## 'UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS

LUCAS BOGO DOS PASSOS

# ANÁLISE DAS FORÇAS ATUANTES EM UMA BIELA DE UM MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA

CAXIAS DO SUL 2023

## LUCAS BOGO DOS PASSOS

## ANÁLISE DAS FORÇAS ATUANTES EM UMA BIELA DE UM MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Mecânicas da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânicas

Orientador: Prof. Me. Adelair Lino Colombo

# CAXIAS DO SUL 2023

## LUCAS BOGO DOS PASSOS

## ANÁLISE DAS FORÇAS ATUANTES EM UMA BIELA DE UM MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Engenharia Mecânica da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Aprovado em 09/07/2024

**Banca Examinadora** 

Prof. Me. Adelair Lino Colombo Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof.Dr.Giovani Dambros Telli Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof.Dr.Vagner Nascimento Universidade de Caxias do Sul – UCS

#### RESUMO

Os motores a combustão interna continuamente são melhorados e operam com exigências cada vez maiores de pressão de combustão, principalmente no segmento do automobilístico, o que denota estudos para o aperfeiçoamento de seus componentes. Nesse contexto é importante analisar a cinemática e a dinâmica do sistema biela - manivela de um motor que teve um aumento da pressão de combustão. Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver um modelo matemático e uma metodologia para determinar as forças dinâmicas atuantes no sistema biela-manivela com ênfase em análise da biela. Através de uma planilha no software Excel®, gera-se os gráficos de forças que atuam em uma biela e esses resultados são validados com uma simulação dinâmica no software Siemens NX®. O motor Agrale M-95W é usado para extrair as informações geométricas e de massa, assim como a curva de pressão no cilindro. A simulação virtual no software Siemens NX® mostrou conformidade com os cálculos realizados em planilha do software Excel®, possibilitando assim simulações de forma rápida apenas com a modificação dos valores de entrada. Percebeu-se que aumentando em 33% a rotação, as forças de inércia passaram a ser 78% maiores, passando a ser as maiores força em uma biela. Outra análise foi a variação da pressão de combustão, que quando aumentadas em 20% geraram uma força no embolo do virabrequim de 25% maior.

#### Palavras-chave: Biela, Dinâmica, Motores de Combustão Interna

### ABSTRACT

Internal combustion engines are continually improved and operate with increasingly greater combustion pressure criteria, mainly in the automobile segment, which indicates studies to improve their components. In this context, it is important to analyze the kinematics and dynamics of the connecting rod – crank system of an engine that has had an increase in combustion pressure. The main objective of this work is to develop a mathematical model to determine the dynamic forces acting on the connecting rod-crank system with an emphasis on connecting rod analysis. Using a spreadsheet in Excel® software, graphs of forces acting on a connecting rod are generated and these results are validated with a dynamic simulation in Siemens NX® software. The Agrale M-95W engine is used to extract geometric and mass information, as well as the cylinder pressure curve. The virtual simulation in the Siemens NX® software demonstrated compliance with the calculations carried out via spreadsheet, thus enabling quick simulations just by changing the input values. It was noticed that by increasing the rotation by 33%, the inertia force became 78% greater, becoming the largest forces in a connecting rod. Another analysis was the variation in combustion pressure, which when increased by 20% generated a 25% greater force on the crankshaft piston.

#### **Keywords: Connecting rod, Dynamic, Internal Combustion Engine**

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ciclo de um Motor 4 Tempos	14
Figura 2: Mecanismo biela manivela	16
Figura 3: Diagrama de pressão no cilindro	18
Figura 4: Diagrama de corpo livre biela e pistão	19
Figura 5: Sistema de massa equivalentes	21
Figura 6: Indicador de pressão mecânico	23
Figura 7: Indicador Piezoelétrico	24
Figura 8: Curva LogP x LogV	24
Figura 9: Etapas do Trabalho	25
Figura 10:Interface Plotodigitalizer	27
Figura 11:Curva Pressão x Ângulo	
Figura 12:Gráfico da força devido à pressão	29
Figura 13:Modelo do Pistão	
Figura 14:Modelo da Biela	
Figura 15:Modelo do Virabrequim e Bloco	
Figura 16:Juntas e Links do Sistema	
Figura 17:Importação Fg SiemensNx	
Figura 18: Posição do Pistão	
Figura 19: Velocidade do Pistão	
Figura 20: Aceleração do Pistão	35
Figura 21:Força no Pino do Pistão	35
Figura 22:Força no Pino do Virabrequim	
Figura 23:Simulação Virtual Pino do Pistão	
Figura 24:Simulação Virtual Pino do Virabrequim	
Figura 25: Força no Virabrequim (3500rpm)	
Figura 26:Força no Virabrequim (4000rpm)	
Figura 27: Força no Pino do Virabrequim (Pressão 20% Maior)	
Figura 28: Força no Pino do Pistão (Pressão 20% Maior)	

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros do Motor	 
Tabela 2: Rotação x Força de Inércia.	 

# LISTA DE SÍMBOLOS

r	Raio da manivela (m)
l	Comprimento da biela (m)
θ	Ângulo da manivela (°)
φ	Ângulo da biela (°)
x	Posição do pistão (m)
ω	Velocidade angular da manivela (rad/s)
rВ	Posição do pistão (m)
vВ	Velocidade do pistão (m/s)
аB	Aceleração do pistão (m/s²)
rA	Posição do ponto A (m)
vA	Velocidade do ponto A (m/s)
aA	Aceleração do ponto A (m/s <sup>2</sup> )
Р	Pressão no cilindro (MPa)
D	Diâmetro do cilindro (mm)
Fg	Força devido a pressão do gás (N)
Fg34	Força de pressão que a biela realiza no pistão (N)
Fg43	Força de pressão que o pistão realiza na biela (N)
Fg23	Força de pressão que a manivela realiza na biela (N)
la	Distância do Cg da biela até o ponto A (mm)
lb	Distância do Cg da biela até o ponto B (mm)
m3A	Massa rotativa da biela (kg);
тЗВ	Massa alternativa da biela (kg);
m2	Massa da manivela (kg)
m3	Massa da biela (kg)
m4	Massa do pistão, anéis e pino (kg)
MA	Massa rotativa do sistema biela-manivela (kg)
MB	Massa alternativa do sistema biela0manivela (kg)
FiB	Força de inércia no Ponto B (N)
Fi34	Força de inércia que a biela realiza no pistão (N)
FAi	Força de inércia no ponto A (N)
Ft34	Força total na ligação entre a biela e o pistão (N)
Ft23	Força total na ligação entre a biela e a manivela (N)

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MCI	Motor de combustão interna
MIF	Motor de ignição por faísca
MIE	Motor de ignição espntânea
PMS	Ponto morto superior
PMI	Ponto morto inferior

# SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO1	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO1	1
1.2	JUSTIFICATIVA1	2
1.3	OBJETIVOS1	2
1.3.1	Objetivo geral1	2
1.3.2	Objetivos específicos1	2
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA1	3
2.1	MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA1	3
2.2	MOTORES 4 TEMPOS1	4
2.3	CINEMÁTICA E DINÂMICA DO SISTEMA BIELA MANIVELA1	5
2.3.1	Cinemática1	5
2.3.2	Dinâmica1	7
2.3.2.1	Forças de Pressão1	8
2.3.2.2	2 Forças de Inércia2	0
2.3.2.3	3 Força Total2	2
2.4	CURVA P -V	3
3	DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO2	5
3.1	METODOLOGIA	5
3.2	PARÂMETROS DO MOTOR	6
3.2	CURVA DE PRESSÃO DO MOTOR2	7
3.3	ELABORAÇÃO DE PLANILHA DE CÁLCULOS2	8
3.4	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL NO SOFTWARE NX®	0
4	ANÁLISES E RESULTADOS3	4
4.1	GRÁFICOS GERADOS PELAS SIMULAÇÕES	4
4.2	SIMULAÇÃO COM AUMENTO DE ROTAÇÃO3	7
5	CONCLUSÃO4	1
REFE	RÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS4	2

# ANEXO 1 – TABELA DE INTERPOLAÇÃO DO PLOTDIGITALIZER ....... 44

### 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Dentre as diversas inovações criadas pelo homem ao longo de sua história, uma das mais significativas foi o motor de combustão interna (MCI). Os MCI revolucionaram a mobilidade humana, e estão presentes em aeronaves, navios, carros, ônibus, caminhões, locomotivas e também são usados na geração de energia elétrica.

No cenário das competições automobilísticas os MCI são fundamentais para o sucesso, e essas competições movimentam muitas pessoas e dinheiro ao redor do mundo, indo desde níveis de alta performance como a Fórmula 1, passando por categorias intermediarias como a Stock Car e NASCAR e até os níveis mais simples como as Arrancadas.

O que há em comum entre essas categorias além da paixão pela velocidade, é a melhoria contínua nos motores, para que eles atinjam a potência desejada sem que ocorram falhas. As bielas são componentes importantes para esses segmentos, pois precisam ser planejadas para suportar as altas pressões oriundas da combustão. Além disso uma baixa massa inercial é desejada, para atenuar vibrações e diminuir as cargas nas articulações do motor.

Independentemente do tipo do motor, o sistema biela manivela é o mecanismo primário do funcionamento dos MCI. Nesse mecanismo, um pistão oscila para cima e para baixo ciclicamente em um cilindro, transmitindo energia para a manivela através de uma biela.

A biela é a peça responsável por transformar o movimento linear do pistão em movimento de rotação na manivela. Logo, é um componente do motor que é submetido a milhões de ciclos repetidos. Portanto, seu projeto deve ser rígido o suficiente para suportar as cargas envolvidas, e também deve ser leve o bastante para reduzir as forças de inércia. (AFZAL, 2004)

O projeto de bielas deve considerar as tensões axiais de tração, quando o pistão é puxado para baixo, as tensões axiais de compressão, durante a combustão e as tensões de flexão causadas pelos movimentos cíclicos.

Para encontrar estas forças de compressão e tração, desenvolve-se um estudo cinemático e dinâmico do mecanismo, para encontrar as acelerações correspondentes. Após, uma análise dinâmica possibilita encontrar as equações para o cálculo das forças, que mudam ciclicamente conforme o movimento do virabrequim.

Todos os cálculos e gráficos foram desenvolvidos no software *Excel*® e simulação virtual no software Siemens NX®.

#### 1.2 JUSTIFICATIVA

Nos motores de combustão interna de competição, a exigência de uma pressão de combustão cada vez maior é essencial para vencer, pois pressões elevadas aumentam o desempenho do motor. Para verificar a viabilidade das alterações de um motor é importante analisar as forças dinâmicas atuantes sobres os componentes, especialmente a biela do sistema biela-manivela.

Com isso, este trabalho considera a análise cinemática e dinâmica do mecanismo bielamanivela. Basicamente, o estudo analisa as forças atuantes sobre a biela e o efeito do aumento da pressão de combustão de um motor sobre o sistema biela-manivela.

Visando analisar o comportamento cinemático e dinâmico num ciclo operacional do motor foram desenvolvidas equações matemáticas, gráficos de forças e simulação virtual em software.

#### 1.3 OBJETIVOS

#### **1.3.1** Objetivo geral

O objetivo geral desse trabalho é realizar uma análise dinâmica das forças em uma biela de um motor de combustão interna.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

Do objetivo geral derivam-se os específicos como sendo:

- a) Elaborar os gráficos de forças dinâmicas de um motor;
- b) Simular movimento do sistema biela manivela em software de simulação;
- c) Comparar resultados teóricos com software de simulação;
- d) Simular as forças na biela como efeito do aumento da rotação no motor;
- e) Simular as forças na biela com aumento da pressão de combustão em 20 % .

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo destina-se a uma breve explicação, sobre o funcionamento dos motores de combustão interna. Também é apresentado todo equacionamento dinâmico para o desenvolvimento dos gráficos, e por último uma explanação sobre o a medição das curvas de pressão versus ângulo de virabrequim.

## 2.1 MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA

O sucesso na invenção dos MCI ocorreu no final dos anos 1860, e é considerada umas das maiores invenções da última década, especialmente na mobilidade humana. Eles estão presentes em muitas tecnologias comerciais, como por exemplo, o desenvolvimento e aprimoramento dos automóveis, caminhões aviões e trens. Sua ampla adoção resultou em um custo relativamente baixo, relação peso potência favorável, alta eficiência e características operacionais simples. (FERGUSON; KIRKPATRICK, 2016)

Existem modelos e classificações para as diferentes configurações de motores. Para Brunetti (2012), uma forma de classificar os motores alternativos de combustão interna é quanto a ignição. Existem dois tipos principais: os motores de ignição por faísca (MIF), e os motores de ignição espontânea (MIE)

Os MIF admitem a mistura ar combustível previamente dosada para dentro do cilindro através da válvula de admissão. Após ocorre a compressão com o movimento do pistão do ponto morto inferior (PMI) para o ponto morto superior (PMF). Ao final da compressão uma vela emite uma faísca elétrica que em contato com a mistura ar combustível explode, impulsionando o pistão para baixo forçando o virabrequim a girar. (HEYWOOD, 1988)

Já os MIE admitem apenas ar, que é comprimido pelo pistão da mesma forma que os MIF. Na sequência é injetado o combustível que reage espontaneamente com o oxigênio do ar alta temperatura e pressão, sem a necessidade de uma faísca. (BRUNETTI, 2012)

Durante cada revolução do virabrequim, ocorrem dois cursos do pistão. Tanto nos motores de ignição por faísca quanto nos motores de ignição espontânea, podem ter a característica de operar a 2 ou 4 tempos do pistão. (STONE,1999).

#### 2.2 MOTORES 4 TEMPOS

Para Ferguston e Kirkpatrick (2016), os motores ciclo otto e ciclo diesel 4 tempos seguem a seguinte sequência de fenômenos.

- No período da admissão, a mistura ar combustível nos MIF e apenas ar nos MIE, é puxada para dentro do cilindro através da válvula de admissão.
- No período de compressão, as válvulas se fecham, o pistão sobe comprimindo o fluido e aumentando a temperatura. Ao final uma faísca é acionada para os MIF, e combustível é pulverizado para dentro do cilindro nos MIE.
- No período de expansão ou de potência, o pistão é empurrado para baixo pela força resultante da combustão.
- No período de exaustão, os gases queimados são empurrados para fora pela válvula de escape.

A Figura 1 ilustra os 4 tempos dos motores ciclo Otto:



Figura 1:Ciclo de um Motor 4 Tempos

Nos MIF ar é admitido e misturado ao combustível em um carburador ou em um sistema de injeção de combustível. Entre 10 e 40 graus antes do PMS uma descarga elétrica, gerada pela alta tensão da bobina ligada a vela, inicia a combustão. Uma frente de chama se

Fonte:Norton(2016)

propaga pela mistura aumentando a temperatura e pressão na câmara de compressão. Esse processo varia de acordo com o projeto e a operação do motor durando aproximadamente 40 a 60 graus. (HEYWOOD, 1988)

Já nos MIE o ar é admitido sozinho para dentro do cilindro, e o combustível é injetado um pouco antes do processo de combustão iniciar. Os motores Diesel costumam ter taxas de compressão bem elevadas, em comparação aos MIF, podendo variar de 12 a 24. Durante a compressão o ar chega por volta de 4MPa a 800 K, e aproximadamente 20° antes do PMS o combustível é injetado. (HEYWOOD, 1988)

Então o jato de combustível líquido evapora e se mistura ao ar que está acima da temperatura e pressão de auto ignição do combustível, logo com um atraso a combustão dispara uma chama difusiva de forma espontânea. (HEYWOOD, 1988)

## 2.3 CINEMÁTICA E DINÂMICA DO SISTEMA BIELA MANIVELA

A cinemática dos MCI, parte de um movimento de translação alternativo do pistão que gera um movimento rotativo na manivela, por meio de bielas. Para que se desenvolva os gráficos de força na biela, é preciso desenvolver as equações genéricas, que modelam o movimento em todos os ângulos do virabrequim.

#### 2.3.1 Cinemática

Define-se *r* como sendo o raio da manivela [m], *l* o comprimento da biela [m],  $\theta$  o ângulo da manivela [°] partindo a referência do pistão no ponto morto superior (PMS) e por fim  $\phi$  o ângulo de inclinação da biela [°]. A Figura 2 representa o mecanismo do motor esquematicamente. (BRUNETTI, 2012)

Também se adota o ponto **A**, como sendo a junção entre a biela e a manivela, o ponto **B** a junção entre a biela e o pistão, e o ponto **O**, o centro de giro do virabrequim. Admite-se como sendo 1 o bloco do motor, 2 a manivela, 3 a biela e 4 o pistão.

Figura 2:Mecanismo biela manivela



Fonte: O Autor

De acordo com Norton (2016), o deslocamento do pistão ocorre apenas na direção do eixo Y. Dessa forma é possível estabelecer a seguinte Equação (1) para x [m]:

$$x = r \cos \theta + l \cos \phi \tag{1}$$

Da relação trigonométrica do mecanismo obtém-se a Equação (2), que pode ser manipulada até chegar à Equação (3):

$$r \operatorname{sen} \theta = l \operatorname{sen} \phi \tag{2}$$

$$\cos\phi = \sqrt{1 - (\frac{r}{l} \sin\theta)^2} \tag{3}$$

Substituindo a Equação (3) em (1), obtém-se o deslocamento do ponto B:

$$rB = r.\cos\theta + l.\sqrt{1 - (\frac{r}{l}\sin\theta)^2}$$
(4)

Para a análise desse sistema, foi considerado que a manivela está a uma velocidade angular ω [rad/s]. A aceleração angular foi desprezada.

Norton (2016) sugere uma simplificação da Equação (4), utilizando o teorema binomial de Newton, Equação (5). Essa simplificação é útil para melhor visualizar a relação r/l, e também para facilitar a derivação, encontrando assim a velocidade vB [m/s], e a aceleração do pistão aB [m/s<sup>2</sup>], conforme Equações (6) e (7):

$$rB \cong l - \frac{r^2}{4l} + r(\cos\theta + \frac{r}{4l}\cos 2\theta)$$
(5)

$$vB \cong -r\omega(\operatorname{sen}\theta + \frac{r}{2l}\operatorname{sen}2\theta)$$
 (6)

$$aB \cong -r\omega^2(\cos\theta + \frac{r}{l}\cos 2\theta) \tag{7}$$

Para Norton (2016) é vantajoso o uso dessas equações, pois não são extensas e permitem uma boa precisão.

O ponto **A**, desloca-se tanto em x quanto em y, portanto seu deslocamento tem duas componentes. Essas componentes podem ser expressas segundo a Equação (8), onde rA é dado em metros:

$$rA = r \sin \theta i + r \cos \theta j \tag{8}$$

Ao derivarmos a Equação (8), em função do tempo, obtemos a velocidade da junção biela virabrequim, Equação (9). Como considera-se a aceleração angular nula, a componente tangencial da aceleração do ponto A é nula, logo a derivada segunda da Equação (8) em função do tempo resulta na aceleração, Equação (10). (NORTON, 2016)

$$vA = r\omega.\cos\theta i - r\omega.\sin\theta j \tag{9}$$

$$aA = -r\omega^2 \cdot \sin\theta i - r\omega^2 \cdot \cos\theta j \tag{10}$$

Onde:

vA é a velocidade do ponto A [m/s]aA é aceleração do ponto A [m/s<sup>2</sup>]

#### 2.3.2 Dinâmica

Para o estudo do comportamento dinâmico do motor, utiliza-se o método da superposição. Esse método faz a separação das forças envolvidas. Primeiramente, analisa-se as

forças oriundas da explosão do combustível no cilindro. Após as forças que se originam da inércia dos componentes e ao final, junta-se as forças de pressão com as forças de inércia. (NORTON, 2016)

## 2.3.2.1 Forças de Pressão

Para o cálculo das forças de pressão, considera-se a variação da pressão com o ângulo do virabrequim, conforme a Figura 3. A obtenção dessa forma de diagrama será discutida posteriormente. (BRUNETTI, 2012)

A força que a explosão causa no pistão é calculada através da Equação (11) em Newtons, onde D é o diâmetro do cilindro [mm] e P é a pressão no cilindro em função do ângulo do virabrequim [MPa]:

$$Fg = P.\frac{\pi D^2}{4} \tag{11}$$



#### Figura 3:Diagrama de pressão no cilindro

A força de pressão é transmitida para a biela no mesmo sentido do deslocamento do pistão, dessa forma ela é descomposta no ângulo de inclinação da biela, que varia conforme o movimento de giro do virabrequim. A Figura 4 representa o diagrama de corpo livre do pistão e da biela.

Fonte: Brunetti (2012)

19

Dessa forma obtemos:

$$Fg34 = -\frac{Fg}{\cos\phi} \tag{12}$$

$$Fg43 = -F34 \tag{13}$$

$$Fg23 = -F34 = F34 \tag{14}$$

Onde:

Fg34 é a força que a biela realiza no pistão [N];

Fg43 é a força que o pistão realiza na biela [N];

*Fg23* é a força que a manivela realiza na biela [N].

As componentes da força de pressão na biela em suas componentes X e Y:

$$Fg23x = -Fg.\tan\phi\tag{15}$$

$$Fg23y = -Fg \tag{16}$$

$$Fg43y = -Fg \tag{17}$$

$$Fg43x = -Fg.\tan\phi\tag{18}$$



Figura 4:Diagrama de corpo livre biela e pistão

Fonte: Adaptado Norton (2016)

#### 2.3.2.2 Forças de Inércia

Para a análise das forças inerciais no mecanismo, utiliza-se o método das massas equivalentes. Esse método embora possua um pequeno erro devido as aproximações, representa bem a biela nos MCI (MABIE, 1980)

O modelo de massas equivalente consiste em modelar a biela como duas massas concentradas, uma no ponto A e a outra no ponto B. Dessa forma a massa do ponto A possui apenas um movimento rotatório, juntamente com a manivela, enquanto a massa do ponto B está sujeita apenas a um movimento translativo, junto com o pistão (NORTON, 2016).

Para Mabie (1980), a equivalência da substituição de uma biela para duas massas pontuais, pode ser feita utilizando as Equações (19) e (20), levando-se em consideração a posição do centro de gravidade da biela e a massa total da biela.

$$m3B = m3\frac{la}{la+lb} \tag{19}$$

$$m3A = m3\frac{lb}{la+lb} \tag{20}$$

Onde:

*m3B* é a massa alternativa da biela [kg];

*m3A* é a massa rotativa da biela [kg];

*m3* é a massa da biela [kg];

la é a distância do Cg da biela até o ponto A [mm]

*lb* é a distância do Cg da biela até o ponto B [mm]

Dessa forma, Norton (2016) define o sistema biela manivela como sendo apenas duas massas concentradas. Uma no ponto A que é a soma massa rotativa da biela e a massa da rotativa da manivela em kg, e a outra no ponto B, sendo a massa de translação da biela somada a massa do pistão em kg.

$$MB = m3B + m4 \tag{21}$$

$$MA = m3A + m2A \tag{22}$$

A Figura 5 ilustra a biela no modelo de massa equivalentes:

Figura 5:Sistema de massa equivalentes



Fonte: Adaptado Norton (2016)

Dessa maneira, segundo Bruneti (2012), a massa MB descreve apenas um movimento retilíneo, portanto pode-se definir as forças inerciais em B como sendo FBi [N]:

$$FBi = aB \cdot MB \tag{23}$$

Se considerarmos apenas as forças de inércia atuantes na biela então modifica-se a Equação (23), levando em conta apenas a massa do pistão, Equação (25). Essa modificação é feita para o cálculo da força na direção y, no entanto para a direção x utiliza-se a Equação (23), já que a massa m3b também contribui nessa direção. (NORTON, 2016)

$$Fi34 = -aB \cdot m4 \tag{24}$$

Portanto decompondo na direção X e Y:

$$Fi34x = -aB.(m3b + m4).\tan\Phi \tag{25}$$

$$Fi34y = -aB.\,m4\tag{26}$$

22

Onde F34i é a força de inércia que o pistão realiza na biela [N].

Já o ponto A, segundo Norton (2016) está em rotação pura, portanto, a força atuante é a força centrífuga e a força proveniente da inércia do ponto B. Assim sendo obtemos *FAi* [N]:

$$FAi = aA \cdot MA + aB \cdot MB \tag{27}$$

Substituindo a Equação (10) e separando em forças na direção x e forças na direção y:

$$FAix = -r\omega^2 \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot (m3A + m2A) - aB \cdot (m3b + m4) \cdot \tan \Phi$$
(28)

$$FAiy = r\omega^2 \cos\theta . (m3A + m2A) - aB. (m3b + m4)$$
<sup>(29)</sup>

Segundo Mabie (1980) é usual equilibrar a massa m2A no contrapeso da manivela, neutralizando dessa forma qualquer força proveniente da massa m2A. Portanto as Equações (28) e (29) modificadas expressam as forças no pino do virabrequim:

$$F43ix = -r\omega^2 \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot m3A - aB \cdot (m3b + m4) \cdot \tan\Phi$$
(30)

$$F43iy = r\omega^2 \cos\theta \cdot m3A - aB \cdot (m3b + m4)$$
(31)

#### 2.3.2.3 Força Total

Após a análise separada das forças de inércia e de pressão, sobrepõem-se ambas para o cálculo da força total. (BRUNETTI, 2012)

Para o elo de ligação entre a biela e o pistão soma-se as Equações de pressão (17) e (18) com as Equações de inércia (25) e (26):

$$Ft34x = [-Fg - aB.(m3b + m4)].\tan\Phi$$
(32)

$$Ft34y = -Fg - aB.(m3b + m4)$$
 (33)

E para a ligação entre a biela e o virabrequim, soma-se as equações de pressão (15) e (16), com as Equações de inércia (30) e (31):

$$Ft23x = -r\omega^2 \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot m3A - [aB \cdot (m3b + m4) + Fg] \cdot \tan\phi$$
(34)

$$Ft23y = r\omega^2 \cos\theta \cdot m3A - aB \cdot (m3b + m4) - Fg$$
(35)

## 2.4 CURVA P -V

Durante o funcionamento dos MCI, o fluido ativo sofre variações de pressão, volume e temperatura decorrentes da explosão. Essa variação de pressão pode ser medida e mostrada em um diagrama p-V (pressão x volume). (BRUNETTI, 2012)

Para Stone (1999), uma das formas mais simples de realizar essa forma de mediação é através dos indicadores mecânicos de pressão. Nesses indicadores um pedaço de papel é fixado a um tambor, que por sua vez gira mantendo uma relação com o deslocamento do pistão. Um sistema de êmbolo pressionado por uma mola está conectado ao cilindro do motor. A variação desse êmbolo aciona um traçador gráfico que faz a marcação no tambor, Figura 6.

Devido aos efeitos de inercia das partes moveis, atrito e folgas, os indicadores mecânicos somente podem ser usados para baixas rotações, cerca de 600 rpm. Além disso esses marcadores não possuem precisão suficiente para detectar a variação de pressão durante a admissão e o escape. (STONE,1999)



Figura 6: Indicador de pressão mecânico

Fonte: Adaptado Stone (1999)

Outra forma de medir a pressão no cilindro é através de sistemas com indicadores elétricos. Esse sistema conta com um elemento cristalino, semelhante ao quartzo, que possui a propriedade de emitir sinais elétricos, conforme a variação da pressão em que está submetida. Esses são os indicadores piezoelétricos. (GIACOSA, 1970)

Os sinais elétricos emitidos pelo sensor piezoelétrico são amplificados e transformados em tensão, sendo transmitido para um osciloscópio, onde um dos eixos é convertido em pressão. Junto a isso, é feita a medição da posição da manivela, que pode ser convertida em volume do cilindro, através da relação entre a posição do pistão e o ângulo da manivela. A Figura 7 representa esquematicamente essa forma de medição. (STONE,1999)



Figura 7: Indicador Piezoelétrico

Fonte: Adaptado Stone (1999)

A curva da pressão em função do volume, é comumente escrita com os eixos na escala logarítmica. Nessa escala processo de expansão e compressão se comportam semelhante á uma reta aonde a inclinação da reta é o coeficiente politrópico, conforme mostrado na Figura 8. (ERIKSSON, 2002)





Fonte: Adaptado Heywood (1988)

#### **3 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO**

Com o objetivo de encontrar as forças que agem em uma biela de MCI, foi desenvolvida uma planilha de cálculos no *Excel*® e simulação dinâmica realizada no software *SiemensNX*®.

## 3.1 METODOLOGIA

Buscando o desenvolvimento de uma sequência de cálculos, para encontrar os esforços que agem em uma biela de um motor de combustão interna, foi montada uma planilha no software *Excel*®. Os resultados dos cálculos são comparados com os resultados com uma simulação feita no software *NX*®. Esses resultados vão permitir uma maior assertividade no dimensionamento das bielas. Na Figura 9 está descrito o como o estudo foi desenvolvido.





Fonte: O Autor (2023)

Primeiramente considerou-se as equações que modelam a dinâmica do movimento da biela durante o funcionamento do motor. Com essas equações monta-se uma planilha de cálculos no software *Excel*®.

Após interpola-se a curva de pressão no cilindro do motor Agrale M-95W. Utilizou-se essa curva como dado de entrada tanto para a planilha quanto para a simulação virtual. Também são extraídos todos os dados de entrada relevantes, como informações geométricas e de massa dos componentes do motor.

Com essas informações, modelou-se as peças da simulação do software *NX*® e utilizando o ambiente de simulações dinâmicas desenvolveu-se a simulação virtual do mecanismo. O software permite plotar curvas de força oriunda da pressão no cilindro. Por fim analisa-se os gráficos da planilha e do *SiemensNX*®.

# 3.2 PARÂMETROS DO MOTOR

O motor base é um Agrale M-95W. Na Tabela 1 está descrito as principais medidas e parâmetros:

Tabela 1: Parametros do Motor	
Potencia em Curva Nf	12,8 KW a 3000 rpm
Número de Cilindros	1
Entre Centros da Biela	168 mm
Curso do Pistão	105 mm
Diâmetro do Cilindro	95 mm
Massa do Conjunto Anéis, Pino e Pistão	950 g
Massa da Biela	1,2 kg
Deslocamento Volumétrico	744 cm <sup>3</sup>
Taxa de Compressão	21:1
Posição do Centro de Massa da Biela	34 mm

Tabela 1: Parâmetros do Motor

Fonte: Adaptado de LINTEC (2020)

#### 3.2 CURVA DE PRESSÃO DO MOTOR

Para realizar as simulações, a curva de pressão do motor foi obtida do fabricante em forma de tabela, para ser introduzida na planilha de cálculos no *Excel*® e na simulação virtual no *NX*®.

Para tal, faz-se uso do *plotdigitizer*®, uma ferramenta online que permite ao usuário extrair de uma imagem dados numéricos na forma de tabelas. O aplicativo funciona de maneira simples:

- 1. Primeiramente importa-se a imagem para dentro da interface;
- Após seleciona-se os extremos dos eixos das ordenadas e das abcissas com o mouse informando ao aplicativo os seus respectivos valores;
- Então com o mouse novamente plota-se pontos na imagem em cima da curva q deseja-se interpolar;
- 4. Por fim, o aplicativo disponibiliza uma tabela com os valores X e Y plotados no gráfico.

Na Figura 10 é mostrado uma imagem da interface do *plotdigitizer*® com os pontos capturados durante o processo de interpolação:



### Figura 10:Interface Plotodigitalizer

Foram gerados 96 pontos e considerou-se o eixo X variando de -180° a 180° de ângulo do virabrequim. Essa suposição parte do fato de a curva de pressão fornecida apresenta um comportamento do período de compressão e expansão. A pressão máxima obtida é de 89bar e

Fonte: O Autor (2024)

a curva utilizada para interpolação é com o motor a 3000rpm. A Figura 11 mostra a plotagem dos pontos em um gráfico gerado no software Excel® e no Anexo (1) encontra-se a tabela gerada no *plotdigitizer*®.



Figura 11:Curva Pressão x Ângulo

# 3.3 ELABORAÇÃO DE PLANILHA DE CÁLCULOS

A planilha de cálculos foi elaborada através do software *Excel*®. As equações encontradas no capítulo 2 são dispostas na planilha de forma a calcular a força nos elos da biela para cada grau de giro da manivela, permitindo assim a plotagem dos gráficos de forças.

O ângulo do virabrequim ( $\theta$ ) varia a cada 1º no intervalo de -360º a 360º. Da Tabela 1 extrai-se os valores para os cálculos cinemáticos, onde:

r = 52.5mm - metade do curso do pistão

l = 168mm - entre centros da biela

 $\omega = 3000$ rpm – velocidade angular de estudo

Após, através das Equações (5), (6) e (7), obtém-se os gráficos cinemáticos, do deslocamento, velocidade e aceleração do pistão.

Para utilizar a curva interpolada da pressão no cilindro é necessário transforma-la em força atuante no pistão (Fg), que é calculada através da Equação (11). Para que as unidades sejam respeitadas a pressão que está em bar precisa ser convertida em MPa, com a Equação (36).

Fonte: O Autor (2024)

$$Fg = \frac{P}{10} \cdot \frac{\pi D^2}{4} [N]$$
(36)

No processo de admissão e expansão do motor, considera-se pressão = 0. Apesar de na prática isso não acontecer, as pressões nestes períodos são desprezíveis quando comparados com os valores de pressão máxima. A Figura 12 mostra a força devido à pressão, utilizada também na simulação virtual posteriormente.



Figura 12:Gráfico da força devido à pressão

As forças de inércia são calculadas considerando as massas equivalentes para o modelo dinâmico descrito no capítulo 2, através das Equações (19), (20), (21) e (22)

$$m3 = 1.2 \text{ Kg}$$

$$m4 = 0.95 \text{ Kg}$$

$$la = 34mm$$

$$lb = l - la = 168 - 34 = 134mm \tag{37}$$

$$m3A = 1.2 \frac{134}{34+134} = 0.957 Kg \tag{38}$$

$$m3B = 1.2\frac{^{34}}{^{34+134}} = 0.243Kg \tag{39}$$

 $MB = 0.243 + 0.95 = 1.193Kg \tag{40}$ 

$$MA = 0 + 0.957 = 0.957Kg \tag{41}$$

Fonte: O Autor (2024)

Com essas informações, através dos cálculos dinâmicos e obtém-se os gráficos de força que atuam tanto no moente, entre o virabrequim e a biela, quanto no alojamento do pino, entre a biela o pistão.

## 3.4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL NO SOFTWARE NX®

A simulação virtual proporciona a visualização do movimento mecânico e geração dos gráficos tanto cinemáticos quanto dinâmicos do movimento estudado. Para isso, segue-se o seguinte fluxo no software *NX*®:

- 1. Modelar os componentes do mecanismo;
- 2. Criar a montagem com os componentes;
- 3. Gerar uma simulação usando a extensão motion do NX®;
- 4. Fazer a ligação entre os componentes de acordo com o tipo e junta;
- 5. Rodar a simulação.

A modelagem dos componentes do motor foi realizada através da representação simplificada dos componentes do motor relativos à análise.

Para o pistão foi considerado o diâmetro de 95mm e a massa dele próprio mais anéis e pino totalizando 950g. A Figura 13 mostra o pistão utilizado na simulação seguido das informações dimensionais e de massa.



Figura 13: Modelo do Pistão

Fonte: O Autor (2024)

Já o modelo da biela precisa respeitar a medida entre centros de 168mm, além de possuir uma massa de 1,2Kg distribuída de forma a considerar o mesmo centro de gravidade da biela original, de 34mm do moente. Para tal, ajustou-se o alívio e o formato exterior da biela até que essas especificações fossem atingidas. A Figura 14 mostra a biela e as medidas obtidas no software.



Figura 14:Modelo da Biela

Fonte: O Autor (2024)

O modelo do virabrequim precisa apenas conter a forma necessária para gerar o curso do pistão de 105mm, pois não entra nos cálculos dinâmicos propostos. É necessário também um modelo simples do bloco, para q se monte todos os componentes nas posições corretas. A Figura 15 mostra o modelo do bloco e do virabrequim utilizados.

Com a modelagem dos componentes feita, é possível fazer a montagem dos mesmos e iniciar a simulação na extensão *moution* do *SiemensNX*®. Essa ferramenta é similar a outros softwares de simulações dinâmicas como o *Adams*® por exemplo.

A preparação do modelo de simulação foi realizada considerando os *links* da montagem, que nada mais são do que os componentes que realizam alguma forma de movimento. Tem-se

o *link* 1, *link* 2, *link* 3, *link* 4, respectivamente o bloco do motor, o virabrequim, a biela e o pistão.





Após a criação das conexões configurou-se as juntas (*joints*), responsáveis por informar qual o tipo de ligação que cada componente. O sistema estudado possui 5 juntas:

- Junta 1: Junta fixa, componente bloco do motor (*link* 1)
- Junta 2: Junta rotacional, entre o virabrequim (*link* 2) e o bloco do motor (*link* 1)
- Junta 3: Junta rotacional, entre o virabrequim (*link* 2) e a biela (*link* 2)
- Junta 4: Junta rotacional, entre a biela (*link* 3) e o pistão (*link* 3)
- Junta 5: Junta deslizante, entre o pistão (*link* 4) e o bloco do motor (*link* 1)
   A Figura 16 mostra esquematicamente o sistema de juntas e *links*:



Figura 16:Juntas e Links do Sistema

Fonte: O Autor (2024)

Fonte: O Autor (2024)

Por fim é adicionado uma força externa ao pistão, link 4, força essa oriunda da combustão. O gráfico da Figura 12 foi importado para o software na forma de tabela, invertendo sinal pois a força atua no sentido negativo do eixo Z da simulação. A Figura 17 mostra sua prévisualização no software.



Figura 17:Importação Fg SiemensNx

Fonte: O Autor (2024)

## 4 ANÁLISES E RESULTADOS

A seguir está descrito os resultados dos gráficos das forças gerados em ambas as simulações e as comparações para validação da planilha de cálculos. Esses gráficos estão todos em função do ângulo do virabrequim do motor em graus.

## 4.1 GRÁFICOS GERADOS PELAS SIMULAÇÕES

Como dado de saída inicial na planilha de cálculo gerou-se os gráficos cinemáticos de posição, velocidade e aceleração do pistão. Pode-se observar esses resultados nas Figuras 18, 19 e 20.



Figura 18: Posição do Pistão

Fonte: O Autor (2024)





Fonte: O Autor (2024)

Figura 20: Aceleração do Pistão



Fonte: O Autor (2024)

Um dado importante que se pode perceber nos gráficos cinemáticos, é que a aceleração do pistão sofre um pico no PMS, e nesse momento a sua velocidade é 0. Observou-se também que a aceleração no PMS é cerca de 2 vezes maior do que a aceleração no PMI.

A Figura 21 mostra os resultados obtidos para o elo entre a biela e o pino do pistão a partir das equações 32 e 33 sobrepondo os gráficos na direção X e na direção Y. Da mesma maneira a Figura 22 mostra o gráfico das forças na junção entre a biela e o virabrequim.



Figura 21:Força no Pino do Pistão

Fonte: O Autor (2024)

A força máxima em y da Figura 21 é de 56729N e ocorre a 9° do PMS, já a força máxima em y da Figura 22 é de 50215N e também ocorre a 9 ° do PMS.





Para a validação desses resultados gerou-se os mesmos gráficos no software *Siemens NX*®, Figura 23 e Figura 24. Ao compararmos as forças obtidas nas duas simulações notou-se uma boa equivalência.





Fonte: O Autor (2024)

Fonte: O Autor (2024)



Figura 24:Simulação Virtual Pino do Virabrequim

Fonte: O Autor (2024)

Nos gráficos gerados na simulação virtual a força máxima em y no pino do pistão, (Figura 23) é de 56753N, e a força máxima em y do pino do virabrequim (Figura 24), encontrouse 50213N. Ambas ocorreram em 9° após o PMS.

## 4.2 SIMULAÇÃO COM AUMENTO DE ROTAÇÃO

Com a planilha desenvolvida gerou-se os gráficos das forças para rotações mais elevadas, para observar qual o impacto do aumento da rotação na biela. Os resultados para o elo entre a biela e o virabrequim para 3500rpm e 4000rpm foram plotados na Figura 25 e 26.

Essa simulação utilizou o mesmo gráfico de pressão das simulações anteriores, no entanto em um caso real, a curva de pressão do motor também varia com o aumento de rotação. Portanto os resultados obtidos podem se afastar da realidade, mesmo assim, são úteis para visualização dos efeitos das forças na biela.

Com o aumento da rotação observou-se o aumento das forças de inércia, que podem ser observadas nas duas extremidades dos gráficos, onde a pressão de combustão é 0. A Tabela 2 evidencia esse aumento, e nota-se que ao aumentarmos em 33% a rotação, a força máxima de inércia aumenta 78%.

Força Máxima de Inércia (N)
13072
17792
23239

Tabela 2: Rotação x Força de Inércia

Fonte: O Autor (2024)



Figura 25: Força no Virabrequim (3500rpm)



# Figura 26:Força no Virabrequim (4000rpm)

Fonte: O Autor (2024)

#### 4.3 SIMULAÇÃO COM AUMENTO DE PRESSÃO

Outra analise que a planilha possibilitou é qual a relação entre o aumento da pressão no cilindro do motor e as forças na biela. Aumentou-se o a pressão em 20%, gráfico da Figura 11, e recalculou-se as forças na biela com essa nova situação, a Figura 27 e a Figura 28 mostram os resultados das forças na direção Y da simulação feita anteriormente com a simulação após o aumento da pressão.



Figura 27: Força no Pino do Virabrequim (Pressão 20% Maior)

Fonte: O Autor (2024)



Figura 28: Força no Pino do Pistão (Pressão 20% Maior)

Fonte: O Autor (2024)

A força máxima no pino do pistão aumentou para 69339N, um aumento de 22%, enquanto a força máxima no pino do virabrequim passou a ser 62825N, gerando um aumento de 25%. De maneira geral o que se observa é um aumento proporcional ao aumento da pressão, no entanto o pino do virabrequim, sofreu um aumento maior quando comparado com o aumento do pino do pistão.

### 5 CONCLUSÃO

O objetivo principal desse trabalho foi o equacionamento matemático e a elaboração de uma planilha de cálculos para obter as forças que atuam em uma biela de um motor a combustão interna, tendo como validação desta planilha a simulação virtual no software *Siemens NX*®.

Os gráficos gerados na simulação virtual e na planilha de cálculos mostraram resultados muito próximos, com diferenças percentuais inferiores a 1%, tanto em força máxima quanto em relação ao ângulo em que ela ocorre.

Além das semelhanças das forças máximas que são resultados principalmente da combustão, houve também semelhança nas posições angulares de -360° a -180° e de 180° a 360° das simulações, aonde as únicas forças atuantes foram as forças de inércia. Portanto o equacionamento foi consolidado na simulação e validado na planilha.

Constatou-se também que o momento de maior força encontrada é em torno dos 9° de ângulo do virabrequim o que corresponde com o ângulo de máxima pressão de combustão obtida por medição experimental. Outra questão importante é que as forças de inércia na biela tiveram pouca relevância no caso do motor estudado, isso ocorre por que a simulação foi realizada em 3000 rpm. Com isso, analisou-se os resultados com 3500 e 4000 rpm.

Conclui-se que em altas rotações, as forças de inércia se projetam de maneira significante na biela, tendo em vista que o aumento de 33% na rotação gerou um aumento de 78% na força máxima de inércia, chegando a uma força em módulo aproximadamente metade da força máxima de combustão.

Rotações mais elevadas são comuns em motores de alta performance, logo considerar as força de inércia no projeto da biela é de suma importância principalmente para o dimensionamento dos parafusos que unem as duas partes do mancal que compõem a biela.

Por fim, analisou-se o comportamento das forças quando a pressão de combustão do motor é aumentada em 20%. Notou-se que com essa alteração, as forças no pino do pistão aumentaram 22%, praticamente o mesmo aumento da pressão no cilindro. Já no pino do virabrequim o aumento foi mais significativo, chegando a 25%.

Com o objetivo de melhorar o projeto de bielas, voltadas para o segmento de motores de alto rendimento, futuros trabalhos podem utilizar a planilha desenvolvida para calcular as tensões que esse componente suporta, assim como sua vida em fadiga. Outra sugestão é a medição da pressão no cilindro de um motor preparado para competição, que utilize metanol como combustível, para dessa forma obter os resultados mais próximos da realidade.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

AFZAL, Adila. Fadigue and Life Predictions of Forged Steel and Powder Metal Connecting Rods. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – University of Toledo. Toledo. 2004

BRUNETTI, Franco. Motores de Combustão Interna. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. 1 v.

BRUNETTI, Franco. Motores de Combustão Interna. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. 2 v.

ERIKSSON, Lars. An Analytic Model for Cylinder Pressure in a For Strouke SI Engine. Linkoping University, 2002.

FERGUSON, Colin R.; KIRKPATRICK, Allan T. Internal Combustion Engines: applied thermoscinces. 3. ed. Colorado: Wiley, 2016.

GIACOSA, Dante. Motores Endotérmicos. 3. ed. Barcelona: Hoepli, 1970.

HEYWOOD, Jhon B. Inernal Combustion Engine Fundamentals. New York: McGraw-Hill,1988.

MABIE, Hamilton H.; OCVIRK, Fred.W. **Dinâmica das Máquinas**. 3. Ed. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos editora S.A, 1980.

NORTON, Robert L.Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos. Porto Alegre: McGraw-Hill,2010.

SILVA, Rafael A. da. Modelagem e Simulação do Mecanismo Biela Manivela e Análise Estrutural de Biela Automotiva. 2013. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal Paulista. São Paulo. STONE, Richard. Introduction to Internal Combustion Engines. 3. Ed. London: Macmillan Press, 1999.

# ANEXO 1 – TABELA DE INTERPOLAÇÃO DO PLOTDIGITALIZER

Ângulo do Virabrequim [°]	Pressão [bar]
-180.00	0.51
-177.21	0.51
-171.63	0.51
-166.05	1.01
-161.16	1.01
-156.28	1.01
-150.70	1.52
-145.12	2.02
-139.53	2.02
-133.95	2.52
-129.07	2.52
-124.19	3.02
-118.60	3.53
-113.72	4.03
-108.84	4.53
-103.95	5.03
-99.07	6.04
-94.19	7.04
-89.30	7.55
-84.42	8.55
-79.53	10.06
-75.35	11.57
-70.47	12.57
-65.58	14.58
-61.40	17.09
-57.21	19.10
-53.02	22.12
-48.84	24.13
-46.05	27.14
-41.86	30.16
-38.37	33.17
-34.88	36.19
-31.40	39.20
-29.30	42.22
-25.12	45.23
-20.93	48.25
-18.14	51.77
-16.05	55.79
-15.35	58.80
-14.65	62.82
-13.95	66.34
-13.26	69.35
-11.86	72.37
-10.47	75.38
-8.37	78.90
-6.98	81.41
-4.88	83.93
-2.79	86.44

Ângulo do Virabreguim [°]	Pressão [bar]
0.00	87.95
4.19	88.95
9.07	88.95
13.26	86.94
16.05	83.93
17.44	80.91
20.23	77.90
22.33	74.88
25.12	71.87
27.21	68.35
29.30	64.83
31.40	61.82
33.49	59.30
34.88	56.29
36.98	53.27
39.07	50.76
41.86	47.75
44.65	44.73
47.44	41.72
50.23	38.70
53.02	36.19
55.81	33.68
59.30	31.16
62.79	28.65
66.98	26.14
70.47	24.13
73.95	22.12
78.14	19.61
82.33	18.10
87.21	16.59
92.09	14.58
96.98	13.07
102.56	11.57
107.44	10.56
112.33	9.56
118.60	8.55
124.19	8.05
129.77	7.55
136.05	6.54
140.93	6.04
145.81	5.03
151.40	4.53
155.58	4.53
159.77	4.03
166.05	4.03
170.93	3.53
175.12	3.02
180.00	3.02