

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
ÁREA DO CONHECIMENTO DAS CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS

TIAGO ANDRÉ SCARIOT

ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO

CAXIAS DO SUL

2021

TIAGO ANDRÉ SCARIOT

ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA EM VIGAS
DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do título
de engenheiro civil.

Orientador: Prof. Dra. Henriette Justina
Manfredini Baroni

CAXIAS DO SUL

2021

TIAGO ANDRÉ SCARIOT

ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE FLECHA EM VIGAS
DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do título
de engenheiro civil.

Aprovado em __ / __ / ____

Banca examinadora

Prof. Dra. Henriette Justina Manfredini Baroni
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Prof. Me. Gustavo Ribeiro da Silva
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Prof. Sérgio Paulo da Silva Pacheco
Universidade de Caxias do Sul - UCS

CAXIAS DO SUL

2021

RESUMO

A previsão de deslocamentos (flechas) em vigas é um importante recurso para evitar problemas estruturais e não estruturais que podem acometer a edificação caso hajam deformações excessivas nas estruturas. Este trabalho tem por finalidade fazer uma análise comparativa entre os métodos de cálculo de flecha analíticos prescritos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), pelo ACI 318 (2019) e pelo método bilinear do CEB (1985), tendo por base modelos de vigas ensaiadas por pesquisadores brasileiros com resultados publicados na literatura. Foram ainda comparados os resultados analíticos da norma brasileira atual com os da norma brasileira vigente à época dos trabalhos de referência. Chegou-se à conclusão que a NBR 6118 (ABNT, 2014) e do ACI 318 (2019) produzem resultados muito satisfatórios para o cálculo de flecha imediata, porém são ineficientes na previsão da flecha diferida no tempo quando utilizados seus métodos aproximados. Já o método bilinear do CEB (1985), dependendo do caso, subestima ou superestima a flecha imediata, mas produz bons resultados quando se trata da flecha total.

Palavras-chave: flechas, vigas, concreto armado, cálculo, NBR 6118, ACI 319, método bilinear.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Delineamento da pesquisa	11
Figura 2.1 – Relação momento-flecha método bilinear	16
Figura 2.2 – Deformação por fluência	19
Figura 2.3 – Esquema de ensaio de vigas.....	25
Figura 2.4 – Detalhe da viga em concreto armado 5 Ø 10	26
Figura 2.5 – Modelo de carregamento e diagramas de momento fletor e esforço cortante ...	27
Figura 2.6 – Detalhamento das armaduras	27
Figura 4.1 – Flecha imediata VRF1	32
Figura 4.2 – Flecha imediata VRF2	32
Figura 4.3 – Flecha imediata VRF3	33
Figura 4.4 – Flecha da VRB1-A	34
Figura 4.5 – Flecha da VRB1-B.....	35
Figura 4.6 – Flecha da VRB2-A	36
Figura 4.7 – Flecha da VRB2-B.....	36
Figura 4.8 – Comparativo entre NBR para a VRF1	37
Figura 4.9 – Comparativo entre NBR para a VRF2	37
Figura 4.10 – Comparativo entre NBR para a VRF3	38
Figura 4.11 – Comparativo entre NBR para a VRB1-A	38
Figura 4.12 – Comparativo entre NBR para a VRB1-B	39
Figura 4.13 – Comparativo entre NBR para a VRB2-A	39
Figura 4.14 – Comparativo entre NBR para a VRB2-B	39

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo NBR 6118	20
Tabela 2.2 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo ACI 318	21
Tabela 3.1 – Resumo das vigas em referência a Fernandes (1996)	30
Tabela 3.2 – Resumo das vigas em referência a Baroni (2003)	30
Tabela 4.1 – Flechas imediatas da VRF1, da VRF2 e da VRF3	31
Tabela 4.2 – Flechas imediatas VRB1-A, VRB1-B, VRB2-A e VRB2-B	34
Tabela 4.3 – Flechas diferidas e totais VRB1-A, VRB1-B, VRB2-A e VRB2-B	34

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 – Classificação das deformações de concreto	12
Quadro 3.1 – Nomenclatura das vigas em referência a Fernandes (1996).....	29
Quadro 3.2 – Nomenclaturas das vigas em referência a Baroni (2003).....	29

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
CEB	Comité Euro-internacional du Béton
NBR	Norma Brasileira
CHS	Fase do silicato de cálcio hidratado

LISTA DE SÍMBOLOS

A_c	Área de concreto da seção transversal
A_s	Área de armadura positiva
$A_{s'}$	Área de armadura negativa
α_e	Coefficiente razão do módulo de elasticidade entre concreto e aço
α_f	Fator de multiplicação
b	Largura da base da viga
β_1	Coefficiente característico da aderência das barras de aço
β_2	Coefficiente que representa a influência da duração ou repetição da carga
β_{bs}	Coefficiente que depende do tipo de cimento
β_{HR}	Coefficiente dependente da umidade
$\beta_r(t-t_s)$	Coefficiente de retração por secagem
d	Altura útil
E_c	Módulo de elasticidade no tempo 28 dias de idade
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante do concreto
$E_c(t_0)$	Módulo de elasticidade no tempo t_0
$(E.I)$	Módulo de rigidez à flexão
$(E.I)_{eq}$	Rigidez equivalente
$\varepsilon_{cbs}(t)$	Retração básica
$\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$	Coefficiente básico de retração
$\varepsilon_{cs}(t)$	Deslocamentos em função dos efeitos da retração
$\varepsilon_c(t)$	Deformação por fluência
f_1	Flecha no estágio I
f_2	Flecha no estágio II puro
f_{ck}	Resistência a compressão do concreto
f_{cm}	Resistência a compressão aos 28 dias
f_{ct}	Resistência à tração direta do concreto
f_{ctm}	Resistência do concreto à tração na flexão
f_i	Flecha imediata
f_{i1}	Flecha imediata no estágio I
f_{i2}	Flecha imediata no estágio II puro
f_r	Módulo de ruptura do concreto

f_T	Flecha total
$\varphi(t, t_0)$	Coeficiente de fluência no tempo t
$\varphi_{bc}(t, t_0)$	Coeficiente de fluência básico
$\varphi_{dc}(t, t_0)$	Coeficiente de fluência por secagem
γ	Peso específico do concreto
h	Espessura fictícia
HR	Umidade relativa do ar
I_{II}	Momento de inércia da seção fissurada
I_c	Momento de inércia da seção
I_e	Momento de inércia efetivo
k	Coeficiente que depende do tipo de carga e vinculação
L	Comprimento da viga
M_a	Momento aplicado
M_r	Momento de fissuração
q	Carga aplicada na viga
ρ'	Taxa de armadura
σ_{t0}	Tensão
t	Tempo
t_0	Idade
$t_{0,adj}$	Idade da aplicação da carga ajustada
$t_{0,T}$	Idade do concreto no início do carregamento ajustada de acordo com a maturidade do concreto
t_s	Idade em que começa a retração do concreto
u	Perímetro em contato com a atmosfera
x	Altura da linha neutra
ξ	Coeficiente função do tempo
y_t	Distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada
ζ	Coeficiente de interpolação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	QUESTÃO DE PESQUISA	10
1.2	OBJETIVOS.....	10
1.3	DELIMITAÇÕES.....	11
1.4	FLUXOGRAMA DE TRABALHO	11
2	DEFORMAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	12
2.1	COMPORTAMENTO REOLÓGICO DO CONCRETO	12
2.2	FLECHAS IMEDIATAS.....	13
2.2.1	MÉTODO DA NBR 6118	13
2.2.2	MÉTODO DO ACI 318-19.....	15
2.2.3	MÉTODO BILINEAR – CEB (1985).....	16
2.3	FLECHAS DIFERIDAS NO TEMPO	18
2.3.1	FLUÊNCIA.....	18
2.3.2	RETRAÇÃO	19
2.3.3	FORMULAÇÃO DE FLECHAS DIFERIDAS NO TEMPO.....	20
2.3.3.1	MÉTODO DA NBR 6118.....	20
2.3.3.2	MÉTODO DO ACI	21
2.3.3.3	MÉTODO BILINEAR - CEB (1985)	21
2.4	MODELOS EXPERIMENTAIS	24
2.4.1	VIGAS DESENVOLVIDAS POR FERNANDES (1996)	25
2.4.2	VIGAS DESENVOLVIDAS POR BARONI (2003).....	26
3	MÉTODO DE PESQUISA.....	28
3.1	APLICAÇÃO DAS PRESCRIÇÕES ANALÍTICAS	28
3.2	COMPARATIVO ENTRE NORMAS BRASILEIRAS.....	28
3.3	MODELO DE REFERÊNCIA	28
3.3.1	MODELOS DO ESTUDO.....	29

3.3.2	MATRIZ DE ANÁLISE	29
4	RESULTADOS E ANÁLISE.....	31
4.1	VIGAS EM REFERÊNCIA A FERNANDES (1996)	31
4.2	VIGAS EM REFERÊNCIA A BARONI (2003)	33
4.3	COMPARATIVO ENTRE NORMAS BRASILEIRAS: FERNANDES (1996).....	37
4.4	COMPARATIVO ENTRE NORMAS BRASILEIRAS: BARONI (2003).....	38
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	40
	REFERÊNCIAS	41

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado surgiu na França em meados do século XIX e por apresentar um ótimo custo-benefício, tornou-se o material construtivo mais empregado no mundo. O concreto tem como principal característica a alta resistência a compressão, porém sua resistência a tração, muitas vezes, é considerada desprezível. Para compensar essa deficiência utiliza-se o aço, o qual possui elevada resistência a tração. Concreto armado é, então, a utilização desses dois materiais trabalhando em conjunto (FERNANDES, 1996).

Sendo dois materiais capazes de se deformar quando submetidos a carregamentos externos, surge a necessidade de prever tais deformações a fim de elaborar projetos com a garantia da segurança estrutural. Por se tratar de um material complexo, o concreto armado necessita de estudos aprofundados para a determinação do seu comportamento e para garantir a precisão de análises estruturais.

A complexidade do comportamento do concreto armado envolve fatores como: inelasticidade, fissuração, deformações ao longo do tempo e efeitos da interação entre o concreto e o aço. A esse comportamento denomina-se não-linearidade física (TROINA, 1981).

Para a análise desse comportamento, faz-se necessário a utilização de métodos complexos como, por exemplo, o método de elementos finitos, o qual exige uso de ferramentas computacionais. Para facilitar essa análise, surgiram métodos simplificados de previsão de flechas. Alguns desses métodos são utilizados em prescrições normativas, como por exemplo a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014).

Junges (2011) ressalta que o controle de deformações em uma estrutura é importante pelos problemas estruturais que deformações excessivas causam, como instabilidade e fissuração, bem como por problemas não estruturais que afetam o conforto sentido pelo usuário, o que pode prejudicar as condições de uso da estrutura.

A engenharia estrutural atual vem projetando estruturas cada vez mais esbeltas, devido tanto ao emprego de concretos mais resistentes e a um controle mais rigoroso na execução das estruturas, como também ao uso de programas e recursos computacionais que ajudam no desenvolvimento de modelos de análise estrutural mais sofisticados. Todo esse desenvolvimento permite aos projetistas utilizarem estruturas mais esbeltas, as quais são suscetíveis a maiores deformações. Por isso a preocupação é cada vez maior com o estudo dessas deformações a fim de entregar uma maior precisão nos valores obtidos para a previsão de flechas (JUNGES, 2011).

Nesse sentido, há diversos trabalhos que desenvolveram estudos teóricos ou experimentais com o objetivo de avaliar diferentes métodos de cálculo de flecha. Dentre esses trabalhos estão os desenvolvidos por Fernandes (1996) e por Baroni (2003), os quais apresentam resultados experimentais que serão utilizados como referência neste trabalho, buscando comparar o experimental com o teórico.

Pensando nisso, o presente trabalho busca avaliar três diferentes normativas com o propósito de verificar se os seus métodos encontram resultados satisfatórios e qual entrega o valor de flecha mais próximo da realidade.

1.1 QUESTÃO DE PESQUISA

Para o cálculo da previsão de flechas em estruturas de concreto há diversos métodos que são utilizados por normativas de diferentes países. Cada um desses métodos é desenvolvido com diferentes parâmetros, portanto existem divergências nos resultados encontrados para cada método. Aqui no Brasil, a NBR 6118 (ABNT, 2014) adota um método que utiliza a fórmula de Branson. A questão que fica é: o método de previsão de flechas prescrito pela NBR 6118:2014 produz resultados satisfatórios?

1.2 OBJETIVOS

O objetivo principal desse trabalho é determinar se o método de cálculo de flechas da norma brasileira resulta em um valor próximo à realidade e compará-lo com métodos utilizados por outras normas.

Dentro desse contexto principal, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- a) fazer uma análise comparativa do resultado obtido pelo método da NBR 6118 (ABNT, 2014) com o resultado de outros métodos de cálculo;
- b) comparar os resultados dos métodos teóricos com resultados experimentais disponíveis na bibliografia;
- c) analisar se o método utilizado pela norma brasileira atende de maneira satisfatória a demanda solicitada por uma previsão de deformação de vigas de concreto armado;
- d) comparar os resultados da norma brasileira atual com os resultados da norma brasileira vigente no período em que foram desenvolvidos os trabalhos com os referenciais experimentais.

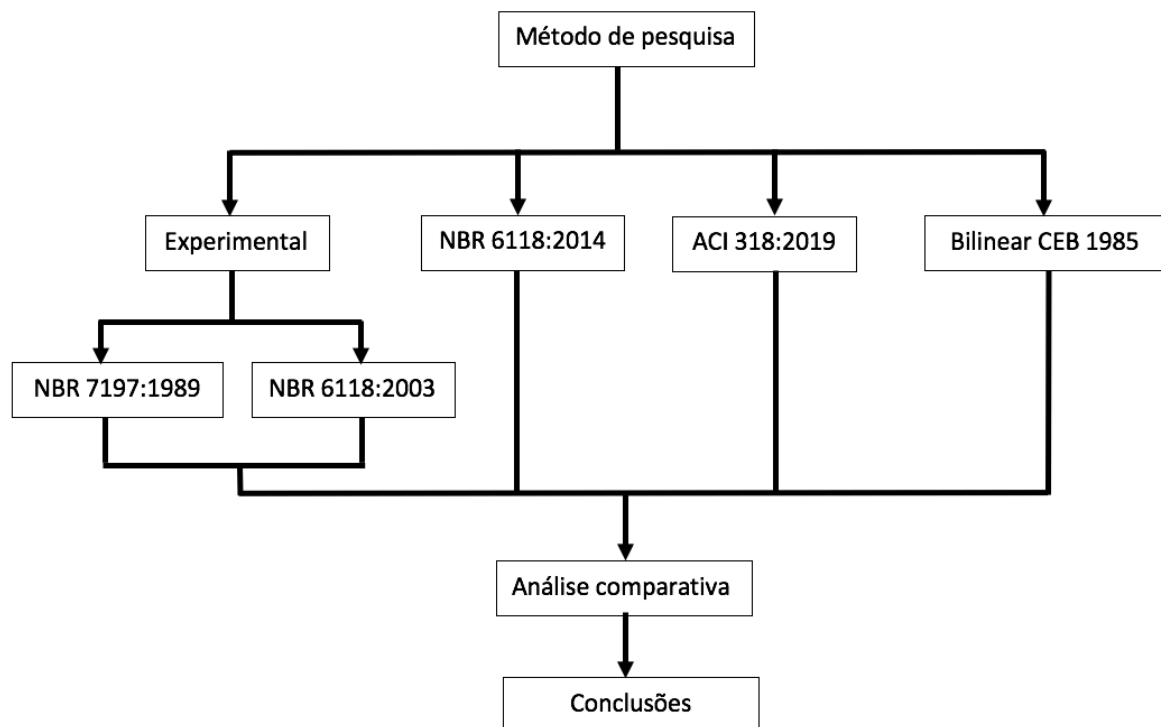
1.3 DELIMITAÇÕES

O presente trabalho apresenta análise comparativa entre os métodos de cálculo de flechas em vigas: método aproximado da NBR 6118 (ABNT, 2014), método bilinear do CEB (Comité Euro-internacional du Béton, 1985), método utilizado pelo ACI 318 (American Concrete Institute, 2019) e os resultados experimentais de Fernandes (1996) e Baroni (2003). Também irá abordar comparação entre os resultados obtidos atendendo a norma brasileira atual e as normativas respectivamente à época dos trabalhos experimentais de referência.

1.4 FLUXOGRAMA DE TRABALHO

A figura 1.1 apresenta o fluxograma com o delineamento do trabalho.

Figura 1.1 – Delineamento da pesquisa



Fonte: o autor (2021)

2 DEFORMAÇÕES EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Esse capítulo apresenta as bases teóricas que fundamentam o estudo sobre as deformações que se manifestam em elementos de concreto armado. São abordados o comportamento do concreto relativo às suas deformações e as propriedades que interferem nisso, a classificação dos tipos de flecha e diferentes métodos de cálculo utilizados na determinação de flechas em vigas de concreto armado.

2.1 COMPORTAMENTO REOLÓGICO DO CONCRETO

A reologia é um ramo da mecânica que estuda a evolução, ao longo do tempo, de deformações de um material, ocasionadas devido a tensões aplicadas a ele (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ, 2000). Ruiz e Dutari (1992) definem que as deformações do concreto podem ser reversíveis ou irreversíveis, dependentes ou não de tensões e instantâneas ou diferidas no tempo, como é apresentado no quadro 2.1.

Quadro 2.1 – Classificação das deformações de concreto

Deformações	Dependentes da tensão		Independentes da tensão
	Instantâneas	Diferidas no tempo	
Reversíveis	Elásticas	Elásticas diferidas	Termo higrométricas
Irreversíveis	Plásticas instantâneas	Plásticas diferidas	Retração

Fonte: Adaptado de Ruiz e Dutari (1992)

Como visto em Araújo (2004), a tensão-deformação não elástica do concreto, a fissuração, a fluência e a retração são os fatores que devem ser levados em consideração quando o assunto é a deformação de vigas em concreto armado.

A fissuração surge conforme o nível de tensão que o concreto está submetido. Segundo Leonhardt e Mönnig (1977), em uma viga submetida a flexão ou esforço normal de tração pode-se verificar três estádios de comportamento. Estádio I é considerado enquanto a carga aplicada gera uma tensão normal de tração menor que a resistência à tração do concreto, e não surgirão fissuras. Nesse Estádio I, o diagrama de tensões ao longo da seção é linear e a relação tensão/deformação é considerada linear. Com o aumento da carga, a resistência a tração do concreto é alcançada e surgindo as primeiras fissuras no trecho solicitado, entrando, então, no Estádio II.

Nas regiões fissuradas, admite-se que a armadura é quem resiste a toda tensão de tração. Em regiões entre fissuras, a aderência do concreto na armadura restringe a deformação da barra de aço, então há uma parte da tensão de tração que é transmitida para o concreto nessa região. Essa contribuição do concreto na resistência de tensões da área tracionada é chamada de efeito “*tension-stiffening*”. A desconsideração desse efeito no cálculo de vigas, ou seja, dimensionamento em Estádio II puro, acarreta em uma superestimação do valor da deformação no elemento, conforme é explicado por Ghali, Favre e Elbadry (2002).

Por último, há o Estádio III que se caracteriza pela plastificação do concreto, do aço ou de ambos e o elemento encontra-se muito fissurado e em iminente risco de ruptura. É importante ressaltar que os Estádios I e II, são situações de serviço, enquanto o Estádio III representa o estado limite último (PINHEIRO, 2010).

2.2 FLECHAS IMEDIATAS

A deformação imediata é a que aparece no momento da aplicação da carga e depende da intensidade da tensão aplicada. Vale ressaltar que a velocidade com que o carregamento é aplicado influencia na deformação instantânea. Seu valor depende do módulo de rigidez à flexão (E.I) das seções transversais da peça, das condições de apoio e do carregamento. O módulo de rigidez à flexão terá distintos valores em função do estado de fissuração em que a peça se encontra no momento de atuação da carga (GOMÉZ, 2010).

A flecha imediata pode ser calculada pelas expressões clássicas da Resistência dos Materiais, observando o Estádio em que se encontra o elemento estrutural. Os diferentes códigos normativos internacionais apresentam prescrições para suas aplicações em elementos de concreto armado.

2.2.1 Método da NBR 6118

A estimativa de flechas em vigas de acordo com a norma brasileira ABNT NBR 6118: 2014 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos, deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetivada das seções do elemento estrutural, ou seja, que levem em consideração a presença da armadura e a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura.

O método para determinação da flecha prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2014), propõe que os cálculos dos deslocamentos imediatos sejam feitos através da rigidez

equivalente, a qual é obtida por meio do produto entre o módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}) e o momento de inércia efetivo (I_e) descrito por Branson (1965) conforme a equação 2.1.

$$(E.I)_{eq} = E_{cs} \times I_e \leq E_{cs} I_c \quad (2.1)$$

$$E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci} \quad (2.2)$$

onde:

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ para } f_{ck} \text{ de } 20 \text{ MPa a } 50 \text{ MPa} \quad (2.2 \text{ a})$$

$$E_{ci} = 21,5 \times 10^3 \times \alpha_E \times \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}} \text{ para } f_{ck} \text{ de } 25 \text{ MPa a } 90 \text{ MPa} \quad (2.2 \text{ b})$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (2.2 \text{ c})$$

sendo:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse

$\alpha_E = 0,9$ para calcário

$\alpha_E = 0,7$ para arenito

Branson (1965) define o momento de inércia efetivo como uma transição entre o momento de inércia da seção bruta no estágio I (I_c) e o momento de inércia da seção fissurada no estágio II puro (I_{II}). O momento de inércia efetivo é obtido pela relação entre o momento de fissuração (M_r) e o momento aplicado (M_a), como mostra a equação 2.3.

$$I_e = \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \quad (2.3)$$

O momento de inércia da seção fissurada (I_{II}) é obtido por meio de uma área equivalente. Esse princípio considera a área de aço da seção como uma área de concreto equivalente por meio do coeficiente α_e , obtido através da razão dos módulos de elasticidade dos dois materiais.

$$x = \alpha_e \frac{A_s}{b} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2b.d}{\alpha_e A_s}} \right) \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (2.4)$$

Utilizando os coeficientes das equações 2.4, pode-se obter o momento de inércia da seção fissurada através da equação 2.5 descrita pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$I_{II} = \frac{b \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s (d - x)^2 \quad (2.5)$$

Onde:

b , é a base da viga;

x , é a altura da linha neutra;

d , é a altura útil da viga.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define que momento de fissuração (M_r) é obtido pela equação 2.6.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (2.6)$$

$$f_{ct} = 0,21(f_{ck})^{2/3} \quad (2.7)$$

Onde:

$\alpha = 1,5$ – para seções retangulares;

y_t , é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada;

f_{ct} , é a resistência à tração direta do concreto;

f_{ck} , é a resistência característica à compressão do concreto.

Araújo (2010) descreve a equação 2.8 para o cálculo da flecha imediata f_i em uma viga de concreto armado.

$$f_i = \frac{k \cdot q \cdot L^4}{(E \cdot I)_{eq}} \quad (2.8)$$

Onde:

k , é um coeficiente que depende do tipo de carga e vinculação;

q , é a carga aplicada na viga;

L , é o comprimento da viga;

$(E \cdot I)_{eq}$, é a rigidez equivalente.

2.2.2 Método do ACI 318-19

O *American Concrete Institute* através da *ACI 318-19 Building Code Requirements for Structural Concrete*, também adota a fórmula de inércia equivalente apresentada na

equação 2.3, se diferenciando da NBR 6118 (ABNT, 2014) apenas na obtenção de alguns parâmetros. Apresenta-se na equação 2.9 a forma como a ACI 318-19 determina o momento de fissuração:

$$M_r = \frac{f_r \cdot I_c}{y_t} \quad (2.9)$$

onde o f_r é o módulo de ruptura do concreto e é dado por (com f_{ck} em MPa):

$$f_r = 0,623\sqrt{f_{ck}} \quad (2.10)$$

Outro fator que se diferencia da norma brasileira é a obtenção do módulo de elasticidade secante do concreto:

$$E_{cs} = 0,0432(\gamma)^{1,5}\sqrt{f_{ck}} \quad (2.11)$$

sendo:

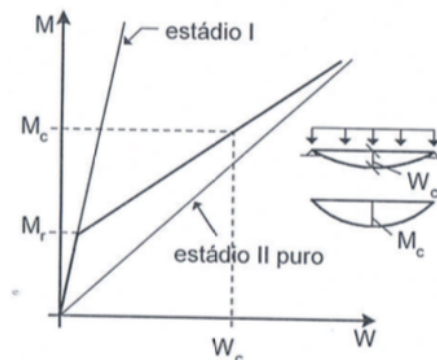
γ = peso específico do concreto (kg/m^3);

f_{ck} = resistência característica a compressão do concreto (MPa).

2.2.3 Método bilinear – CEB (1985)

O método bilinear é descrito pelo *Comité Euro-internacional du Béton* (CEB, 1985) através do *Design manual on cracking and deformations*. A flecha é estimada, neste método, por meio de um valor intermediário entre o valor das flechas obtidas calculando para o estágio I e as flechas obtidas calculando para o estágio II puro. Esse valor intermediário é obtido utilizando um coeficiente de distribuição ζ para fazer a interpolação, assim, considerando a colaboração do concreto entre fissuras.

Figura 2.1 – Relação momento-flecha método bilinear



Fonte: Araújo (2010)

A flecha imediata f_i , em uma seção crítica, ficará situada entre uma flecha f_{i1} , obtida considerando a viga toda no estágio I, e uma flecha f_{i2} , obtida quando se considera a viga no estágio II puro. O CEB (1985) apresenta, então, a seguinte equação:

$$f_i = (1 - \zeta)f_{i1} + \zeta f_{i2} \quad (2.12)$$

onde:

f_{i1} é a flecha no estágio I;

f_{i2} é a flecha no estágio II puro;

ζ é o coeficiente de interpolação.

O coeficiente de interpolação ζ , depende da relação entre o momento de fissuração M_r e o momento atuante M_a .

Para $M_a < M_r$:

$$\zeta = 0 \quad (2.13)$$

para $M_a > M_r$:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \frac{M_r}{M_a} \quad (2.14)$$

sendo β_1 o coeficiente característico da aderência das barras de aço e o β_2 o coeficiente que representa a influência da duração ou repetição da carga:

$\beta_1 = 1$ para barras de alta aderência;

$\beta_1 = 0,5$ para barras lisas;

$\beta_2 = 1$ para primeiro carregamento;

$\beta_2 = 0,5$ para cargas de longa duração ou grande número de ciclos de carga.

M_a = Momento atuante na seção crítica;

M_r = Momento de fissuração na seção crítica, dado por:

$$M_r = \frac{f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (2.15)$$

$$f_{ct} = 1,4 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (2.16)$$

Observa-se que o coeficiente ζ varia ao longo do eixo da viga, pois tanto M_a quanto M_r variam conforme a seção transversal observada. Na prática adota-se um constante para esse coeficiente, calculado para uma seção crítica. Para vigas biapoiadas ou contínuas, a seção crítica é considerada no meio do vão e para balanços é considerada na extremidade engastada.

Assim, os momentos de inércia I_1 e I_2 , utilizados nos cálculos de f_{i1} e f_{i2} , são calculados com a armadura da seção crítica, desprezando a variação da armadura ao longo do eixo da viga.

2.3 FLECHAS DIFERIDAS NO TEMPO

As flechas diferidas no tempo referem-se a parcela do deslocamento que surge com a passagem do tempo, sob a ação de cargas de longa duração, sendo elas uma resposta aos efeitos da retração e da fluência (BARONI, 2003).

Essas deformações tem sido, tradicionalmente, tratadas separando os efeitos da retração dos efeitos da fluência, isso deve-se a separação dos processos que desencadeiam esses fenômenos. Apesar disso, é preciso sempre lembrar que ambos os fenômenos estão acoplados e a superposição de seus efeitos resulta na flecha diferida (GOMÉZ, 2010).

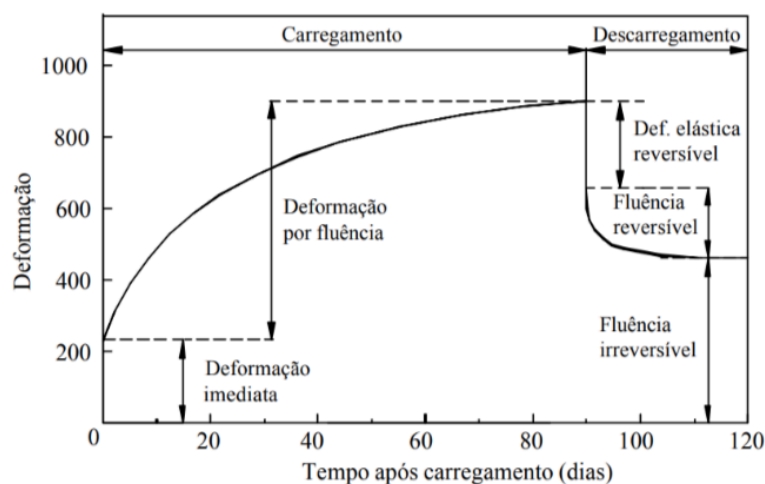
2.3.1 Fluência

Lazzari (2015) define fluência como as deformações que ocorrem após as deformações imediatas e se desenvolvem de forma lenta através do tempo, cuja principal característica é o aumento da deformação, mesmo com as tensões constantes.

De acordo com Gómez (2010), os fenômenos que explicam a fluência são mecanismos físicos de reestruturação interna da microestrutura da pasta de cimento como o CSH (fase do silicato de cálcio hidratado) e a microfissuração que levam a perdas de volume pela perda de água da pasta de cimento. O autor ainda frisa que são muitos os fatores que afetam esse fenômeno, tais como: a resistência do concreto, condições do ambiente, tipo de cimento e dos agregados, tamanho e forma do elemento, tipo de carga, idade do concreto, momento da aplicação da carga e sua duração.

Quando um elemento de concreto armado recebe uma carga, as deformações se desenvolvem de forma mais elevada no começo e diminuem com o tempo, como observa-se na figura 2.2. Observa-se também que caso haja remoção da carga, há uma recuperação da fluência, porém não é total, significando que uma parcela da deformação por fluência que é reversível e outra irreversível.

Figura 2.2 – Deformação por fluência



Fonte: adaptado de Gómez (2010)

2.3.2 Retração

Leonhardt e Mönnig (1977) definem retração como a diminuição do volume devido a evaporação da água que não é consumida na reação química de pega do concreto. Segundo os autores, esse fenômeno ocorre independentemente do estado de tensões existentes, dependendo apenas das tensões capilares, do tempo e, especialmente, da temperatura e umidade relativa do ambiente.

As deformações em razão da retração em elementos fletidos ocorrem devido a diferença entre o encurtamento da zona comprimida e a zona tracionada. A influência da presença da armadura faz com que a zona tracionada encurte menos, criando assim fissuras e uma deformação conforme explicam Montoya, Meseguer e Cabré (2000) e Leonhardt e Mönnig (1977). É salientado ainda que essa deformação é atenuada, justamente pela presença da armadura na região.

Pinheiro (2010) salienta três tipos de retração:

- retração por secagem – também chamada de retração capilar, está associada a evaporação parcial de água capilar e perda da água adsorvida, gerando tensão superficial;
- retração química – ocorre devido a contração de água não evaporável durante as reações de hidratação do cimento;
- retração por carbonatação – é um tipo de reação química, que ocorre, porém, com um produto do cimento já hidratado: o hidróxido de cálcio reage com o

dióxido de carbono produzindo o carbonato de cálcio mais água e diminuição do volume.

2.3.3 Formulação de flechas diferidas no tempo

Este item apresentará como cada método abordado por este trabalho, desenvolve o cálculo de flechas diferidas no tempo.

2.3.3.1 Método da NBR 6118

A NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve que para a obtenção da flecha diferida no tempo, pode-se calcular, de maneira aproximada, multiplicando o valor da flecha imediata pelo fator α_f dado pela equação 2.17:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (2.17)$$

onde:

$$\rho' = \frac{As'}{b.d}$$

ξ é um coeficiente função do tempo, obtido pela tabela 2.1 ou pelas seguintes equações:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (2.17)$$

$$\xi(t) = 0,68(0,996^t)t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (2.18^a)$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses} \quad (2.18b)$$

Tabela 2.1 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo NBR 6118

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: ABNT NBR 6118/2014

sendo:

t = o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 = idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

Ainda é indicado que para obter-se o valor da flecha total é preciso multiplicar o valor da flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

2.3.3.2 Método do ACI

O ACI (2019) segue a mesma formulação descrita pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para obtenção dos deslocamentos diferidos utilizando a equação 2.17. O ponto em que as duas normas se diferenciam é nos valores do coeficiente função do tempo, em que o ACI disponibiliza a tabela 2.2 para definir esses valores.

Tabela 2.2 – Valores do coeficiente ξ em função do tempo ACI 318

Duração da carga em meses	coeficiente
3	1
6	1,2
12	1,4
≥ 60	2

Fonte: adaptado de ACI 318 (2019)

2.3.3.3 Método bilinear - CEB (1985)

No método bilinear do CEB (1985), a deformação por fluência da viga, $\varepsilon_c(t)$, no instante $t > t_0$, quando esta é submetida a uma tensão constante σ_{t_0} , é dada por:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_{t_0} \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} \right] \quad (2.19)$$

onde:

$E_c(t_0)$ é o módulo de elasticidade no tempo t_0 ;

$\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência no tempo t ;

E_c é o módulo de elasticidade no tempo 28 dias de idade.

O coeficiente de fluência no tempo t é obtido pela soma do coeficiente de fluência básico $\varphi_{bc}(t, t_0)$ e o coeficiente de fluência por secagem $\varphi_{dc}(t, t_0)$ como visto na equação 2.20.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \quad (2.20)$$

O coeficiente de fluência básico pode ser determinado por:

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \quad (2.21)$$

onde:

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1,8}{f_{cm}^{0,7}} \quad (2.22)$$

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \ln \left[\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0,035 \right)^2 \cdot (t - t_0) + 1 \right] \quad (2.23)$$

sendo:

f_{cm} a resistência a compressão aos 28 dias;

$t_{0,adj}$ é a idade da aplicação da carga ajustada, conforme a equação 2.29.

A equação que define o coeficiente de fluência por secagem é a seguinte:

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(HR) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \quad (2.24)$$

sendo:

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{f_{cm}^{1,4}} \quad (2.25)$$

$$\beta(HR) = \frac{1 - \frac{HR}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{100}}} \quad (2.26)$$

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_{0,adj}^{0,2}} \quad (2.27)$$

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{B_h + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)} \quad (2.28^a)$$

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + \frac{3,5}{\sqrt{t_{0,adj}}}} \quad (2.28b)$$

$$\beta_h = 1,5h + 250\alpha_{f_{cm}} \leq 1500\alpha_{f_{cm}} \quad (2.28c)$$

$$\alpha_{f_{cm}} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (2.28d)$$

Onde:

HR é a umidade relativa do ar;

$h = \frac{2A_c}{u}$, é a espessura fictícia da seção com A_c sendo a área de concreto da seção transversal e u o perímetro em contato com a atmosfera.

O ajuste da idade do concreto, dependendo do tipo do cimento é dado por:

$$t_{0,adj} = t_{0,T} \left[\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (2.29)$$

em que:

$t_{0,T}$ é a idade do concreto no início do carregamento ajustada de acordo com a maturidade do concreto;

$\alpha = -1$, para cimentos de endurecimento lento;

$\alpha = 0$, para cimentos de endurecimento normal ou rápido;

$\alpha = 1$, para cimentos de endurecimento rápido e alta resistência.

As deformações em função dos efeitos da retração $\varepsilon_{cs}(t)$ são obtidos a partir do produto entre a retração básica $\varepsilon_{cbs}(t)$ e o coeficiente de retração por secagem $\beta_r(t-t_s)$, como mostra a equação 2.30.

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cbs}(t) \cdot \beta_r(t - t_s) \quad (2.30)$$

Onde:

t é a idade do concreto quando se calcula a retração;

t_s é a idade em que começa a retração do concreto (normalmente $t_s=1$ dia).

Obtém-se a retração básica a partir do produto entre coeficiente básico de retração $\varepsilon_{cbs0}(f_{cm})$ e coeficiente dependente da umidade β_{HR} de:

$$\varepsilon_{cbs}(t) = \varepsilon_{cbs0}(f_{cm}) \cdot \beta_{HR} \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_{cbs0}(f_{cm}) = \left[160 + 10\beta_{bs} \left(9 - \frac{f_{cm}}{100} \right) \right] \cdot 10^{-6} \quad (2.32)$$

$$\beta_{HR} = -1,55 \left[1 - \left(\frac{HR}{100} \right)^3 \right] \text{ para } 40\% \leq HR < 99\% \quad (2.33^a)$$

$$\beta_{HR} = 0,25 \text{ para } HR \geq 99\% \quad (2.33b)$$

onde:

β_{bs} é o coeficiente que depende do tipo de cimento:

$\beta_{bs} = 4$, para cimentos de endurecimento lento;

$\beta_{bs} = 5$, para cimentos de endurecimento normal ou rápido;

$\beta_{bs} = 8$, para cimentos de endurecimento rápido e alta resistência;

HR é a umidade relativa do ar em %.

Já a o coeficiente de retração por secagem é determinada a partir de:

$$\beta_r(t - t_s) = \left[\frac{(t - t_s)}{0,035h^2 + (t - t_s)} \right]^{0,5} \quad (2.34)$$

onde h é a espessura fictícia em mm .

Marí, Bairán e Duarte (2009) propõem uma adaptação do método bilinear do CEB (1985) em que a flecha total em uma viga de concreto armado pode ser determinada a partir da soma da flecha inicial f_i com os incrementos decorrentes da fluência f_{cc} e da retração f_{cs} conforme a equação 2.35.

$$f_T = f_i + f_{cc} + f_{cs} \quad (2.35)$$

O incremento decorrente da fluência pode ser obtido da multiplicação da flecha instantânea com o fator de curvatura como é mostrado na equação 2.36.

$$f_{cc} = f_i \frac{x_o}{d} \times \frac{0,84\varphi(t, t_0) - 0,2}{1 + 12\alpha_e \cdot \rho'} \quad (2.36)$$

onde:

$\varphi(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência;

α_e é o coeficiente razão dos módulos de elasticidade do concreto e do aço;

ρ' é a taxa de armadura de compressão;

x_o/d pode ser obtido através da equação 2.37.

$$\frac{x_o}{d} = \frac{0,18 + 1,8\alpha_e \cdot \rho}{1 + \frac{\rho'}{\rho} \times \frac{d'}{d}} \quad (2.37)$$

O incremento devido a retração é obtido a partir da equação 2.38:

$$f_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs}(t)}{d} \times \frac{1}{1 + 12\alpha_e \cdot \rho'} k_s \frac{l^2}{8} \quad (2.38)$$

sendo k_s um coeficiente dependente das condições de apoio da viga. Para vigas simplesmente apoiadas $k_s=1$.

2.4 MODELOS EXPERIMENTAIS

O tema de flechas em vigas de concreto armado se mostra cada vez mais importante que existem diversos estudos com finalidades específicas dentro desse tema. Dentre esses, há autores que desenvolveram estudos experimentais em busca de comparar dados teóricos com dados de seus experimentos.

Fernandes (1996) e Baroni (2003) são dois exemplos de estudos desenvolvidos com técnicas experimentais: moldar vigas de concreto armado com determinadas características, aplicar carga e medir a flecha sofrida pela viga.

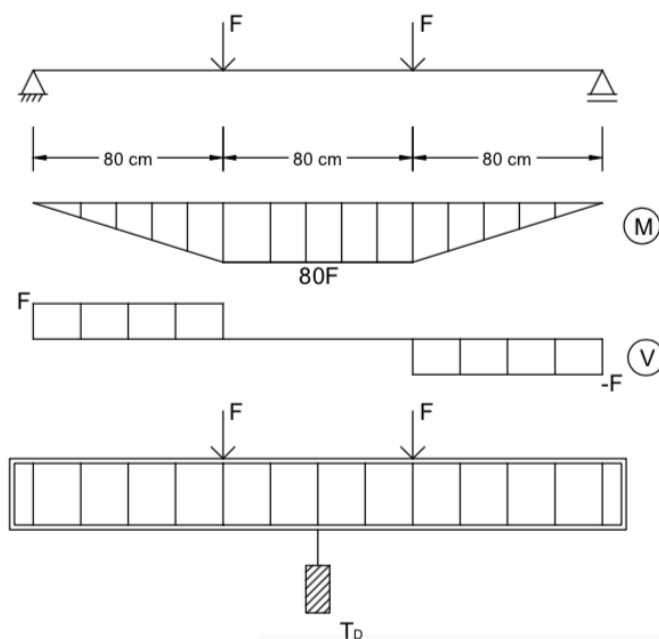
2.4.1 Vigas desenvolvidas por Fernandes (1996)

Fernandes (1996) ensaiou seis vigas de mesma dimensão, porém divididas em três grupos que faziam distinção pela taxa de armadura. Cada grupo possuía duas vigas idênticas conforme o número de barras de aço na região tracionada da viga: 3 \varnothing 10, 5 \varnothing 10 e 7 \varnothing 10. O ensaio consistiu em submeter as vigas de concreto armado à flexão, através da aplicação de duas forças equidistantes dos apoios. O carregamento foi aplicado gradualmente até a viga atingir a ruína e a cada incremento de carga foram medidos os deslocamentos, salientando que se utilizou carregamento de curta duração, ou seja, se obteve apenas a flecha imediata. As vigas receberam o carregamento aos 28 dias de idade.

Foram ensaiadas duas vigas de cada grupo e por apresentarem dados muito próximos, foi adotado a média aritmética entre eles. A nomenclatura de cada grupo se deu pela indicação da quantidade de armadura: V3 \varnothing 10, V5 \varnothing 10 e V7 \varnothing 10. A resistência do concreto estimada era de 25 MPa, mas nos ensaios de corpo de prova a resistência atingida foi de 23,93 MPa para todas as vigas, portanto a resistência utilizada nos cálculos foi a encontrada experimentalmente. Em todas as vigas foram utilizados aços CA-50^a.

As flechas foram obtidas considerando os valores registrados pelo transdutor de deslocamento localizado no meio do vão. O esquema de ensaio está apresentado na figura 2.3.

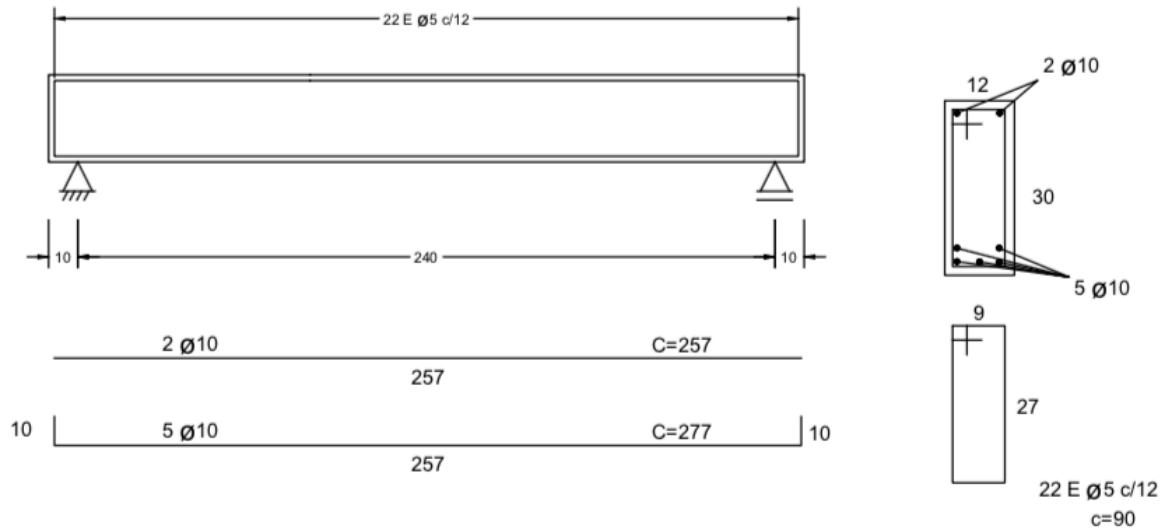
Figura 2.3 – Esquema de ensaio de vigas



Fonte: adaptado de Fernandes (1996)

As vigas apresentavam 260 *cm* de comprimento com 240 *cm* de vão livre e com seção transversal de 12 *cm* x 30 *cm*, conforme mostra a figura 2.4.

Figura 2.4 – Detalhe da viga em concreto armado 5 Ø 10



Fonte: adaptado de Fernandes (1996)

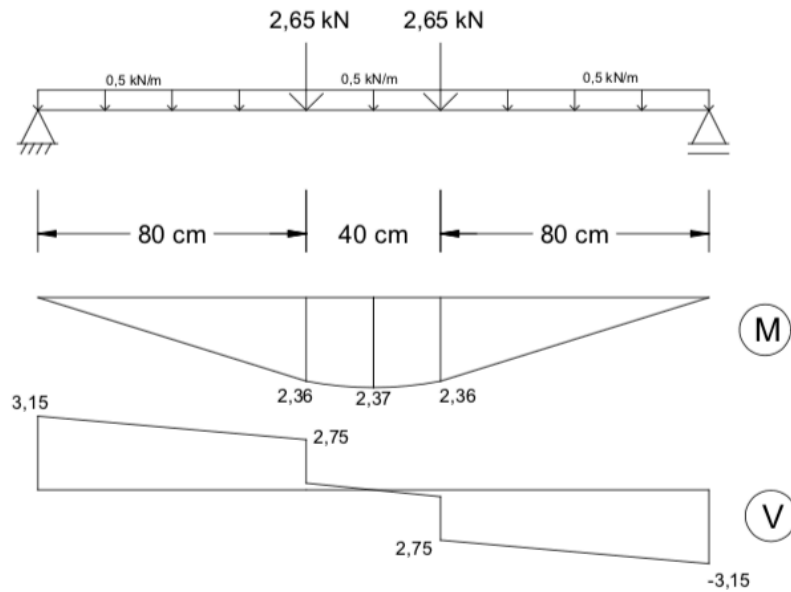
2.4.2 Vigas desenvolvidas por Baroni (2003)

O estudo de Baroni (2003) buscava mostrar diferenças de flechas em vigas conforme o tipo de concreto utilizado. Foram ensaiadas oito vigas de concreto armado divididas em quatro tipos, ou seja, duas vigas com cada tipo de concreto. São eles: viga concreto de alta resistência (VA), viga concreto com fibras de aço (VF), viga concreto com cimento branco (VB) e viga testemunho (VT) a qual foi produzida em concreto convencional.

Todas as vigas tem as mesmas dimensões e apresentam comprimento de 212 *cm*, sendo 200 *cm* de vão livre, e seção transversal de 10 *cm* x 20 *cm*.

Foi considerado o peso próprio da viga como uma carga distribuída de 0,5 *kN/m*. Adicionalmente, colocou-se duas cargas concentradas de 2,65 *kN* cada, dispostas de forma equidistante dos apoios, conforme verifica-se no modelo de carregamento das vigas na figura 2.5.

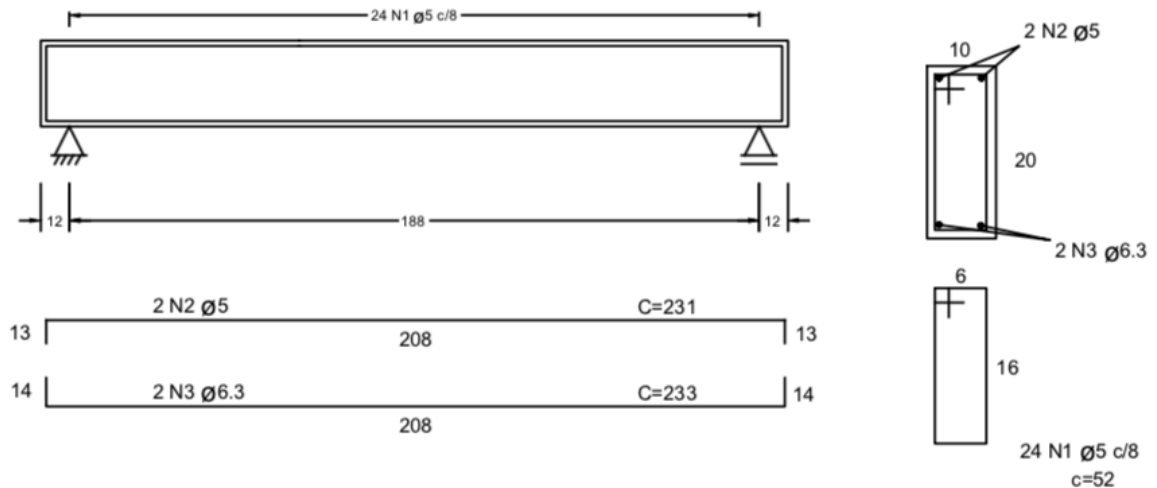
Figura 2.5 – Modelo de carregamento e diagramas de momento fletor e esforço cortante



Fonte: adaptado de Baroni (2003)

Todas as vigas foram fabricadas com armaduras iguais. A figura 2.6 apresenta o detalhamento das armaduras.

Figura 2.6 – Detalhamento das armaduras



Fonte: adaptado de Baroni (2003)

O carregamento externo foi aplicado sete dias após a retirada de parte do fundo das fôrmas, aos 28 dias de idade do concreto. A medição se deu através de deflectômetros mecânicos na seção central de cada protótipo de viga. Primeiro mediu-se antes do carregamento, logo após a retiradas das fôrmas e do escoramento. Após o carregamento externo ser aplicado realizou-se uma nova medição para aferir a flecha imediata. Ainda foram feitas três leituras semanais ao longo de todo experimento que durou seis meses.

3 MÉTODO DE PESQUISA

Este capítulo apresenta o método e os procedimentos desenvolvidos para se obter os resultados que serão apresentados no capítulo 4.

3.1 APLICAÇÃO DAS PRESCRIÇÕES ANALÍTICAS

O presente trabalho foi desenvolvido a partir de um procedimento comparativo, de previsões de flechas seguindo as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014), do ACI 318 (2019) e do método bilinear (CEB, 1985) conforme foram apresentadas anteriormente nos itens 2.2 e 2.3. Os resultados para cada um desses métodos serão expostos no seguimento deste trabalho, bem como a comparação entre eles.

3.2 COMPARATIVO ENTRE NORMAS BRASILEIRAS

Para finalizar o processo comparativo, optou-se por fazer a confrontação dos resultados para a NBR 6118/2014 com os resultados obtidos para a norma brasileira vigente à época de Fernandes (1996) e Baroni (2003).

Em relação ao comparativo com Fernandes (1996), foram confrontados os resultados da NBR 6118/2014 obtidos neste presente trabalho com os resultados da NBR 7197/1989 obtidos pela autora e com os resultados experimentais.

Com relação a Baroni (2003), foi feita uma comparação entre os resultados experimentais, os resultados pelo método aproximado e pelo cálculo completo (anexo A) da NBR 6118/2003 obtidos por Baroni (2003) e os resultados pelo método aproximado da NBR 6118/2014 obtidos neste presente trabalho.

3.3 MODELO DE REFERÊNCIA

Com a finalidade de validar a questão de pesquisa, foi necessário fazer a comparação dos resultados teóricos dos modelos analíticos citados no item 3.1 com resultados de modelos de referência obtidos experimentalmente presentes na bibliografia.

3.3.1 Modelos do Estudo

Foram adotados modelos desenvolvidos a partir dos modelos de Fernandes (1996) e Baroni (2003), com mesmas propriedades geométricas, propriedades mecânicas dos materiais, e taxas de armaduras.

Para os modelos desenvolvidos por Fernandes (1996), foi feita apenas a previsão de flecha imediata através dos procedimentos prescritos pelas três normativas descritas no capítulo 2, pois a autora apresenta apenas esses resultados experimentais.

Já para os modelos desenvolvidos por Baroni (2003), optou-se utilizar apenas dois dos quatro tipos desenvolvidos pela autora: (a) viga testemunho e (b) viga concreto de alta resistência. Para esses, foi feita a previsão de flecha imediata e flecha diferida e flecha total através dos procedimentos prescritos pelas mesmas três normativas.

3.3.2 Matriz de Análise

A seguir, estão apresentados os quadros resumo, com a nomenclatura que foi adotada para as vigas neste trabalho e suas respectivas descrições. No quadro 3.1 são descritas as vigas em referência aos experimentos de Fernandes (1996).

Quadro 3.1 – Nomenclatura das vigas em referência a Fernandes (1996)

Código	Descrição
VRF1	Viga de referência 1 desenvolvida por Fernandes (1996) com 3 Ø 10.0 mm (tração)
VRF2	Viga de referência 2 desenvolvida por Fernandes (1996) com 5 Ø 10.0 mm (tração)
VRF3	Viga de referência 3 desenvolvida por Fernandes (1996) com 7 Ø 10.0 mm (tração)

Fonte: o autor (2021)

O quadro 3.2 descreve a nomenclatura adotada para as vigas de referência dos estudos de Baroni (2003).

Quadro 3.2 – Nomenclaturas das vigas em referência a Baroni (2003)

Código	Descrição
VRB1-A	Viga de referência 1-A desenvolvida por Baroni (2003) – concreto convencional
VRB1-B	Viga de referência 1-B desenvolvida por Baroni (2003) – concreto convencional
VRB2-A	Viga de referência 2-A desenvolvida por Baroni (2003) – concreto alta resistência
VRB2-B	Viga de referência 2-B desenvolvida por Baroni (2003) – concreto alta resistência

Fonte: o autor (2021)

As tabelas 3.1 e 3.2 apresentam as características de cada uma das vigas citadas nos quadros 3.1 e 3.2. Características essas que serão aplicadas em modelos de análise, que

servirão para desenvolver os cálculos para cada uma das três prescrições normativas descritas neste trabalho. Elas apresentam também os resultados experimentais de flechas imediatas, obtidas por Fernandes (1996) e flechas imediatas, diferidas e totais, obtidas nos ensaios realizados por Baroni (2003).

Tabela 3.1 – Resumo das vigas em referência a Fernandes (1996)

Viga	Comprimento (cm)	Base (cm)	Altura (cm)	Carga (kN)	f_{ck} (MPa)	Taxa de armadura (cm ²)	f_i (mm)
VRF1	260	12	30	2,2	23,93	0,0109	0,11
	260	12	30	12	23,93	0,0109	1,22
	260	12	30	20	23,93	0,0109	3,18
	260	12	30	30	23,93	0,0109	5,62
VRF2	260	12	30	2,2	23,93	0,0153	0,1
	260	12	30	12	23,93	0,0153	0,83
	260	12	30	20	23,93	0,0153	1,85
	260	12	30	30	23,93	0,0153	3
VRF3	260	12	30	2,2	23,93	0,0196	0,29
	260	12	30	12	23,93	0,0196	0,89
	260	12	30	20	23,93	0,0196	1,82
	260	12	30	30	23,93	0,0196	3,23

Fonte: adaptado de Fernandes (1996)

Tabela 3.2 – Resumo das vigas em referência a Baroni (2003)

Viga	Comprimento (cm)	Base (cm)	Altura (cm)	Carga (kN)	f_{ck} (MPa)	Taxa de armadura (cm ²)	f_i (mm)	f_d (mm) (6 meses)	f_t (mm) (6 meses)
VRB1-A	212	10	20	2,65	13,50	0,0031	1,61	1,90	3,51
VRB1-B	212	10	20	2,65	13,10	0,0031	1,60	2,21	3,81
VRB2-A	212	10	20	2,65	52,50	0,0031	0,38	0,57	0,95
VRB2-B	212	10	20	2,65	51,50	0,0031	0,62	0,38	1,00

Fonte: adaptado de Baroni (2003)

4 RESULTADOS E ANÁLISE

Este capítulo apresenta todos os resultados que foram alcançados através dos cálculos feitos com base nas prescrições normativas e a análise dos mesmos.

4.1 VIGAS EM REFERÊNCIA A FERNANDES (1996)

Através do cálculo seguindo as prescrições normativas obteve-se os valores de flecha imediata para as vigas VRF1, VRF2 e VRF3 conforme a força aplicada em cada uma. Os resultados estão expostos na tabela 4.1.

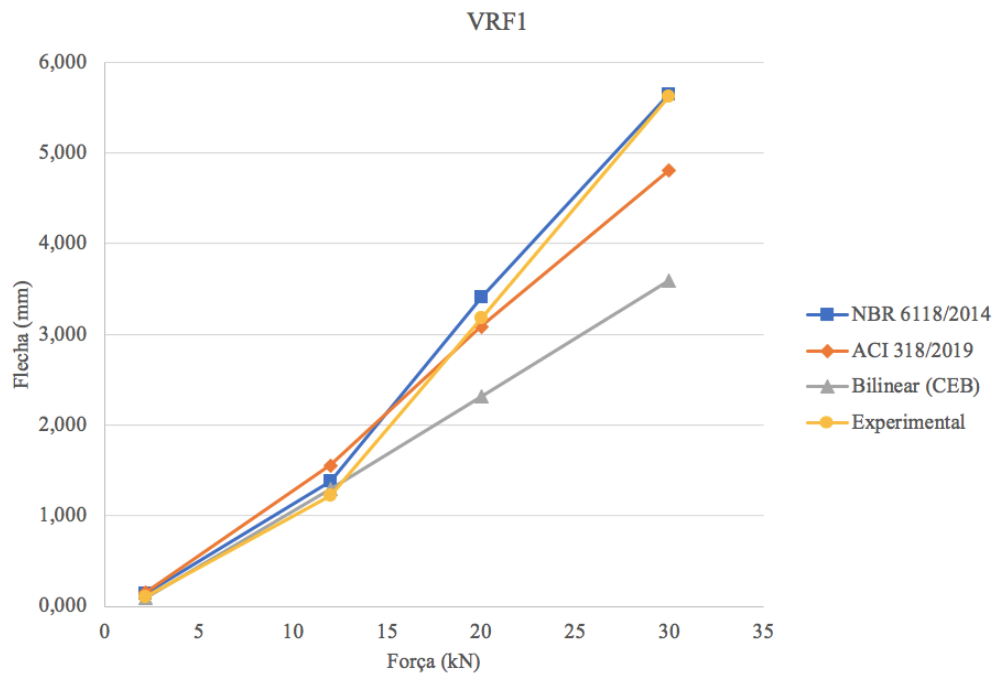
Tabela 4.1 – Flechas imediatas da VRF1, da VRF2 e da VRF3

Viga	Força (kN)	NBR 6118/2014	ACI 318/2019	Bilinear (CEB)	Experimental
		f_i (mm)	f_i (mm)	f_i (mm)	f_i (mm)
VRF1	2,2	0,141	0,151	0,095	0,110
	12	1,382	1,557	1,293	1,220
	20	3,415	3,087	2,314	3,180
	30	5,650	4,808	3,589	5,620
VRF2	2,2	0,156	0,166	0,105	0,100
	12	1,240	1,190	0,951	0,830
	20	2,456	2,035	1,602	1,850
	30	3,897	3,105	2,469	3,000
VRF3	2,2	0,139	0,149	0,094	0,290
	12	1,031	0,915	0,745	0,890
	20	1,994	1,554	1,289	1,820
	30	3,087	2,341	1,968	3,230

Fonte: o autor (2021)

A fim de uma melhor percepção para comparação as figuras 4.1, 4.2 e 4.3 trazem, respectivamente, os resultados da VRF1, VRF2 e VRF3 de forma gráfica.

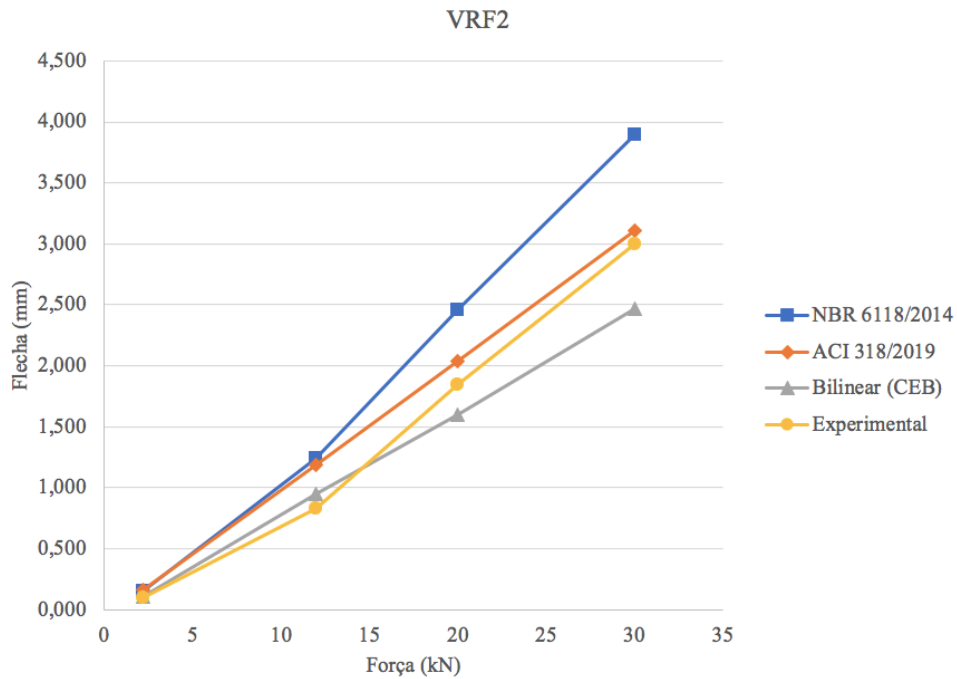
Figura 4.1 – Flecha imediata VRF1



Fonte: o autor (2021)

Na VRF1 percebe-se que o gráfico da NBR 6118/2014 faz uma trajetória bem próxima do gráfico experimental, para todos os carregamentos. O método bilinear do CEB se mostra mais ineficiente quando a carga aplicada é maior.

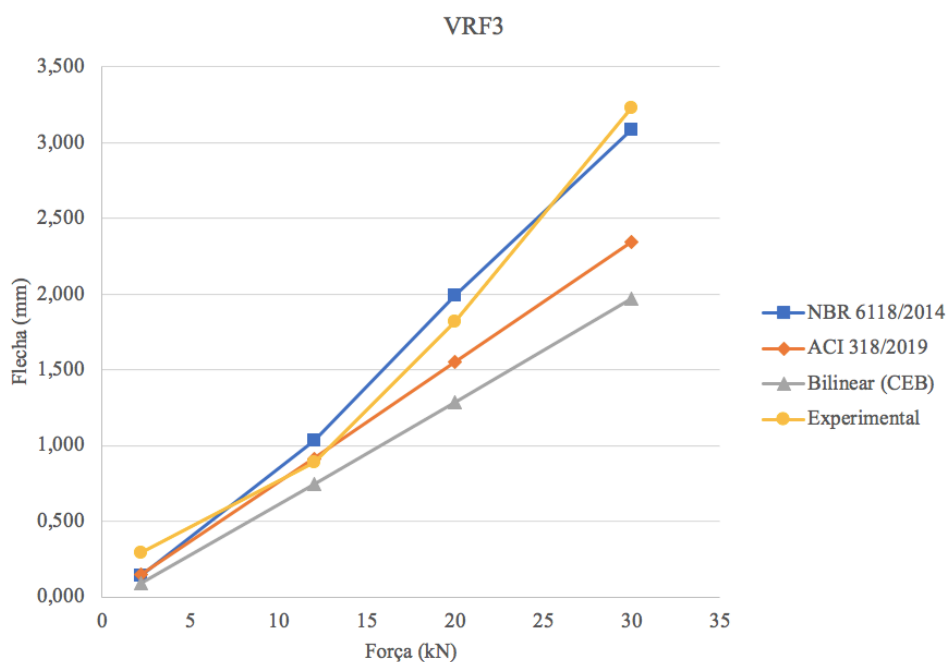
Figura 4.2 – Flecha imediata VRF2



Fonte: o autor (2021)

No caso da VRF2, o método do ACI 318/2019 foi o que mais teve os resultados mais próximos dos experimentais, enquanto o método bilinear (CEB) continuou mostrando deficiência para cargas mais elevadas e a NBR 6118/2014 superestimou em torno de 30% para carga de 20 *kN* e 30 *kN* e em torno de 50% para 12 *kN* e 2,2 *kN*.

Figura 4.3 – Flecha imediata VRF3



Fonte: o autor (2021)

Na VRF3 os gráficos ficam similares aos da VRF1, onde a norma brasileira tem resultados próximos dos experimentais, o método bilinear (CEB) subestima o valor da flecha, principalmente com cargas mais elevadas e o ACI 318/2019 tem bons resultados para 12 *kN*, porém para cargas maiores também subestima os resultados. Neste caso, os três métodos de cálculo subestimam a flecha para 2,2 *kN* em 50% ou mais.

4.2 VIGAS EM REFERÊNCIA A BARONI (2003)

Da mesma forma, seguindo as prescrições normativas, foi alcançado os valores para flechas imediatas, flechas diferidas e flechas totais para as vigas VRB1-A, VRB1-B, VRB2-A e VRB2-B. Os resultados são mostrados nas tabelas 4.2 para as flechas imediatas e 4.3 para as flechas diferidas.

Tabela 4.2 – Flechas imediatas VRB1-A, VRB1-B, VRB2-A e VRB2-B

Viga	NBR 6118/2014	ACI 318/2019	Bilinear (CEB)	Experimental
	f_i (mm)	f_i (mm)	f_i (mm)	f_i (mm)
VRB1-A	1,302	1,587	2,455	1,610
VRB1-B	1,364	1,638	2,470	1,600
VRB2-A	0,310	0,360	0,423	0,380
VRB2-B	0,314	0,363	0,425	0,620

Fonte: o autor (2021)

Com exceção da VRB2-B, em todas vigas o ACI 318/2019 previu com bastante precisão os valores de flecha imediata.

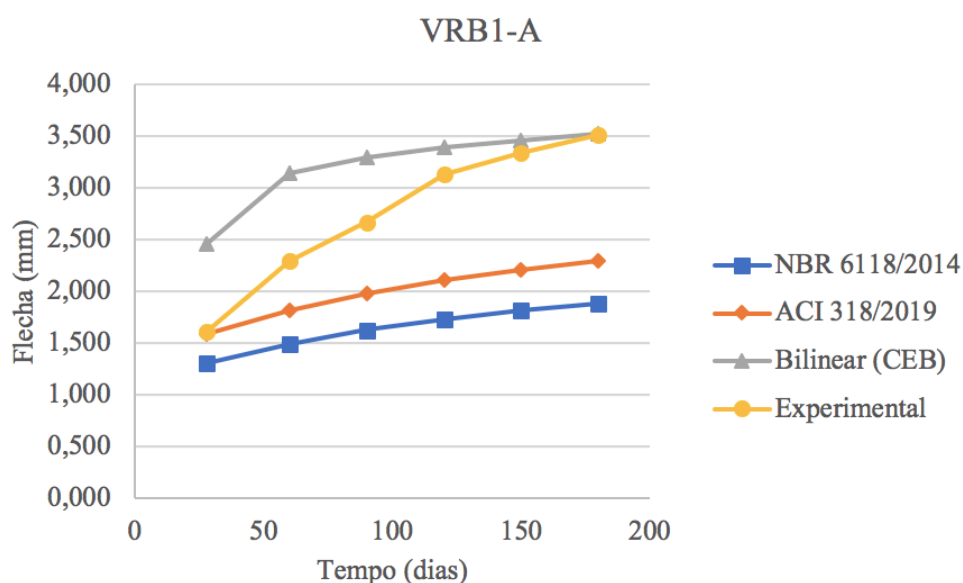
Tabela 4.3 – Flechas diferidas e totais VRB1-A, VRB1-B, VRB2-A e VRB2-B

Viga	NBR 6118/2014		ACI 318/2019		Bilinear		Experimental	
	f_d (mm)	f_T 6 meses (mm)	f_d (mm)	f_T 6 meses (mm)	f_d (mm)	f_T 6 meses (mm)	f_d (mm)	f_T 6 meses (mm)
VRB1-A	0,585	1,887	0,713	2,300	1,064	3,519	1,900	3,510
VRB1-B	0,613	1,977	0,736	2,374	1,090	3,560	2,210	3,810
VRB2-A	0,139	0,450	0,162	0,521	0,212	0,634	0,570	0,950
VRB2-B	0,141	0,455	0,163	0,526	0,213	0,638	0,380	1,000

Fonte: o autor (2021)

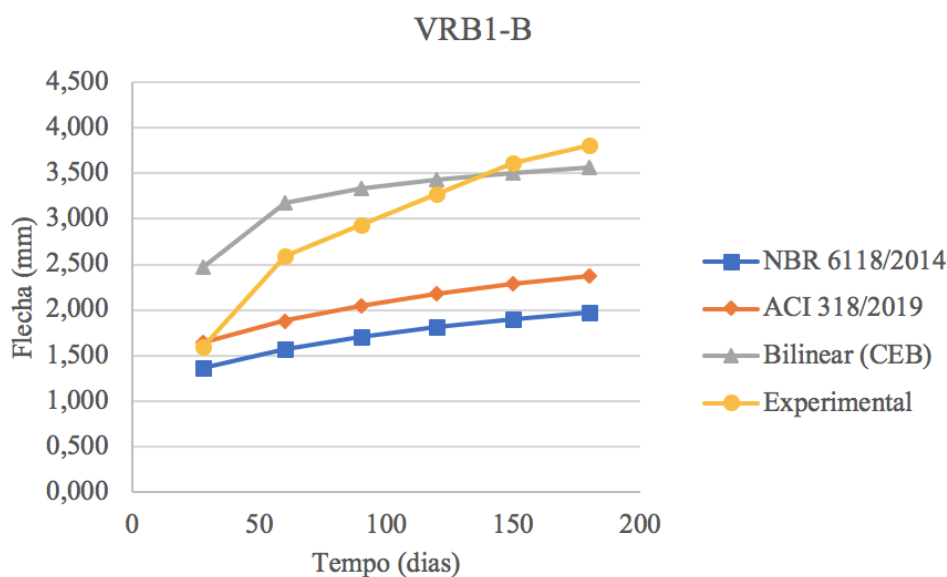
As figuras 4.4 e 4.5 ilustram, respectivamente, as flechas das vigas VRB1-A e VRB1-B, ambas moldadas em concreto convencional. Os gráficos representam o progresso do deslocamento durante seis meses com marcação mês a mês.

Figura 4.4 – Flecha da VRB1-A



Fonte: o autor (2021)

Figura 4.5 – Flecha da VRB1-B



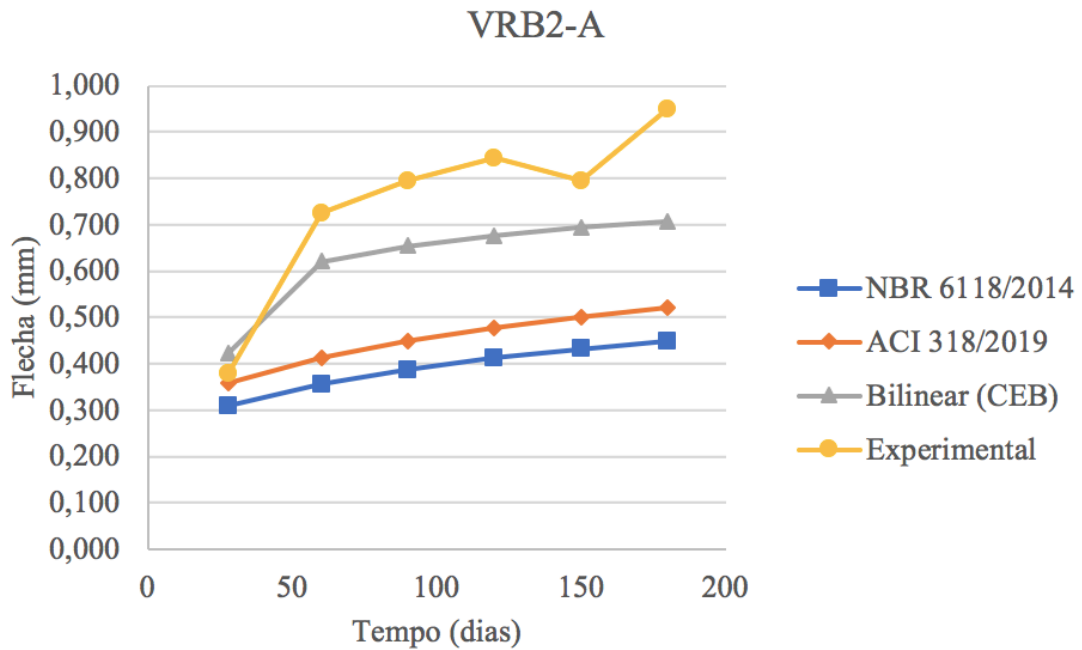
Fonte: o autor (2021)

É possível perceber, considerando as duas vigas, que o método do ACI 318/2019 é o que tem a previsão de flecha imediata (28 dias no gráfico) mais próxima do resultado experimental, porém, com o passar do tempo, esse método subestima o valor da flecha diferida e conseqüentemente o valor da flecha total. Já a NBR 6118/2014 subestima o valor da flecha inicial numa média de 20% e a flecha diferida segue a mesma trajetória do ACI 318/2019, afinal os dois métodos prescrevem o mesmo cálculo aproximado para esse tipo de flecha.

Nesses casos, o método bilinear (CEB) superestima a flecha imediata, mas ao longo do tempo traz resultados interessantes, pois ao final de seis meses prevê valores de flecha muito próximos com os valores obtidos experimentalmente. Isso, provavelmente, deve-se ao fato de que esse método traz um cálculo completo para flecha diferida, através de diversos coeficientes de fluência e retração, diferentemente das normativas brasileira e americana que prescrevem o método aproximado abordado no presente trabalho.

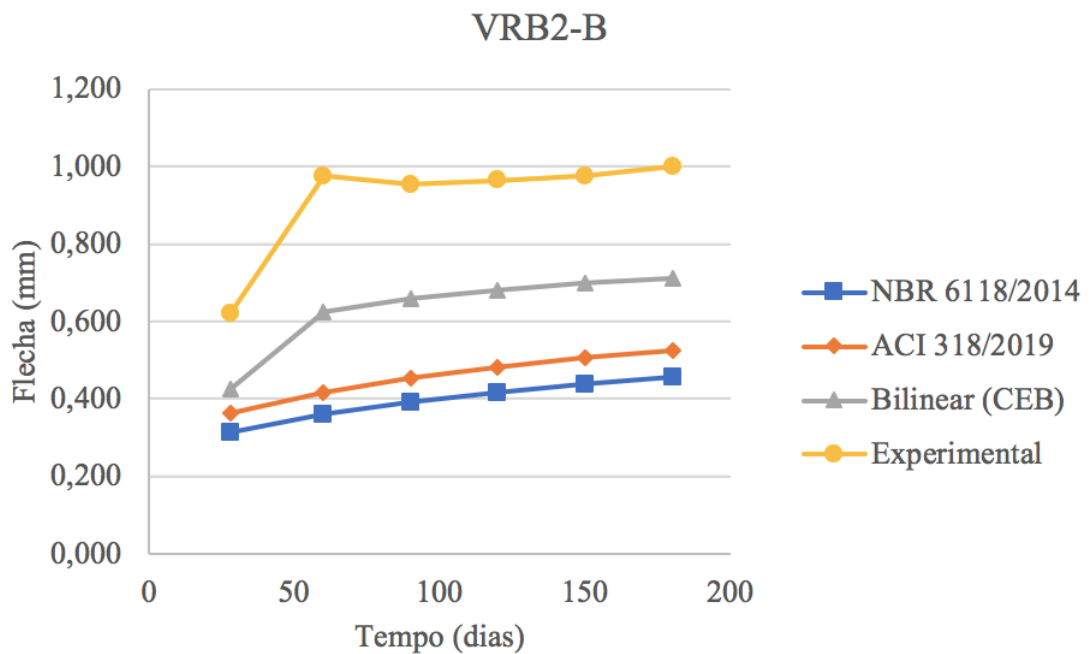
Os resultados dos cálculos para a VRB2-A e VRB2-B estão representados graficamente nas figuras 4.6 e 4.7, respectivamente. São apresentados nos gráficos a flecha imediata, aos 28 dias, e as flechas totais mês a mês até completar seis meses.

Figura 4.6 – Flecha da VRB2-A



Fonte: o autor (2021)

Figura 4.7 – Flecha da VRB2-B



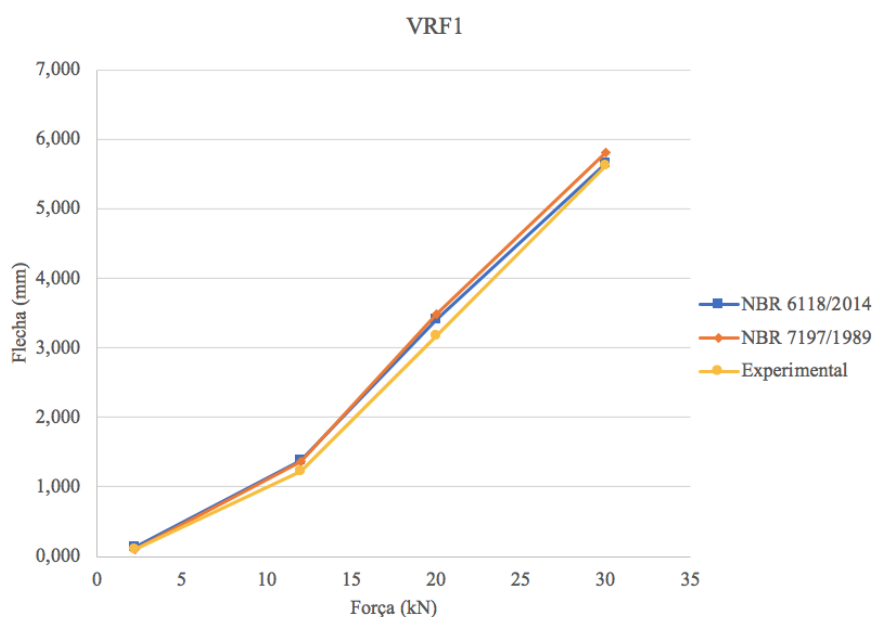
Fonte: o autor (2021)

No caso das vigas com concreto de alta resistência nenhum dos três métodos atingiu valores próximos do experimental para a flecha total em 6 meses, mesmo assim o método bilinear foi o que se mostrou melhor entre os três, evidenciando que os métodos aproximados são deficientes em relação ao cálculo mais completo.

4.3 COMPARATIVO ENTRE NORMAS BRASILEIRAS: FERNANDES (1996)

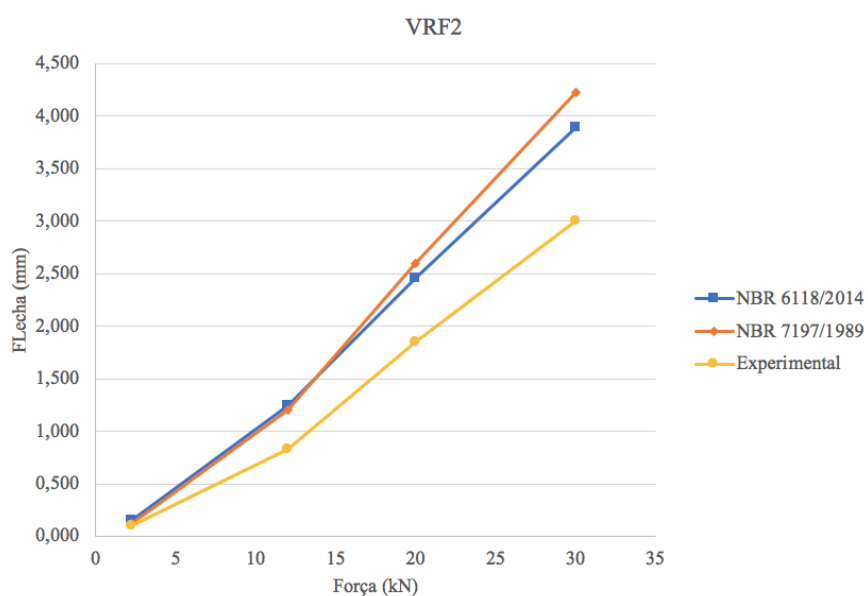
A seguir é apresentado o comparativo entre os valores obtidos neste trabalho pela NBR 6118/2014, os valores experimentais e os valores através da NBR 7197/1989, ambos obtidos por Fernandes (1996). As figuras 4.8, 4.9 e 4.10 representam esse comparativo das vigas VRF1, VRF2 e VRF3, respectivamente.

Figura 4.8 – Comparativo entre NBR para a VRF1



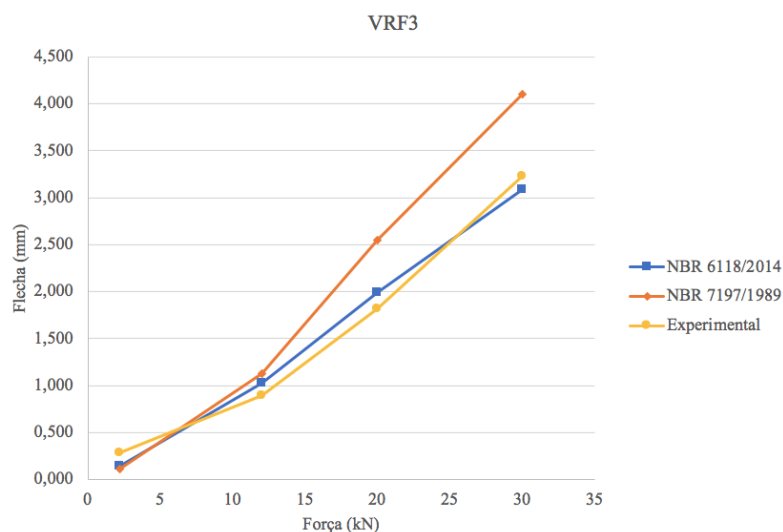
Fonte: o autor (2021)

Figura 4.9 – Comparativo entre NBR para a VRF2



Fonte: o autor (2021)

Figura 4.10 – Comparativo entre NBR para a VRF3



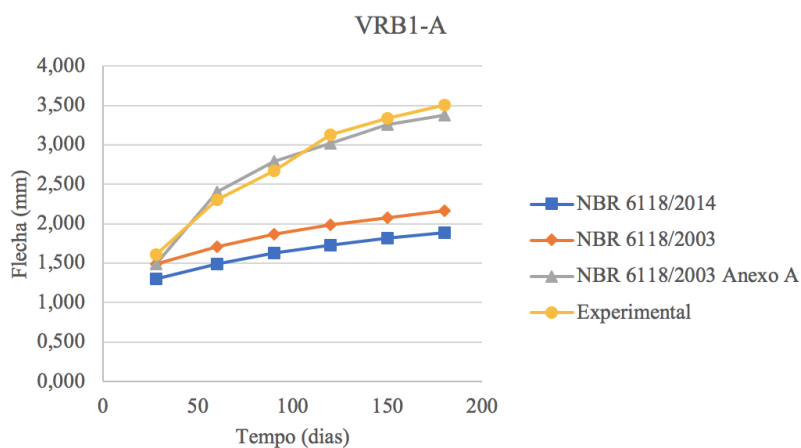
Fonte: o autor (2021)

Percebe-se que na VRF1 e VRF3 a norma brasileira atual traz valores bem próximos do experimental, mas para a VRF2 traz valores um pouco superestimados. Já a norma brasileira em vigência em 1996 superestima os valores em VRF2 e VRF3, porém na VRF1 apresenta resultados muito próximos do experimental e da norma brasileira atual.

4.4 COMPARATIVO ENTRE NORMAS BRASILEIRAS: BARONI (2003)

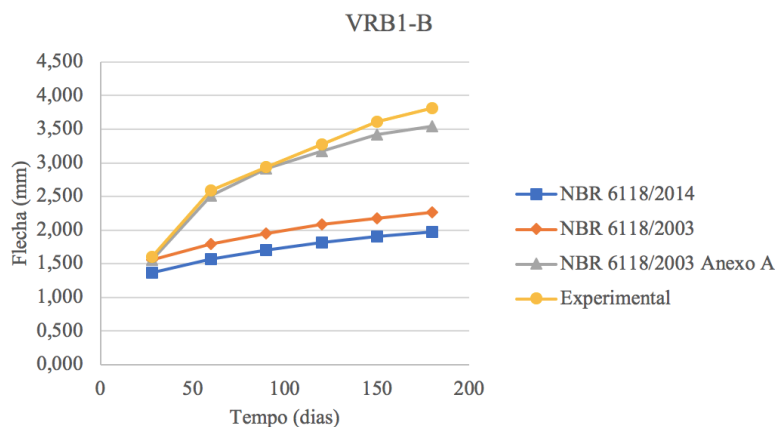
Abaixo apresenta-se o comparativo da NBR 6118/2014 deste trabalho com a NBR 6118/2003 pelo método aproximado e pelo cálculo completo (anexo A da NBR 6118) retirados do trabalho de Baroni (2003) e ainda com os resultados experimentais. As vigas VRB1-A, VRB1-B, VRB2-A e VRB2-B se apresentam, respectivamente, nas figuras 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14.

Figura 4.11 – Comparativo entre NBR para a VRB1-A



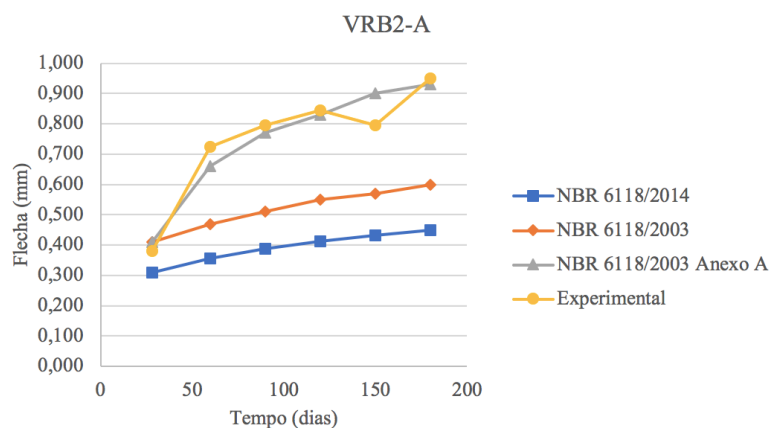
Fonte: o autor (2021)

Figura 4.12 – Comparativo entre NBR para a VRB1-B



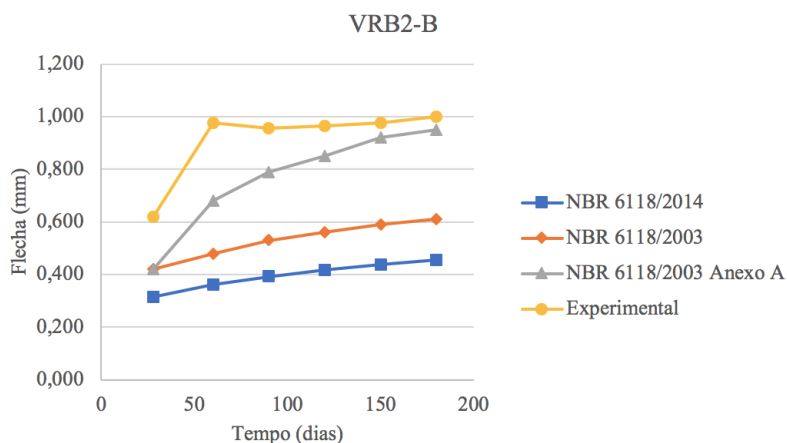
Fonte: o autor (2021)

Figura 4.13 – Comparativo entre NBR para a VRB2-A



Fonte: o autor (2021)

Figura 4.14 – Comparativo entre NBR para a VRB2-B



Fonte: o autor (2021)

É bem perceptível a diferença do método aproximado da NBR 6118, tanto de 2003 quanto de 2014, com o método de cálculo completo da norma brasileira presente no anexo A da mesma. Enquanto o cálculo aproximado subestima a flecha real em torno de 50%, o cálculo completo reproduz resultados muito próximos do experimental.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É sabido que ensaios de laboratório procuram reproduzir o comportamento de estruturas quando submetidas a esforços como na vida real. Métodos de cálculo são desenvolvidos, com base em resultados experimentais, com a finalidade de representar analiticamente esses resultados. O melhor método, então, é aquele que mais se aproxima dos resultados experimentais. Assim, em concordância com a análise dos resultados e as tendências analisadas no capítulo anterior é possível chegar as seguintes conclusões:

- a) os procedimentos de cálculo de estimativa de flecha imediata prescritos pela NBR 6118:2014 mostraram-se adequados para parte das vigas estudadas neste trabalho, mas para outra parte das vigas subestimou o valor da flecha em torno de 25%, o que mostra uma condição contrária a segurança;
- b) os procedimentos de cálculo de estimativa de flecha imediata pelo ACI 318/19 mostraram-se adequados para todas as vigas de concreto armado utilizadas neste trabalho, mas, somente, para cargas de até 12 *kN*, para cargas maiores houve uma subestimação de até 38%;
- c) os procedimentos de cálculo de estimativa de flecha imediata pelo método bilinear (CEB, 1985) mostraram-se bem divergentes dos valores experimentais, tanto para mais quanto para menos, dependendo da viga em questão;
- d) os procedimentos de cálculo de estimativa de flecha diferida pela NBR 6118:2014 e ACI 318/19 utilizando o método simplificado mostraram-se inadequados para as vigas utilizadas neste trabalho, visto que há subestimação de mais de 200% em grande parte dos casos;
- e) os procedimentos de cálculo de estimativa de flecha diferida pelo método bilinear (CEB, 1985) mostraram-se adequados para vigas de concreto convencional utilizadas neste trabalho, porém inadequado para vigas de concreto de alta resistência;
- f) há pouca diferença nos resultados de cálculo de flecha entre a norma brasileira vigente e as normas à época dos trabalhos experimentais de referência;
- g) existe uma grande diferença entre o cálculo de flecha diferida pelo método simplificado da NBR 6118:2014 para o cálculo completo presente no anexo A da mesma;

Uma sugestão para trabalhos futuros é incluir na análise o cálculo de flecha diferida completo da NBR 6118 (anexo A) e o cálculo através de algum método de elementos finitos.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, 2019.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3ª edição, Rio Grande: Dunas, 2010.

ARAÚJO, José Milton de. Processos simplificados para cálculo de flechas de vigas de concreto armado. **Teoria e prática na engenharia civil**. Agosto, 2004. Disponível em: <http://repositorio.furg.br/handle/1/5132>

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BARONI, Henriette Justina Manfredini. **Avaliação do comportamento dos deslocamentos transversais ao longo do tempo em vigas de concreto armado não convencional**. 2003. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2003.

BRANSON, Dan. **Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams**. Auburn University. Alabama, 1965.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BETÓN. **Design manual on cracking and deformations**. Lausanne, 1985

FERNANDES, Solange Aparecida. **Análise das deformações do concreto e do comportamento de vigas submetidas a flexão simples**. 1996. Dissertação de mestrado – Escola de engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo. São Carlos, 1996.

GHALI, A.; FAVRE, R.; ELBADRY, M. **Concrete Structures: stress and deformation**. 3ª edição, Londres: Spon Press, 2002.

GOMÉZ, Noemí Duarte. **Cálculo simplificado de flechas instantâneas y diferidas en elementos a flexión de hormigón armado**. 2010. Tese de mestrado - Universitat polytècnica de catalunya. Barcelona, 2010.

JUNGES, Elisabeth. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo da flecha imediata em vigas de concreto armado**. 2011. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2011.

LAZZARI, Bruna Manica. **Análise por elementos finitos de peças de concreto armado e protendido sob estados de plano de tensão**. 2015. Dissertação de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2015.

LEONHARDT, Fritz; MÖNNIG, Eduard. **Construções de concreto**. 1ª edição, Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

MARÍ, Antonio R.; BAIRÁN, Jesús M.; DUARTE, Noemi. **Long-term deflections in cracked reinforced concrete flexural members**. Dezembro, 2009. Disponível em <http://pascal-francis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=22598426>

MONTOYA, Pedro Jimenéz; MESEGUER, Álvaro García; CABRÉ, Francisco Morán. **Hormigón Armado**. 14ª edição, Barcelona: Gustavo Gili SA, 2000.

PINHEIRO, Libano M. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2010.

RUIZ, José Calavera; DUTARI, Luis García. **Calculo de flechas em estruturas de hormigón armado**. 1ª edição, Madri: Torreangulo Arte Gráfico, 1992.

TROINA, Léa Margarida Bueno. **Comportamento não linear de estruturas de concreto armado com aplicação a análise de vasos de pressão de usinas nucleares**. 1981. Tese de mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1981.