudantes tiveram a oportunidade de aprimorar o seu raciocínio matemático, nas diversas atividades desenvolvidas. A pesquisadora, mediante a utilização da abordagem pedagógica da Sala de aula invertida, das estratégias TPS e *In-class exercises* e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, estimulou a participação ativa dos estudantes, criando um ambiente propício à participação na busca de soluções para as situações-problema

apresentadas em sala de aula, à troca de informações entre os estudantes, inclusive entre esses e a própria pesquisadora, e à exposição de argumentos matemáticos para os resultados obtidos.

A fim de ilustrar as práticas pedagógicas de estímulo ao raciocínio, são apresentadas, a seguir, as respostas de dois estudantes a atividades em que foi exigida a dedução de expressões matemáticas para a realização do cálculo da área de algumas figuras planas, momento em que foi utilizada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Figura 12 - Dedução da expressão matemática: área do quadrado

Área do Quadrado



Considerando os quadrados da malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do lado (l)	1	2	3	4	l
Medida do lado (A)	1	4	9	16	l^2

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer quadrado sem contar os quadradinhos.

$A = l \times l$
ou
 $A = l^2$

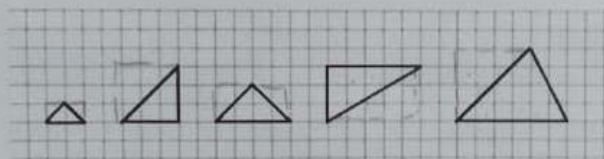
Explique detalhadamente o seu raciocínio.
Multiplicando lado por lado.

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Na Figura 12, é possível visualizar a resposta do estudante A₇ que, mesmo de maneira singela, explicou o seu raciocínio, justificando a generalização da expressão matemática para o cálculo da área do quadrado, demonstrando que, provavelmente, chegou à conclusão contando os quadradinhos da malha quadriculada e preenchendo a tabela.

Figura 13 - Dedução da expressão matemática: área do triângulo

Área do Triângulo



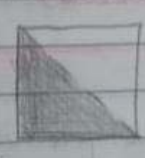
Considerando os triângulos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do lado (l)	2	3	4	5	6	8
Medida da altura em relação à base (h)	1	2	2	2	2	2
Medida da área (A) u.a.	1	3	4	5	6	8

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer triângulo sem contar os quadradinhos.

Esplique detalhadamente o seu raciocínio.

base · altura da área do triângulo
dividimos por 2 pq dentro de um retângulo tem 2 triângulos



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Na Figura 13, o estudante A₁₄ explicou seu raciocínio após analisar as figuras na malha quadriculada. Ele, provavelmente, contou a quantidade de quadradinhos, percebendo que correspondiam à metade da quantidade de quadradinhos que formariam um retângulo. Para auxiliar na sua argumentação, desenhou a figura geométrica e a seccionou pela metade, hachurando uma das partes, procurando demonstrar o seu entendimento e reforçando, assim, a explicação.

Como já salientado anteriormente, o desenvolvimento das competências de raciocinar, representar, comunicar e argumentar não ocorre de forma isolada.

À vista disso, para desenvolver as competências relacionadas a raciocinar, a BNCC nos esclarece que “[...] em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado” (BRASIL, 2018c, p. 529).

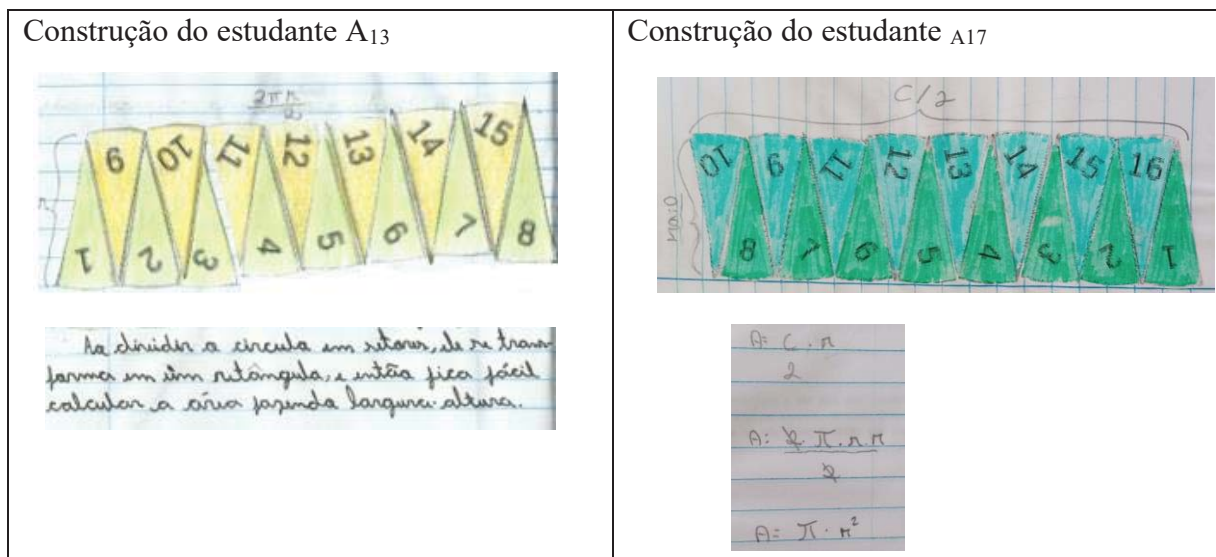
É importante destacar que o raciocínio matemático se apoia nos diferentes tipos de representações. A articulação entre as habilidades e as competências de raciocinar e representar são essenciais para o aprendizado da Matemática.

No que tange à competência e à habilidade de representar a BNCC estabelece que

[...] na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio (BRASIL, 2018c, p. 529).

Durante o desenvolvimento da sequência didática, foram utilizados diferentes tipos de representações, como a representação verbal, a representação numérica, a representação geométrica, a representação algébrica, dentre outras.

Figura 14 – Área do círculo: aproximação por área conhecida



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Na Figura 14 é possível visualizar as construções e as considerações dos estudantes A₁₃ e A₁₇ apresentadas na realização da atividade prática 2.

Com base nas manipulações, nos recortes e na montagem dos setores recortados, os estudantes verificaram experimentalmente a relação da área do círculo com a área do retângulo e, através das relações estabelecidas, conseguiram compreender e expressar a fórmula a ser utilizada para o cálculo da área de um círculo, desenvolvendo, assim, o raciocínio, a representação, a comunicação e a argumentação.

Ao dominar diferentes representações de um mesmo objeto matemático, os estudantes terão a possibilidade de resolver problemas de diferentes contextos sociais, e, certamente, terão construído aprendizagens significativas (DANTE, 2021).

Estratégias de ativação cognitiva²⁴ que envolvam a comunicação oral ou escrita facilitam a construção coletiva de definições e conceitos de forma significativa. Conforme ensina Dante:

[...] é fundamental que o (a) estudante se comunique com colegas e professor(a), oralmente ou por escrito, para justificar porque pensou e/ou agiu daquela forma, por exemplo, na resolução de um problema ou de uma questão. Ao se comunicar, falará e ouvirá; é dessa troca de experiências que surgirá a aprendizagem significativa (DANTE, 2021, p. 60).

As estratégias utilizadas durante a aplicação da sequência didática, a TPS, a *In-class exercises* e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas possibilitaram que os estudantes percebessem que fazem parte dos processos de ensino e de aprendizagem e que podem, algumas vezes, compartilhar, ou seja, ensinar o que já sabem e, outras vezes, aprender com os colegas, numa verdadeira troca de conhecimentos.

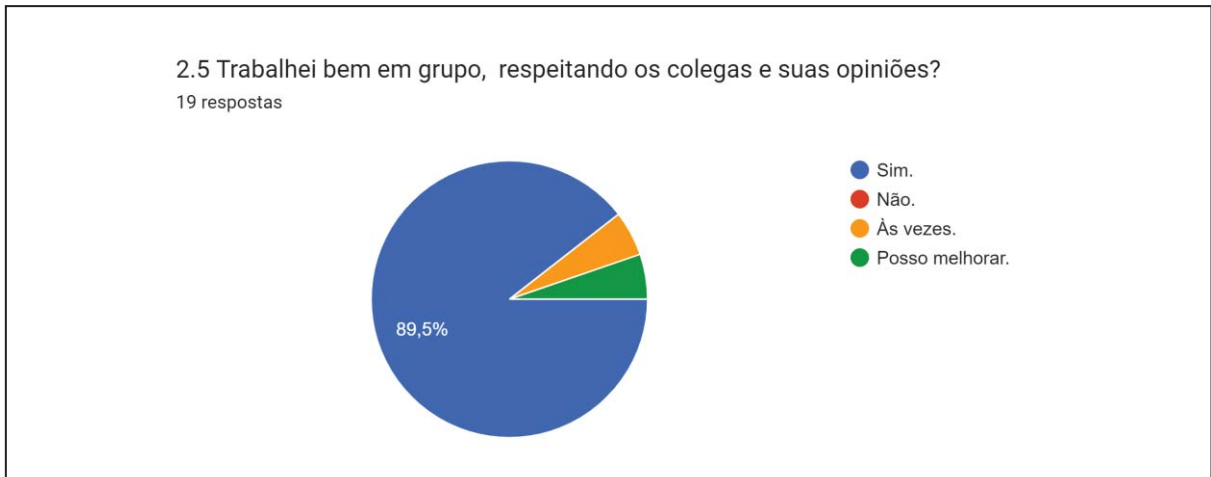
Nas estratégias de ensino e de aprendizagem que foram utilizadas, a maioria dos estudantes demonstrou gostar de trabalhar em pequenos grupos de forma colaborativa para construir um conceito, resolver um problema ou completar uma tarefa.

Na autoavaliação, momento em que os estudantes tiveram a oportunidade de refletir sobre as suas ações e percepções em todo o processo de construção do conhecimento, os alunos foram questionados, em um formulário do *Google Forms*, a respeito da aceitação das estratégias de ensino e de aprendizagem aplicadas durante o desenvolvimento da pesquisa.

A pesquisadora propôs aos estudantes um questionamento sobre a realização de atividades de forma colaborativa. De um total de dezenove (19) estudantes, dezessete (17) responderam que sabem trabalhar em grupos (Figura 15), respeitando os colegas e seus pontos de vista.

²⁴ Nesta pesquisa o conceito de ativação cognitiva “consiste, essencialmente, em ensinar aos pupilos estratégias como resumir, questionar e prever, que eles podem usar quando resolverem problemas de matemática. Tais estratégias os encorajam a pensar mais profundamente para encontrar soluções e a focar no método que usam para chegar à resposta, em vez de simplesmente focar na resposta em si”. (OCDE, 2018, p. 21).

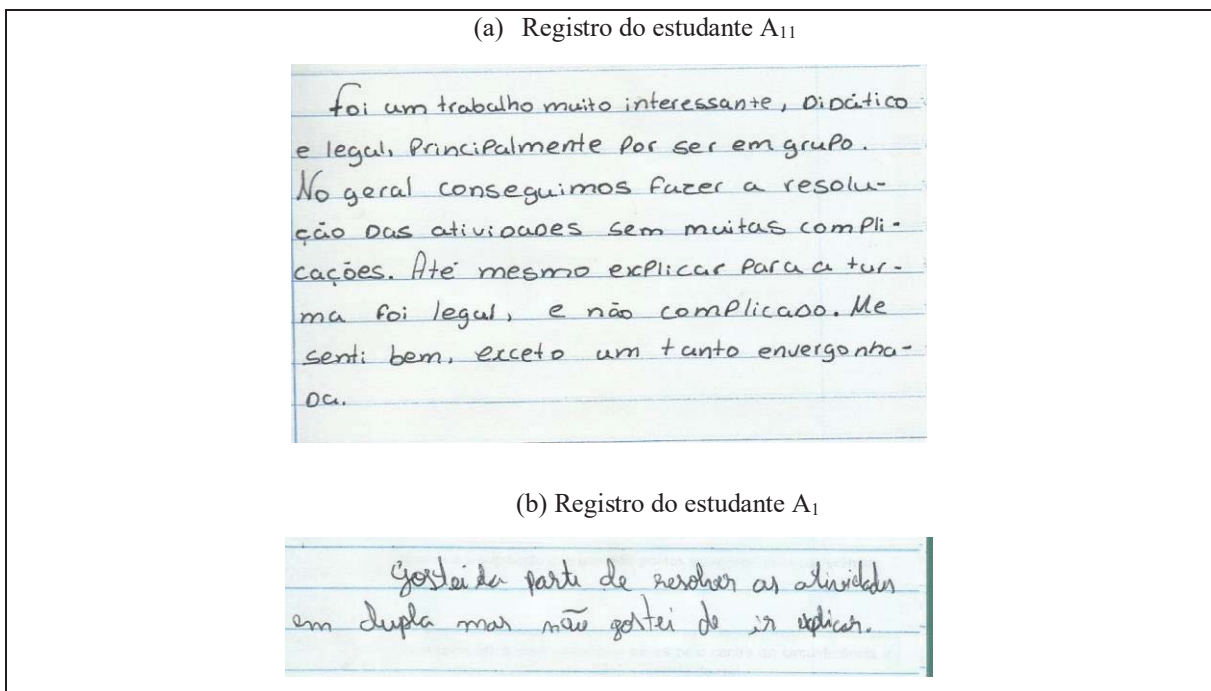
Figura 15 - Gráfico: Atividades colaborativas

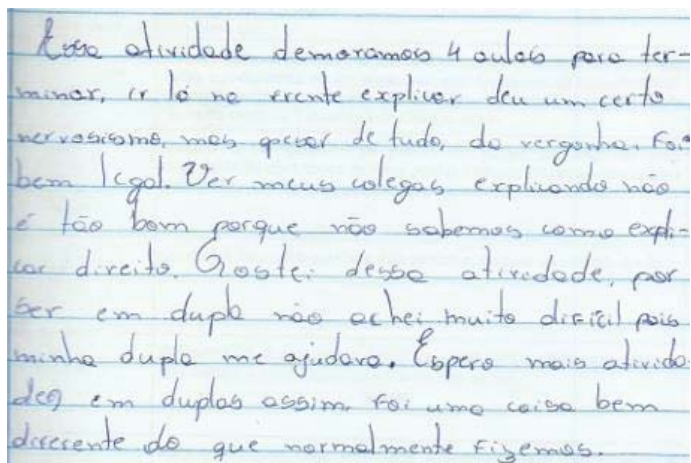


Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Os registros realizados pelos alunos no diário de campo e apresentados na Figura 16 corroboram com as constatações acima descritas.

Figura 16 – Registros dos estudantes no diário de campo acerca de estratégias colaborativas



(c) Registro do estudante A₆


Essa atividade demoramos 4 aulas para terminar, e lá no frente explicar deu um certo nervosismo, mas apesar de tudo, da vergonha, foi bem legal. Ver meus colegas explicando não é tão bom porque nós sabemos como explicar direito. Gostei dessa atividade, por ser em duplo não achei muito difícil pois minha dupla me ajudava. Espero mais atividades em duplas assim, foi uma coisa bem diferente do que normalmente fazemos.

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Quando provocados à exposição oral de seus conhecimentos matemáticos, a maioria dos estudantes tornou-se mais participativo, expondo suas ideias, descobertas, dúvidas, os seus erros e acertos.

Entretanto, a exemplo do estudante A₁₁ (Figura 16(a)), alguns alunos demonstraram sentir vergonha ou falta de segurança em explicar algum conceito ou procedimento matemático para os colegas. Diversos fatores, em conjunto ou não, podem ter influenciado as atitudes dos estudantes, tais como: estarem no período da adolescência; terem conhecimento insuficiente do conteúdo e não estarem acostumados a explicar aos demais colegas.

Ficou evidente para a pesquisadora que uma boa comunicação é essencial em aulas colaborativas, tanto para o estudante saber o momento de falar quanto para saber o momento de ouvir os demais colegas e o mediador da aprendizagem. Através de suas falas, os estudantes verbalizaram caminhos e procedimentos utilizados para solucionar exercícios e problemas, justificando suas escolhas para a resolução dos desafios a eles propostos durante a intervenção pedagógica.

Abriu-se, também, a oportunidade de os estudantes tecerem comentários a respeito dos caminhos e procedimentos traçados pelos colegas, havendo verdadeira troca de experiências e a construção coletiva de conceitos, aprendendo uns com os outros.

O analisado vai ao encontro do que ensina Dante (2021, p.61), ao afirmar que “uma argumentação convincente em Matemática só se concretiza se o (a) estudante souber se expressar bem, comunicar-se bem matematicamente, encadeando logicamente seus pensamentos e descobertas”.

A argumentação é uma das oito competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental previstas na BNCC (BRASIL, 2018c). Destaca a ênfase atribuída ao desenvolvimento de capacidades relacionadas à avaliação crítica, à organização e à comunicação de informações para a produção de argumentos convincentes.

A BNCC, o documento norteador da Educação em nosso País, enfatiza a competência de argumentar ao estabelecer que na

[...] fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada. (BRASIL, 2018c, p. 299).

Considerando que os alunos, nas atividades inicialmente propostas na intervenção pedagógica, demonstraram não estarem habituados a argumentar matematicamente, coube à pesquisadora propor atividades em que os estudantes tivessem a oportunidade de praticar e aprimorar essa competência por meio de situações-problema diversas desenvolvidas por intermédio das estratégias de ensino e de aprendizagem.

Durante o desenvolvimento da sequência didática, as diferentes estratégias que foram utilizadas buscaram incentivar nos estudantes o desenvolvimento e o exercício da argumentação, tanto no formato escrito, justificando a resolução de situações-problema, quanto de forma oral, utilizando-se da persuasão para auxiliar os colegas na compreensão de conceitos.

Os registros escritos nos diferentes instrumentos de coleta de dados, a comunicação e a argumentação dos estudantes demonstraram indícios de que eles estavam relacionando as novas informações e aprendizados sobre área e perímetro de figuras planas com os conhecimentos já existentes em sua estrutura cognitiva, contribuindo para a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, fornecendo indícios da ocorrência da aprendizagem significativa (AUSUBEL *et al.*, 1980).

A fim de ilustrar a forma como os estudantes foram incitados a argumentar durante a intervenção pedagógica, na Figura 17, é apresentada a justificativa escrita do estudante A₁₇ em três situações em que foi requisitado ao aluno argumentar matematicamente.

A primeira situação foi proposta na Aula 3 (Figura 17(a)), a segunda situação, na Aula 5 (Figura 17 (b)) e a terceira, na Aula 8 (Figura 17 (c)).

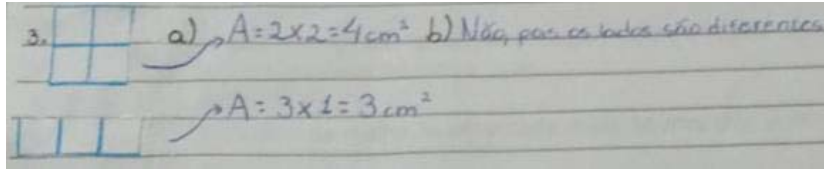
Figura 17 – Desenvolvimento argumentativo do estudante A₁₇ durante a aplicação da sequência didática

(a)

3. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro igual a 8 cm.

a) Calcule as áreas das figuras.

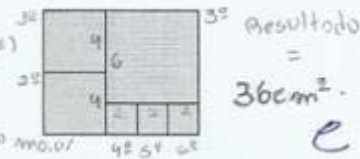
b) As áreas são iguais? Justifique.



(b)

3) A figura seguinte está dividida em 6 quadrados. Sabendo que o lado do quadrado médio mede 4 cm, determine a área do maior quadrado interno à figura.

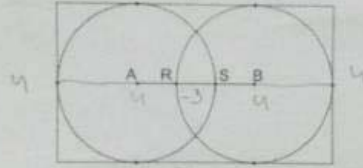
Sabendo que que o lado do quadrado médio (3º e 2º) mede 4 cm descobrimos que o 4º, 5º e 6º tem o metade do medido. Assim, a soma dos seus lados resultam em 6, que é o lado do quadrado maior.



(c)

Questão 8 - (D12). OBMEP - 2010. Na figura as circunferências de centros A e B são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos R e S é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?

- A) 16 cm.
B) 18 cm.
C) 20 cm.
D) 22 cm.



$$\begin{array}{r} 14 \\ + 8 \\ \hline 22 \end{array}$$

Sabendo que o diâmetro da circunferência é 4 cm e a distância entre R e S é 1 cm, eu subtrai a distância entre R e S da soma dos diâmetros, chegando a 7 como resultado

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

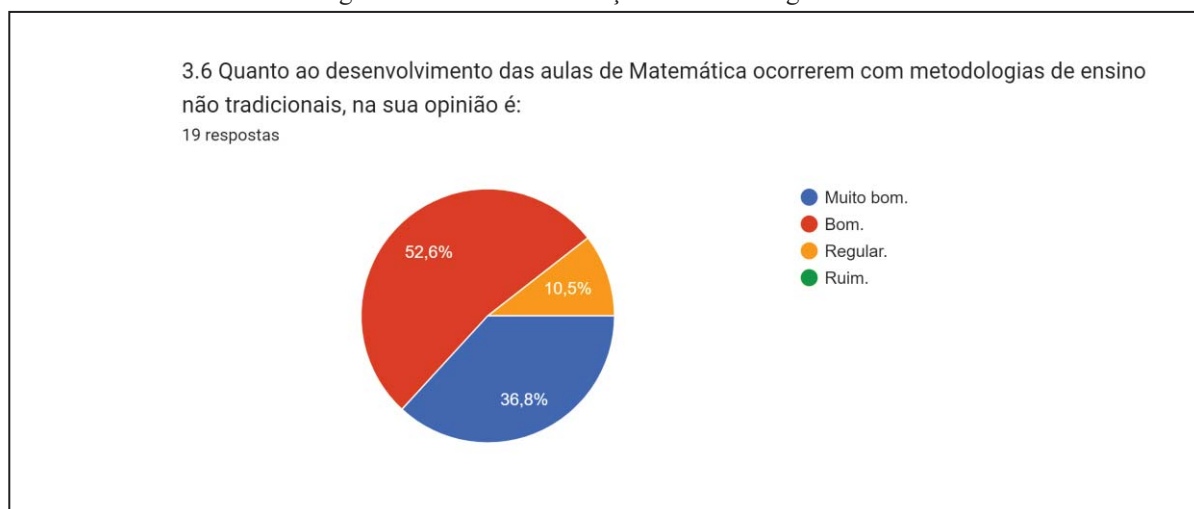
Embora as situações apresentadas na Figura 17 sejam diferentes, é possível perceber que o estudante demonstrou uma maior preocupação em justificar a sua resposta na segunda (Figura 17 (b)) e na terceira situação-problema (Figura 17 (c)). Verifica-se, nessas duas questões, que o aluno já estava imerso na proposta da sequência didática elaborada pela pesquisadora, procurando explicar como fez para descobrir o resultado e tomando consciência do raciocínio que desenvolveu para alcançá-lo. Há, assim, ampliação da capacidade argumentativa e do vocabulário matemático do estudante.

A sequência didática elaborada e aplicada pela pesquisadora buscou desenvolver nos estudantes as competências e as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, condições necessárias ao desenvolvimento do Letramento Matemático.

Na autoavaliação, a pesquisadora buscou obter as percepções dos estudantes a respeito do processo de ensino e de aprendizagem sobre Área e Perímetro de Figuras Planas. Então, foi proposta uma questão em que os estudantes avaliaram a metodologia utilizada durante o desenvolvimento da sequência didática (Figura 18).

Dos dezenove (19) estudantes respondentes, dezessete (17) demonstraram aceitação de metodologias de ensino e de aprendizagem não tradicionais para o desenvolvimento das aulas de Matemática.

Figura 18 - Gráfico: Utilização de metodologias não tradicionais



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

As estratégias adotadas pela pesquisadora para o desenvolvimento das atividades da sequência didática e que foram bem aceitas pelos estudantes (Figura 18) buscaram favorecer o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias para a resolução de situações-problema que explorem a diversidade e a complexidade da Matemática.

Para tanto, a pesquisadora esteve amparada em estudos da OCDE que incentivam a utilização de métodos de ativação cognitiva, pois indicam que estudantes que são expostos mais frequentemente a essas práticas cognitivas têm uma chance de aproximadamente 10% a mais de responder corretamente itens fáceis, e cerca de 50% de chance a mais de responder corretamente itens mais difíceis de Matemática (OCDE, 2018, p. 23).

Diante do exposto, a pesquisadora viabilizou estratégias de ensino e de aprendizagem que contribuem para uma aprendizagem eficaz, utilizando ferramentas pedagógicas que

buscaram facilitar a adequada mediação entre conteúdos e estudantes, levando em conta as suas particularidades culturais e sociais e o contexto de aprendizagem²⁵.

4.3.3 Índícios de Letramento Matemático dos estudantes e a possibilidade de formação para a cidadania: o estabelecimento de conjecturas e a resolução de problemas

Este metatexto tem por objetivo analisar indícios de que seja possível aperfeiçoar o Letramento Matemático por meio da utilização de estratégias de ensino e de aprendizagem ativa.

São apresentados os resultados de atividades desenvolvidas que não possuem nenhuma espécie de ineditismo na prática cotidiana de um professor. No entanto, realizadas num ambiente propício para a aprendizagem e já tendo a pesquisadora estabelecido contato prévio com conceitos e objetivos finalísticos de cada uma das estratégias de ensino e de aprendizagem utilizadas.

Desta forma, este ponto da análise de dados faz referência às suas etapas antecessoras, dentre elas, à que diagnosticou as carências de conhecimentos dos alunos relacionadas à área e ao perímetro de figuras geométricas planas. Também faz menção ao tratamento administrado para preencher as lacunas de aprendizagem dos estudantes, pois um processo necessita de eventos antecedentes que o impulsionem até a sua conclusão.

Entretanto, foca em trazer elementos que demonstrem que o Letramento Matemático dos alunos que participaram desta pesquisa possa ter sido aprimorado.

Nessa perspectiva, a pesquisadora passa a expressar seu entendimento a respeito das evidências de desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes, que emergiram da análise e da descrição dos sentidos dos principais elementos obtidos do *corpus* e agrupados para a constituição desta categoria.

O conceito de Letramento Matemático foca em competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo o estabelecimento de conjecturas e a formulação e a resolução de problemas nos diferentes contextos. São fundamentos que contribuem para que os estudantes tenham aprendizagens

²⁵ Conforme a Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica, as competências específicas vinculadas às dimensões do conhecimento, da prática e do engajamento profissionais e às suas respectivas áreas são: “2a.3 Viabilizar estratégias de ensino que considerem as características do desenvolvimento e da idade dos alunos e assim, contribuam para uma aprendizagem eficaz” e a “2a.4 Utilizar ferramentas pedagógicas que facilitem uma adequada mediação entre os conteúdos, os alunos e as particularidades culturais e sociais dos respectivos contextos de aprendizagem” (Brasil, 2020e, p.9).

significativas da Matemática e desenvolvam a capacidade de mobilizar seus aprendizados para solucionar situações do cotidiano.

Como já exposto, a pesquisadora realizou uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios dos estudantes quanto ao desenvolvimento das habilidades vinculadas aos descritores que constam na Matriz de Referência de Matemática do SAEB (BRASIL, 2020c). Ao final do desenvolvimento da sequência didática, a fim de identificar se houve a ampliação dos conhecimentos matemáticos dos estudantes, foi aplicado um teste de conhecimento que contemplou os mesmos descritores avaliados inicialmente.

Em cada um desses instrumentos de coleta de dados foram apresentadas aos estudantes dez questões, sendo duas de cada descritor, em grau crescente de dificuldade, para exigir do estudante a utilização de habilidades mais complexas (DELIZOICOV; ANGOTTI, 1990).

Considerando que dezenove (19) estudantes participaram das avaliações, é possível comparar, na Tabela 2, o desempenho desses estudantes nos dois instrumentos avaliativos.

Tabela 2

Comparativo de desempenho dos estudantes: avaliação diagnóstica x teste de conhecimento

Questão	Descritor avaliado	Avaliação diagnóstica (inicial)	Teste de conhecimento (final)
		Acertos	Acertos
1	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	10	16
2	D11 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	8	18
3	D12 Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	14	17
4	D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	8	19
5	D15 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	15	18
6	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	6	18
7	D11 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	5	13
8	D12 Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	6	17
9	D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	7	13
10	D15 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	13	19

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Ao analisar quantitativamente os acertos na avaliação diagnóstica e no teste de conhecimento aplicado ao final do desenvolvimento da sequência didática, é possível perceber que a maioria dos estudantes participantes da pesquisa desenvolveu as habilidades relacionadas aos descritores, verificando que o Letramento Matemático deles, em relação aos conceitos de área e perímetro de figuras planas, também se desenvolveu.

Por tratar-se de estudo qualitativo, deve-se buscar indícios de que os estudantes puderam estabelecer conjecturas e resolver problemas nos diversos contextos em que foram apresentados, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas, desenvolvendo, assim, o Letramento Matemático.

É possível observar, na Tabela 2, o desenvolvimento de competências e habilidades dos estudantes, e, ao analisar o seu desempenho na avaliação diagnóstica, que eles apresentaram maior defasagem de aprendizagem quanto aos descritores D11, D12 e D13.

Assim, considerando a experiência da pesquisadora e os resultados analisados, opta-se, nesta etapa da análise, por apresentar alguns resultados relacionados ao descritor D11, já que engloba também os conceitos de perímetro e área de figuras planas, presente nos descritores D12 e D13.

O descritor D11 pretende avaliar a habilidade dos estudantes em identificar os principais elementos do círculo e da circunferência, aplicando as suas relações.

Identificadas essas carências, a pesquisadora propôs aos estudantes atividades práticas para que eles compreendessem e construíssem de forma significativa os conceitos de perímetro da circunferência e da área do círculo.

Durante o processo de aprendizagem, a pesquisadora, por meio da observação participante, constatou que os estudantes utilizaram seus conhecimentos prévios, conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas com vistas a obter as expressões matemáticas para o cálculo do perímetro e da área do círculo.

Na Figura 19, é apresentado o desenvolvimento da Atividade prática 1, denominada *Descobrimo o número π* , realizada pelos estudantes A₂ e A₁₀.

Figura 19 - Atividade prática 1: Descobrimdo o número π

Utilizando diferentes objetos com a forma circular, com o auxílio de um barbante, meça o comprimento (C) e o diâmetro (d) da circunferência de cada um desses objetos utilizando como unidade de medida o centímetro (cm) e preencha a tabela abaixo com os dados solicitados.

Refleta e responda:

1. Ao dividir a medida do comprimento da circunferência do objeto circular pela medida do seu diâmetro, o que você pode concluir?
2. Escreva a expressão matemática que pode ser utilizada para calcular o comprimento de uma circunferência.

Resposta do estudante A₁₀

Objeto	comprimento	diâmetro	$\pi = C/D$
aportador	11,5 cm	3,5 cm	$11,5/3,5 = 3,28571...$
tampa fermento	16 cm	5 cm	$16/5 = 3,2$
tampa café	26 cm	8,5 cm	$26/8,5 = 3,05882...$
corimbo	8,5 cm	2,5 cm	$8,5/2,5 = 3,4$
tampa pote	18 cm	5,5 cm	$18/5,5 = 3,27272...$

1.

O número π representa a razão (divisão) entre o perímetro de uma circunferência e o seu diâmetro. Este valor é constante, independente dos valores do perímetro da circunferência e do seu diâmetro, sempre será 3,141... unidades.

2.

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Resposta do estudante A₂

Objeto	Comprimento (C) cm	Diâmetro (d) cm	$\pi = C/d$
1. Tampa vidro	36,5	12	3,0416
2. Tampa gar.	9,5	3,0	3,1666
3. Fita lina.	28,5	9,0	3,1666
4. Fita laran	25,5	8,5	3,1875

1- Que independente do circunferência, se dividirmos $C \div d$ sempre teremos aproximadamente o mesmo valor.

2- $\pi = \frac{C}{d}$ ou $\pi = \frac{C}{2r}$ $C = 2\pi r$

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Na Figura 19, é possível observar que os estudantes A₂ e A₁₀, mesmo que não tenham obtido as medidas com muita precisão, devido à ausência de instrumentos adequados para aferição de medidas e a falta de prática com os materiais utilizados para a sua execução,

demonstraram em suas considerações que compreenderam de onde se origina o número irracional π .

Ao refletir sobre a experimentação realizada para quatro objetos diferentes, considerando os erros e os acertos ocorridos durante a execução da atividade prática e a interação com os colegas e com a pesquisadora, a maioria dos estudantes conseguiu estabelecer conjecturas, chegando à conclusão de que o número π é uma constante, ou seja, é a razão entre o comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro.

Dessa forma, os estudantes conseguiram compreender, por meio do experimento, utilizando conceitos, procedimentos matemáticos e argumentos lógicos, que para calcular o comprimento de uma circunferência, basta multiplicar o valor do número π pela medida do seu diâmetro.

Já quanto à realização da Atividade prática 2 *Como se obtém a área de um círculo?*, descrita neste documento na seção 3.5.3, por meio da utilização da ideia de áreas conhecidas, os estudantes conseguiram perceber que ao dividir um círculo em partes e reorganizar a sua superfície, a sua área se aproximava de uma figura conhecida, o retângulo. Portanto, os estudantes conseguiram compreender que quanto maior a quantidade de partes em que dividirmos o círculo, mais próximo de um retângulo ficará a figura formada.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018c, p. 265), garantir que os estudantes “relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas”, através da articulação de seus diversos campos, é imprescindível à Matemática, especialmente no final do Ensino Fundamental

Essas atividades práticas e outras que foram realizadas durante o desenvolvimento da sequência didática vêm ao encontro dos ensinamentos de Dante (2021, p.77), pois “formular conjecturas e prová-las, justificando sua validade, também contribui para uma aprendizagem significativa da Matemática e faz parte do letramento em Matemática”.

Os estudantes também tiveram a oportunidade de demonstrar e aplicar as aprendizagens construídas na resolução de situações-problema propostas em várias das atividades desenvolvidas na sequência didática.

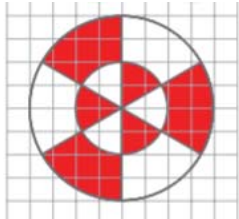
A resolução de problemas é um dos processos matemáticos considerado, simultaneamente, como objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Além disso, é um dos processos matemáticos que pode potencializar o desenvolvimento das competências fundamentais para o Letramento Matemático (BRASIL, 2018c).

Na Figura 20, é apresentada a Questão 7 do teste de conhecimento e a resolução apresentada pelos estudantes A₃, A₁₈ e A₂₁, no intuito de ilustrar a aplicação de conceitos.

Figura 20 - Questão do teste de conhecimento: resolução de estudantes

Questão 7 - (D11) (BIANCHINI, 2011) Adaptada - Um paisagista foi contratado para plantar flores em um canteiro circular. Para comprar a quantidade adequada de mudas, ele desenhou a figura abaixo e pintou as partes em que as flores serão plantadas. Sabendo que o lado de cada quadradinho mede 1m, calcule a área da parte colorida da figura, considerando que a área do círculo pode ser calculada pela expressão $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência e $\pi = 3,14$.

(A) 50,24 m².
 (B) 100,48 m².
 (C) 12,56 m².
 (D) 25,12 m².



Resolução:

Estudante A₃

$$A = 3,14 \cdot 4^2$$

$$A = 3,14 \cdot 16$$

$$A = 50,24 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{pintada}} = A : 2$$

$$A_{\text{pintada}} = 25,12 \text{ m}^2$$

Estudante A₁₈

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 4^2$$

$$A = 3,14 \cdot 16$$

$$3,14$$

$$\times 16$$

$$\hline 2016$$

$$5024$$

$$\hline 5024$$

Estudante A₂₁

$$A = 3,14 \cdot 4^2$$

$$A = 3,14 \cdot 16$$

$$3,14$$

$$\times 16$$

$$\hline 2016$$

$$5024$$

$$\hline 5024$$

- A área pintada
 ou não pintada
 são iguais

$$50,24 : 2 = 25,12$$

Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Essa questão aborda os conceitos de medida do raio, cálculo da área do círculo e compensação de áreas. Para resolver esse tipo de questão, o estudante precisa desenvolver as habilidades e as competências de raciocinar, representar e argumentar.

Para a resolução dessa questão, é necessário que o estudante inicialmente entenda o que estava sendo solicitado, identificando na figura a localização e a medida do raio do círculo. Posteriormente, o estudante deve executar o cálculo da área do círculo e, através da compensação de áreas, perceber que é necessário dividi-la ao meio, de forma a obter a área referente ao plantio de flores.

A pesquisadora propôs a questão aos estudantes e solicitou que apresentassem o cálculo para justificar a alternativa escolhida. Os estudantes A₃ e A₂₁ conseguiram resolver corretamente a questão. Já o estudante A₁₈ não percebeu que era necessário dividir a área do

círculo pela metade para considerar apenas a parte colorida da figura, não conseguindo resolver a questão de forma correta.

Entretanto, mesmo não resolvendo a questão corretamente, o estudante A₁₈ demonstrou ter compreendido o conceito de raio e aplicou corretamente a expressão para o cálculo da área do círculo, evidenciando a construção ou o aprimoramento de importantes conceitos construídos ou aprimorados durante o desenvolvimento da sequência didática.

Assim, em relação ao descritor D11, a maioria dos estudantes demonstrou ser capaz de identificar o círculo e a circunferência, de reconhecer os seus elementos e, com base em suas investigações, generalizar e utilizar as informações para resolver problemas em diversos contextos em que for necessário calcular o perímetro da circunferência ou a área do círculo.

Quanto aos demais descritores, a análise dos dados indicou que a maior parte dos estudantes construiu os conceitos de forma satisfatória, com motivação, entusiasmo e engajamento na maioria das atividades que foram desenvolvidas.

Considerando os elementos extraídos do *corpus* da análise, é possível afirmar que há evidências de que o Letramento Matemático do grupo de alunos que participou da sequência didática proposta por esta investigação foi ampliado.

Durante as atividades práticas da pesquisa, as habilidades e as competências imanentes ao conteúdo curricular trabalhado foram substancialmente desenvolvidas por uma série de situações de aprendizagem, que vão desde a contextualização, necessária para o aluno situar-se e poder assimilar novos conhecimentos ou novas aplicações, à própria repetição de ensinamentos que, pela precariedade, não se fizeram subsunções para sustentar as diversas abordagens que os conceitos de área e perímetro de figuras planas possam vir a ter.

Mas, considerar apenas o resultado positivo, ou seja, o desenvolvimento do Letramento Matemático nos alunos, sem fazer referência à forma, aos instrumentos, ou ao processo como um todo, não distingue em nada as práticas cotidianas docentes das elaboradas estratégias de ensino e de aprendizagem ativa utilizadas no decurso da aplicação da sequência didática.

Para a construção de conceitos de forma significativa, não basta ao professor apenas dominar os mais diversos campos da Matemática. Terá ele de refletir sobre a forma adequada para que o estudante assimile conceitos e construa seu próprio conhecimento. É justamente esse o diferencial da utilização das estratégias de ensino e de aprendizagem ativa, pois possibilitam que conteúdos diferentes sejam abordados de forma a favorecer o protagonismo do estudante.

O uso dessas práticas autoriza também a utilização de instrumentos que numa aula tradicional não seriam disponibilizados. Tornar a aprendizagem concreta favorece a

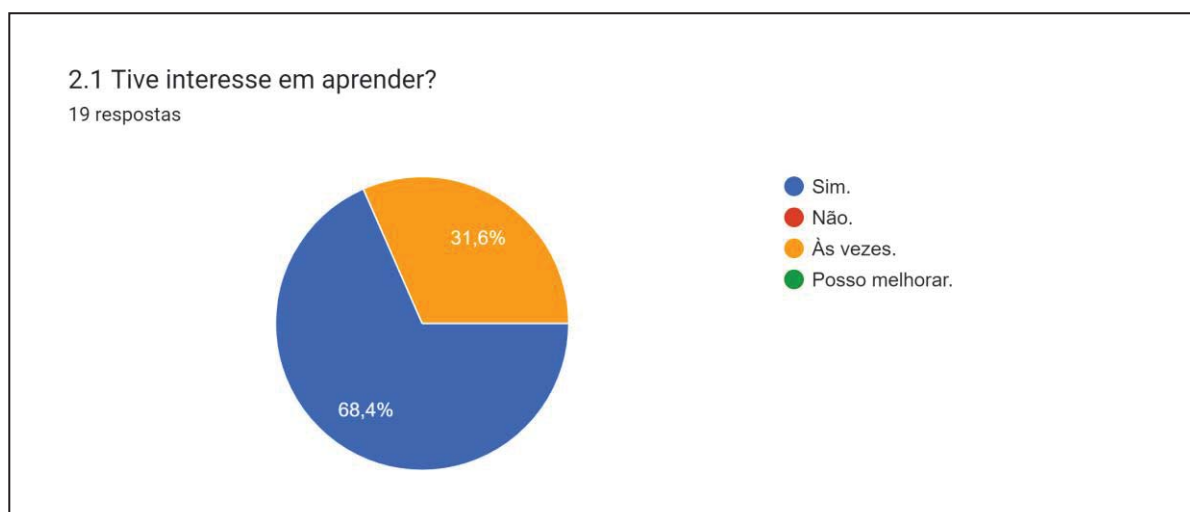
contextualização, familiariza o aluno a diversas abordagens da aplicação de um conteúdo. A régua e o compasso exercem verdadeiramente sua função instrumental, quando o aluno passa a executar a tarefa de medir tampas, barbantes e figuras geométricas cortadas à tesoura.

A utilização das estratégias de ensino e de aprendizagem ativas são um verdadeiro elo entre o que o professor tem a ensinar e o que os alunos, através de seu protagonismo, irão construir e reter como conhecimento de forma significativa. Trata-se do processo que permite a ocorrência da aprendizagem. As diversas estratégias utilizadas, uma a uma, contribuíram, numa certa gradação, para que os estudantes apresentassem indícios do enriquecimento dos seus conhecimentos, pois permitiram que as suas competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente fossem lapidadas durante a aplicação da sequência didática de forma a estabelecer conjecturas e a solucionar problemas.

Por fim, corrobora com a ideia da existência de sinais de aperfeiçoamento do Letramento Matemático dos estudantes a sua própria percepção a respeito do desenvolvimento da sequência didática. Além da observação da pesquisadora e dos resultados falarem por si, tanto quantitativos quanto qualitativos, já que demonstram indícios do aperfeiçoamento de competências e habilidades matemáticas, também os próprios estudantes afirmaram ter adquirido segurança no manejo de procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas relacionadas aos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

Na autoavaliação, no quesito que investigou o interesse dos estudantes na aprendizagem durante o desenvolvimento da sequência didática, treze (13) dos dezenove (19) estudantes respondentes (Figura 21) afirmaram que tiveram interesse em aprender, satisfazendo uma das condições que contribui para a ocorrência da aprendizagem significativa prevista por Ausubel (2003).

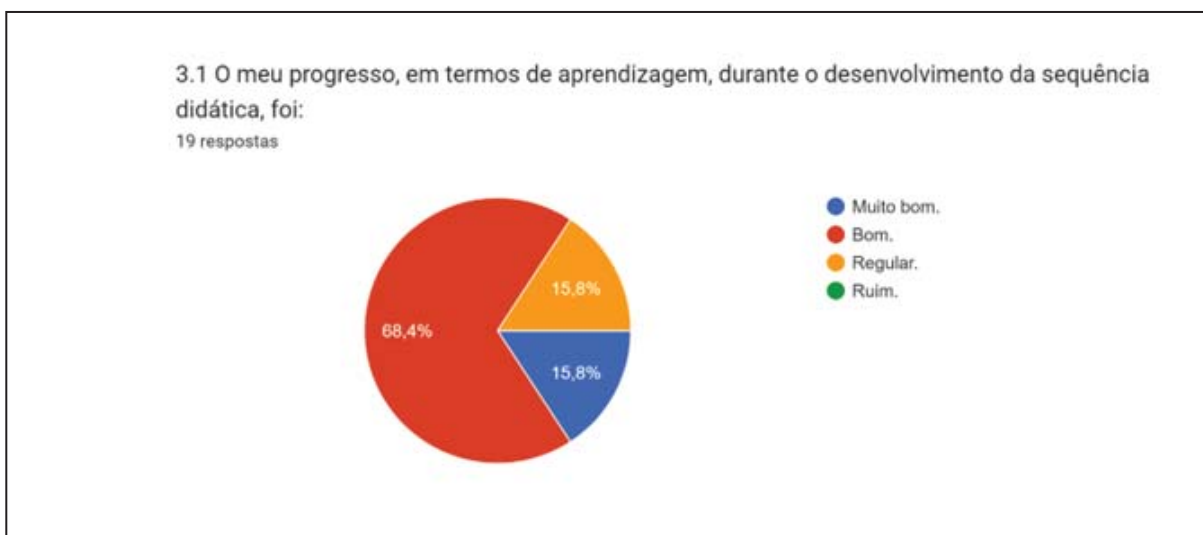
Figura 21 - Gráfico: Interesse dos estudantes em aprender



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Quando os estudantes foram questionados a respeito do processo de aprendizagem sobre os conceitos de área e perímetro, dos dezenove (19) alunos que responderam a avaliação, dezesseis (16) acreditavam que o seu progresso, em termos de aprendizagem, durante o desenvolvimento da sequência didática, foi muito bom ou bom, como é possível visualizar na Figura 22.

Figura 22 – Gráfico: Progresso da aprendizagem dos estudantes



Fonte: Material da pesquisa, 2021.

Portanto, os resultados apontam a existência de progresso na aprendizagem dos estudantes sobre os conceitos de área e perímetro e a melhoria gradual do desempenho nas mais

variadas avaliações a que foram submetidos durante a aplicação da sequência didática, que foi planejada e desenvolvida com foco na ação do estudante.

Os estudantes foram incentivados a resolver as situações-problema nos diversos contextos em que foram expostos por meio de estratégias de ensino e de aprendizagem ativa, comunicando e argumentando matematicamente, estabelecendo conjecturas, utilizando conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas, apresentando indícios de desenvolvimento do Letramento Matemático.

5. PRODUTO EDUCACIONAL

Ao longo deste estudo, a pesquisadora dedicou esforços para responder aos questionamentos que impulsionaram esta investigação, com vistas a desenvolver um produto educacional que pudesse trazer respostas à pergunta de pesquisa.

Buscou elaborar um produto educacional que contribua não só com sua prática profissional, mas que seja uma fonte de consulta e inspiração para práticas pedagógicas mais eficientes e contemporâneas, que forneça subsídios para que outros profissionais da área possam implementá-las em sua atividade docente, contribuindo para a construção de aprendizagens mais significativas, num esforço conjunto de desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes.

Nessa perspectiva, o produto educacional foi desenvolvido a partir da reflexão, compilação e adaptação de conhecimentos existentes que foram revisitados em prol dos objetivos da pesquisa e da realidade estudada, possuindo clara aderência à linha de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECiMa) ao qual está filiado, intitulada *Fundamentos e Estratégias Educacionais no Ensino de Ciências e Matemática*.

À vista disso, a partir do aprimoramento da sequência didática aplicada, foi organizado um Guia de atividades intitulado *Tecendo o Letramento Matemático* (Apêndice D), em que foram contemplados os seguintes tópicos: Letramento Matemático; resolução de problemas, sugestões de estratégias de ensino e de aprendizagem ativa, atividades práticas e situações-problema envolvendo os conceitos de área e perímetro.

O produto educacional terá acesso público e gratuito através da página do Programa de Mestrado²⁶ e do site da Capes e terá potencial de replicabilidade face à possibilidade de acesso e sua descrição permitir a utilização por terceiros.

²⁶ <https://www.ucs.br/site/pos-graduacao/formacao-stricto-sensu/ensino-de-ciencias-e-matematica/dissertacoes/>

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo de cada professor é a aprendizagem dos seus alunos. Ao longo da vida profissional da pesquisadora, muitas estratégias de ensino e de aprendizagem foram sendo utilizadas por ela no intuito de alcançar esse objetivo. Esta pesquisa instigou a pesquisadora a estudar e implementar práticas de ensino e de aprendizagem focadas no protagonismo dos seus alunos.

O estudo acadêmico ocorreu de forma empírica, com intervenção pedagógica por meio da utilização de estratégias de ensino e de aprendizagem ativa, tendo como foco o desenvolvimento do Letramento Matemático de estudantes que estavam finalizando uma das etapas da Educação Básica, o Ensino Fundamental.

No decorrer desta investigação, a pesquisadora dedicou esforços para responder ao questionamento que impulsionou este estudo, isto é, *como é possível aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede de Ensino do Município de Farroupilha, mediante estratégias de aprendizagem ativa, desenvolverem o seu Letramento Matemático?*

Assim, a pesquisa teve como objetivo geral *promover o desenvolvimento do Letramento Matemático de estudantes que estão finalizando o Ensino Fundamental por meio de estratégias de aprendizagem ativa.*

Antes de se responder ao problema proposto para esta investigação, a pesquisadora irá analisar se foi possível alcançar o objetivo geral, debruçando-se sobre as constatações a respeito de cada um dos objetivos específicos propostos no estudo.

Com o propósito de definir o conteúdo, as habilidades e as competências a serem desenvolvidas com os estudantes participantes da pesquisa, a pesquisadora optou por realizar a análise dos resultados obtidos pelos estudantes do 9º ano da EMEF Presidente Dutra nas últimas três edições dos testes cognitivos do SAEB que possuíam resultados divulgados até o momento em que este estudo foi iniciado, edições de 2015, 2017 e 2019.

Da análise realizada, foi apurado que os estudantes apresentavam déficit de aprendizagem em diversos conteúdos, indicando a possibilidade de aprimoramento. Para tanto, utilizou a escala de proficiência do SAEB em conjunto com o enquadramento efetuado pela Secretaria de Educação Básica do MEC. Recaiu, então, a escolha do conteúdo à pesquisadora.

O procedimento para a escolha do conteúdo foi tido pela pesquisadora como o mais adequado, pois considerou o período em que a humanidade foi acometida pela Pandemia da Covid-19, o tempo disponível em cronograma para aplicação prática deste estudo, o fato de não ser possível revisar os planos de trabalho dos professores e de verificar os cadernos dos

alunos participantes da pesquisa nas séries anteriores e, ainda, levou em conta a continuidade do corpo docente que ministra a disciplina de Matemática no estabelecimento de ensino em que a pesquisa foi realizada.

A pesquisadora planejou e desenvolveu com os estudantes uma sequência didática que foi elaborada a partir da seleção de descritores do SAEB (BRASIL, 2020) que foram alinhados com os conteúdos, as habilidades e as competências presentes na BNCC (BRASIL, 2018c). Dessa maneira, considerando o procedimento de escolha do conteúdo já tratado, foi possível definir que a sequência didática seria sobre os conceitos de Área e o Perímetro de Figuras Planas.

A elaboração da sequência didática foi embasada na Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003) e aplicada através dos Três Momentos Pedagógicos propostos por Delizoicov e Angotti (1990), utilizando para o desenvolvimento das aulas algumas estratégias de ensino e de aprendizagem ativa (ELMÔR-FILHO et al., 2019) e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, preconizada por Onuchic et al. (2019).

A TAS mostrou ser uma teoria de aprendizagem compatível aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática desenvolvidos na sequência didática, principalmente por dar a devida importância aos conhecimentos prévios dos alunos, fator que influenciou fortemente a construção de aprendizagens dos estudantes que participaram do presente estudo.

A maioria dos estudantes demonstrou aceitação pelas diferentes estratégias de ensino e de aprendizagem que foram utilizadas no processo de construção dos conceitos, pois em diversos momentos manifestaram empenho em aprender, realizar a atividade proposta e compartilhar seus aprendizados com os demais colegas e com a pesquisadora.

Como exemplo, na aplicação da estratégia Sala de Aula Invertida, os estudos prévios que os alunos realizaram em casa, antes da aula, tornaram o processo de ensino e de aprendizagem muito mais envolvente e produtivo, gerando oportunidades para a ocorrência de aprendizagens significativas. Foi possível observar, no momento Aula, uma maior interação aluno-aluno e aluno-professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto no papel do aluno. Também possibilitou o trabalho colaborativo, desenvolveu o senso de organização, impulsionou a automotivação e a autonomia, e, com isso, foi possível perceber os estudantes mais confiantes em trilhar o seu próprio caminho rumo à aprendizagem.

Depois do desenvolvimento da sequência didática, consideradas as estratégias de ensino e de aprendizagem aplicadas, é possível afirmar que os estudantes participantes deste

estudo se mostraram mais suscetíveis à construção de aprendizagens significativas e duradouras.

A construção e a assimilação de conhecimentos matemáticos por meio das estratégias de ensino e de aprendizagem ativa utilizadas na sequência didática estão diretamente ligadas à melhora no rendimento escolar do estudante. Embora este estudo seja qualitativo, o comparativo e a análise quantitativa dos acertos dos estudantes realizados na avaliação diagnóstica e no teste de conhecimento aplicado ao final do desenvolvimento da sequência didática corroboram que a maioria dos estudantes desenvolveu as habilidades relacionadas aos descritores trabalhados, indicando que o seu Letramento Matemático, em relação aos conceitos de área e perímetro, também foi aprimorado.

As estratégias de ensino e de aprendizagem aplicadas desempenharam o seu papel de forma eficiente, indicando que podem ser amplamente utilizadas como recurso metodológico apropriado para que a própria pesquisadora e outros docentes da área as utilizem na organização e no desenvolvimento de suas aulas, potencializando os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes. Tal entendimento harmoniza-se com os resultados dos estudos da OCDE (2018), que incentivam a utilização de métodos de ativação cognitiva para potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Com base nos resultados, conclui-se que o caminho metodológico adotado pela pesquisadora para desenvolver a sequência didática, estruturada através dos Três Momentos Pedagógicos, partindo da identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes (AUSUBEL, 2003) e as estratégias de ensino e de aprendizagem ativa adotadas, contribuíram para que os estudantes construíssem os conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade, desenvolvendo o senso crítico, a argumentação, o trabalho em grupo e a comunicação oral.

As atividades que foram propostas e desenvolvidas pelos estudantes tiveram foco nas competências e nas habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. No decorrer do desenvolvimento da sequência didática, por meio da coleta e análise dos dados foi possível acompanhar o desenvolvimento de cada uma dessas competências e habilidades, que são essenciais para o aprimoramento do Letramento Matemático.

Se os docentes pretendem que seus estudantes se tornem cidadãos aptos a participarem plenamente do mundo contemporâneo, é necessário que valorizem o Letramento Matemático, pautando as aulas por atividades desafiadoras e problematizadoras, que favoreçam o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em diversos contextos.

Nesse sentido, este estudo teve como um dos objetivos específicos desenvolver um produto educacional que pudesse auxiliar os profissionais da área na sua prática docente, que poderá consistir em mais uma fonte de consulta e inspiração para práticas pedagógicas mais eficientes e contemporâneas a quem tiver interesse pelo assunto. Através do aprimoramento da sequência didática elaborada e aplicada, foi concebido o produto educacional, em forma de um guia de atividades, intitulado Tecendo o Letramento Matemático. Este produto educacional está em concordância com a linha de pesquisa do PPGE CiMa denominada "*Fundamentos e Estratégias Educacionais no Ensino de Ciências e Matemática*".

Além do produto educacional contribuir com a prática profissional da pesquisadora, fornece subsídios para que professores da área possam implementar algumas das sugestões em suas aulas, contribuindo para a construção de aprendizagens mais significativas, em um esforço conjunto de desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes.

Analisando as manifestações dos estudantes durante a aplicação da sequência didática, foi possível perceber o impacto positivo da utilização de estratégias de ensino e de aprendizagem ativa no aprendizado dos alunos. Em diversos momentos, os estudantes construíram conceitos ou desenvolveram atividades de forma colaborativa, aprendendo a trabalhar em equipe, a lidar com a diversidade e as diferenças de opinião, desenvolvendo o pensamento reflexivo e crítico, aperfeiçoando a comunicação, estimulando a argumentação, contribuindo para o desenvolvimento de sua autonomia e de habilidades que podem ser utilizadas ao longo de sua vida, como a capacidade de iniciativa e a liderança.

Assim, foi possível captar que estratégias que auxiliem os processos de ensino e de aprendizagem e que propiciem ao estudante o papel de protagonista no processo de construção do seu próprio conhecimento ajudam na edificação de aprendizagens mais significativas e duradouras, contribuindo para o desenvolvimento do seu Letramento Matemático.

De acordo com os resultados da investigação, desde que o professor faça uso de situações que problematizem o conhecimento, favorecendo a ocorrência de aprendizagens significativas, é possível desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes. Nesse contexto, o erro faz parte do processo e pode potencializar o desenvolvimento de habilidades e competências mais elaboradas. Mais importante do que uma resposta certa, são as ações e reflexões de pensamento que ocorrem ao longo do caminho.

Com os resultados obtidos, foi possível perceber que o sucesso das aulas de Matemática, nas quais os professores optem por aplicar estratégias de ensino e de aprendizagem ativa, depende de alguns fatores, tais como: a escolha adequada da atividade ou situação-problema a ser desenvolvida; a quantidade de atividades a ser implementada; uma mediação

adequada do professor para a escolha dos grupos de trabalho; a motivação, o envolvimento e a disposição dos estudantes para aprender e realizar as atividades propostas.

Quanto à escolha adequada da atividade ou situação-problema a ser desenvolvida, é importante que o professor fique atento quanto à contextualização para que o problema tenha sentido e propósito para o estudante, servindo a um fim compreensível.

Com relação à quantidade de atividades a ser implementada é interessante que o professor, ao desenvolver a aula com uma estratégia que os estudantes não estejam habituados, opte por um número menor de atividades, pois devido às discussões e construções coletivas, provavelmente, os estudantes precisarão de mais tempo, quando comparamos com formas mais costumeiras de desenvolvimento das aulas.

No que se refere às atividades realizadas em grupos de estudantes, ou seja, de forma colaborativa, sugere-se a utilização de algum critério estabelecido pelo professor para a formação de duplas ou grupos, permitindo aos estudantes interações com colegas que, eventualmente não tenham tanta afinidade, potencializando, assim, as trocas de experiências e a construção de conceitos e aprendizados.

Em relação à motivação, ao envolvimento e à disposição do estudante para aprender e realizar as atividades propostas, são, no mínimo, questões desafiadoras. Entretanto, podemos destacar alguns pontos que podem contribuir para o aumento da probabilidade de participação estudantil nas aulas de Matemática: o professor precisa conhecer o seu estudante; partir dos conhecimentos prévios dos alunos; utilizar situações contextualizadas e apropriadas para o ano escolar; e optar por desenvolver os processos de ensino e de aprendizagem com estratégias que evidenciem o protagonismo do estudante.

De todo o exposto, entende a pesquisadora que foi obtida resposta ao problema de pesquisa e que os objetivos a que se propôs o presente estudo foram atingidos, sendo possível afirmar que as estratégias de aprendizagem ativa utilizadas, por terem foco na ação do estudante, quando implementadas nas aulas de Matemática, contribuem para que a aprendizagem dos estudantes seja significativa, desenvolvendo, assim, o seu Letramento Matemático.

A caminhada de estudo no curso de mestrado, os momentos de interação e trocas de experiências com os colegas mestrandos e com os professores foram fundamentais para o crescimento intelectual da pesquisadora e o aprimoramento do seu fazer pedagógico docente. A pesquisadora é hoje uma docente mais criativa, preparada e atualizada para enfrentar os desafios apresentados no cotidiano de uma sala de aula.

Certamente, as estratégias de aprendizagem ativa continuarão a fazer parte do fazer pedagógico da pesquisadora. Elas muito contribuíram com os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes participantes da pesquisa e, com certeza, contribuirão com todos aqueles estudantes que vierem a ser seus alunos nos anos vindouros.

Existem muitas maneiras do professor potencializar os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes de modo a contribuir para o desenvolvimento do Letramento Matemático. Certamente, este estudo, além de trazer respostas à pergunta de pesquisa, apresentou algumas reflexões e possibilidades de estratégias de ensino e de aprendizagem que podem ser utilizadas por outros docentes nas aulas de Matemática. Espera-se que este estudo possa promover inspiração, aprofundamento e reflexões sobre a importância do Letramento Matemático e que outros pesquisadores venham a se dedicar ao assunto.

A pesquisadora acredita que o conhecimento matemático é algo poderoso. Desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes significa conscientizá-los de que a Matemática pode ser colocada a serviço da leitura e compreensão do mundo pessoal, social, tecnológico, político e científico. A emancipação do sujeito proporcionada pelo Letramento Matemático é um ideal que deve e pode se tornar realidade.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. 1. ed. Lisboa: Plátano, 2003

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. 2.ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BLOOM, B. S. et al. **Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals**. Handbbok I: Cognitive domain. New York, Toronto: Longmans, Green, 1956.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução às teorias e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Recenseamento do Brazil em 1872**. Rio de Janeiro, 1874. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/biblioteca-catalogo?id=225477&view=detalhes>. Acesso em: 20 out. 2022.

BRASIL. Constituição (1934). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Rio de Janeiro, 1934.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL. Decreto-Lei 8.529, de 2 de janeiro de 1946. Lei Orgânica do Ensino Primário. **Diário Oficial da União**. Rio de Janeiro, DF, 1946.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **PISA 2000: Relatório Nacional**. Brasília, 2001. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/PISA2000.pdf>. Acesso em 20 out. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: Ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SAEB; INEP, 2008.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Diretoria de Avaliação da Educação Básica. **Letramento Matemático**. Brasília, DF: INEP, 2010. Disponível em: http://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/2010/letramento_matematico.pdf. Acesso em 20 out. 2022.

BRASIL. **Nota Técnica: Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas de Educação Básica (INSE)**. Brasília, DF: INEP, 2015. Disponível em: http://download.inep.gov.br/informacoes_estatisticas/indicadores_educacionais/2015/nota_tecnica/nota_tecnica_inep_inse_2015.pdf. Acesso em: 20 out. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Saeb 2017 revela que apenas 1,6% dos estudantes brasileiros do Ensino Médio**

demonstraram níveis de aprendizagem adequados em Língua Portuguesa. 2018a.

Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/saeb-2017-revela-que- apenas-1-6-dos-estudantes-brasileiros-do-ensino-medio-demonstraram-niveis-de-aprendizagem-considerados-adequados-em-lingua-portug/21206. Acesso em 20 out. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Saeb: Evidências da Edição 2017.** Brasília, DF. 2018b.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base.** Brasília, DF: INEP, 2018c.

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil.** Brasília, DF. [S.n], 2019a. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206. Acesso em: 20 out. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) Diretoria de Avaliação da Educação Básica. **Relatório Brasil no Pisa 2018 (versão preliminar).** Brasília, DF: INEP, 2019b.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Histórico.** Brasília, DF: [S. n.], 2020a. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/historico>. Acesso em: 20 out. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Histórico.** Brasília, DF: [S. n.], 2020b. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/erce/historico>. Acesso em 20 mar. 2022.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do SAEB: documento de referência do ano de 2001.** Brasília, DF: INEP, 2020c.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Escalas de proficiência do SAEB.** Brasília, DF: INEP, 2020d. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso em: 22 nov. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica (BNC – Formação Continuada).** Resolução CNE/CP n.1, de 27 de outubro de 2020. Brasília, 2020e. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/outubro-2020-pdf/164841-rcp001-20/file>. Acesso em: 02 out 2022.

DAMIANI, Magda Floriana. **Sobre pesquisas do tipo intervenção.** In: XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, XVI, - UNICAMP - Campinas – 2012. Disponível em: file:///home/chronos/u-f228c877b20b69bdb7bb14c1fa71715d7cfaefe1/MyFiles/Downloads/pdfslide.tips_sobre-

pesquisas-do-tipo-intervencao-1-sobre-pesquisas-do-tipo-intervencao.pdf. Acesso em: 18 out. 2022.

DAMIANI, M. F., ROCHEFORT, Renato S., CASTRO, Rafael Fonseca, DARIZ, Marion R., PINHEIRO, S. N. S. **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica**. CADERNOS DE EDUCAÇÃO (UFPEL), Pelotas, v. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 17 out. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Letramento matemático de bolso: reflexões para a prática em sala de aula**. 1.ed. São Paulo: Arco 43, 2021.

DE LIMA, P.V.P, *et al.* Brasil no Pisa (2003-2018): Reflexões no campo da Matemática. **Tangram – Revista de Educação Matemática**. Dourados, v.3, n.2, p. 03-26, 2020.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. **Física**. São Paulo: Cortez, 1990.

DUARTE, Eduardo de Jesus Favorito. **Uma proposta didática para o ensino de matemática a partir da análise dos resultados das avaliações externas**. 2018. 122 p. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2018.

ELMÔR-FILHO, G.; SAUER, L. Z.; ALMEIDA, N.N.; VILLAS-BOAS, V. **Uma Nova Sala de Aula é Possível: aprendizagem ativa na educação em Engenharia**. 1.ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.

FARROUPILHA, Prefeitura Municipal de. **Referencial Curricular do município de Farroupilha**. org. Márcia Finimundi Nóbile. Farroupilha: Prefeitura Municipal de Farroupilha. SEDUC, 2020. 883p.

FELDER, Richard M.; BRENT, Rebecca. **Teaching and Learning STEM: A Practical Guide**. San Francisco: Jossey-Bass, 2016.

FERRAZ, A. P. C. M.; BELHOT, R. V. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. **Revista Gestão & Produção**, São Carlos, v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (organizadoras). **Métodos de Pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e SEAD/UFRGS. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed.- São Paulo: Atlas, 2008.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTIA – IBGE. **Anuário Estatístico do Brasil – 1980**. Rio de Janeiro, RJ. IBGE, 1981. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/20/aeb_1980.pdf. Acesso em: 20 out. 2022.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTIA – IBGE. **Pnad Contínua: Educação em 2019**. Rio de Janeiro, RJ: IBGE, 2020. Disponível em:

https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101736_informativo.pdf. Rio de Janeiro, 2020. Acesso em: 21 out. 2022.

JOLANDEK, E. G. **Reforma Curricular, Avaliação em Larga Escala e Pisa: Um olhar a Partir de Percepções Docentes**. 2020. 189 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Ponta Grossa, 2020.

LUCKESI, Cipriano C. **A avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e criando a prática**. 2. ed. Salvador: Malabares Comunicação e Eventos, 2005.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva**. 3 ed. rev. e amp. Ijuí: Ed. Unijuí, 2020. E-book.

MOREIRA, Marco Antônio; Masini, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes Ltda, 1982.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, Marco Antônio. **O que é afinal aprendizagem significativa?** Porto Alegre, 2010. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueefinal.pdf>. Acesso em: 24 out. 2022.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa em mapas conceituais**. Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, 2013.

OLIVEIRA, Lidiane dos Santos. **Aprendendo a Ler o Pisa: Avaliação ou Produção de Saberes?** 2015. 160 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Estudos de Linguagem, Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, 2015.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73 - 98, 2011.

ONUCHIC, L. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?** *Revista Espaço Pedagógico*, v. 20, n. 1, 4 out. 2013.

ONUCHIC, L. R. *et al.* (org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2019. E-book.

ORGANIZACION DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA. Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. **Análisis curricular Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019)** - Brasil. Santiago, 2020.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. **Guia del profesorado TALIS 2013: Estudio internacional sobre enseñanza y aprendizaje**. OECD Publishing, Paris, 2014.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **10 Questões para professores de matemática... e como o PISA pode ajudar a respondê-las**. IMPA, 2018.

PERES, Paula. Por que os resultados do Saeb estão sendo questionados. *Nova Escola*, [S. l.: s. n], 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/12555/por-que-os-resultados-do-saeb-estao-sendo-questionados#>. Acesso em: 20 out. 2022.

PETRONZELLI, Vera Lúcia Lúcio. **Políticas de Avaliação da Educação Escolar Brasileira: Ensaio Dialético sobre a Literacia Matemática no PISA/OCDE**. 2016. 149 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pós-Graduação em Educação, Setor de Educação, Linha de Pesquisa em Linhas de Políticas Educacionais, Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, 2016.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

ROCHA, Eloy da Silva. **Uma Análise Pedagógica dos Dados Estatísticos das Provas de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental do SAEB no Período de 2011 a 2017**. 2019. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, 2019.

SOARES, Magda. **Letramento: um tema em três gêneros**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____, RG nº _____, responsável legal pelo estudante/participante _____, RG nº _____, declaro que estou ciente das informações aqui citadas e autorizo meu(minha) filho(a) a participar da pesquisa que é parte da dissertação de Mestrado **“Possibilidade de Letramento Matemático para Estudantes que estão Finalizando o Ensino Fundamental Utilizando Estratégias de Aprendizagem Ativa”**, realizada pela Professora Derlise Fiametti Xavier, mestranda, regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, orientada pela Professora Dr^a. Valquíria Villas Boas Gomes Missell, durante o ano de 2021.

A pesquisa tem a finalidade de investigar se é possível aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, mediante estratégias de aprendizagem ativa, melhorarem seu Letramento Matemático, acerca de Geometria Plana. Todas as etapas da pesquisa serão desenvolvidas no período de aula, na disciplina de Matemática.

Autorizo, a divulgação dos resultados obtidos através das produções realizadas em sala de aula, resoluções ou relatos (escritos ou falados) em atividades de aprendizagem ou de avaliação, respostas a questionários ou outros instrumentos de levantamento de dados, bem como, no registro das imagens, que serão divulgados na forma de artigos e apresentação oral ou escrita em eventos científicos-acadêmicos, respeitando-se o compromisso de manter incógnita a identidade do(a) meu(minha) filho(a) e assim concordo com a manutenção do caráter confidencial das informações registradas relacionadas com a privacidade dos participantes da pesquisa.

Estou ciente que a cedência de imagens é sem fins lucrativos, ônus ou encargos para o pesquisador, por tempo indeterminado. Tenho o conhecimento de que a participação de meu(minha) filho(a) deverá ser espontânea, havendo a devida liberdade para que ele(a) se recuse a participar ou retire seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma ou sem prejuízo e que receberei as informações que solicitar sobre os procedimentos e demais assuntos relacionados com esta pesquisa.

Desde já agradecemos a sua colaboração e colocamo-nos à disposição para esclarecimentos pelo telefone (54) 999454301 ou email: dfxavier1@ucs.br.

Farroupilha, 01 de outubro de 2021.

Assinatura do Responsável Legal

Assinatura do Estudante/Participante

APÊNDICE B – MENSAGEM DE ORIENTAÇÃO DO DIÁRIO DE CAMPO

ORIENTAÇÃO DO DIÁRIO DE CAMPO

Querido estudante!!

O diário de campo é o registro escrito daquilo que o estudante ouve, vê, experiencia e pensa, ou seja, é o relato escrito das ações, impressões e emoções vivenciadas no cotidiano escolar e uma forma de reconstruir mentalmente a atividade diária, significando a aprendizagem.

O diário de campo facilita a criação do hábito de observar com atenção e descrever com precisão, permitindo que o estudante reflita sobre os acontecimentos e aprendizagens de uma aula, podendo conter a fala dos sujeitos envolvidos.

Escrever um diário é como travar uma espécie de diálogo consigo, explicando o que aconteceu durante a aula, o que aprendeu e o que é necessário estudar mais.

Assim, ao final de cada aula, você deverá fazer o seu registro que precisará conter: a data da observação, a temática, breve explicação da atividade desenvolvida, suas aprendizagens, considerações sobre a aula e observações que você julgar necessárias.

Esses registros, além de serem utilizados como dados para o projeto de pesquisa que estou desenvolvendo, serão utilizados como um dos instrumentos avaliativos do terceiro trimestre. Por isso, faça-os com capricho, empenho e atenção.

Bom trabalho a todos.

Derlise Fiametti Xavier

APÊNDICE C – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

PRIMEIRO MOMENTO PEDAGÓGICO PROBLEMATIZAÇÃO INICIAL



AULA 1

Objetos de conhecimento: Letramento Matemático e avaliações externas.

Objetivo: identificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do Letramento Matemático e relacionados às avaliações externas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: desenvolver a interpretação, o senso crítico e a argumentação.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: computador, datashow, internet, vídeos disponíveis no Youtube, cadernos a serem utilizados como diário de campo e cópias das orientações a serem distribuídas aos alunos.

Metodologia de desenvolvimento: de forma dialogada, o professor deverá questionar os estudantes a respeito do conceito de Letramento Matemático e das avaliações externas. Procurará sanar as dúvidas que surgirem e esclarecerá a respeito do Letramento Matemático e sobre a importância das avaliações em larga escala para o planejamento educacional do País e suas implicações na formação da cidadania dos egressos da Educação Básica.

Para complementar as explicações do professor e enriquecer a aula, poderão ser utilizados os vídeos:

- BNCC Matemática | Letramento Matemático | Prof. Guto Azevedo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=GUYBxBnDqAc> (Duração - 5:31min).
- Avaliações, Exames e Indicadores da Educação Básica - Inep. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_OSXXH5KBVw (Duração - 2:26min).
- O que vocês compreendem sobre Letramento Matemático? Disponível em: https://prezi.com/p/3_zhbt6k5zy/letramento-matematico/ (Duração - 2:53min).

Após as discussões e os questionamentos iniciais, o professor deverá entregar para cada estudante um caderno a ser utilizado como diário de campo que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p.150), constitui “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo”.

Nesse sentido, o diário de campo é aqui considerado como uma ferramenta que permite aos estudantes sintetizar suas impressões e experiências de ensino e de aprendizagem durante as aulas, permitindo, posteriormente ao professor, atento para os diferentes aspectos relacionados à aprendizagem dos estudantes, analisar os resultados e agregar informações a

respeito do entendimento e aceitação das diferentes atividades que forem desenvolvidas durante as aulas.

Assim, além do professor realizar os seus registros, os estudantes também deverão ser orientados a realizar os seus e, para que compreendam qual é a finalidade dos registros, cada estudante deverá receber e fixar no Diário, colar na contracapa, uma cópia das orientações sugeridas no Apêndice B, tendo como objetivo explicar como proceder nos apontamentos dos registros que poderá ser revisitada facilmente quando o aluno necessitar.



Nos últimos 10 minutos da aula o professor deverá convidar os estudantes para que realizem os registros das suas primeiras impressões no diário de campo.

AULA 2

Objetos de conhecimento: Área e Perímetro de Figuras Planas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Identificar os conhecimentos prévios dos estudantes; desenvolver a autonomia, a leitura, a interpretação, o senso crítico e a argumentação.

Tempo estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópias da avaliação diagnóstica e diário de campo.

Metodologia de desenvolvimento: O professor deverá propor aos estudantes que realizem a avaliação diagnóstica e o registro das suas impressões no diário de campo.

De acordo com Luchesi (2005, p.43), “Um diagnóstico é um conhecimento que adquirimos através de dados que qualificamos e, por isso, nos permite uma decisão e uma intervenção”.

Nesse sentido, o professor apresentará e aplicará aos estudantes dez questões de Matemática, norteadas pelos descritores D5, D11, D12, D13 e D15 previstos no SAEB, tendo como objetivo verificar o conhecimento prévio desses estudantes quanto à compreensão, diferenciação e cálculo do perímetro e da área de figuras planas. A seguir, apresenta-se a avaliação para o diagnóstico inicial.

Escola: _____

Aluno(a): _____ Nº: _____

Ano: _____ Data: ____ / ____ / ____

Avaliação Diagnóstica

Prezado(a) Estudante:

Esta avaliação inicial tem como objetivo diagnosticar os seus conhecimentos prévios, de modo a darmos início ao estudo sobre Geometria Plana. Para que os dados coletados sejam fidedignos (digno de crédito e de confiança) de seu conhecimento é de grande valia que você responda com empenho e de forma individual.

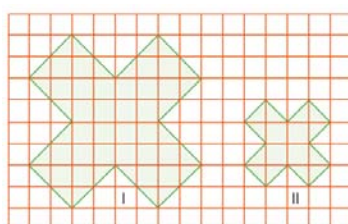
As questões foram organizadas a partir da Matriz de Referência de Matemática do SAEB (BRASIL, 2020)²⁷, considerando os descritores listados abaixo:

- D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
- D11 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
- D12 Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
- D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
- D15 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

Desejo a todos um excelente trabalho.

Nome do Professor.

Questão 1 - (D5) - Observe os dois desenhos coloridos na malha quadriculada abaixo. O desenho II é uma redução do desenho I. Qual é a relação entre as medidas dos perímetros desses dois desenhos?



- (A) O perímetro do desenho I é o dobro do perímetro do desenho II.
- (B) O perímetro do desenho I é igual ao perímetro do desenho II.
- (C) O perímetro do desenho I é a metade do perímetro do desenho II.
- (D) O perímetro do desenho I é igual ao quádruplo do perímetro do desenho II.

²⁷ BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do Saeb: documento de referência do ano de 2001. Brasília, DF: INEP, 2020.

Questão 2 - (D11) - “Dar o destino adequado para materiais que contenham substâncias que prejudiquem o meio ambiente. É com esse objetivo que o Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da USP, em São Carlos, implementou um programa de coleta de pilhas, baterias de pequeno porte e mídias de CD e DVD. Esses materiais, que contêm metais pesados, podem ser depositados nos coletores localizados na entrada do bloco ICMC-4, ao lado da portaria do prédio”.

Disponível em: <https://www.icmc.usp.br/noticias/1993-descarte-consciente-icmc-disponibiliza-coletores-para-pilhas-baterias-e-midias-de-cd-e-dvd>. Acesso em 10 de out. 2022.

Com relação ao CD (compact-disc), ao invés do descarte, uma opção é utilizá-lo como matéria-prima para o artesanato. Angela é publicitária e resolveu fazer um painel decorativo em seu escritório para reutilizar seus CDs antigos. Para estimar a quantidade de CDs necessários, organizou seis deles, formando a figura abaixo.



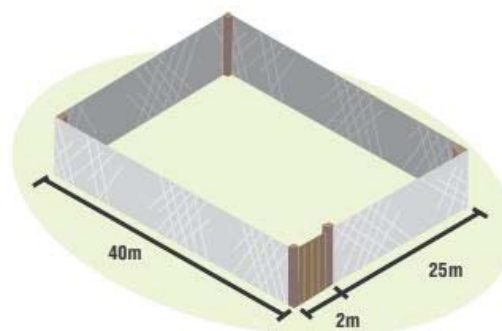
Considerando que cada CD possui raio de 6 cm, o comprimento e a largura da região ocupada pela figura medem, respectivamente:

- (A) 24 cm e 36 cm.
- (B) 36 cm e 24 cm.
- (C) 12 cm e 18 cm.
- (D) 24 cm e 16 cm.

Questão 3 - (D12) (Adaptada). “A geometria plana é a área de estudos que se volta para os objetos pertencentes ao plano, ou seja, todos os seus elementos (ponto, reta e polígonos) estão “dentro” do plano. A geometria teve seu início na Grécia Antiga e é conhecida também como geometria euclidiana plana, em homenagem a um grande estudioso da área chamado Euclides. Matemático de Alexandria, Euclides é conhecido como o “pai da geometria”.

Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/geometria-plana.htm>. Acesso em 10 de out. 2022. Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de legumes. Para cercá-lo ele utilizou tela e um portão de 2m de madeira. Rodrigo gastará quantos metros de tela:

- (A) 130m.
- (B) 132m.
- (C) 67m.
- (D) 1080m.



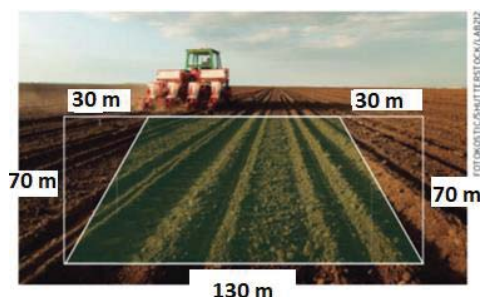
Questão 4 - (D13) (Adaptada) - “A safra brasileira de cereais, leguminosas e oleaginosas deve alcançar 250,9 milhões de toneladas em 2021, de acordo com a estimativa de setembro do Levantamento Sistemático da Produção Agrícola (LSPA), divulgado hoje (7) pelo IBGE. É o sexto mês consecutivo de queda na estimativa mensal. Com o resultado de setembro, a produção deve ficar 1,3% abaixo da obtida em 2020, que atingiu o recorde de 254,1 milhões de toneladas.

O gerente da pesquisa, Carlos Barradas, explica que o declínio da produção de grãos se deve, principalmente, à falta de chuvas em estados produtores, o que prejudicou o milho. “O país vive uma crise hídrica. A quantidade de chuvas está muito abaixo do que normalmente é esperado. A soja, por ter sido plantada e colhida com atraso, diminuiu a ‘janela de plantio’ da segunda safra do milho, que vem logo depois da colheita dela. Por isso ficou mais dependente de boas condições climáticas e, como as chuvas não vieram, houve redução na produção dessa safra”, diz o pesquisador. Além da falta de chuvas, Barradas cita a ocorrência de geadas em outras áreas produtoras do milho. “O clima do Sul, diferentemente do Centro-Oeste, é mais instável [...]”.

Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/31827-estimativa-de-setembro-preve-safra-de-250-9-milhoes-de-toneladas-em-2021>. Acesso em 12 de out. 2022.

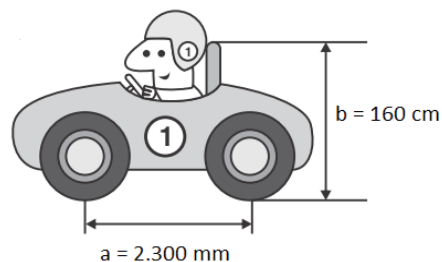
A figura mostra parte de uma lavoura, em formato retangular, com dimensões de 70 m por 130 m, na qual será plantado feijão (uma leguminosa). No entanto, a plantação ocupará apenas a área trapezoidal. A área em que será plantado feijão, em m^2 , mede:

- (A) 6050.
- (B) 7000.
- (C) 8050.
- (D) 9000.



Questão 5 - (D15) - Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

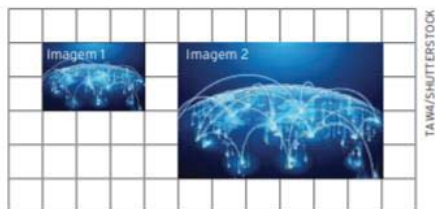
- a) distância a entre os eixos dianteiro e traseiro;
- b) altura b entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas a e b em metros, obtêm-se, respectivamente,

- (A) 0,23 e 0,16.
- (B) 2,3 e 1,6.
- (C) 23 e 16.
- (D) 230 e 160.

Questão 6 - (D5) (Adaptada) - Joana trabalha em uma empresa que presta serviço de rastreamento por satélite e necessita publicar uma propaganda de divulgação em uma revista de alta circulação. A cobrança é feita proporcionalmente à área ocupada pela imagem. Ela esboçou a mesma imagem em tamanhos distintos em uma malha quadriculada, como mostra a figura.

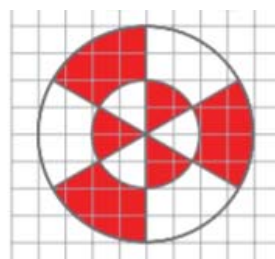


Se Joana optar pela imagem maior, pagará quantas vezes mais do que se escolher a menor?

- (A) 1,5.
- (B) 1,8.
- (C) 2.
- (D) 4.

Questão 7 (D11) - (BIANCHINI, 2011) Adaptada - Um paisagista foi contratado para plantar flores em um canteiro circular. Para comprar a quantidade adequada de mudas, ele desenhou a figura abaixo e pintou as partes em que as flores serão plantadas. Sabendo que o lado do quadradinho mede 0,5 m, calcule a área da parte colorida da figura, considerando que a área do círculo pode ser calculada pela expressão $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência e $\pi = 3,14$.

- (A) 12,56 m².
- (B) 20 m².
- (C) 6,28 m².
- (D) 8 m².



Questão 8 - (D12) - Segundo o Comitê Olímpico Brasileiro (COB), “o triatlo surgiu em San Diego, nos Estados Unidos, em 1974, em um clube de atletismo que, ao dar férias aos seus atletas, passava planilha de treinamentos para que os atletas “descansassem” um pouco de treinos e competições. Ao voltar das férias, os treinadores faziam testes com seus atletas para saberem se realmente eles tinham cumprido a planilha. Esses atletas deveriam nadar 500 metros na piscina do clube, pedalar 12 km e correr 5 km. Os atletas gostaram tanto da “brincadeira” que pediram para os treinadores “repetirem a dose” nas férias seguintes. [...] O triatlo estreou no programa olímpico em Sidney 2000, já no formato atual de 1.500 m de natação, 40 km de ciclismo e 10 km de corrida.

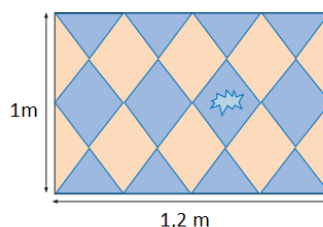


Felipe é atleta e participa de competições dessa modalidade esportiva. Como parte de seu treino, percorre 16 voltas em torno de uma pista circular que possui 200 m de diâmetro. Quantos quilômetros Felipe percorre se ele treina 3 vezes por semana? (Considere $C = 2\pi r$ e $\pi = 3,14$).

- (A) 0,628 km.
- (B) 10,048 km.
- (C) 30,144 km.
- (D) 6,28 km.

Questão 9 - (D13) - Considere um vitral de 1 m de altura e 1,2 m de comprimento, composto de losangos de mesma medida e triângulos também de mesma medida. Os triângulos dividem os lados do vitral em partes iguais. Imagine que um dos vidros do vitral foi quebrado e que o metro quadrado desse vidro custa R\$ 100,00. Quanto custará a peça quebrada?

- (A) R\$ 75,00.
- (B) R\$ 25,00.
- (C) R\$ 7,50.
- (D) R\$ 12,50.



Questão 10 - (D15) (Adaptada) - “Numerosos estudos mostram que caminhar é um impulsionador do cérebro. Um estudo publicado na edição de 2010 da revista Neurology encontrou uma ligação entre caminhar e uma maior quantidade de massa cinzenta no cérebro. Por exemplo, uma pesquisa da University of Virginia em Charlottesville indicou que andar diminuía o risco de demência e doença de Alzheimer em homens idosos”.

Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/os-beneficios-da-caminhada-um-dos-exercicios-mais-subestimados-de-todos/>. Acesso em 12 de out. 2022.

Um pai e seu filho estão caminhando juntos. Para cada 3 passos do pai, o filho dá 4 passos. Se cada passo do pai equivale a 60 cm, quanto mede cada passo do filho?

- (A) 12 cm.
- (B) 36 cm.
- (C) 45 cm.
- (D) 48 cm.



Nos últimos 10 minutos da aula o professor deverá convidar os estudantes para que realizem os registros das suas impressões no diário de campo.

Quanto à resolução de problemas é muito importante que seja dada a devida atenção à interpretação de cada contexto envolvido, promovendo discussões sobre outras possibilidades e correspondentes consequências, tanto nas resoluções, quanto nas respostas obtidas.

SEGUNDO MOMENTO PEDAGÓGICO ORGANIZAÇÃO DO CONHECIMENTO

AULA 3

Objetos de conhecimento: ampliação e redução de quadriláteros.

Resultados de aprendizagem pretendidos: analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrilátero ao se ampliarem ou reduzirem igualmente as medidas de seus lados; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico, a argumentação, trabalho em grupo e a comunicação oral.

Tempo estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópias das questões, folhas de papel quadriculado, tesoura, régua, cola e o diário de campo.

Metodologia de desenvolvimento: nesta aula, o professor propõe aos estudantes atividades de construção de algumas figuras geométricas em papel quadriculado. Para o desenvolvimento da aula, será utilizada a estratégia de discussão cooperativa de aprendizagem conhecida como Think-Pair-Share (TPS) (Pense-discuta com um colega-compartilhe com o grande grupo). A TPS é organizada em três etapas de ação do estudante (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019, p. 83).

Na etapa 1, “**Pense**”, cada estudante receberá uma cópia dos questionamentos para resolvê-los de forma individual. O professor combina com os estudantes, quanto tempo terão para pensar sobre cada questão.

Na etapa 2, “**Discuta com um colega**”, cada estudante irá escolher um colega para discutir sobre a melhor solução para cada questão. O tempo para esse debate também é predeterminado pelo professor.

Na etapa 3, “**Compartilhe com o grande grupo**”, cada par compartilhará suas conclusões com os demais colegas da turma, apresentando de forma oral, anotando a solução no quadro ou em um cartaz.

O professor conclui a atividade, realizando uma síntese das respostas corretas, apresentando para os estudantes pontos importantes que não tenham sido considerados pelos estudantes, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem, aproveitando para revisar aspectos que não ficaram claros.

Avaliação: considerando a avaliação como um processo contínuo e formativo, os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, considerando a participação, o empenho e a disposição em resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos. Os registros dos estudantes realizados em cada questão e o diário de campo também serão considerados.

A seguir, são apresentadas as questões a serem compartilhadas com os estudantes. A aplicação das questões constitui a etapa 1 da estratégia TPS.

Escola: _____

Aluno(a): _____ Nº: _____

Ano: _____

Data: ____ / ____ / ____

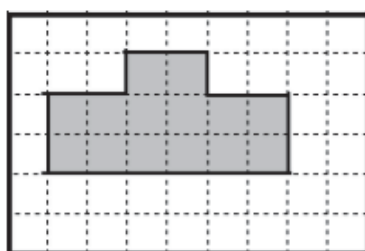
Conteúdos: Área e Perímetro de Figuras Planas.

Descritor (D5) - Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

1. Explique o conceito de perímetro.
2. Explique o conceito de área.

Para a resolução das questões a seguir, utilize a malha quadriculada e considere que o lado do quadradinho mede 1 cm.

3. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro igual a 8 cm.
 - a) Calcule as áreas das figuras.
 - b) As áreas são iguais? Justifique.
4. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com área igual a 16 cm².
 - a) Calcule os perímetros das figuras.
 - b) Os perímetros são iguais? Justifique.
5. Observe a figura (I). Calcule sua área e seu perímetro.



(I)

Se duplicarmos as medidas dos lados da figura (I), o que acontecerá com a área e o perímetro da nova figura? Desenhe na malha quadriculada, faça os cálculos e justifique.



Após a realização de todas as etapas da estratégia TPS, o professor solicita aos estudantes que registrem suas impressões no diário de campo.

Aula 4

Objetos de conhecimento: área de triângulos e quadriláteros.

Resultados de aprendizagem pretendidos: deduzir fórmulas matemáticas para o cálculo da área de triângulos e de quadriláteros; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico e a argumentação.

Tempo estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópia das atividades, folhas de papel quadriculado, tesoura e cola.

Metodologia de desenvolvimento: o professor poderá conduzir a aula utilizando a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas Onuchic (2013, p. 102-103) seguindo um roteiro com nove passos para a resolução de problemas, sendo eles:

1. propor aos estudantes que deduzam as expressões matemáticas para o cálculo da área de alguns polígonos;
2. entregar para cada estudante, uma cópia dos questionamentos e solicitar que realizem a leitura, buscando a compreensão individual de cada figura geométrica;
3. solicitar aos estudantes que formem grupos (de dois a quatro componentes) para que realizem a leitura em pequenos grupos, permitindo que expressem suas ideias aos demais colegas do grupo;
4. os estudantes de forma cooperativa e colaborativa, trabalham para deduzir as fórmulas;
5. durante o passo 4, o professor incentiva e observa para que os estudantes utilizem seus conhecimentos prévios e as operações matemáticas já conhecidas. Sugere-se orientar os estudantes para que utilizem a malha quadriculada para compreender ou explicar as expressões matemáticas, inclusive, através da compensação de áreas.
6. os estudantes devem registrar suas deduções de cada grupo no caderno ou em cartazes;
7. plenária, ou seja, discussão das diferentes deduções;
8. busca do consenso, isto é, escolha da dedução correta e;
9. o professor, com a colaboração dos estudantes, formaliza a fórmula em linguagem matemática.

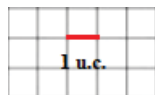
Avaliação: no ensino de Matemática através da resolução de problemas, “[...] o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (ONUCHIC et al., 2019, p. 37). Assim, os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todos os passos da metodologia, considerando a participação, o empenho e a disposição em resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos.

A seguir, apresenta-se sugestões de questionamentos a serem compartilhados com os estudantes, no passo dois da metodologia.

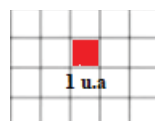
Dedução de expressões matemáticas para o cálculo da área de alguns polígonos

Para as atividades a seguir, considere que:

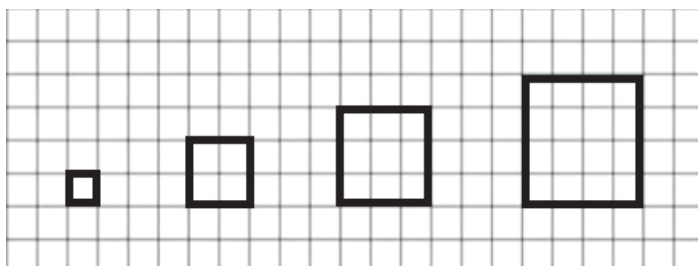
- o lado de um quadradinho da malha quadriculada mede uma unidade de comprimento (1 u.c.);



- um quadradinho da malha quadriculada corresponde a uma unidade de área (1 u.a.).



Atividade 1: Área do Quadrado



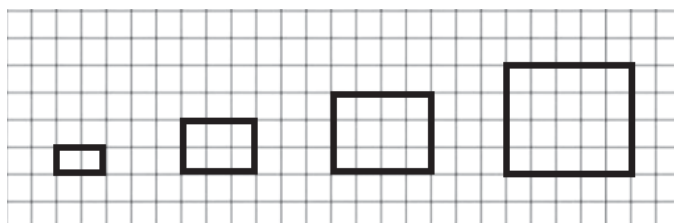
Considerando os quadrados desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do lado	1 (u.c.)				
Medida da área	A (u.a)				

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer quadrado sem contar os quadradinhos.

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

Atividade 2: Área do Retângulo



Considerando os retângulos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do comprimento	c (u.c.)				
Medida da largura	l (u.c)				
Medida da área	A (u.a)				

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer retângulo sem contar os quadradinhos.

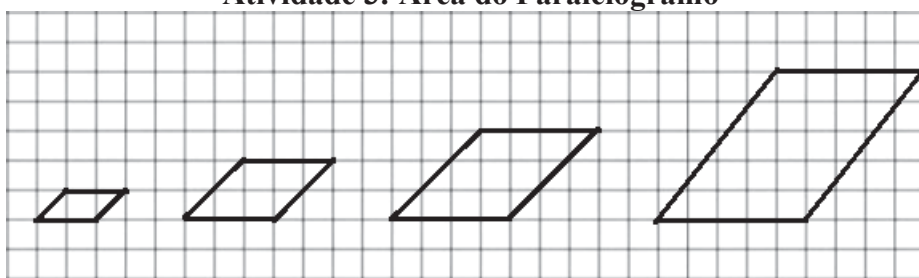
.....

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

Atividade 3: Área do Paralelogramo



Considerando os paralelogramos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do comprimento	c (u.c.)				
Medida da largura.	l (u.c)				
Medida da área.	A (u.a)				

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer paralelogramo sem contar os quadradinhos.

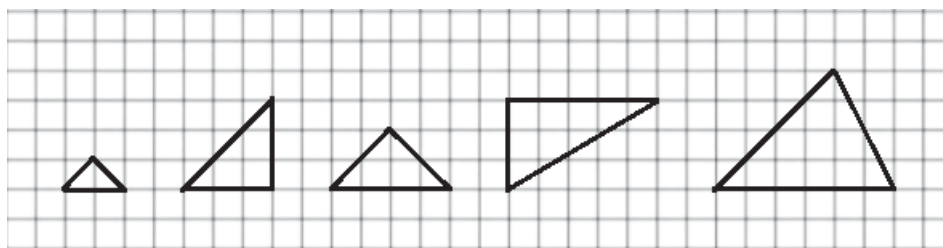
.....

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

Atividade 4: Área do Triângulo



Considerando os triângulos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do lado (base)	b (u.c.)				
Medida da altura em relação à base	h (u.c.)				
Medida da área	A (u.a.)				

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer triângulo sem contar os quadradinhos.

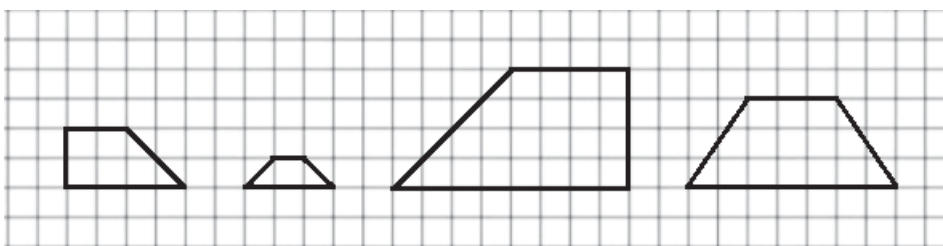
.....

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

Atividade 5: Área do Trapézio



Considerando os trapézios desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida da base menor	b (u.c.)				
Medida da base maior	B u.c.)				
Medida da altura em relação às bases	h (u.c.)				
Medida da área	A (u.a.)				

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer trapézio sem contar os quadradinhos.

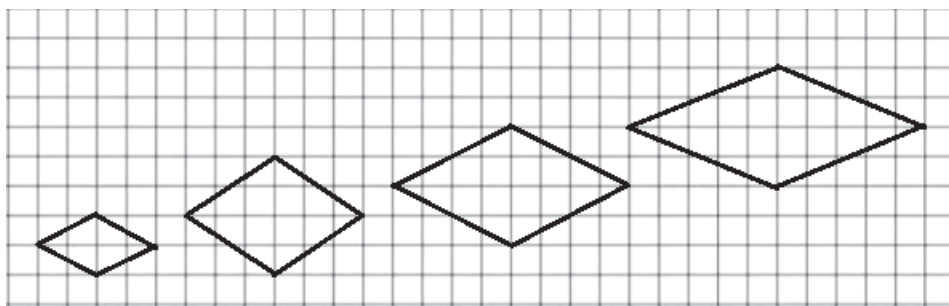
.....

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

Atividade 6: Área do Losango



Considerando os losangos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do diagonal menor	d (u.c)				
Medida da diagonal maior	D (u.c)				
Medida da área	A (u.c)				

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer losango sem contar os quadradinhos.

.....

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

Aula 5

Objetos de conhecimento: cálculo da área de figuras planas.



Resultados de aprendizagem pretendidos: aplicar as fórmulas matemáticas deduzidas para resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, em situações-problema diversificadas e contextualizadas; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico e a argumentação.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópia das situações-problema.

Metodologia de desenvolvimento: o professor solicita aos estudantes que resolvam as situações-problema diversificadas utilizando a estratégia cooperativa de aprendizagem ativa denominada *In-class exercises*²⁸ (Exercícios em sala de aula), que é realizada em quatro etapas, a saber:

- Na etapa 1, o professor irá solicitar que os estudantes formem grupos, de dois a quatro membros, para resolver a lista de exercícios. Todos os membros do grupo deverão fazer o registro das resoluções no caderno.
- Durante a execução da etapa 2, o professor circulará entre os grupos, sanando dúvidas através de breves exposições dialogadas, verificando se todos os estudantes estão envolvidos ativamente na realização da tarefa.
- Ao término do tempo combinado, na etapa 3, “o professor solicitará, aleatoriamente, a alguns estudantes para apresentarem a resolução de seus grupos” (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 87). A avaliação de desempenho do estudante escolhido será estendida para os demais membros do grupo, por isso é necessário que todos os estudantes realizem a atividade com empenho e responsabilidade.
- No final da aula, considerada a etapa 4, “o professor recolhe alguns ou todos os registros gerados pelos grupos” (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 87), a fim de analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros, que podem demonstrar se a aprendizagem, de fato, ocorreu, além de fornecer informações importantes sobre o que precisa ser revisto, analisado e discutido.
-

Avaliação: considerando a avaliação como um processo contínuo e formativo, em um contexto de aprendizagem ativa e significativa, os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas previstas para a aula, levando em conta a participação com contribuições de cada um dos estudantes na resolução das situações-problema propostas, o empenho e a disposição para compartilhar os resultados com os demais colegas, os registros das respostas construídas pelos grupos e os apontamentos realizados no diário de campo.

²⁸ A estratégia *In-class exercises* é uma estratégia cooperativa de aprendizagem ativa apresentada por Richard Felder(1997). A utilização dessa estratégia “tem como principais objetivos promover a aprendizagem mais profunda do material estudado e um comportamento em sala de aula mais focado, mais ativo e cooperativo” (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 86).

Escola: _____

Aluno(a): _____ Nº: _____

Ano : _____

Data: ____ / ____ / ____

Conteúdos: Área e Perímetro de Figuras Planas.

Descritor - D13: Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

Critérios de avaliação:

Apresentar os procedimentos de cálculo utilizados em cada questão de forma clara e organizada.

A resposta final deverá ser escrita à caneta em cada questão.

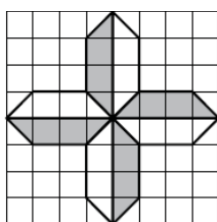
Questões com rasura e corretivo serão consideradas erradas.

Prezado estudante!!

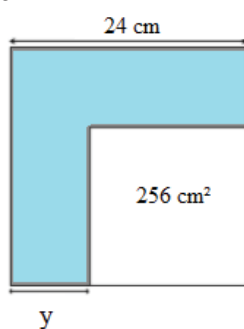
Realize os cálculos de forma completa, com capricho e atenção.

Bom trabalho!!

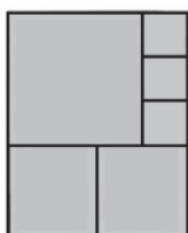
- 1) Observe a figura desenhada na malha quadriculada abaixo. Considerando que o lado do quadradinho da malha quadriculada mede 0,5m, determine a área da parte que está pintada de cinza nessa figura.



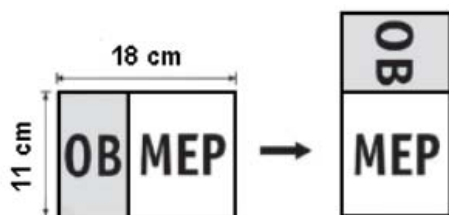
- 2) Na figura abaixo estão desenhados dois quadrados, sendo que a área do quadrado menor é 256 cm^2 . De acordo com essa figura, determine a medida y , em centímetros.



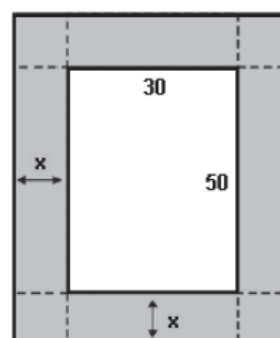
- 3) A figura seguinte está dividida em 6 quadrados. Sabendo que o lado do quadrado médio mede 4 cm, determine a área do maior quadrado interno à figura.



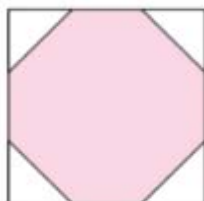
4) (6ªOBMEP-2010. Adaptada). Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm, foi cortado para formar um novo cartão, como indicado na figura abaixo. Determine a medida da área, no novo cartão, da parte que contém as letras **O** e **B**.



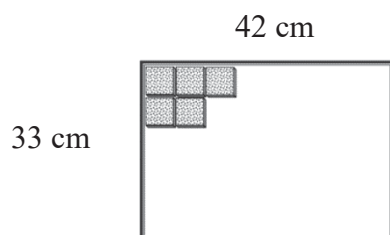
5) Uma fábrica produz molduras conforme a ilustrada abaixo. Considerando $x = 11,5$ cm, qual é a área da moldura?



6) (OBMEP-2018. Adaptada). A área da figura destacada é 28 cm^2 , e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Qual é a medida do lado e da área do quadrado?

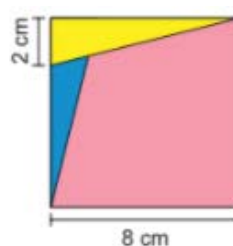


7) Dona Maria é merendeira e precisa organizar pedaços de bolo em uma forma retangular, em filas, conforme a ilustração abaixo.

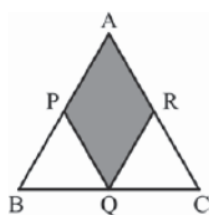


Os pedaços de bolo são todos do mesmo tamanho e cada pedaço ocupa na forma uma área de 25 cm^2 . Ajude Dona Maria a calcular o maior número de pedaços inteiros de bolo que ela pode colocar na forma, sem sobrepor pedaços.

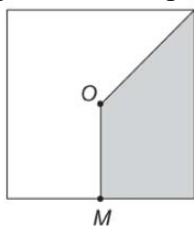
8) (OBMEP-2019. Adaptada) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo maior tem o dobro da área do triângulo menor. Qual é a área do quadrilátero interno à figura?



9) (Saresp 2005. Adaptada). O triângulo ABC da figura abaixo é equilátero. Sabe-se que sua área é 2 cm^2 , e que P, Q e R são pontos médios de AB, BC e AC, respectivamente. Determine a área do polígono APQR.



10) (OBMEP-2017. Adaptada). A figura mostra um quadrado de centro O e área 20 cm^2 . O ponto M é o ponto médio de um dos lados do quadrado. Qual é a área da região sombreada?



Após a realização de todas as etapas da estratégia *In-class exercises*, o professor solicita aos estudantes que registrem suas impressões no diário de campo.

Aula 6



Objetos de conhecimento: comprimento da circunferência e área do círculo.

Resultados de aprendizagem pretendidos: compreender e diferenciar a área do círculo do comprimento da circunferência; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópias das atividades práticas, computador com acesso à internet, calculadora, tesoura, cola, régua, lápis de cor, um pedaço de barbante e quatro objetos circulares (por exemplo, tampas de potes).

Metodologia de desenvolvimento: utilização da estratégia de aprendizagem ativa denominada Sala de Aula Invertida, tendo a pretensão de estimular a interação aluno-aluno e aluno professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto do aluno, pois ocorre a inversão da lógica do ensino tradicional, ou seja, os estudantes fazem o trabalho da sala de aula em casa e o trabalho de casa na sala de aula. A estratégia é aplicada em três etapas: pré-aula, aula e pós-aula (ELMÔR-FILHO *et al.* 2019).

Pré-aula:

Tem como objetivo preparar os estudantes para uma aula produtiva. Assim, a pesquisadora irá disponibilizar no Google Sala de Aula, material a ser trabalhado pelos estudantes em casa, propondo a leitura de um texto, a visualização de vídeos e a organização de materiais abaixo indicados.

1. Leia no livro didático²⁹ o texto intitulado O número π , nas páginas 19 e 20.
2. Visualize os vídeos:
Raio, diâmetro, circunferência e π . Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter/area-circumference-circle/v/circles-radius-diameter-and-circumference>. Acesso em: 18 out. de 2022.
Nomeando as partes de um círculo. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter/area-circumference-circle/v/parts-of-a-circle>. Acesso em 18 out. de 2022.
A história do número π . Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~apmat/numero-pi/>. Acesso em 18 out. de 2022.
3. Providenciar e trazer para a próxima aula: Calculadora, tesoura, régua, um pedaço de barbante e quatro objetos circulares (por exemplo, tampas de potes).

Momento Aula:

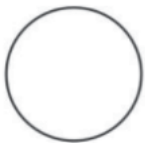

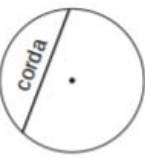

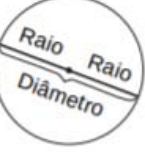
Na Pré-aula, os estudantes recordaram como distinguir os conceitos de círculo, circunferência, seus principais elementos e algumas de suas relações. No momento Aula, o foco será voltado à aplicação dos conceitos estudados em casa com aprofundamento através de

²⁹ GIOVANNI JUNIOR, JOSÉ RUY; CASTRUCCI, BENEDICTO. A Conquista da matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais, 4.ed. - São Paulo: FTD, 2018.

atividades em sala de aula. Os estudantes irão compartilhar as descobertas obtidas através do estudo com seus colegas e com o professor, esclarecendo as dúvidas que porventura tenham surgido, visando a interação ativa de todos os envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem.

O professor também poderá complementar o estudo realizado na Pré-aula, utilizando o resumo abaixo.

Quadro-Resumo - Circunferência e círculo

	Circunferência: É uma linha formada por todos os pontos do plano que estão equidistantes de um ponto fixo, que é o centro da circunferência. O comprimento ou perímetro de uma circunferência é a medida desta “linha de contorno”, chamada de circunferência.
	Círculo é um conjunto de pontos resultantes da união de uma circunferência com todos os seus pontos internos. O círculo ocupa uma superfície. A medida dessa superfície é a área do círculo.
	Corda é o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência.
	Diâmetro (d) é uma corda que passa pelo centro da circunferência e sua medida é igual a duas vezes a medida do raio. $d = 2r$
	Raio (r) de uma circunferência é o segmento que une o centro à extremidade. A medida do raio é a metade da medida do diâmetro. $r = d/2$

Dando continuidade ao estudo realizado pelos estudantes, o professor propõe aos estudantes que formem grupos para realizar as atividades práticas.

Através da realização destas atividades práticas pretende-se estimular o desenvolvimento de habilidades como o trabalho em equipe, o pensamento crítico, a análise e a síntese.

Os estudantes serão informados de que serão avaliados durante todo o desenvolvimento da aula, considerando a participação, o empenho e as contribuições de cada estudante na realização das atividades. Os questionamentos ao final da aula, assim como as situações-problema resolvidas no momento da Pós-aula também serão avaliadas.

Através do desenvolvimento da Atividade prática 1, utilizando os materiais que foram solicitados na Pré-aula, espera-se que os estudantes determinem experimentalmente o valor aproximado para o número irracional π e que deduzam a expressão matemática que determina o perímetro de qualquer circunferência.

Atividade prática 1: Descobrindo o número π .

Utilizando diferentes objetos com a forma circular, com o auxílio de um barbante, meça o comprimento (C) e o diâmetro (d) da circunferência de cada um desses objetos utilizando como unidade de medida o centímetro (cm) e preencha a tabela abaixo com os dados solicitados.

Objeto	C (cm)	d (cm)	$\pi = C/d$
1.			
2.			
3.			
4.			

Refleta e responda:

1. Ao dividir a medida do comprimento da circunferência do objeto circular pela medida do seu diâmetro, o que você pode concluir?
2. Escreva a expressão matemática que pode ser utilizada para calcular o comprimento de uma circunferência.

Com a realização da Atividade Prática 2, os estudantes terão a oportunidade de visualizar compreender e determinar a expressão matemática para o cálculo da área de um círculo.

Atividade prática 2: Como se obtém a área de um círculo?

Em aulas anteriores, você aprendeu a calcular a área de várias figuras geométricas planas. Para deduzirmos as fórmulas matemáticas, muitas vezes, dividimos ou movemos partes de uma figura transformando-a em outra mais simples e conhecida, favorecendo a compreensão e o aprendizado. Para obtermos a expressão matemática para o cálculo da área de um círculo, realizaremos uma atividade experimental semelhante, descrita a seguir:

Os círculos abaixo (de raio medindo r) foram divididos em 16 partes iguais (Figura 1) e em 22 partes iguais (Figura 2). Cada uma dessas partes é chamada de **setor circular**.

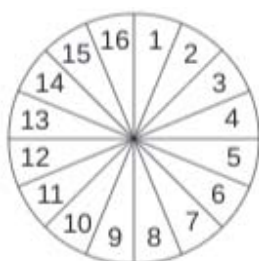


Figura 1.

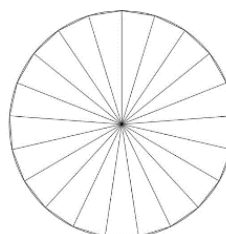


Figura 2.

Procedimentos:

- Recorte a Figura 1 e divida-a em dois semicírculos (setores de 1 a 8 e de 9 a 16);
- A partir da origem de cada semicírculo, com o auxílio da tesoura, separe cada setor circular, deixando-os levemente presos;

- Cole no caderno o semicírculo recortado, esticando a semicircunferência e encaixe sobre essas a outra metade, de forma que os setores fiquem completamente encaixados.
- Observe que os procedimentos sugeridos levam à construção de outra figura geométrica, cuja fórmula para o cálculo da área já é conhecida.
- Repita os procedimentos acima para a Figura 2;

Reflita e responda:

Analisando suas construções, como podemos calcular a área de um círculo? Justifique.

Atividade prática 3: GeoGebra

O GeoGebra é um aplicativo matemático em que é possível explorar a geometria de forma dinâmica. Acesse os *links* abaixo que estão disponíveis no site Geometria Intuitiva e Interativa e aprofunde os conceitos construídos nessa aula através das seguintes atividades:

Cálculo de Pi.

Disponível em: <http://www.gi2.pt/galerias/calculo-de-pi/>. Acesso em 18 out. de 2022.

Área de um círculo.

Disponível em: <http://www.gi2.pt/galerias/area-de-um-circulo/>. Acesso em 18 out. de 2022.

Pós-aula: No Pós-aula, os estudantes irão revisar os conceitos estudados, procurando avançar em seus aprendizados. Para aprofundar os conhecimentos construídos no momento da Aula, será proposto a eles que realizem as atividades apresentadas abaixo, retiradas do livro didático escrito por Giovanni Junior e Castrucci (2018, p. 233).

1) Uma região poligonal, em forma de hexágono regular, foi recortada de uma folha de cartolina. O lado do hexágono recortado mede 80 cm. Nessas condições, determine:

- a) o semiperímetro desse hexágono;
- b) a medida a do apótema do hexágono, sabendo que $a = \frac{6\sqrt{3}}{2}$;
- c) a área da região poligonal, considerando $\sqrt{3} = 1,73$.

2. Sabendo que um hexágono regular está inscrito em uma circunferência de raios 18 cm, determine:

- a) a medida do lado desse hexágono;
- b) o semiperímetro desse hexágono;
- c) a medida do apótema desse hexágono;
- d) a área desse hexágono.

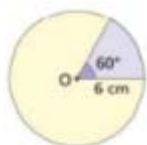
3. Um disco de cobre tem 80 cm de diâmetro. Qual é a área desse disco?

4. (Adaptada) Considere o setor circular (região colorida de rosa) na circunferência da figura. Se O é o centro do círculo, e $OA = 8$ cm, qual é a área do setor circular?

5. A figura nos mostra um círculo inscrito em um quadrado. Se o perímetro desse quadrado é 48 cm, calcule a área.



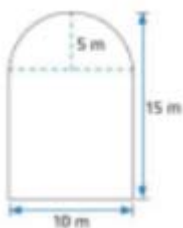
6. (Adaptada) Qual é a área do setor circular colorido de azul na figura?



7. Uma pessoa pretende colocar um tapete circular no centro de uma sala retangular, conforme mostra a figura. As dimensões da sala são 4,5 m (largura) e 8 m (comprimento), e o diâmetro do tapete equivale a $\frac{1}{4}$ do comprimento da sala. Nessas condições, qual é a área da superfície da sala que não ficará coberta pelo tapete?



8. Um jardineiro cultiva suas plantas em um canteiro cuja forma é a da figura a seguir, em que uma parte é uma semicircunferência. Para cobrir todo o canteiro, ele calculou que precisariam comprar uma lona com 170 m^2 de área. Você pode afirmar que a área da lona é suficiente para cobrir esse canteiro?



Nos minutos finais da aula, o professor solicita aos estudantes que registrem suas impressões no diário de campo.

TERCEIRO MOMENTO PEDAGÓGICO ORGANIZAÇÃO DO CONHECIMENTO

Aula 7

Objetos de conhecimento: comprimento da circunferência e área do círculo.

Resultados de aprendizagem pretendidos: resolver situações-problema envolvendo a área do círculo e o comprimento da circunferência, construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico, a argumentação, a capacidade de trabalho em grupo e a comunicação oral.

Tempo estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópia das situações-problema.

Metodologia de desenvolvimento: O professor propõe aos estudantes, que resolvam quatro situações-problema, utilizando a estratégia de aprendizagem de discussão cooperativa TPS (Pense-discuta com um colega-compartilhe com o grande grupo). Primeiramente, os estudantes pensam e resolvem as questões de forma individual, a seguir, discutem com seus pares e, posteriormente, cada grupo compartilha as suas descobertas com a turma, tendo o professor o papel de mediador (ELMÔR-FILHO *et al.*, 2019).

O professor poderá propor as situações-problema, uma de cada vez, e os estudantes realizarão os três passos descritos na estratégia. É importante combinar previamente com os estudantes o tempo que será disponibilizado para a realização de cada uma das etapas.

O professor conclui cada uma das situações-problema após o compartilhamento de resoluções dos estudantes, realizando uma síntese das respostas corretas, apresentando para os estudantes pontos importantes que ainda não tenham sido considerados, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem.

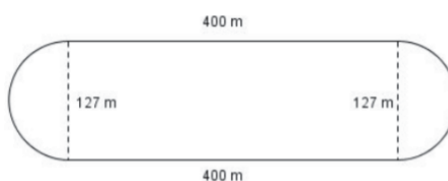
Avaliação: os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, considerando a participação, o empenho e a disposição para resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos.

Com o intuito de realizar a One Minute Paper (O relatório do último minuto), dez minutos antes do término do tempo previsto para a aula, o professor solicitará que os estudantes respondam individualmente, no diário de campo, os seguintes questionamentos:

- (i) Sintetize o que você aprendeu nesta aula.
- (ii) Quais as perguntas que você gostaria de ter feito e não fez?

Apresenta-se a seguir, as situações-problema a serem resolvidas e debatidas pelos estudantes, para a aplicação e aprofundamento dos conceitos.

1) Uma pista de atletismo é formada por uma região retangular e por dois semicírculos cujas dimensões estão indicadas na figura abaixo. Um atleta treina diariamente, correndo 10 voltas em torno da pista. Quantos quilômetros o atleta percorre se ele treina 5 vezes por semana? (Considere $C = 2\pi r$ e $\pi = 3,14$).

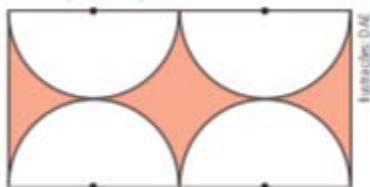


2) Uma fábrica de enfeites natalinos precisa recortar discos de 50 cm de raio. Os discos são recortados de placas retangulares de 5m de comprimento e 2m de largura, conforme ilustrado abaixo.

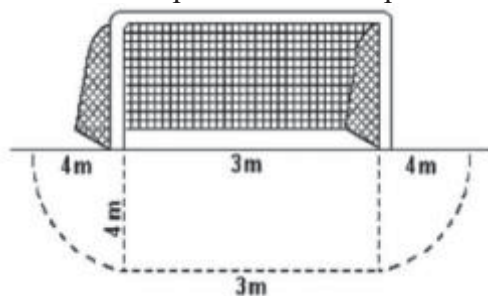


- (a) Qual é o número máximo de discos que podem ser recortados?
 (b) Qual é a área da parte de metal que será desperdiçada?

3) (Ufal) - Na figura abaixo têm-se 4 semicírculos, dois a dois, tangentes entre si e inscritos em um retângulo. Se o raio de cada semicírculo é 4 cm, determine a área da região sombreada, em centímetros quadrados. (Use $\pi = 3,1$).



4) (Unirio - RJ. Adaptada) - No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimentos 11m e 3m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4m), conforme a figura. Qual é a medida aproximada da superfície da área de meta?



Após a realização de todas as etapas da estratégia TPS, o professor solicita aos estudantes que registrem suas impressões no diário de campo.

Aula 8

Objetos de conhecimento: Área e Perímetro de Figuras Planas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: verificar se os estudantes, após o desenvolvimento da sequência didática, ampliaram os seus conhecimentos sobre os descritores D5, D11, D12, D13 e D15, desenvolvendo o seu Letramento Matemático.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópias das questões e o diário de campo.

Metodologia de desenvolvimento: Serão apresentadas e aplicadas aos estudantes dez questões de Matemática, duas de cada descritor, em grau crescente de dificuldade, alinhadas aos descritores D5, D11, D12, D13 e D15 previstos na prova de Matemática do SAEB para o 9º ano.

Apresenta-se a seguir, as situações-problema a serem resolvidas pelos estudantes.

Escola: _____

Aluno(a): _____ N°: _____

Ano: _____

Data: ____ / ____ / ____

Conteúdos: Área e Perímetro de Figuras Planas.

Indicadores: Compreende e aplica os conceitos de área e perímetro na resolução de problemas.

CrITÉRIOS avaliativos: O cálculo deverá ser apresentado em todas as questões de forma clara e organizada. A alternativa escolhida deverá ser assinalada à caneta. Não é permitido o uso da calculadora.

Bom trabalho!!

Questão 1 - (D5) - As figuras abaixo representam o formato de uma horta que será construída na escola de Marta. Inicialmente pensou-se em uma horta pequena, mas devido à empolgação dos estudantes, a direção solicitou aos professores envolvidos no projeto, que fizessem um desenho maior. Assim, os lados da Figura 1 foram duplicados, obtendo-se a Figura 2, como mostra a representação abaixo.

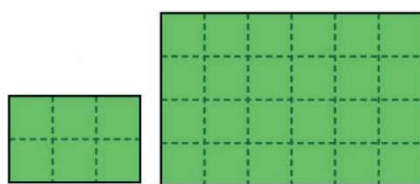


Figura 1

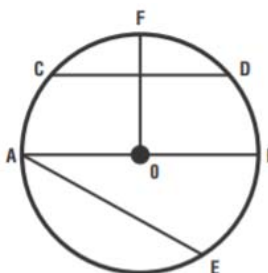
Figura 2

Nessa situação, a medida da área da Figura 2 é igual à:

- (A) 2 vezes maior que o primeiro.
- (B) 3 vezes maior que o primeiro.
- (C) 4 vezes maior que o primeiro.
- (D) 6 vezes maior que o primeiro.

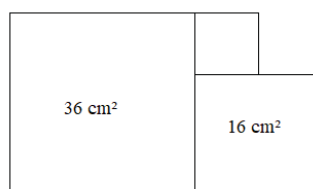
Questão 2 - (D11) - Na circunferência abaixo, de centro O, os segmentos CD, OF e AB são, nessa ordem:

- (A) corda, raio e diâmetro.
- (B) diâmetro, raio e corda.
- (C) raio, corda e diâmetro.
- (D) corda, diâmetro e raio.



Questão 3 - (D12) – Mateus é vendedor em uma loja de aviamentos. Um cliente pretende contornar externamente com fita um trabalho escolar formado por três quadrados, sendo que o quadradinho menor tem lado igual à metade do quadrado médio, de acordo com a figura abaixo:

Mateus é vendedor em uma loja de materiais de construção. Um cliente pretende contornar externamente um trabalho escolar com fita, de acordo com a figura abaixo:

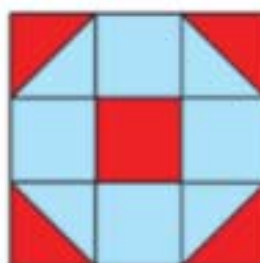


Ajude Mateus a calcular o comprimento de fita necessário que deverá vender para que o estudante contorne, externamente, todo o seu trabalho.

- (A) 34 cm.
- (B) 36 cm.
- (C) 30 cm.
- (D) 32 cm.

Questão 4 – (D13) (OBMEP-2019) Adaptada - O quadrado abaixo está dividido em nove quadradinhos iguais. A área das partes pintadas de vermelho totaliza 6 cm^2 . Quanto mede a área da parte pintada de azul?

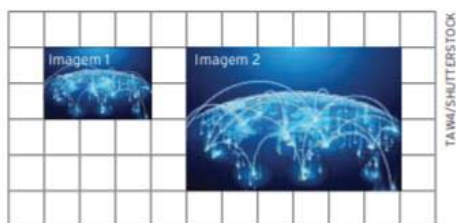
- (A) 10 cm^2 .
- (B) 12 cm^2 .
- (C) 14 cm^2 .
- (D) 16 cm^2 .



Questão 5 - (D15) (SAEB 2013) - Foi feita a medição do comprimento da parede de uma sala, utilizando, como instrumento de medida, uma fita métrica de apenas 80 cm. Essa medição correspondeu a 5 medidas e meia da fita. Quantos metros de comprimento tem a parede?

- (A) 4,4 m.
- (B) 4,5 m.
- (C) 8,0 m.
- (D) 8,5 m.

Questão 6 – (D5). (Adaptada). - Joana trabalha em uma empresa que presta serviço de rastreamento por satélite e necessita publicar uma propaganda de divulgação em uma revista de alta circulação. A cobrança é feita proporcionalmente à área ocupada pela imagem. Ela esboçou a mesma imagem em tamanhos distintos em uma malha quadriculada, como mostra a figura.

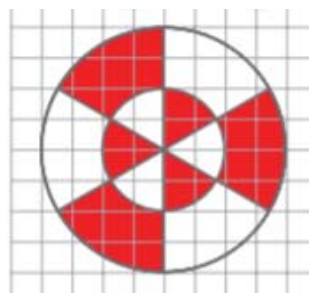


Se Joana optar pela imagem maior, pagará quantas vezes mais do que se escolher a menor?

- (A) 1,5 (uma vez e meia).
- (B) 1,8 (uma vez e oito décimos).
- (C) 2 (o dobro).
- (D) 4 (o quádruplo).

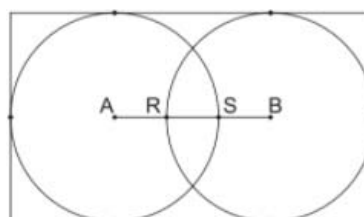
Questão 7 - (D11) (BIANCHINI, 2011) Adaptada - Um paisagista foi contratado para plantar flores em um canteiro circular. Para comprar a quantidade adequada de mudas, ele desenhou a figura abaixo e pintou as partes em que as flores serão plantadas. Sabendo que o lado de cada quadradinho mede 1m, calcule a área da parte colorida da figura, considerando que a área do círculo pode ser calculada pela expressão $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência e $\pi = 3,14$.

- (A) 50,24 m².
- (B) 100,48 m².
- (C) 12,56 m².
- (D) 25,12 m².



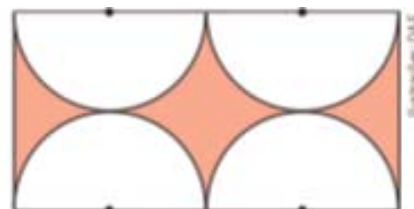
Questão 8 - (D12) (OBMEP-2010) -. Na figura as circunferências de centros A e B são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos R e S é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?

- (A) 16 cm.
- (B) 18 cm.
- (C) 20 cm.
- (D) 22 cm.



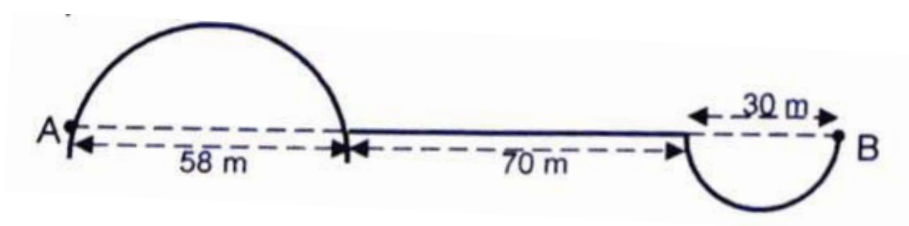
Questão 9 - (D13) - Uma máquina recorta de placas retangulares semicírculos para a confecção de peças. Observe que sobra espaço entre os semicírculos, mas o material não é descartado, ele é encaminhado para reciclagem. A figura abaixo ilustra a situação, apresentando 4 semicírculos, dois a dois tangentes entre si e inscritos em um retângulo. Se o diâmetro de cada semicírculo é 40 cm, determine a área da região hachurada, que será destinada à reciclagem.

- (A) 688 cm².
- (B) 2512 cm².
- (C) 3200 cm².
- (D) 1256 cm².



Questão 10 - (D15) - Um jogador de futebol treina diariamente. A ilustração abaixo representa parte de seu treino. Se o atleta realiza o percurso por 8 vezes, quantos quilômetros, aproximadamente, ele corre diariamente?

- (A) 0,2 km.
- (B) 0,6 km.
- (C) 1,6 km.
- (D) 5 km.



Nos minutos finais da aula, o professor solicita aos estudantes que registrem suas impressões no diário de campo.

Aula 9

Após o desenvolvimento das atividades previstas na sequência didática, é chegada a hora do estudante refletir sobre as suas ações e percepções em todo o processo de construção do conhecimento.

Nesse sentido, o professor irá propor aos estudantes, a autoavaliação e a avaliação das atividades desenvolvidas, apresentando as questões em um formulário do Google Forms. A seguir, apresenta-se os questionamentos a serem realizados.

2. Autoavaliação

Refletir sobre seu próprio desempenho permite reconhecer as aprendizagens que foram construídas, identificar as dificuldades e assumir o papel de protagonista do processo de construção do próprio conhecimento.

Para realizar a autoavaliação, seja verdadeiro com você mesmo!

2.1 Tive interesse em aprender?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.2 Participei ativamente das atividades propostas com interesse e empenho?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.3 Fui criativo(a)?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.4 Fui proativo (busco novas informações)?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.5 Trabalhei bem em grupo, respeitando os colegas e suas opiniões?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.6 Realizei as atividades extraclasse propostas?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.7 Utilizei argumentos apropriados em minhas respostas?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

2.8 Identifiquei minhas dificuldades de aprendizagem durante a aplicação da sequência didática?

Sim. Não. Às vezes.

Quanto ao processo de aprendizagem sobre Área e Perímetro de Figuras Planas

Nesta seção, avalie sua aprendizagem e a metodologia utilizada na sequência didática.

3.1 O meu progresso, em termos de aprendizagem, durante o desenvolvimento da sequência didática, foi:

Muito bom. Bom. Regular. Ruim.

3.2 Consigo diferenciar os conceitos de perímetro e área de figuras planas?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

3.3 Consigo resolver situações-problema que envolvam o cálculo do perímetro de figuras planas?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

3.4 Consigo resolver situações-problema que envolvam o cálculo da área de figuras planas?

Sim. Não. Às vezes. Posso melhorar.

3.5 O meu Letramento Matemático, em situações que envolvam os conceitos de área e perímetro, após o desenvolvimento da sequência didática, melhorou consideravelmente? (Lembre-se que: Segundo o Pisa, o Letramento Matemático é “a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos [...]. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias”.)

Sim, muito. Sim, pouco. Não melhorou.

3.6 Quanto ao desenvolvimento das aulas de Matemática ocorrerem com metodologias de ensino não tradicionais, na sua opinião foi:

Muito bom. Bom. Regular. Ruim.

3. Avaliação do professor

Refleta e avalie nesta seção, o desempenho do professor.

4.1 Quanto à objetividade e clareza em relação às orientações e direcionamento das atividades, considero o trabalho do professor como:

Muito bom. Bom. Regular. Ruim.

4.2 Quanto à disposição do professor em esclarecer as dúvidas relacionadas ao conteúdo, considero o seu trabalho:

Muito bom. Bom. Regular. Ruim.

4.3 Quanto ao relacionamento do professor com os alunos, considero o seu desempenho:

Muito bom. Bom. Regular. Ruim.

4.4 Quanto à motivação do professor para ensinar, considero o seu desempenho:

Muito bom. Bom. Regular. Ruim.

Bibliografia

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução às teorias e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum: Educação é a Base**. Brasília, DF: INEP, 2018.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011 (6º ao 9º ano)

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. **Física**. São Paulo: Cortez, 1990.

ELMÔR-FILHO, G.; SAUER, L. Z.; ALMEIDA, N. N.; VILLAS-BOAS, V. **Uma Nova Sala de Aula é Possível: aprendizagem ativa na educação em Engenharia**. 1.ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (organizadoras). **Métodos de Pesquisa**. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e SEAD/UFRGS. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIOVANNI JUNIOR, JOSÉ RUY; CASTRUCCI, BENEDICTO. **A Conquista da Matemática: 9º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais**. 4.ed. - São Paulo: FTD, 2018.

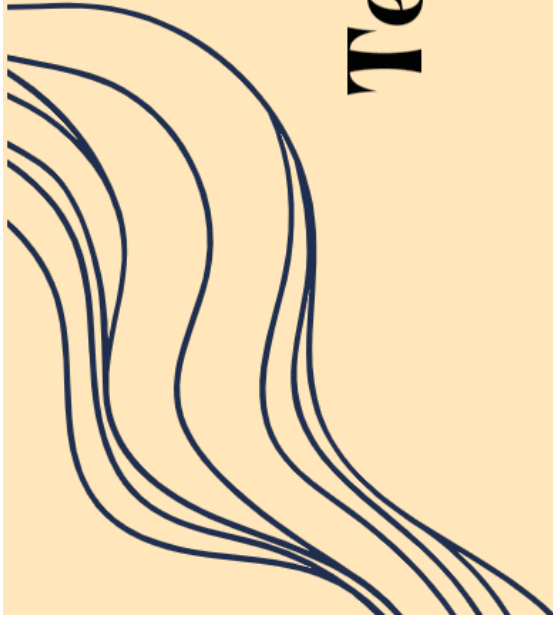
ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2019. E-book.

Produto Educacional

Tecendo o Letramento Matemático

Guia de atividades

Derlise Fiametti Xavier
Valquíria Villas Boas Gomes Missell



Apresentação

Prezado(a) Professor/Professora

Este guia foi desenvolvido como produto educacional de uma pesquisa* de mestrado profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECiMa) da Universidade de Caxias do Sul (UCS).

Tem como objetivo ser mais uma fonte de consulta e inspiração para práticas pedagógicas mais eficientes e contemporâneas, fornecendo subsídios para que profissionais da área possam implementar em suas aulas, contribuindo para a construção de aprendizagens mais significativas, em um esforço conjunto de desenvolver o Letramento Matemático dos estudantes.

Para a construção deste documento foi utilizado o Canva**, ferramenta gratuita online de design gráfico. As situações-problema, em que não é indicada a fonte, foram elaboradas pela autora D.F.X.

* Para saber mais sobre esta pesquisa acesse:

<https://www.ucs.br/site/pos-graduacao/formacao-stricto-sensu/ensino-de-ciencias-e-matematica/dissertacoes/>

** https://www.canva.com/pt_br/



Sumário



1. Introdução	/ 4
2. Você sabe o que é Letramento Matemático?	/ 5
3. Resolução de exercícios e resolução de problemas	/ 6
4. Estratégias	/ 7
5. Flipped Classroom (Sala de Aula Invertida)	/ 8
6. Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	/ 9
7. Think-Pair-Share (TPS) - Pense - discuta com um colega - compartilhe com o grande grupo	/ 10
8. In-class exercises - Exercícios em sala de aula	/ 11
9. Cardápio de atividades	
Roteiro 1 - Área e Perímetro	/ 12
Roteiro 2 - Investigando áreas e deduzindo fórmulas	/ 14
Atividade 1: Área do Quadrado	/ 16
Atividade 2: Área do Retângulo	/ 16
Atividade 3: Área do Paralelogramo	/ 17
Atividade 4: Área do Triângulo	/ 17
Atividade 5: Área do Trapézio	/ 18
Atividade 6: Área do Losango	/ 18
Roteiro 3 - Aplicando conhecimentos em situações-problema	/ 19
Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo	/ 22
Atividade prática 1: Descobrimo o número π	/ 24
Atividade prática 2: Como se obtém a área de um círculo	/ 25
Atividade prática 3: Simulação para o cálculo do número π	/ 26
Atividade prática 4: Simulação da área de um círculo	/ 27
Situações-problema: comprimento da circunferência e área do círculo	/ 28
Roteiro 5 - Situações-problema envolvendo o círculo e a circunferência	/ 29
Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro	/ 31
Situações-problema envolvendo área e perímetro - Grupo 1	/ 32
Situações-problema envolvendo área e perímetro - Grupo 2	/ 35
10. Bibliografia	/ 41

I. Introdução

Para que nossos estudantes se tornem cidadãos aptos a participarem plenamente do mundo contemporâneo é necessário valorizar o Letramento Matemático, pautando as aulas por atividades desafiadoras e problematizadoras que favoreçam o desenvolvimento das competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

O referencial teórico utilizado neste trabalho foi alicerçado na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (AUSUBEL, 2003) e em algumas estratégias de ensino e de aprendizagem ativa.

Este guia de atividades foi desenvolvido pensando em você, professor, que trabalha com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e deseja que eles resolvam problemas, argumentem, aprendam a ler, escrever e falar matematicamente.

As estratégias de ensino e de aprendizagem apresentadas neste guia podem ser utilizadas no desenvolvimento das aulas, de acordo com o objeto de conhecimento que está sendo desenvolvido com os estudantes.

As atividades aqui sugeridas referem-se aos conceitos de área e perímetro de figuras planas e podem ser desenvolvidas de forma individualizada, complementando o planejamento do professor.

Esperamos que este guia seja útil para a promoção das aprendizagens dos seus alunos. Bom proveito!

As autoras.

2. Você sabe o que é Letramento Matemático



O documento que norteia a Educação Brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estabelece que o Ensino Fundamental deve desenvolver o Letramento Matemático, que é definido como

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

O desenvolvimento de cada uma dessas competências pelos estudantes, evidentemente, não ocorre de forma isolada em um processo matemático, necessitando que o aluno as articule em conjunto para obtenção de uma resolução que descreva, explique ou preveja um fenômeno para um dado problema proposto.

O Letramento Matemático traz elementos fundamentais que contribuem para que os estudantes tenham aprendizagens significativas de Matemática e desenvolvam a capacidade de mobilizar seus aprendizados para solucionar situações do cotidiano.

É possível constatar que, pelo conceito de Letramento Matemático, não basta ao aluno possuir as habilidades matemáticas para calcular. É necessário que os estudantes tenham capacidade de analisar, compreender e aplicar as habilidades matemáticas nos diversos contextos e situações em que estiverem inseridos, resolvendo os problemas do cotidiano, preparando-se melhor para os desafios da vida, compreendendo que o Letramento Matemático é um instrumento para o alcance da cidadania.



3. Resolução de problemas e resolução de exercícios

De acordo com a BNCC, a resolução de problemas é um dos processos matemáticos que é considerado, simultaneamente, como objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Além disso, é um dos processos matemáticos que pode potencializar o desenvolvimento de competências fundamentais para o desenvolvimento do Letramento Matemático, compreendido como a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar (BRASIL, 2018, p.266).

“Um problema não é um exercício ao qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema quando o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão proposta e a estruturar a situação que lhe foi apresentada. Esta afirmação evidencia que problemas matemáticos em que o aluno não precise pensar matematicamente e desenvolver estratégias de resolução, ou seja, não precise identificar o conceito matemático que o resolve, transforma-se em simples exercício, ou seja, em apenas fazer contas” (BRASIL, 2014, p.8).

Exercício x Problema

- Previsibilidade.
- Baixa dificuldade.
- Repetição.
- Pouco esforço (fazer contas).



- Imprevisibilidade.
- Maior dificuldade.
- Esforço (escolha da estratégias de resolução).
- Tomada de decisão.



Professor,

ao selecionar ou elaborar problemas para os estudantes resolverem, fique atento quanto à contextualização para que o problema tenha sentido e propósito para o estudante, servindo a um fim compreensível.



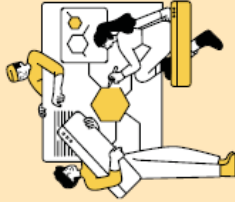


4. O que são estratégias

De acordo com Masetto (1996, p.95), as estratégias são “os meios de que o professor se utiliza para facilitar a aprendizagem, ou seja, para que os objetivos daquela aula, daquele conjunto de aulas ou de todo o curso sejam alcançados pelos seus participantes”.

As estratégias incluem toda organização da sala de aula que facilite a aprendizagem do estudante, tais como:

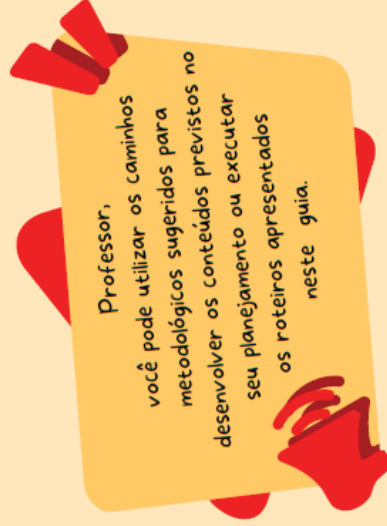
- a disposição dos móveis;
- a organização e a exploração do espaço da sala de aula;
- a movimentação física de estudantes e professores;
- materiais diversificados, visuais e sonoros;
- visitas orientadas fora do ambiente escolar;
- dentre outros.



Nesse sentido, sugere-se a utilização de estratégias de aprendizagem ativa no desenvolvimento das aulas de Matemática, pois estudantes cognitivamente ativos nos processos de ensino e de aprendizagem, com certeza, estarão mais suscetíveis à construção de aprendizagens mais significativas e duradouras.

Neste guia de atividades, é apresentada a abordagem pedagógica denominada Flipped Classroom (Sala de Aula Invertida), a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e as estratégias Think-Pair-Share (TPS) (Pense - discuta com um colega - compartilhe com o grande grupo) e In-class exercises (Exercícios em sala de aula).

A utilização dos caminhos metodológicos sugeridos e a mediação adequada do professor favorecem e estimulam a participação ativa dos estudantes, criando um ambiente propício à troca de informações entre os estudantes, entre esses e o professor, estimulando a comunicação e a argumentação matemática.



Professor,
você pode utilizar os caminhos metodológicos sugeridos para desenvolver os conteúdos previstos no seu planejamento ou executar os roteiros apresentados neste guia.

5. Flipped Classroom Sala de Aula Invertida

É uma estratégia de aprendizagem ativa que inverte a lógica do ensino tradicional, ou seja, os estudantes "fazem o trabalho da sala de aula em casa e o trabalho de casa na sala de aula" (ELMÓR-FILHO et al., 2019, p.45). Pretende estimular a interação aluno-aluno e aluno-professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto no papel do aluno.

Essa abordagem, segundo Elmôr-Filho et al. (2019), é desenvolvida em três momentos, a saber:

Pré-aula, Aula e Pós-aula.

- **Pré-aula:** tem como objetivo preparar os estudantes para uma aula produtiva. O professor prepara o conteúdo, compartilha com os estudantes e planeja atividades. Já os estudantes acessam os conteúdos indicados ou disponibilizados pelo professor, podendo também responder a alguns questionamentos.
- **Aula:** o foco é voltado à aplicação dos conceitos estudados em casa com aprofundamento através de atividades em sala de aula. O estudante pode compartilhar e/ou receber o feedback das atividades que realizou em casa e levantar dúvidas sempre visando à interação ativa dos estudantes com seus colegas e professor.
- **Pós-aula:** o professor disponibiliza alguma tarefa de casa sobre os conhecimentos aprofundados na Aula e indica ou disponibiliza materiais para a próxima aula. Os estudantes revisam conteúdos, realizam atividades para complementar os seus aprendizados.



Como funciona a Sala de Aula Invertida?



Papel do Professor:

- Facilitar os processos de ensino e de aprendizagem, atuando como mediador;
- Tornar-se responsável por criar, selecionar e organizar o estudo;
- Auxiliar os estudantes a trabalharem colaborativamente, não sendo apenas um transmissor de informações;
- Sanar as dúvidas dos estudantes, concentrando mais atenção às especificidades de cada um nos encontros presenciais;
- Propor atividades em sala de aula que foquem no engajamento cognitivo do estudante, estimulando sua autonomia.

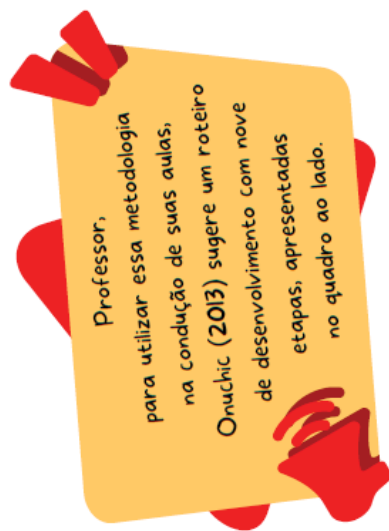
Papel dos Estudantes:

- Estudar e revisar os conceitos de acordo com seu ritmo, podendo anotar as suas dúvidas (pré-aula);
- Assumir uma postura ativa, participando do processo de construção de seu próprio conhecimento;
- Adotar uma postura ativa por meio das interações, podendo contribuir para a aprendizagem dos colegas.

6. Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

De acordo com Onuchic (2013), a resolução de problemas pode ser pensada como uma metodologia que pode ser utilizada como ponto de partida para a construção de novos conceitos, considerando os estudantes como coconstrutores do próprio conhecimento, cabendo aos professores a responsabilidade de conduzir e mediar os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

No ensino de Matemática através da resolução de problemas, “[...] o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (ONUChIC et al., 2019, p. 37).



1. Preparação do problema gerador, que pode ser selecionado, elaborado pelo professor ou pelos estudantes;
2. Leitura individual realizada pelo estudante, que busca a compreensão individual do problema proposto;
3. Leitura em pequenos grupos, permitindo que os estudantes expressem suas ideias aos demais colegas do grupo;
4. Resolução do problema de forma cooperativa e colaborativa;
5. Observação e incentivo do professor para que os estudantes utilizem seus conhecimentos prévios e as operações matemáticas já conhecidas;
6. Registros das resoluções de cada grupo na lousa;
7. Plenária, ou seja, discussão das diferentes resoluções;
8. Busca do consenso, isto é, escolha do resultado correto;
9. Formalização do conteúdo em linguagem matemática.

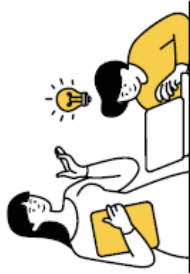
7. Think-Pair-Share (TPS)

Pense - discuta com um colega - compartilhe com o grande grupo

A TPS é uma estratégia de aprendizagem ativa que recebe este nome a partir de três etapas de ação dos estudantes, com ênfase no que eles devem estar fazendo em cada uma delas, conforme descrição a seguir:

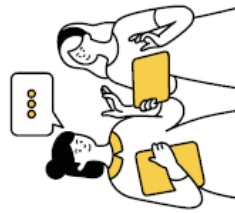
- Etapa 1 - "Pense"

Cada estudante pensa para solucionar determinada questão de forma individual. O professor combina com os estudantes quanto tempo terão para pensar sobre cada questão.



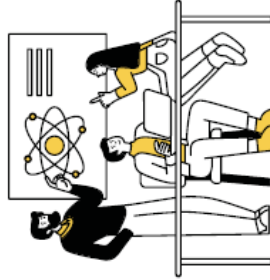
- Etapa 2 - "Discuta com um colega"

Utilizando alguma estratégia ou critério, o professor orienta os estudantes para que formem duplas para discutir sobre a melhor solução para cada questão. O tempo para debate é pré-determinado pelo professor.



- Etapa 3 - "Compartilhe com o grande grupo"

Os estudantes compartilham suas conclusões com os demais colegas. O professor conclui a atividade realizando uma síntese das respostas corretas, apresentando para os estudantes pontos importantes que não tenham sido considerados pelos estudantes, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem, aproveitando para revisar aspectos que não ficaram claros.

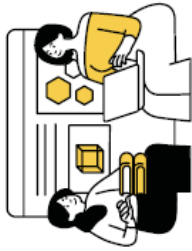


Nessa estratégia, são enfatizadas as produções dos estudantes em cada uma das etapas, tendo como foco principal prepará-los para discussões mais construtivas e ativas em sala de aula (ELMÔR-FILHO et al., 2019).

8. In-class exercises Exercícios em sala de aula

A estratégia cooperativa de aprendizagem In-class exercises, formalizada por Richard Felder (1997), "tem como principais objetivos promover a aprendizagem mais profunda do material estudado e um comportamento em sala de aula mais focado, mais ativo e cooperativo" (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 86). São quatro as etapas para o seu desenvolvimento.

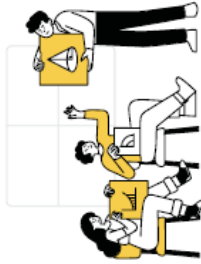
Etapa 1 - O professor separa ou solicita que os estudantes formem grupos, de dois a quatro membros, para resolver uma lista de exercícios. Um membro do grupo é indicado para fazer os registros das resoluções dos exercícios.



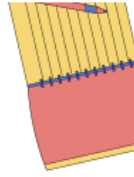
- Etapa 2 - O professor circula entre os grupos, esclarece dúvidas através de breves exposições dialogadas, verifica se todos os estudantes estão envolvidos ativamente na realização da tarefa e se o membro encarregado de registrar as resoluções está desempenhando a sua função.



- Etapa 3 - Ao término do tempo combinado, o professor solicita aos estudantes, de forma aleatória, que apresentem a resolução do exercício realizada pelo seu grupo. A avaliação de desempenho do estudante escolhido para a apresentação da resolução será estendida para os demais membros do grupo, por isso é importante que todos os estudantes realizem a atividade com empenho e responsabilidade (ELMÔR-FILHO et al., 2019).



- Etapa 4 - No final da aula, "o professor recolhe alguns ou todos os registros gerados pelos grupos" (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 87), a fim de analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros, que podem demonstrar se a aprendizagem, de fato, ocorreu, além de fornecer informações importantes sobre o que precisa ser revisto, analisado e discutido.



Roteiro 1 - Área e Perímetro

Objetos de conhecimento: ampliação e redução de quadriláteros.

Resultados de aprendizagem pretendidos: analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrilátero ao se ampliar ou reduzir igualmente as medidas de seus lados; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico, a argumentação, o trabalho em grupo e a comunicação oral.

Tempo estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópias das questões, folhas de papel quadriculado, tesoura, régua, cola e o diário de campo.

Metodologia de desenvolvimento: nesta aula, o professor propõe aos estudantes atividades de construção de algumas figuras geométricas em papel quadriculado. Para o desenvolvimento da aula, será utilizada a estratégia de discussão cooperativa de aprendizagem conhecida como TPS. De acordo com Elmôr-Filho et al. (2019, p. 83), a TPS é organizada em três etapas de ação do estudante.

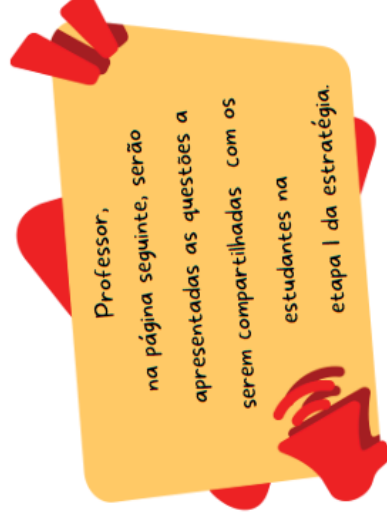
Na etapa 1, "Pense", cada estudante receberá uma cópia dos questionamentos para resolvê-los de forma individual. O professor combina com os estudantes quanto tempo terão para pensar sobre cada questão.

Na etapa 2, "Discuta com um colega", cada estudante irá escolher um colega para discutir sobre a melhor solução para cada questão. O tempo para esse debate também será predeterminado pelo professor.

Na etapa 3, "Compartilhe com o grande grupo", cada par compartilhará suas conclusões com os demais colegas da turma, apresentando de forma oral, anotando a solução no quadro ou em um cartaz.

O professor conclui a atividade realizando uma síntese das respostas corretas, expondo aos estudantes os pontos importantes que não tenham sido considerados nas apresentações, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem, aproveitando para revisar aspectos que não ficaram claros.

Avaliação: considerando a avaliação como um processo contínuo e formativo, os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, atribuindo-se valor à participação, ao empenho e à disposição em resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos. Os registros dos estudantes realizados em cada questão também serão considerados.



Roteiro 1 - Área e Perímetro

1. Explique o conceito de perímetro.

2. Explique o conceito de área.

Para a resolução das questões a seguir, utilize a malha quadriculada e considere que o lado do quadradinho mede 1 cm.

3. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro igual a 8 cm.

a) Calcule as áreas das figuras.

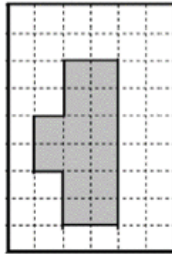
b) As áreas são iguais? Justifique.

4. Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com área igual a 16 cm².

a) Calcule os perímetros das figuras.

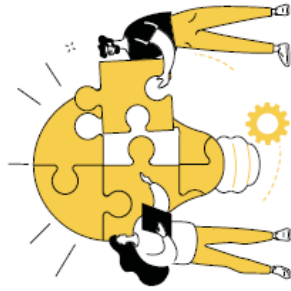
b) Os perímetros são iguais? Justifique.

5. Observe a figura (1). Calcule sua área e seu perímetro.



(1)

Se duplicarmos as medidas dos lados da figura (1), o que acontecerá com a área e o perímetro da nova figura? Desenhe na malha quadriculada, faça os cálculos e justifique.

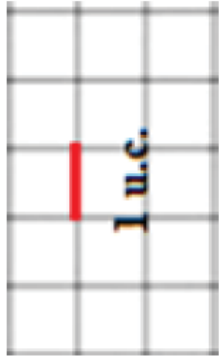


Roteiro 2 - Investigando áreas e deduzindo fórmulas

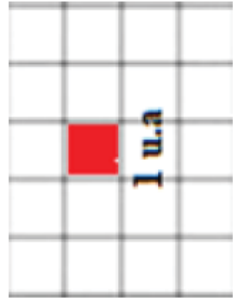
Professor,
para que os estudantes tenham
uma melhor compreensão deste
roteiro, é importante iniciar
explicando as diferenças
entre uma medida linear
e uma medida de área.

Para as atividades a seguir, considere que:

- o lado de um quadradinho da malha quadriculada mede uma unidade de comprimento (1 u.c.);



- um quadradinho da malha quadriculada corresponde a uma unidade de área (1 u.a.).



Roteiro 2 - Investigando áreas e deduzindo fórmulas

Objetos de conhecimento: área de triângulos e quadriláteros.

Resultados de aprendizagem pretendidos: deduzir expressões matemáticas para o cálculo da área de triângulos e de quadriláteros; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico e a argumentação.

Tempo estimado: 4 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópia das atividades, folhas de papel quadriculado, tesoura e cola.

Metodologia de desenvolvimento: o professor poderá conduzir a aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas sugerida por Onuchic (2013), seguindo os passos descritos a seguir:

1. propor aos estudantes que deduzam as expressões matemáticas para o cálculo da área de alguns polígonos;
2. entregar para cada estudante uma cópia dos questionamentos e solicitar que realizem a leitura, buscando a compreensão individual de cada figura geométrica;
3. solicitar aos estudantes que formem pequenos grupos (de dois a quatro componentes) para realização de nova leitura dos questionamentos, permitindo que expressem suas ideias aos demais colegas do grupo;
4. orientar os estudantes para que, de forma cooperativa e colaborativa, trabalhem para escrever as expressões matemáticas;
5. durante a realização do passo 4, observar os estudantes e incentivá-los a utilizar os seus conhecimentos prévios relacionados à Matemática. Sugere-se orientar os estudantes a utilizar a malha quadriculada para compreender ou explicar as expressões matemáticas, inclusive através da compensação de áreas;

6. orientar os estudantes para que registrem, no caderno ou em cartazes, as expressões matemáticas encontradas por seu grupo;

7. mediar a plenária, ou seja, discussão das diferentes expressões matemáticas encontradas;

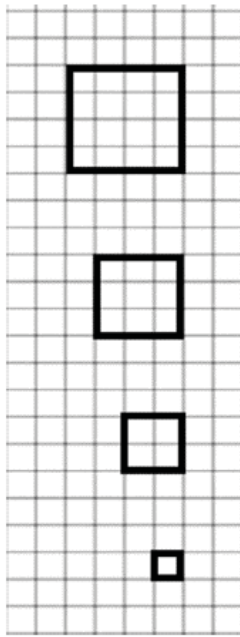
8. incentivar a busca do consenso, isto é, os estudantes escolhem a expressão matemática mais adequada;

9. formalizar, com a colaboração dos estudantes, a expressão em linguagem matemática.

Avaliação: sugere-se que os estudantes sejam avaliados durante o desenvolvimento de todos os passos da metodologia, considerando a participação, o empenho e a disposição em resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos.



Atividade 1: Área do Quadrado



Considerando os quadrados desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do lado	l (u.c.)			
Medida da área	A (u.a.)			

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer quadrado sem contar os quadradinhos.

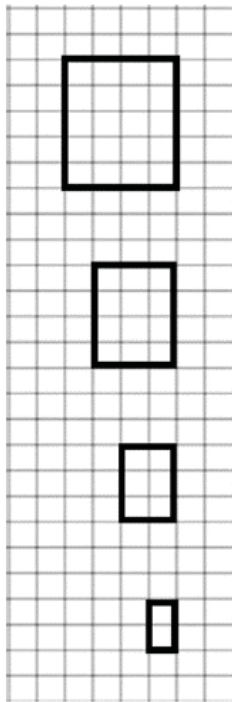
Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

.....

Atividade 2: Área do Retângulo



Considerando os retângulos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do comprimento	c (u.c.)			
Medida da largura	l (u.c.)			
Medida da área	A (u.a.)			

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer retângulo sem contar os quadradinhos.

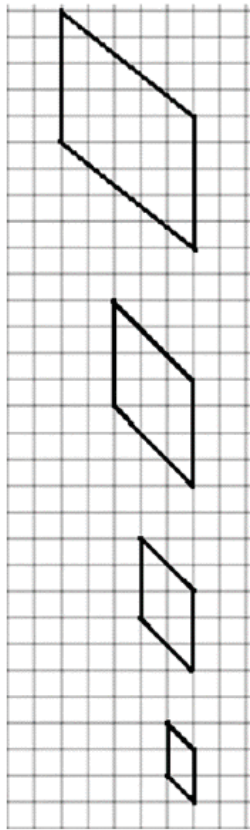
Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

.....

Atividade 3: Área do Paralelogramo



Considerando os paralelogramos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do comprimento	c (u.c.)			
Medida da largura	l (u.c.)			
Medida da área	A (u.a.)			

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer paralelogramo sem contar os quadradinhos.

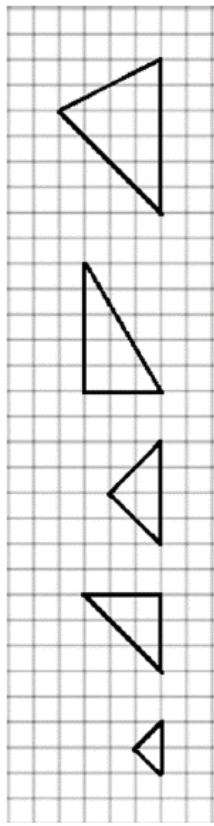
Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

.....

Atividade 4: Área do Triângulo



Considerando os triângulos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do lado (base)	b (u.c.)			
Medida da altura em relação à base	h (u.c.)			
Medida da área	A (u.a.)			

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer triângulo sem contar os quadradinhos.

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

.....

Atividade 5: Área do Trapézio



Considerando os trapézios desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida da base menor	b (u.c.)			
Medida da base maior	B (u.c.)			
Medida da altura em relação às bases	h (u.c.)			
Medida da área	A (u.a.)			

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer trapézio sem contar os quadradinhos.

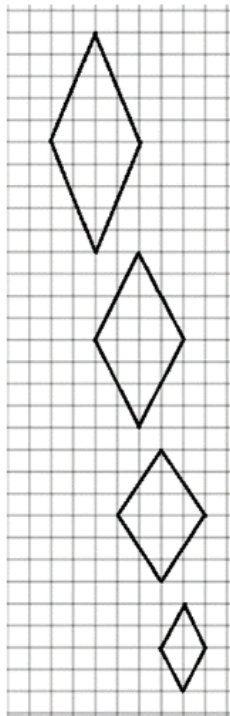
Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

.....

Atividade 6: Área do Losango



Considerando os losangos desenhados na malha quadriculada acima, preencha a tabela abaixo:

Medida do diagonal menor	d (u.c.)			
Medida do diagonal maior	D (u.c.)			
Medida da área (A)	A (u.a.)			

Escreva uma expressão matemática para obter a área de qualquer losango sem contar os quadradinhos.

Explique detalhadamente o seu raciocínio.

.....

.....

.....

Roteiro 3 - Aplicando conhecimentos em situações-problema

Objetos de conhecimento: cálculo da área de figuras planas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: aplicar as fórmulas matemáticas deduzidas para resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas em situações-problema diversificadas e contextualizadas; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico e a argumentação.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópia das situações-problema.

Metodologia de desenvolvimento: o professor solicitará aos estudantes que resolvam as situações-problema diversificadas utilizando a estratégia cooperativa de aprendizagem ativa denominada In-class exercises (Exercícios em sala de aula), que é realizada em quatro etapas, a saber:

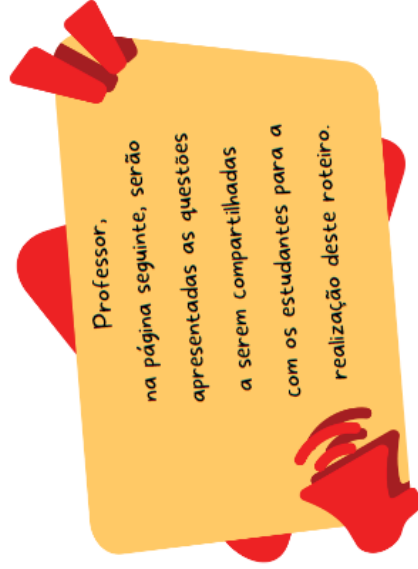
Na etapa 1, o professor irá solicitar que os estudantes formem grupos, de dois a quatro membros, para resolver a lista de exercícios. Todos os membros do grupo deverão fazer o registro das resoluções no caderno.

Durante a execução da etapa 2, o professor circulará entre os grupos, sanando dúvidas através de breves exposições dialogadas, verificando se todos os estudantes estão envolvidos ativamente na realização da tarefa.

Ao término do tempo combinado, na etapa 3, "o professor solicitará, aleatoriamente, a alguns estudantes para apresentarem a resolução de seus grupos" (ELMÔR-FILHO et al, 2019, p. 87). A avaliação de desempenho do estudante escolhido será estendida para os demais membros do grupo, por isso é necessário que todos os estudantes realizem a atividade com empenho e responsabilidade.

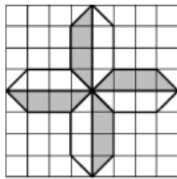
No final da aula, considerada a etapa 4, "o professor recolhe alguns ou todos os registros gerados pelos grupos" (ELMÔR-FILHO et al, 2019, p. 87), a fim de analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros que podem demonstrar se a aprendizagem ocorreu de fato, além de obter informações importantes sobre o que precisa ser revisto, analisado e discutido.

Avaliação: considerando a avaliação como um processo contínuo e formativo em um contexto de aprendizagem ativa e significativa, é fundamental avaliar os estudantes durante o desenvolvimento de todas as etapas previstas para a aula, levando-se em conta a participação com contribuições de cada um dos estudantes na resolução das situações-problema propostas, o empenho e a disposição para compartilhar os resultados com os demais colegas e os registros das respostas construídas pelos grupos.

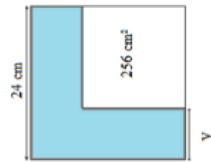


Roteiro 3 - Aplicando conhecimentos em situações-problema

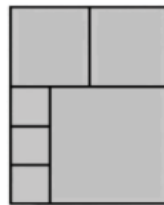
- 1) Observe a figura desenhada na malha quadriculada abaixo. Considerando que o lado do quadradinho da malha quadriculada mede $0,5\text{m}$, determine a área da parte que está pintada de cinza nessa figura.



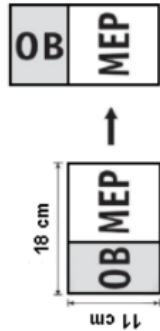
- 2) Na figura abaixo estão desenhados dois quadrados, sendo que a área do quadrado menor é 256 cm^2 . De acordo com essa figura, determine a medida y , em centímetros.



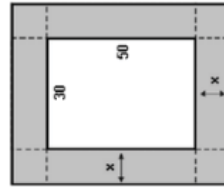
- 3) A figura seguinte está dividida em 6 quadrados. Sabendo que o lado do quadrado médio mede 4 cm , determine a área do maior quadrado interno à figura.



- 4) (6ºOBMEP-2010) Adaptada - Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm , foi cortado para formar um novo cartão, como indicado na figura abaixo. Determine a medida da área, no novo cartão, da parte que contém as letras O e B.

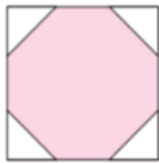


- 5) Uma fábrica produz molduras conforme a ilustrada abaixo. Considerando $x = 11,5\text{ cm}$, qual é a área da moldura?

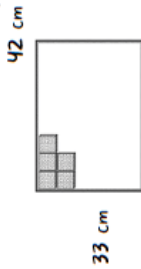


Roteiro 3 - Aplicando conhecimentos em situações-problema

6) (OBMEP-2018) Adaptada - A área da figura destacada é 28 cm^2 , e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Qual é a medida do lado e da área do quadrado?

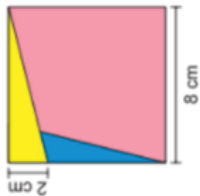


7) Dona Maria é merendeira e precisa organizar pedaços de bolo em uma forma retangular, em filas, conforme a ilustração abaixo.

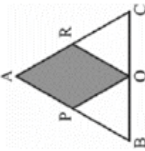


Os pedaços de bolo são todos do mesmo tamanho e cada pedaço ocupa na forma uma área de 25 cm^2 . Ajude Dona Maria a calcular o maior número de pedaços inteiros de bolo que ela pode colocar na forma, sem sobrepor pedaços.

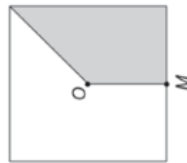
8) (OBMEP-2019) Adaptada - O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo maior tem o dobro da área do triângulo menor. Qual é a área do quadrilátero interno à figura?



9) (Saresp 2005) Adaptada - O triângulo ABC da figura abaixo é equilátero. Sabe-se que sua área é 2 cm^2 , e que P, Q e R são pontos médios de AB, BC e AC, respectivamente. Determine a área do polígono APQR



10) (OBMEP-2017) Adaptada - A figura mostra um quadrado de centro O e área 20 cm^2 . O ponto M é o ponto médio de um dos lados do quadrado. Qual é a área da região sombreada?



Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo

Objetos de conhecimento: comprimento da circunferência e área do círculo.

Resultados de aprendizagem pretendidos: compreender e diferenciar a área do círculo do comprimento da circunferência; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: cópias das atividades práticas, computador com acesso à internet, calculadora, tesoura, cola, régua, lápis de cor, um pedaço de barbante e quatro objetos circulares (por exemplo, tampas de potes).

Metodologia de desenvolvimento: utilização da estratégia de aprendizagem ativa denominada Sala de Aula Invertida, tendo a pretensão de estimular a interação aluno-aluno e aluno-professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto do aluno, pois ocorre a inversão da lógica do ensino tradicional, ou seja, os estudantes fazem o trabalho da sala de aula em casa e o trabalho de casa na sala de aula. A estratégia é aplicada em três etapas: pré-aula, aula e pós-aula (ELMÔR-FILHO et al. 2019).



Pré-aula:

Tem como objetivo preparar os estudantes para uma aula produtiva.

O professor deverá disponibilizar o material a ser trabalhado pelos estudantes em casa, propondo a leitura de um texto, a visualização de vídeos e a organização de materiais.

Abaixo, a sequência de tarefas proposta:

- Leia no livro didático* o texto intitulado "O número π " nas páginas 19 e 20. (Professor, esta atividade pode ser dispensada, sem prejuízo ao desenvolvimento das tarefas!)

- Visualize os vídeos:

Raio, diâmetro, circunferência e π .

Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter/area-circumference-circle/v/circles-radius-diameter-and-circumference>. Acesso em: 18 out. de 2022.

Nomeando as partes de um círculo.

Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter/area-circumference-circle/v/parts-of-a-circle>. Acesso em 18 out. de 2022.

A história do número π .

Disponível em : <http://www.ime.unicamp.br/~apmat/numero-pi/>. Acesso em 18 out. de 2022.

- Providenciar e trazer para a próxima aula: Calculadora, tesoura, régua, um pedaço de barbante e quatro objetos circulares (por ex., tampas de potes).

*GIOVANNI JUNIOR, JOSÉ RUY; CASTRUCCI, BENEDICTO. A Conquista da matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais, 4.ed. - São Paulo: FTD, 2018.

Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo

Momento Aula:

Na Pré-aula, os estudantes recordaram como distinguir os conceitos de círculo, circunferência, seus principais elementos e algumas de suas relações.

No momento Aula, o foco será voltado à aplicação dos conceitos estudados em casa com aprofundamento através de atividades em sala de aula. Os estudantes irão compartilhar as descobertas obtidas através do estudo com seus colegas e com o professor, esclarecendo as dúvidas que porventura tenham surgido, visando à interação ativa de todos os envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem.





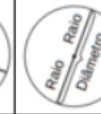
O professor também poderá complementar o estudo realizado na Pré-aula utilizando, por exemplo, o resumo do Quadro 1.

Dando continuidade ao estudo realizado pelos estudantes, o professor propõe que sejam formados grupos para a realização das atividades práticas. Através da realização destas atividades práticas, pretende-se estimular o desenvolvimento de habilidades como o trabalho em equipe, o pensamento crítico, a análise e a síntese.

Os estudantes serão informados de que serão avaliados durante todo o desenvolvimento da aula, sendo considerada a sua participação, o seu empenho e as suas contribuições na realização das atividades. Os questionamentos ao final da aula, assim como as situações-problema resolvidas no momento da Pós-aula, também serão avaliados.



Quadro 1 - Resumo: Circunferência e círculo

	Circunferência: É uma linha formada por todos os pontos do plano que estão equidistantes de um ponto fixo, que é o centro da circunferência. O comprimento ou perímetro de uma circunferência é a medida desta "linha de contorno", chamada de circunferência.
	Círculo é um conjunto de pontos resultantes da união de uma circunferência com todos os seus pontos internos. O círculo ocupa uma superfície. A medida dessa superfície é a área do círculo.
	Corda é o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência.
	Diâmetro (d) é uma corda que passa pelo centro da circunferência e sua medida é igual a duas vezes a medida do raio. $d = 2r$
	Raio (r) de uma circunferência é o segmento que une o centro à extremidade. A medida do raio é a metade da medida do diâmetro. $r = d/2$

Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo

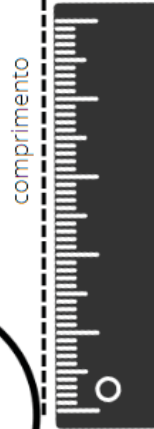
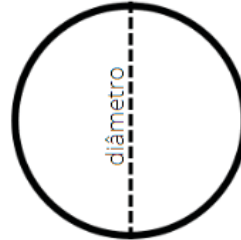
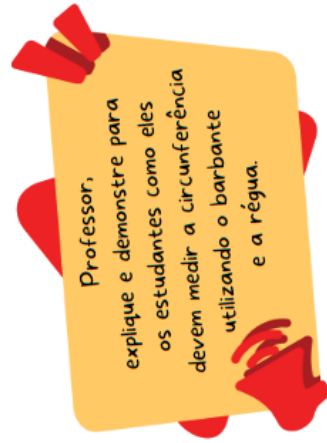


Atividade prática I: Descobrindo o número π

Através do desenvolvimento desta atividade, utilizando os materiais que foram solicitados na Pré-aula, espera-se que os estudantes determinem experimentalmente o valor aproximado para o número irracional π e que deduzam a expressão matemática que determina o perímetro de qualquer circunferência.

Procedimentos:

Utilizando diferentes objetos com a forma circular, com o auxílio de um barbante, meça o comprimento (C) e o diâmetro (d) da circunferência de cada um desses objetos utilizando como unidade de medida o centímetro (cm) e preencha a tabela abaixo com os dados solicitados.



Objeto	C (cm)	d (cm)	$\pi = C/d$
1.			
2.			
3.			
4.			

Refleta e responda:

1. Ao dividir a medida do comprimento da circunferência do objeto circular pela medida do seu diâmetro, o que você pode concluir?
2. Escreva a expressão matemática que pode ser utilizada para calcular o comprimento de uma circunferência.

Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo



Atividade prática 2: Como se obtém a área de um círculo

Professor,
nesta atividade os estudantes terão a oportunidade de visualizar, compreender e determinar a expressão matemática para o cálculo da área de um círculo.

Os círculos abaixo (de raio medindo r) foram divididos em 16 partes iguais (Figura 1) e em 22 partes iguais (Figura 2). Cada uma dessas partes é chamada de setor circular.



Figura 1

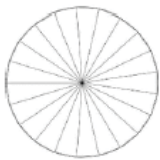


Figura 2

Procedimentos:

- Recorte a Figura 1 e divida-a em dois semicírculos (setores de 1 a 8 e de 9 a 16);
- A partir da origem de cada semicírculo, com o auxílio da tesoura, separe cada setor circular, deixando-os levemente presos;
- Cole no caderno o semicírculo recortado, esticando a semicircunferência e encaixe sobre esses a outra metade, de forma a que os setores fiquem completamente encaixados.
- Observe que os procedimentos sugeridos levam à construção de outra figura geométrica, cuja fórmula para o cálculo da área já é conhecida.
- Repita os procedimentos acima para a Figura 2.

Refleta e responda:

Analisando suas construções, como podemos calcular a área de um círculo? Justifique.

Em aulas anteriores, os estudantes aprenderam a calcular a área de várias figuras geométricas planas.

Para deduzirmos as fórmulas matemáticas, muitas vezes, dividimos ou movemos partes de uma figura transformando-a em outra mais simples e conhecida, favorecendo a compreensão e o aprendizado.

Para obtermos a expressão matemática para o cálculo da área de um círculo, realizaremos uma atividade experimental semelhante, descrita a seguir.

Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo

Atividade prática 3: Simulação para o cálculo do número π



O GeoGebra é um aplicativo matemático (também disponível na versão online) em que é possível explorar a geometria de forma dinâmica.

Os links indicados estão disponíveis no site Geometria Intuitiva e Interativa e são uma possibilidade para os estudantes reforçarem os conceitos construídos a respeito do número π e da área do círculo através de simuladores.



Cálculo do π

Professor, indique aos estudantes o link disponível em:
<http://www.gi2.pt/galerias/calculo-de-pi/>. Acesso em 18 out. de 2022.

Ao acessá-lo, será possível visualizar a página apresentada na Figura 1. O estudante deverá clicar no botão **Abrir GeoGebra**, acessando a tela apresentada na Figura 2 para realizar e visualizar a simulação.

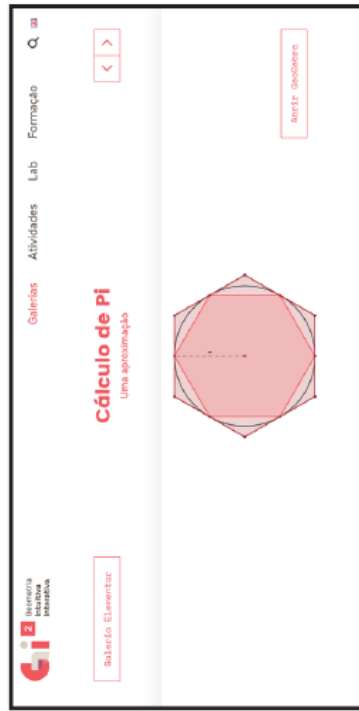


Figura 1

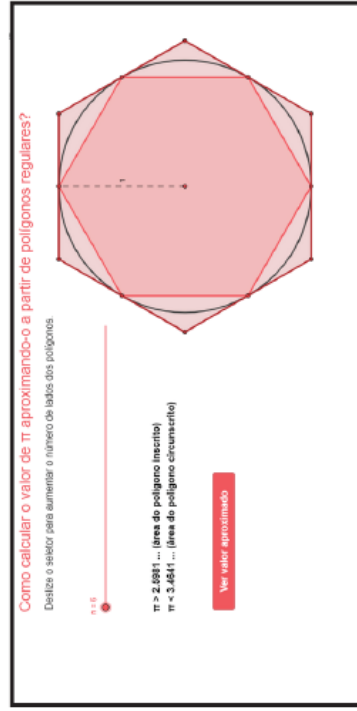
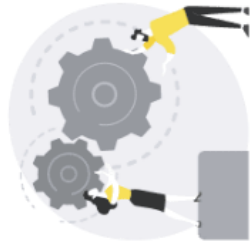


Figura 2

Roteiro 4 - Comprimento da circunferência e área do círculo

Atividade prática 4: Simulação da área de um círculo



Professor, indique aos estudantes o link disponível em: <http://www.g2.pt/galerias/area-de-um-circulo/>. Acesso em 18 out. de 2022.

Ao acessá-lo, será possível visualizar a página apresentada na Figura 3. O estudante deverá clicar no botão **Abriu GeoGebra** e acessar a tela apresentada na Figura 4 para realizar e visualizar a simulação.



Figura 3

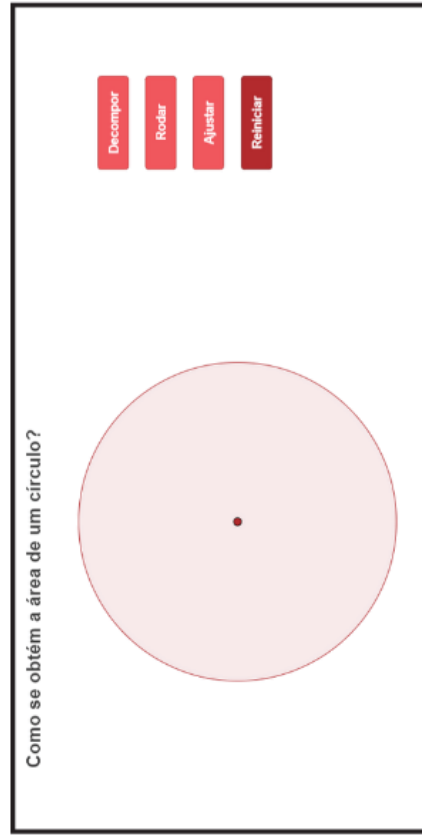


Figura 4

Roteiro 4 - Situações-problema: comprimento da circunferência e área do círculo

Pós-Aula:

Os estudantes irão revisar os conceitos estudados para aprofundar os conhecimentos construídos no momento da Aula, procurando avançar em seus aprendizados. O professor pode propor as atividades sugeridas, que foram retiradas da obra de Giovanni et al. (2018, p.233), ou selecionar outras de sua escolha.

1. Uma região poligonal, em forma de hexágono regular, foi recortada de uma folha de cartolina. O lado do hexágono recortado mede **80 cm**. Nessas condições, determine:

a) o semiperímetro desse hexágono;
 b) a medida a do apôtoma do hexágono, sabendo que $a = \frac{6\sqrt{3}}{2}$

c) a área da região poligonal, considerando $\sqrt{3} = 1,73$.

2. Sabendo que um hexágono regular está inscrito em uma circunferência de raios **18 cm**, determine:

- a) a medida do lado desse hexágono;
 b) o semiperímetro desse hexágono;
 c) a medida do apôtoma desse hexágono;
 d) a área desse hexágono.

3. Um disco de cobre tem **80 cm** de diâmetro. Qual é a área desse disco?

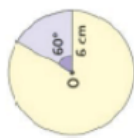
4. (Adaptada) Considere o setor circular (região colorida de rosa) na circunferência da figura. Se O é o centro do círculo, e $OA = 8$ cm, qual é a área do setor circular?



5. A figura nos mostra um círculo inscrito em um quadrado. Se o perímetro desse quadrado é **48 cm**, calcule a área.



6. (Adaptada) Qual é a área do setor circular colorido de azul na figura?

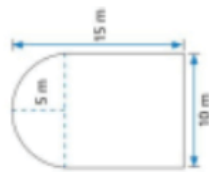


7. Uma pessoa pretende colocar um tapete circular no centro de uma sala retangular, conforme mostra a figura.



As dimensões da sala são **4,5 m** (largura) e **8 m** (comprimento), e o diâmetro do tapete equivale a $\frac{1}{4}$ do comprimento da sala. Nessas condições, qual é a área da superfície da sala que não ficará coberta pelo tapete?

8. Um jardineiro cultiva suas plantas em um canteiro cuja forma é a da figura a seguir, em que uma parte é uma semicircunferência. Para cobrir todo o canteiro, ele calculou que precisariam comprar uma lona com **170 m²** de área. Você pode afirmar que a área da lona é suficiente para cobrir esse canteiro?



Roteiro 5 - Situações-problema envolvendo o círculo e a circunferência

Objetos de conhecimento: comprimento da circunferência e área do círculo.

Resultados de aprendizagem pretendidos: resolver situações-problema envolvendo a área do círculo e o comprimento da circunferência; construir conhecimentos com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico, a argumentação, a capacidade de trabalho em grupo e a comunicação oral.

Tempo estimado: 2 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópia das situações-problema.

Metodologia de desenvolvimento: o professor propõe aos estudantes que resolvam quatro situações-problema utilizando a estratégia de aprendizagem de discussão cooperativa TPS. Primeiramente, os estudantes pensam e resolvem as questões de forma individual, a seguir, discutem com seus pares e, posteriormente, cada grupo compartilha as suas descobertas com a turma, tendo o professor o papel de mediador (ELMÔR-FILHO et al., 2019).

O professor poderá propor as situações-problema, uma de cada vez, e os estudantes realizarão os três passos descritos na estratégia. É importante combinar previamente com os estudantes o tempo que será disponibilizado para a realização de cada uma das etapas.

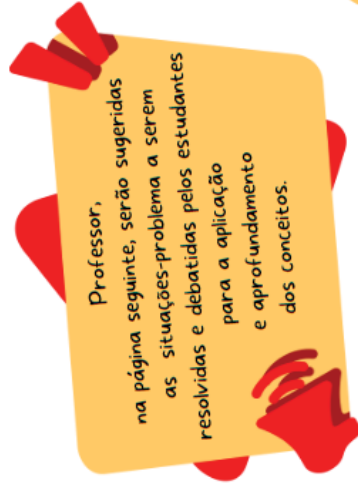
O professor concluirá cada uma das situações-problema após o compartilhamento de resoluções dos estudantes, realizando uma síntese das respostas corretas, apresentando para os estudantes pontos importantes que ainda não tenham sido considerados, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem.

Avaliação: os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, sendo considerada a participação, o empenho e a disposição para resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos.

Como outro instrumento de avaliação, poderá ser utilizada uma forma de avaliação formativa, a Minute Paper (MP). De acordo com Elmôr-Filho et al. (2019), este tipo de avaliação, além de evidenciar a preocupação do professor com a aprendizagem dos estudantes, também pode ser utilizada para o professor identificar as dificuldades ou facilidades na aprendizagem dos estudantes para o planejamento da próxima aula.

No intuito de realizar a MP, dez minutos antes do término do tempo previsto para a aula, o professor solicitará que os estudantes respondam individualmente os seguintes questionamentos:

- (i) Sintetize o que você aprendeu nesta aula.
- (ii) Quais as perguntas que você gostaria de ter feito e não fez?

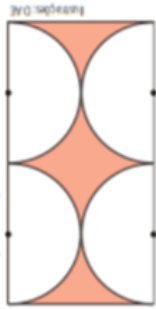


Roteiro 5 - Situações-problema envolvendo o círculo e a circunferência

- 1) Uma pista de atletismo é formada por uma região retangular e por dois semicírculos cujas dimensões estão indicadas na figura abaixo. Um atleta treina diariamente correndo 10 voltas em torno da pista. Quantos quilômetros o atleta percorre, se ele treina 5 vezes por semana? (Considere $C = 2\pi r$ e $\pi = 3,14$).



- 3) (Ufal) Na figura abaixo têm-se 4 semicírculos, dois a dois, tangentes entre si e inscritos em um retângulo. Se o raio de cada semicírculo é 4 cm, determine a área da região sombreada, em centímetros quadrados. (Use $\pi = 3,1$).

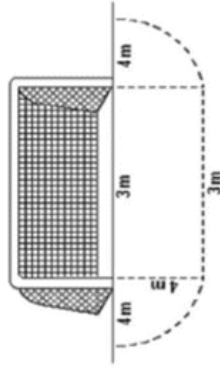


- 2) Uma fábrica de enfeites natalinos precisa recortar discos de 50 cm de raio. Os discos são recortados de placas retangulares de 5 m de comprimento e 2 m de largura, conforme ilustrado abaixo.



- (a) Qual é o número máximo de discos que podem ser recortados?
 (b) Qual é a área da parte de metal que será desperdiçada?

- 4) (Unirio - RJ) Adaptada - No futebol de salão, a área de meta é delimitada por dois segmentos de reta (de comprimentos 11 m e 3 m) e dois quadrantes de círculos (de raio 4 m), conforme a figura. Qual é a medida aproximada da superfície da área de meta?



Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro

Professor, neste roteiro você encontrará dois grupos de situações-problema que podem ser utilizadas para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes ou para a aplicação e aprofundamento de conceitos.

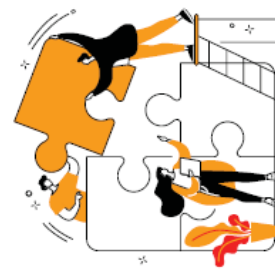
Objetos de conhecimento: área e perímetro de figuras planas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: verificar o desenvolvimento das habilidades e competências relacionadas aos descritores D5, D11, D12, D13 e D15 previstos na prova de Matemática do Saeb para o 9º ano (BRASIL, 2020), explicitados a seguir:

- D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
- D11 Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
- D12 Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
- D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
- D15 Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.

Tempo estimado: depende da estratégia de desenvolvimento escolhida pelo professor.

Recursos: cópias das questões.



Metodologia de desenvolvimento: o professor poderá propor aos estudantes que resolvam as situações-problema tanto para o levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes quanto como instrumento avaliativo, ficando a estratégia de desenvolvimento a seu critério.

Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo I)

Questão 1 - (D5) As figuras abaixo representam o formato de uma horta que será construída na escola de Marta. Inicialmente, pensou-se em uma horta pequena, mas devido à empolgação dos estudantes, a direção solicitou aos professores envolvidos no projeto, que fizessem um desenho maior. Assim, os lados da Figura 1 foram duplicados, obtendo-se a Figura 2, como mostra a representação abaixo.



Figura 1



Figura 2

Nessa situação, a medida da área da Figura 2 é igual à:

- (A) 2 vezes maior que o primeiro.
- (B) 3 vezes maior que o primeiro.
- (C) 4 vezes maior que o primeiro.
- (D) 6 vezes maior que o primeiro.

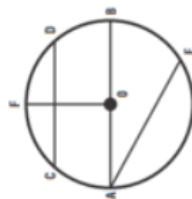
Questão 3 - (D12) Mateus é vendedor em uma loja de aviamentos. Um cliente pretende contornar externamente com fita um trabalho escolar formado por três quadrados, sendo que o quadradinho menor tem lado igual à metade do quadrado médio, de acordo com a figura abaixo:

Ajude Mateus a calcular o comprimento de fita necessário que deverá vender para que o estudante contorne, externamente, todo o seu trabalho.

- (A) 34 cm.
- (B) 36 cm.
- (C) 30 cm.
- (D) 32 cm.

Questão 2 - (D11) Na circunferência abaixo, de centro O , os segmentos CD , OF e AB são, nessa ordem:

- (A) corda, raio e diâmetro.
- (B) diâmetro, raio e corda.
- (C) raio, corda e diâmetro.
- (D) corda, diâmetro e raio.



Questão 4 - (D13) (OBMEP-2019) Adaptada- O quadrado abaixo está dividido em nove quadradinhos iguais. A área das partes pintadas de vermelho totaliza 6 cm^2 . Quanto mede a área da parte pintada de azul?



- (A) 10 cm^2 .
- (B) 12 cm^2 .
- (C) 14 cm^2 .
- (D) 16 cm^2 .

Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo I)

Questão 5 - (D5) (SAEB 2013) - Foi feita a medição do comprimento da parede de uma sala, utilizando, como instrumento de medida, uma fita métrica de apenas 80 cm. Essa medição correspondeu a 5 medidas e meia da fita. Quantos metros de comprimento tem a parede?

- (A) 4,4 m.
- (B) 4,5 m.
- (C) 8,0 m.
- (D) 8,5 m.

Questão 6 - (D5) Adaptada - Joana trabalha em uma empresa que presta serviço de rastreamento por satélite e necessita publicar uma propaganda de divulgação em uma revista de alta circulação. A cobrança é feita proporcionalmente à área ocupada pela imagem. Ela esboçou a mesma imagem em tamanhos distintos em uma malha quadriculada, como mostra a figura.



Se Joana optar pela imagem maior, pagará quantas vezes mais do que se escolher a menor?

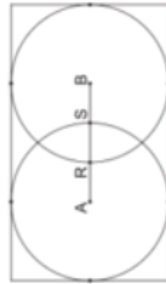
- (A) 1,5 (uma vez e meia).
- (B) 1,8 (uma vez e oito décimos).
- (C) 2 (o dobro).
- (D) 4 (o quádruplo).

Questão 7- (DII) (BIANCHINI, 2011) Adaptada - Um paisagista foi contratado para plantar flores em um canteiro circular. Para comprar a quantidade adequada de mudas, ele desenhou a figura abaixo e pintou as partes em que as flores serão plantadas. Sabendo que o lado de cada quadrado mede 1 m, calcule a área da parte colorida da figura, considerando que a área do círculo pode ser calculada pela expressão $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência e $\pi = 3,14$.



- (A) 50,24 m².
- (B) 100,48 m².
- (C) 12,56 m².
- (D) 25,12 m².

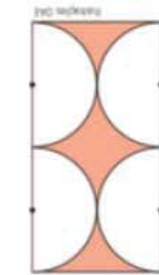
Questão 8 - (D12) (OBMEP - 2010) - Na figura as circunferências de centros A e B são tangentes aos lados do retângulo e têm diâmetros iguais a 4 cm. A distância entre os pontos R e S é 1 cm. Qual é o perímetro do retângulo?



- (A) 16 cm.
- (B) 18 cm.
- (C) 20 cm.
- (D) 22 cm.

Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo I)

Questão 9 - (D13) Uma máquina recorta de placas retangulares semicírculos para a confecção de peças. Observe que sobra espaço entre os semicírculos, mas o material não é descartado, ele é encaminhado para reciclagem. A figura abaixo ilustra a situação, apresentando 4 semicírculos, dois a dois tangentes entre si e inscritos em um retângulo. Se o diâmetro de cada semicírculo é 40 cm, determine a área da região hachurada, que será destinada à reciclagem.



- (A) 688 cm².
- (B) 2512 cm².
- (C) 3200 cm².
- (D) 1256 cm².

Professor,
ao propor as situações-problema para os estudantes resolverem, é importante solicitar que apresentem os procedimentos de cálculo, justificando os resultados encontrados.

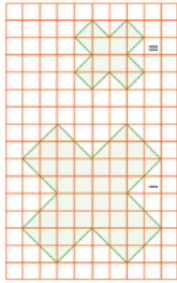
Questão 10 - (D5) Adaptada - Um jogador de futebol treina diariamente. A ilustração abaixo representa parte de seu treino. Se o atleta realiza o percurso por 8 vezes, quantos quilômetros, aproximadamente, ele corre diariamente?



- (A) 0,2 km.
- (B) 0,6 km.
- (C) 1,6 km.
- (D) 5 km.

Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo 2)

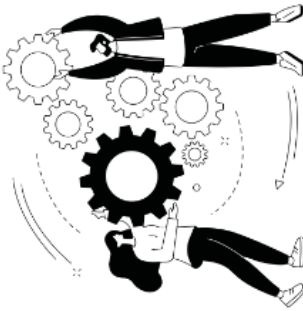
Questão 1 - (D5) Observe os dois desenhos coloridos na malha quadriculada abaixo. O desenho II é uma redução do desenho I. Qual é a relação entre as medidas dos perímetros desses dois desenhos?



- (A) O perímetro do desenho I é o dobro do perímetro do desenho II.
 (B) O perímetro do desenho I é igual ao perímetro do desenho II.
 (C) O perímetro do desenho I é a metade do perímetro do desenho II.
 (D) O perímetro do desenho I é igual ao quádruplo do perímetro do desenho II.

Questão 2 - (D11) "Dar o destino adequado para materiais que contêm substâncias que prejudiquem o meio ambiente. É com esse objetivo que o Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da USP, em São Carlos, implementou um programa de coleta de pilhas, baterias de pequeno porte e mídias de CD e DVD. Esses materiais, que contêm metais pesados, podem ser depositados nos coletores localizados na entrada do bloco ICMC-4, ao lado da portaria do prédio".

Disponível em: <https://www.icmc.usp.br/noticias/1993-descarte-consciente-icmc-disponibiliza-coletores-para-pilhas-baterias-e-midias-de-cd-e-dvd>. Acesso em 10 de out. 2022.
 Com relação ao CD (compact-disc), ao invés do descarte, uma opção é utilizá-lo como matéria-prima para o artesanato. Angela é publicitária e resolveu fazer um painel decorativo em seu escritório para reutilizar seus CDs antigos. Para estimar a quantidade de CDs necessários, organizou seis deles, formando a figura abaixo.



Considerando que cada CD possui raio de 6 cm, o comprimento e a largura da região ocupada pela figura medem, respectivamente:

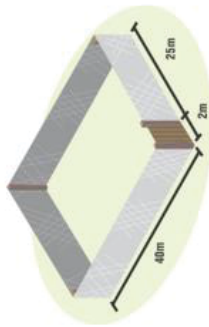
- (A) 24 cm e 36 cm.
 (B) 36 cm e 24 cm.
 (C) 12 cm e 18 cm.
 (D) 24 cm e 16 cm.

Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo 2)

Questão 3 - (D12) (Prova Brasil) Adaptada - "A geometria plana é a área de estudos que se volta para os objetos pertencentes ao plano, ou seja, todos os seus elementos (ponto, reta e polígonos) estão "dentro" do plano. A geometria teve seu início na Grécia Antiga e é conhecida também como geometria euclidiana plana, em homenagem a um grande estudioso da área chamado Euclides. Matemático de Alexandria, Euclides é conhecido como o "pai da geometria".

Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/geometria-plana.htm>. Acesso em 10 de out. 2022.

Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de legumes. Para cercá-lo ele utilizou tela e um portão de 2 m de madeira. Rodrigo gastará quantos metros de tela?



- (A) 130m.
- (B) 132m.
- (C) 67m.
- (D) 1080m.

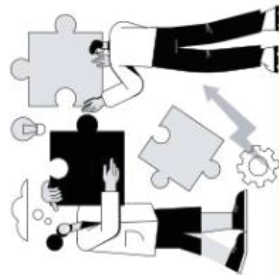
Questão 4 - (D13) Adaptada - "A safra brasileira de cereais, leguminosas e oleaginosas deve alcançar 250,9 milhões de toneladas em 2021, de acordo com a estimativa de setembro do Levantamento Sistemático da Produção Agrícola (LSPA), divulgado hoje (7) pelo IBGE. É o sexto mês consecutivo de queda na estimativa mensal. Com o resultado de setembro, a produção deve ficar 1,3% abaixo da obtida em 2020, que atingiu o recorde de 254,1 milhões de toneladas.

O gerente da pesquisa, Carlos Barradas, explica que o declínio da produção de grãos se deve, principalmente, à falta de chuvas em estados produtores, o que prejudicou o milho. "O país vive uma crise hídrica. A quantidade de chuvas está muito abaixo do que normalmente é esperado. A soja, por ter sido plantada e colhida com atraso, diminuiu a 'janela de plantio' da segunda safra do milho, que vem logo depois da colheita dela. Por isso ficou mais dependente de boas condições climáticas e, como as chuvas não vieram, houve redução na produção dessa safra", diz o pesquisador. Além da falta de chuvas, Barradas cita a ocorrência de geadas em outras áreas produtoras do milho. "O clima do Sul, diferentemente do Centro-Oeste, é mais instável [...]". Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/31827-estimativa-de-setembro-preve-safra-de-250-9-milhoes-de-toneladas-em-2021>. Acesso em 12 de out. 2022.

A figura mostra parte de uma lavoura, em formato retangular, com dimensões de 70 m por 130 m, na qual será plantado feijão (uma leguminosa). No entanto, a plantação ocupará apenas a superfície trapezoidal. A superfície em que será plantado feijão, em m^2 , mede:



- (A) 6050.
- (B) 7000.
- (C) 8050.
- (D) 9000.



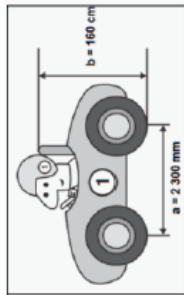
Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo 2)

Questão 5 - (D15) (ENEM 2011) - Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- distância a entre os eixos dianteiro e traseiro;
- altura b entre o solo e o encosto do piloto.

Ao optar pelas medidas a e b em metros, obtêm-se, respectivamente,

- 0,23 e 0,16.
- 2,3 e 1,6.
- 23 e 16.
- 230 e 160.



Questão 7 - (D11) (BIANCHINI, 2011) Adaptada - Um paisagista foi contratado para plantar flores em um canteiro circular. Para comprar a quantidade adequada de mudas, ele desenhou a figura abaixo e pintou as áreas em que as flores serão plantadas. Sabendo que o lado do quadrado mede 0,5 m, calcule a área da parte colorida da figura, considerando que a área do círculo pode ser calculada pela expressão $A = \pi r^2$, onde r é o raio da circunferência e $\pi = 3,14$.

- 12,56 m².
- 20 m².
- 6,28 m².
- 8 m².



Questão 6 - D(5) Adaptada - Joana trabalha em uma empresa que presta serviço de rastreamento por satélite e necessita publicar uma propaganda de divulgação em uma revista de alta circulação. A cobrança é feita proporcionalmente à área ocupada pela imagem. Ela esboçou a mesma imagem em tamanhos distintos em uma malha quadriculada, como mostra a figura.

Se Joana optar pela imagem menor, pagará quantas vezes menos do que se escolher a maior?

- 1,5 (uma vez e meia).
- 3 (a terça parte).
- 2 (a metade).
- 4 (a quarta parte).



Roteiro 6 - Situações-problema envolvendo área e perímetro (Grupo 2)

Questão 8 - (D12) Segundo o Comitê Olímpico Brasileiro (COB), "o triatlo surgiu em San Diego, nos Estados Unidos, em 1974, em um clube de atletismo que, ao dar férias aos seus atletas, passava planilha de treinamentos para que os atletas "descansassem" um pouco de treinos e competições. Ao voltar das férias, os treinadores faziam testes com seus atletas para saberem se realmente eles tinham cumprido a planilha. Esses atletas deveriam nadar 500 metros na piscina do clube, pedalar 12 km e correr 5 km. Os atletas gostaram tanto da "brincadeira" que pediram para os treinadores "repetirem a dose" nas férias seguintes. [...] O triatlo estreou no programa olímpico em Sidney 2000, já no formato atual de 1500 m de natação, 40 km de ciclismo e 10 km de corrida.



Disponível em: <https://www.cob.org.br/pt/cob/time-brasil/esportes/triatlo/>. Acesso em 10 de out. 2022.

Felipe é atleta e participa de competições dessa modalidade esportiva. Como parte de seu treino, percorre 16 voltas em torno de uma pista circular que possui 200 m de diâmetro. Quantos quilômetros Felipe percorre se ele treina 3 vezes por semana? (Considere $C = 2\pi r$ e $\pi = 3,14$).

- (A) 0,628 km.
- (B) 10,048 km.
- (C) 30,144 km.
- (D) 6,28 km.

Questão 9 - (D13) (APROVA BRASIL, 2019) - Considere um vitral de 1 m de altura e 1,2 m de comprimento, composto de losangos de mesma medida e triângulos também de mesma medida. Os triângulos dividem os lados do vitral em partes iguais. Imagine que um dos vidros do vitral foi quebrado e que o metro quadrado desse vidro custa R\$ 100,00. Quanto custará a peça quebrada?



- (A) R\$ 75,00.
- (B) R\$ 25,00.
- (C) R\$ 7,50.
- (D) R\$ 12,50.

Questão 10 - (D15) Adaptada - "Numerosos estudos mostram que caminhar é um impulsador do cérebro. Um estudo publicado na edição de 2010 da revista *Neurology* encontrou uma ligação entre caminhar e uma maior quantidade de massa cinzenta no cérebro. Por exemplo, uma pesquisa da University of Virginia em Charlottesville indicou que andar diminuiu o risco de demência e doença de Alzheimer em homens idosos".

Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/os-beneficios-da-caminhada-um-dos-exercicios-mais-subestimados-de-todos/>. Acesso em 12 de out. 2022.

Um pai e seu filho estão caminhando juntos. Para cada 3 passos do pai, o filho dá 4 passos. Se cada passo do pai equivale a 60 cm, quanto mede cada passo do filho?

- (A) 12 cm.
- (B) 36 cm.
- (C) 45 cm.
- (D) 48 cm.

Querido(a) Professor/Professora

Agradecemos por ter lido este guia de atividades!

Esperamos que nossas sugestões possam se transformar em ações na sala de aula com potencial para despertar nos estudantes o interesse pela Matemática, desenvolvendo o seu Letramento Matemático.

Fica o convite para que você envie um feedback sobre este guia de atividades ou sobre a implementação de algum dos roteiros nas suas aulas.

Com carinho,

Prof.^a Derlise e Prof.^a Valquíria

"Se eu pudesse reduzir toda a psicologia educacional a uma só frase, eu diria isto:
O fator mais importante que influencia a aprendizagem é o que o estudante já sabe.
Verifique isso e ensine de acordo."

David Paul Ausubel



10. Bibliografia

- AUSUBEL, D. P. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva*. 1. ed. Lisboa: Plátano, 2003.
- APROVA BRASIL. *Matemática: ensino fundamental : nos finais - 9º ano.* / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Thais Giniçolo Cabral. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2019.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011 (6º ao 9º ano).
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.
- _____. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Curricular Comum: Educação é a Base. Brasília, DF: INEP, 2018.
- _____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Matrizes de referência de língua portuguesa e matemática do Saeb: documento de referência do ano de 2001. Brasília, DF: INEP, 2020.
- ELMÔR-FILHO, G.; SAUER, L. Z.; ALMEIDA, N. N.; VILLAS-BOAS, V. *Uma Nova Sala de Aula é Possível: aprendizagem ativa na educação em Engenharia*. 1.ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019
- GIOVANNI JUNIOR, JOSÉ RUY; CASTRUCCI, BENEDICTO. *A Conquista da Matemática: 9º ano: Ensino Fundamental: Anos Finais*. 4.ed. – São Paulo: FTD, 2018.
- MASETTO, Marcos Tarciso. *Didática: a aula como centro*. São Paulo: FTD, 1996.
- ONUCHIC, L. *A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?* Revista Espaço Pedagógico, v. 20, n. 1, 4 out. 2013.
- ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiá: Paco Editorial, 2019. E-book.



Sobre as autoras

Derlise Fiametti Xavier

Graduação em Licenciatura Plena em Matemática com Habilitação em Física
Especialização em Metodologia do Ensino da Matemática
Pós-graduação em Gestão Escolar: Orientação e Supervisão
Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática
Professora de Matemática na rede pública



Valquíria Villas Boas Gomes Missell

Bacharelado em Física
Mestrado em Física da Matéria Condensada
Doutorado em Ciências
Professora titular da Universidade de Caxias do Sul
Membro do corpo permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática



Caxias do Sul - RS
2022