UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA MESTRADO PROFISSIONAL

FRANCINE CENSI VERGANI

TRILHA DE APRENDIZAGEM: EXPLORANDO, (CON)VIVENDO, (RE)CONHECENDO E APRENDENDO GEOMETRIA

FRANCINE CENSI VERGANI

TRILHA DE APRENDIZAGEM: EXPLORANDO, (CON)VIVENDO, (RE)CONHECENDO E APRENDENDO GEOMETRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação do Professor José Arthur Martins, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) Universidade de Caxias do Sul Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

V493t Vergani, Francine Censi

Trilha de aprendizagem [recurso eletrônico] : explorando, (con)vivendo, (re)conhecendo e aprendendo geometria / Francine Censi Vergani. – 2023. Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2023.

Orientação: José Arthur Martins. Modo de acesso: World Wide Web Disponível em: https://repositorio.ucs.br

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino fundamental). 3. Aprendizagem. 4. Geometria. 5. Prática de ensino. I. Martins, José Arthur, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 37.016:51

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o) Ana Guimarães Pereira - CRB 10/1460

FRANCINE CENSI VERGANI

TRILHA DE APRENDIZAGEM: EXPLORANDO, (CON)VIVENDO, (RE)CONHECENDO E APRENDENDO GEOMETRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação do Professor José Arthur Martins, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em: 01 de agosto de 2023.

Banca Examinadora

Professor Dr. Antônio Vanderlei dos Santos Universidade Regional Integrada - URI

Professor Dr. Odilon Giovannini Júnior Universidade de Caxias do Sul - UCS

AGRADECIMENTOS

Ter suporte e apoio para percorrer não só esta, mas toda a trajetória de vida, torna-me infinitamente grata à família, em especial, à minha mãe Maria, e ao meu pai Jaudir, que mesmo não estando mais presente de forma física, me deu condições para estar aqui e tornar esse sonho realidade. Ao meu amado esposo Rodrigo, por todo o carinho e por saber fixar os meus pés no chão, quando eles estavam perdendo o equilíbrio em meio a tantos textos, atividades e compromissos. Ao meu parceirinho, meu filho Enrico, por todas as cartinhas e abraços apertados nos intermináveis dias de estudo, e à minha sogra Marli. Vocês formam a base sólida para que eu possa construir e realizar os meus sonhos.

Ainda, sou muito grata aos meus colegas de curso, pela amizade e pelas valiosas trocas. Ao meu orientador, professor orientador José Arthur Martins, pela paciência, por ter me acompanhado constantemente e, principalmente, por confiar e acreditar no potencial desta pesquisa.

Estendo o agradecimento a todos os professores do Programa que foram fantásticos nas suas aulas (e para além delas), compartilhando seus conhecimentos e saberes, mas também suas amizades.

Também agradeço à minha amiga Denise, por suas ideias maravilhosas, e à Professora Mônica Scotti, por confiar em mim e incentivar o meu trabalho.

Ainda, há tanta gente para agradecer, mas certamente esqueceria muitos nomes. De modo genérico, registro também minha gratidão a todos os meus amigos, aos professores que fizeram parte da minha jornada escolar e acadêmica, desde a Pré-Escola até aqui; incluindo nesse agradecimento todos os estudantes dos quais eu fui professora, pois eles também contribuíram para que eu me tornasse a professora que sou hoje.

E, por fim, gratidão por todas as oportunidades que surgiram e continuam surgindo na minha vida, bem como por todo o apoio que recebi e recebo das pessoas queridas e próximas, as quais eu escolhi ter por perto.

Muito obrigada!

"O que é especialmente humano no amor, não é o amor, mas o que fazemos no amor enquanto humanos."

Maturana, 1997

RESUMO

O planejamento e a aplicação de Trilhas de Aprendizagem sobre Geometria em uma turma de nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da Rede Municipal de Caxias do Sul no segundo semestre de 2022, após dois anos de pandemia, período no qual os estudantes tiveram aulas na modalidade semipresencial, buscaram ampliar as possibilidades de desenvolver o raciocínio matemático através de metodologias alternativas. As atividades basearam-se no uso de games e aplicativos e mostraram ser boas opções para a construção do conhecimento, integrando autonomia, motivação e saberes específicos.

Palavras-chave: Trilha de Aprendizagem. Ensino de Matemática. Geometria. Metodologias.

ABSTRACT

Planning and applying Learning Trails on Geometry, in a ninth grade class of Elementary School of a public city school in Caxias do Sul, in the second semester of 2022, after two years of the pandemic, period in which students had semipresential classes, aimed to amplify the possibilities of developing mathematical reasoning through alternative methodologies. The activities were based on the use of games and applications and proved to be good options to the construction of knowledge, integrating autonomy, motivation and specific contents.

Keywords: Learning Trails. Mathematics teaching. Geometry. Methodologies.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplos de progressos para elaboração de uma Trilha de Aprendizagem	39
Figura 2 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: concepções prévias	44
Figura 3 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Plano Cartesiano	47
Figura 4 - Recado para instigar e desejar estar na aula	48
Figura 5 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Perímetro e Área	49
Figura 6 - Recado para instigar os estudantes a comparecer na aula	50
Figura 7 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Ângulos	52
Figura 8 - Compilação das respostas sobre a definição de ângulos em uma palavra	53
Figura 9 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Triângulos	54
Figura 10 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Quadriláteros	55
Figura 11 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Circunferência	57
Figura 12 - Foto do Game/início criado como Produto Educacional desta pesquisa	61
Figura 13 - Foto do Game/final criado como Produto Educacional desta pesquisa	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Desenhos dos estudantes2	14
Quadro 2 - Conversação com a estudante A sobre os conceitos matemáticos que emergiram do seu desenho	45
Quadro 3 - Registros fotográficos da Trilha de Aprendizagem do Plano Cartesiano	18
Quadro 4 - Relatos de 2 estudantes sobre os conceitos matemáticos que emergiram durante o BINGO	
Quadro 5 - Relatos de estudantes sobre os conceitos matemáticos que emergiram durante as atividade envolvendo área e perímetro	
Quadro 6 - Registros fotográficos	52
Quadro 7 - Registros fotográficos da Trilha de Aprendizagem dos Triângulos5	54
Quadro 8 - Trecho da conversação sobre os conceitos matemáticos que emergiram durante as atividades envolvendo os quadriláteros	56
Quadro 9 - Trecho da conversação sobre as apresentações elucidadas neste trabalho	56
Quadro 10 - Registros fotográficos da Trilha de Aprendizagem envolvendo a Circunferência	58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC Alfabetização Científica

ACT Alfabetização Científica e Tecnológica

BNCC Base Nacional Comum Curricular

CETEC Centro Tecnológico Universidade de Caxias do Sul

DCN Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica

DOCCX Documento Orientador Curricular para a Educação Infantil e Ensino

Fundamental de Caxias do Sul

IFRS Instituto Federal do Rio Grande do Sul

LDB Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

PCN Parâmetros Curriculares Nacionais

PNE Plano Nacional de Educação PPP Projeto político-pedagógico

PPGECiMa Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

RS Rio Grande do Sul

SAERS Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul

SAEB Sistema de Avaliação da Educação Básica

SMED Secretaria Municipal da Educação

UCS Universidade de Caxias do Sul

SUMÁRIO

1 MEMÓRIAS E EXPERIÊNCIAS DO MEU CONSTITUIR COMO PROFESSORA	12
1.1 A GRANDE COLCHA DE RETALHOS	12
1.2 PROBLEMA DE PESQUISA	13
1.3 JUSTIFICATIVA PARA ESCOLHA DO TEMA DE PESQUISA	14
2 COMPREENDENDO A REALIDADE EDUCACIONAL NAS ESCOLAS	16
2.1 A BUSCA POR AMBIENTES EDUCATIVOS QUE FAVOREÇAM A APRENDIZAGEM \ldots	16
2.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.3 A AMOROSIDADE NO ATO DE EDUCAR	22
2.4 QUANDO O ESTUDANTE NÃO GOSTA DE MATEMÁTICA, SERÁ?	24
2.4.1 Quando os estudantes não aprendem, será?	25
2.4.2 Competição não rima com aprendizagem: cooperação, sim!	26
2.4.3 A escuta amorosa no processo de aprendizagem	26
3 CONTEXTUALIZANDO OS MOVIMENTOS DE CONVIVÊNCIA NA CONSTITUIÇÃO) DA
APRENDIZAGEM	28
3.1 DESCRIÇÃO DO CONTEXTO	28
3.2 A ORGANIZAÇÃO CURRICULAR DA ESCOLA	
3.3 A CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA	32
3.3.1 Instrumentos de coleta de dados	33
3.3.2 Técnicas de análise de dados	34
3.4 PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DAS TRILHAS DE APRENDIZAGEM	34
4TRILHAS DE APRENDIZAGEM: UMA CONCEPÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA	35
4.1 A POTÊNCIA DE UM PLANEJAMENTO CONSCIENTE NA APRENDIZAGEM	35
4.2 TRILHAS DE APRENDIZAGEM E AS SUAS VANTAGENS	37
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
5.1 CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DE EXPLORAÇÕES CON	
RÉGUA	43
5.2 BRINCAR DE BINGO, DURANTE A AULA?	
5.3 MOVIMENTO DE APROFUNDAR A ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRIO	CAS
PLANAS	49
5.4 E OS ÂNGULOS QUE ESTÃO ESPALHADOS NA NOSSA ESCOLA?	51
5.5 TRIÂNGULOS	53
5.6 QUADRILÁTEROS	55
5.7 CIRCUNFERÊNCIA	57
6 O PRODUTO EDUCACIONAL	60

6.1	GAME	PEDAGÓGICO:	EXPLORANDO,	(CON)VIVENDO,	(RE)CONHECENDO	E
APR	ENDEND	OO GEOMETRIA				. 60
CON	NSIDERA	ÇÕES FINAIS	•••••	•••••	••••••	. 64
REF	ERÊNCI	(AS	•••••	•••••	•••••	. 66
APÊ	NDICE A	A – TERMO DE CO	ONSENTIMENTO	DE LIVRE ESCLAI	RECIDO ENVIADO A	OS
RES	PONSÁV	EIS DOS ESTUD	ANTES	•••••	•••••	. 70
APÊ	NDICE I	B – IMAGENS DO	PRODUTO EDUC	CACIONAL – WEBS	SITE	. 72
•••••	•••••			•••••		. 72

1 MEMÓRIAS E EXPERIÊNCIAS DO MEU CONSTITUIR COMO PROFESSORA

1.1 A GRANDE COLCHA DE RETALHOS

Conforme Freire (1991, p. 58), "ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira, às quatro da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática". O caminho percorrido durante esta pesquisa será apresentado como uma grande colcha de retalhos. Afinal, uma história de vida é como uma colcha de retalhos: separadas, as partes não têm muita importância; porém, quando as juntamos, percebemos, com maior clareza, o quanto o todo é significativo e como esse todo tem relação com as partes e vice-versa. É assim que gostaria de simbolizar como fui me constituindo como ser humano e professora: uma junção de experiências profissionais e pessoais que influenciaram, profundamente, a minha maneira de ver e entender a educação e também a minha forma de ser e estar no mundo.

Durante a minha infância, tive a oportunidade de experienciar muitas situações no comércio da minha família. Todas significativas, guardadas na minha memória e necessárias para o meu crescimento pessoal, espiritual, emocional, cognitivo e profissional.

Meus pais sempre incentivaram o estudo; porém, por questões pessoais, sempre trabalhei no comércio da família. Iniciei a minha vida acadêmica logo após concluir o Ensino Médio. A opção por cursar Licenciatura Plena em Matemática deve-se ao fato de sempre ter gostado de estar em contato com os números, o que me levou a querer conhecê-los melhor.

Recordo-me de acompanhar meus pais no trabalho e de aprender diariamente sobre os valores das mercadorias e de como deveríamos proceder para devolver o troco para os clientes. Apesar de pouca escolaridade, meus pais utilizavam cálculos mentais inacreditáveis. Meu pai (*In Memorian*) realizava desenhos geométricos sem utilizar régua e ficavam perfeitos. Sobretudo, meus pais ensinaram-me sobre a acolhida e o respeito ao público em geral.

Após concluir a Licenciatura em Matemática com Habilitação em Física, resolvi aceitar o desafio de atuar como professora, ministrando aulas de Física para o Ensino Médio na rede pública de Caxias do Sul. Em seguida, fui convidada para uma nova experiência, na rede privada, ministrando aulas de Robótica para o Ensino Fundamental. Aí o coração bateu mais forte e o amor pela educação aconteceu! Um desafio novo, que me possibilitou vivenciar múltiplas experiências.

Alguns anos depois, mais precisamente no ano de 2020, lecionando na Rede Municipal de Ensino de Caxias do Sul, fui convidada para ser Professora Preceptora do Instituto Federal

de Caxias do Sul (IFRS) e, junto com os bolsistas do projeto "Residência Pedagógica", implementamos o "Clube da Matemática". Esse projeto educativo tinha como principal objetivo a aplicação prática dos conceitos matemáticos relacionados à geometria.

Assim como Maturana (2002, p. 84), também acredito que "[...] a tarefa democrática é gerar um conversar no qual o limite da aceitação seja tão amplo que nos envolva a todos num projeto comum, como um desejo básico de convivência que é nosso âmbito de liberdade e nossa referência para nosso agir com responsabilidade social".

À medida que vivo a experiência da docência, também amplio as minhas percepções sobre o que é ser professor(a), tendo como inspiração o amor pelos estudantes e pela educação, bem como os conhecimentos construídos na universidade e nos momentos de formação continuada e de troca de experiências com meus colegas docentes à luz de referenciais.

Acredito na capacidade dos estudantes, cujos caminhos de aprendizagem eu quero apoiar. Eu acredito em suas histórias de vida e, para isso, eu preciso conhecê-las, e eu acredito em seus interesses e em suas ideias. Acreditar significa um certo jeito de ver, ver dando suporte.

Essas experiências me fizeram ressignificar, mais uma vez, a beleza e a importância do ato de educar, ajudando-me a ver sentido nos processos de ensinar e aprender. Assim, posso perceber, entre outras coisas, que o conhecimento emerge com mais facilidade se for possível integrar o todo/parte, o sujeito/objeto, a objetividade/subjetividade. Compreendi que a aprendizagem é um fenômeno mais complexo do que a simples transmissão do saber, pois implica numa "transformação em convivência" (Maturana; Dávila, 2015).

1.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Com a intenção de propor o ensino autônomo, dialógico e em constante crescimento, contribuindo para a melhoria no cenário atual sobre o que diz respeito ao ensino de Geometria, o problema de pesquisa apresenta-se a partir do questionamento: "De que forma a utilização das Trilhas de Aprendizagem em Geometria pode auxiliar os professores de Matemática e promover a aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental?"

Em um modelo educacional, no qual os estudantes devem ser ativos no processo de aprendizagem, surge a necessidade de desenvolver metodologias e projetos que deem conta de associar os conceitos e conteúdos disciplinares às questões práticas e, ainda, que interrelacionem os conhecimentos das diversas áreas em uma aplicação desse conjunto de informações, de maneira significativa na vida e no cotidiano.

Ao desenvolver uma Trilha de Aprendizagem, que consiste em um conjunto sistemático e contínuo de atividades criativas elaboradas para desenvolver habilidades e competências por meio da flexibilidade, experiência e diversidade de estímulos, visando a aprendizagem da Geometria, rompe-se com a formatação do ensino tradicional, pois envolve a proposta: **Explorar**, (**Con**)viver, (**Re**)conhecer e **Aprender Geometria**.

Considerando que ninguém é mais interessado do que nós, professores/orientadores, em termos em mãos metodologias que levem ao sucesso do estudante, a presente pesquisa está dentro da linha "Fundamentos e Estratégias Educacionais no Ensino de Ciências e Matemática", proposta no Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Matemática (PPGECiMa), da Universidade de Caxias do Sul (UCS) e tem por objetivo geral: Promover a aprendizagem de Geometria dos estudantes do Ensino Fundamental por meio da utilização de Trilhas de Aprendizagem contribuindo para aprimoramento da prática pedagógica.

A fim de lograr êxito quanto ao objetivo exposto, elencam-se os seguintes objetivos específicos:

- Produzir estratégias de ensino, por meio de Trilhas de Aprendizagem, para o desenvolvimento de competências englobando conteúdo teórico, habilidades e atitudes.
 - Identificar como se dá o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes.
 - Interligar os conceitos envolvendo Geometria às práticas cotidianas dos estudantes.
- Avaliar o percurso desenvolvido na Trilha, através de processos formativos, bem como os resultados obtidos ao percorrê-la.
- Buscar evidências do desenvolvimento de autonomia, domínio, comunicação e convivência.
- Desenvolver, como produto educacional, um game/e-book capaz de entusiasmar, divertir e desenvolver aprendizagens de Geometria nos estudantes do Ensino Fundamental.

1.3 JUSTIFICATIVA PARA ESCOLHA DO TEMA DE PESQUISA

A escola:

- É um ambiente de vida e, ao mesmo tempo, um instrumento de acesso do sujeito à cidadania, à criatividade e à autonomia.
 - Não possui fim em si mesma.
- Possui organização curricular, pedagógica e dialética, devendo considerar a pluralidade de vozes, de concepções, de experiências, de ritmos, de culturas, de interesses.
 - Deve conter, em si, a expressão da convivência humana.

- Deve ser, por sua natureza e função, uma instituição interdisciplinar.

Desta maneira, como justificativa para essa proposta de pesquisa do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, apresentam-se as dificuldades de aprendizagem em Matemática, no Ensino Fundamental II, relacionadas à Geometria e às suas aplicações no dia a dia dos estudantes.

Apesar de que ainda há muitas coisas que se desconhecem sobre a aprendizagem, considera-se sabido que o conhecimento prévio do indivíduo influencia na aquisição de um novo conhecimento. Parte da tarefa do professor é ajudar o estudante na busca da sua autonomia, no gerenciamento das informações para a aprendizagem significativa.

Abaixo, alguns exemplos que relacionam a Geometria com as práticas cotidianas dos estudantes:

- A natureza é repleta de padrões. Ao observar as formas da Lua, do Sol, de diversos frutos, das pétalas das flores, da colmeia das abelhas, bem como da teia de aranha, o homem foi percebendo figuras parecidas. Também, ao construir objetos e fazer ornamentos, foi reconhecendo e comparando formas e tamanhos.
- De acordo com Gerdes (2007), desde os tempos mais antigos, os seres humanos, na África, têm criado e desenvolvido ideias matemáticas. Há desenhos geométricos feitos há mais de 90 mil anos, na África do Sul.
- De modo semelhante, Boyer (1974) diz que os desenhos e figuras do homem neolítico sugerem uma preocupação com relações espaciais, que abriram caminho para a Geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência.

Entre estes, outros exemplos serão apresentados na sequência do trabalho, de maneira a justificar a importância do estudo da Matemática.

As alternativas propostas pela pesquisa que foi realizada não objetivam resolver o problema definitivamente, mas sim apresentar propostas para minimizar os efeitos, reduzindo a evasão escolar, diminuindo a reprovação e aumentando o interesse dos estudantes pela Matemática e as suas ramificações.

2 COMPREENDENDO A REALIDADE EDUCACIONAL NAS ESCOLAS

2.1 A BUSCA POR AMBIENTES EDUCATIVOS QUE FAVOREÇAM A APRENDIZAGEM

Entender a Matemática como um conhecimento rígido, monótono, engessado, pronto e acabado se constitui como um enorme equívoco; entretanto, esse entendimento ainda está presente na escola do século XXI. A comprovação desse fato, infelizmente, é simples: basta ingressar numa sala de aula da educação básica e questionar os estudantes sobre a visão que eles têm a respeito do conhecimento matemático, e a constatação poderá ser feita instantaneamente.

A busca por ambientes educativos coerentes com as necessidades de uma sociedade globalizada e tecnológica, permeada por incertezas, irregularidades e multiplicidade de formas de ser e de viver no mundo, tem me desafiado a querer conhecer e vivenciar diferentes maneiras de entender e perceber o fenômeno educativo. Mais do que isso: encontrar formas que favoreçam não só o desenvolvimento da inteligência humana, mas também que desenvolvam hábitos, valores e atitudes que incentivem a conversação, o acolhimento, a abertura ao novo e ao inusitado, além do "respeito e aceitação do outro como legítimo outro em convivência" (Maturana, 2002, p. 22). "Nas condições de verdadeira aprendizagem, os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador igualmente sujeito do processo" (Freire, 1996, p. 26).

Maturana (2001, p. 24) propõe uma ruptura paradigmática e epistemológica com relação às práticas pedagógicas convencionais, enfatizando que:

[...] o modo tradicional de abordar o ato cognitivo tem a ver com a indicação de algo externo. Esse modo tradicional tem que ser totalmente questionado: é preciso procurar um espaço explicativo distinto, porque esse modo tradicional não se pode sustentar. E não pode se sustentar, simplesmente porque não funciona.

Diante disso, inferimos que a Biologia do Conhecer é uma teoria que fornece alternativas metodológicas para criação de espaços de convivência, onde a aprendizagem surge como consequência do conviver, em ambientes em que tanto os professores quanto os estudantes possam agir e se perceberem como "parceiros de aprendizagem". Ou seja, o ensinar e o aprender, relacionados ao conhecer, vão acontecendo numa emergência, vão surgindo do processo, da dinâmica vivida, podendo desencadear modificações estruturais nos organismos, através do acoplamento e da convivência, por meio da diversidade de atividades envolvidas.

Sabe-se que, muitas vezes, os professores e a escola não estão preparados ou não possuem conhecimento para despertar esse processo nos estudantes. O educador, na concepção tradicional de educação, age na forma de transmitir saberes, como se isso fosse possível. O professor deve ser sempre estudante, ensinando e aprendendo um sujeito dialógico em constante crescimento e aprendizado com as diferenças. É deste modo que a amorosidade é importante no processo educativo e não autoritário, assim fica mais fácil para os estudantes despertarem para o mundo, descobrindo sua verdadeira vocação.

Um professor que não leva a sério sua prática docente, que, por isso mesmo, não estuda e ensina mal o que mal sabe, que não luta para que disponha de condições materiais indispensáveis à sua prática docente, se proíbe de concorrer para a formação da imprescindível disciplina intelectual dos estudantes. Se anula, pois, como professor (Freire, 2003, p. 29).

A instituição escolar, porém, tem um papel fundamental na formação dos cidadãos e cumpre com obrigações legais na garantia de direitos e na inserção das pessoas na sociedade. Para Freire (1967), a escola, muitas vezes, é a responsável pela ascensão e libertação dos sujeitos, fazendo-os intervir e modificar sua realidade de forma positiva. Nesse sentido, a escola tem o poder de oferecer ferramentas para que os estudantes estabeleçam relações significativas entre os conteúdos científicos e suas vivências cotidianas.

A minha experiência como professora de matemática do Ensino Fundamental II e os relatos que ouço dos meus colegas indicam que está cada vez está mais difícil motivar os estudantes do Ensino Fundamental II a estudar, principalmente na disciplina de Matemática. A divulgação dos resultados dos exames regionais e nacionais para a avaliação do Ensino Fundamental, como o SAERS (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul) e o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), por exemplo, expressam os baixos índices de desempenho dos estudantes, confirmando o cenário difícil em que a educação se encontra atualmente.

Para Lorenzato (2006), o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos estudantes. Desta forma, compreende-se também o papel do professor, importante para a compreensão de múltiplas determinações da realidade social, na mediação entre o estudante e o conhecimento, na organização dos saberes científicos, dos objetivos e da metodologia.

O professor é um agente de transformação no processo de ensino-aprendizagem e cabe a ele inovar nas suas práticas pedagógicas, a fim de levar os estudantes a construírem o seu conhecimento. Dessa forma, torna-se evidente a necessidade de se confrontar os estudantes com situações nas quais eles precisem conectar conceitos, ferramentas, limites, estratégias, práticas... Ou, possivelmente, não terão razões para aprender!

Esse cenário preocupante completa-se com os questionamentos que recebo em minha prática docente, tais como: "Por que eu preciso aprender ângulos?", "Onde eu vou usar?", "Pra que aprender Geometria?", "Física e Educação Física são iguais?", "Afinal, qual é o papel da escola na minha vida?", entre outros.

Esses questionamentos, quase diários, indicam que existe um distanciamento entre o que se aprende na escola e as reais necessidades da vida. Isso também parece contribuir para que os estudantes pensem que Ciência não se aplica ao dia a dia, sendo exclusividade da vida acadêmica.

Acredito que a aprendizagem precisa conectar a teoria com o cotidiano dos estudantes, pois dessa maneira ela será significativa e útil. Logo, propostas de metodologias alternativas, que estimulam os estudantes, quebram o paradigma do ensino pautado em conceitos memorizados.

Inovar no aprender e no ensinar não é apenas uma necessidade, é uma imposição do momento histórico educacional. É necessário agir de modo a melhorar o ensino atual e colaborar com a formação de professores, criando momentos e espaços de amorosidade na aprendizagem. A elaboração de modelos interdisciplinares para representar as situações cotidianas pode ser uma solução para os problemas encontrados no ensino, despertando o interesse dos estudantes (Fourez, 1997a).

Nesse sentido, uma proposta didática interdisciplinar pode contribuir para a construção do conhecimento que será realizada pelo estudante, pois foge da sistemática formativa das disciplinas curriculares isoladas e promove uma nova proposta educativa, aliando e entrelaçando as práticas pedagógicas aos pressupostos teóricos necessários para uma formação mais preocupada e consciente, fortalecendo ecossistemas comunicativos. Ivani Fazenda (2006, p. 11) afirma que:

No século XXI e no contexto da internacionalização caracterizada por uma intensa troca de homens, a **interdisciplinaridade** assume um papel de grande importância. Além do desenvolvimento de novos saberes, a interdisciplinaridade na educação favorece novas formas de aproximação à realidade social e novas leituras das dimensões socioculturais das comunidades humanas.

Sabemos que a matemática está presente no nosso dia a dia em uma infinidade de situações. Muitas vezes, entretanto, ela é trabalhada na sala de aula como se estivesse à parte

da realidade, e os estudantes não percebem sua aplicabilidade no cotidiano. Noções de geometria, por exemplo, são fundamentais na nossa vida, pois aparecem nas atividades humanas e estão presentes no dia a dia das pessoas e da natureza, através de curvas, formas e relações geométricas. Entretanto, estas noções de geometria, trabalhadas de maneira tradicional, resumem-se à aplicação de fórmulas para cálculos de figuras descontextualizadas da realidade do estudante.

Lorenzato (1995, p. 25) destaca:

As espirais, por exemplo, podem ser encontradas em caramujos, botões de flor, girassóis, margaridas, presas de elefante, chifres, unhas, abacaxis, frutos do pinheiro. Também encontramos muitas outras formas geométricas nos cristais, favos e flores, além de inúmeros exemplos de simetria.

Então, o estudo da Geometria, envolvendo as suas aplicabilidades no cotidiano, desenvolve habilidades de percepção espacial. Fürkotter e Morelatti (2009, p. 29) apontam que "é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno".

Nesse contexto, ao desenvolver uma Trilha de Aprendizagem no Ensino de Matemática, envolvendo conceitos relacionados à Geometria aplicada no cotidiano do estudante, é possível desenvolver habilidades e competências que aumentam a capacidade dos estudantes de se tornarem mais questionadores, investigadores, agentes no processo de ensino/aprendizagem, que saibam trabalhar em equipe, compreendendo o mundo que os cerca e resolvendo problemas do seu cotidiano/realidade.

Assim, o estudante precisa ser estimulado a aprender. E, neste trabalho, será apresentada uma metodologia de aprendizagem: "Trilhas de Aprendizagem: Explorando, (Con)vivendo, (Re)conhecendo e Aprendendo Matemática", pela qual o estudante é o protagonista do seu desenvolvimento, das suas relações entre o mundo real e o que é ministrado em sala de aula, desenvolvendo inúmeras habilidades.

2.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A opção por tomar a Biologia do Conhecer como referencial teórico, deve-se ao fato de que essa teoria considera que o conhecimento aflora da relação dinâmica estabelecida entre o ser vivo e seu nicho-ecológico (Maturana; Dávila, 2015), através de um movimento contínuo de mudanças estruturais que poderão ser desencadeadas ou não, como resultado da convivência.

Logo, ela transpõe a ideia de que a aprendizagem é algo que acontece só porque o(a) professor(a) transmitiu/explicou determinado conteúdo ou realizou certa atividade, propondo o rompimento da visão tradicional e "assistencialista" do ensino, em que, para aprender, alguém precisa ensinar. Dito de outra forma, esse arcabouço teórico propõe uma ruptura paradigmática e epistemológica com relação às práticas pedagógicas convencionais.

O desejo em utilizar a Biologia do Conhecer como referencial teórico deve-se, principalmente, ao fato de confiar que essa teoria oferece conceitos que podem auxiliar a repensar e propor alternativas de renovação para os processos de ensinar e aprender matemática. Acredito ser importante esclarecer que o objetivo não é fazer um estudo sobre a teoria desenvolvida por Humberto Maturana e Francisco Varela, mas tomar alguns dos conceitos fundantes desses teóricos, com o intuito de ressignificar a aprendizagem matemática. Para isso, os eventos que foram se sucedendo ao longo dessa experiência de convivência foram observados e ressignificados pela teoria apenas quando era necessário entender melhor o fenômeno manifestado.

O aprendizado de Geometria envolve conhecimentos e habilidades aritméticas e algébricas, que permitem a aplicação de conceitos do cotidiano. Sendo assim, a aprendizagem de Geometria requer uma atenção diferenciada de professores e estudantes para se tornar efetiva.

O conhecimento é construído na interação, na que significa dizer que o sujeito aprimora a sua capacidade de conhecer, ao mesmo tempo em que produz o próprio conhecimento (Piaget, 1978).

Assim, o ato de aprender distingue a aprendizagem como ativa e significativa, que, segundo Ausubel (2003), produz um novo conhecimento ancorado na estrutura de conhecimentos já adquiridos e que resulta de um processo no qual o professor cria condições para o estudante interagir. Da mesma forma, conforme Moares (2007), os conceitos nunca estão prontos, pois sempre podem ser enriquecidos e complexificados. Entende-se que conhecimentos novos são aprendidos por reconstrução constante daqueles já anteriormente construídos; ou seja, para aprender algo novo é preciso interagir com algo já conhecido e transformá-lo, tornando-o mais complexo e amplo.

Ensinar deve ser, então, planejar ambientes que favoreçam essas ações cognitivas, propiciadas por meio de atividades, orientações e intervenções pedagógicas, que auxiliem o estudante a realizar suas tarefas e aprender com elas, e a elaborar ideias próprias e modificá-las à medida que amplia o seu conhecimento (Sauer; Lima; Soares, 2008).

As Trilhas de Aprendizagens promovem interação entre os estudantes, através da conversação e da cooperação, com o sentido de atuar, operar com o outro, compartilhando ideias, significados e conhecimentos, seus e do outro, modificando ambos. Um processo de interação e cooperação traz consigo o diálogo, que valoriza todos os tipos de saberes e também o saber do outro.

Pais (2006) e Moraes (2007) destacam a importância do diálogo e da articulação para que exista interação e troca de conhecimentos na sala de aula. As Trilhas de Aprendizagens proporcionam a criação de vários ambientes favoráveis para que o estudante discuta, confronte e defenda ideias e argumente, com base em saberes e na teoria, ampliando e reconstruindo conhecimentos prévios e novos.

Aprender Geometria, através das Trilhas de Aprendizagens é, então, dialogar, interagir, questionar, problematizar e experienciar novas tecnologias para possibilitar a superação de dificuldades.

Assim, é um processo que envolve diferentes linguagens. Em Matemática, a linguagem escrita e falada, com reconhecimento e uso adequado da simbologia matemática, acrescenta conhecimentos novos aos já desenvolvidos, unindo-os na construção de novos conceitos.

Ao processo de ensino e aprendizagem, junta-se a avaliação, que o integra e complementa, fornecendo um diagnóstico que permite repensar e reformular métodos, procedimentos e estratégias de aprendizagem.

Ao compreender e considerar a avaliação como processo de compreensão dos avanços, dos limites e das dificuldades, além da aferição de notas de desempenho, professor e estudantes estão implicados, e a concepção é, então, de uma avaliação mediadora, que, para Hoffmann (1996, p. 121), "[...] significa ação provocativa do professor, desafiando o educando a refletir sobre as noções estudadas e situações vividas, a formular e reformular seus próprios conceitos, encaminhando-se gradativamente ao saber científico e a novas descobertas".

Ao se contar com a participação dos estudantes, aproxima-se o sentido do que Fernandes (2009) designa por avaliação formativa alternativa, que é mais interativa, considera a realidade do professor e a dos estudantes e tem como propósito regular e melhorar as aprendizagens. Sendo mais participativa e mais transparente, pressupõe a avaliação como processo formativo, de responsabilidade mútua entre professor e estudantes.

Planejar, estudar para isso, e propor a avaliação que considera a participação responsável dos estudantes é, conforme Perrenoud (1999), querer envolver os estudantes, favorecendo a avaliação mútua das suas competências. Nisso está considerada a análise participativa das produções e dos registros dos estudantes, que permite intervir imediatamente

na realidade observada, proporcionando valorizar a colaboração entre os pares, as estratégias utilizadas pelos estudantes e o aprimoramento das aprendizagens.

O lúdico incorpora as Trilhas de Aprendizagens como recurso pedagógico que tem o poder de melhorar a autoestima dos estudantes e promover um ambiente descontraído e envolvente, servindo como estímulo para a interação, pois gera interesse e prazer em relacionarse com os colegas. Libertos de uma situação mais formal de aprendizagem, e contando com o apoio dos colegas, todos se sentem mais à vontade para discutir, dizer que não sabem e o que não sabem, para pedir e dar palpites, sugestões e ideias. Ao promover estratégias pedagógicas com tais possibilidades, potencializa-se a aprendizagem. E, melhor, abre-se a oportunidade de que amanhã consiga fazer sozinho aquilo que hoje é capaz de fazer em cooperação.

São esses os principais fundamentos que dão suporte à estratégia proposta que envolve as Trilhas de Aprendizagens. Espera-se que sejam identificados na leitura da sua descrição, no que segue. Procurou-se por argumentos que sustentem esta estratégia de aprendizagem, destacando que é importante aprender a conviver e cooperar, compartilhando conhecimentos e empenhando-se no desenvolvimento individual, de cada colega e todo o grupo da classe. É nesse aprendizado que se constroem conhecimentos, condutas e competências para conviver profissional e socialmente, e para evoluir no contexto amplo do desenvolvimento pessoal.

Por essas razões, apresentam-se as Trilhas de Aprendizagem como estratégia significativa de aprendizagem.

2.3 A AMOROSIDADE NO ATO DE EDUCAR

Compreende-se que para educar é preciso reconhecer o outro como sujeito e não objeto. É necessário admitir que não se sabe tudo e, que quando não se sabe, há ali uma oportunidade de aprender. Nas palavras de Paulo Freire, a "educação é um ato de amor", onde homens e mulheres reconhecem-se como seres inacabados e, portanto, passíveis de aprender, sendo que "não há diálogo [...] se não há um profundo amor ao mundo e aos homens. Não é possível a pronúncia do mundo, que é um ato de criação e recriação, se não há amor que o funda [...]. Sendo fundamento do diálogo, o amor é, também, diálogo" (Ferire, 1987, p. 79-80).

No decorrer deste texto, infere-se a proposição de que o professor não precisa abrir mão da rigorosidade para ter amorosidade.

Segundo Maturana (2001, p. 24):

[...] o modo tradicional de abordar o ato cognitivo tem a ver com a indicação de algo externo. Esse modo tradicional tem que ser totalmente questionado: é preciso procurar um espaço explicativo distinto, porque esse modo tradicional não se pode sustentar. E não pode se sustentar, simplesmente porque não funciona.

O que é um espaço ou uma situação educativa de fato? É um momento no qual existe amor. O amor na situação educativa é revestido de curiosidade, apreciação e por um sentimento de investigação, aventura e convivência. A educadora ou o educador devem atuar potencializando a curiosidade de quem aprende, seja por meio de um estímulo à sua autonomia, seja por meio de convites. Um convite é uma experiência de aprendizagem ofertada aos estudantes num ambiente educativo que, por ser convite e não obrigação, nasce e morre com a possibilidade de ser recusado. Não só quem educa pode fazer convites, quem aprende também. A estrutura deve ser deliberadamente para que todos possam compartilhar o que sabem com quem quer saber. Ou então convidar outras pessoas para que possam se juntar a elas numa investigação coletiva. Ou, ainda, terem uma convivência juntas.

Quem educa, pode e deve criar essa estrutura libertária de aprendizagem e zelar por ela. A educadora ou o educador são, portanto, guardiões de uma certa cultura de aprendizagem que impulsiona quem aprende na direção dos seus sonhos.

É nesta perspectiva que busco, nesta pesquisa, contribuir com o processo de aprendizagem em Matemática, através de uma ferramenta potente e inovadora, levando em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes, corroborando para a afirmação da sua liberdade e autonomia, através de processos autopoiéticos.

Paradoxalmente, mesmo com todo o imenso repertório de conhecimentos e de saberes, que possibilitaram a prática de uma docência baseada nas interações humanas (Tardif, 2005), ainda persistem na sociedade algumas práticas educativas que desconsideram algumas premissas básicas que envolvem o ato de aprender e de ensinar. Uma dessas premissas é a convivência/os relacionamentos. Para Maturana (1998), o processo de aprendizagem ocorre sempre que a atuação de qualquer organismo passa por variações perceptíveis por ele e/ou pelos envolvidos no processo ecológico relacional.

Assim, isso leva o estudante ao processo de aprendizagem, através da emoção, amorosidade e cuidado, e quase não percebemos que "todo sistema racional, tem um fundamento emocional" (Maturana, 1998, p. 15). O fato de o educador ou educadora necessitar assumir uma condição de ser racional não deve, nem pode anular, obscurecer ou secundarizar a condição de ser emocional.

Segundo Freire (1996, p. 11): "É na convivência amorosa com seus estudantes e na postura curiosa e aberta que assume e, ao mesmo tempo, provoca-os a se assumirem enquanto sujeitos sócio-histórico-culturais do ato de conhecer, é que ele pode falar do respeito à dignidade e autonomia do educando."

Assim, a amorosidade em Paulo Freire vai além das demonstrações de afeto e aproximação carinhosa. É tudo isso e muito mais: é cuidar do(a) outro(a) em plenitude; é compromisso com a justiça; a superação das opressões, com a liberdade que promove felicidade de povos e nações; é reafirmar o pacto pela vida!

Recorro a uma passagem mais longa de Maturana, no livro "Amar e brincar - fundamentos esquecidos do humano", para através de suas próprias palavras, melhor explicar a que me refiro ao destacar o emocionar-se como ponto de partida para uma relação de aprendizagem que tenha como princípio a possibilidade da amorosidade:

É a emoção a partir da qual se faz ou se recebe um certo fazer que o transforma numa outra ação, ou que o qualifica como um comportamento dessa ou daquela classe. Nós humanos existimos na linguagem, e todo o ser e todos os afazeres humanos ocorre, portanto, no conversar - resultado do entrelaçamento do emocionar com o linguajar. A existência humana faz com que qualquer ocupação humana aconteça como uma rede específica pelo emocionar, que por sua vez define as ações que nela se coordenam (Maturana, 2004, p. 98).

A partir desta proposição, uma relação de aprendizagem num espaço de amorosidade tem uma abertura muito grande para uma relação de aceitação.

Partindo da ideia de que somos todos e todas capazes de aprender (FREIRE, 1997) e, mais que isto, que estamos aprendendo alguma coisa o tempo todo na relação com alguém, desde que assim o desejamos, a citação a seguir de Maturana conversa com Freire através de uma simplicidade incontestável:

A tarefa da educação escolar é permitir e facilitar o crescimento das crianças como seres humanos que respeitam a si próprios e os outros com consciência social e ecológica, de modo que possam atuar com responsabilidade e liberdade na comunidade a que pertencem (Maturana, 2000, p. 13).

2.4 QUANDO O ESTUDANTE NÃO GOSTA DE MATEMÁTICA, SERÁ?

Humberto Maturana (1995) afirma que as crianças não nascem amando, muito menos odiando alguém em particular. Elas são ensinadas a isso. Aprendem tão bem que se transformam em adultos capazes de destruírem a si, ao outro e, como podemos perceber nos tempos contemporâneos, até mesmo o planeta.

Então, o que será que falta ou faltou no momento em que o estudante foi apresentado para a matemática?

Tenho algumas respostas que podem solucionar o questionamento acima. Porém, apenas quero acrescentar mais duas indagações a estas postas pelo autor:

- Qual é o primeiro grupo social organizado com o qual todo ser humano estabelece suas primeiras relações de conversação? Respondo: a família. É nela que as primeiras aprendizagens acontecem.
- Qual é o segundo grupo social que a criança conhece tão logo começa o processo educativo organizado? Respondo: a escola. É onde participará da educação infantil.

Maturana (2002) costuma dizer que uma criança que se desenvolve em situações ideiais, no respeito por si mesma e num ambiente de cooperação, acolhimento e amorosidade, será capaz de aprender qualquer coisa e adquirir todas as habilidades e competências que desejar quando adulta. Seu aprendizado será tão mais facilitado quanto mais de amor e de acolhimento for seu ambiente de coexistência.

Existem inúmeras dificuldades relacionadas à matemática, bem como alguns transtornos que se contrapõem ao desejo de aprendê-la. Ciente disso, Maturana (2002) não espera uma adesão instantânea e, muito menos, massiva a essas ideias.

Como forma de fazer justiça com o autor e com suas ideias que aqui estou trazendo, vou apenas apresentar algumas justificativas que ele apresenta para a resistência e dificuldade de aceitação como um princípio epistemológico para a construção do conhecimento.

2.4.1 Quando os estudantes não aprendem, será?

Partimos da ideia de que somos todos(as) capazes de aprender (Freire, 1997), e que estamos aprendendo alguma coisa o tempo todo na relação com alguém, desde que assim o desejamos.

Ainda assim, persiste entre profissionais da educação a angustiante questão de se o estudante está ou não aprendendo. Para Maturana (2002), ele estará aprendendo sim e por uma razão muito simples: o que está em jogo neste processo de aprendizagem é o enriquecimento, a ampliação das condições dos estudantes para a reflexão e atuação concreta frente ao mundo e não na sua transformação em alguém diferente do seu ser.

Aos estudantes que apresentaram dificuldades de aprendizagem, foram propostas Trilhas de Aprendizagem flexibilizadas, visando a promover diferentes atividades, de acordo com as necessidades individuais, que nos auxiliassem a avançar na aprendizagem.

Os estudos paralelos de recuperação são inerentes a uma prática avaliativa mediadora, e têm por objetivo subsidiar, provocar, promover a evolução do estudante em todas as áreas de seu desenvolvimento. Tarefas, respostas e manifestações são analisadas com frequência pelo professor, que propõe novas perguntas e experiências educativas ajustadas às necessidades e interesses percebidos. Nessa concepção, os estudos de recuperação são direcionados ao futuro, porque não se trata de repetir explicações ou trabalhos, mas de organizar experiências educativas subsequentes que desafiem o estudante a avançar em termos do conhecimento (Hofmann, 2017, p. 27).

Segundo Hoffmann (2017, p. 27), "recuperar não é voltar atrás, mas ir à frente, prosseguir com experiências educativas alternativas, que provoquem o estudante a refletir sobre os conceitos e noções em construção, evoluindo para novos patamares do conhecimento".

2.4.2 Competição não rima com aprendizagem: cooperação, sim!

A competição é antissocial. A competição, como uma atividade humana, implica na negação do outro, fechando seu domínio de existência no domínio da competição.

Retorno para o princípio defendido por Maturana (1998; 2001), de que as espécies se definem pelo seu modo de vida, pela permanência de processos de convivência e não por uma estrutura genética em particular. O fenômeno da competição que se estabelece entre os seres humanos em seu espaço cultural acarreta a negação do outro e, em muitos casos, seu aniquilamento como indivíduo e, até mesmo, como grupo.

Nas "Trilhas de Aprendizagem", não acontece competição, e sim preservação de um compartilhamento de conhecimentos dentro de espaços de interação, para constituição de determinados valores. Elas são um processo caracterizado pela partilha, pela cooperação, pelo acolhimento, pelo carinho, pela amorosidade, pelo diálogo e pela criatividade.

2.4.3 A escuta amorosa no processo de aprendizagem

Paulo Freire constrói o conceito de "ouvirtude" como um ato indispensável ao diálogo crítico e amoroso que fundamenta as práticas educativas emancipatórias. Ele destaca que a escuta democrática vai além da escuta atenta e carinhosa, apesar de precisar dela, pois revela o compromisso em reafirmar a condição do(a) educando(a) como sujeito do conhecimento e da história. A ouvirtude, na visão freireana, vai exigir além de uma abertura total do(a) professor(a) para escutar atentamente o que o(a) educando(a) tem a dizer e valorizar os saberes de

experiência feitos: instigá-lo(a) a compreender os fundamentos de sua fala, a interpretá-los, a desmistificá-los e recriá-los com criticidade. Não se trata de escutar por escutar nem de acolher tudo o que é dito acriticamente. A escuta autêntica implica na iniciativa do(a) educador(a) de estimular os educandos(as), ajudando-os(as) a se reconhecerem como sujeitos do conhecimento, produtores da História (Freire, 1996).

A escola precisa escutar o que seus(suas) estudantes têm a dizer, de diferentes jeitos. A escola necessita escutar as famílias para criar a amorosidade e a confiança necessárias ao processo educativo. Essa escuta cuidadosa e amorosa pode desvelar muitas informações relevantes que exigirão sérios posicionamentos dos(as) envolvidos(as).

3 CONTEXTUALIZANDO OS MOVIMENTOS DE CONVIVÊNCIA NA CONSTITUIÇÃO DA APRENDIZAGEM

3.1 DESCRIÇÃO DO CONTEXTO

"O que é ensinar? Desencadear mudanças estruturais, desencadear perturbações. E como fizemos isso? Em coordenações de coordenações de ações. Ou seja, vivendo juntos [...] ensinamo-nos mutuamente, [...] e nos transformamos, em congruência. De maneiras diferentes, porque, claro, temos vidas diferentes, temos diferentes espaços de perguntas, temos experiências distintas, mas nos transformamos juntos [...]. E quem é o professor? Alguém que se aceita como guia na criação desse espaço de convivência. No momento em que eu digo a vocês: 'Perguntem' e aceito que vocês me guiem com suas perguntas, eu estou aceitando vocês como professores, no sentido de que vocês me estão mostrando espaços de reflexão onde eu devo ir" (Maturana, 1990).

Tendo como inspiração a fala acima, proferida por Humberto Maturana na aula de encerramento do curso de *Biologia Del Conocer*, na Universidade do Chile, em 1990, aliado ao desejo de compreendermos quais processualidades relacionadas ao ensinar e aprender matemática poderiam emergir da convivência entre mim e 30 estudantes. Os primeiros movimentos dessa experiência de convivência iniciaram-se no mês de fevereiro de 2022, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Giuseppe Garibaldi, com uma turma do Nono Ano do Ensino Fundamental II.

A escola é organizada em 20 turmas, sendo que oito destas turmas representam o Ensino Fundamental II, 10 turmas representam o Ensino Fundamental I e duas turmas são destinadas à Educação Infantil. Esse cenário educativo estava ancorado em alguns conceitos da Biologia do Conhecer, como: autopoiese, acoplamento, domínio de ação, emergência, complexificação, convivência, conversação, transformação, coordenações de coordenações de ações e recursividade, tendo como principal objetivo desencadear dinâmicas de cocriação de atividades que pudessem favorecer a aprendizagem matemática.

Os estudantes, no geral, são de classe média, a maioria reside no próprio bairro onde está situada a escola, e são bastante heterogêneos em relação ao nível de aprendizagem.

O livro adotado no período em que a pesquisa foi realizada chama-se: "A Conquista da Matemática", dos autores José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci.

Tudo começou quando, numa aula de Matemática, realizei com os estudantes dos nonos anos uma entrevista, a fim de saber se eles gostariam de participar de uma pesquisa que eu estava desenvolvendo para o curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, na Universidade de Caxias do Sul, foi um momento de conversação, envolvendo 30 estudantes, de

maneira descontraída e despretensiosa, em que os estudantes puderam externar quais assuntos despertavam sua curiosidade e desejo em aprender.

Após alguns minutos, um dos estudantes perguntou-me se poderiam propor qualquer assunto ou deveria estar relacionado à disciplina estudada: Matemática. Quando esclareci que poderia ser qualquer tema do interesse deles, pois iríamos tentar compreender o fenômeno matemático que se manifesta no viver cotidiano, os estudantes começaram, timidamente, a mencionar alguns tópicos, fruto, possivelmente, da sua curiosidade. Todos puderam externar sua ideia, que foi acolhida e registrada no quadro, numa dinâmica que respeitava o direito que cada um tinha de falar e de ser ouvido.

Os tópicos nomeados pelo grupo foram bem diversificados, tais como: matemática financeira, programação de robôs, aplicativos digitais, tempo de crescimento de uma árvore, como calcular a altura da Igreja, como são feitos os cálculos dos telhados de uma residência, e até mesmo o cálculo para a quantidade de ferro que uma viga de concreto pode sustentar, entre outros. Após a visualização dos temas sugeridos, os estudantes foram incentivados a buscar um assunto de estudo em comum, relacionado à Geometria do cotidiano. A partir de um acordo coletivo, em que cada estudante teve a oportunidade de se manifestar escolhendo um dos tópicos referendados pelo grupo, ficou definido, por votação da maioria, o que investigaríamos.

Antes de elucidar a investigação definida pelos estudantes, sinto oportuno e, mais do que isso, fundamental, enfatizar a necessidade de realizar uma reflexão cada vez mais urgente sobre a natureza essencial do ser humano, pois para a construção do conhecimento, é imprescindível partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, valorizando as concepções ditas verdadeiras por eles.

Neste sentido, inspirados e estimulados, ficou definido que investigaríamos: "Como é possível aprender Geometria por meio de atividades do cotidiano e como eu posso perceber a Geometria no meu cotidiano?".

Esta curiosidade dos estudantes levou-me a considerar que nem sempre o "tempo de ensinar e aprender" da escola está em sincronia com o "tempo e o desejo de aprender" do estudante, o que, por vezes, pode limitar o seu interesse pelos estudos, bem como o desenvolvimento da sua criatividade, espírito crítico, reflexivo e investigativo.

De acordo com Pais (2008, p. 34):

O tempo de aprendizagem é aquele que está mais vinculado com as rupturas e os conflitos do conhecimento, exigindo uma permanente reorganização de informações, e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender [...]. Trata-se de um tempo que não é sequencial e nem pode ser linear, na medida em que é sempre necessário retomar antigas concepções para poder transformá-las.

Nesse sentido, Maturana (2001a) revela a importância de que o(a) professor(a) e o(a) estudante(a) estejam juntos, num movimento de coordenações e ações recursivas que favoreçam o *acoplamento estrutural*. O estudante transforma-se no convívio com o(a) professor(a) e vice-versa, quando os dois aceitam o convite para conviver num determinado espaço e tempo, o que poderá desencadear, em ambos, processos autopoiéticos.

3.2 A ORGANIZAÇÃO CURRICULAR DA ESCOLA

No início do ano letivo, o professor elabora um planejamento de cada etapa. Nesse planejamento, são descritos os conteúdos que serão abordados no decorrer desse ano, bem como os objetivos conceituais e procedimentais, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

Os professores são responsáveis pela implementação do planejamento entregue no início do ano, sendo necessária a comunicação à coordenação de possíveis alterações. Nesse planejamento, não são mencionadas metodologias, a fim de que o professor tenha liberdade de adequá-las de acordo com o desenvolvimento do trabalho, ao longo do período letivo de cada turma.

A organização dos componentes curriculares da escola onde a intervenção foi aplicada apresenta-se de forma tradicional. Conteúdos, competências e habilidades são distribuídos conforme a série/ano em que o planejamento da Secretaria Municipal da Educação (SMED) do Município de Caxias do Sul/RS determina.

As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica - DCN (Brasil, 2013) trazem uma organização dos conteúdos para o desenvolvimento dos estudos nos diferentes níveis de ensino. Segundo as DCN (Brasil, 2013), é possível verificar a organização dos Componentes Curriculares da seguinte maneira: Linguagens (compreendendo Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Arte e Educação Física); Matemática; Ciências da Natureza; Ciências Humanas (História e Geografia); Ensino Religioso.

A BNCC (Brasil, 2018) é o documento normativo que apresenta a organização curricular e as aprendizagens essenciais que os estudantes da educação básica devem desenvolver, assegurando os seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Plano Nacional de Educação - PNE (Brasil, 2015), conforme a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB (Brasil, 1996).

Assim, a BNCC (Brasil, 2018) é o documento referência para a elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas das escolas, a nível federal, estadual e municipal, assim

como é objeto de estudo e formação de professores, para a formulação de conteúdos educacionais que deem conta de atender o desenvolvimento da educação nacional. A Base Nacional Comum Curricular compreende os jogos (games) como parte indissociável do universo de crianças e adolescentes. Prova disso é que os games aparecem entre as competências gerais e habilidades específicas para toda a Educação Básica, e alguns caminhos propostos na Trilha sugerem jogos como: batalha naval, dominó, quebra-cabeça, entre outros.

A BNCC (Brasil, 2018), define o termo competência como "a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho" (Brasil, 2018, p. 09). O documento também apresenta dez competências gerais que devem ser desenvolvidas pelos estudantes, ao longo da educação escolar básica, compreendendo Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio:

- 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
- 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas), com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
- 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
- 4. Utilizar diferentes linguagens verbal (oral ou visual-motora, como Libras e escrita), corporal, visual, sonora e digital -, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
- 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares), para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
- 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

- 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
- 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendose na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
- 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
- 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Tais competências devem estar associadas aos currículos, conteúdos e ao tratamento didático que é dado ao que será trabalhado com os estudantes em cada um dos níveis de ensino da educação básica.

Ao analisar as competências descritas no documento da BNCC (Brasil, 2018), é possível associá-las ao que propõe Freire em seus escritos, que serão discriminados durante o presente texto. Essas associações permeiam o que os autores tratam sobre apropriação dos conhecimentos, desenvolvimento das atividades de maneira autônoma, ação dialógica e a compreensão e intervenção na realidade como processos importantes da aprendizagem. Isso indica que a presente investigação vai ao encontro do que propõe os referenciais da educação e a organização da escola.

3.3 A CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Apresenta-se o percurso metodológico, caracterizando e contextualizando a pesquisa, indicando os instrumentos de coleta e detalhando a análise dos dados, além de apresentar o planejamento, o desenvolvimento do percurso proposto e a descrição dos momentos proporcionados durante a realização das Trilhas de Aprendizagem.

A presente pesquisa é de natureza aplicada, pois tem como característica fundamental o interesse na aplicação, utilização e consequências práticas dos conhecimentos a serem

construídos. A preocupação está menos voltada para o desenvolvimento de teorias de valor universal do que para a aplicação imediata numa realidade circunstancial (Gil, 2007).

Essa pesquisa segue uma abordagem qualitativa, pois se preocupa com o significado dos fenômenos e processos sociais (Knechtel, 2014). Além disso, Gerhardt e Silveira (2009, p. 32) afirmam que:

Os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens.

É importante salientar que esse tipo de pesquisa permite que o tema em questão seja abordado de modo mais aberto e livre. Na pesquisa qualitativa, há menos decisões irreversíveis, pois se trata de uma exploração permanente, em que as dúvidas, as respostas, as pistas e os novos territórios de indagação permanecem abertos até o final (Castro, 2006).

Em relação ao objetivo, esta pesquisa, inicialmente, tem caráter descritivo e, em seguida, torna-se explicativa/interpretativa. Para Gil (2007, p. 43), "uma pesquisa explicativa pode ser a continuação de outra descritiva, posto que a identificação de fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado".

Quanto aos procedimentos, é pesquisa-ação. De acordo com Thiollent (1986, p. 14), é um tipo de pesquisa social, com base empírica, que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e, no qual, os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos do modo cooperativo ou participativo.

3.3.1 Instrumentos de coleta de dados

Inicialmente, foram propostos questionários: físico e virtual. Com caráter diagnóstico, para conhecer melhor o público-alvo da pesquisa e composto por perguntas fechadas (em sua maioria) e apenas perguntas abertas pontuais, as quais serviram para delinear, dar forma e conteúdo para a elaboração das Trilhas de Aprendizagem e para as atividades que foram desenvolvidas. Em seguida, durante sua realização, os estudantes integrantes da pesquisa realizaram as atividades em sala de aula, que contemplam a produção de planejamentos didáticos, elaboração de atividades, participação em jogos virtuais de aprendizagem, mural colaborativo e questionários sobre leituras e tarefas realizadas.

A professora investigadora gravou no seu dispositivo móvel alguns relatos dos estudantes e utilizou um diário de bordo para registrar informações relevantes.

3.3.2 Técnicas de análise de dados

Primeiramente, foi feita a análise dos dados provenientes do questionário diagnóstico aplicado, a qual foi aqui representada utilizando estatística descritiva e expressa na forma de texto com as devidas percepções.

Em seguida, foram analisados os materiais produzidos no decorrer das aulas, através das atividades desenvolvidas e dos registros descritivo-reflexivos durante as atividades.

3.4 PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DAS TRILHAS DE APRENDIZAGEM

O primeiro movimento para o planejamento das Trilhas de Aprendizagem deu-se com a elaboração do questionário diagnóstico, que foi aplicado no início do segundo trimestre letivo, destinado aos estudantes do Ensino Fundamental II, na Rede Municipal de Ensino (RME) de Caxias do Sul.

Os estudantes e os seus responsáveis, assinaram um termo de consentimento, disponível no anexo A, que os deixa cientes da pesquisa e dos movimentos pedagógicos que vão acontecer.

Seu propósito consistiu na coleta de informações relacionadas ao conhecimento prévio de Geometria do público-alvo e possíveis reflexos na aprendizagem e aplicações no cotidiano.

O conjunto das respostas foi analisado e serviu de base para o planejamento do material didático, em consonância com a BNCC (Brasil, 2018) e o DOCCX (Caxias do Sul, 2019).

4 TRILHAS DE APRENDIZAGEM: UMA CONCEPÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

4.1 A POTÊNCIA DE UM PLANEJAMENTO CONSCIENTE NA APRENDIZAGEM

O cenário da educação desafia os professores, escolas e universidades à implementação de metodologias e técnicas de aprendizagem para envolver os estudantes, vislumbrando transformações sócio-afetivas e cognitivas, a fim de enfrentar a sociedade globalizada.

Um dos grandes desafios dos professores é desenvolver um planejamento, através de metodologias diversificadas, capaz de levar a turma a um nível mais complexo e amplo de aprendizagem. Segundo Libâneo (1994, p. 22), o planejamento tem grande importância por tratar-se de "um processo de racionalização, organização e coordenação da ação docente, articulando a atividade escolar e a problemática do contexto social".

Para que isso seja efetivado, parece essencial que os docentes realizem o planejamento das aulas de forma consciente, entrelaçando as concepções sociais, as experiências de vida dos envolvidos no processo, o projeto político-pedagógico (PPP) da escola e a escolha dos objetos de conhecimento, desafios, de forma que exista uma progressão dos estudantes de um estado de menor para um de maior conhecimento.

O docente pode desdobrar as habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), através de propostas semestrais, bimestrais ou semanais, dependendo do que objetivará alcançar através do seu planejamento, que pode e deve ser constantemente reestruturado de maneira a atingir as especificidades de cada estudante. Logo, faz-se necessário criar situações didáticas variadas, em que seja possível retomar os conteúdos abordados em diversas oportunidades. Isso pressupõe um planejamento que contenha diferentes modalidades organizativas: projetos didáticos, atividades permanentes e sequências didáticas.

Para organizar uma sequência didática, pode tornar-se necessário que o docente organize as atividades de modo que exista uma continuidade de desafios e uma diversidade de atividades. Segundo Zabala (1998), uma sequência didática é uma série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades de ensino, ou seja, através dos objetivos que se pretendem alcançar com os estudantes, o professor vai organizar sistematicamente uma série de atividades para auxiliar os educandos a alcançar a aprendizagem daqueles objetos de conhecimento selecionados. A escolha deles, entretanto, não pode ser aleatória: ela deve obedecer a uma construção crescente de habilidades, que cumpra os pré-requisitos desenvolvidos anteriormente através de relações recíprocas.

Para a efetivação satisfatória de uma sequência didática, é determinante iniciar-se pela concepção prévia dos estudantes, pois ela configura um momento de aprendizagem, além de possibilitar, através de dinâmicas variadas, que o docente verifique o que os estudantes sabem ou reconhecem. Encerrada essa fase inicial, chega-se ao momento de apresentar o objeto de conhecimento. De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), é importante que o docente perceba que esses objetos de conhecimento são um meio para se alcançarem habilidades de diferentes níveis de complexidade. Para isso, torna-se necessário pensar nas estratégias e dinâmicas que serão utilizadas para chegar aos resultados. As diversas metodologias ativas são uma opção para desdobrar os objetivos em aprendizagens significativas.

No decorrer de cada sequência, devem estar destacadas atividades coletivas e individuais. Quando o estudante participa de um trabalho em grupo, ele troca informações com vários colegas, confrontando opiniões e descobertas, existe diálogo. Quando o estudante realiza atividades em dupla, ele tem menos interação e consegue realizar atividades mais focadas, apresentando as suas hipóteses e confrontando-as com o outro. As propostas individuais, por sua vez, permitem ao estudante analisar e verificar os conhecimentos que ele próprio construiu.

Cada atividade tem de ser planejada com intencionalidade, traçando-se objetivos. A maneira com que as atividades se articulam determina a especificidade da sequência didática, isto porque, ao pensar em sequência didática, ela poderá contemplar momentos factuais, conceituais, procedimentais ou atitudinais. Ou, os quatro unidos, visando sempre à aprendizagem dos estudantes com foco nos objetivos do planejamento.

A quantidade de tarefas que serão propostas aos estudantes não determina o tempo. O tempo será determinado através da complexidade das habilidades e dos objetos de conhecimento alinhados pelo docente. Cada ação pode exigir mais ou menos tempo de sala de aula. Logo, é necessário organizar o tempo de modo que seja factível realizar todas as atividades previstas, uma vez que elas representam uma escala gradativa de conhecimentos, habilidades e aprendizagens.

Os estudantes com necessidades educacionais especiais fazem parte da turma e não podem ficar sem o planejamento. Antecipar a flexibilização, adaptando as atividades e metodologias, faz parte de um plano paralelo para que o estudante não se sinta excluído, considerando que todos têm direito à participação e ao convívio.

No ensino tradicional, o professor assume a posição de agente do processo. Ele é que administra as aulas expositivas, elabora e resolve problemas e exercícios de aplicação (Moreira, 2000). É visível que muitos professores ainda seguem a forma tradicional de ensinar e aprender,

na qual o estudante desenvolve uma aprendizagem mecânica, baseada na repetição e reprodução, nem sempre significativa.

Reconhecida a importância do planejamento e considerando os desafios que os professores enfrentam para atingir os objetivos, é evidente que o professor precisa tornar as aulas motivadoras, possibilitando que a aprendizagem dos conteúdos ocorra de forma significativa, ultrapassando a memorização de conceitos e fórmulas. Assim, torna-se fundamental propor alternativas metodológicas que, pautadas em pressupostos teóricos, conduzam os estudantes à compreensão capaz de lhes fornecer condições de melhor entender o mundo circundante, participando de forma crítica e atuante. Para ilustrar essa dinâmica, segue uma concepção, desenvolvimento e avaliação de uma sequência didática na forma de Trilhas de Aprendizagens.

4.2 TRILHAS DE APRENDIZAGEM E AS SUAS VANTAGENS

Todo o contexto de aprendizagem tem um direcionamento a seguir, um ponto de chegada ou onde se almeja alcançar.

Como já destacado anteriormente, a trajetória a ser construída depende não apenas do ponto aonde se quer chegar, o objetivo, mas fundamentalmente do ponto de partida, os conhecimentos prévios dos estudantes. A riqueza de metodologias e estratégias de aprendizagem são fundamentais para que os estudantes se sintam motivados a seguir na trilha de aprendizagem. Assim, o aprendizado fará emergir novas necessidades, ações e projetos. Dessa maneira, o ponto de chegada pode constituir-se também em um ponto de partida (Le Boterf, 2003, p. 171).

Os registros realizados pelos estudantes são valiosos para enriquecer as suas aprendizagens e confirmar o ponto no qual ele se encontra dentro do percurso. Nesse processo, a realização de autoavaliações e discussões envolvendo o tema estudado possibilita aos estudantes e ao professor o reconhecimento e a validação das suas conquistas. Estes momentos devem ser realizados não apenas ao final, mas no decorrer de todos os processos envolvendo as trilhas. É necessário, entretanto, ordená-los de maneira coerente para beneficiar as dinâmicas e gerar um ambiente favorável às discussões e construções de novos significados.

O desenvolvimento das trilhas propicia a construção de um mapa de oportunidades para que os professores, através de alguns mecanismos facilitadores, possam reconhecer as experiências, vivências, saberes e conhecimentos que cada estudante adquiriu.

Freitas (2002, p. 102) expressa a concepção de trilhas de aprendizagem como "[...] os caminhos alternativos para promover o desenvolvimento pessoal e profissional", viabilizando mecanismos para estruturação de ações, aprendizagens e autoconhecimento, para futura efetivação da autonomia.

Considerando todas as variáveis, o professor seleciona, entre os recursos educacionais, os mais apropriados para atingir o seu objetivo. Desse modo, as trilhas de aprendizagem configuram-se em estratégia para gerar competências direcionadas ao aprimoramento do desempenho atual e futuro (Freitas, 2002).

Ao utilizar o conceito de trilhas de aprendizagem, oportuniza-se a oferta de várias alternativas de aprendizagens aos estudantes, possibilitando que estes utilizem as mais apropriadas e pertinentes ao seu perfil de aprendizagem.

Na Trilha de Aprendizagem apresentada neste texto, cada nível pressupõe a superação dos anteriores. Partindo-se do princípio que a aprendizagem ocorre por meio de um conjunto integrado de ações com finalidade da aquisição de conhecimentos necessários, habilidades, capacitação e atitudes valorativas ao desempenho em diversificadas atividades (Brandão, 2005).

Assim, "costuramos" os pedaços da colcha de retalhos e construímos, a partir das práticas e da convivência, sete trilhas de aprendizagem. As quais, representam uma trajetória de ensino direcionada à aprendizagem de Geometria, envolvendo conceitos e tópicos específicos de um ou mais habilidades matemáticas. A abordagem central direciona que os materiais e recursos didáticos estejam totalmente voltados para uma aprendizagem significativa na perspectiva de David Ausubel (2003).

Logo, para elaborar uma Trilha de Aprendizagem, deve-se iniciar pela escolha do tema, dos recursos e dos materiais, seguindo o planejamento dentro das especificidades que o componente curricular exige, buscando atingir o objetivo da aprendizagem, inclusive os aspectos declarativos e procedimentais, através dos seguintes passos, que foram amplamente explorados, sem necessariamente seguir a mesma ordem no decorrer das trilhas.

Confira alguns exemplos trazidos pela autora na Figura 1, a seguir:

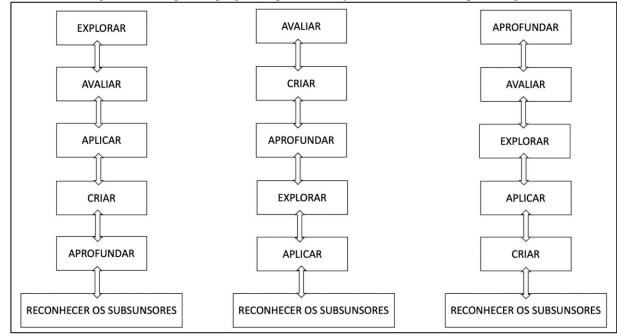


Figura 1 - Exemplos de progressos para elaboração de uma Trilha de Aprendizagem

RECONHECER OS SUBSUNÇORES:

Criar situações que levem o estudante a resgatar e expor seu conhecimento prévio, através de experimentações práticas, mapas mentais, mapas conceituais, debates, situações-problema, entre outros. Resgatando e reconhecendo os subsunçores, Moreira (2011) ressalta que este momento se encontra associado aos operadores invariantes, conhecimentos contidos nos esquemas, que, por sua vez, representam uma organização de conduta para uma certa classe de situações.

Exemplos: Atividades experimentais, demonstrações, vídeos, simulações, filmes, etc.

EXPLORAR:

Os estudantes partem do conhecimento prévio e dos reconhecimentos construídos com o professor para investigar ou conhecer curiosidades envolvendo o conteúdo proposto na Trilha.

Exemplo: Aprendizagem baseada em problemas (ABP), na qual os estudantes possam formular ou resolver um problema estruturante para seguir percorrendo a Trilha de Aprendizagem.

O trunfo desse método é o equilíbrio entre a teoria e a prática, com foco na formação do estudante.

APROFUNDAR:

Exposição do conteúdo, que é o objetivo do estudo, devendo ser apresentado de forma progressiva. Moreira (2010) menciona que a diferenciação progressiva é um princípio programático, no qual as ideias mais gerais e inclusivas de conteúdo devem ser apresentadas gradativamente através do detalhamento e especificação. Segue-se uma síntese envolvendo os aspectos gerais e estruturantes do conteúdo. Nesse momento, segundo Moreira (2011), deve-se considerar os conteúdos em um nível de complexidade maior, envolvendo situações-problema com grau maior e crescente de complexidade.

APLICAR:

A aplicação dos conceitos estudados deverá proporcionar uma continuidade de processo progressivo de aprendizagem, deixando ancorados os conhecimentos atingidos, fundamentando-os para a próxima etapa. Neste momento, é importante que o estudante possa aplicar o seu conhecimento nas suas atividades cotidianas, ou compreender através de fenômenos físico/químicos a utilização dos mesmos e a interação que ocorre na sua vida.

CRIAR:

Momento em que os estudantes devem ter a oportunidade de ressignificar o seu conhecimento. Assim, assumindo um papel ativo, livre e autônomo, encontrando possibilidades de escolhas adequadas e relacionadas aos conteúdos. Tomando decisões dentro do contexto, **criando** um espaço colaborativo para a construção do conhecimento através das intervenções ativas, não meramente reprodutoras.

Exemplo: Em grupos, elaborar e apresentar uma oficina de Matemática.

AVALIAR:

Chega-se, então, à fase avaliativa, que, embora seja trazida, neste texto, como etapa final, deve acontecer durante todo o processo, de maneira somativa e individual. A avaliação teórica deve ter questões que evidenciem captação de significados e, idealmente, alguma capacidade de transferência.

Exemplo: Memória de aula (*One minute paper*).

Através dessa metodologia, pode-se ter um feedback sobre os tópicos abordados, sendo possível visualizar se os estudantes atingiram os objetivos de aprendizagem estabelecidos durante a Trilha. Esse método tem inúmeras vantagens, mas a principal delas é o envolvimento de todos os estudantes, desde os inibidos e que pouco participam expondo suas opiniões até os que são mais reflexivos e gostam de debater sobre o assunto.

Para tanto, é necessário analisar o avanço conceitual e a evolução das atividades para que o professor (orientador) possa ter elementos para identificar de que forma ocorreu a aprendizagem do estudante, procurando indícios de se ela realmente foi significativa, desde a sondagem inicial.

A aprendizagem significativa ocorre quando há um processo de interação no qual os conceitos mais relevantes e inclusivos (subsunçores) integram com o novo material a ser aprendido. É caracterizada por uma interação entre os aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, por meio das quais essas adquirem significado e são integradas a uma estrutura hierárquica altamente organizada de subsunçores de maneira não arbitrária.

Uma sugestão apresentada por Ausubel (2003) e defendida por Moreira e Masini (2001), com objetivo de evitar uma simulação da aprendizagem significativa, é utilizar situações que sejam novas e não familiares, exigindo máxima transformação do conhecimento existente, conforme apresentado no progresso das Trilhas de Aprendizagem.

Assim, a avaliação é parte estruturante do planejamento de ensino, pois ela é um instrumento diagnóstico, que desenvolve uma avaliação integral do processo de ensino e aprendizagem, avaliando não somente o desenvolvimento do estudante, mas também a prática pedagógica.

O ato de avaliar é comum ao cotidiano das pessoas. No dia a dia, as pessoas estão sempre avaliando algo, alguém ou a si próprias. Lima (2003, p. 6) chama a atenção para essa questão quando afirma que:

Avaliar é uma das atividades mais comuns na vida cotidiana de todo ser humano e é um componente fundamental no processo de desenvolvimento humano. No processo de avaliação o ser humano lança mão, desde a infância, de suas experiências vividas, do que sabe, do que percebe, dos conhecimentos acumulados, presentes em seu meio, e aos quais ele tem acesso, dos instrumentos culturais, das várias formas de agir que ele constituiu através da experiência cultural.

Logo, entendemos que a avaliação é um processo complexo, visto que cada um avalia conforme os conhecimentos e experiência acumulados desde a mais tenra idade. É fato comum recorrer a esses conhecimentos e experiências adquiridos ao longo da vida, seja na vida elementar ou na história escolar para decidir sobre algo.

Portanto, o planejamento adequado das aulas aliado à utilização de novas metodologias parece contribuir para uma aprendizagem significativa, em que estudantes e professores se sentem estimulados e apresentam resultados satisfatórios durante a avaliação periódica dos objetivos traçados. Durante a implementação das trilhas, é importante que o professor esteja

ciente de que não terá respostas para todos os questionamentos e que muitos deles irão além do que fora planejado, mas é necessário absorver as experiências dos estudantes e as suas indagações para que eles se sintam acolhidos, afinal, os estudantes são agentes transformadores. Torna-se necessário ressaltar, também, que os professores precisam transformar o seu fazer pedagógico no dia a dia, para que possam, juntamente com os estudantes, alcançar um objetivo maior: proporcionar o desenvolvimento de aprendizagens significativas.

O que pode ser proporcionado pelo uso das Trilhas de Aprendizagem, em sala de aula:

- o caráter de desafio que os caminhos proporcionam aos estudantes;
- interesse e motivação;
- situações de prazer;
- aprendizagem significativa;
- o desenvolvimento da linguagem;
- diferentes processos de raciocínio;
- interação entre os estudantes.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

As Trilhas de Aprendizagem foram aplicadas durante o segundo trimestre letivo de 2022, com a duração aproximada de 45 períodos letivos. Na turma de nono ano, haviam 30 estudantes matriculados.

Importante salientar, que os estudantes estavam retornando da Pandemia do covid-19 e que muitas aprendizagens ficaram defasadas.

As Trilhas de Aprendizagem foram divididas em sete grupos de habilidades específicas, tais:

- 1. Geometria: conhecimentos gerais;
- 2. Plano Cartesiano;
- 3. Perímetro e Área;
- 4. Ângulos;
- 5. Triângulos;
- 6. Quadriláteros;
- 7. Círculo e Circunferência.

5.1 CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DE EXPLORAÇÕES COM A RÉGUA

A primeira Trilha de Aprendizagem é dividida em quatro percursos estruturantes, conforme apresentado na Figura 2, envolvendo as concepções prévias dos estudantes sobre temáticas globalizadas.

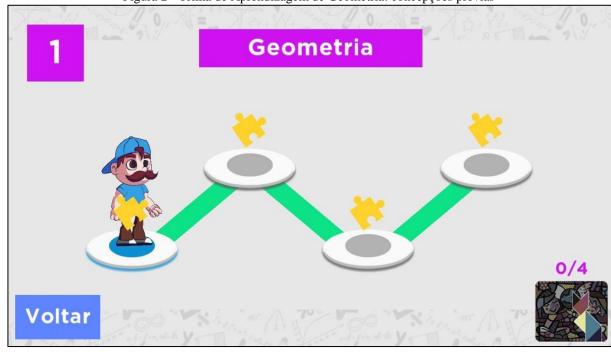
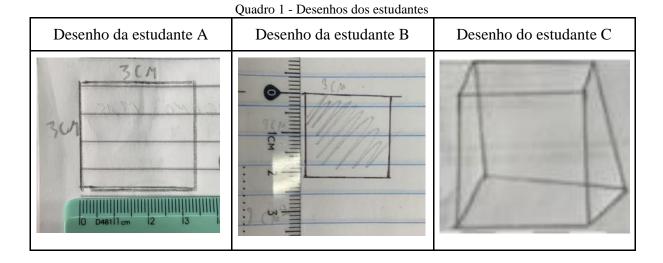


Figura 2 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: concepções prévias

Percorrendo os caminhos propostos na Trilha 1, numa tentativa de explorar experiências utilizando a régua, sugeriu-se que os estudantes representassem figuras geométricas aleatórias, através das suas percepções acerca de imagens projetadas no datashow.

Conforme Quadro 1, a estudante A desenhou um quadrado, medindo 3 cm de lado; outra menina (estudante B) representou um quadrado, medindo 2 cm de lado; e um terceiro estudante (C) desenhou um cubo.



O desenho pode e deve ser explorado também pelo estudante, pois é uma das primeiras linguagens e manifestação escrita das crianças, que permite a expressão e a comunicação de sentimentos e pensamentos a respeito de algo.

Com o intuito de compreender melhor o que a estudante A estava pensando ao fazer esse desenho, fiz um "movimento de pouso" (Kastrup, 2007) e, em acoplamento, desenvolvemos uma conversação permeada pelo "respeito e aceitação do outro como legítimo outro" (Maturana, 2002), por uma escuta atenta e reflexiva, sem julgamentos e/ou exigências sobre qual deveria ser a "resposta certa", atentando para as processualidades e conceitos matemáticos que afloravam desse conviver.

Quadro 2 - Conversação com a estudante A sobre os conceitos matemáticos que emergiram do seu desenho

Professora: O que você está tentando simbolizar com esse desenho?

Estudante A: Eu observei a imagem do quadro e tentei reproduzir o fundo daquele "tijolo" colorido que está ali no fundo.

Professora: Vamos pensar um pouco sobre isso. Com quantos centímetros você pretendia realizar a representação?

Estudante A: 3 centímetros.

Professora: E será que o seu quadrado possui essa medida? Vamos conferir?

Estudante A: (Estudante ficou pensativa).

Professora: Lembra que quando temos um quadrado, todos os seus lados precisam ter a mesma medida? Com base nisso, será que o seu desenho representa um quadrado como 3 centímetros de lado?

Estudante A: Não. Ele tem 3,5 centímetros de lado. Agora eu entendi (a aluna modificou a medida do seu desenho).

Professora: Correto! E como poderíamos calcular a área e o perímetro desse quadrado?

A estudante permaneceu pensativa e pesquisando informações para resolver o desafio proposto pela professora.

A conversação narrada no Quadro 2 mostra a importância do(a) professor(a) e estudantes estarem conversando, escutando-se, acolhendo ideias e percepções que emergem da convivência, com o intuito de favorecer a emergência e/ou ampliação dos conceitos matemáticos.

Contudo, convidar o estudante para aprender matemática em convivência não exime o(a) professor(a) da sua responsabilidade em conhecer, com profundidade, os fundamentos básicos dessa área do conhecimento. Isso foi imprescindível para que pudesse auxiliar a estudante a ampliar seu raciocínio acerca dos conceitos matemáticos.

À luz da Biologia do Conhecer, não é possível afirmar que a aprendizagem matemática aconteça só porque o(a) professor(a) explicou determinado conteúdo ou apresentou fórmulas e algoritmos de forma clara e coerente; tampouco, porque organizou uma aula com atividades

diversificadas e desafiantes. Até pode ser que isso ajude, mas não garante que a aprendizagem ocorra. A aprendizagem, nesta perspectiva, é definida por Pellanda, Boettcher e Pinto (2017, p. 23) como:

[...] o conjunto de interações de um sistema vivo que se mantém vivo porque consegue se auto-organizar face aos ruídos perturbadores do meio (interno ou externo) transformando essas perturbações em padrões criativos que aumentam a diferenciação do sistema tornando-o mais capaz de enfrentar novos ruídos. Com esse trabalho do sistema emergem processos de complexificações sempre crescentes e sempre em devir. O devir está no âmago da questão epistemológica e ontológica do conhecer naquela perspectiva anunciada por Maturana e Varela de que conhecer é viver.

Segundo Gómez-Granell (2008), para auxiliar no desenvolvimento do raciocínio matemático, é relevante ajudar os estudantes a pensar, criando espaços de conversação que possibilitem a reflexão sobre as dinâmicas utilizadas na resolução das situações-problema, partindo do pensamento intuitivo e avançando para os procedimentos formais. Porém, ele alerta que isso seja feito de forma gradativa, e não automática, evitando dar um "salto mortal entre o conceitual e o simbólico" (Gómez-Granell, 2008, p. 274). O autor ainda pondera que a aprendizagem matemática fica prejudicada quando:

[...] os estudantes continuam manipulando os símbolos sem associá-los ao seu significado referencial porque existe uma dissociação total entre os aspectos semânticos e os sintáticos. O problema fundamental que se coloca é, então, como fazer que os estudantes passem dos procedimentos não-formais e intuitivos às expressões simbólicas próprias da linguagem formal e vice-versa (Gómez-Granell, 2008, p. 274).

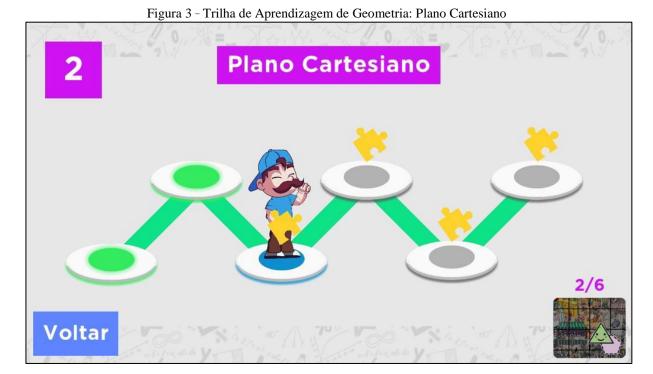
Frenkel (2014) argumenta que pensar na matemática como um conjunto de regras e normas pré-estabelecidas, sem espaço para a conversa, a reflexão e a descoberta é, possivelmente, um dos motivos que tem levado crianças/adolescentes a encararem a matemática como algo difícil, ilógico e, por vezes, desagradável. Infere que a simples manipulação dos símbolos numéricos não possibilita a compreensão dessa área do conhecimento, pois, antes de qualquer coisa, o estudante precisa entender o que a linguagem matemática representa e quais relações podem ser estabelecidas entre seus símbolos.

Assim, aprender matemática é conversar sobre ela, é perceber as relações que se estabelecem entre os números e o mundo, é trocar ideias de como os conceitos matemáticos são percebidos e entendidos. Porém, quando os processos de ensinar e aprender matemática não privilegiam a reflexão e a conversação, quando não são oferecidos ao estudante situações-problema que desafiem e estimulem o seu raciocínio, aumentam as chances da aprendizagem matemática não acontecer ou ocorrer de forma automática (sem compreensão).

Nessa lógica, a educação conquista outro sentido, o de contribuir com a transformação humana por meio da convivência, e não apenas de preparar crianças e adolescentes para, num futuro qualquer, inserirem-se na sociedade e no mercado de trabalho. Desempenhando uma função educativa mais ampla e abrangente, voltada para o "aqui e agora" e visando ao desenvolvimento integral do estudante, a educação favorece a compreensão de que a aprendizagem é algo inerente ao viver.

5.2 BRINCAR DE BINGO, DURANTE A AULA?

A segunda Trilha de Aprendizagem leva o estudante a percorrer seis caminhos interessantes e divertidos, conforme a Figura 3. O trunfo desta será um jogo, compreendido no momento 6 da Trilha.



Durante um dos seus encantadores percursos, inspirados pelos movimentos do Jogo Batalha Naval, que afloravam da nossa convivência, realizamos um bingo coletivo, que foi previamente instigado aos estudantes, confira na Figura 4.

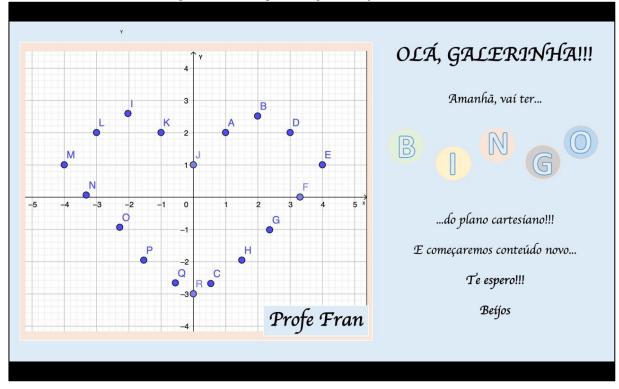


Figura 4 - Recado para instigar e desejar estar na aula

Além de permitir uma ampliação acerca dos conceitos geométricos, essa experiência de convivência despertou a curiosidade dos estudantes sobre várias questões relacionadas ao tema, como: nome de figuras geométricas que formamos ao conectar os pontos encontrados no plano cartesiano; relação entre o nome e a quantidade de lados; forma como é calculado o perímetro e a área dos mesmos.

Nem todas as dúvidas foram elucidadas naquele momento, pois a investigação é parte importante do processo de construção do pensamento matemático e no decorrer da Trilha elas seriam contempladas.

Cartela de bingo do Cartela de bingo do Cartinhas que foram Estudante D Estudante E sorteadas (-3,3)(2,-2)(1,1)(4,0)Profe Fran

Quadro 3 - Registros fotográficos da Trilha de Aprendizagem do Plano Cartesiano

Quadro 4 - Relatos de 2 estudantes sobre os conceitos matemáticos que emergiram durante o BINGO

Estudante D: Ah, mas assim nem parece que estamos na aula de matemática!

Estudante E: Estou lembrando...no ano passado a professora ensinou. Mas agora está mais fácil.

Estudante D: Eu achei bem fácil!

Levando em conta o relato dos estudantes, percebemos, mais uma vez, que a aprendizagem dos conceitos matemáticos consiste num "ir e vir" constante de conceitos estudados durante a realização dos outros anos letivos.

Explorar os elementos que caracterizam um objeto geométrico, estabelecendo relações com os subsunçores, são ações que auxiliam a aprendizagem efetiva.

5.3 MOVIMENTO DE APROFUNDAR A ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

A Terceira Trilha de Aprendizagem é dividida em cinco percursos. Conforme a Figura 5. Nestes, sugerem-se inúmeras experiências ao realizar cálculos de área e perímetro de figuras geométricas planas, contribuindo para desencadear múltiplas aprendizagens na turma.

A Figura 6, foi encaminhada aos estudantes, via Whatsapp um dia antes do nosso encontro na Escola, para iniciarmos um novo percurso na Trilha, a fim de instiga-los a participar da aula.

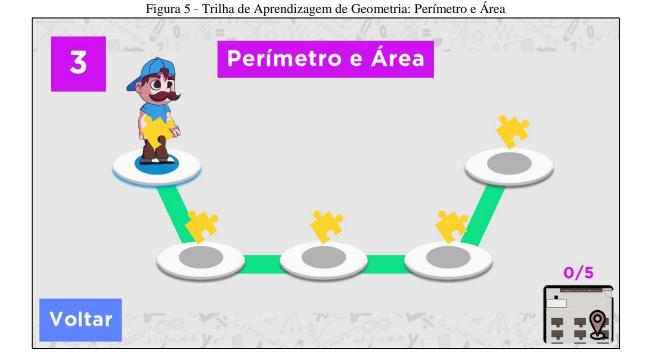




Figura 6 - Recado para instigar os estudantes a comparecer na aula

A partir do relato no Quadro 5, é possível perceber a vivência e a aprendizagem dos estudantes.

Quadro 5 - Relatos de estudantes sobre os conceitos matemáticos que emergiram durante as atividades envolvendo área e perímetro

Professora: O que vocês entendem por perímetro?

Estudante A: É a soma de todas as arestas de uma figura.

Professora: Será que lado e aresta representam o mesmo conceito?

Momento de conversação entre os estudantes. Cada um relatando o seu ponto de vista e os seus conhecimentos.

Professora: Muito bem! Após todo o diálogo, quem poderia nos explicar como calculamos o perímetro de um pentágono regular?

Estudante A: Se um pentágono possui 5 lados, e todos são iguais, basta...

Estudante M: Imagina se ela não ia saber!

Professora: Retomando. Se cada lado de um pentágono regular medir 3,5 cm. Qual será o seu perímetro?

Estudante C: Eu posso resolver no quadro?

Professora: Claro! Vamos compreender a sugestão do colega e depois vamos conferir!

Estudante M: Não precisa somar tudo!

Professora: Interessante a tua contribuição... vamos escrever através de uma multiplicação.

Estudante N: Então, para calcular o perímetro de uma figura geométrica é como se fosse calcular o contorno dela? É a medida da soma dos lados?

Professora: Isso mesmo! Mas é preciso cuidar para não somar os lados mais de uma vez.

Essa conversação demonstra que mesmo os estudantes já tendo internalizado o conceito de perímetro, no momento em que tiveram que realizar o cálculo, levando em conta uma figura geométrica que não é apresentada com tanta frequência, emergiram dúvidas que foram sendo elucidadas através de movimentos de acoplamento e de coordenações de ações recursivas.

Saber acolher, com legitimidade, as diferentes respostas e interpretações dos estudantespesquisadores acerca do cálculo do perímetro foi uma atitude importante para auxiliar no
desenvolvimento do raciocínio geométrico e da linguagem formal da matemática. Para isso,
valorizei todas as respostas que emergiam dos estudantes, evitando rotular em "certo ou errado"
o que era dito; escutava, com respeito e aceitação, as ideias que afloravam da convivência, ao
mesmo tempo em que estimulava a reflexão e a cocriação de soluções que fossem coerentes
com a natureza da matemática.

Quando fiz a mesma pergunta relacionada ao dodecaedro, a situação piorou, pois os estudantes não tinham a menor ideia de como seria a sua representação e a sua quantidade de lados. Logo, resolvemos elaborar uma tabela com os nomes e o número de lados de cada figura geométrica.

Com o propósito de instigar os estudantes a descobrirem como se calcula a área do pentágono, sugeri que realizássemos a decomposição da figura, para que depois pudéssemos aplicar os nossos conhecimentos prévios envolvendo a área. E assim, sucessivamente, com as outras figuras geométricas.

5.4 E OS ÂNGULOS QUE ESTÃO ESPALHADOS NA NOSSA ESCOLA?

A quarta trilha oferece sete percursos desafiadores e envolventes, conforme a Figura 7.



Figura 7 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Ângulos

Entre as inúmeras atividades e desafios, os exploradores precisariam colocar a "mão na massa" e construir um Teodolito, que é um equipamento utilizado para medir ângulos. Confira as imagens no Quadro 6.

As produções e os registros fotográficos que resultaram das atividades realizadas pelos estudantes serão retratadas ao longo desta narrativa.

Estudante A

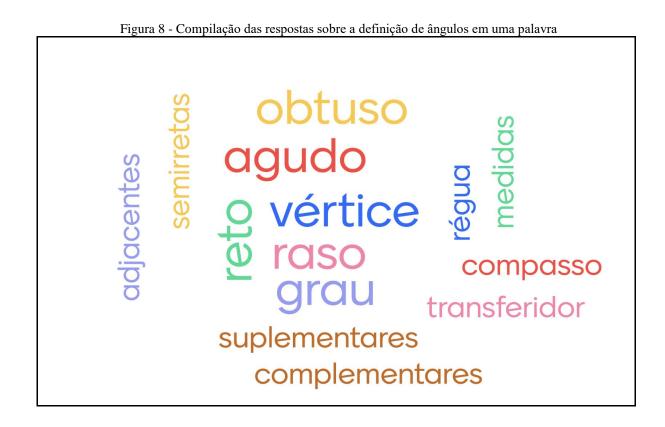
Estudante F e H

Estudante L

Posteriormente, foram convidados a colocar um "olhar matemático" sobre o teodolito, uma tarefa que não foi fácil de ser realizada por eles. Apenas quando eram questionados e/ou incentivados a pensar sobre o fenômeno matemático que estava envolvido na exploração do Teodolito é que se sentiam desafiados a refletir, matematicamente, sobre o que estavam

fazendo. A conversação, a convivência, o acoplamento e as coordenações de ações recursivas foram movimentos que auxiliaram a qualificar a percepção acerca dos conceitos matemáticos que emergiram desta exploração. Após essa discussão, a professora solicitou que cada estudante definisse os ângulos em uma palavra e registrasse sua resposta utilizando a ferramenta digital *Mentimeter* (Disponível em: https://www.mentimeter.com/app/presentation/al5rtkkjp2qvum qiravxk3redzt6bbeg/8ck732cnd7bb. Acesso em: 24 de ago. de 2022).

O resultado final está representado na imagem abaixo, Figura 8. É válido indicar que as palavras com maior tamanho da fonte foram citadas mais vezes do que as demais.



5.5 TRIÂNGULOS

A Trilha de Aprendizagem número cinco é intitulada Triângulos e leva o estudante a desafiar as suas habilidades geométricas pelos oito percursos apresentados, conforme Figura 9.

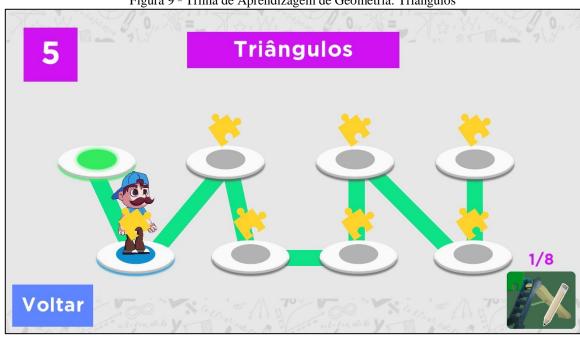


Figura 9 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Triângulos

Em dado momento, propôs-se a utilização de materiais alternativos para construção e demonstração de algumas teorias matemáticas, visando a proporcionar a atuação efetiva e prática dos estudantes, como protagonistas da sua própria aprendizagem, conforme Quadro 7.

A atividade consistiu na divisão em seis grupos. Cada equipe deveria pesquisar, analisar, estudar, discutir e apresentar seus achados sobre os ângulos internos de um triângulo.

O tempo e as habilidades desenvolvidas durante as apresentações foram previamente combinadas com os estudantes e, após cada momento destinado a apresentar os seus trabalhos, a professora complementava com comentários pontuais e pertinentes. Além disso, todos os estudantes poderiam se manifestar quando julgassem adequado.

Estudante M Estudante B Estudante P

Quadro 7 - Registros fotográficos da Trilha de Aprendizagem dos Triângulos

5.6 QUADRILÁTEROS

A sexta Trilha de Aprendizagem convida os estudantes a emergirem no mundo dos "Quadriláteros" e possui cinco caminhos distintos que conduzem o estudante a um game virtual, vivenciando e explorando diversas situações de aprendizagem, conforme a Figura 10.



Figura 10 - Trilha de Aprendizagem de Geometria: Quadriláteros

O uso das tecnologias na educação está gerando mudanças no currículo escolar em diversos países. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta como competência da educação básica brasileira:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2017, p. 9).

Na trilha dos quadriláteros, os estudantes emergiram interesse em elaborar/criar slides ou vídeos para apresentar as suas conclusões envolvendo os quadriláteros. Conforme descrição no Quadro 8. A atividade foi desenvolvida em grupos.

Quadro 8 - Trecho da conversação sobre os conceitos matemáticos que emergiram durante as atividades envolvendo os quadriláteros

Estudante B: Profe, quem sabe a gente apresenta um trabalho?

Professora: Ótimo, qual é a proposta de vocês?

Estudante L: Quem sabe, cada grupo define como gostaria de apresentar?

Estudante A: Eu achei legal, também, por que a gente terá um momento mais junto, e não só a teoria, de aprender o conteúdo, fazer a prova e próximo conteúdo.

Estudante M: A gente fazendo essas aulas mais diferenciadas, a gente aprende mais. Mas todos precisam ajudar.

Professora: Perfeito, pessoal! Então, cada grupo deverá conversar e definir como gostaria de apresentar um resumo para a turma envolvendo o conteúdo que nós estamos estudando.

Com o intuito de facilitar a experiência de convivência ocorrida nesse momento, foram utilizados diferentes recursos, entre eles: gravações em áudio e vídeo feitas pelos estudantes.

Quadro 9 - Trecho da conversação sobre as apresentações elucidadas neste trabalho

Professora: Vejo que vocês têm facilidade em explorar diferentes recursos tecnológicos. Todos os componentes do grupo apresentaram essa facilidade?

Estudante E: Eu não, eu fiquei olhando os meus colegas mexendo naquele site [Site=GeoGebra]... mas eu não consegui aprender.

Professora: Ok, mas o foco do trabalho não é apenas explorar um site, e sim perceber o que podemos aprender sobre os quadriláteros a partir dele, isto é, reconhecer quais são os conceitos matemáticos que emergem dele. Você conseguiu fazer isso?

Estudante E: Sim, isso sim!

Professora: Vocês registraram no caderno essa vivência, esses momentos de aprendizagem?

Estudante D: Não, só um do grupo anotou.

Professora: Saibam que, ao estabelecerem essas relações, vocês estão desenvolvendo o raciocínio matemático; e, registrar o caminho percorrido é uma maneira de sistematizar o que vocês estão pensando. É a representação. Por isso, é muito importante registrar suas ideias, utilizando-se, para isso, da linguagem matemática, que são os números, as operações, as fórmulas, as expressões, etc.

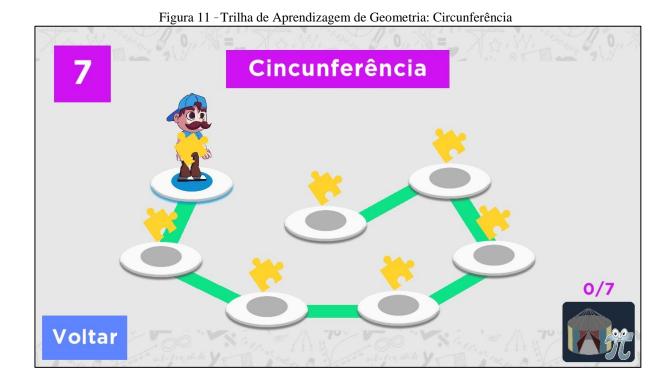
Estudante T: Quando eu faço pesquisas no meu celular eu consigo mexer melhor. Eu acho que já estou mais acostumado. Daí eu vou fazendo print...

Professora: Não se preocupem com a "forma correta" de representar. Registrem o que vocês estão pensando e do jeito que vocês acham melhor, através de contas, desenhos, esquemas e até escrevendo. O mais importante, agora, é simbolizar o que vocês estão pensando, e o caminho no qual estão percorrendo. Porque isso possibilita que percebam como estão raciocinando, o que pode ser ampliado ou o que precisa ser redimensionado. Essas anotações ajudam vocês no momento de relembrar o que realizamos/estudamos em aula.

Sobre o Quadro 9, no momento de conversação entre a professora e o estudante T, é importante ressaltar que: Não é suficiente que o estudante consiga "identificar" a linguagem, o código matemático explicitado nos exercícios, mas, principalmente, que essa simbologia faça sentido para ele, que entenda do que se trata, objetivando saber utilizá-la na resolução de problemas, tanto na escola como no seu dia a dia, processo denominado por Mendes e Grando (2007) como *numeramento*. Nesse sentido, é importante que o(a) professor(a) oriente seu planejamento pedagógico objetivando propiciar, no estudante, o desenvolvimento de uma potencialidade comunicativa que permita a ele usar a linguagem matemática em diferentes situações e de forma coerente; oportunize momentos de convivência, em que professor(a) e estudantes possam refletir, conversar, registrar hipóteses de resolução sobre diferentes situações-problema, construindo, assim, uma "ponte" entre o pensamento informal e os conceitos formais matemáticos.

5.7 CIRCUNFERÊNCIA

Na sétima Trilha de Aprendizagem, novos e ilustres caminhos são apresentados. Conforme a Figura 11. Então, passamos aos trilhos percorridos pela circunferência.



Diante de tantos questionamentos e análises, uma pergunta que aflorou com todo vigor se relaciona à diferença entre círculo e circunferência e às aplicações na vida real que os estudantes terão acesso a partir dessa aprendizagem.

É interessante que o(a) professor(a) ofereça situações-problema e/ou desafios que estimulem o estabelecimento de relações entre a geometria e os saberes da turma, auxiliando, assim, na ampliação do pensamento geométrico e no desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, no momento em que essas dúvidas e questionamentos emergem na sala de aula.

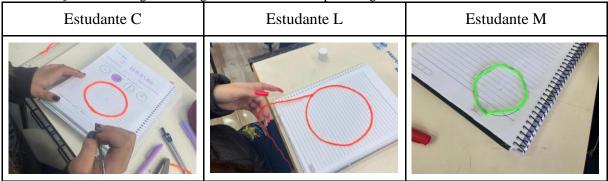
O pensamento argumentativo manifesta-se quando são oportunizados momentos de convivência e de socialização das ideias, onde professor(a) e estudantes possam conversar acolhendo as hipóteses, os erros, os acertos e as sugestões de resolução que emergem *no* e *do* grupo, com "respeito e aceitação do outro como legítimo outro em convivência (Maturana, 2002).

Inspirados pelos movimentos que afloravam da nossa convivência, decidimos montar alguns círculos com materiais alternativos e explorar a medida da circunferência com lã. Conforme o Quadro 10. Além de permitir uma ampliação acerca dos conceitos geométricos, essa experiência de convivência despertou a curiosidade dos estudantes sobre várias questões relacionadas ao tema.

Segundo Maturana (2002), a conduta de cada pessoa envolve princípios e crenças que são apreendidas na convivência em família, na escola, na sociedade e, portanto, estão imbuídas de diferentes e legítimas explicações de mundo:

As explicações científicas têm validade porque têm a ver com as coerências operacionais da experiência no suceder do viver do observador, e é por isso que a ciência tem poder. As explicações científicas são proposições gerativas apresentadas no contexto da satisfação do critério de validação das explicações científicas. O critério de validação das explicações científicas faz referência exclusivamente às coerências operacionais do observador na configuração de um espaço de ações no qual certas operações do observador no âmbito experiencial devem ser satisfeitas (Maturana, 2002, p. 55).

Quadro 10 - Registros fotográficos da Trilha de Aprendizagem envolvendo a Circunferência



Sendo assim, é importante que tanto o saber de senso comum (trazido pelos estudantes) quanto o conhecimento sistematizado (referendado pelo(a) professor(a)) sejam considerados válidos, legítimos, pois ambos consistem em interpretações legítimas do mundo, vinculadas àqueles que as concebem, podendo, em convivência, serem transformadas. Como dizia Freire (1987, p. 68), "não há saber mais, nem saber menos, há saberes diferentes", e isso está afinado com o que nos propomos vivenciar nessa experiência de convivência.

6 O PRODUTO EDUCACIONAL

6.1 GAME PEDAGÓGICO: EXPLORANDO, (CON)VIVENDO, (RE)CONHECENDO E APRENDENDO GEOMETRIA

A seguir apresentaremos o Produto Educacional (PE) "Game Pedagógico: Explorando, (Con)vivendo, (Re)conhecendo e Aprendendo Geometria" construído a partir das discussões e trabalhos realizados durante a pesquisa, junto aos estudantes do Nono Ano do EFII. Através dele será possível notar a importância e a relevância para a ampliação das discussões acerca do pensamento matemático, a inserção da cultura digital e sua integração nas salas de aula, especialmente com o ensino de Geometria.

O PE busca harmoniza-se às regulamentações e proposições da BNCC (Brasil, 2018) e dos PCNs, abrindo novas possibilidades de pensa a cultura digital nas escolas, além de ser uma ferramenta possível na construção de aulas mais atrativas.

Assim, ele funciona como uma estratégia de inserção da cultura computacional através de um aplicativo educacional que se mostra de fácil manuseio e possibilita interatividade, uma vez que conecta conteúdo/habilidades e resolução de problemas, por meio do uso de tecnologias digitais.

O Produto Educacional (PE), apresentado nesta dissertação, constitui-se em um Recurso Educacional Digital (game/e-book), cujas orientações para sua utilização estão no Apêndice B, que visa contribuir na aprendizagem e na autonomia dos estudantes, constituído por sete trilhas de aprendizagem para estudantes do oitavo e nono ano do Ensino Fundamental II, estruturadas a partir das teorias que subsidiam a presente dissertação e que segue à luz das diretrizes curriculares vigentes. Imagem do Game/E-book, nas Figuras 12 e 13.



Figura 12 - Foto do Game/início criado como Produto Educacional desta pesquisa

Figura 13 - Foto do Game/final criado como Produto Educacional desta pesquisa



Mesmo tendo um público-alvo específico, acreditamos que tanto o PE como a dissertação podem colaborar nas discussões em outras áreas de conhecimento.

Dito isso, o PE apresenta-se disponível nas lojas virtuais do seu dispositivo móvel (Android ou Apple), de maneira gratuita abrindo várias possibilidades de aplicação em sala de aula. E a partir dessas possibilidades a aplicação de jogos que aparecem como ferramenta na exploração de temáticas curriculares, interligando tecnologias e conhecimentos, em estreita consonância com as documentações que regulamentam e orientam a Educação Nacional.

Nesse sentido, esse Game Pedagógico é destinado a estudantes e professores do ensino fundamental e médio (uma vez que pode ser usado como ressignificação de conteúdos).

Por esse motivo, a elaboração do produto educacional implica um processo formativo continuado, no qual a pesquisa e a busca por novas metodologias de ensino se constituem no principal alicerce de uma educação preocupada com os desafios da sociedade atual (Freire et. al., 2017).

Assim, o PE se apresenta como resultado das pesquisas realizadas para o desenvolvimento da dissertação intitulada "Trilhas de Aprendizagem: Explorando, (Con)vivendo, (Re)conhecendo e Aprendendo Geometria" apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob orientação do Prof. Dr. José Arthur Martins.

Ao longo da formulação, aplicação e avaliação do PE, foi recorrente a utilização do referencial teórico discutido na dissertação. O PE é uma forma de tornar pública a pesquisa realizada durante o mestrado profissional, com vistas a favorecer novas estratégias educacionais, além de proporcionar novas abordagens educativas diretamente ligadas a Biologia do Conhecer em sala de aula.

Tendo em vista a necessidade de ampliação do debate sobre a aprendizagem acolhedora de Geometria nas escolas, além da formulação de produtos educacionais que permitissem a disseminação e a motivação dos estudantes, é que desenvolvemos essa proposta como sugestão para que os professores pudessem executá-la, trazendo uma novidade, seguindo os regulamentos educacionais e o próprio contexto da educação mundial.

A construção do PE foi dividida em 7 etapas interligadas, que se constituíam em degraus que alicerçavam e preparavam os estudantes para o próximo conteúdo, tais:

- 1. Geometria: conhecimentos gerais;
- 2. Plano Cartesiano:
- 3. Perímetro e Área;
- 4. Ângulos;
- 5. Triângulos;
- 6. Quadriláteros;
- 7. Círculo e Circunferência.

O planejamento foi orientado segundo o próprio desenrolar das atividades realizadas com o referencial teórico da dissertação e mediante o auxílio do diário de bordo da pesquisadora e das gravações realizadas com o seu dispositivo móvel. Essa metodologia direcionou a estruturação das etapas das Trilhas de Aprendizagem de forma a adequar as atividades as necessidades apontadas pelos estudantes. Ou seja, buscou-se proporcionar uma experiência

significativa alinhando as habilidades da BNCC (Brasil, 2018) às curiosidades apresentadas pelos estudantes, através da construção, desconstrução e reconstrução da prática e da teoria.

Além disso, é de suma importância que o desenvolvimento e avaliação das atividades tenham como objetivo criar oportunidades de aprendizagem em consonância com a realidade do estudante. Essa "pedagogização", possibilita que o ensino e a aprendizagem se convertam em práticas que entrelaçam os aspectos sociais, didáticos e de ensino para a finalidade maior da educação que se converte em espaço de pleno desenvolvimento.

Assim, espera-se que, por meio deste produto, todos aqueles que desejarem possam utilizá-lo, bem como que ele sirva de inspiração para construção e efetivação de diversas outras possibilidades de Trilhas de Aprendizagem, em especial na área da Geometria.

Somente assim, o Produto Educacional terá uma razão/finalidade, que é a intenção didática que constitui o processo educacional. Intenção que deve mesclar teoria e prática para que essa última posso ser compreendida, não como fragmento isolado de informação/conhecimento para o desenvolvimento de habilidades e competências, mas como adaptação às novas realidades e exigências — do mercado, do estudante, do mundo, da sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

"Mas na profissão, além de amar tem de saber. E o saber leva tempo pra crescer." Rubem Alves

Ah, os saberes! Como tudo isso leva tempo. Sábio Rubem Alves!

Viver no mundo da educação implica enfrentar desafios adversos e diários, não bastando apenas amar o que se faz (apesar dessa ser uma condição obrigatória), mas saber enfrentá-los e saber superá-los com maestria.

Durante as pesquisas para formatação deste trabalho, enfrentamos a pandemia, e tudo que imaginávamos saber precisou ser repensado, refeito e recalculado. A presencialidade deixou de ser realidade e a capacidade humana de reinventar-se foi necessária. Envolta desse panorama aconteceram as minhas aulas no mestrado.

Passada essa fase, o reinventar-se foi necessário mais uma vez, pois os estudantes estavam com muitas defasagens de conteúdos e com pouca motivação para estudar.

Diante disso, a proposta desta pesquisa surgiu como uma possibilidade de atender às demandas, ampliar o conhecimento dos estudantes e qualificar as práticas voltadas ao ensino e à aprendizagem da Geometria.

Para tanto, construiu-se um planejamento inicial, cuja execução se dava integralmente de forma presencial, finalmente.

E, ao analisar os relatos, é possível concluir que as diferentes dinâmicas pedagógicas que foram aplicadas durante a realização das Trilhas de Aprendizagem tiveram potencial para desencadear várias transformações nos estudantes, ampliando a sua forma de entender os conceitos geométricos apresentados.

Além disso, outros movimentos que emergiram da convivência também auxiliaram na aprendizagem desses conceitos matemáticos, como: "respeito e aceitação do outro como legítimo outro" (Maturana, 2002), ou seja, querer aprender matemática juntos, e desenvolver uma escuta atenta, receptiva e acolhedora, sem julgamentos ou pré-conceitos, alicerçada no direito que cada um tem de expressar suas ideias e reflexões acerca da matemática.

Em outras palavras, o desejo em experimentar dinâmicas educativas que tivessem o potencial de provocar transformações na convivência, que tanto fez falta durante a pandemia. Que aflorassem tanto em mim quanto nos estudantes uma atitude sensível para acolher o que emergia do grupo.

Na medida em que íamos nos deixando guiar pelo fluxo dos acontecimentos, do conviver, acolhendo e recriando as atividades pedagógicas, também encontrávamos sentido

para aquilo que estava sendo estudado, redimensionando nossa percepção acerca do que é aprender matemática juntos.

Desenvolver uma proposta pedagógica denominada Trilhas de Aprendizagem não significa deixar os estudantes "trilhando sozinhos", mas sim trilhar com eles, "passos seguros", isto é, flexibilidade metodológica. Inovar em cada trilha, em cada passo, em cada caminho. Pois práticas que apresentam formas educativas prontas e pré-determinadas acabam estreitando as chances de aflorar novos "trajetos" a percorrer, além de dificultar a ampliação do "olhar" sobre os processos educativos, o que inibe as possibilidades de cocriação pedagógica.

Os resultados das análises sinalizam a importância do professor criar dinâmicas pedagógicas que desafiem o estudante a experimentar suas ideias acerca dos fenômenos matemáticos, explorando diferentes recursos para que ele consiga visualizar como está pensando.

Repensando, mais uma vez, na aplicação da Trilha de Aprendizagem, tendo em vista o momento que ora se apresenta e visando ser coerente com os pressupostos epistemológicos da Biologia do Conhecer, finalizo concluindo que não há uma única proposta educativa ou metodológica que possa ser preestabelecida na escola objetivando "assegurar" a aprendizagem. Existem diferentes maneiras de ver/perceber os processos educativos, e todas são legítimas, porque se originam das dinâmicas de vida que emergem do e no conviver.

Por fim, constatei, entre outras coisas, que, na relação educativa, faz diferença professor(a) e estudantes se enxergarem como "parceiros de aprendizagem", isto é, seres humanos plenos de potencialidades a serem desenvolvidas na convivência e que a aprendizagem se dá em diferentes tempos, espaços e maneiras. Por isso, é importante que o(a) professor(a) esteja aberto para desenvolver/criar, junto com o estudante, dinâmicas pedagógicas que respeitem as múltiplas formas de ser e aprender; que valorize os momentos de convivência e de conversação pautados no "respeito e aceitação do outro como legítimo outro" (Maturana, 2002).

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimento**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Paralelo, 2003.

AUSUBEL, D. P. et. al. **Psicologia Educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1968.

BECKER, F. Epistemologia do professor de matemática. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

BOYER, C. B. História da Matemática. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2020.

BRANDÃO, C. R. **A pergunta a várias mãos**: a experiência da pesquisa no trabalho docente do educador. São Paulo: Cortez, 2005.

CARVALHO, A. M. P. de; SASSERON, L. H. Ensino de física por investigação: referencial teórico e as pesquisas sobre as sequências de ensino investigativas.

CASTRO, C. M. A prática da pesquisa. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

CAXIAS DO SUL. **Documento Orientador Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental de Caxias do Sul** (DOCCX). Secretaria Municipal da Educação: Caxias do Sul, 2018.

DURAND, T. L'alchimie de la compétence. Revue Française de Gestion. Janvier-Février, 2000, p. 84-102.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In*: WITTROCK, M. C. **Handbook of research on teaching**. 3. ed. New York: Macmillan Publishing Co., 1986.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade**: história, teoria e pesquisa. Campinas/SP: Papirus, 2006.

FERNANDES, D. **Avaliar para aprender**: fundamentos, práticas e políticas. São Paulo: UNESP, 2009.

FISCHBEIN, E. The Theory of Figural Concepts. **Educational Studies in Mathematics**, v. 24, n. 2, p. 139-162. Dordretch: Publishedby Springer, 1993.

FITA, E. C. O professor e a motivação dos alunos. *In*: TAPIA, J. A.; FITA, E. C. A motivação em sala de aula: o que é como se faz. 7. ed. São Paulo, Loyola, 2006.

FOUREZ, G. Alfabetización Científica Y Tecnológica. Acerca de las finalidades de la enseñanza de lasciencias. Buenos Aires- Argentina. Ediciones Colihue, 1997a.

FREIRE, P. A educação na cidade. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. A educação na cidade. São Paulo: Cortez, 1991.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, P. Educação como prática da liberdade. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

FREITAS, H. C. L. Formação de professores no Brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. **Educação e Sociedade**, v. 23, n. 80, p. 136-167, Campinas/SP, 2002.

FRENKEL, E. **Amor e Matemática**: o coração da realidade escondida. Rio de Janeiro: Casa da palavra, 2014.

FÜRKOTTER, M.; MORELATTI, M. R. M. A. **Geometria da Tartaruga**: uma introdução à Linguagem LOGO. Anais do SIMPÓSIO DE MATEMÁTICA, 4, Presidente Prudente, 2009, p. 1-29.

GERDES, P. Sobre a história da formação de matemáticos africanos: os primeiros Doutorados e o contributo do Ubiratan d'Ambrósio em perspectiva. **Revista Brasileira de História da Matemática**. Especial n. 1. Festschrift Ubiratan D'Ambrósio. Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2007.

GERHARDT, T.E.; SILVEIRA, D.T. (Orgs.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

GERHARDT, T. E.; LOPES, M. J. M.; ROESE, A.; SOUZA, A. A construção e a utilização do diário de campo em pesquisas científicas. International Journal of Qualitative Methods. 2005.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. São Paulo: Atlas, 2009.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. *In*: TEBEROSKY, A; TOLCHINSKY. (Org.) **Além da alfabetização**: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2008.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONÇALVES, L. M. G. Compartilhando Saberes em Geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. Cadernos Cedes, Campinas, v. 28, n. 74, 2007.

HOFFMAN, J. **Avaliar para promover**: as setas do caminho. 16. ed. Porto Alegre: Mediação, 2017.

HOFFMANN, J. **Pontos e contrapontos**: do pensar e agir em avaliação. Porto Alegre: Mediação, 1996.

KASTRUP, V. O funcionamento da atenção no trabalho do cartógrafo. **Psicologia & Sociedade**, v. 19, n. 1, p. 15-22, jan./abr., 2007.

KNECHTEL, M. R. **Metodologia da pesquisa em educação**: uma abordagem teórico-prática dialogada [livro eletrônico]. Curitiba: InterSaberes, 2014.

LE BOTERF, G. De la compétence: essai sur un attracteur étrange. *In*: Les éditions d'organisations. Paris: Quatrième Tirage, 1995.

LIBÂNEO, J. C.; OLIVEIRA, J. F.; TOSCHI, M. S. **Educação escolar**: políticas, estrutura e organização. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, v. 3, n. 4, p. 3-13, 2015.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. (Coleção Formação de Professores). Campinas/SP: Autores Associados, 2006.

MATURANA, H. R. **Emociones y linguaje**. Santiago: Hachette, 1991. Disponível em: http://turismotactico.org/proyecto_pologaraia/wp-content/uploads/2008/01/emociones.pdf>. Acesso em: 07 de abr. de 2017.

MATURANA, H. R; DÁVILA, X. Y. El arbol del vivir. Santiago: MVP Editores, 2015.

MATURANA, H. R. Cognição, ciência e vida cotidiana. Belo Horizonte: UFMG, 2004.

MATURANA, H. R. **Emoções e linguagem na educação e na política**. Trad. de José Fernando Campos Fortes. Belo Horizonte: UFMG, 2002.

MATURANA, H. R.; VARELA, F. J. G. A árvore do conhecimento: as bases biológicas da compreensão humana. Trad. de Humberto Mariotti e Lia Diskin. São Paulo: Athenas, 2001.

MATURANA, H. R. Ontologia da realidade. Belo Horizonte: UFMG, 2001^a.

MATURANA, H. R.; REZEPKA, S. N. de. Formação humana e capacitação. Trad. de Jaime A. Clasen. Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

MATURANA, H. R.; VARELA, F. J. G. **De máquinas e seres vivos**: autopoiese - a organização do vivo. Trad. de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

MATURANA, H. R. Uma nova concepção de aprendizagem. Dois pontos, v. 2, n. 15, 1993.

MATURANA, H. R. O que é ensinar? O que é um professor? Transcrito do trecho final da aula de encerramento de Humberto Maturana no curso de Biologia Del Conocer, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, Santiago, em 1990. Gravado por Cristina Magro e transcrito por Nelson Vaz. Disponível em: http://www.comitepaz.org.br/ Maturana2.htm>.

MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (Orgs.). **Múltiplos olhares**: matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa Editora, 2007.

MORAES, M. C. A formação do educador a partir da complexidade e da transdisciplinaridade. **Revista Diálogo Educacional**, v. 7, n. 22, p. 13-38, set./dez., 2007.

- MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e unidades de ensino potencialmente significativas. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=https% 3A% 2F%2Fwww. if.ufrgs.br%2F~moreira%2Fmapasport.pdf&clen=506007&chunk=true>. Acesso em: 2022.
- MOREIRA, M. A. Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 7, n. 2, maio-ago, Universidade Tecnológica Federal do Paraná PPGECT/UTFPR, 2014.
- MOREIRA, M. A., MASINI, E.F.S. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel. 4. ed. São Paulo: Editora Centauro, 2011.
- PAIS, L. C. Transposição Didática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008.
- PAIS, L. C. Ensinar e aprender matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- PAIS, L. C. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. **Zetetiké**, v. 4, n. 6, jul./dez., p. 65-74, Campinas: CEMPEM /FE/ UNICAMP, 1999.
- PAPERT, S. A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2008.
- PELLANDA, N. M. C.; BOETTCHER, D. M.; PINTO, M. M. (orgs.) **Viver/conhecer na perspectiva da complexidade**: experiências de pesquisa. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2017.
- PERRENOUND, P. **Dez novas competências para ensinar**: convite à viagem. Trad. de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- PIAGET, J. Fazer e compreender. São Paulo: Melhoramentos, Edusp, 1978.
- SAUER, L. Z.; LIMA, I. G.; SOARES, E. M. S. Active learning strategies in Mathematics for Engineering Education. Anais. VIII Active Learning in Engineering Education. Bogotá, Colômbia, 2008.
- TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis: Vozes, 2005.
- VASCONCELLOS, C. dos S. Construção do conhecimento em sala de aula. São Paulo: Libertad, 2014.
- ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- https://www.mentimetercom/app/presentation/al5rtkkjp2qvumqiravxk3redzt6bbeg/8ck732cnd7bb>.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO DE LIVRE ESCLARECIDO ENVIADO AOS RESPONSÁVEIS DOS ESTUDANTES

TERMO DE CONSENTIMENTO DE LIVRE E ESCLARECIDO

Autorizo meu (minha) filho (a) a participar da pesquisa intitulada **TRILHA DE APRENDIZAGEM: EXPLORANDO, CONVIVENDO E APRENDENDO MATEMÁTICA** no Ensino Fundamental II, realizada pela Professora de Matemática da Escola Municipal Giuseppe Garibaldi, Francine Censi Vergani, regularmente matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul (UCS), orientada pelo Professor Dra. José Arthur Martins, durante o ano de 2022.

Declaro estar ciente de que a pesquisa tem por objetivo identificar como os estudantes do Nono Ano do Ensino Fundamental II desenvolvem habilidades e competências relacionadas à pesquisa e a aprendizagem de Geometria.

Declaro ter conhecimento de que as atividades desta pesquisa serão realizadas nos períodos de aula do componente curricular de Matemática e que o procedimento metodológico utilizado consistirá em uma intervenção pedagógica, utilizando as teorias pertinentes aos processos de ensino e aprendizagem condizentes com os propósitos educacionais da escola.

Todas as etapas de realização das atividades desta pesquisa serão registradas por meio de imagens, de produções escritas dos estudantes e anotações da professora pesquisadora em seu diário. Entretanto os estudantes participantes terão asseguradas a preservação de sua identidade em sigilo, pois a pesquisadora organizará códigos de acesso pessoal para se referir a estes dados, os quais não estarão vinculados à identidade e aos resultados de aprendizagem dos estudantes. Autorizo, também, a divulgação dos resultados encontrados, na forma de artigos e apresentação oral ou escrita em eventos científicos-acadêmicos, respeitando-se o compromisso de manter incógnita a identidade do (a) meu (minha) filho (a) e assim concordo com a manutenção do caráter confidencial das informações registradas relacionadas com a privacidade dos participantes da pesquisa. Declaro estar ciente e autorizar a divulgação das imagens do meu (minha) filho (a) em atividades individuais e coletivas referentes às etapas desta pesquisa, para fins ilustrativos, sem vínculo com os resultados do seu rendimento e/ou sua aprendizagem individual.

Tenho o conhecimento de que a participação de meu (minha) filho (a) deverá ser espontânea, havendo a devida liberdade para que ele (a) se recuse a participar ou retire seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado. Caso eu

solicite, estou ciente de que receberei informações sobre os procedimentos e demais assuntos
relacionados com esta pesquisa.
Caxias do Sul, março de 2022.
Assinatura do (a) responsável Assinatura do (a) Estudante

APÊNDICE B - IMAGENS DO PRODUTO EDUCACIONAL - WEBSITE

PRODUTO EDUCACIONAL

GAME PEDAGÓGICO:

(Con)vivendo, (Re)conhecendo e Aprendendo Geometria



Francine Censi Vergani José Arthur Martins



APRESENTAÇÃO

O Produto Educacional (PE) que você vai conhecer, a seguir, é resultado da pesquisa realizada para o desenvolvimento da dissertação intitulada "Trilhas de Aprendizagem: Explorando, (Con)vivendo, (Re)conhecendo e Aprendendo Geometria", apresentada ao Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul.



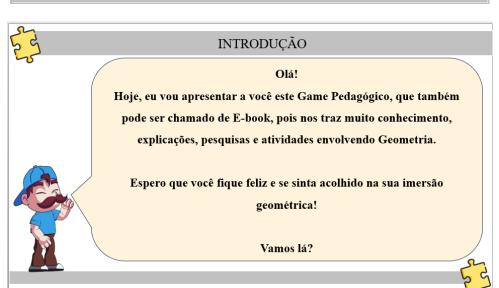


As possibilidades de aplicação dos jogos que aparecem como ferramenta na exploração de temáticas curriculares interligam tecnologias e conhecimentos, em estreita consonância com as documentações que regulamentam e orientam a Educação Nacional (BRASIL, 2018; CAXIAS DO SUL, 2018)

Nesse sentido, esse Game/e-book destina-se a estudantes e professores do Ensino Fundamental e Médio, uma vez que pode ser usado para ressignificar os conceitos envolvendo Geometria.



SUMÁ	ARIO
🔆 Apresentação	2
♦ Introdução	5
O App	7
Instruções para explorar o App	8
As Trilhas que você vai encontra	
Game finalizado com sucesso	17
Aba "ferramentas"	18
Mensagem final	
T 4 1 1 1 1 1 1 7 7	••





Este Produto Educacional está elaborado com base nas contribuições e na prática realizada com estudantes, bem como harmonizado às regulamentações e proposições da BNCC (BRASIL, 2018), abrindo novas possibilidades de pensamento e cultura digital nas escolas, além de ser uma ferramenta possível na construção de aulas mais atrativas.

O Produto Educacional apresentado constitui-se em um Recurso Educacional Digital, na forma de um APP, que visa contribuir na aprendizagem e na autonomia dos estudantes, constituído por **sete trilhas de aprendizagem**, estruturadas a partir das teorias que subsidiam a presente dissertação e que segue à luz das diretrizes curriculares vigentes (FREIRE, 1996).





O APP

O APP está disponível nas lojas virtuais do seu dispositivo móvel (Android e iOS), de maneira gratuita, abrindo várias possibilidades de aplicação em sala de aula.

Para baixar o APP, siga até a loja de aplicativos do seu smartphone e pesquise, conforme a orientação abaixo. Ou clique no link.

Trilhas de Aprendizagem (Android) https://play.google.com/store/apps/details?id=br.com.harmonikagames.trilhasdeaprendizado

Trilhas de Aprendizado (iOS) https://apps.apple.com/app/trilhas-de-aprendizado/id6449676274





INSTRUÇÕES PARA EXPLORAR O APP

- 1 Clique na Trilha 1. Você será direcionado às tarefas que deverão ser cumpridas dentro deste percurso.
- 2 Ao concluir a tarefa, você receberá uma peça do quebra-cabeça. Perceba que a figura no canto inferior direito ficará brilhante e o boneco "vibrará", acendendo, assim, uma luz. Ela te guiará para a próxima "atividade" dentro da Trilha.
- **3** Finalizando todas as tarefas da Trilha 1, você receberá uma estrela e será direcionado para a Trilha 2. E assim, sucessivamente.





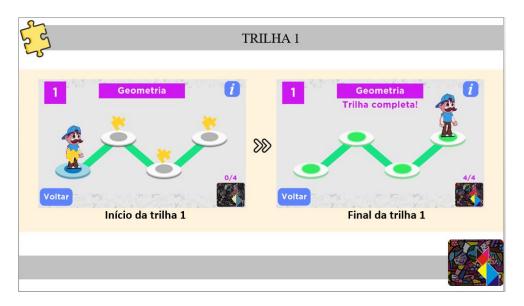
AS TRILHAS QUE VOCÊ VAI ENCONTRAR NO APP

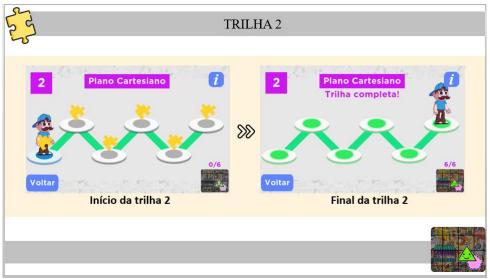
A construção do Produto Educacional está dividida em 7 etapas interligadas, que se constituíam em degraus que alicerçavam e preparavam os estudantes para o próximo conteúdo, tais:

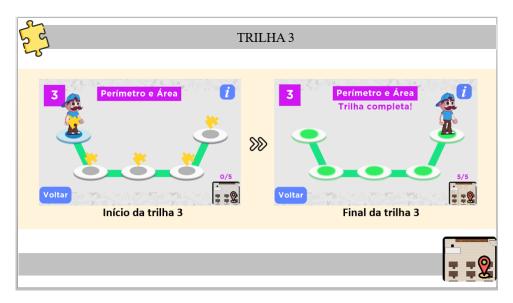
- Geometria: noções básicas
- 3 Área e Perímetro
- Triângulos
- 7 Círculo e Circunferência

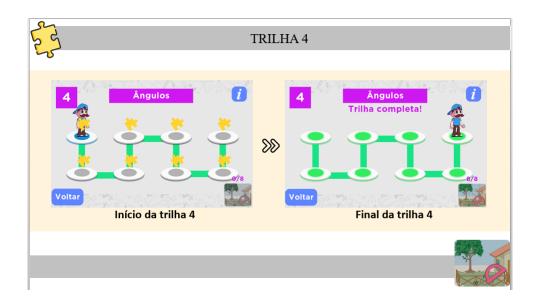
- 2 Plano Cartesiano
- 4 Ângulos
- 6 Quadriláteros

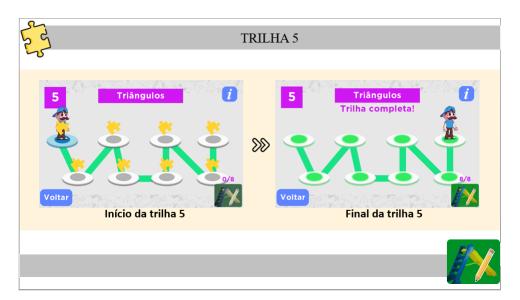


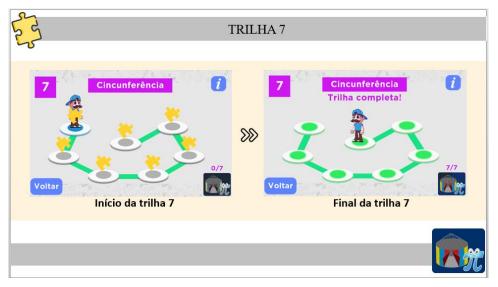


















MENSAGEM FINAL

"Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática"

Paulo Freire (1991)

Viver no mundo da educação implica enfrentar desafios adversos e diários, não bastando apenas amar o que se faz (apesar dessa ser uma condição obrigatória), mas saber enfrentá-los e saber superá-los com maestria.





Desenvolver a proposta apresentada não significa deixar os estudantes "trilhando sozinhos", mas sim trilhar com eles "passos seguros", isto é flexibilidade metodológica. Inovar em cada trilha, em cada passo, em cada caminho, pois práticas que apresentam formas educativas prontas e pré-determinadas acabam estreitando as chances de aflorar novos "trajetos" a percorrer, além de dificultar a ampliação do "olhar" sobre os processos educativos, o que inibe as possibilidades de cocriação pedagógica.





Por fim, entre outras coisas que na relação educativa faz diferença é professor(a) e estudantes se enxergarem como "parceiros de aprendizagem", isto é, seres humanos plenos de potencialidades a serem desenvolvidas na convivência e que a aprendizagem se dá em diferentes tempos, espaços e maneiras.

Por isso, é importante que o(a) professor(a) esteja aberto para desenvolver/criar, junto com o estudante, dinâmicas pedagógicas que respeitem as múltiplas formas de ser e aprender, que valorizem os momentos de convivência e de conversação pautados no "respeito e aceitação do outro como legítimo outro" (MATURANA, 2002).



Francine C. Vergani
Francinecvergani@gmail.com
054.99943.1835



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

CAXIAS DO SUL. Documento Orientador Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental de Caxias do Sul (DOCCX). Secretaria Municipal da Educação: Caxias do Sul, 2018.

FREIRE, P. A educação na cidade. São Paulo: Cortez, 1991.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

MATURANA, H. R. Emoções e linguagem na educação e na política. Trad. de José Fernando Campos Fortes. Belo Horizonte: UFMG, 2002.



