

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS

MAILSON LEDIELSON GOMES

PROJETO DE HÉLICE PARA UM DISPOSITIVO VARIADOR DE PASSO
APLICADO A UMA AERONAVE DA COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN

CAXIAS DO SUL

2021

MAILSON LEDIELSON GOMES

**PROJETO DE HÉLICE PARA UM DISPOSITIVO VARIADOR DE PASSO
APLICADO A UMA AERONAVE DA COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado com requisito parcial para a conclusão do curso de Engenharia Mecânica na Universidade de Caxias do Sul. Área de concentração: Mecânica dos Fluidos.

Orientador: prof. Me. Sergio da Silva Kucera

CAXIAS DO SUL

2021

MAILSON LEDIELSON GOMES

**PROJETO DE HÉLICE PARA UM DISPOSITIVO VARIADOR DE PASSO
APLICADO A UMA AERONAVE DA COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a conclusão do curso de Engenharia Mecânica na Universidade de Caxias do Sul. Área de concentração: Mecânica dos Fluidos.

Aprovado em 16/07/2021

Banca Examinadora

Prof. Me. Sérgio da Silva Kucera
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Dr. Carlos Roberto Altafini
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Me. Vagner Grison
Universidade de Caxias do Sul – UCS

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida e saúde.

Agradeço à minha família, em especial meus pais, José Idacir e Irma, Misael, Camila, Adriel, Otávio (in memoriam) pela paciência e apoio, não medindo esforços para me ajudar nessa etapa tão importante da minha vida.

Aos meus amigos e colegas, que me incentivaram todos os dias e ofereceram apoio nos momentos críticos.

Agradeço ao professor Me. Sérgio da Silva Kucera, responsável pela orientação deste trabalho, pelo suporte. Também sou grato aos docentes Me. Victor Hugo Velazquez Acosta e Me. Paulo Roberto Linzmaier, que apoiaram na etapa de pesquisa e contribuíram com as revisões do conteúdo.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo projetar uma hélice para um dispositivo variador de passo, de modo a maximizar a eficiência geral do grupo motopropulsor de uma aeronave da competição SAE AeroDesign. Dando sequência aos estudos já realizados, e por meio de trabalhos correlatos, foi realizado o estudo de uma hélice, a partir de um perfil Clark Y. O modelo virtual foi obtido em modelagem CAD, por meio de cálculos analíticos e método numérico de resolução, baseados na teoria do elemento de pá e seus resultados comparados com uma hélice APC 12,25" x 3,75", de passo fixo. Os parâmetros geométricos obtidos pela especificação dos requisitos permitiram caracterizar o modelo, bem como definir as condições de operação, sendo a condição de projeto definida na máxima eficiência aerodinâmica do perfil, na velocidade de estol, a 10.000 rpm e passo mínimo. As demais condições de comparação foram definidas variando a rotação para 13.000 rpm e velocidade de cruzeiro. Para os passos máximo e mínimo foram avaliados somente o desempenho do modelo. As forças de tração e torque foram obtidas através de integração ao longo da pá, em função do raio, sendo suas funções obtidas por regressão não-linear. Esses valores permitiram calcular os parâmetros de desempenho do modelo. A comparação dos resultados demonstrou uma maior eficiência para o modelo proposto em todas as condições de comparação (20% maior na velocidade de estol e 14% maior na de cruzeiro). Vale ressaltar, porém, que o rendimento do modelo proposto é teórico, envolvendo várias simplificações, enquanto que o da APC é o real. Os valores da razão de avanço J se mostraram muito próximos (em torno de 5%), em todas as condições de comparação, enquanto que os resultados de tração, torque e potência obtidos no modelo teórico se mostraram abaixo dos fornecidos pela APC (em 15%, ou mais). Assim, considerando a configuração de análise proposta, a hélice APC é a melhor opção, por proporcionar maior tração na fase de decolagem (crítica) da missão. No entanto, baseado apenas neste estudo, não foi possível delimitar a utilização do dispositivo variador de passo. Mesmo assim, ele continua sendo uma opção competitiva de fato, de modo que novas avaliações, metodológicas e de configurações distintas (outras opções de perfis, valores de corda e diâmetro externo, motores elétricos) viabilizem melhores resultados. Como objeto de melhoria contínua, torna-se imprescindível mais estudos, investigações e avaliações além das apresentadas aqui.

Palavras-chave: Hélice. Pá. Passo variável. Eficiência. AeroDesign.

ABSTRACT

This work aimed to design a propeller, for a variable pitch mechanism, in order to maximize the overall efficiency of the moto-propeller of an aircraft in the SAE AeroDesign competition. Continuing the studies already carried out, and through related works, a study of a blade was carried out, from a Clark Y profile. The virtual model was obtained in CAD modeling, through analytical calculations and numerical method of resolution, based on the blade element theory and its results compared with an 12.25" x 3.75" fixed pitch APC propeller. The geometric parameters obtained by the specification of the requirements allowed to characterize the model, as well as to define the operating conditions, with the design condition being defined in the maximum aerodynamic efficiency of the profile, at stall speed, at 10,000 rpm and minimum pitch. The other comparison conditions were defined by changing rotation to 13,000 rpm and cruise speed. For the maximum and minimum pitch, only the performance of the model was evaluated. Thrust and torque forces were obtained through integration along the blade, as a function of radius, and their functions were obtained by non-linear regression. These values allowed us to calculate the model's performance parameters. The comparison of results showed a greater efficiency for the proposed model in all comparison conditions (20% higher in stall speed and 14% higher in cruise speed). It is noteworthy, however, that the yield of the proposed model is theoretical, involving several simplifications, while that of the APC is the real one. The values of the advance ratio J were very close (around 5%) in all comparison conditions, while the results of thrust, torque and power obtained in the theoretical model were below those provided by APC (in 15 %, or more). Thus, considering the proposed analysis configuration, the APC propeller is the best option, as it provides greater thrust in the (critical) takeoff phase of the mission. However, based only on this study, it was not possible to delimit the use of the variable pitch mechanism. Even so, it remains surely competitive option, so that new assessments, methodologies and different configurations (other profile options, chord values and external diameter, electric motors) enable better results. As an object of continuous improvement, make more studies, investigations and evaluations beyond those presented here are essential.

Keywords: Propeller. Blade. Variable pitch. Efficiency. AeroDesign.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Perfil aerodinâmico	13
Figura 2 – Diferenças entre ângulos de ataque e de incidência.....	14
Figura 3 – Tipos de arqueamentos e seus momentos	14
Figura 4 – Linhas de fluxo em um perfil	15
Figura 5 - Forças aerodinâmicas em uma aeronave de asas fixas	16
Figura 6 – Curva do coeficiente de pressão ao longo da corda e ilustração da distribuição de pressão ao redor do perfil	17
Figura 7 – Características geométricas e aerodinâmicas de uma hélice.....	18
Figura 8 – Efeito de hélice.....	18
Figura 9 – Relacionamento dos parâmetros geométricos e de operação em uma pá de hélice	19
Figura 10 – Hélice de passo fixo.	20
Figura 11 – Hélice de passo ajustável no solo.....	20
Figura 12 – Hélice de passo variável.....	21
Figura 13 – Atuação de forças aerodinâmicas na pá	21
Figura 14 – Diagramas de hélice	24
Figura 15 – Geometrias de perfis utilizadas em pás de hélice e suas curvas de eficiência aerodinâmica.	25
Figura 16 – Esforços e momentos que atuam em uma hélice	26
Figura 17 – Projeto e análise de hélice em compósito para aeronave regional	27
Figura 18 – Turbina eólica de passo duplo com pás não torcidas	28
Figura 19 - Estrutura da pá através de algoritmo evolutivo multiobjetivo.....	29
Figura 20 – Fluxograma e cronograma de atividades.....	30
Figura 21 – Perfil Clark Y	31
Figura 22 – Curva CL x α do perfil Clark Y para Re = 50000	32
Figura 23 – Curva eficiência aerodinâmica CL/CD x α do perfil Clark Y para Re = 50000 ...	32
Figura 24 – Ângulos de passo do dispositivo.....	35
Figura 25 – Parâmetros de projeto.....	35
Figura 26 – Fluxograma de equações para obtenção dos resultados.....	36
Figura 27 – Cálculos analíticos e resultados	36
Figura 28 – Hélice APC 12,25” x 3,75”	37
Figura 29 - Curva tração x velocidade da hélice APC a 13.000 rpm	37
Figura 30 - Modelo de pá obtida pelo método analítico.....	38

Figura 31 - CL em função do raio na condição de projeto.....	39
Figura 32 - CD em função do raio, condição 1, passo máximo	40
Figura 33 - ϕ em função do raio, condição de projeto	40
Figura 34 - Corda em função do raio, válida para todas as condições	41
Figura 35 – Velocidade resultante em função do raio para a condição de projeto.....	41
Figura 39 - Diagrama da hélice do modelo teórico	44

LISTA DE SIGLAS

CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CFD	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
CA	Centro Aerodinâmico
CP	Centro de Pressão
FSI	<i>Fluid Structure Interaction</i>
MEF	Método de Elementos Finitos
SAE	<i>Society American Engineer</i>
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de ataque [°]
θ	Ângulo de incidência [°]
V_{∞}, V	Velocidade de fluxo, de voo [m/s]
T_A	Temperatura do fluido [K]
ρ	Densidade do ar [kg/m ³]
Re	Número de Reynolds [-]
C_D	Coeficiente de arrasto [-]
c	Corda média do perfil [m]
ν	Viscosidade cinemática do fluido [m ² /s]
μ	Viscosidade dinâmica do fluido [N.s/m ²]
L	Força de sustentação [N]
W	Força peso [N]
T	Força de tração, tração [N]
D	Força de arrasto [N]
C_L	Coeficiente de sustentação [-]
C_P	Coeficiente de pressão [-]
R	Força resultante atuante na pá [N]
C_m	Coeficiente de momento de arfagem [-]
m_0	Coeficiente angular da curva $C_m \times \alpha$ [-]
a_0	Coeficiente angular da curva $C_L \times \alpha$ [-]
$c/4$	Centro aerodinâmico do perfil [m]
$M_{c/4}$	Momento atuante sobre o centro aerodinâmico do perfil [-]
v_{res}	Velocidade resultante [m/s]
Ωr	Velocidade tangencial [m/s]
β	Ângulo de passo da hélice [°]
r, R_P	Raio da pá [m]
Ω	Velocidade angular do eixo [rad/s]
\emptyset	Ângulo de avanço da pá (diferença entre α e β) [°]
D_P, D	Diâmetro da pá [m]
n	Rotação [rps]
Q	Torque [Nm]

J	Razão de avanço da hélice [-]
rr	Raio na raiz da pá [-]
rp	Raio na ponta da pá [-]
$N_{pás}$	Número de pás da hélice [un]
C_T	Coefficiente de tração [-]
C_{POT}	Coefficiente de potência [-]
P_e	Potência do eixo do motor [W]
η_h	Eficiência da hélice [-]
P_{disp}	Potência disponível [W]
$\beta_{0,75}$	Ângulo β para 75% do raio da pá [°]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA.....	12
1.2	OBJETIVOS.....	12
1.2.1	Objetivo Geral	12
1.2.2	Objetivos Específicos.....	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	PERFIL AERODINÂMICO	13
2.2	INFLUÊNCIA DO FLUXO DE AR SOBRE O PERFIL.....	14
2.2.1	Regime de fluxo	15
2.2.2	Linhas de fluxo.....	15
2.2.3	Número de Reynolds	15
2.3	FORÇAS AERODINÂMICAS E MOMENTOS EM PERFIS	16
2.3.1	Centros aerodinâmico e de pressão	17
2.4	DESEMPENHO DE HÉLICES	18
2.4.1	Tipos de hélice.....	20
2.4.2	Teoria do elemento de pá.....	21
2.4.3	Eficiência da hélice	23
2.4.4	Diagramas de hélice.....	24
2.4.5	Perfis de hélice	24
2.5	ESFORÇOS MECÂNICOS NAS PÁS.....	25
2.6	PROJETOS DE HÉLICES E TRABALHOS CORRELATOS	26
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	30
3.1	BASE E DIRETRIZES	33
3.2	APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES.....	34
3.2.1	Condição de projeto	34
3.2.2	Demais condições de análise	35
3.3	HÉLICE APC 12,25” X 3,75”.....	36
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	38
4.1	O MODELO PROPOSTO.....	38

4.2	RESULTADOS DOS MÉTODOS TEÓRICOS	38
4.2.1	Obtenção das equações	38
4.2.2	Comparativo do modelo obtido com a hélice APC.....	42
5	CONCLUSÕES	46
	REFERÊNCIAS	47
	APÊNDICE A – ATMOSFERA PADRÃO INTERNACIONAL (ISA).....	50
	APÊNDICE B – FUNÇÃO TRAPEZOIDAL MATLAB	52
	APÊNDICE C – CONDIÇÃO DE PROJETO DO MODELO	53
	APÊNDICE D – CONDIÇÕES DE COMPARAÇÃO COM A HÉLICE APC .	55
	APÊNDICE E – CONDIÇÕES DO MODELO	63

1 INTRODUÇÃO

O conjunto motopropulsor é o equipamento responsável por gerar a tração de uma aeronave, seja através de reação ou de uma hélice. Esta pode ser definida como uma asa que trabalha numa trajetória circular, produzindo tração na direção de voo da aeronave.

Segundo Ward (2006), o desenvolvimento da teoria de hélices teve início por Rankine e Froude no século 19. Na década de 40, Stickle, Naiman e Crigler (1940) já realizavam experimentos e testes pelo comitê americano de aeronáutica, fundamentando os referenciais sobre hélices que são utilizados até hoje. Os mecanismos variadores de passo de hélice foram desenvolvidos para aeronaves de médio e grande porte, visando manter a rotação do motor sempre na faixa ideal de potência, bem como ajustar a demanda de propulsão conforme cada etapa de voo.

A equipe Aerosul, da Universidade de Caxias do Sul, participa da competição SAE Brasil AeroDesign desde 2007. Esse evento anual ocorre no Brasil desde 1999, mas nos Estados Unidos desde 1986, onde equipes de estudantes de graduação e de pós-graduação devem desenvolver um veículo aéreo não tripulado com requisitos específicos. A equipe Aerosul integra a classe Regular, que deve utilizar um único motor, original, ter capacidade de transportar a maior carga útil possível, além de restrições geométricas e operacionais.

No contexto de projeto, um dispositivo de passo variável para um veículo aéreo não tripulado (VANT) da equipe Aerosul, foram desenvolvidos alguns trabalhos na última década, sempre com o objetivo de aumentar a eficiência e a tração gerada pelo propulsor em todas as fases do voo, que fosse simples e de baixa massa. Freitas (2009) propôs o primeiro modelo de dispositivo, acionado por cremalheira, seguido por Mosena (2011), acionado por tirante, mas sem execução dos projetos. O desenvolvimento e construção do primeiro modelo foi realizado por Araldi (2013), quando as análises e testes do modelo físico possibilitaram obter informações importantes do funcionamento. Oliveira (2015) trabalhou no reprojeto do dispositivo de Araldi (2013), obtendo sucesso em algumas melhorias propostas, como a fixação das pás. Já o reprojeto proposto por Albuquerque (2016), com expressiva redução de massa, indicou a necessidade do balanceamento do mecanismo, bem como reforçou a necessidade de se projetar uma nova pá. Posteriormente, o mecanismo acionador do dispositivo foi proposto por Lovizon (2018), utilizando servomotor.

1.1 JUSTIFICATIVA

Como o regulamento da competição delimita o uso de um motor padrão, sem modificações, o uso de um mecanismo variador de passo de hélice torna-se um diferencial ao projeto da aeronave, com o nível de competição crescendo ano a ano, sendo um componente não disponível no mercado.

Neste contexto, usando o mecanismo de variação do passo de hélice disponível, ainda não operacionalizado, é necessário o estudo e projeto de uma hélice específica. Este TCC visou auxiliar a equipe Aerosul/UCS, na busca por melhores resultados em futuros desenvolvimentos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Projetar uma hélice de passo variável para um VANT da competição SAE Brasil AeroDesign, integrada ao dispositivo disponível, visando maximizar a eficiência geral do grupo motopropulsor.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os seguintes objetivos específicos foram previstos para o trabalho.

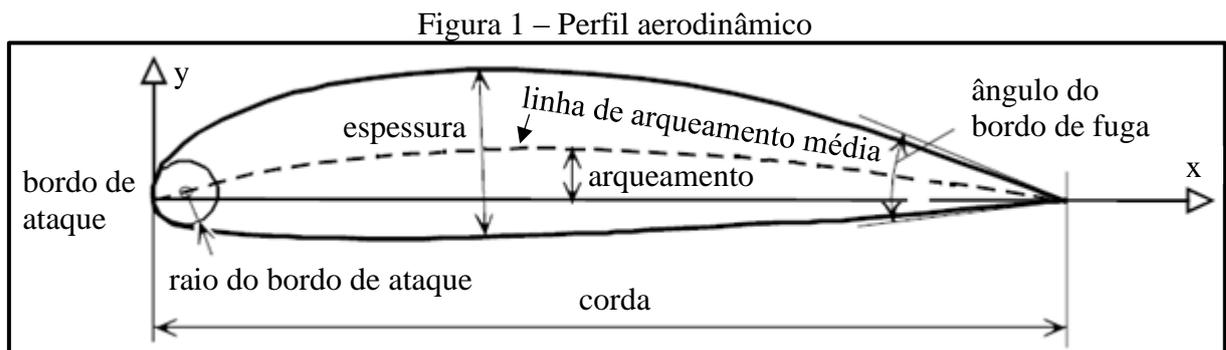
- a) caracterizar os fenômenos envolvidos na geração de propulsão;
- b) caracterizar as teorias envolvidas no projeto de hélices, com vista ao desenvolvimento de um modelo analítico;
- c) avaliar perfis existentes e possíveis de serem aplicados ao mecanismo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste Capítulo é feita uma revisão dos assuntos pertinentes ao trabalho e que se concentram no estudo da aerodinâmica de voo e de hélices, envolvendo o equacionamento necessário. Ao fim do Capítulo são apresentados alguns trabalhos correlatos realizados recentemente.

2.1 PERFIL AERODINÂMICO

Segundo Rodrigues (2014), o perfil aerodinâmico (ou aerofólio) é uma superfície projetada para se obter sustentação a partir do escoamento do fluido ao seu redor. A Figura 1 mostra um perfil aerodinâmico com seus parâmetros geométricos.



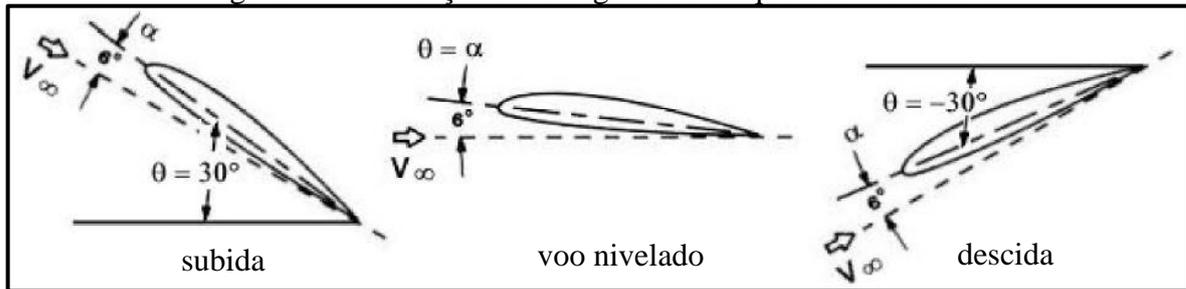
Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2008)

A corda é a linha que liga os bordos de ataque e de fuga. A espessura é a altura medida perpendicularmente à linha de corda. O raio de bordo de ataque é produto de um círculo tangente às superfícies superior e inferior do perfil, com o centro localizado em uma reta tangente à linha de arqueamento (RODRIGUES, 2014).

Segundo Rodrigues (2014), a linha de arqueamento média, também chamada de câmber, representa todos os pontos correspondentes à meia espessura ao longo do perfil aerodinâmico.

O ângulo de ataque α , segundo Rodrigues (2014), é formado entre a linha de corda do perfil e a direção do vento relativo. Já o ângulo de incidência θ é formado entre a corda do perfil e um eixo horizontal. A diferença entre o ângulo de ataque α e de incidência θ está na Figura 2.

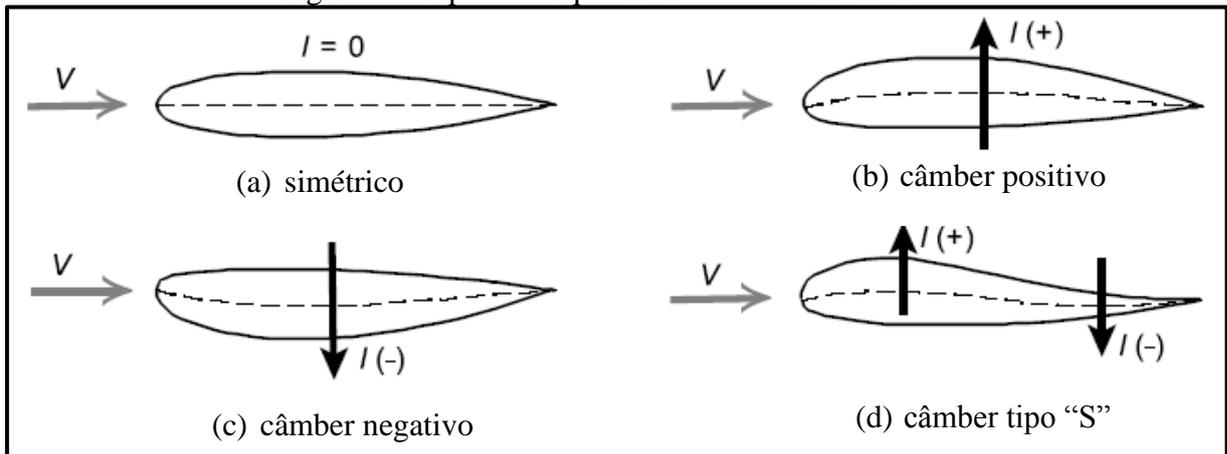
Figura 2 – Diferenças entre ângulos de ataque e de incidência



Fonte: Rodrigues (2014)

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), arqueamento positivo gera sustentação positiva, câmber negativo gera sustentação negativa. Para o caso de arqueamento em “S”, a sustentação irá depender do ângulo de incidência do fluxo com o perfil; no caso de um perfil simétrico, a sustentação é nula para ângulo de ataque nulo, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Tipos de arqueamentos e seus momentos



Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2009)

2.2 INFLUÊNCIA DO FLUXO DE AR SOBRE O PERFIL

No estudo sobre hélices, é necessário analisar a velocidade e altitude atmosférica de operação. Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008) as principais propriedades do ar são pressão, densidade, temperatura e velocidade.

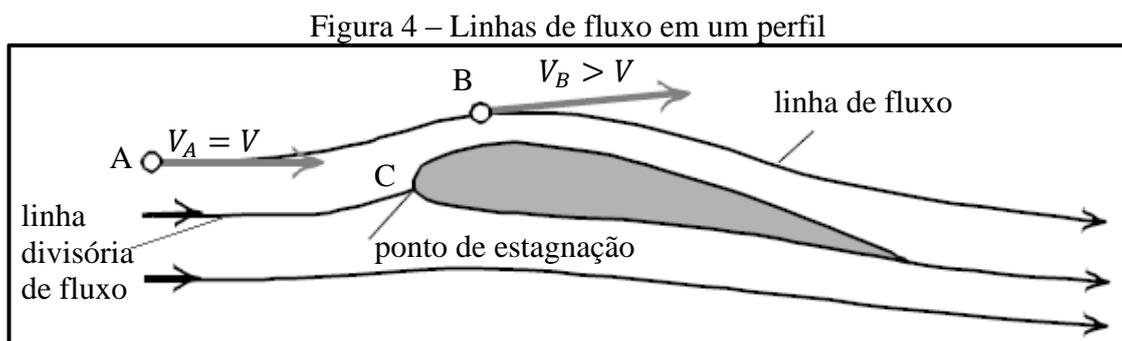
Segundo os autores, quando o fluxo não apresentar fricção interna, é denominado ideal. O ar possui uma pequena viscosidade e sua influência é limitada à vizinhança do perfil. Assim, para fins de análise, é possível considerar grandes porções de ar como fluxo ideal.

2.2.1 Regime de fluxo

É importante ressaltar que as propriedades do fluido que escoam podem variar com o tempo e a localização no espaço. Para Torenbeek e Wittenberg (2008), quando não existem variações destas propriedades no tempo, em um ponto junto ao perfil, tem-se um regime permanente, embora possam assumir valores diferentes ao longo do perfil. Porém, quando as propriedades do fluido escoando mudam com o tempo, tem-se o regime transiente.

2.2.2 Linhas de fluxo

A trajetória de deslocamento que um elemento realiza sobre o perfil é denominada linha de fluxo. Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), no ponto A, o elemento possui uma velocidade V_A , pressão p_A , densidade ρ_A e temperatura T_A , e em B, a velocidade é maior e com direção tangente. Isto se repete em toda extensão da linha de fluxo, exceto no ponto C, onde a velocidade é zero e ocorre a divisão do fluxo, sendo definido como “ponto de estagnação”. As linhas de fluxo podem ser identificadas somente em situações de fluxo estável, sendo válidas em uma região sem turbulência. Testes em túnel de vento com adição de um fluido sinalizador, permitem visualizar estas linhas e trajetórias, conforme ilustrado na Figura 4.



Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2008)

2.2.3 Número de Reynolds

A análise da transição de fluxo sobre uma superfície deve ser levada em conta. O número de Reynolds permite verificar se a natureza do fluxo é laminar ou turbulento. Para o estudo do comportamento da hélice e análise de desempenho aerodinâmico, segundo White (2011), o número de Reynolds pode ser escrito em função do comprimento de corda média de um perfil, c [m], conforme Equação 1, onde V é a velocidade do fluxo [m/s], ν é a viscosidade

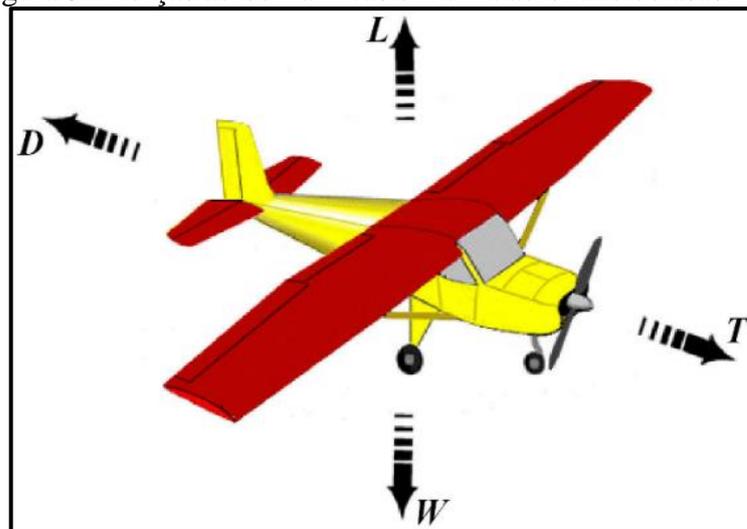
cinemática do fluido [m^2/s], ρ é a densidade do ar [kg/m^3] e μ a viscosidade dinâmica do fluido [$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$].

$$Re = \frac{Vc}{\nu} = \frac{\rho Vc}{\mu} \quad (1)$$

2.3 FORÇAS AERODINÂMICAS E MOMENTOS EM PERFIS

Segundo Rodrigues (2014), numa condição de voo reto, nivelado e com velocidade constante de uma aeronave, quatro forças atuam: sustentação L e peso da aeronave W (perpendiculares ao movimento da aeronave), e tração T e arrasto D (paralelas a ele), conforme a Figura 5.

Figura 5 - Forças aerodinâmicas em uma aeronave de asas fixas



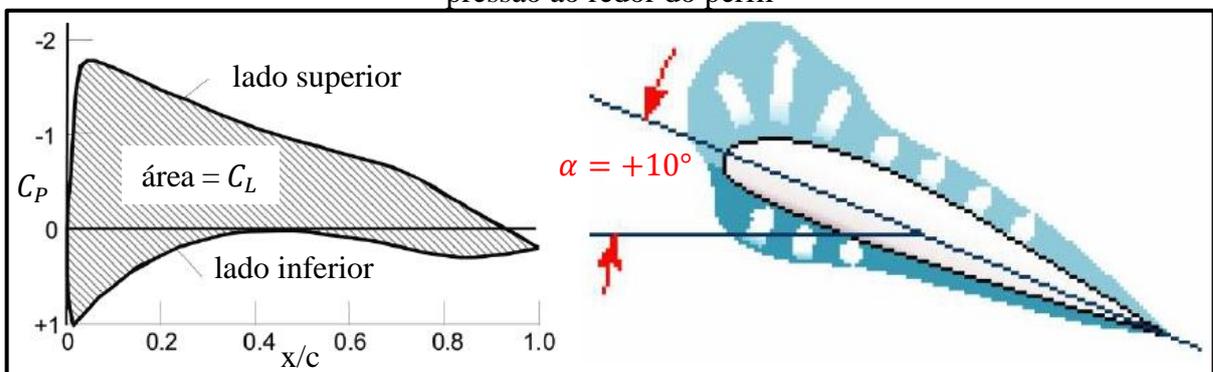
Fonte: Rodrigues (2014).

A força de arrasto atua na direção contrária ao movimento da aeronave durante seu deslocamento no ar. Pode se destacar dois tipos principais de arrasto: o de pressão, relacionado ao desbalanceamento de pressões à frente e atrás do corpo em movimento, e o de atrito entre o fluido e a superfície do corpo. Porém, há situações em que o arrasto é desejável, como numa desaceleração (RODRIGUES, 2014).

Para Torenbeek e Wittenberg (2008) a força de sustentação atua de forma perpendicular ao movimento do fluido, tendo como principal função fazer com que a aeronave vença o seu próprio peso e consiga garantir o voo. A sustentação é predominantemente consequência de forças de pressão na superfície exposta ao fluxo, fenômeno explicado pelo princípio de Bernoulli.

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), o coeficiente de sustentação C_L de um aerofólio é derivado da distribuição de pressões estáticas nas superfícies superior e inferior (que depende do ângulo de ataque e da velocidade do fluxo), conforme a Figura 6. O coeficiente de sustentação C_L corresponde, portanto, à área interna à curva do coeficiente de pressão ao longo da corda. Se por alguma combinação de parâmetros (densidade e velocidade do ar e comprimento da corda) a distribuição de pressão é conhecida em um ângulo de ataque especificado, pode ser usado para determinar o coeficiente de sustentação C_L no mesmo ângulo de ataque para qualquer outra combinação de parâmetros.

Figura 6 – Curva do coeficiente de pressão ao longo da corda e ilustração da distribuição de pressão ao redor do perfil



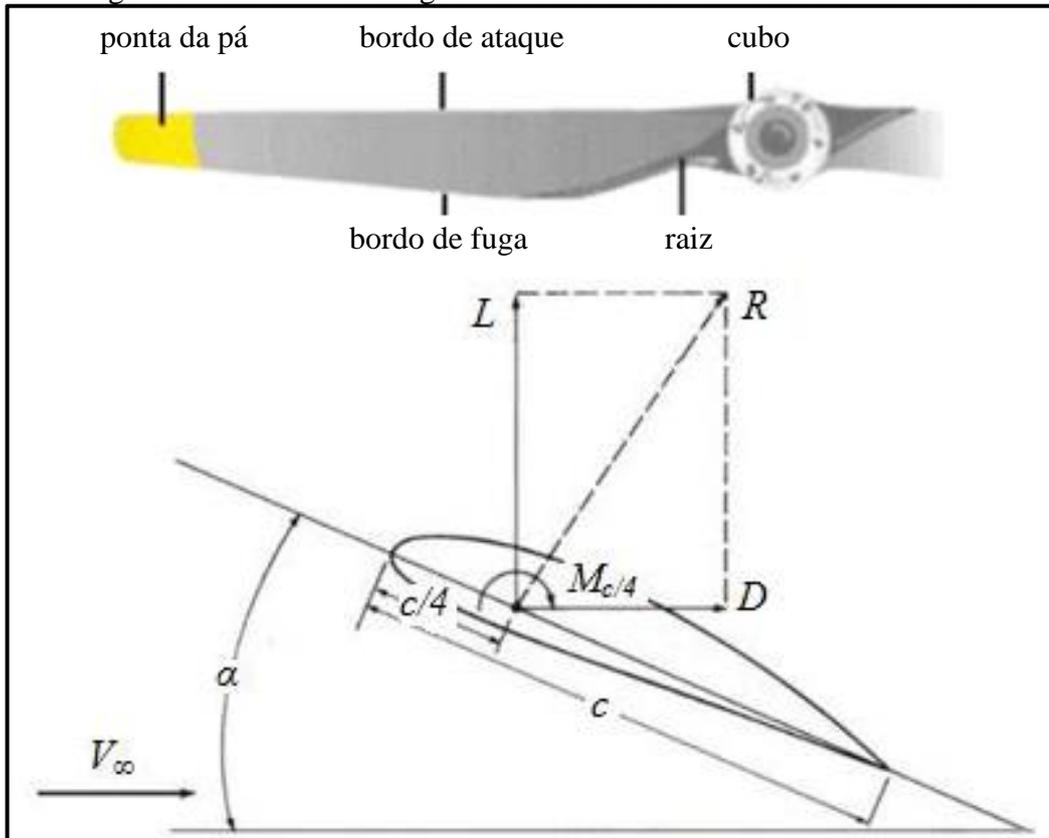
Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2008) e Rodrigues (2014).

2.3.1 Centros aerodinâmico e de pressão

Conforme Rodrigues (2014), a posição do centro de pressão (CP) varia conforme o ângulo de ataque. Exceto para perfis de dupla curvatura, o CP se desloca em direção ao bordo de ataque quando α aumenta e para o bordo de fuga quando α diminui. O centro de pressão é definido como o ponto no qual a resultante aerodinâmica das componentes L e D , R , intercepta a linha de corda.

Portanto, não é conveniente usar o CP como referência. Por outro lado, a mudança da posição de R para um outro ponto implica em um momento em torno dele, cujo valor depende do α . Exceto em uma única posição, chamada centro aerodinâmico (CA). Nele o momento atuante se mantém constante, independentemente do ângulo de ataque. A localização e o momento sobre este ponto podem ser calculados a partir do coeficiente angular da curva C_m versus α , m_0 , e do coeficiente angular da curva C_L versus α , a_0 , do perfil em análise. De forma geral, para a grande maioria dos perfis aerodinâmicos esse ponto se localiza a 1/4 da corda, medido a partir do bordo de ataque, conforme a Figura 7 (RODRIGUES, 2014).

Figura 7 – Características geométricas e aerodinâmicas de uma hélice

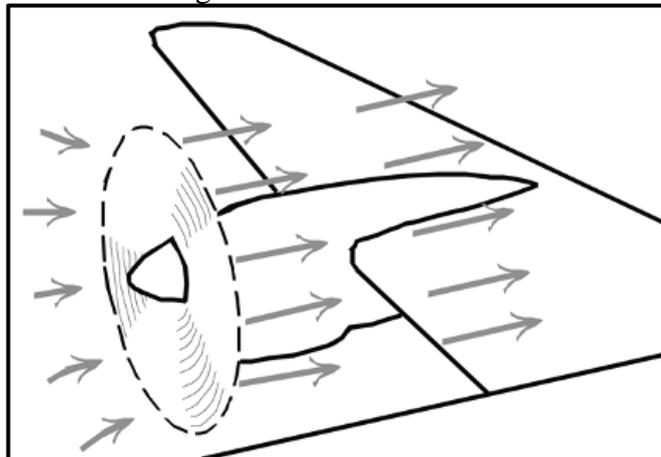


Fonte: adaptado de Anderson (2001) e Rodrigues (2014).

2.4 DESEMPENHO DE HÉLICES

A hélice é o principal elemento que converte potência de eixo em potência de propulsão, conforme a Figura 8, gerando assim uma aceleração e velocidade para a operação de voo.

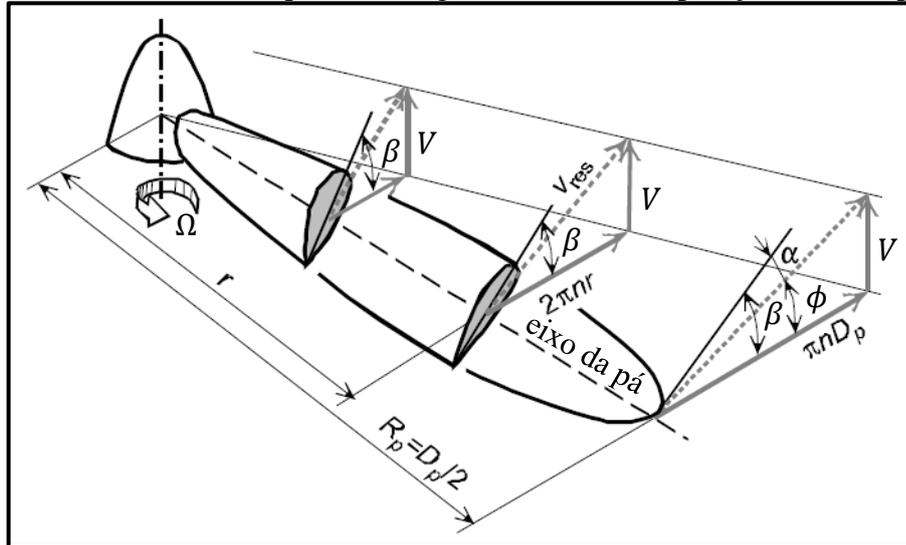
Figura 8 – Efeito de hélice



Fonte: Torenbeek e Wittenberg (2008).

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008) As pás de uma hélice possuem variação de espessura, corda e torção, parâmetros geométricos e de operação, relacionados na Figura 9.

Figura 9 – Relacionamento dos parâmetros geométricos e de operação em uma pá de hélice



Fonte: Torenbeek e Wittenberg (2008)

O ângulo de passo β é formado entre o plano da hélice e a corda da pá. Para uma pá com raio r , a velocidade resultante v_{res} da seção da pá é composta pela velocidade V e a velocidade tangencial Ωr . O ângulo de avanço ϕ é medido entre a velocidade resultante v_{res} e o plano da hélice, e dado pela Equação 2.

$$\tan(\phi) = \frac{V}{\Omega r} = \frac{V}{2\pi n r} \quad (2)$$

Onde V é a velocidade do fluxo [m/s], Ω é a velocidade angular do eixo [rad/s], ϕ é o ângulo de avanço [graus] e n é a rotação [rps]. Este ângulo é menor se a seção da pá estiver mais longe do eixo da hélice.

O ângulo de ataque α é medido entre a corda da seção e a velocidade resultante e é dado pela Equação 3.

$$\alpha = \beta - \phi \quad (3)$$

Para Torenbeek e Wittenberg (2008), α define a razão sustentação-arrasto de cada perfil, tendo um valor máximo numa condição de projeto, como decolagem ou voo de cruzeiro. Para um melhor desempenho de pá, esse ângulo deve variar o mínimo possível. A torção

aplicada na pá, β , tem função de compensar a variação do ângulo de avanço ϕ , relacionando assim esses três ângulos.

2.4.1 Tipos de hélice

Existem vários tipos de hélices, classificadas na indústria como de passos fixo, ajustável no solo e variável. Segundo Rodrigues (2014), as hélices de passo fixo (constante ao longo de sua envergadura) são fabricadas em peça única. Geralmente são de ligas de alumínio, compósitos ou madeira. Uma hélice de passo fixo está representada na Figura 10

Figura 10 – Hélice de passo fixo.



Fonte: adaptado de Hércules (2013).

Já as hélices de passo ajustável no solo (Figura 11) permitem a rotação da pá para o ângulo desejado, antes da decolagem, quando não há movimento. Geralmente o dispositivo possui um cubo articulado (RODRIGUES, 2014).

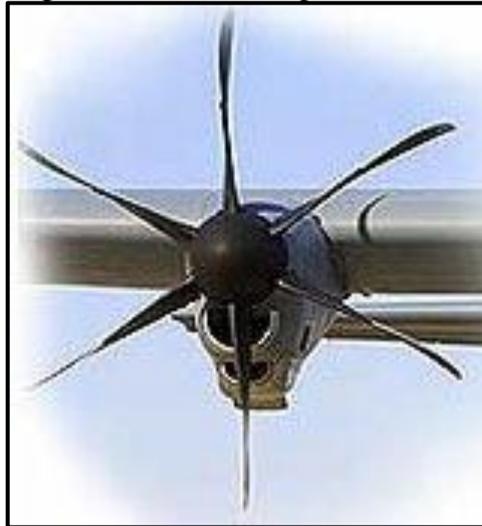
Figura 11 – Hélice de passo ajustável no solo



Fonte: adaptado de Vansairforce (2019).

Para uma aeronave operar em condições de maior desempenho, uma hélice de passo variável (Figura 12) deve ser utilizada, possibilitando uma desejada rotação do motor para uma particular condição de voo. Esta mudança de passo é feita pelo piloto através de um sistema de comandos.

Figura 12 – Hélice de passo variável



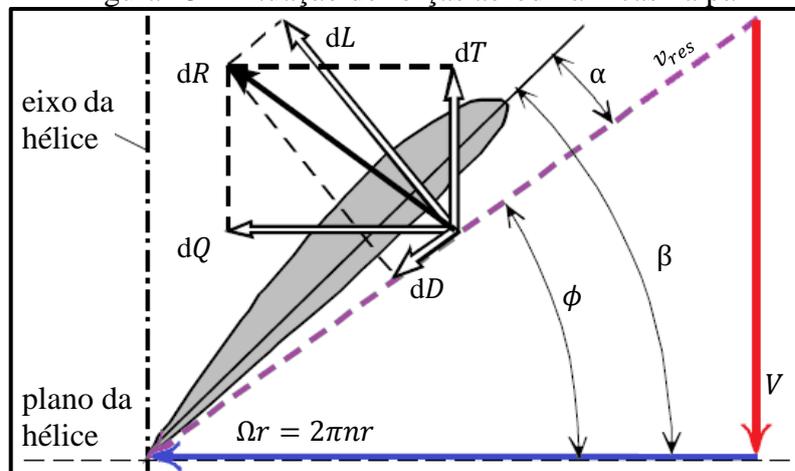
Fonte: adaptado de Rodrigues (2014).

Com o objetivo de avaliar o desempenho de uma hélice algumas teorias foram desenvolvidas. Na execução deste trabalho foi utilizada a teoria do elemento de pá (TORENBEEK e WITTENBERG, 2008).

2.4.2 Teoria do elemento de pá

A teoria do elemento de pá, segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), permite o cálculo das forças aerodinâmicas em uma série de elementos de pá e, em seguida, os integra ao longo da pá. A análise leva em consideração a velocidade do fluxo V , o eixo de rotação e o plano da pá, conforme o modelo da Figura 13.

Figura 13 – Atuação de forças aerodinâmicas na pá



Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2008)

O fluxo em torno de um elemento de pá é considerado no plano paralelo ao eixo da hélice, a uma distância r do eixo. Roskam (1997) define as componentes dL e dD como as forças de sustentação e de arrasto, respectivamente; a força dT como a propulsão real do elemento e a força dQ produz o torque da hélice, perpendicular à dT . Estas forças correspondem às componentes da força resultante dR . O ângulo β é o passo, α é o ângulo de ataque e ϕ é o ângulo de avanço, ou mesmo, a diferença entre eles.

Os vetores mostram a velocidade relativa do fluido no elemento. A velocidade resultante das velocidades de fluxo livre V e velocidade tangencial do elemento Ωr , v_{res} , é dada pela Equação 4.

$$v_{res} = \sqrt{V^2 + (\Omega r)^2} = \sqrt{V^2 + (2\pi n r)^2} \quad (4)$$

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), a razão de avanço J é dada pela Equação 5.

$$J = \frac{V}{nD} \quad (5)$$

Onde V é a velocidade de fluxo [m/s], n é a rotação [rps] e D é o diâmetro da pá [m]. Ela descreve o avanço helicoidal percorrido pelas pontas da pá.

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), a posição de análise em uma pá de corda c está localizada entre r e $r + dr$. As componentes dL e dD (perpendicular e na direção do fluxo, respectivamente) são determinadas pelas condições locais, conforme Equações 6 e 7.

$$dL = c_l \frac{1}{2} \rho v_{res}^2 c dr \quad (6)$$

$$dD = c_d \frac{1}{2} \rho v_{res}^2 c dr \quad (7)$$

De outra forma, as componentes de tração dT e torque dQ (na direção do eixo da hélice e perpendicular, respectivamente) são dadas pelas Equações 8 e 9.

$$dT = dL \cos \phi - dD \sin \phi \quad (8)$$

$$dQ = dL \sin \phi + dD \cos \phi \quad (9)$$

Assim, a tração e o torque da pá são encontrados integrando-se todos os elementos ao longo do raio da pá, da raiz rr para a ponta da pá rp , conforme as Equações 10 e 11, para um número de pás, $N_{pás}$. Não há contribuição da região do cubo central da hélice.

$$T = N_{pás} \int_{rr}^{rp} (c_l \cos \phi - c_d \sin \phi) \frac{1}{2} \rho v_{res}^2 c dr \quad (10)$$

$$Q = N_{pás} \int_{rr}^{rp} (c_l \sin \phi + c_d \cos \phi) \frac{1}{2} \rho v_{res}^2 c r dr \quad (11)$$

Os coeficientes de tração C_T e o coeficiente de potência C_{POT} são definidos pelas Equações 12 e 13.

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D_p^4} \quad (12)$$

$$C_{POT} = \frac{P_e}{\rho n^3 D_p^5} \quad (13)$$

Onde T é a tração [N], P_e é a potência de eixo [W], ρ é a densidade do ar [kg/m^3], n é a rotação [rps] e D_p é o diâmetro da pá [m].

2.4.3 Eficiência da hélice

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), o parâmetro característico mais importante de uma hélice é a eficiência η_h , definida pela Equação 14.

$$\eta_h = \frac{P_{disp}}{P_e} = \frac{T \cdot V}{P_e} \quad (14)$$

Onde P_{disp} é a potência disponível [W], P_e é a potência do eixo do motor [W], T é a tração [N] e V é a velocidade do fluxo [m/s].

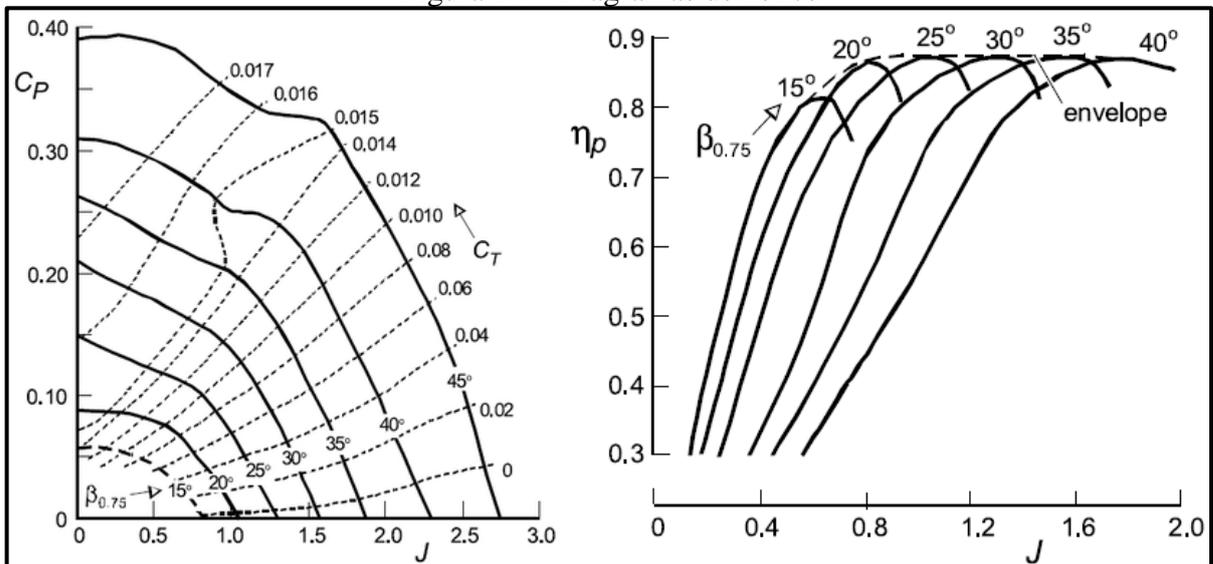
Outra maneira de analisar a eficiência da hélice, segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), é através dos coeficientes de tração C_T (depende da tração gerada pela hélice), e o coeficiente de potência C_{POT} (depende da potência disponível e absorvida pela hélice). Assim, a eficiência da hélice depende apenas do seu passo e da razão de avanço e é possível determinar a eficiência apenas relacionando os coeficientes, como mostra a Equação 15.

$$\eta_h = \left(\frac{C_T}{C_{POT}} \right) J \quad (15)$$

2.4.4 Diagramas de hélice

A relação entre eficiência, relação de avanço e coeficientes e permite traçar diagramas com o comportamento da hélice, que são fornecidos pelo fabricante, exemplificados na Figura 14. Nelas os coeficientes de potência e de torque são relacionados com o passo (referido a 75% do raio) e a razão de avanço.

Figura 14 – Diagramas de hélice



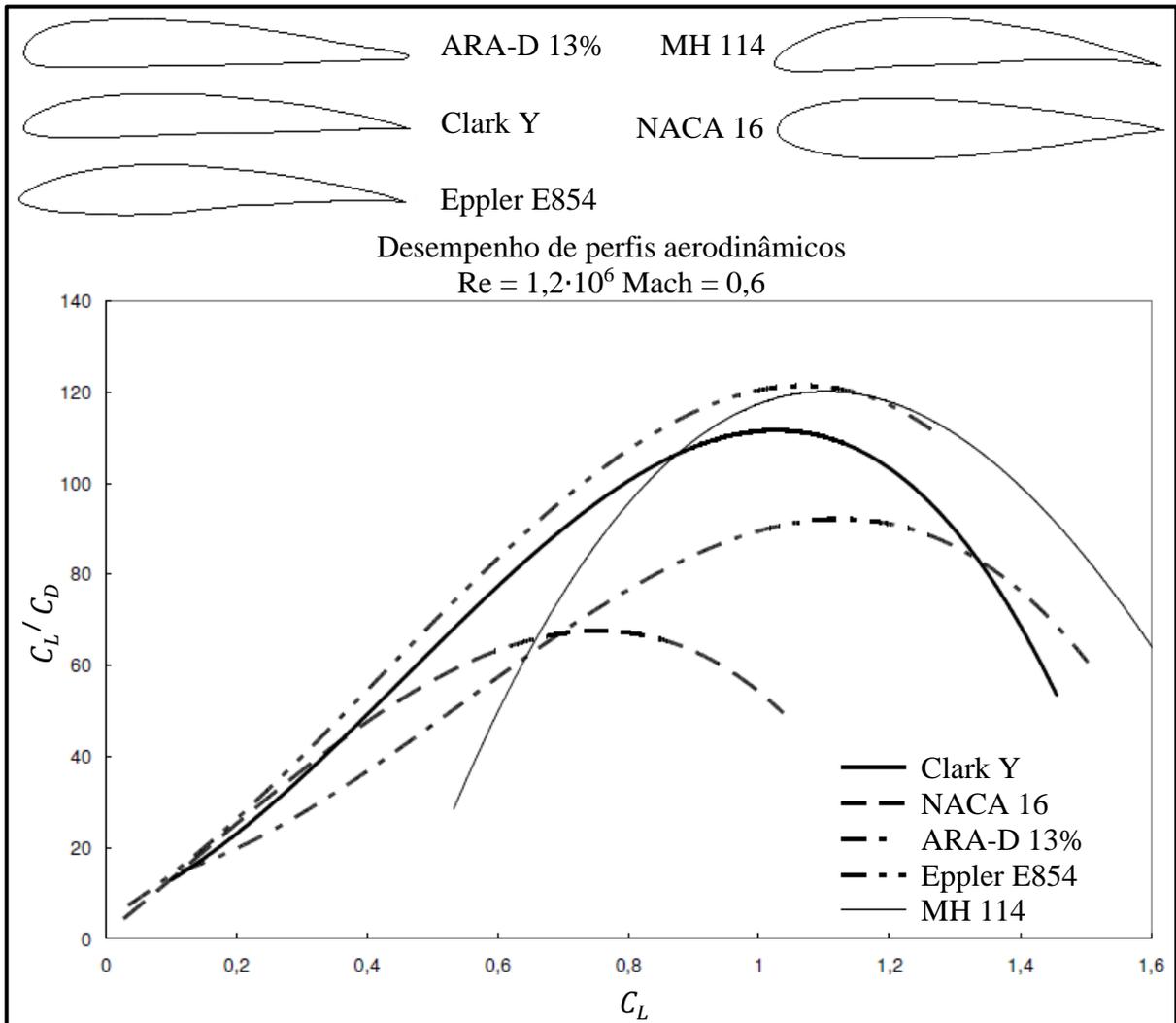
Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2008).

Segundo Torenbeek e Wittenberg (2008), o conhecimento da eficiência da hélice para um determinado ângulo de passo possibilita adequar a hélice ao motor conforme a missão desejada.

2.4.5 Perfis de hélice

Os coeficientes de sustentação C_L e de arrasto C_D , podem ser determinados experimentalmente (usando um túnel de vento) ou numericamente. A Figura 15 apresenta diferentes perfis aerodinâmicos utilizados na construção de hélices e as correspondentes curvas de eficiência (C_L/C_D) em função de C_L .

Figura 15 – Geometrias de perfis utilizadas em pás de hélice e suas curvas de eficiência aerodinâmica.



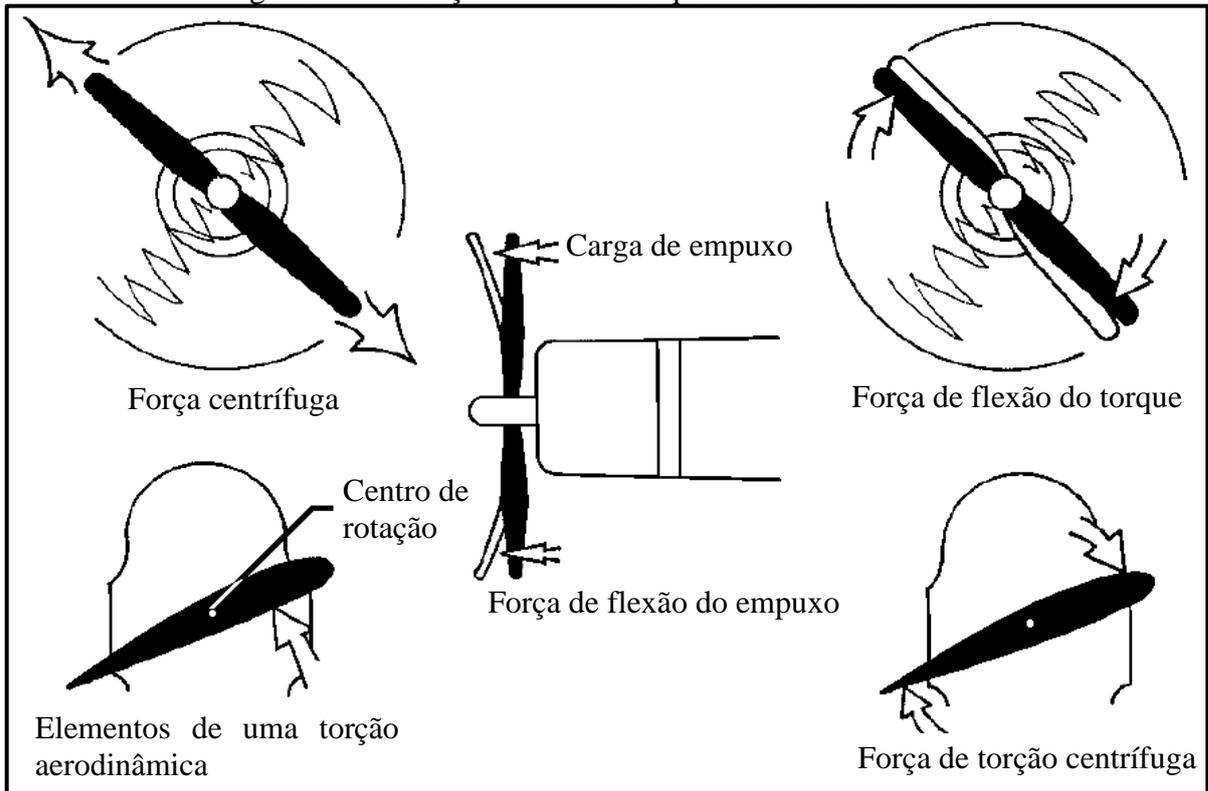
Fonte: adaptado de Barros (2009).

Os perfis com intradorso plano eram amplamente utilizados para fabricação de hélices das primeiras aeronaves, pela facilidade de construção em madeira, o material mais utilizado na época. Desde a Segunda Guerra Mundial surgiram novos padrões de geometrias mais arqueadas, com melhor desempenho (BARROS, 2009).

2.5 ESFORÇOS MECÂNICOS NAS PÁS

Uma hélice girando está sujeita a ação das forças centrífuga, de torque e de flexão. A Figura 16 ilustra as forças e momentos atuantes em uma hélice.

Figura 16 – Esforços e momentos que atuam em uma hélice



Fonte: Brasil IAC (2002).

Segundo Brasil IAC (2002), a força centrífuga atua na tentativa de expulsar as pás do cubo; o torque produz uma força de flexão que tende dobrar as pás na direção oposta ao movimento de rotação; a força de flexão, resultante do empuxo, é uma carga com tendência a dobrar as pás para frente. Desse modo, o projeto de uma hélice deve oferecer integridade, resistência e rigidez frente a esses esforços.

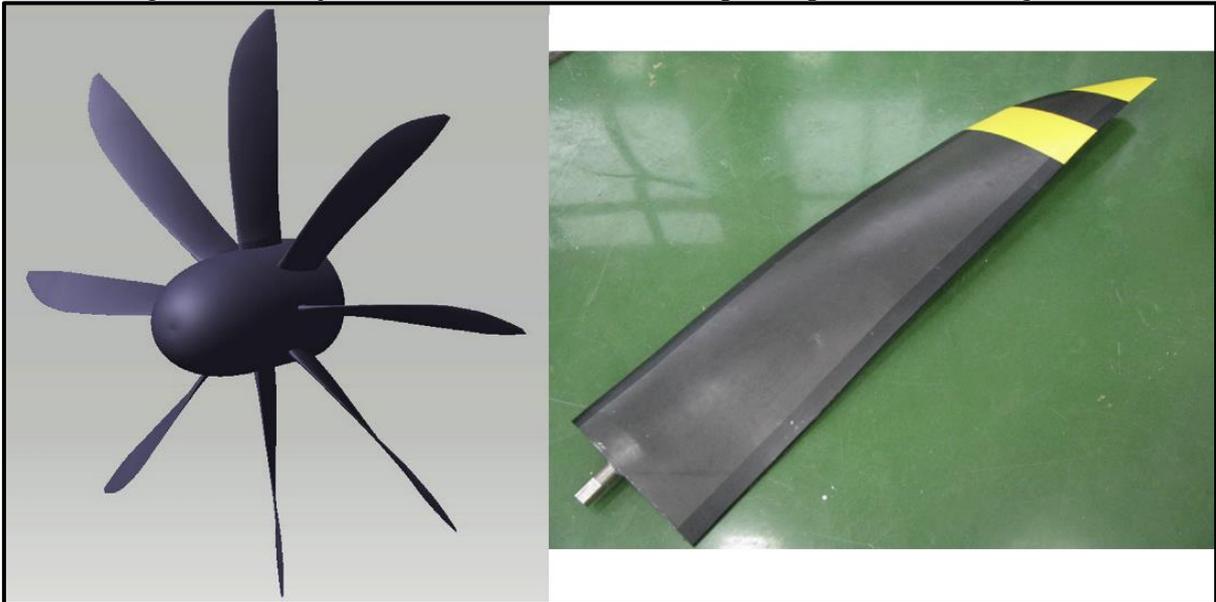
2.6 PROJETOS DE HÉLICES E TRABALHOS CORRELATOS

Park (2016) realizou o projeto aerodinâmico e estrutural da pá (em um total de 8) de uma hélice para uma aeronave regional avançada, visando maximizar a eficiência.

Os estudos paramétricos envolveram a teoria do elemento de pá para o projeto aerodinâmico e análise da hélice, usando o método de Adkins e Liebeck. A análise por interação estrutura-fluido (*FSI – Fluid Structure Interaction*) foi utilizada para investigar a carga ideal na estrutura. A alta rigidez estrutural do perfil, composta de uma camada externa de carbono / epóxi, com núcleo de espuma e uretano, foi adotada pela questão peso. No projeto estrutural, as análises foram realizadas através de CFD e MEF. Verificou-se desempenho aerodinâmico e segurança estrutural adequadas. A operação eficiente nas velocidades maiores (se usado um

controle de variação de passo) também foi mencionada. Destaca-se também a utilização de perfis RAF-6, Clark-Y e NACA0016 para projeto de hélices (PARK, 2016). A Figura 17 mostra as formas básicas.

Figura 17 – Projeto e análise de hélice em compósito para aeronave regional



Fonte: adaptado de Park (2016).

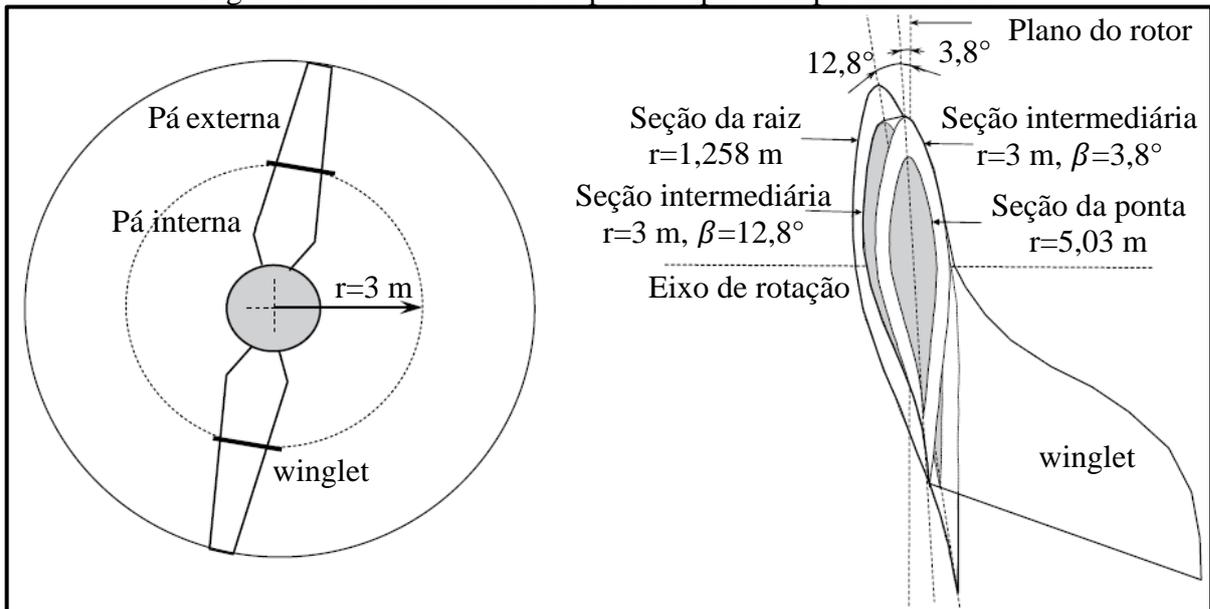
Rocha (2019) fez o estudo das teorias disponíveis que serviram de base para criação de *softwares* analíticos de hélices, tais como QProp e QMil, auxiliados pelo XFOIL. Esses programas foram validados com dados experimentais de modelos de referência, para posterior aplicação na análise de hélices de fabricantes comerciais e estudos próprios (hélices DA4002; Purdue, com NACA 0010; Rupert 66" x 44" e 56" x 26" e Adkins e Liebeck, com NACA 4415). Concluiu que os programas analíticos são eficazes nas etapas de anteprojeto, podendo ser utilizados em conjunto com *softwares* baseados em CFD para resultados preditivos precisos e ágeis. Porém, destacou a necessidade de testes em túnel de vento das hélices otimizadas visando identificar eventuais falhas produtivas, limitações geométricas e pontos de melhoria na metodologia de dimensionamento.

Conhecendo as características da aeronave na qual a hélice será utilizada, pode-se maximizar a compatibilidade do componente às suas condições. Os fatores a serem considerados são o raio máximo da hélice, o motor a ser utilizado, bem como o perfil aerodinâmico adequado. O raio máximo da hélice pode ser obtido de acordo com a altura em relação ao solo, observando também o ângulo de decolagem e aterrissagem, para não haver contato com o solo. O raio adotado não deve proporcionar um valor Mach superior a 0,85 na

ponta da pá, pelo aumento significativo do arrasto, bem como menor eficiência de voo (ANDERSON, 2010 apud ROCHA, 2019). Uma alternativa é a utilização de pás encurvadas, segundo Barbosa (2009 apud ROCHA, 2019).

No estudo de Lanzafame e Messina (2008) foi proposto um novo projeto para pás de turbinas eólicas, de baixo custo e simples construção, com coeficiente de potência adequado. A nova pá foi subdividida em duas, sem torção e contendo uma corda variável, cada uma com um ângulo de passo diferente, para otimizar o fluxo aerodinâmico, conforme a Figura 18. Para projetar e avaliar o desempenho da nova pá, um código numérico com base na teoria do elemento de pá foi implementado e validado experimentalmente. Apesar de revelar alguma perda de energia devido aos vórtices das pontas de cada parte da pá (minimizado com uso de *winglets*), o código levou a melhores opções de layout para maximizar o desempenho da turbina, quando comparado a um modelo padrão de pás não-torcidas.

Figura 18 – Turbina eólica de passo duplo com pás não torcidas

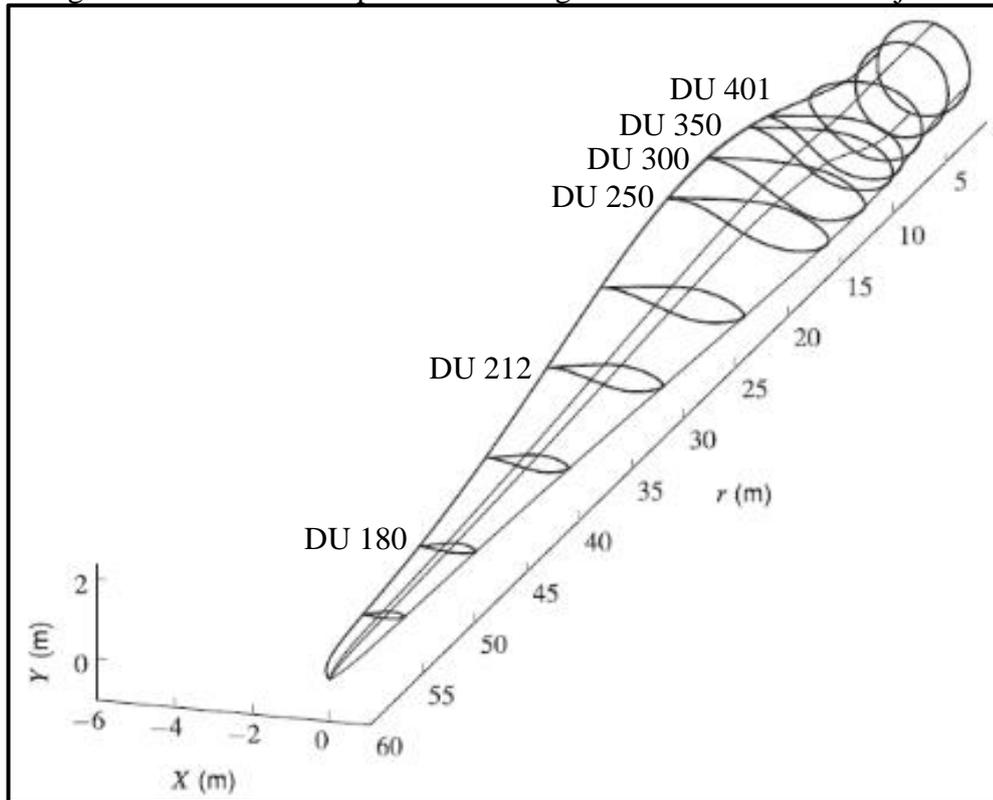


Fonte: adaptado de Lanzafame e Messina (2008).

O estudo de Neto et al. (2018) aborda a aplicação de algoritmos evolutivos multiobjetivos ao projeto de pás de turbinas eólicas. O objetivo foi definir e avaliar uma metodologia de projeto para a geometria da pá a fim de maximizar a eficiência e minimizar a massa do rotor. Sua adoção se deve à redução do número de iterações durante o projeto aerodinâmico-estrutural, reduzindo o tempo e o custo do projeto. Essa abordagem se apresentou satisfatória, principalmente quando combinou algoritmos genéticos com a teoria do elemento de pá. Os perfis DU, escolhidos para este projeto, foram desenvolvidos na Universidade de

Tecnologia Delft (DUT) e selecionados por sua espessura relativa (40,1%, 35,0%, 30,0%, 25,0%, 21,2% e 18,0%). A Figura 19 mostra a geometria obtida. Apesar da não execução da pá real, o *design* aerodinâmico foi considerado mais amigável à estrutura, equilibrando as cargas e tensões, evitando assim pontos de concentração de tensão.

Figura 19 - Estrutura da pá através de algoritmo evolutivo multiobjetivo

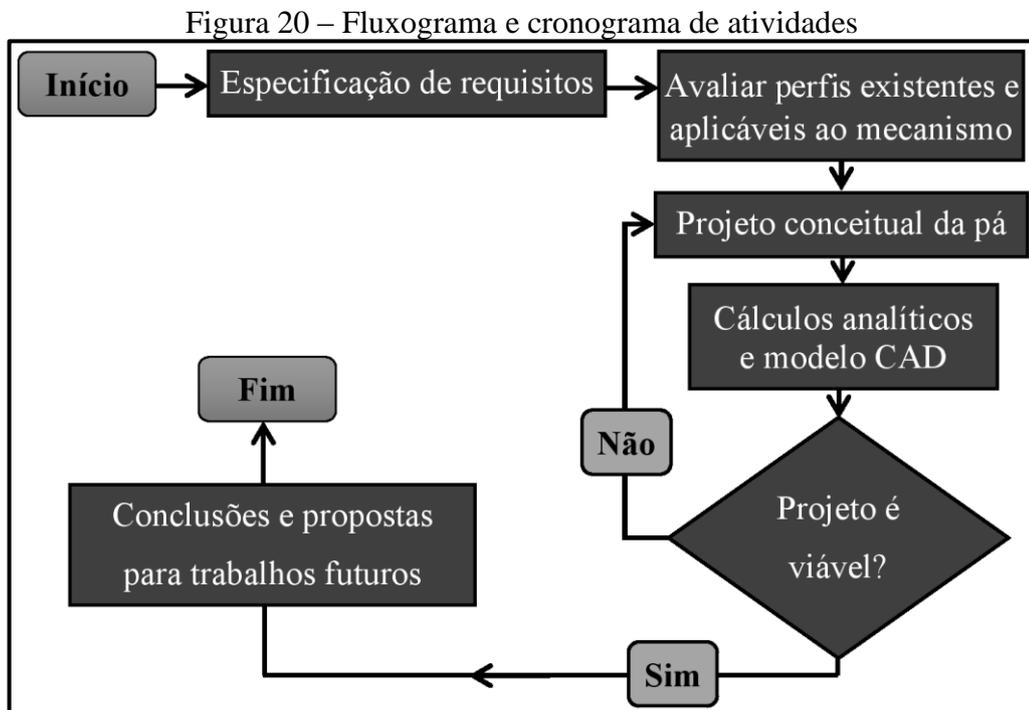


Fonte: adaptado de Neto et al. (2018).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O projeto de uma hélice com dispositivo variador de passo vem ao encontro à necessidade de aperfeiçoar o desempenho de uma aeronave radio controlada da equipe Aerosul, através da maximização da eficiência geral do grupo motopropulsor. Ao longo da última década, os diversos trabalhos propostos permitiram o desenvolvimento de mecanismos para esse fim. Porém, desde os projetos de Oliveira (2015) e Albuquerque (2016), o desenvolvimento e estudo de uma pá específica para o dispositivo tornou-se evidente, reforçado pelas inconveniências de adaptação de hélices comerciais. Analogamente, o trabalho de Galiotto (2017) reiterou o estudo aerodinâmico de hélices, bem como geração de modelos virtuais. Logo, ainda não é uma realidade a utilização do mecanismo variador de passo de hélice. Para tal, é necessário integrar o dispositivo variador de passo a seu acionamento, além da necessidade de estudo e projeto de uma hélice específica, que permita sua operacionalização, dando sequência a todo o trabalho já feito. A Figura 20 demonstra, esquematicamente, as etapas deste trabalho, que são descritas a seguir.

avaliar perfis existentes e possíveis de serem aplicados ao mecanismo.



Fonte: o autor (2021).

Por meio da especificação de requisitos de projeto, foi possível mapear os parâmetros inerentes à concepção do modelo. Para tal, sustentou-se à literatura e metodologias vigentes,

bem como a avaliação dos critérios (em conjunto à equipe Aerosul), que orientaram as condições e abordagens apropriadas à caracterização do modelo virtual. Com o auxílio dos dados gerados pelas análises aerodinâmicas da equipe Aerosul, foi possível obter as velocidades da aeronave nas diferentes etapas de voo. A Tabela 1 apresenta esses valores.

Tabela 1 - Velocidades da aeronave nas diferentes etapas de voo

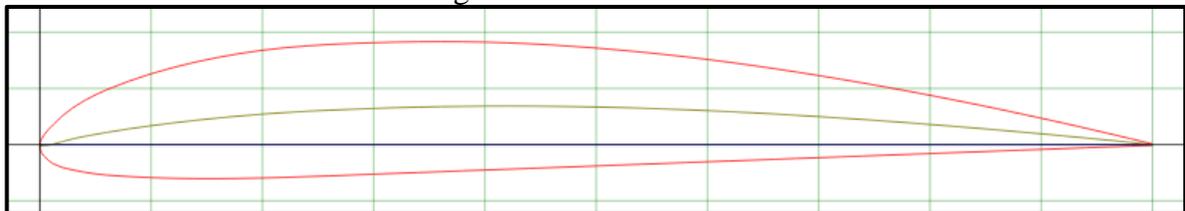
Velocidades características	Valores (m/s)
Mínima para uso do reverso	10,2
de Estol	12,9
de Decolagem (10% acima da de estol)	14,2
de Cruzeiro, trimagem (90% da máxima)	20,5
Máxima	22,8

Fonte: Aerosul (2020).

Assim, para análise dos modelos das pás, as velocidades de estol e de cruzeiro foram utilizadas, pois representam a mínima condição de sustentação igual ao peso da aeronave e a maior eficiência aerodinâmica do perfil, respectivamente. Foram associadas aos ângulos de passo mínimo e máximo, respectivamente.

Na sequência, foi necessário avaliar perfis existentes aplicáveis ao mecanismo e que atendessem aos requisitos de projeto. A partir da hélice utilizada pela equipe Aerosul, a APC 12,25" x 3,75" o perfil Clark Y (do tipo plano convexo) foi selecionado, já que, segundo a própria fabricante, APC Propellers (2021), possui perfil muito semelhante a ele. O perfil Clark Y, mostrado na Figura 21, apresenta máxima espessura de 11,7% a 28% da corda e arqueamento máximo de 3,4% a 42% da corda.

Figura 21 – Perfil Clark Y

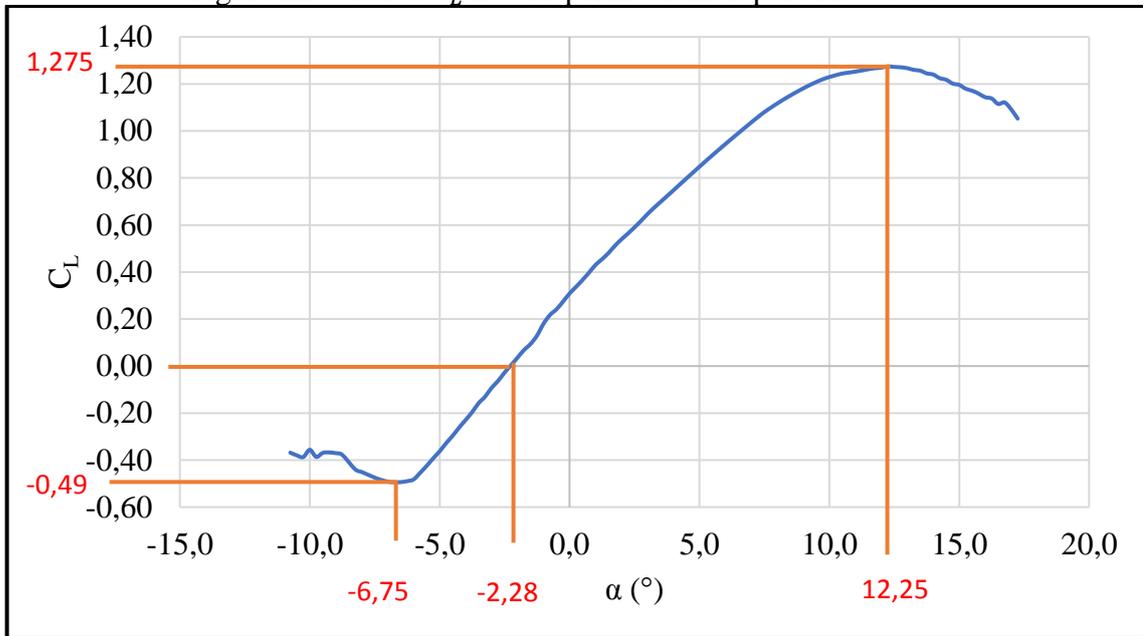


Fonte: Airfoil Tools (2020).

Foi considerando ainda, a eficiência aerodinâmica C_L/C_D e a distribuição de sustentação de C_L , do perfil Clark Y em relação aos perfis apresentados na Figura 15 e nos dados do Airfoil Tools (2020). Logo, considerando o perfil constante para toda extensão da pá, o coeficiente de sustentação C_L é função apenas do ângulo de ataque α . A Figura 22 mostra esta

relação para o perfil Clark Y. Nela estão destacadas as condições de sustentações nula e máximas (positiva e negativa).

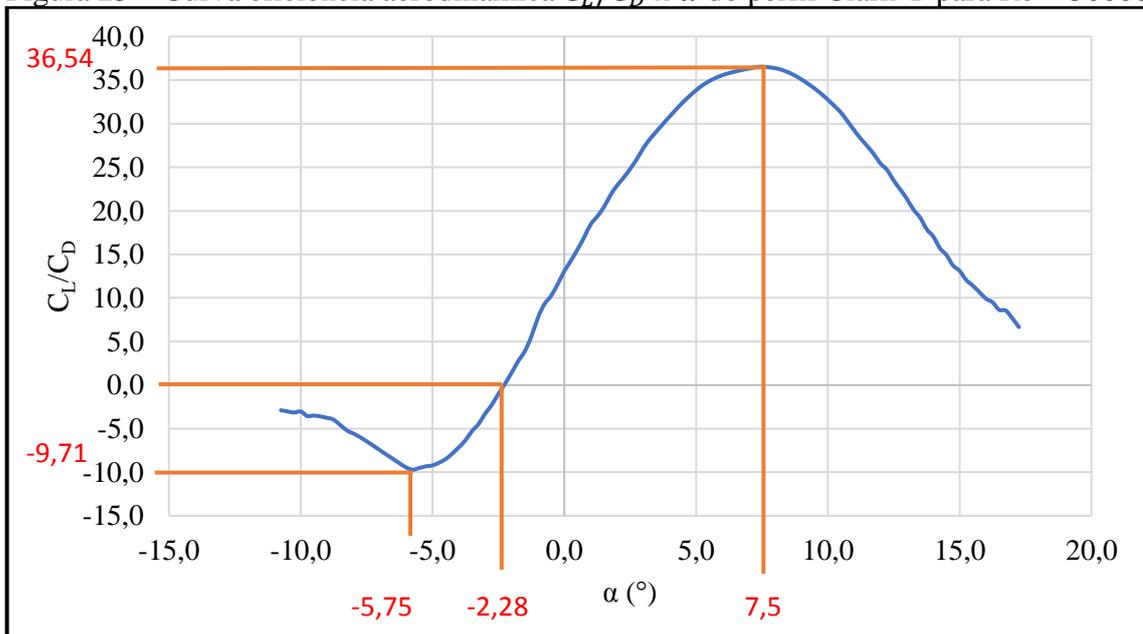
Figura 22 – Curva C_L x α do perfil Clark Y para $Re = 50000$



Fonte: adaptado de Airfoil Tools (2020).

Já a eficiência aerodinâmica do perfil Clark Y é dada pela curva C_L/C_D em função do ângulo de ataque α , apresentada na Figura 23. Nela estão contidas as condições de eficiência máxima (a $7,5^\circ$), mínima e nula.

Figura 23 – Curva eficiência aerodinâmica C_L/C_D x α do perfil Clark Y para $Re = 50000$



Fonte: adaptado de Airfoil Tools (2020).

Este trabalho teve como base o cálculo analítico e o método numérico de resolução matemática, bem como modelagem CAD, que permitiram ajustar, comparar e viabilizar modelos virtuais, ou ainda propor alterações.

3.1 BASE E DIRETRIZES

Com base na Teoria do Elemento de Pá (seção 2.5.2), as forças geradas por uma pá, tração T e torque Q, foram calculadas pelas Equações 10 e 11, respectivamente.

As forças foram obtidas através de integração ao longo do raio, com o valor final do cálculo considerando as duas pás da hélice. Para a resolução das equações foi utilizada integração numérica, através do método trapezoidal composto, proposto por Gilat e Subramaniam (2008), no *software* MATLAB, da Mathworks. Cada parâmetro que compõe as equações de tração e torque depende do raio, direta ou indiretamente, sendo suas funções obtidas por regressão não-linear utilizando o *software* Microsoft Excel 2016. Para facilitar e simplificar a resolução dos cálculos no Matlab, foi utilizado o ajuste polinomial ao invés do exponencial (com exceção para a corda), maximizando o ajuste do coeficiente R^2 para valores bem próximos de 1.

Assim como em Cypriano (2014), o equacionamento em função do raio foi guiado pelas seguintes diretrizes:

- a) densidade do ar ρ constante ($1,225 \text{ kg/m}^3$), considerando o valor da Atmosfera Padrão Internacional, nível do mar, a uma pressão de 1 atm e temperatura de $15 \text{ }^\circ\text{C}$;
- b) diâmetro externo da hélice de 0,330 m, baseado nas utilizadas pela equipe Aerosul, bem como no diâmetro da seção de testes total (0,4 m) do túnel de vento disponível na Universidade de Caxias do Sul. O diâmetro interno da hélice de 0,065 m foi definido a partir do disponível no suporte da pá;
- c) Reynolds constante e igual a 50.000, considerando o valor máximo de corda ao longo da pá não superior à 25 mm, pelo tamanho do dispositivo variador de passo e as hélices anteriormente utilizadas;
- d) condições de operação e comparação (hélice APC):
 - condição de comparação (2): velocidade de 20,5 m/s, 10.000 rpm e passo mínimo;
 - condição de comparação (3): velocidade de 12,9 m/s, 13.000 rpm e passo mínimo;
 - condição de comparação (4): velocidade de 20,5 m/s, 13.000 rpm e passo mínimo;

e) condições do modelo proposto:

- de projeto (1): velocidade de 12,9 m/s, 10.000 rpm, passo mínimo, C_L/C_D máximo de 36,54, onde α é $7,5^\circ$ (vide Figura 23);
- (5): velocidade de 20,5 m/s, 10.000 rpm e passo máximo;
- (6): velocidade de 20,5 m/s, 13.000 rpm e passo máximo;
- (7): velocidade de 12,9 m/s, 10.000 rpm e passo reverso;
- (8): velocidade de 12,9 m/s, 13.000 rpm e passo reverso.

3.2 APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES

3.2.1 Condição de projeto

Para uma rotação de 10.000 rpm, passo mínimo e velocidade de 12,9 m/s, o ângulo de ataque α é constante ($7,5^\circ$, para máxima eficiência aerodinâmica). Com isso, calcula-se o valor de ϕ , conforme a Equação 16.

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{V}{2\pi nr}\right) \quad (16)$$

Assim, conforme a Equação 17, calcula-se o valor do ângulo de passo β .

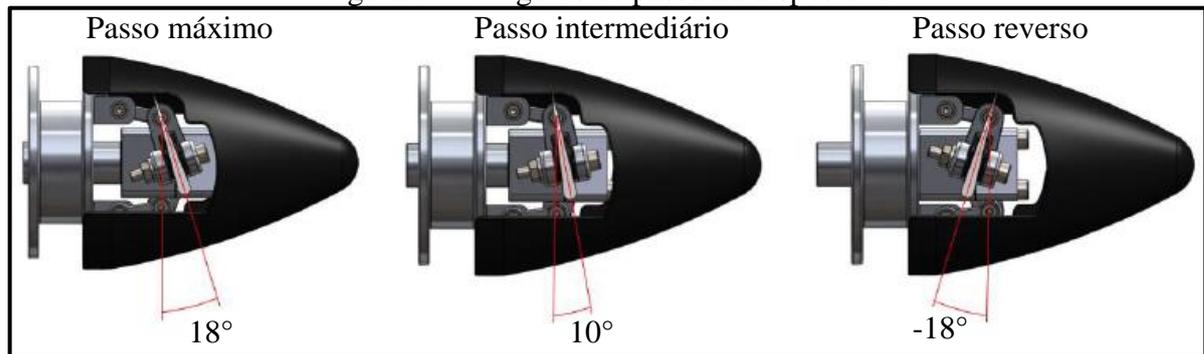
$$\beta = \alpha + \phi \quad (17)$$

Consequentemente, o valor de v_{res}^2 é definido conforme a Equação 18.

$$v_{res}^2 = V^2 + (2\pi nr)^2 \quad (18)$$

Nesta condição e passo, os valores do coeficiente de sustentação C_L e de arrasto C_D são constantes. A inclinação da pá, conforme ocorre a variação do dispositivo, é demonstrada na Figura 24.

Figura 24 – Ângulos de passo do dispositivo

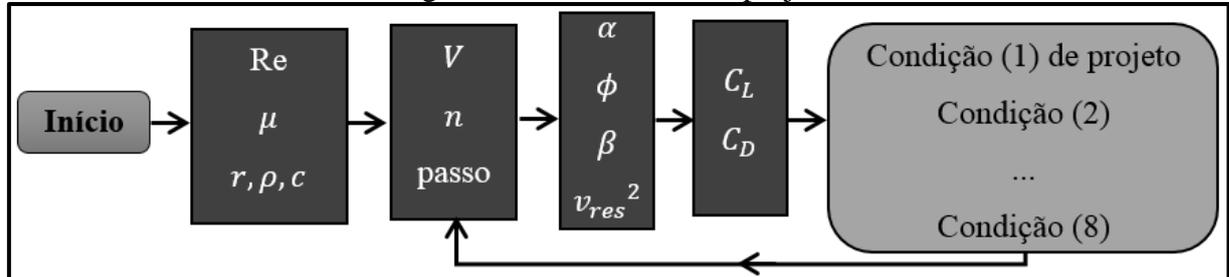


Fonte: adaptado de Albuquerque (2016).

3.2.2 Demais condições de análise

Como o procedimento de cálculo segue uma mesma sequência, para as diferentes condições, foi organizado num fluxograma para simplificação do entendimento das etapas realizadas. A Figura 25 apresenta essa sequência de cálculos a partir dos parâmetros provenientes dos requisitos de projeto (discutidos no Capítulo 2).

Figura 25 – Parâmetros de projeto

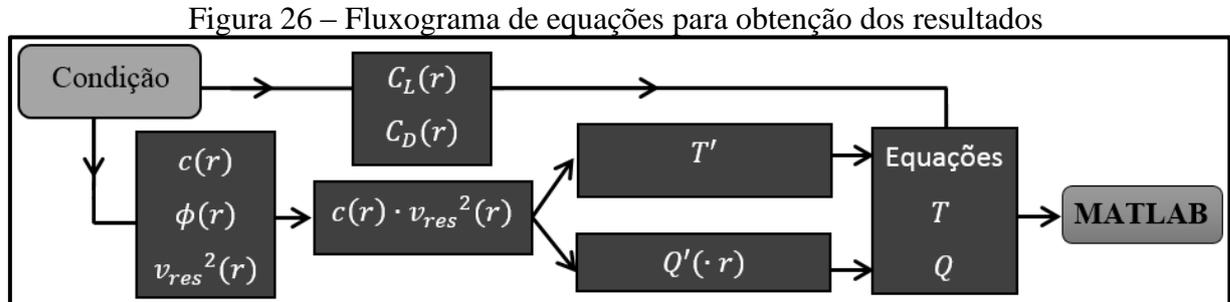


Fonte: o autor (2021).

Nessa etapa, os valores dos requisitos de projeto (densidade ρ , viscosidade dinâmica μ , raio r , número de Reynolds, corda c foram registrados e compilados de maneira que permitissem o cálculo dos demais parâmetros de projeto. Então, com a condição estabelecida (velocidade V , rotação n e passo sendo os parâmetros de referência), os parâmetros construtivos puderam ser obtidos através de seu equacionamento (α , ϕ , β , v_{res}). Como consequência, os coeficientes C_L e C_D foram determinados a partir da interpolação linear, a partir dos valores calculados de α , com exceção da condição de projeto, em que permanecem constantes.

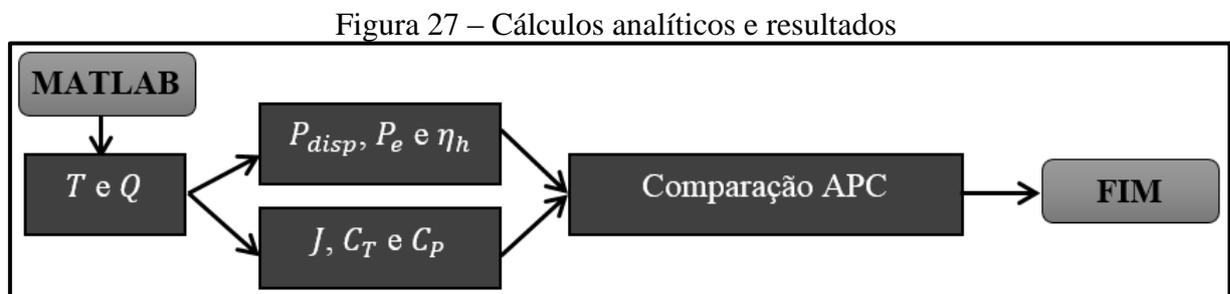
Com a obtenção dos valores de todos os parâmetros de projeto, a próxima etapa de análise, utilizando a regressão não-linear com ajuste, reuniu todos os termos inerentes às equações para o cálculo de tração e torque. Esses termos, provenientes dos parâmetros de

projeto, se apresentam em função do raio r . O fluxograma apresentado na Figura 26 apresenta essa sequência.



Fonte: o autor (2021).

Toda essa compilação resultou nas equações de tração e torque implementadas num algoritmo, resolvido no *software* Matlab. Os valores obtidos, provenientes dessa análise, foram utilizados para o cálculo dos parâmetros de desempenho da hélice (potência disponível e de eixo, eficiência, bem como razão de avanço e coeficientes de tração e potência), com base nas equações discutidas no Capítulo 2. Essa etapa de análise é apresentada na Figura 27, considerando cada condição de análise definidas anteriormente.



Fonte: o autor (2021).

Por fim, esses resultados teóricos foram comparados com os dados disponíveis da hélice APC.

3.3 HÉLICE APC 12,25" X 3,75"

Fabricada pela empresa APC Propellers, foi a hélice utilizada para comparação com o modelo deste trabalho e é apresentada na Figura 28. Atualmente, é o modelo adotado pela equipe Aerosul e possui 12,25" de diâmetro e 3,75" de passo.

Figura 28 – Hélice APC 12,25” x 3,75”

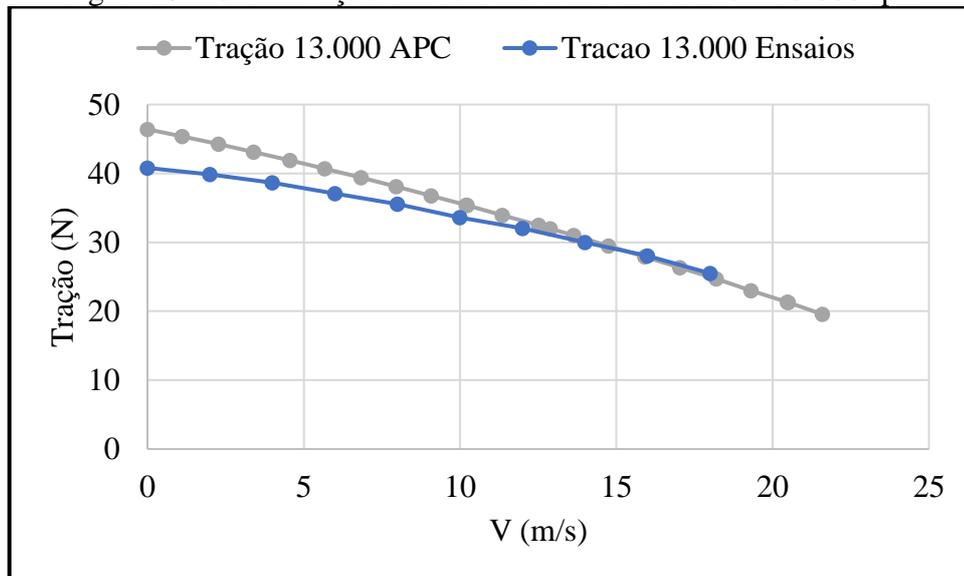


Fonte: adaptado de Galiotto (2017).

De maneira análoga a Cypriano (2014), os dados fornecidos pela fabricante APC Propellers foram utilizados para avaliar e comparar os resultados obtidos no equacionamento, uma vez que apresentam as expectativas das forças geradas na hélice a determinada rotação.

Com base nos dados obtidos experimentalmente, pela equipe Aerosul, nos ensaios no túnel de vento da Universidade de Caxias do Sul, usando o maior motor disponível (OS 61), foi possível chegar a 13.000 rpm (rotação máxima) com a hélice APC, cuja curva obtida (Figura 29) coincidiu com a do fabricante a partir de 12 m/s. O que permite considerar que a potência de eixo fornecida é a máxima possível de ser obtida.

Figura 29 - Curva tração x velocidade da hélice APC a 13.000 rpm



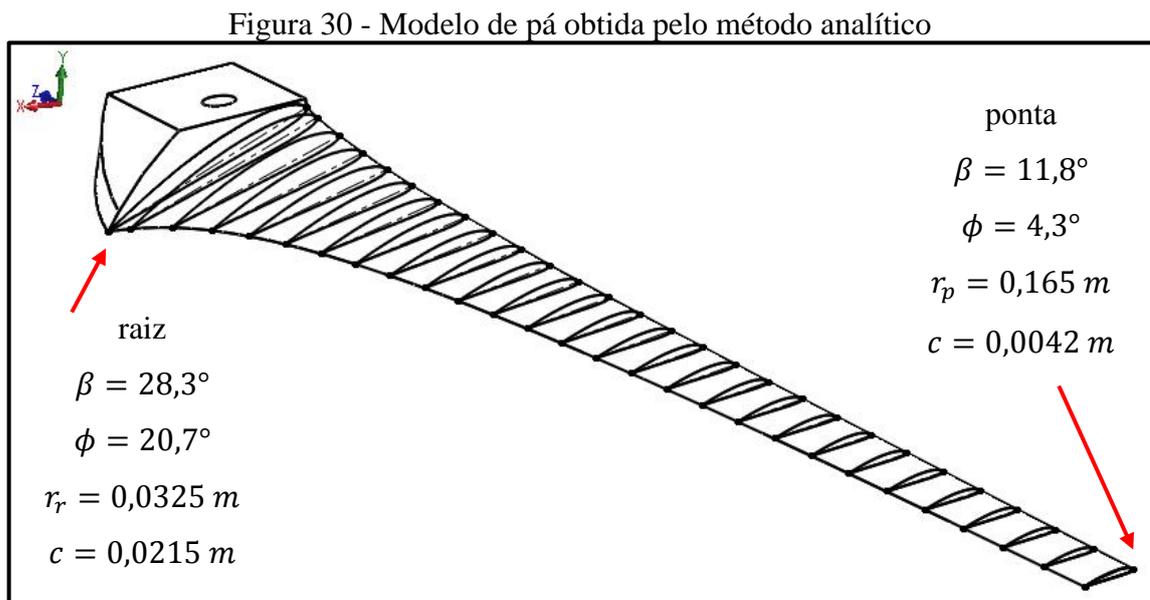
Fonte: adaptado de Aerosul (2018).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este Capítulo apresenta as discussões em torno dos resultados obtidos e comparações entre o modelo proposto e a hélice APC 12,25” x 3,75”, a partir da aplicação das metodologias e equações discutidas nos Capítulos 2 e 3.

4.1 O MODELO PROPOSTO

Com a escolha do perfil (Clark Y) e os parâmetros geométricos definidos (β , corda c , raio mínimo e máximo), a pá foi construída no *software* CAD (SolidWorks, neste caso). O modelo de pá, obtido através do método analítico demonstrado nos capítulos anteriores, está representado na Figura 30.



Fonte: o autor (2021).

4.2 RESULTADOS DOS MÉTODOS TEÓRICOS

4.2.1 Obtenção das equações

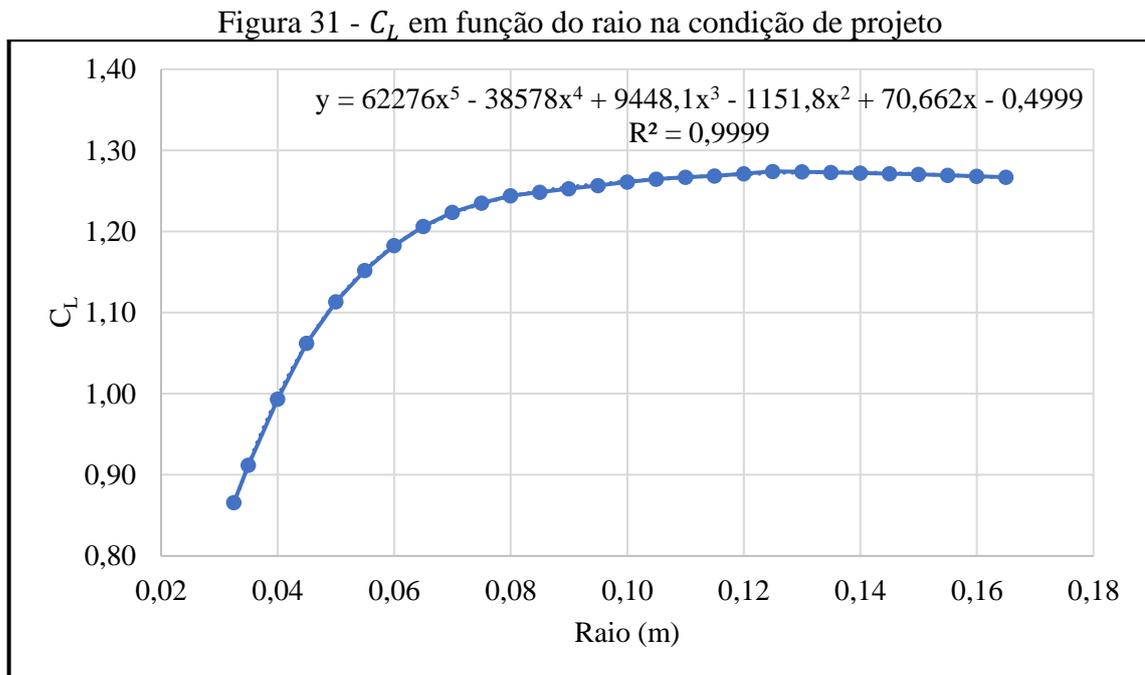
Conforme a discussão realizada no Capítulo 3, seção 3.2.2, as equações foram obtidas por meio dos parâmetros de projeto calculados.

Como na condição de projeto α é constante ($7,5^\circ$), conseqüentemente C_L e C_D também (1,08 e 0,03, respectivamente). Assim, para demonstrar a obtenção de C_L e C_D em função do raio r , as Equações 19 e 20 contém essa compilação.

$$C_L(r) = 62276r^5 - 38578r^4 + 9448,1r^3 - 1151,8r^2 + 70,662r - 0,4999 \quad (19)$$

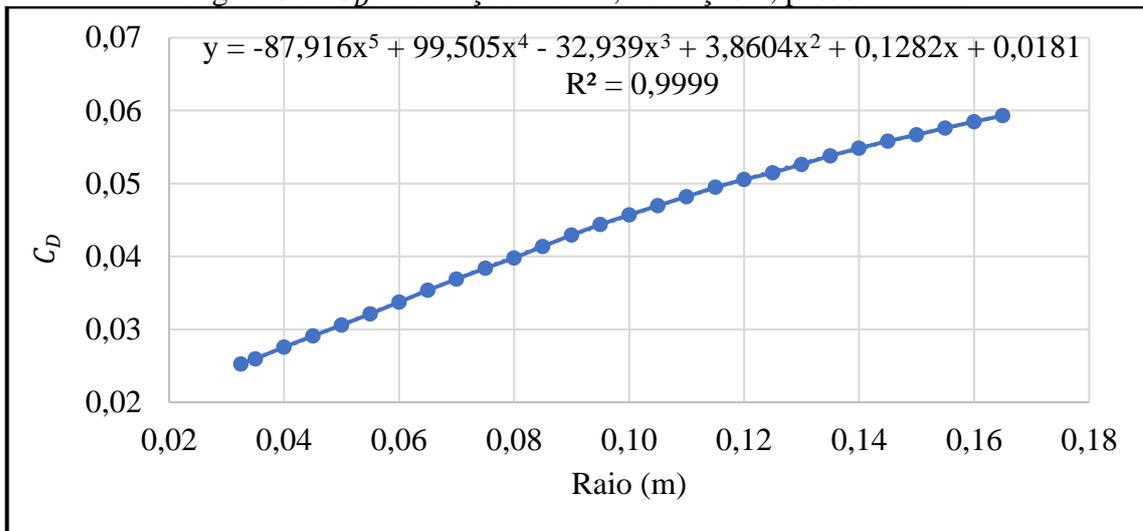
$$C_D(r) = -87,916r^5 + 99,505r^4 - 32,939r^3 + 3,8604r^2 + 0,1282r + 0,0181 \quad (20)$$

A Figura 31 apresenta a equação de C_L para 10.000 rpm, passo máximo e velocidade 20 m/s, conforme a regressão não-linear, com o ajuste. O uso do polinômio contido na equação se deu pelo valor de R^2 mais próximo ao valor 1, por isso a escolha de uma equação de quinto grau.



Fonte: o autor (2021).

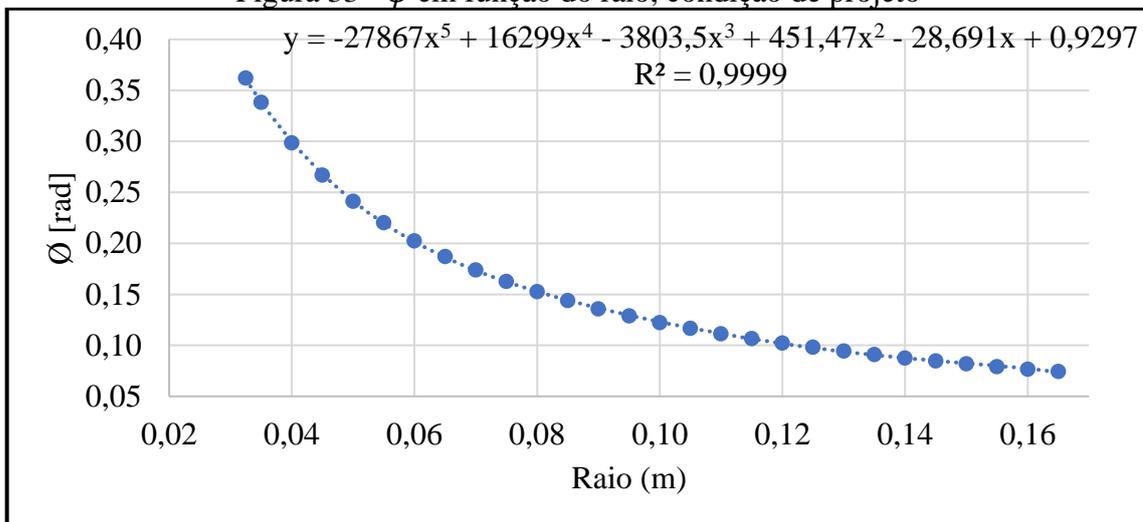
De forma semelhante, a Figura 32 apresenta a equação de C_D para 10.000 rpm, passo máximo e velocidade 20 m/s, conforme a regressão não-linear, com o ajuste. De novo, o uso do polinômio de quinto grau se deu a partir do valor de R^2 mais próximo ao valor 1. As demais condições estão contidas nos Apêndices C, D e E.

Figura 32 - C_D em função do raio, condição 1, passo máximo

Fonte: o autor (2021).

A Figura 33 apresenta a Equação 21, ϕ em função do raio r , para a condição de projeto, conforme a regressão não-linear, com o ajuste. Novamente, foi usado o polinômio com valor de R^2 mais próximo ao valor 1, por isso a escolha de uma equação de quinto grau. As demais condições estão contidas nos Apêndices C, D e E.

$$\phi(r) = -27867r^5 + 16299r^4 - 3803,5r^3 + 451,47r^2 - 28,691r + 0,9297 \quad (21)$$

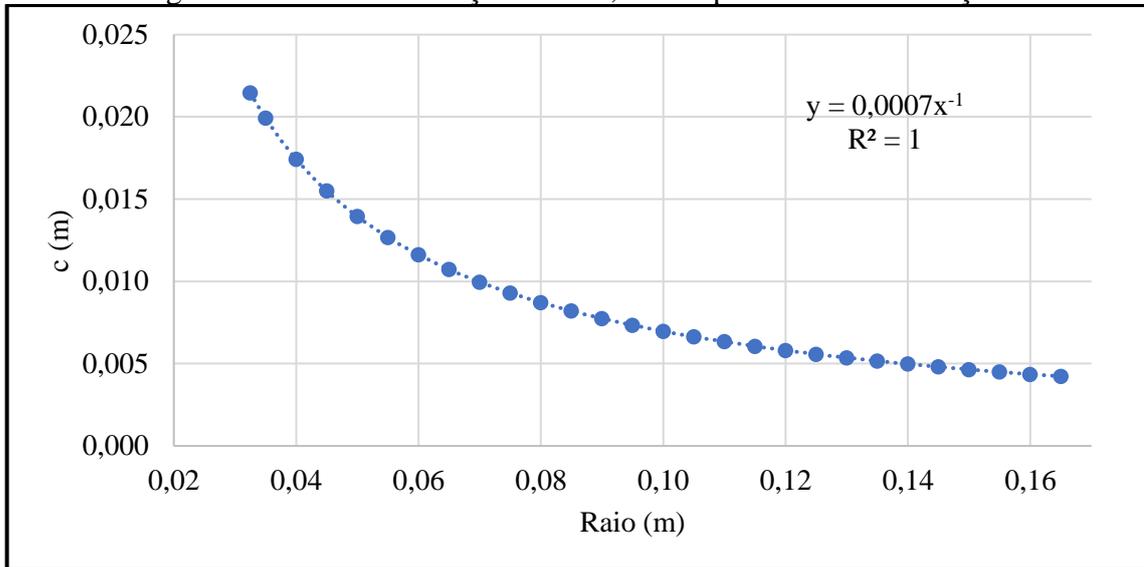
Figura 33 - ϕ em função do raio, condição de projeto

Fonte: o autor (2021).

Já os valores da corda c em função do raio r , são representados pela Equação 22, para todas as condições. A Figura 34 apresenta a equação da corda c em função do raio r conforme a regressão não-linear, com o ajuste. O uso do polinômio contido na Equação 22 se deu a partir do valor de R^2 mais próximo ao valor 1, por isso a escolha de uma equação exponencial.

$$c(r) = 0,0007r^{-1} \quad (22)$$

Figura 34 - Corda em função do raio, válida para todas as condições

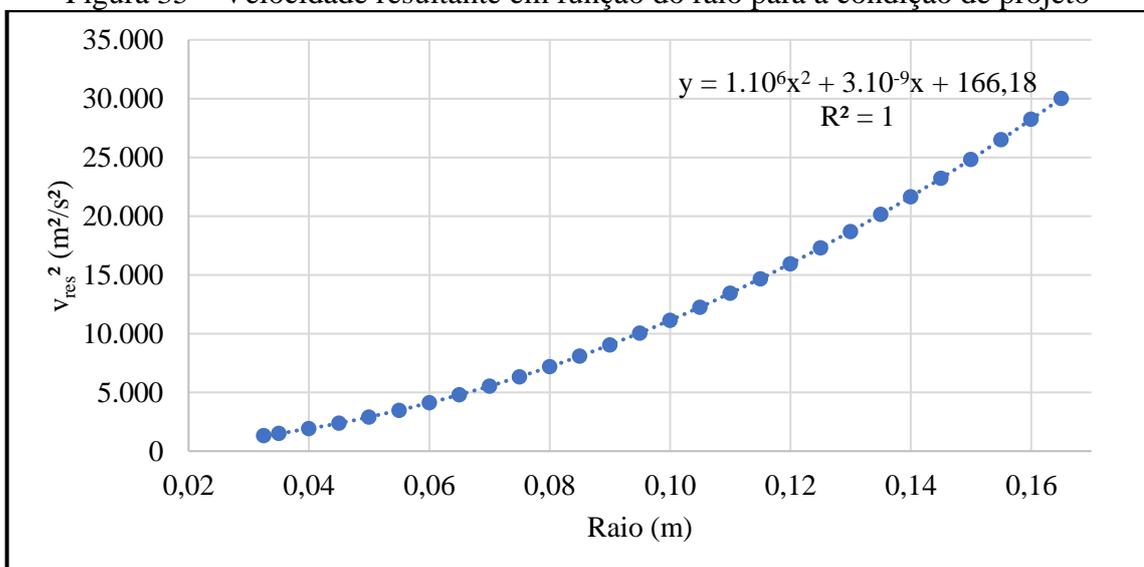


Fonte: o autor (2021).

Já os valores da velocidade resultante v_{res}^2 em função do raio r , está representado na Equação 23 para a condição de projeto. A Figura 35 apresenta a equação da v_{res}^2 em função do raio r conforme a regressão não-linear, com o ajuste. Neste caso, o polinômio de segundo grau foi suficiente para um ajuste mais preciso da função. As demais condições estão contidas nos Apêndices C, D e E.

$$v_{res}^2(r) = 1.10^6r^2 + 3.10^{-9}r + 166,18 \quad (23)$$

Figura 35 – Velocidade resultante em função do raio para a condição de projeto



Fonte: o autor (2021).

Para a sequência de cálculos, o termo de primeiro grau é descartado devido à baixíssima contribuição aos resultados.

Assim, a seguinte etapa envolve o produto da equação que descreve a corda e a velocidade resultante v_{res}^2 em função do raio r (vide equações 10 e 11). Aqui, esse produto diferencia os termos para as equações de tração e torque, já que se faz a multiplicação de mais um termo do raio r no torque. Logo, o termo para tração é de primeiro grau; o do torque, é de segundo grau. Considerando a condição de projeto, o termo de produto para o cálculo de tração e torque é dado pelas Equações 24 e 25, respectivamente.

$$T' = 700r + 0,116326r^{-1} \quad (24)$$

$$Q' = 700r^2 + 0,116326 \quad (25)$$

Ao final, o cálculo da tração T , contém o produto das Equações C_L e C_D por cada termo das equações T' , em cada condição, passo e rotação. O resultado são quatro equações: duas de grau seis, duas de grau quatro. Essas equações representam os termos contidos dentro da integral e são organizadas dessa maneira para facilitar a resolução por parte da função de integração numérica (contida no Apêndice B). Para o resultado final da tração T , a expressão matemática se apresenta de maneira simplificada.

Já para o cálculo do torque Q , utiliza-se as equações Q' . Como resultado, são geradas duas equações de grau sete e duas de grau cinco. A montagem final das equações e dos respectivos algoritmos, para cada condição, está demonstrada nos Apêndices C, D e E.

Os valores 0,0325, 0,165 e 1.000 correspondem ao raio interno da pá [em m], raio externo [em m] e o número de subintervalos da função numérica de integração [em unidades inteiras de subintervalos], respectivamente.

4.2.2 Comparativo do modelo obtido com a hélice APC

A Tabela 2 mostra os resultados de tração e torque obtidos pelo método do elemento de pá, discutidos nos Capítulos 2 e 3, os resultados de tração e torque esperados, fornecidos pelo fabricante APC Propellers e o seu respectivo erro.

Tabela 2 - Comparação dos resultados do modelo teórico e hélice APC 12,25" x 3,75"

passo	mínimo									
rpm	10.000									
V (m/s)	12,9					20,5				
	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)
Clark Y	12,2	0,19	79,3	0,234	198	7,80	0,19	82,2	0,373	195
APC	15,2	0,31	60,7	0,248	323	6,37	0,18	69,0	0,395	190
dif. %	-19,7	-38,9	30,7	-5,49	-38,5	22,5	3,22	19,1	-5,64	2,40
rpm	13.000									
V (m/s)	12,9					20,5				
	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)
Clark Y	26,6	0,34	74,4	0,180	461	21,22	0,39	81,9	0,287	531
APC	32,0	0,60	50,7	0,193	814	21,30	0,47	68,2	0,300	640
dif. %	-16,9	-43,3	46,7	-6,74	-43,4	-0,38	-17,0	20,1	-4,43	-17,0
passo	máximo									
V (m/s)	20,5									
rpm	10.000					13.000				
	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)
Clark Y	14,2	0,35	80,3	0,373	363	27,8	0,62	67,8	0,287	841

Fonte: o autor (2021).

Os resultados de tração obtidos no modelo teórico se mostraram abaixo dos dados fornecidos pela APC, com exceção da condição de passo mínimo, 10.000 rpm e velocidade de cruzeiro (20,5 m/s). A 13.000 rpm e 20,5 m/s, a tração tem uma diferença de apenas 0,38%, mas demonstra um aumento de eficiência de 20,1%.

Nota-se também que os resultados de torque obtidos se comportaram de maneira semelhante, no entanto os valores exigidos para o modelo proposto se mostram inferiores em relação à APC. Para as duas hélices avaliadas, o torque aumenta com a rotação, o que é esperado. Porém, quando é relacionado à velocidade, enquanto na APC o torque necessário reduz quanto a velocidade aumenta, no modelo proposto ele é praticamente constante.

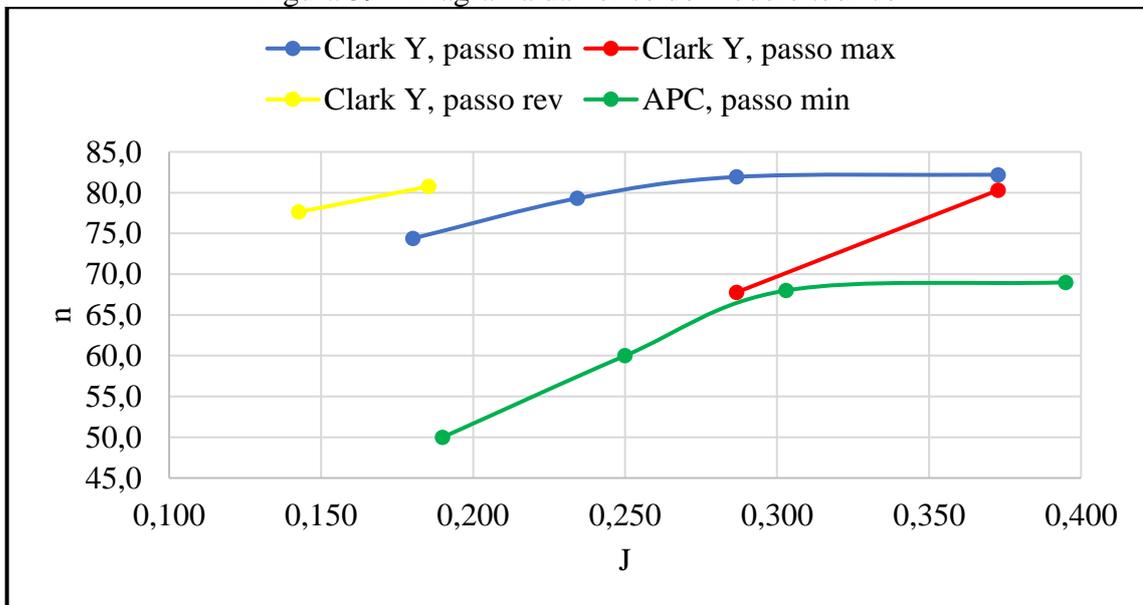
Já os valores de potência do modelo repetiram o comportamento dos valores de tração e torque, de modo que se mostraram inferiores frente à hélice APC, com a exceção da condição de passo mínimo, 10.000 rpm e velocidade de cruzeiro (20,5 m/s). Em ambas as rotações, 12,9 m/s e passo mínimo a potência de eixo nas hélices propostas é menor do que na APC; logo, é possível que o motor possa aumentar a rotação. Porém, considerando a maior inércia do

dispositivo de passo variável, pode-se pensar que 13.000 rpm seja o limite possível. Nessa condição, a APC ainda proporcionaria maior tração (32 para 26,6 N da Clark: -16,9%).

Com o aumento do passo da hélice proposta, à velocidade de cruzeiro (20,5 m/s), há um ganho de tração de 45% a 10.000 rpm e 24% a 13.000, bem como de potência de eixo de 46% a 10.000 e 37% a 13.000, mas com queda de rendimento, de 2,3% a 10.000 rpm e mais acentuada a 13.000 rpm (17%).

A eficiência do modelo proposto se mostrou superior em todas as condições de comparação. Na velocidade de decolagem (12,9 m/s) a hélice Clark proposta, quando em passo mínimo, as eficiências seriam de 79,3 e 74,4%, a 10.000 e 13.000 rpm, respectivamente. A hélice APC operaria com eficiência de 60,7% em 10.000 rpm, e de 50,7% em 13.000. Já à velocidade de cruzeiro (20,5 m/s), a hélice proposta apresentou eficiências em torno de 82%, enquanto a APC, 69% (10.000 rpm) e 68,2% (13.000). Vale ressaltar, porém, que o rendimento do modelo proposto é teórico, envolvendo várias simplificações, enquanto que o da APC é o real. O diagrama da hélice do modelo teórico obtido, apresentado na Figura 39, demonstra o incremento positivo de eficiência à medida que a razão de avanço aumenta, o que caracteriza diminuição de tração, torque e potência na redução de rotação.

Figura 39 - Diagrama da hélice do modelo teórico



Fonte: o autor (2021).

É interessante notar também que os valores da razão de avanço J se mostraram muito próximos, nas condições estabelecidas para comparação (em torno de 5%). Na condição de passo mínimo também houve um incremento positivo de eficiência à medida que a razão de

avanço aumenta. No entanto, fica bem claro que o incremento é menos acentuado que para as outras condições de passo.

A Tabela 3 apresenta os resultados para o passo reverso do modelo teórico, corroborando o comportamento da Figura 39: o incremento positivo de eficiência à medida que a razão de avanço aumenta, o que caracteriza diminuição de tração, torque e potência na redução de rotação.

Tabela 3 - Resultados do modelo teórico para passo reverso

passo	reverso				
V (m/s)	10,2				
	T (N)	Q (Nm)	η (%)	J (-)	P_e (W)
10.000	-5,03	0,06	80,8	0,185	64
13.000	-10,2	0,10	77,6	0,143	134

Fonte: o autor (2021).

É importante salientar que, para o caso de passo reverso, a variação do dispositivo não se deu em toda sua extensão (-28° , partindo do passo intermediário), mas sim -17° . Isso se deve ao fato de que, a partir do incremento da variação do dispositivo, β além dos -17° , não há dados disponíveis de C_L para valores de α abaixo de -10° , a 10000 rpm e 13000 rpm (vide Figura 22). Além disso, resulta em valores positivos de C_L (também na Figura 22), a 13.000 rpm, como mostra a Tabela 4. Essa condição se apresenta em regiões próximas ao cubo e se acentua à medida que a velocidade para o passo reverso é reduzida.

Tabela 4 - Efeito da variação do dispositivo no passo reverso

r [m]	β [°]	α [°]	C_L
0,0325	11,2	-1,737	0,070
0,035	9,88	-2,206	0,010
0,040	7,60	-3,004	-0,093

Fonte: o autor 2021

5 CONCLUSÕES

De maneira geral, os objetivos propostos do trabalho foram alcançados.

Com o entendimento sobre os parâmetros e as teorias envolvidas, além da avaliação dos perfis de hélice disponíveis, foi possível projetar uma hélice para um dispositivo variador de passo.

Porém, como a aeronave envolvida no estudo deve participar de uma competição basicamente de decolagem, e considerando o uso do motor OS 61 (disponível), a hélice original APC é a melhor opção, por proporcionar a maior tração naquela fase crítica da missão. Com isso, o avião pode decolar com mais segurança e com uma carga paga maior do que a que seria possível com a hélice proposta. A ausência do reverso, com uma massa total da aeronave maior, pode ser compensada com uso de freios mais eficientes nas rodas.

No entanto, baseado apenas neste desenvolvimento, não é possível delimitar a utilização do dispositivo variador de passo, já que se trata apenas de uma avaliação restrita das suas condições (a saber, rotação de até 13.000 rpm devido ao motor disponível, número de Reynolds fixo a 50.000 na definição da corda da pá, diâmetro externo da hélice de 13", perfil Clark Y). Logo, o dispositivo continua sendo uma opção competitiva de fato, de modo que novas avaliações, metodológicas e de configurações distintas (outras opções de perfis, valores de corda e diâmetro externo, motores elétricos), orientem a melhores resultados.

Como objeto de melhoria contínua, torna-se imprescindível mais estudos, investigações e avaliações além das apresentadas aqui. Assim, são sugeridos para o desenvolvimento de trabalhos futuros:

- promover integração do mecanismo de acionamento e dispositivo variador de passo;
- estudar sobre materiais e métodos de fabricação para obtenção dos modelos físicos para hélice;
- executar modelos físicos de pá e realizar ensaios de funcionamento do dispositivo nas condições estabelecidas;
- estudar outras metodologias de obtenção de modelos de pá, com o objetivo de aumentar a tração gerada nas condições de passo máximo e velocidade de cruzeiro;
- automatizar o método com as metodologias, de maneira a minimizar o tempo de análise dos modelos de pá;
- dar sequência ao estudo considerando os vários efeitos de perda.

REFERÊNCIAS

- AIRFOIL TOOLS. **Airfoil Tools**. USA, 2016. Disponível em: <http://airfoiltools>. Acesso em: 18 out. 2020.
- ALBUQUERQUE, Heriton Jr. **Reprojeto de um mecanismo variador de passo de hélice para um VANT de asas fixas radio controlado**. 2016. 49 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2016.
- ANDERSON, John David. **Fundamentals of aerodynamics - Third Edition**. McGraw-Hill, New York, 2001.
- APC PROPELLERS. **APC Propellers**. USA, 2021. Disponível em: <http://www.apcprop.com>. Acesso em: 05 fev. 2021.
- ARALDI, Jonatas C. **Projeto de um variador de passo de hélice para um aeromodelo radio controlado**. 2013. 77 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2013.
- ASCENT GROUND SCHOOL. **Private Pilot: Lesson 1 – Aerodynamics of Flight**. USA, 2016. Disponível em: <<http://www.ascentgroundschool.com/~ascentgr/index.php/lesson-2/lesson-1---aerodynamics-of-flight/window-8-discount-tjgekzv/77>>. Acesso em: 14 jun. 2020.
- BARROS, Alexandre Bernardes de. **Análise de desempenho e ruído de hélices de mínima perda de energia**. 2009. 99 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade de São Paulo. São Carlos, 2009.
- BRASIL. IAC – Instituto de Aviação Civil. **FAA AC 65-9A (Airframe & Powerplant Mechanics-General Handbook)**. FAA AC 65-9A: Tradução Divisão de Instrução Profissional Matérias Básicas. Edição Revisada, 2002.
- CYPRIANO, M.; IMANISHI, R. **Estudo das forças geradas por uma hélice**. 2014. 47 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2014.
- FREITAS, Lucio B. **Projeto conceitual de uma hélice de passo variável para aeromodelo**. 2009. 61 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2009.
- GALIOTTO, William. **Simulação numérica e estudo aerodinâmico de hélices destinadas a uma aeronave radiocontrolada de asas fixas**. 2017. 75 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2017.
- GILAT, Amos. **Métodos numéricos para engenheiros e cientistas [recurso eletrônico]: uma introdução com aplicações usando o MATLAB**. Amos Gilant, Vish Subramaniam; tradução Alberto Resende de Conti. Bookman, Porto Alegre, 2008.

HERCULES. **Piper J3 Cub Wooden Propeller**: Hercules Propellers makers. UK, 2013. Disponível em: <<http://herculespropellers.blogspot.com/2013/05/piper-j3-cub.html>>. Acesso em: 25 jul. 2021.

HOOVER, Walter S. United States Patent Office. **Combined speed and velocity responsive variable pitch propeller mechanism**. USA nº 383,390, 18 abr. 1944.

LANZAFAME, R.; MESSINA, M. Design and performance of a double-pitch wind turbine with non-twisted blades. **Renewable Energy - Elsevier BV**, v. 34, n. 5, p. 1413-1420, May 2009.

LOVIZON, Anderson. **Projeto de um mecanismo acionador do variador de passo da hélice**. 2018. 16 p. Relatório Final de Estágio (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2018.

MONROE, Charles. H'. United States Patent Office. **Variable pitch propeller**. USA nº 400,640, 10 maio 1932.

MOSENA, Marcelo. **Estudo para proposta de mecanismo de variação de passo da hélice para uma aeronave radio controlada**. 2011. 72 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2011.

NETO, J. X. V.; JUNIOR, E. J. G.; MORENO, S. R.; AYALA, H. V. H.; MARIANI, V. C.; COELHO, L. S. Wind turbine blade geometry design based on multi-objective optimization using metaheuristics. **Energy, Elsevier BV**, v. 162, p. 645-658, 1 November 2018.

OLIVEIRA, Ricardo L. **Reprojeto de um mecanismo variador de passo de hélice aplicado a uma aeronave da competição SAE Brasil Aerodesing**. 2015. 56 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2015.

PARK, H. **Advanced turboprop composite propeller design and analysis using fluid-structure interaction method**. Elsevier BV, v. 97, p. 111-119, 15 July 2016.

ROCHA, Lucas Machado. **Estudo e dimensionamento de hélices para propulsão aeronáutica**. 2019. 121 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2019.

RODRIGUES, Luiz E. M. J. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica com Aplicações ao Projeto SAE-AeroDesign: Volume Único**. Edição do autor. Salto/SP, 2014.

ROSKAM, Jan; LAN, Chuan-tau Edward. **Airplane Aerodynamics and Performance**. Lawrence: Darcorporation, 1997.

STICKLE, George W. e NAIMAN, Irven e CRIGLER, John L. **NACA report 687 - Effect of exit-slot position and opening on the available cooling pressure for NACA nose-slot cowlings**; Langley Field, Hampton, VA, USA, 1940.

SAE BRASIL. **22ª competição SAE Brasil Aerodesign 2020 - classes regular, advanced e micro regulamento da competição.** Elaborado pela Comissão Técnica da Competição. Revisão 02. Sociedade de Engenheiros da Mobilidade, 2020, disponível em: <http://saebrasil.org.br/2020/Aero2020/Regulamento_SAE_BRASIL_AeroDesign_2020_Rev02.pdf>. Acesso em: 17 mar. 2020.

TORENBEEK, Egebert; WITTENBERG, H. **Flight Physics - Essentials of Aeronautical Disciplines and Technology, with Historical Notes.** 1ª ed. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2008.

VANSAIRFORCE. **Sensenich composite ground adjustable pirep:** VAF Forums, RV Firewall Section, Propellers. USA, 2019. Disponível em: <<https://vansairforce.net/community/showthread.php?t=178056>>. Acesso em: 25 jul. 2021.

WARD, Quentin R. **The aerodynamics of propellers.** Progress in Aerospace Science 42. Port Townsend, WA 98368, USA, 2006.

WHITE, Frank M. **Mecânica dos fluidos.** 6ª ed. AMGH. Porto Alegre, 2011.

APÊNDICE A – ATMOSFERA PADRÃO INTERNACIONAL (ISA)

1. Considerações iniciais sobre modelo da ISA e suas propriedades básicas
 - a. ar como gás ideal e sem umidade (seco);
 - b. variação de temperatura com altitude na troposfera: $\lambda = -6,5 \text{ K/km}$;
 - c. modelo válido até 32 km.

Table 2.2 Basic properties of the International Standard Atmosphere.

<i>Standard values at sea level</i>	
Pressure	$p = 1.013250 \times 10^5 \text{ Pa (760 mm Hg)}$
Temperature	$T = 15^\circ\text{C (288.15 K)}$
Density	$\rho = 1.2250 \text{ kg/m}^3$
Speed of sound	$a = 3.4029 \times 10^2 \text{ m/s}$
Dynamic viscosity	$\mu = 1.7894 \times 10^{-5} \text{ kg/m/s}$
Acceleration due to gravity	$g = 9.80665 \text{ m/s}^2$
<i>Other standard values</i>	
Molecular weight	$\hat{M} = 28.9644 \text{ kg/kmol}$
Gas constant	$R = 2.87053 \times 10^2 \text{ J/kg/K}$
Ratio of specific heats	$\gamma = c_p/c_v = 1.40$
Tropopause altitude	$h_{tp} = 11,000 \text{ m}$
Tropospheric temperature	$T = -56.5^\circ\text{C (216.65 K)}$

2. Representações parciais da ISA (até 20 km de altitude) nas forma gráfica e de tabela.

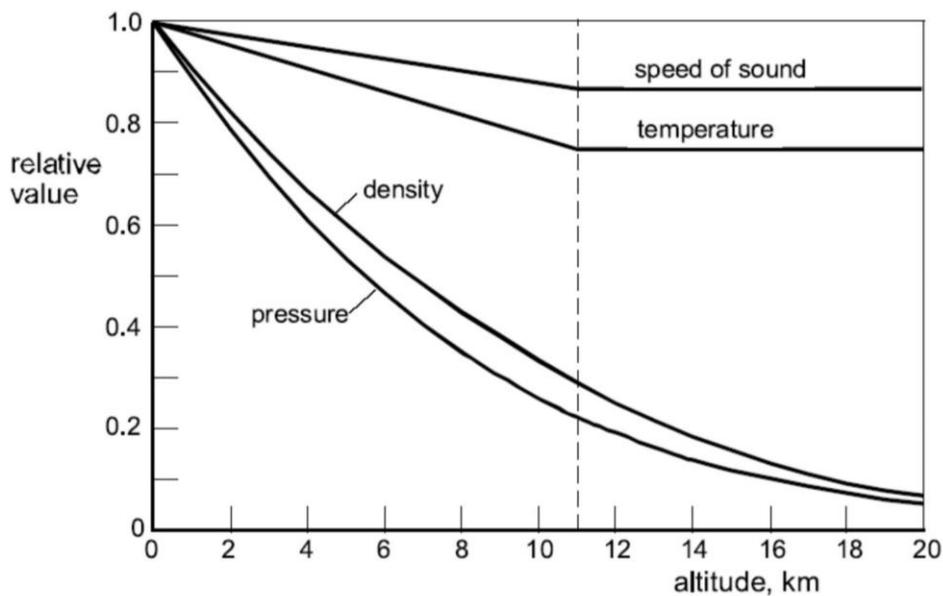


Figure 2.11 Graphical representation of the International Standard Atmosphere (ISA).

Table 2.3 The International Standard Atmosphere (ISA) up to 20 km geopotential altitude.

<i>Altitude</i> (m)	<i>Tempera- ture</i> (K)	θ	<i>Sonic speed</i> (m/s)	<i>Pressure</i> (Pa)	δ	<i>Density</i> (kg/m ³)	σ	μ/μ_{sl}
0	288.15	1	340.29	101,325	1	1.2250	1	1
500	284.90	0.9887	338.37	95,461	0.9421	1.1673	0.9529	0.9912
1,000	281.65	0.9774	336.43	89,874	0.8870	1.1117	0.9075	0.9823
1,500	278.40	0.9662	334.49	84,556	0.8345	1.0581	0.8638	0.9735
2,000	275.15	0.9549	332.53	79,495	0.7846	1.0065	0.8216	0.9645
2,500	271.90	0.9436	330.56	74,682	0.7371	0.9569	0.7811	0.9556
3,000	268.65	0.9306	328.58	70,108	0.6919	0.9091	0.7421	0.9465
3,500	265.40	0.9210	326.58	65,764	0.6490	0.8632	0.7055	0.9375
4,000	262.15	0.9098	324.58	61,640	0.6083	0.8191	0.6686	0.9283
4,500	258.90	0.8985	322.56	57,728	0.5697	0.7768	0.6341	0.9191
5,000	255.65	0.8872	320.53	54,020	0.5331	0.7361	0.6009	0.9099
5,500	252.40	0.8759	318.48	50,506	0.4985	0.6971	0.5691	0.9006
6,000	249.15	0.8647	316.43	47,181	0.4656	0.6597	0.5385	0.8911
6,500	245.90	0.8534	314.36	44,034	0.4346	0.6238	0.5092	0.8818
7,000	242.65	0.8421	312.27	41,060	0.4052	0.5895	0.4812	0.8724
7,500	239.40	0.8308	310.17	38,251	0.3775	0.5566	0.4544	0.8628
8,000	236.15	0.8195	308.06	35,599	0.3513	0.5252	0.4287	0.8532
8,500	232.90	0.8083	305.93	33,099	0.3267	0.4951	0.4042	0.8436
9,000	229.65	0.7970	303.79	30,742	0.3040	0.4663	0.3807	0.8339
9,500	226.40	0.7857	301.63	28,523	0.2815	0.4389	0.3583	0.8241
10,000	223.15	0.7744	299.46	26,436	0.2609	0.4127	0.3369	0.8143
10,500	219.90	0.7631	297.27	24,474	0.2415	0.3877	0.3165	0.8044
11,000	216.65	0.7519	295.07	22,632	0.2234	0.3639	0.2971	0.7944
12,000	216.65	0.7519	295.07	19,330	0.1908	0.3108	0.2537	0.7944
13,000	216.65	0.7519	295.07	16,510	0.1629	0.2655	0.2167	0.7944
14,000	216.65	0.7519	295.07	14,101	0.1392	0.2268	0.1851	0.7944
15,000	216.65	0.7519	295.07	12,044	0.1189	0.1937	0.1581	0.7944
16,000	216.65	0.7519	295.07	10,287	0.1015	0.1654	0.1350	0.7944
17,000	216.65	0.7519	295.07	8,786	0.0867	0.1413	0.1153	0.7944
18,000	216.65	0.7519	295.07	7,505	0.0741	0.1207	0.0985	0.7944
19,000	216.65	0.7519	295.07	6,410	0.0633	0.1031	0.0842	0.7944
20,000	216.65	0.7519	295.07	5,475	0.0540	0.0880	0.0718	0.7944

Onde: *relative temperature*: $\theta = T/T_{sl}$
relative pressure: $\delta = p/p_{sl}$
relative density: $\sigma = \rho/\rho_{sl}$

As tabelas e figuras apresentadas foram retiradas de TORENBEEK, E. e WITTENBERG, H. **Flight Physics: Essentials of Aeronautical Disciplines and Technology, with Historical Notes.** New York: Springer, 2009.

APÊNDICE B – FUNÇÃO TRAPEZOIDAL MATLAB

```

function I=trapezoidal(integrando,a,b,N)
%A função trapezoidal calcula a integral usando o Método Trapezoidal
Composto.
%Variáveis de entrada:
%integrando Função a ser integrada, digitada como uma string.
%a Limite inferior de integração.
%b Limite superior de integração.
%N Número de subintervalos.
%Variável de saída:
%I Valor da integral.

h=(b-a)/N; %Calcula a largura h dos
subintervalos
func=inline(integrando); %Define o integrando como uma função
inline
x=a:h:b; %Cria um vetor x com as coordenadas
dos subintervalos
for i=1:N+1 % Cria um vetor F
    F(i)=func(x(i)); % com os valores do integrando
end % em cada ponto x
I=h*(F(1)+F(N+1))/2+h*sum(F(2:N)); %Calcula o valor da integral de
acordo com a Eq.(7.13).

```

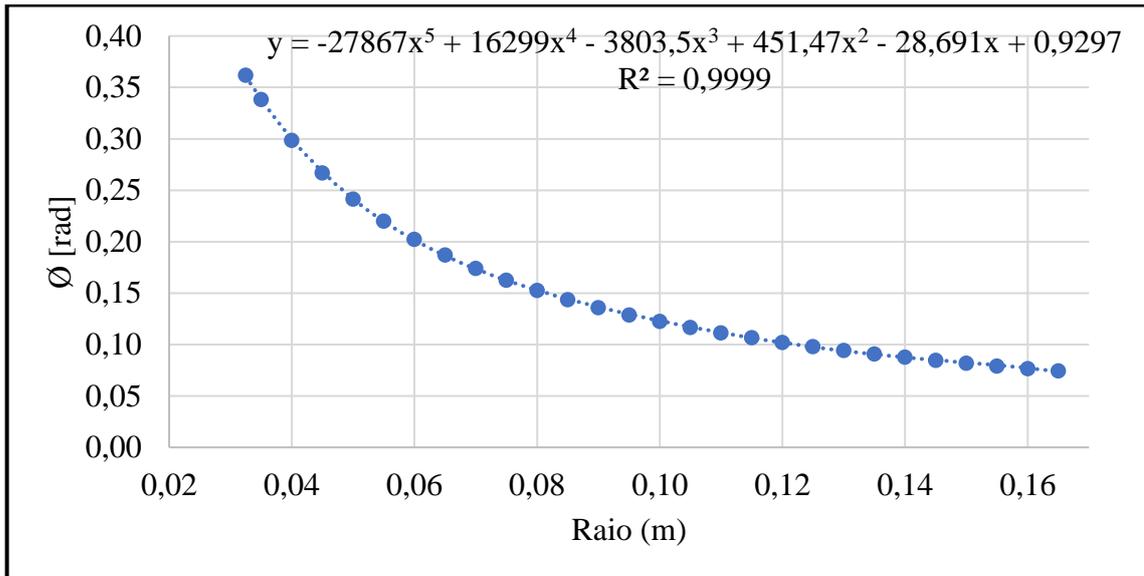
APÊNDICE C – CONDIÇÃO DE PROJETO DO MODELO

Condição de comparação (1), de projeto, 10.000 rpm, 12,9 m/s, passo mínimo

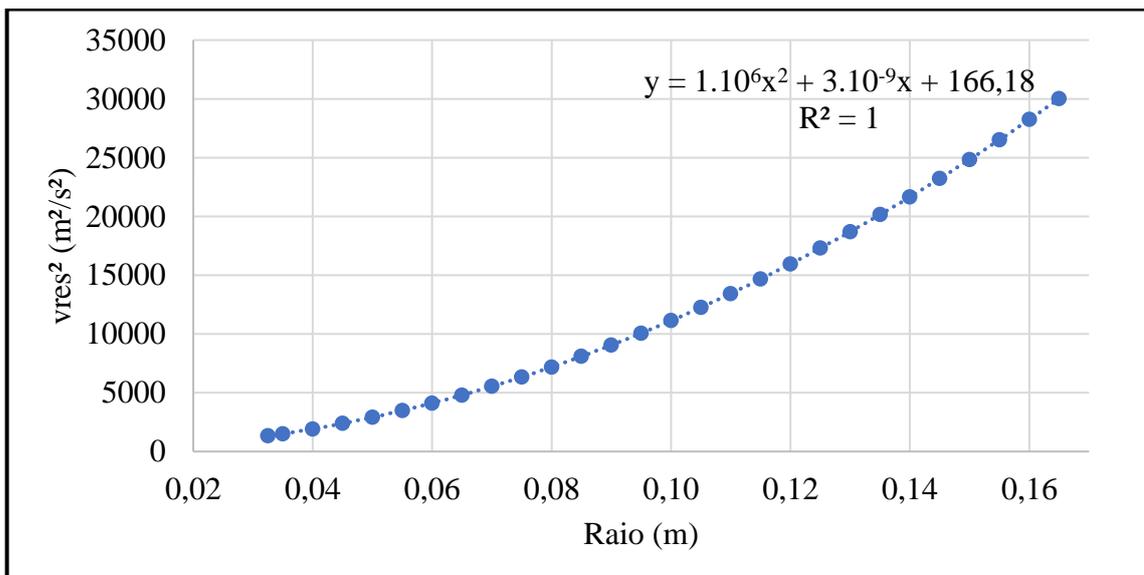
$$C_L = 1,08$$

$$C_D = 0,03$$

$$\phi(r) = -27867r^5 + 16299r^4 - 3803,5r^3 + 451,47r^2 - 28,691r + 0,9297$$



$$v_{res}^2(r) = 1.10^6 r^2 + 3.10^{-9} r + 166,18$$



$$produto T = 700r + 0,116326r^{-1}$$

$$produto Q = 700r^2 + 0,116326$$

```

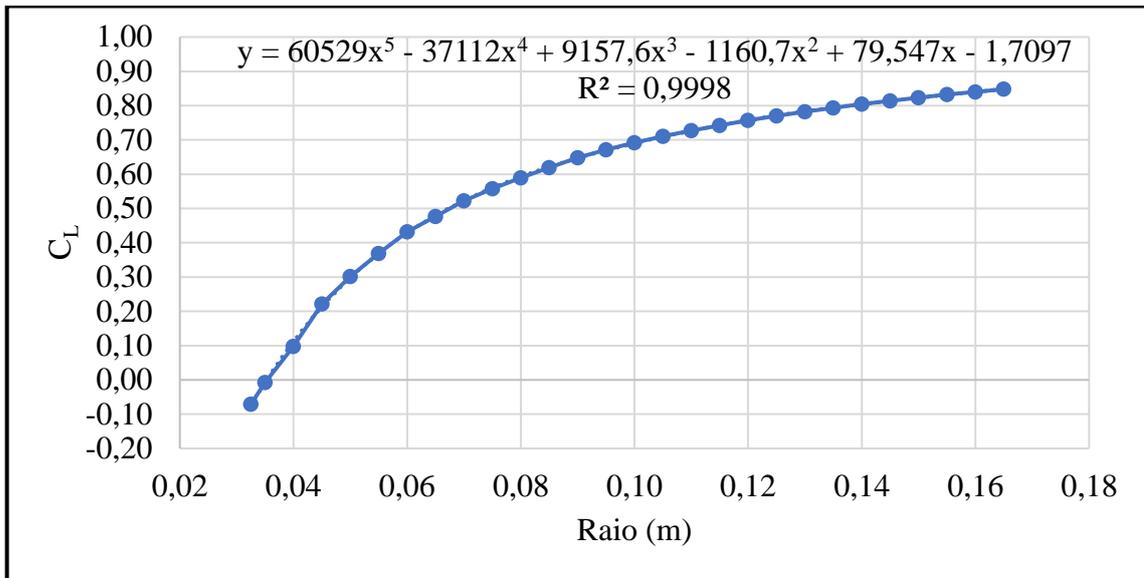
%Integral com ajuste - Cl, n = 10000 rpm, Vpmin = 12,891 m/s
%Vpmax = 20,5 m/s Vprev = 10,2 m/s
clear all
clc
format long g
rho=1.225;
clmin=1.080; %mincy
cdmin=0.030; %mincy
% TRAÇÃO E TORQUE, PASSO MÍNIMO - CL e CD constante
tracao1min=trapezoidal('r*cos(-27867*r^5+16299*r^4-3803.5*r^3+451.47*r^2-
28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
tracao2min=trapezoidal('r^-1*cos(-27867*r^5+16299*r^4-
3803.5*r^3+451.47*r^2-28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
tracao3min=trapezoidal('r*sin(-27867*r^5+16299*r^4-3803.5*r^3+451.47*r^2-
28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
tracao4min=trapezoidal('r^-1*sin(-27867*r^5+16299*r^4-
3803.5*r^3+451.47*r^2-28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
tracaomin=rho*((700*clmin*tracao1min)+(0.116326*clmin*tracao2min)-
(700*cdmin*tracao3min)-(0.116326*cdmin*tracao4min))
torque1min=trapezoidal('(r^2)*sin(-27867*r^5+16299*r^4-
3803.5*r^3+451.47*r^2-28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
torque2min=trapezoidal('sin(-27867*r^5+16299*r^4-3803.5*r^3+451.47*r^2-
28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
torque3min=trapezoidal('(r^2)*cos(-27867*r^5+16299*r^4-
3803.5*r^3+451.47*r^2-28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
torque4min=trapezoidal('cos(-27867*r^5+16299*r^4-3803.5*r^3+451.47*r^2-
28.691*r+0.9297)',0.0325,0.165,1000);
torquemini=rho*((700*clmin*torque1min)+(0.116326*clmin*torque2min)+(700*cdmi
n*torque3min)+(0.116326*cdmin*torque4min))

```

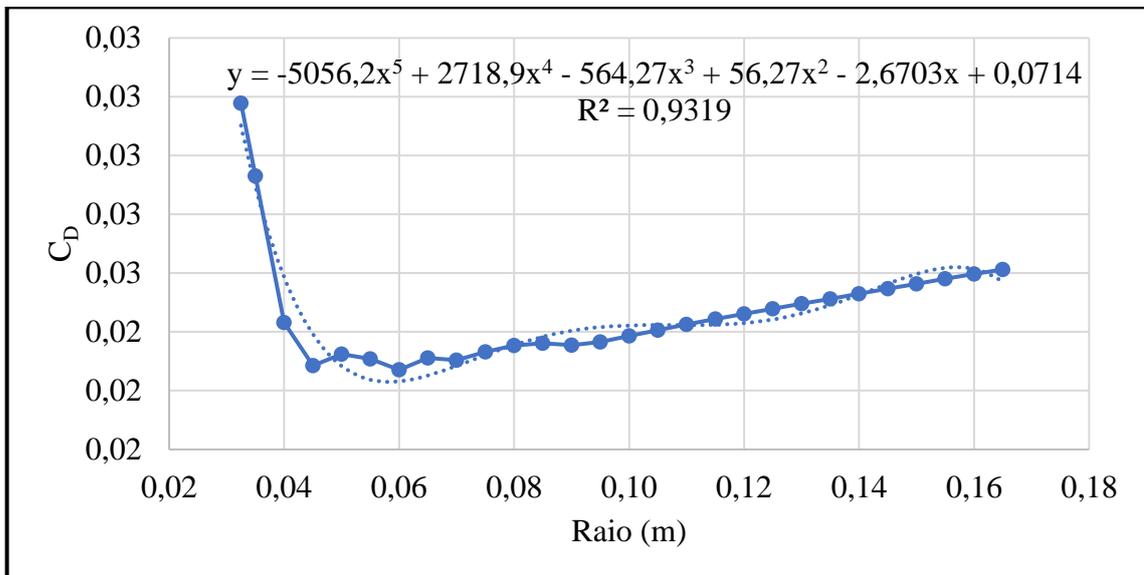
APÊNDICE D – CONDIÇÕES DE COMPARAÇÃO COM A HÉLICE APC

Condição de comparação (2), 10.000 rpm, 20,5 m/s, passo mínimo

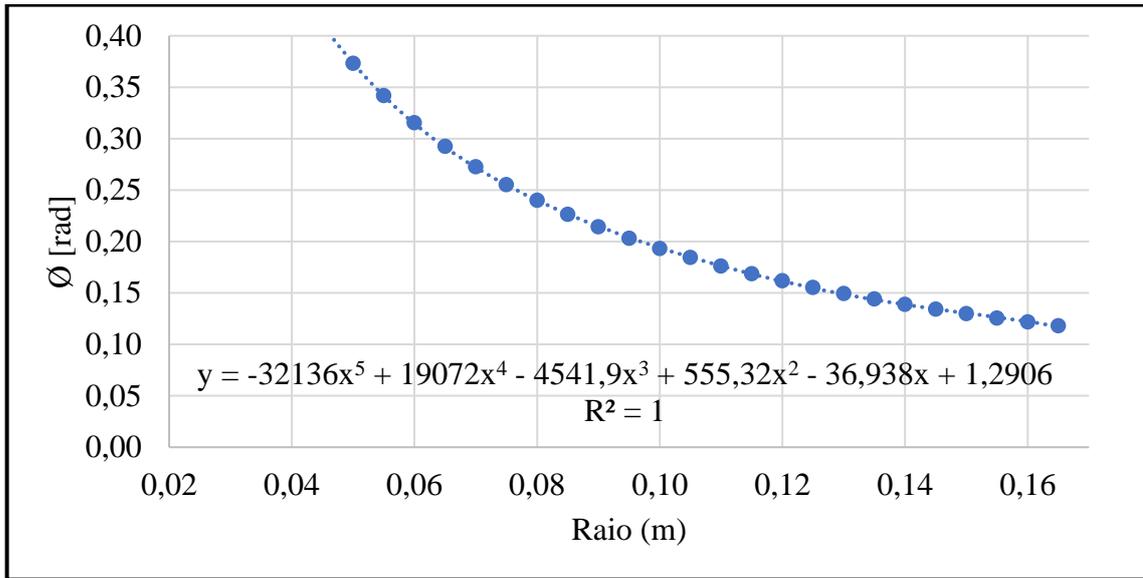
$$C_L(r) = 60529r^5 - 37112r^4 + 9157,6r^3 - 1160,7r^2 + 79,547r - 1,7097$$



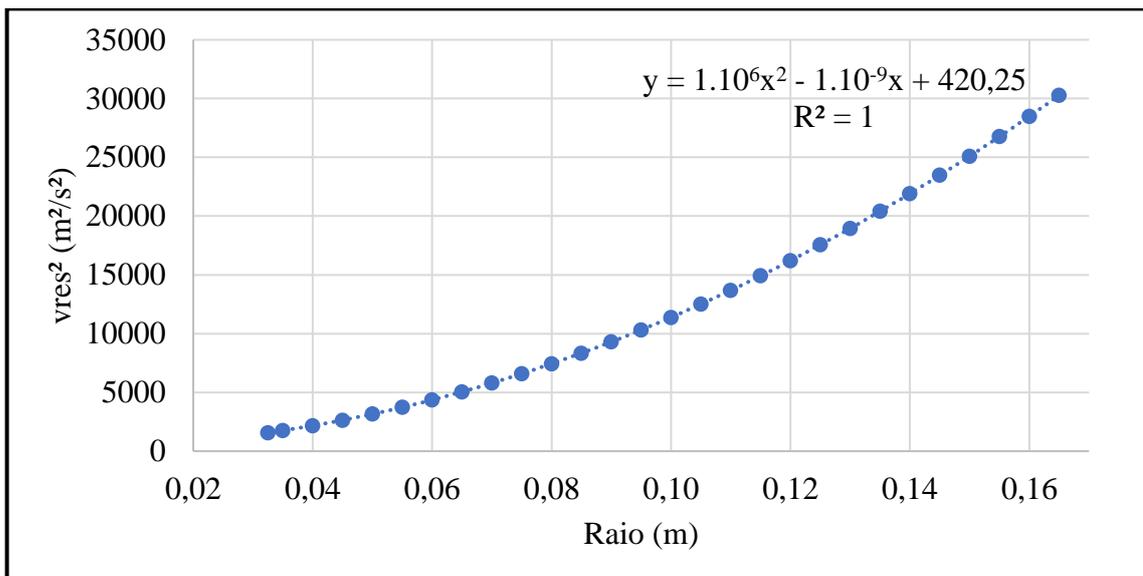
$$C_D(r) = -5056,2r^5 + 2718,9r^4 - 564,27r^3 + 56,27r^2 - 2,6703r + 0,0714$$



$$\phi(r) = -32136r^5 + 19072r^4 - 4541,9r^3 + 555,32r^2 - 36,938r + 1,2906$$



$$vres^2(r) = 1.10^6r^2 - 1.10^{-9}r + 420,25$$



$$T' = 700r + 0,294175r^{-1}$$

$$Q' = 700r^2 + 0,294175$$

```
%Integral com ajuste - C3, n = 10000 rpm, V = 20 m/s
clear all
clc
format long g
rho=1.225;
% TRAÇÃO E TORQUE - MÉTODO TORENBEEK: AJUSTE [cl(r),cd(r)]
% PASSO MÍNIMO - Clark Y
```

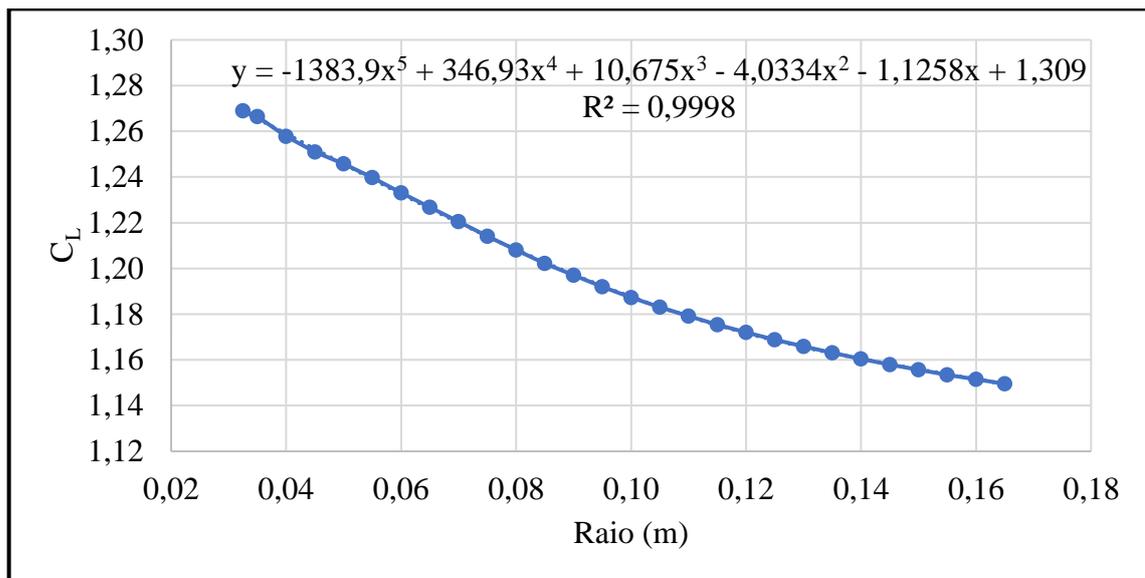
```

tracao1maxclcdcy=trapezoidal(' (42370300*r^6-25978400*r^5+6410320*r^4-
812490*r^3+55682.90*r^2-1196.79*r) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracao2maxclcdcy=trapezoidal(' (17806.12*r^4-10917.42*r^3+2693.94*r^2-
341.45*r+23.4007-0.5030*r^-1) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracao3maxclcdcy=trapezoidal(' (-3539340*r^6+1903230*r^5-
394989*r^4+39389*r^3-1869.21*r^2+49.98*r) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracao4maxclcdcy=trapezoidal(' (-1487.41*r^4+799.83*r^3-165.99*r^2+16.55*r-
0.7855+0.0210*r^-1) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-4541.9*r^3+555.32*r^2-
36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracaoamaxclcdcy=rho*(tracao1maxclcdcy+tracao2maxclcdcy-tracao3maxclcdcy-
tracao4maxclcdcy)
torque1maxclcdcy=trapezoidal(' (42370300*r^7-25978400*r^6+6410320*r^5-
812490*r^4+55682.90*r^3-1196.79*r^2) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torque2maxclcdcy=trapezoidal(' (17806.12*r^5-10917.42*r^4+2693.94*r^3-
341.45*r^2+23.4007*r-0.5030) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torque3maxclcdcy=trapezoidal(' (-3539340*r^7+1903230*r^6-
394989*r^5+39389*r^4-1869.21*r^3+49.98*r^2) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torque4maxclcdcy=trapezoidal(' (-1487.41*r^5+799.83*r^4-
165.99*r^3+16.55*r^2-0.7855*r+0.0210) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torquemaxclcdcy=rho*((torque1maxclcdcy)+(torque2maxclcdcy)+(torque3maxclcdc
y)+(torque4maxclcdcy))

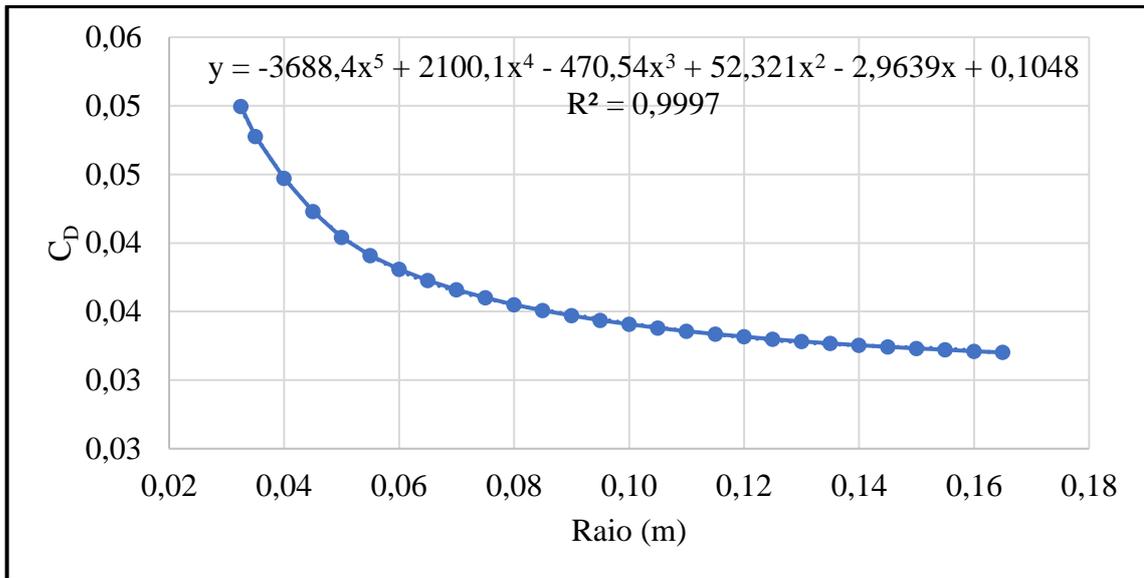
```

Condição de comparação (3), 13.000 rpm, 12,9 m/s, passo mínimo

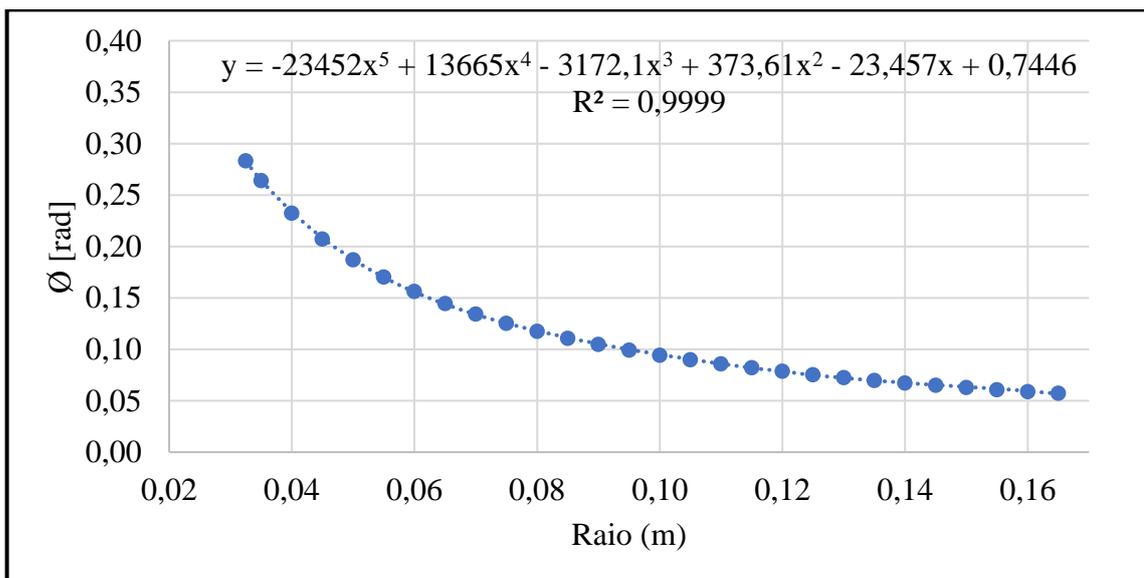
$$C_L(r) = -1383,9r^5 + 346,93r^4 + 10,675r^3 - 4,0334r^2 - 1,1258r + 1,309$$



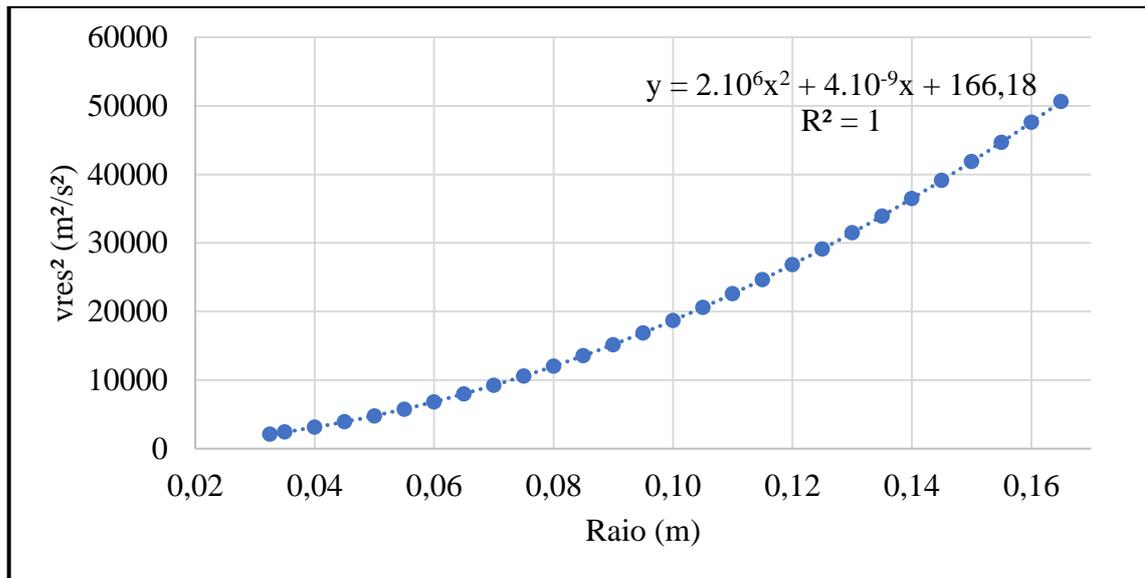
$$C_D(r) = -3688,4r^5 + 2100,1r^4 - 470,54r^3 + 52,321r^2 - 2,9639r + 0,1048$$



$$\phi(r) = -23452r^5 + 13665r^4 - 3172,1r^3 + 373,61r^2 - 23,457r + 0,7446$$



$$v_{res}^2(r) = 2.10^6 r^2 + 4.10^{-9} r + 166,18$$



$$T' = 1400r + 0,116326r^{-1}$$

$$Q' = 1400r^2 + 0,116326$$

```

%Integral com ajuste - C2, n = 13000 rpm, Vpmin = 12,891 m/s
%Vpmax = 20,5 m/s Vprev = 10,2 m/s
clear all
clc
format long g
rho=1.225;
% TRAÇÃO E TORQUE - MÉTODO TORENBEEK: AJUSTE [cl(r),cd(r)]

% PASSO MÍNIMO - Clark Y
tracao1minclcdcy=trapezoidal('(-1937460*r^6+485702*r^5+14945*r^4-
5646.76*r^3-1576.12*r^2+1832.60*r)*cos(-23452*r^5+13665*r^4-
3172.1*r^3+373.61*r^2-23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
tracao2minclcdcy=trapezoidal('(-160.98*r^4+40.36*r^3+1.24*r^2-0.47*r-
0.1310+0.1523*r^-1)*cos(-23452*r^5+13665*r^4-3172.1*r^3+373.61*r^2-
23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
tracao3minclcdcy=trapezoidal('(-5163760*r^6+2940140*r^5-
658756*r^4+73249.40*r^3-4149.46*r^2+146.72*r)*sin(-23452*r^5+13665*r^4-
3172.1*r^3+373.61*r^2-23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
tracao4minclcdcy=trapezoidal('(-429.06*r^4+244.30*r^3-54.74*r^2+6.09*r-
0.3448+0.0122*r^-1)*sin(-23452*r^5+13665*r^4-3172.1*r^3+373.61*r^2-
23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
tracaominclcdcy=rho*(tracao1minclcdcy+tracao2minclcdcy-tracao3minclcdcy-
tracao4minclcdcy)
torque1minclcdcy=trapezoidal('(-1937460*r^7+485702*r^6+14945*r^5-
5646.76*r^4-1576.12*r^3+1832.60*r^2)*sin(-23452*r^5+13665*r^4-
3172.1*r^3+373.61*r^2-23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
torque2minclcdcy=trapezoidal('(-160.98*r^5+40.36*r^4+1.24*r^3-0.47*r^2-
0.1310*r+0.1523)*sin(-23452*r^5+13665*r^4-3172.1*r^3+373.61*r^2-
23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
torque3minclcdcy=trapezoidal('(-5163760*r^7+2940140*r^6-
658756*r^5+73249.40*r^4-4149.46*r^3+146.72*r^2)*cos(-23452*r^5+13665*r^4-
3172.1*r^3+373.61*r^2-23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);

```

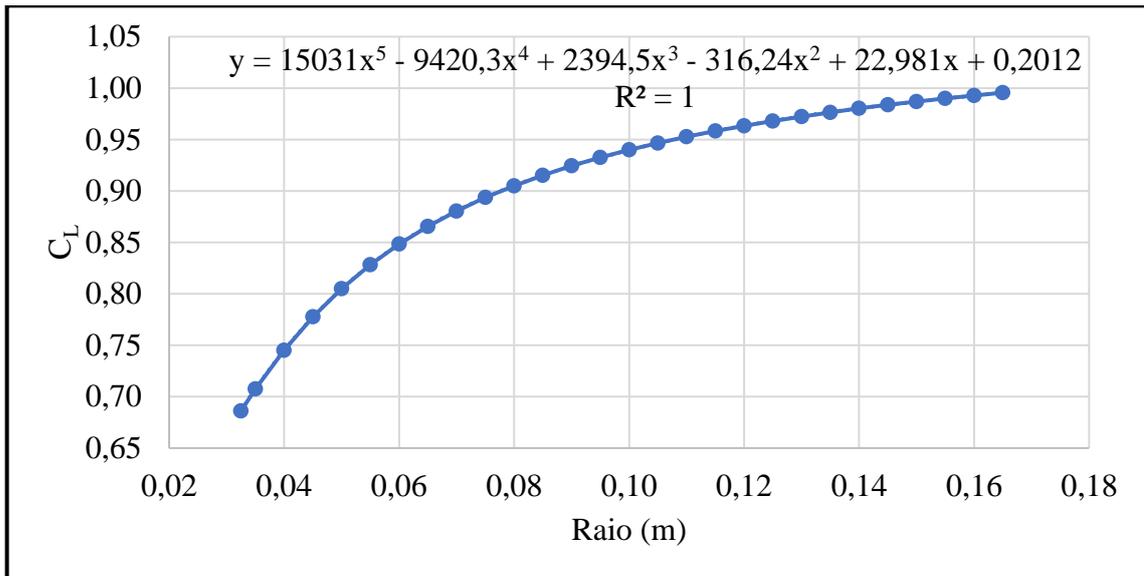
```

torque4minclcdcy=trapezoidal('(-429.06*r^5+244.30*r^4-54.74*r^3+6.09*r^2-
0.3448*r+0.0122)*cos(-23452*r^5+13665*r^4-3172.1*r^3+373.61*r^2-
23.457*r+0.7446)',0.0325,0.165,1000);
torquemincldcy=rho*((torque1minclcdcy)+(torque2minclcdcy)+(torque3minclcdc
y)+(torque4minclcdcy))

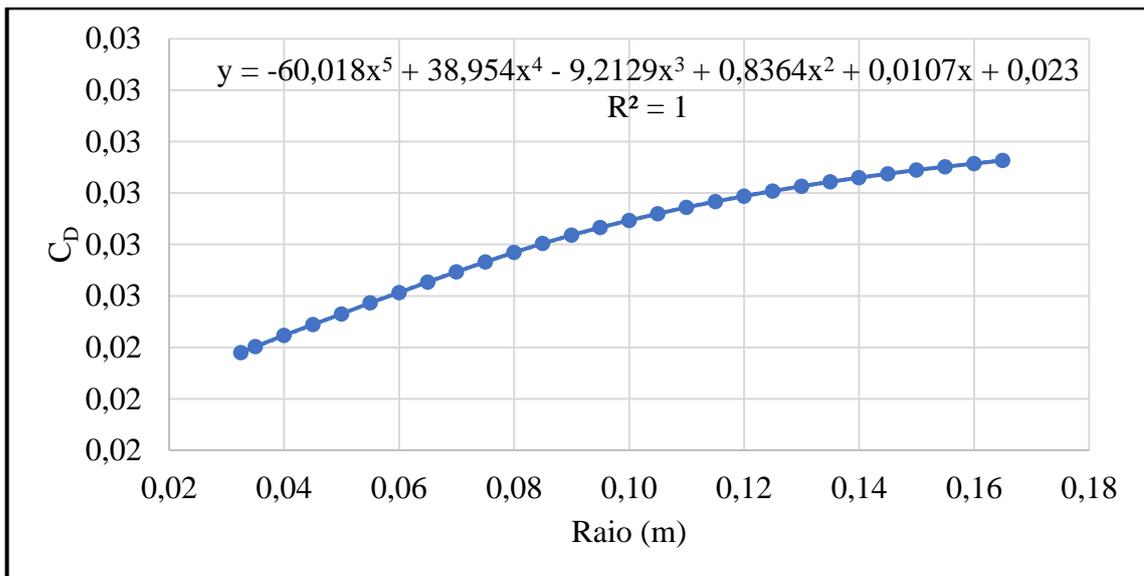
```

Condição de comparação (4), 13.000 rpm, 20,5 m/s, passo mínimo

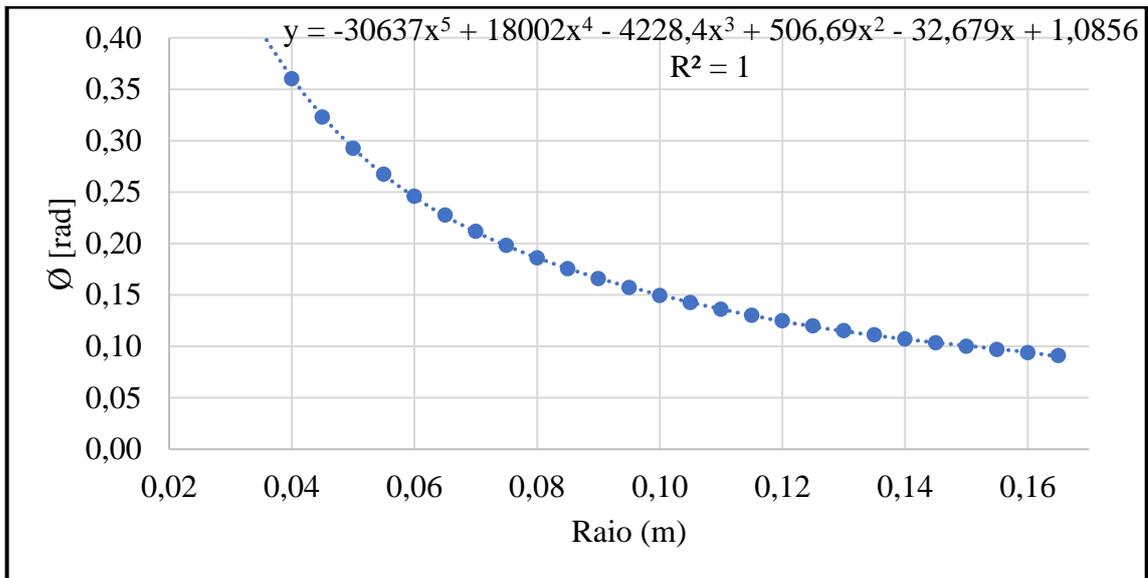
$$C_L(r) = 15031r^5 - 9420,3r^4 + 2394,5r^3 - 316,24r^2 + 22,981r + 0,2012$$



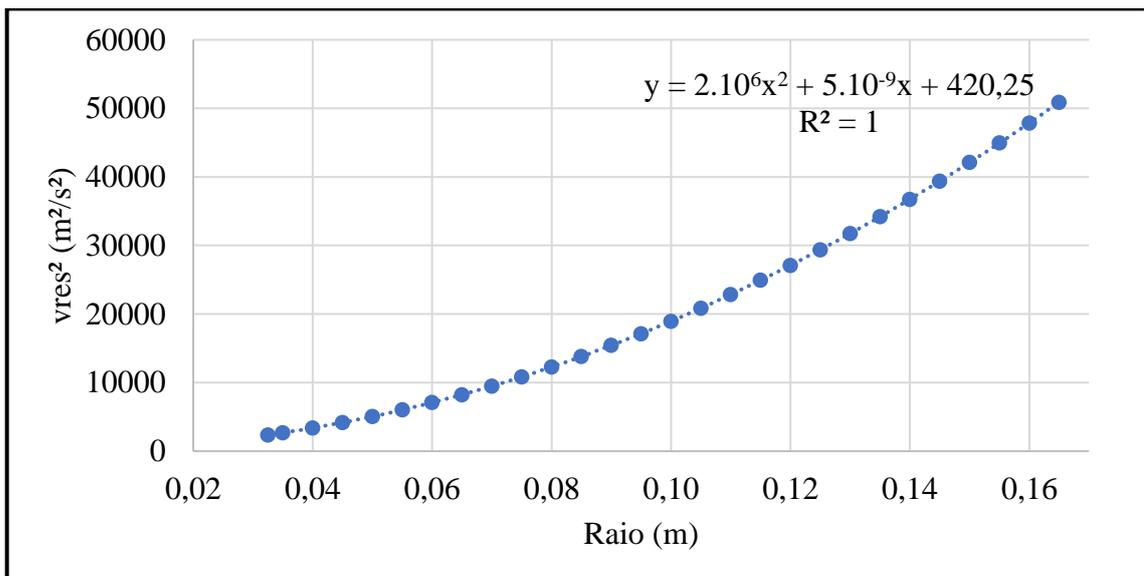
$$C_D(r) = -60,018r^5 + 38,954r^4 - 9,2129r^3 + 0,8364r^2 + 0,0107r + 0,023$$



$$\phi(r) = -30637r^5 + 18002r^4 - 4228,4r^3 + 506,69r^2 - 32,679r + 1,0856$$



$$vres^2(r) = 2 \cdot 10^6 r^2 + 5 \cdot 10^{-9} r + 420,25$$



$$T' = 1400r + 0,294175r^{-1}$$

$$Q' = 1400r^2 + 0,294175$$

```
%Integral com ajuste - C3, n = 13000 rpm, V = 20 m/s
clear all
clc
format long g
rho=1.225;
% TRAÇÃO E TORQUE - MÉTODO TORENBEEK: AJUSTE [cl(r),cd(r)]
% PASSO MÍNIMO - Clark Y
```

```

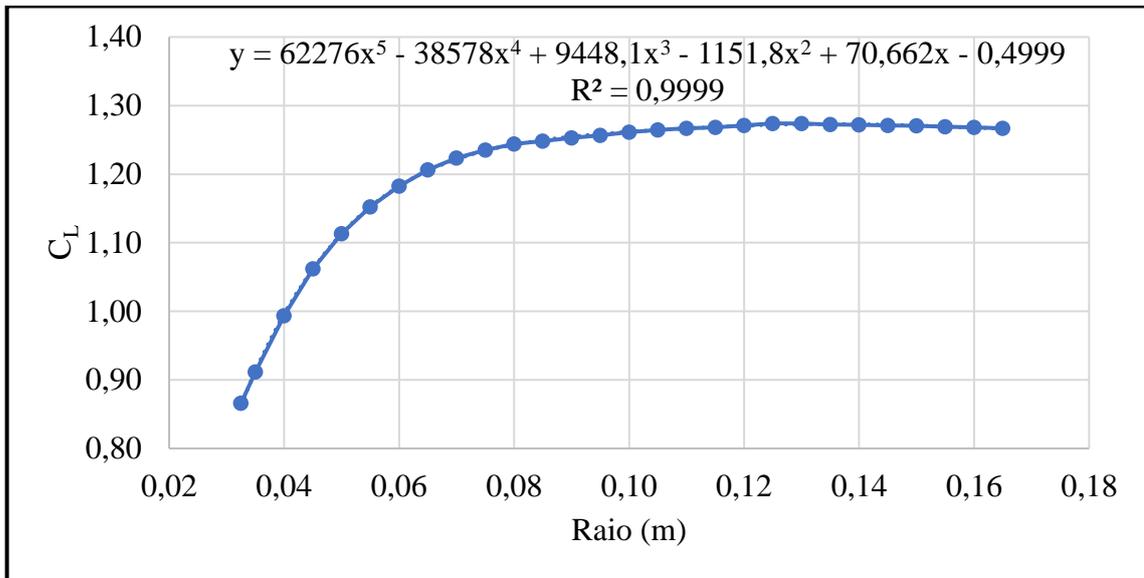
tracao1maxclcdcy=trapezoidal(' (21043400*r^6-13188420*r^5+3352300*r^4-
442736*r^3+32173.40*r^2+281.68*r)*cos(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
tracao2maxclcdcy=trapezoidal(' (4421.74*r^4-2771.22*r^3+704.40*r^2-
93.03*r+6.7604+0.0592*r^-1)*cos(-30637*r^5+18002*r^4-4228.4*r^3+506.69*r^2-
32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
tracao3maxclcdcy=trapezoidal(' (-84025.2*r^6+54535.60*r^5-
12898.06*r^4+1170.96*r^3+14.98*r^2+32.20*r)*sin(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
tracao4maxclcdcy=trapezoidal(' (-17.66*r^4+11.46*r^3-
2.71*r^2+0.25*r+0.0031+0.0068*r^-1)*sin(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
tracaomaxclcdcy=rho*(tracao1maxclcdcy+tracao2maxclcdcy-tracao3maxclcdcy-
tracao4maxclcdcy)
torque1maxclcdcy=trapezoidal(' (21043400*r^7-13188420*r^6+3352300*r^5-
442736*r^4+32173.40*r^3+281.68*r^2)*sin(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
torque2maxclcdcy=trapezoidal(' (4421.74*r^5-2771.22*r^4+704.40*r^3-
93.03*r^2+6.7604*r+0.0592)*sin(-30637*r^5+18002*r^4-4228.4*r^3+506.69*r^2-
32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
torque3maxclcdcy=trapezoidal(' (-84025.2*r^7+54535.60*r^6-
12898.06*r^5+1170.96*r^4+14.98*r^3+32.20*r^2)*cos(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
torque4maxclcdcy=trapezoidal(' (-17.66*r^5+11.46*r^4-
2.71*r^3+0.25*r^2+0.0031*r+0.0068)*cos(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856)',0.0325,0.165,1000);
torquemaxclcdcy=rho*((torque1maxclcdcy)+(torque2maxclcdcy)+(torque3maxclcdc
y)+(torque4maxclcdcy))

```

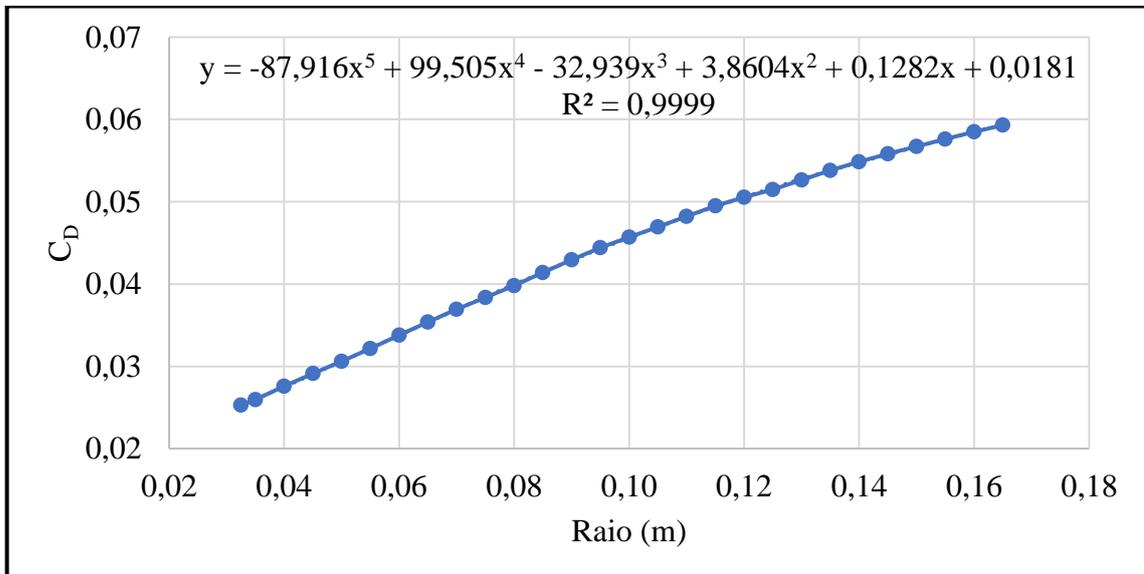
APÊNDICE E – CONDIÇÕES DO MODELO

Condição (5), 10.000 rpm, 20,5 m/s, passo máximo

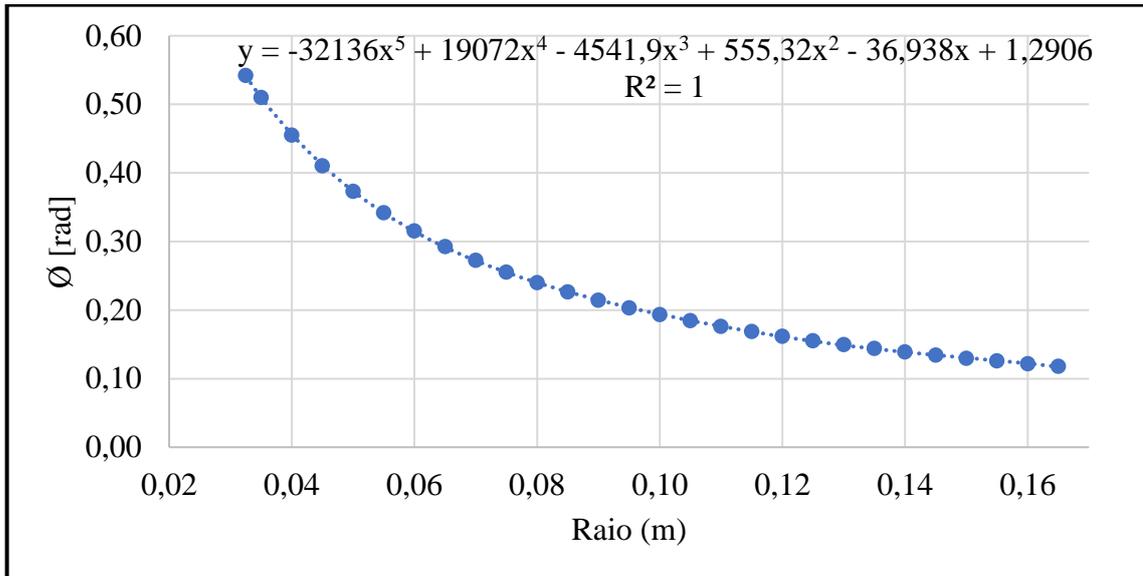
$$C_L(r) = 62276r^5 - 38578r^4 + 9448,1r^3 - 1151,8r^2 + 70,662r - 0,4999$$



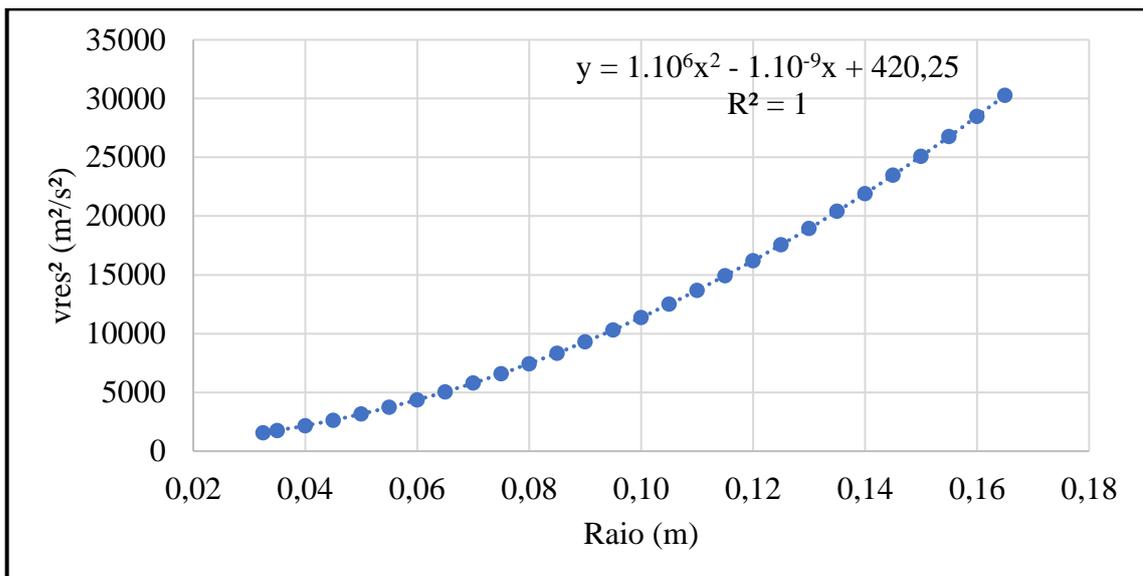
$$C_D(r) = -87,916r^5 + 99,505r^4 - 32,939r^3 + 3,8604r^2 + 0,1282r + 0,0181$$



$$\phi(r) = -32136r^5 + 19072r^4 - 4541,9r^3 + 555,32r^2 - 36,938r + 1,2906$$



$$v_{res}^2(r) = 1 \cdot 10^6 r^2 - 1 \cdot 10^{-9} r + 420,25$$



$$T' = 700r + 0,294175r^{-1}$$

$$Q' = 700r^2 + 0,294175$$

```
%Integral com ajuste - C1, n = 10000 rpm, Vpmin = 12,891 m/s
%Vpmax = 20,5 m/s Vprev = 10,2 m/s
clear all
clc
format long g
rho=1.225;
% TRAÇÃO E TORQUE - MÉTODO TORENBEEK: AJUSTE [cl(r),cd(r)]
% PASSO MÁXIMO - Clark Y
```

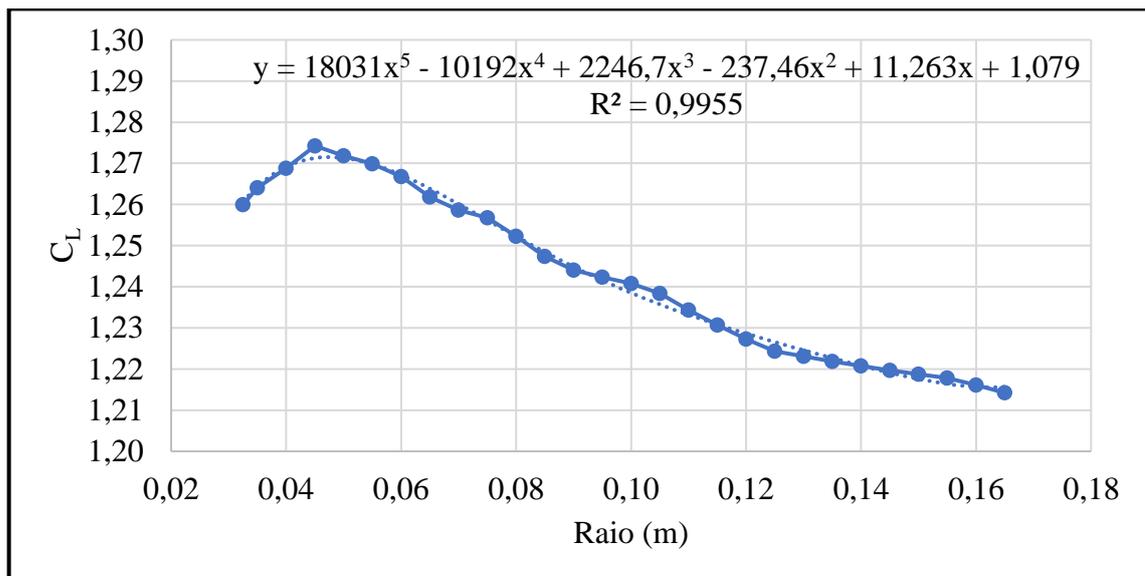
```

tracao1maxclcdcy=trapezoidal(' (43593200*r^6-27004600*r^5+6613670*r^4-
806260*r^3+49463.40*r^2-349.93*r) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracao2maxclcdcy=trapezoidal(' (18320.04*r^4-11348.68*r^3+2779.39*r^2-
338.83*r+20.7870-0.1471*r^-1) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracao3maxclcdcy=trapezoidal(' (-61541.2*r^6+69653.50*r^5-
23057.30*r^4+2702.28*r^3+89.74*r^2+12.67*r) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracao4maxclcdcy=trapezoidal(' (-25.86*r^4+29.27*r^3-
9.69*r^2+1.14*r+0.0377+0.0053*r^-1) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
tracaomaxclcdcy=rho*(tracao1maxclcdcy+tracao2maxclcdcy-tracao3maxclcdcy-
tracao4maxclcdcy)
torque1maxclcdcy=trapezoidal(' (43593200*r^7-27004600*r^6+6613670*r^5-
806260*r^4+49463.40*r^3-349.93*r^2) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torque2maxclcdcy=trapezoidal(' (18320.04*r^5-11348.68*r^4+2779.39*r^3-
338.83*r^2+20.7870*r-0.1471) *sin(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torque3maxclcdcy=trapezoidal(' (-61541.2*r^7+69653.50*r^6-
23057.30*r^5+2702.28*r^4+89.74*r^3+12.67*r^2) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torque4maxclcdcy=trapezoidal(' (-25.86*r^5+29.27*r^4-
9.69*r^3+1.14*r^2+0.0377*r+0.0053) *cos(-32136*r^5+19072*r^4-
4541.9*r^3+555.32*r^2-36.938*r+1.2906) ',0.0325,0.165,1000);
torquemaxclcdcy=rho*((torque1maxclcdcy)+(torque2maxclcdcy)+(torque3maxclcdc
y)+(torque4maxclcdcy))

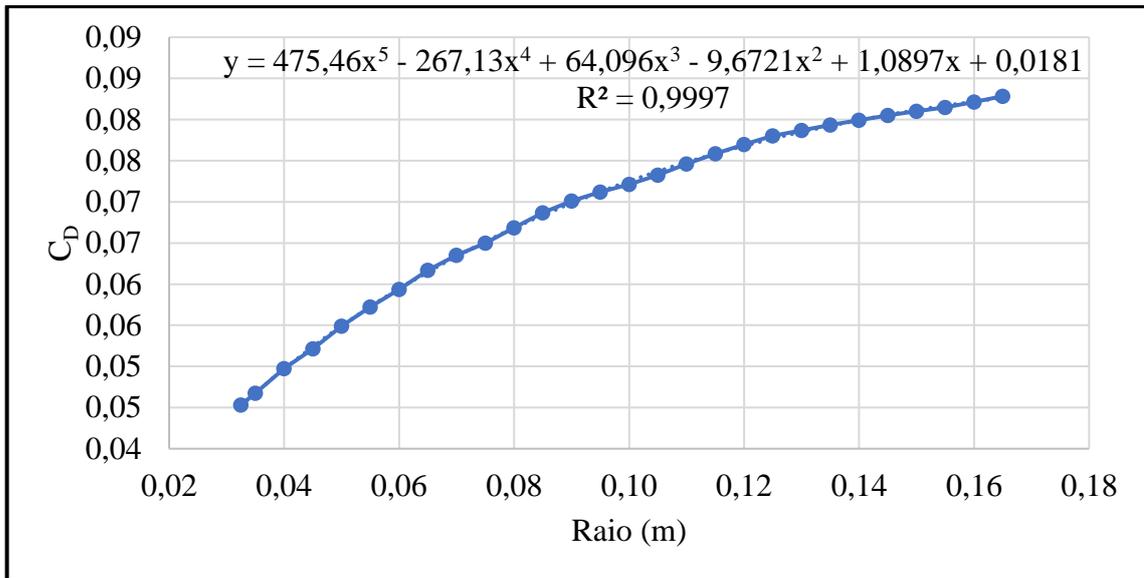
```

Condição (6), 13.000 rpm, 20,5 m/s, passo máximo

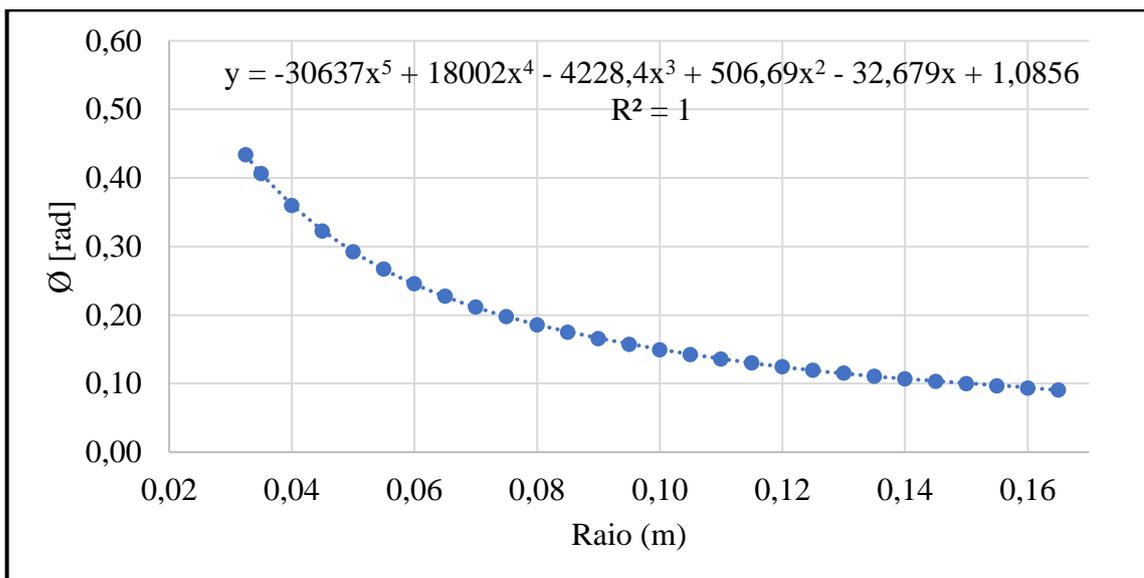
$$C_L(r) = 18031r^5 - 10192r^4 + 2246,7r^3 - 237,46r^2 + 11,263r + 1,079$$



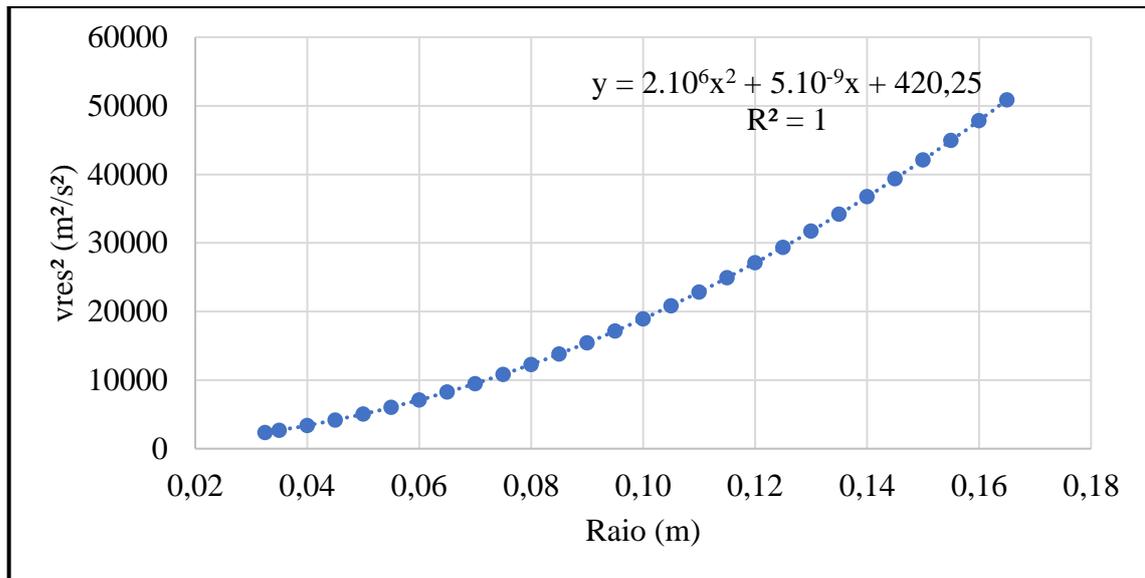
$$C_D(r) = 475,46r^5 - 267,13r^4 + 64,096r^3 - 9,6721r^2 + 1,0897r + 0,0181$$



$$\phi(r) = -30637r^5 + 18002r^4 - 4228,4r^3 + 506,69r^2 - 32,679r + 1,0856$$



$$vres^2(r) = 2.10^6 r^2 + 5.10^{-9} r + 420,25$$



$$T' = 1400r + 0,294175r^{-1}$$

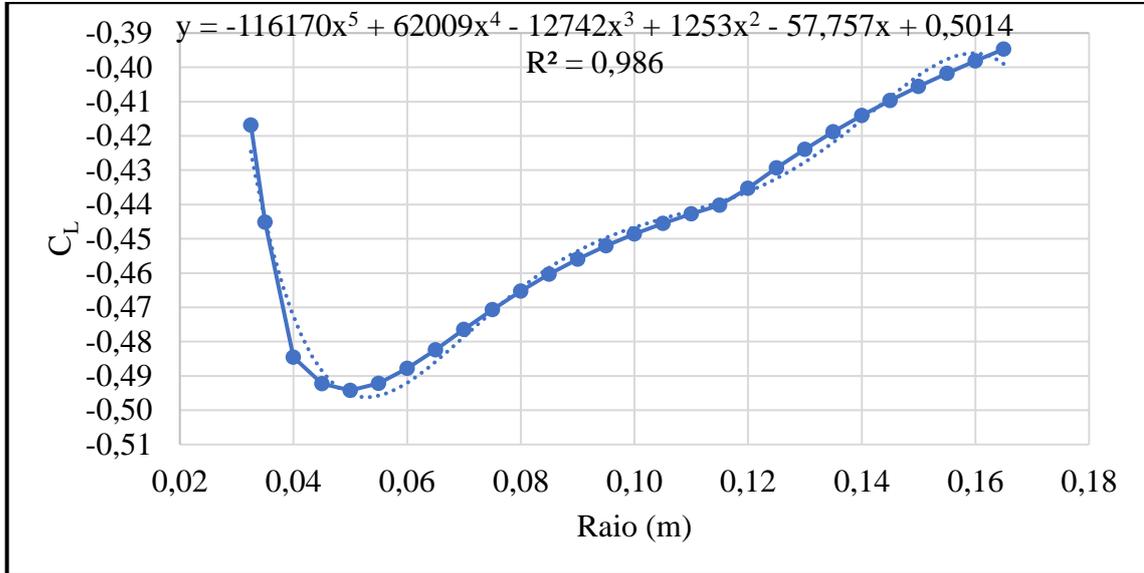
$$Q' = 1400r^2 + 0,294175$$

% PASSO MÁXIMO - Clark Y

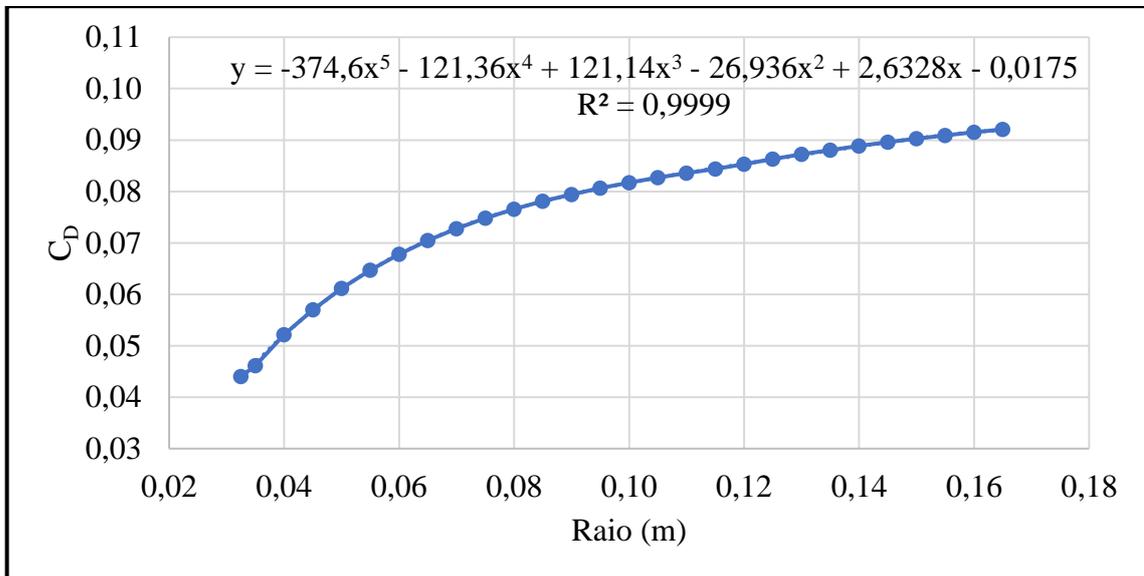
```
tracao1maxclcdcy=trapezoidal(' (25243400*r^6-14268800*r^5+3145380*r^4-
332444*r^3+15768.20*r^2+1510.60*r) *cos(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
tracao2maxclcdcy=trapezoidal(' (5304.27*r^4-2998.23*r^3+660.92*r^2-
69.85*r+3.3133+0.3174*r^-1) *cos(-30637*r^5+18002*r^4-4228.4*r^3+506.69*r^2-
32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
tracao3maxclcdcy=trapezoidal(' (665644*r^6-373982*r^5+89734.40*r^4-
13540.94*r^3+1525.58*r^2+25.34*r) *sin(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
tracao4maxclcdcy=trapezoidal(' (139.87*r^4-78.58*r^3+18.86*r^2-
2.85*r+0.3206+0.0053*r^-1) *sin(-30637*r^5+18002*r^4-4228.4*r^3+506.69*r^2-
32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
tracaomaxclcdcy=rho*(tracao1maxclcdcy+tracao2maxclcdcy-tracao3maxclcdcy-
tracao4maxclcdcy)
torque1maxclcdcy=trapezoidal(' (25243400*r^7-14268800*r^6+3145380*r^5-
332444*r^4+15768.20*r^3+1510.60*r^2) *sin(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
torque2maxclcdcy=trapezoidal(' (5304.27*r^5-2998.23*r^4+660.92*r^3-
69.85*r^2+3.3133*r+0.3174) *sin(-30637*r^5+18002*r^4-4228.4*r^3+506.69*r^2-
32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
torque3maxclcdcy=trapezoidal(' (665644*r^7-373982*r^6+89734.40*r^5-
13540.94*r^4+1525.58*r^3+25.34*r^2) *cos(-30637*r^5+18002*r^4-
4228.4*r^3+506.69*r^2-32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
torque4maxclcdcy=trapezoidal(' (139.87*r^5-78.58*r^4+18.86*r^3-
2.85*r^2+0.3206*r+0.0053) *cos(-30637*r^5+18002*r^4-4228.4*r^3+506.69*r^2-
32.679*r+1.0856) ',0.0325,0.165,1000);
torquemaxclcdcy=rho*((torque1maxclcdcy)+(torque2maxclcdcy)+(torque3maxclcdcy)
)+(torque4maxclcdcy))
```

Condição (7), 10.000 rpm, 10,2 m/s, passo reverso

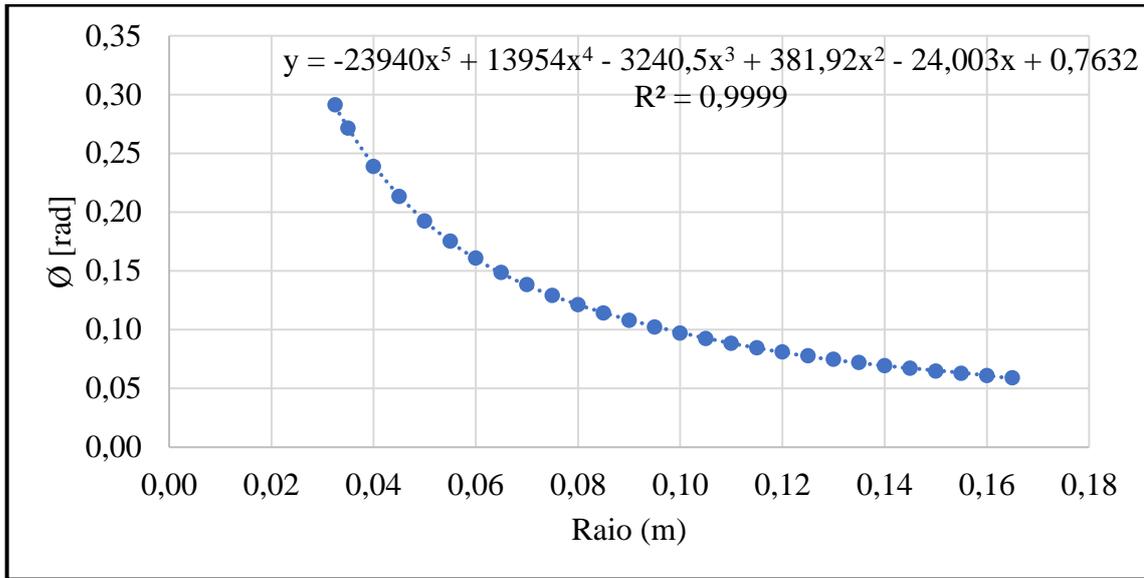
$$C_L(r) = -116170r^5 + 62009r^4 - 12742r^3 + 1253r^2 - 57,757r + 0,5014$$



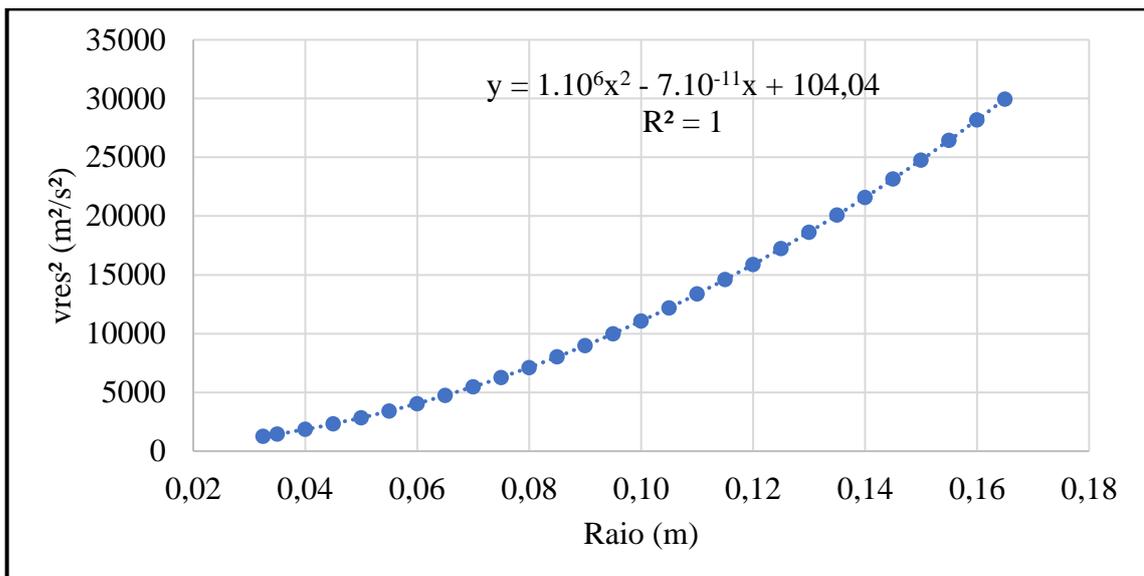
$$C_D(r) = -374,6r^5 - 121,36r^4 + 121,14r^3 - 26,936r^2 + 2,6328r - 0,0175$$



$$\phi(r) = -23940r^5 + 13954r^4 - 3240,5r^3 + 381,92r^2 - 24,003r + 0,7632$$



$$vres^2(r) = 1 \cdot 10^6 r^2 - 7 \cdot 10^{-11} r + 104,04$$



$$T' = 700r + 0,072828r^{-1}$$

$$Q' = 700r^2 + 0,072828$$

```
% PASSO REVERSO - Clark Y
tracao1revclcdcy=trapezoidal('(-81319000*r^6+43406300*r^5-
8919400*r^4+877100*r^3-40429.90*r^2+350.98*r)*cos(-23940*r^5+13954*r^4-
3240.5*r^3+381.92*r^2-24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
tracao2revclcdcy=trapezoidal('(-8460.43*r^4+4515.99*r^3-927.97*r^2+91.25*r-
4.2063+0.0365*r^-1)*cos(-23940*r^5+13954*r^4-3240.5*r^3+381.92*r^2-
24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
```

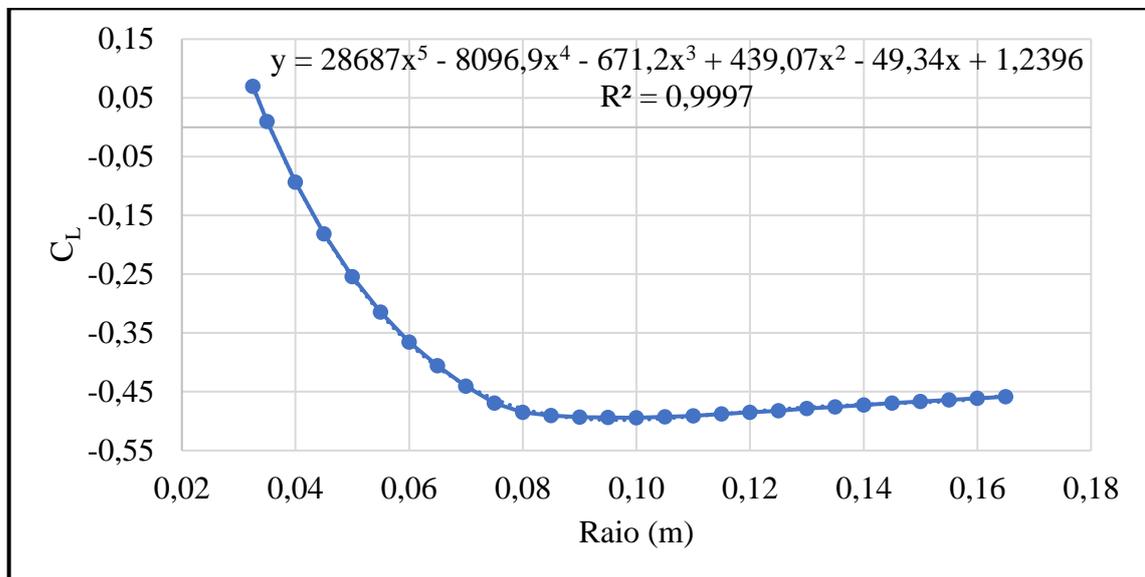
```

tracao3revclcdcy=trapezoidal('(-262220*r^6-84952*r^5+84798*r^4-
18855.20*r^3+1842.96*r^2-12.25*r)*sin(-23940*r^5+13954*r^4-
3240.5*r^3+381.92*r^2-24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
tracao4revclcdcy=trapezoidal('(-27.28*r^4-8.84*r^3+8.82*r^2-1.96*r+0.1917-
0.0013*r^-1)*sin(-23940*r^5+13954*r^4-3240.5*r^3+381.92*r^2-
24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
tracaorevclcdcy=rho*(tracao1revclcdcy+tracao2revclcdcy-tracao3revclcdcy-
tracao4revclcdcy)
torque1revclcdcy=trapezoidal('(-81319000*r^7+43406300*r^6-
8919400*r^5+877100*r^4-40429.90*r^3+350.98*r^2)*sin(-23940*r^5+13954*r^4-
3240.5*r^3+381.92*r^2-24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
torque2revclcdcy=trapezoidal('(-8460.43*r^5+4515.99*r^4-
927.97*r^3+91.25*r^2-4.2063*r+0.0365)*sin(-23940*r^5+13954*r^4-
3240.5*r^3+381.92*r^2-24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
torque3revclcdcy=trapezoidal('(-262220*r^7-84952*r^6+84798*r^5-
18855.20*r^4+1842.96*r^3-12.25*r^2)*cos(-23940*r^5+13954*r^4-
3240.5*r^3+381.92*r^2-24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
torque4revclcdcy=trapezoidal('(-27.28*r^5-8.84*r^4+8.82*r^3-
1.96*r^2+0.1917*r-0.0013)*cos(-23940*r^5+13954*r^4-3240.5*r^3+381.92*r^2-
24.003*r+0.7632)',0.0325,0.165,1000);
torquerevclcdcy=rho*((torque1revclcdcy)+(torque2revclcdcy)+(torque3revclcdcy)
)+(torque4revclcdcy)

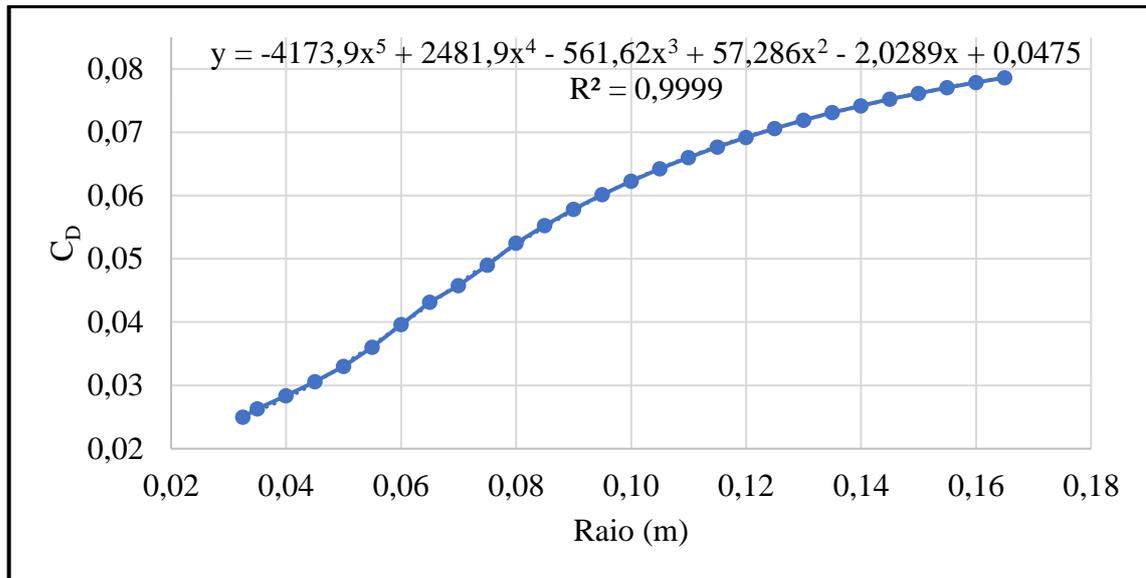
```

Condição (8), 13.000 rpm, 10,2 m/s, passo reverso

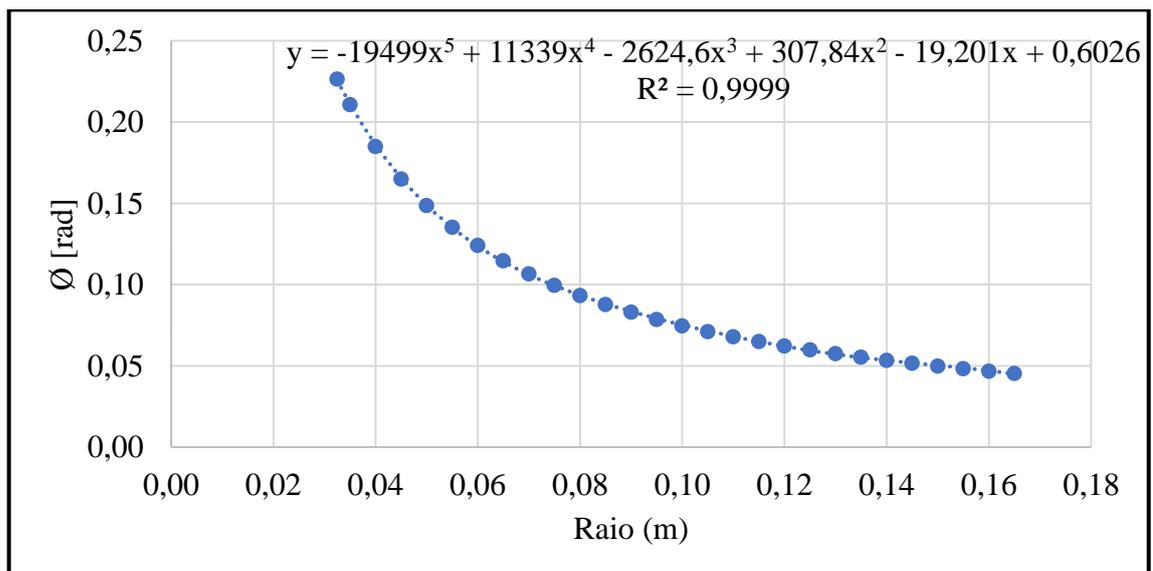
$$C_L(r) = 28687r^5 - 8096,9r^4 - 671,2r^3 + 439,07r^2 - 49,34r + 1,2396$$



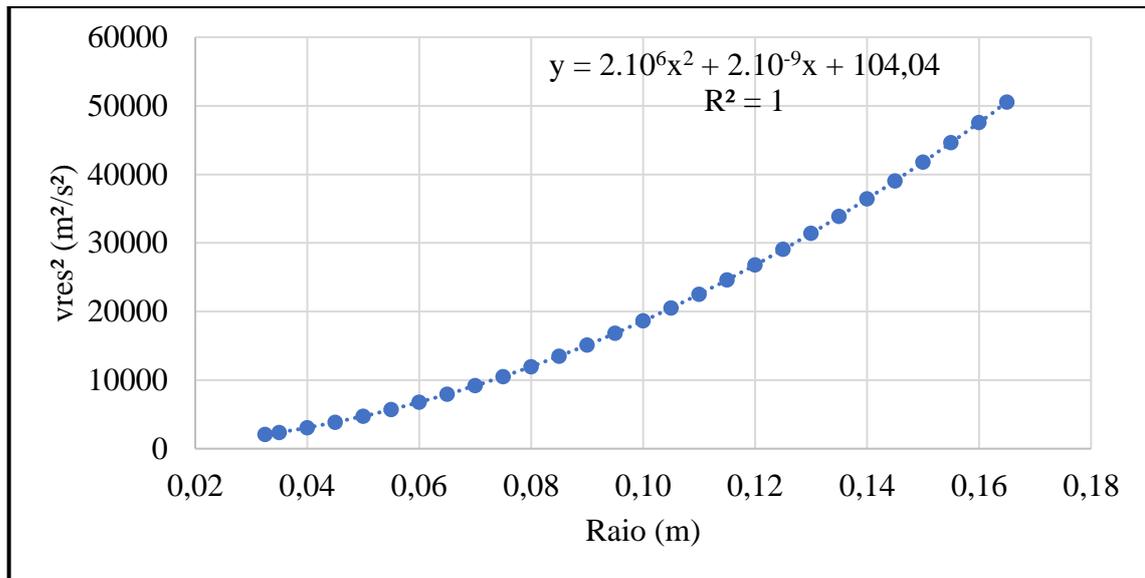
$$C_D(r) = -4173,9r^5 + 2481,9r^4 - 561,62r^3 + 57,286r^2 - 2,0289r + 0,0475$$



$$\phi(r) = -19499r^5 + 11339r^4 - 2624,6r^3 + 307,84r^2 - 19,201r + 0,6026$$



$$v_{res}^2(r) = 2 \cdot 10^6 r^2 + 2 \cdot 10^{-9} r + 104,04$$



$$T' = 1400r + 0,072828r^{-1}$$

$$Q' = 1400r^2 + 0,072828$$

```
% PASSO REVERSO - Clark Y
tracao1revclcdcy=trapezoidal(' (40161800*r^6-11335660*r^5-
939680*r^4+614698*r^3-69076*r^2+1735.44*r) *cos(-19499*r^5+11339*r^4-
2624.6*r^3+307.84*r^2-19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
tracao2revclcdcy=trapezoidal(' (2089.22*r^4-589.68*r^3-48.88*r^2+31.98*r-
3.5933+0.0903*r^-1) *cos(-19499*r^5+11339*r^4-2624.6*r^3+307.84*r^2-
19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
tracao3revclcdcy=trapezoidal(' (-5843460*r^6+3474660*r^5-
786268*r^4+80200.40*r^3-2840.46*r^2+66.50*r) *sin(-19499*r^5+11339*r^4-
2624.6*r^3+307.84*r^2-19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
tracao4revclcdcy=trapezoidal(' (-303.98*r^4+180.75*r^3-40.90*r^2+4.17*r-
0.1478+0.0035*r^-1) *sin(-19499*r^5+11339*r^4-2624.6*r^3+307.84*r^2-
19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
tracaorevclcdcy=rho*(tracao1revclcdcy+tracao2revclcdcy-tracao3revclcdcy-
tracao4revclcdcy)
torque1revclcdcy=trapezoidal(' (40161800*r^7-11335660*r^6-
939680*r^5+614698*r^4-69076*r^3+1735.44*r^2) *sin(-19499*r^5+11339*r^4-
2624.6*r^3+307.84*r^2-19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
torque2revclcdcy=trapezoidal(' (2089.22*r^5-589.68*r^4-48.88*r^3+31.98*r^2-
3.5933*r+0.0903) *sin(-19499*r^5+11339*r^4-2624.6*r^3+307.84*r^2-
19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
torque3revclcdcy=trapezoidal(' (-5843460*r^7+3474660*r^6-
786268*r^5+80200.40*r^4-2840.46*r^3+66.50*r^2) *cos(-19499*r^5+11339*r^4-
2624.6*r^3+307.84*r^2-19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
torque4revclcdcy=trapezoidal(' (-303.98*r^5+180.75*r^4-40.90*r^3+4.17*r^2-
0.1478*r+0.0035) *cos(-19499*r^5+11339*r^4-2624.6*r^3+307.84*r^2-
19.201*r+0.6026) ',0.0325,0.165,1000);
torquerevclcdcy=rho*((torque1revclcdcy)+(torque2revclcdcy)+(torque3revclcdcy)+(torque4revclcdcy))
```