UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS

RUAN CARVALHO PEREIRA

PROJETO DE UM DISPOSITIVO MECÂNICO IDEALIZADO PARA REALIZAÇÃO DE ENSAIOS DE VIBRACÃO BASEADOS NO MODELO QUARTER CAR

CAXIAS DO SUL

RUAN CARVALHO PEREIRA

PROJETO DE UM DISPOSITIVO MECÂNICO IDEALIZADO PARA REALIZAÇÃO DE ENSAIOS DE VIBRACÃO BASEADOS NO MODELO QUARTER CAR

Trabalho de conclusão de curso, apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial à obtenção do grau de Engenharia Mecânica. Área de concentração: Vibrações Mecânicas.

Orientador: Prof. Me. Paulo Roberto Linzmaier

CAXIAS DO SUL 2022

RUAN CARVALHO PEREIRA

PROJETO DE UM DISPOSITIVO MECÂNICO IDEALIZADO PARA REALIZAÇÃO DE ENSAIOS DE VIBRACÃO BASEADOS NO MODELO QUARTER CAR

Trabalho de conclusão de curso, apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial à obtenção do grau de Engenharia Mecânica. Área de concentração: Vibrações Mecânicas.

Aprovado em 28/07/2022

Banca Examinadora

Prof. Me. Paulo Roberto Linzmaier Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Me. Adelair Lino Colombo Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Dr. Alexandre Vieceli Universidade de Caxias do Sul – UCS

CAXIAS DO SUL

2022

RESUMO

Dentro dos cenários mais atuais de engenharia, onde desempenho, segurança e qualidade precisam estar cada vez mais associados com os parâmetros financeiros, desenvolver métodos para testar o produto buscando o melhor dimensionamento é essencial. Nos diversos setores onde a engenharia atua, se destaca como o mais desenvolvido em termos de pesquisa o automobilístico. Este trabalho teve como foco o desenvolvimento do projeto de um dispositivo mecânico que permite para fins acadêmicos a realização de ensaios de vibração baseados no modelo clássico denominado quarter car, este modelo é utilizado para prever o comportamento da suspensão em relação ao conforto e segurança percebíveis no automóvel em um nível inicial de projeto. O dispositivo foi projetado para gerar ensaios executáveis no shaker BT-100 da SENTEK DYNAMICS®. Diferentes análises foram realizadas desenvolvendo um modelo numérico com o software Matlab® para chegar nas propriedades em que o modelo, ainda que em menores proporções apresentasse resultados coerentes com o modelo clássico. Com o uso do software Solidworks® se realizou o projeto modelando os componentes de forma que o mesmo possa ser ajustado para se obter diversas simulações, alternando a rigidez das molas, pesos das massas e o fator de amortecimento. Demonstrou-se a utilização do dispositivo para gerar ensaios que validam as frequências de vibração do sistema e os efeitos causados pela alteração da rigidez da suspensão.

Palavras chaves: projeto, ensaio, quarter car, suspensão.

ABSTRACT

Within the most current engineering scenarios, where performance, safety and quality need to be increasingly associated with financial parameters, developing methods to test the product seeking the best dimensioning is essential. In the various sectors where engineering operates, the automotive sector stands out as the most developed in terms of research. This work focused on the development of the design of a mechanical device that allows for academic purposes the performance of vibration tests based on the classic model called quarter car, this model is used to predict the behavior of the suspension in relation to the perceived comfort and safety in the automobile at an early design level. The device is designed to generate runnable tests on the SENTEK DYNAMICS® BT-100 shaker. Different analyzes were carried out by developing a numerical model with Matlab® software to arrive at the properties in which the model, although in smaller proportions, presented results consistent with the classic model. Using Solidworks® software, the project was carried out by modeling the components so that it can be adjusted to obtain different simulations, alternating the stiffness of the springs, weights of the masses and the damping factor. It was demonstrated the use of the device to generate tests that validate the vibration frequencies of the system and the effects caused by the alteration of the suspension stiffness.

Keywords: project, experiment, quarter car, suspension.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Queda da ponte Tacoma Narrows	11
Figura 2 – Pêndulo simples	13
Figura 3 – Movimento harmônico simples	14
Figura 4 – Arranjo de duas molas em paralelo	16
Figura 5 – Arranjo de duas molas em série	17
Figura 6 – Diagrama S-N	19
Figura 7 – Diagrama critérios de falha	20
Figura 8 – Sistema com dois graus de liberdade	21
Figura 9 – Excitação de base	22
Figura 10 – Gráfico da variação de Td em relação ao amortecimento	23
Figura 11 – Simplificação de modelo contínuo	24
Figura 12 – Modelo de veículo em estrada irregular	26
Figura 13 – Quarter car	26
Figura 14 – Diagrama do corpo livre	27
Figura 15 – Fluxograma principais atividades	
Figura 16 – Shaker BT-100	
Figura 17 – Sinal da estrada – Curva senoidal	32
Figura 18 – Pesos das massas desejados	33
Figura 19 – Viga em balanço	34
Figura 20 – Mola tipo viga em paralelo	35
Figura 21 – Seção da viga	35
Figura 22 – Gráfico da rigidez de Cs	36
Figura 23 – Amortecedor pistão-cilindro	37
Figura 24 – Visão esquemática massa não suspensa	
Figura 25 – Vista esquemática massa não suspensa - configurações	
Figura 26 – Vista esquemática massa suspensa	
Figura 27 – Vista esquemática massa suspensa - configurações	
Figura 28 – Visão esquemática suporte de fixação base	40
Figura 29 – Visão esquemática suporte fixo massa não suspensa	41
Figura 30 – Visão esquemática suporte móvel	41

Figura 31 – Visão esquemática parafuso de pressão	.42
Figura 32 – Máxima deflexão estática	.42
Figura 33 – Visão esquemática do amortecedor pistão-cilindro	.43
Figura 34 – Configuração selecionada	.44
Figura 35 – Gráfico da transmissibilidade de deslocamento	.46
Figura 36 – Deslocamentos em 48,9 Hertz	.48
Figura 37 – Deslocamentos em 297,9 Hertz	.48
Figura 38 – Dimensional da rampa	.51
Figura 39 – Sinal da rampa	.51
Figura 40 – Configuração selecionada	.52
Figura 41 – Comportamento da massa suspensa após descer a rampa	.53

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação de sistemas amortecidos	16
Quadro 2 – Classificação do conforto em relação a aceleração r.m.s	22
Quadro 3 – Especificações técnicas do shaker	31
Quadro 4 – Massa não suspensa - configurações	38
Quadro 5 – Massa suspensa - configurações	40
Quadro 6 – Dados de entrada	44
Quadro 7 – Parâmetros fixos do amortecedor	50
Quadro 8 – Conversão da posição para o intervalo de tempo	51
Quadro 9 – Dados de entrada	52
Quadro 10 – Configurações mola da suspensão	52
Quadro 11 – Deflexões para cada caso	53
Quadro 12 – Amortecedor para cada caso	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

а	distancia da carga na viga
A	magnitude da força harmônica
С	constante de amortecimento
C _C	constante de amortecimento crítico
CS	coeficiente de segurança
C _s	rigidez da suspensão
C _T	rigidez do pneu
d_s	amortecimento da suspensão
Ε	modulo de elasticidade
f	frequência de oscilação
f_{n_M}	frequência natural da massa suspensa
$f_{n_{m_u}}$	frequência natural da massa não suspensa
F _{td}	força transmitida
Ι	momento de inércia
k	coeficiente elástico
k _{viga}	rigidez da viga
т	massa
m _u	massa não suspensa
М	massa suspensa
n _{Fest}	fator de segurança estático para fadiga
n _{y_{est}}	fator de segurança estático para o escoamento
n_F	fator de segurança para fadiga critério de Gerber
r	razão de frequência
RR	rigidez equivalente da suspensão
S _a	componente de amplitude
S' _e	limite de endurança
S_m	resistência média
S _{ut}	limite de resistência a tração mínima
S_y	resistência ao escoamento
Т	período

T_d	transmissibilidade de deslocamento
x	deslocamento da massa
ż	velocidade da massa
ÿ	aceleração da massa
X_p	amplitude de $x_p(t)$
Y	amplitude de $y(t)$
у	deslocamento da base
ý	velocidade da base
Z _W	deslocamento vertical do eixo
\dot{z}_W	velocidade vertical do eixo
\ddot{z}_W	aceleração vertical do eixo
Z _C	deslocamento vertical do chassi
ż _C	velocidade vertical do chassi
\ddot{z}_W	aceleração vertical do chassi
Z_R	irregularidade da estrada
Φ	ângulo de fase da resposta $x_p(t)$
ω	frequência de excitação
ω _c	frequência circular
ω_n	frequência natural
ω_{z_R}	frequência de excitação da estrada
α	ângulo de fase
ξ	fator de amortecimento
χ	comprimento da estrada
σ	tensão
σ_a	tensão alternante
σ_F	tensão de flexão
σ_m	Tensão média
μ	viscosidade dinâmica
[<i>c</i>]	matriz de amortecimento
[k]	matriz de rigidez
[m]	matriz de massa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA	12
1.2	OBJETIVOS	
1.2.1	Objetivo geral	12
1.2.2	Objetivos específicos	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	VIBRAÇÕES MECÂNICAS	13
2.1.1	Movimento harmônico	14
2.1.2	Frequência natural e ressonância	15
2.1.3	Amortecedor de vibração	15
2.1.4	Associação e equivalência de molas	16
2.1.5	Falha por fadiga	
2.1.6	Graus de liberdade	21
2.2	MOVIMENTO HARMÔNICO DE BASE	21
2.3	SISTEMAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE	
2.3.1	Coeficientes de influência de rigidez	
2.3.1 2.4	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR	25
2.3.12.42.5	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES	25 25 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro	25 25 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS	25 25 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA	25 25 28 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM	25 25 28 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 4.1 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM. CONDIÇÕES DE CONTORNO	25 25 28 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 4.1 4.1 4.1 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM CONDIÇÕES DE CONTORNO DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO	25 25 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 4.1 4.1 4.1.1 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM CONDIÇÕES DE CONTORNO DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO Definição das massas	25 25 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 4.1 4.1.1 4.1.1 4.1.2 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM CONDIÇÕES DE CONTORNO DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO Definição das massas Definição das molas	25 25 28 28 28
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM CONDIÇÕES DE CONTORNO DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO Definição das massas Definição das molas Definição do amortecedor	25 25 28 28 28 28 30 30 32 32 32 33 33 33 34 36
 2.3.1 2.4 2.5 2.5.1 2.6 3 4 4.1 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.2 	Coeficientes de influência de rigidez QUARTER CAR MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES Acelerômetro SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS METODOLOGIA MODELAGEM CONDIÇÕES DE CONTORNO DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO Definição das massas Definição das molas Definição do amortecedor DESENVOLVIMENTO DO PROJETO	

4.2.2	Definição das molas	41
4.2.3	Definição do amortecedor	43
5	ANÁLISE DE RESULTADOS	44
5.1	PERCURSO SENOIDAL COM VARIAÇÃO DE FREQUÊNCIAS	44
5.1.1	Equações do movimento	45
5.1.2	Deflexão estática	46
5.1.3	Deflexão flutuante	47
5.1.4	Definição do amortecedor	49
5.2	PERCURSO DE UMA RAMPA VARIANDO RIGIDEZ DE MOLA	50
6	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	55
REFE	ERENCIAS	56
APÊN TDAN	NDICE A - MATLAB: DEFINIÇÃO DAS MASSAS DEVIDO A FORÇA	20
INAI		
APÊN	NDICE B - MATLAB: DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ DEVIDO A DEFLEXÃ	ío
ESTÁ	TICA	59
APÊN	NDICE C - MATLAB: ESTRADA COM MOVIMENTO	
SENC	DIDAL	60
APÊN	NDICE D - MATLAB: ESTRADA COM RAMPA ALTERANDO	
RIGI	DEZ	64
APÊN	NDICE E – DESENHOS TÉCNICOS	67
ANEX	XO A - RESISTÊNCIAS DETERMINÍSTICAS AISI 1050	93

1 INTRODUÇÃO

Devido as necessidades de se dimensionar novos projetos com o menor custo possível, é inadmissível o uso de elevados coeficientes de segurança causadores de sobredimensionamentos.

Para a realização de projetos otimizados é fundamental conhecer o comportamento mecânico no momento em que ele estiver exposto a vibrações, visto que estas são causadoras de inúmeras situações indesejadas, como falhas por fadiga, excesso de ruídos, afrouxamentos de elementos de fixação e em casos mais graves podem gerar falhas catastróficas devido ao efeito da ressonância que ocorre quando a frequência de excitação é igual a frequência natural do sistema, efeito este que, causado pelas forças do vento provocou a queda da ponte Tacoma Narrows, Figura 1, em 7 de novembro de 1940 (RAO, 2008).



Figura 1 – Queda da ponte Tacoma Narrows

Com o intuito de evitar erros de projetos, são aplicadas diferentes metodologias de engenharia para sistemas expostos a vibração como modelagem computacional e ensaios de vibrações em protótipos.

Fonte: Rao (2008).

1.1 JUSTIFICATIVA

Caracterizar o comportamento de uma suspensão veicular é de fundamental importância para o seu melhor dimensionamento, para tanto, é preciso realizar ensaios que imitam as condições que o item será submetido na aplicação.

O presente trabalho se justifica na necessidade de se projetar um dispositivo mecânico que permita para fins acadêmicos a realização de ensaios vibracionais baseados no modelo *quarter car*.

1.2 OBJETIVOS

Nesta seção serão apresentados os objetivos específicos e gerais que servem de base para a elaboração deste trabalho.

1.2.1 Objetivo geral

Projetar dispositivo mecânico que permita a realização de ensaios de vibração baseados no modelo quarter car realizados no shaker modelo BT-100 da SENTEK DYNAMICS®.

1.2.2 Objetivos específicos

Para se atingir os resultados esperados no objetivo geral, definiram-se alguns objetivos específicos, sendo eles:

- a) analisar a teoria de vibrações com movimento de base;
- b) analisar o modelo quarter car;
- c) elaborar equações para descrever o comportamento esperado do sistema;
- d) definir condições de contorno para elaboração do projeto;
- e) dimensionar elementos do projeto.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, encontra-se a revisão bibliográfica que abrange os conceitos fundamentais para o entendimento do modelo *quarter car*.

2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

De acordo com Kelly (2018), vibrações são oscilações em torno de uma posição de equilíbrio, onde uma força desempenhada por um elemento de energia potencial, puxa o elemento de volta ao equilíbrio.

Em um sistema mecânico a vibração faz com que ocorra alternância de energias, alternando de energia potencial para cinética, e da cinética para a potencial. Caso o sistema seja amortecido ocorre a dissipação de energia a cada ciclo vibracional, conforme demonstrado na Figura 2, onde o pêndulo é solto do ponto C com velocidade nula e percorre até o ponto A, atingindo a máxima velocidade no ponto B, onde a energia potencial é nula, em relação ao ponto referencial, este ciclo não é infinito devido ao efeito do amortecimento exercido pelo ar (RAO, 2008).





2.1.1 Movimento harmônico

Se um movimento ocorre entre intervalos iguais então ele é periódico, sendo que, o movimento periódico mais simples existente é o movimento harmônico, com comportamento conforme demostra o gráfico da Figura 3 (RAO, 2008).



Figura 3 – Movimento harmônico simples

De acordo com Rao (2008), quando um corpo vibratório sai de sua posição de equilíbrio até sua posição extrema em um sentido, parte até sua posição extrema no outro sentido, então ele completou um ciclo de vibração.

A Figura 3 demonstra a amplitude como A, sendo ela é o máximo deslocamento a partir do equilíbrio, T é o tempo necessário para se completar um ciclo tendo sua definição expressa na Equação 1, sendo denominado por período (Kelly, 2018).

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c} \tag{1}$$

onde: ω_c é a frequência circular [rad/s].

A frequência de oscilação calculada conforme Equação 2, é o número de ciclos por unidade de tempo (Rao, 2008).

$$f = \frac{\omega_c}{2\pi} \tag{2}$$

onde: f é a frequência de oscilação [Hertz].

2.1.2 Frequência natural e ressonância

"Se, após uma perturbação inicial, um sistema continuar a vibrar por si próprio sem a ação de forças externas, a frequência com que ele oscila é conhecida como sua frequência natural." (Rao, 2008, p. 25).

A frequência natural ω_n , é expressa pela Equação 3, onde *k* e *m*, são respectivamente, o coeficiente elástico e a massa do sistema.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3}$$

De acordo com Segundinho, Dias e Carreira (2018, p. 4), o efeito da ressonância aumenta a amplitude dos deslocamentos, sendo provocada pela proximidade entre as frequências de excitação e as frequências naturais da estrutura.

Rao (2008) diz que a literatura está repleta de relatos de falhas causadas por ressonância e vibração excessiva e que devido a estes efeitos indesejados, realizar testes de vibrações tornou-se um procedimento indispensável.

2.1.3 Amortecedor de vibração

"Amortecedor de vibração é um sistema auxiliar composto por um elemento de inércia e um amortecedor viscoso conectado a um sistema primário como um meio de controle de vibração." (Kelly, 2018, p. 346).

Sanchez (2013 apud Roéfero e Chavarette, 2018, p. 2) diz que existem diversos tipos de filtros de vibração em um automóvel, tendo a função de proteger a estrutura tanto das vibrações inerentes ao veículo, como as excitações promovidas pelo motor de combustão interna, quanto das externas, como as causadas pela irregularidade da via.

Sem dúvida alguma, o filtro de vibração com maior grau de importância dentro do projeto de um automóvel é a Suspensão, que atua impedindo que qualquer estímulo externo que seja fornecido ao pneu atinja de forma brusca o restante da estrutura. Caso não houvesse tal mecanismo, todo o projeto estaria exposto a muitos danos causados por terrenos bastante irregulares. (Roéfero e Chavarette, 2018, p. 2)

De acordo com Rao (2008), qualquer sistema amortecido, possui um fator de amortecimento ξ , calculado conforme Equação 4, e capaz de classificar o amortecimento do sistema conforme o Quadro 1.

$$\xi = \frac{c}{c_c} \tag{4}$$

onde: c é a constante de amortecimento;

 $c_c = 2\sqrt{k * m}$ é a constante de amortecimento crítico.

Classificação do amortecimento	Critério
Sistema subamortecido	$\xi < 1$
Sistema criticamente amortecido	$\xi = 1$
Sistema superamortecido	$\xi > 1$

Quadro 1 - Classificação de sistemas amortecidos

Fonte: o autor (2021)

2.1.4 Associação e equivalência de molas

A força de uma mola é proporcional a deformação por ela sofrida, este comportamento será linear caso o limite de escoamento do material não seja atingido. Para evitar sobrecarregamentos as molas são comumente utilizadas em diferentes tipos de arranjos, podendo ser em série e em paralelo. Buscando facilitar os cálculos estes arranjos são substituídos por molas equivalentes.

Na Figura 4 temos molas em paralelo com rigidez k_1 e k_2 sofrendo uma deflexão estática de δ_{st} ao serem puxadas por uma força W. A rigidez da mola equivalente deste caso é descrita na Equação 5.



Figura 4 – Arranjo de duas molas em paralelo

Fonte: adaptado de Rao (2008)

$$k_{eq} = k_1 + k_2 \tag{5}$$

Para o arranjo de molas em série, conforme demostrado na Figura 5, a rigidez da mola equivalente é dada pela Equação 6.



Figura 5 - Arranjo de duas molas em série

Fonte: adaptado de Rao (2008)

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{6}$$

Embora o desenho esquemático de uma mola ter o formato tradicionalmente helicoidal, diferentes tipos de geometrias também são encontrados, na Equação 7 é definida a rigidez da mola equivalente à uma viga em balanço k_{viga} com carga na sua extremidade. (RAO, 2008)

$$k_{viga} = \frac{3EI}{l^3} \tag{7}$$

onde: *E* é o modulo de elasticidade do material [GPa];

I é o momento de inércia da seção transversal da viga [mm⁴];

l é o comprimento da viga [mm].

Para uma análise voltada ao cálculo de tensões é mais interessante estabelecer k_{viga} em relação a tensão de flexão σ_F demonstrada na Equação 9. A correlação da força atuante na extremidade da viga *P* e sua deflexão y_{def} é dada pela Equação 8.

$$P = \frac{3 \cdot E \cdot I \cdot y_{def}}{l^3} = k_{viga} \cdot y_{def}$$
(8)

$$\sigma_F = \frac{P \cdot l \cdot c}{l} \tag{9}$$

onde: *c* é a distância perpendicular da carga com a linha neutra da viga [mm].

Substituindo *P* da Equação 9 pela Equação 8 e fazendo as devidas simplificações temos a relação entre $\sigma_F \operatorname{com} k_{viga}$ na Equação 10.

$$\sigma_F = \frac{k_{viga} \cdot y_{def} \cdot l \cdot c}{I} \tag{10}$$

2.1.5 Falha por fadiga

BUDYNAS, Richard e J. KEITH, Nisbett (2016, p.269) destacam que:

"Frequentemente se descobre que membros de máquina falharam sob a ação de tensões repetidas ou flutuantes, todavia a análise mais cuidadosa revela que as tensões reais máximas estavam bem abaixo da resistência última do material, e muito frequentemente até abaixo da resistência ao escoamento. A característica mais distinguível dessas falhas é que as tensões foram repetidas um número muito grande de vezes. Daí a falha ser chamada de falha por fadiga"

Neste trabalho será avaliado apenas a fadiga proveniente da deflexão sofridas pelas molas que serão de aço e serão melhores definidas na sequência do mesmo. Para este tipo de material o diagrama resistência-vida S-N apresentado na Figura 6 possuí um ponto denominado limite de endurança S'_e onde o comportamento na faixa de um ciclo N entre 10^6 e 10^7 se torna horizontal. Neste diagrama o eixo das ordenadas representa a resistência a fadiga S_f dada em MPa (BUDYNAS, Richard e J. KEITH, Nisbett, 2016).

Ainda como característica para o material das molas temos a definição de que o limite de endurança representa entre 40% e 60% do limite de resistência a tração mínima S_{ut} se distinguindo destes valores somente quando S_{ut} é maior que 1400 MPa, a equivalência destas grandezas é dada pela Equação 11.

$$\begin{cases} S_{ut} \le 1400 \, MPa: \quad S'_{e} = 0.5 \cdot S_{ut} \\ S_{ut} > 1400 \, MPa: \quad S'_{e} = 700 \, MPa \end{cases}$$
(11)



Figura 6 - Diagrama S-N

Fonte: adaptado de BUDYNAS, Richard e J. KEITH, Nisbett (2016)

Dentre os diversos critérios para falha por fadiga existentes, este trabalho abordara somente os critérios de Gerber e de Langer, o primeiro relacionado a fadiga e é determinado pela Equação 12, o segundo é usado para conexão a curva de escoamento com a curva de fadiga gerada e é definida pela Equação 13. O gráfico resultante destes critérios é disposto na Figura 7 junto com a linha de carregamento.

$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \tag{12}$$

onde:

 S_a é o componente de amplitude [MPa];

 S_e é o limite de endurança corrigido [MPa];

 S_m é a resistência média [MPa];

 S_{ut} é a resistência de tração mínima [MPa].

$$S_a + S_m = S_y \tag{13}$$

onde: S_y é a resistência ao escoamento [MPa];



 S_a e S_m da Equação 12 podem ser substituídos por σ_a e σ_m definindo o fator de segurança a fadiga n_F conforme Equação 14.

$$\frac{n_F \cdot \sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n_F \cdot \sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \tag{14}$$

onde:

 $\sigma_{a} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$ é a amplitude tensão [MPa]; $\sigma_{m} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$ é a tensão média [MPa];

 σ_{max} é a tensão máxima [MPa];

 σ_{min} é a tensão mínima [MPa].

Para molas com pré-carga em condições estáticas os fatores de segurança podem ser definidos, respectivamente, para a fadiga n_{Fest} e escoamento $n_{y_{est}}$ nas Equações 15 e 16.

$$n_{F_{est}} = \frac{S_m}{\sigma_m} \tag{15}$$

$$n_{y_{est}} = \frac{S_m}{\sigma_m} \tag{16}$$

Para o caso estudado as tensões máximas e mínimas serão dadas pela Equação 10, onde y_{def} é substituída pela soma das deflexões estática y_{est} e flutuante y_f .

2.1.6 Graus de liberdade

"O número mínimo de coordenadas independentes requeridas para determinar completamente as posições de todas as partes de um sistema a qualquer instante define o grau de liberdade do sistema." (RAO, 2008, p. 6).

A Figura 8 ilustra um exemplo de um sistema com dois graus de liberdade, com duas massas e duas molas, descritas pelas duas coordenadas lineares x_1 e x_2 . Um sistema é denominado contínuo, quando possui números infinitos de graus de liberdade, caso este número seja finito ele é denominado discreto.



Fonte: adaptado de Rao (2008)

2.2 MOVIMENTO HARMÔNICO DE BASE

Muitos sistemas mecânicos podem ser modelados considerando a movimentação de sua base. Máquinas ou partes de máquinas, estão constantemente expostas a vibrações com esta característica, devido ao movimento sísmico do solo, ou da sua própria estrutura quando está em funcionamento. A suspensão de um veículo também é excitada harmonicamente pela irregularidade da superfície da estrada, podendo ser modelado por uma mola linear em paralelo a um amortecedor viscoso. (INMAN, 2018).

Com base na análise de vibrações em um veículo é possível classificar a percepção do corpo humano em relação ao conforto, conforme o Quadro 2. Caso a avaliação seja negativa é

possível reduzir o nível de vibração do veículo alterando seus subsistemas, como assento, suspensão e até mesmo os pneus (MOHAJER et al.,2015).

Aceleração r.m.s (ms ⁻²)	Critério
<0,315	Confortável
0,315 a 0,63	Um pouco desconfortável
0,80 a 1,60	Desconfortável
1,25 a 2,50	Muito desconfortável
>2,00	Extremamente desconfortável

Quadro 2 - Classificação do conforto em relação a aceleração r.m.s

Fonte: ISO 2631/1 (1997 apud Figueiredo, Silva e Barnable, 2016, p. 2)

Aplicando o diagrama de corpo livre na massa m da Figura 9, se o obtém a equação do movimento, demostrada na Equação 17. Sendo que a elongação líquida da mola é dada por x(t) - y(t).

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \tag{17}$$

Figura 9 – Excitação de base.



Fonte: o autor (2022)

Considerando o movimento harmônico de base como sendo $y(t) = Y \operatorname{sen} \omega t$, sendo Y a amplitude, a Equação 5 pode ser reescrita conforme a Equação 18, e ela demonstra que excitar a base é o mesmo que aplicar uma força harmônica à massa. (RAO, 2008).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\omega Y cos\omega t + kY sen\omega t = Asen(\omega t - \alpha)$$
(18)

onde: $A = Y\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}$ é a magnitude da força harmônica; $\alpha = tg^{-1} \left[-\frac{c\omega}{k} \right]$ é o ângulo de fase.

De acordo com Rao (2008), a resposta em regime permanente da massa, $x_p(t)$, pode ser expressa conforme a Equação 19.

$$x_p(t) = X_p \cdot sen(\omega \cdot t - \Phi) \tag{19}$$

onde:
$$X_p = Y \left[\frac{k^2 + (c \cdot \omega)^2}{(k - m \cdot \omega^2)^2 + (c \cdot \omega)^2} \right]^{1/2}$$
 é a amplitude da resposta $x_p(t)$;
 $\Phi = tg^{-1} \left[\frac{mc\omega^3}{k(k - m\omega^2) + (\omega c)^2} \right]$ é o ângulo de fase da resposta $x_p(t)$.

A transmissibilidade de deslocamento T_d (Equação 20) é um importante fator de sistemas de vibrações, que associado a razão de frequência r (Equação 21), auxilia o desenvolvimento de sistemas de amortecimento. O valor de r tem que ser maior do que $\sqrt{2}$, para o sistema conseguir isolamento da vibração, conforme demonstra o gráfico da Figura 10 (RAO, 2008).

Figura 10 - Gráfico da variação de Td em relação ao amortecimento



Fonte: Adaptado de Rao (2008).

$$T_d = \frac{X}{Y} \tag{20}$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \tag{21}$$

2.3 SISTEMAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

Sistemas de engenharia são em sua maioria contínuos, isto é, possuem infinitos graus de liberdade, entretanto comumente são tratados como sistemas discretos, com finitos graus de liberdade. Um dos métodos utilizados para realizar esta simplificação é a substituição da massa ou da inércia distribuída do sistema, por um número finito de massas concentradas ou corpos rígidos, conforme demonstra a Figura 11. Nestas simplificações a ligação entre as massas é feita por elementos elásticos e amortecedores com massa nula, sendo que quanto maior o número de massas concentradas utilizadas no modelo, maior será a precisão da análise resultante (RAO, 2008).

Figura 11 - Simplificação de modelo contínuo



Fonte: Rao (2008).

Equações do movimento de sistemas com múltiplos graus de liberdade podem ser expressos na forma matricial, conforme Equação 22, para um sistema com n graus. Sendo que $[m], [c] \in [k]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, podendo ser descritas pelas Equações 23, 24 e 25, respectivamente.

$$[m]\ddot{x} + [c]\dot{x} + [k]\ddot{x} = \vec{F}$$
⁽²²⁾

$$[m] = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ m_{1n} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$
(23)

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ c_{1n} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$
(24)

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ k_{1n} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$$
(25)

2.3.1 Coeficientes de influência de rigidez

Rao, (2008, p.211) destaque que:

"Para uma mola linear simples, a força necessária para provocar uma unidade de elongação é denominada a rigidez da mola. Em sistemas mais complexos, podemos expressar a relação entre o deslocamento em um ponto e as forças que agem em vários outros pontos do sistema por meio de coeficientes de influência de rigidez"

Considerando um ponto i e j quaisquer, de um sistema onde as massas concentradas estão ligadas entre si por molas, a força requerida a ser aplicada no ponto i para provocar uma unidade de deslocamento no ponto j, e zero deslocamentos em todos os demais pontos, será igual a força que deve ser aplicada em j para gerar os mesmos valores de deslocamento em i, fazendo com que a influência da rigidez k_{ij} seja igual a influência da rigidez k_{ji} (RAO, 2008).

2.4 QUARTER CAR

Na Figura 12 é demonstrado um modelo utilizado para análise do conforto e segurança do veículo devido as irregularidades da estrada, neste modelo de quatro graus de liberdade o chassi é considerado como um corpo rígido, a massa do veículo M, também denominada massa suspensa é distribuída em três pontos, M_1 e M_2 sendo respectivamente, as massas sustentadas pelos eixos frontal e traseiro e a massa de acoplamento, que liga os eixos é representada com M*. (RILL, 2011)



Figura 12 - Modelo de veículo em estrada irregular

Fonte: Adaptado de Rill (2011).

De acordo com Rill (2011) para veículos em que M* é menor que a massas M_1 e M_2 o modelo *quarter car*, se torna uma excelente aproximação para o modelo apresentado na Figura 12. Como a massa do eixo dianteiro m_{u1} , ou do eixo traseiro m_{u2} , também denominadas de massa não suspensa, são muito menores do que as massas por elas sustentadas, o modelo pode ser tratado de forma independente para a massa suspensa e a massa não suspensa, conforme demonstrado na Figura 13.

Figura 13 - Quarter car



Fonte: Adaptado de Rill (2011)

As equações do movimento para a massa suspensa e para a massa não suspensa são obtidas através da análise do diagrama de corpo livre esquematizado na Figura 14 e expressadas pelas Equações 26 e 27, respectivamente. Onde z_w é o deslocamento vertical do eixo, z_c é o deslocamento vertical do chassi, ambos em relação a posição em regime estacionário, z_R é a irregularidade da estrada, c_s é a rigidez da suspensão, d_s é o amortecimento da suspensão e c_T é a rigidez do pneu. Os efeitos do amortecimento do pneu são desconsiderados neste modelamento.

$$M \cdot \ddot{z}_{c} + d_{s} \cdot (\dot{z}_{c} - \dot{z}_{W}) + c_{s} \cdot (z_{c} - z_{W}) = 0$$
⁽²⁶⁾

$$m_u \cdot \ddot{z}_W - d_s \cdot (\dot{z}_C - \dot{z}_W) - c_s \cdot (z_C - z_W) + c_t \cdot (z_W - z_R) = 0$$
(27)



Figura 14 - Diagrama do corpo livre

Fonte: o autor (2021)

De acordo com Gillespie (1992), a frequência natural (Hz) não amortecida da massa suspensa e da massa não suspensa são dadas pelas equações 28 e 29, respectivamente.

$$f_{n_M} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{RR}{M}}$$
(28)

onde:

 $RR = \frac{C_s \cdot C_T}{C_s + C_T}$ é a rigidez equivalente da suspensão.

$$f_{n_{m_u}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_T + C_s}{m_u}} \tag{29}$$

A capacidade da suspensão em isolar a massa suspensa de vibrações é um indicativo trazido pela razão do peso da massa suspensa pela rigidez da mola C_s , considerando que quanto

menor for a sua frequência natural melhor será este isolamento, para isto os valores de C_s devem ser os menores possíveis e consequentemente, maior será a deflexão estática (FREITAS, 2006).

O fator de amortecimento ξ do modelo *quarter car* é definida pela Equação 30 e deve ter como valores entre 0,2 e 0,4 para um bom nível de conforto para o passageiro (GILLESPIE, 1992).

$$\xi = \frac{d_s}{\sqrt{4 \cdot C_s \cdot M}} \tag{30}$$

2.5 MEDIÇÕES DE VIBRAÇÕES

Na medida em que se avança no desenvolvimento de estruturas cada vez mais enxutas, com o intuito de se obter reduções de peso e custo, há necessidade de se buscar elementos de medições que facilitem as investigações e ensaios das mesmas, conseguindo se obter frequências naturais, modos de vibração e taxas de amortecimento precisas (SEGUNDINHO; DIAS; CARREIRA, 2018).

2.5.1 Acelerômetro

Acelerômetros são instrumentos utilizados para medir a aceleração de um corpo vibratório, pelos registros dele se obtêm a velocidade e os deslocamentos, são elementos de alta sensibilidade e de pequenas dimensões (RAO, 2008).

"A frequência natural de um acelerômetro deve ser alta para medir as vibrações precisamente ao longo de um intervalo amplo de frequências. A massa sísmica deve ser pequena e a rigidez da mola deve ser grande." (KELLY, 2018, p. 207).

2.6 SIMULAÇÕES DE VIBRAÇÕES EM SHAKERS

Inúmeras são as técnicas existentes de simulação de vibrações na engenharia, elas reduzem o tempo e custo do desenvolvimento de novos projetos. O método mais utilizado é o de elementos finitos, que pode atingir excelentes níveis de realismo quando se utiliza condições de contorno validados com resultados experimentos (MARTINO; HARRI, 2018).

Shakers são equipamentos projetados para realização de exigentes testes de vibração, fornecem dados precisos, confiáveis e estáveis, inclusive em ensaios de longa duração (SENTEK DYNAMICS, 2020).

Qiu e Griffin (2003 apud CVOK et al. 2021, p. 1) aplicaram um *shaker* em um sistema de vários graus de liberdade para estudar a transmissibilidade das vibrações do piso para o assento do passageiro, em um ônibus. E eles concluíram que os testes realizados no laboratório forneceram melhor repetibilidade e coerência em relação aos testes realizados em uma estrada.

3 METODOLOGIA

Neste capitulo será apresentada a metodologia a ser utilizada, ilustrada na Figura 15 para realizar o projeto do dispositivo mecânico.

O dispositivo deverá permitir para fins acadêmicos a realização de diferentes ensaios de vibração baseados no modelo *quarter car* no *shaker* demonstrado na Figura 16 e com especificações conforme Quadro 3.



Figura 15 - Fluxograma principais atividades

Fonte: o autor (2022).





Fonte: Sentek Dynamics (2020).

Especificação	Valor
Força máxima	100 N
Faixa de frequência	2 – 7.000 Hz
Máx. velocidade	1,5 m/s
Peso equipamento	12 kg
Amplitude máx. de deslocamento	6 mm

Quadro 3 - Especificações técnicas do shaker

Fonte: Adaptado de Sentek Dynamics (2020)

Os parâmetros limitantes do equipamento serão utilizados como dados de entrada para o desenvolvimento do modelo numérico no *software* MATLAB®. Com o mesmo será possível apresentar gráficos de comportamento das massas envolvidas, bem como obter os dados iniciais para o dimensionamento dos itens que farão parte do experimento. Também será possível prever os pontos críticos do projeto, como suas frequências naturais, sendo desejável para fins acadêmicos, que o range de frequências permissivas do experimento passe pelos seus pontos ressonantes.

Após a modelagem numérica, será desenvolvido o dimensionamento dos itens que farão parte do experimento, como a massa suspensa, massa não suspensa, amortecedores, molas e demais dispositivos que vierem a ser necessários para sua execução, como dispositivos de fixação. Tendo em mente que o elemento crítico de projeto é a mola da massa suspensa serão realizados cálculos analíticos para avaliar se seu dimensionamento está adequado não só para questões dinâmicas e vibracionais, mas também em termos de sua integridade estrutural. Todos os itens serão projetados com o uso do *software* SOLIDWORKS®, o projeto deverá possibilitar diferentes configurações do modelo *quarter car*, possibilitando alterar componentes como molas, massas e amortecedores. Para cada item será gerado desenho detalhado, de modo que os mesmos possam ser futuramente manufaturados.

Para verificar se o projeto atende o escopo proposto será avaliado o comportamento do modelo sobre diversas condições:

- a) percurso senoidal com variação de frequências;
- b) o percurso de uma rampa variando rigidez das molas da suspensão;

4 MODELAGEM

O *quarter car* trata-se de um modelo simplificado de uma suspensão de um veículo e ignora entre outras coisas as geometrias e materiais que seus componentes possuem. Neste trabalho se buscou repetir o comportamento dinâmico previsto no *quarter car* adaptando o projeto para as condições de contorno geradas devido ao *shaker* utilizado no experimento.

4.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Conforme já apresentado no Quadro 3 o *shaker* que será utilizado para gerar os experimentos possui diversas restrições, sendo sua força máxima de 100 N a mais limitante para o experimento. Este parâmetro foi utilizado para a definição das grandezas das massas envolvidas considerando o cenário onde o percurso será senoidal devido ao fato dele possuir as maiores acelerações sendo assim o pior caso para o limite da força existente. O percurso senoidal é demonstrado na Figura 17 e obedece a Equação 31.

Figura 17 - Sinal da estrada - Curva senoidal



Fonte: o autor (2021).

$$z_R = Y \cdot sen(\omega_{Z_R} \cdot t) \tag{31}$$

onde: $\omega_{z_R} = \frac{v \cdot 3.6}{\chi}$ é a frequência de excitação da estrada [rad/s]; v é a velocidade [km/h]; χ é o comprimento da estrada [m]; *Y* é a amplitude da estrada [m].

Derivando duas vezes a Equação 31 conforme demonstra a Equação 32, define-se a aceleração da pista \ddot{z}_R .

$$\ddot{z}_R = -Y \cdot \omega_{Z_R}^2 * sen(\omega_{Z_R} \cdot t)$$
(32)

4.1 DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO

4.1.1 Definição das massas

Para encontrar o peso desejável das massas suspensa e não suspensa, ainda se considerou um peso máximo para outros itens como suportes de fixação de 1,2 kg. A razão desejada entre $M \, e \, m_u$ foi de 7,5 permitindo chegar na Equação 33, que demostra a força transmitida F_{td} para *shaker* que deverá ter valor máximo de 100 N.

$$F_{td} = \left(1, 2 + M + \frac{M}{7, 5}\right) \cdot \left| \ddot{z}_{R_{máx}} \right| \tag{33}$$

Escrevendo a Equação 33 em função de M e substituindo os valores máximos de F_{td} e \ddot{z}_R chegam-se aos valores de 587,8 gramas para a massa suspensa e 78,37 gramas para a massa não suspensa. No gráfico da Figura 18 é possível ver outros valores aplicáveis para diferentes frequências.



Figura 18 - Pesos das massas desejados

Fonte: o autor (2021).

Para valores ainda maiores ω_{z_R} é encontrado valores ainda menores de $M \in m_u$, entretanto pequenos pesos determinam pequenas geometrias o que pode inviabilizar a manufatura do projeto.

4.1.2 Definição das molas

Conforme visto no capitulo 2.1.4 deste trabalho a definição mais comum para uma mola é a mola helicoidal, entretanto no escopo deste trabalho temos por definição a necessidade de se permitir diversas configurações do *quarter car* e as molas helicoidais não possuem capacidade de se alterar sua rigidez, ficando definido o uso de molas planas do tipo viga em balanço que ao contrário das molas helicoidais permitem certos ajustes, conforme demonstram as Equações 25 a 27 e a Figura 19.

Figura 19 - Viga em balanço



Fonte: Rao (2008).

Para o intervalo de *x* maior que zero e menor que a distância *a* a deflexão da viga *Y* é dada pela Equação 34 e na Equação 35 é definido a deflexão para o intervalo de *x* maior que *a*.

$$Y = \frac{P \cdot x^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot (3 \cdot a - x) \tag{34}$$

$$Y = \frac{P \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot (3 \cdot x - a)$$
⁽³⁵⁾

Dividindo os dois lados da Equação 23 pela força P se define a rigidez equivalente k_{eq} da mola com a Equação 36.

$$k_{eq} = \frac{y}{P} = \frac{x^2}{6 \cdot E \cdot I} \cdot (3 \cdot a - x) \tag{36}$$
Para que o *quarter car* desenvolvido apresente resultados coerentes com molas do tipo viga é necessário que o sistema possua seu centro de gravidade centralizado com o eixo do atuador do *shaker*, para que isto ocorra as molas deverão estar arranjadas em paralelo conforme demonstra a Figura 20, com isto a rigidez de cada viga obedecerá a Equação 37.

$$k_{viga} = \frac{k_{eq}}{2} \tag{37}$$



Figura 20 - Mola tipo viga em paralelo

Para que a viga apresente o comportamento de uma mola linear, sua secção deverá ser constante em toda sua extensão conforme Figura 21 e com momento de inércia conforme Equação 38.





Fonte: o autor (2022).

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \tag{38}$$

Para o projeto será considerado a altura da viga h como 1,55 mm e largura b de 8,00 mm, resultando em um I conforme abaixo.

$$I = \frac{1,55 \cdot 8^3}{12} = 2,48 \cdot 10^6 \ mm^4$$

Fonte: o autor (2022).

Na premissa do trabalho o projeto deve contemplar a possibilidade de se obter diversas configurações do modelo *quarter car* a definição do material utilizado na fabricação da mola deverá atender com certa folga sua deflexão estática. Conforme já mencionado a mola que representa a rigidez da suspensão c_s é a mola que deverá apresentar maior deflexão estática. Neste projeto será considerado que as seções das vigas serão iguais, mudando somente a posição "*a*" da carga, conforme mostrado na Figura 22.

O material da mola foi definido como sendo um aço homogêneo AISI 1050 laminado a frio com modulo de elasticidade E de $2,07 \times 10^{12}$ Pa e resistência ao escoamento de 580 MPa. (BUDYNAS, Richard e J. KEITH, Nisbett, 2016)

Buscando uma deflexão estática máxima Y_{est} de 5 mm, conforme demonstrado na Figura 21 a correlação da posição "*a*" com a rigidez da viga e sua equivalente c_s .



Figura 22 - Gráfico da rigidez de Cs

Fonte: o autor (2022).

4.1.3 Definição do amortecedor

Para a modelagem deste trabalho se optou em utilizar o modelo de amortecedor pistãocilindro representado pela Figuras 23 e Equação 39.

Figura 23 - Amortecedor pistão-cilindro



Fonte: Adaptado de Rao (2008).

$$d_s = \mu \left[\frac{3 \cdot \pi \cdot D^3 \cdot u}{4 \cdot d^3} \left(1 + \frac{2 \cdot d}{D} \right) \right]$$
(39)

Nesta equação d_s é o amortecimento equivalente da suspensão [Ns/m]; μ se refere a viscosidade dinâmica do fluido viscoso utilizado [Pa.s]; u é o comprimento do pistão; D é o diâmetro do pistão [m]; e d é a folga entre o pistão e o cilindro [m].

Neste trabalho não foi avaliado a interferência que as pequenas dimensões resultantes do fator de escala possam trazer ao modelo de amortecedor referido.

4.2 DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

No corpo deste trabalho será apresentado desenhos esquemáticos com as principais informações dos itens que compõem o projeto, para desenhos técnicos consultar apêndices.

4.2.1 Definição das massas

Para definição das massas que compõem o modelo se optou pelo uso da matéria prima em alumínio com o uso da liga 6061-T6 comumente utilizada em pistões hidráulicos, com uma boa relação resistência/peso com massa específica de 2.700 kg/m³, possui boa facilidade de usinagem, grande resistência e excelentes características de acabamento. (CALLISTER, 2011 apud RABELO, 2017, p. 32).

A massa não suspensa m_u possui conexões com todos os componentes. Nela devem ser ligados em paralelo as vigas que somadas resultam na rigidez do pneu c_T , as vigas que representam a rigidez da suspensão c_s , e o cilindro utilizado no amortecedor da suspensão d_s na Figura 24 é ilustrado a representação esquemática do item e algumas dimensões.



Figura 24 - Visão esquemática massa não suspensa

Na Figura 25 e Quadro 4 estão representadas as diferentes configurações permitidas para a massa não suspensa, nos pesos informados contemplam parafusos e suportes de mola.

Figura 25 - Vista esquemática massa não suspensa - configurações



Fonte: o autor (2022).

Ouadro 4 -	Massa	não	suspensa	- config	urações
C				0	

Configuração	Peso
Sem complemento	78,48 g
Com dois complementos	113,16 g
Com quatro complementos	146,78 g

Fonte: o autor (2022).

Fonte: o autor (2022).

Conforme demonstrado na Figura 13 a massa suspensa M deve estar conectada com as vigas que representam a rigidez da suspensão c_s e com o pistão utilizado no amortecedor da suspensão d_s . Na Figura 25 se tem a representação esquemática do item e algumas dimensões.



Figura 26 - Vista esquemática massa suspensa

Na Figura 27 e Quadro 5 estão representadas as diferentes configurações permitidas para a massa suspensa, nos pesos informados contemplam parafusos, suportes de mola, réguas marcadoras da rigidez c_s e o pistão do amortecedor.



Figura 27 - Vista esquemática massa suspensa - configurações

Fonte: o autor (2022).

Fonte: o autor (2022).

Configuração	Peso
Sem complemento	588,75 g
Com dois 1° complementos	739,70 g
Com dois 2° complementos	808,64 g
Fonta: a sutor (2022)	

Quadro 5 - Massa suspensa - configurações

Fonte: o autor (2022).

Conforme demonstrado na Equação 33 o peso do suporte de fixação deve ser avaliado para não atingir a máxima força do atuador do shaker, a base estará acompanhando o mesmo comportamento do atuador, por definição de projeto o suporte servira para a fixação das vigas que arranjadas em paralelo resultam na rigidez do pneu c_T . Na Figura 28 é ilustrado a representação esquemática do suporte montado, entre seus componentes temos a haste guia, este componente tem função de segurança para o projeto a fim de garantir que o único movimento que ocorra seja o vertical.

Este trabalho não contempla a perda de energia gerada pelo atrito entre a haste guia e os demais componentes, fato que converge com o modelo clássico do quarter car que também não contempla o efeito do atrito entre o pneu e a estrada além de outras perdas existentes em uma suspensão veicular.



Figura 28 - Visão esquemática suporte de fixação base

Fonte: o autor (2022).

4.2.2 Definição das molas

Conforme visto no capitulo 4.1.2 a geometria escolhida para as molas já foi definida. Na Figura 29 e 30 estão ilustradas as visões esquemáticas do suporte de fixação projetado, sendo a primeiro os suportes fixos na massa não suspensa m_u representando o ponto de engaste das vigas, já o segundo são os suportes moveis que permitem a configuração da rigidez da mola.



Figura 29 - Visão esquemática suporte fixo massa não suspensa

Na Figura 29 é visualizado o deslocamento em relação ao centro do *shaker* tanto das vigas que representam a mola c_T quanto a c_s , como estes deslocamentos estão centralizados não há impacto sobre a rigidez de cada mola ligada em paralelo.



Figura 30 - Visão esquemática suporte móvel

Fonte: o autor (2022).

Fonte: o autor (2022).

Na Figura 30 é mostrado em destaque os suportes móveis de fixação das molas, os mesmos são fixados na região de encaixe através do aperto de parafusos de pressão destacado na Figura 31.



Figura 31 - Visão esquemática parafuso de pressão

Fonte: o autor (2022).

O projeto contempla uma deflexão máxima estática ou pré-carga das molas conforme a Figura 32. Os cálculos dos fatores de segurança $n_{F_{est}} e n_{y_{est}}$ serão realizados apenas para a mola c_s por apresentar uma maior deflexão, as resistências do material AISI 1050 estão disponíveis no anexo A.



Figura 32 - Máxima deflexão estática

Fonte: o autor (2022).

A partir das equações apresentadas na seção 2.1.5 podemos definir σ_{max} e σ_{min} , respectivamente, pelas Equações 40 e 41.

$$\sigma_{max} = \frac{k_{viga} \cdot l \cdot (h/2)}{l} \cdot \left(y_{est} + y_f\right) \tag{40}$$

$$\sigma_{min} = \frac{k_{viga} \cdot l \cdot (h/2)}{l} \cdot \left(y_{est} - y_f\right) \tag{41}$$

4.2.3 Definição do amortecedor

Conforme demonstrado na seção 4.2.1 os componentes do amortecedor estão alojados no corpo da massa suspensa com o pistão e no corpo da massa não suspensa com o cilindro.

Para permitir a estanquidade do amortecedor foi desenvolvido uma tampa de elastômero em NBR, que possui excelente resistência ao óleo.

Além do ajuste da configuração do amortecedor pela substituição do fluido viscoso é possível alterar o pistão utilizado, substituindo-o ou até removendo para uma análise de vibrações não amortecidas. Na Figura 33 são apresentados os seus componentes.



Figura 33 - Visão esquemática do amortecedor pistão-cilindro

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Este capitulo contempla o comportamento dinâmico que o dispositivo projetado apresenta nas condições propostas previamente mostrada no capitulo 3.

5.1 PERCURSO SENOIDAL COM VARIAÇÃO DE FREQUÊNCIAS

O sinal gerado para a estrada deste cenário foi apresentado na Figura 16 e Equação 31, os demais dados de entrada considerados estão dispostos no Quadro 6, a montagem da configuração é mostrado na Figura 34.



Figura 34 - Configuração selecionada

Fonte: o autor (2022).

Quadro 6	- Dados	de entrada
----------	---------	------------

Item	Magnitude
Massa não suspensa m _u	78,48 g
Massa suspensa M	588,75 g
Rigidez do pneu c_T	2.027,40 N/m
L viga c_T	0,115 m
Rigidez da suspensão c_s	794,8 N/m
L viga c _s	0,157 m
Fator de amortecimento ξ	0,1

Fonte: o autor (2022).

5.1.1 Equações do movimento

Reescrevendo as Equações 26 e 27 em função da aceleração da massa suspensa \ddot{z}_{c} e da aceleração da massa não suspensa \ddot{z}_{W} temos as Equações 42 e 43, respectivamente.

$$\ddot{z}_{c} = \frac{-d_{s} \cdot (\dot{z}_{c} - \dot{z}_{W}) - c_{s} \cdot (z_{c} - z_{W})}{M}$$
(42)

$$\ddot{z}_W = \frac{d_s \cdot (\dot{z}_c - \dot{z}_W) + c_s \cdot (z_c - z_W) - c_t \cdot (z_W - z_R)}{m_u}$$
(43)

Uma vez que se possui as acelerações $\ddot{z}_C e \ddot{z}_W$ a velocidade da massa suspensa $\dot{z}_C e \dot{z}_W$ que partem do repouso poderão ser definidas para a próxima variação de tempo Δ_t pelas Equações 44 e 45, respectivamente.

$$\dot{z}_{\mathcal{C}(t+\Delta_{t})} = \ddot{z}_{\mathcal{C}} \cdot \Delta_{t} + \dot{z}_{\mathcal{C}(t)}$$

$$\tag{44}$$

$$\dot{z}_{W(t+\Delta_t)} = \ddot{z}_W \cdot \Delta_t + \dot{z}_{W(t)} \tag{45}$$

O mesmo raciocínio é utilizado para a definição das posições da massa suspensa z_c e massa não suspensa z_W ao longo do tempo, conforme Equações 46 e 47, respectivamente.

$$Z_{\mathcal{C}(t+\Delta_{t})} = \dot{Z}_{\mathcal{C}} \cdot \Delta_{t} + Z_{\mathcal{C}(t)}$$

$$\tag{46}$$

$$Z_{W(t+\Delta_{t})} = \dot{Z}_{W} \cdot \Delta_{t} + Z_{W(t)}$$

$$\tag{47}$$

Colocando os dados e equações no algoritmo desenvolvido é traçado o gráfico da transmissibilidade de deslocamento das massas em relação ao deslocamento da estrada na Figura 32.

Substituindo os dados do Quadro 6 nas Equações 28 e 29 é encontrado, abaixo, a frequência ressonante para massa suspensa e não suspensa, o gráfico da Figura 35 elucida que nestas frequências ocorrem os maiores deslocamentos.

$$f_{n_M} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{794,8 \cdot 2.027,4/(794,8+2.027,4)}{0,58875}} = 48,9 \text{ Hertz}$$

$$f_{n_{m_u}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2.027,4+794,8}{0,07848}} = 297,9 \text{ Hertz}$$

[Hertz] 800 10 Transmissibilidade Zc/Zr Zc/Zr Frequencia de excitação Hertz 600 400 5 200 15 0 5 10 0 razão de frequencias Frequencia de excitação [Hertz] 800 4 Transmissibilidade Zw/Zr Zw/Zr Hertz 600 3 400 2 200 2.5 0 2 0.5 1.5 0 1 razão de frequencias

Figura 35 - Gráfico da transmissibilidade de deslocamento

Fonte: o autor (2022).

5.1.2 Deflexão estática

Substituindo os dados do Quadro 6 na Equação 34 considerando x igual a a é igual a l é obtido a deflexão estática, mostrados abaixo, para a mola c_s e c_T respectivamente.

$$Y = \frac{\binom{0,58875}{2} \cdot 9,81 \cdot 0,157^{3}}{3 \cdot 207 \times 10^{9} \cdot 2,48 \times 10^{-12}} = 0,0073 \ m \ ou \ 7,3 \ mm$$
$$Y = \frac{\binom{(0,58875 + 0,07848)}{2} \cdot 9,81 \cdot 0,115^{3}}{3 \cdot 207 \times 10^{9} \cdot 2,48 \times 10^{-12}} = 0,0032 \ m \ ou \ 3,2 \ mm$$

Para o pior cenário da mola da suspensão, abaixo, são calculados os fatores de segurança $n_{F_{est}}$ e $n_{y_{est}}$ para a pré-carga ou também chamada de deflexão estática,

demonstrados nas Equações 15 e 16. Nesta análise y_f tem valor igual a zero, resultando que σ_{max} é igual a σ_{min} e é igual a σ_m .

$$\sigma_m = \sigma_{max} = \sigma_{min} = \frac{\left(\frac{794,8}{2}\right) \cdot 0,15713 \cdot \left(\frac{0,00155}{2}\right)}{2,48 \cdot 10^{-12}} \cdot (0,0073) = 142,3 MPa$$

A partir da Equação 13 encontrasse S_m , sendo S_y retirado do Anexo A de valor 580 MPa. Para o carregamento estático S_m é calculado, abaixo, com uso da Equação 13.

$$S_m = S_y - S_a = 580,0 - 142,3 = 437,7 MPa$$

 $n_{y_{est}} = \frac{S_m}{\sigma_m} = \frac{437,7}{142,3} = 3,1$

Para análise da resistência a fadiga correspondente a pré-carga S_m é calculado, abaixo, com uso da Equação 12 sendo S_{ut} retirado do Anexo A com de valor 690 MPa.

$$S_m = S_{ut} \cdot \sqrt{1 - \frac{S_a}{S_e}} = 690 \cdot \sqrt{1 - \frac{142,3}{0,5 \cdot 690}} = 528,9 MPa$$
$$n_{F_{est}} = \frac{S_m}{\sigma_m} = \frac{528,9}{142,3} = 3,7$$

5.1.3 Deflexão flutuante

Conforme demonstrado os pontos críticos ocorrem quando a frequência de excitação do *shaker* é atinge os valores de 48,9 e 297,9 Hertz. Os gráficos dos deslocamentos são mostrados nas Figuras 36 e 37 para cada uma das frequências.

A deflexão flutuante y_f para c_s e c_t podem ser calculadas pela Equação 48 e 49, respectivamente. Com a análise da Figura 35 temos que a maior deflexão é de aproximadamente 10 mm.

$$y_f = Z_{C(t)} - Z_{W(t)}$$
(48)

$$y_f = Z_{W(t)} - Z_{R(t)}$$
(49)

 $y_f = 15 - 5 = 10 mm$









Fonte: o autor (2022).

Para o pior cenário, abaixo demonstrado, será calculado n_F utilizando a Equação 14.

$$\sigma_{max} = \frac{\left(\frac{794,8}{2}\right) \cdot 0,15713 \cdot \left(\frac{0,00155}{2}\right)}{2,48 \cdot 10^{-12}} \cdot (0,0073 + 0,010) = 337,2 MPa$$

$$\sigma_{min} = \frac{\left(\frac{794,8}{2}\right) \cdot 0,15713 \cdot \left(\frac{0,00155}{2}\right)}{2,48 \cdot 10^{-12}} \cdot (0,0073 - 0,010) = -52,6 MPa$$

$$\sigma_m = \frac{337,2 + (-52,6)}{2} = 142,3 MPa$$

$$\sigma_a = \frac{337,2 - (-52,6)}{2} = 194,9 \, MPa$$

Reescrevendo a Equação 14 isolando n_F define-se a Equação 50.

$$n_F = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S_{ut}}{\sigma_m}\right)^2 \cdot \frac{\sigma_a}{S_e} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot \sigma_m \cdot S_e}{S_{ut} \cdot \sigma_a}\right)^2}\right]$$
(50)

Substituindo os dados encontramos n_F .

$$n_F = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{690,0}{142,3}\right)^2 \cdot \frac{194,9}{0,5 \cdot 690,0} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot 142,3 \cdot 0,5 \cdot 690}{690 \cdot 194,9}\right)^2}\right] = 1,6$$

5.1.4 Definição do amortecedor

Isolando a Equação 30 em função do amortecedor é possível encontrar a Equação 51 que define o coeficiente do amortecimento da suspensão d_s .

$$d_s = \sqrt{4 \cdot C_s \cdot M} \cdot \xi \tag{51}$$

Substituindo os valores do Quadro 6 na Equação 39 define-se, abaixo, o valor calculado de d_s para que ξ seja 0,1.

$$d_s = \sqrt{4 \cdot 794, 8 \cdot 0,58875} \cdot 0,1 = 4,33 \, Ns/m$$

Por definição de projeto neste estudo o único item que poderá variar para obter o amortecedor pistão-cilindro desejado será o comprimento do pistão *u*, organizando a Equação 39 em função dele temos a Equação 52. No quadro 7 temos os parâmetros fixos do amortecedor.

$$u = \left[\frac{(ds/\mu)}{\left(1 + \frac{2d}{D}\right)}\right] \cdot \frac{4d^3}{3\pi D^3}$$
(52)

Quadro 7 - Parâmetros fixos do amortecedor

Item	Magnitude
μ óleo SAE 10W	$1 \cdot 10^{-4} m^2/s$
Diâmetro do pistão D	0,022 m
Folga ds	0,002 m

Fonte: o autor (2022).

Substituindo os dados do Quadro 7 e do valor de *ds* na Equação 52 é demonstrado, abaixo, o valor do comprimento do pistão.

$$u = \left[\frac{(4,33/1 \cdot 10^{-4})}{\left(1 + \frac{2 \cdot 0,002}{0,022}\right)}\right] \cdot \frac{4 \cdot 0,002^3}{3\pi \cdot 0,022^3} = 0,0125 \ m \ ou \ 12,5 \ mm$$

5.2 PERCURSO DE UMA RAMPA VARIANDO RIGIDEZ DE MOLA

O dimensional da rampa é demonstrado na Figura 38 tendo a posição convertida para intervalo de tempo na Quadro 8. Para a velocidade constante v de 100 mm/s com altura de 3 mm é traçado na Figura 39 o deslocamento z_R em função do tempo.



Figura 38 - Dimensional da rampa

Quadro 8 - Conversão da posição para o intervalo de tempo

Descrição	Dimensão [mm]	Δ tempo [s]	Tempo total [s]
antes da subida	L1 = 30	$\Delta_{t0} = L1/v$	$t_0 = \Delta_{t0}$
subindo	L2 = 45	$\Delta_{t1} = L2/v$	$t_1 = t_0 + \Delta_{t1}$
plano	L3 = 30	$\Delta_{t2} = L3/v$	$t_2 = t_1 + \Delta_{t2}$
descendo	L4 = 45	$\Delta_{t3} = L4/\nu$	$t_3 = t_2 + \Delta_{t3}$

Fonte: o autor (2022).

Figura 39 - Sinal da rampa



Fonte: o autor (2022).

Os demais dados de entrada considerados estão dispostos no Quadro 9, a montagem da configuração é mostrada na Figura 40. Será abordado somente a variação da rigidez da mola c_s conforme casos A, B e C mostrados no Quadro 9.

Fonte: o autor (2022).

g o
σ
5
N/m
m
9
9

Quadro 9 - Dados de entrada

Fonte: o autor (2022).





Fonte: o autor (2022).

\cap 1	10	C C	~	1	1		~
()uadro	10 -	('ontioui	racoec	mola	da	cuch	ancon
Ouauro	10-	Comea	acocs	mora	ua	SUSD	unsau
· · · · · ·	-						

Caso	Distância L	Rigidez <i>c_s</i>
A	187,13 mm	470,5 N/m
В	157,13 mm	794,8 N/m
C	122,13 mm	1.692,6 N/m

Fonte: o autor (2022).

Utilizando da mesma técnica apresentada na seção 5.1 para os dados do Quadro 9 com as diferentes configurações de mola apresentado no Quadro 10 é traçado o gráfico da Figura 41 demostrando os diferentes resultados obtidos para \ddot{z}_{c} e Z_{c} imediatamente após descer a rampa.



Figura 41 - Comportamento da massa suspensa após descer a rampa

É evidenciado na Figura 41 que a massa suspensa tem menores deslocamentos e acelerações na medida que a rigidez da mola da suspensão é reduzida.

No Quadro 11 são calculadas as deflexões estáticas da mola c_s para cada caso, com suas respectivas tensões e fatores de segurança $n_{F_{est}} e n_{y_{est}}$.

Caso	Deflexão estática	Tensão de flexão	n _{Fest}	n _{yest}
А	15,4 mm	212 MPa	2,0	1,7
В	9,1 mm	178 MPa	2,7	2,3
С	4,3 mm	138 MPa	3,8	3,2

Quadro 11 - Deflexões para cada caso

Fonte: o autor (2022).

Com o uso das Equações 39 e 52 é dimensionado o amortecedor pistão-cilindro para cada caso no Quadro 12. Dos parâmetros fixos apresentados no Quadro 7 só será alterado a folga para 0,0015 m.

Fonte: o autor (2022).

Caso	d_s	u
А	7,46 Ns/m	9,0 mm
В	9,68 Ns/m	11,7 mm
С	14,15 Ns/m	17,4 mm

Quadro 12 - Amortecedor para cada caso

Fonte: o autor (2022).

6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

A partir da análise dos resultados, pode-se concluir que os objetivos foram atingidos. O projeto apresentado demonstrou comportamento fidedigno com o modelo clássico do *quarter car*, mesmo com as diversas limitações impostas devido ao *shaker* utilizado.

A solução contemplada no projeto viabiliza a realização de infinitos ensaios com o *quarter car* proposto trazendo possibilidade de se configurar o modelo dando diferentes magnitudes a todos os elementos que o compõem, o que enfatiza a utilidade acadêmica do projeto. O arranjo de molas conforme proposto permite configurações que podem trazer resultados onde o projeto evidencia efeitos físicos importantes como a ressonância.

O presente trabalho proporcionou a prática de diversas ferramentas de engenharia e possibilita estudos e análises ainda mais aprofundadas no tema. O mais impactante poderia ser a manufatura dos itens com a realização do ensaio em laboratório com a comparação dos resultados. Pode-se também otimizar o projeto realizado, principalmente com substituições dos materiais utilizados aumentando a capacidade de deformação das molas e reduzindo o peso dos componentes, outra otimização viável é a substituição do modelo escolhido para o amortecedor, que ao contrário das molas só podem sem configuradas com a substituição de componentes. Pode se ainda realizar simulações de análise modal nas condições propostas.

REFERÊNCIAS

BUDYNAS, Richard; J. KEITH, Nisbett. **Elementos de máquinas de Shigley**. 10^a edição. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2016. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788580555554/pageid/336. Acesso em 10. .ul.2022

CVOK, Ivan; HRGETIĆ, Mario; HOIĆ, Matija; DEUR, Joško; IVANOVIC, Vladimir. **Design of a linear motor-based shaker rig for testing driver's perceived ride comfort**. Mechatronics, v. 75, p. 102521, 2021 ISSN 0957-4158. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415821000271. Acesso em: 24 out. 2021.

FIGUEIREDO, Marilu Alcântar de Melo; SILVA Luiz Felipe; BARNABÉ, Tiago Leão. **Transporte coletivo: vibração de corpo-inteiro e conforto de passageiros, motoristas e cobradores**. 2016. The Journal of Transport Literature, v. 10, p. 35-39.

FREITAS, Luis Mauro Pereira. **Estudo da dinâmica vertical de uma suspensão veicular do tipo Macpherson**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade de São Paulo.

GILLESPIE, Thomas D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale, PA: Society of Automotive Engneers, 1992

INMAN, Daniel. **Vibrações Mecânicas**. Rio de Janeiro, RJ: Grupo GEN, 2018. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788595154568/. Acesso em: 24 out. 2021.

KELLY, S. G. **Vibrações Mecânicas: Teorias e aplicações**. São Paulo, SP: Cengage Learning Brasil, 2018. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522127016/. Acesso em: 24 out. 2021

MARTINO, Jonathan; HARRI, Kristof. **Virtual shaker modeling and simulation, parameters estimation of a high damped electrodynamic shaker.** International Journal of Mechanical Sciences, v. 151, p. 375-384, 2019. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0020740318312049?via%3Dihub. Acesso em: 24 out. 2021.

MOHAJER, Navid; ABDI Hamid; NELSON, Kyle; NAHAVANDI, Saeid. **Vehicle motion simulators, a key step towards road vehicle dynamics improvement**. Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, v. 53, n.8, p. 1204-1226, 2015. Disponível em:

https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00423114.2015.1039551. Acesso em: 24 out. 2021.

NORTON, Robert L. **Projeto de máquinas:** uma abordagem integrada. 4ª edição. Porto Alegre, RS: Bookman Editora L, 2013. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788582600238/pageid/0 RAO, Singiresu S. **Vibrações Mecânicas**. 4ª edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br/Leitor/Publicacao/448/pdf/0. Acesso em:24 out.2021.

RABELO, Vinicius Belém Falcão. **Consumo de energia no processo de furação do alumínio 6061-T6**. 2017. Dissertação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade federal do Ceará.

RILL, Georg. **Road vehicle Dynamics:** fundamentals and modeling. 1^a edição. Boca Raton: CRC Press, 2011.

ROÉFERO, Gustavo Pereira; CHAVARETTE, Fábio Roberto. **Controle semi-ativo aplicado a vibrações excessivas de uma suspensão automotiva**. Colloquium Exactarum, [S. l.], v. 10, n. 3, p. 16–22, 2018. ISSN: 2178-8332. DOI: 10.5747/ce.2018.v10n3.e242. Disponível em: https://journal.unoeste.br/index.php/ce/article/view/2746. Acesso em: 25 out. 2021.

SEGUNDINHO, Pedro Gutemberg de Alcântara; DIAS, Antonio Alves; CARREIRA, Marcelo Rodrigo. **Carregamentos Dinâmicos Induzidos Pelos Movimentos de Pedestres em Estruturas.** Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas, [S.1.], v. 38, n. 2, p. 3-16, 2017 Disponível em: https://www.uel.br/revistas/uel/index.php/semexatas/article/view/16814. Acesso em: 24 out 2021.

SENTEK DYNAMICS. Disponível em: https://www.sentekdynamics.com/bench-top-shakers. Acesso em: 29 jul. 2022.

APÊNDICE A

MATLAB: DEFINIÇÃO DAS MASSAS DEVIDO A FORÇA TRANSMITIDA

```
clear all
close all
t final=12; %segundos
dt=0.0005; %segundos
t=[0:dt:t final]';
v Zc=zeros(size(t)); %vetor de espera
Zc=zeros(size(t)); %vetor de espera
a Zw=zeros(size(t)); %vetor de espera
a_Zc_r1=zeros(size(t)); %vetor de espera
v Zw=zeros(size(t)); %vetor de espera
Zw=zeros(size(t)); %vetor de espera
Zr=zeros(size(t)); %vetor de espera
v_Zr=zeros(size(t)); %vetor de espera
F_Zc=zeros(size(t)); %vetor de espera
F_Zw=zeros(size(t)); %vetor de espera
FTD=zeros(size(t)); %vetor de espera
v Zc(1)=0;
a Zw(1) = 0;
v Zw(1)=0;
x vale(1) = 0;
velocidade(1)=0;
Zc_x_vale(1)=0;
suporte=1.2; %peso do suporte [kq]
for v=4000:1:20000
    vel=v/10;
    velocidade(v)=vel;
    w(v)=2*pi()*vel*(1000/3600)/6; %frequencia de vibração [rad/s]
    HzR(v)=(1/2*pi)*w(v); %frequencia de vibração [Hertz]
    p=0;
for i=1:length(t)
    amplitude=0.0015;
    Zr(i) = amplitude * sin(w(v) * t(i));
    ponto=pi()/2/w(v);
    vel r(i) = amplitude * w(v) * cos(w(v) * t(i));
end
acel r(v) = - amplitude*w(v) *w(v) *sin(w(v) *t(i));
    M(v) = ((100/max(abs(acel r))) - suporte) / (8.5/7.5);
    m u(v) = M(v) / 7.5;
    FTD(v)=(M(v)+m u(v)+suporte)*acel r(v);%força transmitida ao Shaker;
    FTDmax(v) = max(FTD);
end
figure(5)
plot(HzR, M*1000, 'k.')
hold on
plot (HzR, m u*1000, 'r.')
hold on
legend('M','m u')
xlabel('Frequencia de vibração [Hertz]')
ylabel('Peso das massa [gramas]')
grid on
grid minor
xlim([200 300])
```

APÊNDICE B

MATLAB: DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ DEVIDO A DEFLEXÃO ESTÁTICA

```
clear all
close all
b Cs=8.00/1000; %largura mola Cs [m]
t=[150:320];
%l Cs=zeros(size(t));
%l Cs(1)=300; %%comprimento mola Ct [m];
h Cs=1.55/1000; %espessura mola Cs [m];
I_Cs=(b_Cs*h_Cs^3)/12; % Inércia [metros^4];
E=2.07*10^11; % Modulo de elasticidade [Pa];
M=0.58875/2; % Massa suspensa [kg];
g=9.81;
for i=1:80
    l Cs(i)=200-i;
    Kviga Cs(i)=3*E*I Cs/((l Cs(i)/1000)^3); % Rigidez equivalente viga
[N/m];
    cs(i)=Kviga Cs(i)*2; % rigidez mola da suspensão Vigas em paralelo
[N/m];
    y(i) = (M*g*(l Cs(i)/1000)^3)/(3*E*I Cs);
end
figure(1)
yyaxis left
plot(l Cs,Kviga Cs)
hold on
plot(l Cs,cs)
xlabel('distância "a" [mm]')
ylabel('Rigidez [N/m]')
yyaxis right
plot(l Cs,y*1000)
ylabel('Deflexão estática [mm]')
legend('Rigidez da viga', 'Rigidez eq. Cs', 'Deflexão')
grid on
grid minor
```

APÊNDICE C

MATLAB: ESTRADA COM MOVIMENTO SENOIDAL

```
clear all
close all
b Ct=8/1000; %largura mola Ct [m];
1 Ct=115/1000; %comprimento mola Ct [m];
h Ct=1.55/1000; %espessura mola Ct [m];
I Ct=(b Ct*h Ct^3)/12; % Inércia [metros^4];
b Cs=8.00/1000; %largura mola Cs [m]
1 Cs=157.13/1000; %%comprimento mola Ct [m];
h Cs=1.55/1000; %espessura mola Cs [m];
I Cs=(b Cs*h Cs^3)/12; % Inércia [metros^4];
E=2.07*10^11; % Modulo de elasticidade [Pa];
Kviqa Ct=3*E*I Ct/(l Ct^3); % Rigidez equivalente viqa [N/m];
Kviga Cs=3*E*I Cs/(l Cs^3); % Rigidez equivalente viga [N/m];
M=0.58875; % Massa suspensa [kg];
cs=Kviqa Cs*2; % rigidez mola da suspensão Vigas em paralelo [N/m];
m u=0.07848; % massa não suspensa [kg];
suporte=0.58875; %peso suporte [kq];
ct=Kviga Ct*2; % rigidez mola do pneu Vigas em paralelo [N/m];
ds=0.1*(\overline{4}*M*cs)^0.5; %amortecedor [Ns/m]
g=9.81; % gravidade [m/s^2]
freq nat C=((cs*ct/(cs+ct))/M)^0.5; % frequencia natural não amortecida do
chassi [rad/s]
HzC=(1/2*pi)*freq nat C;% frequencia natural não amortecida do chassi
[Hertz]
freq nat W=((ct+cs)/m u)^0.5; % frequencia natural não amortecida da roda
[rad/s]
HzW=(1/2*pi)*freq nat W;% frequencia natural não amortecida da roda [Hertz]
cc=2*(cs*M)^0.5;
fator_amort=ds/(4*cs*M)^0.5;
t final=12; %segundos
dt=0.0005; %segundos
t=[0:dt:t final]';
v Zc=zeros(size(t));
Zc=zeros(size(t));
a Zw=zeros(size(t));
a Zc r1=zeros(size(t));
v Zw=zeros(size(t));
Zw=zeros(size(t));
Zr=zeros(size(t));
v Zr=zeros(size(t));
F Zc=zeros(size(t));
F Zw=zeros(size(t));
FTD=zeros(size(t));
v Zc(1) = 0;
a Zw(1) = 0;
v Zw(1)=0;
x vale(1)=0;
velocidade(1)=0;
Zc_x_vale(1)=0;
for v=1:1:15000
    vel=v/10;
    velocidade(v)=vel;
```

```
w(v)=2*pi()*vel*(1000/3600)/6; %frequencia de vibração [rad/s]
    HzR(v)=(1/2*pi)*w(v); %frequencia de vibração [Hertz]
    p=0;
for i=1:length(t)
    amplitude=0.0015;
    Zr(i) = amplitude * sin(w(v) * t(i));
    ponto=pi()/2/w(v);
    vel r(i) = amplitude * w(v) * cos(w(v) * t(i));
    acel r(i) = -amplitude * w(v) * w(v) * sin(w(v) * t(i));
end
for i=1:length(t)-1
    a Zc(i)=(-cs*(Zc(i)-Zw(i))-ds*(v Zc(i)-v Zw(i)))/M; %aceleração massa
suspensa;
    a_Zw(i) = (-ct*(Zw(i) - Zr(i)) + cs*(Zc(i) - Zw(i)) + ds*(v_Zc(i) - v_Zw(i)))/m_u;
%aceleração massa não suspensa;
    v_Zc(i+1)=a_Zc(i)*dt+v_Zc(i); %velocidade massa suspensa;
    v Zw(i+1)=a Zw(i)*dt+v Zw(i); %velocidade massa não suspensa;
    Zc(i+1)=v Zc(i)*dt+Zc(i); %deslocamento massa suspensa;
    Zw(i+1)=v Zw(i)*dt+Zw(i); %deslocamento massa não suspensa;
    FTD(i)=(M+m u+suporte)*acel r(i);%força transmitida ao Shaker;
    Fct(i+1)=ct*(Zr(i)-Zw(i))+(M+m u)*g;%força mola do pneu;
    Fcs(i+1)=cs*(Zw(i)-Zc(i))+(m u)*g;%força mola suspensão;
    deltaCt(i+1) = Zr(i) - Zw(i);
    deltaCs(i+1) = Zw(i) - Zc(i);
end
    r(v)=w(v)/freq nat C; %Razão de frequencia mola Cs;
    r w(v)=w(v)/freq nat W; %razão de frequencia mo Ct;
    Trans C(v) = abs(max(Zc))/amplitude;
    Trans W(v) = abs(max(Zw))/amplitude;
    r(v) = w(v) / freq nat C;
    r w(v) = w(v) / freq nat W;
    hCmax(v) = 1000*max(Zc);
    hWmax(v) = 1000*max(Zw);
    FTDmax(v) = max(FTD);
    Fctmax(v) = max(Fct);
    Fcsmax(v) = max(Fcs);
    DeltamaxCt(v) = 1000*max(deltaCt);
    DeltamaxCs(v) = 1000*max(deltaCs);
    rh(v) = w(v) / freq nat C;
    rh w(v) = w(v) / freq nat W;
 if vel==105.6
     Zc r1 = Zc;
     Zr r1 = Zr;
     Zw r1 = Zw;
     a Zc r1 = a Zc;
     a Zr r1 = acel r;
     Fctmax r1 = Fct;
     Fcsmax r1 = Fcs;
 end
 if vel==648.7
    Zc r2 = Zc;
     \overline{Zr} r2 = Zr;
     Zw r2 = Zw;
     Fctmax r2 = Fct;
```

```
Fcsmax r2 = Fcs;
 end
 hCmaior = max(hCmax);
 hWmaior = max(hWmax);
end
figure(1)
subplot(2,1,1)
yyaxis left
plot(r,Trans C, 'b.')
title('Transmissibilidade Massa Suspensa')
xlabel('Razão de Frequencias [r]')
ylabel('Transmissibilidade Zc/Zr')
yyaxis right
plot(r,HzR,'r-')
ylabel ('Frequencia de excitação [Hertz]')
legend('Zc/Zr', 'Hertz')
xlabel('razão de frequencias')
grid on
grid minor
hold on
%axis([0 6 0 10])
subplot(2,1,2)
yyaxis left
plot(r_w,Trans_W,'k.')
title('Transmissibilidade Massa Não Suspensa')
xlabel('Razão de Frequencias [r]')
ylabel('Transmissibilidade Zw/Zr')
%axis([0 1.6 0 4])
%xlim([0 5])
yyaxis right
plot(r w,HzR,'r-')
xlabel('razão de frequencias')
ylabel ('Frequencia de excitação [Hertz]')
legend('Zw/Zr', 'Hertz')
grid on
grid minor
figure(2)
plot(HzR, hCmax, 'k.')
hold on
plot(HzR, hWmax, 'r.')
yyaxis right
plot(HzR, velocidade, 'r-')
ylabel('Velocidade [km/h]')
legend('Zc', 'Zw', 'vel')
xlabel('Frequencia de vibração [Hertz]')
title('Máximos deslocamentos')
ylabel('mm')
grid on
grid minor
%xlim([0 400])
figure(5)
plot(HzR,FTDmax,'k.')
hold on
plot (HzR, Fctmax, 'r.')
hold on
plot (HzR, Fcsmax, 'b.')
```

```
legend('Força transmitida','Força mola Ct (pneu)','Força mola Cs
(suspensão) ')
xlabel('Frequencia de vibração [Hertz]')
ylabel('N')
grid on
grid minor
%ylim([0 100])
%xlim([0 303])
figure (3)
plot(t,Zr r1*1000,'b.')
hold on
plot(t,Zc r1*1000,'r.')
hold on
plot(t,Zw r1*1000,'k.')
legend('Zr[mm]', 'Zc[mm]', 'Zw[mm]')
title('Deslocamento 29,24 Hertz')
ylabel('Deslocamento [mm]')
xlabel('Tempo [s]')
xlim([11.7 12])
grid on
grid minor
figure (4)
plot(t,Zr r2*1000,'b.')
hold on
plot(t,Zc_r2*1000,'r.')
hold on
plot(t,Zw_r2*1000,'k.')
legend('Zr[mm]', 'Zc[mm]', 'Zw[mm]')
title('Deslocamento velocidade 280,46 Hertz')
ylabel('Deslocamento [mm]')
xlabel('Tempo [s]')
xlim([11.95 12])
grid on
grid minor
```

APÊNDICE D

MATLAB: ESTRADA COM RAMPA ALTERANDO RIGIDEZ

```
clear all
close all
b Ct=8/1000; %largura mola Ct [m];
l Ct=115/1000; %comprimento mola Ct [m];
h Ct=3/1000; %espessura mola Ct [m];
I Ct=(b Ct*h Ct^3)/12; % Inércia [metros^4];
b Cs=8.0/1000; %largura mola Cs [m]
l Cs=187.13/1000; %%comprimento mola Ct [m];
h Cs=3/1000; %espessura mola Cs [m];
I Cs=(b Cs*h Cs^3)/12; % Inércia [metros^4];
E=2.07*10^11; % Modulo de elasticidade [Pa];
Kviga Ct=3*E*I Ct/(l Ct^3); % Rigidez equivalente viga [N/m];
Kviga Cs=3*E*I Cs/(l Cs^3); % Rigidez equivalente viga [N/m];
M=0.73970; % Massa suspensa [kg];
cs=Kviga Cs*2; % rigidez mola da suspensão Vigas em paralelo [N/m];
m u=0.11316; % massa não suspensa [kg];
suporte=0.61313; %peso suporte [kg];
ct=Kviga Ct*2; % rigidez mola do pneu Vigas em paralelo [N/m];
ds=0.2*(4*M*cs)^0.5; %amortecedor [Ns/m]
q=9.81; % gravidade [m/s<sup>2</sup>]
freq nat C=((cs*ct/(cs+ct))/M)^0.5; % frequencia natural não amortecida do
chassi [rad/s]
HzC=(1/2*pi)*freq nat C;% frequencia natural não amortecida do chassi
[Hertz]
freq nat W=((cs+ct)/m u)^0.5; % frequencia natural não amortecida da roda
[rad/s]
HzW=(1/2*pi)*freq nat W;% frequencia natural não amortecida da roda [Hertz]
cc=2*(cs*M)^0.5;
fator amort=ds/(4*cs*M)^0.5;
t final=2.5; %segundos
dt=0.001; %segundos
t=[0:dt:t final]';
v Zc=zeros(size(t));
Zc=zeros(size(t));
a Zc=zeros(size(t));
a Zw=zeros(size(t));
v Zw=zeros(size(t));
Zw=zeros(size(t));
Zr=zeros(size(t));
v Zr=zeros(size(t));
F Zc=zeros(size(t));
F Zw=zeros(size(t));
FTD=zeros(size(t));
v Zc(1) = 0;
a Zw(1) = 0;
v Zw(1)=0;
x vale(1)=0;
velocidade(1)=0;
Zc x vale(1)=0;
v Zc(1) = 0;
Zc(1) = 0;
a Zw(1) = 0;
v Zw(1)=0;
for j = 1:3
```

if j == 1 l Cs=187.13/1000; %%comprimento mola Ct [m]; h Cs=3/1000; %espessura mola Cs [m]; I Cs=(b Cs*h Cs^3)/12; % Inércia [metros^4]; Kviga Cs=3*E*I Cs/(l Cs^3); % Rigidez equivalente viga [N/m]; cs=Kviga Cs*2; % rigidez mola da suspensão Vigas em paralelo [N/m]; ds=0.2*(4*M*cs)^0.5; %amortecedor [Ns/m] fator amort=ds/ $(4*cs*M)^{0.5}$; elseif j=21 Cs=157.13/1000; %%comprimento mola Ct [m]; h Cs=3/1000; %espessura mola Cs [m]; I Cs=(b Cs*h Cs^3)/12; % Inércia [metros^4]; Kviga Cs=3*E*I Cs/(l Cs^3); % Rigidez equivalente viga [N/m]; cs=Kviga Cs*2; % rigidez mola da suspensão Vigas em paralelo [N/m]; ds=0.2*(4*M*cs)^0.5; %amortecedor [Ns/m] fator amort=ds/ $(4*cs*M)^0.5;$ else 1 Cs=122.13/1000; %%comprimento mola Ct [m]; h Cs=3/1000; %espessura mola Cs [m]; I Cs=(b Cs*h Cs^3)/12; % Inércia [metros^4]; Kviga Cs=3*E*I Cs/(l Cs^3); % Rigidez equivalente viga [N/m]; cs=Kviga Cs*2; % rigidez mola da suspensão Vigas em paralelo [N/m]; ds=0.2*(4*M*cs)^0.5; %amortecedor [Ns/m] fator amort=ds/ $(4*cs*M)^{0.5}$; end vel=75/1000; amplitude=0.003; L1=30/1000; L2=45/1000;L3=30/1000; L4=45/1000; teta=asind(amplitude/L2); dt0=L1/vel; dt1=L2/vel; dt2=L3/vel; dt3=L4/vel; t0=dt0;t1=t0+dt1; t2=t1+dt2; t3=t2+dt3; for i=1:length(t) if (t(i)<t0) Zr(i)=0; elseif (t(i)>=t0 && t(i)<t1) Zr(i) = amplitude*(t(i)-t0)/(t1-t0);x(i)=vel*(t(i)-t0)/(t1-t0); elseif (t(i)>=t1 && t(i)<t2)</pre> Zr(i) = amplitude; elseif (t(i)>=t2 && t(i)<t3)</pre> Zr(i) = amplitude*(t3-t(i))/(t3-t2); else Zr(i)=0; end

end

```
for i=1:length(t)-1
```

```
a_Zc(i)=(-cs*(Zc(i)-Zw(i))-ds*(v_Zc(i)-v_Zw(i)))/M; %aceleração massa
suspensa;
    a Zw(i)=(-ct*(Zw(i)-Zr(i))+cs*(Zc(i)-Zw(i))+ds*(v Zc(i)-v Zw(i)))/m u;
%aceleração massa não suspensa;
    v Zc(i+1)=a Zc(i)*dt+v Zc(i); %velocidade massa suspensa;
    v Zw(i+1)=a Zw(i)*dt+v Zw(i); %velocidade massa não suspensa;
    Zc(i+1)=v Zc(i)*dt+Zc(i); %deslocamento massa suspensa;
    Zw(i+1)=v Zw(i)*dt+Zw(i); %deslocamento massa não suspensa;
    FTD(i)=ct*(Zr(i)-Zw(i))+(M+m u)*g;%força transmissibilidade
    Fct(i+1)=ct*(Zr(i)-Zw(i));%força mola do pneu;
    Fcs(i+1)=cs*(Zw(i)-Zc(i));%força mola suspensão;
    deltaCt(i+1) = Zr(i) - Zw(i);
    deltaCs(i+1) = Zw(i) - Zc(i);
end
figure (1)
subplot(2,1,1),plot(t,Zc*1000)
legend('A', 'B', 'C')
xlabel('Tempo [Segundos]')
ylabel('Deslocamentos Zc[mm]')
axis([1.5 2.1 -0.5 0.5])
hold on
grid on
grid minor
grid on
subplot(2,1,2),plot(t,a Zc*1000)
legend('A', 'B', 'C')
xlabel('Tempo [Segundos]')
ylabel('Aceleração Zc [mm/s<sup>2</sup>]')
axis([1.5 2.1 -1500 1500])
hold on
grid on
grid minor
figure (2)
handle=plot(t,Zr*1000,'k');
get(handle);
set(handle, 'LineWidth', [2])
legend('Zr[mm]')
xlabel('t[s]')
vlabel('v[mm]')
ylim([0 , amplitude*1000+0.5])
hold on
grid on
grid minor
end
```

APÊNDICE E DESENHOS TÉCNICOS




















































ANEXO A

RESISTÊNCIAS DETERMINÍSTICAS AISI 1050

Tabela A-20 Resistências determinísticas da ASTM mínimas de tração e de escoamento para aços laminados a quente (HR) e estirados a
frio (CD). [As resistências listadas são valores mínimos estimados da ASTM no intervalo de medida de 18 a 32 mm ($\frac{3}{4}$ a $1\frac{1}{4}$ in). Estas
resistências são apropriadas para uso com o fator de projeto definido na Seção 1-10, provido que os materiais conformem aos requisitos da
ASTM A6 ou A568 ou são requeridos em especificações de compra. Lembre que um sistema de numeração não é uma especificação.] Fonte:
1986 SAE Handbook, p. 2.15.

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS nº	№ SAE e/ou AISI	Processamento	Resistência à tração MPa (Kpsi)	Resistência ao escoamento MPa (Kpsi)	Alongamento em 2 in, %	Redução em área, %	Dureza Brinell
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27,5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37,5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39,5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49,5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61,5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Fonte: BUDYNAS, Richard e J. KEITH, Nisbett (2016)