

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS, DA NATUREZA E DE TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

GUSTAVO AYRES DA SILVA

DESENVOLVIMENTO DE BANCADA DE TESTES PARA AVALIAÇÃO
DINÂMICA DE EIXOS ROTATIVOS SOB A AÇÃO DE MASSAS
DESBALANCEADAS

BENTO GONÇALVES

2017

GUSTAVO AYRES DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE BANCADA DE TESTES PARA AVALIAÇÃO
DINÂMICA DE EIXOS ROTATIVOS SOB A AÇÃO DE MASSAS
DESBALANCEADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso II da disciplina MEC0291XG, apresentado ao Centro de Ciências Exatas, da Natureza e de Tecnologia da Universidade de Caxias do Sul como pré-requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Me. Vagner Grison

BENTO GONÇALVES

2017

GUSTAVO AYRES DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE BANCADA DE TESTES PARA AVALIAÇÃO
DINÂMICA DE EIXOS ROTATIVOS SOB A AÇÃO DE MASSAS
DESBALANCEADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso II da disciplina MEC0291XG, apresentado ao Centro de Ciências Exatas, da Natureza e de Tecnologia da Universidade de Caxias do Sul como pré-requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovado em: 13 / 12 / 2017

Banca Examinadora

Prof. Me. Vagner Grison

Orientador – Universidade de Caxias do Sul

Prof. Me. Joel Vicente Ciapparini

Avaliador I – Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Evandro Paese

Avaliador II – Universidade de Caxias do Sul

Dedico este trabalho a todos que de alguma forma contribuíram em minha formação acadêmica e ao desenvolvimento deste estudo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram ao longo desta jornada, em especial:

A Deus, que conduz meu caminho e a quem devo minha vida;

A minha família, especialmente meus pais Jorge Luis Silva da Silva e Iara Conceição Ayres da Silva, por não medirem esforços e sempre me incentivarem ao longo da minha vida e formação; a minha namorada, Monize Marques de Oliveira Dias, pelo incentivo e ajuda ao longo deste trabalho, e compressão em diversos momentos;

Ao professor Wagner Grison, pela dedicação e contribuições fundamentais na elaboração deste trabalho e em minha formação profissional;

Ao professor Eduardo Nabinger, pela cessão de equipamentos e apoio técnico;

Aos colegas do Laboratório de Engenharia Elétrica e Eletrônica, Francisco Teloken e Luciano Salerno, pela cessão de equipamentos;

Aos colegas dos Laboratórios de Usinagem, de Ensaio Mecânicos e de Metalografia, Fabiano Ramos Rodrigues, Cássio Serafin e Diego Augusto Campeol pela cessão de espaço e equipamentos;

A todos os mestres pela dedicação ao transmitirem seus conhecimentos;

A todas as pessoas que contribuíram de alguma forma para que este trabalho fosse realizado.

*“Quanto mais aumenta o nosso conhecimento,
mais a nossa ignorância se evidencia.”*

John F. Kennedy

RESUMO

Este estudo objetiva o desenvolvimento de uma bancada didática de balanceamento e análise de vibrações em elementos rotativos. As vibrações transmitidas por massas desbalanceadas aos mancais podem causar problemas operacionais como ruídos, e mesmo falha do elemento rotativo. O balanceamento busca então diminuir esses efeitos corrigindo a distribuição de massas no rotor. A bancada desenvolvida se caracteriza por permitir a correção do desbalanceamento simulando tanto uma balanceadora de mancais rígidos quanto de mancais flexíveis. Isso se deve ao fato de um dos apoios dos mancais ser móvel, permitindo um grau de liberdade na oscilação do sistema eixo/disco de desbalanceamento. Com isto em vista, foram realizadas análises de vibração nas condições fixo e livre do apoio, assim como o procedimento de balanceamento, realizado pelo chamado método dos três pontos, que se caracteriza pelo uso de massas de teste. Em um contexto geral, o balanceamento com apoio fixo apresentou resultados mais consistentes quando do aumento da massa de teste. Apesar disso, ambas as condições não atenuaram o desbalanceamento a níveis consideráveis, sendo a falta de rigidez da bancada uma das prováveis causas.

Palavras chave: Bancada didática. Balanceamento. Elementos rotativos. Vibrações.

Áreas do conhecimento: Projeto de máquinas. Dinâmica de rotores. Vibrações mecânicas.

ABSTRACT

This study aims to develop a didactic balancing machine for vibration analysis in rotating elements. The vibration transmitted by unbalanced masses to the bearings can cause operational interferences as noises and even failure of rotating element. Balancing, thus, seeks to decrease those effects by correcting the mass distribution in the rotor. The balancing machine developed is characterized by allow simulating rigid and flexible bearing balancing machines. This is due to the fact that one of the bearing supports has a mobile behavior, allowing a one degree of freedom oscillation for the desbalanced shaft/disc. In this way, vibration analyzes were performed on conditions of fixed and free support. There were also performed the balancing procedure by four runs without phase method, that is characterized by the use of test weights. On a general context, rigid support balancing procedure resulted on more accurated minization of vibration when the test weights increased. Although, both conditions of bearing support have not reduced vibrations to considerable levels, probably due to the balancing machine foundation stiffness.

Keywords: Didactic balancing machine. Rotating elements. Vibrations.

Knowledge areas: Machinery design. Rotordynamics. Mechanical vibrations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de balanceamento de Silva et al (2004).....	19
Figura 2 – Resultados do algoritmo de balanceamento de Mendes (2013).....	21
Figura 3 – (a) Rotor experimental; (b) Modelo do rotor em elementos finitos.	21
Figura 4 – Volante de inércia.	24
Figura 5 – Eixo sob efeito de vibração lateral.	27
Figura 6 – Eixo sob efeito de rodopio.	28
Figura 7 – Diagrama de corpo livre de eixo em rodopio.....	29
Figura 8 – Viga em balanço com carga concentrada.....	30
Figura 9 – (a) Rotor desbalanceado estaticamente; (b) Rotor balanceado estaticamente.	34
Figura 10 – Rotor desbalanceado dinamicamente.....	34
Figura 11 – (a) Binário de desbalanceamento; (b) Desbalanceamento quase-estático.....	35
Figura 12 – Representação do efeito da velocidade na flexibilidade do rotor.	36
Figura 13 – (a) Balanceamento por gravidade; (b) Balanceadora de mancais flexíveis.	37
Figura 14 – Sinal no domínio (a) do tempo (b) e da frequência; (c) Registro digital do sinal.	40
Figura 15 – Equipamentos para análises de desbalanceamento.	40
Figura 16 – Representação gráfica dos sinais de vibração e fase.....	41
Figura 18 – Alinhamento da polia do motor.....	43
Figura 19 – (a) Montagem do dispositivo de aquisição de dados; (b) Balança digital.....	45
Figura 20 – Fluxograma do algoritmo de balanceamento.	46
Figura 21 – Vibração original.....	47
Figura 22 – Vibração da massa de teste a 0°	48
Figura 23 – Vibração da massa de teste a 120°	48
Figura 24 – Vibração da massa de teste a 240°	49
Figura 26 – Região de interseção das circunferências V1, V2 e V3.	50
Figura 27 – Distribuição da massa de correção.....	51
Figura 28 – Amplitudes de aceleração do apoio livre com o rotor (a) parado e (b) girando....	53
Figura 29 – Amplitudes médias na condição “sem correia”.	54
Figura 30 – Amplitudes médias na condição “sem rotor”.....	55
Figura 31 – Amplitudes médias na condição “com rotor”.	55
Figura 32 – Amplitudes de aceleração na condição de apoio fixo.....	56
Figura 33 – Amplitudes de aceleração na condição de apoio livre.	57
Figura 34 – Posicionamento da massa desbalanceadora.	58

Figura 35 – Comparativo de amplitudes nas condições de (a) apoio fixo e (b) apoio livre.....60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características dos componentes da bancada.	42
Tabela 2 – Velocidades aferidas do motor e eixo principal.	44
Tabela 3 – Características do sensor de aceleração.	45
Tabela 4 – Aplicativos de aquisição de dados.	45
Tabela 5 – Frequência natural do apoio móvel.....	52
Tabela 6 – Frequência natural do conjunto eixo/disco.	53
Tabela 7 – Balanceamento com o apoio do mancal livre.	58
Tabela 8 – Balanceamento com o apoio do mancal fixo.	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- NBR Norma Brasileira Regulamentadora
- ISO International Organization for Standardization
- FFT Transformada Rápida de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

q	Carregamento distribuído no eixo [N/m]
V	Esforço cortante [N]
M	Momento fletor [N · m]
θ	Ângulo de inclinação [rad]
y	Deflexão transversal do eixo [m]
I	Inércia de área [m ⁴]
E	Módulo de Young [Pa]
P	Potência [W]
T	Torque [N · m]
ω	Velocidade angular [rad/s]
T	Torque de entrada [N · m]
T_L	Torque de saída [N · m]
I_m	Inércia de massa do rotor [kg · m ²]
α	Aceleração angular [rad/s ²]
E_k	Energia cinética [J]
θ_t	Deflexão torcional [rad]
T	Torque [N · m]
l	Comprimento do eixo [m]
G	Módulo de elasticidade transversal [Pa]
J	Momento polar de inércia [m ⁴]
k_t	Constante torcional de mola [N · m/rad]
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	Deflexões dos segmentos do rotor [rad]
l_1, l_2, l_3	Comprimento dos segmentos do rotor [m]
J_1, J_2, J_3	Momento polar de inércia dos segmentos do rotor [m ⁴]
k_{tef}	Constante torcional efetiva de mola [N · m/rad]
k_{t1}, k_{t2}, k_{t3}	Constante torcional dos segmentos do rotor [N · m/rad]
ω_1	Velocidade crítica fundamental [rad/s]
g	Aceleração da gravidade [m/s ²]
M_i	Força gravitacional (peso) da i -ésima massa discreta do sistema [N]
y_i	Deflexão transversal da i -ésima localidade do sistema [m]
A	Amplitude máxima [m]

m	Massa do rotor [kg]
$\omega_{A_{m\acute{a}x}}$	Velocidade em máxima amplitude [rad/s]
a	Excentricidade entre os centros de gravidade (G)e geométrico (C) [m]
k	Constante de rigidez do rotor [N/m]
c	Coefficiente de amortecimento externo [N · s/m]
ζ	Fator de amortecimento [–]
r	Razão de velocidades angulares [–]
ϕ	Ângulo de fase [rad]
ω_n	Frequência natural do sistema [rad/s]
P	Força aplicada na extremidade da viga [N]
δ	Deflexão estática da viga [m]
m_v	Massa da viga [kg]
F_c	Força de desbalanceamento [N]
m_d	Massa desbalanceadora [kg]
e	Distância entre a massa desbalanceadora e o eixo de rotaao [m]
U_{per}	Desbalanceamento residual permissível [g · mm]
$e_{per} \cdot \Omega$	Valor numérico do grau de qualidade de balanceamento [mm/s]
Ω	Velocidade angular na velocidade de serviico do rotor [rad/s]
e_{per}	Desbalanceamento residual específico [μ m]
$F(t)$	Série de Fourier no tempo [–]
ω_T	Frequência angular [rad/s]
T	Período [s]
a_o, a_n, b_n	Coefficientes de Fourier [–]
V_0, V_1, V_2, V_3	Amplitude de vibraao nas Rodadas 0, 1, 2 e 3 [mm/s]
m_t	Massa de teste [kg]
m_c	Massa de correao do desbalanceamento [kg]

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1. TEMA	17
1.2. JUSTIFICATIVA	18
1.3. OBJETIVOS	18
1.3.1. Objetivo Geral	18
1.3.2. Objetivos Específicos	18
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1. TRABALHOS CORRELATOS	19
2.2. BREVE HISTÓRICO DA DINÂMICA DAS MÁQUINAS ROTATIVAS.....	22
2.3. ELEMENTOS ROTATIVOS	22
2.4. DEFLEXÃO, RIGIDEZ E FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS	30
2.5. BALANCEAMENTO	31
2.5.1. Desbalanceamento residual	32
2.5.2. Desbalanceamento estático	33
2.5.3. Desbalanceamento dinâmico	34
2.5.4. Binário de desbalanceamento e desbalanceamento quase-estático	35
2.6. TIPOS DE ROTORES	35
2.7. MÁQUINAS DE BALANCEAMENTO.....	36
2.7.1. Balanceamento por gravidade	36
2.7.2. Balanceamento centrífugo	36
2.8. AQUISIÇÃO E ANÁLISE DE SINAIS	38
3. MATERIAIS E MÉTODOS	42
3.1. BANCADA DE BALANCEAMENTO	42
3.2. SISTEMA DE MEDIÇÃO	44
3.3. MÉTODO DOS TRÊS PONTOS – QUATRO RODADAS SEM FASE	47
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	52

4.1. FREQUÊNCIAS NATURAIS.....	52
4.1.1. Método analítico	52
4.1.2. Método experimental	53
4.2. ANÁLISE PRELIMINAR 1	54
4.3. ANÁLISE PRELIMINAR 2.....	56
4.4. EXECUÇÃO DO BALANCEAMENTO	57
4.4.1. Balanceamento com o apoio do mancal livre	57
4.4.2. Balanceamento com o apoio do mancal fixo	59
5. CONCLUSÃO	61
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
7. APÊNDICE	65
APÊNDICE A – CRONOGRAMA DE ATIVIDADES.	65
APÊNDICE B – FLUXOGRAMA DE ATIVIDADES.	66
APÊNDICE C – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL DE OBTENÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO APOIO MÓVEL.....	70
APÊNDICE D – ALGORITMO DE BALANCEAMENTO.	72
APÊNDICE E – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE BALANCEAMENTO.	80
APÊNDICE F – DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DO BALANCEAMENTO “3 PONTOS”.....	83
8. ANEXO	86
ANEXO A – CLASSES DE QUALIDADE DE BALANCEAMENTO PARA DIVERSOS GRUPOS REPRESENTATIVOS DE ROTORES RÍGIDOS.	86
ANEXO B – DESBALANCEAMENTO RESIDUAL ESPECÍFICO MÁXIMO e_{per}	87
ANEXO C – BANCADA DIDÁTICA DE BALANCEAMENTO – EMPRESA 1.....	88
ANEXO D – BANCADAS DIDÁTICAS DE BALANCEAMENTO – EMPRESA 2.....	89

1. INTRODUÇÃO

“As máquinas rotativas representam a mais extensa e importante classe de maquinário usado para transporte de fluidos, usinagem e conformação de metais, geração de energia, propulsão de aeronaves e outros fins.”¹ Em função disso, possuem um amplo campo de estudos a ser explorado, dentre os quais está o estudo da dinâmica de rotores.

“A dinâmica de rotores é diferente de dinâmica estrutural, já que lida-se com uma estrutura giratória. Basicamente, todos os fenômenos de vibração serão válidos, no entanto, existem várias diferenças e tem-se que estabelecer procedimentos para o manuseio dos rotores e seus fenômenos vibratórios.”²

O comportamento dinâmico de elementos rotativos envolve um elevado número de condições desfavoráveis, tais como vibração, desalinhamento e desbalanceamento, os quais o tornam propenso à instabilidade e até mesmo falha durante a operação. A evolução das técnicas de detecção desses fatores diminuiu significativamente os custos com problemas relacionados a eles. Entretanto, isso se aplica em geral à indústria, onde o investimento em equipamentos de prevenção compensa em detrimento aos custos de manutenção e reposição de máquinas. No contexto do ensino, os equipamentos comerciais disponíveis ainda estão muito além da disponibilidade financeira e do custo/benefício gerado à instituição de ensino, como pode ser verificado no levantamento mostrado nos Anexos C e D.

Tendo em vista isso, propôs-se então o desenvolvimento de uma bancada de balanceamento com finalidade didática, na qual o projeto, a montagem e a validação do equipamento visam instigar a produção de novos trabalhos e pesquisas no âmbito universitário, assim como servir de instrumento de apoio em disciplinas como: Projeto de Sistemas Mecânicos, Vibrações Mecânicas e, Metrologia e Instrumentação.

1.1. TEMA

Este trabalho trata do estudo da dinâmica de elementos rotativos e dos esforços inerciais provenientes de massas desbalanceadas.

¹ Do original: “Rotating machines represent the largest and most important class of machinery used for fluid media transportation, for metal working and forming, for energy generation, for providing aircraft propulsion, and for other purposes.” (MUSZYNSKA, 2005, prefácio, tradução nossa)

² Do original: “Rotor Dynamics is different from Structural Dynamics, as we deal with a rotating structure. Basically, all the vibration phenomena will be valid, however, there are several differences and we have to set up procedures for handling the rotors and their vibratory phenomena.” (RAO, 2011, p. 36, tradução nossa)

1.2. JUSTIFICATIVA

A necessidade de se projetar componentes mecânicos cada vez mais resistentes exige um conhecimento diferenciado das condições de trabalho as quais estes serão submetidos. Tendo em vista isto, e motivado também pela possibilidade de desenvolver um equipamento acessível e ao mesmo tempo eficaz, propôs-se o projeto e construção de um balanceador de elementos rotativos em que possam ser feitas avaliações de vibração e desbalanceamento.

Por meio da coleta de dados relativos à dinâmica e vibrações será possível refinar o projeto de elementos que tem sua vida reduzida em função de massas desbalanceadas, tais como eixos, mancais e acoplamentos. A possibilidade de variadas aplicações de tal equipamento o tornará útil também na análise do comportamento de outros elementos, tais como hélices, rodas e volantes de inércia utilizados pelo projeto Aerodesign da UCS, minimizando as vibrações que possam afetar a estabilidade da aeronave.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo Geral

Projetar e construir uma bancada de testes para avaliar o comportamento dinâmico de massas desbalanceadas em eixos rotativos.

1.3.2. Objetivos Específicos

Com base no objetivo geral foram então definidos os seguintes objetivos específicos para este trabalho:

- I. Projetar a bancada;
- II. Construir bancada e corpo de prova a partir do projeto proposto;
- III. Desenvolver algoritmo de balanceamento;
- IV. Avaliar as características da bancada construída;
- V. Promover o balanceamento do elemento rotativo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção objetiva dar embasamento teórico para a sequência de estudos a ser desenvolvida. Partindo da apresentação de trabalhos correlatos serão mostrados alguns estudos envolvendo o problema do desbalanceamento em rotores. Logo após, o embasamento teórico se dará por meio da revisão das teorias pertinentes ao assunto, juntamente com a abordagem às bibliografias disponíveis sobre dinâmica e análise teórica/experimentais de elementos rotativos.

2.1. TRABALHOS CORRELATOS

Silva et. al (2004), motivados em facilitar o acesso a equipamentos para aulas práticas em sua instituição de ensino, desenvolveram uma bancada didática capaz de simular problemas de desbalanceamento em rotores. Utilizaram um sistema de aquisição de dados composto por analisador de vibrações, unidade estroboscópica e sensor com acelerômetro piezoelétrico. Com base na análise de gráficos de tendência e espectros gerados pelo *software* do equipamento, desenvolveram uma rotina de cálculos possibilitando realizar os procedimentos de balanceamento dinâmico em um e dois planos de correção. A Figura 1 mostra a bancada utilizada nos ensaios, composta por dois discos montados sobre um eixo acionado por um motor elétrico.

Figura 1 – Sistema de balanceamento de Silva et al (2004).



Fonte: SILVA et al. (2004, p. 5).

A realização dos testes em várias faixas de rotação evidenciou também a tendência, já comprovada teórica e experimentalmente, que diz que a força centrípeta sobre a massa desbalanceada em rotação aumenta com o quadrado da velocidade angular.

A partir deste estudo os autores concluíram sobre o potencial do dispositivo para fins didáticos e apontaram algumas melhorias em seu equipamento a serem implementadas em estudos posteriores, a fim de torná-lo eficaz também em problemas reais.

Leonardi et. al (2012) com o intuito de avaliar um problema corrente em máquinas, as avarias causadas pelo desbalanceamento, testaram a eficácia de um método de balanceamento conhecido como quatro rodadas sem fase. Em um primeiro momento avaliaram com o auxílio de um transdutor de aceleração (acelerômetro) as vibrações inerentes à bancada e, em seguida, a fase do rotor por meio de outro transdutor, o tacômetro. A partir destes dados, o sistema de aquisição gerou então as informações referentes à massa de correção para o balanceamento em um plano.

Feito isto, repetiram o mesmo procedimento inicial, com a diferença de não utilizarem o tacômetro para determinar a fase do rotor. Isto impossibilitou o sistema de aquisição de dados de retornar informações sobre a posição da massa de correção, favorecendo o uso do método alternativo para o balanceamento do rotor.

Realizaram então os cálculos analíticos, utilizando também meios gráficos para aplicar o método, e determinaram assim a posição e o valor da massa de correção a ser inserida no rotor. Com base em seus dados concluíram que ambos os métodos, tanto com o uso do tacômetro, quanto o de quatro rodadas sem fase, diminuíram em cerca de 80% os níveis de vibração do sistema por meio do balanceamento.

Mendes (2013) desenvolveu um algoritmo em *software* LabView com o objetivo de balancear rotores dinamicamente pelo método dos coeficientes de influência. Este método relaciona os efeitos causados pelas massas desbalanceadas do(s) rotor(es) em cada mancal, gerando assim coeficientes utilizados na determinação das massas de correção a serem colocadas em cada plano.

O autor descreve a sequência de procedimentos utilizados, tanto para balanceamento estático quanto dinâmico, a fim de validar o sistema de aquisição de dados utilizado e o algoritmo criado. Para isso, realizou testes com rotações entre 25 a 50 Hz com variadas magnitudes e posicionamentos de massas desbalanceadoras. Estes testes incluíram três etapas de aquisição de dados: rotação sem massa de teste, rotação com massa de teste no plano 1 (mancal 1) e, rotação com massa de teste no plano 2 (mancal 2).

Após isso, o algoritmo calcula as massas de correção indicando suas posições. Em seguida, outra etapa é executada com as massas de correção em seus respectivos planos, verificando a atenuação do desbalanceamento. A Figura 2 demonstra os resultados do balanceamento após as etapas descritas anteriormente.

Figura 2 – Resultados do algoritmo de balanceamento de Mendes (2013).

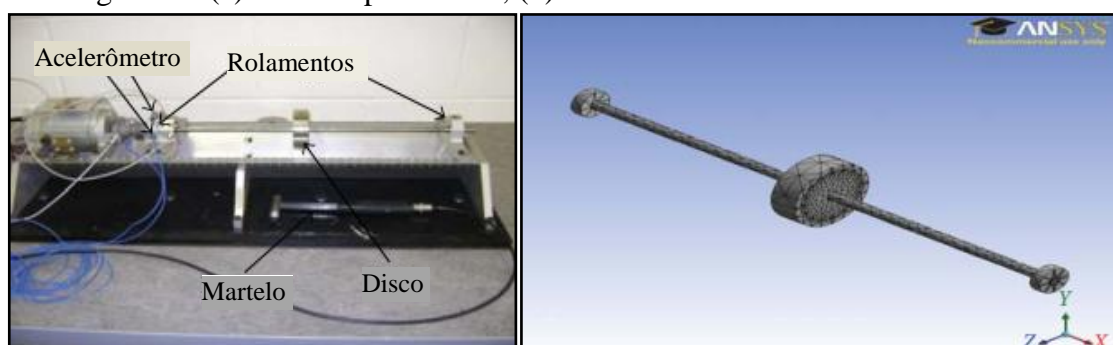
Dados de Entrada		Primeira Aquisição	Segunda Aquisição	Terceira Aquisição	Cálculos	Validação	Resultados	
Instruções: - Clique em "Exibir" para visualizar os resultados - Para exibir as etapas de aquisição clique em "Detalhes".								
<input type="button" value="Exibir"/>								
Vibração Inicial		Resultado Mancal 1:	Amplitude 10 [μm]	Fase 10 [graus]				
			82,9233	77,1952				
		Resultado Mancal 2:	Amplitude 20 [μm]	Fase 20 [graus]				
			77,4604	-7,35563				
Vibração Balanceada		Resultado Mancal 1:	Amplitude B10 [μm]	Fase B10 [graus]				
			16,1407	261,16				
		Resultado Mancal 2:	Amplitude B20 [μm]	Fase B20 [graus]				
			13,3122	-8,31274				
Comparativo		Resultado Mancal 1:	Redução de amplitude [%]					
			80,5354					
		Resultado Mancal 2:	Redução de amplitude [%]					
			82,8141					

Fonte: MENDES (2013, p. 68).

Os resultados mostraram uma diminuição de 80% e 82% nos níveis de vibração para os planos 1 e 2, respectivamente. O autor informa também que, apesar dos resultados serem satisfatórios, o balanceamento residual poderia ser ainda menor com a utilização de sensores (acelerômetros) com maior sensibilidade, ou seja, que trabalhassem em uma faixa de operação mais próxima da faixa de aceleração dos rotores analisados. Isto possibilitaria a aplicação dos testes em rotores de menor inércia assim como balanceamentos mais rigorosos.

Já em seu estudo, Al-Khazali e Askari (2012) utilizaram um aparato experimental e computacional com o objetivo de estudar os efeitos em rotores de parâmetros modais tais como frequências naturais, modos de vibração, amortecimento e desalinhamentos. Desenvolveram um modelo analítico e o recriaram em elementos finitos a fim de confrontar com os dados obtidos no modelo experimental, mostrado na Figura 3.

Figura 3 – (a) Rotor experimental; (b) Modelo do rotor em elementos finitos.



Fonte: Adaptado de Al-Khazali e Askari (2012, p. 3, 4).

(a)

(b)

Em seguida, compararam os dados experimentais por análise modal com os resultados do modelo em elementos finitos, e assim as curvas dos gráficos foram ajustadas. Dessa forma, aplicaram a metodologia de caracterização do sistema usando técnicas analítico/computacionais, aprimorando o modelo usando testes experimentais.

2.2. BREVE HISTÓRICO DA DINÂMICA DAS MÁQUINAS ROTATIVAS

Para Vance et. al (2010, p. 354) “A roda é provavelmente a invenção mecânica mais importante de todos os tempos. É difícil imaginar qualquer sistema mecanizado possível sem a roda ou a ideia de um componente simétrico movendo-se em movimento circular em um eixo.”³

Com a evolução das máquinas rotativas e conseqüentemente o aumento das velocidades atingidas, cresceram também os inconvenientes referentes às altas rotações. “O primeiro problema encontrado foi a velocidade crítica, onde a vibração produzida pelo desbalanceamento do rotor é maximizado pela ressonância com a frequência natural do sistema.”⁴

Os primeiros registros de análise do fenômeno da velocidade crítica em rotores datam de 1869, quando o engenheiro escocês William Rankine (1820-1872) realizou um estudo dessa natureza, a qual resultou em uma filosofia de projeto onde era necessário manter os elementos rotativos com velocidades abaixo da primeira velocidade crítica. Esta premissa de projeto foi mudada apenas nos anos 1890 quando o engenheiro suíço Carl de Laval demonstrou com sucesso a possibilidade de operação acima das velocidades críticas.

2.3. ELEMENTOS ROTATIVOS

Segundo Norton (2013, p. 566) “Um eixo é uma viga que se deflete transversalmente e é também uma barra de torção que se deflete torcionalmente.” Sendo assim, a abordagem mais prática para analisar eixos e rotores em geral é considerá-los como uma viga, executando análises de carregamento estático e deflexão, e em seguida mudar a ótica na análise dinâmica.

³ Do original: “The wheel is probably the most important mechanical invention of all time. It is hard to imagine any mechanized system that would be possible without the wheel or the idea of a symmetrical component moving in a circular motion on an axis. From tiny watch gears to automobiles, jet engines and computer disk drives, the principle is the same.” (RAO, 2011, prefácio, tradução nossa)

⁴ Do original: “The first dynamics problem encountered was the critical speed, where the vibration produced by rotor unbalance is magnified by resonance with the natural frequency of the system.” (VANCE et. al, 2010, p.354, tradução nossa)

Com isso, parte-se do princípio que o somatório das forças e momentos em qualquer ponto do eixo deve ser igual a zero e, equacionam-se então os esforços cortantes e momento fletor, possibilitando encontrar outras variáveis como as equações de carregamento, de inclinação e deflexão do eixo, conforme demonstrado por Norton (2013, p.166) nas equações (1) abaixo:

$$\frac{q}{E \cdot I} = \frac{d^4 y}{dx^4} \quad (1a)$$

$$\frac{V}{E \cdot I} = \frac{d^3 y}{dx^3} \quad (1b)$$

$$\frac{M}{E \cdot I} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (1c)$$

$$\theta = \frac{dy}{dx} \quad (1d)$$

$$y = f(x) \quad (1e)$$

Onde:

q Carregamento distribuído no eixo [N/m]

V Esforço cortante [N]

M Momento fletor [N · m]

θ Ângulo de inclinação [rad]

y Deflexão transversal do eixo [m]

I Inércia de área [m⁴]

E Módulo de Young [Pa]

Como observado acima, pode-se portanto obter as demais equações por integração ou diferenciação de qualquer uma delas. Sendo que, conforme Norton (2013, p.562), as constantes de integração (C_1, C_2, \dots, C_n) são nulas quando incluídas as forças de reação na equação.

Os eixos, por outro lado, também são utilizados como elementos de transmissão de potência, levando a uma abordagem do ponto de vista dinâmico, conforme a equação (2):

$$P = T \cdot \omega \quad (2)$$

Onde:

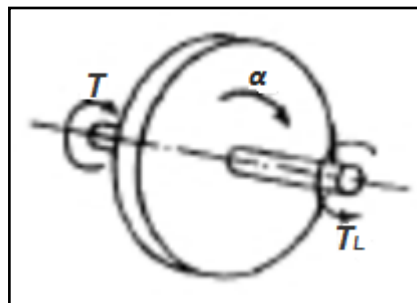
P Potência [W]

T Torque [N · m]

ω Velocidade angular [rad/s]

Em decorrência natural, para transmitir torque e potência, os eixos trabalham em conjunto com outros elementos mecânicos, como polias, engrenagens, ou com volantes inerciais, servindo para amenizar as oscilações de velocidade durante variações de torque. A Figura 4 mostra um volante montado sobre um eixo rotativo e, também parâmetros da dinâmica dos elementos.

Figura 4 – Volante de inércia.



Fonte: Adaptado de Mabie et. al (1987, p. 457).

As equações (3a) e (3b) de Mabie et. al (1987, p. 457) descrevem a situação citada sob o ponto de vista do torque no sistema:

$$\sum T = I_m \cdot \alpha \quad (3a)$$

$$T - T_L = I_m \cdot \alpha \quad (3b)$$

Onde:

T Torque de entrada [N · m]

T_L Torque de saída [N · m]

I_m Inércia de massa do rotor [kg · m²]

α Aceleração angular [rad/s²]

Em essência esses elementos podem ser considerados como discos acoplados a um eixo, sendo então analisados como tais. As forças que causam o movimento obedecem aos princípios da cinética (Hibbeler, 2011, p. 429), que relacionam a inércia do corpo rígido com sua velocidade angular, no caso da rotação. Conforme Norton (2013, p. 585), esta relação é expressa pela equação (4):

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot I_m \cdot \omega^2 \quad (4)$$

Onde:

E_k Energia cinética [J]

As variações na seção transversal do eixo prejudicam, entretanto, a obtenção de outros parâmetros como a deflexão torcional e a constante de mola devido à mudança do momento polar de inércia J . Porém, Norton (2013, p. 568), expressa que “Qualquer coleção de seções adjacentes de diferentes diâmetros do eixo pode ser considerada como um conjunto de molas em série, porque suas deflexões se adicionam e o torque passa por elas inalterado.” Dessa forma, uma constante efetiva de mola pode ser obtida encontrando então uma deflexão relativa entre as extremidades do rotor.

Para isso, parte-se então da equação genérica (5) que representa a deflexão angular em um elemento de seção transversal uniforme:

$$\theta_t = \frac{T \cdot l}{G \cdot J} \quad (5)$$

Onde:

θ_t Deflexão torcional [rad]

T Torque [N · m]

l Comprimento do eixo [m]

G Módulo de elasticidade transversal [Pa]

J Momento polar de inércia [m⁴]

Obtém-se então a partir da expressão acima a equação (6) da constante torcional de mola, para um corpo de mesma seção:

$$k_t = \frac{T}{\theta_t} = \frac{G \cdot J}{l} \quad (6)$$

Onde:

k_t Constante torcional de mola [N · m/rad]

Para um eixo composto de três segmentos, por exemplo, com momento polar de inércia J distintos e outros três comprimentos l correspondentes, submetidos ao mesmo torque, a deflexão torcional total se dá pela equação (7):

$$\theta_t = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{T}{G} \cdot \left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3} \right) \quad (7)$$

Onde:

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ Deflexões dos segmentos do rotor [rad]

l_1, l_2, l_3 Comprimento dos segmentos do rotor [m]

J_1, J_2, J_3 Momento polar de inércia dos segmentos do rotor [m⁴]

De forma semelhante, a constante torcional efetiva de mola será dada pela soma inversa das constantes de cada segmento de eixo, conforme equação (8):

$$\frac{1}{k_{t_{ef}}} = \frac{1}{k_{t1}} + \frac{1}{k_{t2}} + \frac{1}{k_{t3}} \quad (8)$$

Onde:

$k_{t_{ef}}$ Constante torcional efetiva de mola [N · m/rad]

k_{t1}, k_{t2}, k_{t3} Constante torcional dos segmentos do rotor [N · m/rad]

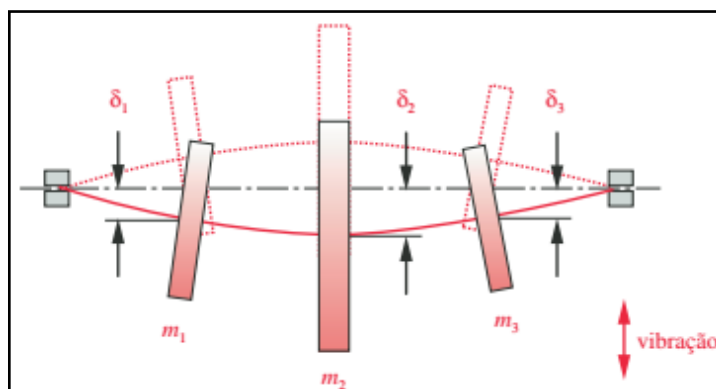
Ou ainda, utiliza-se a equação (8) para determinar $k_{t_{ef}}$, substituindo o momento polar de área J por um momento equivalente J_{ef} , dado pela equação (9):

$$J_{ef} = \frac{l}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{J_i}} \quad (9)$$

De acordo com Inman (2008, p. 437), “Uma preocupação primária no projeto de máquinas rotativas é o fenômeno de vibração de velocidades críticas.”⁵ Esta condição é encontrada quando um elemento, tal como o eixo com um disco, rotaciona em velocidades equivalentes à sua frequência natural, ou seja, a vibração causada pela rotação entra em ressonância com a frequência intrínseca do sistema eixo/disco, ampliando a resposta a essa vibração. A ressonância é então a causa da chamada vibração lateral de eixo, conforme a Figura 5, em que δ representa a deflexão dinâmica.

⁵ Do original: “Of primary concern in the design of rotating machinery is the vibration phenomenon of critical speeds.” (INMAN, 2008, p.437, tradução nossa)

Figura 5 – Eixo sob efeito de vibração lateral.



Fonte: Norton (2013, p. 597)

Segundo Norton (2013, p. 594) "Deve-se evitar excitar um sistema ao ponto de sua frequência crítica ou próximo a ela, já que as deflexões resultantes frequentemente causarão tensões grandes o suficiente para rapidamente romper a peça." Dessa forma, "Os projetistas costumam buscar as primeiras velocidades críticas a pelo menos duas vezes a velocidade operacional." (Shigley et al., 2005, p. 885)

Dentre as formas utilizadas para encontrar a frequência menor natural, ou fundamental, está o método de Rayleigh, que relaciona a energia potencial presente no eixo sob máxima deflexão e a energia cinética do eixo quando este está na posição não defletida e com velocidade máxima. O método permite determinar a frequência crítica de vigas ou eixos compostos de segmentos de diferentes seções transversais, conforme a equação (10) de Thomson e Dahleh (1998, p. 357):

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g \cdot \sum_i M_i \cdot y_i}{\sum_i M_i \cdot y_i^2}} \quad (10)$$

Onde:

ω_1 Velocidade crítica fundamental [rad/s]

g Aceleração da gravidade [m/s²]

M_i Força gravitacional (peso) da i-ésima massa discreta do sistema [N]

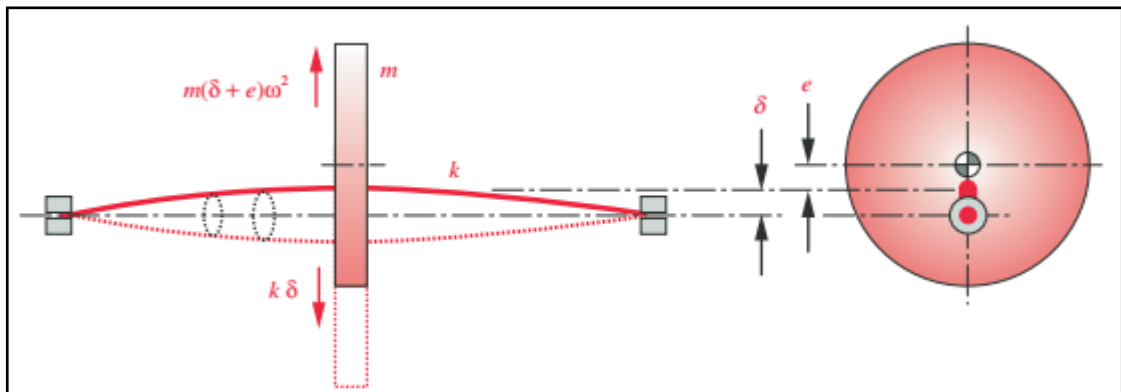
y_i Deflexão transversal da i-ésima localidade do sistema [m]

De acordo com Shigley et al. (2005, p. 885), "embora a forma de deflexão dinâmica seja desconhecida, utilizar uma curva de deflexão estática provê uma excelente estimativa de velocidade crítica mais baixa." Por este motivo, mesmo a estimativa pelo método supracitado sendo válida, em projetos com geometrias mais complexas opta-se pelo emprego de métodos

mais sofisticados, como a análise modal por elementos finitos, a fim de gerar um número mais elevado de frequências naturais.

Outro efeito decorrente da ressonância das velocidades críticas diz respeito ao rodopio de eixo, que ocorre quando o elemento rotativo gira com certa amplitude em torno do seu próprio eixo. Conforme Norton (2013, p. 597), “Qualquer desbalanceamento residual de um elemento de rotação faz com que seu centro de massa verdadeiro fique excêntrico em relação à linha de centro do eixo”. Quando o sistema rotaciona, esta excentricidade gera uma deflexão que tende a ser resistida pela rigidez $E \cdot I$ do eixo. A Figura 6 mostra um exemplo deste efeito.

Figura 6 – Eixo sob efeito de rodopio.



Fonte: Norton (2013, p. 598)

A amplitude A desse movimento é descrita pela equação (11) de Rao (2009, p. 312):

$$A = \frac{m \cdot \omega_{A_{m\acute{a}x}}^2 \cdot a}{\left[(k - m \cdot \omega_{A_{m\acute{a}x}}^2)^2 + m \cdot c^2 \right]^{1/2}}$$

$$= \frac{a \cdot r^2}{[(1 - r^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot r^2)]^{1/2}} \quad (11)$$

Onde:

A Amplitude máxima [m]

m Massa do rotor [kg]

$\omega_{A_{m\acute{a}x}}$ Velocidade em máxima amplitude [rad/s]

a Excentricidade entre os centros de gravidade (G) e geométrico (C) [m]

k Constante de rigidez do rotor [N/m]

c Coeficiente de amortecimento externo [N · s/m]

ζ Fator de amortecimento [–]

De acordo com Rao (2009, p. 313) “Espera-se que uma passagem rápida do eixo rotativo por uma velocidade crítica limite as amplitudes do rodopio (*whirling*), ao passo que uma passagem lenta pela velocidade crítica ajuda a desenvolver grandes amplitudes.”

2.4. DEFLEXÃO, RIGIDEZ E FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS

Tomando como exemplo uma viga vertical engastada em uma das extremidades, como mostrado na Figura 8, encontra-se por meio da equação (15) a rigidez do sistema. Pode-se obter ainda, rearranjando esta equação, a deflexão da viga.

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \quad (15)$$

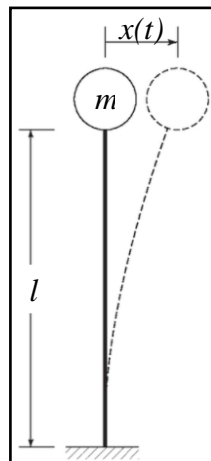
Onde:

P Força aplicada na extremidade da viga [N]

δ Deflexão estática da viga [m]

l Comprimento da viga [m]

Figura 8 – Viga em balanço com carga concentrada.



Fonte: Rao (2009, p. 56)

A partir da rigidez k obtém-se então a frequência natural principal da viga, pela equação (16):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (16)$$

Onde:

ω_n Freqüência natural da viga [rad/s]

Ou ainda, considerando-se a massa m_v da viga, calcula-se a freqüência natural pela equação (17), conforme Rao (2009, p. 66):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{33}{140} \cdot m_v}} \quad (17)$$

Onde:

m Massa concentrada na extremidade da viga [kg]

m_v Massa da viga [kg]

2.5. BALANCEAMENTO

A norma NBR 8008:1983 define balanceamento como o “Processo que procura melhorar a distribuição de massas de um corpo, de modo que este gire em seus mancais sem forças de desbalanceamento”. Já a norma ISO 1940-1:2003 traz uma definição mais abrangente, classificando o balanceamento como um “Procedimento pelo qual a distribuição de massa de um rotor é verificada e, se necessário, ajustada a fim de assegurar que o desbalanceamento residual ou a vibração dos mancais e/ou forças nos rolamentos na freqüência correspondente à velocidade de serviço estejam dentro de limites especificados.”⁷

As massas excêntricas ou desbalanceadas causam vibrações não só em elementos rotativos onde se encontram como também em outros componentes das máquinas. Esses níveis de vibração podem ser aceitáveis ou não, conforme especificado em normas como a ISO 2372:1974 e a NBR 10082:1987. O grande problema do balanceamento é, portanto, “reduzir as vibrações laterais síncronas do rotor por meio da mudança na distribuição de massas.”⁸

A principal força proveniente do desbalanceamento é descrita pela equação (18), de Vinogradov (2000, p. 217):

⁷ Do original: “Procedure by which the mass distribution of a rotor is checked and, if necessary, adjusted to ensure that the residual unbalance or the vibration of the journals and/or forces on the bearings at a frequency corresponding to service speed are within specified limits.” (ISO 1940-1, 2003, p. 2, tradução nossa)

⁸ Do original: “The balancing problem is to reduce rotor lateral synchronous vibrations through changes in the rotor mass distribution.” (MUSZYNSKA, 2005, p.712, tradução nossa)

$$F_c = m_d \cdot e \cdot \omega^2 \quad (18)$$

Onde:

F_c Força de desbalanceamento [N]

m_d Massa desbalanceadora [kg]

e Distância entre a massa desbalanceadora e o eixo de rotação [m]

De acordo com Rao (2009, p. 308), “se a vibração causada por uma massa desbalanceada não for aceitável, ela pode ser eliminada pela remoção da massa excêntrica ou pela adição de uma massa igual ou em posição tal que cancele o efeito do desbalanceamento.” A adoção desses métodos, entretanto, só é possível a partir da determinação tanto da posição quanto da quantidade de massa excêntrica presente no elemento rotativo, que se dá por meios experimentais.

2.5.1. Desbalanceamento residual

De acordo com Norton (2011, p. 615), tratando-se de um sistema rotativo, “qualquer elo ou membro que está em rotação pura pode, em teoria, ser perfeitamente balanceado para eliminar todas as forças vibratórias e momentos vibratórios.” O desbalanceamento residual é, portanto, a vibração resultante de uma mínima massa fora de posição que impede o elemento rotativo de estar em seu perfeito estado de funcionamento.

A norma NBR 8008:1983 (1983, p. 2) destaca que:

Deve ser estabelecido até onde o desbalanceamento deve ser reduzido e onde existe o compromisso ótimo do ponto de vista econômico e teórico sobre a qualidade do balanceamento. Em casos individuais pode-se determinar corretamente somente por medições aplicadas em laboratório ou campo.

Na prática, portanto, o ideal a ser feito é avaliar as questões técnicas e econômicas, pois mesmo com os avanços em equipamentos e métodos de medição e os bons níveis de balanceamento atingidos, a precisão dependerá da necessidade de aplicação do elemento rotativo.

A norma ISO 1940-1:2003 estabelece então o conceito de desbalanceamento residual permissível U_{per} , a fim de padronizar limites conforme o tipo de rotor e a qualidade de balanceamento requerida. Seu valor é obtido pela equação (19):

$$U_{per} = \frac{(e_{per} \cdot \Omega) \cdot m}{\Omega} \quad (19)$$

Onde:

U_{per} Desbalanceamento residual permissível [g · mm]

$e_{per} \cdot \Omega$ Valor numérico do grau de qualidade de balanceamento [mm/s]⁹

m Massa do rotor [kg]

Ω Velocidade angular na velocidade de serviço do rotor [rad/s]

Como o desbalanceamento residual permissível está relacionado com a massa, pode-se obter então um coeficiente de desbalanceamento residual específico e_{per} , conforme a equação (20), útil em casos em que é preciso relacionar tolerâncias geométricas e de balanceamento:

$$e_{per} = \frac{U_{per}}{m} \quad (20)$$

Onde:

e_{per} Desbalanceamento residual específico [μm]

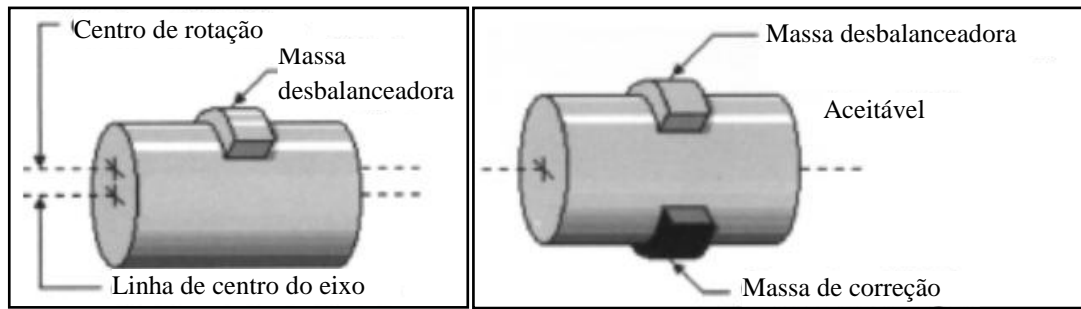
2.5.2. Desbalanceamento estático

“É definido como um desbalanceamento onde o centro de rotação está deslocado paralelamente ao centro geométrico do elemento rotativo. Se o elemento fosse apoiado livremente, ele giraria até que o ponto mais pesado estivesse no lado inferior.”¹⁰ Pode ser também chamado de balanceamento em plano único, o que significa segundo Norton (2011, p. 615), “que as massas que estão gerando as forças inerciais estão em ou muito próximas de um mesmo plano”. Ou seja, a dimensão axial do elemento é pequena se comparada à radial, permitindo que o desbalanceamento seja facilmente corrigido com a adição ou remoção da quantidade apropriada de massa em tal plano. A condição a ser satisfeita é então que o equilíbrio de forças no sistema deve ser mantido, conforme mostrado na Figura 9.

⁹ O grau de qualidade de balanceamento $e_{per} \cdot \Omega$ é obtido por meio do Anexo A, conforme o tipo de rotor a ser balanceado.

¹⁰ Do original: “Static unbalance is defined as an unbalance where the center of rotation is displaced parallel to the geometric center of the rotating element. If the element were placed on knife-edges, it would rotate until the heavy spot was on the bottom.” (MCMILLAN, 2004, p.44, tradução nossa)

Figura 9 – (a) Rotor desbalanceado estaticamente; (b) Rotor balanceado estaticamente.



Fonte: Adaptado de McMillan (2004, p. 44, 45).

(a)

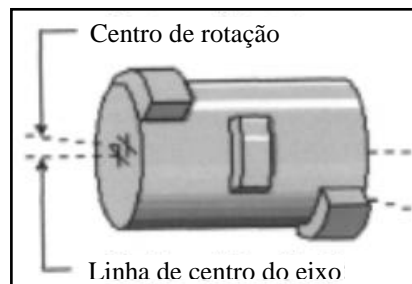
(b)

2.5.3. Desbalanceamento dinâmico

O desbalanceamento dinâmico, também chamado de balanceamento em dois planos, requer que duas condições sejam satisfeitas. Além do equilíbrio de forças, observa-se também que o somatório dos momentos gerados pela distribuição de massa no rotor deve ser nulo.

Pode-se definir o desbalanceamento dinâmico como aquele em que “o eixo de rotação não coincide ou intercepta a linha de centro geométrico do elemento rotativo.”¹¹ Este tipo de desbalanceamento é mostrado na Figura 10:

Figura 10 – Rotor desbalanceado dinamicamente.



Fonte: Adaptado de McMillan (2004, p. 48).

O desequilíbrio dinâmico causa diferentes amplitudes de vibração nas extremidades do rotor, sendo que na maioria das vezes os ângulos de fase não estarão nem em fase nem diretamente opostos um do outro. Sendo assim, “o desbalanceamento dinâmico só pode ser corrigido em pelo menos dois planos perpendiculares ao eixo de rotação.” (Sousa, 2005, p.18).

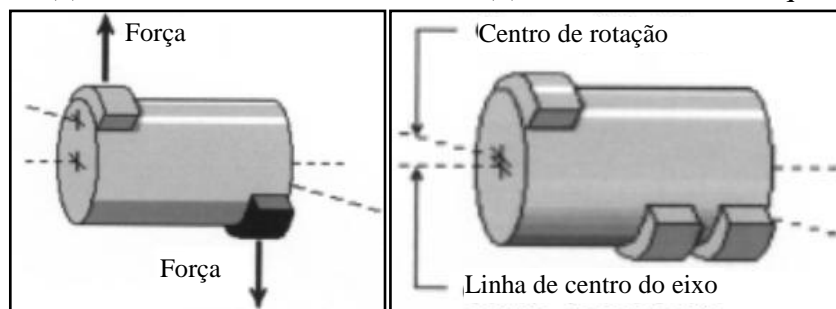
¹¹ Do original: “Dynamic unbalance is defined as unbalance where the axis of rotation does not coincide or touch the element’s geometric centerline.” (MCMILLAN, 2004, p. 47, tradução nossa)

2.5.4. Binário de desbalanceamento e desbalanceamento quase-estático

No binário de desbalanceamento, exemplificado na Figura 11(a), “mesmo que o eixo esteja balanceado estaticamente, ele tende a oscilar em torno do seu centro quando girado. Ambas as extremidades do eixo vibrariam com a mesma amplitude, mas com uma defasagem de 180°.”¹² Segundo Sousa (2005, p. 14), as forças geradas pelo par de massas desbalanceadoras “se anulam por serem opostas uma a outra, porém geram um momento, já que não estão contidas no mesmo plano.”

Já o desbalanceamento quase-estático ocorre quando “o eixo de rotação intercepta a linha de centro geométrico, mas não passa por seu centro de gravidade”¹³, conforme a Figura 11(b). Neste caso, as amplitudes de vibração variam muito entre uma extremidade e outra, estando defasadas em aproximadamente 180 graus. Sua correção se dá em dois ou mais planos.

Figura 11 – (a) Binário de desbalanceamento; (b) Desbalanceamento quase-estático.



Fonte: Adaptado de McMillan (2004, p. 46, 47).

(a)

(b)

2.6. TIPOS DE ROTORES

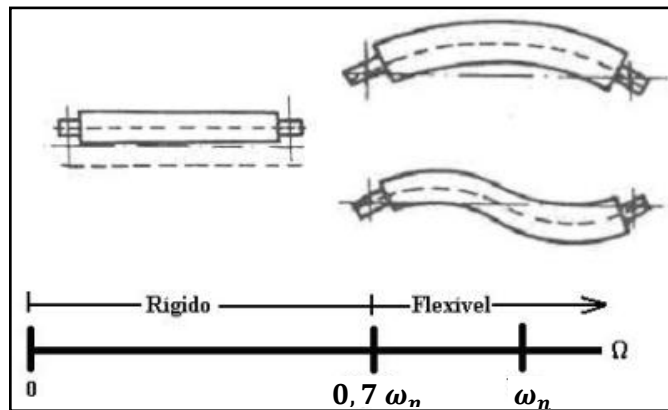
Os rotores podem ser classificados basicamente em rígidos e flexíveis. “Um rotor flexível é tido como um rotor que opera em 70% ou mais da sua frequência de ressonância ou uma de suas harmônicas.”¹⁴ Abaixo desta frequência de ressonância o rotor é considerado rígido, conforme ilustrado na Figura 12 (onde ω_n representa a velocidade crítica do rotor).

¹² Do original: “Note that even though the shaft is statically balanced, the element would tend to wobble about its center when the shaft is rotated. Both ends of the shaft would vibrate with the same amplitude, but be 180 degrees out of phase.” (MCMILLAN, 2004, p. 47, tradução nossa)

¹³ Do original: “Quasi-static unbalance is the condition of unbalance where the center of rotation intersects the element’s geometric centerline, but not at its center of gravity.” (MCMILLAN, 2004, p. 47, tradução nossa)

¹⁴ Do original: “A flexible rotor is considered as a rotor that operates within 70% or more of its resonant frequency or one of its harmonics.” (MCMILLAN, 2004, p. 74, 75, tradução nossa)

Figura 12 – Representação do efeito da velocidade na flexibilidade do rotor.



Fonte: Adaptado de Sousa (2005, p. 20).

Segundo MacCamhaoil (198-?, p. 3) “Um rotor rígido pode ser balanceado por meio de correções em qualquer um dos dois planos arbitrariamente escolhidos. Já o processo de balanceamento para rotores flexíveis é mais complicado por causa das deflexões elásticas do rotor.”¹⁵

2.7. MÁQUINAS DE BALANCEAMENTO

As máquinas de balanceamento podem ser classificadas quanto ao método de operação, sendo estes basicamente divididos em: balanceamento por gravidade e balanceamento centrífugo.

2.7.1. Balanceamento por gravidade

O balanceamento por gravidade, representado na Figura 13(a), se caracteriza pelo fato do rotor ficar livre para girar até a posição em que o centro de gravidade esteja na parte inferior. Com este procedimento é possível detectar, portanto, apenas desbalanceamento estático.

2.7.2. Balanceamento centrífugo

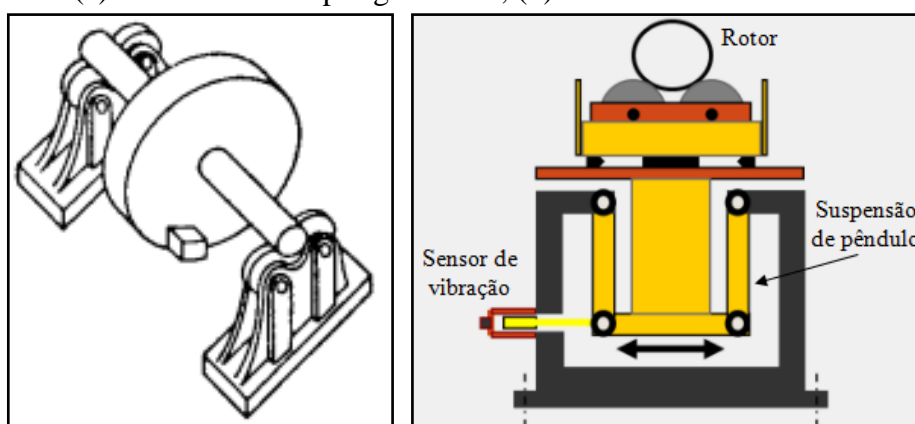
Estes equipamentos de balanceamento se diferenciam dos anteriores por induzir uma rotação ao rotor a ser balanceado, retirando desse movimento informações resultantes da força

¹⁵ Do original: “A rigid rotor can be balanced by making corrections in any two arbitrarily selected planes. The balancing procedure for flexible rotors is more complicated, because of the elastic deflections of the rotor.” (MACCAMHOIL, [198-?], p. 3, tradução nossa)

produzida pela massa desbalanceada, o que possibilita além do balanceamento estático, também o dinâmico. Estas máquinas podem ser classificadas em balanceadoras de mancais rígidos e balanceadoras de mancais flexíveis.

“As balanceadoras de mancais flexíveis derivam seu nome do fato de apoiar o rotor a ser balanceado em mancais flexivelmente suspensos, permitindo ao rotor vibrar livremente em no mínimo uma direção, perpendicular ao eixo de rotação do rotor.”¹⁶ A Figura 13(b) mostra um exemplo de balanceadora de mancais flexíveis.

Figura 13 – (a) Balanceamento por gravidade; (b) Balanceadora de mancais flexíveis.



Fonte: Bloch e Geitner (2005, p. 275).

(a)

Fonte: Adaptado de IRD Balancing (2016).

(b)

As balanceadoras de mancais rígidos, como o nome sugere, possuem os mancais fixos, impossibilitando o movimento horizontal, transversalmente ao eixo do rotor. “Isso resulta em uma ressonância horizontal na máquina, a qual ocorre em uma frequência com ordens de grandeza maiores que as de balanceadoras de mancais flexíveis.”¹⁷ Em contrapartida, além de exigir uma fundação rígida para operar, “a vibração de fundo proveniente de máquinas adjacentes ou atividades no local pode afetar os resultados do balanceamento.” Somado a isto, “o rotor deve girar a uma alta velocidade gerando força suficiente para ser detectada pela suspensão rígida.”¹⁸

¹⁶ Do original: “The soft-bearing balancing machine derives its name from the fact that it supports the rotor to be balanced on bearings which are very flexibly suspended, permitting the rotor to vibrate freely in at least one direction, usually the horizontal, perpendicular to the rotor shaft axis”. (BLOCH e GEITNER, 2005, p. 277, tradução nossa)

¹⁷ Do original: “This results in a horizontal resonance for the machine which occurs at a frequency several orders of magnitude higher than that for a comparable soft-bearing balancing machine.” (BLOCH e GEITNER, 2005, p. 279, tradução nossa)

¹⁸ Do original: “Background vibration from adjacent machines or activity on the work floor can affect balancing results [...] Because the machine measures unbalance force of the rotating rotor, the rotor must be spun at a high speed to generate enough force to be detected by stiff suspensions.” (IRD BALANCING, 2016)

2.8. AQUISIÇÃO E ANÁLISE DE SINAIS

Conforme MacCamhaoil (198-?, p. 4), “Qualquer ponto fixo no rolamento experimenta a força centrífuga devido ao desbalanceamento, uma vez por volta. Portanto, num espectro de frequência do sinal de vibração, o desequilíbrio é visto como um aumento na vibração na frequência de rotação.”¹⁹

De acordo com Rao (2009, p. 357), os equipamentos necessários para a medição da vibração são:

- 1) Um transdutor para converter o movimento físico da estrutura ou máquina em um sinal elétrico;
- 2) Um amplificador de condicionamento de sinal para tornar as características do transdutor compatíveis com a eletrônica de entrada de sinais do sistema digital de aquisição de dados;
- 3) Um analisador para executar as tarefas de processamento de sinal com a utilização de um *software* adequado.

Dessa forma, a vibração causada pelo desbalanceamento é medida por meio de um (transdutor) acelerômetro, que produz sinais proporcionais à força ou à aceleração de excitação, montado no mancal de rolamento.

Na análise de desbalanceamento faz-se uso também de um tacômetro, tanto com a função de informar a velocidade do elemento rotativo, quanto de gerar um sinal de referência para a medição e indicação da fase do rotor no processo de balanceamento.

“Visto que a impedância de saída de transdutores não é adequada para entrada direta no equipamento de análise de sinal, são usados condicionadores de sinal na forma de amplificadores de carga ou tensão, para comparar e amplificar os sinais antes da análise.” (Rao, 2009, pág. 357)

“Uma vez condicionado, o sinal de resposta é direcionado a um analisador para processamento. Entre os vários tipos existentes, o analisador que se tornou padrão é o chamado *digital Fourier analyzer*, ou analisador de Transformada Rápida de Fourier (abreviado como FFT).”²⁰ Conforme Rao (2009, pág. 358), “O analisador converte os sinais

¹⁹ Do original: “Any fixed point on the bearing experiences the centrifugal force due to the unbalance, once per revolution of the rotor. Therefore in a frequency spectrum of the vibration signal, unbalance is seen as an increase in the vibration at the frequency of rotation.” (MACCAMHOIL, [198-?], p. 4, tradução nossa)

²⁰ Do original: “Once the response signal has been properly conditioned, it is routed to na analyzer for signal processing. There are several types of analyzers in use. The type that has become the standard is called a digital Fourier analyzer.” (INMAN, 2008, p. 538, tradução nossa)

analógicos no domínio do tempo, $x(t)$, em dados digitais no domínio da frequência utilizando relações da série de Fourier”.

Um sinal periódico de tempo de período T pode ser representado por uma série de Fourier no tempo na forma dada pela equação (21) com os coeficientes de Fourier, ou coeficientes espectrais como definidos pelas equações (22) a (24) de Inman (2008, p. 539). “Essencialmente, os coeficientes espectrais representam a informação no domínio da frequência de um dado sinal de tempo.”²¹

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos(n \cdot \omega_T \cdot t) + b_n \cdot \text{sen}(n \cdot \omega_T \cdot t)) \quad (21)$$

Onde:

ω_T Frequência [rad/s]

T Período [s]

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) dt \quad (22)$$

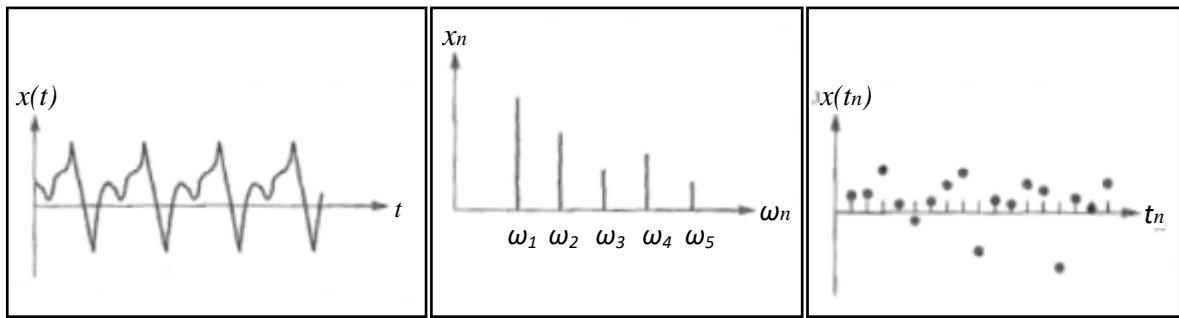
$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos(n \cdot \omega_T \cdot t) dt \quad n = 1, 2 \dots \quad (23)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \text{sen}(n \cdot \omega_T \cdot t) dt \quad n = 1, 2 \dots \quad (24)$$

A Figura 14 mostra a representação dos sinais ao longo do processo de conversão, com o sinal analógico recebido do transdutor no domínio do tempo $x(t)$, passando para o domínio da frequência x_n (espectro de Fourier), e chegando ao registro digital do sinal analógico $x(t_n)$. Nesta figura, t_n indica o n-ésimo valor discreto de tempo.

²¹ Do original: “Essentially the spectral coefficients represent frequency-domain information about given time signal.” (INMAN, 2008, p. 539, tradução nossa)

Figura 14 – Sinal no domínio (a) do tempo (b) e da frequência; (c) Registro digital do sinal.



Fonte: Adaptado de Inman (2008, p. 540).

(a)

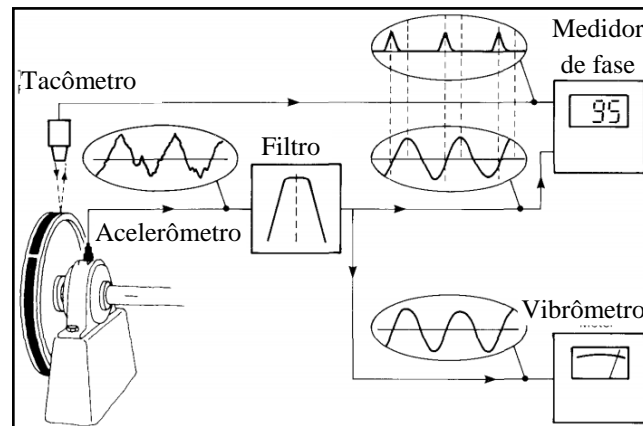
(b)

(c)

Segundo o *Engineer's Guide* da Prüftechnik (2002, p. 110), “a vibração causada pelo desbalanceamento ocorre em uma frequência igual a uma vez a rotação da parte desbalanceada, e a amplitude da vibração é proporcional à quantidade de desbalanceamento presente.”²²

Sendo assim, utiliza-se ainda um filtro no processo de aquisição de sinais. “O sinal de vibração passa através de um filtro sintonizado para a frequência de rotação do rotor, de modo que apenas a componente da vibração na frequência de rotação é medida.”²³ A Figura 15 mostra um exemplo da aplicação dos dispositivos anteriormente descritos.

Figura 15 – Equipamentos para análises de desbalanceamento.



Fonte: Adaptado de MacCamhoil ([198-?], p. 4).

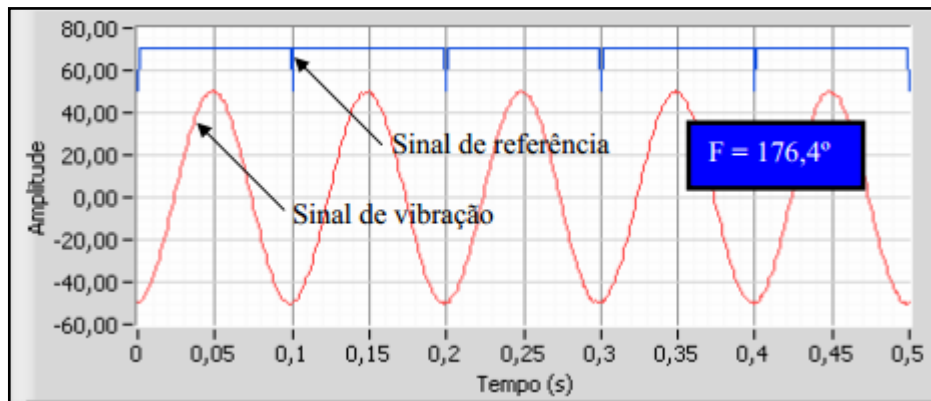
Após filtrado e convertido, o sinal é então mostrado por um vibrômetro (ou dispositivo equivalente), o qual informa a amplitude em função da frequência de vibração.

²² Do original: “Vibration caused by unbalance occurs at a frequency equal to 1RPM of the unbalanced part, and the amplitude of vibration is proportional to the amount of unbalance present.” (PRÜTECHNIK, 2002, p.110, tradução nossa)

²³ Do original: “Any fixed point on the bearing experiences the centrifugal force due to the unbalance, once per revolution of the rotor. Therefore in a frequency spectrum of the vibration signal, unbalance is seen as an increase in the vibration at the frequency of rotation.” (MACCAMHOIL, [198-?], p. 4, tradução nossa)

Uma das informações mais relevantes para o balanceamento é indicada pelo medidor de fase, que “mede e exibe a fase entre o sinal da sonda tacômetro (o sinal de referência) e o sinal de vibração filtrada. O ângulo exibido pelo medidor permite então localizar a posição angular do desequilíbrio no rotor, em relação à posição do ponto de referência.”²⁴ A Figura 16 mostra um exemplo de indicação do ângulo de fase, que representa a diferença entre o pico da onda de referência e o pico da onda do sinal de vibração.

Figura 16 – Representação gráfica dos sinais de vibração e fase.



Fonte: Sousa (2005, p. 22).

²⁴ Do original: “The phase meter measures and displays the phase between the signal from the tachometer probe (the reference signal) and the filtered vibration signal. The angle displayed by the meter enables us to locate the angular position on the rotor of the unbalance, relative to the datum position.” (MACCAMHOIL, [198-?], p. 4, tradução nossa)

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção são apresentados o equipamento e a instrumentação utilizada para desenvolver o trabalho.

3.1. BANCADA DE BALANCEAMENTO

Baseando-se no modelo de bancada apresentado na seção 2.7.2, e adaptando-o para um sistema mais simples, propôs-se o desenvolvimento de um dispositivo com mancais flexíveis.

Seguindo o conceito de viga em balanço, mostrado na seção 2.4, a bancada é composta por um dos mancais apoiado em uma haste, a qual possui liberdade de movimento em uma direção. A ideia em desenvolver o dispositivo com tais características é tornar as vibrações provenientes de outras partes da bancada, como por exemplo o motor, menos relevantes durante a análise das vibrações. As características dos elementos principais da bancada são descritas na Tabela 1.

Tabela 1 – Características dos componentes da bancada.

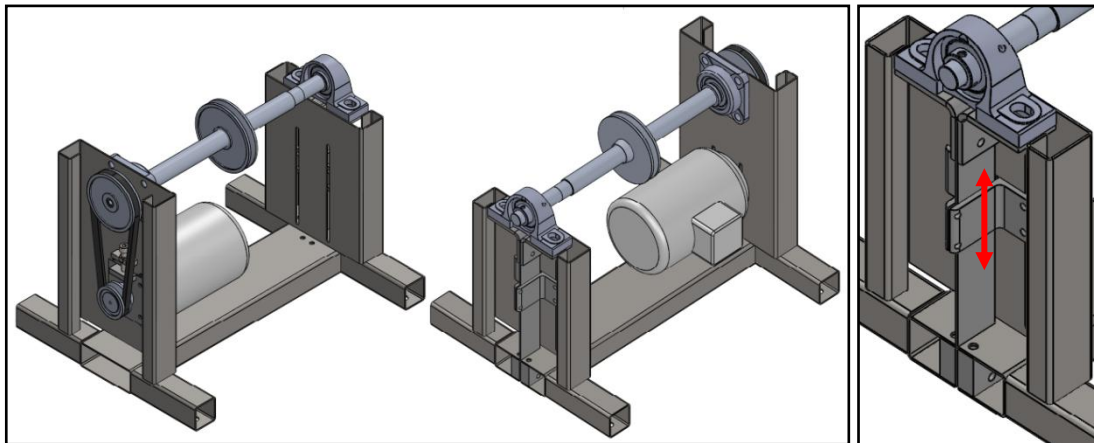
Componente	Especificações
Motor Eberle	Monofásico / Mod.: CSK 63 a4 – E 1110/ 0,1cv / 1530 rpm / 60 Hz
Polia V90 (eixo principal)	Ø 90 mm / Canal perfil Z / Alumínio Fundido SAE 329
Polia V50 (eixo do motor)	Ø 50 mm / Canal perfil Z / Alumínio Fundido SAE 329
Polia V105 (disco desbalanc.)	Ø 105 mm / Canal perfil Z / Alumínio Fundido SAE 329 / 0,205 kg
Eixo principal	Ø 25,40 mm / Liga Alumínio 2011 / L: 450 mm / 0,464 kg
Mancal de pedestal	Ø 20 mm / SNR UCP204 / Autocompensador
Mancal de flange	Ø 20 mm / SNR EXF204 / Autocompensador
Correia trapezoidal	Perfil 3L / Rexon 3L220 / L: 559 mm

Fonte: Autor.

O disco de desbalanceamento foi preso ao eixo por atrito. Uma baixa tolerância de usinagem permite o deslizamento do disco ao longo eixo e o posicionamento em lugares distintos.

A montagem da polia do motor foi feita por pressão, enquanto que a polia do eixo principal foi encaixada, sendo fixada por parafuso na extremidade. As polias tiveram ainda sua superfície usinada a fim de evitar o efeito de seu desbalanceamento sobre o sistema. A bancada de balanceamento desenvolvida é apresentada na Figura 17(a).

Figura 17 – (a) Dispositivo de balanceamento; (b) Detalhe do apoio ajustável.



Fonte: Autor.

(a)

(b)

Como pode ser observado na Figura 17(b), o sistema de viga em balanço é ajustável, permitindo variar a posição de engaste da haste. Seu propósito é ajustar o primeiro modo de vibração do rotor montado no eixo com a frequência imposta pela rotação do motor, buscando aproximar-se da ressonância.

As análises preliminares da bancada foram realizadas de acordo com os passos descritos abaixo:

1) Primeiramente verificou-se a colinearidade da polia acoplada ao eixo do motor com o auxílio de um relógio comparador, conforme mostrado na Figura 18, a fim de minimizar as vibrações por desalinhamento. Em seguida, com a correia desacoplada das polias, as acelerações foram medidas e analisadas por meio dos dispositivos e *softwares* descritos na seção 3.2.

Figura 18 – Alinhamento da polia do motor.



Fonte: Autor.

2) Em seguida, acoplou-se a correia nas polias do motor e do eixo, verificando-se o alinhamento entre elas. Retirou-se o disco preso ao eixo principal, e após, mediram-se novamente as acelerações.

3) No passo seguinte, fixou-se novamente o disco ao eixo principal, verificando-se o alinhamento das polias e, em seguida, mediram-se as acelerações.

4) Os passos anteriores foram então repetidos em diferentes momentos a fim avaliar mudanças nas amplitudes de aceleração em função de ajustes na bancada.

Foram realizados também testes para aferir a frequência de rotação do motor, utilizando o modo tacômetro à laser do medidor de vibrações MV-690 da Instrutherm. Duas fitas refletivas de aproximadamente 2 mm de espessura foram posicionadas na polia do motor e na polia do eixo principal, permitindo a medição a partir de um ponto em cada polia. Durante os testes obtiveram-se dois valores de rotação constantes em cada ponto de medição, de acordo com a variação de posicionamento do laser, como mostrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Velocidades aferidas do motor e eixo principal.

Posição de medição	Teste 1		Teste 2	
Polia do motor	1780 rpm	29,67 Hz	1709 rpm	28,48 Hz
Polia do eixo principal	979 rpm	16,32 Hz	902 rpm	15,03 Hz

Fonte: Autor.

Os valores de velocidade do motor variaram cerca de 14 % do valor nominal. Entretanto, ambas as medições serão úteis para as análises de vibração posteriores.

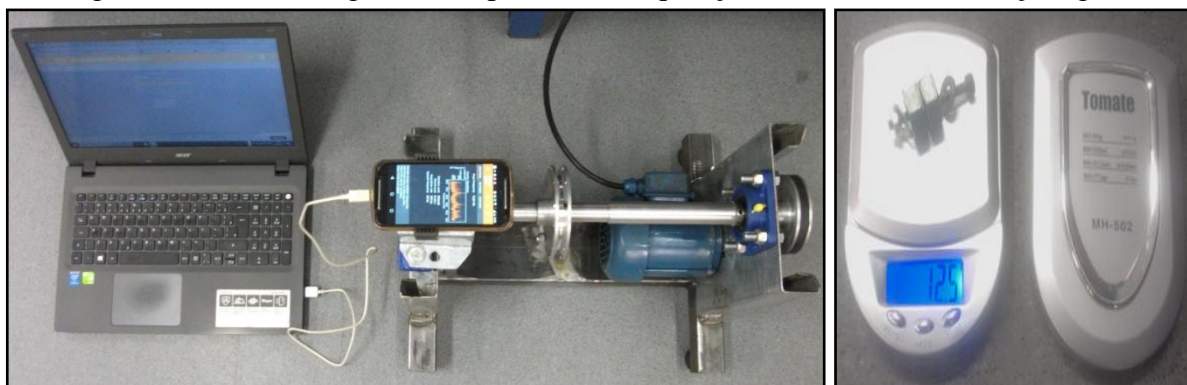
3.2. SISTEMA DE MEDIÇÃO

Conforme o método de balanceamento proposto, apresentado a seguir na seção 3.3, foram então definidos os dispositivos necessários à aquisição e análise dos dados. Neste caso, foram necessários os itens abaixo:

1) Dispositivo de medição dos sinais de aceleração: a solução encontrada para esta tarefa foi a utilização de um *smartphone* equipado com acelerômetro. As características do sensor utilizado são apresentadas na Tabela 3.

A comunicação entre o computador portátil e o *smartphone* foi realizada por meio de um cabo do tipo USB, permitindo acessar o *software* de aquisição diretamente no computador. O *smartphone* foi fixado na bancada por meio de um suporte próprio para este fim, localizado acima do mancal, conforme demonstrado na Figura 19(a).

Figura 19 – (a) Montagem do dispositivo de aquisição de dados; (b) Balança digital.



Fonte: Autor.

(a)

(b)

Para a análise de desbalanceamento foi utilizada também uma balança digital com faixa de medição de 0,1g a 500g, para determinar as massas de teste e de correção, conforme a Figura 19(b).

Tabela 3 – Características do sensor de aceleração.

Fabricante	Bosch Sensortec, GmbH
Modelo / Versão	Bosch BMC150 Acceleration Sensor / 1
Potência	0,13 mA
Resolução	0,0191503912 m/s ²
Alcance máximo	156,88 m/s ²

Fonte: Autor.

2) *Software* de aquisição de dados: para coleta dos dados, foram utilizados alguns aplicativos disponíveis para o sistema operacional do *smartphone* na *Google Play Store*. Os aplicativos e suas respectivas versões são descritos na Tabela 4.

Tabela 4 – Aplicativos de aquisição de dados.

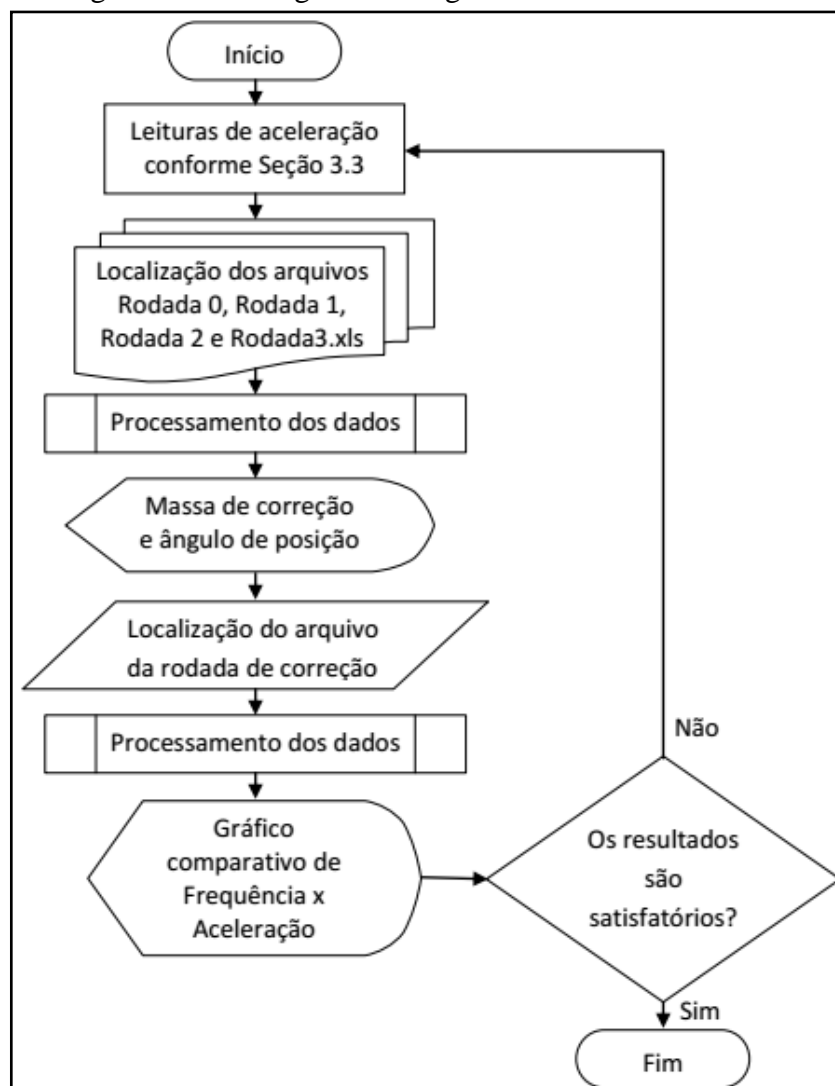
Aplicativo / Versão	Desenvolvedor
Phyphox / v. 1.0.8	RWTH Aachen University
Accelerometer Meter / v. 1.32	Keuwlsoft
Vibration Isolator Pro / v. 1.0.7	AMC Mecanocaucho

Fonte: Autor.

3) Sistema de análise de dados: os aplicativos mencionados anteriormente possuem a função de análise FFT integrada. Com isso, serviram como forma de corroborar os procedimentos de cálculo executados em uma planilha do *software* Excel, conforme descrito por Klingenberg (2005, p. 1-5).

Outras duas rotinas de cálculo foram também elaboradas no *software* Matlab. A primeira, contendo a mesma sequência de cálculos da planilha mencionada, necessita apenas da informação da localização do arquivo a ser analisado, retornando o gráfico da FFT para um conjunto de dados de aceleração. Já a segunda rotina visa facilitar o processo de balanceamento, realizando também os cálculos necessários para a correção do desbalanceamento. Um fluxograma esquemático do algoritmo de balanceamento é demonstrado na Figura 20, enquanto que seu desenvolvimento e exemplo de aplicação são apresentados nos Apêndices D e E, respectivamente.

Figura 20 – Fluxograma do algoritmo de balanceamento.



Fonte: Autor.

Conforme o fluxograma, faz-se primeiramente a coleta dos dados por meio do aplicativo – sendo o aplicativo Phyphox o que apresentou melhor interação com o

computador, sendo este o principal utilizado para o balanceamento – iniciando então o algoritmo de balanceamento. A localização dos arquivos na extensão .xls de cada rodada é inserida em sequência, conforme solicitação do programa. Os valores de massa de correção e posição são então exibidos e, ao final, nova rodada é feita para avaliar os níveis de vibração com a massa de correção.

3.3. MÉTODO DOS TRÊS PONTOS – QUATRO RODADAS SEM FASE

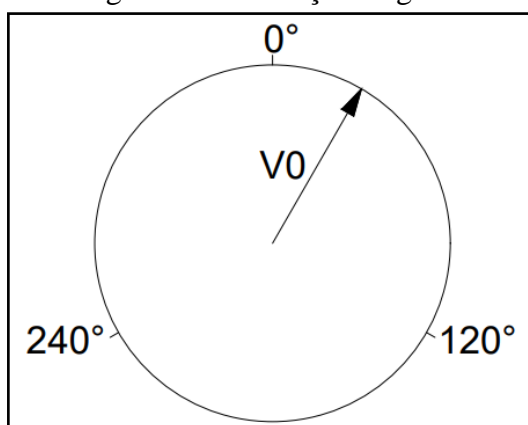
O método de balanceamento utilizado é conhecido como método dos três pontos ou quatro rodadas sem fase, isso porque consiste no balanceamento sem a utilização de tacômetro, instrumento responsável tanto por determinar a velocidade do rotor quanto por emitir um sinal de referência pelo qual se define a fase entre o desbalanceamento e determinada posição no rotor.

Esta metodologia, descrita por Magalhães (2013, p. 14-17), consiste em oito passos:

1) Na primeira rodada, mede-se a amplitude de vibração desbalanceada do rotor numa frequência de rotação fixa (igual para as quatro rodadas).

A partir da vibração inicial obtida, desenha-se uma circunferência de raio igual à amplitude V_0 , dividindo-a com três marcações correspondentes aos ângulos 0° , 120° , 240° , conforme a Figura 21.

Figura 21 – Vibração original.

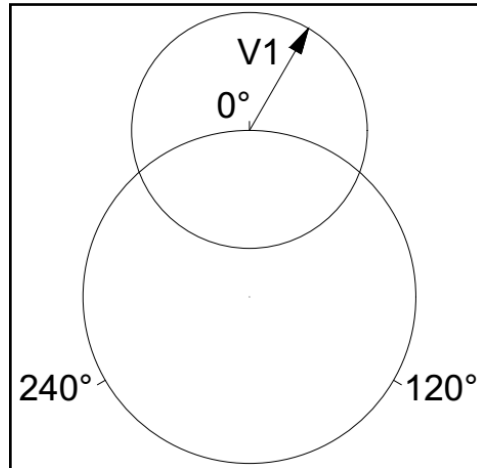


Fonte: Adaptado de Magalhães (2013, p. 14).

2) Na segunda rodada, adiciona-se ao rotor a massa de teste em uma posição 0° , medindo-se a amplitude de vibração V_1 .

Na posição 0° da circunferência V0 faz-se então o desenho de nova circunferência com raio V1, conforme a Figura 22.

Figura 22 – Vibração da massa de teste a 0° .

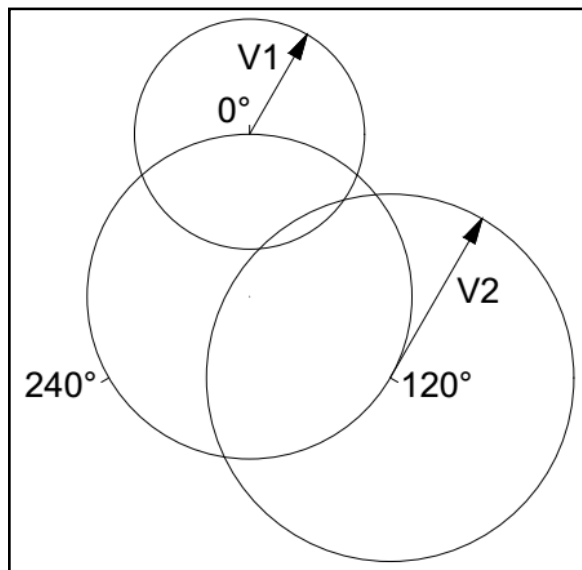


Fonte: Adaptado de Magalhães (2013, p. 15).

3) Na terceira rodada, retira-se a massa da posição anterior e adiciona-se ao rotor na posição 120° , medindo-se a amplitude de vibração V2.

Em seguida, desenha-se uma circunferência de raio V2 na posição 120° da circunferência de vibração original, conforme a Figura 23.

Figura 23 – Vibração da massa de teste a 120° .

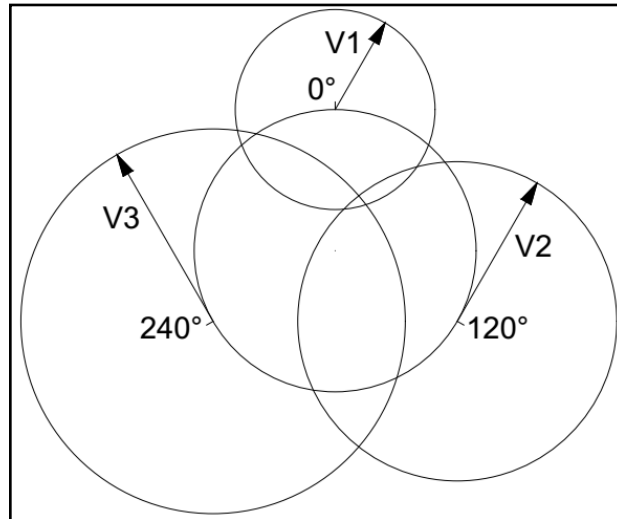


Fonte: Adaptado de Magalhães (2013, p. 15).

4) Na quarta rodada, a massa de teste é posicionada a 240° no rotor, medindo-se a amplitude de vibração V3.

A amplitude medida nesta rodada é então representada por nova circunferência desenhada na posição 240° da circunferência inicial, conforme a Figura 24.

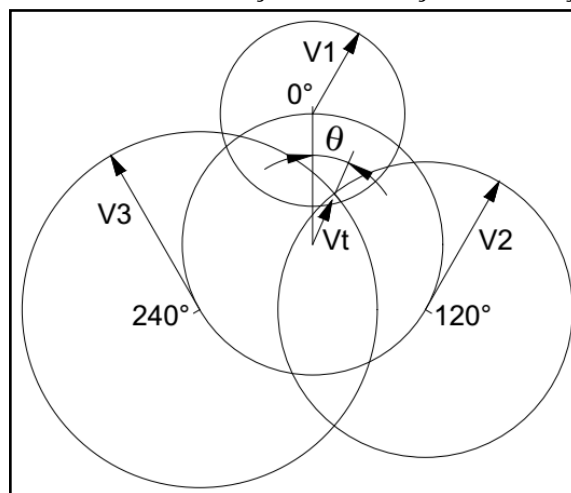
Figura 24 – Vibração da massa de teste a 240° .



Fonte: Adaptado de Magalhães (2013, p. 16).

5) Como pode ser observado na Figura 24, a interseção entre as circunferências V1, V2 e V3 tende a estar em um ponto. Dessa forma, desenha-se uma linha a partir da origem da circunferência V0 até o ponto de interseção, representando o vetor de correção, conforme a Figura 25.

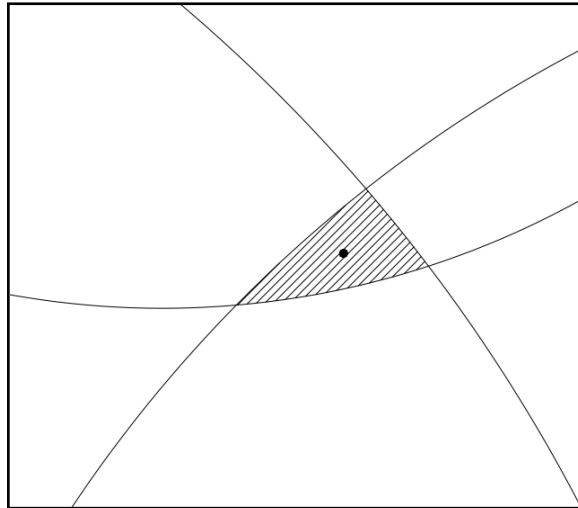
Figura 25 – Vetor de correção e inclinação em relação à origem 0° .



Fonte: Adaptado de Magalhães (2013, p. 16).

Como nem sempre a interseção das circunferências estará em um ponto, mas em uma região, como mostrado na Figura 26, encontra-se então o centro geométrico desta e traça-se o vetor de correção até este ponto.

Figura 26 – Região de interseção das circunferências V1, V2 e V3.



Fonte: Adaptado de Magalhães (2013, p. 16).

6) A partir da magnitude do vetor V_t , calcula-se então o valor da massa de correção, conforme a equação (25):

$$m_c = \frac{V_0}{V_t} \cdot m_t \quad (25)$$

Onde:

m_c Massa de correção do desbalanceamento [kg]

V_0 Amplitude de vibração na Rodada 0 [mm/s]

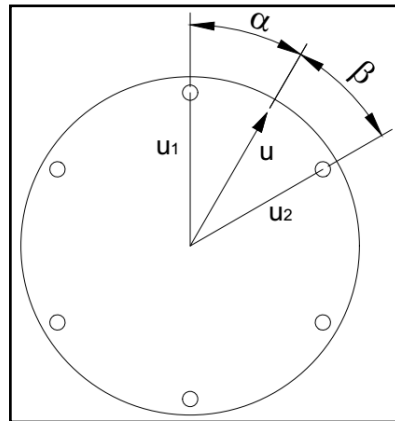
V_t Vetor resultante das rodadas de teste [mm/s]

m_t Massa de teste [kg]

7) Em seguida, calcula-se o ângulo do vetor de correção, medido a partir da reta formada entre a origem das circunferências V0 e V1, conforme apresentado na Figura 25.

Caso a posição angular calculada para a massa não esteja disponível no rotor, Leonardi et. al (2012, p. 7) orienta a divisão da massa de correção em duas posições mais próximas, conforme ilustrado na Figura 27 e demonstrado nas equações (26) e (27):

Figura 27 – Distribuição da massa de correção.



Fonte: Autor

$$u_1 = u \cdot \frac{\text{sen}\beta}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \quad (26)$$

$$u_2 = u \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \quad (27)$$

Onde:

 u_1 e u_2 são as componentes de massa [kg] u é a massa de correção original [kg] α é o ângulo entre u_1 e u [graus] β é o ângulo entre u_2 e u [graus]

8) Adiciona-se então a massa de correção ao sistema na posição calculada na etapa anterior, e verifica-se se o desbalanceamento está dentro de faixas aceitáveis, observando o valor da nova amplitude de vibração V .

Este valor pode ser comparado com o especificado na Norma ISO 1940-1:2003 por meio do grau de qualidade de balanceamento G . Sendo o resultado insatisfatório, repete-se o processo até a adequação com os valores requeridos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos por meio analítico e prático.

4.1. FREQUÊNCIAS NATURAIS

4.1.1. Método analítico

Foram realizados os cálculos analíticos das frequências naturais fundamentais de dois dos principais componentes da bancada: o apoio móvel do mancal, e o conjunto eixo/disco de desbalanceamento. A Tabela 5 demonstra os resultados da frequência fundamental do apoio do mancal, calculado de duas formas. O valor da massa do disco de desbalanceamento sobre o apoio móvel foi definida considerando sua posição a uma distância de aproximadamente 185 mm deste apoio. Ressalta-se que o módulo de elasticidade da viga foi obtido experimentalmente, conforme procedimento mostrado no Apêndice C.

Tabela 5 – Frequência natural do apoio móvel.

Massas sobre o apoio móvel		Informações do apoio		Descrição
Mancal UCP204	0,50 kg	l	0,174 m	Comprimento
Celular + suporte	0,53 kg	b	0,038 m	Base
Cantoneiras do apoio + parafusos	0,40 kg	h	0,002 m	Altura
Disco de desbalanceamento	0,12 kg	E	183,31E+09 Pa	Mód. de elast. experimental
Eixo	0,23 kg	Cálculos		Descrição
Massa da viga de apoio	0,15 kg	I_{viga}	$2,53E-11 \text{ mm}^4$	M. de Inércia - Seção retangular
Total com a viga	1,93 kg	k_{viga}	2885,33 N/m	Rigidez – Equação (15)
Total sem a viga	1,78 kg	ω_n	6,40 Hz	Freq. Natural – Equação (16)
		ω_n	6,34 Hz	Freq. Natural – Equação (17)

Fonte: Autor.

Considerando o conjunto eixo/disco, dividiu-se o eixo em seções de acordo com seus diferentes diâmetros, sendo calculada a deflexão para cada seção, de acordo com sua massa própria e a massa do disco. A aplicação dos valores na equação (10) resultaram na frequência de 307,21 Hz, como mostrado na Tabela 6.

Tabela 6 – Frequência natural do conjunto eixo/disco.

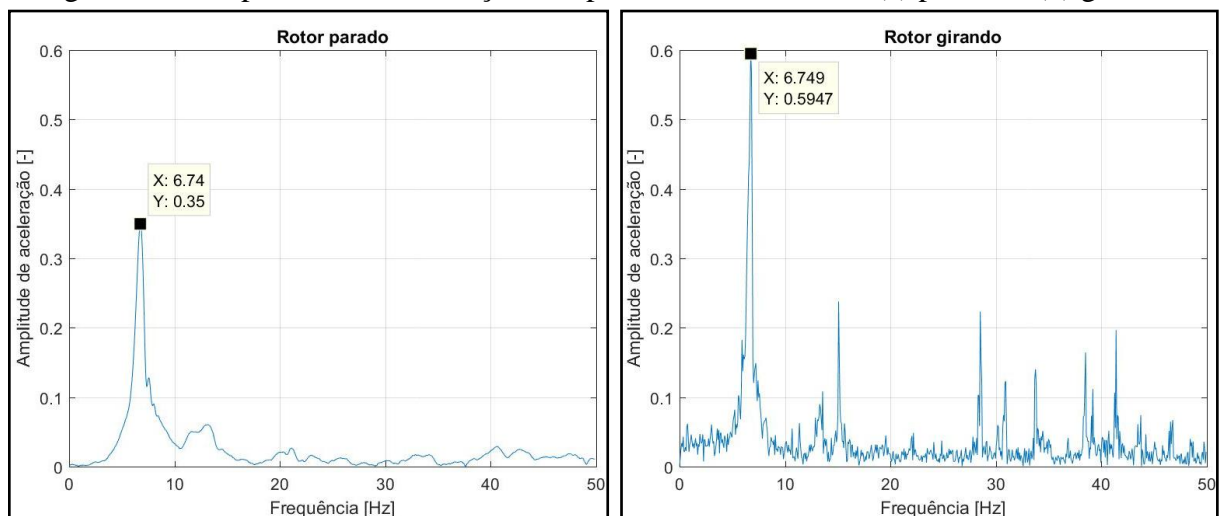
Seção	Ø externo	Ø interno	Deflexão y [m]	Mi·yi	Mi·yi ²
1	14,00 mm	6,80 mm	2,92E-06 m	5,86E-06	1,71E-11
2	19,70 mm	-	1,80E-06 m	3,55E-06	6,26E-12
3	20,00 mm	-	2,71E-06 m	5,20E-06	1,34E-11
4	25,40 mm	-	6,76E-06 m	6,51E-06	1,89E-11
5	22,05 mm	-	1,80E-07 m	8,29E-09	6,04E-16
6	21,95 mm	-	1,91E-07 m	1,05E-08	1,34E-15
7	20,00 mm	-	3,55E-08 m	3,14E-09	2,14E-17
8	19,70 mm	-	5,14E-09 m	1,02E-09	7,87E-19
Somatório				2,11E-05	5,56E-11
Equação (10) – ω_n				1930,25 rad/s	307,21 Hz

Fonte: Autor

4.1.2. Método experimental

Buscando dados que pudessem corroborar ou refutar os resultados obtidos analiticamente, realizou-se um teste simples para verificar a frequência de oscilação da viga. O teste consistiu na aplicação de um impacto de magnitude indefinida no apoio do mancal na condição livre, fazendo com que este oscilasse. Foram verificadas duas condições: rotor parado e rotor girando, sendo que “rotor” refere-se ao disco de desbalanceamento. Em ambos os casos as análises foram feitas sem a indução de desbalanceamento. Da média de dez testes em cada condição resultaram as amplitudes de aceleração no domínio da frequência, mostradas na Figura 28.

Figura 28 – Amplitudes de aceleração do apoio livre com o rotor (a) parado e (b) girando.



Fonte: Autor

(a)

(b)

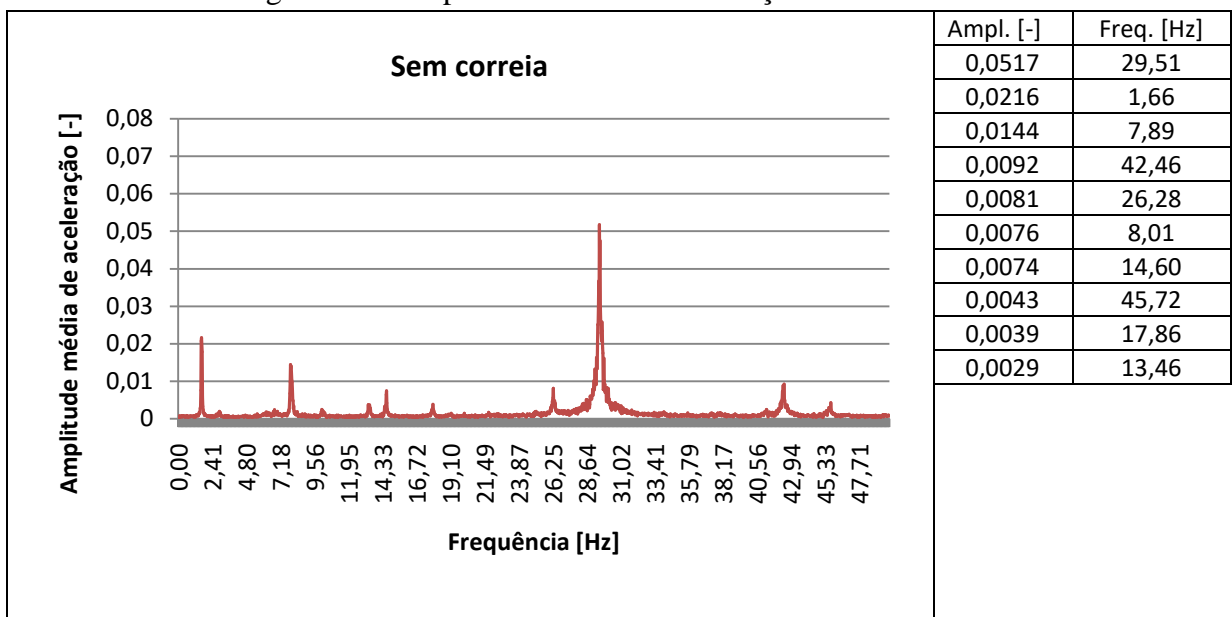
Os resultados, que podem ser comparados com os testes posteriores, mostram a tendência da frequência 6,75 Hz em se sobressair às demais, tanto na análise estática quanto na dinâmica. O valor está em acordo com o modelo teórico, o que aponta para sua validade.

4.2. ANÁLISE PRELIMINAR 1

Conforme descrito na seção 3.1, antecederam o procedimento de balanceamento análises de vibrações isolando algumas partes da bancada como forma de avaliar sua influência sobre o desbalanceamento do rotor na sequência do estudo.

A Figura 29 apresenta os resultados dos picos de aceleração para a bancada na condição “sem correia”, ou seja, considerando apenas as vibrações provenientes do motor e da polia acoplada a ele. As avaliações mostradas foram realizadas com o apoio do mancal livre, sendo coletados os dados de 6 leituras para cada condição. Os resultados são expressos em termos da amplitude média de aceleração, decorrente da média aritmética dos dados.

Figura 29 – Amplitudes médias na condição “sem correia”.



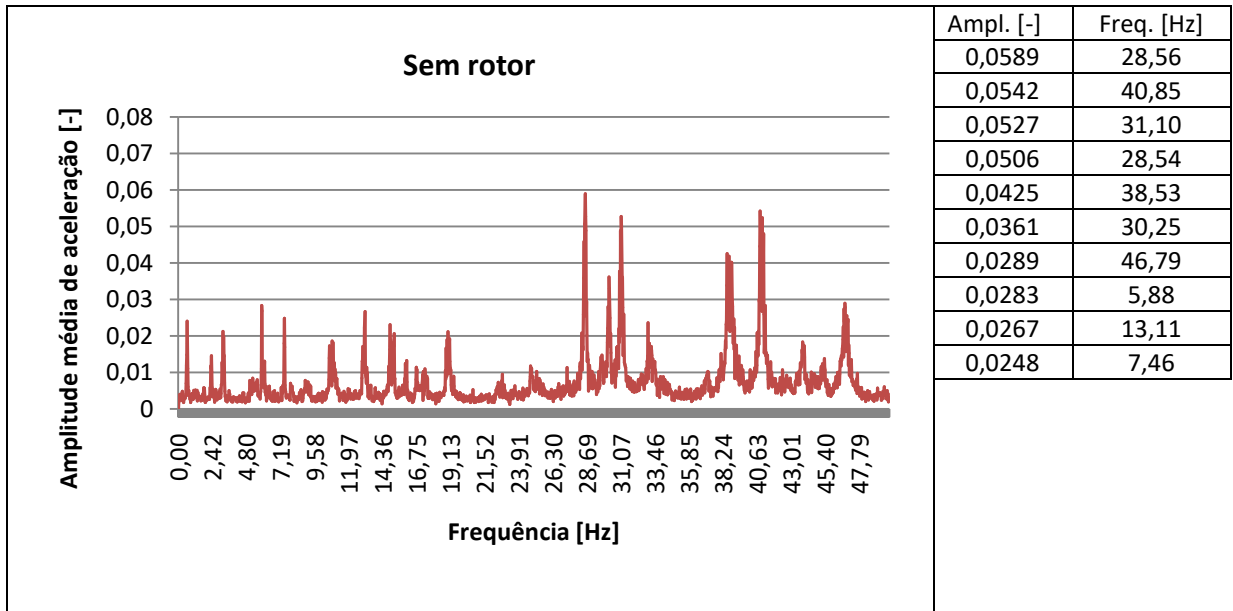
Fonte: Autor

O maior pico de aceleração na condição “sem correia” provem da frequência 29,51Hz, valor próximo ao obtido experimentalmente para a rotação do motor.

Os resultados da Figura 30 são para a condição “sem rotor”, no qual o disco utilizado no procedimento de balanceamento foi desacoplado do eixo. Assim como na análise anterior, o maior pico esteve próximo da frequência de rotação do motor. O destaque está na

frequência de 7,89 Hz, valor este muito próximo da frequência de ressonância encontrada analítica e experimentalmente para o apoio do mancal.

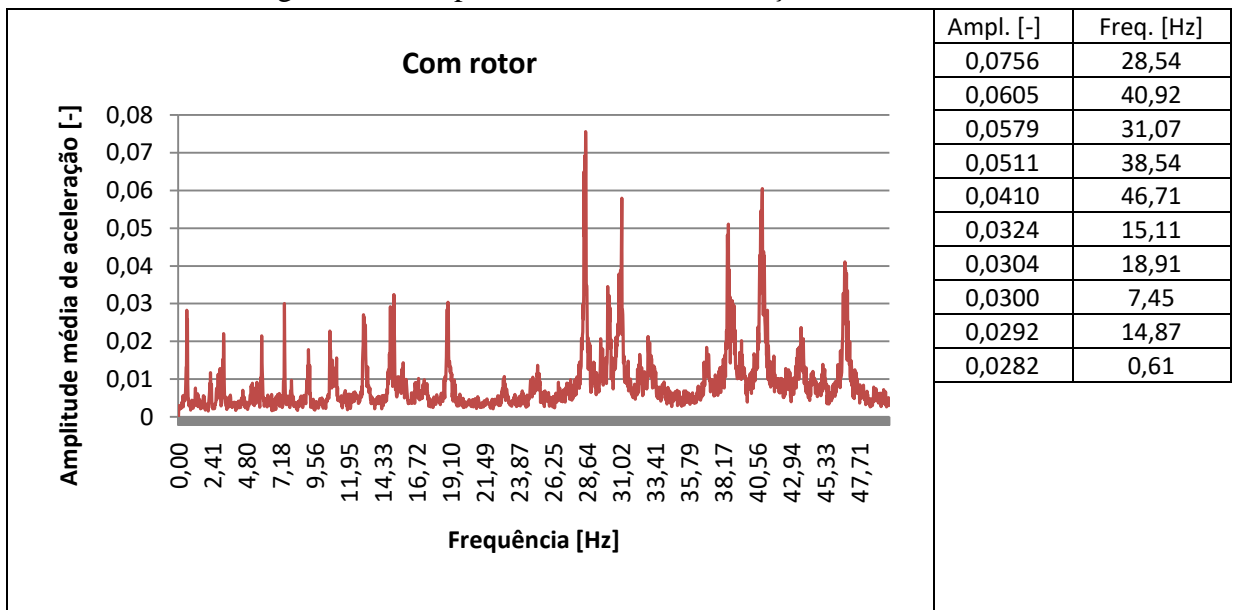
Figura 30 – Amplitudes médias na condição “sem rotor”.



Fonte: Autor

A Figura 31 apresenta os resultados para a condição “com rotor”, sem acréscimo de massa desbalanceadora.

Figura 31 – Amplitudes médias na condição “com rotor”.



Fonte: Autor

Verifica-se que as amplitudes em frequências próximas a de rotação do motor são maiores, em relação às análises sem rotor (disco) e sem correia. O acréscimo do disco resulta também em aumento de amplitude em frequências menores, como as próximas aos 15,03 Hz obtidos experimentalmente (Tabela 2). As frequências próximas à oscilação da haste também se destacam, com amplitudes maiores para a condição com rotor do que para as demais.

4.3. ANÁLISE PRELIMINAR 2

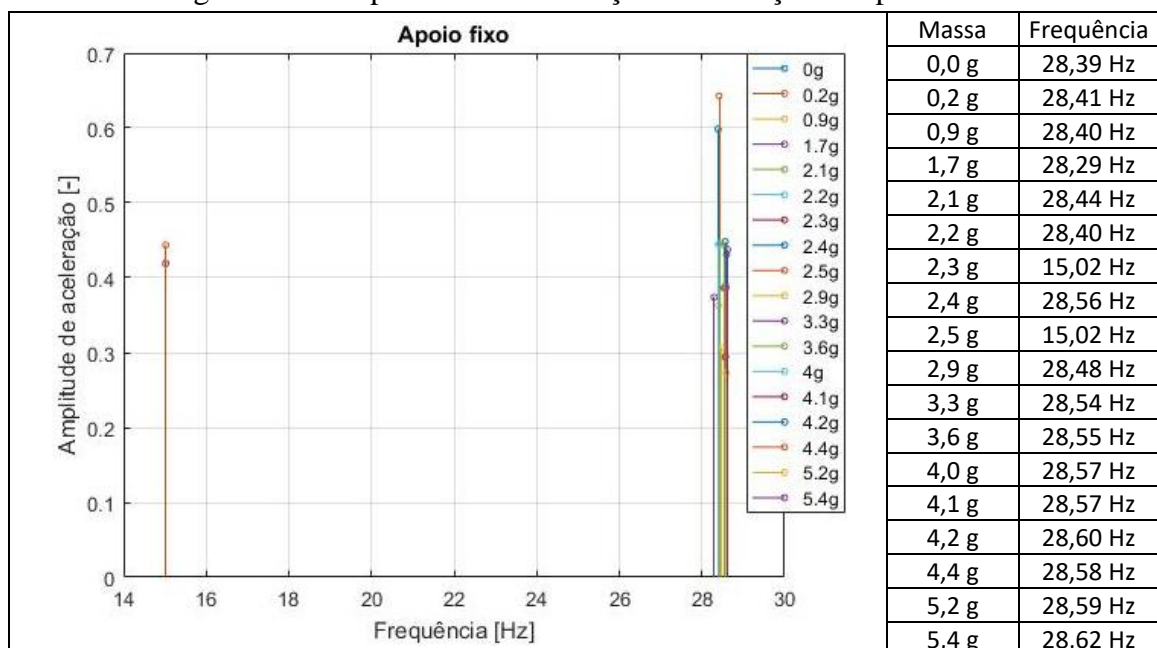
Outra análise feita na bancada está relacionada com as maiores amplitudes de aceleração apresentadas em função da massa desbalanceadora. Para isso, foram testadas as condições fixa e livre do apoio do mancal.

O objetivo desta análise foi identificar a partir de qual magnitude de massa de desbalanceamento a amplitude de aceleração na frequência de rotação do rotor se sobressai às demais.

Foram testadas 18 massas de desbalanceamento diferentes, fixadas na posição 0° do rotor. A Figura 32 mostra os resultados das medições para as massas utilizadas na condição fixa do apoio do mancal.

Conforme observa-se na Figura 32, a amplitude de aceleração na frequência de rotação do rotor, 15 Hz, apresenta dois picos para as massas de teste 2,3g e 2,5g. Os demais picos de aceleração se concentram próximos à frequência de rotação do motor, 28,48 Hz.

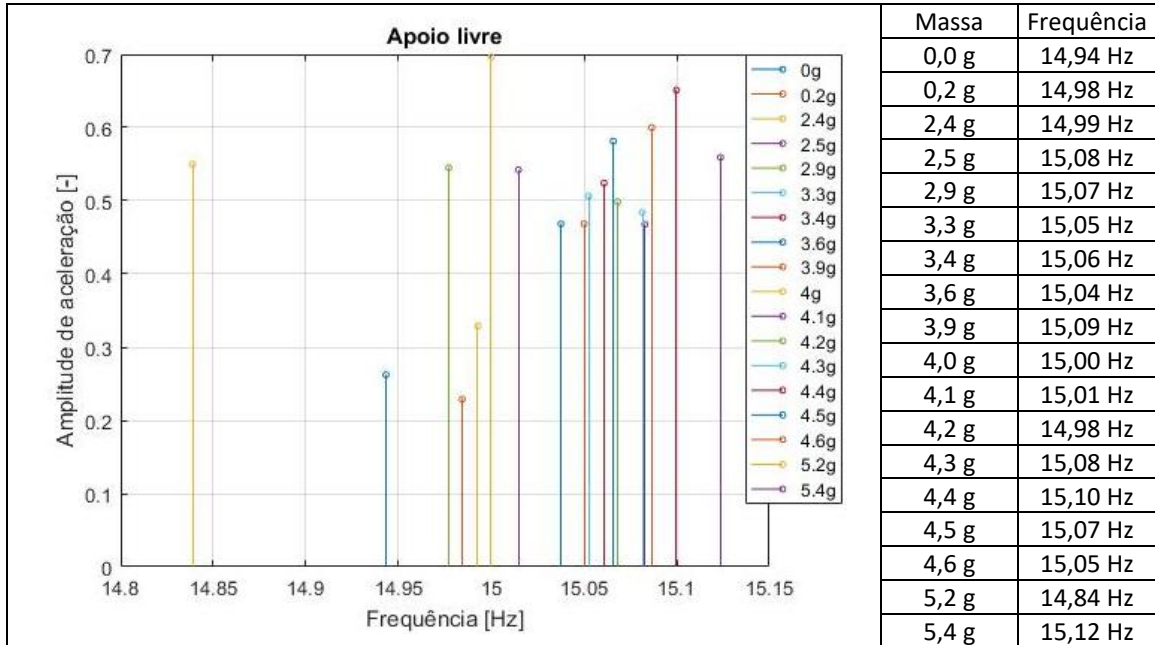
Figura 32 – Amplitudes de aceleração na condição de apoio fixo.



Fonte: Autor

Na Figura 33 são mostrados os resultados das medições para as massas utilizadas na condição livre. Como pode ser visto, as frequências próximas à rotação do rotor se destacam já a partir do rotor com mínimo desbalanceamento.

Figura 33 – Amplitudes de aceleração na condição de apoio livre.



Fonte: Autor

Observando os resultados, evidencia-se a influência da flexibilidade do apoio móvel sobre as amplitudes de aceleração medidas, sendo as frequências próximas à rotação do rotor desbalanceado as que se destacaram nesta condição do apoio.

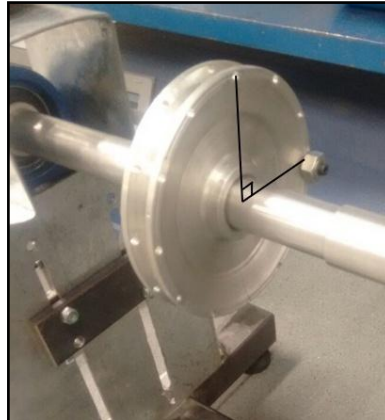
4.4. EXECUÇÃO DO BALANCEAMENTO

No processo de balanceamento foram executadas diferentes análises avaliando qual configuração da bancada apresentava melhores resultados. Para a massa de desbalanceamento fixada na mesma posição no rotor, foram realizadas análises com diferentes massas de teste.

4.4.1. Balanceamento com o apoio do mancal livre

Primeiramente, foram avaliadas as acelerações no mancal com a haste de apoio livre, permitindo a oscilação do mancal. A massa de desbalanceamento de 12,5g foi posicionada a 90° em relação ao ponto 0° de medição, conforme a Figura 34.

Figura 34 – Posicionamento da massa desbalanceadora.



Fonte: Autor

A Tabela 7 apresenta os resultados para os testes realizados com diferentes massas de teste. As linhas estão nomeadas à esquerda com a etapa do procedimento de balanceamento e, à direita são mostrados os resultados obtidos: para a análise das vibrações de cada rodada (em “Rodadas de teste”); para os cálculos de massa de correção (em “Resultado”); e para as massas de correção utilizadas, suas posições e redução em relação à vibração inicial V_0 referente à coleta de dados da Rodada 0, ou seja, com apenas a massa desbalanceadora presa ao disco (em “Rodada de correção”).

Tabela 7 – Balanceamento com o apoio do mancal livre.

Rodadas de teste	Mt	V_0	V_1	V_2	V_3
	0,7 g	49,44 mm/s	50,07 mm/s	51,98 mm/s	48,85 mm/s
Resultado	V_t	θ correção	m_c	$\alpha = 270^\circ$	$\beta = 300^\circ$
	1,80 mm/s	277,63°	19,21 g	14,62 g	5,10 g
Rodada de correção	$\alpha = 270^\circ$	$\beta = 300^\circ$	V	Redução V em relação a V_0	
	14,7 g	5,0 g	33,40 mm/s	32,44 %	
Rodadas de teste	Mt	V_0	V_1	V_2	V_3
	1,7 g	50,28 mm/s	48,58 mm/s	50,94 mm/s	43,28 mm/s
Resultado	V_t	θ correção	m_c	$\alpha = 240^\circ$	$\beta = 270^\circ$
	4,89 mm/s	259,52°	17,47 g	6,35 g	11,68 g
Rodada de correção	$\alpha = 240^\circ$	$\beta = 270^\circ$	V	Redução V em relação a V_0	
	6,2 g	11,5 g	36,90 mm/s	26,61 %	
Rodadas de teste	Mt	V_0	V_1	V_2	V_3
	2,3 g	48,73 mm/s	50,87 mm/s	54,16 mm/s	45,19 mm/s
Resultado	V_t	θ correção	m_c	$\alpha = 240^\circ$	$\beta = 270^\circ$
	5,10 mm/s	262,38°	21,99 g	5,83 g	16,75 g
Rodada de correção	$\alpha = 240^\circ$	$\beta = 270^\circ$	V	Redução V em relação a V_0	
	5,7 g	16,8 g	43,10 mm/s	11,56 %	

Fonte: Autor

Como observado na Tabela 7, menores massas de teste resultaram em maior precisão nos cálculos de correção, pelo menos no que diz respeito à massa de correção. Quanto à posição, observa-se que a diferença entre os ângulos de correção obtidos com as massas de teste 0,7g e 2,3g, com relação ao ângulo esperado (270°), foi exatamente a mesma.

4.4.2. Balanceamento com o apoio do mancal fixo

Em seguida, novos testes foram realizados seguindo o mesmo princípio dos anteriores, mantendo as mesmas massas de teste e a massa desbalanceadora de 12,5g a 90° , mas fixando o apoio do mancal. Os resultados são mostrados na Tabela 8.

Tabela 8 – Balanceamento com o apoio do mancal fixo.

Rodadas de teste	Mt	V ₀	V ₁	V ₂	V ₃
	0,7 g	160,74 mm/s	157,96 mm/s	160,65 mm/s	148,84 mm/s
Resultado	V _t	θ correção	m _c	α = 240°	β = 270°
	7,36 mm/s	253,11°	15,29 g	8,88 g	6,93 g
Rodada de correção	α = 240°	β = 270°	V	Redução V em relação a V ₀	
	8,9 g	6,7 g	69,07 mm/s	57,03 %	
Rodadas de teste	Mt	V ₀	V ₁	V ₂	V ₃
	1,7 g	124,11 mm/s	118,36 mm/s	132,15 mm/s	114,98 mm/s
Resultado	V _t	θ correção	m _c	α = 270°	β = 300°
	11,03 mm/s	290,07°	16,87 g	5,82 g	11,58 g
Rodada de correção	α = 270°	β = 300°	V	Redução V em relação a V ₀	
	5,7 g	11,7 g	65,15 mm/s	47,51 %	
Rodadas de teste	Mt	V ₀	V ₁	V ₂	V ₃
	2,3 g	129,56 mm/s	129,17 mm/s	145,08 mm/s	117,37 mm/s
Resultado	V _t	θ correção	m _c	α = 240°	β = 270°
	16,19 mm/s	276,55°	18,41 g	14,65 g	4,20 g
Rodada de correção	α = 240°	β = 270°	V	Redução V em relação a V ₀	
	14,8 g	4,4 g	75,78 mm/s	41,51 %	

Fonte: Autor

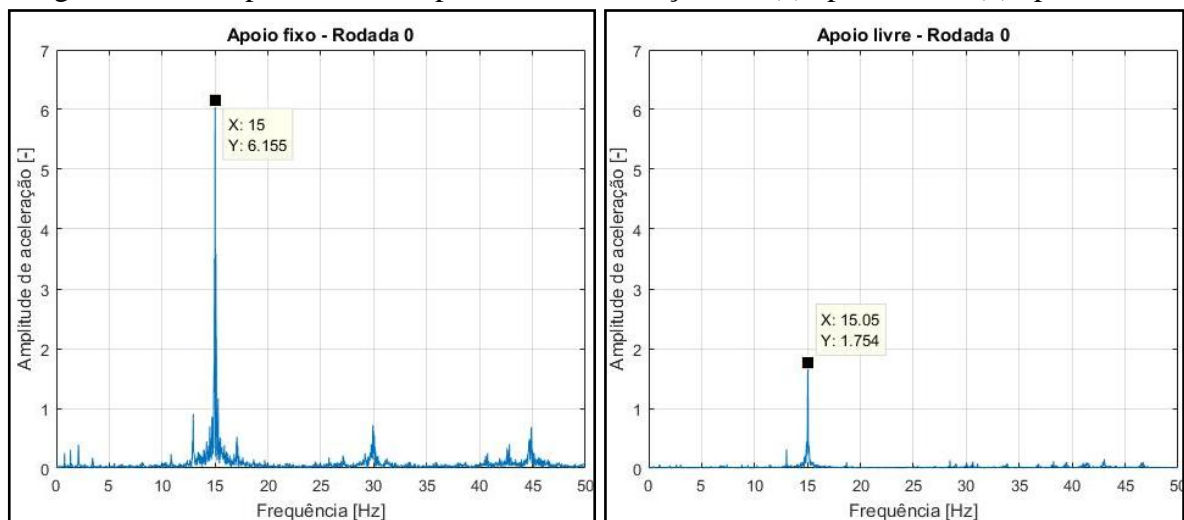
Os resultados da Tabela 8 demonstram uma redução significativa dos níveis de vibração. Assim como na análise com o apoio do mancal livre, a precisão do balanceamento utilizando massa de teste menor foi maior também neste caso, apesar do ângulo de correção próximo ao esperado (270°) ter sido atingido com massas maiores. Observa-se ainda que ao contrário das análises anteriores, a redução do desbalanceamento com massas de teste maiores foi menos afetada, visto que o percentual de diminuição da amplitude de vibração foi maior.

Exemplificando, nota-se para a massa de teste de 2,3g que a redução para a condição do mancal com apoio livre foi de 11,56%, enquanto que para a condição de apoio fixo a redução foi de 41,51 %.

Os testes no apoio do mancal demonstraram que sua frequência natural não coincide com as frequências de rotação do motor ou do rotor, não entrando, portanto, em ressonância. Este pode ser um dos motivos pelos quais o balanceamento com o apoio livre se mostrou menos eficiente, visto que se pretendia aumentar a amplitude na frequência do desbalanceamento nesta condição, o que não ocorreu.

Um exemplo disso pode ser dado por meio da Figura 35, que mostra as amplitudes para a Rodada 0 de balanceamento, ou seja, apenas com a massa desbalanceadora, nas condições de apoio fixo e de apoio livre.

Figura 35 – Comparativo de amplitudes nas condições de (a) apoio fixo e (b) apoio livre.



Fonte: Autor

(a)

(b)

Os resultados demonstram que a haste na posição livre tende a amortecer a vibração ao invés de ampliá-la, como observado na Figura 35.

5. CONCLUSÃO

Com base nas observações feitas nos testes experimentais, pode-se estabelecer algumas conclusões quanto à bancada desenvolvida, sugerindo também possíveis tópicos de estudo para trabalhos futuros nesta área.

Após a construção da bancada, identificou-se o bom funcionamento do modelo proposto, tanto no que diz respeito à transmissão quanto ao sistema de apoio móvel do mancal. Esta afirmação se faz devido à boa interação dos elementos da bancada e aos resultados experimentais. Uma ressalva é feita, entretanto, com relação à polia de transmissão acoplada ao motor, pela necessidade periódica de verificação de alinhamento desta com o eixo do motor, visto sua forma de fixação no eixo ter sido feita sob pressão.

Testes preliminares demonstraram a constância dos dados adquiridos, sendo este um bom indício da repetibilidade dos resultados. Também por estes testes, observa-se que mesmo que a amplitude de vibração seja maior na frequência de rotação do motor, o procedimento de balanceamento pode ser executado – ainda que outros problemas como desalinhamento da polia do motor estejam sendo deixados de lado – visto que a redução de velocidade proporcionada pelo sistema de transmissão permite que as frequências próximas à rotação do disco desbalanceado se destaquem e não se confundam com a frequência de rotação do motor.

A bancada, em geral, se mostrou eficiente na correção do desbalanceamento, ainda que não em sua totalidade. As reduções de vibração mais significativas foram obtidas com o apoio do mancal na condição fixa, com os percentuais de redução 57,03%, 47,51% e 41,51% – para as massas de teste 0,7g, 1,7g e 2,3g, respectivamente – contra 32,44% do melhor resultado com o apoio livre. Sendo assim, conclui-se que, no dispositivo construído, o apoio fixo permite obter melhores resultados de balanceamento, e que massas de teste menores contribuem positivamente nesses resultados.

Considera-se aqui alguns pontos a serem ajustados em trabalhos futuros que podem levar a melhores resultados: fundação rígida da bancada, seja em uma base de maior massa, ou fixada diretamente no chão, o que evitará vibrações secundárias que possam ter influenciado tanto aumentando quanto diminuindo as amplitudes na frequência do desbalanceamento; e melhorias no sistema de fixação da polia acoplada ao motor, evitando desalinhamentos em decorrência da própria vibração do motor.

Sugere-se também a aplicação de outros métodos de balanceamento, além do estudo de vibrações contemplando outras áreas, como o desalinhamento de polias e desgaste de rolamentos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL-KHAZALI, Hisham. A. H.; ASKARI, Mohamad R., **The Experimental Analysis of Vibration Monitoring in System Rotor Dynamic with Validate Results Using Simulation Data**. ISRN Mechanical Engineering: Hindawi Publishing Corporation. 2012. p. 3, 4. Disponível em: <<https://doi.org/10.5402/2012/981010>>. Acesso em: 12 mar. 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8008**: Balanceamento de corpos rígidos rotativos – Qualidade – Procedimento. Rio de Janeiro, 1983. p. 2.

BLOCH, Heinz P.; GEITNER, Fred K. **Machinery component maintenance and repair**. Amsterdam Boston: Elsevier, Gulf Professional Pub, 2005. p. 275.

HIBBELER, Russell C., **Dinâmica: mecânica para engenharia**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011. p. 429.

HIBBELER, Russell C., **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004. p. 364.

INMAN, Daniel J., **Engineering vibration**. Upper Saddle River, N.J: Pearson, Prentice Hall, 2008. p. 437, 538, 539.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 1940-1**: Mechanical vibration – Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state – Part 1: Specification and verification of balance tolerances. Genebra, 2003. p.2, 11.

IRD BALANCING. **Balancing Machines – Types, classification and methods**. 2016. Disponível em: < <http://www.irdbalancing.com/balancing-machines---types%2C-classification%2C-and-methods.html> >. Acesso em: 04 out. 2017.

KLINGENBERG, Larry. **Frequency Domain Using Excel**. San Francisco State University: School of Engineering. 2005. p. 1-5. Disponível em: < http://www.stem2.org/je/Excel_FFT_Instructions.pdf >. Acesso em: 17 nov. 2017

LEONARDI, Danilo M.; BORGES, Adailton S.; BORGES, Adriano S., **Balanceamento de rotores em um plano utilizando o método com fase e sem fase quatro rodadas**. In: Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica - UTFPR, 17., 2012, Curitiba. **Anais**. Curitiba: SICITE, 2012. p. 1-8. Disponível em:

<<http://conferencias.utfpr.edu.br/ocs/index.php/sicite/2012/paper/viewFile/874/131>>. Acesso em: 12 mar. 2017.

MABIE, Hamilton H.; REINHOLTZ, Charles F., **Mechanisms and dynamics of machinery**. New York: John Wiley & Sons, 1987. p. 457, 471.

MACCAMHOIL, Macdara., **Static and dynamic balancing of rigid rotors**. Brüel and Kjaer Application Notes BO-0276-12, [198-?]. p. 3, 4.

Disponível em: < www.bksv.com/doc/bo0276.pdf > . Acesso em: 17 abr. 2017.

MAGALHÃES, Diego L., **Balanceamento de rotores utilizando os métodos dos 3 pontos e do coeficiente de influência**. 2013. 55p. Trabalho de conclusão de curso - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2013. p. 14-17.

Disponível em: < <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10005387.pdf> > . Acesso em: 06 out. 2017.

MCMILLAN, Robert B., **Rotating machinery: practical solutions to unbalance and misalignment**. Lilburn, Ga. New York: Fairmont Press Marcel Dekker, 2004. p. 44-48.

MENDES, André de S., **Desenvolvimento de software em LabVIEW para balanceamento dinâmico de rotores**. 2013. 71 f. Trabalho de conclusão de curso - Curso de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013. p. 15, 68.

Disponível em: <<http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10008348.pdf>>. Acesso em: 12 mar. 2017.

MUSZYNSKA, Agnieszka., Prefácio. **Rotordynamics**. Boca Raton: Taylor & Francis, 2005. p. 712.

NORTON, Robert L., **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. p. 124, 566-568, 585.

NORTON, Robert L., **Cinemática e dinâmica dos mecanismos**. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2011. p. 615.

PRÜFTECKNIK. **An engineer's guide to shaft alignment, vibration analysis, dynamic balancing and wear debris analysis**. 8.011 ed. Burntwood: Staffordshire: Prüftechnik LTD, 2002. p. 110.

Disponível em: <https://www.pruftechnik.com/fileadmin/pt/Downloads/Brochures-Flyers_SPECIAL/Engineers_Guide_ALI_CM/EngineersGuide2012.pdf>. Acesso em: 23 abr. 2017.

RAO, Jammi S., **History of rotating machinery dynamics**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 36.

RAO, Singiresu S., **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. p. 56, 66, 308, 312, 313, 357, 358.

SHIGLEY, Joseph E., et al. **Projeto de engenharia mecânica**. 7 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. p. 885.

SILVA, Sandro E. L. da; SILVA, Antônio A.; IRMÃO, Marco A. da S., **Análise teórico-experimental de bancada didática para balanceamento estático e dinâmico de rotores**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 32., 2004, Brasília. **Anais**. Brasília: Cobenge, 2004. p. 5, 8. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2004/artigos/01_172.pdf>. Acesso em: 12 marc. 2017.

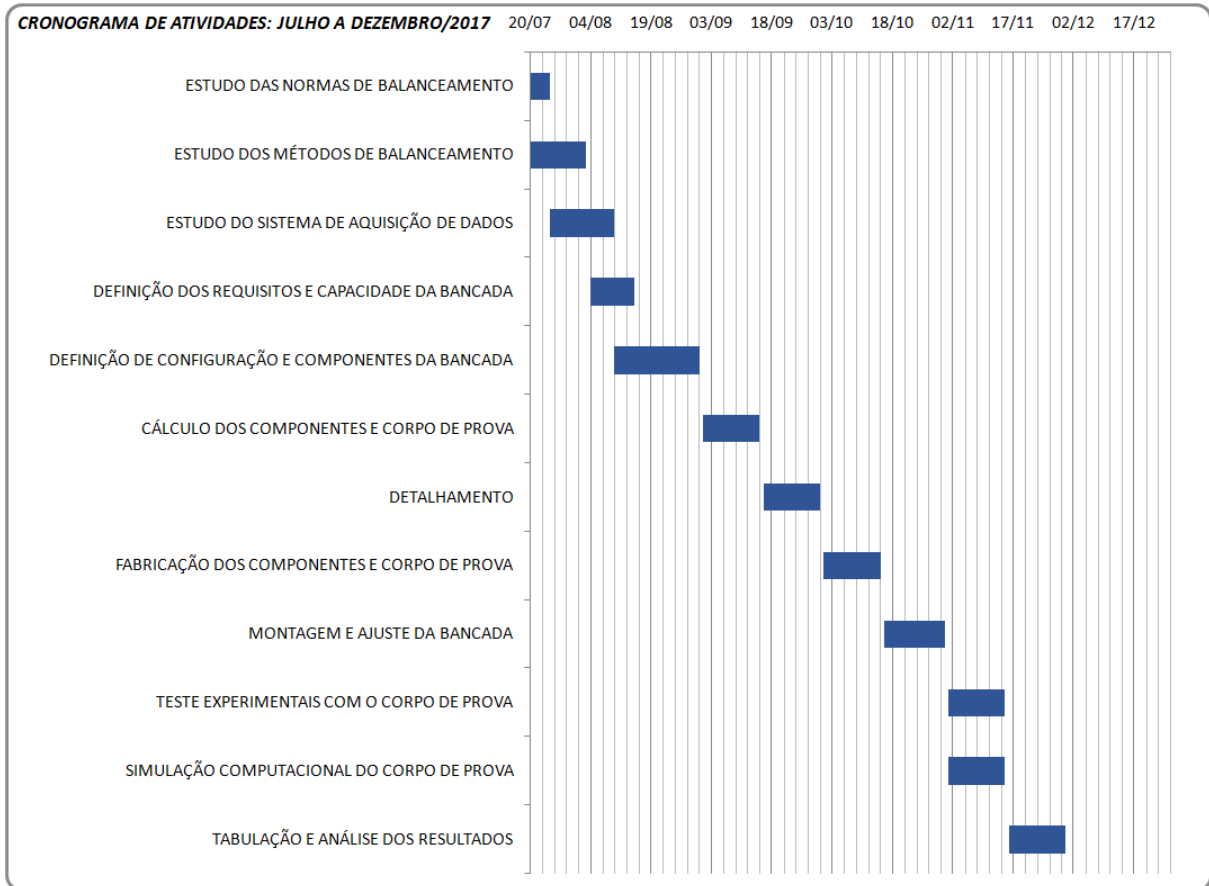
SOUSA, Walter S., **Desenvolvimento de um sistema aplicativo em LabVIEW para o monitoramento de máquinas rotativas com um módulo de balanceamento de rotores**. 2005. 114p. Trabalho de conclusão de curso - Universidade Federal do Pará, Pará. 2005. p. 18, 20. Disponível em: <<http://www.gva.ufpa.br/tcc/Tcc-Walter.pdf>>. Acesso em: 23 mar. 2017.

THOMSON, William T.; DAHLEH, Marie D., **Theory of vibrations with applications**. Upper Saddle River, N.J: Prentice-Hall, 1998. p. 357.

VINOGRADOV, Oleg., **Fundamentals of kinematics and dynamics of machines and mechanisms**. Boca Raton: CRC Press, 2000. p. 217.

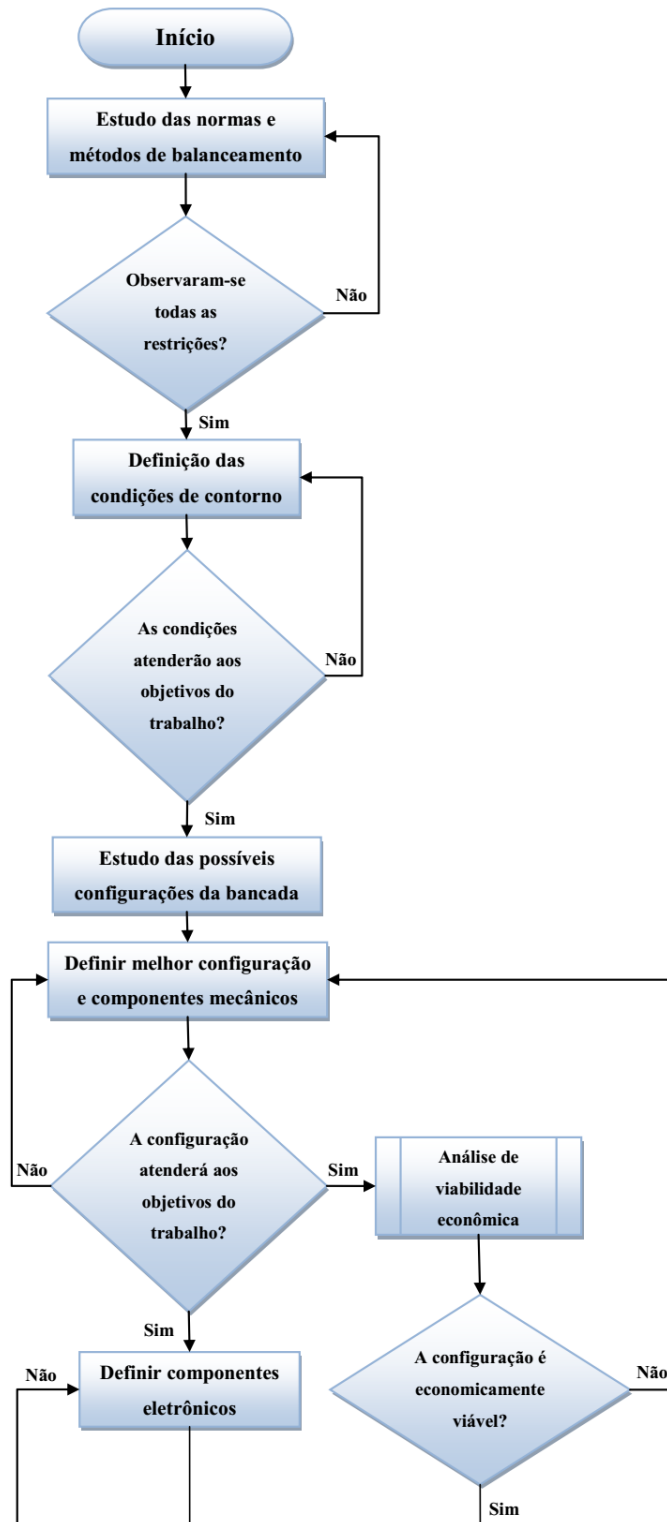
7. APÊNDICE

APÊNCIDE A – CRONOGRAMA DE ATIVIDADES.

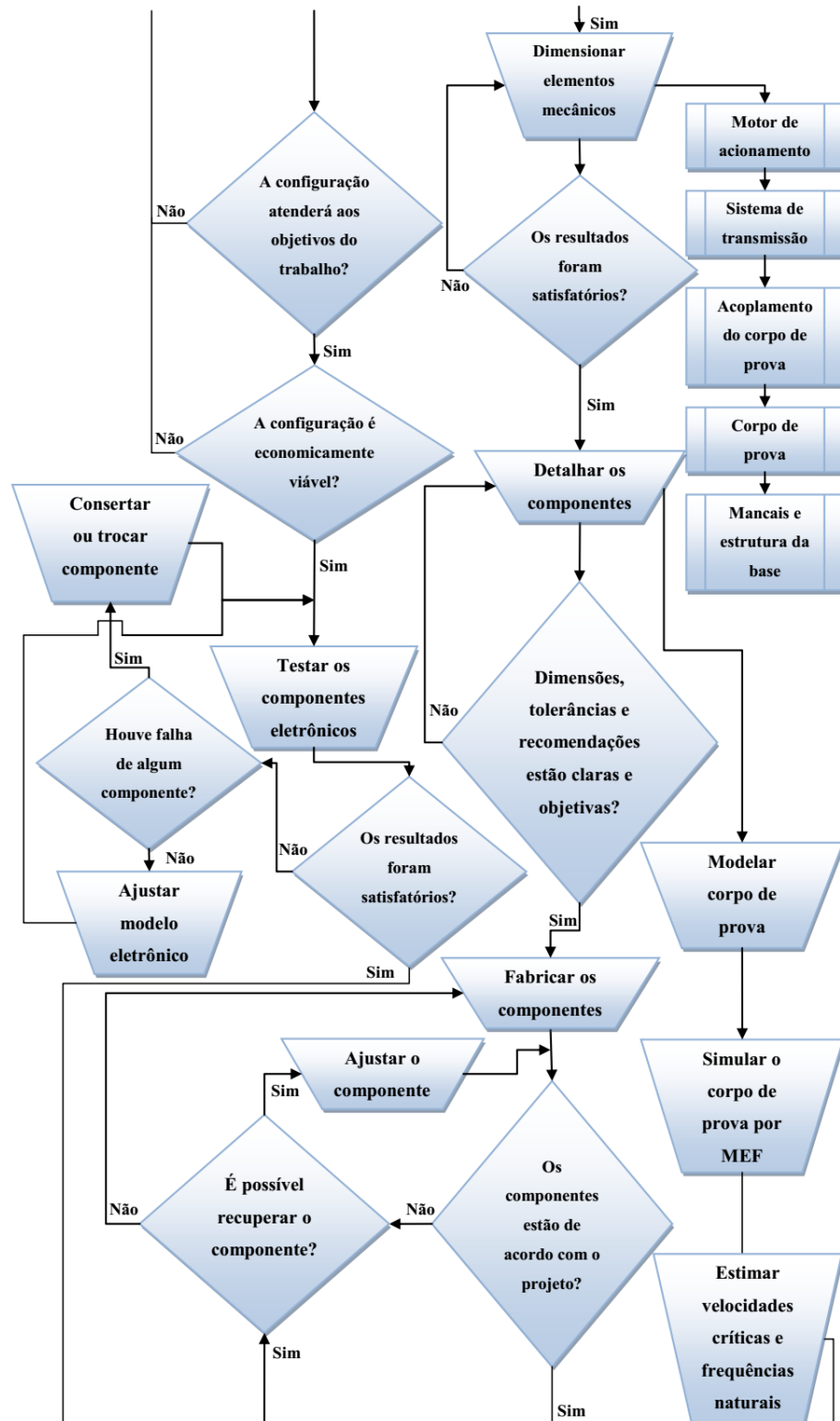


Fonte: Autor

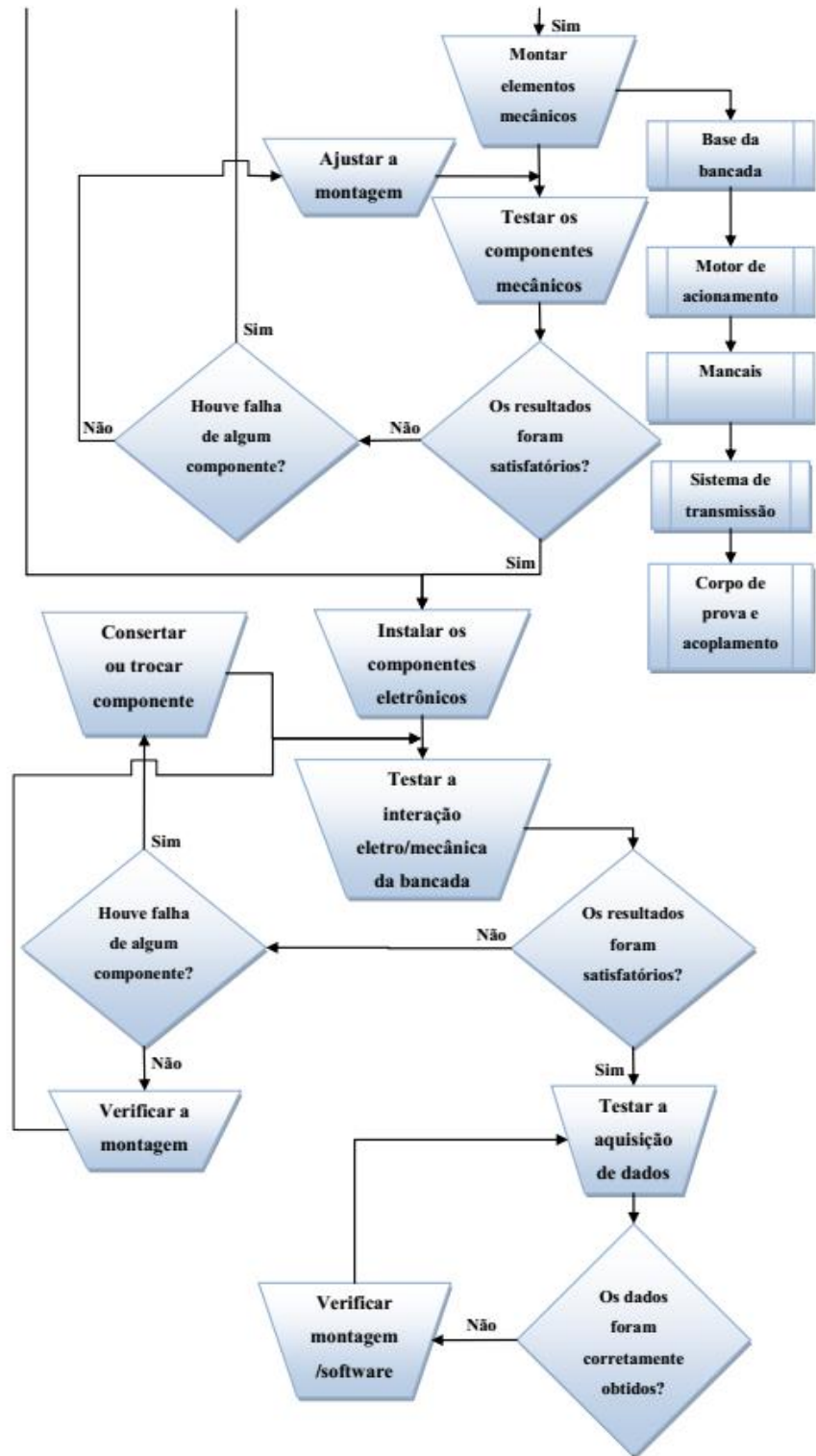
APÊNDICE B – FLUXOGRAMA DE ATIVIDADES.



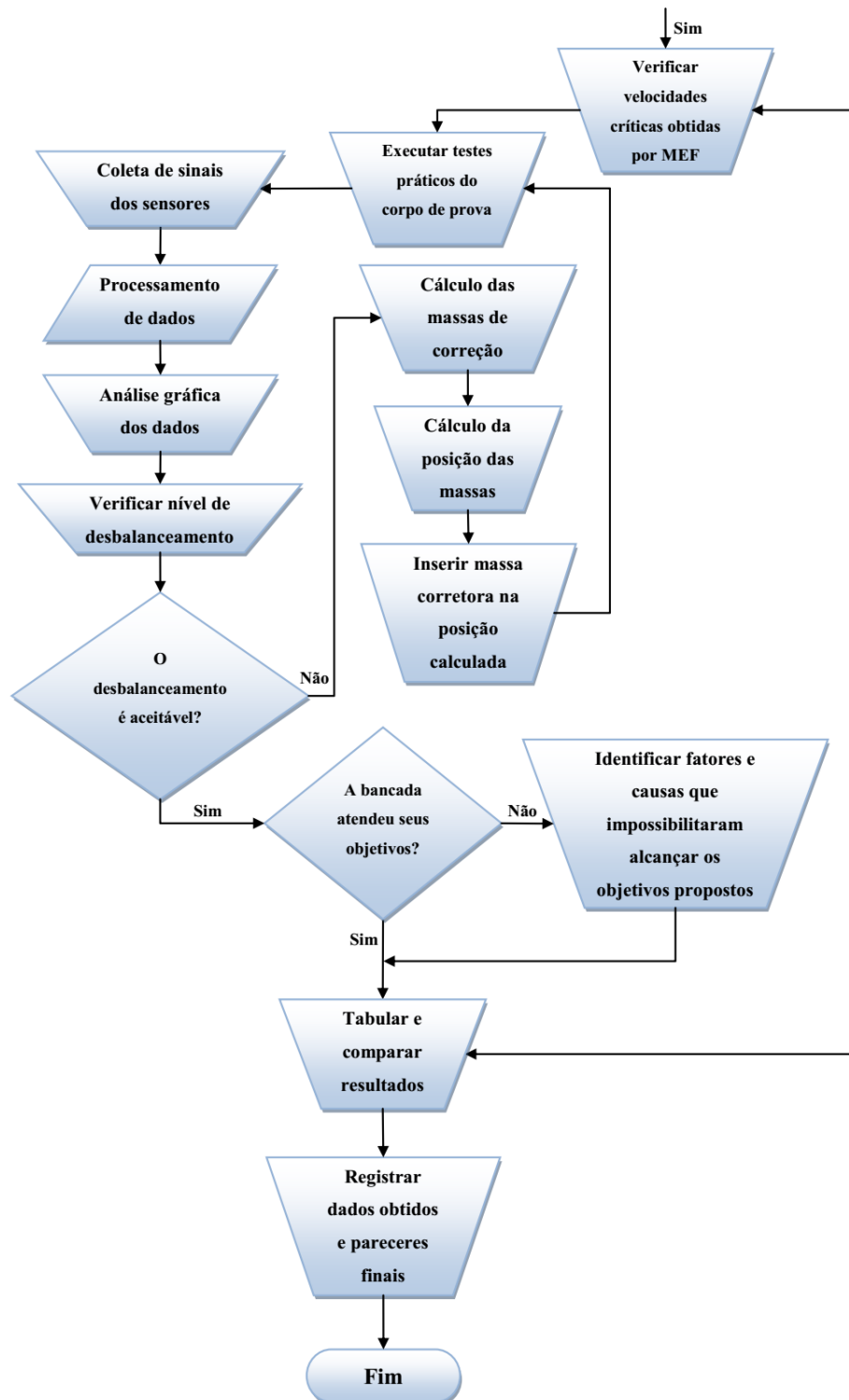
APÊNDICE B – CONTINUAÇÃO.



APÊNDICE B – CONTINUAÇÃO.



APÊNDICE B – CONTINUAÇÃO.



Fonte: Autor

APÊNDICE C – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL DE OBTENÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO APOIO MÓVEL.

A análise experimental contou ainda com obtenção do módulo de elasticidade do material do apoio do mancal, obtido pela avaliação da deflexão do elemento. A Figura C.1 ilustra o procedimento seguido.

Figura C.1 – Medida da deflexão do apoio do mancal.



Fonte: Autor

A haste foi engastada horizontalmente, a cerca de 7,5 mm de sua extremidade de uma de suas extremidades. Posicionou-se então o relógio comparador a 100 mm da extremidade livre. Nesta extremidade posicionou-se uma massa para defletir a haste, sendo obtido o resultado mostrado na Tabela C.1.

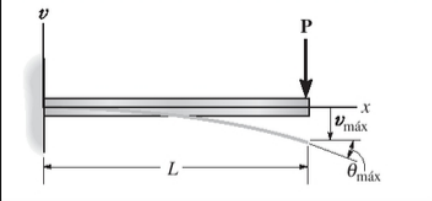
Tabela C.1 – Resultado do teste de deflexão do apoio móvel.

Massa de deflexão	0,191 kg
Força	1,88 N
L total	0,25 m
Engaste	0,0075 m
Compr. Haste	0,2425 m
Ponto de medição	0,1425 m
Deslocamento	0,0008 m
Módulo E	183,31 GPa

Fonte: Autor.

Os resultados são baseados na equação de linha elástica para uma viga com engaste simples, conforme mostrado na Figura C.2.

Figura C.2 – Modelo seguido para obtenção do módulo de elasticidade da viga.

Viga	Inclinação	Deslocamento	Linha elástica
	$\theta_{\text{máx}} = \frac{-PL^2}{2EI}$	$v_{\text{máx}} = \frac{-PL^3}{3EI}$	$v = \frac{-Px^2}{6EI} (3L - x)$

Fonte: Hibbeler (2004, p. 364)

O resultado de 183,31GPa obtido experimentalmente para o módulo de elasticidade serviu como base para o cálculo analítico da frequência natural da haste.

APÊNDICE D – ALGORITMO DE BALANCEAMENTO.

```

% Algoritmo de balanceamento pelo Método dos 3 Pontos

% Autor: Gustavo Ayres da Silva
% Créditos:
% Metodologia da Transformada de Fourier:
% <http://www.stem2.org/je/Excel_FFT_Instructions.pdf>
% Intersecção de circunferências:
<http://www.ambrsoft.com/TrigoCalc/Circles2/circle2intersection/CircleCircleIntersection.htm>
% Orientações:
% Os dados das rodadas devem estar em arquivo .xls separados;
% Pelo aplicativo utilizado (Phyphox), os dados são fornecidos no formato:
% Planilha 2 ->> |Coluna A| Coluna B |
%                | Tempo |Aceleração x|

clear all; close all; clc;
disp('Balanceamento: Método dos 3 pontos (4 rodadas sem fase)')
fprintf('\n') % Inserir linha em branco
disp('Pressione qualquer tecla para começar')
clear all; close all; clc;

N = 4096; % Número de amostras
for cont = 1:4
    fprintf('Rodada %d: ', cont-1);
    local{cont} = input('Informe o caminho do arquivo da análise entre
aspas simples, no formato ''C:\\Usuario\\Documentos\\Planilha.xls'':\n');
    tempo{cont} = xlsread (local{cont},2, 'A2:A4097');
    aceleracao{cont} = xlsread (local{cont},2, 'B2:B4097');
end
disp(' ')
for cont = 1:4
    deltat(cont) = tempo{cont}(N) - tempo{cont}(1); % Intervalo de tempo
    S = N/deltat(cont); % Taxa de amostragem [amostras/segundo = Hz]
    FFTComplex{cont} = fft(aceleracao{cont}); % Valor complexo da FFT
    FFTFrequency{cont}(1) = 0;
    for i = 2:N
        FFTFrequency{cont}(i) = i*S/N;
    end
    FFTMagnitude{cont} = 2*abs(FFTComplex{cont})/N;
    FFTMagnitude{cont}(1) = 0;
    figure(cont)
    plot(FFTFrequency{cont}(1:N/2), FFTMagnitude{cont}(1:N/2))
    str = ['Rodada ', num2str(cont-1)];
    title(str)
    xlabel('Frequência [Hz]')
    ylabel('Amplitude de aceleração [-]')
    grid on
    FFTMag_max{cont} = max(FTTMagnitude{cont}(2:N/4));
    for i = 2:N/2
        if FFTMagnitude{cont}(i) == FFTMag_max{cont};
            disp(str)
            fmax{cont} = FFTFrequency{cont}(i);
            fprintf('Máxima frequência: %.2f Hz \n', fmax{cont});
            fprintf('Amplitude de aceleração: %.2f [-]
\n', FFTMagnitude{cont}(i));
        end
    end
end
end

```


APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

```

% Velocidade de vibração
rpm{cont} = fmax{cont}*60;
Vx{cont} = aceleracao{cont}.*1000./(2.*pi().*fmax{cont}); % Velocidade
de vibração [mm/s]
Vxmax{cont} = max(abs(Vx{cont}));
fprintf('Velocidade de vibração: %.2f [mm/s] \n',Vxmax{cont});
disp(' ')
% Velocidade de vibração RMS
somaVx{cont} = 0;
for i = 1:N
    somaVx{cont} = somaVx{cont} + (Vx{cont}(i))^2;
end
Vxrms{cont} = sqrt(somaVx{cont}/N);
end
% Definindo o limite da escala do eixo y
y_max = FFTMag_max{1};
for i = 2:4
    if FFTMag_max{i} >= y_max
        y_max = FFTMag_max{i} + 0.2; % Limite da escala do eixo y
    end
end
% Entradas
disp('Informações sobre o rotor:')
sn = 0;
while (sn ~= 'S' && sn ~= 'N');
sn = input('O rotor possui divisões para inserir a massa de correção? [S ou
N] \n','s');
    if (sn == 'S')
        div_rotor = input('Quantas divisões o rotor possui? \n');
        ang_div_rotor = 360/div_rotor;
    end
end
mt = input('Informe o valor da massa de teste [g]: \n'); % Massa de teste
para as três rodadas seguintes
disp(' ')
V0 = Vxmax{1}; V1 = Vxmax{2}; V2 = Vxmax{3}; V3 = Vxmax{4};
% INTERSECÇÃO CIRCUNFERÊNCIAS 0 E 1:
% C0: (x-xc0)^2+(y-yc0)^2=(V0)^2
xc0 = 0; % Coordenada x do centro da circunferência C0
yc0 = 0; % Coordenada y do centro da circunferência C0
% C1: (x-xc1)^2+(y-yc1)^2=(V1)^2
xc1 = 0; % Coordenada x do centro da circunferência C1
yc1 = V0; % Coordenada y do centro da circunferência C1
D01 = sqrt((xc1 - xc0)^2 + (yc1 - yc0)^2); % Distância entre centros
% Condição área intersecção entre duas circunferência:
if (V0 + V1 > D01) && (D01 > abs(V0 - V1))
    % Pontos de intersecção:
    gama = (1/4)*sqrt((D01+V0+V1)*(D01+V0-V1)*(D01-V0+V1)*(-D01+V0+V1));
    x01_1 = (xc0 + xc1)/2 + (xc1 - xc0)*(V0^2 - V1^2)/(2*D01^2) +
2*gama*(yc0 - yc1)/(D01^2);
    x01_2 = (xc0 + xc1)/2 + (xc1 - xc0)*(V0^2 - V1^2)/(2*D01^2) -
2*gama*(yc0 - yc1)/(D01^2);
    y01_1 = (yc0 + yc1)/2 + (yc1 - yc0)*(V0^2 - V1^2)/(2*D01^2) -
2*gama*(xc0 - xc1)/(D01^2);
    y01_2 = (yc0 + yc1)/2 + (yc1 - yc0)*(V0^2 - V1^2)/(2*D01^2) +
2*gama*(xc0 - xc1)/(D01^2);
end
figure(5)

```

APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

```

% Rotina para dimensionar e traçar os eixos (x,y):
V = V0; neg = 0; pos = 0;
for i = 1:4
    if (V <= Vxmax{i}) && ((Vxmax{i} + V0) > V0 + V1)
        neg = -(Vxmax{i} + V0)*1.05; % eixo x e y negativos
        pos = +(Vxmax{i} + V0)*1.05;% eixo x e y positivos
    end
end
x = [neg pos];
y = [0 0];
plot(x,y,'k')
hold on
x = [0 0];
y = [neg pos];
plot(x,y,'k')
axis([neg pos neg pos]);
axis square
% Plotando a circunferência C0:
t=0:0.01:2*pi;
x0=cos(t)*V0+xc0; % Centro em (xc0 , yc0) e raio V0
y0=sin(t)*V0+yc0; % Centro em (xc0 , yc0) e raio V0
plot(x0,y0)
% Plotando a circunferência C1:
t=0:0.01:2*pi;
x1=cos(t)*V1+xc1; % Centro em (xc1 , yc1) e raio V1
y1=sin(t)*V1+yc1; % Centro em (xc1 , yc1) e raio V1
plot(x1,y1)
% INTERSECÇÃO CIRCUNFERÊNCIAS 1 E 2:
% C2: (x-xc2)^2+(y-yc2)^2=(V2)^2
xc2 = V0*cos(deg2rad(30)); % Coordenada x do centro da circunferência C2
yc2 = -V0*sin(deg2rad(30)); % Coordenada y do centro da circunferência C2
D12 = sqrt((xc2 - xc1)^2 + (yc2 - yc1)^2); % Distância entre centros
% Condição área intersecção entre duas circunferência:
if (V1 + V2 > D12) && (D12 > abs(V1 - V2))
    % Pontos de intersecção:
    gama = (1/4)*sqrt((D12+V1+V2)*(D12+V1-V2)*(D12-V1+V2)*(-D12+V1+V2));
    x12_1 = (xc1 + xc2)/2 + (xc2 - xc1)*(V1^2 - V2^2)/(2*D12^2) +
2*gama*(yc1 - yc2)/(D12^2);
    x12_2 = (xc1 + xc2)/2 + (xc2 - xc1)*(V1^2 - V2^2)/(2*D12^2) -
2*gama*(yc1 - yc2)/(D12^2);
    y12_1 = (yc1 + yc2)/2 + (yc2 - yc1)*(V1^2 - V2^2)/(2*D12^2) -
2*gama*(xc1 - xc2)/(D12^2);
    y12_2 = (yc1 + yc2)/2 + (yc2 - yc1)*(V1^2 - V2^2)/(2*D12^2) +
2*gama*(xc1 - xc2)/(D12^2);
end
% Plotando a circunferência C2:
t=0:0.01:2*pi;
x2=cos(t)*V2+xc2; % Centro em (xc2 , yc2) e raio V2
y2=sin(t)*V2+yc2; % Centro em (xc2 , yc2) e raio V2
plot(x2,y2)
% Plotar os pontos de intersecção:
plot(x12_1,y12_1,'*')
plot(x12_2,y12_2,'*g')
% INTERSECÇÃO CIRCUNFERÊNCIAS 1 E 3:
% C3: (x-xc3)^2+(y-yc3)^2=(V3)^2
xc3 = -V0*cos(deg2rad(30)); % Coordenada x do centro da circunferência C3
yc3 = -V0*sin(deg2rad(30)); % Coordenada y do centro da circunferência C3
D13 = sqrt((xc3 - xc1)^2 + (yc3 - yc1)^2); % Distância entre centros

```

APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

```

% Condição área intersecção entre duas circunferências:
if (V1 + V3 > D13) && (D13 > abs(V1 - V3))
    % Pontos de intersecção:
    gama = (1/4)*sqrt((D13+V1+V3)*(D13+V1-V3)*(D13-V1+V3)*(-D13+V1+V3));
    x13_1 = (xc1 + xc3)/2 + (xc3 - xc1)*(V1^2 - V3^2)/(2*D13^2) +
2*gama*(yc1 - yc3)/(D13^2);
    x13_2 = (xc1 + xc3)/2 + (xc3 - xc1)*(V1^2 - V3^2)/(2*D13^2) -
2*gama*(yc1 - yc3)/(D13^2);
    y13_1 = (yc1 + yc3)/2 + (yc3 - yc1)*(V1^2 - V3^2)/(2*D13^2) -
2*gama*(xc1 - xc3)/(D13^2);
    y13_2 = (yc1 + yc3)/2 + (yc3 - yc1)*(V1^2 - V3^2)/(2*D13^2) +
2*gama*(xc1 - xc3)/(D13^2);
end
% Plotando a circunferência C3:
t=0:0.01:2*pi;
x3=cos(t)*V3+xc3; % Centro em (xc3 , yc3) e raio V3
y3=sin(t)*V3+yc3; % Centro em (xc3 , yc3) e raio V3
plot(x3,y3)
% Plotar os pontos de intersecção:
plot(x13_1,y13_1,'*g')
plot(x13_2,y13_2,'*')
% INTERSECÇÃO CIRCUNFERÊNCIAS 0 E 2:
% C1: (x-xc1)^2+(y-yc1)^2=(V1)^2
xc2 = V0*cos(deg2rad(30)); % Coordenada x do centro da circunferência C1
yc2 = -V0*sin(deg2rad(30)); % Coordenada y do centro da circunferência C1
% Distância entre centros:
D02 = sqrt((xc2 - xc0)^2 + (yc2 - yc0)^2);
% Condição área intersecção entre duas circunferências:
if (V0 + V2 > D02) && (D02 > abs(V0 - V2))
    % Pontos de intersecção:
    gama = (1/4)*sqrt((D02+V0+V2)*(D02+V0-V2)*(D02-V0+V2)*(-D02+V0+V2)); %
É a área do triângulo formado pelo centro das duas circunferências e um dos
pontos de intersecção, calculado pela equação de Heron.
    x02_1 = (xc0 + xc2)/2 + (xc2 - xc0)*(V0^2 - V2^2)/(2*D02^2) +
2*gama*(yc0 - yc2)/(D02^2);
    x02_2 = (xc0 + xc2)/2 + (xc2 - xc0)*(V0^2 - V2^2)/(2*D02^2) -
2*gama*(yc0 - yc2)/(D02^2);
    y02_1 = (yc0 + yc2)/2 + (yc2 - yc0)*(V0^2 - V2^2)/(2*D02^2) -
2*gama*(xc0 - xc2)/(D02^2);
    y02_2 = (yc0 + yc2)/2 + (yc2 - yc0)*(V0^2 - V2^2)/(2*D02^2) +
2*gama*(xc0 - xc2)/(D02^2);
end
% INTERSECÇÃO CIRCUNFERÊNCIAS 2 E 3:
% Distância entre centros:
D23 = sqrt((xc3 - xc2)^2 + (yc3 - yc2)^2);
% Condição área intersecção entre duas circunferências:
if (V2 + V3 > D23) && (D23 > abs(V2 - V3))
    % Pontos de intersecção:
    gama = (1/4)*sqrt((D23+V2+V3)*(D23+V2-V3)*(D23-V2+V3)*(-D23+V2+V3));
    x23_1 = (xc2 + xc3)/2 + (xc3 - xc2)*(V2^2 - V3^2)/(2*D23^2) +
2*gama*(yc2 - yc3)/(D23^2);
    x23_2 = (xc2 + xc3)/2 + (xc3 - xc2)*(V2^2 - V3^2)/(2*D23^2) -
2*gama*(yc2 - yc3)/(D23^2);
    y23_1 = (yc2 + yc3)/2 + (yc3 - yc2)*(V2^2 - V3^2)/(2*D23^2) -
2*gama*(xc2 - xc3)/(D23^2);
    y23_2 = (yc2 + yc3)/2 + (yc3 - yc2)*(V2^2 - V3^2)/(2*D23^2) +
2*gama*(xc2 - xc3)/(D23^2);
end

```

APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

```

% Plotar os pontos de intersecção:
plot(x23_1,y23_1,'*')
plot(x23_2,y23_2,'*g')
% Centróide do triângulo formado pelos três pontos de intersecção das
circunferências:
xtriang = (x13_1 + x12_2 + x23_2)/3;
ytriang = (y13_1 + y12_2 + y23_2)/3;
Vcorrecao = sqrt(xtriang^2 + ytriang^2);

% Ângulo de correção:
if xtriang >= 0 && ytriang >= 0 % Vetor Vcorrecao no primeiro quadrante
    ang_correcao = abs(radtodeg(atan(xtriang/ytriang)));
    disp('Posição: 1° quadrante')
elseif xtriang >= 0 && ytriang < 0 % Vetor Vcorrecao no quarto quadrante
    ang_correcao = 180 - abs(radtodeg(atan(xtriang/ytriang)));
    disp('Posição: 4° quadrante')
elseif xtriang < 0 && ytriang < 0 % Vetor Vcorrecao no terceiro quadrante
    ang_correcao = 180 + abs(radtodeg(atan(xtriang/ytriang)));
    disp('Posição: 3° quadrante')
elseif xtriang < 0 && ytriang >= 0 % Vetor Vcorrecao no segundo quadrante
    ang_correcao = 360 - abs(radtodeg(atan(xtriang/ytriang)));
    disp('Posição: 2° quadrante')
end
fprintf('Vetor de correção: %5.4f \n',Vcorrecao)
fprintf('Ângulo de correção: %5.4f° - Sentido horário a partir da posição
0° \n',ang_correcao)
% Plotando coordenadas do centróide do triângulo:
plot(xtriang,ytriang,'*r')
hold on
% Plotando o vetor de correção:
% Inclinação da reta: m = (y - yo)/(x - xo)
% y = m*(x-xo) + yo, onde xo = 0 e yo = 0
m = ytriang/xtriang;
if xtriang > 0
    xcor = 0:.0001:xtriang;
elseif xtriang < 0
    xcor = xtriang:.0001:0;
else
    xcor = xtriang;
end
ycor = m.*xcor;
plot(xcor,ycor,'r')
hold on
% Plotando identificações do gráfico
text(xc1,yc1,'0°')
text(xc2,yc2,'120°')
text(xc3,yc3,'240°')
% Título e legenda dos eixos
title('Método dos 3 pontos')
xlabel('Amplitude de vibração [mm/s]')
ylabel('Amplitude de vibração [mm/s]')
% Calculando a massa de correção:
mc = (V0/Vcorrecao)*mt;
% V0 = Vibração inicial
% Vcorrecao = Vetor de correção
% mt = massa de teste
fprintf('Massa de correção: %5.4f[g] \n',mc)
if sn == 'S' % Confirmar se a Rodada de Correção foi executada(sn == 'S')

```

APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

```

ang(1) = 0;
for i = 2:(div_rotor + 1)
    ang(i) = ang(i-1) + ang_div_rotor; % Ângulo do ponto de
inserção de massa no rotor
    if (ang(i-1) <= ang_correcao && ang(i) >= ang_correcao)
        ang0_u1 = ang(i-1); % Ângulo da origem 0° até a posição u1
(sentido horário)
        ang0_u2 = ang(i); % Ângulo da origem 0° até a posição u2
(sentido horário)
        alfa = ang_correcao - ang(i-1); % Ângulo entre a posição da
massa e o ponto de inserção anterior disponível
        beta = ang(i) - ang_correcao; % Ângulo entre a posição da
massa e o ponto de inserção posterior disponível
    end
end
fprintf('A massa de correção %5.4f[g] pode ser substituída por duas
massas: \n',mc)
u1 = mc * sin(degtorad(beta))/(sin(degtorad(alfa+beta)));
u2 = mc * sin(degtorad(alfa))/(sin(degtorad(alfa+beta)));
fprintf('Massa 1: %5.4f[g] a %5.2f° \n',u1,ang0_u1)
fprintf('Massa 2: %5.4f[g] a %5.2f° \n',u2,ang0_u2)
end
disp(' ')
sn = 0;
while (sn ~= 'S' && sn ~= 'N');
sn = input('Deseja realizar a rodada de correção? [S ou N] \n','s');
    if (sn == 'S')
        local{5} = input('Informe o caminho do arquivo entre aspas simples,
no formato 'C:\\Usuario\\Documentos\\Planilha.xls':\n');
        tempo{5} = xlsread (local{5},2,'A2:A4097');
        aceleracao{5} = xlsread (local{5},2,'B2:B4097');
        deltat(5) = tempo{5}(N) - tempo{5}(1); % Intervalo de tempo
        S = N/deltat(cont); % Taxa de amostragem [amostras/segundo = Hz]
        FFTComplex{5} = fft(aceleracao{5}); % Valor complexo da FFT
        FFTFrequency{5}(1)= 0;
        for i = 2:N
            FFTFrequency{5}(i) = i*S/N;
        end
        FFTMagnitude{5} = 2*abs(FFTComplex{5})/N;
        FFTMagnitude{5}(1) = 0;
        figure(6)
        plot(FFTFrequency{5}(1:N/2),FFTMagnitude{5}(1:N/2));
        str = ['Rodada de correção'];
        title(str)
        xlabel('Frequência [Hz]')
        ylabel('Amplitude de aceleração [-]')
        grid on
        FFTMag_max{5} = max(FFTMagnitude{5}(2:N/4)); % Frequência da maior
amplitude de aceleração
        for i = 2:N/2
            if FFTMagnitude{5}(i) == FFTMag_max{5};
                disp(' ')
                disp(str)
                fmax{5} = FFTFrequency{5}(i);
                fprintf('Máxima frequência: %.2f Hz \n',fmax{5});
                fprintf('Amplitude de aceleração: %.2f [-]
\n',FFTMagnitude{5}(i));
            end
        end
    end
end

```

APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

```

end
rpm{5} = fmax{5}*60;
Vx{5} = aceleracao{5}.*1000./(2.*pi().*fmax{5}); % Velocidade de
vibração [mm/s]
Vxmax{5} = max(abs(Vx{5}));
fprintf('Velocidade de vibração: %.2f [mm/s] \n',Vxmax{5});
disp(' ')
% Velocidade de vibração RMS
somaVx{5} = 0;
for i = 1:N
    somaVx{5} = somaVx{5} + (Vx{5}(i))^2;
end
Vxrms{5} = sqrt(somaVx{5}/N);
end
end
% Comparativo do balanceamento antes e depois
if sn == 'S' % Confirmar se a Rodada de Correção foi executada(sn == 'S')
    figure(7)
    subplot(2,1,1)
    plot(FFTFrequency{1}(1:N/2),FTTMagnitude{1}(1:N/2))
    str = ['Rodada 0'];
    title(str);
    xlabel('Frequência [Hz]')
    ylabel('Amplitude de aceleração [-]')
    grid on
    subplot(2,1,2)
    plot(FFTFrequency{5}(1:N/2),FTTMagnitude{5}(1:N/2))
    str = ['Rodada de correção'];
    title(str);
    xlabel('Frequência [Hz]')
    ylabel('Amplitude de aceleração [-]')
    grid on
end
sn = 0;
while (sn ~= 'S' && sn ~= 'N');
sn = input('Deseja ajustar a escala dos gráficos? [S ou N] \n','s');
    if (sn == 'S')
        for cont = 1:4
            figure(cont)
            ylim([0 y_max])
        end
        figure(6)
        ylim([0 y_max])
        figure(7)
        subplot(2,1,1)
        ylim([0 y_max])
        subplot(2,1,2)
        ylim([0 y_max])
    end
end
figure(8)
for cont = 1:4
    subplot(3,2,cont)
    plot(FFTFrequency{cont}(1:N/2),FTTMagnitude{cont}(1:N/2))
    str = ['Rodada ',num2str(cont-1)];
    title(str);
    xlabel('Frequência [Hz]')
    ylabel('Ampl. de acel. [-]')
end

```

APÊNDICE D – CONTINUAÇÃO.

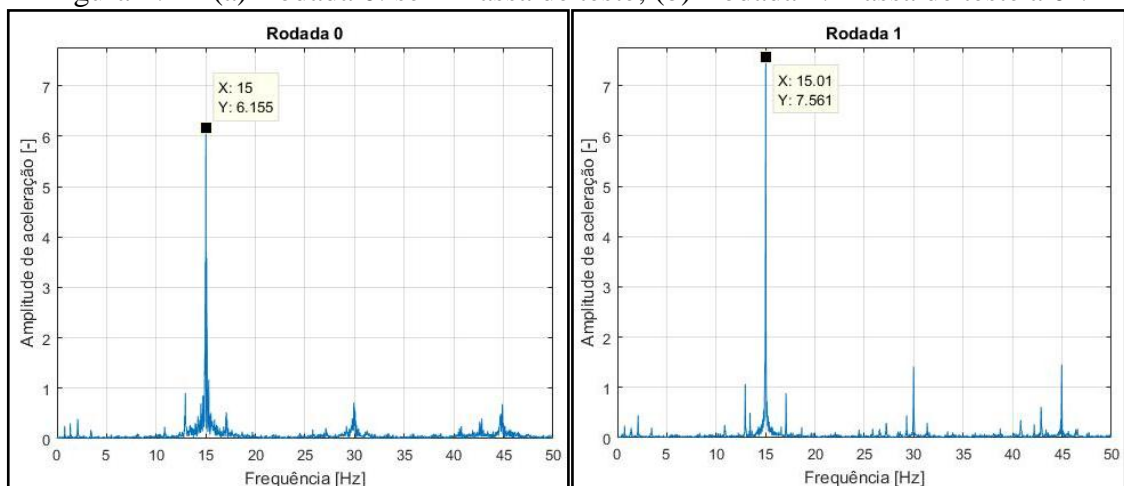
```
    grid on
    ylim([0 y_max])
end
if sn == 'S' % Confirmar se a Rodada de Correção foi executada(sn == 'S')
    subplot(3,2,5)
    plot(FFTFrequency{5}(1:N/2),FFTMagnitude{5}(1:N/2))
    str = ['Rodada de correção'];
    title(str);
    xlabel('Frequência [Hz]')
    ylabel('Ampl. de acel. [-]')
    grid on
    ylim([0 y_max])
end
disp(' ')
disp('Fim do processo de balanceamento!')
```

APÊNDICE E – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE BALANCEAMENTO.

A seguir, é mostrado um exemplo dos resultados gráficos exibidos pelo algoritmo, referente ao balanceamento na condição de apoio fixo para a massa de teste de 0,7g da seção 4.4.2.

Após a inserção da localização dos arquivos das quatro rodadas de teste, são mostrados os gráficos correspondentes a cada uma delas. Na Figura F.1 são mostradas as amplitudes de aceleração em função da frequência para as duas primeiras rodadas do método.

Figura F.1 – (a) Rodada 0: sem massa de teste; (b) Rodada 1: massa de teste a 0° .



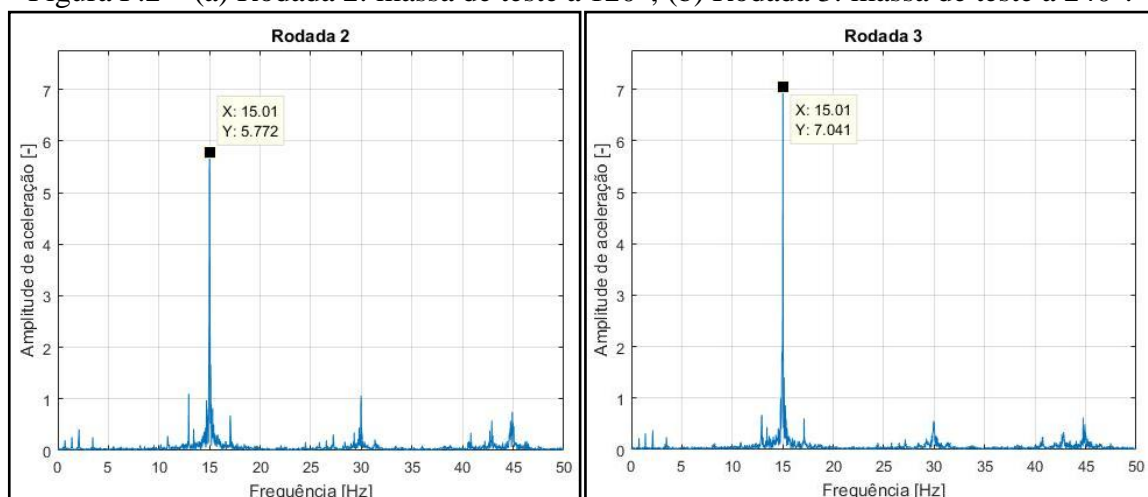
Fonte: Autor

(a)

(b)

A Figura F.2 mostra os resultados para a segunda e terceira rodadas.

Figura F.2 – (a) Rodada 2: massa de teste a 120° ; (b) Rodada 3: massa de teste a 240° .



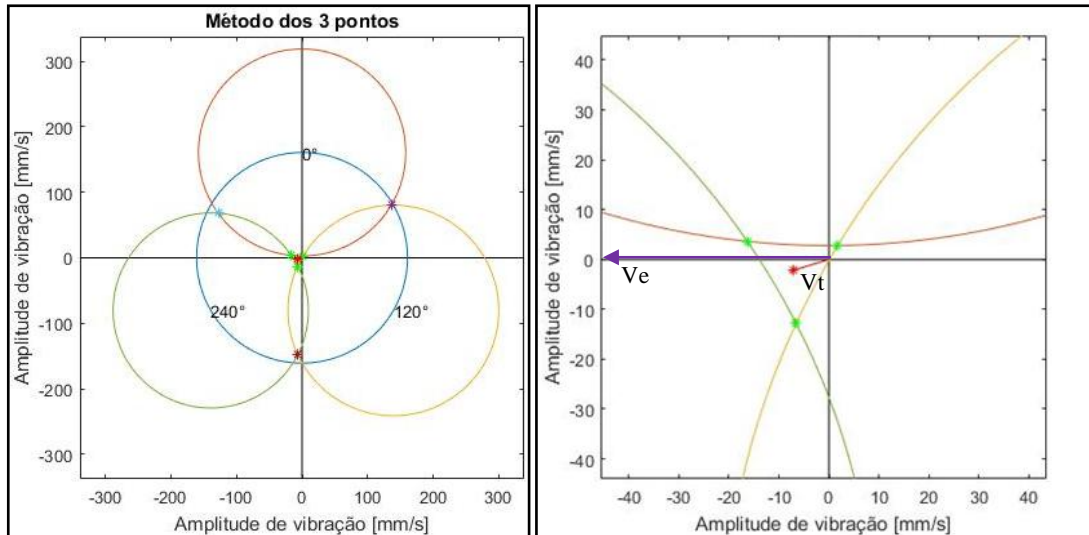
Fonte: Autor

(a)

(b)

Em seguida, o algoritmo calcula os pontos de interseção das circunferências correspondentes à amplitude de vibração de cada rodada, conforme a seção 3.3, exibindo então um gráfico com o vetor de correção, conforme a Figura F.3.

Figura F.3 – (a) Aplicação do método dos 3 pontos; (b) Ampliação na região de interseção.



Fonte: Autor

(a)

(b)

Na Figura F.3(b), o vetor V_t indica o vetor resultante da interseção das circunferências após a análise dos dados com a massa de teste em cada uma das posições: 0° , 120° e 240° . O vetor V_e , neste caso, em que se sabe a posição do desbalanceamento (90° em relação à origem 0°), indica apenas a direção esperada para o vetor V_t , ou seja, 90° em relação à origem.

Na janela de comandos são exibidos os valores do vetor V_t , ângulo e massa de correção, como mostrado abaixo.

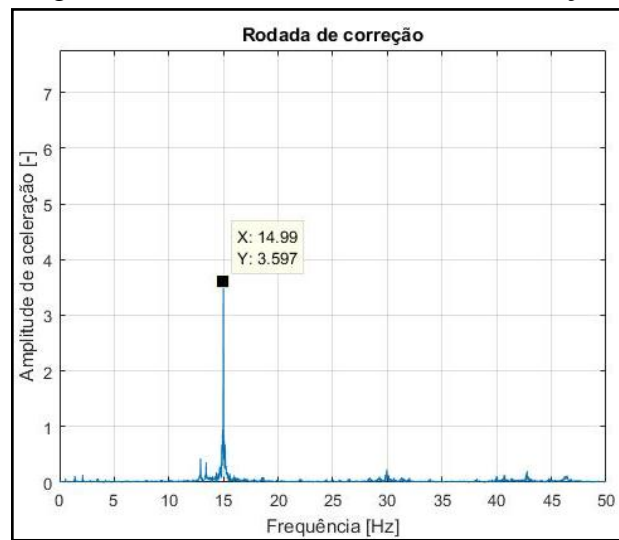
```
Vetor de correção: 7.3612
Ângulo de correção: 253.1068° - Sentido horário a partir da posição 0°
Massa de correção: 15.2853[g]
A massa de correção 15.2853[g] pode ser substituída por duas massas:
Massa 1: 8.8835[g] a 240.00°
Massa 2: 6.9324[g] a 270.00°
```

Por fim, o usuário informa a localização do arquivo da rodada de correção, e em seguida os resultados de amplitude de aceleração e velocidade de vibração são exibidos na janela de comando, podendo ser comparado com os resultados da rodada 0.

Rodada 0	Rodada de correção
Máxima frequência: 15.00 Hz	Máxima frequência: 14.99 Hz
Amplitude de aceleração: 6.15 [-]	Amplitude de aceleração: 3.60 [-]
Velocidade de vibração: 160.74 [mm/s]	Velocidade de vibração: 69.15 [mm/s]

Os resultados da rodada de correção são também mostrados por meio do gráfico de amplitude de aceleração versus frequência, conforme a Figura F.4, onde pode ser verificada a diminuição de amplitude em relação à rodada inicial.

Figura F.4 – Resultado da rodada de correção.



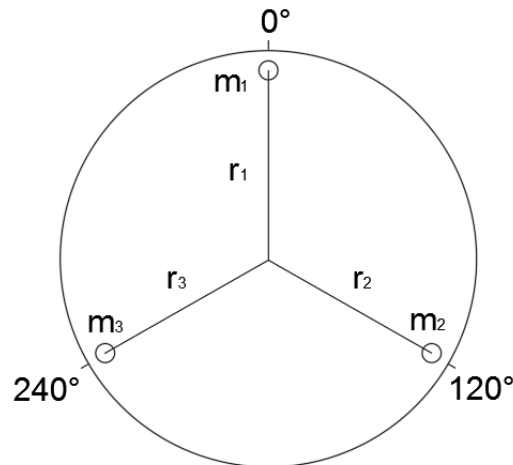
Fonte: Autor

APÊNDICE F – DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DO BALANCEAMENTO “3 PONTOS”.

Para um disco rotacionando em vazio temos que: $F_c = m_d \cdot e \cdot \omega^2$

Onde:

e é o raio da massa dado por $r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$ [m]



- RODADA 0:

Para a rodada 0, sem massa de teste, teremos:

$F_0 = m_0 \cdot r_0 \cdot \omega^2$, substituindo r na equação:

$$F_0 = m_0 \cdot \sqrt{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2} \cdot \omega^2$$

$$\frac{F_0}{\omega^2} = m_0 \cdot \sqrt{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2}$$

Pelo Anexo B da norma ISO 1940-1 temos que $\frac{F}{\omega^2} = U$, dessa forma:

$$U_0 = m_0 \cdot \sqrt{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2} = m_0 \cdot A_0$$

$$(U_0)^2 = (m_0 \cdot A_0)^2$$

$$U_0^2 = m_0^2 \cdot A_0^2$$

Ainda pela norma ISO 1940-1, $U = \frac{G \cdot m}{\omega}$, então:

$$\left(\frac{G_0 \cdot m_0}{\omega}\right)^2 = m_0^2 \cdot A_0^2$$

$$A_0^2 = \frac{G_0^2}{\omega^2}, \text{ logo: } A_0 = \frac{G_0}{\omega}$$

- RODADA 1:

$$F_{e1} = m_{e1} \cdot r_{e1} \cdot \omega^2$$

Onde:

$$m_{e1} = m_0 + m_1 \quad \text{é a massa equivalente [kg]}$$

$$r_{e1} = \sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0}{m_0 + m_1}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_1 \cdot m_1}{m_0 + m_1}\right)^2} \quad \text{é o raio equivalente [m]}$$

$$U_{e1} = \frac{F_{e1}}{\omega^2} = (m_0 + m_1) \cdot \sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0}{m_0 + m_1}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_1 \cdot m_1}{m_0 + m_1}\right)^2}$$

$$U_{e1}^2 = (m_0 + m_1)^2 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0}{m_0 + m_1}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_1 \cdot m_1}{m_0 + m_1}\right)^2} \right)^2$$

Simplificando os termos $(m_0 + m_1)^2$:

$$U_{e1}^2 = (\bar{x}_0 \cdot m_0)^2 + (\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_1 \cdot m_1)^2$$

$$U_{e1}^2 = \bar{x}_0^2 \cdot m_0^2 + \bar{y}_0^2 \cdot m_0^2 + 2 \cdot \bar{y}_0 \cdot m_0 \cdot \bar{y}_1 \cdot m_1 + \bar{y}_1^2 \cdot m_1^2$$

$$U_{e1}^2 = m_0^2 \cdot (\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2) + 2 \cdot \bar{y}_0 \cdot m_0 \cdot A_{11} + A_{11}^2$$

Considerando $A_0 = \sqrt{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2}$ e $A_{11} = \bar{y}_1 \cdot m_1$, então:

$$U_{e1}^2 = m_0^2 \cdot A_0^2 + 2 \cdot \bar{y}_0 \cdot m_0 \cdot A_{11} + A_{11}^2$$

- RODADA 2:

$$F_{e2} = m_{e2} \cdot r_{e2} \cdot \omega^2$$

Onde:

$$m_{e2} = m_0 + m_2 \quad \text{é a massa equivalente [kg]}$$

$$r_{e2} = \sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_2 \cdot m_2}{m_0 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_2 \cdot m_2}{m_0 + m_2}\right)^2} \quad \text{é o raio equivalente [m]}$$

$$U_{e2} = \frac{F_{e2}}{\omega^2} = (m_0 + m_2) \cdot \sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_2 \cdot m_2}{m_0 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_2 \cdot m_2}{m_0 + m_2}\right)^2}$$

$$U_{e2}^2 = (m_0 + m_2)^2 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_2 \cdot m_2}{m_0 + m_2}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_2 \cdot m_2}{m_0 + m_2}\right)^2} \right)^2$$

Simplificando os termos $(m_0 + m_2)^2$:

$$U_{e2}^2 = (\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_2 \cdot m_2)^2 + (\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_2 \cdot m_2)^2$$

$$U_{e2}^2 = \bar{x}_0^2 \cdot m_0^2 + 2 \cdot \bar{x}_0 \cdot m_0 \cdot \bar{x}_2 \cdot m_2 + \bar{x}_2^2 \cdot m_2^2 + \bar{y}_0^2 \cdot m_0^2 + 2 \cdot \bar{y}_0 \cdot m_0 \cdot \bar{y}_2 \cdot m_2 + \bar{y}_2^2 \cdot m_2^2$$

Considerando $A_0 = \sqrt{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2}$, $A_{21} = \bar{x}_2 \cdot m_2$ e $A_{22} = \bar{y}_2 \cdot m_2$, então:

$$U_{e2}^2 = m_0^2 \cdot A_0^2 + 2 \cdot m_0 \cdot (\bar{x}_0 \cdot A_{21} + \bar{y}_0 \cdot A_{22}) + A_{21}^2 + A_{22}^2$$

- RODADA 3:

$$F_{e3} = m_{e3} \cdot r_{e3} \cdot \omega^2$$

Onde:

$$m_{e3} = m_0 + m_3 \quad \text{é a massa equivalente [kg]}$$

$$r_{e3} = \sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_3 \cdot m_3}{m_0 + m_3}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_3 \cdot m_3}{m_0 + m_3}\right)^2} \quad \text{é o raio equivalente [m]}$$

$$U_{e3} = \frac{F_{e3}}{\omega^2} = (m_0 + m_3) \cdot \sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_3 \cdot m_3}{m_0 + m_3}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_3 \cdot m_3}{m_0 + m_3}\right)^2}$$

$$U_{e3}^2 = (m_0 + m_3)^2 \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_3 \cdot m_3}{m_0 + m_3}\right)^2 + \left(\frac{\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_3 \cdot m_3}{m_0 + m_3}\right)^2} \right)^2$$

Simplificando os termos $(m_0 + m_3)^2$:

$$U_{e3}^2 = (\bar{x}_0 \cdot m_0 + \bar{x}_3 \cdot m_3)^2 + (\bar{y}_0 \cdot m_0 + \bar{y}_3 \cdot m_3)^2$$

$$U_{e3}^2 = \bar{x}_0^2 \cdot m_0^2 + 2 \cdot \bar{x}_0 \cdot m_0 \cdot \bar{x}_3 \cdot m_3 + \bar{x}_3^2 \cdot m_3^2 + \bar{y}_0^2 \cdot m_0^2 + 2 \cdot \bar{y}_0 \cdot m_0 \cdot \bar{y}_3 \cdot m_3 + \bar{y}_3^2 \cdot m_3^2$$

Considerando $A_0 = \sqrt{\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2}$, $A_{31} = \bar{x}_3 \cdot m_3$ e $A_{32} = \bar{y}_3 \cdot m_3$, então:

$$U_{e3}^2 = m_0^2 \cdot A_0^2 + 2 \cdot m_0 \cdot (\bar{x}_0 \cdot A_{31} + \bar{y}_0 \cdot A_{32}) + A_{31}^2 + A_{32}^2$$

8. ANEXO

**ANEXO A – CLASSES DE QUALIDADE DE BALANCEAMENTO PARA DIVERSOS
GRUPOS REPRESENTATIVOS DE ROTORES RÍGIDOS.**

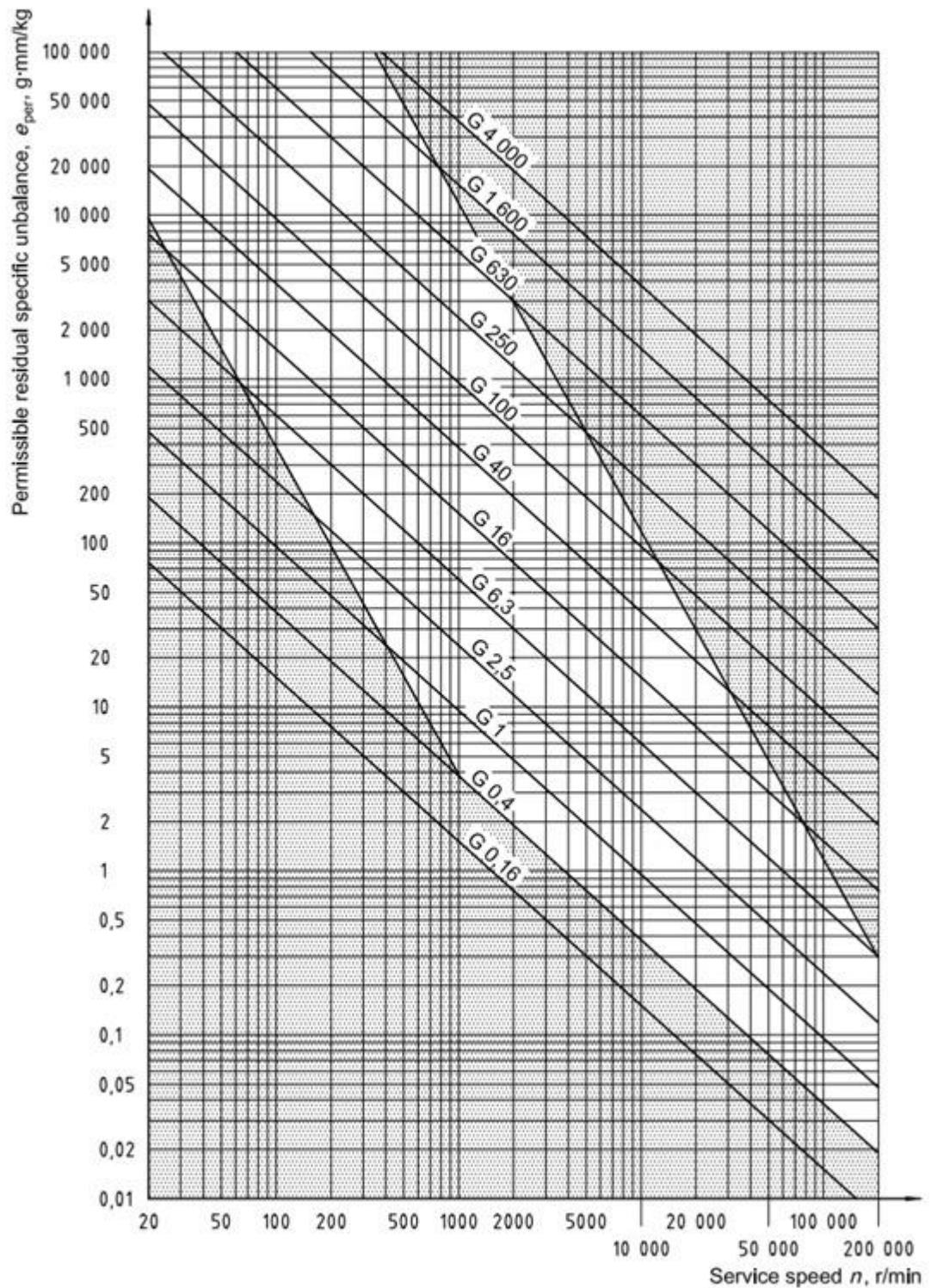
ISO 1940-1:2003(E)

Tabela 1 – Graus de qualidade de balanceamento orientativos para rotores rígidos

Machinery types: General examples	Balance quality grade G	Magnitude $\epsilon_{per} \cdot \Omega$ mm/s
Crankshaft drives for large slow marine diesel engines (piston speed below 9 m/s), inherently unbalanced	G 4000	4 000
Crankshaft drives for large slow marine diesel engines (piston speed below 9 m/s), inherently balanced	G 1600	1 600
Crankshaft drives, inherently unbalanced, elastically mounted	G 630	630
Crankshaft drives, inherently unbalanced, rigidly mounted	G 250	250
Complete reciprocating engines for cars, trucks and locomotives	G 100	100
Cars: wheels, wheel rims, wheel sets, drive shafts Crankshaft drives, inherently balanced, elastically mounted	G 40	40
Agricultural machinery Crankshaft drives, inherently balanced, rigidly mounted Crushing machines Drive shafts (cardan shafts, propeller shafts)	G 16	16
Aircraft gas turbines Centrifuges (separators, decanters) Electric motors and generators (of at least 80 mm shaft height), of maximum rated speeds up to 950 r/min Electric motors of shaft heights smaller than 80 mm Fans Gears Machinery, general Machine-tools Paper machines Process plant machines Pumps Turbo-chargers Water turbines	G 6,3	6,3
Compressors Computer drives Electric motors and generators (of at least 80 mm shaft height), of maximum rated speeds above 950 r/min Gas turbines and steam turbines Machine-tool drives Textile machines	G 2,5	2,5
Audio and video drives Grinding machine drives	G 1	1
Gyroscopes Spindles and drives of high-precision systems	G 0,4	0,4
<p>NOTE 1 Typically completely assembled rotors are classified here. Depending on the particular application, the next higher or lower grade may be used instead. For components, see Clause 9.</p> <p>NOTE 2 All items are rotating if not otherwise mentioned (reciprocating) or self-evident (e.g. crankshaft drives).</p> <p>NOTE 3 For limitations due to set-up conditions (balancing machine, tooling), see Notes 4 and 5 in 5.2.</p> <p>NOTE 4 For some additional information on the chosen balance quality grade, see Figure 2. It contains generally used areas (service speed and balance quality grade G), based on common experience.</p> <p>NOTE 5 Crankshaft drives may include crankshaft, flywheel, clutch, vibration damper, rotating portion of connecting rod. Inherently unbalanced crankshaft drives theoretically cannot be balanced; inherently balanced crankshaft drives theoretically can be balanced.</p> <p>NOTE 6 For some machines, specific International Standards stating balance tolerances may exist (see Bibliography).</p>		

ANEXO B – DESBALANCEAMENTO RESIDUAL ESPECÍFICO MÁXIMO e_{per}

ISO 1940-1:2003(E)



Fonte: ISO 1940-1:2003

ANEXO C – BANCADA DIDÁTICA DE BALANCEAMENTO – EMPRESA 1.

Escopo de Fornecimento

Cód.: 25598

Bancada Didática Análise de Vibrações Lite

Ref.: MEC101

Banco de ensaios destinado ao ensino no campo da análise de vibrações e de verificação de falhas em rolamentos de esferas.

Infraestrutura Necessária:

- Alimentação: 220Vca monofásica – 0,7 kVA.

Experimentos Atendidos:

- Medição da vibração global de um sistema mecânico;
- Influência da distância entre o ponto de medição e a fonte de oscilações;
- Alinhamento de eixo com relógio comparador;
- Análise da vibração causada por desalinhamentos de eixos e polias;
- Análise da vibração causada por desbalanceamentos;
- Balanceamento dinâmico de componentes rotativos;
- Medição da vibração de rolamentos em bom estado e defeituosos.



Componentes:

- 01 medidor portátil de vibrações com balanceador dinâmico com sensor ótico de rotação e acelerômetro externo com cabo;
- 01 relógio comparador com suporte para alinhamento de eixo;
- 01 painel elétrico com inversor de frequência para controle do motor;
- 01 motor elétrico 2 pólos 0,37 kW;
- 01 conjunto de mancais com furos para acelerômetros e sistema de troca rápida de rolamentos;
- 01 eixo com sistema de fixação para discos e polias em qualquer ponto;
- 01 conjunto de polias com relação 2:1 e esticador de correia, além de uma polia com defeito controlado de excentricidade;
- 01 disco perfurado para provocar desbalanceamento no sistema;
- 01 conjunto de três rolamentos com defeitos nas pistas interna, externa e em uma das esferas;

Investimento

Em atenção a vossa solicitação de orçamento, temos a satisfação de submeter nossa proposta comercial para vossa análise e aprovação do fornecimento do(s) seguinte(s) produto(s) / serviço(s):

Produto	Descrição	NCM	UM	Qtde	Vlr Unitário c/ ICMS	ICMS%	IPI %	Vlr ST	Vlr Total c/ ICMS, IPI e ST
25598	BANCO ENSAIOS ANÁLISE VIBRAÇÕES TK+ LITE - MARCA AUTTOM	90312090	un	1,00	42.707,00	12,00	0,00	0,00	42.707,00
Valor Total Produto:									42.707,00
Valor Total Serviço:									0,00
Valor Total Pedido:									42.707,00

Condições Comerciais

Prazo de Entrega 91 dias
 Condições de Pagamento 28DD
 Validade da Proposta 21/01/2017

ANEXO D – BANCADAS DIDÁTICAS DE BALANCEAMENTO – EMPRESA 2.

- **Conjunto Didático para Análise de Falhas em Rolamentos, Lubrificação e Monitoramento de Condições**



Modelo 1

COMPOSIÇÃO DE PREÇOS

ITEM	Valor Total
1 (uma) Bancada Didática Modelo – “STANDART” para Simulações de Falhas, Manutenção e Monitoramento de Equipamentos Rotativos 1 (um) software de lubrificação 1 (um) software de cálculo de viscosidade do óleo base 1 (uma) Chave de gancho HN 8/SNL 1 (um) Calibrador de Lâminas 729865 A 1 (um) alinhador de polias à laser SKF – TKBA 10 1 (uma) caneta de análise de vibrações de níveis globais da SKF, modelo CMAS 100-SL 1 (um) alinhador de eixos da SKF de sensores de proximidade indutivos, TKSA 11 1 (uma) maleta de calços calibrados em aço inox da SKF modelo TMAS 50/KIT 1 (um) estroboscópio com sensor ótico da SKF modelo TKRS 20	R\$ 80.162,50

Modelo 2

COMPOSIÇÃO DE PREÇOS

ITEM	Valor Total
1 (uma) Bancada Didática Modelo – “MASTER” para Simulações de Falhas, Manutenção e Monitoramento de Equipamentos Rotativos 1 (um) software de lubrificação 1 (um) software de cálculo de viscosidade do óleo base 1 (uma) Chave de gancho HN 8/SNL 1 (um) Calibrador de Lâminas 729865 A 1 (um) alinhador de polias à laser SKF – TKBA 40 1 (uma) caneta de análise de vibrações de níveis globais da SKF, modelo CMAS 100-SL 1 (um) alinhador de eixos da SKF de sensores de proximidade indutivos, TKSA 31 1 (uma) maleta de calços calibrados em aço inox da SKF modelo TMAS 50/KIT 1 (um) estroboscópio com sensor ótico da SKF modelo TKRS 20 1 (uma) caneta detectora de descarga elétrica da SKF modelo TKED 1 1 (um) Estetoscópio Eletrônico da SKF modelo TMST 3 1 (um) Kit de Análise de Graxa da SKF modelo TKGT 1 1 (um) Medidor de Volume de Graxa da SKF modelo LAGM 1000E 1 (um) Medidor de Tensão de Correias por Frequência SKF modelo - PHL FM 10/400	R\$ 115.600,00