

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL – UCS
ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

BRUNO FORINI

**INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO NO
DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO: COMPARAÇÃO ENTRE A
NBR 6118:2014 E O ACI 318:2019**

CAXIAS DO SUL
2023

BRUNO FORINI

**INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO NO
DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO: COMPARAÇÃO ENTRE A NBR
6118:2014 E O ACI 318:2019**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial à obtenção do grau de
bacharel em Engenharia Civil pela
Universidade de Caxias do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Ribeiro da Silva

CAXIAS DO SUL
2023

BRUNO FORINI

**INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO NO
DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO: COMPARAÇÃO ENTRE A NBR
6118:2014 E O ACI 318:2019**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial à obtenção do grau de
bacharel em Engenharia Civil pela
Universidade de Caxias do Sul.

Aprovado em 04/07/2023

Banca Examinadora

Prof. Dr. Gustavo Ribeiro da Silva

Universidade de Caxias do Sul

Prof. Me. Luciano Zatti

Universidade de Caxias do Sul

Prof. Esp. Maurício Monteiro Almeron

Universidade de Caxias do Sul

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por me dar sabedoria e persistência durante todo o período de graduação e para a conclusão deste trabalho.

Agradeço à minha família, principalmente aos meus pais Severino e Roseli (*in memoriam*) e ao meu irmão Thiago, por todo apoio e motivação durante todos os principais momentos da minha vida.

Agradeço também minha noiva Jordana, por todo companheirismo, paciência, amor e apoio durante este período.

Agradeço aos meus professores pelos ensinamentos ao longo da graduação, em especial ao meu orientador Prof. Gustavo Ribeiro da Silva por contribuir com todo seu conhecimento, pela paciência e pela orientação ao longo deste trabalho.

RESUMO

Nos últimos anos houve um aumento significativo em construções que utilizam lajes lisas em seus projetos. Nessas estruturas as lajes se apoiam diretamente sobre pilares, não descarregando seus esforços em vigas, porém, esse sistema gera uma zona de fragilidade próxima ao pilar, o que pode ocorrer o fenômeno da punção. Este trabalho tem como finalidade realizar uma comparação entre as normas brasileira, NBR 6118/2014 e americana, ACI 318:2019 e avaliar a relação entre a taxa de armadura de flexão e a razão entre as tensões solicitantes e tensões resistentes. É realizado um estudo de caso sobre uma edificação que conta com quatro pavimentos e construída em concreto armado. Os cálculos foram desenvolvidos com o auxílio do *software* TQS, as espessuras de laje e resistência característica do concreto variavam conforme o modelo estudado. Os resultados indicaram uma relação menos conservadora para os modelos que utilizavam o ACI 318:2019 como norma de referência, para baixas taxas de armadura de flexão.

Palavras-chave: Laje lisa. Punção. Armadura de flexão. Tensão solicitante. Tensão resistente.

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação (1).....	27
Equação (2).....	28
Equação (3).....	29
Equação (4).....	29
Equação (5).....	30
Equação (6).....	31
Equação (7).....	31
Equação (8).....	31
Equação (9).....	31
Equação (10).....	32
Equação (11).....	33
Equação (12).....	33
Equação (13).....	33
Equação (14).....	34
Equação (15).....	34
Equação (16).....	35
Equação (17).....	36
Equação (18).....	36
Equação (19).....	36
Equação (20).....	37
Equação (21).....	37
Equação (22).....	37
Equação (23).....	37
Equação (24).....	37
Equação (25).....	38
Equação (26).....	50
Equação (27).....	50
Equação (28).....	50
Equação (29).....	50
Equação (30).....	50
Equação (31).....	50
Equação (32).....	50
Equação (33).....	50
Equação (34).....	54
Equação (35).....	54
Equação (36).....	54
Equação (37).....	54
Equação (38).....	54
Equação (39).....	54
Equação (40).....	80

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Laje lisa e laje cogumelo.....	10
Figura 2 – Propagação das fissuras.....	12
Figura 3 – Superfície de ruína por punção	12
Figura 4 – Situações de punções em lajes lisas	13
Figura 5 – Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander.....	18
Figura 6 – Modelo de bielas e tirantes para punção	19
Figura 7 – Definição da superfície de controle da NBR 6118	20
Figura 8 – Barras dobradas.....	21
Figura 9 – Tipos de estribos	22
Figura 10 - Pinos	23
Figura 11 – Ancoragem correto dos pinos.....	24
Figura 12 – Perfil metálico	25
Figura 13 – Superfícies críticas	26
Figura 14 – Perímetro crítico para pilares internos	26
Figura 15 – Perímetro crítico para pilares de borda	27
Figura 16 – Perímetro crítico para pilares de canto.....	27
Figura 17 – Definição da largura b_{laje}	34
Figura 18 – Perímetro crítico nas áreas carregadas	35
Figura 19 – Perímetro crítico externo à região da armadura de cisalhamento	38
Figura 20 – Objeto de estudo.....	40
Figura 21 - Homogeneização à 2d da face do pilar	43
Figura 22 - Homogeneização por faixas de momento de 0 à 3 tfm e de 3 à 6 tfm.....	43
Figura 23 - Corte Esquemático TQS	45
Figura 24 - Ilustração da estrutura.....	46
Figura 25 - Homogeneização das faixas da armadura negativa principal (NBR 6118/2014).....	48
Figura 26 - Homogeneização das faixas da armadura negativa secundária (NBR 6118/2014).....	48
Figura 27 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2035).....	49
Figura 28 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2035).....	49
Figura 29 - Homogeneização das faixas da armadura negativa principal (ACI 318:2019)	52
Figura 30 - Homogeneização das faixas da armadura negativa secundária (ACI 318:2019)...	52
Figura 31 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2035)	53
Figura 32 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2040).....	56
Figura 33 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2045)	57
Figura 34 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2050).....	59
Figura 35 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2050)	60
Figura 36 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2435).....	62
Figura 37 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2435)	63
Figura 38 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2440).....	65
Figura 39 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2440)	66
Figura 40 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2450).....	68

Figura 41 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2450)	69
Figura 42 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 1845).....	71
Figura 43 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 1845)	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de K (NBR 6118:2014)	28
Tabela 2 – Valores de K (EURODE 2:2004)	36
Tabela 3 – Propriedades dos materiais	41
Tabela 4 – Modelos para análise	41
Tabela 5 – Modelos para análise da taxa de armadura de flexão	42
Tabela 6 - Comparação entre os métodos de homogeneização	44
Tabela 7 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2035)	51
Tabela 8 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2035).....	53
Tabela 9 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2035).....	55
Tabela 10 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2040)	55
Tabela 11 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2040)	56
Tabela 12 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2045).....	57
Tabela 13 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2045).....	58
Tabela 14 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2050)	58
Tabela 15 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2050)	59
Tabela 16 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2050).....	60
Tabela 17 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2050).....	61
Tabela 18 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2435)	61
Tabela 19 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2435)	62
Tabela 20 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2435).....	63
Tabela 21 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2435).....	64
Tabela 22 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2440)	64
Tabela 23 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2440)	65
Tabela 24 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2440).....	66
Tabela 25 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2440).....	67
Tabela 26 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2450)	67
Tabela 27 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2450)	68
Tabela 28 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2450).....	69
Tabela 29 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2450).....	70
Tabela 30 - Armaduras negativas de flexão (NBR 1845)	70
Tabela 31 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 1845)	71
Tabela 32 - Armaduras negativas de flexão (ACI 1845).....	72
Tabela 33 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 1845).....	73
Tabela 34 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2035 e ACI 2035	74
Tabela 35 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2040 e ACI 2040.....	75
Tabela 36 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2050 e ACI 2050.....	76
Tabela 37 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2435 e ACI 2435	76
Tabela 38 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2440 e ACI 2440.....	77
Tabela 39 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2450 e ACI 2450.....	78
Tabela 40 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 1845 e ACI 1845.....	78
Tabela 41 - Tabela de taxas de armaduras e de variação percentual entre razões de tensões ..	79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

ACI *American Concrete Institute*

NBR Norma Brasileira

LISTA DE SÍMBOLOS

τ_{Sd}	Tensão de Cisalhamento de Cálculo
τ_{Rd}	Tensão de Cisalhamento Resistente de Cálculo
F_{Sd}	Reação de Apoio
u	Perímetro Crítico Reduzido
d	Altura Útil da Laje ao Longo do Contorno Crítico C'
K	Coeficiente que fornece a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende de relação $C1/C2$
M_{Sd}	Momento de cálculo transmitido da laje para o pilar
W_p	Módulo de resistência plástica do perímetro crítico
C_1	Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força
C_2	Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força
M_{Sd}^*	Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico
α_v	Fator de correção da resistência do concreto
f_{cd}	Resistência à compressão de cálculo do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
ρ	Taxa geométrica de armadura de flexão
A_{Sw}	Área de Armadura de Punção em um contorno completo paralelo a C'
α	Ângulo de Inclinação entre o Eixo da Armadura de Punção e o Plano da Laje
Cm	Centímetros
f_{ywd}	Resistência de Cálculo da Armadura de Punção
MPa	Mega Pascal
S_r	Espaçamento Radial entre Linhas de Armadura de Punção
ud	Área da Superfície Crítica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
1.1.	QUESTÃO DE PESQUISA	8
1.2.	OBJETIVO PRINCIPAL.....	8
1.3.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	8
1.4.	HIPÓTESE.....	8
1.5.	DELIMITAÇÃO	8
1.6.	DELINEAMENTO	8
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	10
2.1.	LAJES LISAS	10
2.1.1.	Vantagens e Desvantagens das Lajes Lisas	10
2.2.	RUPTURA POR PUNÇÃO.....	11
2.3.	FATORES QUE INFLUENCIAM À PUNÇÃO.....	14
2.3.1.	Resistência do Concreto	14
2.3.2.	Taxa de Armadura de Flexão	15
2.3.3.	Altura Útil da Laje	15
2.3.4.	Dimensões e Geometria dos Pilares	16
2.4.	MODELOS DE CÁLCULO	17
2.4.1.	Modelos Mecânicos	17
2.4.2.	Método de Bielas e Tirantes	18
2.4.3.	Método da Superfície de Controle	19
2.5.	ARMADURAS DE PUNÇÃO	20
2.5.1.	Barras Dobradas	21
2.5.2.	Estribos	22
2.5.3.	Pinos	23

2.5.4.	Perfil Metálico	24
2.6.	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	25
2.6.1.	Critérios da Norma Brasileira NBR 6118:2014	25
2.6.1.1.	Superfícies Críticas	26
2.6.1.2.	Tensão Solicitante nas Superfícies Crítica C e C'	27
2.6.1.3.	Tensão Resistente nas Superfícies Críticas C, C', C''	30
2.6.1.3.1.	Tensão Resistente na Superfície Crítica C	30
2.6.1.3.2.	Tensão Resistente na Superfície Crítica C'	30
2.6.1.3.3.	Tensão Resistente na Superfície Crítica C''	32
2.6.1.4.	Armadura de Punção Obrigatória	32
2.6.2.	Critérios da Norma ACI 318:2019	32
2.6.3.	Critérios da Norma EUROCODE 2:2004	34
2.7.	SOFTWARE DE CÁLCULO	39
2.7.1.	TQS	39
3	METODOLOGIA	40
3.1.	CARACTERIZAÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO	40
3.2.	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	40
3.3.	MODELOS DA ESTRUTURA	41
3.4.	HOMOGENEIZAÇÃO DAS ARMADURAS DA LAJE	42
3.4.1.	Métodos de Homogeneização Estudados	42
3.5.	DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS	44
3.5.1.	Armadura de Flexão	44
3.5.2.	Armadura de Colapso Progressivo	45
3.6.	MODELAGEM DA ESTRUTURA	45
3.6.1.	Lançamento da Estrutura	45
3.6.2.	Malha de Grelha	46

4	RESULTADOS	47
4.1.	MODELO NBR 2035	47
4.1.1.	Homogeneização	47
4.1.2.	Armadura de flexão	49
4.1.3.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	49
4.2.	MODELO ACI 2035	51
4.2.1.	Homogeneização	51
4.2.2.	Armadura de Flexão	53
4.2.3.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	53
4.3.	MODELO NBR 2040	55
4.3.1.	Armadura de flexão	55
4.3.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	55
4.4.	MODELO ACI 2040	56
4.4.1.	Armadura de Flexão	57
4.4.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	57
4.5.	MODELO NBR 2050	58
4.5.1.	Armadura de flexão	58
4.5.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	58
4.6.	MODELO ACI 2050	59
4.6.1.	Armadura de flexão	60
4.6.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	60
4.7.	MODELO NBR 2435	61
4.7.1.	Armadura de flexão	61
4.7.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	61
4.8.	MODELO ACI 2435	62
4.8.1.	Armadura de flexão	63
4.8.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção	63

4.9.	MODELO NBR 2440	64
4.9.1.	Armadura de flexão	64
4.9.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção.....	64
4.10.	MODELO ACI 2440.....	65
4.10.1.	Armadura de flexão	66
4.10.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção.....	66
4.11.	MODELO NBR 2450	67
4.11.1.	Armadura de flexão	67
4.11.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção.....	67
4.12.	MODELO ACI 2450.....	68
4.12.1.	Armadura de flexão	69
4.12.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção.....	69
4.13.	MODELO NBR 1845	70
4.13.1.	Armadura de flexão	70
4.13.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção.....	70
4.14.	MODELO ACI 1845.....	71
4.14.1.	Armadura de flexão	72
4.14.2.	Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção.....	72
5.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	74
5.1.	RAZÃO ENTRE A TENSÃO SOLICITANTE E A TENSÃO RESISTENTE.....	74
5.1.1.	Modelos NBR 2035 e ACI 2035.....	74
5.1.2.	Modelos NBR 2040 e ACI 2040.....	75
5.1.3.	Modelos NBR 2050 e ACI 2050.....	75
5.1.4.	Modelos NBR 2435 e ACI 2435.....	76
5.1.5.	Modelos NBR 2440 e ACI 2440.....	77
5.1.6.	Modelos NBR 2450 e ACI 2450.....	77

5.1.7.	Modelos NBR 1845 e ACI 1845.....	78
5.2.	RELAÇÃO ENTRE A TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO COM AS RAZÕES ENTRE TENSÕES	79
6.	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	81
	REFERÊNCIAS	83

1 INTRODUÇÃO

Com a grande competitividade que existe atualmente no mercado da construção civil cada vez mais se procuram alternativas que se tornem um diferencial no momento da construção, seja esse diferencial na parte econômica, na parte de prazos de entrega ou até mesmo na diminuição da geração de resíduos. Por esses e por outros tantos fatores que os profissionais devem estar sempre em constante atualização no mercado para realizar sempre a melhor escolha tanto na realização dos projetos quanto no dia a dia da obra.

Em projetos onde se quer ter maiores vãos entre pilares ou maiores alturas de pé direito dos pavimentos se busca a construção de lajes sem a necessidade de utilização de vigas. Essas lajes são chamadas de lajes lisas e proporcionam uma melhor utilização do espaço, diminuem a utilização de formas e com isso acarretam uma menor geração de resíduos, sua execução é mais ágil e por consequência uma diminuição no custo total da obra. Por outro lado, quando se opta por esse método construtivo o projeto estrutural deve ser bem detalhado e cuidadoso, pois as deformações são maiores e há um efeito de punção na região da ligação laje-pilar (MELGES, 2001).

A laje lisa atualmente está sendo utilizada em diversos países, principalmente pelo avanço da utilização de *softwares* de análise e cálculo de estruturas e dos computadores pessoais, o projeto de lajes lisas é realizado em grande parte por processos numéricos, o que aumentou enormemente o seu uso. O avanço tecnológico facilitou o acesso a dados como esforços solicitantes em lajes lisas na análise estrutural, mas ainda existem problemas para se obter ou interpretar alguns desses dados, em especial na ligação laje-pilar (RABELLO, 2016).

Existem diversas normas para realizar o cálculo da resistência à punção, neste trabalho aplicou-se duas normas, a norma brasileira e a norma americana, as quais trazem diferentes métodos em relação ao perímetro crítico de cálculo e a utilização da taxa de armadura de flexão para o cálculo da resistência à punção.

Esses motivos foram incentivos para a realização deste trabalho onde se buscam algumas alternativas para o dimensionamento sem a necessidade de utilização de armaduras de punção. Outro incentivo foi o de poder analisar e de estudar as diferenças entre as normas brasileira e americana.

1.1. QUESTÃO DE PESQUISA

A taxa de armadura de flexão influencia no dimensionamento à punção?

1.2. OBJETIVO PRINCIPAL

Realizar uma comparação entre a norma brasileira e a norma americana, para a influência da taxa de armadura de flexão no dimensionamento à punção com o sistema construtivo de lajes lisas.

1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) dimensionar a laje lisa em concreto armado de quatro pavimentos com o auxílio do *software* TQS e atendendo as determinações da NBR 6118 e do ACI 318;
- b) desenvolver modelos estruturais para avaliar o dimensionamento à punção;
- c) analisar as diferenças entre a norma brasileira e a norma americana em relação ao dimensionamento à punção;
- d) analisar a influência da taxa de armadura de flexão no dimensionamento à punção.

1.4. HIPÓTESE

Os valores que adotamos no momento de análise estrutural influenciam no dimensionamento à punção, principalmente os valores que adotamos para a altura da laje.

1.5. DELIMITAÇÃO

Analisar o dimensionamento à punção de uma laje lisa variando a espessura da laje e o seu f_{ck} , e realizar uma comparação entre as normas brasileira e americana.

1.6. DELINEAMENTO

Este trabalho consiste nas seguintes etapas que serão apresentadas a seguir:

- a) mostrar a importância do tema e os objetivos de pesquisa;

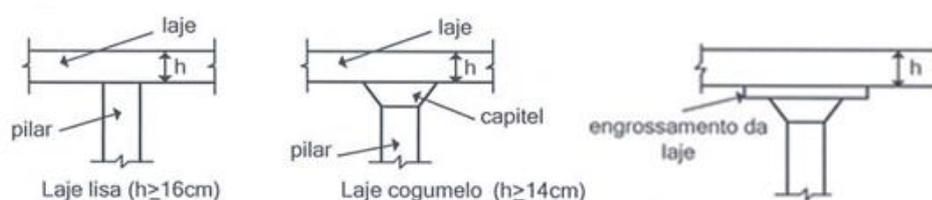
- b) realizar uma revisão bibliográfica, onde serão apresentados os principais tópicos sobre punção, além das prescrições das normas que serão abordadas neste trabalho;
- c) apresentar o estudo de caso e as estratégias utilizadas no desenvolvimento da pesquisa;
- d) avaliar a influência da taxa de armadura de flexão no dimensionamento à punção realizando uma comparação entre a NBR 6118/2014 e o ACI 318:2019;
- e) conclusões das análises e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. LAJES LISAS

As lajes lisas se apoiam diretamente sobre os pilares, estando a eles rigidamente ligadas. Os pilares podem ou não ter um engrossamento de sua seção transversal próximo da ligação com a laje, que é chamado de capitel e a laje passa a se chamar de laje cogumelo. O pilar tem como finalidade principal diminuir as tensões de cisalhamento nessa região, evitando assim o puncionamento da laje pelo pilar, como ilustra a Figura 1. Também as lajes podem ter sua espessura aumentada na região da ligação, com a mesma finalidade do capitel (FIGUEIREDO FILHO, 1989).

Figura 1 – Laje lisa e laje cogumelo



Fonte: Araújo (2010)

Na região da laje próxima ao pilar verificam-se tensões elevadas, geradas pelos esforços de flexão e cisalhamento, que podem provocar a ruptura com uma carga inferior a de ruptura por flexão, sendo esse o motivo pelo qual a capacidade resistente de lajes lisas é geralmente governada pela resistência à punção. A resistência ao cisalhamento é um fator de grande importância no dimensionamento dessas lajes, interferindo na sua espessura, na escolha da resistência do concreto e na geometria dos pilares, por exemplo (TRAUTWEIN, 2006).

2.1.1. Vantagens e Desvantagens das Lajes Lisas

As lajes lisas possuem algumas características bem particulares que dessa forma as diferenciam dos métodos convencionais, esse método se tornou ainda mais habitual nos últimos anos devido as várias vantagens que ele nos proporciona.

As principais vantagens, de acordo com Albuquerque (2010) são citadas a seguir:

- a) simplificação das fôrmas;

- b) simplificação das armaduras;
- c) simplificação da concretagem;
- d) redução da quantidade de cimento;
- e) redução da altura total do edifício;
- f) simplificações das instalações;
- g) redução do tempo de execução.

Como em todos os métodos além das vantagens temos também as desvantagens, que devem ser analisadas, pois são importantes e podem até inviabilizar o uso das lajes sem vigas em certas situações.

As principais desvantagens segundo Albuquerque (2010) são citadas a seguir:

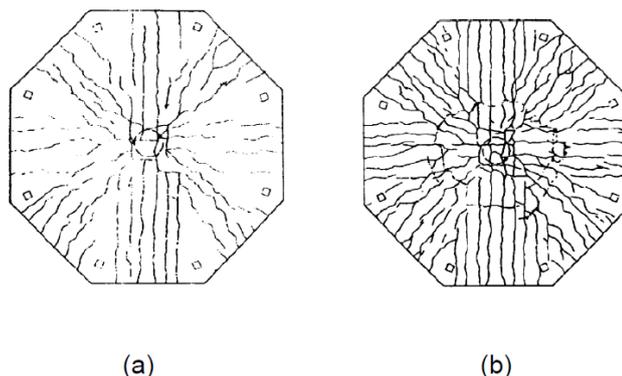
- a) punção das Lajes;
- b) deslocamentos transversais das lajes;
- c) instabilidade global do edifício.

2.2. RUPTURA POR PUNÇÃO

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), punção é um estado limite último, no entorno de forças concentradas, determinado por cisalhamento. A punção é caracterizada pela atuação de uma força concentrada sobre uma área de um elemento estrutural plano. Essa força causará, no seu entorno, elevadas tensões de cisalhamento, podendo causar a ruína desse elemento. Em lajes lisas, o pilar introduz essa força concentrada, e a ruína ocorre na ligação laje-pilar (TRAUTWEIN, 2006).

Para Cordovil (1997), o que pode se chamar de punção em lajes lisas de concreto armado é a ruptura transversal, por cisalhamento, em torno de regiões relativamente pequenas submetidas a carregamentos localizados, ou seja, é a aplicação de uma demasiada carga em uma área pequena, gerando elevadas tensões cisalhantes, que por consequência, ocasionam microfissuras, evoluindo para fissurações radiais até sua ruptura. Na Figura 2 – (a) podemos ver o surgimento das fissuras radiais devido à carga de utilização e na Figura 2 – (b) o surgimento de fissuras circulares, em torno do ponto de apoio, para a laje chegando ao ponto de ruptura.

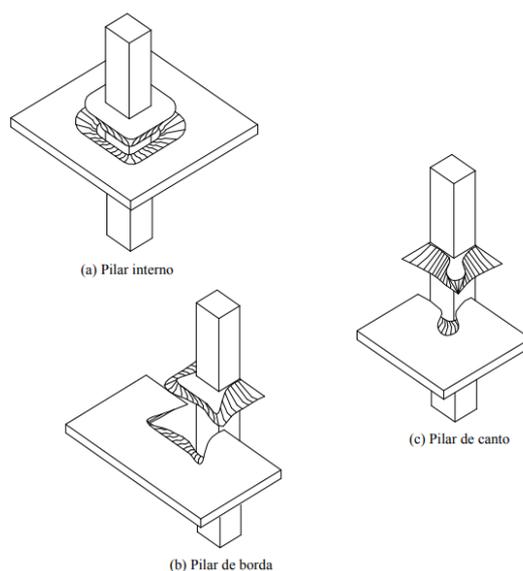
Figura 2 – Propagação das fissuras



Fonte: Melges (2001)

A punção é um problema frequente em lajes lisas e está relacionado à concentração de tensões de cisalhamento nas proximidades dos pilares. A região da laje próxima ao pilar sofre uma pequena rotação e move-se verticalmente, fraturando a zona comprimida e separando os dois elementos. Como não ocorre escoamento da armadura de flexão da laje, fica caracterizada uma ruína do tipo frágil (LIMA, 2001). Na Figura 3 podemos observar como se caracteriza a ruptura em pilares internos (Figura 3 – a), pilares de borda (Figura 3 – b) e pilares de canto (Figura 3 – c).

Figura 3 – Superfície de ruína por punção



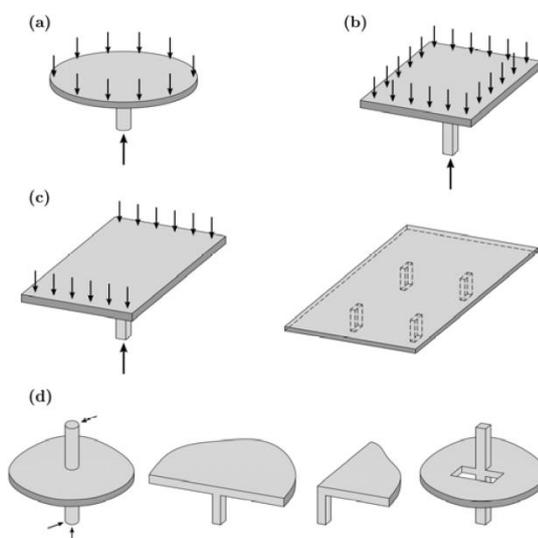
Fonte: Lima (2001)

Para Albuquerque (2010), a distribuição dos esforços internos na pequena porção da laje próxima ao pilar dificulta o desenvolvimento de equações analíticas para as tensões nessa região da laje. As normas e códigos internacionais calculam a resistência à tensão cisalhante de uma seção em torno do pilar denominada seção crítica, e ajustam esse valor com coeficientes embasados em trabalhos experimentais.

Segundo Oliveira (2013), a punção pode ser dividida em assimétrica, simétrica e excêntrica, onde a punção simétrica se origina quando a geometria, o carregamento, as condições de contorno e a distribuição e constituição da armadura de flexão puderem ser considerados simétricos em relação aos eixos de simetria da ligação laje-pilar. Já para a punção assimétrica os principais fatores que afetam são: carregamentos diferentes em direções ortogonais, variações geométricas dos pilares ou áreas de apoio e diferentes taxas de armadura de flexão em ambas as direções. A punção excêntrica tem como característica principal a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, atribui-se como algumas das principais causas dessa transferência a ação de carregamentos assimétricos em relação à ligação, assimetria nos comprimentos dos vãos adjacentes ao pilar e também a atuação de ações laterais na estrutura, alguns exemplos de punção excêntrica são os pilares de borda e pilares de canto.

Na Figura 4 podemos entender melhor como se caracterizam as punções, na Figura 4a e 4b vemos a punção simétrica, na Figura 4c a punção assimétrica e na Figura 4d a punção excêntrica (OLIVEIRA, 2013).

Figura 4 – Situações de punções em lajes lisas



Fonte: TASSINARI (2011)

2.3. FATORES QUE INFLUENCIAM À PUNÇÃO

Os principais fatores que influenciam no fenômeno da punção estão apresentados a seguir.

2.3.1. Resistência do Concreto

A resistência à punção da ligação laje-pilar está relacionada à resistência do concreto à tração. Algumas normas admitem que essa resistência seja proporcional ao valor da raiz quadrada da resistência à compressão. No entanto, o aumento a resistência da ligação, em função do aumento da resistência do concreto, não confere à laje uma melhor ductilidade em relação à ruína (RABELLO, 2010).

A resistência do concreto à tração é normalmente correlacionada com a resistência do concreto à compressão, e por isso as prescrições normativas e pesquisas realizadas costumam relacionar a resistência à compressão com a resistência ao cisalhamento em lajes (SILVA, 2017).

Resultados de pesquisas, como as de HALLGREN (1996), que analisou lajes com concretos de elevada resistência, indicam que relacionar à resistência à punção com uma função proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão do concreto tende a superestimar sua influência (FERREIRA, 2010).

Segundo Elstner e Hognested (1956 apud Rabello, 2010), nos seus ensaios, variaram tanto a resistência à compressão do concreto quanto à taxa de armadura de flexão tracionada, concluindo que os resultados podem ser descritos utilizando-se como funções proporcionais tanto a raiz quadrada quanto a raiz cúbica da resistência à compressão do concreto, independentemente da taxa de armadura de flexão.

Para Carvalho (2019) a resistência da seção é influenciada pela resistência do concreto, isso ocorre porque a resistência da ligação laje-pilar está condicionada a resistência à tração diagonal do concreto e aos mecanismos de transferência de esforços cisalhantes pela biela comprimida. Dessa forma, ao se elevar a resistência do concreto, aumenta-se a resistência à formação de fissuras, garante-se uma maior contribuição da interface de concreto, além de se aumentar a máxima capacidade à compressão da biela comprimida.

2.3.2. Taxa de Armadura de Flexão

A taxa de armadura de flexão tracionada influencia a resistência à punção, principalmente nos casos de lajes sem armadura de cisalhamento (FARIA, 2018). Segundo Regan (1981 apud Faria, 2018), o aumento da taxa de armadura de flexão tem como efeito o aumento da zona comprimida, reduzindo a fissuração na ligação laje-pilar.

A taxa de armadura de flexão tracionada é definida como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada pela área de concreto, a qual é dada pelo produto da altura útil da laje por uma determinada largura a ser considerada. Em casos práticos é razoável estabelecer que apenas uma determinada quantidade de barras próximas da área do pilar irá efetivamente contribuir com a resistência à punção (FERREIRA, 2010).

Para Fusco (1984), a importância da taxa de armadura decorre de sua influência sobre o efeito de pino da armadura longitudinal de tração, após a fissuração da borda tracionada da peça, e de sua influência sobre a manutenção do engrenamento dos agregados.

Nos estudos realizados por Broms (2005), foi apresentada uma solução para o cálculo teórico da resistência à punção de lajes de concreto. Em seu modelo a resistência à punção está diretamente relacionada com o comportamento à flexão da laje, uma vez que ele estabelece regimes de comportamento dados em função do fato das armaduras de flexão atingir ou não a tensão de escoamento, sendo isto uma função da taxa de armadura de flexão (FERREIRA, 2010).

2.3.3. Altura Útil da Laje

No estudo de Braestrup e Regan (1985), foi demonstrado que o aumento da altura efetiva da laje produz um aumento de resistência. As mesmas conclusões são encontradas por Mamede, Ramos e Faria (2013). No entanto, ao se aumentar a espessura da laje aumenta-se também as solicitações permanentes, e conseqüentemente as tensões atuantes (SILVA, 2017).

Segundo Santos (2018) o aumento da altura útil da laje melhora à punção das lajes lisas devido à maior espessura de concreto disponível para resistir ao cisalhamento. Modificando a altura útil de toda a laje, as cargas permanentes aumentam, a tensão cisalhante resistente também aumenta, mas, por conseguinte, existe uma majoração nos efeitos das tensões solicitantes, de tal modo que o processo se torna inviável tanto economicamente quanto tecnicamente.

De acordo com Rabello (2010) quando se aumenta a espessura da laje com a finalidade de combater o efeito da punção, pode-se optar por duas soluções: aumentar a espessura de toda a laje ou simplesmente na região de sua ligação com o pilar, o que é chamado de capitel ou engrossamento da laje. O uso de capitel visa aumentar as dimensões apenas na região da ligação com a laje, suavizando a transferência de esforços entre a laje e o pilar, conferindo uma maior rigidez na ligação.

De acordo com Fusco (1984, apud Melges, 2001) a influência do efeito de tamanho geralmente é dada em função da altura útil da laje. Esse efeito refere-se ao fato de que, em igualdade de outras condições, as lajes de menor altura útil são mais resistentes que as lajes mais espessas. Esse fato é, em princípio, justificável pela possibilidade de maior heterogeneidade do concreto em lajes mais espessas (FARIA, 2018).

Em lajes lisas sujeitas à punção, o aumento da altura útil da laje provoca aumento da carga resistente à punção, porém observa-se que a tensão média resistente diminui, caracterizando o *size effect* neste tipo de ruptura. Para BAZANT e CAO (1987), o *size effect* é caracterizado por esta comparação da tensão média resistente entre estruturas geometricamente semelhantes, fabricadas com os mesmos materiais, mas com diferentes alturas úteis. Ainda segundo os autores, quando o mecanismo de falha é frágil e dependente da propagação de fissuras, como é o caso da punção, não basta realizar uma análise do limite de resistência plástico do material, o *size effect* deve ser levado em consideração (SANTOS, 2018).

2.3.4. Dimensões e Geometria dos Pilares

A geometria e as dimensões dos pilares são alguns parâmetros que afetam a resistência de uma laje, pois determinam a forma como as tensões se distribuem na ligação laje-pilar (FERREIRA, 2010). Quanto maior a região carregada, ou seja, o pilar, menores tensões se desenvolvem, propiciando maior capacidade de carga da ligação (SANTOS, 2018).

Segundo Ledo (2016), através dos ensaios desenvolvidos por Vanderbilt (1972), a concentração de tensões que aparece nas lajes nos cantos dos pilares quadrados afeta a resistência à punção das mesmas, sendo de que a distribuição de tensões uniformes que aparece em ligações com pilares circulares leva a um melhor comportamento da ligação laje-pilar, sendo maior a resistência à punção desta última que em pilares quadrados.

Conforme Braestrup e Regan (1985), pilares retangulares tem resistência em torno de 15% menor em relação aos pilares circulares, de mesma área, e isto se deve ao fato de existir uma concentração de tensões nos cantos dos pilares retangulares (RABELLO, 2010).

Em relação à dimensão dos pilares, pode-se observar que para pilares alongados, onde a relação entre lado maior e lado menor é superior a dois, a ruína é mais abrupta, o tamanho do cone de punção é menor e a resistência da ligação também é menor, quando comparados com pilares de seções quadradas (MELGES, 2001).

2.4. MODELOS DE CÁLCULO

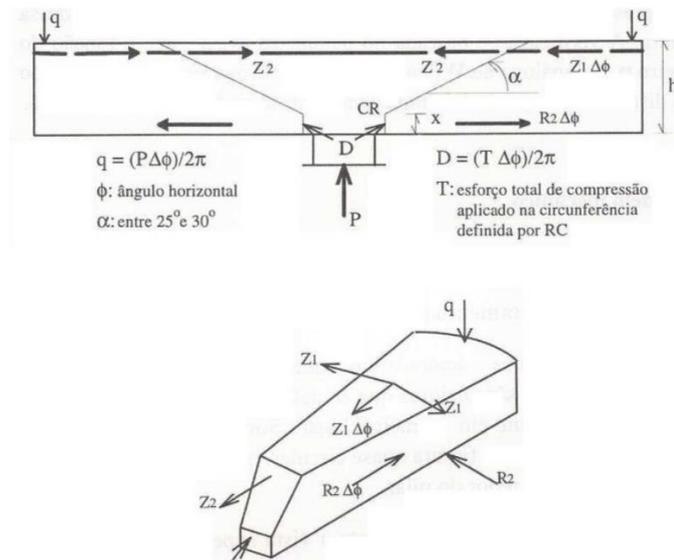
Neste item serão apresentados alguns métodos teóricos disponíveis para estimar a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. Para os casos de ligações laje-pilar internos sem armadura de cisalhamento, diversos modelos foram propostos buscando explicar o fenômeno da punção e prever a carga de ruptura da ligação (FERREIRA, 2010).

2.4.1. Modelos Mecânicos

Segundo Melges (2001) os modelos mecânicos, são fundamentados pelos modelos constitutivos do concreto e do aço e se baseiam no comportamento da ligação, observados em ensaios. A resistência da ligação, nesse caso, é obtida através do equilíbrio entre as ações aplicadas e os esforços internos.

Os pesquisadores Kinnunen e Nylander em 1960 apresentaram um modelo, que embora complexo, apresenta a grande vantagem de se poder visualizar o comportamento real da ligação laje-pilar. Esse modelo apresenta uma hipótese para o equacionamento do problema de laje circular, solicitada por um pilar central também com seção circular. Trata-se do modelo em que a ruptura da laje ocorre a partir do pilar, com o deslocamento de um sólido interno, onde podemos ver melhor na Figura 5. Esse sólido teria a forma aproximada de um tronco de cone, com a superfície inclinada entre 25° e 30° graus em relação ao plano da laje (RABELLO, 2010).

Figura 5 – Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander



Fonte: CORDOVIL (1997)

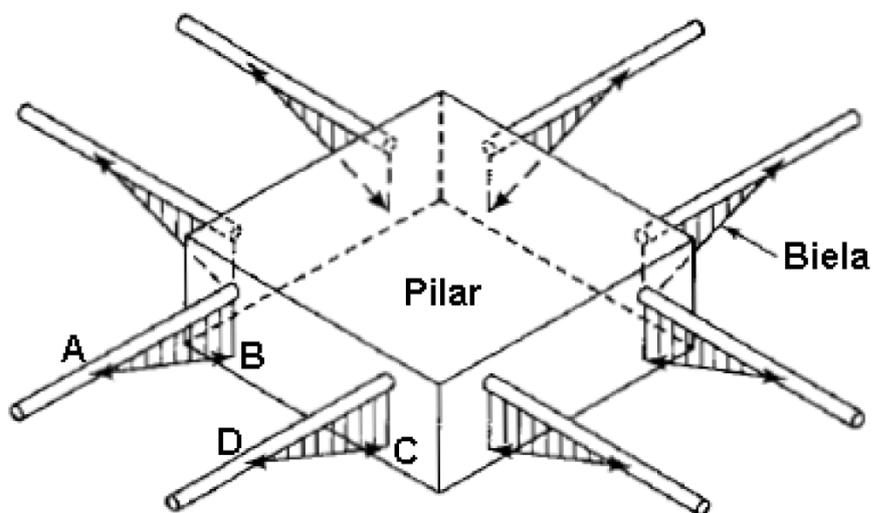
Segundo Ferreira (2010), o critério de ruptura assumido ocorre quando um ponto na superfície inferior da laje, verticalmente localizada abaixo da extremidade da fissura de cisalhamento, atinge uma deformação radial crítica ao mesmo tempo em que as deformações tangenciais no concreto e na casca cônica imaginária atingem valores de ruptura característicos para o concreto.

2.4.2. Método de Bielas e Tirantes

Segundo Rabello (2010), neste modelo os elementos comprimidos (bielas) representam campos de tensão de compressão resistidos pelo concreto, e os elementos tracionados (tirantes), representam campos de tração que são absorvidos pelas barras da armadura. Este modelo concentra as tensões em elementos comprimidos e tracionados, ligando-os através de nós, as forças nas bielas e tirantes são calculadas através do equilíbrio entre forças internas e externas.

Para McGregor (1997 apud RABELLO, 2010), os primeiros que explicaram a punção sem efeitos de momentos através do modelo de biela e tirantes foram Alexander e Simmonds. O modelo proposto por eles consiste em uma treliça espacial composta de bielas de concreto e tirantes de aço, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 – Modelo de bielas e tirantes para punção



Fonte: RABELLO (2010)

Antes da formação das fissuras inclinadas na região da laje próxima ao pilar, os esforços de punção são resistidos também pela tração no concreto. Uma vez que se formam estas fissuras, os esforços de punção não podem mais ser resistidos por tração. Após a formação das fissuras, os esforços são resistidos pelas bielas A-B e D-C conforme demonstrado na Figura 5, se estendendo da face inferior da laje no pilar até a armadura de flexão negativa, nos pontos A e D. As bielas são consideradas nos quatro lados do pilar, no caso de pilares retangulares (RABELLO, 2010).

2.4.3. Método da Superfície de Controle

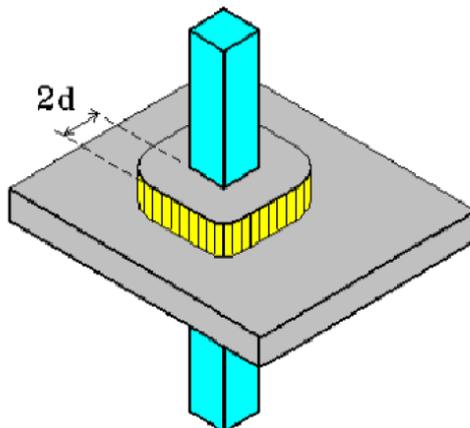
Esse método consiste em se calcular uma tensão uniforme solicitante de punção em uma determinada superfície de controle, perpendicular ao plano médio da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada e comparar o valor do esforço solicitante com um determinado parâmetro de resistência do concreto para aquele perímetro. Se naquele perímetro o esforço resistente for maior que o solicitante não é necessário o uso de armadura de punção (RABELLO, 2010).

A tensão solicitante, geralmente é calculada em função da posição do pilar, da força concentrada, e da presença ou não de momentos fletores, enquanto a tensão resistente é calculada em função da resistência do concreto, da taxa de armadura à flexão e da presença ou não de armadura de punção. Embora este método de cálculo pouco ou nada tenha a haver com

a realidade do fenômeno físico, sendo puramente empírico, ele é bastante simples e, quando bem calibrado, conduz a consistentes e razoáveis previsões (MELGES, 2001).

Segundo Melges (2001), a altura da superfície de controle pode ser dada pela espessura da laje, altura útil ou braço de alavanca dos momentos internos, dependendo de qual o regulamento a ser adotado. A Figura 7 ilustra a superfície que é usada na norma brasileira.

Figura 7 – Definição da superfície de controle da NBR 6118



Fonte: MELGES (2001)

Esse método é a base de vários códigos e normas, tais como, por exemplo, a NBR 6118/2014, EUROCODE 2/04 e o ACI 318-2019.

2.5. ARMADURAS DE PUNÇÃO

De acordo com Melges (2001), o principal benefício de se ter armaduras de punção é aumentar a resistência da ligação, alguns tipos de armadura fornecem uma maior ductilidade à ligação, ou seja, uma maior capacidade da ligação em se deformar, no entanto deve-se estudar cuidadosamente o detalhamento da ancoragem dessa armadura de punção, principalmente para lajes mais esbeltas.

Ferreira (2010) chama atenção para a necessidade de que as armaduras utilizadas estejam bem ancoradas para que funcionem de forma eficiente, visto que o atendimento aos bons critérios de ancoragem permite que o aço utilizado nessas armaduras possa atingir a tensão de escoamento. Por outro lado, diante do fato de que as lajes são elementos estruturais delgados, uma boa ancoragem muitas vezes não é tão fácil de ser alcançada.

Outro critério que essas armaduras devem atender está relacionado com as questões de praticidade para a sua instalação, pois devido aos elevados esforços de flexão, é comum ter

nessas áreas uma forte concentração de barras, o que dificulta a distribuição de armaduras de cisalhamento (FERREIRA, 2010).

Para Santos (2018) um modelo de armadura de punção ideal seria tal que permitisse boa ancoragem, que pudesse ser facilmente instalado nas proximidades dos pilares sem interferir nas armaduras de flexão, e que fosse de baixo custo econômico.

2.5.1. Barras Dobradas

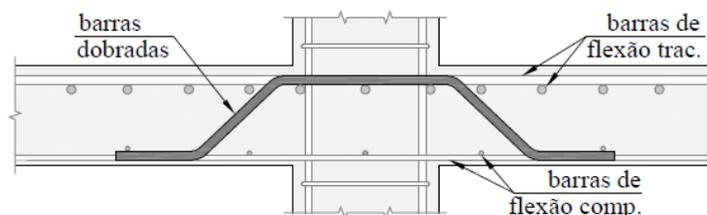
As primeiras armaduras testadas no combate à punção foram barras dobradas, esse tipo de armadura foi usado em ensaios como os de GRAF (1938), ELSTNER e HOGNESTAD (1956) e ANDERSSON (1963). Esse tipo de armadura pode ser bastante eficiente no combate à punção, porém deve-se tomar cuidado quando for necessário utilizar várias camadas de armadura, pois podem gerar problemas construtivos (FERREIRA, 2010).

Segundo Ferreira (2010) uma alternativa para o uso eficiente desse tipo de armadura é combinar com outro tipo de armadura de cisalhamento, por exemplo na primeira camada utilizar barras dobradas e para as demais utilizar estribos.

Park e Islam (1976), através da análise de lajes carregadas simetricamente, com e sem armadura de punção, chegaram às seguintes conclusões: o uso de barras dobradas aumenta a resistência da laje, não aumentando, no entanto, a sua ductilidade (MELGES, 2001).

Takeya (1981) menciona que, além da ancoragem dessas barras ser problemáticas em lajes com pouca espessura, o seu uso é inadequado para ligações da laje com pilares de borda e de canto. Estudos realizados por ele mencionam que a disposição das barras dobradas é paralela à superfície de ruína junto às bordas da laje (RABELLO, 2010). Na Figura 8 conseguimos observar esse tipo de armadura.

Figura 8 – Barras dobradas



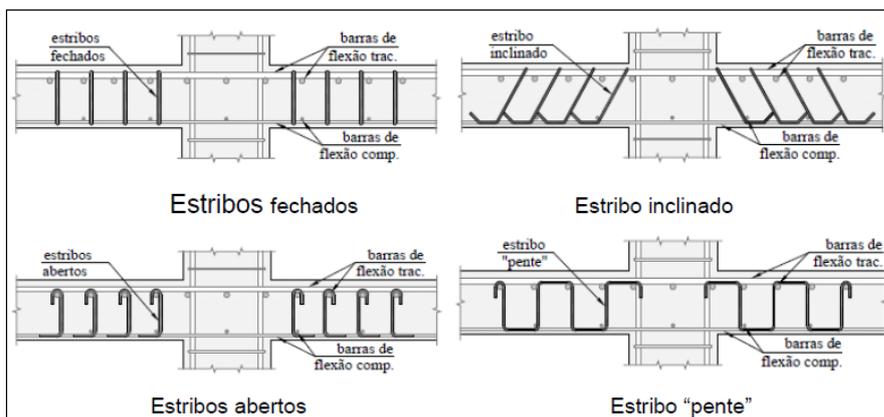
Fonte: Adaptado de FERREIRA (2010)

2.5.2. Estribos

Estribos também podem ser utilizados como armadura de punção em lajes, tendo sido feitos ensaios com estribos fechados, estribos abertos, estribos tipo pente e estribos inclinados (FERREIRA, 2010).

Estribos fechados e estribos do tipo pente são de difícil utilização por questões construtivas. Já os estribos abertos com pernas simples tendem a apresentar problemas de ancoragem, como relatado por Regan e Samadian (2001), mesmo que sejam usadas barras horizontais. Apenas os estribos inclinados, como os utilizados por Oliveira et al. (2000) com inclinação de 60° , mostraram-se eficientes no combate à punção, sendo, no entanto, pouco utilizados por questões construtivas, conforme é mostrado na figura 9 (FERREIRA, 2010).

Figura 9 – Tipos de estribos



Fonte: Adaptado de FERREIRA (2010)

Os estribos não são totalmente efetivos nas lajes delgadas, por causa do escorregamento da ancoragem do estribo. Este escorregamento ocorre nas dobras de todos os estribos e proporcionam grandes aberturas às fissuras de cisalhamento, a menos que barras longitudinais de grande bitola sejam usadas (MELGES, 2001).

O desempenho dos ganchos foi considerado satisfatório nos ensaios que foram realizados por Takeya(1981). Eles possuem a vantagem de não interferir nas armaduras de flexão da laje e nem na dos pilares, sendo de fácil montagem e execução. No entanto os ensaios confirmam que, para este tipo de armadura de punção, deve-se garantir que não haja folga entre o gancho a as faces superiores da armadura de flexão (RABELLO, 2010).

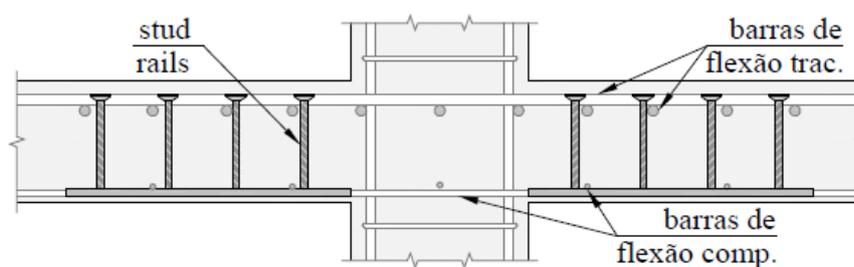
Segundo Melges (2001) a garantia da não existência de folga entre a armadura de flexão e os ganchos é algo difícil de acontecer na obra, uma vez que os operários frequentemente pisam na armadura de flexão, deslocando-a o suficiente para eliminar o contato entre as armaduras mencionadas.

2.5.3. Pinos

As armaduras do tipo pino são eficientes no combate à punção, sendo o tipo de armadura de cisalhamento mais popular para lajes devido ao fato de serem industrializadas e fornecidas por empresas especializadas, não precisando ser confeccionadas no canteiro de obra. Outra vantagem dessas armaduras é a de que é mais fácil garantir o correto espaçamento entre as diferentes camadas da armadura, uma vez que os pinos são soldados em guias de aço (FERREIRA, 2010).

Os conectores de aço tipo pinos são armaduras compostas de uma haste reta com as extremidades soldadas em chapas de aço e que funcionam como peças de ancoragem da armadura de cisalhamento na armadura de flexão, são bastante empregados em construções com lajes lisas, principalmente, devido a sua eficiente ancoragem mecânica (PALHARES, 2018). Na Figura 10 podemos ver uma representação dos conectores tipo pino.

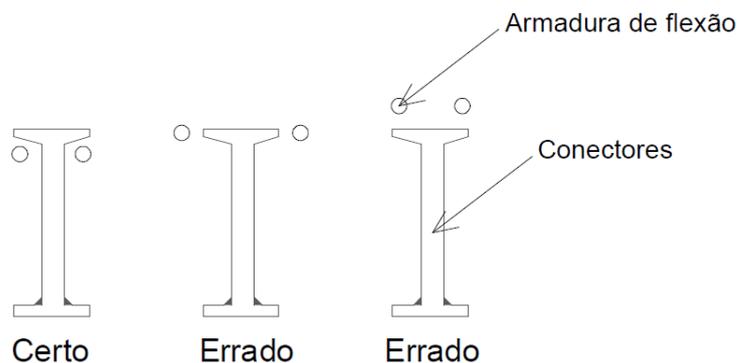
Figura 10 - Pinos



Fonte: Adaptado de FERREIRA (2010)

Os conectores devem possuir as extremidades alargadas, sendo que cada uma dessas extremidades deve estar ancorada além do plano definido pelas barras tracionadas de armadura de flexão e além do centro de gravidade da região comprimida, provocada pela flexão da laje (RABELLO, 2010). A Figura 11 ilustra a correta ancoragem.

Figura 11 – Ancoragem correto dos pinos



Fonte: RABELLO (2010)

Segundo Figueiredo Filho (1989) o uso de conectores tipo pino com extremidade alargada é recomendado pela norma brasileira, e apresenta as seguintes vantagens:

- a) são fáceis de instalar, mesmo em lajes esbeltas;
- b) não interferem na colocação e no posicionamento das armaduras dos pilares e de flexão das lajes;
- c) possibilitam ancoragem mecânica satisfatória nas duas extremidades do pino, possibilitando que a armadura atinja toda a sua capacidade resistente antes da ruptura;
- d) aumentam a resistência e a ductilidade da ligação.

2.5.4. Perfil Metálico

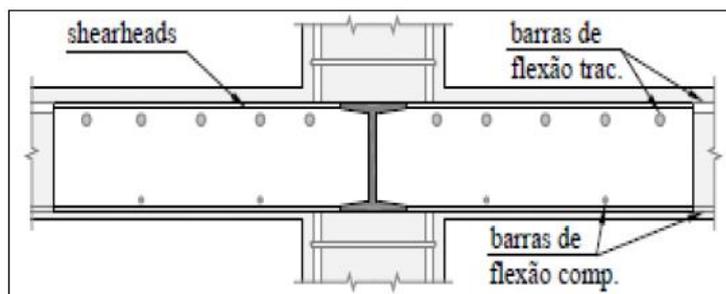
Os perfis metálicos ou também chamados de *shearheads*, são perfis de aço soldado de modo a formar uma grelha. É um tipo de armadura cara, normalmente usada quando há necessidade de se deixar grandes furos na região próxima ao pilar e que exigem grandes ajustes nas armaduras de flexão (FERREIRA, 2010).

Ensaio feitos por Corley e Hawkins (1968) constataram que modelos com chapas metálicas tiveram um aumento na resistência da ligação da ordem de 75% em relação a corpos de prova sem este tipo de reforço. A situação por eles analisada foi a de ligações da laje com pilares internos, com carregamentos simétricos (MELGES, 2001).

Segundo Rabello (2010) as chapas metálicas também proporcionam um aumento na resistência da ligação com relação à flexão. Este aumento, no entanto, pode ser indesejável, uma vez que ele pode modificar o tipo de ruína, que pode então se dar de maneira frágil. Convém destacar que o uso de chapas metálicas é muito comum nos Estados Unidos.

As chapas metálicas podem ser arranjadas de duas maneiras, a primeira é em perfis metálicos na forma de “U” que são posicionados na região adjacente ao pilar, e a segunda é em perfil metálico na forma de “I”, onde atravessam os pilares. O segundo método é consideravelmente mais simples de construir (FIGUEIREDO FILHO, 1989). Podemos observar na Figura 12 um exemplo de perfil “I”.

Figura 12 – Perfil metálico



Fonte: Adaptado de FERREIRA (2010)

Para Melges (2001) os sistemas que usam perfis metálicos como armadura de punção tendem a ser pesados, caros, necessitando de operações de soldagem para unir os perfis e geralmente obstruem a passagem da armadura longitudinal do pilar, na região da ligação.

2.6. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

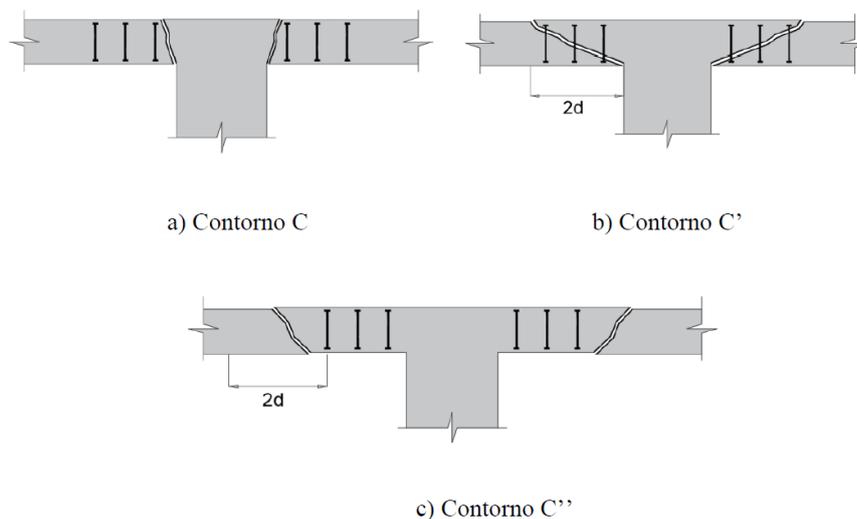
A seguir será apresentado as diferentes prescrições normativas que as normas NBR 6118:2014, ACI 318:2011 e EUROCODE 2:2004 abordam o tema da verificação da punção.

2.6.1. Critérios da Norma Brasileira NBR 6118:2014

O modelo de cálculo utilizado pela NBR 6118:2014 corresponde pela verificação de duas ou mais superfícies críticas, na primeira superfície, na face do pilar, que é denominada contorno C, verifica-se a tensão de compressão da diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento. Na segunda superfície, denominado de contorno C', onde é afastado $2d$ da face do pilar ou da carga concentrada, verifica-se a resistência da ligação à punção, associada à ruína por tração diagonal, por meio também de uma tensão de cisalhamento. A terceira superfície crítica, denominado de contorno C'', apenas deve ser verificada quando for necessário o uso de armadura transversal, e é verificado a uma distância $2d$ do último perímetro de armadura de punção (RABELLO, 2010).

A Figura 13 apresenta as superfícies críticas de acordo com o modelo de superfície de controle, adotado pela NBR 6118:2014.

Figura 13 – Superfícies críticas



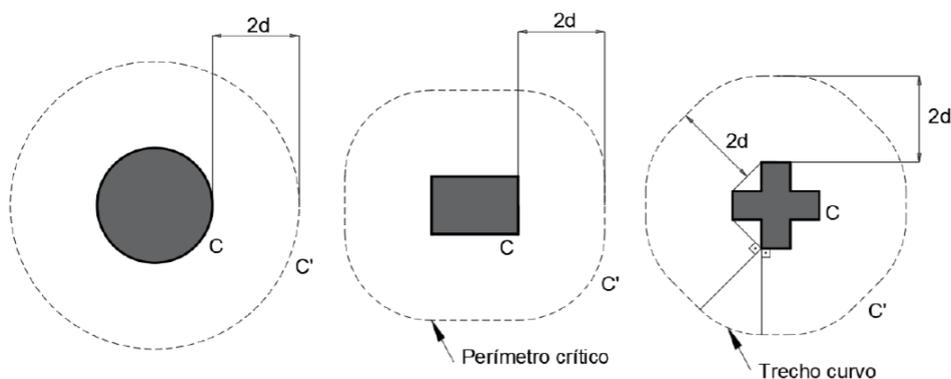
Fonte: FARIAS (2018)

2.6.1.1. Superfícies Críticas

A norma apresenta diferentes superfícies críticas que levam em consideração a posição dos pilares. A superfície crítica C' é determinada a partir de um polígono convexo circunscrito ao contorno da região carregada, afastado a uma distância de $2d$ e sendo construído de forma a minimizar o seu perímetro (SILVA, 2017).

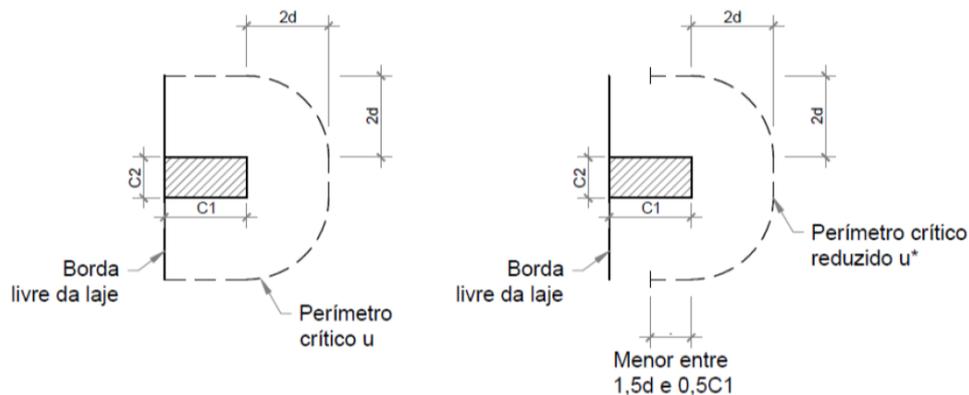
Na Figura 14 podemos ver as superfícies de contorno C e C' para os pilares internos. Já nas Figuras 15 e 16 podemos ver as superfícies nos pilares de borda e de extremidade.

Figura 14 – Perímetro crítico para pilares internos



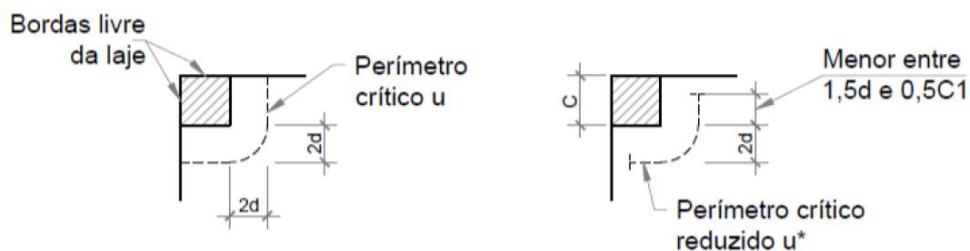
Fonte: FARIAS (2018)

Figura 15 – Perímetro crítico para pilares de borda



Fonte: SILVA (2017)

Figura 16 – Perímetro crítico para pilares de canto



Fonte: SILVA (2017)

2.6.1.2. Tensão Solicitante nas Superfícies Crítica C e C'

Quando há simetria nos carregamentos dos pilares internos a tensão de cisalhamento é dada pela Equação 1 mostrada a seguir:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \quad (1)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

Onde:

d – é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' ;

dx, dy – são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u – é o perímetro do contorno crítico C' ;

$u \cdot d$ – é a área da superfície crítica;

Fsd – é a força ou a reação concentrada de cálculo;

Quando além da presença de uma força vertical, temos também a transferência de momento da laje para o pilar, o efeito de assimetria deve ser considerado e então é necessário realizar a verificação do efeito de momento, conforme a Equação 2:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \quad (2)$$

Onde:

M_{Sd} – momento de cálculo transmitido da laje para o pilar;

K – é o coeficiente que fornece a parcela de M_{Sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 ;

W_p – é o módulo de resistência plástica do perímetro crítico em questão;

O valor de K é definido pela Tabela 1 da ABNT NBR 6118 (2014), em função da relação das dimensões da seção do pilar.

Tabela 1 – Valores de K (NBR 6118:2014)

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Ao utilizar a Tabela 1 deve-se observar o seguinte:

- a) C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;
- b) C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

c) para pilares circulares internos, deve ser adotado o valor de $K = 0,6$.

Para pilares de borda a tensão de cisalhamento pode ser dividida em:

a) sem momento no plano paralelo a borda livre, conforme mostrado na Equação 3:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (3)$$

Sendo:

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

Onde:

F_{Sd} – é a reação de apoio;

u^* - é o perímetro crítico reduzido;

M_{Sd} – é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{Sd}^* - é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar;

W_{p1} – é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u ;

$K1$ – assume os valores estabelecidos para K na Tabela 1.

b) com momento no plano paralelo à borda livre, conforme mostrado na Equação 4:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{Sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (4)$$

Onde:

M_{Sd2} – é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} – é o momento de resistência plástica na direção paralela à borda livre;

$K2$ – assume os valores estabelecidos para K na Tabela 1, substituindo-se $C1/C2$ por $C2/2C1$.

Para verificar os pilares de canto se utiliza o mesmo procedimento usado nos pilares de borda, quando não age momento no plano paralelo à borda, fazendo-se a verificação, separadamente, para cada uma das bordas livres (ABNT 2014).

2.6.1.3. Tensão Resistente nas Superfícies Críticas C, C', C''

Neste item será abordado as definições para a tensão resistente nas superfícies críticas C, C' e C''.

2.6.1.3.1. Tensão Resistente na Superfície Crítica C

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), a verificação deve ser feita no contorno C, em lajes que são submetidas a punção, com ou sem armadura, é dada pela Equação 5 mostrada a seguir:

$$T_{Sd} \leq T_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \quad (5)$$

Onde:

f_{cd} – é a resistência à compressão de cálculo do concreto;

α_v – é o fator de correção da resistência do concreto.

Deve ser comparada a tensão de cisalhamento que leva a seção crítica à plastificação, para momentos e força axial atuantes, com a tensão resistente do concreto sob compressão diagonal (FARIAS, 2018).

2.6.1.3.2. Tensão Resistente na Superfície Crítica C'

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), a tensão resistente na superfície C' pode ser calculada levando em consideração a presença ou não de armadura de punção:

- a) tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção, deve ser efetuada como a Equação 6:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10\sigma_{cp} \quad (6)$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (7)$$

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad (8)$$

Onde:

d – é a altura útil média da laje ao longo do contorno crítico C, em centímetros;

ρ – é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

σ_{cp} – é a tensão inicial do concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de n cabos. Quando não há proteção $\sigma_{cp} = 0$;

f_{ck} – é a resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

ρ_x e ρ_y – são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais, assim calculadas:

- na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar, acrescida de $3d$ para cada um dos lados;

- no caso de proximidade da borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que $3d$.

b) tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção, deve ser efetuada como a Equação 9:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{u.d} \quad (9)$$

Onde:

S_r – é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, sempre com $a \leq 0,75d$;

A_{sw} – é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

α – é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

μ – é o valor numérico do perímetro crítico;

f_{ywd} – é a resistência de cálculo da armadura de punção.

Na ABNT NBR 6118 (2014), diz que a f_{ywd} não maior que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60) e para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados.

2.6.1.3.3. Tensão Resistente na Superfície Crítica C''

Quando for necessário utilizar armadura transversal de punção, ela deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, em um contorno C'' afastado 2d do último contorno de armadura, não seja mais necessária armadura, ou seja, até que $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$ (ABNT 2014).

2.6.1.4. Armadura de Punção Obrigatória

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), quando a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção deve ser prevista armadura de punção, mesmo que $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$. Essa armadura deve equilibrar um mínimo de 50% de F_{sd} .

2.6.2. Critérios da Norma ACI 318:2019

A verificação de resistência à punção em lajes lisas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento é feita com base em uma única superfície de controle. A verificação das tensões cisalhantes é realizada em um perímetro de controle afastado a uma distância igual a d/2 das faces do pilar (ACI 318, 2019). A verificação da equação 10 mostra o atendimento da norma.

$$\Phi \cdot V_n \geq V_u \quad (10)$$

Sendo:

V_u – força de cisalhamento na seção;

V_n – força resistente nominal ao cisalhamento conforme mostrado na equação 11;

Φ – Coeficiente de minoração da resistência, igual a 0,75 para esforços de cisalhamento.

$$V_n = V_c + V_s \quad (11)$$

Onde:

V_c – é a força resistente nominal do concreto;

V_s – é a força resistente da armadura de punção.

A força resistente nominal do concreto, em lajes lisas sem armadura de punção, é determinada pela Equação 12.

$$V_c = \text{mín} \begin{cases} 0,33\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c b_0 d} \\ 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s\lambda\sqrt{f'_c b_0 d} \\ 0,083 \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s\lambda\sqrt{f'_c b_0 d} \end{cases} \quad (12)$$

Sendo:

f'_c – valor característico da resistência à compressão do concreto em MPa, limitada ao máximo de 70 MPa;

λ – fator de modificação que leva em consideração a redução das propriedades mecânicas de concretos leves em comparação à concretos normais de mesmo f'_c . Para concretos de densidade normal $\lambda = 1$;

λ_s – fator de modificação do efeito escala conforme mostrado na Equação 13;

β_0 – razão entre a maior dimensão do pilar e a maior largura perpendicular a esta;

α_s – constante que depende da posição do pilar, sendo igual a 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

b_0 – perímetro de controle afastado a uma distância de $d/2$ da face do pilar.

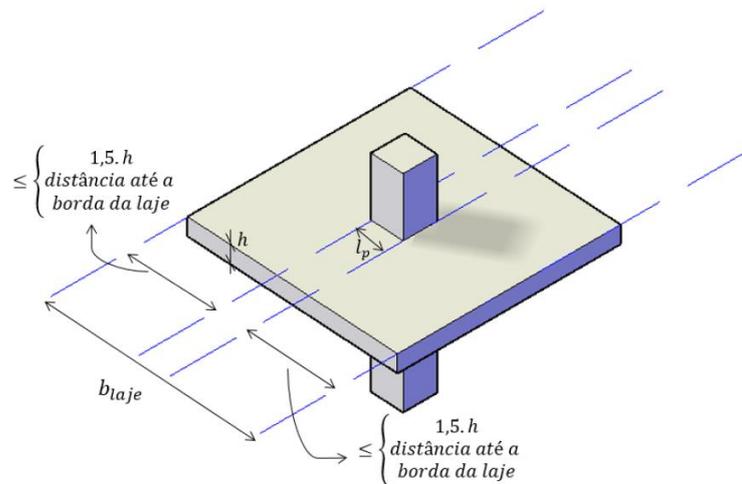
$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0,004 \cdot d}} \leq 1, \text{ com } d \text{ em mm} \quad (13)$$

Além das verificações que foram apresentadas, deve-se determinar a armadura de flexão mínima disposta na região de ligação laje-pilar quando a verificação da Equação 14 não for atendida. Para calcular está armadura utilizamos a Equação 15, sendo disposta na largura b_{laje} conforme é ilustrado na Figura 17.

$$V_u > \phi \frac{0,33}{2} \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c b_0 d} \quad (14)$$

$$A_{s,min} = \frac{5 \cdot V_u \cdot b_{laje}}{\phi \cdot d \cdot \alpha_s \cdot f_y} \quad (15)$$

Figura 17 – Definição da largura b_{laje}

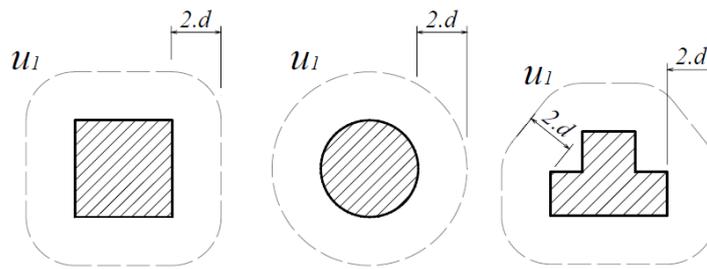


Fonte: SILVA (2022)

2.6.3. Critérios da Norma EUROCODE 2:2004

Esta norma define que o fenômeno de punção pode resultar de um carregamento concentrado ou de uma reação atuante em uma área relativamente pequena de uma laje (OLIVEIRA, 2015). A verificação da resistência à punção é feita em torno de um perímetro crítico u_1 tomado a uma distância $2d$ da área carregada, como é mostrado na Figura 18.

Figura 18 – Perímetro crítico nas áreas carregadas



Fonte: EUROCODE 2 (2004)

Segundo o Eurocode 2 (2004) a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre $v_{R,max}$, $v_{R,CS}$ e $v_{R,Out}$ mas nunca menor que $v_{R,c}$.

Sendo assim:

- $v_{R,max}$ é a máxima tensão resistente ao cisalhamento na ligação laje-pilar;
- $v_{R,c}$ é a tensão resistente ao cisalhamento no perímetro crítico u_1 em lajes sem armadura de cisalhamento;
- $v_{R,CS}$ é a tensão resistente ao cisalhamento no perímetro crítico u_1 em lajes com armadura de cisalhamento;
- $v_{R,Out}$ é a tensão resistente ao cisalhamento no perímetro crítico u_{Out} em lajes com armadura de cisalhamento, em uma região externa à armadura de cisalhamento;

As verificações que devem ser feitas são:

- a) verificação do perímetro do pilar ou área carregada. A máxima tensão de cisalhamento não deve exceder:

$$v_E < v_{R,max} \quad (16)$$

Onde:

v_E - é a tensão atuante ou solicitante

O cálculo da tensão atuante quando a reação for excêntrica com relação ao perímetro crítico, a máxima tensão de cisalhamento deve seguir a Equação 17:

$$v_E = \beta \frac{V_E}{u_i \cdot d} \quad (17)$$

Sendo:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_E}{V_E} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad (18)$$

Onde:

M_E – é o momento fletor atuante a ligação laje-pilar;

V_E – é a força cortante atuante a ligação laje-pilar;

u_1 – é o perímetro crítico afastado a uma distância de $2d$ das faces do pilar;

W_1 – é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda do perímetro u_1 ;

d – é a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico u_1 e obtido pela equação $d = (d_x + d_y)/2$;

d_x e d_y – são as alturas úteis nas duas direções ortogonais da laje;

K – é o coeficiente que depende da relação entre as dimensões C_1 e C_2 do pilar; este valor é uma função das proporções entre uma parcela de momento fletor transmitida por cisalhamento e outra parcela transmitida por flexão e torção, e são obtidos pela tabela 2 mostrada a seguir:

Tabela 2 – Valores de K (EURODE 2:2004)

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: EUROCODE 2 (2004)

Para pilares retangulares utiliza-se a Equação 19:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1 \quad (19)$$

C_1 – dimensão do pilar paralela à excentricidade da carga vertical;

C_2 – dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da carga vertical;

$v_{R,máx}$, é calculado para a seção do perímetro do pilar ou área carregada e é dada pela Equação 20:

$$v_{R,máx} = 0,5 \cdot v \cdot f_c \quad (20)$$

Sendo:

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right); f_c \text{ em MPa} \quad (21)$$

b) verificação da necessidade de armadura de punção. Não será necessária armadura de cisalhamento se:

$$v_E < v_{R,c} \quad (22)$$

A tensão resistente de uma laje sem armadura de cisalhamento pode ser calculada pela Equação 23:

$$v_{R,c} = C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_c)^{1/3} \quad (23)$$

Onde:

f_c – em MPa;

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$, considere d em mm;

$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \cdot \rho_{1y}} \leq 0,02$

ρ_1 – é a taxa geométrica da armadura de flexão, calculada em uma largura de $3d$ afasta de cada lado das faces do pilar.

$C_{R,c}$ – o valor recomendado é $0,18/Y_c$.

A resistência de uma laje de concreto armado com armaduras de cisalhamento pode ser calculada pela Equação 24.

$$v_{R,cs} = 0,75 \cdot v_{R,c} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot e_f}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha \quad (24)$$

Onde:

S_r – é o espaçamento radial entre as camadas da armadura de cisalhamento;

A_{sw} – é a área de aço da armadura de cisalhamento por camada;

$f_{yw,ef}$ – é a tensão de escoamento efetiva da armadura de cisalhamento, e pode ser determinada por : $f_{yw,ef} = 1,15.(250 + 0,25.d) \leq f_{yws}$;

α – é o ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

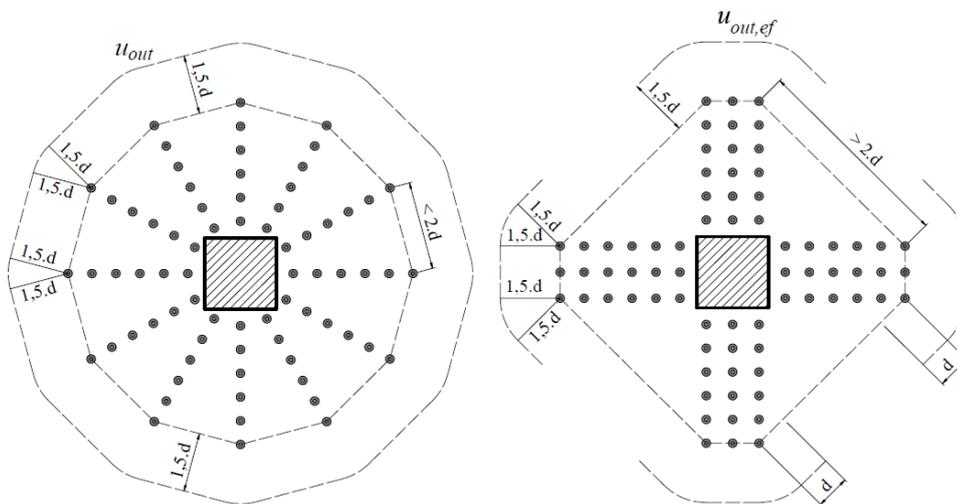
u_0 – é o perímetro do pilar;

$u_{n,eff}$ – é a soma dos trechos do perímetro mínimo externo à armadura de cisalhamento, com nenhuma das partes tomada com comprimento superior a $2d$.

O perímetro crítico em que a armadura de cisalhamento não é necessária, u_{out} ou $u_{out,ef}$, onde podemos ver melhor na Figura 19 e calculado pela Equação 25:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_E}{v_{R,c} \cdot d} \quad (25)$$

Figura 19 – Perímetro crítico externo à região da armadura de cisalhamento



Fonte: EUROCODE 2 (2004)

Segundo o Eurocode 2 (2004), o perímetro externo da armadura de cisalhamento deve ser colocado a uma distância não superior a $1,5d$.

2.7. SOFTWARE DE CÁLCULO

Para a realização dos cálculos das armaduras de punção será utilizado um *software* comercial.

2.7.1. TQS

O *software* TQS é indicado para projetos estruturais de edificações em concreto armado, ele realiza a análise estrutural, o dimensionamento e o detalhamento das armaduras sempre atendendo as normas técnicas da ABNT.

O cálculo da punção em torno de um pilar é realizado sobre contornos ou superfícies críticas em volta do pilar, conforme é indicado pela NBR 6118. O TQS também faz a medição da força cortante e o cálculo da tensão de cisalhamento a partir das barras da grelha, a vantagem desse método é que ele é genérico, e as forças que são obtidas são resultado do equilíbrio da grelha, que considera todas as condições de contorno.

Como a tensão de cisalhamento varia ao longo do perímetro o TQS quebra o perímetro crítico em subperímetros em função das arestas dos pilares, de maneira que cada subperímetro terá um dimensionamento e um detalhamento de punção independente. O detalhamento da armadura de punção é feito através de cada subperímetro onde o *software* escolhe a menor bitola de uma lista, e verifica se o espaçamento entre ela é maior que um mínimo, se não for adota-se a bitola seguinte até que o espaçamento mínimo seja atendido.

3 METODOLOGIA

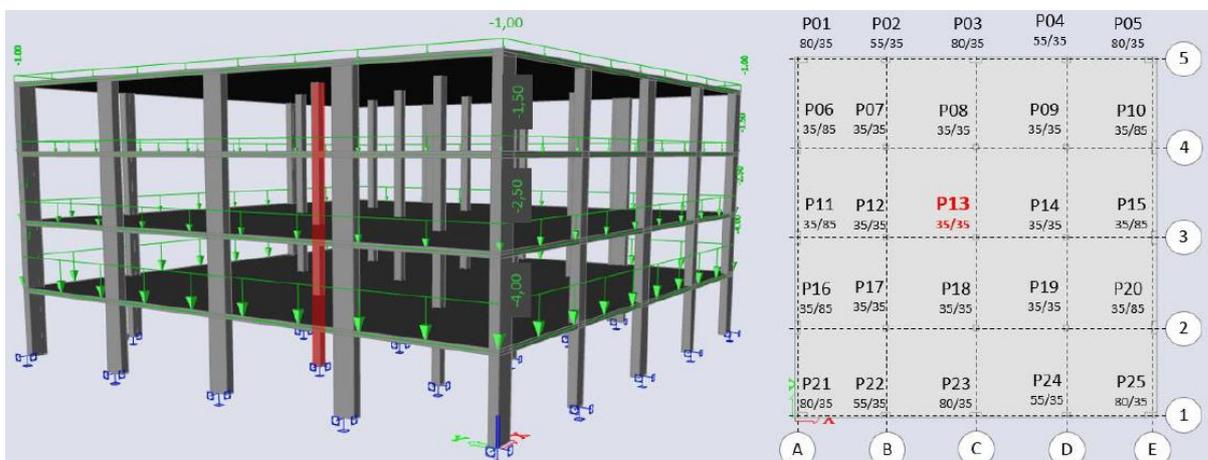
O objetivo deste capítulo é mostrar a descrição dos processos e dos métodos utilizados para a comparação do dimensionamento à punção entre as normas brasileira e americana, e realizar uma análise em alguns parâmetros usados no aumento da resistência na ligação laje-pilar, a fim de não ser necessário o uso de armaduras de punção.

3.1. CARACTERIZAÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO

Para o desenvolvimento deste estudo foi utilizado um modelo estrutural que foi desenvolvido por Santos (2018) e também foi utilizado por Silva (2022), onde a laje em análise não possui vigas e a estrutura conta com vinte e cinco pilares de dimensões variáveis.

Foi analisada a ligação laje-pilar no pilar P13 com dimensões de 35x35 cm, onde pode-se ver melhor sua localização na Figura 20. Para parâmetros iniciais foi utilizado um vão entre pilares de 6,0 m, pé direito de 3,0 m e espessura de laje inicial de 20 cm.

Figura 20 – Objeto de estudo



Fonte: Silva (2022)

3.2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Os dados de propriedades de materiais que foram utilizados para dimensionamento da estrutura foram retirados de prescrições da ABNT NBR 6118 (2014) e da ABNT NBR 6120 (2019), onde alguns deles serão apresentados na Tabela 3 mostrada a seguir.

Tabela 3 – Propriedades dos materiais

Cargas Variáveis	4,0 kN/m ²
	2,5 kN/m ²
	1,5 kN/m ²
	1,0 kN/m ²
Ação Permanente – Igual ao peso próprio da estrutura mais revestimento da laje	PP + 1 kN/m ²
Resistência Característica do Concreto à compressão (f_{ck})	35 MPa
	40 MPa
	50 MPa
Cobrimento do Concreto para a Laje	2,5 cm
Espessura da Laje	20 cm
	24 cm

Fonte: Autor (2023)

3.3. MODELOS DA ESTRUTURA

Para um melhor entendimento do tema realizou-se uma divisão de modelos, que vai do número um ao doze. Foi feita uma combinação entre as espessuras das lajes 20 cm e 24 cm, as resistências características do concreto a compressão 35 MPa, 40 MPa e 50 MPa e as normas NBR 6118/2014 e ACI 318:2019. As três primeiras letras se referem à norma que foi utilizada, os dois números seguintes se referem a espessura da laje e os dois últimos números se referem a resistência característica do concreto a compressão. Na Tabela 4 apresentada a seguir está à discriminação dos modelos que serão utilizados.

Tabela 4 – Modelos para análise

Modelo	Espessura de Laje	f_{ck}	Norma
NBR 2035	20 cm	35 MPa	NBR 6118/2014
ACI 2035	20 cm	35 MPa	ACI 318:2019
NBR 2040	20 cm	40 MPa	NBR 6118/2014
ACI 2040	20 cm	40 MPa	ACI 318:2019
NBR 2050	20 cm	50 MPa	NBR 6118/2014
ACI 2050	20 cm	50 MPa	ACI 318:2019
NBR 2435	24 cm	35 MPa	NBR 6118/2014
ACI 2435	24 cm	35 MPa	ACI 318:2019
NBR 2440	24 cm	40 MPa	NBR 6118/2014
ACI 2440	24 cm	40 MPa	ACI 318:2019
NBR 2450	24 cm	50 MPa	NBR 6118/2014
ACI 2450	24 cm	50 MPa	ACI 318:2019

Fonte: Autor (2023)

No decorrer deste trabalho foi feito um dimensionamento à punção com o auxílio do *software* TQS, seguindo as informações que foram apresentadas na Tabela 4. A verificação à punção foi feita através do método de superfície de controle, seguindo as prescrições das normas NBR 6118/2014 e ACI 318:2019. Também foi realizada a verificação das armaduras de flexão, cisalhamento e de colapso progressivo.

Posterior à verificação ao dimensionamento foram selecionados os modelos que resistiriam à punção sem a necessidade de armaduras para realizar uma comparação entre as duas normas, com as variações de espessura de laje e de resistência característica do concreto à compressão.

Também foram criados dois modelos por apresentarem uma taxa de armadura de flexão elevada, o que possibilitou no decorrer do trabalho uma comparação entre a taxa de armadura de flexão com a resistência à punção. Os dois modelos foram apresentados na Tabela 5 apresentada a seguir.

Tabela 5 – Modelos para análise da taxa de armadura de flexão

Modelo	Espessura de Laje	f_{ck}	Norma
NBR 1845	18 cm	45 MPa	NBR 6118/2014
ACI 1845	18 cm	45 MPa	ACI 318:2019

Fonte: Autor (2023)

3.4. HOMOGENEIZAÇÃO DAS ARMADURAS DA LAJE

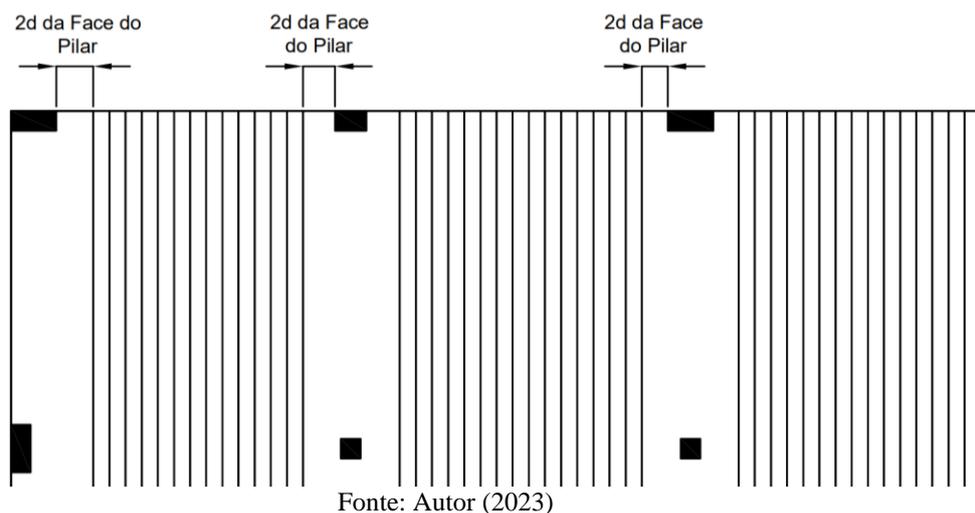
Os diagramas obtidos por grelhas apresentam grande quantidade de picos de momentos, gerando inúmeras faixas de distribuição. Sendo assim, deve-se realizar uma homogeneização destas faixas, que dificulta a escolha de um critério, visto que a norma não especifica um método para a realização. Então, cabe ao engenheiro identificar o melhor método de homogeneização para que o processo se torne mais seguro, econômico e de fácil execução.

3.4.1. Métodos de Homogeneização Estudados

Para este trabalho optou-se por realizar o desenvolvimento de três métodos de homogeneização, a fim de utilizar o mais coerente para este estudo. A seguir serão apresentados os métodos estudados:

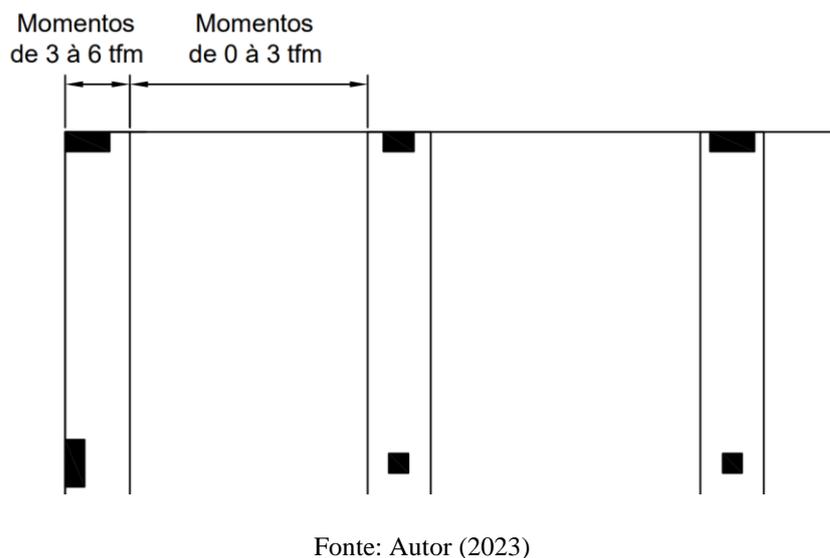
- a) homogeneização realizada a uma distância de $2d$ da face do pilar, igualando com uma média ponderada das faixas, conforme ilustrado na Figura 21;

Figura 21 - Homogeneização à $2d$ da face do pilar



- b) homogeneização considerando faixas de momento de 0 à 3 tfm e de 3 à 6 tfm, igualando com uma média ponderada das faixas, conforme ilustrado na Figura 22;

Figura 22 - Homogeneização por faixas de momento de 0 à 3 tfm e de 3 à 6 tfm



- c) homogeneização realizada a uma distância $2d$ da face do pilar, porém igualando as faixas pelo maior momento;

A Tabela 6 a seguir mostra uma comparação entre os três métodos de homogeneização propostos para o modelo NBR 2035.

Tabela 6 - Comparação entre os métodos de homogeneização

Método	RoX (Taxa de armadura de flexão negativa na direção X, medida à 3d do contorno do pilar)	RoY (Taxa de armadura de flexão negativa na direção Y, medida à 3d do contorno do pilar)	RoM (Média geométrica)	CONTORNO C		CONTORNO C'		Verificação para não ter armadura de Punção $\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$
				τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	
Homogeneização à uma distância de 2d do pilar igualando com média ponderada	0,0085	0,0092	0,0089	2,12	5,81	0,86	0,86	OK
Homogeneização considerando momentos de 0 à 3 tfm e de 3 à 6 tfm igualando com média ponderada	0,0071	0,0077	0,0074	2,12	5,81	0,86	0,81	NÃO ATENDE
Homogeneização à uma distância de 2d do pilar igualando as faixas pelo maior momento	0,0141	0,0155	0,01	2,12	5,81	0,86	0,89	OK

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior, descartou-se a utilização do segundo modelo, por necessitar de armadura de punção. Entre a primeira e a terceira opção escolheu-se a primeira, pelo fato de utilizar uma taxa de armadura menor quando utilizado uma média ponderada, enquanto que, se tivesse optado pela utilização do método de igualar as faixas pelo maior momento estaria superdimensionando algumas faixas. Portanto, para os modelos estudados neste trabalho foi utilizado a homogeneização à uma distância de 2d da face do pilar igualando com média ponderada.

3.5. DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS

O objetivo desse trabalho foi a verificação de utilização de armadura de punção em lajes de um edifício, porém, para essa verificação se faz necessário o cálculo da armadura de flexão e de colapso progressivo.

3.5.1. Armadura de Flexão

Para fins de avaliação da resistência à punção deve-se conhecer antecipadamente a armadura de flexão utilizada no contorno crítico do pilar, pelo fato dela ter grande influência na resistência à punção.

A armadura de flexão tem grande efeito no aumento da zona comprimida, reduzindo assim a fissuração na ligação laje-pilar. Portanto, neste trabalho ocorreu a verificação da armadura de flexão.

3.5.2. Armadura de Colapso Progressivo

A armadura de colapso progressivo é muito importante porque garante a ductilidade do edifício. Para esse tipo de armadura não foi realizado o dimensionamento e a análise, apenas será feita a verificação.

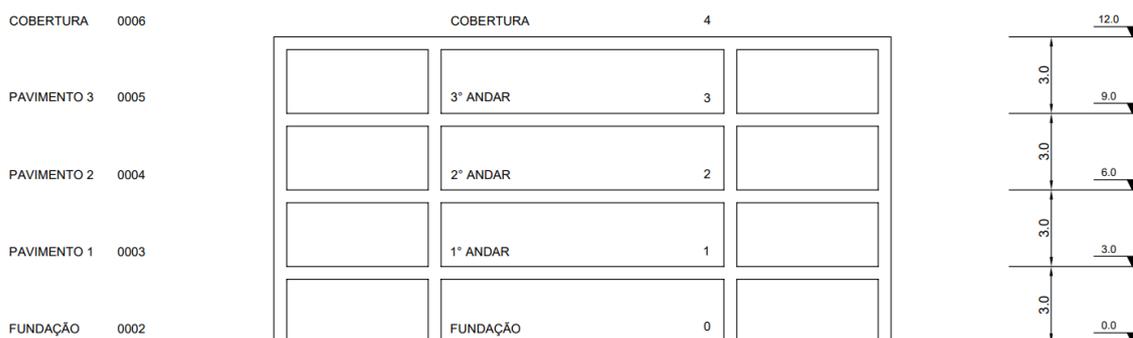
3.6. MODELAGEM DA ESTRUTURA

Após realizar a caracterização do edifício em estudo e definir a propriedade dos materiais utilizados realizou-se o lançamento da estrutura no *software* TQS 23.9 – Educacional, onde todas as unidades foram lançadas de acordo com o sistema internacional (SI).

3.6.1. Lançamento da Estrutura

Foi realizado o lançamento de quatro pavimentos, nos quais foram utilizados laje maciça de espessura e resistência característica do concreto conforme indicado em cada modelo estudado. A Figura 23 a seguir representa o corte esquemático realizado pelo *software* TQS.

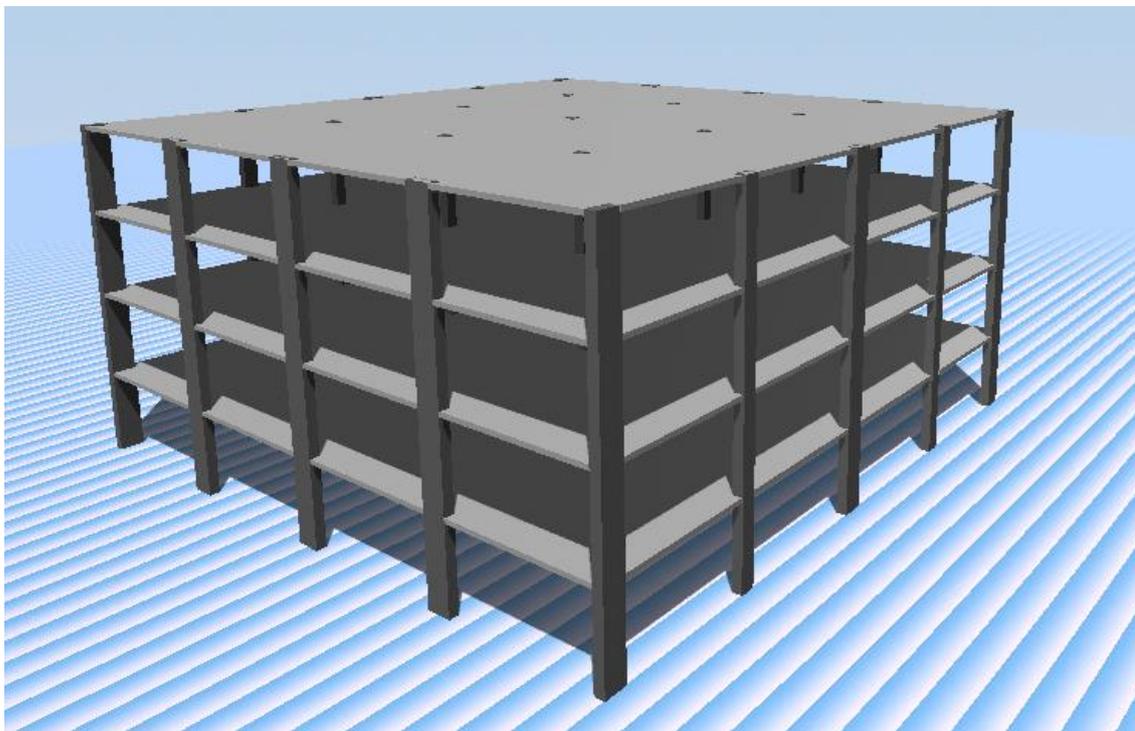
Figura 23 - Corte Esquemático TQS



Fonte: Autor (2023)

Para o presente trabalho optou-se por adotar o modelo IV no *software* TQS para análise e dimensionamento do edifício, que consiste na edificação ser modelada por um pórtico espacial mais um modelo de grelha, que faz a discretização da laje do pavimento. Neste modelo a laje tem comportamento rígido. Na Figura 24 a seguir é possível visualizar a ilustração da estrutura.

Figura 24 - Ilustração da estrutura



Fonte: Autor (2023)

3.6.2. Malha de Grelha

A malha de grelha aplicada nos modelos que utilizam a NBR 6118/2014 foi de 28 x 28 cm, já para os modelos que utilizam o ACI 318:2019 como norma de referência foi utilizado uma malha de 30,5 x 30,5 cm. Esses valores foram aplicados a fim de evitar picos de momento no modelo de grelha.

4 RESULTADOS

Os resultados obtidos através da utilização do *software* TQS estão apresentados na sequência deste trabalho. Vale ressaltar que os valores de força que aparecem nos cálculos que utilizam a NBR 6118/2014 são valores característicos, enquanto os valores de força que aparecem nos cálculos que utilizam o ACI 318:2019 são valores de cálculo, essa forma de apresentação dos valores deu-se pelo fato de que o *software* TQS não permite a utilização de valores característicos para o ACI 318:2019. Essa diferença de valores não influencia nos resultados por ser apenas uma forma de representação diferente para cada norma.

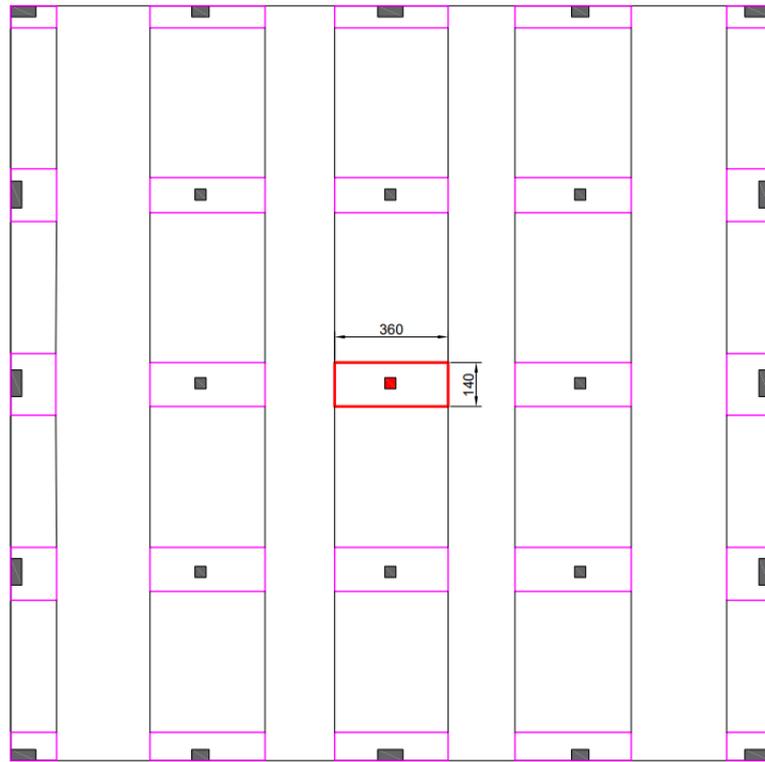
4.1. MODELO NBR 2035

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm, valor de f_{ck} de 35 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.1.1. Homogeneização

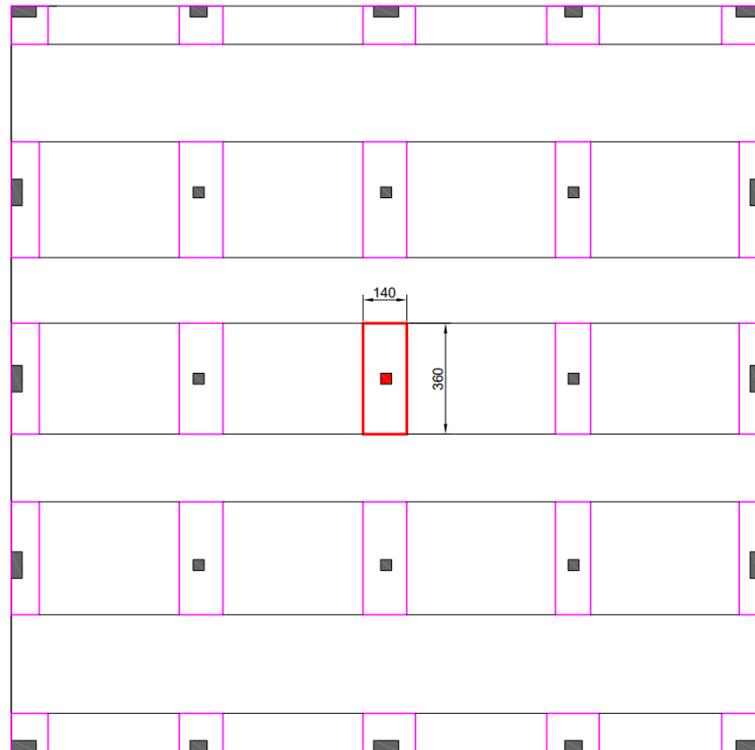
O método de homogeneização escolhido no Capítulo 3 está representado na Figura 25 e na Figura 26, a área de estudo que contempla o pilar P13 está destacada nas imagens. Este método é aplicado para todos os modelos que utilizarão a NBR 6118/2014 como referência, portanto será apresentado somente neste modelo.

Figura 25 - Homogeneização das faixas da armadura negativa principal (NBR 6118/2014)



Fonte: Autor (2023)

Figura 26 - Homogeneização das faixas da armadura negativa secundaria (NBR 6118/2014)



Fonte: Autor (2023)

O método escolhido abrange uma região de 2d da face do pilar, a mesma região de estudo para a resistência à punção que a NBR 6118/2014 utiliza. A forma que as armaduras de flexão são distribuídas tem grande influência na resistência à punção, esse método foi escolhido por aumentar a resistência nas ligações laje-pilar e dessa forma contribuir para o não uso de armadura de punção nestas regiões.

4.1.2. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* calculou-se o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 27 serão apresentados os resultados.

Figura 27 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2035)

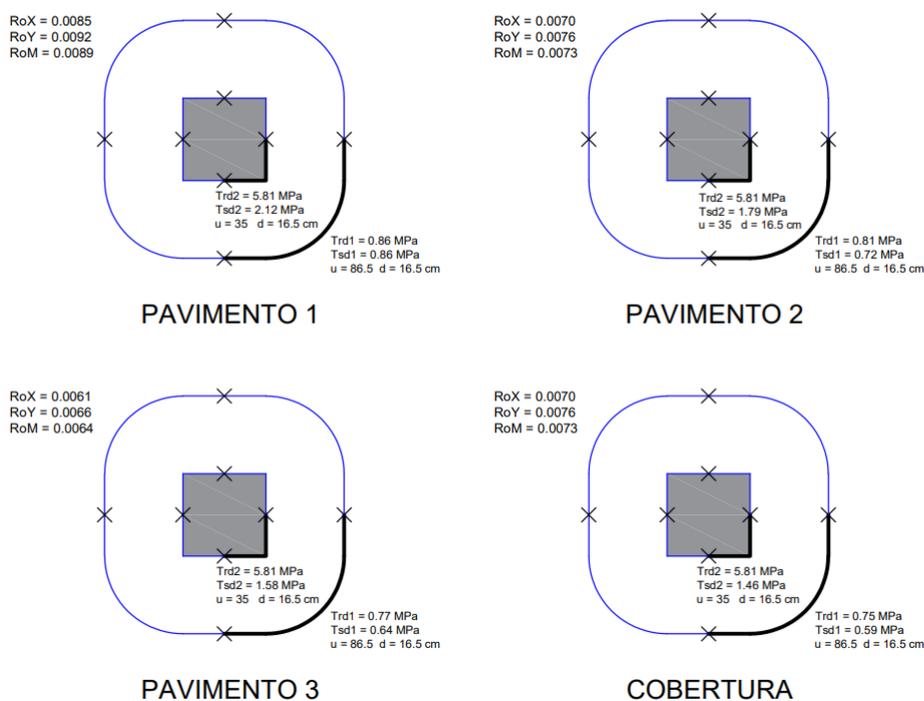
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	20	14,17	15,27	12 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção y
Pav. 2	140	140	20	11,64	12,67	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	10 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção y
Pav. 3	140	140	20	10,19	10,92	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Cobertura	140	140	20	9,35	10,01	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.1.3. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

A Figura 28 a seguir demonstra como são fornecidos os dados e os sub-perímetros pelo *software* TQS.

Figura 28 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2035)



Fonte: Autor (2023)

A demonstração dos cálculos de tensão resistente e tensão solicitante para o contorno C e para o contorno C' seguindo as prescrições normativas será apresentada a seguir.

- Tensão solicitante na superfície crítica C.

Para este perímetro não se considera a influência do momento fletor, de modo que a tensão é definida por:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \quad (26)$$

$$\tau_{Sd} = \frac{489,58}{1,4 \cdot 0,165} = 2119,39 \frac{KN}{m^2} = 2,12 MPa \quad (27)$$

- Tensão solicitante na superfície crítica C'.

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} \quad (28)$$

$$\tau_{Sd} = \frac{489,58}{3,46 \times 0,165} = 857,56 \frac{KN}{m^2} = 0,86 MPa \quad (29)$$

- Tensão resistente na superfície crítica C.

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_V f_{cd} \quad (30)$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \times \left(1 - \frac{35}{250}\right) \times \frac{35}{1,4} = 5,81 MPa \quad (31)$$

- Tensão resistente na superfície crítica C'.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad (32)$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{16,5}}\right) (100 \times 0,0088 \times 35)^{\frac{1}{3}} = 0,86 MPa \quad (33)$$

Na Tabela 7 a seguir, encontram-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 7 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2035)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
								τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	$\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$	$\tau_{Sd1} \leq \tau_{Rd1}$
Pav. 1	35	35	34,97	0	0	0,0085	0,0092	2,12	0,86	5,81	0,86	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	29,55	0	0	0,007	0,0076	1,79	0,72	5,81	0,81	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	26,1	0	0	0,0061	0,0066	1,58	0,64	5,81	0,77	Ok	Ok
Cobertura	35	35	24,13	0	0	0,0056	0,006	1,46	0,59	5,81	0,75	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

Pode-se perceber também que no pavimento 1 a condição no contorno C' fica no limite pelo fato das resistências estarem igualadas, portanto exige uma maior atenção neste ponto.

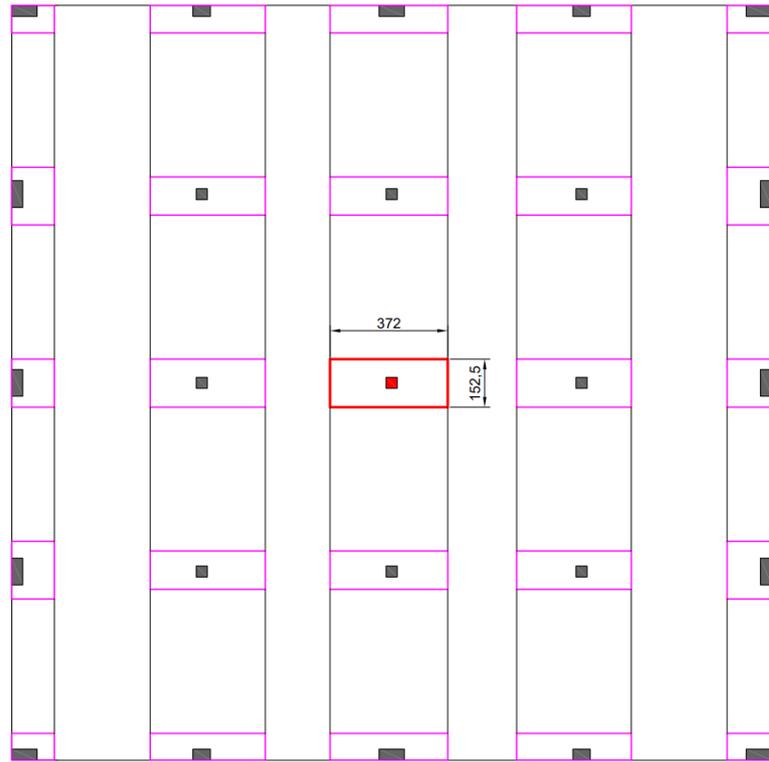
4.2. MODELO ACI 2035

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm, valor de fck de 35 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.2.1. Homogeneização

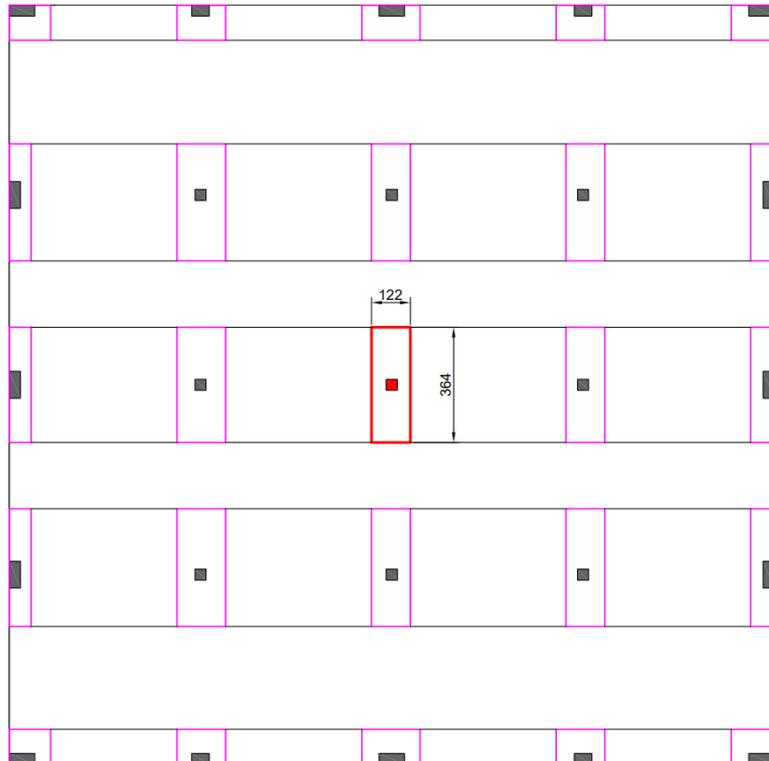
O método de homogeneização escolhido no Capítulo 3 está representado na Figura 29 e na Figura 30, a área de estudo que contempla o pilar P13 está destacada nas imagens. Este método é aplicado em todos os modelos que utilizarão a ACI 318:2019 como referência, portanto será apresentado somente neste modelo.

Figura 29 - Homogeneização das faixas da armadura negativa principal (ACI 318:2019)



Fonte: Autor (2023)

Figura 30 - Homogeneização das faixas da armadura negativa secundária (ACI 318:2019)



Fonte: Autor (2023)

4.2.2. Armadura de Flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 8 serão apresentados os resultados.

Tabela 8 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2035)

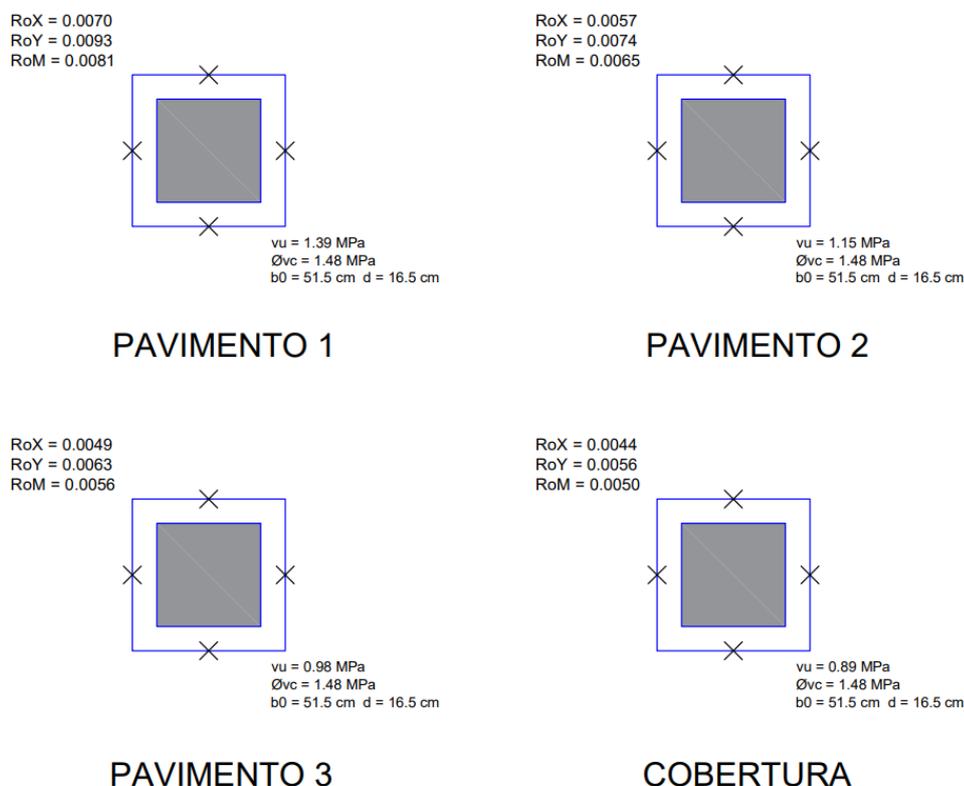
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	20	13,35	15,34	9 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção x	13 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	20	10,72	12,26	13 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	16 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	20	9,14	10,42	10 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	16 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	20	8,22	9,31	10 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	13 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x

Fonte: Autor 2023

4.2.3. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 31 demonstra-se os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* fornece.

Figura 31 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2035)



Fonte: Autor (2023)

A demonstração dos cálculos de tensão solicitante para o contorno crítico afastado $d/2$ da face do pilar e seguindo as prescrições normativas, será demonstrado a seguir.

- Tensão solicitante na superfície crítica:

$$vu = \frac{F_{Sd}}{b_0 \cdot d} \quad (34)$$

$$vu = \frac{473}{2,06 \times 0,165} = 1391 \frac{KN}{m^2} = 1,39 MPa \quad (35)$$

- Tensão resistente na superfície crítica:

$$V_c = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{12} \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \sqrt{f'c} \\ \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \sqrt{f'c} \\ \frac{\sqrt{f'c}}{3} \end{array} \right. \quad (36)$$

$$V_c = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{12} \left(2 + \frac{4}{1} \right) \sqrt{35} = 2,96 MPa \\ \frac{1}{12} \left(\frac{40 \cdot 0,165}{2,06} + 2 \right) \sqrt{35} = 2,56 MPa \\ \frac{\sqrt{35}}{3} = 1,97 MPa \end{array} \right. \quad (37)$$

$$V_c = 1,97 MPa \quad (38)$$

$$\phi \cdot V_c = 0,75 \cdot 1,97 = 1,48 MPa \quad (39)$$

Na Tabela 9 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 9 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2035)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	47,3	-0,04	0,88	0,007	0,009	1,48	1,39	Ok
Pav. 2	35	35	38,93	-0,03	0,72	0,0057	0,0074	1,48	1,15	Ok
Pav. 3	35	35	33,47	-0,03	0,62	0,0049	0,0063	1,48	0,98	Ok
Cobertura	35	35	30,18	-0,02	0,35	0,0044	0,0056	1,48	0,89	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

4.3. MODELO NBR 2040

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm, valor de f_{ck} de 40 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.3.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 10 serão apresentados os resultados.

Tabela 10 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2040)

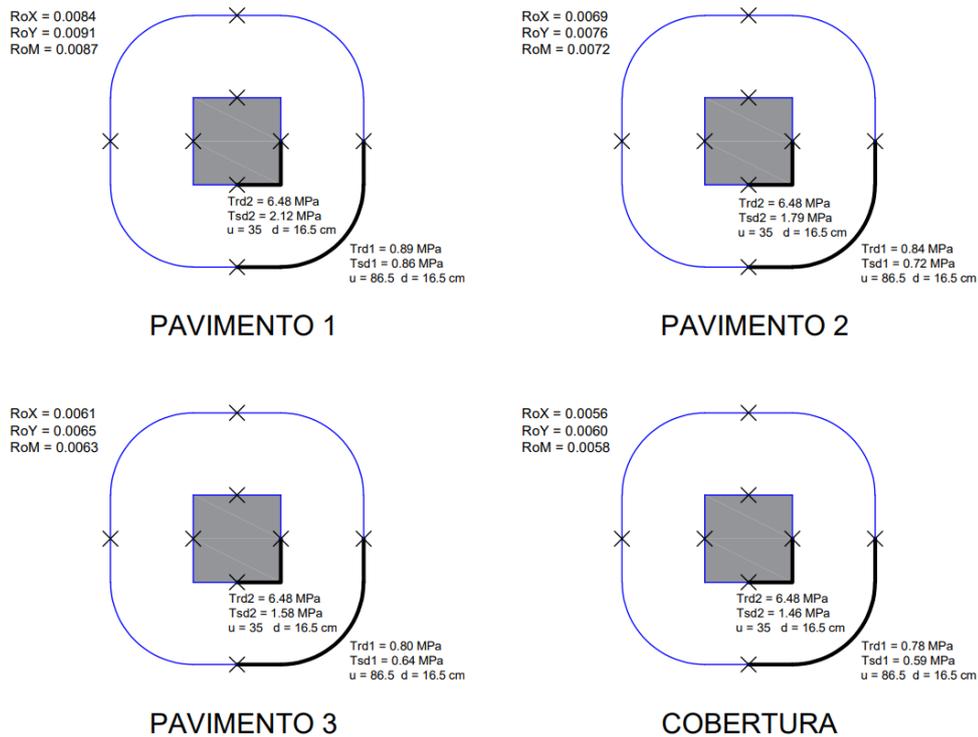
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	20	13,97	15,05	12 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção y
Pav. 2	140	140	20	11,51	12,52	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	10 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção y
Pav. 3	140	140	20	10,09	10,82	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Cobertura	140	140	20	9,27	9,93	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.3.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

A Figura 32 a seguir demonstra como são fornecidos os dados e os sub-perímetros pelo *software* TQS.

Figura 32 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2040)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 11 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 11 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2040)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
								τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	$\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$	$\tau_{Sd1} \leq \tau_{Rd1}$
Pav. 1	35	35	34,97	0	0	0,0084	0,0091	2,12	0,86	6,48	0,89	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	29,55	0	0	0,0069	0,0076	1,79	0,72	6,48	0,84	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	26,1	0	0	0,0061	0,0065	1,58	0,64	6,48	0,8	Ok	Ok
Cobertura	35	35	24,13	0	0	0,0056	0,006	1,46	0,59	6,48	0,78	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

4.4. MODELO ACI 2040

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm, valor de fck de 40 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.4.1. Armadura de Flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 12 serão apresentados os resultados.

Tabela 12 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2045)

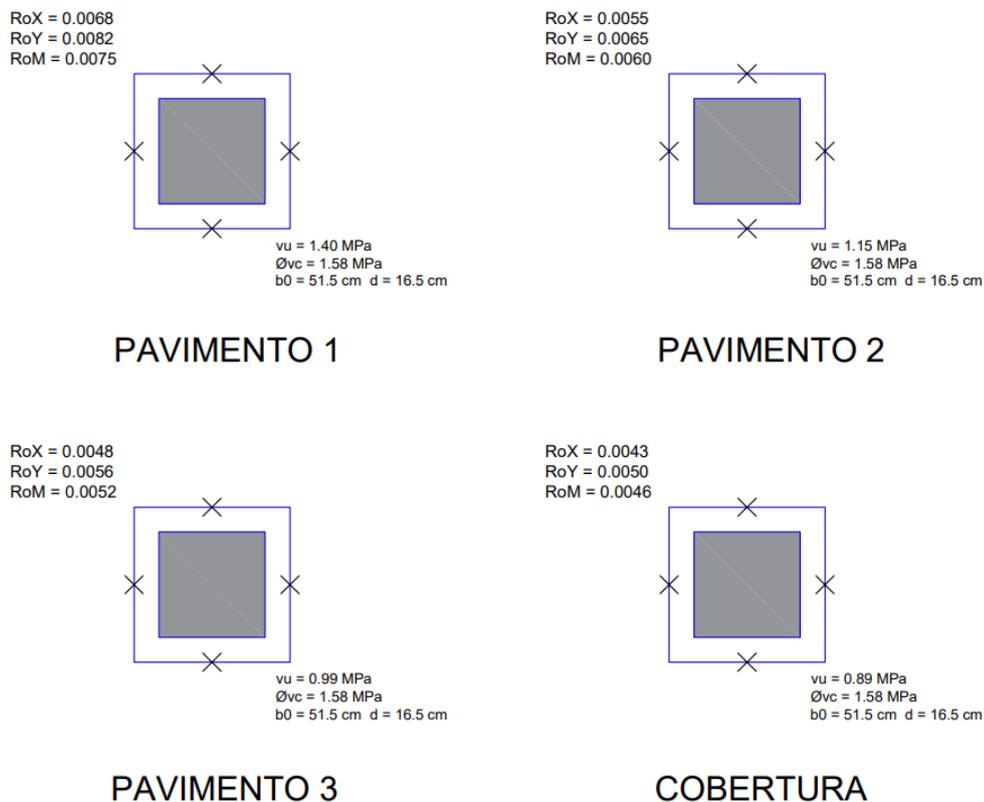
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	20	10,24	11,19	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	20	8,51	9,29	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	20	7,39	8,06	10 ϕ 12,5 mm c. 15cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	20	6,68	7,28	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x

Fonte: Autor (2023)

4.4.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 33 é demonstrado os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* nos fornece.

Figura 33 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2045)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 13 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 13 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2045)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	47,42	-0,04	0	0,0068	0,0082	1,58	1,4	Ok
Pav. 2	35	35	38,98	-0,03	0	0,0055	0,0065	1,58	1,15	Ok
Pav. 3	35	35	33,48	-0,03	0	0,0048	0,0056	1,58	0,99	Ok
Cobertura	35	35	30,16	-0,02	0	0,0043	0,005	1,58	0,89	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

4.5. MODELO NBR 2050

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm, valor de f_{ck} de 50 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.5.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 14 serão apresentados os resultados.

Tabela 14 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2050)

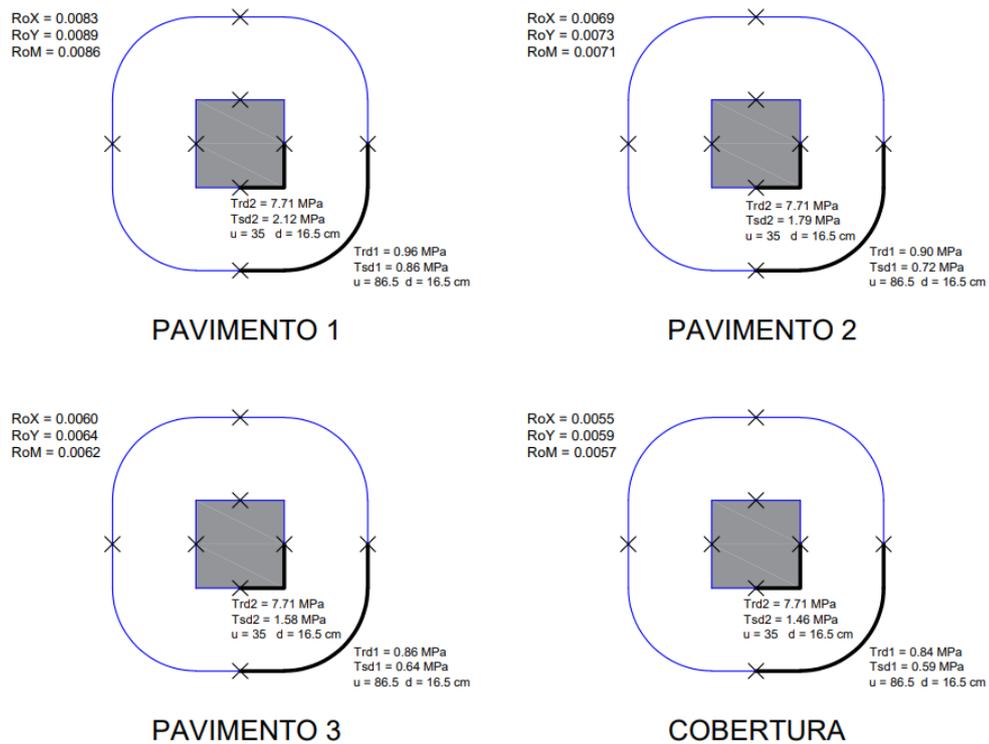
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	20	13,73	14,75	12 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção y
Pav. 2	140	140	20	11,36	12,17	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 3	140	140	20	9,97	10,68	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Cobertura	140	140	20	9,17	9,81	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.5.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

A Figura 34 a seguir nos demonstra como são fornecidos os dados e os sub-perímetros pelo *software* TQS.

Figura 34 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2050)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 15 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 15 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2050)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
								τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	$\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$	$\tau_{Sd1} \leq \tau_{Rd1}$
Pav. 1	35	35	34,97	0	0	0,0083	0,0089	2,12	0,86	7,71	0,96	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	29,55	0	0	0,0069	0,0073	1,79	0,72	7,71	0,9	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	26,1	0	0	0,006	0,0064	1,58	0,64	7,71	0,86	Ok	Ok
Cobertura	35	35	24,13	0	0	0,0055	0,0059	1,46	0,59	7,71	0,84	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

4.6. MODELO ACI 2050

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm, valor de f_{ck} de 50 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.6.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 16 serão apresentados os resultados.

Tabela 16 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2050)

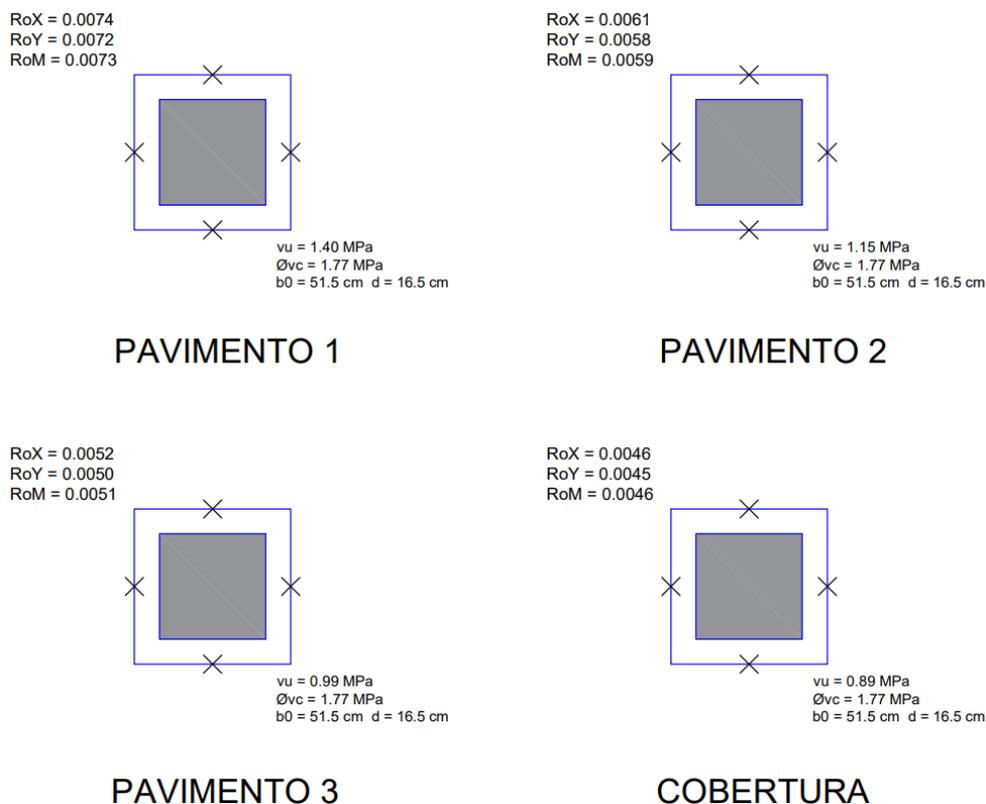
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	20	13,92	12,28	10 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção x	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	20	11,19	10,01	12 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	20	9,55	8,55	10 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	20	8,55	7,65	10 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x

Fonte: Autor (2023)

4.6.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 35 é demonstrado os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* fornece.

Figura 35 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2050)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 17 a seguir, apresenta-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 17 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2050)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	47,42	-0,04	0	0,0074	0,0072	1,77	1,4	Ok
Pav. 2	35	35	38,98	-0,03	0	0,0061	0,0058	1,77	1,15	Ok
Pav. 3	35	35	33,48	-0,03	0	0,0052	0,005	1,77	0,99	Ok
Cobertura	35	35	30,16	-0,02	0	0,0046	0,0045	1,77	0,89	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

4.7. MODELO NBR 2435

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm, valor de fck de 35 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.7.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 18 serão apresentados os resultados.

Tabela 18 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2435)

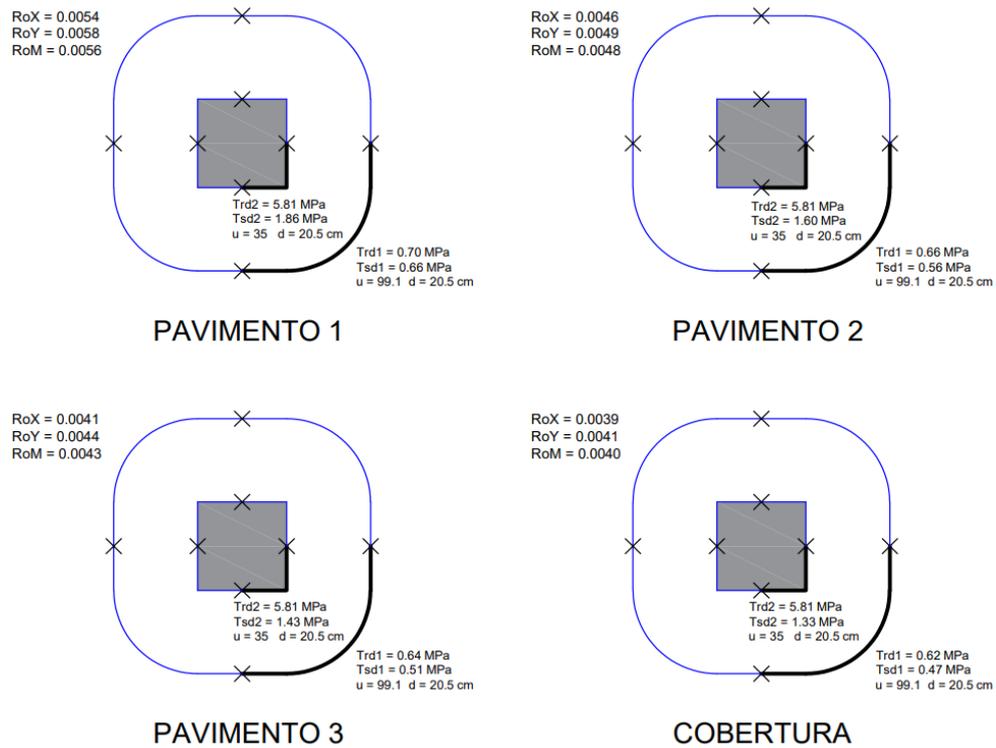
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	24	12,02	12,86	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	10 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção y
Pav. 2	140	140	24	10,23	10,82	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 3	140	140	24	9,11	9,63	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y
Cobertura	140	140	24	8,44	8,91	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.7.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

A Figura 36 a seguir demonstra como são fornecidos os dados e os sub-perímetros pelo *software* TQS.

Figura 36 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2435)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 19 a seguir, apresenta-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 19 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2435)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
								τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	$\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$	$\tau_{Sd1} \leq \tau_{Rd1}$
Pav. 1	35	35	38,16	-0,01	0,01	0,0054	0,0058	1,86	0,66	5,81	0,7	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	32,78	-0,01	0,01	0,0046	0,0049	1,6	0,56	5,81	0,66	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	29,35	-0,01	0,01	0,0041	0,0044	1,43	0,51	5,81	0,64	Ok	Ok
Cobertura	35	35	27,33	0	0	0,0039	0,0041	1,33	0,47	5,81	0,62	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

4.8. MODELO ACI 2435

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm, valor de fck de 35 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.8.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 20 serão apresentados os resultados.

Tabela 20 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2435)

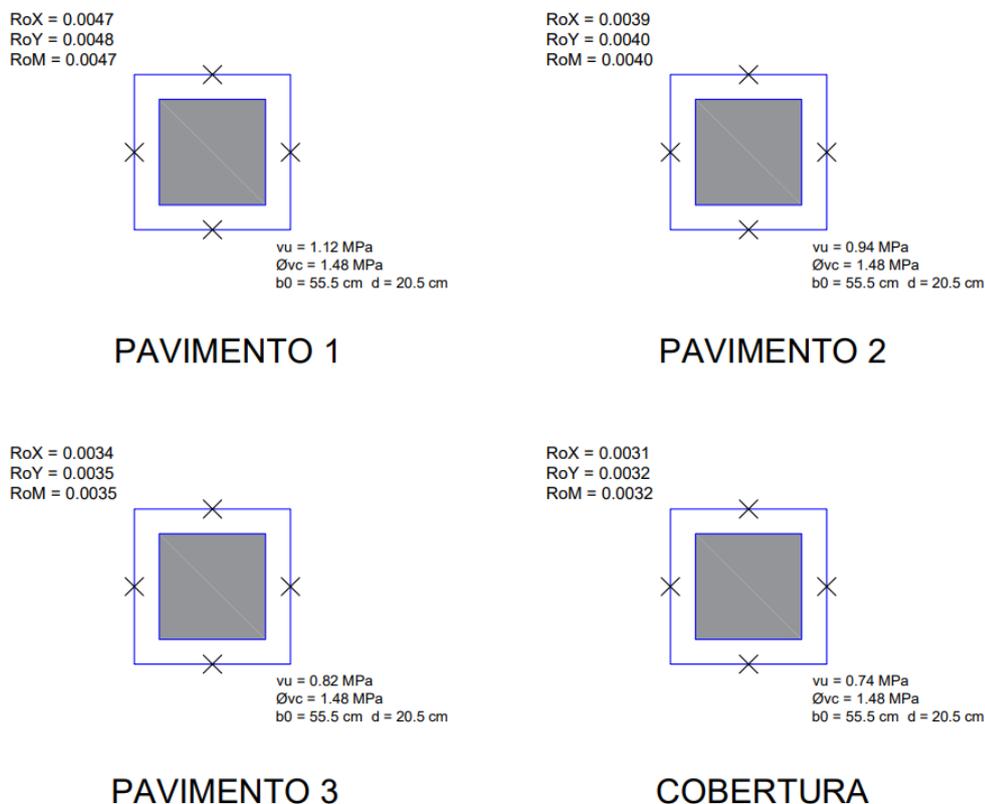
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	24	10,86	10,67	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	24	9,01	8,85	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	24	7,82	7,69	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	24	7,06	6,94	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x

Fonte: Autor (2023)

4.8.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 37 é demonstrado os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* nos fornece.

Figura 37 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2435)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 21 a seguir, apresenta-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 21 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2435)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	51	0	0	0,0047	0,0048	1,48	1,12	Ok
Pav. 2	35	35	42,65	0	0	0,0039	0,004	1,48	0,94	Ok
Pav. 3	35	35	37,2	0	0	0,0034	0,0035	1,48	0,82	Ok
Cobertura	35	35	33,8	0	0	0,0031	0,0032	1,48	0,74	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

4.9. MODELO NBR 2440

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm, valor de fck de 40 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.9.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 22 serão apresentados os resultados.

Tabela 22 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2440)

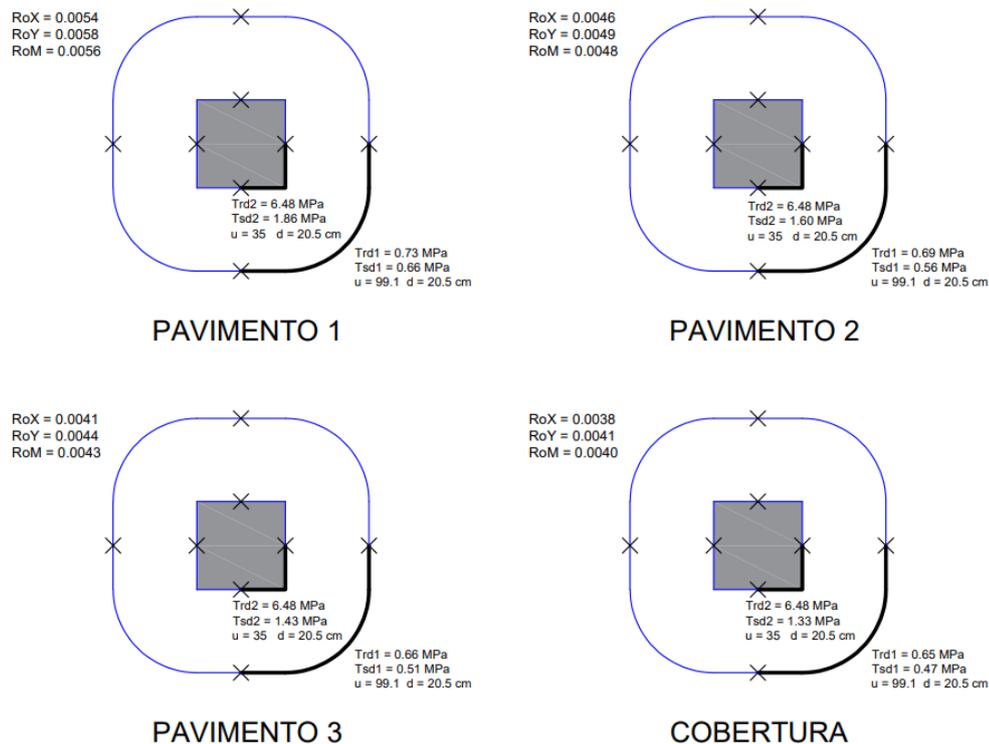
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	24	11,92	12,74	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	10 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção y
Pav. 2	140	140	24	10,16	10,74	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 3	140	140	24	9,06	9,56	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y
Cobertura	140	140	24	8,39	8,85	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.9.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

A Figura 38 a seguir demonstra como são fornecidos os dados e os sub-perímetros pelo *software* TQS.

Figura 38 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2440)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 23 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 23 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2440)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
Pav. 1	35	35	38,16	-0,01	0,01	0,0054	0,0058	1,86	0,66	6,48	0,73	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	32,78	-0,01	0,01	0,0046	0,0049	1,6	0,56	6,48	0,69	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	29,35	-0,01	0,01	0,0041	0,0044	1,43	0,51	6,48	0,66	Ok	Ok
Cobertura	35	35	27,33	0	0	0,0038	0,0041	1,33	0,47	6,48	0,65	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

4.10. MODELO ACI 2440

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm, valor de f_{ck} de 40 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.10.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 24 serão apresentados os resultados.

Tabela 24 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2440)

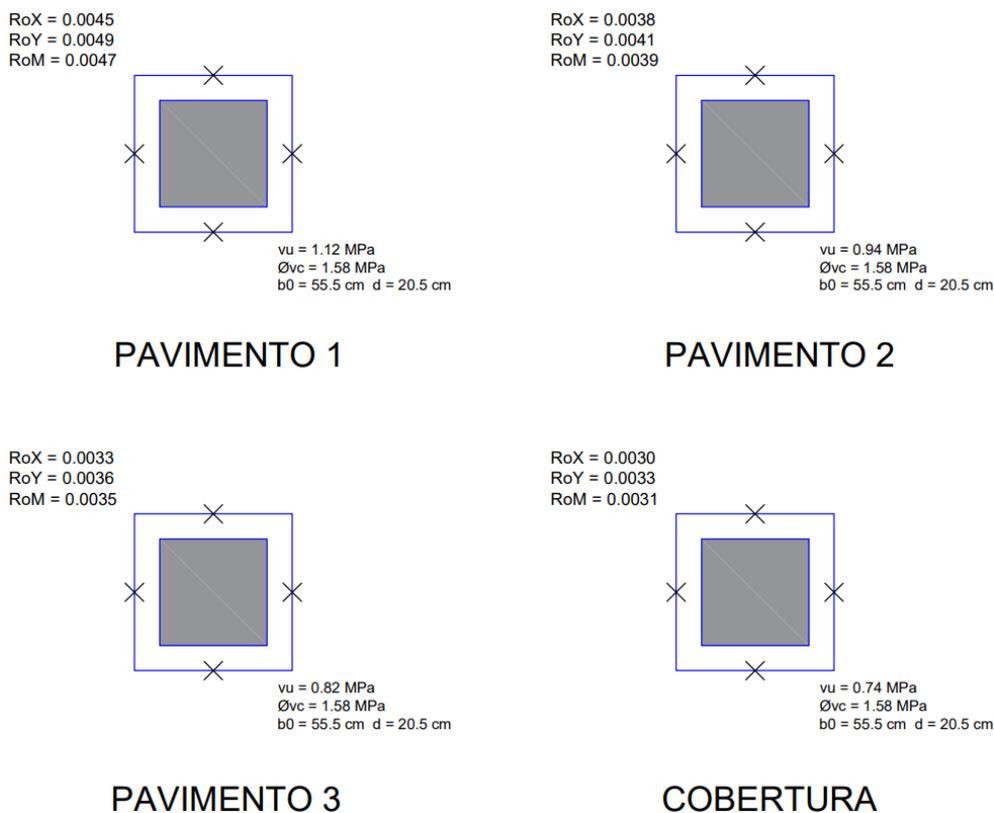
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	24	10,24	11,19	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	24	8,51	9,29	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	24	7,39	8,06	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	24	6,68	7,28	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x

Fonte: Autor (2023)

4.10.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 39 são demonstrados os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* fornece.

Figura 39 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2440)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 25 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 25 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2440)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	51	0	0	0,0045	0,0049	1,58	1,12	Ok
Pav. 2	35	35	42,65	0	0	0,0038	0,0041	1,58	0,94	Ok
Pav. 3	35	35	37,2	0	0	0,0033	0,0036	1,58	0,82	Ok
Cobertura	35	35	33,8	0	0	0,003	0,0033	1,58	0,74	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

4.11. MODELO NBR 2450

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm, valor de fck de 50 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.11.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 26 serão apresentados os resultados.

Tabela 26 - Armaduras negativas de flexão (NBR 2450)

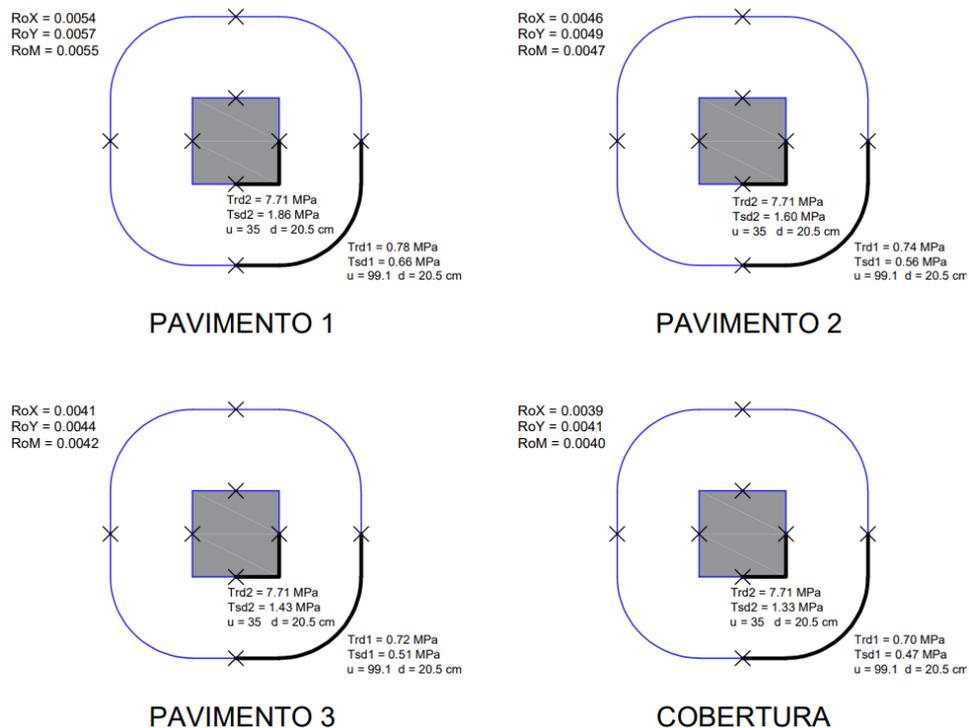
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	24	11,79	12,58	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	10 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção y
Pav. 2	140	140	24	10,07	10,63	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	14 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 3	140	140	24	8,98	9,48	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y
Cobertura	140	140	24	8,33	8,78	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.11.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

A Figura 40 a seguir demonstra como são fornecidos os dados e os sub-perímetros pelo *software* TQS.

Figura 40 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 2450)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 27 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 27 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 2450)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
								τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	$\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$	$\tau_{Sd1} \leq \tau_{Rd1}$
Pav. 1	35	35	38,16	-0,01	0,01	0,0054	0,0057	1,86	0,66	7,71	0,78	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	32,78	-0,01	0,01	0,0046	0,0049	1,6	0,56	7,71	0,74	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	29,35	-0,01	0,01	0,0041	0,0044	1,43	0,51	7,71	0,72	Ok	Ok
Cobertura	35	35	27,33	0	0	0,0039	0,0041	1,33	0,47	7,71	0,7	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

4.12. MODELO ACI 2450

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm, valor de fck de 50 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.12.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo e na Tabela 28 serão apresentados os resultados.

Tabela 28 - Armaduras negativas de flexão (ACI 2450)

LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	24	10,7	10,52	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	24	8,9	8,75	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	24	7,74	7,61	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	24	6,99	6,88	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 15 cm na direção x

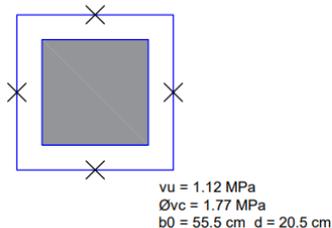
Fonte: Autor (2023)

4.12.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 41 são demonstrados os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* fornece.

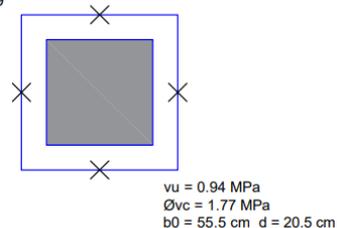
Figura 41 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 2450)

RoX = 0.0046
RoY = 0.0047
RoM = 0.0047



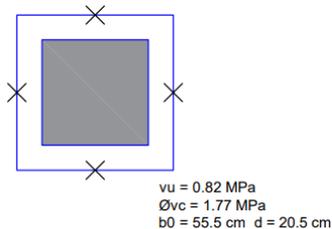
PAVIMENTO 1

RoX = 0.0039
RoY = 0.0039
RoM = 0.0039



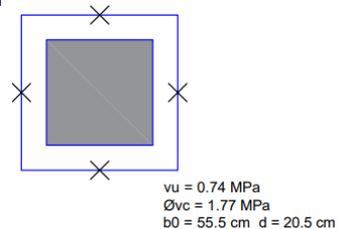
PAVIMENTO 2

RoX = 0.0034
RoY = 0.0035
RoM = 0.0034



PAVIMENTO 3

RoX = 0.0031
RoY = 0.0032
RoM = 0.0031



COBERTURA

Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 29 a seguir, apresenta-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 29 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 2450)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	51	0	0	0,0046	0,0047	1,77	1,12	Ok
Pav. 2	35	35	42,65	0	0	0,0039	0,0039	1,77	0,94	Ok
Pav. 3	35	35	37,2	0	0	0,0034	0,0035	1,77	0,82	Ok
Cobertura	35	35	33,8	0	0	0,0031	0,0032	1,77	0,74	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

4.13. MODELO NBR 1845

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 18 cm, valor de fck de 45 MPa e norma de referência NBR 6118/2014.

4.13.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo, neste modelo realizou-se um aumento na área de aço no primeiro pavimento, para assim poder alcançar maiores taxas de armadura de flexão. Na Tabela 30 serão apresentados os resultados.

Tabela 30 - Armaduras negativas de flexão (NBR 1845)

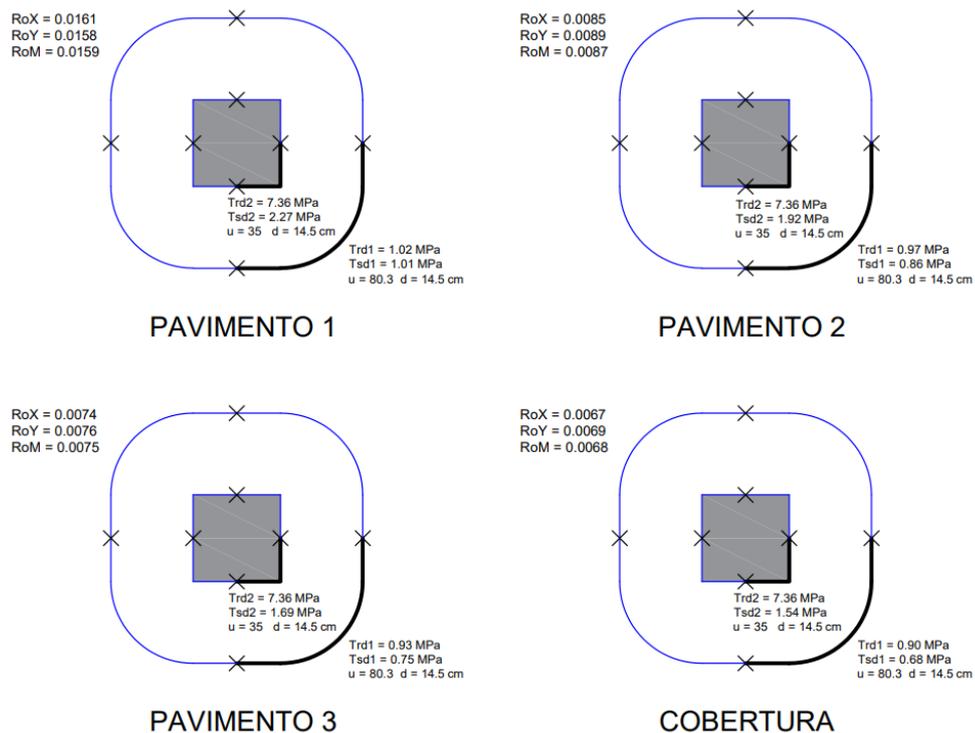
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	140	140	18	24,62	24,63	10 ϕ 20 mm c. 12,5 cm na direção x	10 ϕ 20 mm c. 12,5 cm na direção y
Pav. 2	140	140	18	13,74	12,96	10 ϕ 16 mm c. 12,5 cm na direção x	8 ϕ 16 mm c. 15 cm na direção y
Pav. 3	140	140	18	11,76	11,13	12 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y
Cobertura	140	140	18	10,61	10,08	12 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção y

Fonte: Autor (2023)

4.13.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 42 são demonstrados os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* fornece.

Figura 42 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (NBR 1845)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 31 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 31 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (NBR 1845)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	Tensão Solicitante		Tensão Resistente		Verificação para não ter armadura de Punção	
	bx (cm)	by (cm)						Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'	Contorno C	Contorno C'
								τ_{Sd2} (MPa)	τ_{Sd1} (MPa)	τ_{Rd2} (MPa)	τ_{Rd1} (MPa)	$\tau_{Sd2} \leq \tau_{Rd2}$	$\tau_{Sd1} \leq \tau_{Rd1}$
Pav. 1	35	35	32,97	0,31	-0,03	0,0161	0,0158	2,27	1,01	7,36	1,02	Ok	Ok
Pav. 2	35	35	27,88	0,27	-0,03	0,0085	0,0089	1,92	0,86	7,36	0,97	Ok	Ok
Pav. 3	35	35	24,48	0,23	-0,02	0,0074	0,0076	1,69	0,75	7,36	0,93	Ok	Ok
Cobertura	35	35	22,28	0,13	-0,01	0,0067	0,0069	1,54	0,68	7,36	0,9	Ok	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma NBR 6118/2014 é atendida tanto para o contorno C quanto para o contorno C', pelo fato de as tensões solicitantes serem menores ou iguais as tensões resistentes.

4.14. MODELO ACI 1845

Para o desenvolvimento deste modelo utilizou-se uma espessura de laje de 18 cm, valor de f_{ck} de 45 MPa e norma de referência ACI 318:2019.

4.14.1. Armadura de flexão

Com o auxílio do *software* foi calculado o quantitativo de aço necessário para a região de estudo, neste modelo realizou-se um aumento na área de aço no primeiro pavimento, para assim poder alcançar maiores taxas de armadura de flexão. Na Tabela 32 serão apresentados os resultados.

Tabela 32 - Armaduras negativas de flexão (ACI 1845)

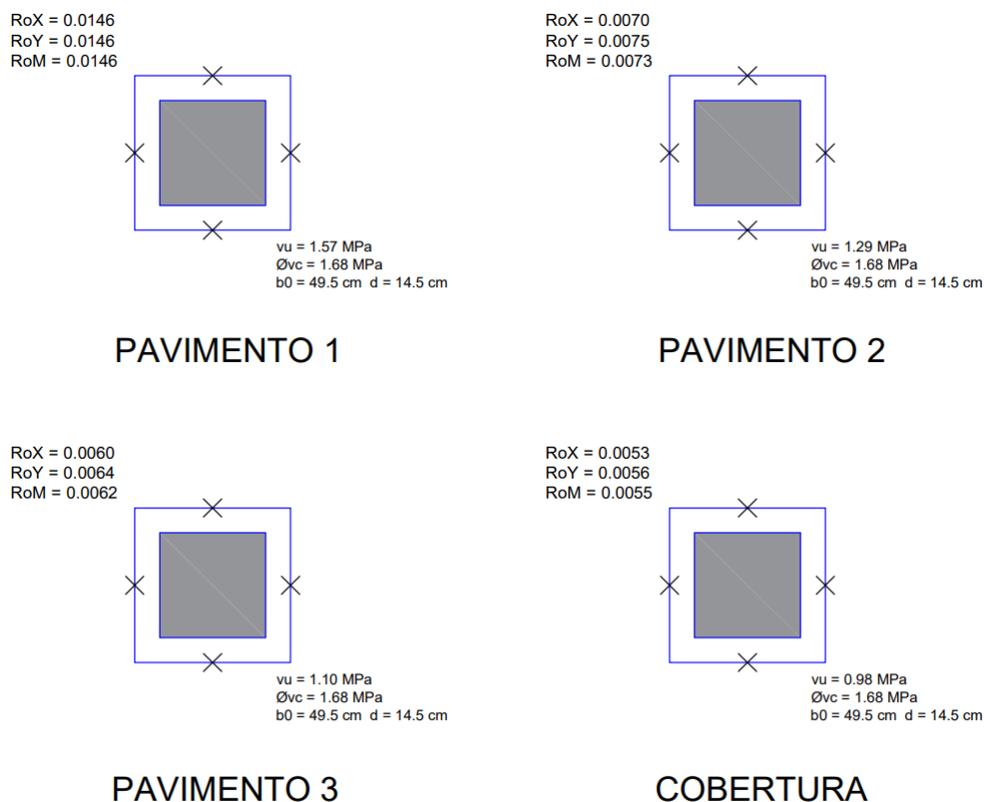
LAJE	DIMENSÕES DA REGIÃO AVALIADA			As, x (cm ² /m)	As, y (cm ² /m)	DESCRIÇÃO	
	lx (cm)	ly (cm)	h (cm)				
Pav. 1	122	152,5	18	24,64	24,64	10 ϕ 20 mm c. 12,5 cm na direção x	10 ϕ 20 mm c. 12,5 cm na direção y
Pav. 2	122	152,5	18	11,17	11,51	15 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x	12 ϕ 12,5 mm c. 10 cm na direção x
Pav. 3	122	152,5	18	9,44	9,74	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x
Cobertura	122	152,5	18	8,34	8,64	12 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x	10 ϕ 12,5 mm c. 12,5 cm na direção x

Fonte: Autor (2023)

4.14.2. Avaliação para o uso ou não de Armadura de Punção

Na Figura 43 são demonstrados os resultados e os sub-perímetros para cada pavimento que o *software* fornece.

Figura 43 - Sub-perímetros da ligação laje-pilar P13 (ACI 1845)



Fonte: Autor (2023)

Na Tabela 33 a seguir, apresentam-se os resultados resumidos para o modelo em questão.

Tabela 33 - Verificação da resistência à punção da ligação laje-pilar P13 (ACI 1845)

Laje	Dimensão do Pilar		Fz (tf)	Mx (tfm)	My (tfm)	RoX	RoY	ϕVc (MPa)	Vu (MPa)	Verificação para não ter armadura de Punção
	bx (cm)	by (cm)								$\phi Vc \geq Vu$
Pav. 1	35	35	45,09	0,43	-0,04	0,0146	0,0146	1,68	1,57	Ok
Pav. 2	35	35	36,94	0,35	-0,03	0,007	0,0075	1,68	1,29	Ok
Pav. 3	35	35	31,51	0,03	-0,03	0,006	0,0064	1,68	1,1	Ok
Cobertura	35	35	28,08	0,17	-0,01	0,0053	0,0056	1,68	0,98	Ok

Fonte: Autor (2023)

Analisando a tabela anterior percebe-se que a condição para o não uso de armadura de punção segundo a norma ACI 318:2019 é atendida, pois a força de cisalhamento é menor ou igual a força resistente multiplicada pelo seu fator de minoração.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados analisados nesta etapa referem-se à relação entre a tensão solicitante e a tensão resistente dos modelos, levando em consideração a ligação das mesmas com a taxa de armadura de flexão e também a diferença de tensões entre as duas normas quando há taxas de armadura de flexão baixas. Os dados que são utilizados neste capítulo são do primeiro pavimento, o qual possui maiores esforços.

5.1. RAZÃO ENTRE A TENSÃO SOLICITANTE E A TENSÃO RESISTENTE

No item anterior apresentou-se os resultados para cada modelo estudado, determinando as suas tensões e as suas taxas de armadura. Para avaliação realizou-se uma razão entre a tensão solicitante e a tensão resistente de cada modelo, após comparou-se os modelos com mesma espessura de laje, mesma resistência característica do concreto e relacionou-se isso com a taxa de armadura de flexão negativa.

5.1.1. Modelos NBR 2035 e ACI 2035

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm e uma resistência característica do concreto de 35 MPa e, cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 34 a seguir será apresentada de forma resumida alguns resultados.

Tabela 34 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2035 e ACI 2035

MODELO NBR 2035		MODELO ACI 2035	
Espessura da Laje (cm)	20	Espessura da Laje (cm)	20
Fck (MPa)	35	Fck (MPa)	35
RoX	0,0085	RoX	0,007
RoY	0,0092	RoY	0,0093
RoM	0,0089	RoM	0,0081
τ_{Sd} (MPa)	0,86	ν_u (MPa)	1,39
τ_{rd1} (MPa)	0,86	ϕ_{vc} (MPa)	1,48
τ_{Sd}/τ_{rd1}	1	ν_u/ϕ_{vc}	0,939

Fonte: Autor (2023)

Analisando os resultados percebe-se que, quanto mais próximo de 1 (um) a razão ficar, mais próximo do limite para não uso de armadura de punção se chega. Para o modelo que está utilizando a NBR 6118/2014 como referência está no limite, enquanto que para o modelo que utiliza o ACI 318:2019 como referência ainda tem uma pequena folga.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que há uma redução entre as tensões dos modelos de 6,1%, essa variação percentual pode estar na região de estudo de cada norma, enquanto a NBR 6118/2014 avalia uma região que está localizada a 2d da face do pilar, o ACI 318:2019 avalia uma região de d/2 da face do pilar. Esta variação também pode estar relacionada com a taxa de armadura de flexão, pois a norma americana não a considera para o cálculo da tensão resistente.

5.1.2. Modelos NBR 2040 e ACI 2040

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm e uma resistência característica do concreto de 40 MPa. Cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 35 a seguir será apresentado de forma resumida alguns resultados.

Tabela 35 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2040 e ACI 2040

MODELO NBR 2040		MODELO ACI 2040	
Espessura da Laje (cm)	20	Espessura da Laje (cm)	20
Fck (MPa)	40	Fck (MPa)	40
RoX	0,0084	RoX	0,0068
RoY	0,0091	RoY	0,0082
RoM	0,0087	RoM	0,0075
τ_{Sd} (MPa)	0,86	v_u (MPa)	1,4
τ_{rd1} (MPa)	0,89	ϕ_{vc} (MPa)	1,58
τ_{Sd}/τ_{rd1}	0,966	v_u/ϕ_{vc}	0,886

Fonte: Autor (2023)

Percebe-se um aumento da tensão resistente nos dois modelos em relação aos modelos apresentados anteriormente, e isso acontece pelo fato de ter aumentado a resistência característica do concreto.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que há uma redução entre as tensões dos modelos de 8,3%, com isso pode-se observar uma variação maior das razões em relação aos modelos anteriores.

5.1.3. Modelos NBR 2050 e ACI 2050

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 20 cm e uma resistência característica do concreto de 50 MPa, e cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 36 a seguir será apresentado de forma resumida alguns resultados.

Tabela 36 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2050 e ACI 2050

MODELO NBR 2050		MODELO ACI 2050	
Espessura da Laje (cm)	20	Espessura da Laje (cm)	20
Fck (MPa)	50	Fck (MPa)	50
RoX	0,0083	RoX	0,0074
RoY	0,0089	RoY	0,0072
RoM	0,0086	RoM	0,0073
τ_{Sd} (MPa)	0,86	ν_u (MPa)	1,4
τ_{rd1} (MPa)	0,96	ϕ_{vc} (MPa)	1,77
τ_{Sd}/τ_{rd1}	0,895	ν_u/ϕ_{vc}	0,791

Fonte: Autor (2023)

Percebe-se a influência da resistência característica do concreto em relação a tensão resistente, pois há novamente um aumento nos valores comparados aos modelos anteriores.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que há uma redução entre as tensões dos modelos de 11,6%. Observa-se que, com o aumento da diferença entre as taxas de armadura de flexão, há também um aumento na diferença entre as razões.

5.1.4. Modelos NBR 2435 e ACI 2435

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm e uma resistência característica do concreto de 35 MPa, e cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 37 a seguir será apresentado de forma resumida alguns resultados.

Tabela 37 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2435 e ACI 2435

MODELO NBR 2435		MODELO ACI 2435	
Espessura da Laje (cm)	24	Espessura da Laje (cm)	24
Fck (MPa)	35	Fck (MPa)	35
RoX	0,0054	RoX	0,0047
RoY	0,0058	RoY	0,0048
RoM	0,0056	RoM	0,0047
τ_{Sd} (MPa)	0,66	ν_u (MPa)	1,12
τ_{rd1} (MPa)	0,7	ϕ_{vc} (MPa)	1,48
τ_{Sd}/τ_{rd1}	0,942	ν_u/ϕ_{vc}	0,757

Fonte: Autor (2023)

Analisando os dois modelos em questão percebe-se que há uma redução nas tensões solicitantes, pelo fato de ter uma altura útil de laje maior que nos modelos anteriores, sendo que este fator tem influência no cálculo das tensões solicitantes.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que à uma redução entre as tensões dos modelos de 19,6%, observa-se que a variação segue aumentando à medida que a taxa de armadura de flexão diminui.

5.1.5. Modelos NBR 2440 e ACI 2440

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm e uma resistência característica do concreto de 40 MPa, e cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 38 a seguir será apresentado de forma resumida alguns resultados.

Tabela 38 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2440 e ACI 2440

MODELO NBR 2440		MODELO ACI 2440	
Espessura da Laje (cm)	24	Espessura da Laje (cm)	24
Fck (MPa)	40	Fck (MPa)	40
RoX	0,0054	RoX	0,0045
RoY	0,0058	RoY	0,0049
RoM	0,0056	RoM	0,0047
τ_{Sd} (MPa)	0,66	ν_u (MPa)	1,12
τ_{rd1} (MPa)	0,73	ϕ_{vc} (MPa)	1,58
τ_{Sd}/τ_{rd1}	0,904	ν_u/ϕ_{vc}	0,709

Fonte: Autor (2023)

Analisando os dados da tabela observa-se novamente um aumento da tensão resistente devido ao aumento da resistência característica do concreto.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que há uma redução entre as tensões dos modelos de 21,6%, observa-se também que com a taxa de armadura de flexão baixa e com o aumento da espessura da laje segue aumentando a variação percentual.

5.1.6. Modelos NBR 2450 e ACI 2450

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 24 cm e uma resistência característica do concreto de 50 MPa, e cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 39 a seguir será apresentado de forma resumida alguns resultados.

Tabela 39 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 2450 e ACI 2450

MODELO NBR 2450		MODELO ACI 2450	
Espessura da Laje (cm)	24	Espessura da Laje (cm)	24
Fck (MPa)	50	Fck (MPa)	50
RoX	0,0054	RoX	0,0046
RoY	0,0057	RoY	0,0047
RoM	0,0055	RoM	0,0047
τ_{Sd} (MPa)	0,66	ν_u (MPa)	1,12
τ_{rd1} (MPa)	0,78	ϕ_{vc} (MPa)	1,77
τ_{Sd}/τ_{rd1}	0,846	ν_u/ϕ_{vc}	0,633

Fonte: Autor (2023)

Com o aumento da resistência característica do concreto novamente percebe-se um aumento da tensão resistente nos modelos.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que há uma redução entre as tensões dos modelos de 25,2%, observa-se que a relação segue aumentando em relação aos outros modelos.

5.1.7. Modelos NBR 1845 e ACI 1845

Para estes modelos utilizou-se uma espessura de laje de 18 cm e uma resistência característica do concreto de 45 MPa, e cada modelo conta com sua norma de referência. Na Tabela 40 a seguir será apresentado de forma resumida alguns resultados.

Tabela 40 - Tabela de resultados resumidos para os modelos NBR 1845 e ACI 1845

MODELO NBR 1845		MODELO ACI 1845	
Espessura da Laje (cm)	18	Espessura da Laje (cm)	18
Fck (MPa)	45	Fck (MPa)	45
RoX	0,0161	RoX	0,0146
RoY	0,0158	RoY	0,0146
RoM	0,0159	RoM	0,0146
τ_{Sd} (MPa)	1,01	ν_u (MPa)	1,57
τ_{rd1} (MPa)	1,02	ϕ_{vc} (MPa)	1,68
τ_{Sd}/τ_{rd1}	0,990	ν_u/ϕ_{vc}	0,935

Fonte: Autor (2023)

Nestes modelos buscou-se um aumento da taxa de armadura de flexão, por isso se diminuiu a espessura da laje.

Realizando uma variação percentual entre as duas razões percebe-se que há uma redução entre as tensões dos modelos de 5,5%, observa-se que com a elevação da taxa de armadura de flexão a relação entre as razões diminui.

5.2. RELAÇÃO ENTRE A TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO COM AS RAZÕES ENTRE TENSÕES

No decorrer da análise das razões dos modelos, percebeu-se uma relação entre a variação percentual das razões e a variação das taxas de armadura de flexão nos modelos que utilizam o ACI 318:2019 como referência.

Avaliou-se que, na tendência que a taxa de armadura de flexão crescia a variação percentual entre as razões se aproximava de zero, isso quer dizer que quanto maior a taxa de armadura, mais próximos são os resultados das duas normas. Pensando nisso decidiu-se criar mais dois modelos que ficassem com a taxa de armadura de flexão mais elevada que os demais, um calculado pela norma brasileira e outro pela norma americana.

Então criou-se um modelo chamado de NBR 1845 e o outro de ACI 1845. Na região de estudo aumentou-se a área de aço necessária, tudo isso para obter uma maior taxa de armadura de flexão. O resultado obtido foi de uma taxa de armadura de 1,46 % no modelo ACI 1845.

O resultado foi o esperado, com a taxa de armadura de flexão mais elevada a variação percentual entre as razões diminuiu. A seguir, será apresentada na Tabela 41 as taxas de armadura de flexão calculadas pela norma americana, com suas respectivas variações percentuais de razões entre as tensões e onde pode-se também acompanhar a evolução dos modelos.

Tabela 41 - Tabela de taxas de armaduras e de variação percentual entre razões de tensões

	Taxa de Armadura pelo ACI 318:2019 (%)	Variação Percentual (%)
Modelo ACI 2450	0,47	25,2
Modelo ACI 2440	0,47	21,6
Modelo ACI 2435	0,47	19,6
Modelo ACI 2050	0,73	11,6
Modelo ACI 2040	0,75	8,3
Modelo ACI 2035	0,81	6,1
Modelo ACI 1845	1,46	5,5

Fonte: Autor (2023)

Analisa-se na Tabela 41, apresentada anteriormente que, quanto menor a taxa de armadura de flexão maior é a variação percentual entre as razões. Quando se utiliza o ACI 318:2019 percebe-se que a diferença entre a tensão solicitante e a tensão resistente para modelos que utilizam taxa de armadura de flexão inferior a 0,5% são mais elevadas, o que possibilitaria realizar um carregamento maior na edificação em comparação com modelos que utilizam a NBR 6118/2014 como referência. Essa elevada variação entre as razões que foi apresentada nos modelos NBR 2450 e ACI 2450 apresenta uma inconsistência nos modelos de previsão de resistência das normas estudadas. Quando se utiliza taxas de armadura de flexão inferiores à 0,5%, autores como SILVA (2022) já abordaram essa diferença para o dimensionamento de estruturas, em seus trabalhos.

Pode-se perceber melhor essas diferenças ao analisar os modelos NBR 2435 e ACI 2435, os quais tem uma variação percentual de 19,6%. Visto esta variação optou-se por realizar um aumento no carregamento do edifício, para assim chegar em uma menor variação entre as razões. Então para o modelo ACI 2435 passou-se o carregamento para o primeiro pavimento de 5 kN/m² para 7,5 kN/m² o que representa um aumento de 50 % no carregamento e a diferença entre as razões ficou a seguinte:

$$\frac{\left(\frac{\tau_{sd}}{\tau_{rd1}}\right) - \left(\frac{vu}{\phi vc}\right)}{\left(\frac{\tau_{sd}}{\tau_{rd1}}\right)} = \frac{0,942 - 0,939}{0,942} = 0,003 = 0,3 \% \quad (40)$$

Analisando a Equação 40 anterior percebe-se então, uma semelhança entre as razões das tensões solicitantes e resistentes entre as duas normas. Porém, o modelo que utiliza a norma americana como referência tem um carregamento 50 % mais elevado do que o modelo que utiliza a norma brasileira como referência. Assim, observa-se um nível de segurança muito distinto entre as normas no dimensionamento de estruturas utilizando o ACI 318:2019 quando utilizada taxa de armadura de flexão abaixo de 0,5%.

6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente a sociedade está em busca de alternativas para diminuir a geração de resíduos provenientes das construções, além de alternativas mais econômicas e também maior rapidez nas construções. A cada dia que passa esses fatores citados vão se tornando mais necessários para melhorar o canteiro de obra.

O trabalho apresentado desenvolveu um estudo sobre a comparação entre as normas NBR 6118/2014 e ACI 318:2019 sobre o efeito de punção em lajes lisas. No decorrer do trabalho apresentaram-se uma motivação inicial, uma explicação sobre o fenômeno e fatores que influenciam a resistência da laje à punção.

Para realizar a comparação entre a verificação à punção em lajes lisas utilizou-se a metodologia dessas duas normas NBR 6118/2014 e ACI 318:2019, onde foi elaborado um estudo de caso. Para isso realizou-se o lançamento no *software* TQS de uma edificação com quatro pavimentos com lajes lisas e em concreto armado. Foi escolhido um pilar interno para verificação à punção no qual foram extraídas as tensões solicitantes e as tensões resistentes, as quais serviram como base para o estudo comparativo que foi realizado neste trabalho.

O principal motivo para a realização deste trabalho foi realizar uma comparação entre a norma brasileira e a norma americana em relação a resistência à punção e avaliá-las através de uma diferença entre razões de tensões.

Os modelos desenvolvidos apresentaram um bom resultado quanto à resistência à punção, pelo fato de os doze modelos criados não necessitarem do uso de armadura de punção. Destaca-se que no modelo NBR 2035, o qual teve resultados mais próximos de ser necessário a utilização de armadura à punção, o método escolhido para a realização da homogeneização das armaduras de flexão foi de suma importância para o sucesso da mesma.

A comparação entre os modelos que utilizarão a NBR 6118/2014 como referência e os modelos que utilizarão o ACI 318:2019 como referência, realizou-se através da razão entre a tensão solicitante pela tensão resistente de cada modelo e posterior a isso realizou-se uma comparação entre os modelos que tinham mesma espessura de laje e mesma resistência característica do concreto.

No decorrer da análise das comparações entre os modelos percebeu-se uma grande relação entre o aumento da variação percentual entre as razões e a diminuição da taxa de armadura de flexão negativa, essa diferença chegou em 25,2 % para os modelos NBR 2450 e ACI 2450. Visto esses dados decidiu-se criar mais dois modelos, os quais tivessem uma taxa de armadura de flexão alta pra ver como a razão entre as duas normas se comportavam, o

resultado foi o esperado, pois com o aumento da taxa de armadura a variação dentre as razões caiu para 5,5 %.

Com uma variação elevada entre as razões achou-se interessante realizar um aumento no carregamento do modelo ACI 2450, o qual possui uma taxa de armadura baixa, para assim chegar mais próximo possível da razão entre as tensões do modelo NBR 2450. O resultado que se obteve foi de um aumento de 50 % no carregamento do edifício para que assim a diferença entre as normas caísse para 0,3 %. Concluindo assim que para taxas de armadura de flexão baixas o ACI 318:2019 nos conduz a uma inconfiabilidade quanto ao dimensionamento de estruturas.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se realizar uma análise semelhante à realizada neste trabalho, mas considerando pilares de borda e de canto. Além disso, pode-se realizar um estudo mais aprofundado na confiabilidade do ACI 318:2019 para baixas taxas de armadura.

REFERÊNCIAS

- ACI Committee 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-19)**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2019.
- ALBUQUERQUE, Elaine Jaricuna Pereira de. **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilares de Centro Retangulares**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2010.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**, Vol. 1 – 2 – 3 – 4, Dunas, Rio Grande, 2010.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento** – Rio de Janeiro, 2014.
- CARVALHO, Rodolfo A. et al. **Estudo da punção em lajes lisas com pilares interno**. São Paulo, IBRACON, 2019.
- CORDOVIL, Fábio A. B. **Lajes de Concreto Armado – Punção**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1997.
- EBERICK – ALTOQI. **Detalhamento Laje à Punção: Critérios de Detalhamento**. 2011.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building**. Bruxelas, 2004.
- FARIA, Jhonatan Willian Souza. **Dimensionamento à Punção de Lajes Lisas Apoiadas em Pilares de Seção Transversal Elíptica e Semi-Elíptica**. Dissertação (Mestrado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Engenharia Civil, Ouro Preto, 2018.
- FERREIRA, Maurício de pina. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2010.
- FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto – solicitações tangenciais: problemas básicos de cisalhamento no concreto estrutural, problemas gerais de dimensionamento**. São Paulo, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1984.
- LEDO, Mauricio Menéndez. **Análise Experimental à Punção de Lajes Lisas Tipo Bubbledeck com Pilar Interno**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade

de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2016.

LIMA, Juliana Soares. **Verificações da Punção e da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto:** Desenvolvimento e Aplicação de Recomendações Normativas. 2001. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido.** 2001. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

OLIVEIRA, Marcos Honorato. **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares.** Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2013.

PALHARES, Rodolfo de Azevedo. **Análise experimental da punção em lajes lisas de concreto armado com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento.** Tese de Mestrado. Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2018.

RABELLO, Fernando Toppan. **Análise Comparativa de Normas para a Punção em Lajes de Concreto Armado.** Dissertação (Pós Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

RABELLO, Fernando Toppan. **Estudo de Lajes Lisas de Concreto com Visão Integrada de Flexão e Punção.** Dissertação (Pós Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

SANTOS, Eduardo Veloso. **Punção em Lajes Lisas – Método de Cálculo, Prescrições Normativas.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília – DF, 2018.

SILVA, Gustavo Ribeiro da. **Análise da Confiabilidade da Ligação Laje-Pilar Interno Sob Punção de Acordo com a NBR-6118:2014.** Dissertação (Pós Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SILVA, Gustavo Ribeiro da. **Confiabilidade Estrutural de Lajes Lisas: Estado Limite Último à Punção.** Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.

TASSINARI, L., *Asymmetric punching of R/C slabs with shear reinforcement (in French : Poinçonnement asymétrique des dalles en béton armé avec armature de poinçonnement)*, Thèse EPFL No. 5030, Lausanne, Switzerland, 2011.

TQS INFORMÁTICA LTDA. **Dominando os sistemas CAD/TQS: Manual III – Análise Estrutural.** São Paulo: TQS, 2013.

TRAUTWEIN, Leandro Mouta. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica.** Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.