UCS - Universidade de Caxias do Sul

Produto Educacional

Guia Didático de Álgebra para o Ensino Fundamental

André Zucchinali

José Arthur Martins

Caxias do Sul/RS

AGOSTO DE 2024.

APRESENTAÇÃO

Produto Educacional resultande da Dissertação de mestrado de mesmo título de autoria do Professor André Zucchinali sob orientação do Prof. Dr. José Arthur Martins para obtenção do Grau de mestre pelo programa de mestrado profissional da Universidade de Caxias do Sul/RS.

Criado a partir de uma pesquisa desenvolvida no Curso de Mestrado Profissional do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UCS para reforço de habilidades relacionadas a ÁLGEBRA de Nível de Ensino Fundamental projetada partir do desempenho apresentado por uma turma 1º ano do Ensino Médio de uma Escola da rede estadual da mesma cidade a partir de dados obtidos pela Avaliação Diagnóstica de grande escala SAERS – 2021.

Ou seja, um material que tem por objetivo preparar estudantes recém ingressos no Ensino Médio, proporcionando-lhes a revisão sistemática de uma série de conteúdos de Álgebra do Ensino Fundamental.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Conforme justificativas e dados apresentados na dissertação de mestrado da qual esse Produto Educacional é parte integrante será apresentada uma sequência didática que tem por finalidade prioritária contribuir com a transição de estudantes que estão deixando o Ensino Fundamental e ingressando no Ensino Médio.

É de praxe já de alguns anos inclusive em instituições de Ensino Superior da área das Ciências Exatas principalmente (em cursos como Matemática, Engenharias, Arquitetura, entre outras graduações afins) a adoção de uma medida similar. Uma sequência didática que adquiriu uma roupagam de disciplina obrigatória que integra as grades curriculares desses cursos nas suas fases imediatamente iniciais com intuito em contribuir com a respectiva transição de seus recém ingressados estudantes normalmente oriundos do Ensino Médio, mas que também podem derivar de outros segmentos, ou que inclusive, estão há algum tempo sem estudar.

Observou-se que estes costumam apresentar dificuldades em conceitos matemáticos básicos, porém extremamente necessários para sua sequência no Ensino Superior, conhecimentos estes, que em tese já deveriam ter sido consolidados em níveis anteriores de sua trajetória estudantil mas que conforme dados apresentados na dissertação de mestrado da qual esse produto faz parte ainda não estavam no momento de seu acesso ao Ensino Superior e isso impactava negativamente na continuidade de seus estudos a nível superior.

Situação bastante parecida também se observa na transição dos estudantes do Ensino Fudamental para o Médio. E, conforme mencionado anteriormente a sequência didática proposta por esse Produto Educacional com o formato de um Guia Didático de Álgebra objetiva contribuir na transição desse público alvo.

A motivação em compô-lo basicamente por conteúdos matemáticos relacionados a área da álgebra, tem justificativa também parecida a motivação da composição das disciplinas introdutórias de Cálculo no Ensino Superior.

As disciplinas introdutórias e Cálculo no Ensino Superior, tem predomínio em sua composição de conteúdos em temas relacionados a Funções, justificadas pelo fato de que conforme dados encontrados na dissertação, são temas onde os estudantes apresentam maior defasagem e também são os mais necessários a serem consolidados por servirem de embasamento para as disciplinas que virão na sequência.

O presente Produto Educacional comporá a sua sequência didática com temas relacionados a Álgebra, em razão também justificada na dissertação com vasto lastro de referencial teórico, em função de ser um tema matemático onde os estudantes historicamente apresentam dificuldades, por sua importância como pré requisito para o Ensino Médio e ainda como fato validador importante dessa opção, dados atuais de resultados da prova SAERS do ano de 2021.

Logo, a medida adotada, têm por finalidade a recuperação ou pelo menos rever, revisitar conceitos e habilidades de um nível anterior de ensino aos quais os estudantes frequentam atualmente, por entender que estes, embora não sejam o foco de estudo de seus respectivos cursos, são pré requisitos importantes para o nível de ensino em que se encontram no momento.

Restringe-se portanto o escopo desse estudo a área da Matemática e suas Teconologias e aos conceitos matemáticos que têm apresentado um maior grau de defazagem que são justamente aqueles relacionados a Álgebra.

Através da utilização de dados do SAERS 2021 de uma Escola de Ensino Médio da cidade de Caxias do Sul/RS criou-se o Produto Educacional:

Um Guida Didático para reforço de habilidades relacionadas a ÁLGEBRA no nível de Ensino Fundamental.

A opção pelo tema: ÁLGEBRA

Diante dessas informações, o produto educacional desse trabalho viu justificativas para propor um Guia Didático de Álgebra com base em dados fornecidos pelo SAERS 2021. Uma vez que esses dados apresentaram que questões relacionadas ao descritor número 26 foram as que apresentaram piores índices de acerto.

O descritor número 26 trata do conteúdo de relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do primeiro grau que está diretamente ligado ao tema números e operações/Álgebra e Funções. que foi requisitado, por exemplo na questão número 36 da prova SAERS 2021, onde uma das turmas da escola pesquisada obteve o pior percentual de acertos (zero porcento).

A seguir a questão n.º 36 do SAERS 2021:

Quadro 1 – Questão 36

Questão 36

Taxa de acerto média **0%** Alternativa correta **E**

D26 Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.

36) (M100114ES) As raízes do polinômio $P(x) = 2x^2 - 2x - 40$ são 5 e – 4.
A expressão que representa esse polinômio na forma fatorada é

A) $P(x) = (x + 5) \cdot (x - 4)$
B) $P(x) = (x + 5) \cdot (x + 4)$
C) $P(x) = (x - 5) \cdot (x - 4)$
D) $P(x) = 2.(x + 5) \cdot (x - 4)$
E) $P(x) = 2.(x - 5) \cdot (x + 4)$

Fonte: SAERS 2021

Na sequência será apresentada uma solução comentada dessa questão que também poderá ser apresentada aos estudantes.

Solução comentada:

Quando falamos em raízes trata-se do valor onde esse polinômio corta o eixo x, logo precisamos igualá-lo a zero.

$$2x^2 - 2x - 40 = 0$$

Para utilizarmos a resolução por soma e produto o coeficiente a precisaria ser igual a 1, para isso poderíamos usar o princípio da equação e dividir os dois lados por 2.

$$\frac{2x^2 - 2x - 40}{2} = \frac{0}{2}$$

Obtendo:

$$x^2 - x - 20 = 0$$

Agora nessa equação equivalente podemos aplicar o método soma e produto:

$$(x' + x" = b)$$

$$(x' \cdot x" = c)$$

Os números combinados, são $4\ e - 5$. Observe:

$$4 + (-5) = -1$$

$$4 \cdot (-5) = -20$$

Substituindo os valore no modelo:

$$(x + a)(x + b)$$

Temos:

$$(x + (4))(x + (-5))$$

Como dividimos por 2 no início recolocamos o 2 no final

$$2 \cdot (x + 4) \cdot (x - 5) =$$

$$(2x + 8) \cdot (x - 5) =$$

$$2x^2 - 10x + 8x - 40 =$$

$$2x^2 - 2x - 40$$

Alternativa (E)

Além dessa, existiriam outras possibilidades resolutivas como por exemplo, testar as multiplicações entre os polinômios apresentados em cada uma das alternativas de resposta ofertadas pelo exercício e através do método de tentativa/erro e por eliminação, chegar a que corresponde a resposta correta. Fica a critério do professor como e qual abordagem irá utilizar.

Para que os alunos tenham subsídios suficientes para solucionar uma questão com essas exigências é necessário que eles dominem um determinado repertório de conteúdos algébricos de nível de Ensino Fundamental.

Diretamente seriam conteúdos relacionados a fatoração de polinômios, tema normalmente abordado no 9º ano do Ensino Fundamental, porém este por sua vez, também requer outros temas algébricos de natureza mais básica como pré requisito, ou seja, verifica-se aqui algo que na matemática é bastante comum: uma cadeia interminável de pré requisitos que faz com que se o aluno não tiver, pelo menos, um mínimo entendimento de noções básicas acerca de determinado assunto, isso lhe trará repercusão e reflexos negativos em momentos subsequentes quando para a compreensão de conteúdos mais complexos abordados futuramente, logo torna-se necessário esse embasamento básico consolidado em noções anteriores e elementares.

Por esta razão, achou-se conveniente que não se abordasse apenas temas algébricos do 9º ano do Ensino Fundamental que seriam os que diretamente se conectam com a supracitada questão, mas também temas indiretos (pré requisitos) que são abordados em anos anteriores.

A partir de agora será tratado mais especificamente do Guia Didático.

Guia Didático: metodologia

A ideia é que o Guia Didático seja administrado da forma mais dinâmica e objetiva do que seria uma aula normal. Com uma natureza mais prática e menos teórica possível. Constituído basicamente numa configuração mais informal, com uso de mapas mentais, sínteses e exercícios do que de conceitos rigidamente postos para os estudantes, uma vez que, é uma revisitada a conteúdos que em tese já foram apresentados no Ensino Fundamental.

O Produto Educacional proposto conforme já mencionado em seções anteriores deste estudo trata-se de um Guia Didátioc de Álgebra de Nível Fundamental. A ideia do estudo é planejar a sua metodologia em todas as suas etapas e nos seus mínimos detalhes, mas é claro, obviamente permitindo e facultando ao professor aplicador adaptações e alterações que julgue necessárias, ou seja, em outras palavras, permitir ao professor aplicador que ele "dê a sua cara" ao Guia, de acordo com as demandas específicas do seu público alvo, uma vez que, ele será o regente a ministrar a sequência didática sugerida para os seus alunos.

As supracitadas etapas mencionadas no parágrafo anterior ao qual o Produto Educacional se disporá a realizar dizem respeito a integralidade total de uma sequência didática etapas pré, durante e pós, desde a sugestão e opção e seleção de determinados conteúdos, seu ordenamento, acervo de exercícios, avaliações (diagnóstica, parciais e final), elaboração de material de apoio em PDF e em arquivo editável, que também poderá ser adaptada conforme conveniência do professor aplicador. Exemplos:

1) Apostila impressa entregue aos alunos de forma completa nos primeiros encontros na configuração de estudo dirigido com conceitos lacunados a serem preenchidos pelos estudantes durante as aulas ou a na configuração de uma Apostila tradicional, já completa e com os conceitos fechados.

2) Fracionar a Apostila e disponibilizar o material para os alunos de forma gradativa conforme as seções respectivas que serão abordadas a cada encontro.

3) Disponibilizar o material em meios digitais e ou virtuais conforme tendências tecnológicas.

A respeito das avaliações, a ideia é a mesma, o Guia disponibilizará documentos para tal, porém seu gerenciamento, aplicação ou não, periodicidade, meios e recursos utilizados, também ficarão a critério e conveniência do professor aplicador. Seguem algumas situações:

1) Tradicional, meio físico impressa e presencial em aula.
2) À distância: como tema/tarefa de casa.
3) Virtual presencial em sala de aula (laboratório de informática) ou à distância.

Em linhas gerais, apesar do Guia ter sua metodologia planejada em todos os seus níveis, ele preza e permite a sua flexibilização de acordo com a conveniência do aplicador e respeita e admite que diferentes públicos alvos apresentam características peculiaridades e especificidades que demandem eventuais alterações as quais caso necessárias não há ninguém mais apropriado do que a própria pessoa que irá colocá-lo em prática para fazê-las.

Outro ponto importante e válido a se mencionar no quesito flexibilização é que não é de hoje, mas já de algum tempo, recursos tecnológicos estão cada vez mais acessíveis e de certa forma também mudando e contribuindo para a educação, ofertando um sortimento de opções que antes não se tinha disponíveis. logo vias como e-mail, Google sala de aula, ambientes virtuais, softwares, plataformas ambientes digitais e virtuais dos mais variados, avas, moodle, Dropbox, nuvens, a popularização de smartphones são elementos a considerar quando se elabora um material desse tipo.

Então a opção por algo extremamente rígido e tradicional, engessado, inflexível vai na contramão de todas as tendências educacionais atuais. Portanto este não se trata de um pacote fechado, definitivo, mas sim um pacote inicial com muitas e irrestritas possibilidades de acordo com o professor que fará uso dele.

Sequência do Guia Didático de ÁLGEBRA

Estima-se que se o Guia for utilizado integralmente sejam necessários de 7 a 8 encontros para concluí-lo. Sugere-se a frequência de uma (01) vez por semana, sempre no mesmo dia da semana, afim de que se tornem encontros ordinários, ou seja, que se crie uma rotina, um padrão durante o período de realização do mesmo.

Os encontros terão a duração de 2 horas/aulas cada um. Ao final do estima-se uma carga horária total de 14 a 16 horas de duração.

Cada encontro abordará temas algébricos do ensino fundamental previamente definidos conforme material constante no Produto Educacional anexo. Em tese os estudantes começam a ter contato com a álgebra normalmente a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, começam a construir a ideia de incógnita, variável, expressões algébricas monômios e polinômios, operações entre eles, simplificações, fatorações e vão aprofundando seus conceitos com decorrer dos anos.

No início de cada encontro, será feita um teste objetivo, onde serão avaliados assuntos abordados no encontro anterior, sendo que no primeiro haverá um teste diagnóstico.

Sugere-se a seguinte sequência de sucessão dos módulos:

- ✓ Módulo 00 – Avaliação diagnóstica e apresentação/introdução ao minicurso ;
- ✓ Módulo 01 – Introdução a Álgebra Expressões, equações e expressões algébricas;
- ✓ Módulo 02 – Equações de 1º grau com duas incógnitas e sistemas 2x2.
- ✓ Módulo 03 – Equações de 2º grau;
- ✓ Módulo 04 - Monômios/Polinômios e operações;
- ✓ Módulo 05 – Fatoração de Polinômios/produtos notávais;
- ✓ Módulo 06 – Avaliação Final Conclusão e avaliação de resultados.
- ✓ Módulo Extra – Regra de 3 simples.

Módulo 00
Avaliação Diagnóstica

→ **Objetivo:** Aplicar avaliação diagnóstica com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é a verificação das concepções prévias dos estudantes acerca da álgebra de Ensino Fundamental. Em síntese ver em que nível de proficiência eles se encontram sobre o assunto, afim de que através das informações obtidas seja possível levantar dados úteis para a sequência do Minicurso.

X	*Mini Curso de Álgebra* Aluno (a): ________________________ N°: ________ Professor (a): ________________________ Ano: 1º - Turma: ______****AVALIAÇÃO MÓDULO 00**** - Data:_________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF07MA13 Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. EF07MA18RS-1 Identificar e reconhecer a importância da utilização das expressões algébricas e o significado das incógnitas para representar situações reais.

ATENÇÃO: pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras. Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - Qual o valor da expressão algébrica $\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$, para $a = 2, b = -5 \; e \; c = 2$?

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

❷ – Qual é o resultado da expressão abaixo?

$$(x + 2)(x - 2) + (2 + x)(2 - x) =$$

$a)$ $2x^2$

$b)$ $2x^2 - 8$

$c)$ 8

$d)$ 0

❸ - Uma das soluções da equação $3x - 4y = 7$ é o par ordenado:

$a)$ $(3, 1)$.

$b)$ $(2, 5)$.

$c)$ $(5, 2)$.

$d)$ $(4, 1)$.

$e)$ $(1, 4)$.

❹ – Qual é o par ordenado que resolve o sistema a seguir

$$\begin{cases} 2x + y = 60 \\ x + 6y = 250 \end{cases}$$

a) (1, 4)　　b) (2, 6)　　c) (40, 60)

d) (20, 30)　　e) (10, 40)

❺ - Carlos possui uma pequena estufa no quintal de sua casa, onde cultiva algumas espécies de plantas. Como as plantas devem ser submetidas à determinada temperatura, Carlos regula a temperatura com base na expressão algébrica:

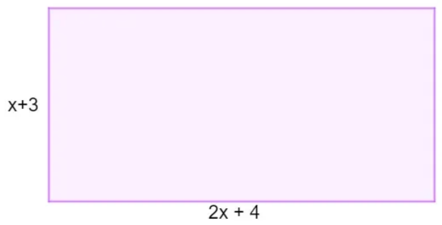
$$\frac{t^2}{4} - 2t + 12$$

Quando $t = 12\ h$, qual a temperatura atingida pela estufa?

a) 34 °C.
b) 24 °C.
c) 14 ° C.
d) 44 °C.

---

❻ - Analise o retângulo a seguir:



Qual é o polinômio que representa a área desse retângulo:

$a)\ 3x + 7$
$b)\ x^2 + 12$
$c)\ 2x^2 + 12$
$d)\ 2x^2 + 10x + 12$
$e)\ X^2 + 5x + 7$

---

❼ – Qual é a forma fatorada do produto entre os polinômios $x^2 + 14x + 49$ e $x^2 - 14x + 49$?

a) $(x + 7)^2 . (x - 7)^2$
b) $(x^2 + 14x + 49)\ .\ (x^2 - 14x + 49)$
c) $(x + 7) . (x - 7)^2$
d) $(x + 7)^2\ . x - 7^2$
e) $x + 7^2 . (x - 7)^2$

---

❽ - O triplo do sucessor de 12 é antecessor de:

a) 32. b) 34. c) 38. d) 39. e) 40.

---

❾ - Calcule o valor numérico da expressão

$$\frac{5x^3 - 2x^2 + 5}{x - 1}$$

$\boxed{\text{Para x=3}}$

a) 59.

b) 60.

c) 61.

d) 62.

e) 63.

---

❿ - As raízes do polinômio $P(x) = 2x^2 - 2x - 40$ são $5\ e - 4$. A expressão que representa esse polinômio na forma fatorada é:

$a)\ P(x) = (x + 5) \cdot (x - 4)$

$b)\ P(x) = (x + 5) \cdot (x + 4)$

$c)\ P(x) = (x - 5) \cdot (x - 4)$

$d)\ P(x) = 2 \cdot (x + 5) \cdot (x - 4)$

$e)\ P(x) = 2 \cdot (x - 5) \cdot (x + 4)$

→ Gabarito:

1 – C.	4 – E.	7 – A.	10 – E.
2 – D.	5 – B	8 – E.	
3 – C.	6 – D	9 – C.	

Módulo 01
Introdução a Álgebra, Equações e Expressões Algébricas.

→ **Objetivo:** Aplicar sequência didática que segue com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é revisitar noções elementares de álgebra de Ensino Fundamental, tais como: variável e incógnita. A partir daí, mostrar-lhes como esses conceitos estão ligados as Expressões Algébricas, Sequências Numéricas (em suas leis de formação) e ainda nas Equações (em suas incógnitas). Rever técnicas de como tratar situações matemáticas em que se verifica a necessidade de manipulações algébricas, como em formar uma sequência numérica através de uma Lei de formação, descobrir o valor numérico de uma determinada expressão através da atribuição de determinado valor a uma incógnita, bem como solucionar equações de natureza simples.

Ao final do módulo será apresentada uma sugestão de atividade avaliativa a ser aplicada aos estudantes.

Minicurso de Álgebra / Módulo 01	
Professor(a):	
Estudante:	Data: / /2023.

Assuntos: $\begin{cases} Introdução\ a\ álgebra; \\ Sequências; \\ Equações; \\ Equações\ equivalentes; \\ Equação\ de\ 1º\ grau; \end{cases}$

ÁLGEBRA

⇒ **Conceito**: é o ramo da matemática que generaliza a aritmética*. Nesse ramo conceitos já estudados serão testados e sua eficácia será comprovada para todos os números.

***Aritmética**: consiste no ramo da matemática que estuda as operações numéricas, ou seja, os cálculos (adição, subtração, multiplicação, divisão, etc.).

Nos estudos de álgebra letras serão utilizadas para representar números que tanto podem ter finalidade de **incógnitas** ou de **variáveis.**

$$\Rightarrow \begin{cases} \textbf{incógnitas}\text{: letras que por ora estão representando números ainda desconhecidos.} \\ \textbf{variáveis}\text{: letras que podem assumir o valor de qualquer número não nulo.} \end{cases}$$

Exemplos:

Consideremos as seguintes expressões:

$a)\ 2 + \{7 - [5 + 9 : (83 + 7) + 12] : 2\} =$ Expressão numérica

$b) 4x + [3y \cdot (2x + y) \cdot x] + 2y =$ Expressão algébrica

***Obs:**

1 – As expressões numéricas já sabemos resolver, pois temos todos os seus números aparentes, determinados.

2 – As algébricas, como a do exemplo dado, não são possíveis sem que se determine os valores das variáveis (letras x e y).

3- Valor numérico: é o resultado obtido quando trocamos/substituímos as letras da expressão, por números e efetuamos as operações indicadas.

<u>Expressões Algébricas</u>

São expressões matemáticas que apresentam números, letras e operações.

As expressões desse tipo são usadas com frequência em fórmulas e equações.

As letras que aparecem em uma expressão algébrica são chamadas de **variáveis** e representam um valor desconhecido.

Os números escritos na frente das letras são chamados de **coeficientes** e deverão ser multiplicados pelos valores atribuídos as letras.

Exemplos:

a) No caso da expressão do exemplo (b) qual seria o seu valor numérico se $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$$4x + [3y \cdot (2x + y) \cdot x] + 2y =$$

$$4.(1) + \left[3.(2) \cdot \left(2.(1) + (2)\right) \cdot (1)\right] + 2.(2) =$$

*quando temos um número seguido de uma letra, sem sinal algum entre eles, temos de fato ali uma multiplicação desse número por essa letra.

Solucionando:

$$4.(1) + \left[3.(2) \cdot \left(2.(1) + (2)\right) \cdot (1)\right] + 2.(2) =$$

$$4 + [6 \cdot (2 + 2) \cdot 1] + 4 =$$

$$4 + [6 \cdot 4 \cdot 1] + 4 =$$

$$4 + [24] + 4 =$$

$$32$$

b) No caso da expressão do exemplo (b) qual seria o seu valor numérico se invertêssemos os valores

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$4x + [3y \cdot (2x + y) \cdot x] + 2y =$$

$$4.(2) + \left[3.(1) \cdot \left(2.(2) + (1)\right) \cdot (2)\right] + 2.(1) =$$

$$8 + [3 \cdot (4 + 1) \cdot 2] + 2 =$$

$$8 + [3 \cdot 5 \cdot 2] + 2 =$$

$$8 + [30] + 2 =$$

$$40$$

***Obs:** nota-se que nesses casos conforme definimos diferentes valores para as letras, poderemos ter diferentes valores numéricos na expressão algébrica dada. Por isso nesse caso as letras são chamadas de variáveis.

****

EXERCÍCIOS

1 – Calcule o valor numérico das expressões:

$a)$ $3x + 5$ para $x = -6$

$b)\ a^2 - 2ab + b^2$ para $a = -5\ e\ b = 2$

2 – Determine o valor numérico de $5m + 2x$ para os seguintes casos:

$a)\ m = 2\ e\ x = 3$

$b)\ m = 4\ e\ x = -7$

$c)\ m = -4\ e\ x = 9$

$d)\ m = -1\ e\ x = -2$

$e)\ m = 8\ e\ x = -10$

$f)\ m = 3\ e\ x = \frac{1}{2}$

3 – Calcule $p(p-1)(p-2)$ para $p = 5$.

4 – Calcule o valor numérico das expressões algébricas

a) $x^2 - 5x + 8$ para $x = 2$

b) $x^2 - 5x + 8$ para $x = -2$

c) $x^2 + 2xy$ para $x = -4$ e $y = 0$

d) $x^2 + 2xy$ para $x = -2$ e $y = 3$

5 – Se $d = \frac{n(n-3)}{2}$, calcule o valor de d para $n = 15$.

6 – Calcule o valor numérico das expressões algébricas:

a) $\dfrac{5a-m}{a^2-3m^2}$ para $a=4$ e $m=1$

b) $\dfrac{a+b+c}{5}$ para $a=-3$, $b=-9$ e $c=-8$

c) $\dfrac{a^2+b^3}{b-a}$ para $a=-8$ e $b=-4$

7 – Calcule o valor numérico de $\dfrac{x+y}{1+xy}$ para $x=\dfrac{1}{2}$ e $y=\dfrac{1}{4}$.

8 – Calcule o valor numérico de $\dfrac{3x^2-\sqrt{y}}{5-x}$ para $x=-2$ e $y=16$.

9 – Calcule o valor numérico de $\dfrac{5am}{a+\sqrt{m}}$ para $a=-2$ e $m=25$.

10 – Existe o valor numérico da expressão $\dfrac{5x}{x-y}$ para $x=2$ e $y=2$? Por quê?

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1 – Qual o valor numérico da expressão $x^6 - m^4$ para $x = -1$ e $m = -2$?

2 – Sendo $a = 10$, $x = 2$ e $y = 1$, qual será o valor da expressão $a^3 - 3a^2x^2y^2$?

3 – O valor numérico da expressão $p(p-a)(p-b)(p-c)$ para $p = 5$, $a = 1$, $b = 2$ e $c = 3$ é?

4 – Se $A = x^2 + \frac{1}{5}$, qual o valor de A para $x = \frac{2}{5}$?

5 – Qual o valor da expressão $\frac{a+b}{ab}$ para $a = \frac{1}{3}$ e $b = \frac{2}{5}$?

6 – Qual o valor numérico da expressão $\frac{x^2 - 4}{x+2} + \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$, para $x = 4$?

7 – Qual o valor numérico da expressão $\frac{3a - b}{1 - a}$ para $a = -1$ e $b = 3$?

8 – Sendo $A = 2$, $B = -1$ e $C = 3$, qual é o valor numérico da expressão $\frac{A^2 - 5B}{C}$?

9 – O valor da expressão $\frac{a+b}{1-ab}$ para $a = 1$ e $b = -2$?

<u>**Desafio:**</u> **10 – Seja a expressão $\frac{7a}{a-2}$, qual é o valor que a não pode assumir**

Gabarito:

1 $a) -13.$ $b)$ 49. 2 $a)$ 16. $b)$ 6. $c) -2.$ $d) -9.$ $e)$ 20. $f)$ 16. 3) 60. 4 a) 2. b) 22. c) 16. d) -8. 5) d=90.

6 $a)$ $^{19}/_{13}$. $b) -4.$ $c)$ 0. 7) $^{2}/_{3}$. 8) $^{8}/_{7}$. 9) $^{-250}/_{3}$. 10) *Não, pois assim anularemos o denominador.*

Exercícios complementares:

1) $-15.$ 2) $-200.$ 3) 120. 4) $A = {}^{9}/_{25}$. 5) $^{11}/_{2}$. 6) 4. 7) $-3.$ 8) 3. 9) $-{}^{1}/_{3}$. 10) $a = 2.$

<u>Números representados por letras</u>

Em algumas situações, você teve a oportunidade de trabalhar com expressões matemáticas.

Observe essas expressões escritas na linguagem comum e na linguagem simbólica matemática ou linguagem algébrica "matematiquês".

$a)\ O\ dobro\ de\ cinco\ \Rightarrow 2 \cdot 5$

$b)\ O\ triplo\ de\ quatro\ mais\ um\ \Rightarrow 3 \cdot 4 + 1$

$c)\ O\ quadrado\ de\ oito\ adicionado\ a\ metade\ de\ vinte\ \Rightarrow (8)^2 + \dfrac{20}{2}$

Quando falamos de um número qualquer podemos usar uma letra para representa-lo. Observe:

$a)\ O\ dobro\ de\ um\ número\ \Rightarrow 2 \cdot x$

$b)\ O\ triplo\ de\ quatro\ mais\ um\ \Rightarrow 3 \cdot x + 1$

$c)\ O\ quadrado\ de\ um\ número\ adicionado\ a\ metade\ de\ desse\ número\ \Rightarrow (x)^2 + \dfrac{x}{2}$

Note que em todos os exemplos a letra x pode ser qualquer número, dizemos, portanto, que x é uma variável e conforme o valor que atribuímos a ela (ou que ela assumir) haverá um determinado valor para a expressão matemática.

OBSERVAÇÕES:

1 - Em expressões como essa a variável não precisa ser necessariamente a letra x, pode ser qualquer outra.

2 - As multiplicações podem ou não virem representadas com o sinal de multiplicação. Exemplo: o dobro de um número pode ser representado como $2 \cdot x$ ou $2x$.

Exercícios:

1) O dobro de um número somado com 5 é igual a 91. Qual é esse número?

2) O triplo de um número diminuído de 4 é igual a 23. Qual é esse número?

3) O número somado com o seu dobro é igual a 150. Qual é esse número?

4) Qual é o número que adicionado a 28 é o mesmo que 3 vezes esse número?

5) O triplo de um número, menos 10 é igual ao próprio número mais 70. Qual é esse número?

6) Num estacionamento há carros e motos, totalizam 85 veículos. O número de carros é igual a 4 vezes o número de motos. Quantas motos há no estacionamento?

7) Lucia é 5 anos mais velha que Claudia. A soma das idades dá 43 anos. Qual a idade de Claudia?

8) A soma de um número com o dobro do consecutivo dá 206. Qual é o número?

9) O triplo de um número menos o consecutivo daquele número dá 139. Qual é esse número?

10) Um número somado com sua metade é igual a 45. Qual é esse número?

11) Um número somado com sua metade é igual a 15. Qual é esse número?

12) Um número somado com sua quarta parte é igual 20. Qual é esse número?

13) A soma de 4 números consecutivos é igual a 102. Quais são esses números.

Gabarito:

1) 43. 2) 9. 3) 50. 4) 14. 5) 40. 6) 17 motos. 7) 19 anos. 8) 68. 9) 70. 10) 30. 11) 10. 12) 16. 13) 24.

SEQUÊNCIAS

Sequência numérica é uma sucessão de números que geralmente possui uma lei de formação, com especificidades, como a sequência de números pares, ou de números primos etc.

"A sequência numérica", como o nome sugere, é uma sequência de números e geralmente possui uma lei de recorrência, o que torna possível prever quais serão os próximos termos conhecendo os seus antecessores. Podemos montar sequências numéricas com diferentes critérios, como uma sequência dos números pares, ou sequência dos números divisíveis por 4, sequência de números primos, sequência dos quadrados perfeitos, enfim, existem várias possibilidades de sequências numéricas.

Quando classificamos a sequência quanto à quantidade de termos, a sequência pode ser finita ou infinita. Quando classificamos a sequência quanto ao comportamento dos termos, essa sequência pode ser crescente, decrescente, oscilante ou constante. Existem casos especiais de sequências que são conhecidos como progressões aritméticas e progressões geométricas."

⇒ **Elementos:**

Termo: nome dado a cada elemento que compõe uma sequência.

Posição: é a ordem em que ele aparece na sequência.

Exemplos:

a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

b) 1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

c) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

⇒ As sequências podem ser **recursivas e não recursivas**

Recursivas: quando cada termo depende do termo anterior. Exemplos: (b) e (c).

Não recursivas: o termo seguinte, não depende do termo anterior. Exemplo (a).

⇒ **<u>Termo geral /enésimo termo/ lei de formação</u>**: trata-se de fórmula que gera seus termos, podemos usa-la para encontrar qualquer termo na sequência quando conhecemos o comportamento dela.

$$T_1 \rightarrow 1^{\underline{o}}\ termo;$$

$$T_2 \rightarrow 2^{\underline{o}}\ termo;$$

$$T_3 \rightarrow 3^{\underline{o}}\ termo;$$

$$\vdots$$

$$T_n \rightarrow termo\ geral.$$

Observemos alguns exemplos:

$a)\ T_n = 2n$ (sequência dos números pares).

$b)\ T_n = 2n - 1$ (sequência dos números ímpares).

$c)\ T_n = (n-1)^2$ (sequência dos números quadrados perfeitos).

(Números que se arranjam em forma de quadrado).

Exercícios:

1- Descreva os 5 primeiros termos de cada uma das sequências seguintes:

$a)\ T_n = 2n - 5$

$b)\ T_n = T_{(n-1)} + n$, para $n \in \mathbb{N}$, ainda $n > 1$ e $T_1 = 1$. (números triangulares).

$c)\ a_n = a_{n-1} - 5$, sendo que $a_1 = 50$.

$d)\ a_n = n^2 + n$

$e)\ a_n = 2n^2 - 1, n \in \mathbb{N}^*$

$f)\ a_n = n^2 + 1, n\ \in \mathbb{N}$

$g)\ a_n = 3n + 8, n \in \mathbb{N}^*$

2 – O termo geral de uma sequência de n termos é dada por $a_n = 3n^2 + 1$. A soma dos 3 primeiros termos dessa sequência é:

a) 44. b) 45. c) 46. d) 39. e) 38.

3 – Calcule a média aritmética dos dois primeiros termos de ordem ímpar da sequência definida por

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3 \cdot a_{n-1} \end{cases}$$

a) 15. b) 20. c) 25. d) 30. e) 35.

4 – Observe a seguinte sequência numérica: 1, 4, 9, 16, 25, ... Nessa sequência responda:

a) Qual é o 6º termo?

b) Qual é o termo a_7?

c) Qual é a expressão de seu termo geral?

Extra – Pesquise sobre a Sequência de Fibonacci.

Gabarito:

$1 - a)\ (-3, -1, 1, 3, 5, \ldots)$ $b)\ (1, 3, 6, 10, 15, \ldots)$ $c)\ (50, 45, 40, 35, 30, \ldots)$ $d)\ (2, 6, 12, 20, 30, \ldots)$ $e)\ (1, 7, 17, 31, 49, \ldots)$

$f)\ (1, 2, 5, 10, 17, \ldots)$ $g)\ (11, 14, 17, 20, 23, \ldots)$ $2)\ alternativa\ B.$ $3)\ alternativa\ B.$

$4 - a)\ 36.$ $b)\ 49.$ $c)\ a_n = (n-1)^2.$

EQUAÇÕES

É toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade.

A palavra equação tem o prefixo *"équa"* que em latim quer dizer igual.

Equações são expressões algébricas que possuem uma igualdade. Dessa forma, equação é um conteúdo da Matemática que relaciona números a incógnitas por intermédio de uma igualdade.

A presença da incógnita é o que classifica a equação como expressão algébrica. A presença da igualdade permite encontrar a solução de uma equação, isto é, o valor numérico da incógnita.

***obs:** sentença matemática aberta é qualquer expressão com uma ou mais incógnitas presentes, é o estado em que ela se encontra até que suas incógnitas sejam substituídas por números específicos se seus valores determinados. Quando isso acontece ela deixa de ser aberta.

Exemplos:

a) $2x + 8 = 0$ equação

b) $5x - 4 = 6x + 8$ equação

c) $3a - b - c = 0$ equação

d) $4 + 8 = 7 + 5$ não é uma sentença aberta

e) $x - 5 < 3$ não é igualdade

f) $5 \neq 2$ não é sentença aberta e nem igualdade

Exemplos:

$a)\ 2x = 50$

Leia-se:

$b)\ 2y + 3 = 15$

Leia-se:

$c)\ \frac{z}{2} - 5 = 30$

Leia-se:

$d)\ \frac{w}{4} + 7 = 12$

Leia-se:

$e) \dfrac{a^2}{4} + 10 = 26$

Leia-se:

$f)\ 2(b + 15) = 90$

Leia-se:

$g)\ \dfrac{c^3}{3} - 1 = 8$

Leia-se:

⇒ **<u>Conjunto Universo e conjunto solução de uma equação.</u>**

Vamos considerar o seguinte exemplo:

Qual dos elementos do conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, podemos colocar no lugar da letra x para tornar verdadeira a equação

$$2x^2 - 5 = 13$$

$2(0)^2 - 5 = 13$ - Falsa

$2(1)^2 - 5 = 13$ - Falsa

$2(2)^2 - 5 = 13$ - Falsa

$2(3)^2 - 5 = 13$ - Verdadeira

$2(4)^2 - 5 = 13$ - Falsa

$2(5)^2 - 5 = 13$ – Falsa

⇒ **Conjunto Solução ou raiz da equação**: corresponde ao valor exato que a incógnita deve valer tornando a igualdade verdadeira, nesse caso é o número 3. Normalmente representa-se por:

$$x = 3 \ ou\ S = \{3\}$$

⇒ **Conjunto Universo da equação**: corresponde aos possíveis valores que a incógnita pode assumir, normalmente representado pela letra $U = \{ \quad \}$.

Exemplos:

a) Qual é o número natural que podemos colocar no lugar da letra x para tornar verdadeira a igualdade

$$3x^3 + 12 = 204.$$

Neste caso temos como $U = \mathbb{N}$.

b) Qual é o número inteiro que podemos colocar no lugar da letra y que torna a igualdade verdadeira?

$$y + 17 = -23$$

Neste caso temos como $U = \mathbb{Z}$.

c) Qual é o número natural que podemos colocar no lugar da letra z que torna a igualdade verdadeira?

$$5z + 10 = -20$$

Neste caso temos como $U = \mathbb{N}$.

Neste caso a raiz seria (-6), porém esse resultado não faz parte do conjunto universo dos números $\mathbb{N}$. Então dizemos que não a equação não tem solução ou raiz no conjunto dos números $\mathbb{N}$.

<u>Equações Equivalentes</u>:

Tratam-se de equações que quando comparadas entre si, apresentam o mesmo conjunto solução.

Observemos alguns exemplos:

$$4x^2 + 24 = 60$$

$$4(x^2 + 6) - 13 = 47$$

$$2x^2 + 2x^2 = 36$$

$$3x^2 + x^2 + 12 = 48$$

$$\frac{8x^2}{2} - 36 = 0$$

Vimos que em todos os casos acima temos expressões numéricas equivalentes, pois todas elas apresentam o mesmo conjunto solução.

$$S = \{3\}$$

⇒<u>Resolução de uma equação:</u>

Consiste em realizar uma série de procedimentos matemáticos de forma a ir se obtendo equações equivalentes cada vez mais simples até que consigamos isolar completamente a incógnita em um dos lados da igualdade e assim determinar o seu valor

Conforme nossa conveniência transferimos termos de um lado para o outro do sinal de igual e assim que eles trocam de lado, eles têm o sinal de sua operação invertido.

Observe:

Qual o valor da incógnita x que torna a igualdade $8x - 3 = 5$ verdadeira?

Solução

Para resolver a equação, devemos isolar o x. Para isso, vamos primeiro passar o 3 para o outro lado do sinal de igual. Como ele está subtraindo, passará somando. Assim:

$$8x - 3 = 5$$

$$8x = 5 + 3$$

$$8x = 8$$

Agora podemos passar o 8, que está multiplicando o x, para o outro lado dividindo:

$$x = \frac{8}{8}$$

$$x = 1$$

Outra regra básica para o desenvolvimento das equações de primeiro grau determina o seguinte:

Se a parte da variável ou a incógnita da equação for negativa, devemos multiplicar todos os membros da equação por –1. Por exemplo:

$$-9x = -90$$

$$-9x(-1) = -90(-1)$$

$$9x = 90$$

$$x = \frac{90}{9}$$

$$x = 10$$

Exercícios Resolvidos:

1) Ana nasceu 8 anos depois de sua irmã Natália. Em determinado momento da vida, Natália possuía o triplo da idade de Ana. Calcule a idade das duas nesse momento.

Solução:

Para resolver esse tipo de problema, utiliza-se uma incógnita para estabelecer a relação de igualdade. Consideraremos $\begin{cases} A = idade\ de\ Ana; \\ N = idade\ de\ Natália. \end{cases}$

Assim, como denominamos a idade de Ana como o elemento A. Como Natália tem oito anos a mais que Ana, sua idade será igual a $N = A + 8$.

Por conseguinte, a idade de Natália em algum momento será igual a 3 vezes 3 a idade de Ana: $N = 3A$

$3A = A + 8.$

Estabelecida essas relações, ao passar o A para o outro lado da igualdade, tem-se:

$$3A - A = 8$$

$$2A = 8$$

$$A = \frac{8}{2}$$

$$A = 4$$

Portanto, como x é a idade de Ana, naquele momento ela terá 4 anos. Enquanto isso, Natália terá 12 anos, o triplo da idade de Ana (8 anos a mais).

2) Resolva as equações abaixo:

$a)\ x - 3 = 9$

$x = 9 + 3$

$x = 12$

$b)\ 4y - 9 = 3 - 2y$

$4y + 2y = 3 + 9$

$6y = 12$

$$y = \frac{12}{6}$$

$y = 2$

$c)\ z = 5 = 20 - 4z$

$z + 4z = 20 - 5$

$5z = 15$

$$z = \frac{15}{5}$$

$z = 3$

$d)\ 9a - 4a + 10 = 7a - 30$

$5a - 7a = -30 - 10$

$-2a = -40\ (-1)$

$2a = 40$

$$a = \frac{40}{2}$$

$a = 20$

***obs:** Foram multiplicados os dois lados da igualdade para que a incógnita não ficasse com sinal negativo.

⇒ Resolvendo um caso específico

$2x - 8 = 3x - 10$

$2x - 3x = -10 + 8$

$-x = -2\ (-1)$

$x = 2$

Conclusão: para que os dois membros (lados da igualdade) sejam iguais a incógnita x tem que ser igual a 2.

⇒ **Prova real:**

É possível verificar se o valor obtido para a incógnita realmente serve como resultado para a equação, para isso basta substituir cada uma das incógnitas na equação original pelo valor obtido.

Observe:

$$2x - 8 = 3x - 10$$

$$2(2) - 8 = 3(2) - 10$$

$$4 - 8 = 6 - 10$$

$$-4 = -4$$

***Processo:**

1° Copiou-se a equação original;

2° Substitui-se suas incógnitas pelo valor obtido ($x = 2$).

3° Efetuou-se os cálculos.

4° Verifica-se se ao final a igualdade foi mantida:

⇒<u>Equação Geral do 1° Grau (Genérica)</u>

$$\boxed{ax + b = 0}$$

Com "a" e "b" números conhecidos e "a"$\neq 0$

⇒ <u>Resolução:</u>

$$ax + b = 0$$

$$ax + b\,(-b) = 0(-b)$$

$$ax = -b$$

$$\frac{ax}{a} = \frac{-b}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Objetivo: isolar a incógnita e determinar o seu valor.

1° subtraímos b dos dois lados da igualdade.

2° dividimos os dois lados da igualdade por a.

⇒ Elementos de uma equação:

Considere a equação:

$$2x - 8 = 3x - 10$$

A letra (no caso, o x) é a incógnita, o valor que queremos descobrir.

$$\underbrace{2x - 8} = \underbrace{3x - 10}$$

1°membro:

Tudo que antecede o sinal de igualdade

2°membro:

Tudo que sucede o sinal de igualdade

$$\underbrace{2x} - \underbrace{8} = \underbrace{3x} - \underbrace{10}$$

Termos: qualquer parcela do 1°ou do segundo membro.

⇒ Resolução de uma equação

Para resolvermos uma equação do primeiro grau, devemos achar o valor da incógnita (que vamos chamar de x) e, para que isso seja possível, é só isolar o valor do x na igualdade, ou seja, o x deve ficar sozinho em um dos membros da equação.

⇒ Processo:

Objetivo de resolver uma equação de primeiro grau é descobrir o valor desconhecido, ou seja, encontrar o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

Para isso, deve-se isolar os elementos desconhecidos em um dos lados do sinal de igual e os valores constantes do outro lado.

Contudo, é importante observar que a mudança de posição desses elementos deve ser feita de forma que a igualdade continue sendo verdadeira.

Quando um termo da equação mudar de lado do sinal de igual, devemos inverter a operação. Assim, se tiver multiplicando, passará dividindo, se tiver somando, passará subtraindo e vice-versa.

⇒ Transformando problemas matemáticos em equações

Verifiquemos por exemplo a sentença:

$$2x + 6 = 18$$

Lê-se: o dobro de um número (ou um número multiplicado por dois) e depois adicionado a 6 resulta em dezoito. Que número é esse?

RESOLUÇÃO:

$$2x + 6 = 18$$

$$2x = 18 - 6$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

Portanto, o número que procurávamos era o 6.

Vimos que até aqui nós recebíamos a sentença matemática já estruturada, “montada”, cabendo a nós, apenas a resolução dela, pelos meios que já conhecemos.

A partir de agora, vamos receber problemas matemáticos onde, essas sentenças ainda não estarão montadas. Portanto caberá a nós a leitura e interpretação desses problemas, e a montagem das sentenças de forma correta, atribuindo incógnitas, organizando os elementos e as respectivas operações, para então, se dar a resolução das mesmas.

Observe:

a) Que número dividido por quatro e depois adicionado a 3 resulta em 10.

b) Um número multiplicado por 5 e após subtraído 10, resulta em 55. Que número é esse?

RESOLUÇÃO:

Ao número que queremos descobrir atribuiremos a incógnita (usualmente o x, porém pode ser utilizada aquela que achar mais conveniente).

Em seguida, montaremos a sentença matemática, organizando os elementos matemáticos de maneira coerente com o problema.

$$\frac{x}{4}+3=10$$

$$\frac{x}{4}=10-3$$

$$\frac{x}{4}=7$$

$$x=7\cdot 4$$

$$x=28.$$

Portanto o número que procurávamos é o 28.

Exercícios:

1 – Resolva as equações $5y+2=8y-4\ e\ 4x-2=3x+4$ e determine:

a) o valor numérico de y.

b) o valor numérico de x.

c) o produto de y por x.

d) o quociente de y por x.

2 – Resolva as seguintes equações de 1º grau com uma incógnita:

$a)\ 4x + 2 = 38$ $b)\ 9x = 6x + 12$ $c)\ 5x - 1 = 3x + 11$ $d)\ 2x + 8 = x + 13$

3 – Dentro do Conjunto universo $\mathbb{Q}$, resolva a equação do 1º grau:

$$4(x - 2) - 5(2 - 3x) = 4(2x - 6)$$

4 – Calcule o valor de x na equação abaixo:

$$\frac{2x}{4} - \frac{5}{3} = x - \frac{7}{2}$$

5 – Encontre o valor da incógnita que satisfaz a equação:

$$5(9 + y) = 20 - 3 + 6y$$

6 – Encontre o valor de x que torna a equação abaixo verdadeira.

$$\frac{2x}{(4 - 3x)} = 2$$

Gabarito:

$1 - a)\ y = 2.$ $b) x = 6.$ $c)\ 12.$ $d) \frac{1}{3}.$ $2 - a)\ x = 9.$ $b)\ x = 4.$ $c)\ x = 6.$ $d) x = 5.$ $3)\ -\frac{6}{11}.$ $4)\ \frac{11}{3}.$ $5)\ 28.$

$6)\ 1.$

X	Mini Curso de Álgebra Aluno (a): ____ N°: _______ Professor (a): ____ Ano: 1º - Turma: ______****AVALIAÇÃO MÓDULO 1**** - Data:__________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF07MA13 Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. EF07MA18RS-1 Identificar e reconhecer a importância da utilização das expressões algébricas e o significado das incógnitas para representar situações reais.

ATENÇÃO:
pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras.
Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - Qual o valor da expressão algébrica $\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$, para $a = 2, b = -5\ e\ c = 2$?

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

❷ – Se Pedro tem x anos, qual expressão determina o triplo da sua idade daqui a 6 anos?

$a)\ 3x + 6.$

$b)\ 3(x + 6).$

$c)\ 3x + 6x.$

$d)\ 3x \cdot 6.$

$e)\ 6x + 3.$

❸ - Qual é o valor numérico da expressão

Para $\begin{cases} x = -3 \\ y = 7 \end{cases}$

$$\frac{x^2y + x}{x - y}$$

a) 6. c) – 8.

b) 8. d) – 6.

❹ - Carlos possui uma pequena estufa no quintal de sua casa, onde cultiva algumas espécies de plantas. Como as plantas devem ser submetidas à determinada temperatura, Carlos regula a temperatura com base na expressão algébrica:

$$\frac{t^2}{4} - 2t + 12$$

Quando $t = 12\ h$, qual a temperatura atingida pela estufa?

a) 34 °C.
b) 24 °C.
c) 14 ° C.
d) 44 °C.

---

❺ – Paula montou o próprio negócio e resolveu vender dois tipos de bolo para começar. Um bolo de chocolate custa R$ 15,00 e um bolo de baunilha custa R$ 12,00. Sendo x a quantidade de bolo de chocolate vendida e y a quantidade de bolo de baunilha vendida, quanto Paula ganhará vendendo 5 unidades e 7 unidades, respectivamente, de cada tipo de bolo?

a) R$ 210,00.
b) R$ 159,00.
c) R$ 127,00.
d) R$ 204,00.

---

❻ - Três números consecutivos somados resultam em 57. Determine quais são os números dessa sequência:

a) 21, 22 e 23.
b) 10, 11 e 12.
c) 27, 28 e 29.
d) 18, 19 e 20.
e) 32, 33 e 34.

---

❼ – O valor numérico da expressão algébrica $ax + a^2 - a^2x + ax^2 - 2x^3 + 3a^3$, para $a = 2\ e\ x = 1$, é:

a) 23
b) 24.
c) 25.
d) 26.
e) 27.

---

❽ - Analisando a expressão

$$\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}}$$

Sabendo que $x = 9\ e\ y = 16$, então o valor dessa expressão é:

a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

---

❾ - O triplo do sucessor de 12 é antecessor de:

a) 32. b) 34. c) 38. d) 39. e) 40.

Para x=3

❿ - Calcule o valor numérico da expressão

$$\frac{5x^3 - 2x^2 + 5}{x - 1}$$

a) 59.
d) 62.
b) 60.
e) 63.
c) 61.

01

Módulo 01
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O.

→**Gabarito:**

1 – C.

2 – B.

3 – D.

4 – B.

5 – B.

6 – D.

7 – D.

8 – D.

9 – E

10 – C.

Módulo 02
Equações de 1º grau com duas incógnitas e Sistemas 2x2.

→ **Objetivo:** Aplicar a sequência didática que segue com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é revistar os conteúdos de Equações de 1º Grau com duas incógnitas e Sistemas 2x2 de nível de Ensino Fundamental. Verificar a relação de dependência entre os valores das incógnitas tanto nas equações avulsas ou em sistemas. Verificar as técnicas resolutivas de sistemas (adição e subtração principalmente).

Ao final do módulo será apresentada uma sugestão de atividade avaliativa a ser aplicada aos estudantes.

Minicurso de Álgebra / Módulo 02
Professor(a):
Estudante: Data: / /2023.
Assuntos: $\begin{cases} Equações\ de\ 1º\ grau\ com\ duas\ incógnitas; \\ Sistemas\ lineares\ 2x2. \end{cases}$

Equações de 1º grau com duas incógnitas

Considere a equação: $2x - 6 = 5 - 3y$

Trata-se de uma equação do 1º grau com duas variáveis, $x\ e\ y$, que pode ser transformada numa equação equivalente mais simples através de uma simples organização. Observe:

$2x + 3y = 5 + 6$

$2x + 3y = 11$ ==> Equação do 1º grau na forma $ax + by = c$.

Denominamos equação de 1º grau com duas variáveis, x e y, toda equação que pode ser reproduzida a forma $ax + by = c$ sendo a e b números diferentes de zero, simultaneamente.

Nesse modelo de equação, os valores de x e y estão ligados através de uma relação de dependência.

Na equação $\boxed{ax + by = c}$, denominamos: $\begin{cases} x\ e\ y - variáveis\ ou\ incógnitas; \\ a - coeficiente\ de\ x; \\ b - coeficiente\ de\ y; \\ c - termo\ independente. \end{cases}$

Exemplos:

$a) x + y = 30$ $b) 2x + 3y = 15$ $c)\ x - 4y = 10$

$d) -3x - 7y = -48$ $e)\ 2x - 3y = 0$ $f) x - y = 8$

Essa relação de dependência poder ser denominada de par ordenado (x, y)da equação, os valores de x dependem dos valores de y e vice-versa. Atribuindo valores a qualquer uma das incógnitas descobrimos os valores correlacionados a elas.

a) Por exemplo, na equação $3x + 7y = 5$, vamos substituir o valor de y por 2.

$$3x + 7(2) = 5$$

$$3x + 14 = 5$$

$$3x = 5 - 14$$

$$3x = -9$$

$$x = \frac{-9}{3}$$

$$x = -3$$

Temos que para $y = 2, x = -3$, estabelecendo o par ordenado $(-3, 2)$.

b) outro exemplo:

Dada a equação $4x - 3y = 11$, encontre o valor de y, quando x assumir valor igual a 2.

$$4(2) - 3\,y = 11$$

$$8 - 3y = 11$$

$$3y = 11 - 8$$

$$-3y = 3$$

$$y = \frac{3}{-3}$$

$$y = -1$$

Estabelecendo $x = 2$, temos $y = -1$, constituindo o par ordenado $(2, -1)$.

⇒ ***Determinar as Soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas***

As equações do primeiro grau que estejam na forma com duas variáveis, $x\ e\ y$, possuem infinitas soluções.

Estas soluções infinitas podem ser obtidas dando valores "**soltos**" (aleatórios) para uma das variáveis, e em seguida efetua-se o cálculo da outra variável.

Encontrando estes valores de $x\ e\ y$, significa dizer que foi obtido o par ordenado de números x e y, o qual tornará a sentença ou o problema fornecido verdadeiro.

A seguir vamos determinar algumas soluções para a equação abaixo:

$$3x + 2y = 10$$

→ Atribuindo $x = 0$, temos:

$3(0) + 2y = 10$

$0 + 2y = 10$

$y = \frac{10}{2}$

$y = 5$

Logo, para $x = 0$, temos o par ordenado $(0,5)$.

→ Atribuindo $x = 2$, temos:

$3(2) + 2y = 10$

$6 + 2y = 10$

$2y = 10 - 6$

$2y = 4$

$y = \frac{4}{2}$

$y = 2$

Logo, para $x = 2$, temos o par ordenado $(2,2)$.

→ Atribuindo $x = 1$, temos:

$3(1) + 2y = 10$

$3 + 2y = 10$

$2y = 10 - 3$

$2y = 7$

$y = \frac{7}{2}$

Logo, para $x = 2$, temos o par ordenado $\left(1, \frac{7}{2}\right)$.

$$(0,5), (2,2)\ e\ \left(1, \frac{7}{2}\right)\ são\ 3\ soluções\ entre\ infinitas\ da\ equação\ 3x + 2y = 10.$$

Exercícios:

1 – Uma das soluções da equação $3x - 4y = 7$ é o par ordenado:

a) (3,1).

b) (2,5).

c) (5,2).

d (4,1).

2 - Dada a equação $5x - 2y = 1, se\ x = -3$, então:

$a)\ y = -8.$

$b)\ y = 8.$

$c)\ y = -7.$

$d)\ y = 7.$

3 - Determinar 3 pares de soluções para a equação $x + y = 10$.

4 - Verificar se os pares ordenados (1,2) e (3,4) são as soluções da equação $2x + y = 4$.

5 – Criar duas equações de 1º grau com duas incógnitas que tenha como solução o par ordenado (3, 5).

Gabarito:

1) *alternativa C.* 2) *alternativa A.* 3) *Possíveis* $(10,0), (9,1), (8,2), \ldots$ 4) $(1,2)$ *sim*; $(3,4)$ *não*.

5) *possíveis* $x + y = 8$ *e* $2x + 2y = 16, \ldots.$

SISTEMAS DE EQUAÇÕES

É um conjunto finito de equações nas mesmas incógnitas. Elas são ferramentas bastante comuns na resolução de problemas nas mais diversas áreas de conhecimento.

⇒Sistemas de equações de 1° grau com duas incógnitas

É formado por duas equações onde cada uma delas possui duas incógnitas e se relacionam entre si. Exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

A resolução de um sistema consiste em calcular o valor de $x\ e\ y$ de forma que satisfaçam simultaneamente ambas equações do sistema.

⇒Solução do sistema: é o par ordenado que satisfaz ao mesmo tempo as duas equações.

⇒Métodos de Resolução:

Há vários métodos para se calcular a solução deste tipo de sistema. Serão vistos os dois mais utilizados.

$$\boxed{\begin{cases} \Rightarrow \boldsymbol{método\ da\ adição}; \\ \Rightarrow \boldsymbol{método\ da\ substituiçao}. \end{cases}}$$

⇒**Método da Substituição**

Consiste em isolar uma das incógnitas numa das equações do sistema e substituir o valor isolado na outra equação.

Exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

1°organização: organizar as sentenças, chamar uma de (I) e a outra de (II):

$$\begin{cases} x + y = 20 \ (I) \\ x - y = 6 \ (II) \end{cases}$$

2° Isolar a variável x na equação (II):

$$x - y = 6 \ \rightarrow x = 6 + y$$

3° Substituir o valor obtido para x na equação (I):

$$x + y = 20$$

$$(6 + y) + y = 20$$

$$6 + 2y = 20$$

$$2y = 20 - 6$$

$$2y = 14 \quad \rightarrow \quad y = \frac{14}{2} \rightarrow \quad y = 7$$

4° substituir o valor obtido para y em qualquer das equações para descobrir o valor de x:

$$x - y = 6$$

$$x - (7) = 6 \ \rightarrow x = 6 + 7 \ \rightarrow x = 13$$

Conclusão: o par ordenado que que soluciona o sistema é (13,7).

_⇒**Método da Adição**

Consiste em efetuarmos a soma dos respectivos termos de cada uma das equações no intuito de obtermos uma equação resultante com uma só incógnita, ou seja, que o resultado da soma de uma das incógnitas seja nulo, assim podendo ser cancelada.

Exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

1° Somamos uma equação a outra, termo a termo.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$\overline{\quad 2x \ \ / \ = 26 \quad}$$

2° Resolve a equação de uma incógnita resultante e descobre-se o valor da primeira incógnita.

$$2x + 6 = 26 \quad \rightarrow \quad x = \frac{26}{2} \quad \rightarrow \quad x = 13$$

3° Substitui o valor obtido em qualquer uma das equações e acha o valor da outra incógnita.

$$x + y = 20$$

$$(13) + y = 20 \rightarrow y = 20 - 13 \rightarrow y = 7$$

Conclusão: o par ordenado que que soluciona o sistema é (13,7).

***obs:** há casos em que a simples soma não será suficiente para cancelar uma das incógnitas, então será necessário a recorrer ao princípio multiplicativo da igualdade: que é a multiplicação de todos os termos de uma equação por um determinado valor para obtenção de coeficientes opostos para as incógnitas nas duas equações.

Exemplo:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 4y = 8 \end{cases}$$

*note que se somarmos termo a termo os elementos de ambas equações, não conseguiremos cancelar uma das incógnitas. Logo, se multiplicarmos todos os termos da segunda equação por (-2) e após isso efetuarmos a soma, aí conseguiremos cancelar a incógnita y.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 4y = 8 \ (-2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 5 \ (I) \\ -2x + 8y = -16 \ (II) \end{cases}$$

$$11y = -11$$

E então se continua a resolução conforme visto anteriormente.

$$11y = -11 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-11}{11} \rightarrow \quad y = -1$$

Equação (II):

$$2x + 3y = 5$$

$$2x + 3(-1) = 5$$

$$2x - 3 = 5$$

$$2x = 8 \quad \rightarrow \quad x = \frac{8}{2} \quad \rightarrow \quad x = 4$$

Conclusão: o par ordenado que que soluciona o sistema é (4,-1).

Exercícios:

1 - Resolva os seguintes sistemas:

$a) \begin{cases} 2x + y = 10 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

$b) \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$

$c) \begin{cases} x + 2y = 17 \\ x - 2y = -11 \end{cases}$

$d) \begin{cases} x + 3y = 34 \\ 2x - y = -2 \end{cases}$

2 - Na compra de duas canetas e um caderno, Joana gastou R$ 13,00. Carlos comprou quatro canetas e três cadernos e gastou R$ 32,00. Determine o valor de uma caneta e um caderno.

3- Os bichos de pelúcia Pluto e Mickey pesam juntos 52 kg. Sabendo que a diferença entre os pesos de Pluto e Mickey é de 4 kg, então Mickey pesa:

A) 28 kg.

B) 27 kg.

C) 26 kg.

D) 25 kg.

E) 24 kg.

4 - Numa loja, todas as calças têm o mesmo preço, e as camisas também, sendo o preço de uma calça diferente do de uma camisa. Ricardo comprou 1 calça e 2 camisas e pagou R$240,00. Roberto comprou 2 calças e 3 camisas e pagou R$405,00. Qual o preço, em reais, de uma calça e uma camisa, respectivamente?

a) 70 e 95.

b) 75 e 90.

c) 80 e 85.

d) 85 e 80.

e) 90 e 75.

5 - A soma das idades de Joaquim e Lúcio é 60 anos. Sabendo que a idade de Joaquim é o triplo da idade de Lúcio, qual é a idade de cada um deles?

a) 15 e 45 anos.

b) 30 e 30 anos.

c) 20 e 40 anos.

d) 5 e 55 anos.

e) 10 e 50 anos.

6 - João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

a) 40 vacas.

b) 50 vacas.

c) 10 vacas.

d) 30 vacas.

e) 20 vacas.

7 – Qual é o par ordenado que resolve o sistema a seguir

$$\begin{cases} 2x + y = 60 \\ x + 6y = 250 \end{cases}$$

a) (1, 4). b) (2, 6). c) (40, 60). d) (20, 30). e) (10, 40).

8 - Uma fábrica produz 240 peças de metal, algumas delas medindo 30 e outras medindo 40 centímetros. Sabendo que o comprimento total das peças produzidas é igual a 7600 centímetros, quantas peças de 30 centímetros foram produzidas?

a) 100.

b) 150.

c) 200.

d) 250.

e) 300.

Gabarito:

$1 - a)\ (3,4).$ $b)\ (4,-2).$ $c)\ (3,4).$ $d)\ (4,10).$ $2)\ Caneta\ R\$\ 3{,}50\ e\ Caderno\ R\$\ 6{,}00.$ $3)\ alternativa\ E.$

$4)\ alternativa\ E,$ $5)\ alternativa\ A.$ $6)\ alternativa\ B.$ $7)\ alternativa\ E.$ $8)\ alternativa\ C.$

X	**Mini Curso de Álgebra** Aluno (a): ____ N°: _______ Professor (a): ____ Ano: 1º - Turma: ______ ****AVALIAÇÃO MÓDULO 2**** - Data:_________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF08MA08RS-2 Construir e apresentar diferentes soluções algébricas referentes a um sistema de equações lineares com duas incógnitas. EF08MA07 Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. EF08MACX10 Resolver cálculos algébricos.

ATENÇÃO: pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras. Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - Uma das soluções da equação $3x - 4y = 7$ é o par ordenado:

$a)$ $(3, 1)$.

$b)$ $(2, 5)$.

$c)$ $(5, 2)$.

$d)$ $(4, 1)$.

$e)$ $(1, 4)$.

❷ – Dada a equação $5x - 2y = 1$, se $x = -3$, então:

$a)$ $y = -8$.

$b)$ $y = 8$.

$c)$ $y = -7$.

$d)$ $y = 7$.

$e)$ $y = 6$.

❸ - Temos que $z = 10$. Encontre o valor de x na equação:

$$4x + 3(z - 10) = z + 10$$

$a)$ $x = 2$.

$b)$ $x = 4$.

$c)$ $x = 5$.

$d)$ $x = 6$.

$e)$ $x = 7$.

❹ - Sabe-se que x e y são as incógnitas do seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 5y = 2 \end{cases}$$

O valor do produto entre x e y é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 4.

e) 5.

❺ - (Saeb 2011) Um teste é composto por 20 questões classificadas em verdadeiras ou falsas. O número de questões verdadeiras supera o número de questões falsas em 4 unidades. Sendo x o número de questões verdadeiras e y o número de questões falsas, o sistema associado a esse problema é:

$a)\ \begin{cases} x - y = 20 \\ x = 4 - y \end{cases}$

$b)\ \begin{cases} x - y = 20 \\ y = 4x \end{cases}$

$c)\ \begin{cases} x + y = 20 \\ x = 4y \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

$e)\ \begin{cases} 20x - y = 4 \\ 4x + 20y = 0 \end{cases}$

❻ - Os bichos de pelúcia Pluto e Mickey pesam juntos 52 kg. Sabendo que a diferença entre os pesos de Pluto e Mickey é de 4 kg, então Mickey pesa:

a) 28 kg.
b) 27 kg.
c) 25 kg.
d) 24 kg.
e) 23 kg.

❼ – Em um estacionamento, há motos e carros, em um total de 25 veículos. Sabendo que há 74 rodas nesse estacionamento, podemos afirmar que:

a) há 1 carro a mais que a quantidade de motos.

b) há 2 carros a mais que a quantidade de motos.

c) há uma moto a mais que a quantidade de carros.

d) há duas motos a mais que a quantidade de carros.

e) há igual quantidade de motos e carros.

❽ - Carlos resolveu, em um final de semana, 36 exercícios de matemática a mais que Nilton. Sabendo que o total de exercícios resolvidos por ambos foi 90. O número de exercícios que Carlos resolveu é igual a:

a) 63.
b) 54.
c) 36.
d) 27.
e) 18.

❾ - Um estudante pagou um lanche de 8 reais em moedas de 50 centavos e 1 real. Sabendo que, para este pagamento, o estudante utilizou 12 moedas, determine respectivamente, as quantidades de moedas de 50 centavos e de um real que foram utilizadas no pagamento do lanche e assinale a opção correta.

a) 5 e 7.
b) 4 e 8.
c) 6 e 6.
d) 7 e 5.
e) 8 e 4.

❿ - Resolva o sistema de equações abaixo para $x\ e\ y$ Reais e determine o valor da soma $x + y$.

$$\begin{cases} x - y = 14 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$$

a) 6.
b) 14.
c) 8.
d) 10.
e) 12.

Módulo 02
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O.

→ **Gabarito:**

1 – C.

2 – A.

3 – C.

4 – A.

5 – D.

6 – D.

7 – A.

8 – A.

9 – E.

10 – A.

Módulo 03
Equações de 2º grau.

→ **Objetivo:** Aplicar Sequência didática que segue com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é revisitar o conteúdo de Equações de 2º Grau de nível de Ensino Fundamental. Casos de configurações completas e incompletas, técnicas de solução, explorando predominantemente a resolução através da Fórmula de Bháskara.

Ao final do módulo será apresentada uma sugestão de atividade avaliativa a ser aplicada aos estudantes.

Minicurso de Álgebra / Módulo 03

Professor(a):

Estudante: Data: / /2023.

Assuntos: $\begin{cases} Equações\ de\ 2º\ grau; \\ Fórmula\ de\ Bháskara. \end{cases}$

Equações do 2º Grau

Já foi visto em momentos anteriores o que é uma equação.

⇒**Definição**: é uma sentença matemática aberta (contém uma incógnita com valor a se determinar ainda) e que exprime uma relação de igualdade.

Também já foi visto o que determina o grau de uma equação.

⇒**Definição:** ele é determinado pelo mais alto expoente de sua incógnita.

Exemplos:

$a)\ 2x + 10 = 40$

$b)\ 2x^2 - 15 = 35$

$c)\ 3a + 15 = a - 5$

$d)\ x^2 + 5x = -6$

⇒**Solução ou raiz da equação**: valor exato que a incógnita dever assumir de forma que torna e igualdade verdadeira.

⇒**Resolução:** consiste na aplicação e procedimentos matemáticos que nos permita determinar o valor da incógnita.

1º grau: isolar a incógnita, transferir termos conforme nossa conveniência de um lado para o outro da igualdade sempre invertendo seus sinais obtendo assim equações equivalentes mais simplificadas.

2º grau: quando possível, pode-se aplicar a mesma lógica da resolução das de 1º grau, porém em casos em que isso não seja possível recomenda-se a utilização da fórmula geral de resolução de equações de 2º grau (Bháskara).

⇒**Prática:** Resolva pelos métodos conhecidos os 4 exemplos abaixo:

$a)\ 2x + 10 = 40$

$b)\ 2x^2 - 15 = 35$

$c)\ 3a + 15 = a - 5$

$d)\ x^2 + 5x = -6$

Gabarito:

$a)\ S = \{15\}.$ $b)\ S = \{-5, +15\}.$ $c)\ S = \{-10\}.$ $d)\ S = \{-2, -3\}.$

Provavelmente o exemplo (D) tenha gerado alguma dificuldade a mais que os outros e para esses casos é que se recomenda a fórmula de Bháskara, mas antes, vamos ver configurações genéricas das equações de 1º e 2º grau.

Formas Genéricas:

→ 1º Grau:

$ax + b = 0$

Com "a" e "b" números conhecidos e "a"$\neq 0$.

→ 2º Grau

$ax^2 + bx + c = 0$

Com "a", "b" e "c" números conhecidos e "a"$\neq 0$.

Exemplo:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$$

⇒**Resolução de Equações de 2º grau através da fórmula de Bháskara:**

1) A fórmula inteira:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}}$$

Ou por partes:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$e:$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

2) **Utilizando a Fórmula**:

- Substituir os valores dos respectivos coeficientes (a,b e c) da equação na fórmula;
- Executar as manipulações matemáticas demandadas;
- Achar a solução.

Exemplo:

Dê as soluções das equações abaixo:

$a)\ x^2 + 5x + 6 = 0$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (5)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (6)$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

Continuando:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(1)}}{2 \cdot (1)}$$

$$x' = \frac{-5 - 1}{2} \qquad x'' = \frac{-5 + 1}{2}$$

$$x' = \frac{-6}{2} \qquad x'' = \frac{-4}{2}$$

$$x' = -3 \qquad x'' = -2$$

Portanto:

$$S = \{-2, -3\}$$

$b)\ x^2 - 2x - 35 = 0$

$c)\ x^2 - 2x - 3 = 0$

$d)\ 2x^2 - 4x - 6 = 0$

Gabarito:

$a)\ S = \{-2, -3\}$. $b)\ S = \{-5,\ 7\}$. $c)\ S = \{-1, 3\}$. $d)\ S = \{-1,\ 3\}$.

Observação 01 existem casos de equações de 2º grau onde não aparecem os coeficientes “b” ou o “c” ou ambos, esses casos chamam-se de equações de 2º grau incompletas.

$a)\ ax^2 + bx = 0$ $\qquad b)\ ax^2 + c = 0$ $\qquad c)\ ax^2 = 0$

Todas são solucionáveis pela fórmula de Bháskara basta igualar esses coeficientes a zero e seguir normalmente com a resolução. No caso dos exemplos:

$a)\ coeficiente\ c = 0$ $\qquad b)\ coeficiente\ b = 0$ $\qquad c)\ coeficientes\ b\ e\ c = 0$

Observação 02: de acordo com o valor obtido para o valor do delta, pode-se antecipar situações acerca da existência ou não de soluções, bem como a sua quantidade.

As possibilidades são 3: $\begin{cases} \Delta > 0: duas\ raízes (soluções) diferentes; \\ \Delta = 0: uma\ única\ raíz\ (solução)\ ou\ duas\ iguais. \\ \Delta < 0: sem\ solução\ no\ universo\ dos\ \mathbb{R}. \end{cases}$

Exercícios:

1 – Resolva as equações de 2º grau:

$a)\ 4x^2 - 36 = 0$ $\qquad b)\ 7a^2 - 343 = 0$ $\qquad c)\ y^2 - 9 = 0$

$d)\ z^2 - 49 = 0$ $\qquad e)\ 5b^2 - 20 = 0$ $\qquad f)\ 5f^2 - 125 = 0$

2 – Equações completas:

$a)\ x^2 - 5x + 6 = 0$ $\qquad b)\ x^2 - 8x + 12 = 0$

$c)\ x^2 + 2x - 8 = 0$ $\qquad d)\ x^2 - 5x + 8 = 0$

$e)\ 2x^2 - 8x + 8 = 0$

$f)\ x^2 - 4x - 5 = 0$

$g) - x^2 + x + 12 = 0$

3 – A soma de um número com o seu quadrado é 90. Calcule esse número.

4 – A soma do quadrado de um número com o próprio número é 12. Calcule esse número.

5 – O quadrado menos o dobro de um número é igual a -1. Calcule esse número.

6 – A diferença entre o quadrado e o dobro de um mesmo número é 80. Calcule esse número.

7 – O quadrado de um número aumentado de 25 é igual a dez vezes esse número. Calcule esse número.

Gabarito:

$1 - a)\ x = \pm 3.$ $b)\ a = \pm 7.$ $c)\ y = \pm 3.$ $d)\ z = \pm 7.$ $e)\ b = \pm 2.$ $f)\ \ f = \pm 5.$ $2 - a)\ x' = 2\ e\ x" = 3.$

$b)\ x' = 2\ e\ x = 6.$ $c)\ x' = -4\ e\ x" = 2.$ $d)\ sem\ solução\ no\ universo\ \mathbb{R}.$ $e)\ x = 2.$ $f)\ x' = -1\ e\ x" = 5.$ $g)\ x' = -3\ e\ x" = 4.$

3) 9. 4) 3. 5) 1. 6) 10. 7) 5.

X	**Mini Curso de Álgebra** Aluno (a): ____ N°: _______ Professor (a): ____ Ano: 1º - Turma: ________ ***AVALIAÇÃO MÓDULO 3*** - Data:_________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF08MA09RS-1CX12 Modelar problemas envolvendo possíveis soluções para uma equação na forma ax2 = b. EF08MA09 Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo ax2 =b, EF08MACX13 Operar com polinômios.

ATENÇÃO:
pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras.
Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

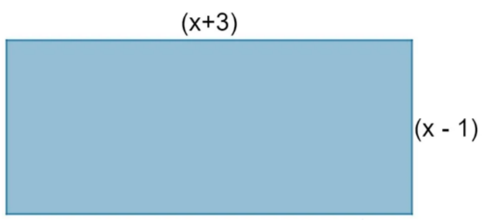
QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - Analisando a equação de 2º grau:

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

Podemos afirmar que ela possui:
a) nenhuma solução real.
b) uma única solução real.
c) duas soluções reais.
d) três soluções reais.
e) infinitas soluções reais.

❷ – Uma região retangular teve as suas dimensões descritas em metros, conforme a imagem a seguir:



O valor de x que faz com que a área dessa região seja igual a 21 é?

a) 1. d) 4.
b) 2. e) -6.
c) 3.

❸ - O produto entre as raízes da equação

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

É igual a:

a) -2. c) 1. e) -3.
b) 2. d) 3.

❹ - Utilizando seus conhecimentos sobre equação do segundo grau, julgue as afirmativas a seguir como verdadeiras ou falsas.

I – Toda equação do segundo grau possui pelo menos uma solução real.

II – Uma equação do segundo grau é conhecida como incompleta quando o coeficiente b ou c é igual a zero.

III – Quando o valor do discriminante é um número positivo que não possui raiz quadrada exata, dizemos que a equação não possui solução.

Analisando as afirmativas, podemos afirmar que:

A) todas estão incorretas. B) somente a afirmativa I está correta. E) todas corretas.

C) somente a afirmativa II está correta. D) somente a afirmativa III está correta.

---

❺ – Dada a equação $-x^2 - 4x + 5 = 0$, podemos afirmar que o conjunto de soluções dessa equação é:

A) x’ = 2 e x” = - 1

B) x’ = -10 e x” = -1

C) x’ = -5 e x” = 1

D) x’ =5 e x” = 1

E) x’ =6 e x” = - 6

---

❻ - A multiplicação entre a idade de Kárita e a idade de Karla é igual a 374. Kárita é 5 anos mais velha que Karla. Quantos anos Karla e Kárita possuem respectivamente?

A) 12 e 17 anos B) 17 e 22 anos. C) 18 e 23 anos.

C) 22 e 27 anos. D) 20 e 25 anos.

---

❼ – Dada a equação do 2º grau $2x^2 - 8 = 0$, podemos afirmar que o conjunto de soluções dessa equação é igual a:

A) S = {-2, 2}. B) S = {-4, 4}. .E) S = {0, 2}.

C) S = {-1, 1}. D) S = {0, 4}.

---

❽ - Analise as expressões algébricas a seguir e marque a alternativa que corresponde a uma equação do 2º grau incompleta.

A) $2x^2 + 4x = 2$ B) $3x^2 > 0$ C) $x^2 – 8x + 1 = 0$ D) $x^2 – 3x + 4 = 4$ E) $x^2 + 1 > x$

---

❾ - Uma equação do 2º grau é considerada incompleta quando

A) possui uma única solução.

B) os coeficientes b ou c são iguais a zero.

C) não possui soluções reais.

D) possui coeficientes negativos.

E) n.d.a.

---

❿ - Dada a equação quadrática $3x^2 + 9x – 120 = 0$, determine suas raízes. Assinale a alternativa que contém a resposta CORRETA.

a) -16 e 10.

b) -9 e 15.

c) -8 e 5.

d) -10 e 16.

Módulo 03
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O.

→ **Gabarito:**

1 – B.

2 – D.

3 – E.

4 – C.

5 – C.

6 – B.

7 – A.

8 – D.

9 – B.

10 – C.

Módulo 04
Monômios / Polinômios e Operações.

→ **Objetivo:** Aplicar a Sequência Didática que segue com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é rever as operações (soma, subtração, multiplicação, divisão. Potenciação e radiciação) entre monômios e polinômio a nível de Ensino Fundamental. Simplificar uma expressão polinomial quando necessário.

Ao final do módulo será apresentada uma sugestão de atividade avaliativa a ser aplicada aos estudantes

Minicurso de Álgebra / Módulo 04	
Professor(a):	
Estudante:	Data: / /2023.
Assuntos: $\begin{cases} Monômios; \\ Polinômios; \\ Operações. \end{cases}$	

Álgebra (Monômios e Polinômios e operações)

Denomina-se monômio ou termo algébrico toda expressão algébrica representada apenas por um número ou apenas por uma variável, ou por uma multiplicação de números e variáveis, em que a variável não esteja no denominador nem no radical.

Exemplos:

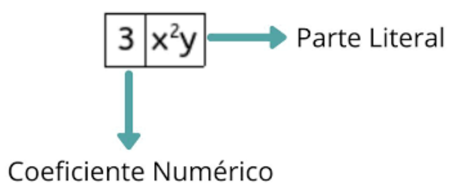
$a)\ 5x$ $b)\ a^2$ $c)\ 15xy$ $d) -\frac{7}{4}a^2m$ $e) -7ab^3c^2$

* Obs: nessas expressões não aparecem adições e nem subtrações.

⇒<u>Partes de um Monômio</u>: Geralmente um monômio é formado por duas partes:

$$\begin{cases} \textbf{um número}: \textit{que é chamado de coeficiente numérico}; \\ \textbf{uma variável ou uma multiplicação de variáveis} (\textit{inclusive seus expoentes}) \\ \textit{ chamada parte literal}. \end{cases}$$

Exemplo: Consideremos o monômio $3x^2y$, temos:



*Obs 1: como o número 1 é o elemento neutro da multplicação convencionou-se que:

$$\boxed{\begin{array}{c} -1abc^2 = -abc^2, \text{ logo } (-1) \text{ é o coeficiente.} \\ 1xy = xy, \text{ logo } (1) \text{ é o coeficiente.} \end{array}}$$

*Obs 2: Todo número real é considerado um monômio sem parte literal.

*Obs 3: O número real zero é chamado de monômio nulo.

⇒Grau de um Monômio: é dado pela soma dos expoentes de sua parte literal.

Exemplos:

$a)\ 6x^2y^5$ ➪ Grau 7, pois a soma de seus expoentes $(2 + 5 = 7)$.

$b) - mn$ ➪ Grau 2, pois a soma de seus exposntes $(1 + 1 = 2)$.

$c)\ 10$ ➪ Grau zero, pois não apresenta parte literal.

*Obs: O grau de um monômio também pode ser dado em relação a uma de suas variáveis Nesse caso, o grau do monômio corresponde ao expoente da variável considerada.

Exemplos:

a) O monômio $3x^2y^5$

é do 2º grau em relação à variável x.

e do 5º grau em relação à variável y.

b) O monômio $-a^3b$

é do 3º grau em relação à variável a.

e do 1º grau em relação à variável b.

⇒Monômios ou termos semelhantes: dois ou mais monômios são semelhantes quando têm a mesma parte literal, não importando a ordem dos fatores literais.

Exemplos:

$a)\ 5m\ e - 7m\ são\ semelhantes.$

$b)\ 2xy^3e\ 9y^3x\ são\ semelhantes.$

$c)\ 4x\ e\ 7x^2\ não\ são\ semelhantes.$

$d)\ 3xy^2e\ 4x^2y\ não\ são\ semelhantes.$

$e)\ 10a\ e\ 10b\ não\ são\ semelhantes.$

Operações entre monômios

⇨ **Adição e subtração**: dois monômios só podem ser somados ou subtraídos algebricamente se forem semelhantes, ou seja, se suas partes literais forem iguais. A adição de dois monômios deve ser feita da seguinte maneira: some os coeficientes e repita a parte literal e a subtração, subtraia os coeficientes e repita a parte literal.

*obs: Para a adição de monômios, valem todas as propriedades da adição de números reais: comutativa, associativa, elemento neutro e elemento inverso.

Exemplos:

$a)\ 4xy + 16xy =$

$b)\ 54kb^2c - 15kb^2c =$

$c)\ 2mn + 14mn + 5mn =$

$d)\ 2{,}5x^2y + 1{,}5x^2y - 0{,}5x^2y =$

Gabarito:	
$a)\ 20xy.$	$b)\ 39kb^2c.$
$c)\ 21mn.$	$d)\ 3{,}5x^2y.$

⇨ **Multiplicação:** Diferentemente da adição, deve ser feita tanto com a parte literal como com o coeficiente. Para realizá-la, proceda da seguinte maneira:

1 – Multiplique os coeficientes;

2 – Procure as incógnitas iguais que aparecem nos dois fatores que estão sendo multiplicados, some seus expoentes e coloque-as no resultado;

3 – As incógnitas que aparecem em apenas um fator, devem ser repetidas no resultado.

*Lembrete: Propriedade de potenciação:

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}}$$

Exemplos:

$a)\ 4xy^2k^3b\,.\,2xy^3k^6 = 4\,.\,2\,x^{(1+1)}y^{(2+3)}k^{(3+6)}b = 8x^2y^5k^9b$

*Obs: observe que o expoente da incógnita b foi omitido, sempre que isso acontecer esse expoente é 1.

$b)\ 6x^2y.\,2x^4.\,3y =$

$c)\ 4abc^4\,.\,4ab^2c =$

Gabarito:	
$a)\ 36x^6y^2.$	$b)\ 16a^2b^3c^5.$

⇨ **Divisão:** deve ser feita de maneira parecida com a multiplicação. Divida os coeficientes (ou os escreva como uma fração) e subtraia os expoentes das incógnitas que se repetem em ambos os termos algébricos.

*Lembrete: propriedade da potenciação

$$\boxed{a^m : a^n = a^{(m-n)}}$$

Exemplos:

$$a)\ 4xy^6k^3b : 2xy^3k^6 = \frac{4xy^6k^3b}{2xy^3k^6} = 2x^{(1-1)}y^{(6-3)}k^{(3-6)}b = 2y^3k^{-3}b$$

1 – Escrever a divisão na forma de fração;

2 – Dividir os coeficientes

3 – aplicar a propriedade da potenciação e resolver as subtrações dos expoentes.

*obs: note que o expoente resultante da variável x foi zero. Sempre que isso acontecer, a variável "desaparece", pois pela regra da potenciação qualquer termo elevado ao exponte zero é igual a 1.

$b)\ 12x^4y : 3x^2y =$

$c)\ 50b^6c^8d^4 : 25b^2c^4d^4 =$

$d)\ 4mn^{10} : mn^2 =$

Gabarito:

$b)\ 4x^2.$

$c)\ 2b^4c^4.$

$d)\ 4n^5.$

⇨ **Potenciação:** é necessário da aplicação das propriedades da potenciação.

*Lembrete:

$$\boxed{\begin{array}{c}(a^m)^n = a^{m.n} \\ (a\,.\,b)^m = a^m\,.\,b^m\end{array}}$$

Exemplos:

$$a)\ (4x^3)^2 = 4^2x^{(3.2)} = 16x^6$$

1 – Elevar o coeficiente ao expoente que está fora dos parenteses $4^2 = 16$;

2 – Aplicar a propriedade da potenciação na variável $x^{(3.2)}$.

$b)\ (-3wz^3)^3 =$

c) O quadrado do monômio $-11a^4 =$

Gabarito:

$b)\ -27w^3z^9.$

$c)\ 121a^8.$

⇨ **Radiciação**: Para extrairmos a raiz de um monômio efetuamos a raiz de seu coeficiente numérico e a raiz de cada um de seus fatores, na prática isso equivale a dividirmos cada expoente dos fatores pelo índice da raiz.

*Lembrete:

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = a^{(m:n)}}$$

Exemplos:

$a)\ \sqrt{x^4} = x^{(4:2)} = x^2$

$b)\ \sqrt{9m^2} = \sqrt{9}\,.\sqrt{m^2} = 3\,.\,m^{(2:2)} = 3m$

⇒**Polinômios**: tratam-se de uma adição algébrica entre monômios.

Exemplos:

$a)\ 2x - 15$

$b)\ 19 + y$

$c)\ a^2 - 2ab - 6$

$d) x^4 - 3x^2 + 7x - 12$

Observações:

1) Qualquer monômio é considerado um polinômio;

2) Os monômios que formam o polinômio são denominados termos do polinômio.

Assim:

a) $2xy$ é um polinômio de um só termo, também chamado de monômio.

b) $100x + 10y$ é um polinômio de dois termos, também chamado de binômio.

c) $9z^3 - 3z^2 + z$ é um polinômio de três termos, também chamado de trinômio.

d) Os polinômios com quatro termos ou mais não recebem nomes especiais.

⇒Escrever um polinômo na **forma reduzida** é agrupar os seus termos semelhantes.

Exemplo:

Escreva na forma reduzida o seguintes polinômio:

$$3a - 5ab + 8b - 2a + 3ab + b$$

Agrupamos os termos semelhantes:

$$(3a - 2a) + (-5ab + 3ab) + (8b + b)$$

Somamos os termos semelhantes:

$$a - 2ab + 9b$$

Essa última expressão chamamos de forma reduzida do polinômio.

⇒**Grau de um Polinômio**: é dado por seu termo de maior grau.

Exemplos:

$a)\ a^3x - 2a^4x^3 + 9ax^3$ é do 7º Grau, pois seu termo de maior grau $-2a^4x^3$ somando os expoentes de suas variáveis tem-se: $(4 + 3 = 7)$.

$b)\ x^3 - 6x^2y^2 - 2y$ é...

⇒**Polinômio de uma só variável**: é aquele que apresenta uma única letra como variável.

Exemplos:

$a)\ 6x^2 - 5x + 9$

$b)\ 8y^5 + y^4 - 2y^2 + 20$

***Obs:** é comum escrever polinômios com os termos em ordem segundo as potências decrescentes das variáveis.

Exemplos:

$a)\ 5a^4 - 3a^3 - a^2 + 2a - 10$

$b)\ 6x^2 - 5x - 1$

Quando o polinômio está ordenado, e nele não aparecem uma ou mais potências da variável, dizemos que o polinômio é incompleto. Nesse caso, os coeficientes dos termos que não aparecem no polinômio são zeros.

Exemplos:

$a)\ b^3 - 7b - 1$ é incompleto e pode ser escrito na sua forma completa assim:

$b^3 + 0b^2 - 7b - 1$ (forma geral)

$b)\ x^4 - 9$ é … …

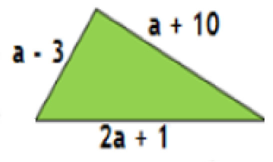
⇒**Operações entre polinômios**

⇒Adição e Subtração:

1. agrupar termos semelhantes;
2. reduzir os temos semelhantes (operar, no caso, adicionar ou subtrair conforme o caso).

Acompanhe os seguintes exemplos:

a) Qual é p polinômio que representa o perímetro da figura?



Como o perímetro representa a soma de todos os lados, tem-se:

$$(a-3)+(a+10)+(2a+1)=$$
$$(a+a+2a)+(-3+10+1)=$$
$$4a+8$$

b) Realize a seguinte subtração:

$$(5x^2-3x+7)-(9x^2-5x+2)=$$
$$(5x^2-9x^2-3x-(-5x)+7-2)=$$
$$-4x+2x+5$$

⇒Multiplicação:

Vamos ver a multiplicação de polinômios em três etapas, sendo que em todas elas temos a aplicação da propriedade distributiva. Primeiro observe o exemplo numérico da propriedade:

$$4 \times (15 + 28) =$$
$$(4 \times 15) + (4 \times 28) =$$
$$(60) + (112) =$$
$$172$$

Agora observe como fica a propriedade distributiva representada por letras. Veja que o elemento que está fora dos parênteses deve multiplicar cada elemento que está dentro, efetua-se a multiplicação e depois a adição:

$$4 \cdot (x + 3) =$$
$$(4 \cdot x) + (4 \cdot 3) =$$
$$4x + 12$$

Agora verifica-se os casos:

1º) número por polinômio: deve-se multiplicar o número por todos os termos do polinômio, em seguida adiciona-se os termos semelhantes se houver.

Exemplo:

$$3 \cdot (2x^2 + x + 5) =$$
$$(3 \cdot 2x^2) + (3 \cdot x) + (3 \cdot 5) =$$
$$6x^2 + 3x + 15$$

2º) Monômio por Polinômio: deve-se multiplicar o monômio por todos os termos do polinômio, em seguida adicionar os termos semelhantes se houver.

Exemplo:

$$3x \cdot (5x^2 + 3x - 1) =$$
$$(3x \cdot 5x^2) + (3x \cdot 3x) + \big(3x \cdot (-1)\big) =$$
$$15x^3 + 9x^2 - 3x$$

Tente você:

$a)\ -2x^2 \cdot (5x - 1) =$

$b)\ 2x \cdot (x + 1) =$

$c)\ (3xy + 2x) \cdot 5x =$

$d)\ 2a \cdot (a^2 - 2a + 1) =$

Gabarito:

$a)\ -10x^3 + 2x^2.$ $b)\ 2x^2 + 2x.$ $c)\ 15x^2y + 10x^2.$ $d)\ 2a^3 - 4a^2 + 2a.$

3º) Polinômio por Polinômio: deve-se aplicar a distributiva, resolver as multiplicações e em seguida adicionar os termos semelhantes se houver.

Exemplo:

$$(3x-1)\cdot(5x^2+2)=$$

$$(3x\cdot 5x^2)+(3x\cdot 2)+\big((-1)\cdot 5x^2\big)+\big((-1)\cdot 2\big)=$$

$$15x^3+6x-5x^2-2=$$

$$15x^3-5x^2+6x-2$$

Tente você:

$a)\ (2x^2+x+1)\cdot(5x-2)=$

$b)\ (x-y)\cdot(2y-3x)=$

Gabarito:

$a)\ 10x^3+3x^2+3x-4.$

$b)\ -3x^2-2y^2-xy.$

Divisão: também a veremos em 3 casos

1º) Polinômio por número.

Exemplo:

$$(30a^2-14ab+4b+2):2=$$

$$(30a^2:2)+(-14ab:2)+(4b:2)+(2:2)=$$

$$15a^2-7ab+2b+1$$

2º) Polinômio por Monômio:

O monômio irá dividir cada um dos termos do polinômio, assim será transformada em tantas quantas houverem divisões de monômio por monômio, que já se sabe operar.

Exemplo:

$$(10a^3b^3+8ab^2):(2ab^2)=$$

$$\frac{10a^3b^3}{2ab^2}+\frac{8ab^2}{2ab^2}=$$

$$5a^2b+4$$

Tente você:

$a)\ (6a^2b^2-12ab+3ab^2):(3ab)=$

Gabarito:

$a)\ 2ab+b-4.$

3º) Polinômio por Polinômio:

Exemplo:

$a)\ (x^3 - 3x^2 - x + 6) : (x - 2) =$

$$\begin{array}{r|l}
(\cancel{x}^3 - 3x^2 - x + 6) & (x-2) \\ \cline{2-2}
-(\cancel{x}^3 - 2x^2) & x^2 - x - 3 \\ \cline{1-1}
0 \quad -\cancel{x}^2 - x + 6 & \\
-(-\cancel{x}^2 + 2x) & \\ \cline{1-1}
0 \quad -\cancel{3x} + \cancel{6} & \\
-(-\cancel{3x} + \cancel{6}) & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

(exata, resto igual a zero)

$b)\ (x^3 + 4x^2 + x - 6) : (x + 2) =$

$$\begin{array}{r|l}
(\cancel{x}^3 + 4x^2 + x - 6) & (x+2) \\ \cline{2-2}
-(\cancel{x}^3 + 2x^2) & x^2 + 2x - 3 \\ \cline{1-1}
0 \quad +\cancel{2x}^2 + x - 6 & \\
-(\cancel{2x}^2 + 4x) & \\ \cline{1-1}
0 - \cancel{3x} - \cancel{6} & \\
-(-\cancel{3x} - \cancel{6}) & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

$c)\ (4x^3 - 2x^2 - 3) : (2x^2 - 1) =$

$$\begin{array}{r|l}
(\cancel{4x}^3 - 2x^2 - 3) & (2x^2 - 1) \\ \cline{2-2}
-(\cancel{4x}^3 - 2x) & 2x - 1 \\ \cline{1-1}
0 \quad -\cancel{2x}^2 + 2x - 3 & \\
-(-\cancel{2x}^2 + 1) & \\ \cline{1-1}
0 + 2x - 4 &
\end{array}$$

Com resto.

Exercícios

1 – Efetue as operações com polinômios e dê o resultado na forma mais simples possível.

$a)\ (4x-2)+(-3x+1)=$

$b)\ (x^2-7x+1)-(3x^2-7x+4)=$

$c)\ 3x\cdot(x-8)=$

$d)\ (x+7)(x-2)=$

$e)\ (x^2-3x+5)(x^2-2x+1)=$

$f)\ (a^2-a+b)(a+b-2)=$

$g)\ (3x+4)(x^2-5x+5)=$

$h)\ (3x^2+3x-20):(x+3)=$

2 – Qual é o polinômio que dividido por $x-4$ dá o quociente $x+9$ e o resto -3?

3 – Dados os polinômios:

$A=4x^2-8$

$B=2x+3$

$C=x^2-3x+1$

Efetue as operações:

$a)\ A+B=$

$b)\ C-D=$

$c)\ 5\cdot C=$

$d)\ A:B=$

$e)\ 2A+3C=$

$f)\ B-3A=$

$g)\ x \cdot B =$ $h)\ A + B - C =$ $i)\ 3A - 2B + 5C =$

4 – Para que valor de x o binômio $7 - 2x$ tem o mesmo valor numérico do binômio $3x + 27$?

5 – São dados os polinômios:

$$A = 3x + 2$$
$$B = -4x + 3$$
$$C = -5x - 2$$
$$D = 2x - 1$$

Calcule:

$a)\ A - B =$ $b)\ A + B - C =$

$c)\ C - D - A =$ $d)\ A - B + C - D =$

6 – Dados os polinômios:

$$A = x^2 + 3x + 3$$
$$B = 3x^2 - 2x - 1$$
$$C = -x^2 - x - 2$$

Calcule:

$a)\ A + B + C =$ $b)\ A - B + C =$

$c)\ C - B + A =$ $d)\ B - C - A =$

7 – Calcule os produtos:

$a)\ 2x \cdot (3x^2 - 5x + 4) =$

$b)\ ab \cdot (2ab - a + b + b^2) =$

$c)\ (x^2 + x) \cdot (x^3 + 2x^2 - 4) =$

$d)\ (2x - 4) \cdot (3x + 1) =$

$d)\ (3x - 5) \cdot (5x^2 - 7x + 11) =$

8 – Determine as divisões entre polinômios e monômios:

$a)\ (12a^2 + 9a) : (+3a) =$

$b)\ (15x^4 - 21x^3 + 18x^2) : (-3x) =$

$c)\ (-2b^3 + 5b^2 - 10b) : (+5b) =$

$d)\ (\ 20y^5 - 35y^4 + 15y^3 - 10y^2) : (-5y^2) =$

9 – Determine as divisões entre polinômios:

$a)\ (x^2 + 11x + 18) : (x + 2) =$

$b)\ (3x^2 - 5x + 2) : (x - 1) =$

$c)\ (8x^2 - 10x - 7) : (2x + 1) =$

$d)\ (6x^3 - 13x^2 + 18x - 8) : (3x - 2) =$

$e)\ (12x^4 - 8x^3 - 12x^2) : (3x^2 - 2x - 3) =$

Gabarito:

$1 - a)\ x - 1.$ $b) - 2x - 3.$ $c)\ 3x^2 - 8x.$ $d)\ x^2 + 5x - 14.$ $e)\ x^4 - 5x^3 + 12x^2 - 13x + 5.$ $f)\ a^3 + a^2b - 3a^2 + b^2 - 2a - 2b.$

$g)\ 3x^3 + x^2 + 11x + 20.$ $h)\ 3x - 6\ e\ resto - 2.$ $2)\ x^2 + 5x - 39.$ $3 - a)\ 4x^2 + 2x - 5.$ $b)\ x^2 - 5x - 2.$ $c)\ 5x^2 - 15x + 5.$

$d) 2x - 3\ e\ resto + 1.$ $e)\ 11x^2 - 9x - 13.$ $f) - 12x^2 + 2x + 27.$ $g)\ 2x^2 + 3x.$ $h)\ 3x^2 + 5x - 6.$ $i)\ 17x^2 - 19x - 25.$

$4)\ x = -4.$ $5 - a)\ 7x - 1.$ $b)\ 6x + 7.$ $c) - 10x - 3.$ $d) - 2.$ $6 - a)\ 3x^2 + 4.$ $b) - 3x^2 + 4x + 6.$

$c) - 3x^2 + 4x + 6.$ $d)\ 3x^2 - 4x - 6.$ $7 - a)\ 6x^3 - 10x^2 + 8x.$ $b)\ ab^3 + 2a^2b^2 - a^2b + ab^2.$ $c)\ x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 4x.$

$d)\ 6x^2 - 10x - 4.$ $e)\ 15x^3 - 46x^2 + 68x - 55.$ $8 - a)\ 4a + 3.$ $b) - 5x^3 + 7x^2 - 6x.$ $c)\ {}^{-2}/_{5}\, b^2 + b - 2.$

$d) - 4y^3 + 7y^2 - 3y + 2.$ $9 - a)\ x - 13\ e\ resto + 44.$ $b)\ 3x - 2.$ $c)\ 4x - 7.$ $d)\ 2x^2 - 3x + 4.$ $e)\ 4x^2.$

X	**Mini curso de Álgebra** Aluno (a): ______________________________________ N°: _______ Professor (a): ____ Ano: 1º - Turma: ________ ****AVALIAÇÃO MÓDULO 4*** - Data:________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF08MA06ERS-1CX09 Modelar situações na forma de expressão algébrica, levantando e testando hipóteses a partir das propriedades das operações e validar a solução no contexto proposto.EF08MA06 Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. EF08MACX10 Resolver cálculos algébricos. EF08MACX11 Simplificar expressões algébricas.

ATENÇÃO: pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras. Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

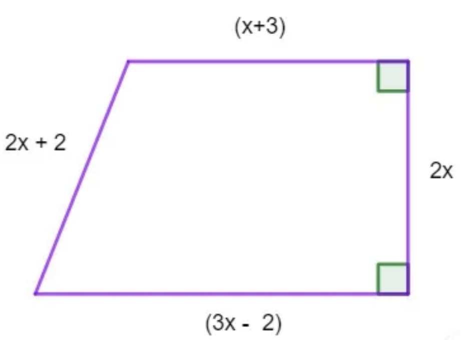
❶ - Qual o valor da expressão algébrica $\sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}$, para $a = 2, b = -5\ e\ c = 2$?

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

❷ – Considerando os polinômios $p(x) = x^3 + 5x^2 - 10\ e\ q(x) = -x^2 + 6x + 4$ o valor de $p(2) : q(1)$ é:

a) 2.
b) 5.
c) 9.
d) 15.
e) 18.

❸ - O Polinômio que representa o perímetro do trapézio a seguir é:



$a)\ 8x + 3$

$b)\ 11x$

$c)\ 4x^2 + 2$

$d)\ x^2 + 11$

$e)\ 11x - 3$

❹ - Analisando o polinômio $4x^5 + 8x^3 - x$, podemos afirmar que o grau desse polinômio é igual a:

a) 4. b) 5. c) 8. d) 10. e) 12.

---

❺ – Considerando os polinômios a seguir:

$A: 2x^3 + 4x^2 + 2y^2 + 4$ $\quad B: -7x^2 + y^2 + 2$ $\quad C: x^3 - 2x^2 + y^2 + 3$

O valor de $A + B - 2 \cdot C$ é igual a:

$a)\ y^2 + 2x^2 + 2$ $\quad b)\ 2x^3$

$c)\ 2x^3 + x^2 + y^2 - 3$ $\quad d)\ x^2 + 4y^2 + 3$

$e)\ x^2 + y^2$

---

❻ - Analise as alternativas a seguir:

I – O grau de um polinômio é dado pelo maior coeficiente de suas variáveis.

II – O valor numérico de $p(x) = 3x^2 - 4x + 2$ quando $x = 2$ é 6.

III – O polinômio $p(x) = 4x^3 + 2x^2 - 1$, possui grau 4.

Marque a alternativa correta.

a) Somente a afirmativa I é verdadeira.

b) Somente a afirmativa II é verdadeira.

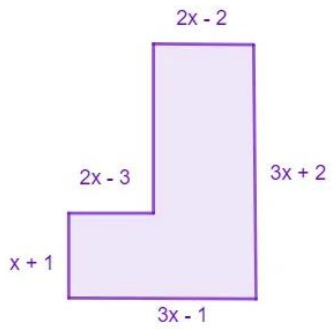
c) Somente a afirmativa III é verdadeira

d) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.

e) Todas as afirmativas são verdadeiras.

---

❼ – O perímetro do polígono a seguir pode ser expresso pelo seguinte polinômio:



$a)\ 2x - 1$

$b)\ 8x + 4$

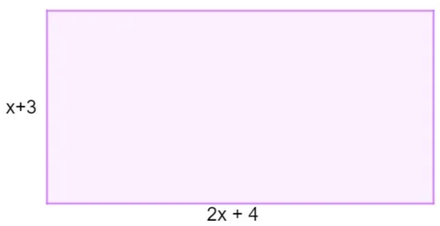
$c)\ 11x - 3$

$d)\ 10x + 4$

$c)\ x^3 + 3$

---

❽ - Analise o retângulo a seguir:



Qual é o polinômio que representa a área desse retângulo:

$a)\ 3x + 7$

$b)\ x^2 + 12$

$c)\ 2x^2 + 12$

$d)\ 2x^2 + 10x + 12$

$e)\ X^2 + 5x + 7$

---

❾ - Ao realizar o produto dos polinômios $p(x)\ e\ q(x)$, sabendo que $p(x)$ tem grau 3 e $q(x)$ tem grau 5, o grau do polinômio $p(x) \cdot q(x)$ será:

a) 5. b) 8. c) 15. d) 2. e) 9.

---

❿ - Qual é o polinômio resultante da divisão de $(10a^3b^3 + 8ab^2)\ por\ (2ab^2)$:

$a)\ 20a^4b^5 + 16a^3b^3$ $\quad c)\ 5a^2b + 4a$ $\quad e)\ n.d.a.$

$b)\ 5ab + 4ab$ $\quad d)\ 5a^2b + 4$

04

Módulo 04
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O.

→ **Gabarito:**

1 – C.

2 – A.

3 – A.

4 – B.

5 – E.

6 – D.

7 – D.

8 – D.

9 – B.

10 – D.

Módulo 05
Fatoração de Polinômios / Produtos Notáveis.

→ **Objetivo:** Aplicar a sequência didática que segue com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é o de rever todos principais casos de fatoração de expressões algébricas de nível de Ensino Fundamental, os produtos notáveis (fator comum e evidência, agrupamento, trinômio quadrado perfeito e diferença de dois quadrados). Ainda a soluçã de equações de 2º grau através da técnica de soma e produto.

Como um extra, também serão apresentados casos de fatoração de cubos. (soma e diferença de cubos e cubo da soma e da diferença). Estes sem obrigatoriedade, com intento apenas para se o professor aplicador julgar apropriado.

Ao final do módulo será apresentada uma sugestão de atividade avaliativa a ser aplicada aos estudantes.

Minicurso de Álgebra / Módulo 05	
Professor(a):	
Estudante:	Data: / /2023.

Assuntos: $\begin{cases} Fatoração\ de\ polinômios/Produtos\ Notáveis; \\ Casos\ principais \begin{cases} Fator\ comum\ em\ evidêcia; \\ Agrupamento; \\ Trinômio\ quadrado\ perfeito; \\ Diferença\ de\ dois\ quadrados; \end{cases} \end{cases}$

Fatoração de Polinômios/Produtos Notáveis

⇨**Definição:** trata-se de escrever o polinômio como a multiplicação entre dois ou mais fatores auxiliando na simplificação de expressões algébricas e na compreensão das mesmas.

⇨**Produtos Notáveis**: são multiplicações que aparecem com frequência em muitos cálculos matemáticos (expressões algébricas), daí o seu nome "notáveis". Inclusive algumas dessas expressões necessitam de conhecimento sobre eles para facilitar na sua fatoração.

Principais casos:

⇨**Fator Comum em evidência**: Verifiquemos o exemplo abaixo:

$$20xy + 12x^2 + 8xy^2$$

Processo:

Passo 1) definição do fator comum.

Temos que x está presente em todos os termos;

Além disso todos os coeficientes $(20, 12\ e\ 8)$ são múltiplos de 4.

Logo o fator comum a todos os termos é $4x$.

Passo 2) definição dos termos.

Dividimos cara termo pelo fator comum:

$$20xy : 4x = 5y$$

$$12x^2 : 4x = 3x$$

$$8xy^2 : 4x = 2y^2$$

Passo 3) Escrever o polinômio fatorado

Colocando o fator comum em evidência e entre parênteses a soma dos resultados encontrados:

$$4x\ (\ 5y + 3x + 2y^2)$$

Tente você:

$a)\ ax^2 + 2ax - 3ax^2 + ax =$ $\quad b)\ ay^3 - 4by - 16by + 5ay^3 =$ $\quad c) 3bm - 3bx - 3bn =$

Gabarito:

$a)\ ax(x + 2 - 3x + +1).$ $\quad b)\ y\ (ay^2 - 4b - 16b + 5ay^2).$ $\quad c)\ 3b(m - x - n).$

⇨**Agrupamento:** verifiquemos o exemplo abaixo:

$$ax + 4b + bx + 4a$$

Passo1) agrupar os termos que possuem $a\ e\ b$ como fator comum:

$$ax + 4a + 4b + bx$$

Passo 2) colocar $a\ e\ b$ em evidência nos termos de dois a dois:

$$a(x + 4) + b(4 + x)$$

Passo 3) Nota-se que dentro dos parênteses os fatores são os mesmos, então coloca-se eles em evidência:

$$(x + 4)(a + b)$$

Tente você:

$a)\ ax + bx + ay + by =$ $\quad b)\ 5ax + bx + 5ay + by =$ $\quad c)\ x^2 + 3x + ax + 3a =$

Gabarito:

$a)\ (a + b)(x + y).$ $\quad b)\ (5a + b)(x + y).$ $\quad c)\ (x + 3)(x + a).$

⇨**Trinômio quadrado perfeito:**

*obs: um polinômio é conhecido como trinômio quadrado perfeito quando ele é resultado do quadrado da soma ou da diferença, ou seja:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

Antes de iniciar, verificar se o polinômio a ser fatorado se enquadra como trinômio quadrado perfeito.

Verifiquemos o exemplo abaixo:

$$x^2 + 10x + 25$$

Passo 1) Extraímos a raiz quadrada do primeiro e do último termo:

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{25} = 5$$

Passo 2) verificar se o termo central (no caso o $10x$) é igual ao dobro das raízes do primeiro e do último termo, ou seja $2 \cdot x \cdot 5$, logo o trinômio dado é um trinômio quadrado perfeito.

$$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$$

Tente você:

$a)\ x^2 + 4x + 4 =$ $b)\ x^2 - 8x + 16 =$ $c)\ a^2 + 2a + 1 =$

Gabarito:

$a)\ (x+2)^2$. $b)\ (x-4)^2$. $c)\ (a+1)^2$.

⇨**Diferença de dois quadrados**: Verifiquemos o exemplo:

$$4x^2 - 36y^2$$

Passo 1) calcular a raiz quadrada de cada um dos termos:

$$\sqrt{4x^2} = 2x$$

$$\sqrt{36y^2} = 6y$$

Lembrete: genericamente

$$(a+b)(a-b) =$$

$$a^2 - ab - b^2 + ba\ (organizando)$$

$$a^2 - b^2 - \cancel{a}b + \cancel{a}b =$$

$$a^2 - b^2$$

Logo, se:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Então:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Passo 2) Escrever esse polinômio como produto da soma pela diferença das raízes encontradas:

$$4x^2 - 36y^2 = (2x+6y)(2x-6y)$$

Tente você:

$a)\ x^2 - 49 =$ $\quad$ $b)\ a^2 - 25 =$ $\quad$ $c)\ 9a^2 - 4b^2 =$

Gabarito:

$a)\ (x+7)(x-7).$ $\quad$ $b)\ (a+5)(a-5).$ $\quad$ $c)\ (3a+2b)(3a-2b).$

⇨**Soma de dois Cubos**: A soma de dois cubos pode ser fatorada como:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

Verifiquemos o exemplo:

$$x^3 + 8$$

Passo 1) sabemos que $8 = 2^3$, então:

$$x^3 + 2^3 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

Tente você:

$a)\ x^3 + y^3 =$ $b)\ a^3 + 1 =$ $c)\ a^3b^3 + 27c^6 =$

Gabarito:

$a)\ (x + y)(x^2 - xy + y^2).$ $b)\ (a + 1)(a^2 - a + 1).$ $c)\ (ab + 3c^2)(a^2b^2 - 3abc^2 + 9c^4).$

⇨**Diferença de dois cubos:** a diferença de dois cubos pode ser fatorada como:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(\ a^2 + ab + b^2)$$

Verifiquemos o exemplo:

$$8x^3 - 27$$

Passo 1) sabemos que $8x^3 = (2x)^3$ e $27 = 3^3$

$$(2x)^3 - 3^3 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

Tente você:

$a)\ m^3 - n^3 =$ $b)\ x^3 - 8 =$ $c)\ 64 - 8x^3 =$

Gabarito:

$a)\ (m - n)(m^2 + mn + n^2).$ $b)\ (x - 2))(x^2 + 2x + 4).$ $c)\ (4 - 2x)(16 + 8x + 4x^2).$

***Obs:** se houver interesse, ainda há o caso do cubo da soma e cubo da diferença.

$(a+b)^3 =$

$(a+b)(a+b)^2 =$

$(a+b)(a^2+2ab+b^2) =$

$a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 =$

$a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3 =*$ $\quad * \, organizando \ os \ termos \ se \ chega \ a \ configuração \ abaixo.$

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

$(a-b)^3 =$

$(a-b)(a-b)^2 =$

$(a-b)(a^2-2ab+b^2) =$

$a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3 =$

$a^3 + 3ab^2 - 3a^2b - b^3 =*$ $\quad * \, organizando \ os \ termos \ se \ chega \ a \ configuração \ abaixo.$

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

*C-U-I-D-A-D-O:

O cubo da soma e a soma dos cubos são coisas DIFERENTES

$$a^3 + b^3 \neq (a+b)^3$$

Verifiquemos através de um exemplo numérico atribuindo $\begin{cases} a = 2. \\ b = 3. \end{cases}$

Substituindo:

$$(2)^3 + (3)^3 \neq \big((2)+(3)\big)^3$$

$$8 + 27 \neq (5)^3$$

$$35 \neq 125$$

*Obs: raciocínio análogo pode ser feito entre o cubo da diferença e a diferença dos cubos.

Exercícios:

1- Durante a resolução de um problema de matemática, o professor realizou a seguinte fatoração:

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

Esse caso de fatoração é conhecido como:

A) trinômio quadrado perfeito.

B) diferença de dois cubos.

C) diferença de dois quadrados.

D) fatoração por agrupamento.

E) fator comum em evidência.

2 – Simplificando o polinômio a seguir:

$$\frac{2x^3 - 20x^2 + 50x}{x^2 - 10x + 25}$$

$a)\ 2x.$ $b)\ x + 5.$ $c)\ 2(x - 5).$ $d)\ (x + 5)^2.$ $e)\ (x - 5)^2.$

3- Sobre a fatoração de polinômios, marque a alternativa INCORRETA:

$a)\ x^2 - y^2 = (x + y)(x - y).$

$b)\ x^2 + 2x + 4 = (x + 2)^2.$

$c) ax + bx + cx = x(a + b + c).$

$d)\ x^2 - 5x - 25 = (x - 5)^2.$

$e)\ x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

4 – Sabendo que $(a + b) = 8$ e que $(a^2 - b^2) = 16$, qual o valor de b?

$a)$ 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

5 – Sabendo que $x > y$, a expressão algébrica

$$\frac{(x - y)(x^2 - y^2)}{x + y}$$

Pode ser simplificada como:

$a)\ x + y.$ $b)\ x - y.$ $c)\ x^2 - y^2.$ $d)\ (x - y)^2.$ $e)\ (x + y)^2.$

6 – O polinômio cujo a fatoração é $(x + y)(a + b)$ é:

$a)\ x^2 + 2xy + 2xy + b^2.$ $b)\ xa + xb + yb + ya.$

$c)\ xa^2 + yb^2 + xa + xb.$ $d)\ ax^2 + 2xy + 2yb + b^2.$

$e)\ ax + ay - bx - bx.$

7 – Analisando as alternativas, marque aquela que corresponde à fatoração correta do seguinte polinômio:

$$x^2 - 10x + 25$$

$a)\ x^2 - 5^2.$ $b)\ (x + 5)^2.$ $c)\ (x - 5)^2.$ $d)\ (x - 5)^3.$ $e)\ (x + 5)^3.$

8 – Durante seus estudos de Cálculo 1, Marcelo se deparou com a seguinte equação

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2 = 0$$

Realizando a fatoração, essa equação pode ser reescrita como:

$a)\ (x + y)^2(x - y)^2.$ $b)\ (x + 2)^2 - (y + 2).$

$c)\ (x - 1)^2 : (y + 1).$ $d)\ (x - 1)^2 + (y + 1)^2.$

$e)\ (x + 1)^2 + (y - 1)^2.$

9 – Com relação as expressões algébricas são feitas as seguintes afirmações:

$I.\ 2(4 - 2y) = 8 - 8y$

$II.\ 2(2a + 6) = 4(a + 3)$

$III.\ (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

É Correto o que se afirma apenas em:

a)I. b) II. c) III. d) I e III. e) II e III.

10 – A forma fatorada da expressão

$$\frac{3a^2 + 6ab + 3b2}{3a + 3b}$$

É:

$a)\ a + b.$ $b)\ 3a + 3b.$ $c)\ a - b.$ $d)\ 3(a^2 - b^2).$ $e)\ 3.$

11 – Durante as aulas de matemática, um estudante utilizou o seguinte método de fatoração:

$$ax + 3b + bx + 3a =$$

$$ax + 3a + 3b + bx =$$

$$a(x + 3) + b(3 + x) =$$

$$(a + b)(x + 3)$$

Esse método de fatoração é conhecido como:

A) fator comum em evidência. B) fatoração por agrupamento.

C) fatoração do trinômio quadrado perfeito. D) fatoração da diferença de dois quadrados.

E) n.d.a.

12 – A forma fatorada da expressão $27y^3 - 8$ é:

$a)\ (3y - 2)^3.$ $b)\ (3y - 2)(3y + 2).$ $c)\ (3y + 2)(9y - 4).$

$d)\ (3y - 2)(9y^2 - 6y + 4).$ $e)\ 3y(9y^2 - 6y + 4).$

D-E-S-A-F-I-O: Se $ab = 8$ e $a^2b + ab^2 + a + b = 90$, qual o valor de $a^3 + b^3$?

a) 740. b) 750. c) 760. d) 820. e) 840.

Gabarito:

$1)\ alternatica\ C.$ $2)\ alternativa\ A.$ $3)\ alternativa\ D.$ $4)\ alternativa\ B.$ $5)\ alternativa\ D.$
$6)\ alternativa\ B.$ $7)\ alternativa\ C.$ $8)\ alternativa\ E.$ $9)\ alternativa\ E.$ $10)\ alternativa\ A.$
$11)\ alternativa\ B.$ $12)\ alternativa\ D.$ $Desafio: alternativa\ C.$

Exercícios – parte 2.

1 – Fatore as seguintes expressões algébricas:

$a)\ 5a^2x - 5a^2m - 10a^2 =$

$b)\ 7am - 7ax - 7an =$

$c)\ 15x^3 - 21x^2 =$

$d)\ 6x^2y + 12xy - 9xyz) =$

$e)\ 2a + 2n + ax + nx =$

$f)\ 2x - 2 + yx - y =$

$g)\ 3a^2 + 3 + ba^2 + b =$

$h)\ x^3 + 2x^2 + xy + 2y =$

$i)\ (a^2 - 64) =$

$j)\ (25 - 9a^2) =$

$k)\ x^2 - 1 =$

$l)\ 16a^2 - 9x^2y^2 =$

$m)\ m^2 - 12m + 36 =$

$n)\ x^2 + 20x + 100 =$

$o)\ a^2 + 14a + 49 =$

$p)\ 64a^2 - 80a + 25 =$

$q)\ a^4 - 22a^2 + 121 =$

$r)\ 36 + 12xy + x^2y^2 =$

$s)\ 8x^3 + 125 =$

$t)\ 8x^3 - 27y^3 =$

$u)\ (x+3)^3 =$

$v)\ (2b+2)^3 =$

Gabarito:

$1 - a)\ 5a^2(x - m - 2).$ $b)\ 7a(m - x - n).$ $c)\ 3x^2\,(5x - 7).$ $d)\ 3xy\,(2x + 4 - 3z).$ $e)\ (a+n)(2+x).$

$f)\ (x-1)(2+y).$ $g)\ (a^2+1)(3+b).$ $h)\ (x+2)(x^2+y).$ $i)\ (a+8)(a-8).$ $j)\ (5+3a)(5-3a).$

$k)\ (x+1)(x-1).$ $l)\ (4a+3xy)(4a-3xy).$ $m)\ (m-6)^2.$ $n)\ (x+10)^2.$ $o)\ (a+7)^2.$ $p)\ (8a-5)^2.$

$q)\ (a^2-11)^2.$ $r)\ (36+xy)^2.$ $s)\ (2x+5)(4x^2-10x+25).$ $t)\ (2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2).$

$u)\ x^3+9x^2-27x+27.$ $v)\ 8b^3+24b^2+24b+8.$

⇨**Resolução de Equações de 2º grau completas e incompletas com o auxílio da fatoração.**

1) Completas: $ax^2 + bx + c = 0$

⇨**Soma e Produto:** utilizado para as equações de 2º grau completas sem uso de Bháskara. Apropriado para quando o coeficiente a for igual a 1. Observe o exemplo:

$$\boldsymbol{x^2 + 2x - 15 = 0}$$

Temos as seguintes relações:

$$\boxed{\begin{array}{c}(x' + x" = b)\\ (x' \cdot x" = c)\end{array}}$$

Substituindo:

$$(x' + x" = 2)$$

$$(x' \cdot x" = -15)$$

Descobrindo a combinação de números:

$$5 + (-3) = 2$$

$$5 \cdot (-3) = -15$$

Substituindo no modelo fatorado:

$$(x + a) \cdot (x + b) = 0$$

$$(x + 5) \cdot (x + (-3)) = 0$$

Concluindo, para que tenhamos um resultado igual a zero, pelo menos um dos fatores tem que ser igual a zero, então:

$$x + 5 = 0$$

$$x' = -5$$

E

$$x - 3 = 0$$

$$x" = 3$$

Solução $(-\mathbf{5}, \mathbf{3})$

OBS: Ou pelas fórmulas: (recomendo para quando o coeficiente $a \neq 1$).

$$\boxed{\begin{array}{l} x' + x" = -\dfrac{b}{a} \\ \\ x' \cdot x" = \dfrac{c}{a} \end{array}}$$

Exemplo:

$$2x^2 - 2x - 40 = 0$$

Substituindo e manipulando as fórmulas

$$x' + x" = -\frac{(-2)}{(2)}$$

$$x' \cdot x" = \frac{(-40)}{(2)}$$

Resolvendo:

$$x' + x" = 1$$

$$x' \cdot x" = -20$$

Achando combinações:

$$4 + (-5) = -1$$

$$4 \cdot (-5) = -20$$

Substituindo no modelo

$$(x + a)(x + b) = 0$$

$$(x + 4)(x - 5) = 0$$

Concluindo, para que tenhamos um resultado igual a zero, pelo menos um dos fatores tem que ser igual a zero, então:

$$x + 4 = 0$$

$$x' = -4$$

E

$$x - 5 = 0$$

$$x'' = 5$$

Solução $(-4\ e\ 5)$.

Tente você:

1- Encontre as raízes das equações de 2º grau abaixo através do método da soma e produto:

$a)\ x^2 + 5x + 4 = 0$

$b)\ 2x^2 - 6x - 8 = 0$

$c)\ x^2 - 5x + 6 = 0$

$d)\ x^2 + 11x + 24 = 0$

$e)\ 3x^2 - 21x - 24 = 0$

$f)\ x^2 + 3x + 5 = 0$

Gabarito:

$1 - a)\ (-1, -4)$. $b)\ (-1, 4)$. $c)\ (2, 3)$. $d)\ (-3, -8)$. $e)\ (-1, 8)$. $f)\ não\ tem\ raízes\ \mathbb{R}$.

2) incompletas:

Caso: $ax^2 + bx = 0$

Passo 1) fatorar por fator comum em evidência:

$$x \cdot (ax + b) = 0$$

Passo 2) Concluindo, para que tenhamos um resultado igual a zero, pelo menos um dos fatores tem que ser igual a zero, então:

$$x = 0$$

Ou

$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$\boxed{x = -\frac{b}{a}}$$

Caso: $ax^2 + c = 0$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$\boxed{x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}}$$

Exercícios:

1- Encontre as raízes da equação $x^2 + 7x + 12 = 0$ por soma e produto:

2 – O valor do produto das raízes da equação $4x^2 + 8x - 12 = 0$ é:

$a) - 12.$

$b)\ 8.$

$c) - 3.$

$d)\ 2.$

$e)\ não\ existe.$

3 – A equação $x^2 - x - 30 = 0$ apresenta duas raízes iguais a:

$a) - 6\ e - 5.$

$b) - 1\ e - 30.$

$c)\ 6\ e\ - 5.$

$d)\ 30\ e\ 1.$

$e) - 6\ e\ 5.$

4 – Considerando a equação $2x^2 + 8x + 6 = 0$, seja S a soma das raízes dessa equação e P o produto das raízes da equação, então o valor da operação $(S - P)^2$ é:

$a)\ 36.$

$b)\ 49.$

$c)\ 64.$

$d)\ 81.$

$e)\ 100.$

5 – Qual é o valor da soma das soluções reais da equação $x^2 + 2x - 3 = 0$?

$a) - 3.$

$b) - 2$

$c) - 1.$

$d)\ 0.$

$e)\ 1.$

D-E-S-A-F-I-O: Se 1 e 5 são as raízes da equação $x^2 + px + q = 0$, então o valor de $p + q$ é:

$a) - 2.$

$b) - 1$

$c)\ 0.$

$d)\ 1.$

$e)\ 2.$

Gabarito:

$1)\ (-3, -4).$ $2)\ alternativa\ C.$ $3)\ alternativa\ C.$ $4)\ alternativa\ C.$ $5)\ alternativa\ B.$

$Desafio)\ alternativa\ D.$

X	Mini curso de Álgebra Aluno (a): ______________________________ N°: _______ Professor (a): ______________________________ Ano: 1º - Turma: _________ ****AVALIAÇÃO MÓDULO 5*** - Data:_________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF08MA06ERS-1CX09 Modelar situações na forma de expressão algébrica, levantando e testando hipóteses a partir das propriedades das operações e validar a solução no contexto proposto.EF08MA06 Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. EF08MACX10 Resolver cálculos algébricos. EF08MACX11 Simplificar expressões algébricas.

ATENÇÃO: pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras. Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - A respeito dos produtos notáveis, assinale a alternativa correta.

$a)\ (x+a)^2 = x^2 + a^2$

$b)\ (x+a)^2 = x^2 + xa + a^2$

$c)\ (x-a)^2 = x^2 - a^2$

$d)\ (x-a)^2 = x^2 - 2x - a^2$

$e)\ (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

❷ - Obtenha a versão mais simples das seguintes frações algébricas:

$a)\ \dfrac{x^2-9}{x+3} =$

$b)\ \dfrac{x^2+5x+xy+5y}{7x+7y} =$

$c)\ \dfrac{4x^2+4xy+y^2}{2x+y} =$

$d)\ \dfrac{(x+y)(x+y)-y^2}{x+2y} =$

$e)\ \dfrac{a^2+ab+(b+a)(b-a)}{3a+3b} =$

❸ - A fração $\frac{4x^2-1}{4x^2+4x+1}$ é equivalente a:

$a)\ \frac{2x-1}{2x+1}$ $b)\ \frac{2x+1}{2x-1}$ $c)\ \frac{-1}{4x}$ $d)\ \frac{-1}{4x+1}$

❹ - A fração $\frac{4x^2-1}{4x^2+4x+1}$ é equivalente a:

$a)\ \frac{2x-1}{2x+1}$ $b)\ \frac{2x+1}{2x-1}$ $c)\ \frac{-1}{4x}$ $d)\ \frac{-1}{4x+1}$

❺ – Fatore as seguintes expressões algébricas:

$a)\ x^2 - 13x + 42 =$

$b)\ x^2 + 12x + 20 =$

$c)\ x^2 + 8x + 15 =$

❻ - Qual é o resultado da expressão abaixo?

$$(x+2)(x-2) + (2+x)(2-x) =$$

$a)\ 2x^2$

$b)\ 2x^2 - 8$

$c)\ 8$

$d)\ 0$

❼ – Qual é a forma fatorada do produto entre os polinômios $x^2 + 14x + 49$ e $x^2 - 14x + 49$?

a) $(x+7)^2.(x-7)^2$
b) $(x^2 + 14x + 49)\ .\ (x^2 - 14x + 49)$
c) $(x+7).(x-7)^2$
d) $(x+7)^2\ .\ x - 7^2$
e) $x + 7^2.(x-7)^2$

❽ - Qual é a forma simplificada da expressão algébrica abaixo?

$$\frac{(x^2 + 14x + 49)\ .\ (x^2 - 49)}{x^2 - 14x + 49}$$

$a)\ \frac{(x+7).(x+7)}{x-7}$ $b)\ \frac{x+7}{x-7}$ $c)\ \frac{(x+7)^3}{x-7}$ $d)\ \frac{(x+7)^2}{x-7}$ $e)\ \frac{(x^2+14x+49)}{x-7}$

❾ - Simplificando a expressão $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$ podemos obter:

$a) -1$ $b)\ 2ab$ $c)\ \frac{a+b}{a-b}$ $d) -2ab$ $e)\ \frac{1}{a} - b$

❿ - Fatore:

$a)\ x^2 - 3x - 28 =$

$b)\ 4x^2 + 2xy + y^2 =$

$c)\ ax + ay + by + bx =$

$d)\ ab + ac =$

05

Módulo 05
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O.

→ **Gabarito:**

1 – A.

2 – D.

3 – A.

4 – A.

5 – D.

6 – B.

7 – A.

8 – C.

9 – C.

10 – B.

Módulo o6
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O – F-I-N-A-L

→ **Objetivo:** Aplicar a Avaliação Final com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade não é o de certificar que os estudantes concluíram com êxito ou não o Mini Curso, mas sim o de verificar se eles aumentaram o seu nível de proficência em Álgebra nível de Ensino Fundamental. Ou seja, com as informações obtidas através dos resultados dessa avaliação, ver se o Mini Curso foi útil e lhes serviu para fornecer subsídios de conteúdos e repertório que lhes permitam cursar o Ensino Médio com mais qualidade do que o fariam sem o Mini Curso.

Verificar pontos fortes e fracos, casos que dependam ainda de maior atenção, casos em que se verifique bons resultados, assim tendo maior quantidade de dados e informações para planejar a continuação dos estudos desses alunos.

X	***Mini curso de Álgebra*** Aluno (a): ____ N°: _______ Professor (a): ____ Ano: 1º - Turma: ________ ****AVALIAÇÃO MÓDULO 06**** - Data:______ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF08MA06ERS-1CX09 Modelar situações na forma de expressão algébrica, levantando e testando hipóteses a partir das propriedades das operações e validar a solução no contexto proposto.EF08MA06 Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. EF08MACX10 Resolver cálculos algébricos. EF08MACX11 Simplificar expressões algébricas.

ATENÇÃO: pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras. Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - a expressão $(x-y)^2-(x+y)^2$ é equivalente a:

$a)\ 0$
$b)\ 2y^2$
$c) -2y^2$
$d) -4xy$
$e) -2(x+y)^2$

❷ - Simplificando a expressão $\frac{ax^2-ay^2}{x^2-2xy+y^2}$, vamos obter:

$a)\ \frac{x+y}{x-y}$ $b)\ \frac{a}{x-y}$ $c)\ \frac{a(x+y)}{x-y}$ $d)\ a(x+y)$

❸ - A fração $\frac{x^2-4}{2x+4}$ pode ser escrita como:

$a)\ \frac{2}{x-2}$ $b)\ \frac{x+1}{x+2}$ $c)\ \frac{x-2}{2}$ $d)\ \frac{x+2}{x-2}$

❹ - Simplificando a fração abaixo, obtemos:

$$\frac{\frac{1}{x+1}}{\frac{x+2}{x^2-1}}$$

$a)\ 1$ $b)\ x+2$ $c)\ x-1$ $d)\ \frac{x-1}{x+2}$

❺ – Efetuando a multiplicação entre as frações $\frac{a-b}{4(a^2-b^2)}$ e $\frac{8(a+b)}{3}$, obtemos:

$a)\ \frac{2}{3}$ $\quad b)\ \frac{2}{3}(a+b)$ $\quad c)\ a+b$ $\quad d)\ \frac{3}{2}$

---

❻ - $(UnB) - Sendo\ a\ e\ b\ dois\ números\ reais\ diferentes\ de\ zero\ , a\ expressão\ \frac{1}{a^2}+\frac{2}{ab}$ $é\ igual\ a$:

$a)\ \frac{b+2a}{a(a+b)}$ $\quad b)\ \frac{3}{a^2b}$ $\quad c)\ \frac{b+2a}{a^2b}$ $\quad d)\ \frac{1}{a^2b}$

---

❼ –

$(Unb) - A\ expressão\ \frac{3a-4}{a^2-16} - \frac{1}{a-4}, com\ a \neq 4, é\ igual\ a$:

$a)\ \frac{1}{a-4}$ $\quad b)\ \frac{2}{a-4}$ $\quad c)\ \frac{1}{a+4}$ $\quad d)\ \frac{2}{a+4}$

---

❽ -

$Sendo\ a \neq 3\ e\ a \neq 0, a\ forma\ mais\ simples\ da\ expressão\ \frac{a^2-6a+9}{a^2-3a}$ é:

$a)\ 2a+9$ $\quad b) -2a+9$ $\quad c)\ \frac{a-3}{a}$ $\quad d)\ 2a+3$

---

❾ -

$Sendo\ a \neq 1\ e\ a \neq 0, o\ resultado\ da\ divisão\ de\ \frac{4}{(a-1)^2}\ por\ \frac{4a}{a^2-1}$, é:

$a)\ \frac{1}{2a^2}$ $\quad b) -\frac{1}{2a^2}$ $\quad c)\ \frac{1}{a}$ $\quad d)\ \frac{a+1}{a(a-1)}$

---

❿

$Qual\ é\ o\ resultado\ mais\ simplificado\ da\ multiplicação\ de frações\ algébricas\ a\ seguir?$

$$\frac{4x^3y^5z^6}{8kz^3t^4} \cdot \frac{16k^2ht^7}{2x^2t^3y^5z^3} =$$

$a)\ 4$ $\quad b)\ x$ $\quad c)\ 4x$ $\quad d)\ 4xk$ $\quad e)\ 4xkh$

→ **Gabarito:**

1 – D.	4 – D.	7 – D.	10 – E.
2 – C.	5 – A.	8 – C.	
3 – C.	6 – C.	9 – D.	

Módulo EXTRA
Regra de 3 simples (Direta e Inversa).

→ **Objetivo:** Aplicar sequência didática que segue com tempo estimado a ser definido pelo professor aplicador, sugere-se entre uma (01) a duas (02) horas/aula.

O intento dessa atividade é revisitar o conteúdo de Regra de 3 Simples, com nível de Ensino Fundamental. Ambos os casos, tanto os de Direta como os de Inversa. Contribuir para que o estudante tenha condições de identificar qual o caso e aplicar o método apropriado para a sua solução.

Ao final do módulo será apresentada uma sugestão de atividade avaliativa a ser aplicada aos estudantes.

Minicurso de Álgebra / Módulo EXTRA	
Professor(a):	
Estudante:	Data: / /2023.
Assuntos: Regra de três simples $\begin{cases} 1.\,Direta; \\ 2.\,Inversa; \end{cases}$	

REGRA DE TRÊS

⇒ **Conceito**: é um método matemático que permite encontrar um valor desconhecido em relação a outros valores conhecidos, por meio de uma proporção entre eles. Temos dois tipos: a simples e a composta.

No caso que estudaremos, o de regra de três simples, é necessário que três valores sejam apresentados para que através dele se consiga descobrir um quarto valor que não estava identificado

Temos dois tipos de regra de três simples: $\begin{cases} 1.\ \ Direta; \\ 2.\,inversa. \end{cases}$

1. REGRA DE TRÊS SIMPLES DIRETA: neste caso trabalha-se com duas grandezas diretamente proporcionais (ou seja, quando uma aumenta a outra também e vice-versa).

Procedimento:

1°agrupar/organizar grandezas de mesma espécie nas mesmas colunas.

2°identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

3°montar a equação assim a partir da propriedade fundamental das proporções.

*Lembrete:

⇒ **Propriedade Fundamental das proporções**: Que diz que o produto dos meios é igual a produto dos extremos. Verifique:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a : \underbrace{b = c}_{\times} : d$$

$$\underbrace{a : b = c : d}_{\times}$$

Por isso fazemos a "multiplicação em cruz"

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a \,.\, d = b \,.\, c$$

Exemplo:

a) os números 6 e 10 são diretamente proporcionais a 12 e a x respectivamente. Nessas condições encontre o valor para que x torne essa afirmação verdadeira.

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{x}$$

$$6x = 12.10 \rightarrow 6x = 120 \rightarrow x = \frac{120}{6} \rightarrow x = 20$$

b) um quilo de farinha de trigo é suficiente para fazer 12 pães. De quanta farinha necessito para fazer 18 pães?

farinha (kg) pães (un.)

$$\frac{1}{x} = \frac{12}{18}$$

$$12x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{12} \rightarrow x = \frac{9}{6} \rightarrow \frac{3}{2} \rightarrow 1{,}5\ quilos$$

Agora tente você:

c) Para uniformizar os 200 alunos de um colégio gastaram-se 500 metros de tecido. Se o colégio tivesse 240 alunos, qual seria a quantidade necessária de tecido?

d) Em um hospital, obedece-se à proporção de 1 técnico de enfermagem para cada 5 pacientes. Dessa forma, quantos técnicos de enfermagem devem trabalhar para atender 90 pacientes?

e) Para encher um tanque de 10.000 litros, leva-se 4 horas. Para abastecer esse mesmo tanque com apenas 2.500 litros, qual é o tempo necessário?

f) Se em 30 caixas cabem 60 quilos de mantimentos, quantos quilos caberão em 55 caixas?

Gabarito:

$c)\ 600\ metros.$ $d)\ 18\ técnicos.$ $e)\ 1\ hora.$ $f)\ 110\ quilos.$

2. REGRA DE TRÊS SIMPLES INVERSA: neste caso trabalha-se com duas grandezas inversamente proporcionais (ou seja, quando uma aumenta a outra diminui e vice-versa).

Procedimento: igual a direta exceto o passo **"SE"**

1°agrupar/organizar grandezas de mesma espécie nas mesmas colunas.

2°identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

Se constatado que são inversas, é necessário inverter uma das frações (trocar de lugar o numerador com o denominador)

3°montar a equação assim a partir da propriedade fundamental das proporções.

Exemplos:

a) um automóvel com velocidade de 80 km/h gasta 15 minutos em certo percurso. Se a velocidade for reduzida a 60 km/h, que tempo, em minutos, será gasto no mesmo percurso?

Velocidade (km/h) tempo (minutos)

$$\frac{80}{60} = \frac{15}{x}$$

***Obs**: repare que se diminuímos a velocidade o tempo gasto no percurso aumenta (grandezas inversamente proporcionais), logo precisa-se **inverter uma das frações**.

Velocidade (km/h) tempo (minutos)

$$\frac{80}{60} = \frac{x}{15}$$

$$60x = 1200 \rightarrow x = \frac{1200}{60} \rightarrow x = \frac{120}{6} \rightarrow x = 20\ minutos$$

Agora tente você:

b) Um livro de 270 páginas tem 45 linhas por página. Se na reimpressão tinha 50 linhas por página, qual era o total de páginas? (resp. 206 páginas)

c) Se abrirmos 6 torneiras, estas enchem um tanque com água em 22 minutos. Agora, abrindo 4 apenas, qual é o tempo que leva para o tanque ficar cheio?

d) Ontem, 2 caminhões transportaram mercadorias do porto para o depósito. Hoje, 3 caminhões, iguais aos de ontem, terão que fazer 6 viagens para transportar a mesma quantidade de mercadorias do depósito para o shopping center. Quantas viagens os caminhões tiveram que fazer ontem?

Gabarito:

$b)\ 243\ páginas.$ $c)\ 33\ minutos.$ $d)\ 9\ viagens.$

X	# Mini Curso de Álgebra Aluno (a): ______________________________________ N°: _______ Professor (a): ____ Ano: 1º - Turma: ______**AVALIAÇÃO MÓDULO EXTRA** - Data:________ Área de conhecimento: matemática **Critérios de Avaliação**: Leia com atenção e complete com caneta azul ou preta. Seja coerente e escreva apenas o que é solicitado. Só serão aceitas as respostas com as devidas justificativas/desenvolvimentos, sem rasuras. Boa Sorte!	Nota

HABILIDADES: EF07MA17RS-1 Observar a variação entre grandezas, estabelecendo a relação existente entre elas e construindo estratégias de solução para resolver problemas que envolvam a proporcionalidade. EF07MA17RS-2CX12 Construir o significado da variação de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, expressando corretamente os termos da proporção, através da sentença algébrica.
EF07MA17 Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. EF07MACX13 Utilizar regra de três simples como procedimento de cálculo.

ATENÇÃO:
pinte todo o círculo, somente uma alternativa por questão, caneta preta ou azul, evite rasuras.
Boa Sorte!

QUESTÕES / RESPOSTAS					
1.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
2.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
3.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
4.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
5.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

QUESTÕES / RESPOSTAS					
6.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
7.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
8.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
9.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ
10.	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ

❶ - Um pomar com 15 árvores rende 260 frutas. Se houvessem 33 árvores no pomar com o mesmo rendimento, quantas frutas conseguiríamos?

a) 570.
b) 572.
c) 580.
d) 582.
e) n.d.a.

❷ – Uma fábrica engarrafa 3000 refrigerantes em 6 horas. Quantas horas levará para engarrafar 4000 refrigerantes?
a) 2 horas.
b) 4 horas.
c) 6 horas.
d) 8 horas.
e) 10 horas.

❸ - (Enem – 2017) Uma televisão pode ser posicionada de modo que se consiga enxergar os detalhes de uma imagem em alta definição. Considere que a distância ideal, com conforto visual, para se assistir à televisão de 32 polegadas é de 1,8 metro. Supunha que haja uma relação de proporcionalidade direta entre o tamanho da tela (medido em polegada) e a distância ideal. Considere que um espectador dispõe de uma televisão de 60 polegadas e que ele deseja se posicionar em frente a ela, com conforto visual.
A distância da televisão, em metro, em que o espectador deve se posicionar para que tenha conforto visual é mais próxima de
a) 0,33.
b) 0,96.
c) 1,57.
d) 3,375.
e) 3,60.

❹ - Alessandra leu um livro em 4 dias, lendo 15 páginas por dia. Se tivesse lido 10 páginas por dia, em quantos dias ela teria lido o mesmo livro?
a) 7.
b) 6.
c) 5.
d) 4.
e) 3.

❺ – Num acampamento há 72 bombeiros e alimento suficiente para 20 dias. Retirando-se 24 bombeiros, a quantidade de alimento dará para no máximo, o seguinte número de dias:
a) 24.
b) 25.
c) 27.
d) 30.
e) 36.

❻ – Um automóvel com velocidade de 80 Km/h gasta 15 minutos em certo percurso. Se a velocidade for reduzida para 60 Km/h, que tempo em minutos, será gasto no mesmo percurso?
a) 10.
b) 12.
c) 18.
d) 20.
e) 24.

❼ – Para analisar os processos de multa de trânsito, a prefeitura dispôs de 18 funcionários, que conseguiam realizar o trabalho diariamente analisando 135 processos. Em um dia, infelizmente, 4 funcionários não compareceram. Supondo-se que todos os funcionários atendem a mesma demanda de processos, nesse dia, a quantidade de processos analisados será de:
a) 135.
b) 120.
c) 110.
d) 105.
e) 100.

❽ - Para encher um tanque de água do condomínio, 5 torneiras levam exatamente 9 horas. Supondo-se que a vazão das torneiras seja sempre a mesma, quanto tempo levaria o enchimento do tanque se fossem apenas 3 torneiras?
a) 15 horas.
b) 13 horas.
c) 12 horas.
d) 10 horas.
e) 7 horas.

❾ - Para deslocar-se de uma cidade para a outra, a uma velocidade média de 80 km/h, leva-se exatamente 2 horas e 55 minutos. Qual seria o tempo gasto se a velocidade fosse de 100 km/h:
a) 2 horas e 40 minutos.
b) 2 horas e 30 minutos.
c) 2 horas e 20 minutos.
d) 2 horas e 10 minutos.
e) 2 horas e 5 minutos.

❿ - Vunesp) Sabe-se que 15 funcionários conseguem arquivar 450 processos por dia. Vinte e cinco funcionários, com a mesma capacidade dos anteriores, arquivariam por dia uma quantidade de processos igual a:
a) 450.
b) 750.
c) 425.
d) 585.
e) 675.

Módulo EXTRA
A-V-A-L-I-A-Ç-Ã-O.

→Gabarito:

1 – B.

2 – D.

3 – D.

4 – B.

5 – D.

6 – D.

7 – D.

8 – A.

9 – C.

10 – B.

REFERÊNCIAS

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília : MEC / SEF, 1998.

FONSECA, cunha Alessandra. XVIIIEncontro Baiano de Educação Matemática A sala de aula de Matemática e suas vertentes UESC, Ilhéus, Bahia de 03 a 06 de julho de 2019.

PINTO, R. A. Erros e dificuldades no ensino da álgebra: o tratamento dado por professores da 7ª série em aula. Dissertação (Mestrado em Educação). Campinas, São Paulo: Unicamp, 1997.