

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL

DULCE PEREIRA CARNEIRO BARP

UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FRAÇÕES
APLICADA NA DISCIPLINA DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CURSO NORMAL

VACARIA, RS

JULHO

2024

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FRAÇÕES
APLICADA NA DISCIPLINA DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CURSO NORMAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob orientação da Profa. Dra. Elisa Boff como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

VACARIA

JULHO

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

B267u Barp, Dulce Pereira Carneiro

Uma unidade de ensino potencialmente significativa sobre frações aplicada na disciplina de didática da matemática do curso normal [recurso eletrônico] / Dulce Pereira Carneiro Barp. – 2024.

Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2024.

Orientação: Elisa Boff.

Modo de acesso: World Wide Web

Disponível em: <https://repositorio.ucs.br>

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino fundamental). 3. Frações. 4. Aprendizagem significativa. I. Boff, Elisa, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 37.016:51

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Márcia Servi Gonçalves - CRB 10/1500

DULCE PEREIRA CARNEIRO BARP

**UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FRAÇÕES
APLICADA NA DISCIPLINA DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CURSO NORMAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovada em / /2024

Banca Examinadora

Prof. Dr. Odilon Giovannini Júnior
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Profa. Dra. Lucia Maria Martins Giraffa
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUC (RS)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente, a Deus pela vida e por me conceder saúde e perseverança para seguir sempre em frente, vencendo todos os obstáculos impostos.

Agradeço a minha filha, Sofia, pelo amor incondicional e por saber compreender e suportar pacientemente a minha ausência durante a realização do mestrado. Ao meu esposo, Leandro que, acima de tudo, é um grande companheiro e incentivador, sempre me fortalecendo a jamais desistir. Aos meus pais Alba e Sebastião, que sempre me apoiaram. Às minhas orientadoras, Professora Valquíria e professora Elisa, meu sincero e profundo agradecimento pelas valiosas contribuições dadas durante todo os processos de ensino e de aprendizagem. São pessoas iluminadas e inspiradoras. Tenho orgulho de ter sido orientada por ambas. Sou grata também, a todos os professores e colegas do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática pelos bons momentos compartilhados.

Por fim, agradeço a todos os estudantes que participaram desta pesquisa, com muito empenho e dedicação, conscientes da importância de uma aprendizagem significativa.

A todos vocês, muito obrigada!

RESUMO

Este trabalho apresenta o planejamento, a aplicação e a avaliação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre Frações Aplicada na Disciplina de Didática da Matemática do Curso Normal, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECiMa) da Universidade de Caxias do Sul (UCS). A pesquisa foi desenvolvida no Instituto Estadual de Educação Irmão Getúlio, localizado na cidade de Vacaria, em uma turma de terceiro ano do Curso Normal, com 14 alunas. A unidade de ensino foi organizada em oito etapas com atividades específicas para a aprendizagem do conteúdo de Frações. A análise dos resultados da aplicação da proposta foi feita por meio de instrumentos de avaliação diagnóstica e avaliação final, além da construção de mapas conceituais iniciais e finais. A pesquisa foi realizada com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, com a análise dos mapas conceituais fundamentada em uma adaptação da Taxonomia Topológica de Novak e Cañas. Foram utilizadas, também, nas etapas da UEPS, estratégias de aprendizagem ativa, tais como: *Think-pair-share*, *In-class exercises*, *Thinking-aloud pair problem solving* e a Sala de Aula Invertida. Os resultados apontaram que a metodologia adotada possui potencial para promover a aprendizagem significativa e duradoura.

Palavras-chave: Unidade de ensino potencialmente significativa, Aprendizagem significativa, Frações, Aprendizagem ativa.

ABSTRACT

This work presents the planning, application and evaluation of a Potentially Significant Teaching Unit (UEPS) on Fractions Applied in the Mathematics Didactics Discipline of the Normal Course, linked to the Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching (PPGECiMa) from the University of Caxias do Sul (UCS). The research was developed at the Irmão Getúlio State Education Institute, located in the city of Vacaria, in a third-year Normal Course class, with 14 students. The teaching unit was organized into eight stages with specific activities for learning Fractions content. The analysis of the results of applying the proposal was carried out using diagnostic assessment and final assessment instruments, in addition to the construction of initial and final conceptual maps. The research was carried out based on David Ausubel's Theory of Meaningful Learning, with the analysis of conceptual maps based on an adaptation of Novak and Cañas' Topological Taxonomy. Active learning strategies were also used in the UEPS stages, such as: Think-pair-share, In-class exercises, Thinking-aloud pair problem solving and the Flipped Classroom. The results showed that the adopted methodology has the potential to promote meaningful and lasting learning.

Keywords: Potentially meaningful teaching unit. Meaningful learning, fractions, Didactics of Mathematics, Normal Course.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representa a estratégia <i>Think-pair-share</i>	33
Figura 2 - Frações egípcias.....	37
Figura 3 - Mapa Conceitual sobre Frações.....	45
Figura 4 - Estudantes elaborando os mapas conceituais iniciais na sala de aula.....	46
Figura 5 - Mapa Conceitual elaborado pelas estudantes 7 e 4.....	47
Figura 6 - Estudantes assistindo aos vídeos disponibilizados pela pesquisadora.....	48
Figura 7 - Resultado da avaliação diagnóstica inicial sobre frações.....	50
Figura 8 - Momento em que cada estudante pensa na questão da TPS individualmente.....	52
Figura 9 - Momento em que as duplas estão discutindo a questão da TPS.....	53
Figura 10 - Momento em que os estudantes compartilham suas respostas com o grande grupo.....	54
Figura 11 - Momento em que os grupos resolvem os exercícios da <i>In-class exercises</i>	55
Figura 12 - Momento em que o estudante vai ao quadro apresentar a solução do exercício resolvidos pelo grupo.....	56
Figura 13 - Momento em que os grupos resolvem os exercícios em duplas.....	57
Figura 14 - Momento em que uma colega explica suas resoluções para a outra.....	58
Figura 15 - Estudantes resolvendo exercícios de forma individual no momento da aula.....	60
Figura 16 - Gráfico sobre as atividades realizadas no pós aula da sala de aula invertida.....	61
Figura 17 - Resultado da avaliação Diagnóstica e Final sobre Frações.....	62
Figura 18 - Taxonomia dos mapas finais.....	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultados Quantitativos da Autoavaliação das Questões 1 a 9.....	72
Tabela 2 - Questão número 10 da autoavaliação.....	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Roteiro para construção de mapas conceituais segundo Moreira (2005).....	28
Quadro 2 - Taxonomia Topológica segundo Novak e Cañas (2006).....	29
Quadro 3 - Planejamento da UEPS.....	42
Quadro 4 - Mapas conceituais iniciais e finais.....	64

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLA

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
ONE	OBMEP na Escola
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática da Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PPGECiMa	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TAPPS	<i>Thinking-aloud pair problem solving</i>
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TPS	<i>Think-pair-share</i>
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	21
2.1	O CURSO NORMAL.....	21
2.2	A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES DO CURSO NORMAL.....	22
2.3	TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA - TAS.....	23
2.4	A UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS).....	25
2.5	MAPAS CONCEITUAIS.....	27
2.6	APRENDIZAGEM ATIVA E OS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA.....	31
2.6.1	Think-pair-shar.....	32
2.6.2	In-class exercises.....	33
2.6.3	Thinking-aloud pair problem solving.....	34
2.6.4	Sala de Aula Invertida.....	35
2.7	FRAÇÕES.....	36
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	38
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	38
3.2.	O CONTEXTO E OS SUJEITOS DA PESQUISA.....	39
3.3.	INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	39
3.4	TÉCNICA DE ANÁLISE DE DADOS.....	41
3.5	DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	45
4.1	AULA 1 - ETAPA 1 DA UEPS.....	46
4.2	AULA 2 - ETAPA 2 DA UEPS.....	49
4.3	AULA 3 - ETAPA 3 DA UEPS.....	51
4.4	AULA 4 - ETAPA 4 DA UEPS.....	54
4.5	AULA 5 - ETAPA 5 DA UEPS.....	57
4.6	AULA 6 - ETAPA 6 DA UEPS.....	59
4.7	AULA 7 - ETAPA 7 DA UEPS.....	61
4.8	AULA 8 - ETAPA 8 DA UEPS.....	72
5.	PRODUTO EDUCACIONAL.....	76
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81
APÊNDICE A.....		86

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, um dos grandes problemas enfrentados nas escolas brasileiras está relacionado às dificuldades de aprendizagem dos estudantes, com destaque para as dificuldades de aprendizagem de Matemática. Acredita-se que estas sejam decorrentes de vários fatores, tais como: a forma tradicional de abordar os conteúdos e a dificuldade de associá-los com as necessidades do dia a dia. A Base Nacional Comum Curricular, (Brasil, 2018) orienta-se pelo pressuposto de que:

A aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos.

Em particular, o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, anos iniciais, no Brasil, é um assunto complexo e controverso. Embora a Matemática seja uma disciplina fundamental para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, a sua aprendizagem ainda é um desafio para muitos estudantes e professores (Passos; Nacarato, 2018; Nascimento; Curi, 2018; Mengali, 2009.)

Sabe-se que a Matemática está na vida de todos e cada um, desde simples processos de contagem até processos mais elaborados que exigem a identificação de aspectos matemáticos e variáveis significativas de um problema situado em um contexto real. É bastante preocupante a constatação de que os estudantes brasileiros estão aquém das capacidades matemáticas básicas, quando se entende a Matemática como elemento fundamental na preparação dos jovens para o enfrentamento dos desafios cotidianos da vida.

De acordo com o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), os estudantes brasileiros apresentam resultados abaixo do esperado em Matemática. Por exemplo, no último SAEB realizado em 2019, apenas 51,5% dos estudantes do 5º ano atingiram o nível adequado de proficiência em Matemática (Brasil, 2022; Todos Pela Educação, 2021). Considerando as redes pública e privada, a queda das notas de Matemática evidenciam o grande desafio que será a recuperação da aprendizagem no período pós-pandemia: no 5º ano do ensino fundamental, por exemplo, a nota passou de 227,88 (2019) para 216,85 (2021) (Brasil, 2021).

O maior estudo sobre educação do mundo, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa)¹, apontou que o Brasil tem baixa proficiência em Leitura, Matemática e Ciências, se comparado com outros 78 países que participaram da avaliação. A edição 2018, revela que 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de Matemática,

¹ O PISA é o Programa Internacional de Avaliação de Alunos. A sigla vem do inglês *Programme for International Student Assessment*. Trata-se basicamente de uma rede internacional de avaliação de aprendizado e desempenho de estudantes.

considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo Pisa, o Brasil é pior país em Matemática empatado estatisticamente com a Argentina.

Discutir, pensar e refletir sobre o ensino de Matemática se faz relevante porque os resultados das avaliações nacionais e internacionais acerca da qualidade do ensino básico no Brasil têm dado destaque aos baixos índices obtidos referentes à aprendizagem da Matemática. E para justificar a desqualificação do ensino-aprendizagem, a formação docente tem sido apontada como um dos principais fatores de tais resultados. (Lima; Carvalho, 2012, p. 89).

Deve-se, diante do quadro acima delineado, dentro de um mundo globalizado, onde a informação é passível de comparação sob diversos enfoques, inclusive o seu ordenamento na forma de ranking, atentar aos resultados, geralmente negativos, das avaliações em larga escala recentemente obtidos pelo Brasil, suas unidades de federação e pelos seus municípios, nas mais diversas avaliações nacionais e internacionais, bem como aos seus reflexos que, conseqüentemente, geram inquietação na população, na imprensa e, também, constantes reflexões da academia, essas geralmente negativas (De Lima, *et al.*, 2020), relacionadas à prática metodológica docente e à qualidade do ensino ofertado.

No que diz respeito ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental, anos iniciais, alguns dos principais desafios enfrentados incluem:

- formação de professores: muitos professores não possuem formação adequada para ensinar Matemática e, por isso, acabam tendo dificuldades para planejar aulas que estimulem a aprendizagem dos estudantes (Lorenzato, 2005; Albuquerque et al., 2006; Curi, 2011; Almeida; Lima, 2012; Serrazina, 2012; Gusmão; Moura, 2013; Matos; Lara, 2015; Santos; Gusmão, 2016; Clesar; Giraffa, 2020; Curi, 2020; Curi, 2021; Pastana; Reis; Gonçalves, 2021; Ribeiro; Gibim; Alves, 2021; Oliveira; Gomes, 2022)
- falta de recursos didáticos: muitas escolas não possuem recursos didáticos adequados para o ensino de Matemática, como livros, materiais manipuláveis e jogos educativos (Rocha; Santana; Oliveira, 2021; Lorenzato, 2021; Farias; Cândido, 2019; Passos; Takahashi, 2018).
- metodologias de ensino desatualizadas: muitas escolas ainda utilizam metodologias de ensino tradicionais, baseadas na memorização de fórmulas e resolução de exercícios mecânicos, o que pode desestimular a aprendizagem dos estudantes (Silva et al., 2021; Loss, 2016; Leal, Nogueira, 2012)
- dificuldades de aprendizagem: alguns estudantes podem ter dificuldades específicas de aprendizagem em Matemática, como dislexia, discalculia e transtornos de atenção, que precisam ser identificados e tratados de forma adequada (Nascimento, 2016; Pimentel, 2015; Silva, 2016; Silva, 2020; Thiele, 2017; Trevisan, 2020; Villar, 2017).

Para enfrentar esses desafios, é importante que o ensino de Matemática, nos anos iniciais, seja planejado de forma cuidadosa, levando em conta as especificidades dos estudantes e utilizando metodologias inovadoras e recursos didáticos adequados. Além disso, é fundamental investir na formação de professores e na criação de políticas públicas que valorizem a educação e incentivem a melhoria do ensino de Matemática no Brasil.

No Brasil, para lecionar-se nos anos iniciais do Ensino Fundamental, não é necessário formação específica nas áreas do conhecimento. Por exemplo, para ensinar Matemática não será exigido do futuro professor que este tenha graduação na área. É a concepção do professor generalista com formação somente de magistério/curso normal ou Pedagogia. Diante dessa realidade, vários professores acabam por receber uma precária formação nas áreas específicas que vão lecionar. E, no caso particular da Matemática, esta precariedade é realmente muito grande (Clesar; Giraffa, 2020; Curi, 2020; Curi, 2021).

Day (2004, p. 186) afirma que “enquanto a amplitude das necessidades de aprendizagem dos professores continuarem a ser ignoradas, o seu desenvolvimento profissional será restrito, ao invés de amplo, e fragmentado, ao invés de coerente”. Com isso entende-se que, enquanto o professor não tiver o domínio mínimo do conteúdo matemático e compreender as diferentes metodologias de aplicação dos mesmos em sala de aula, torna-se inviável a crença em uma educação de qualidade.

Mediante essas afirmações, é importante destacar o papel da Didática da Matemática como componente curricular nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

A Didática da Matemática é uma disciplina (ou subárea) da Educação Matemática que se dedica ao estudo dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Ela se preocupa em investigar e compreender como os conteúdos matemáticos podem ser apresentados de forma clara, coerente e significativa para os alunos.

A Didática da Matemática busca desenvolver metodologias de ensino que favoreçam a construção de conhecimentos matemáticos pelos alunos. Para isso, é necessário que os professores conheçam as características cognitivas dos estudantes, as dificuldades mais comuns encontradas no processo de aprendizagem e as formas de avaliação mais adequadas.

Assim, a Didática da Matemática se torna essencial dentro da Educação Matemática, pois proporciona aos professores um olhar mais crítico e reflexivo sobre o processos de ensino e aprendizagem da Matemática, permitindo que eles planejem suas aulas de forma mais efetiva e coerente com os objetivos de aprendizagem esperados para seus alunos.

Uma área de conhecimento é um conjunto de saberes e práticas que se referem a um determinado objeto de estudo. Ela se caracteriza pela existência de um conjunto de conceitos, teorias, métodos, técnicas, e práticas que são específicos e distintos em relação a outras áreas de

conhecimento. Por exemplo, a Educação Matemática é uma área de conhecimento que se dedica ao estudo da Matemática em diferentes contextos educacionais, abrangendo desde a Educação Infantil até a Educação Superior.

Há quase duas décadas, (Fiorentini e Lorenzato 2006, p. 5) optaram por definir a Educação Matemática como uma área de conhecimento das Ciências Sociais ou Humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem em Matemática e que pode ser caracterizada como “uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e ou a apropriação/construção do saber matemático”. Segundo esses autores, naquela ocasião, a Educação Matemática, diferentemente da Matemática que é uma ciência milenar, estruturada em bases lógicas bem definidas, era uma área emergente de estudos, que não possuía ainda uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente definida.

Como mencionado anteriormente, as dificuldades de aprendizagem em Matemática são inúmeras, e um dos conteúdos trabalhados ao longo da Educação Básica no qual os estudantes mais apresentam dificuldades são as frações. Frequentemente, quando as pessoas se deparam com situações envolvendo frações em seu dia a dia, estas têm muita dificuldade em compreendê-las. Segundo Marcelo Viana, os problemas com o ensino de frações não são uma exclusividade brasileira. Em artigo publicado em 2011 na revista *Notices*, da Sociedade Americana de Matemática, o professor H. Wu da Universidade da Califórnia, Berkeley, analisa as dificuldades com o ensino de frações no sistema dos Estados Unidos, e elas são muito parecidas com as brasileiras.

As primeiras abordagens dos números fracionários na Educação Básica, segundo a Base Nacional Comum Curricular, devem ter início no segundo ano do Ensino Fundamental com o objetivo de “Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais” (Brasil, 2017, p. 283). Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) (Brasil, 1998), esses problemas devem frisar a construção do significado de números fracionários e suas representações a partir de suas diferentes abordagens no dia a dia.

Contudo, na maioria das vezes, os estudantes do Curso Normal ainda decoram regras para manipular as operações com frações, sem entender o real significado do que estão fazendo. Isso porque, ainda hoje, muitos professores de Didática da Matemática do Curso Normal não fazem uso de materiais manipuláveis e tampouco de metodologias que auxiliem na ocorrência de uma aprendizagem significativa do conceito de frações. Conseqüentemente, estes estudantes do Curso Normal, quando se tornam professores dos Anos Iniciais, repetem com seus alunos o que vivenciaram com seus professores e este pode ser um dos principais motivos da grande

problemática enfrentada por professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental quando recebem estudantes que não têm a menor noção do conceito de frações.

A grande maioria dos estudantes chegam ao 6º ano, relatando não saber ou ter esquecido os conceitos básicos de frações aprendidos anteriormente, enfrentando assim, dificuldades no avanço da aprendizagem de novos conceitos que fazem parte deste conteúdo. Nesse contexto, o professor vai se defrontar com a falta de motivação, os baixos rendimentos na disciplina de Matemática, a frustração e a sensação de incapacidade de compreensão que pode persistir e acompanhar o estudante durante todo o seu percurso acadêmico.

Como mencionado, essa problemática tem forte relação com a metodologia de desenvolvimento das aulas utilizada para desenvolver este conteúdo com os estudantes dos Anos Iniciais. A maioria das metodologias desenvolvidas apresenta práticas docentes que priorizam um ensino mecânico, centrado na exposição literal, sem o uso de materiais manipuláveis, recursos e estratégias que auxiliem no entendimento das questões abstratas que o conteúdo traz.

A pesquisadora leciona a disciplina de Didática Matemática no Curso Normal, e também atua como supervisora dos estágios supervisionados que são requisitos para a conclusão do curso, há mais de dezessete anos. Em seu cotidiano, a pesquisadora vivencia inúmeros desafios, tanto com o ensino e a aprendizagem dos estudantes, quanto com os instrumentos e formas de avaliar a aprendizagem. Por estar entre os profissionais que estão na linha de frente da Educação, a pesquisadora percebe as mudanças comportamentais dos estudantes, o descaso estatal com a Educação e as cobranças da sociedade relacionadas à qualidade da Educação no País.

Atualmente, desempenha as atribuições de seu cargo público de professora e vice-diretora em uma escola da rede Estadual de Ensino de Vacaria, no estado do Rio Grande do Sul, e, constantemente, reflete sobre as metodologias e estratégias que utiliza no desenvolvimento das aulas com a finalidade de tornar-se uma docente melhor para, conseqüentemente, contribuir para a formação de estudantes mais preparados para enfrentar os desafios da contemporaneidade.

No ano de 2018, a pesquisadora foi convidada a participar do Programa OBMEP na Escola (ONE) e, desde então, vem participando como bolsista do IMPA, respeitando as instruções transmitidas pela equipe do IMPA e os preceitos éticos e profissionais relacionados às atividades a serem desenvolvidas no contexto do programa ONE. Essas experiências também recaem na questão das dificuldades encontradas pelos estudantes nos conteúdos de Matemática, principalmente no uso das frações, entre outros. No primeiro ciclo do nível 1, em um dos roteiros preparatórios para a OBMEP, sempre são trabalhadas questões que envolvem frações e nos últimos anos percebe-se cada vez mais dificuldades na resolução dos problemas. Neste período pós-pandemia, onde a defasagem na aprendizagem dos estudantes é o principal problema deixado pela pandemia, volta-se à necessidade de estratégias, métodos e metodologias eficazes, para amenizar este déficit. Portanto, o

problema de pesquisa aqui proposto trata-se de algo contemporâneo, que almeja contribuir para a melhoria da qualidade do ensino da Matemática, permitindo aos estudantes situações de aprendizagem que favoreçam o desenvolvimento do conceito de frações e suas aplicações através de situações do cotidiano.

Os estudantes precisam voltar a estudar de forma a compreender a nova informação até torná-la aprendizagem. Quando “a nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva e pouco ou nada contribuindo para sua elaboração e diferenciação” (Moreira, 2009, p. 9), em geral, tem-se um estudante sujeito a uma forma tradicional de ensinar e de aprender, ou seja, o estudante está submetido a ambientes de ensino e aprendizagem nos quais apenas se tem explanação do professor visando à memorização do estudante, o que caracteriza o processo de aprendizagem mecânica.

É consenso para muitos autores, que o estudante precisa ser estimulado a estudar, e a aprender a aprender (Novak; Gowin, 1999; Pozo; Font, 1999; Holbrook; Rannikmae, 2007; Villas-Boas et al., 2011). Os estudantes precisam compreender que disciplinas da área das Ciências Exatas, como Matemática, ajudam a explicar o mundo em que vivem, a conhecer e a descobrir as tecnologias existentes e servem de base para tecnologias futuras.

Os números fracionários surgiram no antigo Egito por volta de 3000 a.C., advindo do crescimento da agricultura e da necessidade da demarcação de terras. Além dos egípcios, sabe-se por meio dos artefatos históricos que os mesopotâmios e os chineses também utilizavam com maestria as frações em seu dia a dia. Atualmente, aprender frações não é visto com bons olhos pelos estudantes e, dentre os conteúdos abordados na disciplina de Matemática, é um dos conteúdos que apresenta grande complexidade, devido à ampla abordagem de seus conceitos. Eles podem ser entendidos como, número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo (Flores; Bisognin, 2020). Além disso, com o predomínio do sistema métrico de numeração decimal, na cultura brasileira, o uso dos números fracionários se afasta do cotidiano de nossos estudantes, dificultando seu entendimento.

Portanto, para que esses objetivos sejam verdadeiramente atendidos, volta-se a destacar a necessidade dos professores dos Anos Iniciais, estarem preparados para trabalhar com o conteúdo de frações conforme orientam os documentos normativos. E essa questão, nem sempre condiz com a realidade da formação inicial desses professores. Frações é o conteúdo no qual os futuros professores, concluintes do curso do Curso Normal, apresentam maiores dificuldades de entendimento e medo de ensinar. Na experiência da pesquisadora, isto é verificado durante o período de seis meses de estágio supervisionado, após os três primeiros anos da realização do Curso Normal.

Nesse contexto, a questão de pesquisa que aqui apresentamos é **“Como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa pode auxiliar na ocorrência da aprendizagem significativa de frações em estudantes do Curso Normal?”**.

Com tais pressupostos, nesta dissertação o objeto de estudo é a aprendizagem significativa das frações. Para tanto, temos como objetivo geral **“avaliar a contribuição de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para a ocorrência da aprendizagem significativa de frações em estudantes do Curso Normal.”**

Os objetivos específicos que constituíram a pesquisa são:

- Elaborar uma sequência didática (i.e., uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa - UEPS) sobre frações, utilizando estratégias de aprendizagem ativa, para aplicar no componente curricular “Didática da Matemática” do Curso Normal.
- Aplicar a UEPS aos alunos do Curso Normal relacionando com a prática pedagógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.
- Elaborar um Produto Educacional contendo a descrição da UEPS.

Para responder a esta questão de pesquisa, foi proposta a construção de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (Moreira 2011), que teve o intuito de ensinar o conteúdo das frações a quatorze alunas concluintes do terceiro ano do Curso Normal, assim contribuindo para que, posteriormente, quando forem ensinar a seus alunos dos Anos Iniciais tenham total conhecimento do assunto, tornando a aprendizagem de seus futuros estudantes significativa e duradoura. Durante o desenvolvimento da UEPS, a pesquisadora utilizou algumas estratégias de Aprendizagem Ativa difundidas por Elmôr-Filho *et al.* (2019).

À vista disso, este documento foi organizado em oito capítulos. O primeiro, esta introdução, busca esclarecer a respeito do surgimento do tema, da delimitação do problema de pesquisa, da origem do interesse da pesquisadora em realizar esta pesquisa e a definição dos objetivos deste estudo.

O segundo capítulo apresenta o Referencial Teórico que sustenta esta pesquisa. Onde procura-se destacar alguns aspectos fundamentais sobre o Curso Normal, a Educação Matemática para estudantes de Curso Normal, a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, a utilização de mapas conceituais como instrumentos de avaliação da aprendizagem significativa, as UEPS, a Aprendizagem Ativa e os processos de Ensino e Aprendizagem em Matemática, e as frações juntamente com suas aplicações.

No terceiro capítulo, dos Procedimentos Metodológicos, consta a caracterização da pesquisa, o contexto e os sujeitos da intervenção, os instrumentos de coleta de dados, mapas

conceituais e a forma como foram analisados. Esta etapa é sustentada pelos ensinamentos de Bogdan e Biklen (1994), Damiani (2012), Damiani *et al.* (2013), Gerhardt e Silveira (2009), Gil (2008), Luckesi (2005) e Moraes e Galiuzzi (2020). Neste capítulo, consta também a apresentação do desenvolvimento da pesquisa, discriminando suas oito etapas norteadoras: identificação de conteúdo, competências e habilidades a serem desenvolvidas por meio da intervenção pedagógica; planejamento da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa e aplicação da UEPS.

O quarto capítulo apresenta a análise e discussão dos dados construídos por meio da aplicação da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa.

O Produto Educacional, um Guia de atividades que apresenta sugestões para professores da área, é proposto no quinto capítulo. O sexto capítulo é destinado à apresentação das considerações finais desta pesquisa.

No sétimo capítulo, o documento é finalizado com a apresentação das referências utilizadas para a sua elaboração. Constam, ainda, em apêndices, documentos e materiais utilizados no desenvolvimento da sequência didática, bem como o Produto Educacional apresentado na sua integralidade.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A presente pesquisa foi embasada na teoria de Aprendizagem Significativa de David Ausubel². Na seção 2.1 são apresentados dados históricos do Curso Normal no Brasil e no Rio Grande do Sul. Na sequência são apresentados fundamentos teóricos sobre a Educação Matemática. Logo na sequência a teoria da Aprendizagem Significativa e a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Na seção 2.5 são apresentados os Mapas Conceituais. Na seção 2.6 foram retratadas as Estratégias e os Métodos de Aprendizagem Ativa utilizados nesta pesquisa. E, por fim, foi explanado sobre a história, o conceito e a aplicação das frações.

2.1 O CURSO NORMAL

No Brasil, o entendimento sobre a necessidade de uma formação para atuar na educação tardou a se efetivar. Em 1835, em Niterói, no estado do Rio de Janeiro, foi criada a primeira escola a ofertar o Curso Normal, atendendo e formando somente profissionais do sexo masculino. Em 1869, após 34 anos da existência da instituição criada em Niterói, criou-se o Instituto de Educação General Flores da Cunha, em Porto Alegre, primeira instituição de ensino pública no Rio Grande do Sul a ofertar o Curso Normal.

A criação de escolas públicas formadoras de docentes foi um marco para a estruturação e constituição do sistema educacional brasileiro, atendendo para a preparação e qualificação dos sujeitos que atuam no processo de construção da aprendizagem. Porém, as práticas de ensino eram pautadas conforme a legislação vigente, como podemos observar no trecho da lei nº 10, de 4/4/1835, publicada pela província do Rio de Janeiro:

“A escola será regida por um diretor que ensinará: os conhecimentos de leitura e escrita pelo método lancasteriano, cujos princípios doutrinários e práticos explicará; as quatro operações de aritmética, quebrados, decimais e proporções; noções de geometria teórica e prática; elementos de geografia; princípio da moral cristã e da religião oficial; e gramática nacional”.
(SARMENTO, 2018, p. 15).

² David Paul Ausubel (1918-2008) foi um grande psicólogo da educação americana.

Em sua origem, o Curso Normal era destinado somente ao sexo masculino. As mulheres eram proibidas de estudar, pois não tinham os mesmos direitos que os homens, muito menos as mesmas oportunidades e possibilidades. No entanto, perante a realidade na qual o mercado de trabalho era constituído, o Curso Normal não se tornou atrativo para os homens, pois outras possibilidades lhes proporcionaram melhores remunerações. Tais implicações sociais e culturais foram importantes para o processo de ingresso das mulheres no Curso Normal, uma vez que também a mulher estava ligada à função materna, assim como, à educação dos filhos. Dessa forma, paulatinamente e gradativamente, foi ocorrendo a feminização do magistério.

A docência tornou-se uma conquista de espaço para a mulher poder exercer a sua autonomia enquanto sujeito e cidadã. O Curso Normal traz consigo uma historicidade que iniciou a mais de 150 anos no Rio Grande do Sul, e atualmente 99 escolas da rede pública estadual ofertam o curso.

2.2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES DE CURSO NORMAL

É evidente que o professor que irá atuar nos anos iniciais deve deter um conhecimento profissional que abarque o saber pedagógico, mas também um vasto repertório de saberes. Segundo Nacarato (2009), os cursos de formação inicial devem possibilitar a construção de conhecimentos de parte desses repertórios dos saberes:

- Saber do conteúdo matemático. É impossível ensinar aquilo de que não se tem domínio conceitual;
- Saberes pedagógicos dos conteúdos matemáticos. É necessário saber, por exemplo, como trabalhar com conteúdos matemáticos de diferentes campos: aritmética, grandezas e medidas, espaço e forma ou tratamento da informação. Saber como relacionar esses diferentes campos entre si e com outras disciplinas, bem como criar ambientes favoráveis à aprendizagem dos alunos.
- Saberes Curriculares. É importante ter claro quais recursos podem ser utilizados, quais materiais estão disponíveis e onde encontrá-los; ter conhecimento e compreensão dos documentos curriculares; e, principalmente, ser um consumidor crítico desses materiais, em especial, do livro didático.

Os conhecimentos específicos precisam estar articulados com o conhecimento pedagógico à futura prática docente dos estudantes do Curso Normal, que irão atuar nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Moreira e David (2007, p.14) destacam que:

[...] raramente são focalizadas de forma específica as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados no processo de formação e os conhecimentos matemáticos associados à prática docente escolar.

A relação entre o sujeito e suas maneiras de aprender está condicionada a descobrir a forma pela qual ele aprende e as variáveis que influenciam na aprendizagem. Dessa forma, é possível ajudar o sujeito a melhorar seu modo de aprender. (Ausubel et al., 1980). As práticas de ensino predominantes na formação inicial de professores em matemática assentam no pressuposto de que a os estudantes um dia utilizarão seus conhecimentos e ensinarão seus alunos conforme sua prática de ensino, todavia este estudante do Curso Normal precisará aprender para si, aprender para explicar, aprender como ensinar e operar os conteúdos de matemática em uma sala de aula.

2.3 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA - TAS

A Teoria da Aprendizagem Significativa, na concepção de Moreira (2011, p.41) pode ser compreendida da seguinte forma: “A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel é uma teoria sobre a aquisição, com significados, de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino”.

[...] Através do ensino, o que se pretende primeiramente é orientar os processos de aprendizagem através de linhas sugeridas por uma teoria da aprendizagem escolar relevante. Parece razoável, portanto, supor que a descoberta de métodos de ensino mais efetivos deveria depender e relacionar-se ao status da teoria da aprendizagem.(Ausubel et al., 1980, p.12).

No viés de uma visão cognitiva clássica, na concepção de Moreira (2011), a aprendizagem significativa está centrada na [...] interação cognitiva não-arbitrária e não-literal entre o novo conhecimento, potencialmente significativo, e algum conhecimento prévio, especificamente relevante, o chamado subsunçor, existente na estrutura cognitiva do aprendiz.

Para Masini (2011), a aprendizagem significativa de David Ausubel é uma teoria cognitivista que considera o processo de construção do conhecimento, como um processo de compreensão, reflexão e atribuição de significados pelo sujeito, em interação com o meio social, ao constituir a cultura e por ela ser constituído. De acordo com Novak (1981, p.56), Ausubel se refere à aprendizagem significativa como “[...] um processo no qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante, já existente, da estrutura de conhecimento de um indivíduo.”.

Segundo Moreira (2011), na aprendizagem significativa, os conceitos que interagem com o novo conhecimento e servem de base para a atribuição de novos significados vão também se modificando em função dessa interação, i.e., vão adquirindo novos significados e se diferenciando progressivamente. Imagine-se o conceito de “conservação”; sua aquisição diferenciada em ciências é progressiva: à medida que o aprendiz vai aprendendo significativamente o que é conservação da

energia, conservação da carga elétrica, conservação da quantidade de movimento, o subsunçor “conservação” vai se tornando cada vez mais elaborado, mais diferenciado, mais capaz de servir de âncora para a atribuição de significados a novos conhecimentos. Este processo característico da dinâmica da estrutura cognitiva chama-se diferenciação progressiva.

Outro processo que ocorre no curso da aprendizagem significativa é o estabelecimento de relações entre ideias, conceitos, proposições já estabelecidos na estrutura cognitiva, i.e., relações entre subsunçores. Elementos existentes na estrutura cognitiva com determinado grau de clareza, estabilidade e diferenciação são percebidos como relacionados, adquirem novos significados e levam a uma reorganização da estrutura cognitiva. É o que ocorreria, por exemplo, se o aluno tivesse conceitos de campo elétrico e magnético claros e estáveis na estrutura cognitiva, os percebesse intimamente relacionados e reorganizasse seus significados de modo a vê-los como manifestações de um conceito mais abrangente, o de campo eletromagnético. Essa recombinação de elementos, essa reorganização cognitiva, esse tipo de relação significativa, é referido como reconciliação integrativa.

A reconciliação integrativa e a diferenciação progressiva são dois processos relacionados que ocorrem na aprendizagem significativa. Toda aprendizagem que resultar em reconciliação integrativa resultará também em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições. A reconciliação integrativa é uma forma de diferenciação progressiva da estrutura cognitiva. É um processo cujo resultado é o explícito delineamento de diferenças e similaridades entre ideias relacionadas.

Segundo Moreira (2012), existem duas condições para a aprendizagem significativa:

- 1) o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo.
- 2) o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender.

A primeira condição implica, que o material de aprendizagem (livros, aulas, aplicativos, ...) tenha significado lógico (isto é, seja relacionável de maneira não-arbitrária e não-literal a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante). Já na segunda, que o aprendiz tenha em sua estrutura cognitiva ideias-âncoras relevantes com as quais esse material possa ser relacionado. Quer dizer, o material deve ser relacionável à estrutura cognitiva e o aprendiz deve ter o conhecimento prévio necessário para fazer esse relacionamento de forma não-arbitrária e não-literal.

É importante enfatizar aqui que o material só pode ser potencialmente significativo, não significativo: não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, ..., pois o significado está nas pessoas, não nos materiais. É o aluno quem atribui significados aos materiais de aprendizagem e os significados atribuídos podem não ser aqueles aceitos no contexto da matéria de ensino. Naturalmente, no ensino o que se pretende é que o aluno atribua aos novos conhecimentos, veiculados pelos materiais de aprendizagem, os significados aceitos no contexto da

matéria de ensino, mas isso normalmente depende de um intercâmbio, de uma “negociação”, de significados, que pode ser bastante demorada.

A segunda condição é talvez mais difícil de ser satisfeita do que a primeira: o aprendiz deve querer relacionar os novos conhecimentos, de forma não-arbitrária e não-literal, a seus conhecimentos prévios. É isso que significa predisposição para aprender. Não se trata exatamente de motivação, ou de gostar da matéria. Por alguma razão, o sujeito que aprende deve se predispor a relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos. Pode ser simplesmente porque ela ou ele sabe que sem compreensão não terá bons resultados nas avaliações. Aliás, muito da aprendizagem memorística sem significado (a chamada aprendizagem mecânica) que usualmente ocorre na escola resulta das avaliações e procedimentos de ensino que estimulam esse tipo de aprendizagem.

Por outro lado, o aluno pode querer dar significados aos novos conhecimentos e não ter conhecimentos prévios adequados, ou o material didático não ter significado lógico, e aí voltamos à primeira condição: o material deve ser potencialmente significativo. Resumindo, são duas as condições para aprendizagem significativa: material potencialmente significativo (que implica logicidade intrínseca ao material e disponibilidade de conhecimentos especificamente relevantes) e predisposição para aprender.

Os Mapas Conceituais são ferramentas úteis para a verificação da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa presentes durante os processos necessários para a Aprendizagem Significativa. A diferenciação progressiva ocorre quando o conhecimento presente na estrutura cognitiva interage com os novos conceitos e assim ambos se modificam progressivamente em função da interação. Na reconciliação integrativa ocorre uma reorganização dos conceitos na estrutura cognitiva do indivíduo, quando novos conceitos são percebidos como similares, diferentes, relacionando conceitos e formando proposições (Moreira; Masini, 2001; Moreira, 2010).

Uma forma de organização dos conceitos são as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), que transpõem os pressupostos teóricos e a prática docente. Por isso, uma UEPS pode ser entendida como uma “sequência didática fundamentada em teorias de aprendizagem, particularmente a da aprendizagem significativa” (Moreira, 2011).

2.4 A UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS)

Uma forma de organização dos conceitos são as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), que transpõem os pressupostos teóricos e a prática docente. Por isso, uma

UEPS pode ser entendida como uma “sequência didática fundamentada em teorias de aprendizagem, particularmente a da aprendizagem significativa” (Moreira, 2011, p.25).

Com intenção de contribuir para modificar o conhecimento dos alunos do Curso Normal, no que diz respeito à aplicação e desenvolvimento de novos conceitos e aprendizagens, neste trabalho será utilizada uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). São sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a ocorrência da aprendizagem significativa, não mecânica, que devem estimular atividades práticas voltadas à sala de aula, tomando como base que ninguém ensina aquilo que não se tem domínio conceitual.

Sendo assim, Moreira apresenta oito passos sequenciais que devem ser observados na construção de uma UEPS.

1. Definição do tópico específico;
2. Criação e proposta de situações em que o estudante possa expressar seu conhecimento prévio;
3. Proposição de situações-problema em nível introdutório, preparando a introdução do conhecimento que se pretende ensinar;
4. Apresentação de aspectos gerais do conhecimento a ser ensinado, levando em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, com uma visão geral do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, por exemplo: uma exposição oral, seguida de atividade colaborativa em pequenos grupos e complementada com uma atividade de apresentação;
5. Retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes em uma nova apresentação em nível mais alto de complexidade;
6. Para conclusão da unidade, retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão sob uma perspectiva integradora, em níveis mais altos de complexidade em relação às situações anteriores, buscando a reconciliação integrativa. Isso consiste no fato de relacionar conceitos e apontar similaridades e diferenças relevantes, possibilitando a descrição de uma nova realidade perceptível;
7. Avaliação da aprendizagem dos estudantes;
8. Avaliação da UEPS.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, foi utilizada na aplicação da pesquisa e no desenvolvimento da UEPS.

2.5 MAPAS CONCEITUAIS

A teoria que está por trás do mapeamento conceitual é a teoria cognitiva de aprendizagem de David Ausubel (Ausubel et al., 1978, 1980, 1981, 2003; Moreira e Masini, 1982, 2006; Moreira, 1983, 1999, 2000). Trata-se, no entanto, de uma técnica desenvolvida em meados da década de setenta por Joseph Novak e seus colaboradores na Universidade de Cornell, nos Estados Unidos. Ausubel nunca falou de mapas conceituais em sua teoria.

De um modo geral, mapas conceituais, são diagramas indicando relações entre conceitos, ou entre palavras que usamos para representar conceitos. Embora normalmente tenham uma organização hierárquica e, muitas vezes, incluam setas, tais diagramas não devem ser confundidos com organogramas ou diagramas de fluxo, pois não implicam sequência, temporalidade ou direcionalidade, nem hierarquias organizacionais ou de poder. Mapas conceituais são diagramas de significados, de relações significativas; de hierarquias conceituais, se for o caso. Isso também os diferencia das redes semânticas que não necessariamente se organizam por níveis hierárquicos e não obrigatoriamente incluem apenas conceitos. Mapas conceituais também não devem ser confundidos com mapas mentais que são associacionistas, não se ocupam de relações entre conceitos, incluem coisas que não são conceitos e não estão organizados hierarquicamente. Não devem, igualmente, ser confundidos com quadros sinópticos que são diagramas classificatórios. Mapas conceituais não buscam classificar conceitos, mas sim relacioná-los e hierarquizá-los.

O mapeamento conceitual é uma técnica muito flexível e em razão disso pode ser usado em diversas situações, para diferentes finalidades: instrumento de análise do currículo, técnica didática, recurso de aprendizagem, meio de avaliação (Moreira e Buchweitz, 1993).

É possível traçar-se um mapa conceitual para uma única aula, para uma unidade de estudo, para um curso ou, até mesmo, para um programa educacional completo. A diferença está no grau de generalidade e inclusividade dos conceitos colocados no mapa. Um mapa envolvendo apenas conceitos gerais, inclusivos e organizacionais pode ser usado como referencial para o planejamento

de um curso inteiro, enquanto que um mapa incluindo somente conceitos específicos, pouco inclusivos, pode auxiliar na seleção de determinados materiais instrucionais. Isso quer dizer que mapas conceituais podem ser importantes mecanismos para focalizar a atenção do planejador de currículo na distinção entre o conteúdo curricular e conteúdo instrumental, ou seja, entre o conteúdo que se espera que seja aprendido e aquele que serve de veículo para a aprendizagem. O conteúdo curricular está contido em fontes de conhecimento tais como artigos de pesquisa, ensaios, poemas, livros. Mapas conceituais podem ser úteis na análise desses documentos a fim de tornar adequado para instrução o conhecimento neles contido. Considera-se aqui que o currículo se refere a um conjunto de conhecimentos. Sendo assim, a análise da estrutura do conhecimento implica a análise do currículo e o mapeamento conceitual pode ser um instrumento útil nessa análise.

Moreira (2005) apresenta um breve roteiro que auxilia na construção de mapas conceituais. Este roteiro não deve ser considerado uma “receita” para fazer mapas conceituais. São 10 passos que são elencados no Quadro 1.

Quadro 1 - Roteiro para construção de mapas conceituais segundo Moreira (2005)³

(continua)

Passo 1	Identifique os conceitos-chave do conteúdo que vai mapear e ponha-os em uma lista. Limite entre 6 e 10 o número de conceitos.
Passo 2	Ordene os conceitos, colocando o(s) mais geral(is), mais inclusivo(s), no topo do mapa e, gradualmente, vá agregando os demais até completar o diagrama de acordo com o princípio da diferenciação progressiva. Algumas vezes é difícil identificar os conceitos mais gerais, mais inclusivos; nesse caso é útil analisar o contexto no qual os conceitos estão sendo considerados ou ter uma ideia da situação em que tais conceitos devem ser ordenados.
Passo 3	Se o mapa se refere, por exemplo, a um parágrafo de um texto, o número de conceitos fica limitado pelo próprio parágrafo. Se o mapa incorpora também o seu conhecimento sobre o assunto, além do contido no texto, conceitos mais específicos podem ser incluídos no mapa.
Passo 4	Conecte os conceitos com linhas e rotule essas linhas com uma ou mais palavras-chave que explicitem a relação entre os conceitos. Os conceitos e as palavras-chave devem sugerir uma proposição que expresse o significado da relação.
Passo 5	Setas podem ser usadas quando se quer dar um sentido a uma relação. No entanto, o uso de muitas setas acaba por transformar o mapa conceitual em um diagrama de fluxo.

³ Os 10 passos organizados do Quadro 1 foram extraídos na íntegra da publicação de Moreira (2005).

Passo 6	Evite palavras que apenas indiquem relações triviais entre os conceitos. Busque relações horizontais e cruzadas.
Passo 7	Exemplos podem ser agregados ao mapa, embaixo dos conceitos correspondentes. Em geral, os exemplos ficam na parte inferior do mapa.
Passo 8	Geralmente, o primeiro intento de mapa tem simetria pobre e alguns conceitos ou grupos de conceitos acabam mal situados em relação a outros que estão mais relacionados. Nesse caso, é útil reconstruir o mapa.
Passo 9	Talvez neste ponto você já comece a imaginar outras maneiras de fazer o mapa, outros modos de hierarquizar os conceitos. Lembre-se que não há um único modo de traçar um mapa conceitual. À medida que muda sua compreensão sobre as relações entre os conceitos, ou à medida que você aprende, seu mapa também muda. Um mapa conceitual é um instrumento dinâmico, refletindo a compreensão de quem o faz no momento em que o faz.
Passo 10	Compartilhe seu mapa com colegas e examine os mapas deles. Pergunte o que significam as relações, questione a localização de certos conceitos, a inclusão de alguns que não lhe parecem importantes, a omissão de outros que você julga fundamentais. O mapa conceitual é um bom instrumento para compartilhar, trocar e “negociar” significados.

Fonte: Moreira (2005)

Como a aprendizagem significativa implica, necessariamente, na atribuição de significados idiossincráticos, os mapas conceituais, representados por professores e alunos, refletem os significados atribuídos por eles mesmos às suas ideias. Quer dizer, tanto mapas usados por professores, como recurso didático, quanto mapas construídos por alunos, como atividade de aprendizagem ou de avaliação, têm componentes idiossincráticas. Isso significa que não existe mapa conceitual “correto”. Assim sendo, o professor não deve esperar que o estudante apresente o mapa conceitual “correto” de um certo conteúdo. O que o aluno apresenta é o seu mapa e o importante não é se está certo ou não, mas se ele dá evidências da ocorrência de aprendizagem significativa.

Quadro 2 - Taxonomia topológica segundo Novak e Cañas (2006).

(continua)

Nível 0	<ul style="list-style-type: none"> a) Há predominância de explicações longas em lugar de conceitos b) Ausência de palavras de ligação c) Linear (0 a 1 pontos de ramificação)
Nível 1	<ul style="list-style-type: none"> a) Predomina explicações longas em lugar de conceitos b) Falta a metade ou mais das palavras de ligação c) Linear (0-1 pontos de ramificação)

Nível 2	<ul style="list-style-type: none"> a) Há predominâncias de conceitos ao invés de explicações longas b) Falta menos da metade das palavras de de ligação c) Grau de ramificação baixo (2 pontos de ramificações)
Nível 3	<ul style="list-style-type: none"> a) Ausência de explicações longas b) Não faltam palavras de ligação c) Grau de ramificação médio (3-4 pontos de ramificações) d) Menos de três níveis de hierarquia
Nível 4	<ul style="list-style-type: none"> a) Ausência de explicações longas b) Não faltam palavras de ligação c) Grau de ramificação alto (5-6 pontos de ramificações) d) 3 ou mais níveis de hierarquia
Nível 5	<ul style="list-style-type: none"> a) Ausência de explicações longas b) Não faltam palavras de ligação c) Grau de ramificação alta (5 - 6 pontos de ramificações) d) 3 ou mais níveis de hierarquia e) Presença de 1 a 2 ligação cruzada
Nível 6	<ul style="list-style-type: none"> a) Sem explicações longas b) Não faltam palavras de ligação c) Grau de ramificações muito altas (7 ou mais pontos de ramificações) d) 3 ou mais níveis de hierarquia e) Mais de 2 ligações cruzadas

Fonte: Novak e Cañas (2006)

A análise de mapas conceituais é essencialmente qualitativa. O professor, ao invés de preocupar-se em atribuir uma nota ao mapa traçado pelo aluno, deve se preocupar em interpretar a informação dada pelo aluno no mapa a fim de obter evidências da ocorrência de uma aprendizagem significativa.

Estes mapas podem ser analisados por meio da taxonomia topológica de Novak e Cañas (2006), na qual classificam os Mapas Conceituais em níveis de 0 a 6 esquematizados no Quadro 2. Além da taxonomia topológica também são levados em conta os conceitos-chave determinados pela pesquisadora na análise dos mapas conceituais, conforme Figura 3 elaborada pela pesquisadora, detalhada no Capítulo 4.

2.6 APRENDIZAGEM ATIVA E OS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

As novas tendências da educação propõem que o estudante seja protagonista nos processos de ensino e de aprendizagem, deixando de ser um mero receptor de informações, engajando-se de maneira ativa no desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para a construção de uma aprendizagem significativa e duradoura.

Alguns autores apresentam definições específicas de Aprendizagem Ativa, como é o caso de McGrew, Saul e Teague (2000), que se referem a esta como qualquer processo através do qual o estudante deixa de ser audiência para ser ator principal do próprio processo de aprendizagem. Dessa forma, ele não é um receptor de informações, mas engaja-se de maneira ativa na aprendizagem dos conceitos, focando seus objetivos, visando à construção do conhecimento.

Uma característica fundamental para que ocorra a aprendizagem ativa é uma atitude ativa por parte dos estudantes, em contraposição à atitude passiva geralmente associada às aulas onde encontram-se apenas métodos tradicionais de ensino. Sendo assim, é importante mencionar que a aprendizagem ativa se refere a estratégias e métodos pedagógicos que proporcionam ao estudante estar ativo cognitivamente. Portanto, a aprendizagem ativa ocorre quando há ação, quando o indivíduo age sobre o objeto de estudo e sofre as influências desta ação sobre si mesmo (Becker, 2012).

Para Elmôr-Filho et al. (2019, p. 40):

A aprendizagem ativa pode ser considerada uma resposta a um conjunto de ações ou eventos planejados (o ambiente de aprendizagem) de forma que os estudantes se sintam motivados a aplicar e a produzir conhecimento, interagir com os pares e compartilhar suas experiências como parte do processo educacional.

Na aprendizagem ativa, deve-se considerar o conhecimento prévio do educando, como também se utilizam dessas considerações como estratégias para o engajamento. O sentimento de pertencimento é importante nos processos de aprendizagem, sem mencionar as soluções de problemas do contexto, por meio desse mesmo processo, e a boa qualificação para o trabalho.

O engajamento do aluno em relação a novas aprendizagens, pela compreensão, pela escolha e pelo interesse, é condição essencial para ampliar suas possibilidades de exercitar a liberdade e a autonomia na tomada de decisões em diferentes momentos do processo que vivencia, preparando-se para o exercício profissional futuro. (Berbel, 2011, p. 29)

O presente projeto tem por objetivo geral promover a aprendizagem significativa de frações em estudantes do Curso Normal por meio de uma Unidade de Ensino Potencialmente significativa, utilizando estratégias de aprendizagem ativa, tais como: *Think-pair-share*, *In-class exercises*, *Thinking-aloud pair problem solving* e a Sala de Aula Invertida.

As estratégias escolhidas para o desenvolvimento da UEPS têm por objetivo, além de proporcionar momentos de aprendizagem mais ativos, desenvolver e aperfeiçoar certas competências e habilidades dentre elas: argumentação, análise, resolução de exercícios, comunicação, raciocínio lógico, a busca ativa, a capacidade de organização, trabalhar em equipe, a autonomia, entre outras. A seguir, apresenta-se uma breve descrição das estratégias e todas as suas etapas para o desenvolvimento no ambiente pedagógico.

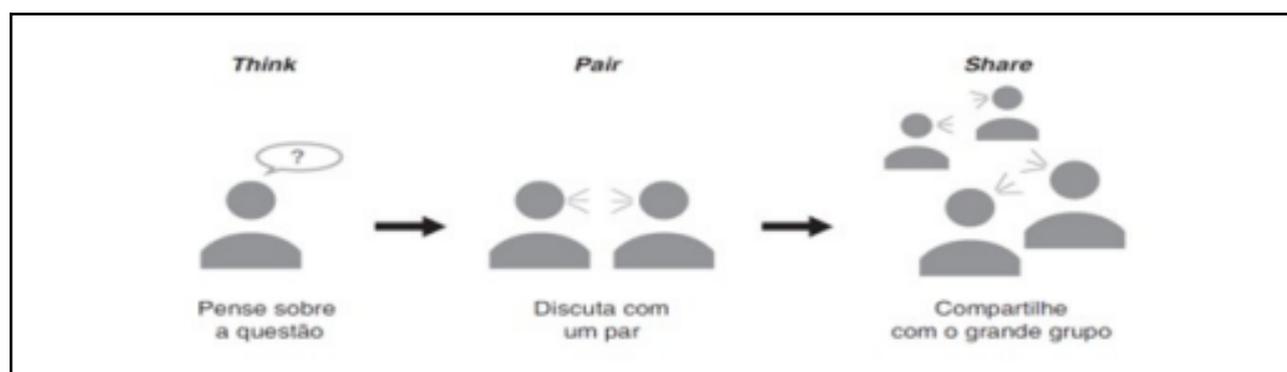
2.6.1 *Think-pair-share*

A *Think-pair-share* é uma estratégia de aprendizagem ativa que envolve discussão cooperativa entre os estudantes e foi desenvolvida por Frank Lyman e seus colegas da University of Maryland (Elmôr-Filho et al., 2019). A estratégia *Think-pair-share* (TPS) apresenta três etapas, a saber:

- Etapa 1 - “Pense”: o professor faz com que os estudantes se coloquem a pensar por meio de uma pergunta, um aviso ou uma observação. Os estudantes devem ter alguns momentos (preferencialmente, um menor que um minuto) apenas para pensar sobre a questão.
- Etapa 2 - “Discuta com um par”: usando parceiros designados, vizinhos próximos, ou companheiro de mesa, os estudantes formam duplas para discutir sobre a resposta de cada um. Eles comparam as suas notas mentais ou escritas e identificam as respostas que acham melhores, mais convincentes, ou mais originais.
- Etapa 3 - “Compartilhe com o grande grupo”: depois que os estudantes conversarem em pares por alguns momentos (novamente, um tempo não muito maior do que um minuto), o professor pede que os pares compartilhem suas ideias com o restante da turma. Ele pode fazer isso convidando cada par, por meio de um critério de posicionamento dos mesmos (se estiverem sentados em círculo, pode ser no sentido horário ou anti-horário; ou ainda, para sim, par não), ou tomar as respostas à medida que são chamados aleatoriamente. Com frequência, o professor ou um ajudante designado, irá escrever essas respostas no quadro ou gravá-las usando um aplicativo do celular.

Os tempos descritos nas etapas podem ser modificados de acordo com o nível de dificuldade da tarefa. Em Matemática, estes tempos são sempre maiores. Por exemplo, se for pedido ao estudante a resolução de um pequeno problema, na etapa 1, pode-se dar um tempo de 2 a 4 minutos, e na etapa 2, quando conversam em pares, este tempo pode ser de 4 a 5 minutos, ou mais. Caberá ao professor avaliar estes tempos.

Figura 1 - Representa a estratégia *Think-pair-share*.



Fonte: Elmôr-Filho, et al. (2019)

Através do uso da TPS é possível estruturar a discussão das atividades desenvolvidas fazendo os estudantes seguirem um processo prescrito que possibilita divagar em pensamentos e comportamentos, construindo a responsabilidade, pois cada um relata o par o que pensou e em seguida ao grande grupo.

2.6.2 *In-class exercises*

A *In-class exercises* (Exercícios em sala de aula) é uma estratégia cooperativa de aprendizagem ativa, que foi concebida por Richard Felder. A estratégia pode ser utilizada com diversos tamanhos de turmas e em todos os níveis de aprendizagem (Elmôr-Filho et al., 2019). Assim como a TPS, a estratégia *In-class exercises* é desenvolvida em etapas. São quatro as etapas para o seu desenvolvimento.

Na etapa 1, o professor separa ou solicita que os estudantes formem grupos, de dois a quatro membros, para resolver uma lista de exercícios. Um membro do grupo é indicado para fazer os registros das resoluções dos exercícios.

Durante a execução da etapa 2, o professor circula entre os grupos, esclarece dúvidas, através de breves exposições dialogadas, verifica se todos os estudantes estão envolvidos ativamente na realização da tarefa e se o membro encarregado de registrar as resoluções está desempenhando a sua função.

Na etapa 3, ao término do tempo combinado, o professor solicita aos estudantes, de forma aleatória, que apresentem a resolução do exercício realizada pelo seu grupo. A avaliação de

desempenho do estudante escolhido para a apresentação da resolução será estendida para os demais membros do grupo, por isso é importante que todos os estudantes realizem a atividade com empenho e responsabilidade (Elmôr-Filho et al., 2019).

No final da aula, considerada a etapa 4, “o professor recolhe alguns ou todos os registros gerados pelos grupos” (Elmôr-Filho et al., 2019, p. 87), a fim de analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros, que podem demonstrar se a aprendizagem, de fato, ocorreu, além de fornecer informações importantes sobre o que precisa ser revisto, analisado e discutido.

2.6.3 *Thinking-aloud pair problem solving*

Trata-se de uma estratégia na qual os estudantes resolvem problemas em duplas. Um dos estudantes da dupla deve explicar o problema ao colega, procurando esclarecer todas as etapas da resolução. Os componentes de cada dupla, em sistema de revezamento, vão alternando seus papéis, até que todos os problemas propostos pelo professor sejam solucionados. Os principais objetivos desta estratégia são a prática de expressar o pensamento em voz alta, com ênfase na resolução de problemas, e a oportunidade para que os estudantes identifiquem possíveis erros de lógica e de raciocínio no processo da resolução. Nesta estratégia, a resolução do problema é mais do que o resultado do mesmo. Ao envolver os estudantes em atividades colaborativas e cooperativas, o professor lhes proporciona a possibilidade de compreensão em ação e não somente em pensamento. Dessa forma, na medida em que conseguem expressar seus pensamentos, verbalmente, a fim de comunicá-los ao colega, é possível promover o desenvolvimento do próprio ato de pensar e essa atividade reflexiva proporciona melhorias na compreensão dos conceitos e nos níveis de motivação, imprescindível para aprender. A TAPPS é organizada em quatro etapas de ação do estudante (Elmôr-Filho et al., 2019, p. 95), a saber:

- Etapa 1: O professor solicita aos estudantes que formem duplas e explica a eles como funciona a estratégia e os papéis do explicador (ou solucionador do problema) e do ouvinte (ou questionador). É muito importante que o professor explique claramente as regras do uso da TAPPS e o papel de cada estudante de cada dupla.
- Etapa 2: O professor solicita aos estudantes que decidam quem será o explicador (ou solucionador) e propõe um conjunto de problemas. O número de problemas deve ser par e o grau de dificuldade deve aumentar gradativamente.
- Etapa 3: O explicador lê o problema em voz alta e fala tudo o que pensa enquanto resolve o problema, ou seja, apresenta a solução passo a passo em voz alta. O ouvinte acompanha todas as etapas da resolução do problema se certificando de que o explicador não pare de falar, questionando, sugerindo e anotando erros que ele venha

a detectar. Contudo, as perguntas do ouvinte não devem guiar o explicador para uma solução nem devem, explicitamente, destacar um erro específico. No entanto, se o ouvinte detectar um erro que possa impedir a resolução correta do problema, ele pode comentar que o erro foi cometido. Nesta etapa, o professor circula pela sala e acompanha a resolução do problema pelas duplas. O professor faz perguntas às duplas para saber em que estágio de resolução está o problema.

- Etapa 4: Uma vez encontrada a solução de um problema, os estudantes trocam de papel e resolvem mais um problema. Os estudantes vão se alternando nos papéis de explicador e ouvinte até que todos os problemas sejam resolvidos.

2.6.4 Sala de Aula Invertida

A abordagem pedagógica denominada sala de aula invertida consiste em uma estratégia de aprendizagem ativa que inverte a lógica do ensino tradicional, ou seja, os estudantes “fazem o trabalho da sala de aula em casa e o trabalho de casa na sala de aula” (Elmôr-Filho et al., 2019, p.45). A sala de aula invertida tem a pretensão de estimular a interação aluno-aluno e aluno-professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto no papel do aluno. Essa abordagem é desenvolvida em três momentos, a saber: Pré-aula, Aula e Pós-aula.

O momento “Pré-aula” tem como objetivo preparar os estudantes para uma aula produtiva. O professor prepara o conteúdo, compartilha com os estudantes e planeja atividades. Já os estudantes, acessam os conteúdos indicados ou disponibilizados pelo professor, podendo, também, responder a alguns questionamentos.

O momento “Aula” tem como objetivo aprofundar os conhecimentos através de atividades em sala de aula. O professor esclarece dúvidas e procura “estimular habilidades de ordem superior tais como analisar, sintetizar e criar, bem como o trabalho em equipe, pensamento crítico, resolução de problemas, dentre outras” (Elmôr-Filho et al., 2019, p.48).

No momento “Pós-aula”, o professor disponibiliza alguma tarefa de casa sobre os conhecimentos aprofundados na aula e indica ou disponibiliza materiais para a próxima aula. Os estudantes revisam conteúdos, realizam atividades, complementando seus aprendizados.

2.7 FRAÇÕES

O conteúdo a ser abordado no desenvolvimento da UEPS são os Números Racionais. A história das frações e o seu surgimento através da necessidade da época, nos faz questionar, por que algo tão antigo até hoje é tão mal compreendido e aplicado. Segundo Boyer (2003, p.4), a origem dos números inteiros é atribuída às ideias da antiguidade na Matemática pré-histórica. Naquela época, os povos primitivos não sentiam a necessidade de usar frações, pois para calcular quantidades pequenas os homens usavam unidades suficientemente pequenas.

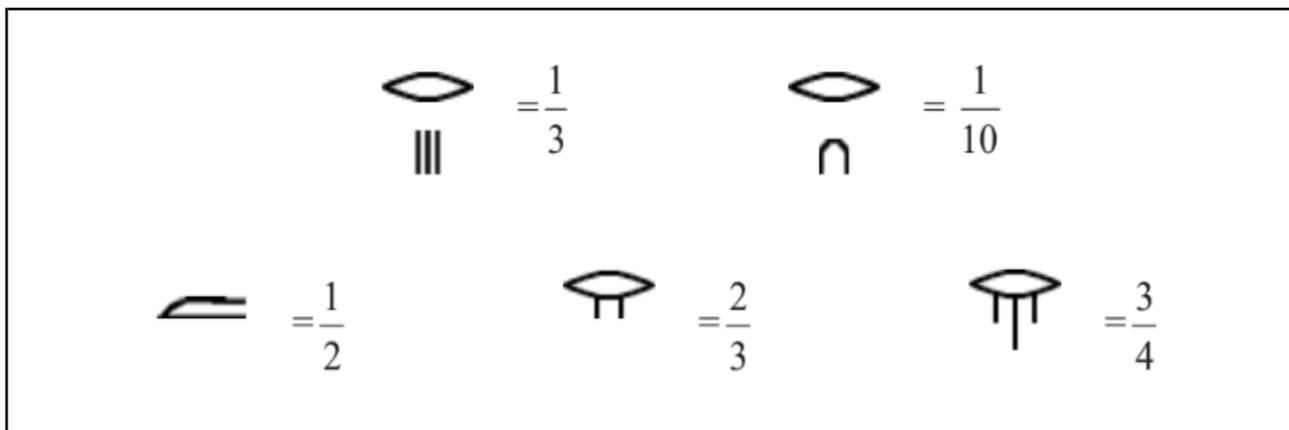
Esta pesquisa foi baseada em alguns referenciais bibliográficos considerados clássicos na História da Matemática, tais como Boyer (2012) e Eves (2011) e também referenciais específicos sobre história dos números, como Ifrah (2010), entre outros.

Assim, a utilização da noção de fração apareceu durante a Idade do Bronze nas culturas mais evoluídas, como a cultura egípcia. Além da escrita dos números surge “a necessidade do conceito de fração e de notação para frações”. As inscrições hieroglíficas egípcias têm uma noção especial para frações unitárias, isto é, com numerador um” (Boyer, 2003, p. 9).

Segundo Ifrah (1997a), a civilização egípcia por volta de 3000 a.C. era bastante desenvolvida. Devido às necessidades de ordem administrativa e comercial, percebeu-se o quão limitada era a memória humana para armazenar tantas informações de grandes inventários e enumerações em pensamentos e falas por longos espaços de tempo. Somente por meio da oralidade e dos informes dos conhecimentos de geração em geração por meio de lendas, não era possível gerenciar as diferentes situações da época e, assim, emergiu a necessidade de extensão de memória, daí a criação da escrita e posteriormente a notação numérica, criando o registro dos números, aportado nos hieróglifos baseados na fauna e na flora.

Frações egípcias são instigantes, curiosas e ricas de significados. Os egípcios representavam uma fração qualquer justapondo frações unitárias (um modo de indicar a soma). Um pequeno círculo sobre o hieróglifo que representa um número inteiro, indicava uma fração unitária, as frações $1/2$, $2/3$ e $3/4$ tinham símbolos próprios.

Figura 2 - Frações egípcias



Fonte: Representação de frações egípcias

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudoproblemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceitos tão delicados. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas. A começar pelo fato de que a palavra fração está relacionada a muitas ideias e constructos (Behr, 1983; Vergnaud, 1983).

A presente pesquisa buscou a ocorrência de uma aprendizagem significativa, com base na aplicação e na análise de diversos instrumentos de avaliação tais como mapas conceituais, avaliações diagnósticas, e outras produções dos estudantes durante o desenvolvimento da UEPS, buscando sempre aliar o conhecimento histórico do uso das frações com a necessidade atual de aprendizagem deste conteúdo.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo são apresentados a caracterização da pesquisa, o contexto em que a mesma foi realizada, os instrumentos utilizados para a coleta de dados, a técnica de análise de dados, bem como o desenvolvimento de toda a intervenção pedagógica.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa desenvolvida neste trabalho é de natureza aplicada, por se entender que a mesma gera conhecimentos para aplicações práticas. Quanto aos objetivos classifica-se como explicativa, pois este tipo de pesquisa preocupa-se em identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos Gil (2007), ou seja, este tipo de pesquisa explica o porquê das coisas através dos resultados oferecidos. Segundo (Gil 2007, p. 43), uma pesquisa explicativa pode ser a continuação de outra descritiva, posto que a identificação de fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado.

A abordagem é qualitativa, porque busca descrever e orientar uma metodologia para a aplicação de planejamento criando situações que estimulem a construção do conhecimento, pois busca descrever, compreender e explicar a complexidade da interpretação, ou seja, a descrição da aplicação de uma UEPS. A pesquisa qualitativa tem como objetivo aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise criteriosa desse tipo de informação Moresi (2003) e dá ênfase à fala e à escrita dos participantes com aprofundamento da compreensão do grupo de sujeitos envolvidos Santana (2014). O pesquisador qualitativo não está preocupado em fazer inferências estatísticas, seu enfoque é descritivo e interpretativo ao invés de explanatório ou preditivo.

Quanto aos procedimentos, trata-se de uma pesquisa empírica com intervenção pedagógica, pois investigações desse tipo

“[...] envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências” (Damiani *et al.*, 2013, p. 58).

Nessa categoria de pesquisa, o planejamento da intervenção e a decisão de execução é função, basicamente, do professor que pretende descrever minuciosamente os procedimentos a

serem realizados, avaliando-os e produzindo explicações razoáveis, sobre seus efeitos sobre a aprendizagem dos estudantes, fundamentadas nos dados e na teoria de aprendizagem utilizada.

No percurso da Pesquisa, foi realizado o planejamento e a execução da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa com estudantes do 3º ano do Curso Normal, no intuito de aprimorar o seu conhecimento do uso das frações e suas aplicações. Inicialmente, buscou-se compreender as dificuldades de aprendizagem para, posteriormente, utilizando estratégias de aprendizagem ativa, transformá-las em aprendizagens significativas.

Por meio dos ensinamentos de Damiani (2012), às ações de planejamento, implementação e avaliação de práticas de ensino inovadoras, com o objetivo de aumentar a aprendizagem dos estudantes, são denominadas de intervenção.

3.2 O CONTEXTO E OS SUJEITOS DA PESQUISA

O tema “Frações” foi escolhido pelo fato de ser um conceito fundamental da Matemática, utilizado no nosso cotidiano e mal compreendido, tornando-se um possível vilão, pois o “ensino da matemática nas escolas costuma enfatizar as regras, sem fornecer um entendimento transparente de por que razão elas são assim” (Viana, 2023 p.1).

A pesquisa foi realizada no Instituto Estadual de Educação Irmão Getúlio, na cidade de Vacaria, com 14 estudantes da disciplina de Didática de Matemática do terceiro ano do Curso Normal. A disciplina de Didática da Matemática é um componente curricular do Curso com carga horária de três períodos semanais com duração de 50 minutos cada um. Tem como objetivo promover condições para que o estudante (re)construa conhecimentos de Matemática básica para o Ensino Fundamental nos anos iniciais.

Conforme consta na ementa da disciplina de Didática da Matemática busca-se desenvolver conhecimento e instrumentalização matemática nas diversas situações da realidade do educando abordando.

3.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Neste trabalho, busca-se evidências da ocorrência de uma aprendizagem significativa, com base na aplicação e na análise de diversos instrumentos de avaliação tais como avaliações diagnósticas, autoavaliação, mapas conceituais, resolução de exercícios através do uso de estratégias de aprendizagem ativa e outras produções dos estudantes durante o desenvolvimento da UEPS.

Assim, durante a aplicação da sequência didática, a pesquisadora, atenta aos diferentes aspectos relacionados à aprendizagem dos estudantes, realizou o registro das ações e emoções do cotidiano escolar das estudantes, assim como registros de imagens e vídeos, identificando impressões descritivas e reflexivas, que permitiram visualizar, por meio dos dados que estavam sendo coletados, se houve progresso e construção de aprendizagens significativas que favoreceram o desenvolvimento do conhecimento matemático do estudo das frações.

A avaliação diagnóstica foi utilizada como instrumento de coleta de dados para que a pesquisadora obtivesse conhecimento das principais carências dos estudantes no conteúdo selecionado para aplicação da sequência didática, já que “um diagnóstico é um conhecimento que adquirimos através de dados que qualificamos e, por isso, nos permite uma decisão e uma intervenção” (Luckesi, 2005, p.43). Durante a realização da UEPS, foi desenvolvida a avaliação diagnóstica inicial, onde continha questionário com exercícios de matemática sobre frações, a fim de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes, e após a realização de 6 etapas da UEPS foi retomada a avaliação diagnóstica aplicada na etapa 2 da UEPS, acrescentando mais alguns exercícios referentes às operações com frações, esta avaliação foi realizada de forma individual, com o intuito de verificar se houve conhecimento significativo das frações.

A elaboração dos mapas iniciais teve como objetivo levantar os conhecimentos prévios (subsunçores) dos estudantes sobre o assunto em estudo (frações). Assim como a Avaliação Diagnóstica, também visa este fim. Além disso, como destacado no referencial teórico desta pesquisa, a elaboração do mapa conceitual favorece a aprendizagem significativa por promover a expressão das relações existentes entre os conceitos na estrutura cognitiva dos estudantes.

Na etapa 7 da UEPS, foi solicitado novamente para os estudantes que individualmente elaborassem um mapa conceitual sobre o tema. Para isso, receberam a mesma orientação que tiveram para a elaboração dos mapas conceituais iniciais, acrescentando-se que deveriam fazer associações do tema com os diversos assuntos abordados durante a UEPS, como experimentos, situações-problema discutidas, exercícios trabalhados e explicações promovidas pela pesquisadora.

O objetivo da elaboração deste mapa conceitual foi de verificar uma possível mudança conceitual, se houve um acréscimo de significados em relação ao tema estudado e buscar evidências da ocorrência da aprendizagem significativa.

Como último instrumento de coleta de dados, os estudantes realizaram a autoavaliação, mediante o preenchimento de um formulário avaliativo disponibilizado.

3.4 TÉCNICA DE ANÁLISE DE DADOS

As vantagens da avaliação diagnóstica são permitir mais uniformidade no processo avaliativo, em virtude da natureza impessoal do instrumento, e obter respostas que materialmente seriam inacessíveis (Gerhardt; Silveira, 2009), porque mais precisas e fornecidas com maior liberdade.

As produções escritas pelos estudantes sujeitos desta pesquisa foram analisadas de forma cuidadosa, pois como se trata de uma pesquisa qualitativa pretende-se aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga. A intenção foi aprofundar a compreensão dos temas investigados.

Os alunos elaboraram mapas conceituais no início e no final da UEPS, os quais foram denominados mapa conceitual inicial e mapa conceitual final. Os dois mapas conceituais serão analisados e comparados conforme a taxonomia topológica de Novak e Cañas. Será utilizada a avaliação diagnóstica inicial logo após a elaboração dos mapas conceituais iniciais, também com o intuito de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes já que “um diagnóstico é um conhecimento que adquirimos através de dados que qualificamos e, por isso, nos permite uma decisão e uma intervenção” (Luckesi, 2005, p.43).

Ao longo da aplicação da UEPS, para cada etapa desenvolvida, foram promovidas estratégias de aprendizagem ativa e colaborativa, que possuem um roteiro de atividades a ser realizado, tais como: resolução de exercícios, vídeos, uso do livro didático entre outros. Além disso, será realizada também uma avaliação final e uma autoavaliação, buscando identificar a ocorrência de uma aprendizagem significativa e duradoura.

3.5 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

A partir deste estudo, inicia-se a construção da UEPS, buscando, também, propor um ambiente de ensino e aprendizagem diferenciado, que propicia mais envolvimento e interesse, concebido à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa.

O Quadro 1 descreve as etapas e as atividades desenvolvidas durante a realização da UEPS.

Quadro 3: Planejamento da UEPS

(continua)

Etapas	Aspecto relativo à UEPS	Atividade
<p>Etapa 1</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Levantamento do conhecimento prévio e das relações que podem ser estabelecidas com o novo conhecimento.</p>	<p>Elaboração de mapas conceituais.</p> <p>Apresentação de vídeos e roda de conversa para debater os conceitos sobre Números Racionais apresentados nos mesmos.</p>
<p>Etapa 2</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Proporcionar situações em que o estudante possa externalizar o conhecimento prévio.</p>	<p>Realização de uma avaliação diagnóstica.</p>
<p>Etapa 3</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Introdução ao tópico de estudo (relações entre conhecimento prévio e o novo)</p>	<p>Propor aos estudantes que desenvolvam sua própria unidade de medida para solucionar situações cotidianas das cheias do Nilo de antigamente. Será aplicada a estratégia de aprendizagem ativa <i>Think-Pair-Share</i>.</p> <p>Utilizando a mão na massa, onde deverão utilizar recursos físicos.</p>

<p>Etapa 4</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Requer que o educador planeje atividades que demandam um conhecimento mais amplo dos estudantes e com um maior nível de complexidade, para que possa auxiliar na ocorrência da diferenciação progressiva.</p>	<p>A lista de exercícios desta etapa apresenta um grau de complexidade maior que os das etapas anteriores da UEPS, para tanto será utilizada a estratégia cooperativa de aprendizagem ativa denominada <i>In-class exercises</i> (Exercícios em sala de aula).</p>
<p>Etapa 5</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes em uma nova apresentação em nível mais alto de complexidade, promovendo a chamada reconciliação integradora.</p>	<p>Para o desenvolvimento da aula, será utilizada a estratégia de aprendizagem ativa conhecida por <i>Thinking-aloud pair problem solving</i> (TAPPS) (resolução em voz alta de problemas em pares).</p>
<p>Etapa 6</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Retoma-se conceitos gerais e relevantes novamente por meio de uma perspectiva integradora</p>	<p>Através da estratégia de aprendizagem ativa denominada Sala de Aula Invertida os alunos irão retomar conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações.</p>
<p>Etapa 7</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Avaliação da aprendizagem dos estudantes sobre frações e suas aplicações através do desenvolvimento da UEPS</p>	<p>Avaliação final e elaboração de novos mapas conceituais</p>
<p>Etapa 8</p> <p>3 períodos (50 min cada um)</p>	<p>Avaliação da UEPS</p>	<p>Autoavaliação</p>

Fonte: Autora (2023)

O planejamento deve partir da realidade concreta, tanto dos sujeitos, quanto do objeto de conhecimento e do contexto em que se dá a ação pedagógica (Vasconcellos, 2000, p.106).

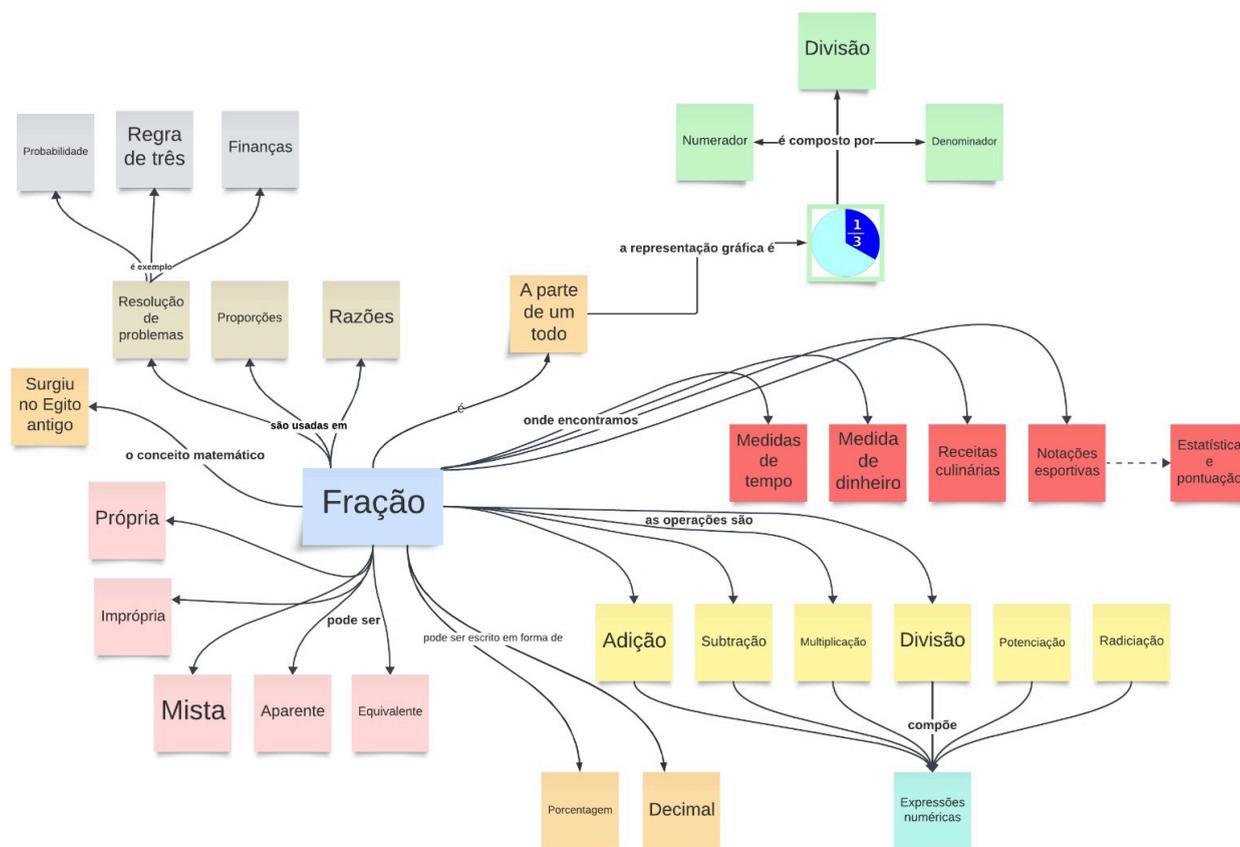
Ao planejar, o professor deve considerar a realidade na qual os estudantes estão inseridos, identificar conhecimentos prévios acerca de um determinado assunto, verificar quais são os recursos didáticos disponíveis, organizar a distribuição do tempo para o desenvolvimento de cada objeto de conhecimento, listar os resultados de aprendizagem esperados, e, de posse dessas informações, sistematizar ações que favoreçam a construção de conhecimentos dos estudantes durante o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem.

À luz das considerações até aqui elencadas sobre o planejamento dos processos de ensino e de aprendizagem, foi organizada uma sequência didática que se encontra completa no Apêndice A, sobre o estudo das frações.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, são analisados os dados e apresentadas as principais evidências de que a UEPS favoreceu a ocorrência da aprendizagem significativa dos estudantes que participaram da sua aplicação. São consideradas as análises dos dados oriundos das avaliações diagnósticas, dos mapas conceituais, dos exercícios desenvolvidos por meio das estratégias de aprendizagem ativa, autoavaliação assim como todos os registros realizados pela pesquisadora durante a realização da UEPS.

Figura 3 - Mapa Conceitual sobre Frações



Fonte: Autora (2023)

A Figura 3 representa o mapa conceitual elaborado pela pesquisadora, onde identifica-se os conceitos-chave, as palavras de ligação, um alto grau de ramificação, vários níveis de hierarquia, assim como ligações cruzadas com conteúdos onde o conhecimento de fração se torna fundamental, sem explicações longas. Este foi utilizado também para auxiliar na análise dos mapas elaborados pelas estudantes durante a realização da UEPS.

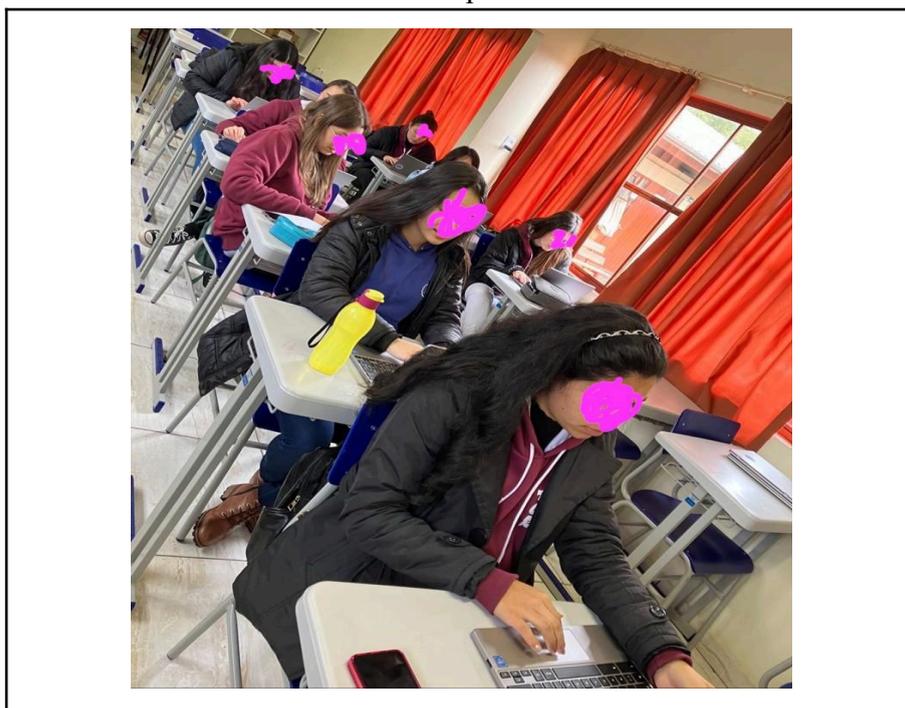
4.1 AULA 1 - ETAPA 1 DA UEPS

Na aula 1, inicialmente, a pesquisadora realizou a explanação a respeito dos aspectos éticos da pesquisa, reforçando que, concomitante ao desenvolvimento das aulas, haveria também a coleta de dados que permitiria verificar se as estratégias de ensino e de aprendizagem a serem utilizadas contribuíram para o desenvolvimento do conteúdo das frações, às estudantes participantes do terceiro ano do Curso Normal.

A primeira etapa da aplicação da sequência didática, foi caracterizada pela problematização inicial, conduzida pela exposição dialogada, tendo em vista que só de mencionar que iríamos trabalhar frações já surgiu um certo temor, sendo possível identificar que a grande maioria das alunas não possuíam muito conhecimento sobre o assunto.

A partir deste momento foi solicitado às alunas que elaborassem uma mapa conceitual sobre frações, sem grandes esclarecimentos anteriores (Figura 4). As estudantes utilizaram chromebooks, e a ferramenta canva, de forma gratuita para a confecção de mapas conceituais.

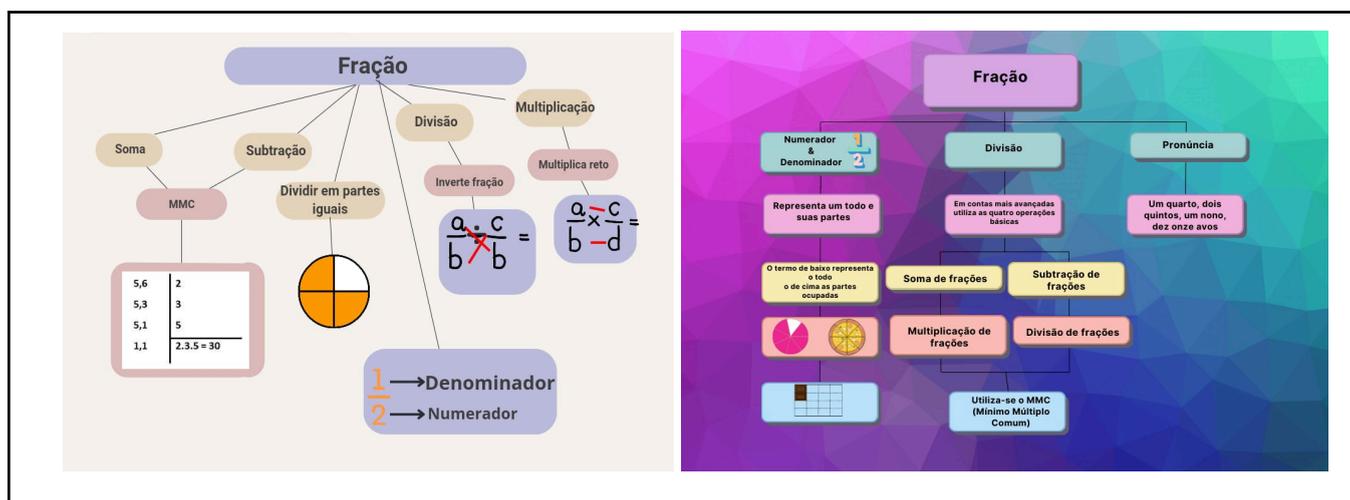
Figura 4 - Estudantes elaborando os mapas conceituais iniciais na sala de aula.



Fonte: Autora (2023)

Esta aula teve como objetivo identificar os conhecimentos prévios (subsunçores) dos estudantes sobre frações, sua origem, conceito e aplicações no cotidiano, conforme consta no Apêndice A. Os mapas iniciais de todas as alunas encontram-se no Apêndice B.

Figura 5 - Mapa Conceitual elaborado pelas estudantes 7 e 4.



Fonte: Autora (2023)

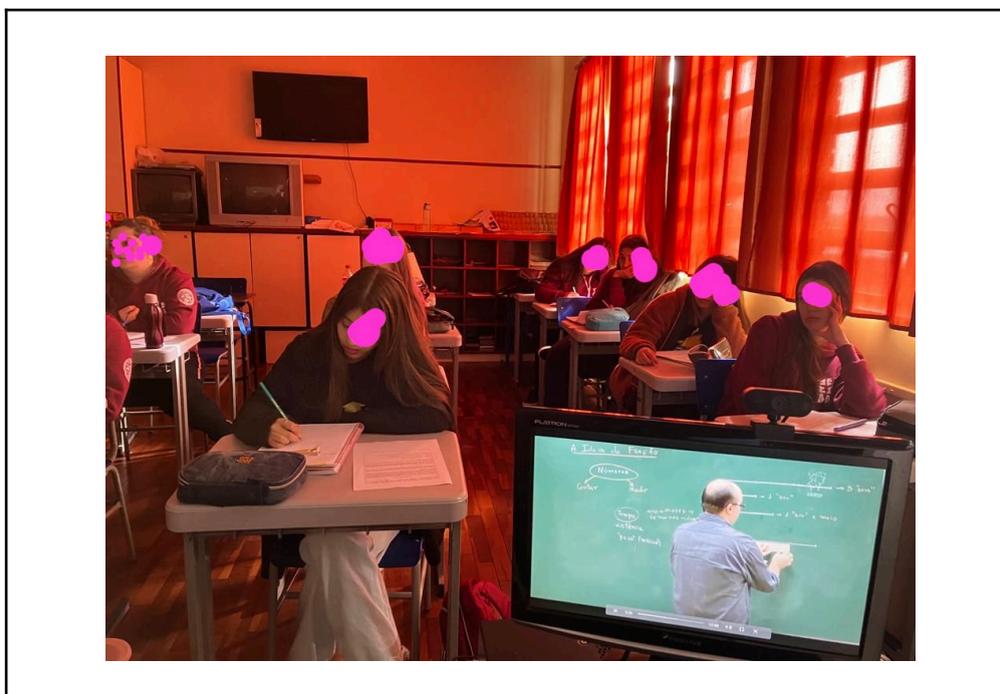
Na Figura 5, é possível observar que nos mapas conceituais iniciais há predomínio de explicações longas em lugar de conceitos-chave, não há presenças de palavras de ligação e o grau de ramificação é baixo o que leva esses mapas de acordo com a taxonomia topológica (Quadro 3) a serem classificados como mapas de nível 1.

Para fomentar a problematização inicial, dinamizar e tornar a aula mais interessante, favorecendo a compreensão dos conceitos apresentados, foram utilizados recursos audiovisuais, como vídeos, sobre a origem e o conceito das frações, onde os estudantes tiveram a oportunidade de compreender estes conteúdos de forma contextualizada, percebendo a importância que a Matemática, sua compreensão e aplicação, desempenha na sociedade desde a antiguidade.

Os vídeos⁴ foram intercalados por reflexões que despertaram o interesse e o envolvimento dos estudantes nas discussões, que além de expressarem suas ideias, obtiveram da pesquisadora informações importantes a respeito das diversas competências matemáticas, sobre o conceito das frações e suas implicações na formação para a cidadania dos concluintes do Curso Normal, futuras professoras.

⁴ <https://youtu.be/i1OdES3Y14s> Disponível no portal da Matemática Obmep - Introdução às Frações
Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=saVvNA1UyV0>
Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=RNLyOp5hc20>

Figura 6 - Estudantes assistindo aos vídeos disponibilizados pela pesquisadora



Fonte: Autora (2023)

Os estudantes relembrou e relataram situações do seu cotidiano em que foi possível observar o uso das frações no seu dia a dia, surpreenderam-se com a origem das frações demonstradas nos vídeos fornecidos, com a parte histórica, relatando a importância de fazer associação para que a aprendizagem seja de fato significativa e duradoura, sempre ancorada em conhecimentos prévios. Esta reflexão sobre o conceito de frações, foi sistematizada em forma de mapa conceitual, conforme proposta das etapas 2 e 7 da UEPS. A pesquisadora solicitou que os mapas conceituais fossem desenvolvidos em softwares próprios para este fim. Em função disso, os estudantes tiveram a oportunidade de utilizar ferramentas tecnológicas, muitas pela primeira vez, e apresentaram um bom domínio e conhecimento destas. Nesse sentido, a BNCC contempla o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas ao uso crítico e responsável das tecnologias digitais tanto de forma transversal presentes em todas as áreas do conhecimento e destacadas em diversas competências e habilidades com objetos de aprendizagem variados quanto de forma direcionada tendo como fim o desenvolvimento de competências relacionadas ao próprio uso das tecnologias, recursos e linguagens digitais. Sendo assim os resultados de aprendizagem

foram alcançados e identificadas algumas dificuldades e potencialidades a serem desenvolvidas na sequência da UEPS.

De acordo com Ausubel (apud Moreira, 2010), a disposição do estudante para aprender é uma das condições que favorecem a ocorrência da aprendizagem significativa, ou seja, os estudantes devem manifestar disposição para relacionar, diferenciando e integrando o novo conceito com seus subsunçores, atribuindo e agregando novos significados a estes conhecimentos.

As situações relatadas pelos estudantes e pela pesquisadora tornaram a aula descontraída, contribuindo para a participação ativa dos estudantes, gerando reflexões, diversos questionamentos, troca de ideias e aprendizado.

Assim, os estudantes demonstraram indícios da realização do que Ausubel denominou de princípio da assimilação, ou seja, os estudantes estavam relacionando as novas informações e aprendizados da aula com conhecimentos já existentes em sua estrutura cognitiva, contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade dos subsunçores preexistentes dessa estrutura (Moreira, 2016).

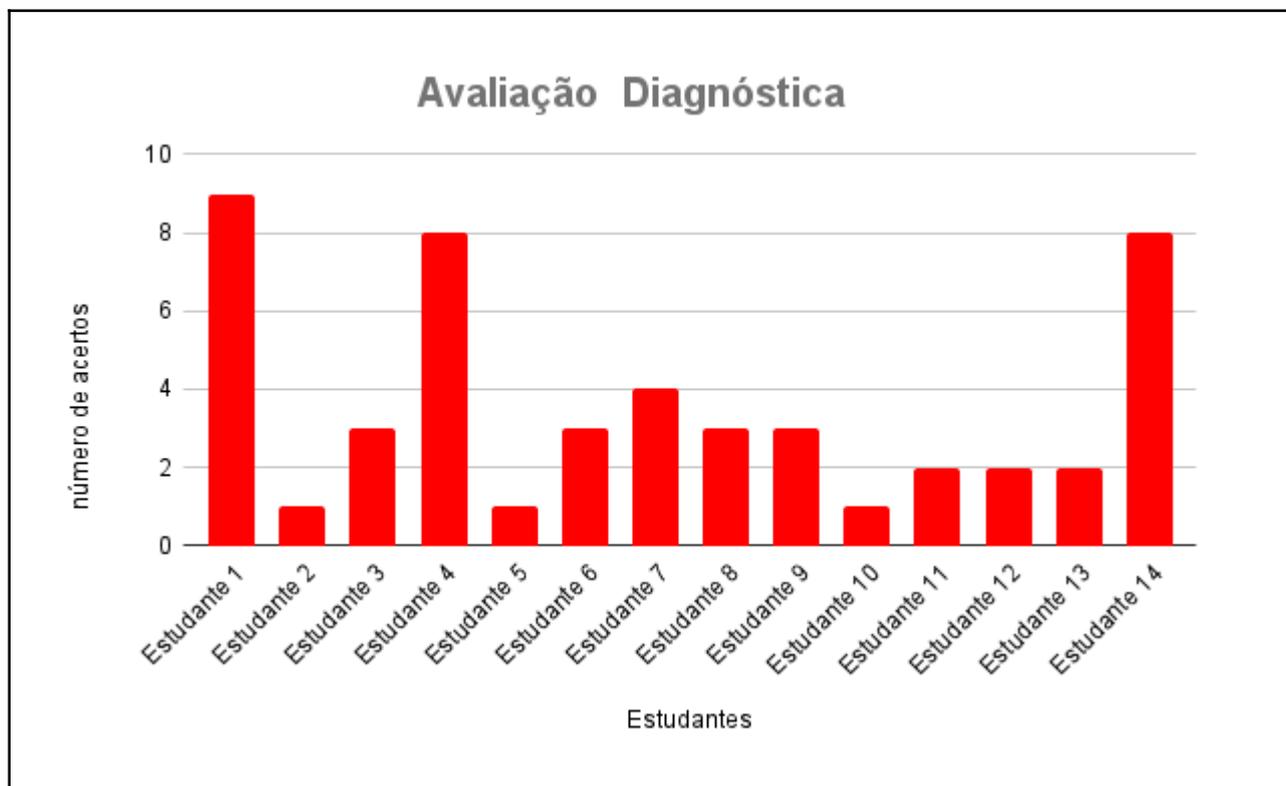
4.2 AULA 2 - ETAPA 2 DA UEPS

A avaliação deve ser utilizada desde o início da construção de um currículo por meio da identificação dos subsunçores para aquele determinado conteúdo a ser introduzido através de uma avaliação diagnóstica, para perceber se os alunos possuem esses conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem significativa (Moreira, 2013).

A partir disso, é possível pensar em organizadores prévios que auxiliarão, progressivamente, na consolidação da aprendizagem, pautada no uso de materiais educativos diversificados. Tal premissa pautou o início das atividades avaliativas, para a etapa 2 da UEPS, tendo como proposta o uso de uma avaliação diagnóstica (apêndice A) para identificar as necessidades individuais dos alunos e o conhecimento prévio acerca das temáticas a serem trabalhadas.

A avaliação foi realizada de forma impressa com questões de múltiplas escolhas e questões com desenvolvimento descritivo, contendo questões de nível fácil, médio e difícil.

Figura 7 - Resultado da avaliação diagnóstica inicial sobre frações



Fonte: Autora (2023)

Na avaliação diagnóstica que continha dez questões (Apêndice A) todas as alunas responderam as dez questões, sem deixar nenhuma em branco, percebeu-se também que a questão número um foi desenvolvida corretamente por todos os alunos envolvidos. Aqui vale ressaltar que as questões foram todas problematizadas e não somente aplicação de fórmulas. Todas as questões foram respondidas corretamente por pelo menos um estudante, a questão número oito letra C foi onde somente uma aluna respondeu corretamente, observando-se assim uma dificuldade neste tipo de questão, onde nas próximas etapas foi procurado sanar essas dúvidas e desenvolver a capacidades de raciocínio lógico nestas questões abordadas.

Ao introduzir um novo conceito em sala de aula precisamos ter ciência quais saberes prévios que os alunos carregam consigo, entendendo que nesse espaço a interação professor-aluno deve ocorrer de maneira dialógica e movida por perguntas/questionamentos que levem a uma aprendizagem significativa (Moreira, 2006). Na perspectiva da TAS, esse conhecimento novo deve ser percebido pelos alunos como uma nova forma de se comunicar, ou seja, uma nova linguagem (Moreira, 2006; 2013). Entende-se que a interação entre aprendiz e docente facilita a mediação para se atribuir significado ao novo, bem como a diversificação de materiais instrucionais nesse processo é salutar para instigar a aprendizagem. Contudo, nas próximas etapas

desenvolvidas pela UEPS, fez-se o uso de estratégias de aprendizagem ativa para uma melhor construção do conhecimento.

4.3 AULA 3 - ETAPA 3 DA UEPS

Encarar a aprendizagem como processual é salutar para pensar em todas as etapas de construção do conhecimento, levando em conta a interação entre alunos, as características individuais e as estratégias necessárias para construção dos novos significados. Nesta etapa para o desenvolvimento da aula, foi utilizada a estratégia de discussão cooperativa de aprendizagem conhecida como Think-Pair-Share (TPS) (Pense-discuta com um colega-compartilhe com o grande grupo). A TPS é organizada em três etapas de ação do estudante (Elmôr-Filho et al., 2019, p. 83). Nesta aula foi sem dúvida alcançado todos os resultados pretendidos. Os estudantes criaram as suas próprias unidades de medidas, elaboraram cartazes para explicar aos seus colegas, gravaram vídeos relacionando as frações de hoje com o antigo Egito.

O questionamento inicial teve como objetivo construir conhecimentos sobre frações com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico, a argumentação, o trabalho em grupo e a comunicação oral e escrita. O questionamento completo desta etapa encontra-se no Apêndice A.

NO EGITO ANTIGO...

O faraó Sesóstris repartiu todo o Egito entre os egípcios e deu a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de que os egípcios pagassem um certo tributo por ano. Sendo ele um faraó justo, comunicou aos súditos que se a porção de terra fosse diminuída pelo Rio Nilo, era necessário procurar o faraó e lhe expor o que tinha acontecido a sua terra. Seriam enviados medidores ao local para medir a terra a fim de saber de quanto ela estava diminuída e, portanto, revisar o valor do tributo a ser pago, conforme o que tivesse restado de terra não inundada.

Como realizar a distribuição da terra entre as famílias numa época em que não se conhecia os instrumentos de medidas que temos hoje? Criem um instrumento de medida que vocês acreditam fosse adequado para fazer a divisão das terras egípcias.

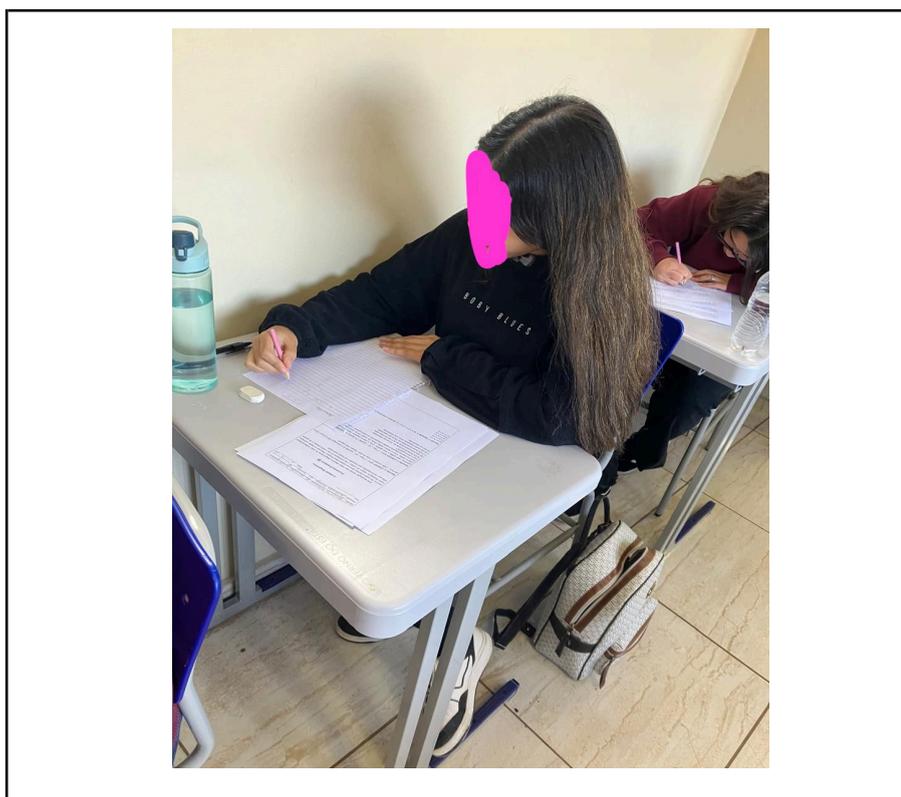
O problema não termina aí...

No ano de 1852 a.C., algumas famílias egípcias tiveram sua porção de terra reduzida devido à cheia do Rio Nilo. Assim, solicitaram ao faraó Sesóstris que enviasse medidores ao local para que pudessem fazer o pagamento dos tributos de forma justa, conforme o que tivesse ficado de terra.

Com o instrumento de medida criado pelo seu grupo, como representar a terra que ficou após a cheia do rio Nilo?

Foi estipulado um tempo de aproximadamente dez minutos para que os estudantes pudessem pensar em possíveis soluções para o desafio de forma individual (Figura 8). Após o término do tempo, o professor pediu aos estudantes que se organizassem em duplas. Foram formadas 7 duplas. Após a organização, o professor solicitou aos estudantes que discutissem entre as duplas as estratégias e formas de resolver o problema com o intuito de colocar a mão na massa, utilizando materiais concretos como recursos (Figura 9). Em seguida, eles deveriam chegar a uma única solução para o problema e posteriormente apresentar e compartilhar com os demais colegas da turma.

Figura 8 - Momento em que cada estudante pensa na questão da TPS individualmente



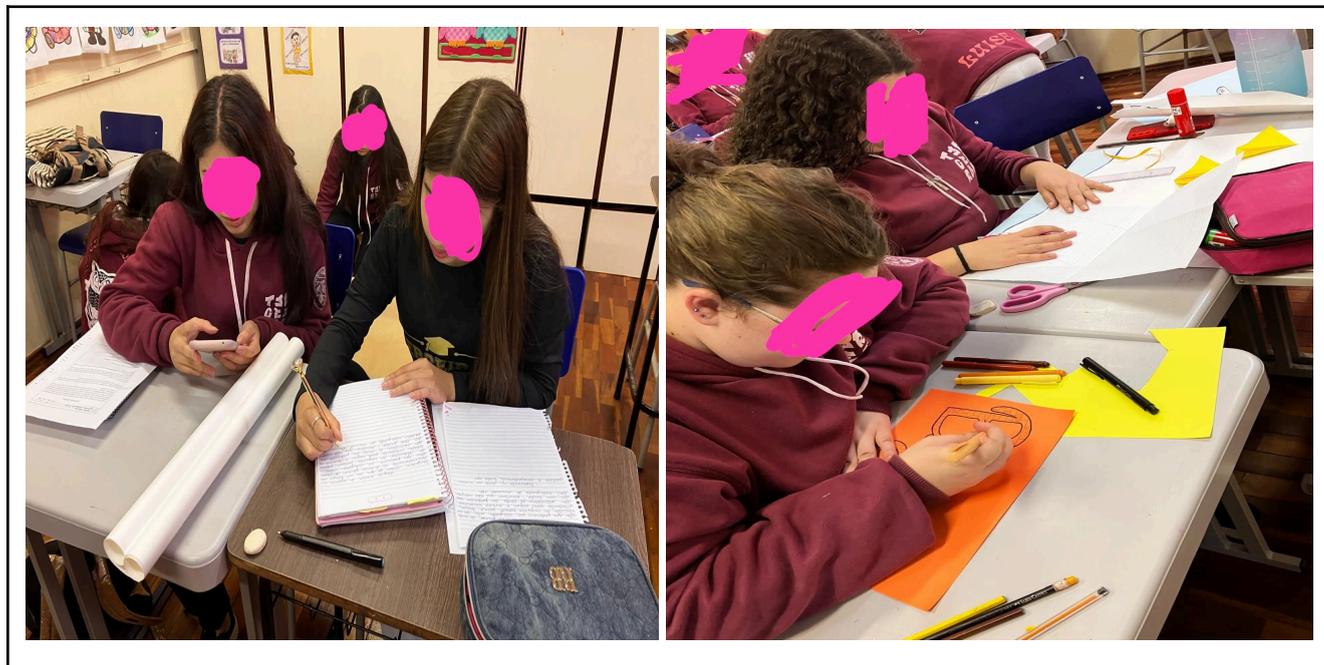
Fonte: Autora (2023)

Após o término do tempo estimado para a resolução da questão por parte das duplas, o professor conversou com os estudantes a respeito de como foi realizada a discussão e a interação entre eles, buscando explicar aos estudantes que essa é uma das premissas das estratégias de aprendizagem ativa, colhendo informações, estando aberto ao diálogo, à troca de ideias e capacidade de resolução de problemas em grupo ou individualmente. A partir deste momento os estudantes foram em busca de materiais concretos, onde o aluno possa visualizar os conceitos de fração linkados com a história através da necessidade do seu cotidiano (Figura 9).

Essa interação de conhecimentos em que se fundamenta a aprendizagem significativa é mediada por uma tarefa – a estratégia didática utilizada – que busca estabelecer relações de sentido da nova informação com os subsunçores do estudante (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980; Ausubel, 2003; Moreira, 1997). Em outras palavras, o estudante precisa ter motivação e a intenção de aprender,

mobilizando-se mentalmente e aumentando seu nível de atenção. De acordo com Ausubel (2003, p. 196), é, pois, “necessário um determinado grau mínimo de atenção para que ocorra a aprendizagem significativa, seguida de intenção explícita de aprendizagem e de recordações significativas”.

Figura 9 - Momento em que as duplas estão discutindo a questão da TPS



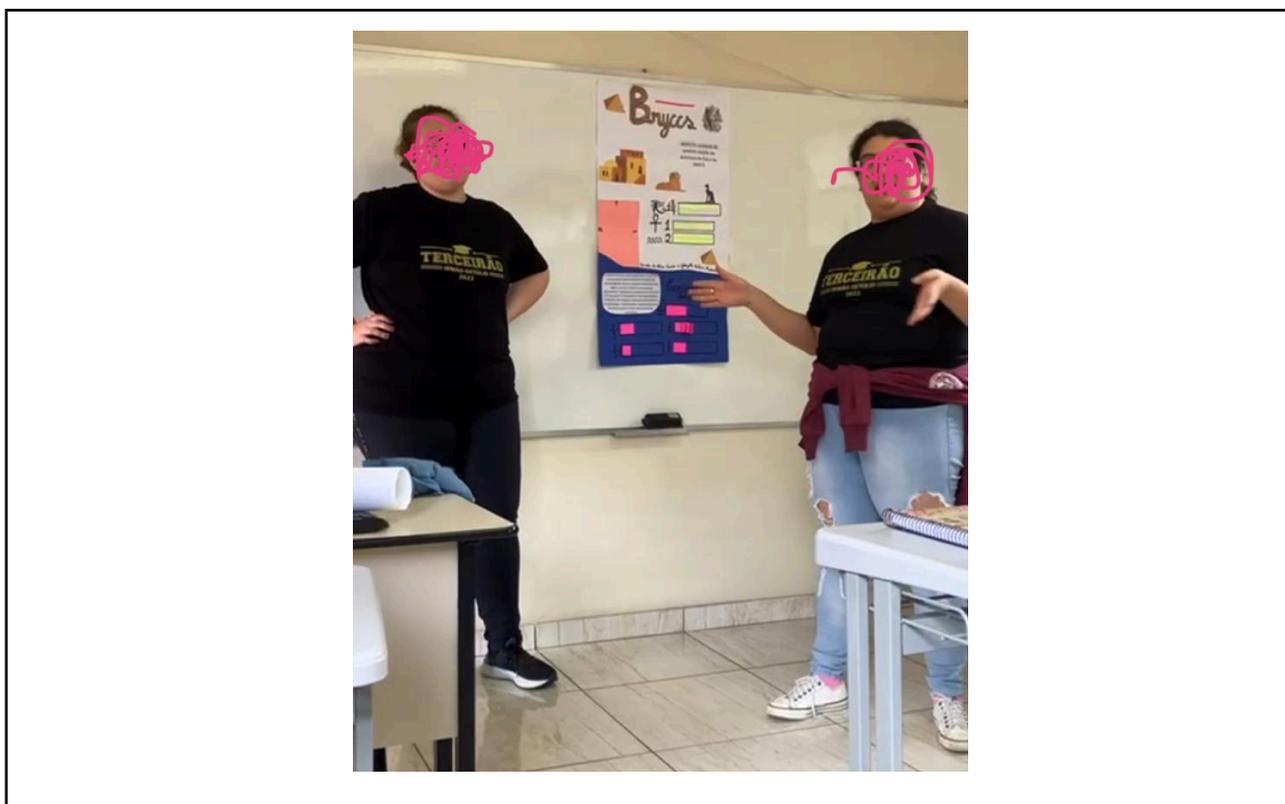
Fonte: Autora (2023)

Na sequência, a pesquisadora solicitou para as duplas que desenvolvessem um cartaz para explicar como seria a sua unidade de medida para resolver o problema das enchentes do rio do Nilo. Desenvolvendo também assim vídeos explicativos para compartilharem com os demais colegas. No vídeo⁵ explicativo as alunas desenvolveram a cooperação, o trabalho de equipe, a autonomia, assim como o senso crítico e a argumentação.

⁵ Arquivo do vídeo encontra-se em:

https://drive.google.com/file/d/1--h_F6tgTEKP0PG94jCPH0Qo1JSrz1YS/view?usp=sharing

Figura 10 - Momento em que os estudantes compartilham suas respostas com o grande grupo



Fonte: Autora (2023)

Na sequência, a pesquisadora realizou intervenções para esclarecer as dúvidas e complementar as possíveis respostas do problema em questão. A organização sequencial potencializa o ensino, pois os conceitos expostos inicialmente, se compreendidos e consolidados na estrutura cognitiva, tornam-se conhecimentos prévios para a construção de novos significados (Moreira 1997; Ausubel, 2003). Nesse processo proporciona-se um avanço gradativo em nível de especificidade e de compreensão, permitindo “[...] que cada progresso alcançado na aprendizagem sirva como uma base apropriada e uma função de ancoragem para a aprendizagem e a retenção de itens subsequentes na sequência ordenada” (Ausubel, 2003, p. 171).

4.4 AULA 4 - ETAPA 4 DA UEPS

Na quarta etapa a pesquisadora iniciou a aula solicitando aos estudantes que se organizassem

em grupos de dois membros, para resolver a lista de exercícios. Todos os membros do grupo deverão fazer o registro das resoluções no caderno, estratégia de aprendizagem ativa adotada para a atividade foi a *In-class exercises* (Figura 11).

Figura 11 - Momento em que os grupos resolvem os exercícios da *In-class exercises*

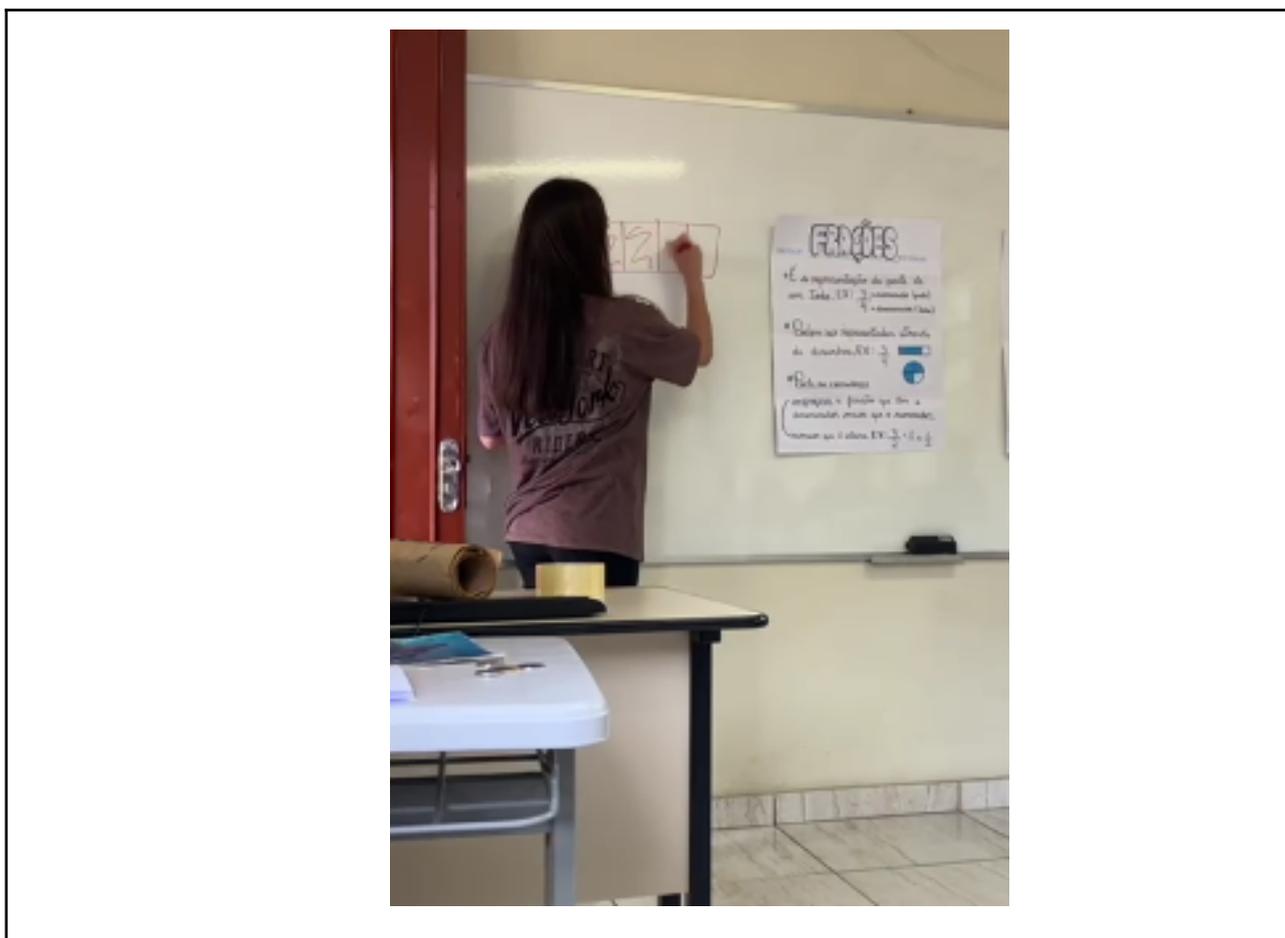


Fonte: Autora (2023)

Observou-se que o professor não interveio na escolha dos grupos, ou seja, os estudantes tiveram a liberdade de escolher com quem iriam trabalhar. As estudantes se mostraram bastante motivadas com a proposta. Demonstraram seus conhecimentos sobre frações com motivação, autonomia, trabalho em grupo, comunicação oral e escrita. Aprofundando os conhecimentos em frações e estratégias de aprendizagem para a resolução das questões avaliativas.

O planejamento de um material potencialmente significativo não é tarefa simples ao professor, pois este deve atentar a certas características importantes a contemplar, no planejamento de um material potencialmente significativo, como da diferenciação progressiva, da reconciliação integradora, da organização sequencial e da consolidação. (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980; Moreira, 1997; Ausubel, 2003). A diferenciação progressiva faz “[...] parte do processo da aprendizagem significativa, da retenção e da organização que resulta numa elaboração hierárquica ulterior de conceitos ou proposições na estrutura cognitiva do ‘topo para baixo’” (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p. 523).

Figura 12 - Momento em que o estudante vai ao quadro apresentar a solução do exercício resolvido pelo seu grupo



Fonte: Autora (2023)

Além disso, o problema precisa cumprir a sua função pedagógica: de ponte cognitiva entre o que o estudante sabe e o que precisa saber. Sendo assim, o professor precisa elaborar situações que envolvam conhecimentos não triviais e nem mesmo impossíveis de serem compreendidos, possibilitando que os estudantes utilizem conhecimentos prévios para promoverem a interação com as novas informações expostas no problema (Allevato; Onuchic, 2014). Essas circunstâncias dificultam a elaboração de uma situação que se efetive como um problema para uma turma, pois o estudante pode compreendê-lo como um exercício ou um problema, isso depende do conhecimento e do interesse do estudante sobre os conhecimentos envolvidos no problema (Pozo; Angón, 1998).

Portanto pode-se identificar que os resultados de aprendizagem foram alcançados, pois as

alunas desenvolveram a interpretação, o senso crítico, argumentação, relembrou o assunto estudado na aula anterior, compreenderam por que determinado resultado pode estar errado, e fizeram registros escritos da tarefa realizada.

4.5 AULA 5 - ETAPA 5 DA UEPS

No quinto encontro, deu-se continuidade à UEPS com o estudo das frações mais uma vez de acordo com a orientação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Para tanto foi utilizado a estratégia de aprendizagem ativa conhecida por *Thinking-aloud pair problem solving* (TAPPS) (resolução em voz alta de problemas em pares). Trata-se de uma estratégia na qual os estudantes resolvem problemas em duplas. Um dos estudantes da dupla deve explicar o problema ao colega, procurando esclarecer todas as etapas da resolução. Os componentes de cada dupla, em sistema de revezamento, vão alternando seus papéis, até que todos os problemas propostos pelo professor sejam solucionados. Os principais objetivos desta estratégia são a prática de expressar o pensamento em voz alta, com ênfase na resolução de problemas, e a oportunidade para que os estudantes identifiquem possíveis erros de lógica e de raciocínio no processo da resolução. Tal prática veio contribuir muito para os estudantes em questão, pois estes estão na última etapa de conclusão do Curso Normal.

Figura 13 - Momento em que os grupos resolvem os exercícios em duplas

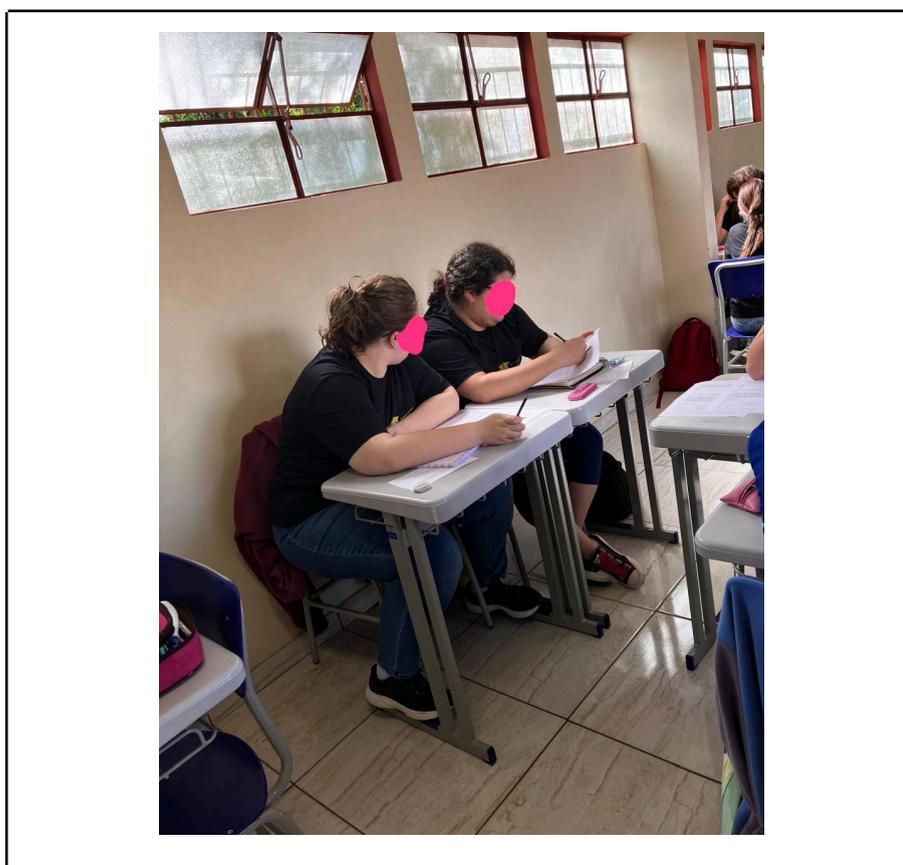


Fonte: Autora (2023)

A reconciliação integradora é a “[...] parte do processo da aprendizagem significativa que resulta na delineação explícita de semelhanças e diferenças entre ideias relacionadas” (Ausubel;

Novak; Hanesian, 1980, p. 526). Esse princípio promove a compreensão de diferenças, semelhanças ou de concepções errôneas, do novo conhecimento em relação aos prévios (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980; Ausubel, 2003; Moreira; Masini, 2006; Moreira, 1997, 2008a). Sendo assim, a reconciliação integradora tem a função de qualificar os conhecimentos prévios, ao unificar os conceitos semelhantes na estrutura cognitiva, permitindo a construção de significados mais específicos e abrangentes; e reconciliar inconsistências reais ou aparentes estabelecidas pela interação entre os conhecimentos dos estudantes (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980; Ausubel, 2003; Moreira; Masini, 2006; Moreira, 2008a), tornando assim aprendizagem significativa e duradoura.

Figura 14 - Momento em que uma colega explica suas resoluções para a outra.



Fonte: Autora (2023)

Nesta etapa da UEPS, é possível identificar que um problema desafia e promove a ação cognitiva do estudante sobre os conceitos matemáticos – o processo de construção de significados – e sobre as estratégias para solucionar o problema. As atividades desenvolvidas até o momento proporcionam ao estudante o sentimento de que é capaz de aprender matemática, aumentando a sua confiança e autoestima. Quanto ao papel do professor, este precisa planejar diferentes estratégias de resolução para diferentes problemas, reconstruindo conhecimentos e construindo novos significados formalizando conceitos que após a resolução do problema faz mais sentido, pois o estudante pode analisar e verificar os significados construídos durante a atividade.

No final desta etapa foi disponibilizado no classroom vídeos, e livros para leitura caracterizado a pré aula da estratégia para a sala de aula invertida.

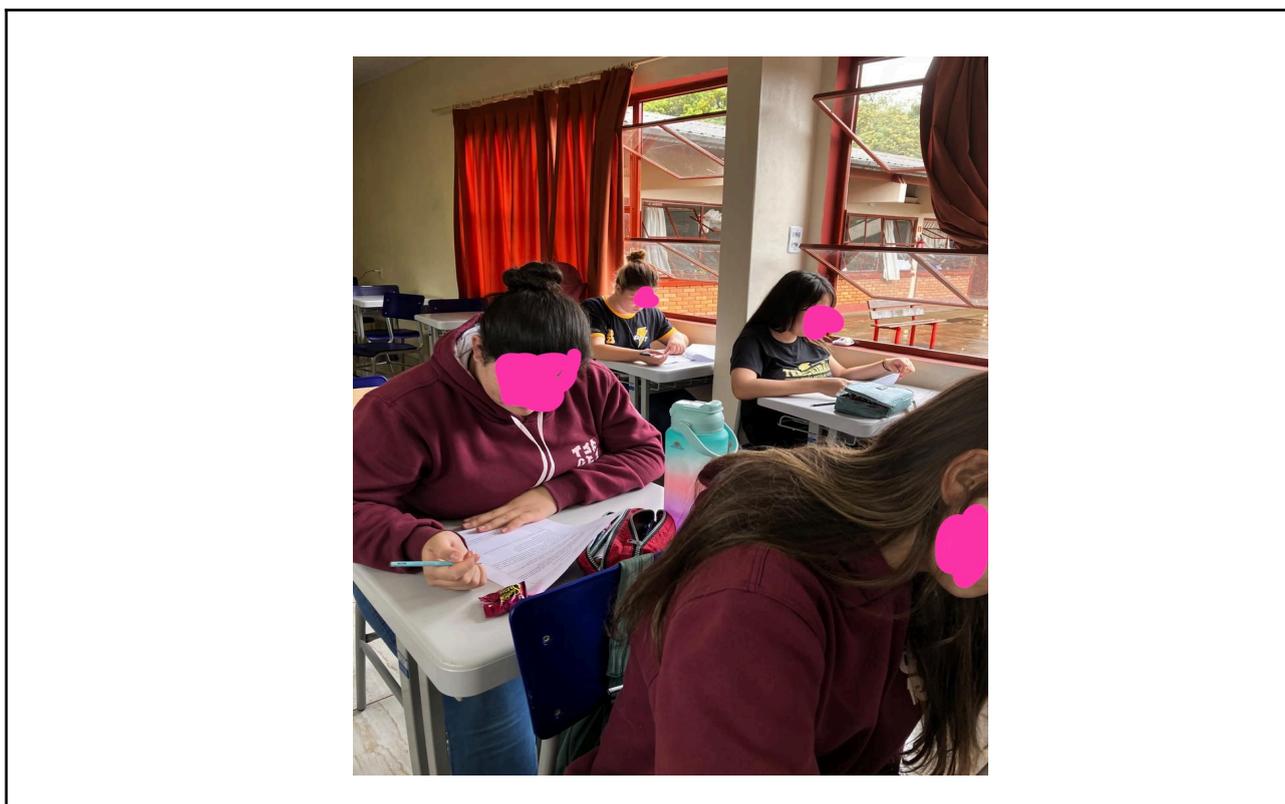
4.6 AULA 6 - ETAPA 6 DA UEPS

Nesta etapa, foi retomado o conceito de frações por meio de uma perspectiva integradora, pois foi percebido que alguns alunos ainda possuem dificuldades em conceitos básicos de frações, identificado pelas etapas anteriores já desenvolvidas. O desenvolvimento das competências de raciocinar, representar, comunicar e argumentar não ocorre de forma isolada. À vista disso, para desenvolver as competências relacionadas a raciocinar, a BNCC nos esclarece que “[...] em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado” (Brasil, 2018c, p. 529). É importante destacar que o raciocínio matemático se apoia nos diferentes tipos de representações. A articulação entre as habilidades e as competências de raciocinar e representar são essenciais para o aprendizado da Matemática.

A reconciliação integradora mostra pontos em que as novas ideias apresentam similaridade ou diferenças das que já estão ancoradas na estrutura cognitiva, e as explora. As situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora.” (Moreira, 2011, p.4)

A abordagem pedagógica da sala de aula invertida foi utilizada para desenvolver essa fase da pesquisa, com foco voltado à aula expositiva e dialogada sobre os conceitos estudados em casa (pré-aula). Os estudantes compartilharam as descobertas obtidas por meio do estudo com seus colegas e com o professor, esclarecendo as dúvidas que porventura tenham surgido, visando a interação ativa de todos os envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem. Os exercícios que foram resolvidos durante o Momento Aula são exercícios do livro didático *Apoema Matemática* para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Figura 15 - Estudantes resolvendo exercícios de forma individual no momento da aula



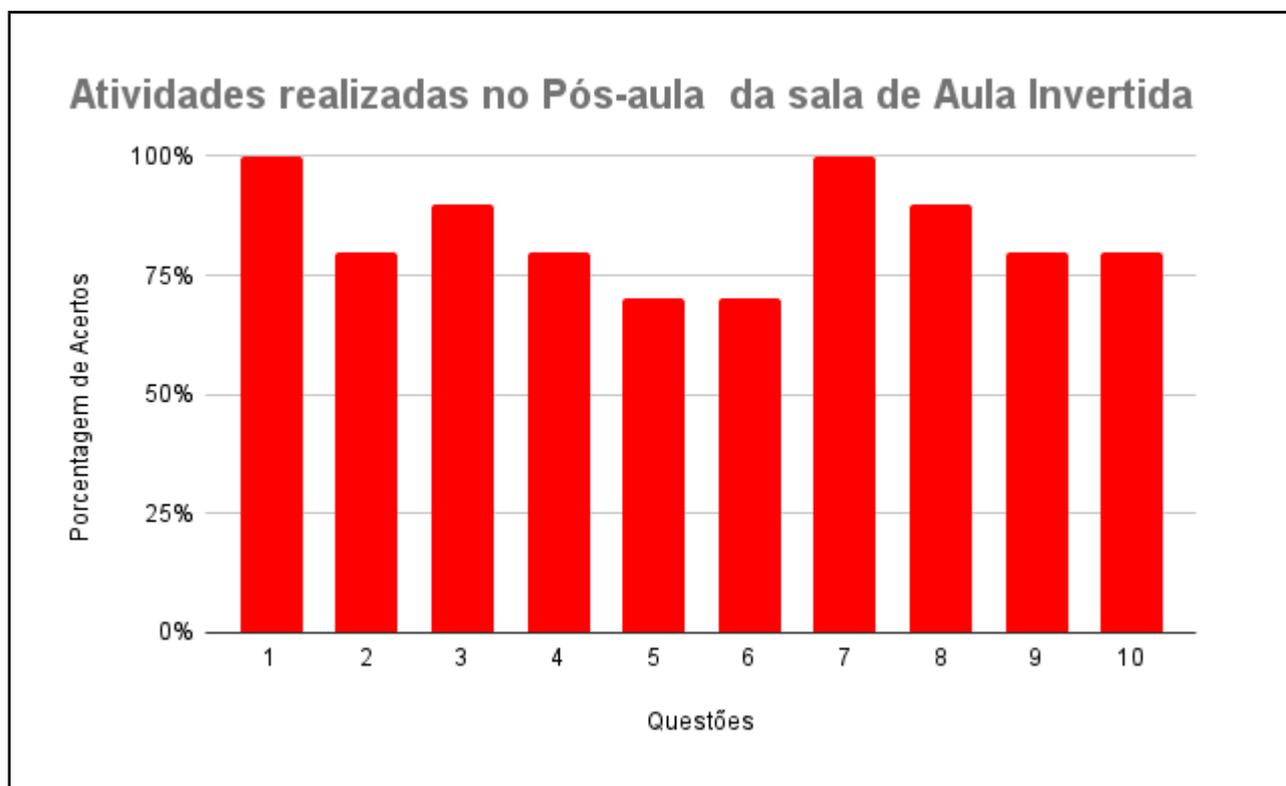
Fonte: Autora (2023)

Segundo a BNCC, uma das competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental é reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. Portanto, foi observado um grande empenho na realização das atividades propostas pelo grupo de estudantes, pois só há aprendizagem se o aprendiz está disposto a aprender.

Os estudantes que participaram receberam a informação de que foram avaliados durante todo o desenvolvimento da aula, considerando a participação, o empenho e as contribuições de cada um no que se refere às operações com frações. Os questionamentos ao final da aula, assim como os exercícios que foram resolvidos no momento da Pós-aula, também foram avaliados e posteriormente

corrigidos. Sendo assim, ocorrendo uma aprendizagem efetiva como podemos observar no gráfico da Figura 16.

Figura 16 - Gráfico sobre as atividades realizadas no pós aula da sala de aula invertida.



Fonte: Autora (2023)

Como pode ser observado claramente no gráfico (Figura 15), os estudantes obtiveram um desempenho satisfatório na realização das atividades propostas (Apêndice A), tendo em vista, que a maioria atingiu mais de 75% dos acertos nas questões propostas. Sendo assim identifica-se que há evidências da ocorrência de uma aprendizagem significativa e eficaz.

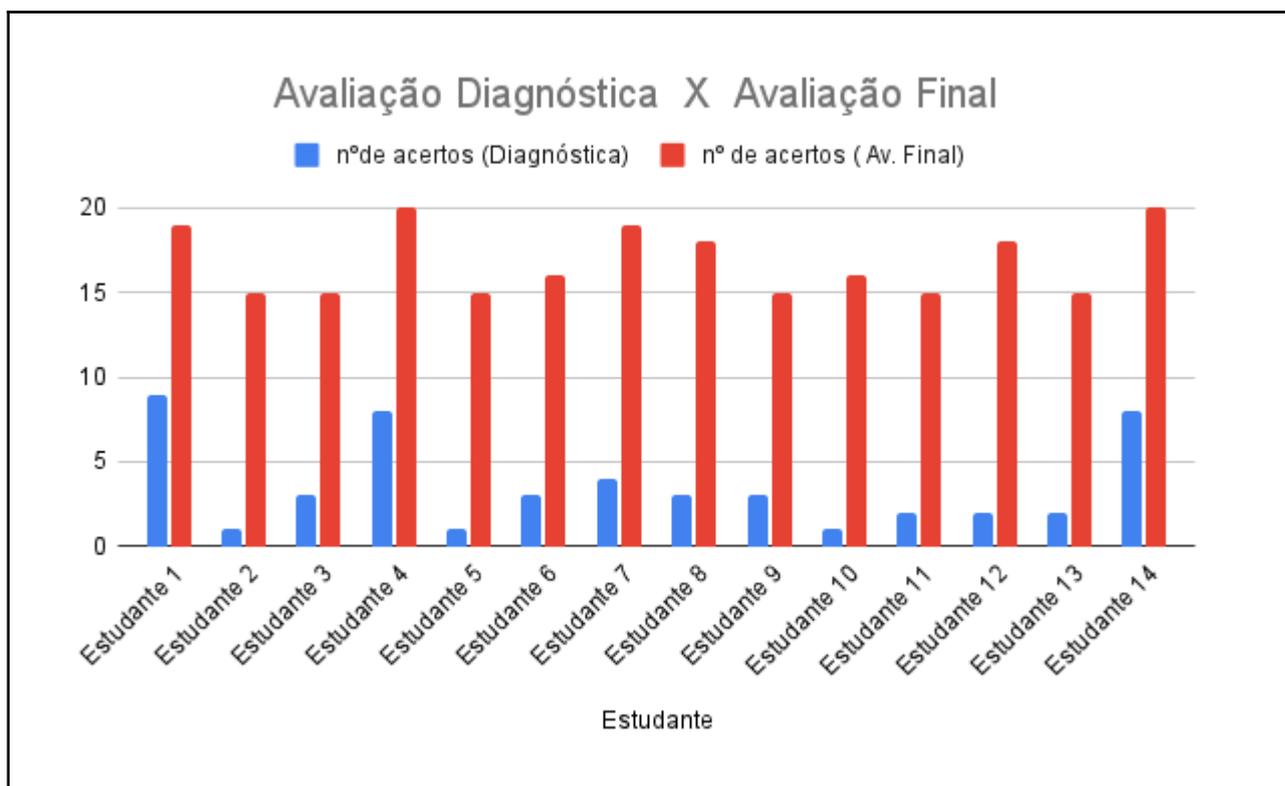
4.7 AULA 7 - ETAPA DA UEPS

A avaliação da aprendizagem foi realizada em vários momentos, utilizando diferentes instrumentos de avaliação, assim como diversas estratégias de aprendizagem ativa. Foram realizados registros das participações e das contribuições dos estudantes em relação ao grau de compreensão dos modelos explicativos e das ações para intervir nas situações-problema. Além desses registros, na finalização do sétimo encontro, foi realizada uma avaliação final individual, que continha questões realizadas na avaliação diagnóstica, e também atividades mais complexas desenvolvidas pelos

estudantes ao longo das demais etapas da UEPS, além de novos mapas conceituais produzidos pelos estudantes, com o intuito de verificar a consolidação da aprendizagem significativa e duradoura.

No gráfico da Figura 17, são apresentados os resultados da avaliação diagnóstica e da avaliação final dos quatorze estudantes que concluíram todas as atividades propostas.

Figura 17 - Resultado da avaliação Diagnóstica e Final sobre Frações.



Fonte: Autora (2023)

As evidências de ocorrência da aprendizagem significativa, se revelam na análise comparativa da avaliação diagnóstica e avaliação final (Figura 17). Observou-se que houve uma grande evolução, no que tange a resolução de problemas, por parte das estudantes participantes.

No que tange à competência e à habilidade de representar a BNCC estabelece que na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio (Brasil, 2018c, p. 529).

Segundo Moreira (2012), os mapas conceituais podem ser usados como instrumento de avaliação da aprendizagem para obter uma visualização da organização conceitual que o aprendiz atribui a um conhecimento, assim como um recurso para obter evidências de aprendizagem. “O que o aluno apresenta é o seu mapa e o importante não é se esse mapa está certo ou não, mas sim se ele dá evidências de que o aluno está aprendendo significativamente o conteúdo” (Moreira, 2012, p.7).

Os mapas conceituais iniciais e finais foram utilizados, respectivamente, para a identificação de subsunçores, já iniciada com a avaliação diagnóstica, e para evidenciar conhecimentos construídos pelos estudantes ao longo da aplicação da UEPS. Isto é possível observar através do número de ramificações e da qualidade como os conceitos são apresentados. Ou seja, um mapa pode apresentar apenas conceitos relevantes, interligados ou não, bem como apresentá-los com as respectivas definições, que podem estar corretas, parcialmente corretas ou incorretas. Todas estas possibilidades são analisadas e classificadas de formas diferentes.

O mapa conceitual desenvolvido pela pesquisadora (Figura 3) foi essencial como referencial para a análise dos mapas finais desenvolvidos pelas estudantes. O mapa desenvolvido pela pesquisadora não foi divulgado para as estudantes, para não influenciá-las em seus resultados. Sendo assim, o mapa construído pela pesquisadora e a taxonomia topológica (Quadro 2) estabeleceram os critérios de análise.

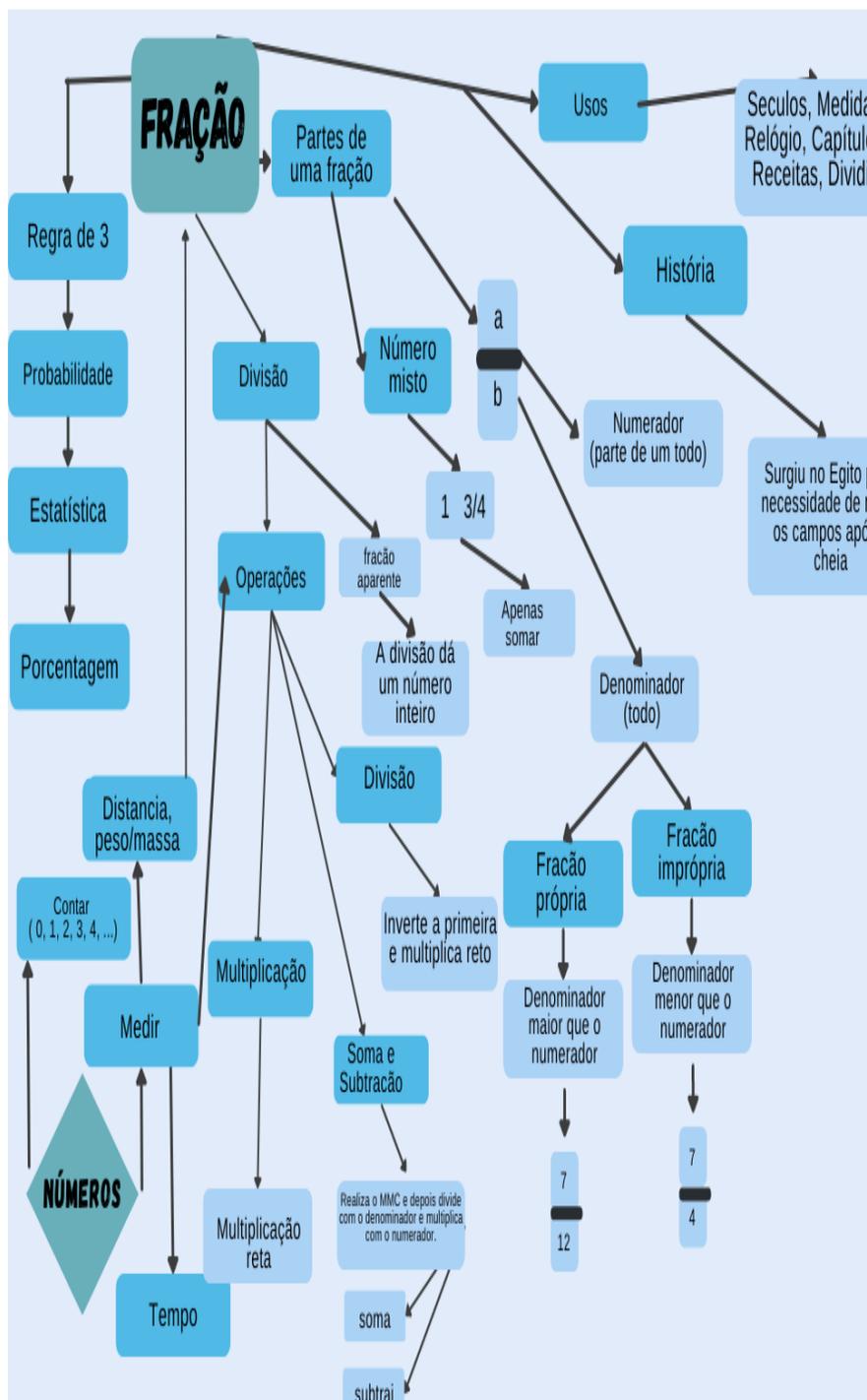
Estabelecendo relação com os mapas conceituais construídos, é possível verificar que, no início, os mapas apresentavam poucos conceitos (ou nenhum), poucas ligações e raramente apresentavam ramificações. Eles não tinham uma estrutura hierárquica, tampouco palavras-chave. Nos mapas conceituais finais, entretanto, os conceitos são facilmente identificados. As definições deixam de ser confusas e tornam-se corretas, e as palavras-chave demonstram proposição entre os conceitos, de modo a ser possível visualizar uma estruturação no pensamento das frações, como evidenciado no mapa do estudante 7, 4, 1 e 6 no Quadro 4.

Quadro 4 - Mapas conceituais iniciais e finais.

(continua)

Estudante 7		
Etapa	Mapa Conceitual	Classificação segundo Novak e Cañas (2006)
Inicial		<p>O mapa encontra-se no Nível 1. Em uma análise qualitativa deste mapa é possível observar a presença de subsunçores, como o que denominou corretamente a fração como sendo uma divisão de um todo em partes iguais, identificando o numerador e o denominador de uma fração corretamente e estabelecendo conexões com outras operações, mesmo que de forma bem trivial.</p>

Final



Já o mapa final encontra-se no Nível 5.

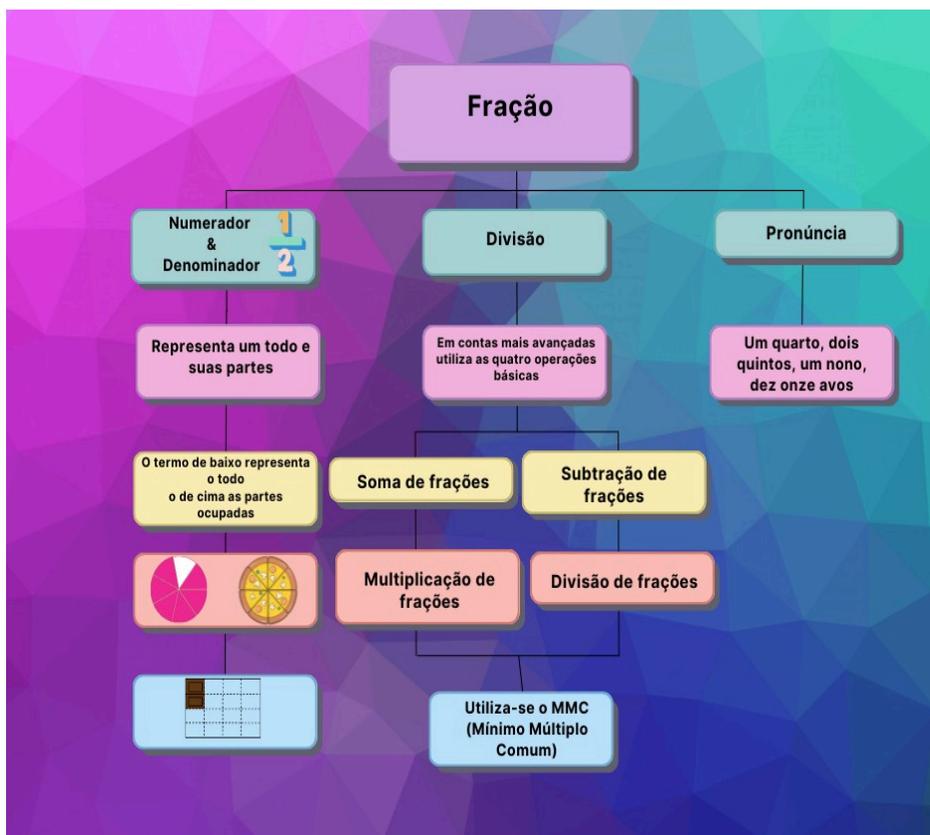
Pode-se observar que houve atribuição de significados ao conseguir ampliar seu uso de frações para o além da divisão em partes iguais, Além disso, no que tange a evidências da ocorrência de aprendizagem significativa, observa-se a diferenciação progressiva, ao identificar corretamente no uso das frações em estatística, probabilidade, porcentagem, assim como o seu uso relacionado com o dia-a-dia e na questão histórica do surgimento. Vale salientar que mesmo não havendo muitas palavras de ligação, o mapa possui vários conceitos-chave, podendo assim aumentar seu nível. Também foi levado em conta a evolução do primeiro para o segundo mapa.

Estudante 4

Etapa Mapa Conceitual

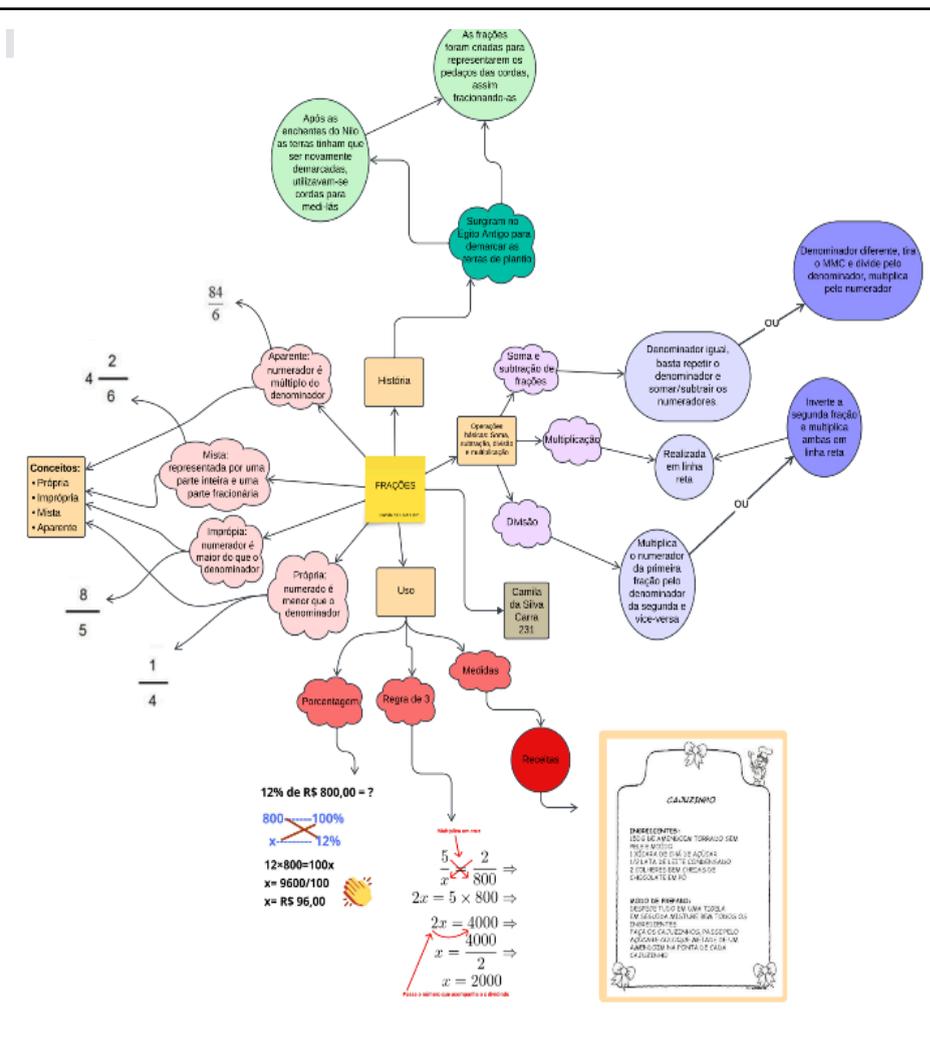
Classificação segundo Novak e Cañas (2006)

Inicial



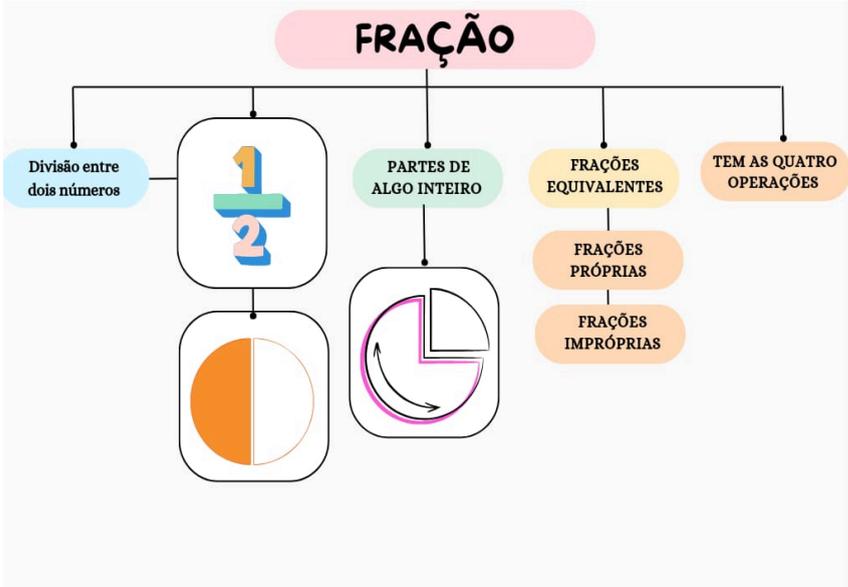
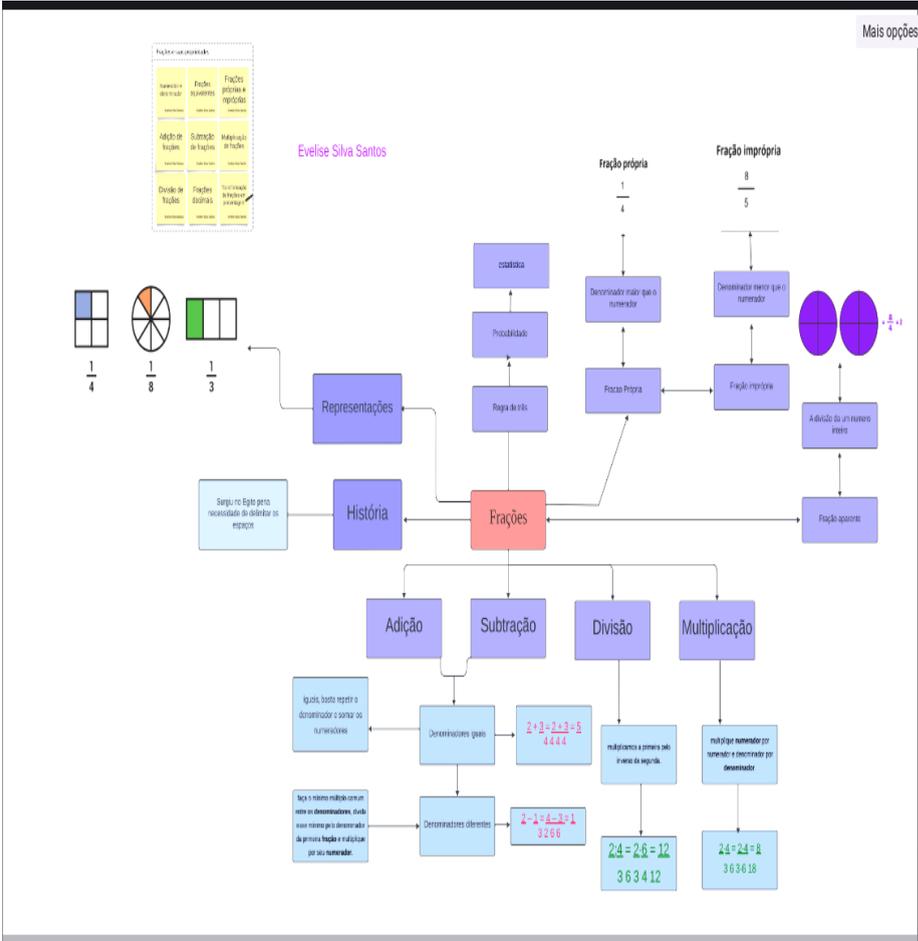
O mapa encontra-se no Nível 1. Uma análise dos elementos presentes neste mapa conceitual inicial nos revela que tudo o que foi apresentado tem alguma relação com o conceito de frações, quando se destaca a forma correta de representação gráfica e algébrica, sua relação com a divisão em partes iguais, havendo assim a constatação de subsunções.

Final



O mapa final encontra-se no Nível 5. Destaca-se que este estudante já possui conhecimento prévio sobre frações, possibilitando assim ancorá-los, garantindo uma diferenciação progressiva e a reconciliação integradora no que tange aos conhecimentos mais aprofundados sobre frações. Existindo exemplos de uso prático, o que caracteriza uma evolução significativa em comparação ao mapa inicial. Todavia ainda faltam algumas palavras de ligação

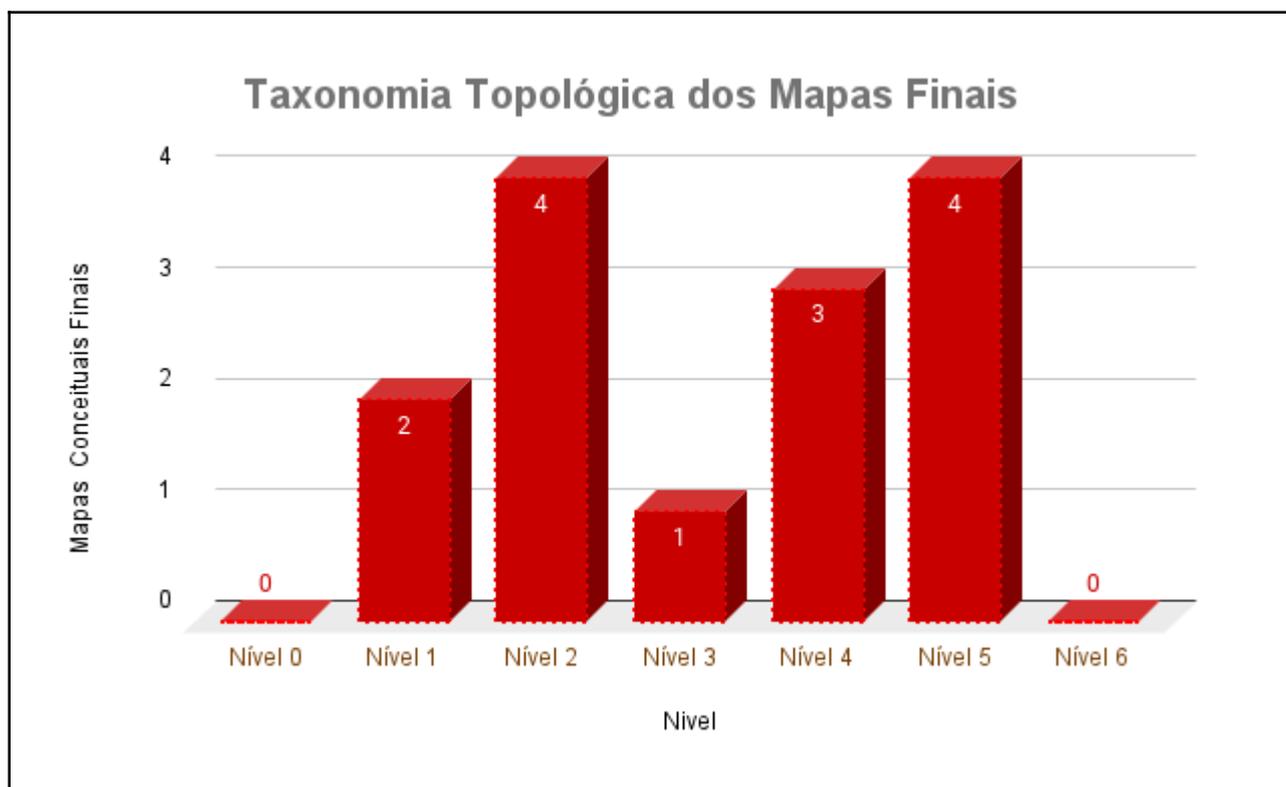
		para classificá-lo como Nível 6.
Estudante 1		
Etapa	Mapa Conceitual	Classificação segundo Novak e Cañas (2006)
Inicial	<p>TEIXEIRA ANDRADE 231</p> <h1>FRAÇÃO</h1> <p>REPRESENTA UMA QUANTIDADE E JOU UMA DIVISÃO</p> <p>COMO LER UMA FRAÇÃO?</p> <ul style="list-style-type: none"> 1/1 - UM INTEIRO 1/2 - UM MEIO 1/3 - UM TÉRÇO 1/4 - UM QUARTO 1/5 - UM QUINTO. 1/6 - UM SEXTO. <p>ASSIM ATÉ O 10, A PARTIR DO 11, LÊ: 1/11 - UM ONZE AVOS</p> <p>AS FRAÇÕES SÃO CLASSIFICADAS DE ACORDO COM SUAS CARACTERÍSTICAS</p> <p>ENCONTRA-SE EM RECEITAS TAMBEM: 1/2 Xícara de açúcar.</p> <p>EX: JÚLIA COMEU 2 PEDAÇOS DA BARRA DE CHOCOLATE, POR TANTO, COMEU 2 DA BARRA.</p> <p>6</p> <p>POSSÍVEL FAZER CÁLCULOS COM FRAÇÕES: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO...</p>	<p>O mapa classifica-se no Nível 0. Predomínio de citações longas, poucas ramificações, uso de exemplos para identificar conceitos, praticamente usando a divisão para caracterizar o uso das frações. Podendo contudo também observar a presença de conhecimento prévio mesmo que bastante limitado sobre frações.</p>

<p>Inicial</p>		<p>O mapa encontra-se no Nível 0. O mapa desenvolvido pelo estudante 6 é bastante elementar, identificando poucos subsunçores, para um aluno de terceiro ano do Curso Normal. Pode-se observar somente a relação da fração com a divisão com poucas relações com os demais usos.</p>
<p>Final</p>		<p>O nível definido para o mapa conceitual final produzido pelo estudante 6 foi o Nível 5, de acordo com a taxonomia topológica, mesmo não havendo muitas palavras ligação a estudante demonstra grande evolução nos significados construídos sobre o assunto abordado, quando comparado ao mapa conceitual inicial. Pode-se identificar claramente a reconciliação integrativa, através da exploração e relações entre ideias, conceitos-chaves, proposições, relacionando-os, reorganizando-os, propiciando a compreensão de novos significados.</p>

O mapa conceitual inicial do Estudante 6, classificado como de Nível 0 e o mapa final, de Nível 5, fica evidenciado que houve uma aquisição de significados sobre o assunto trabalhado na UEPS e, portanto, a ocorrência de uma aprendizagem significativa. O estudante 4 também obteve um significativo avanço, pois o mapa conceitual inicial estava no Nível 1 enquanto o final passou para o Nível 5.

Acompanhando a evolução dos conceitos apresentados nos mapas conceituais criados ao longo da sequência, é possível afirmar que houve progresso e evidências de aprendizagem. A maioria dos estudantes demonstrou conhecimento acerca dos conceitos de Frações, podendo identificar nos mapas finais a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, quando se percebe que o estudante identifica a origem das frações, seu uso no dia a dia, os relaciona com outras unidades temáticas da matemática, como probabilidade, estatística, porcentagem, regra de três, e todas as operações matemáticas que podem ser resolvidas com o uso das frações. Desta forma, pode-se afirmar que os estudantes atingiram satisfatoriamente a aprendizagem proposta pela pesquisadora, como pode ser identificado na Figura 18, nos critérios estabelecidos pela taxonomia topológica proposta por Novak e Cañas (2006).

Figura 18 - Taxonomia dos mapas finais.



Fonte: Autora (2023)

A criação dos mapas conceituais identificou a potencialidade desse recurso para auxiliar na busca de evidências da ocorrência de uma diferenciação progressiva e, conseqüentemente, da aprendizagem significativa, conforme mencionado nas análises dos mapas conceituais das Estudantes 1, 4, 6 e 7, mostrados no Quadro 4. A Figura 18 apresenta a classificação final dos mapas conceituais elaborados pelas estudantes.

Outra forma de evidenciar a aprendizagem é por meio da comparação entre os resultados da avaliação diagnóstica e a avaliação final. Este recurso de comparação é mostrado na Figura 17. Nesta figura observam-se duas estudantes que apresentaram mapas conceituais iniciais no Nível 0 e evoluíram para Nível 1. Não foi um avanço expressivo, porém, ao se comparar os resultados das suas avaliações diagnósticas e finais, temos a estudante 5 que acertou somente 1 questão na avaliação diagnóstica, enquanto na avaliação final obteve 15 acertos. Já a estudante 11 teve 2 acertos na avaliação diagnóstica e 15 acertos na final. Desta forma, podemos observar que as evidências de aprendizagem devem ser coletadas em diferentes instrumentos avaliativos.

Nesta etapa os estudantes foram convidados pela pesquisadora a responderem um instrumento de avaliação referente a uma autoavaliação, com 12 questões. A autoavaliação foi respondida por 14 estudantes da turma e teve por objetivo promover uma reflexão sobre o envolvimento deles nas atividades realizadas de maneira individual e em grupos. Para Elmôr-Filho et al. (2019), a autoavaliação faz parte da avaliação formativa e pode auxiliar o estudante a compreender como está acontecendo a sua aprendizagem.

Os estudantes tiveram a oportunidade de refletir e avaliar a sua participação nas atividades que realizaram em equipes, ou seja, os estudantes trabalharam a maior parte do tempo durante o trimestre envolvidos com atividades colaborativas.

A Tabela 3 apresenta os resultados quantitativos das questões 1 a 9 do formulário (incluído na íntegra no Apêndice A), cujas alternativas eram: Sim. Não e Às vezes. A Tabela 4 apresenta os resultados da questão 10, que identificou o interesse dos estudantes pelas estratégias de aprendizagem ativa. Já os resultados da questão 11 apontam as estratégias de aprendizagem ativa que as estudantes consideraram como as que mais colaboraram na sua aprendizagem individual. Na sequência observa-se a décima segunda questão onde o estudante expõe de forma descritiva sobre o que aprendeu durante a UEPS.

Tabela 1- Resultados Quantitativos das Questões 1 a 9

	Sim	Não	Às vezes
1- Participei ativamente das atividades propostas realizadas fora da sala de aula.	10	0	4
2- Participei ativamente das atividades em sala de aula.	11	0	3
3- Participei ativamente das atividades propostas pelo professor quando realizadas em grupos.	11	0	3
4- Contribuí com questionamentos e colocações para a realização das atividades propostas.	9	0	5

5- Respeitei as contribuições e opiniões dos demais colegas de grupo.	14	0	0
6- As atividades realizadas em grupo contribuem para minha aprendizagem.	12	0	2
7- Prefiro realizar atividades individualmente	2	2	10
8- Acredito que aprendi melhor e de forma significativa por meio da UEPS.	10	2	2
9- Acredito que aprendo melhor e de forma mais significativa por meio de aulas tradicionalmente desenvolvidas.	2	0	12

Fonte: Autora (2023)

Tabela 2 - Questão número 10 da autoavaliação

	Ótimas	Boas	Regulares	Ruins	Péssimas
10 - Quanto às estratégias de aprendizagem ativa desenvolvidas durante a UEPS, considero que foram:	8	6	0	0	0

Fonte: Autora (2023)

De acordo com Ausubel (2000), a disposição do estudante para aprender é uma das condições que favorecem a ocorrência da aprendizagem significativa, portanto na Tabela 4 referente à questão 10 é identificado que todas as estudantes consideram as estratégias de aprendizagem ativa ótimas ou boas, caracterizando por relatos também escritos que as situações apresentadas pelos estudantes e pela pesquisadora tornaram a aula descontraída, contribuindo para a participação ativa dos estudantes, gerando reflexões, diversos questionamentos, troca de ideias e aprendizado.

Na questão número onze, as estudantes identificaram as estratégias de aprendizagem ativa desenvolvidas durante a UEPS, assinalando a que consideraram que mais colaborou para a sua aprendizagem. Enumerando de (1) a (4) sendo (1) a que menos colaborou e (4) a que mais colaborou, sendo assim a estratégia mais citada como colaboradora na aprendizagem dos estudantes

foi a “Resolução de Problemas em Voz Alta pelos Pares”. Tendo em vista que estes estudantes serão futuros professores, isso se justifica na questão de expor seus aprendizados aos demais. Também ficou evidente que a abordagem da sala de aula invertida era desconhecida pela maioria, ou a conheciam de forma equivocada antes da realização da sequência didática. Contudo, fica bem claro que as estratégias de aprendizagem ativa, auxiliam na aprendizagem significativa, como constatado pela maioria das estudantes.

A décima segunda questão da autoavaliação, era descritiva e fazia o seguinte questionamento: “Finalmente, escreva em poucas palavras, mas com justificativa, como você avalia esta forma de aprender e de ensinar por meio de UEPS”. Na sequência segue as respostas de alguns estudantes:

- Estudante 8: “Adorei a forma que aprendemos frações, acredito que a maneira de ensinar por meio da UEPS envolveu toda a turma positivamente. Todas as meninas tentavam se manter pensativas e resolver as atividades propostas. Provavelmente tentarei adequar atividades parecidas no estágio, pois percebi que assim como eu, as crianças adorariam ter essas experiências de poder dividir conhecimentos e dúvidas, produzindo de maneira construtiva o conhecimento.”
- Estudante 12: “A metodologia UEPS, foi muito significativa para minha aprendizagem, as aulas foram dinâmicas, pois sempre estamos ativos durante as aulas, trazendo assim muitas aprendizagens.”
- Estudante 10: “Na minha concepção, a UEPS é um bom meio de aprendizagem e ensinamento, pois os alunos se envolvem de forma ativa e compartilham os conhecimentos prévios que possuem, dessa forma pode-se ampliar o conhecimento de ambos. Achei muito interessante a Sala de Aula Invertida, porque estimula com que os alunos pesquisem em casa ou além disso, os tire da zona de conforto. A UEPS foi muito importante para conhecer métodos diferentes de ensino, fugindo do meio tradicional.”
- Estudante 7: “Às atividades realizadas por meio da UEPS foram satisfatórias; aprendi muito sobre frações e pretendo aplicar esse conhecimento na minha prática em sala de aula. No entanto, o método demanda bastante tempo, e alguns conteúdos (especialmente os mais desafiadores) seriam mais facilmente abordados em sala de aula tradicional. Além de tirar os estudantes da zona de conforto, o método exige diálogo e envolvimento geral, o que muitas vezes pode resultar em conversas paralelas. Concluo que assimilei tudo o que foi proposto, compreendi a ideia da sala de aula invertida e me envolvi plenamente nas atividades propostas.”
- Estudante 5: “Com essas atividades, desenvolvi um pensamento mais amplo, pois os

cálculos eram mais complexos, mas senti falta de algo mais básico, para que eu pudesse recordar o que aprendi no Ensino Fundamental.”

Ficou evidente para a pesquisadora que uma boa comunicação é essencial em aulas colaborativas, tanto para o estudante saber o momento de falar quanto para saber o momento de ouvir os demais colegas e o mediador da aprendizagem. Por meio de suas falas, os estudantes verbalizaram caminhos e procedimentos utilizados para solucionar exercícios e problemas, identificando que utilizar a UEPS e as estratégias de aprendizagem ativa, podem enriquecer uma aula, porém requer um amplo planejamento de todas as atividades desenvolvidas, uma boa escolha dos exercícios a serem resolvidos e também troca de experiências para que ocorra a construção coletiva de conceitos aprendendo com seus pares. Justifica-se assim, que a sequência didática utilizada deverá fazer parte da trajetória destas futuras docentes que desenvolveram a UEPS.

5 PRODUTO EDUCACIONAL

Ao longo deste estudo, a pesquisadora dedicou-se ao desenvolvimento e à elaboração de um Produto Educacional que contribuísse não só com sua prática dos estudantes do Curso Normal, mas que fosse uma fonte de consulta e inspiração para práticas pedagógicas mais eficientes e contemporâneas. Além disso, espera-se que este trabalho forneça subsídios para que outros profissionais da área possam implementá-lo em sua atividade docente, contribuindo para a construção de aprendizagens mais significativas, em um esforço conjunto de desenvolver o conceito das Frações, assim como a aplicabilidade deste conteúdo, por meio de um Guia Didático da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa.

O planejamento dos encontros foi fundamentado no desenvolvimentos das oito etapas de uma UEPS proposta por Moreira (2011), de modo a favorecer a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa e a consolidação do conhecimento.

A UEPS foi desenvolvida em uma turma de terceiro ano do Curso Normal, com quatorze estudantes e foi ancorado na Teoria da Aprendizagem Significativa e em estratégias de metodologia ativa, por meio das quais o estudante pode construir o seu conhecimento realizando atividades que resultaram em conceitos significativos e duradouros na sua estrutura cognitiva.

O produto educacional tem acesso público e gratuito por meio da página do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática⁶, do site da Capes e também pelo hiperlink https://www.canva.com/design/DAGGhs5e1QI/TGDsPBlXWmgCPfFKz6yjA/view?utm_content=DAGGhs5e1QI&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=editor e terá potencial de replicabilidade face à possibilidade de acesso e sua descrição permitir a utilização por terceiros.

6

<https://www.ucs.br/site/pos-graduacao/formacao-stricto-sensu/ensino-de-ciencias-e-matematica/dissertacoes/>

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer desta sequência didática, a pesquisadora dedicou esforços para responder a questão de pesquisa que norteou esse estudo: *como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa* pode auxiliar na ocorrência da aprendizagem *significativa de frações em estudantes do Curso Normal*? Assim, a pesquisa teve como objetivo geral avaliar a contribuição de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para a ocorrência da aprendizagem significativa de frações em estudantes do Curso Normal.

Uma dessas evidências é quando o conhecimento prévio dos estudantes é levado em consideração e o grau de abordagem do conteúdo segue uma hierarquia, iniciando de conceitos mais básicos e avançando para os específicos como as atividades desenvolvidas ao longo da UEPS

Sendo assim, os processos de ensino e aprendizagem utilizando uma UEPS – com o embasamento teórico de Moreira (2011) e os conceitos de aprendizagem significativa de Ausubel (2003) – favoreceram o desenvolvimento de novas aprendizagens. Os resultados desta pesquisa asseguram a importância da verificação e da consideração dos conhecimentos prévios dos estudantes, como recomendam Moreira e Masini (2006). A partir desta averiguação, podem ser destacados os subsunçores presentes na estrutura cognitiva de cada estudante. Assim é que o professor consegue planejar, organizar e propor atividades que possam fazer sentido para seus estudantes, o que, de fato, ocorreu no desenvolvimento desta UEPS.

A aplicação da UEPS estimulou o desenvolvimento de posturas críticas, reflexivas e colaborativas, sobre o estudo das frações. Os estudantes tiveram a oportunidade de ser mais ativos no processos de ensino e aprendizagem. Foram capazes de buscar soluções para dúvidas que surgiram no decorrer do desenvolvimento da UEPS. Tiveram maior autonomia frente às diversas situações que foram propostas. Os estudantes, claramente, na maioria dos casos, desenvolveram e aperfeiçoaram suas habilidades de comunicação oral e escrita. Na etapa 3 do desenvolvimento da UEPS, onde os estudantes puderam colocar a mão na massa, foi identificado que a criatividade e a organização dos materiais trouxeram elementos potencialmente significativos, ancorados nos conhecimentos prévios de cada estudante.

A elaboração dos mapas conceituais foi claramente um recurso que demonstra quando há a ocorrência da aprendizagem significativa e favoreceu a diferenciação progressiva, conforme mencionado no Capítulo 4. Ainda que nenhum dos mapas conceituais finais tenha apresentado todos os conceitos esperados, em relação às frações estudadas e tendo como referencial o mapa conceitual elaborado pela pesquisadora, consideramos como indício positivo a quantidade de conceitos presentes nos referidos mapas, em relação à quantidade encontrada nos mapas iniciais. Esta constatação baseia-se no que apresentamos no Capítulo 4, onde consta a análise e discussão dos resultados.

Segundo Novak (2000), o número expressivo de conceitos e ramificações utilizados em um mapa conceitual sinaliza a aproximação com a aprendizagem significativa. Além disso, Moreira (2011) enfatiza que se, na explicação do mapa, o aprendiz sobe e desce nas hierarquias conceituais, esse é um indício de reconciliação integradora e pode ser encontrado nos mapas conceituais finais, sobre as frações, dos Estudantes destacados no Quadro 4 do Capítulo 4.

A avaliação da UEPS ocorreu de forma qualitativa, tendo em vista que, a avaliação diagnóstica e a avaliação final foram instrumentos que auxiliaram a compor todo esse processo, assim como a autoavaliação realizada pelos estudantes de forma espontânea. Porém, o comparativo e a análise quantitativa dos acertos dos estudantes realizados na avaliação diagnóstica e na avaliação final do desenvolvimento da sequência didática corroboram que a maioria dos estudantes desenvolveram habilidades relacionadas ao conceito de frações trabalhados de forma satisfatória (Figura 17) do Capítulo 4.

Entre os conceitos prévios que os estudantes possuíam e os novos conceitos que construíram de forma significativa, existe um caminho metodológico que foi percorrido. Foram utilizados estratégias e métodos instrucionais cooperativos, como a TPS, a *In-class exercises*, resolução de problemas em voz alta pelos pares e a Sala de aula invertida, facilitando o engajamento dos estudantes no seu processo de aprendizagem. Todas essas estratégias serviram para consolidar a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora na construção e assimilação de conhecimentos matemáticos relacionando as frações.

Existem muitas maneiras do professor potencializar os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes de modo a contribuir para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Certamente, este estudo, além de trazer respostas à pergunta de pesquisa, apresentou algumas reflexões e possibilidades de estratégias de ensino e de aprendizagem que podem ser utilizadas por outros docentes nas aulas de Matemática. Espera-se que este estudo possa promover inspiração, aprofundamento e reflexões sobre a importância de identificar os conhecimentos prévios

de seus alunos e a partir daí construir uma aprendizagem significativa e duradoura e que outros pesquisadores venham a se dedicar ao assunto.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. **Educational psychology: a cognitive view**. 2a edição. New York, Holt Rinehart and Winston, 1980.

AUSUBEL, D.P. (1963). **The psychology of meaningful verbal learning**. New York: Grune & Stratton.

AUSUBEL, D.P. (1968). **Educational psychology: a cognitive view**. New York: Holt, Rinehart and Winston.

AUSUBEL, D.P. (2000). **The acquisition and retention of knowledge**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

AUSUBEL D.P. (2003). **Aquisição e retenção de conhecimentos**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. Tradução do original *The acquisition and retention of knowledge* (2000).

ALBUQUERQUE C., VELOSO, E., ROCHA, I., SANTOS, L., SERRAZINA, L., & NÁPOLES, S. (2006). **A Matemática na formação inicial de professores**. Lisboa: APM e SPCE, 2003.

ALMEIDA, M. B. D., & LIMA, M. D. G. D. **Formação inicial de professores e o curso de pedagogia: reflexões sobre a formação matemática**. *Ciência & Educação*, 18(02), 451-468. (2012)

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. **As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes**. Semina: Ciências Sociais e Humanas, v. 32, n. 1, p. 25-40, 2011.

BEHR, M. J. et al.. **Racional Number Concepts in Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. Lesh, R. e Landau, M. (ed.) New York: Academic Press. 1983.

BOFF, B. C. **Matemática para engenharia: unidades de ensino potencialmente significativas para superar lacunas em matemática básica**. 2017. 136 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Disponível em: <https://repositorio.ucs.br/handle/11338/2805>.

BOYER, Carl B. **História da matemática** / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BOYER, C. B.. **História da Matemática**. – 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blüncher, 2003.

CLESAR, C. T. S.; GIRAFFA, L. M. M.; **Os cursos de licenciatura em pedagogia e a formação matemática do professor de anos iniciais:** refletindo acerca das brechas na formação inicial. *Brazilian Journal of Development*. Curitiba, v. 6, n. 6, p. 34431-34450, 2020. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/11161/9345>. Acesso em: 17 dez. 2020.

CURI, E. **A Formação Inicial de Professores para Ensinar Matemática:** algumas reflexões, desafios e perspectivas. *Rematec*, 6(9),123-134, 2011.

CURI, E. **A formação do professor para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** algumas reflexões. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, [S. l.], v. 11, n. 7, p. 1–18, 2020. DOI: 10.26843/10.26843/rencima.v11i7.2787. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2787>. Acesso em: 13 abr. 2023.

CURI, E. **Conhecimentos para Ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** um Longo Caminho Percorrido e a Percorrer na Pesquisa e na Prática. *ACERVO - Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP*, v. 3, p. 1-20, 12 jun. 2021.

DAMIANI, Magda Floriana. **Sobre pesquisas do tipo intervenção.** *In: XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, XVI, - UNICAMP - Campinas – 2012*. Disponível em: file:///home/chronos/u-f228c877b20b69bdb7bb14c1fa71715d7cfaefe1/MyFiles/Downloads/pdfslide.tips_sobre-pesquisas-do-tipo-intervencao-1-sobre-pesquisas-do-tipo-intervencao.pdf. Acesso em: 18 out. 2022.

DAMIANI, M. F., ROCHEFORT, Renato S., CASTRO, Rafael Fonseca, DARIZ, Marion R., PINHEIRO, S. N. S. **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica.** *CADERNOS DE EDUCAÇÃO (UFPel)*, Pelotas, v. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 17 out. 2022.

ELMÔR-FILHO, Gabriel; SAUER, Laurete Zanol; ALMEIDA, Nival Nunes; VILLAS-BOAS, Valquíria. **Uma nova sala de aula é possível:** aprendizagem ativa na educação em engenharia. 1.ed. Rio de Janeiro: LCT, 2019.

EVES, H. W. **Introdução à história da Matemática.** Trad. HYGINO H. DOMINGUES. Campinas: Unicamp, 2011.

FARIAS, M.; CÂNDIDO, L. **Uso de materiais didático-pedagógicos lúdicos por egressos do PROFMAT e sua influência no aprendizado em Matemática** em Alagoas. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, [S. l.], v. 10, n. 6, p. 340–359, 2019. DOI: 10.26843/rencima.v10i6.2066. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2066>. Acesso em: 13 abr. 2023.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfó (organizadoras). **Métodos de Pesquisa.** Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e SEAD/UFRGS. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed.- São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GUSMÃO, T. C., & de MOURA, H. **Professores dos anos iniciais apresentam as mesmas dificuldades que seus alunos em relação à Matemática** (2013).

HOLBROOK, J.; RANNIKMAE, M. **The nature of science education for enhancing scientific literacy**. International Journal of science education, v. 29, n. 11, p.1347-1362, 2007.

IFRAH, G.. **História Universal dos Algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Tomo 1. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997 a.

IFRAH, Georges. **Números: a história de uma grande invenção**. Editora: São Paulo, Globo, 2010.

JUNIOR, W., & OLIVEIRA, S. **Narrativas da formação e da atuação do pedagogo no processo de ensino e aprendizagem da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(19), 704-730.(2020)

LEAL, D.; NOGUEIRA, M. O. G. **Dificuldades de aprendizagem: um olhar psicopedagógico**. 1. ed. Curitiba: Intersaberes, 2012.

LONGEN, ADILSON. Apoema: **Matemática 6º. ano - 1ª ed.**- São Paulo: Editora Brasil, 2018. - (Coleção Apoema).

LORENZATO, S. (2005). **Formação inicial e continuada do professor de matemática**. Revista de Educação PUC-Campinas, (18), 75-83. Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2006). **A Matemática na formação inicial de professores**. Lisboa: APM e SPCE, 2003.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem: componente do ato pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2011.

LORENZATO, Sergio (Org). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2. ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2009.

LOSS, A. S. **Anos iniciais: metodologia para o ensino da matemática**. Appris Editora e Livraria Eireli-ME.

https://books.google.pt/books?hl=en&lr=&id=mB40DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT5&dq=metodologias+de+ensino+desatualizadas+no+ensino+de+Matem%C3%A1tica+anos+iniciais&ots=A6MCs8Sp7O&sig=7nBqUjepJLS6eAcxx-2c2T9KU04&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false (2016).

MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria de aprendizagem de David Ausubel**. São Paulo: Centauro Editora. 2ª edição, 2006.

MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa**: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V1(1)*, pp. 16-24, 2011.

MATOS, D. V., & de LARA, I. C. M. **Ensino de Matemática**: uma análise da formação inicial e continuada de professores dos anos iniciais. *Revista Signos*, 36(2).(2015).

McGREW, R.; SAUL, J.; TEAGUE, C. **Instructor's manual to accompany physics for scientists and engineers 5th ed.** New York: Serway & Beichner, 2000.

MORAES, C. M. de; MELLO E SOUZA, J. C. de; BEZERRA, M. J. **Apostilas de Didática Especial da Matemática**. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura, 1970.

MORESI, Eduardo et al. **Metodologia da pesquisa**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, v. 108, p. 24, 2003.

MOREIRA, Marco. A. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa** e sua implementação em sala de aula. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

MOREIRA, M. A., MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Ed. Centauro. 2006.

MOREIRA, M. A. **Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa**. in *Revista Chilena de Educación Científica*, ISSN 0717-9618, Vol. 7, No. 2, 2008 , pp. 23-30.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências**: A teoria da Aprendizagem Significativa. Instituto de Física, UFRGS. Porto Alegre, 2009.

MOREIRA, M. A. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS**, *Aprendizagem Significativa em Revista*, v 1, n. 2, 2011.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?** *Revista Currículum, La Laguna*, 25: 29-56, 2012a.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa**. *Revista Chilena de Educación Científica*, 4(2): 38-44, 2005. Disponível na Internet em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>. Acesso em Março de 2023.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NASCIMENTO, L. T. do. **Proficiência em matemática**: discalculia e características da aprendizagem no ensino fundamental II e no ensino médio. 2016. 211 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Nove de Julho, São Paulo, 2016.

NOVAK, J. D. **Aprender, criar e utilizar o conhecimento**: mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas. Lisboa: Plátano, 2000.

NOVAK, A. J.; CAÑAS, J. D. **Re-examining the foundations for effective use of concept maps. Proceedings of the Second International Conference on Concept Mapping.** Universidad de Costa Rica, San Jose: vo. 1, p. 247-255, 2006a.

NOVAK, A. J.; CAÑAS, J. D. **Confiabilidade de una taxonomia topológica para mapas conceptuales.** Proceedings of the Second International Conference on Concept Mapping. Universidad de Costa Rica, San Jose: vo. 1, p. 494-502, 2006b.

NOVAK, A. J.; CAÑAS, J. D. **The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them,** Technical Report IHMC CmapTools 2006-01 Rev 01-2008, Florida Institute for Human and Machine Cognition, 2008, available at: <http://cmap.ihmc.us/docs/pdf/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprender a aprender.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1999.

OBMEP. **Portal da OBMEP.** Disponível em . Acesso 20/5/2023.

PASSOS, É. O., & TAKAHASHI, E. K. **Recursos didáticos nas aulas de matemática nos anos iniciais:** critérios que orientam a escolha e o uso por parte de professores. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 99, 172-188.(2018)

PASTANA, C. de O., REIS, E. F., & GONÇALVES, E. de F. **Matemática na Prova Brasil:** Refletindo sobre a Formação Docente para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Revista De Iniciação à Docência*, 6(2), 248-266. <https://doi.org/10.22481/riduesb.v6i2.8934> (2021).

PIMENTEL, L. S. **Possíveis indícios de discalculia em Anos Iniciais:** uma análise por meio de um teste piloto de Matemática. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontificia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

POZO, J. I.; FONT Font, C. M. **Un currículo para aprender.** Profesores, alumnos y contenidos ante el aprendizaje estratégico. In: J. I. Pozo; C. Monereo Font (Eds.), *El aprendizaje estratégico. Enseñar a aprender desde el currículo.* Madrid: Santillana, p. 11-25, 1999.

RIBEIRO, M., GIBIM, G., & ALVES, C.. **A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática:** Discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(34), 1-24 (2021).

ROCHA, L. A, SANTANA, J. de C., & OLIVEIRA, S. A. de. **Recursos didáticos experienciados em aulas de Matemática nos Anos Iniciais.** *Ensino Em Perspectivas*, 2(3), 1–9. Recuperado de <https://revistas.uece.br/index.php/ensinoemperspectivas/article/view/6753> (2021)

SANTOS, R. M.; GUSMÃO, T. C. R. S. **Representações sociais da matemática:** Contribuições da formação em pedagogia. São Paulo: ENEM 2016.

SARMENTO, C. B.; PINHEIRO, C,G.; ROSA, *Narrativas e Memórias das Escolas Estaduais de Curso Normal do Rio Grande do Sul.* Porto Alegre: Secretaria de Estado da Educação, 2018.

SILVA, A. C. T.; MENEGUETI, A.; OLIVEIRA, A. S.; PASSOS, C. C., SILVA, E. M., GUIMARÃES, E. A., ... & CUNHA, M. B. **Métodos de Ensino lúdico na Matemática das séries iniciais.** *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, 7(9), 1030-1041. (2021).

SILVA, M. A. da. **Discalculia e aprendizagem de matemática**: um estudo de caso para análise de possíveis intervenções pedagógicas. 2016. 98 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016.

SILVA, W. C. **Discalculia: uma abordagem à luz da educação matemática**. 2008. 45 f. Monografia (Projeto de Iniciação Científica) – PBIC-Ung, Guarulhos, 2008. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Silva.pdf. Acesso em: 22 mar. 2020.

SERRAZINA, M. de L. M. **Conhecimento Matemático para Ensinar**: Papel da Planificação e da reflexão na formação de professores. Revista Eletrônica de Educação, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 266–283, 2012. DOI: 10.14244/19827199355. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/355>. Acesso em: 13 abr. 2023.

THIELE, A. L. P. **Discalculia e formação continuada de professores**: suas implicações no ensino e aprendizagem de matemática. 2017. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

TREVISAN, M. C. **Discalculia: um olhar para o ensino dos números naturais e das operações fundamentais da matemática**. 2019. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2019. Marilei Aparecida de Lara e Alexandre Peres Arias Caderno Intersaberes - v. 9, n. 22 – 2020 71.

VERGNAUD, G. (1983). **Multiplicative Structures in Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. Lesh, R. e Landau, M. (ed.) New York: Academic Press. 1983.

VIANA, Marcelo. **Frações são as vilãs da Matemática?** Folha de São Paulo - 05/06/2017.

VILLAR, J. M. G. **Discalculia na sala de aula de matemática**: um estudo de caso de dois estudantes. 2017. 165 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017.

VILLAS-BOAS, Valquiria et al. **Aprendizagem Ativa na Educação em Engenharia**. In: Simone Leal Schwertl; Adriano Peres; Paulo Roberto Brandt; Vanderlí Fava de Oliveira; Zacharias Chamberlain. (Org.). Desafios da Educação em Engenharia: Vocação, Formação, Exercício Profissional, Experiências Metodológicas e Proposições. 1a ed. Blumenau: EdiFURB, v. 1, p. 59-112, 2011.

ZEFERINO, L. C. **Desenvolvimento do Pensamento Teórico de Professores dos Anos Iniciais sobre Frações**. Educação Matemática Pesquisa, v. 22, n. 2, 2020.

APÊNDICE A

PROPOSTA DE UEPS PARA ENSINAR NÚMEROS FRACIONÁRIOS E SUAS APLICAÇÕES EM SITUAÇÕES PROBLEMAS NO CURSO NORMAL

Cada aula de 3 horas/aula será uma etapa das 8 etapas da UEPS a ser desenvolvida.

AULA 1- ETAPA 1 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivo: Identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre números racionais; apresentar uma revisão sobre números racionais, frações e a sua origem.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Relembrar os conceitos básicos relacionados aos números racionais; interpretar as ideias apresentadas nos vídeos sobre frações; pensar criticamente sobre o uso das frações e utilizar de ferramentas tecnológicas para a elaboração de mapas conceituais.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Computador, datashow, internet, vídeos disponíveis no Youtube, utilização da ferramenta Canva de forma gratuita para a confecção de mapas conceituais.

Metodologia de desenvolvimento: Com o objetivo de levantar os conhecimentos prévios (subsunçores) dos estudantes sobre o assunto em estudo, o professor deverá incentivar os estudantes a elaborarem um mapa conceitual sobre Números Racionais (Frações). O Mapa Conceitual é um diagrama hierárquico de conceitos e relações entre conceitos; hierárquico, significa que nesse diagrama de alguma forma, se percebe que alguns conceitos são mais relevantes, mais abrangentes, mais estruturantes, do que outros; essa hierarquia não é necessariamente vertical, de cima para baixo, embora seja muito usada. No mapa conceitual, as relações entre os conceitos são indicadas por linhas que os unem; sobre essas linhas colocam-se palavras que ajudam a explicitar a natureza da relação; essas palavras, que muitas vezes são verbos, são chamadas de conectores, conectivos, palavras de enlace. A ideia é que os dois conceitos mais o conectivo formem uma proposição em linguagem sintética. O mapa conceitual procura refletir a estrutura conceitual do conteúdo que está sendo diagramado. É importante não o confundir com diagrama de fluxo, quadro sinótico, mapa mental e outros tipos de diagramas. Nesse sentido, o mapa conceitual é aqui considerado como uma ferramenta que permite aos estudantes sintetizarem suas impressões e experiências de ensino e de aprendizagem durante a aula, permitindo, posteriormente ao professor, atento para os diferentes aspectos relacionados à aprendizagem dos estudantes, analisar os resultados e agregar informações a respeito do entendimento e aceitação das diferentes atividades que forem desenvolvidas durante as aulas. Os Mapas Conceituais serão entregues à professora.

De forma dialogada, o professor deverá questionar os estudantes a respeito do conceito das frações e sobre sua aplicabilidade. Procurará sanar as dúvidas que surgirem e esclarecerá a respeito desta temática. Para complementar as explicações do professor e enriquecer a aula, poderão ser utilizados os vídeos:

- **Origem das frações:**

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=saVvNA1UyV0> (Duração 4:12 min)

Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=RNLyQp5hc20> (Duração de 2:29 min)

- **Conceito de frações:**

Disponível no portal da Matemática Obmep - Introdução às Frações: <https://youtu.be/i1OdES3Yl4s> (Duração 12:47 min)

Além de assistir os vídeos, será feita uma roda de conversa para debater os conceitos sobre Números Racionais apresentados nos mesmos.

AULA 2 - ETAPA 2 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivo: Identificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do seu conhecimento sobre frações e a sua origem e sua aplicabilidade no dia a dia.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Determinação da presença ou ausência de habilidades e pré-requisitos, bem como a identificação das causas de repetidas dificuldades na aprendizagem no ensino das frações. Refletir sobre e reconhecer as causas, dificuldades e limitações de aprendizagem de cada aluno,

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópia da avaliação diagnóstica.

Metodologia de desenvolvimento: O professor deverá propor aos estudantes que realizem a avaliação diagnóstica. A seguir, apresenta-se a avaliação para o levantamento dos conhecimentos prévios(subsunçores).

Escola: _____
Aluno(a): _____ N°: _____
Ano: _____ Data: ____/____/____

Avaliação Diagnóstica

Prezado(a) Estudante 😊

Esta avaliação inicial tem como objetivo diagnosticar os seus conhecimentos prévios, de modo a darmos início ao estudo sobre Frações. Para que os dados coletados sejam fidedignos (digno de crédito e de confiança) de seu conhecimento é de grande valia que você responda com empenho e de forma individual.

Questão 1. (OBMEP 2018 – 1ª fase – N1 – questão 8) Luísa pagou R\$ 4,50 por $\frac{3}{8}$ de um bolo, e João comprou o resto do bolo. Quanto João pagou?

Questão 2. (OBMEP 2019 – 1ª fase – N1 – questão 17) Janaína tem três canecas, uma pequena, uma média e uma grande. Com a caneca pequena cheia, ela enche $\frac{3}{5}$ da caneca média. Com a caneca média cheia, ela enche $\frac{5}{8}$ da caneca grande. Janaína enche as canecas pequena e média e despeja tudo na caneca grande. O que vai acontecer com a caneca grande?

- A) Ela ficará preenchida em $\frac{7}{8}$ de sua capacidade.
- B) Ela ficará preenchida em $\frac{8}{13}$ de sua capacidade.
- C) Ela ficará preenchida em $\frac{5}{8}$ de sua capacidade.
- D) Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.
- E) Ela vai transbordar.

Questão 3.. Se $a = \frac{3}{8}$, $b = \frac{2}{5}$ e $c = \frac{4}{9}$, assinale a alternativa correta.

- a) $a < b < c$.
- b) $a < c < b$.
- c) $b < a < c$.
- d) $b < c < a$.
- e) $c < a < b$

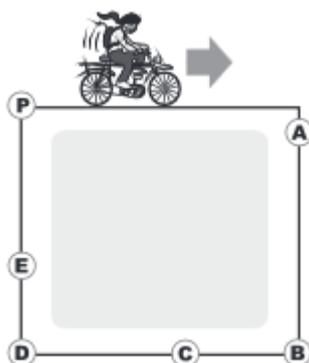
Questão 4. (OBMEP 2005 – 1ª fase - N2Q18) Dois meses atrás, o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês foi feito $\frac{1}{3}$ da obra e no segundo mês mais $\frac{1}{3}$ do que faltava. A que fração da obra corresponde a parte ainda não construída da escola?

Questão 5. (OBMEP 2006 – 1ª fase – N2Q11) Um fabricante de chocolate cobrava R\$5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente, o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R\$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

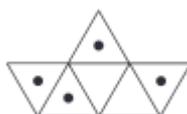
Questão 6. (OBMEP 2017 – 2ª fase – N1Q3) André, Bernardo e Carlos retiraram, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{14}$ do total de doces de um pote.

- (a) Quem retirou o menor número de doces?
 (b) A quantidade de doces que restou no pote corresponde a que fração do total?
 (c) André deu 15 doces a Carlos e ficou com o mesmo número de doces que Bernardo. Quantos doces havia inicialmente no pote?

Questão 7. (OBMEP 2007 – 1ª fase – N1Q6) Sueli resolveu dar uma volta em torno de uma praça quadrada. Ela partiu do vértice P, no sentido indicado pela flecha, e caiu ao atingir $\frac{3}{5}$ do percurso total. Qual dos pontos A, B, C, D, E ou P indicados na figura corresponde ao lugar em que Sueli caiu?



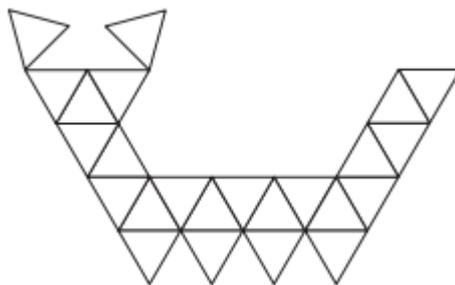
Questão 8. (OBMEP 2008 – 2ª fase – N1Q1) Nesta questão todas as figuras são formadas por triângulos iguais. Veja como Chico Bento marcou $\frac{2}{3}$ dos triângulos da figura a seguir.



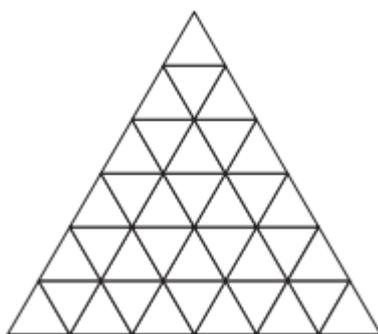
- (a) Agora, marque você $\frac{3}{4}$ dos triângulos da figura a seguir. Quantos triângulos você marcou?



- (b) Ajude Chico Bento marcando mais que $\frac{1}{4}$ e menos que $\frac{1}{3}$ dos triângulos da figura a seguir. Quantos triângulos você marcou?



(c) Chico Bento marcou $\frac{7}{12}$ dos triângulos da figura a seguir com a letra C e Doralina, por sua vez, marcou $\frac{3}{4}$ dos triângulos com a letra D, de modo que todos os triângulos ficaram marcados. O número de triângulos marcados com duas letras corresponde a qual fração do número total de triângulos?



Após a realização da avaliação diagnóstica é muito importante que seja dada a devida atenção à interpretação de cada contexto envolvido, promovendo discussões sobre outras possibilidades e correspondentes consequências, tanto nas resoluções, quanto nas respostas obtidas.

AULA 3- ETAPA 3 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivo: Construir conhecimentos sobre frações com motivação, autonomia e criatividade; desenvolver o senso crítico, a argumentação, o trabalho em grupo e a comunicação oral e escrita.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Desenvolver a interpretação, o senso crítico, argumentação com bases em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Papel colorido, tesoura, régua, papel quadriculado, canetas coloridas, rolo de barbante, fita decorativa, papel pardo, cartolinas.

Metodologia de desenvolvimento: Corrigi a avaliação diagnóstica também. Nesta aula, o professor propõe aos estudantes uma situação problema, e quatro questões a serem resolvidas e compartilhadas com os estudantes. Para o desenvolvimento da aula, será utilizada a estratégia de discussão cooperativa de aprendizagem conhecida como Think-Pair-Share (TPS) (Pense-discuta com um colega-compartilhe com o grande grupo). A TPS é organizada em três etapas de ação do estudante (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 83).

Na etapa⁷ 1, “Pense”, cada estudante receberá uma cópia dos questionamentos para resolvê-los de forma individual. O professor combina com os estudantes, quanto tempo terão para pensar sobre cada questão.

A seguir, são apresentadas as questões a serem compartilhadas com os estudantes. Todos os estudantes devem registrar a solução a cada uma das questões propostas.

Escola: _____	
Aluno(a): _____	Nº: _____
Ano: _____	Data: ____/____/____

NO EGITO ANTIGO...

O faraó Sesóstris repartiu todo o Egito entre os egípcios e deu a cada um uma porção igual e retangular de terra, com a obrigação de que os egípcios pagassem um certo tributo por ano. Sendo ele um faraó justo, comunicou aos súditos que se a porção de terra fosse diminuída pelo Rio Nilo, era necessário procurar o faraó e lhe expor o que tinha acontecido a sua terra. Seriam enviados medidores ao local para medir a terra a fim de saber de quanto ela estava diminuída e, portanto, revisar o valor do tributo a ser pago, conforme o que tivesse restado de terra não inundada.

Como realizar a distribuição da terra entre as famílias numa época em que não se conhecia os instrumentos de medidas que temos hoje? Criem um instrumento de medida que vocês acreditam fosse adequado para fazer a divisão das terras egípcias.

O problema não termina aí...

No ano de 1852 a.C., algumas famílias egípcias tiveram sua porção de terra reduzida devido à cheia do Rio Nilo. Assim, solicitaram ao faraó Sesóstris que enviasse medidores ao local para que pudessem fazer o pagamento dos tributos de forma justa, conforme o que tivesse ficado de terra.

Com o instrumento de medida criado pelo seu grupo, como representar a terra que ficou após a cheia do rio Nilo?

⁷ Estas etapas que aqui estão descritas se referem às etapas da estratégia Think-Pair-Share. O mesmo ocorrerá para as estratégias que serão utilizadas nas aulas seguintes.

Questão 1. Explique o conceito de fração?

Questão 2. Como representamos as frações com números?

Questão 3. Como representamos as frações com desenhos?

Questão 4. Como sei quando uma fração é maior ou menor do que um inteiro?

Lembrando que os estudantes poderão assistir novamente os vídeos trabalhados na ETAPA 1 da UEPS para se inspirar na solução das questões, desta etapa.

Na etapa 2, “Discuta com um colega”, cada estudante irá escolher um colega para discutir sobre a melhor solução para cada questão. O tempo para esse debate também é predeterminado pelo professor.

Na etapa 3, “Compartilhe com o grande grupo”, cada par compartilhará suas conclusões com os demais colegas da turma, apresentando de forma oral, anotando a solução no quadro ou em um cartaz.

O professor conclui a atividade, realizando uma síntese das respostas corretas, apresentando para os estudantes pontos importantes que não tenham sido considerados pelos estudantes, tratando os possíveis erros como oportunidades de aprendizagem, aproveitando para revisar aspectos que não ficaram claros.

Avaliação: considerando a avaliação como um processo contínuo e formativo, os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, considerando a participação, o empenho e a disposição em resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos.

AULA 4- ETAPA 4 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivo: Demonstrar seus conhecimentos sobre frações com motivação, autonomia, desenvolver o senso crítico, a argumentação, trabalho em grupo, comunicação oral e escrita. Aprofundar os conhecimentos em frações e estratégias de aprendizagem para a resolução das questões avaliativas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Desenvolver a interpretação, o senso crítico, argumentação, relembrar o assunto estudado na aula anterior, compreender por que determinado resultado pode estar errado, registrar por escrito a tarefa realizada.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópias dos exercícios a serem realizados.

Metodologia de desenvolvimento: O professor solicita aos estudantes que resolvam os exercícios propostos utilizando a estratégia cooperativa de aprendizagem ativa denominada *In-class exercises* (Exercícios em sala de aula), que é realizada em quatro etapas:

Etapa 1: o professor irá solicitar que os estudantes formem grupos, de dois membros, para resolver a lista de exercícios. Todos os membros do grupo deverão fazer o registro das resoluções no caderno.

A seguir, são apresentados os Exercícios a serem resolvidos pelos estudantes em grupos.

Escola: _____
 Aluno(a): _____ N°: _____
 Ano: _____ Data: ____/____/____

Prezado estudante 😊

Realize os Exercícios de forma completa, com capricho e atenção.

Bom trabalho!!

Questão 1. (OBMEP 2018 – 1ª fase – N2 – questão 4) Marcos comprou 21 litros de tinta. Ele usou água para diluir essa tinta até que a quantidade de água acrescentada fosse 30% do total da mistura. Quantos litros de água ele usou?

Questão 2. (OBMEP 2019 – 1ª fase – N2 – questão 7) Uma loja de roupas ofereceu um desconto de 10% em uma camiseta, mas não conseguiu vendê-la. Na semana seguinte, aplicou um desconto de 20% sobre esse novo preço, e a camiseta foi vendida por R\$ 36,00. Qual era o preço original da camiseta?

Questão 3. (Concurso do Colégio Militar de Porto Alegre-2014) Durante as férias de julho, um atleta relaxou no seu treinamento e na sua dieta e aumentou um nono do seu “peso”. No retorno dessas férias, ele resolveu que queria voltar ao “peso” anterior ou seja antes das férias. Para isso, resolveu fazer um regime e intensificar seu treinamento novamente. Para que volte ao “peso” que tinha antes das férias de julho, esse atleta deverá perder uma fração do seu “peso” registrado ao término dessas férias. Sendo assim, pode-se concluir que essa fração deverá ser igual a:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) $\frac{1}{10}$
- e) $\frac{1}{15}$

Questão 4. (Portal da OBMEP) Uma torneira enche um tanque em 6 horas, uma outra enche o mesmo tanque em 4 horas, já um ralo pode esvaziá-lo totalmente em 3 horas. Estando o tanque vazio, abrindo-se, ao mesmo tempo, as duas torneiras e o ralo, em quanto tempo o tanque encherá?

Questão 5. O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1 : 100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3cm, 1cm e 2cm. O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será:

- a) 6.
- b) 600.
- c) 6000.
- d) 60000.
- e) 6000000

Etapa 2: O professor circula entre os grupos, sanando dúvidas através de breves exposições dialogadas, verificando se todos os estudantes estão envolvidos ativamente na realização da tarefa.

Etapa 3: O professor solicitará, aleatoriamente, a alguns estudantes para apresentarem a resolução de seus grupos (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 87). A avaliação de desempenho do estudante escolhido será estendida para os demais membros do grupo, por isso é necessário que todos os estudantes realizem a atividade com empenho e responsabilidade.

Etapa 4: O professor recolhe alguns ou todos os registros gerados pelos grupos (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 87), a fim de analisar não só os acertos, mas, principalmente, os erros, que podem demonstrar se a aprendizagem, de fato, ocorreu, além de fornecer informações importantes sobre o que precisa ser revisto, analisado e discutido.

Avaliação: Considerando a avaliação como um processo contínuo e formativo, em um contexto de aprendizagem ativa e significativa, os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas previstas para a aula, levando em conta a participação com contribuições de cada um dos estudantes na resolução dos exercícios propostos, o empenho e a disposição para compartilhar os resultados com os demais colegas, os registros das respostas construídas pelos grupos levando também em conta que os exercícios desta aula apresentam um grau de complexidade maior que os das etapas anteriores da UEPS.

AULA 5- ETAPA 5 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações.

Objetivos: Desenvolver habilidades com as frações e suas aplicações, com maior grau de dificuldade, exigindo que os alunos exercitem seus argumentos e ampliem o raciocínio utilizando para encontrar os resultados das atividades propostas.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Aplicar conceitos matemáticos, utilizando estratégias, definições e procedimentos matemáticos para interpretar e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consciente.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópias das questões propostas.

Metodologia de desenvolvimento: Nesta aula, o professor propõe aos estudantes atividades sobre frações. Para o desenvolvimento da aula, será utilizada a estratégia de aprendizagem ativa conhecida por *Thinking-aloud pair problem solving* (TAPPS) (resolução em voz alta de problemas em pares). Trata-se de uma estratégia na qual os estudantes resolvem problemas em duplas. Um dos estudantes da dupla deve explicar o problema ao colega, procurando esclarecer todas as etapas da resolução. Os componentes de cada dupla, em sistema de revezamento, vão alternando seus papéis, até que todos os problemas propostos pelo professor sejam solucionados. Os principais objetivos desta estratégia são a prática de expressar o pensamento em voz alta, com ênfase na resolução de problemas, e a oportunidade para que os estudantes identifiquem possíveis erros de lógica e de raciocínio no processo da resolução. Nesta estratégia, a resolução do problema é mais do que o resultado do mesmo. Ao envolver os estudantes em atividades colaborativas e cooperativas, o professor lhes proporciona a possibilidade de compreensão em ação e não somente em pensamento. Dessa forma, na medida em que conseguem expressar seus pensamentos, verbalmente, a fim de comunicá-los ao colega, é possível promover o desenvolvimento do próprio ato de pensar e essa atividade reflexiva proporciona melhorias na compreensão dos conceitos e nos níveis de motivação, imprescindível para aprender. A TAPPS é organizada em quatro etapas de ação do estudante (ELMÔR-FILHO et al., 2019, p. 95), a saber:

Etapa 1: O professor solicita aos estudantes que formem duplas e explica a eles como funciona a estratégia e os papéis do explicador (ou solucionador do problema) e do ouvinte (ou questionador). É muito importante que o professor explique claramente as regras do uso da TAPPS e o papel de cada estudante de cada dupla.

Etapa 2: O professor solicita aos estudantes que decidam quem será o explicador (ou solucionador) e propõe um conjunto de problemas. O número de problemas deve ser par e o grau de dificuldade deve aumentar gradativamente.

A seguir, são apresentados os problemas a serem resolvidas pelos estudantes em duplas.

Escola: _____

Aluno(a): _____ Nº: _____

Ano: _____ Data: ____/____/____

Prezado estudante 😊

Realize os problemas a seguir em duplas.

Bom trabalho!!

Questão 1. (Enem 2016) Até novembro de 2011, não havia uma lei específica que punisse fraude em concursos públicos. Isso dificultava o enquadramento dos fraudadores em algum artigo específico do Código Penal, fazendo com que eles escapassem da Justiça mais facilmente. Entretanto, com o sancionamento da Lei 12.550/11, é considerado crime utilizar ou divulgar indevidamente o conteúdo sigiloso de concurso público, com pena de reclusão de 12 a 48 meses (1 a 4 anos). Caso esse crime seja cometido por um funcionário público, a pena sofrerá um aumento de $\frac{1}{3}$.

Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 15 ago. 2012

Se um funcionário público for condenado por fraudar um concurso público, sua pena de reclusão poderá variar de

- a) 4 a 16 meses.
- b) 16 a 52 meses.
- c) 16 a 64 meses.
- c) 24 a 60 meses.
- d) 28 a 64 meses.

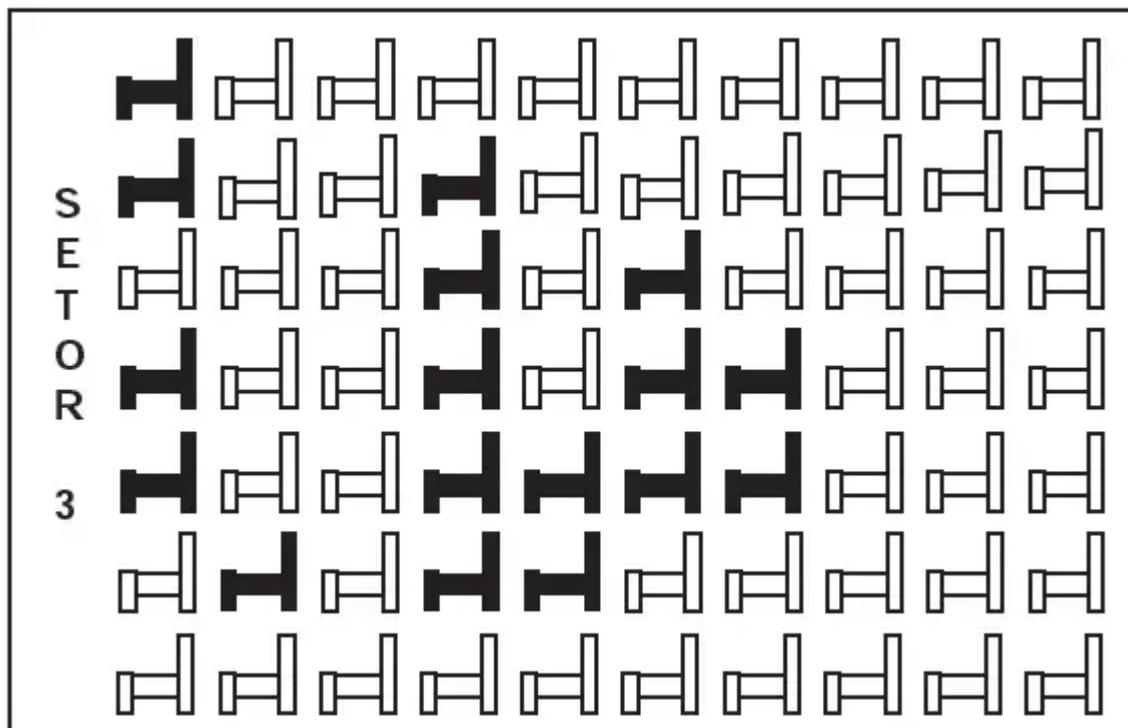
Questão 2. (Enem 2013) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.

A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:

- a) $\frac{17}{70}$
- b) $\frac{17}{53}$
- c) $\frac{53}{70}$

d) $\frac{53}{17}$

e) $\frac{70}{17}$



Questão 3. (Enem 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

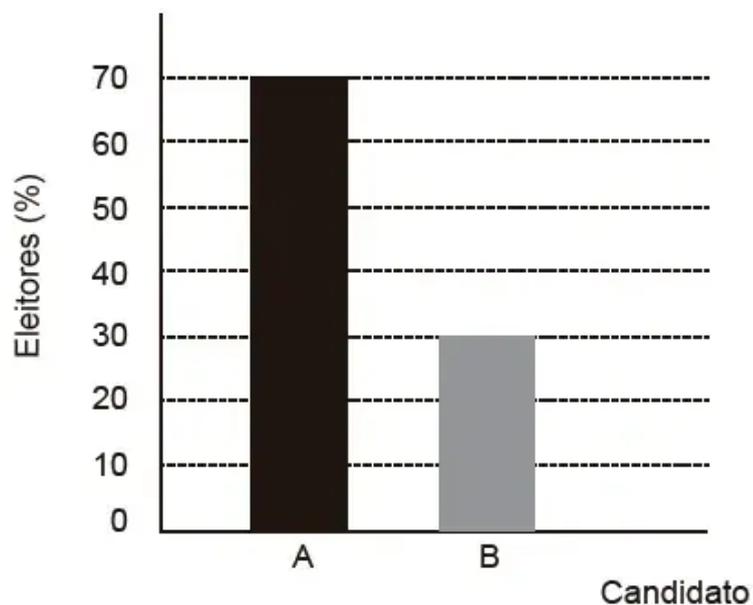


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o gráfico 2.

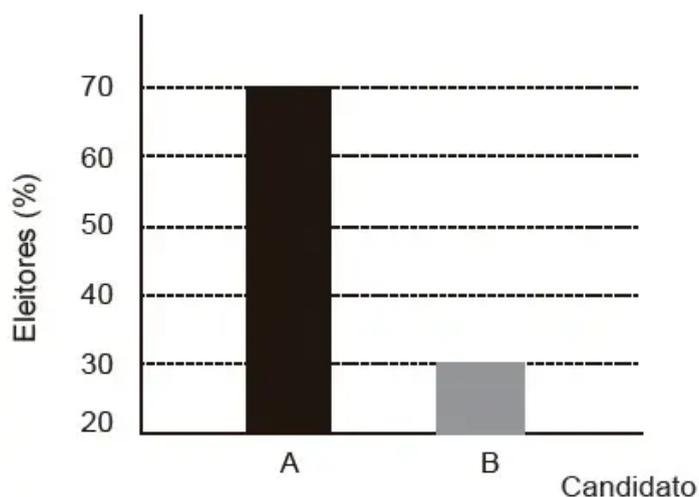
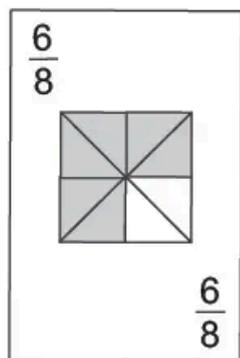


Gráfico 2

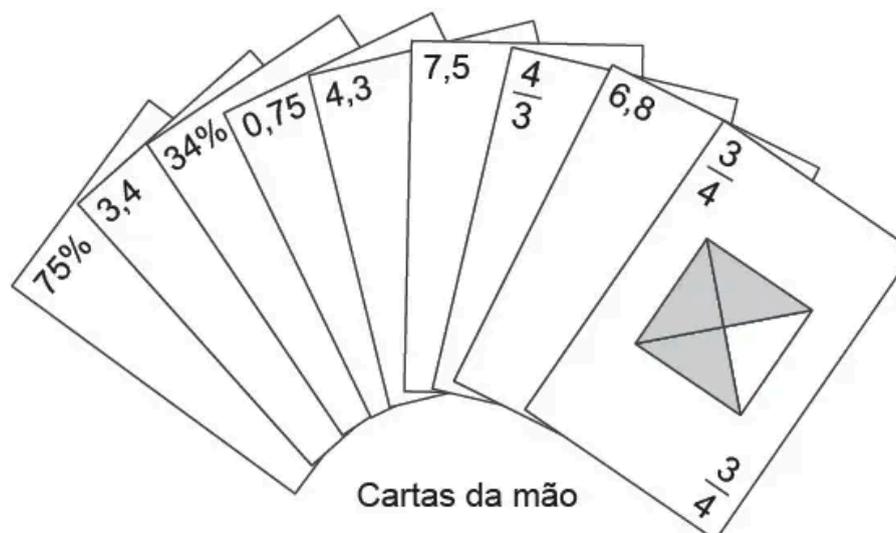
Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B. A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é

- a) 0
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{5}$
- d) $\frac{2}{15}$
- e) $\frac{8}{35}$

Questão 4. (Enem 2015) No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:



Carta da mesa



Cartas da mão

Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

- a)9
- b)7
- c)5
- d)4
- e)3

Questão 5. (Enem 2015) A expressão “Fórmula de Young” é utilizada para calcular a dose infantil de um medicamento, dada a dose do adulto:

$$\text{dose de criança} = \left(\frac{\text{idade da criança (em anos)}}{\text{idade da criança (em anos)} + 12} \right) \cdot \text{dose do adulto}$$

Uma enfermeira deve administrar um medicamento X a uma criança inconsciente, cuja dosagem de adulto é de 60 mg. A enfermeira não consegue descobrir onde está registrada a idade da criança no prontuário, mas identifica que, algumas horas antes, foi administrada a ela uma dose de 14 mg do medicamento Y, cuja dosagem de adulto é 42 mg. Sabe-se que a dose da medicação Y administrada à criança estava correta. Então, a enfermeira deverá ministrar uma dosagem do medicamento X, em miligramas, igual a

- a)15
- b)20
- c)30
- d)36
- e)40

Questão 6. (Enem PPL 2020) A fim de reforçar o orçamento familiar, uma dona de casa começou a produzir doces para vender. Cada receita é composta de $\frac{4}{5}$ de quilograma de amendoim e $\frac{1}{5}$ de quilograma de açúcar. O quilograma de amendoim custa R\$ 10,00 e o do açúcar, R\$ 2,00. Porém, o açúcar teve um aumento e o quilograma passou a custar R\$ 2,20. Para manter o mesmo custo com a produção de uma receita, essa dona de casa terá

que negociar um desconto com o fornecedor de amendoim. Nas condições estabelecidas, o novo valor do quilograma de amendoim deverá ser igual a:

- a) R\$ 9,20
- b) R\$ 9,75
- c) R\$ 9,80
- d) R\$ 9,84
- e) R\$ 9,95

Etapa 3: O explicador lê o problema em voz alta e fala tudo o que pensa enquanto resolve o problema, ou seja, apresenta a solução passo a passo em voz alta. O ouvinte acompanha todas as etapas da resolução do problema se certificando de que o explicador não pare de falar, questionando, sugerindo e anotando erros que ele venha a detectar. Contudo, as perguntas do ouvinte não devem guiar o explicador para uma solução nem devem, explicitamente, destacar um erro específico. No entanto, se o ouvinte detectar um erro que possa impedir a resolução correta do problema, ele pode comentar que o erro foi cometido. Nesta etapa, o professor circula pela sala e acompanha a resolução do problema pelas duplas. O professor faz perguntas às duplas para saber em que estágio de resolução está o problema.

Etapa 4: Uma vez encontrada a solução de um problema, os estudantes trocam de papel e resolvem mais um problema. Os estudantes vão se alternando nos papéis de explicador e ouvinte até que todos os problemas sejam resolvidos.

Após a realização dos problemas através da estratégia de aprendizagem ativa conhecida por *Thinking-aloud pair problem solving* (TAPPS) (resolução em voz alta de problemas em pares) a professora no quadro discute cada problema com a ajuda das duplas.

Avaliação: os estudantes serão avaliados durante o desenvolvimento de todas as etapas da estratégia, considerando a participação, o empenho e a disposição para resolver e compartilhar com os demais colegas os resultados obtidos. O professor poderá solicitar ao par que façam um registro do processo de resolução. Neste registro, o explicador e o ouvinte devem identificar e apresentar a contribuição de cada um para a solução do problema.

Após a realização da ETAPA 5 da UEPS será disponibilizada aos educandos a pré-aula para a realização da estratégia de aprendizagem Sala de aula Invertida.

Pré-aula: Tem como objetivo preparar os estudantes para uma aula produtiva. Assim, a professora irá disponibilizar um material no Google Sala de Aula, material a ser trabalhado pelos estudantes em casa, propondo a leitura de um texto, e a visualização de vídeos sobre operações com frações. Abaixo, segue a lista dos materiais:

1. Leia no livro didático APOEMA MATEMÁTICA 6º. Ano páginas 172 a 182.
2. Visualize os vídeos: <https://youtu.be/8j2IXOiDh7U> Adição de frações
<https://youtu.be/OGhzT-sHRj0> Subtração de frações

<https://youtu.be/kJIDFhg4ZBQ> Multiplicação de frações

<https://youtu.be/xJeIS-nY1U4> Divisão de frações

AULA 6 - ETAPA 6 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivos: Resolver, interpretar e compreender problemas que envolvam adição, subtração, multiplicação e divisão com números racionais positivos na representação fracionária e as relações entre elas e suas propriedades operatórias.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Saber adicionar, subtrair, multiplicar e dividir frações; Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar em variados contextos, sejam atividades do cotidiano ou fatos científicos, de modo a contribuir e aplicar na sua formação geral como cidadão.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: computador, celular, material impresso, livro didático.

Metodologia de desenvolvimento: Metodologia de desenvolvimento: utilização da estratégia de aprendizagem ativa denominada Sala de Aula Invertida, tendo a pretensão de estimular a interação aluno-aluno e aluno-professor, havendo uma alteração tanto no papel do professor quanto do aluno, pois ocorre a inversão da lógica do ensino tradicional, ou seja, os estudantes fazem o trabalho da sala de aula em casa e o trabalho de casa na sala de aula. A estratégia é aplicada em três etapas: pré-aula, aula e pós-aula (ELMÔR-FILHO et al. 2019).

Pré-aula: As atividades desta etapa já foram apresentadas ao final da AULA 5.

Momento Aula: Na Pré-aula, os estudantes recordam as operações com frações (adição, subtração, divisão e multiplicação) seus principais elementos e algumas de suas relações. No momento Aula, o foco será voltado à aula expositiva e dialogada sobre os conceitos estudados em casa. Os estudantes irão compartilhar as descobertas obtidas através do estudo com seus colegas e com o professor, esclarecendo as dúvidas que porventura tenham surgido, visando a interação ativa de todos os envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem. Os exercícios a serem resolvidos durante o Momento Aula são exercícios do livro didático *Apoema Matemática* para o 6º. ano do Ensino Fundamental.

Os estudantes serão informados de que serão avaliados durante todo o desenvolvimento da aula, considerando a participação, o empenho e as contribuições de cada estudante no que se refere às operações com frações. Os questionamentos ao final da aula, assim como os exercícios que serão resolvidos no momento da Pós-aula também serão avaliados.

Pós-Aula: A seguinte lista de exercícios referente ao que foi trabalhado no momento aula, sendo estes extraídos do livro didático Apoema Matemática para o 6º. ano do Ensino Fundamental.

A seguinte lista de exercícios deve ser respondida com atenção e constar todo o desenvolvimento das atividades realizadas.

Lista de Exercícios

Operações com frações

1) Efetue as adições e subtrações com frações com mesmo denominador, a seguir:

$$a) \frac{2}{15} + \frac{7}{15}$$

$$b) \frac{10}{3} - \frac{2}{3}$$

2) Efetue as adições e subtrações com frações com denominadores diferentes, a seguir:

$$a) \frac{2}{15} + \frac{1}{5}$$

$$b) \frac{4}{9} - \frac{1}{5}$$

3) Efetue as multiplicações:

$$a) \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$$

$$b) 3 \cdot \frac{2}{5}$$

4) Escreva a fração correspondente a cada caso a seguir:

$$a) \frac{1}{10} \text{ de } \frac{2}{3}$$

$$b) \frac{3}{8} \text{ de } \frac{5}{6}$$

5) Qual é o resultado da seguinte Expressão: $1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\right)$

6) Efetue as operações:

$$a) \frac{7}{4} \div \frac{3}{14}$$

$$b) \frac{5}{4} \div \frac{4}{5}$$

7) Se calcularmos $\frac{3}{5}$ de R\$ 1.000,00, obteremos:

8) O professor levou uma melancia para a turma. Em um recreio comeram $\frac{2}{3}$ dela e no outro comeram $\frac{1}{2}$ do que sobrou. Que fração representa o que sobrou da melancia?

9) O resultado da adição $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ é:

10) Quantos centímetros correspondem a $\frac{3}{5}$ de 30 centímetros?

AULA 7- ETAPA 7 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivos: Avaliar a aprendizagem dos estudantes por meio de um novo mapa conceitual, de uma avaliação final dos conteúdos trabalhados e autoavaliação.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Demonstrar seus conhecimentos sobre frações interpretando problemas com autonomia, desenvolvendo o senso crítico, a argumentação e a comunicação. Utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e aplicar à realidade. Identificar que o desenvolvimento desta UEPS trouxe uma aprendizagem significativa sobre números racionais para os estudantes do terceiro ano do Curso Normal.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Cópias da Avaliação Final

Metodologia de desenvolvimento: Nesta etapa o professor fará a retomada da avaliação diagnóstica aplicada na ETAPA 2 da UEPS, acrescentando mais alguns exercícios referentes às operações com frações, esta avaliação será realizada de forma individual, após a realização desta avaliação, os estudantes serão desafiados a elaborar um novo mapa conceitual, contendo tudo o que sabem sobre frações. Estas ferramentas de coletas de dados serão fundamentais para a identificação da aprendizagem significativa sobre frações.

Escola: _____
 Aluno(a): _____ N°: _____
 Ano: _____ Data: ____/____/____

Avaliação Final

Prezado(a) Estudante 😊

Esta avaliação final tem como objetivo avaliar seus conhecimentos sobre frações, após ter realizado as demais etapas da UEPS. Para que os dados coletados sejam fidedignos

(digno de crédito e de confiança) de seu conhecimento é de grande valia que você responda com empenho e de forma individual.

Questão 1. (OBMEP 2018 – 1ª fase – N1 – questão 8) Luísa pagou R\$ 4,50 por $\frac{3}{8}$ de um bolo, e João comprou o resto do bolo. Quanto João pagou?

Questão 2. (OBMEP 2019 – 1ª fase – N1 – questão 17) Janaína tem três canecas, uma pequena, uma média e uma grande. Com a caneca pequena cheia, ela enche $\frac{3}{5}$ da caneca média. Com a caneca média cheia, ela enche $\frac{5}{8}$ da caneca grande. Janaína enche as canecas pequena e média e despeja tudo na caneca grande. O que vai acontecer com a caneca grande?

- A) Ela ficará preenchida em $\frac{7}{8}$ de sua capacidade.
- B) Ela ficará preenchida em $\frac{8}{13}$ de sua capacidade.
- C) Ela ficará preenchida em $\frac{5}{8}$ de sua capacidade.
- D) Ela ficará totalmente cheia, sem transbordar.
- E) Ela vai transbordar.

Questão 3. Questão 3. Se $a = \frac{3}{8}$, $b = \frac{2}{5}$ e $c = \frac{4}{9}$, assinale a alternativa correta.

- a) $a < b < c$.
- b) $a < c < b$.
- c) $b < a < c$.
- d) $b < c < a$.
- e) $c < a < b$.

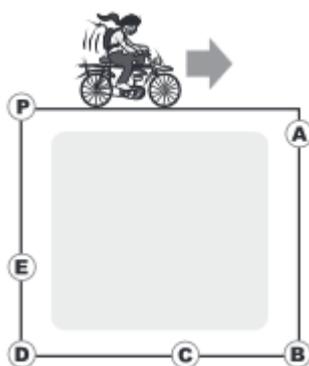
Questão 4. (OBMEP 2005 – 1ª fase - N2Q18) Dois meses atrás, o prefeito de uma cidade iniciou a construção de uma nova escola. No primeiro mês foi feito $\frac{1}{3}$ da obra e no segundo mês mais $\frac{1}{3}$ do que faltava. A que fração da obra corresponde a parte ainda não construída da escola?

Questão 5. (OBMEP 2006 – 1ª fase – N2Q11) Um fabricante de chocolate cobrava R\$5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente, o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R\$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

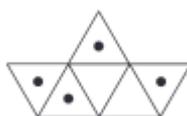
Questão 6. (OBMEP 2017 – 2ª fase – N1Q3) André, Bernardo e Carlos retiraram, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{14}$ do total de doces de um pote.

- (a) Quem retirou o menor número de doces?
- (b) A quantidade de doces que restou no pote corresponde a que fração do total?
- (c) André deu 15 doces a Carlos e ficou com o mesmo número de doces que Bernardo. Quantos doces havia inicialmente no pote?

Questão 7. (OBMEP 2007 – 1ª fase – N1Q6) Sueli resolveu dar uma volta em torno de uma praça quadrada. Ela partiu do vértice P, no sentido indicado pela flecha, e caiu ao atingir $\frac{3}{5}$ do percurso total. Qual dos pontos A, B, C, D, E ou P indicados na figura corresponde ao lugar em que Sueli caiu?



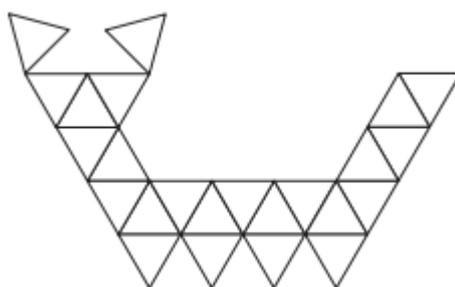
Questão 8. (OBMEP 2008 – 2ª fase – N1Q1) Nesta questão todas as figuras são formadas por triângulos iguais. Veja como Chico Bento marcou $\frac{2}{3}$ dos triângulos da figura a seguir.



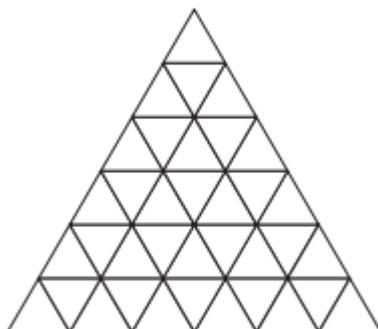
(a) Agora, marque você $\frac{3}{4}$ dos triângulos da figura a seguir. Quantos triângulos você marcou?



(b) Ajude Chico Bento marcando mais que $\frac{1}{4}$ e menos que $\frac{1}{3}$ dos triângulos da figura a seguir. Quantos triângulos você marcou?



(c) Chico Bento marcou $\frac{7}{12}$ dos triângulos da figura a seguir com a letra C e Doralina, por sua vez, marcou $\frac{3}{4}$ dos triângulos com a letra D, de modo que todos os triângulos ficaram marcados. O número de triângulos marcados com duas letras corresponde a qual fração do número total de triângulos?



Questão 9. (Apoema - matemática 6º ano) Qual é o resultado da Expressão:

$$1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\right)$$

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{1}{8}$
- d) $\frac{1}{16}$

Questão 10. (FGV 2020) José recebeu uma herança em dinheiro. Desse valor, a quinta parte foi usada para o pagamento do advogado e impostos e a terça parte do restante utilizado para pagamentos de dívidas. A fração do total que restou foi:

- a) $\frac{3}{5}$
- b) $\frac{7}{15}$
- c) $\frac{7}{10}$
- d) $\frac{8}{15}$
- e) $\frac{8}{10}$

Questão 11. (Apoema - matemática 6º ano) O professor levou uma melancia para a turma. Em um recreio comeram $\frac{2}{3}$ dela e no outro comeram $\frac{1}{2}$ do que sobrou. Que fração representa o que sobrou da melancia?

Questão 12. (Apoema - matemática 6º ano) Represente geometricamente (com figuras) a fração correspondente a $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{3}$:

Questão 13. (Obmep 2012 - 2ª fase) Alberto, Beatriz, Carlos, Dulce e Eduardo ainda dormiam quando sua mãe saiu e deixou uma vasilha com jabuticabas e a instrução para que fossem divididas igualmente entre eles. Alberto acordou primeiro, pegou $\frac{1}{5}$ das jabuticabas e saiu. Beatriz acordou depois, mas pensou que era a primeira a acordar e, por este motivo, pegou $\frac{1}{5}$ das jabuticabas restantes e também saiu. Os outros três irmãos acordaram juntos, perceberam que Alberto e Beatriz já haviam saído e dividiram as jabuticabas restantes igualmente entre eles.

- a) Que fração do total de jabuticabas coube a Beatriz?
- b) Quem ficou com a menor quantidade de jabuticabas? Quem ficou com a maior quantidade de jabuticabas?
- c) Ao final da divisão, nenhum dos irmãos ficou com mais do que 20 jabuticabas. Quantas jabuticabas havia na vasilha?

Questão 14. (Portal da Obmep) Resolva a expressão numérica:

$$\left(5 + \frac{11}{4}\right) : \left(\frac{5}{4} + 1\right) + \left[\left(\frac{2}{5} + 5\right) : 2 + \frac{1}{2}\right]$$

AULA 8 - ETAPA 8 da UEPS

Objetos de conhecimento: Números racionais e suas aplicações

Objetivos: Discutir a UEPS e fazer a análise de seus resultados.

Resultados de aprendizagem pretendidos: Refletir sobre a sua aprendizagem e discutir a UEPS do ponto de vista de sua aprendizagem.

Tempo estimado: 3 períodos de 50 minutos.

Recursos: Materiais utilizados durante todas as etapas da UEPS.

Metodologia de desenvolvimento: Nesta etapa, o professor, mais uma vez, busca indícios de uma aprendizagem significativa ocorrida por meio do desenvolvimento da UEPS. Tendo em vista, que todas as atividades foram registradas para posterior análise. Discutir os mapas conceituais iniciais e finais e discutir a avaliação final, assim como realizar a autoavaliação.

Autoavaliação

Esta autoavaliação tem como objetivo proporcionar um momento de reflexão sobre seu próprio desempenho e o seu percurso no processo de aprendizagem significativa sobre números racionais durante o desenvolvimento desta UEPS. A autoavaliação será disponibilizada em um formulário do Google e postada no Classroom.

- 1) Participei ativamente das atividades propostas realizadas fora da sala de aula.
- () Sim
- () Não
- () Às vezes

- 2) Participei ativamente das atividades em sala de aula.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 3) Participei ativamente das atividades propostas pelo professor quando realizadas em grupos.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 4) Contribuí com questionamentos e colocações para a realização das atividades propostas.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 5) Respeitei as contribuições e opiniões dos demais colegas de grupo.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 6) As atividades realizadas em grupo contribuem para a minha aprendizagem.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 7) Prefiro realizar as atividades individualmente.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 8) Acredito que aprendi melhor e de forma mais significativa por meio da UEPS.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 9) Acredito que aprendo melhor e de forma mais significativa por meio das aulas tradicionalmente desenvolvidas.
 Sim
 Não
 Às vezes
- 10) Quanto às estratégias de aprendizagem ativa desenvolvidas durante a UEPS, considero que foram:
 Ótimas
 Boas
 Regulares
 Ruins
 Péssimas
- 11) Das estratégias de aprendizagem ativa desenvolvidas durante a UEPS, assinale as que você considera mais colaborou para a sua aprendizagem. Enumere de (1) a (4) sendo (1) a que menos colaborou e (4) a que mais colaborou:
 Think-Pair-Share
 In-Class Exercises
 Resolução de Problemas em voz Alta pelos pares

() Sala de Aula Invertida

12) Finalmente, escreva em poucas palavras, mas com uma justificativa, como você avalia esta forma de aprender e de ensinar por meio da UEPS.

APÊNDICE B

Termo de consentimento livre e esclarecido

Eu _____ RG nº _____, responsável legal pelo estudante/participante _____, RG nº _____, declaro que estou ciente das informações aqui citadas e autorizo minha filha a participar da pesquisa que é parte da dissertação de mestrado Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre Frações Aplicada na Disciplina de Didática da Matemática do Curso Normal, realizada pela professora Dulce Pereira Carneiro Barp mestranda matriculada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, orientada pelas professora Elisa Boff durante o ano de 2023.

A pesquisa tem como finalidade avaliar a contribuição de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para a ocorrência da aprendizagem significativa de frações em estudantes do Curso Normal, mediante estratégias e métodos de aprendizagem ativa. Todas as etapas da pesquisa serão desenvolvidas durante o período de aula, sob a orientação da própria pesquisadora.

Autorizo, a divulgação dos resultados obtidos através das produções realizadas em sala de aula, resoluções ou relatos (escritos ou falados) em atividades de aprendizagem ou de avaliação, respostas a questionários ou outros instrumentos de levantamento de dados, bem como, no registro das imagens que serão divulgadas na forma de artigos e apresentações oral ou escrita em eventos científico-acadêmico respeitando o compromisso de manter incógnita a identidade da minha filha e assim concordo com a manutenção do caráter confidencial das informações registradas relacionadas com a privacidade dos participantes da pesquisa.

Estou ciente que a cedência da imagem é sem fins lucrativos, ônus ou encargos para o pesquisador, por tempo indeterminado. Tenho o conhecimento de que a participação da minha filha deverá ser espontânea, havendo a devida liberdade para que ela se recuse a participar ou retire seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalidade alguma ou sem prejuízo e que receberei as informações que solicitar sobre os procedimentos e demais assuntos relacionados com esta pesquisa.

Desde já agradecemos a sua colaboração e colocamo-nos à disposição para esclarecimentos pelo telefone (54) 999293517 ou e-mail dpcbarp@ucs.br.

Vacaria, 08 de março de 2023.

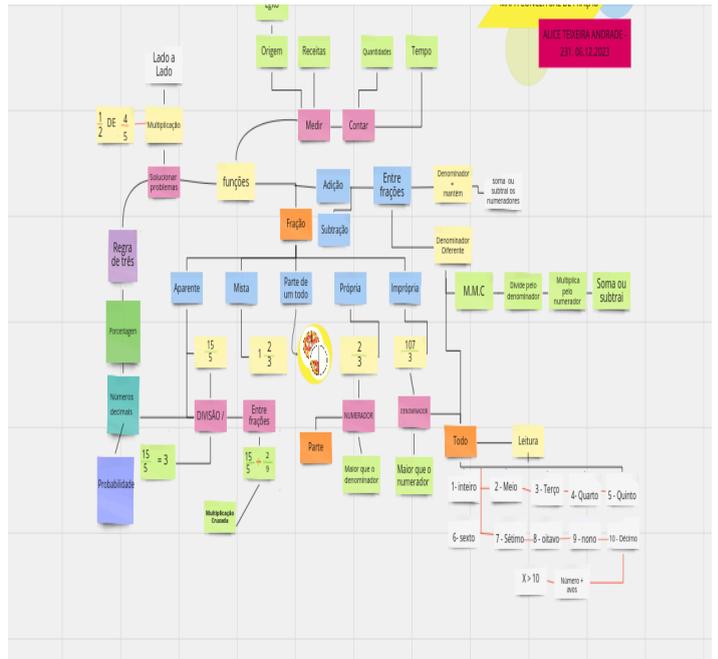
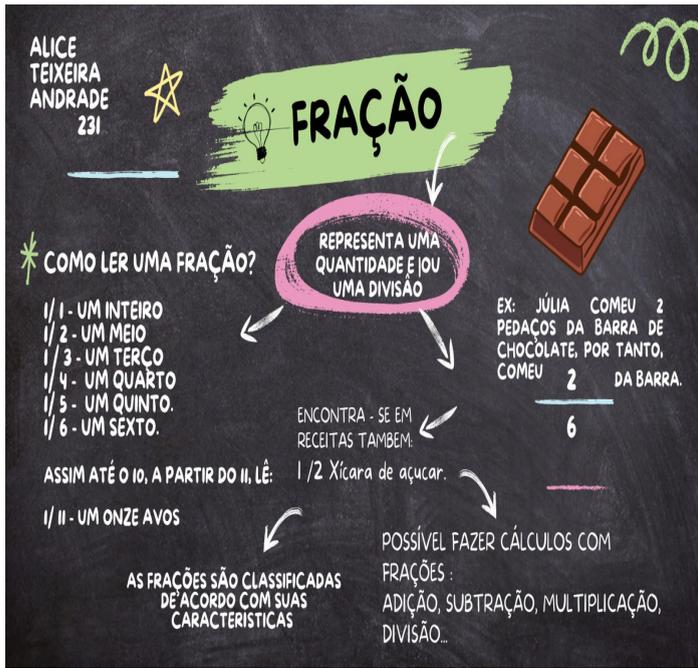
Assinatura do Responsável Legal
Participante

Assinatura do Estudante

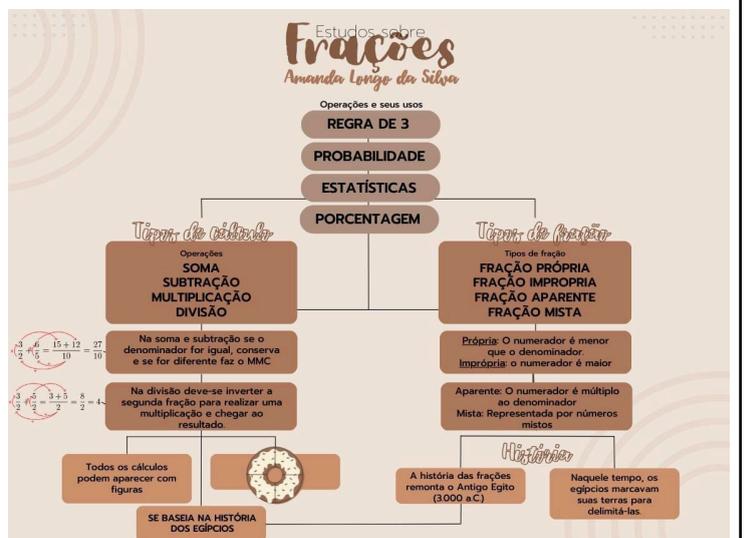
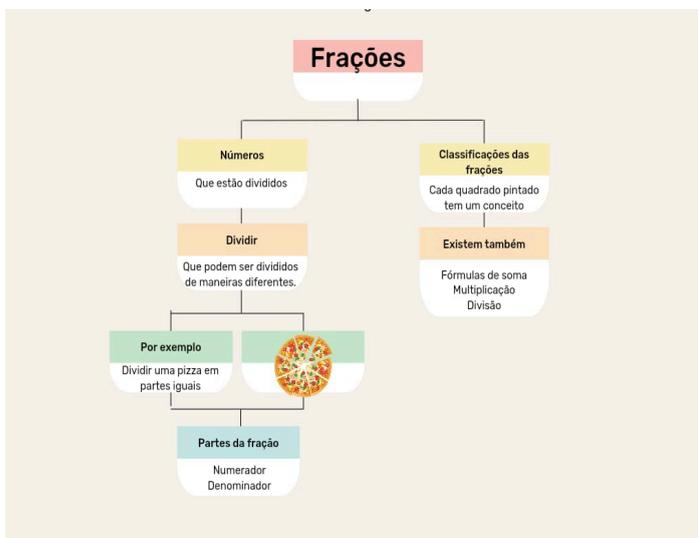
Material Elaborado pelas estudantes sob orientação da pesquisadora: MAPAS iniciais e finais.

Mapa conceitual inicial	Mapa conceitual final
-------------------------	-----------------------

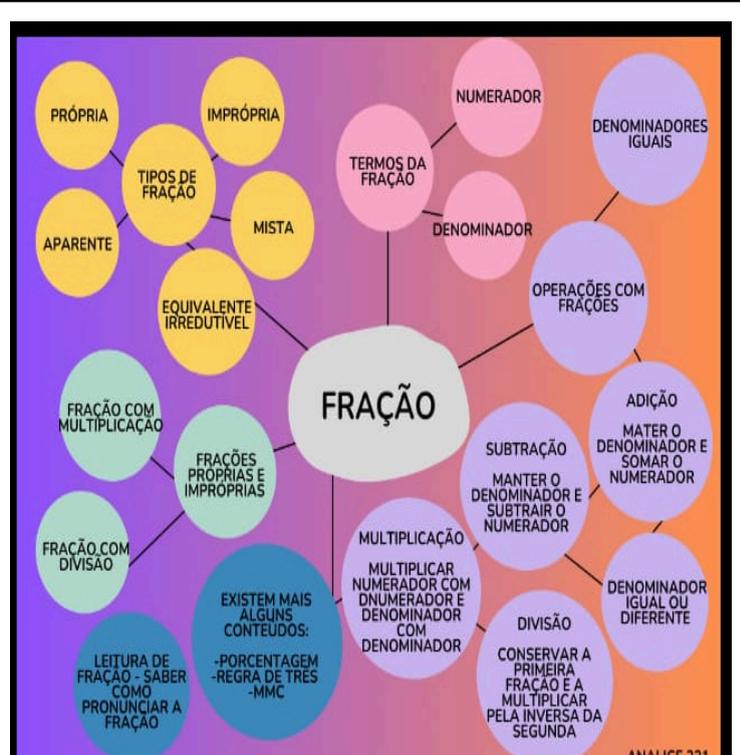
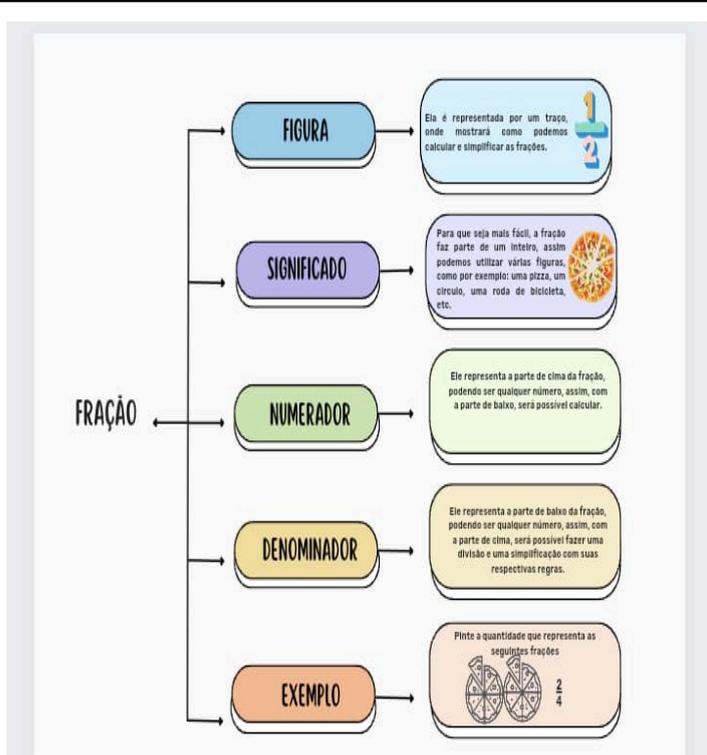
Estudante 1



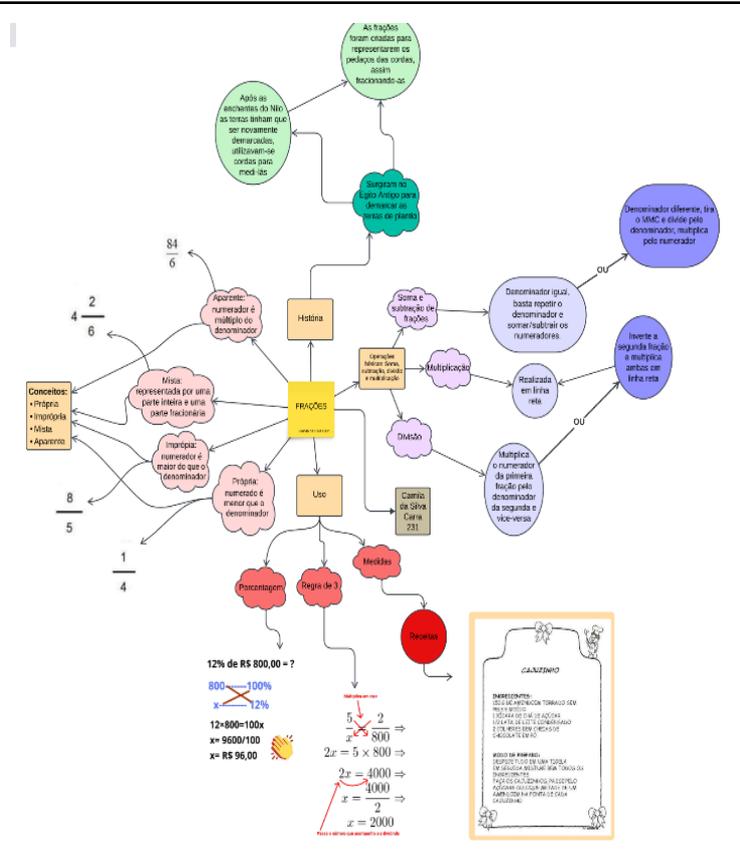
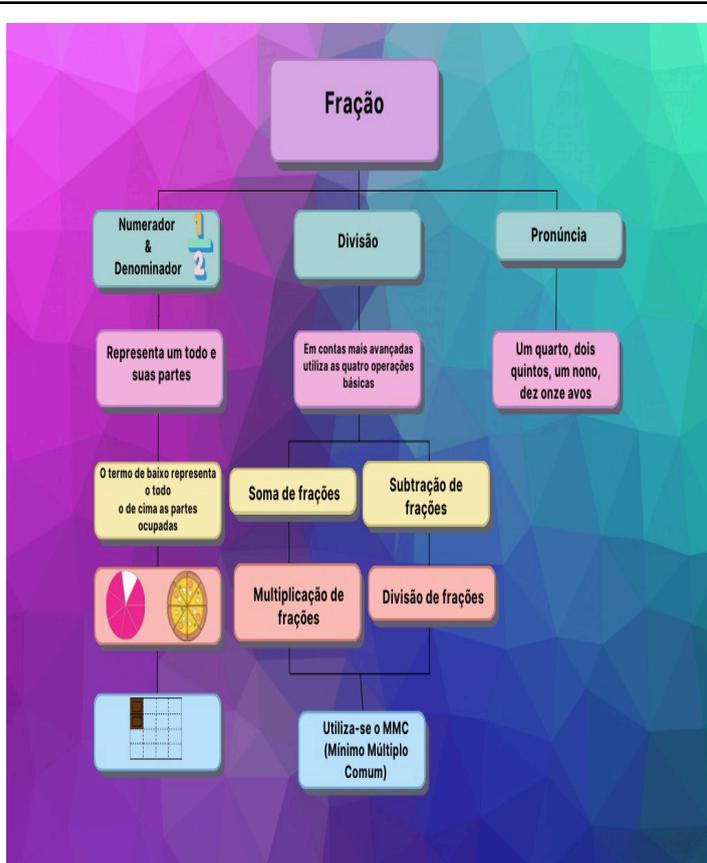
Estudante 2



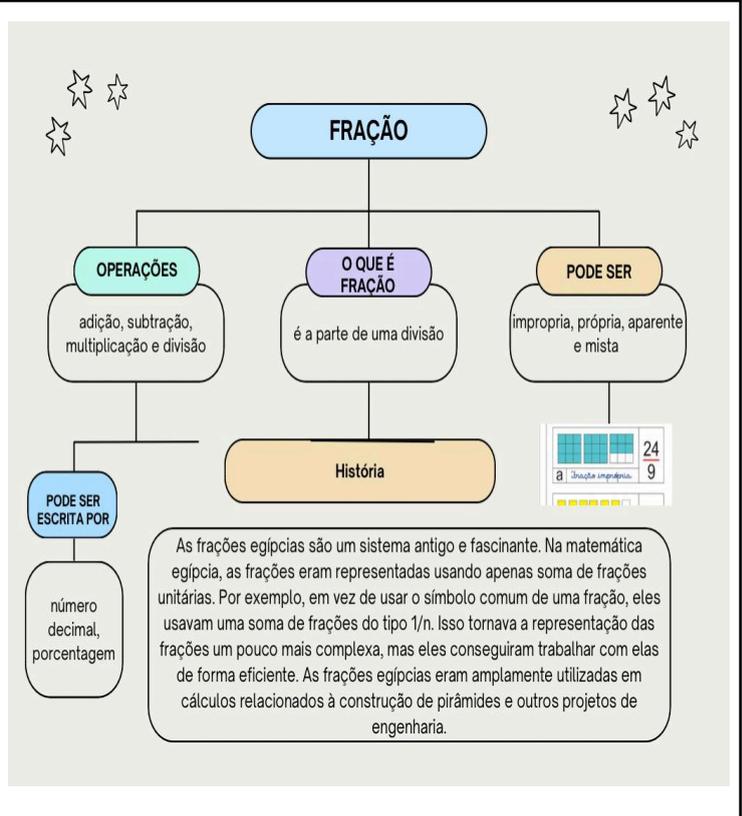
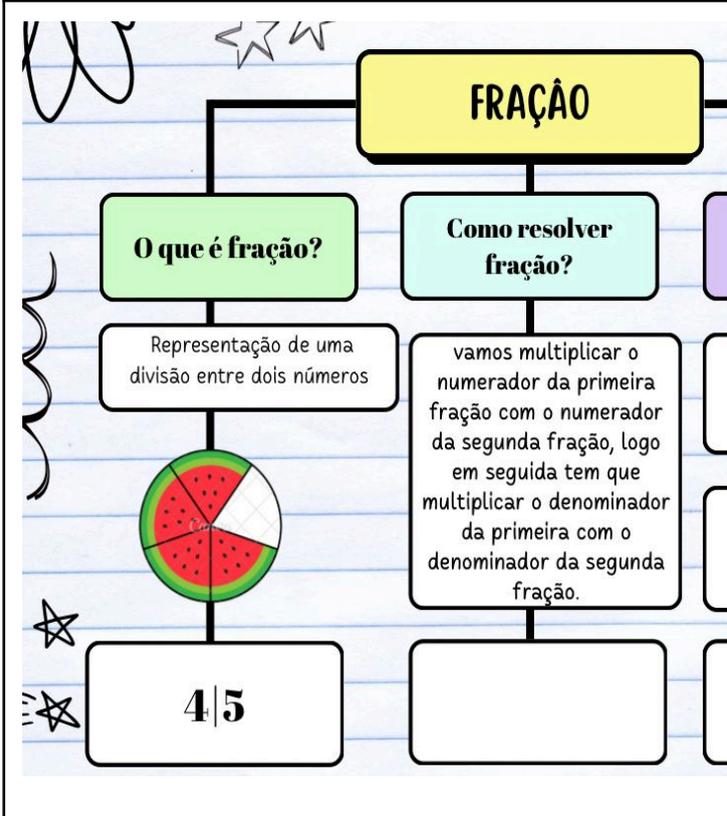
Estudante 3



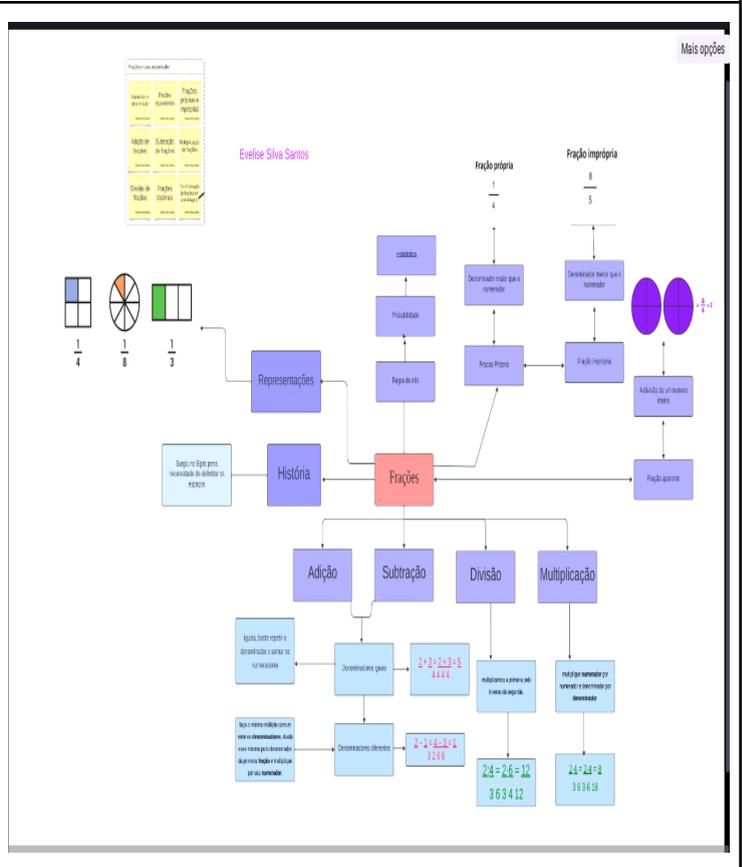
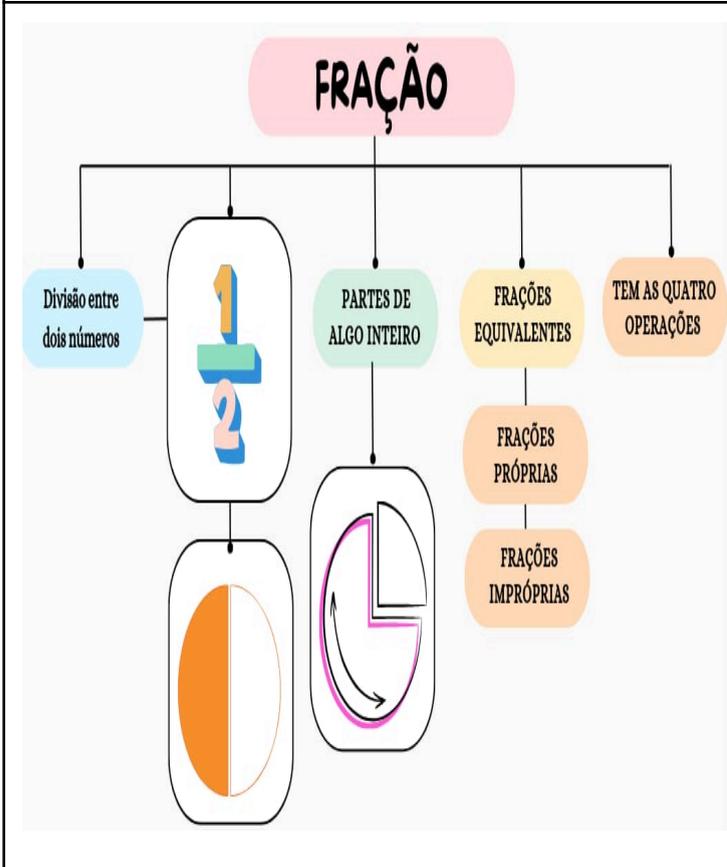
Estudante 4



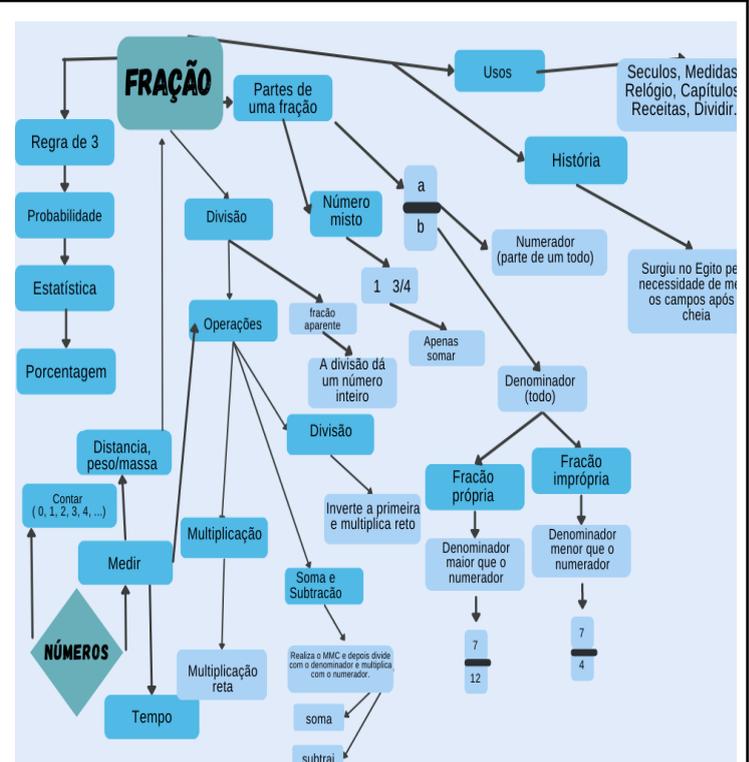
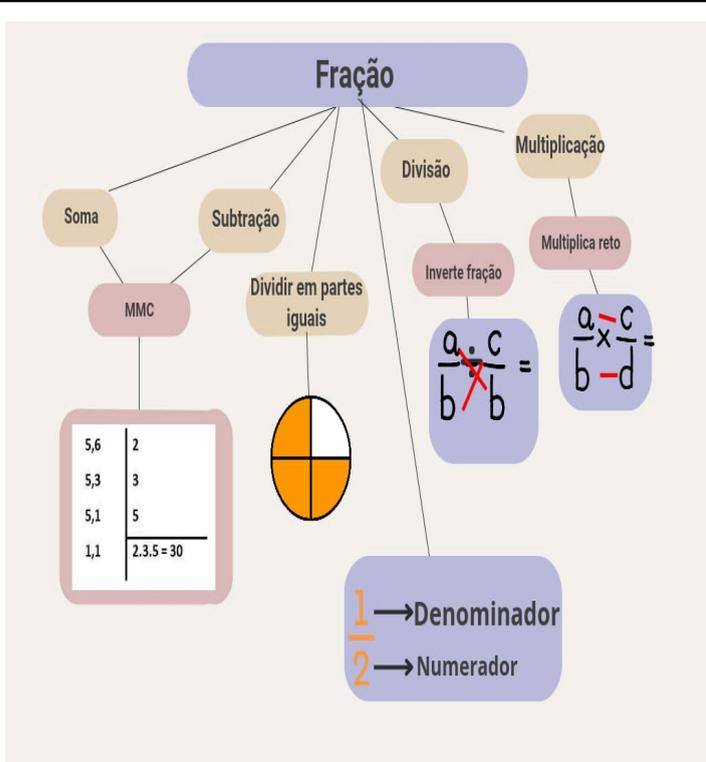
Estudante 5



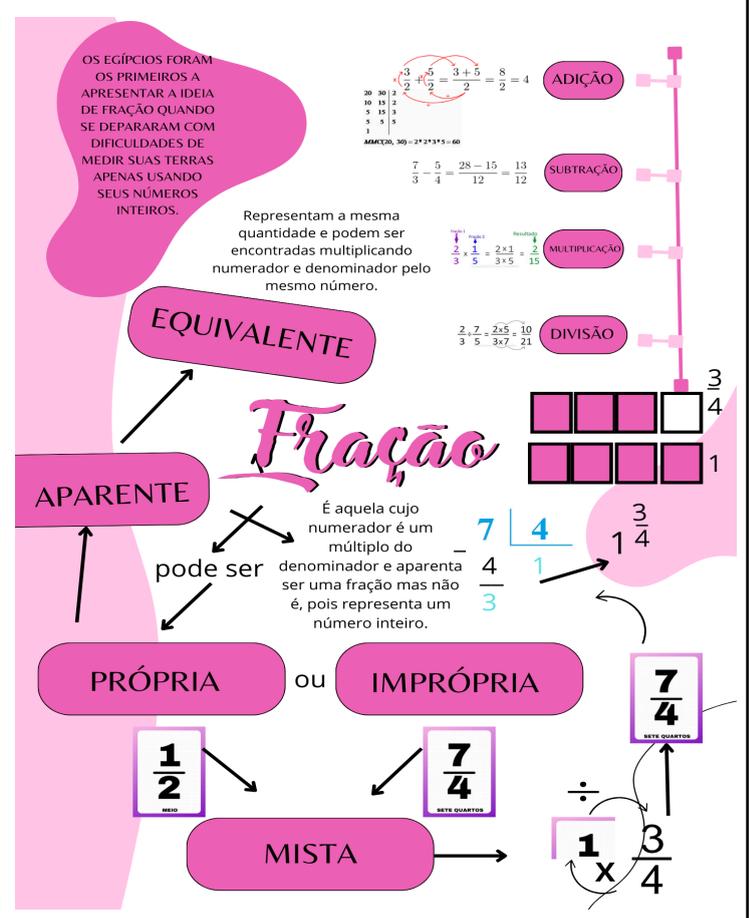
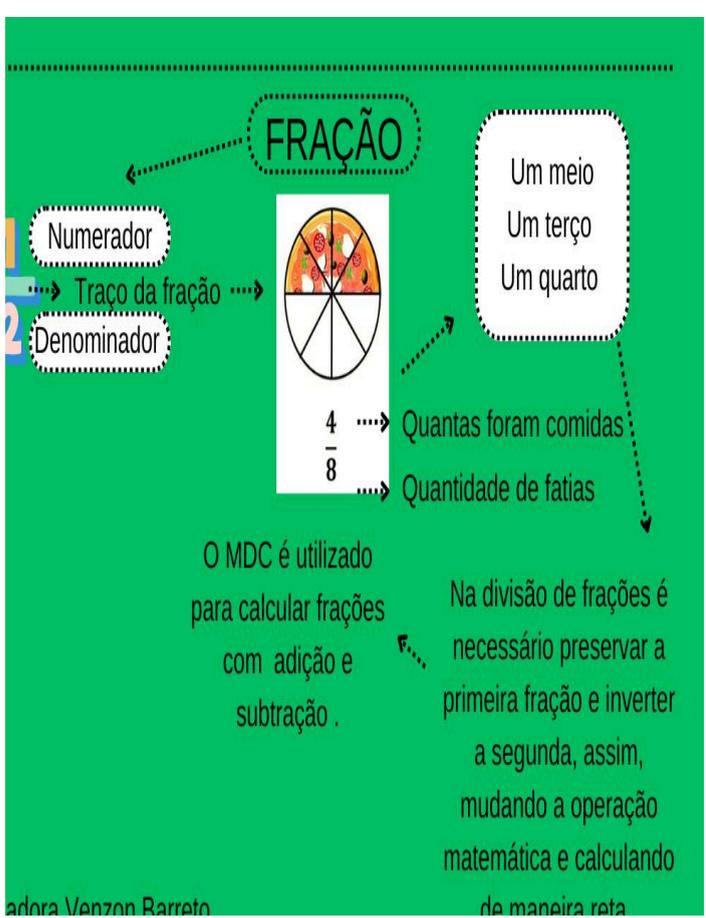
Estudante 6



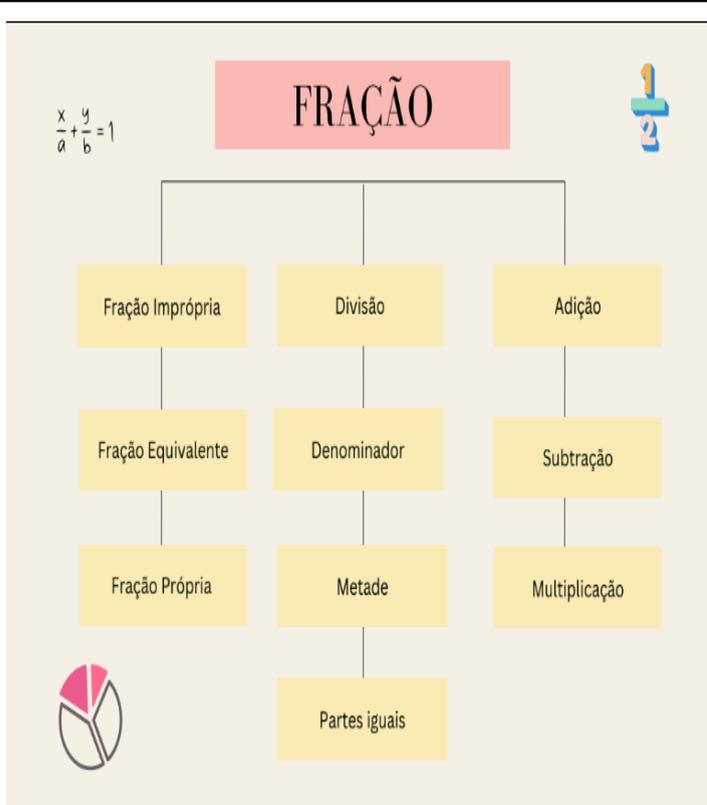
Estudante 7



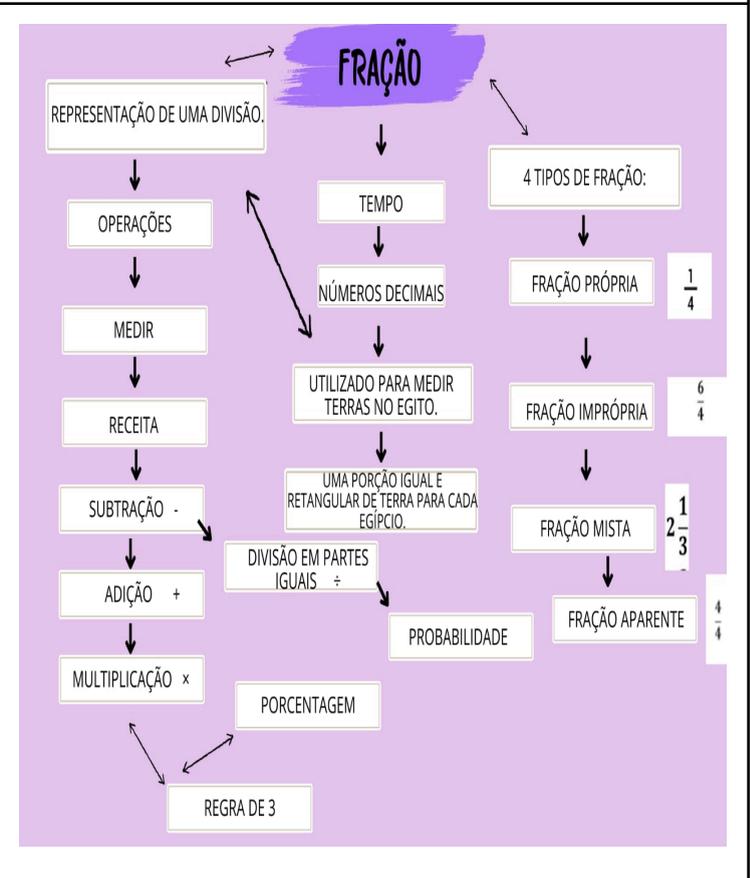
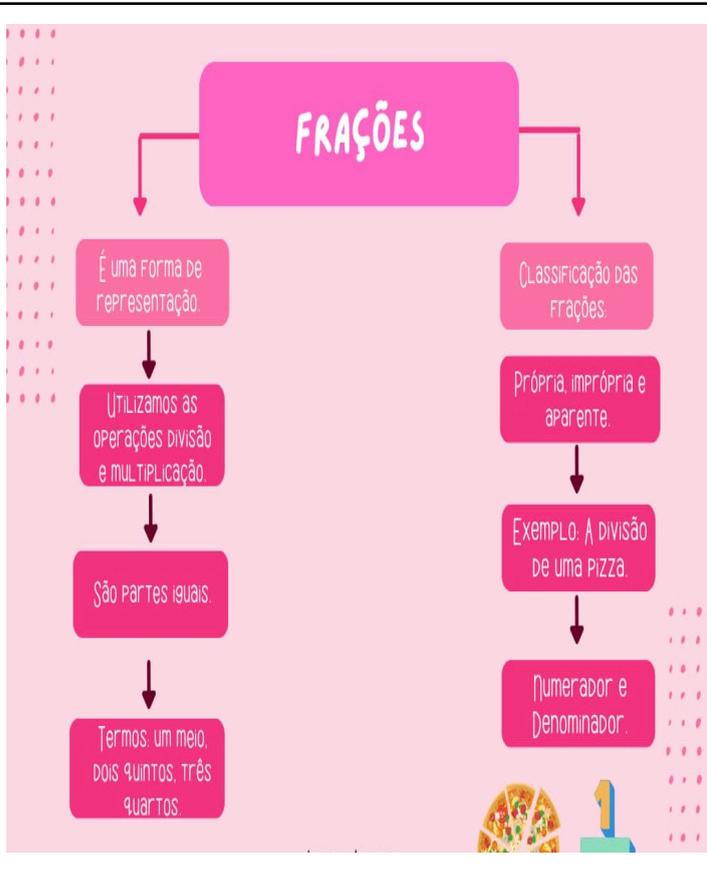
Estudante 8



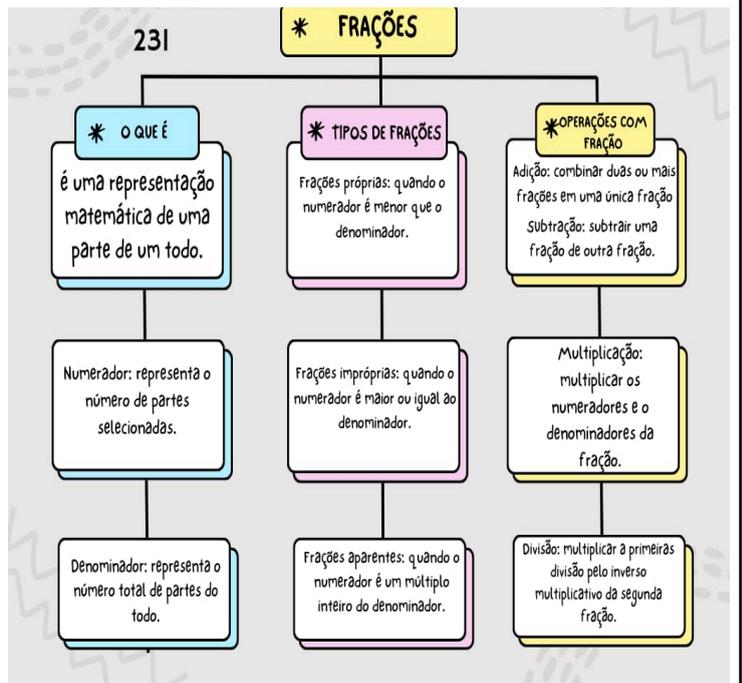
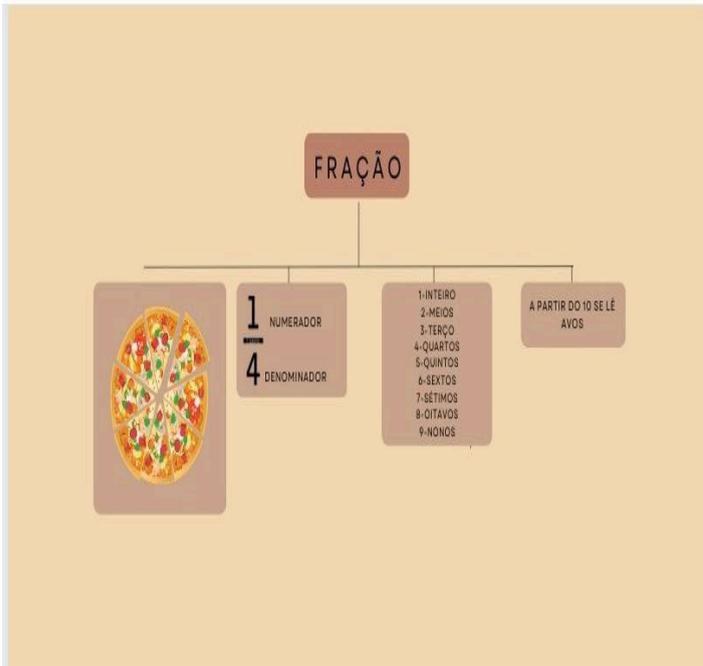
Estudante 9



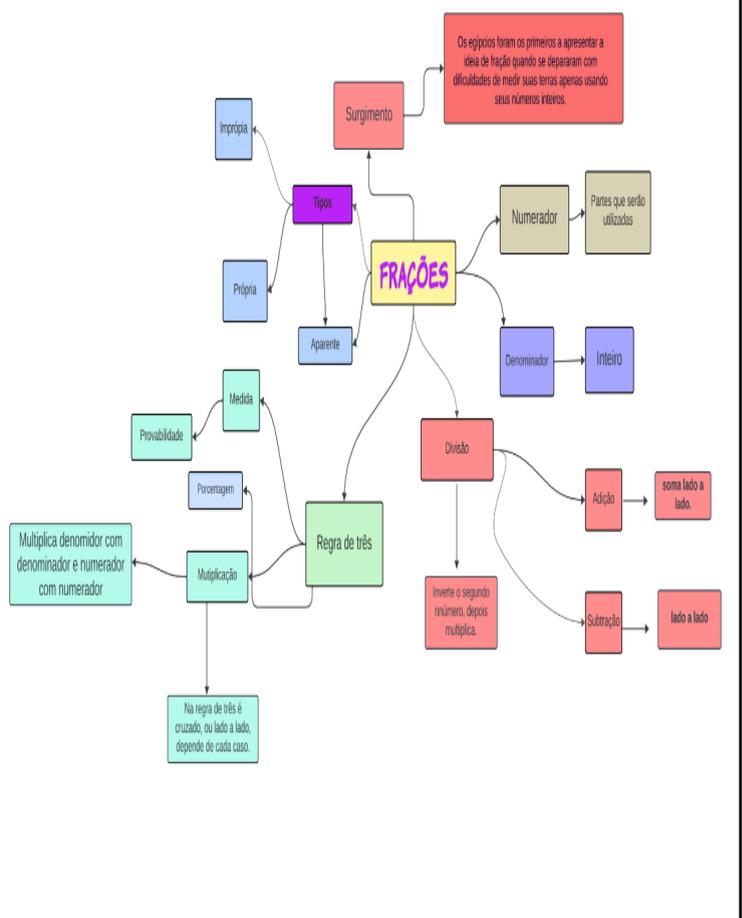
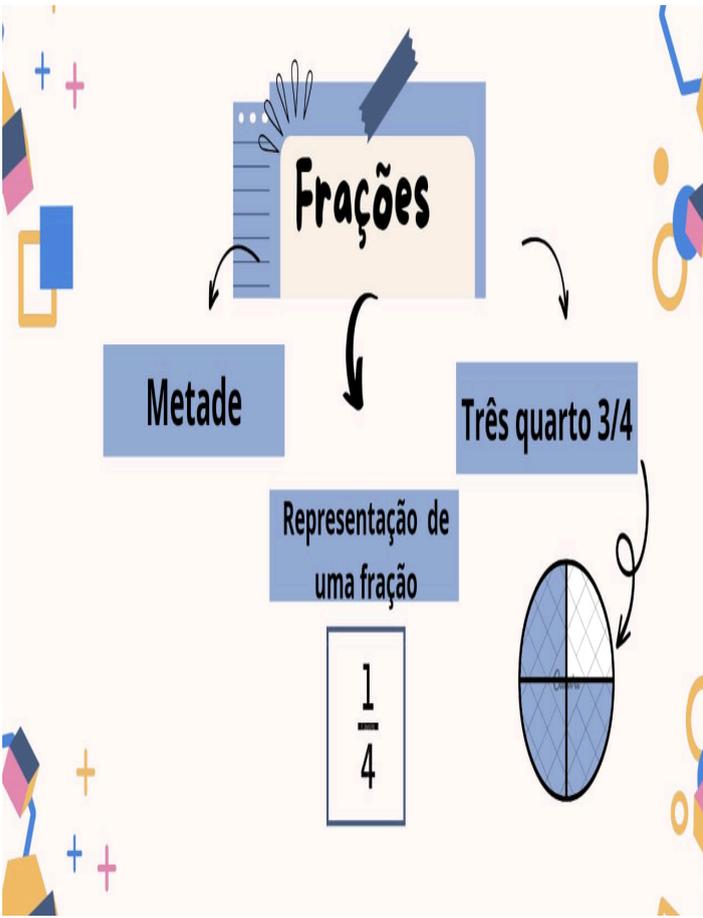
Estudante 10



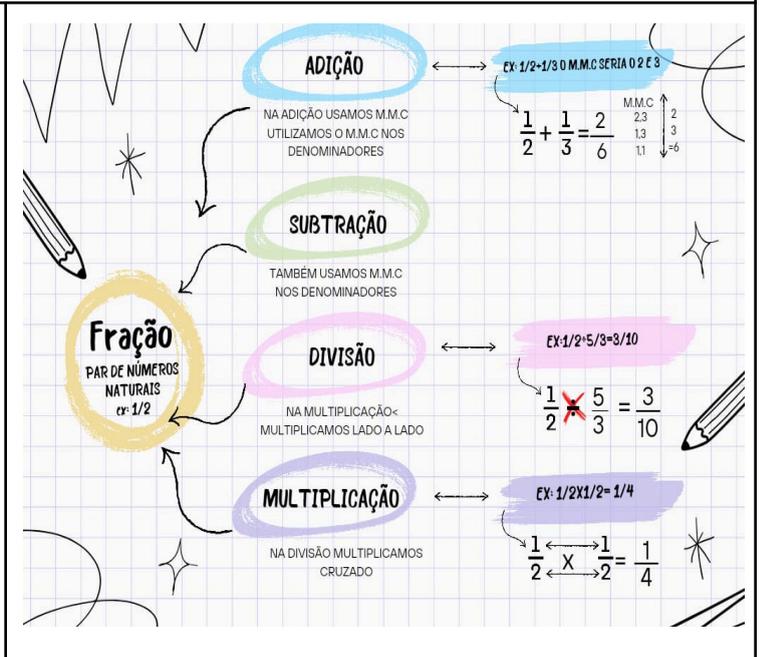
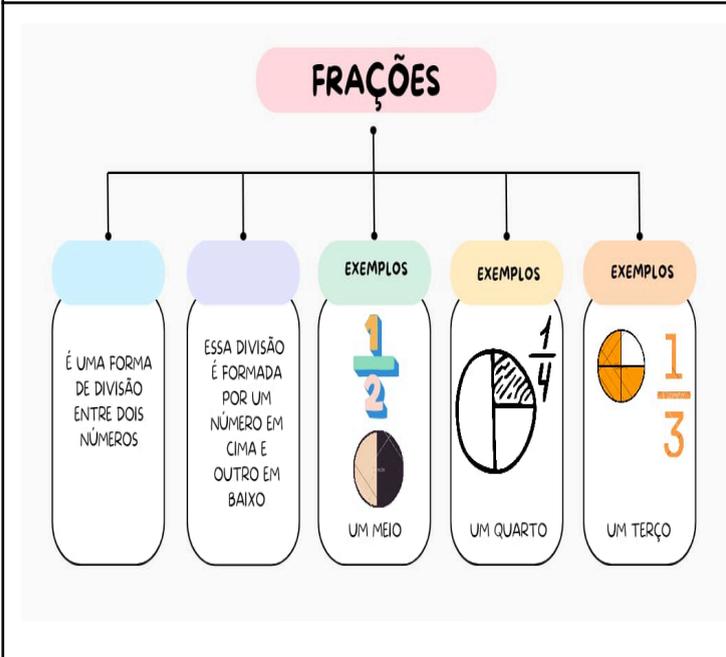
Estudante 11



Estudante 12



Estudante 13



Estudante 14

