

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL**  
**ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**  
**MESTRADO PROFISSIONAL**

**CRISTIANE FERRARI RIZZI**

**DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES COM O USO DE GEOMETRIA**  
**DINÂMICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO TRIÂNGULO POR MEIO**  
**DO GEOGEBRA**

**CAXIAS DO SUL**  
**NOVEMBRO**  
**2024**

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**

**DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES COM O USO DE GEOMETRIA**  
**DINÂMICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO TRIÂNGULO POR MEIO**  
**DO GEOGEBRA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação do Prof. Dr. Odilon Giovannini, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**CAXIAS DO SUL**

**2024**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Universidade de Caxias do Sul  
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

R627d Rizzi, Cristiane Ferrari

Desenvolvimento de habilidades com o uso de geometria dinâmica para o ensino e aprendizagem do triângulo por meio do Geogebra [recurso eletrônico] / Cristiane Ferrari Rizzi. – 2024.

Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2024.

Orientação: Odilon Giovannini.

Modo de acesso: World Wide Web

Disponível em: <https://repositorio.ucs.br>

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Geometria. 3. Ensino fundamental. 4. Aprendizagem. I. Giovannini, Odilon, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 51:37

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)  
Carolina Machado Quadros - CRB 10/2236

**CRISTIANE FERRARI RIZZI**

**DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES COM O USO DE GEOMETRIA  
DINÂMICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO TRIÂNGULO POR MEIO  
DO GEOGEBRA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

**Aprovado em 02/12/2024**

**Banca Examinadora**

---

Profa. Dra. Carine Geltrudes Webber  
Universidade de Caxias do Sul – UCS

---

Prof. Dr. Diego Eduardo Lieban  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – IFRS - Campus  
Bento Gonçalves

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus e à energia recebida pela minha fé para me fortalecer e persistir nos difíceis dias dessa longa jornada de estudos e autoconhecimento.

Aos meus pais e irmã, meus alicerces e fontes de estímulos e inspiração, o meu eterno agradecimento pela compreensão em diversos momentos que não me fiz presente devido às demandas da pesquisa, estendendo aqui meu agradecimento a todos meus familiares e amigos.

Ao meu marido Andrei, que me apoiou e segurou as pontas em diversos momentos, nos quais o que eu só precisava era de uma palavra de alento e segurança para seguir em frente.

Um agradecimento especial à Escola Municipal de Tempo Integral São Roque Professora Nilza Covôlo Kratz pela abertura e confiança entregue a mim para a realização da pesquisa, não podendo deixar de agradecer o empenho e dedicação dos estudantes no decorrer da aplicação. Estendo os votos de agradecimento aos familiares dos educandos pela confiança por meio do aceite do termo de consentimento.

Aos colegas da turma e professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul/UCS, com os quais pude compartilhar e aprender muito sobre a realidade da educação, em especial ao Prof. Dr. Odilon Giovannini, pela paciência e orientação ao longo desta jornada acadêmica, proporcionando o meu crescimento pessoal e profissional.

Finalizo o meu agradecimento, refletindo sobre a caminhada e saliento que os desafios foram inúmeros, tanto pessoais quanto profissionais, por isso hoje acredito que o destino sempre escreve certo em linhas tortas e cabe a nós persistirmos e perseverarmos para alcançarmos nossos sonhos.

## RESUMO

A presente dissertação é o relato de uma pesquisa que visou a elaboração, aplicação e avaliação de uma proposta de sequência didática para o ensino de triângulos para o oitavo ano do Ensino Fundamental. A sequência didática foi implementada na Escola de Tempo Integral São Roque Professora Nilza Còvolo Kratz, no município de Bento Gonçalves, RS. A pesquisa caracteriza-se como de natureza aplicada, com abordagem qualitativa e, em relação aos procedimentos, é empírica com intervenção pedagógica. Para a elaboração da sequência didática, buscou-se embasamento teórico na pedagogia da autonomia de Freire, no construtivismo de Piaget e no construcionismo de Papert. A sequência didática teve como objetivo promover o desenvolvimento das competências e habilidades dos estudantes, previstas na Base Nacional Comum Curricular para o oitavo ano, no âmbito da unidade temática de geometria. Para tanto, a sequência didática foi dividida em três etapas. Na primeira etapa, “Conhecendo o GeoGebra”, são apresentados os recursos do software de geometria dinâmica GeoGebra. Na segunda etapa, “Estação por Rotações”, são explorados os seguintes conteúdos por meio de seis estações: condição de existência do triângulo, soma dos ângulos internos de um triângulo e os pontos notáveis (Baricentro, Incentro, Ortocentro e Circuncentro). A terceira etapa é destinada ao processo avaliativo e nomeada “Autoavaliação e Avaliação”. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram registros fotográficos, diário de campo da professora pesquisadora, construções realizadas no GeoGebra, respostas dos estudantes contidas no GUIA de atividades e a autoavaliação e avaliação por meio de questionário aberto. Os dados coletados foram analisados a partir de técnicas de estatística descritiva e da análise qualitativa das falas dos estudantes. Os resultados obtidos com a análise dos dados indicam que as principais contribuições do GeoGebra para desenvolver as competências e habilidade de geometria foram seus aspectos de clareza, visualização, dinamismo e precisão. Com isso, a sequência didática pode ser validada e como resultado da pesquisa gerou-se o produto educacional denominado “Sequência didática para o desenvolvimento de habilidades com o uso de geometria dinâmica para o ensino e aprendizagem do triângulo por meio do GeoGebra”, voltado para professores de Matemática do oitavo ano do Ensino Fundamental que buscam engajar seus estudantes por meio da utilização de softwares de geometria dinâmica e estratégias de aprendizagem ativa, buscando impulsionar a melhoria do desempenho dos estudantes em Matemática.

**Palavras-chave: Ensino de Matemática, triângulo, GeoGebra, construcionismo, autonomia, construtivismo, escola de tempo integral.**

## ABSTRACT

This dissertation is the report of a research project that aimed to develop, implement and evaluate a proposal for a didactic sequence for teaching triangles to the eighth grade of Elementary School. The didactic sequence was implemented at the São Roque Professora Nilza Còvolo Kratz Full-Time School, in the city of Bento Gonçalves, RS. The research is characterized as applied in nature, with a qualitative approach and, in relation to the procedures, it is empirical with pedagogical intervention. To develop the didactic sequence, the theoretical basis sought was Freire's pedagogy of autonomy, Piaget's constructivism and Papert's constructionism. The didactic sequence aimed to promote the development of students' skills and abilities, as provided for in the National Common Curricular Base for the eighth grade, within the scope of the geometry thematic unit. To this end, the didactic sequence was divided into three stages. In the first stage, "Getting to Know GeoGebra", the resources of the GeoGebra dynamic geometry software are presented. In the second stage, "Rotation Station", the following contents are explored through six stations: condition of existence of the triangle, sum of the internal angles of a triangle and notable points (Barycenter, Incenter, Orthocenter and Circumcenter). The third stage is dedicated to the evaluation process and is called "Self-assessment and Assessment". The data collection instruments used were photographic records, the researcher teacher's field diary, constructions made in GeoGebra, students' responses contained in the activity guide and self-assessment and assessment through an open questionnaire. The data collected were analyzed using descriptive statistics techniques and qualitative analysis of the students' statements. The results obtained from the data analysis indicate that the main contributions of GeoGebra to developing geometry skills and abilities were its aspects of clarity, visualization, dynamism and precision. With this, the didactic sequence can be validated and as a result of the research, the educational product called "Didactic sequence for the development of skills with the use of dynamic geometry for teaching and learning the triangle through GeoGebra" was generated, aimed at eighth-grade Mathematics teachers of Elementary School who seek to engage their students through the use of dynamic geometry software and active learning strategies, seeking to drive the improvement of students' performance in Mathematics.

**Keywords: Teaching Mathematics, triangle, GeoGebra, constructionism, autonomy, constructivism, full-time school.**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Imagem preparada pela equipe do MEC com dados do Pisa.....	20
Figura 2 - Estudante utilizando o GeoGebra e o GUIA .....	38
Figura 3 - Espaço organizado para o encontro 2 – estação por rotações.....	40
Figura 4 - Grupos realizando a atividade da estação 1 .....	42
Figura 5 - Comando de entrada do GeoGebra.....	43
Figura 6 - Exemplo de solução do comando da soma os ângulos internos do triângulo.....	43
Figura 7 - Estudantes realizando a construção da propriedade do Baricentro.....	44
Figura 8 - Modelo do GeoGebra para resolução do problema da Estação do ponto notável do triângulo – Incentro .....	45
Figura 9 - Exemplo da construção realizada no GeoGebra do ponto notável – Ortocentro.....	47
Figura 10 - Modelo do GeoGebra para resolução do problema da Estação 6.....	48
Figura 11 - Imagem dos estudantes realizando a Autoavaliação.....	50
Figura 12 - Imagem da construção de dois estudantes no GeoGebra e a identificação das janelas de visualização.....	52
Figura 13 - Imagem da construção de um estudante da atividade 3, no GeoGebra .....	53
Figura 14 - Imagem da construção de um estudante da atividade 3, no GeoGebra .....	53
Figura 15 - Imagem da construção de uma estudante da atividade 3, no GeoGebra.....	54
Figura 16 - Imagem da construção de uma estudante da atividade 4, no GeoGebra.....	55
Figura 17 - Construção do estudante 1, no GeoGebra.....	56
Figura 18 - Construção do estudante 2, no GeoGebra.....	57
Figura 19 - Estudante 2 explicando o “macete” aos seus colegas .....	58
Figura 20 - Respostas à pergunta 1 do GUIA.....	59
Figura 21 - Respostas à pergunta 2 do GUIA.....	59
Figura 22 - Respostas à pergunta 3 do GUIA.....	60
Figura 23 - Gráfico das respostas da pergunta 4 do GUIA .....	61
Figura 24 - Imagem do GUIA da estudante .....	61
Figura 25 - Imagem do GUIA da estudante .....	62
Figura 26 - Imagem do GUIA da estudante .....	62
Figura 27 - Imagem das alunas inclusas com sua monitora .....	63
Figura 28 - Uma das estudantes realizando suas construções com sua monitora.....	63
Figura 29 - Uma das estudantes realizando suas construções com sua monitora.....	64
Figura 30 - Respostas do GUIA da estação 1, grupos G2 e G5 .....	66



Figura 31 - Construção do grupo G1 na Estação 1.....	66
Figura 32 - Construção do grupo G2 na Estação 1.....	67
Figura 33 - Construção do grupo G3 na Estação 1.....	67
Figura 34 - Construção do grupo G4 na Estação 1.....	68
Figura 35 - Construção do grupo G5 na Estação 1.....	69
Figura 36 - Construção do grupo G6 na Estação 1.....	70
Figura 37 - Respostas do GUIA da estação 2 do grupo G5.....	72
Figura 38 - Construção do grupo G1 na Estação 2.....	73
Figura 39 - Construção do grupo G2 na Estação 2.....	73
Figura 40 - Construção do grupo G3 na Estação 2.....	74
Figura 41 - Construção do grupo G4 na Estação 2.....	74
Figura 42 - Construção do grupo G5 na Estação 2.....	75
Figura 43 - Construção do grupo G6 na Estação 2.....	75
Figura 44 - Construção dos grupos da atividade com folha de desenho, régua e barbante na Estação 3.....	76
Figura 45 - Construção do grupo G1 na Estação 3.....	77
Figura 46 - Construção do grupo G2 na Estação 3.....	78
Figura 47 - Construção do grupo G3 na Estação 3.....	78
Figura 48 - Construção do grupo G4 na Estação 3.....	79
Figura 49 - Construção do grupo G5 na Estação 3.....	80
Figura 50 - Construção do grupo G6 na Estação 3.....	80
Figura 51 - Respostas do GUIA dos grupos G1 e G3 na Estação 3.....	81
Figura 52 - Imagem superior: rascunho do grupo G1. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G1.....	82 e 83
Figura 53 - Imagem superior: rascunho do grupo G2. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G2.....	84
Figura 54 - Imagem superior: rascunho do grupo G3. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G3.....	85
Figura 55 - Imagem superior: rascunho do grupo G4. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G4.....	86
Figura 56 - Imagem superior: rascunho do grupo G5. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G5.....	87
Figura 57 - Imagem superior: rascunho do grupo G6. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G6.....	88

Figura 58 - Registros fotográficos da Estação 4.....	89
Figura 59 - Construção do grupo G1 na Estação 5.....	90
Figura 60 - Construção do grupo G2 na Estação 5.....	91
Figura 61 - Construção do grupo G3 na Estação 5.....	91
Figura 62 - Construção do grupo G4 na Estação 5.....	92
Figura 63 - Construção do grupo G5 na Estação 5.....	93
Figura 64 - Construção do grupo G6 na Estação 5.....	93
Figura 65 - Respostas dos grupos G2 e G3 ao questionamento final na Estação 5.....	94
Figura 66 - Estudantes dos grupos G2 e G3 realizando as atividades da Estação 5.....	95
Figura 67 - Imagem superior: rascunho do grupo G1. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G1 .....	95 e 96
Figura 68 - Imagem superior: rascunho do grupo G2. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G2.....	96 e 97
Figura 69 - Imagem superior: rascunho do grupo G3. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G3 .....	97 e 98
Figura 70 - Imagem superior: rascunho do grupo G4. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G4 .....	98 e 99
Figura 71 - Imagem superior: rascunho do grupo G5. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G5 .....	99 e 100
Figura 72 - Imagem superior: rascunho do grupo G6. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G6 .....	100 e 101
Figura 73 - Estudantes realizando as atividades da Estação 6.....	102
Figura 74 - Estudantes com orientação da professora pesquisadora, realizando as construções extras.....	102
Figura 75 - Registros fotográficos das estudantes inclusas nas atividades das estações.....	103
Figura 76 - Registros fotográficos das estações e da monitora auxiliando as estudantes inclusas. ....	104
Figura 77 - Respostas dos estudantes à questão 6 da autoavaliação .....	106
Figura 78 - Respostas de dois estudantes ao atribuírem suas notas na autoavaliação.....	109
Figura 79 - Estudante realizando a avaliação .....	109
Figura 80 - Algumas respostas dos estudantes a pergunta 1 da avaliação .....	110
Figura 81 - Respostas dos estudantes a pergunta 3 da avaliação .....	115
Figura 82 - Gráfico das notas atribuídas pelos estudantes à sequência didática .....	116
Figura 83 - Resposta da estudante a pergunta 4 do GUIA da Autoavaliação .....	116

Figura 84 - Respostas dos estudantes a pergunta 5 do GUIA da Autoavaliação .....	117
Figura 85 - Respostas das estudantes inclusas do questionário de Avaliação – Etapa 2, em que na direita consta o questionário e na esquerda o rascunho .....	118

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese das etapas da sequência didática.....	36
Quadro 2 - Diálogo entre professora e estudante 1 .....	56
Quadro 3 - Diálogo entre professora e estudante 2. ....	57
Quadro 4 - Respostas dos estudantes ao questionário de autoavaliação .....	105
Quadro 5 - Respostas da pergunta 2 da avaliação .....	112
Quadro 6 - Categoria dos pontos positivos da sequência didática .....	114
Quadro 7 - Categoria dos pontos negativos da sequência didática.....	115

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

SD	Sequência Didática
PE	Produto Educacional
IFRS	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
TDICs	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
PPGECiMa	Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PDF	Formato portátil de documento

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>26</b>
2.1 APRENDIZAGEM AUTÔNOMA EM MATEMÁTICA.....	27
2.2 CONSTRUTIVISMO E CONSTRUCIONISMO NO ENSINO DE GEOMETRIA.....	28
2.3 O USO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO.....	30
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>34</b>
3.1. CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	34
3.2. CONTEXTO DA PESQUISA.....	34
3.3. INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS .....	35
3.4. TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DADOS .....	35
3.5. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	36
<b>3.5.1 Etapa 1: Encontro 1 – Conhecendo o software GeoGebra.....</b>	<b>37</b>
<b>3.5.2 Etapa 2: Encontros 2 a 6 – Estação por rotações .....</b>	<b>39</b>
3.5.2.1 – Estação 1: Condição de existência.....	41
3.5.2.2 Estação 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo.....	42
3.5.2.3 Estação 3: Ponto notável – Baricentro.....	44
3.5.2.4 Estação 4: Ponto notável – Incentro.....	45
3.5.2.5 Estação 5: Ponto notável – Ortocentro .....	46
3.5.2.6 Estação 6: Ponto notável – Circuncentro.....	47
<b>3.5.3 Etapa 3: Encontro 7 – Autoavaliação e Avaliação .....</b>	<b>48</b>
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>51</b>
4.1 ENCONTRO 1 – CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA .....	51
4.2 ENCONTROS 2 A 6 – ESTAÇÃO POR ROTAÇÕES.....	64
<b>4.2.1 Estação 1: Condição de existência .....</b>	<b>65</b>
<b>4.2.2 Estação 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo.....</b>	<b>71</b>
<b>4.2.3 Estação 3 – Ponto notável Baricentro.....</b>	<b>76</b>
<b>4.2.4 Estação 4 – Ponto notável Incentro.....</b>	<b>82</b>
<b>4.2.5 Estação 5 – Ponto notável Ortocentro .....</b>	<b>90</b>
<b>4.2.6 Estação 6 – Ponto notável Circuncentro.....</b>	<b>96</b>
4.3 AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO.....	104
<b>4.3.1 Autoavaliação – Etapa 1.....</b>	<b>105</b>

<b>4.3.2 Avaliação – Etapa 2.....</b>	<b>109</b>
<b>5 PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>120</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>121</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>1255</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>128</b>
<b>ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .....</b>	<b>177</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Refletir sobre a prática, autoavaliar-se e tornar o ensino de Matemática mais dinâmico sempre foi uma motivação pessoal e profissional. Como professora de Matemática na rede municipal de ensino da cidade de Bento Gonçalves desde 2017, na qual atuo em uma escola de turno integral, iniciei a docência com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Na escola de turno integral, a grade curricular possui sete períodos semanais no componente curricular de Matemática. Diante disso, a minha primeira reflexão relacionada à prática profissional nessa escola foi compreender como é possível engajar os alunos à aprendizagem sem ceder a hiperescolarização, um dos desafios impostos aos professores que atuam em escolas de tempo integral, pois, segundo Moll (2011, p. 24), “aumentar a jornada de trabalho escolar com alunos em disciplinas específicas, como Matemática ou Língua Portuguesa, oferecendo apenas *mais do mesmo*, gera hiperescolarização, com efeitos negativos”.

O tempo de aprendizagem de cada aluno também precisa ser respeitado, conforme orienta Bicudo:

É com o tempo vivido que a proposta educacional deve se preocupar. Cada pessoa vive o tempo de modos específicos que revelam seus humores, seus processos cognitivos, sua capacidade de haver-se no trato com os outros, de enfrentar dificuldades. Revelam, também, o ímpeto vital que a impede de agir, descortinando possibilidades de vir-a-ser (Bicudo, 2003, p. 60).

Portanto, para formular uma proposta pedagógica, alinhada com as orientações para educação de tempo integral, precisamos respeitar o tempo de aprendizagem do aluno e ir em busca de ambientes de ensino que propiciem ao estudante condições para desenvolver as competências específicas da Matemática e também as competências gerais previstas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018). Neste sentido, Moll afirma que:

A formulação de uma proposta de Educação Integral implica a ampliação **qualificada** do tempo, mesclando atividades educativas diferenciadas. Ao fazê-lo, contribui para a **formação integral** do aluno, superando a fragmentação, o estreitamento curricular e a lógica educativa demarcada por espaços físicos e tempos rígidos. Nesse sentido, entende-se que a *extensão* do tempo – quantidade – deve ser acompanhada por uma *intensidade* do tempo – qualidade – nas atividades que constituem a jornada ampliada na instituição escolar (Moll, 2011, p. 24).



Para isso, o professor também necessita estar preparado para esse novo contexto, pois o contato de nove horas diárias amplia o vínculo afetivo e a aprendizagem também ocorre pelo diálogo entre estudante – professor. Conforme destaca Freire:

O fundamental é que professor e alunos saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é *dialógica*, aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que o professor e alunos se assumam *epistemologicamente curiosos* (Freire, 2016, p. 83).

Nesta perspectiva, o vínculo afetivo e a postura dialógica tornam o ambiente escolar saudável para a aprendizagem, principalmente no que diz respeito aos conteúdos matemáticos que envolvam aplicabilidade na vivência do estudante.

Um dos conteúdos de Matemática que possui aplicabilidade em representações do dia a dia dos estudantes é a Geometria. Mas, conforme Lorenzato (1995), em um de seus estudos, os professores acabam não enfatizando o ensino de Geometria devido ao seu pouco conhecimento neste tópico e também devido à utilização em massa do livro didático como planejamento sistemático das aulas, que normalmente traz esse conteúdo no final do livro.

Porém, os conceitos geométricos são essenciais na formação do estudante, principalmente quando alinhados a outras disciplinas, contextos e tecnologias, pois, como afirma Lorenzato (1995, p. 5), “sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida”.

O ensino de geometria plana pode ser mais atrativo aos estudantes e eficaz em relação ao desenvolvimento de competências e habilidades quando estratégias de aprendizagem ativa são utilizadas em sala de aula. Essas estratégias promovem a participação ativa dos estudantes por meio de tarefas e atividades que envolvem processos cognitivos, como a percepção, a atenção, associação, memória, raciocínio e imaginação, entre outros (Elmôr Filho *et al.* 2019).

Todavia, além do aprimoramento em relação à aprendizagem de geometria, o presente projeto também visou o desenvolvimento pelos estudantes de competências gerais da BNCC, no que tangem à importância da utilização de tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, bem como valorizar a autonomia dos estudantes buscando sua formação integral. Neste sentido, Freire afirma que

Saber que devo respeito à autonomia, à dignidade e à identidade do educando e, na prática, procurar a coerência com este saber, me leva inapelavelmente à criação de algumas virtudes ou qualidades sem as quais aquele saber vira inautêntico, palavreado vazio e inoperante (Freire, 2016, p. 61).

Manipular, interpretar, experimentar, evoluir, criar, colaborar e ser autônomo serão as premissas da sequência didática, cuja temática foi escolhida pela professora pesquisadora a partir de dificuldades encontradas na compreensão de seus estudantes na aplicação de conceitos primitivos da geometria que estão relacionados com o ensino das propriedades e congruência dos triângulos, tais como mediatriz, bissetriz, mediana, condição de existência, soma dos ângulos internos e os pontos notáveis (baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro).

O desenvolvimento da autonomia dos estudantes, na melhoria da relação professor, estudantes e conhecimento em uma prática horizontal e dialógica, bem como a importância da geometria no ensino de Matemática com auxílio de ferramentas tecnológicas, mais especificamente com software de geometria dinâmica, fica evidenciado através de diversos estudos selecionados em uma breve revisão de literatura. Para isso, foram utilizados diferentes portais de pesquisa de periódicos científicos, tais como Google Acadêmico, Scielo e Capes, além de revistas acadêmicas. Por se tratar da utilização de recursos tecnológicos na educação, um assunto que se encontra em constante aperfeiçoamento e transformação, buscaram-se os trabalhos publicados nos últimos doze anos.

Após a análise, foram selecionados dois artigos voltados ao desenvolvimento da autonomia dos estudantes através da reflexão do teórico Freire e quatro trabalhos que agregam conhecimentos teóricos e metodológicos, além de serem semelhantes com os objetos da presente pesquisa no que diz respeito ao ensino de Geometria através do software de geometria dinâmica.

Por meio desses materiais, na sequência serão sintetizados os elementos/dados que julgo relevantes para a minha pesquisa, bem como os resultados obtidos.

O artigo intitulado “Paulo Freire e o desenvolvimento da autonomia no ensino médio integrado do IFSUL: contribuições da educação física” (Montiel; Júnior; Andrade; Afonso, 2021), apresenta resultados pertinentes de uma pesquisa em andamento de doutorado referente à análise de aspectos para contribuir com o desenvolvimento da autonomia de estudantes nas aulas de Educação Física. Os dados foram analisados por meio da Análise Textual Discursiva, apontando através da fala dos professores entrevistados aspectos fundamentais para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, tais como: propor a

reflexão sobre o conteúdo em que está sendo apresentado; estimular o debate e a tomada de decisão; apresentar o conteúdo de diferentes formatos; necessidade do conteúdo ter significado ou seja, ser contextualizado; ampliar a bagagem de saberes para que tenham autonomia para debater e posicionar-se em relação ao que está sendo discutido; vínculo entre professor e aluno; compartilhamento de experiências; refletir e formar uma opinião crítica sobre o conhecimento por meio da curiosidade; desenvolver a autonomia por meio do respeito ao tempo do aluno.

Em relação à cultura digital e à importância da autonomia, destaca-se o artigo intitulado “Por uma pedagogia da esperança e da autonomia na era da cultura digital” (Zunin e Mello, 2021). O texto aborda perspectivas da cultura digital para a reconfiguração da relação entre professor, estudantes e conhecimento por meio da relação dialógica, respeitando o tempo de fala e escuta, além do cuidado no que tange à autoridade do professor para não cair no autoritarismo, atrelado à perspectiva do professor como “senhor(a) da verdade”, o que dificulta as atitudes questionadoras e criativas dos estudantes. A inserção das tecnologias também impulsiona a *diretividade horizontal*, na qual o professor reconhece que o conteúdo não é sua propriedade, mas sim um compartilhamento com seus estudantes, em que eles se sentem encorajados a utilizar os recursos digitais para apresentar ao professor ferramentas até então desconhecidas, criando assim um ambiente de relação de troca ativa e protagonismo dos estudantes, impulsionado também o vínculo. Evidencia-se a importância dessa relação através de um trecho do artigo, em que o autor caracteriza o ensino como “(...) trabalho mútuo de elaboração conceitual, um trabalho feito *com* e não para o corpo discente”.

O estudo realizado por Hepp e Falkembach (2014) aponta para importância do uso de tecnologias para a qualidade do ensino. Comparam o resultado de avaliação em uma sala de 1º ano do Ensino Médio que realiza as atividades de forma tradicional e a outra com o uso do GeoGebra. Os resultados obtidos na pesquisa indicam que a turma que não usou o GeoGebra demorou mais tempo para compreender as mudanças ocorridas no gráfico e obteve resultados inferiores na avaliação aplicada, ficando evidente a contribuição do GeoGebra para aprendizagem significativa dos estudantes.

Nascimento, Sousa, Ribeiro e Trompieri Filho (2023), em seu artigo, explanam uma coletânea de recursos ao ensino de Matemática com o uso do GeoGebra, com o objetivo de servir como ferramenta pedagógica e tecnológica de apoio para os professores utilizarem em sala de aula, por meio de uma abordagem construtivista. Sua estrutura está organizada por módulos denominados EA (ensino e aprendizagem), relativos à integração curricular da matéria/conteúdo e sua aplicação junto ao GeoGebra. Nesse artigo, foi escolhido o módulo

NEF.M803 da coletânea, referente ao estudo do triângulo, seus elementos e os pontos notáveis baricentro e circuncentro, sendo este explanado e aplicado para um grupo de três professoras em uma demonstração dos recursos, as quais ficaram motivadas para aplicar com seus alunos. Frisaram que eles iriam aprender melhor e aprimorar a participação dos alunos em sala, nas atividades juntamente com o livro didático e com seus pares. Com isso, os autores reafirmam que a utilização do GeoGebra como recurso didático é um dos trajetos importantes para a motivação, competência e habilidades no ensino da Matemática.

Na dissertação de mestrado profissional intitulada “A determinação de pontos notáveis de um triângulo utilizando o software GeoGebra” (Felício, 2013), o autor justifica a importância do GeoGebra para aprendizagem de habilidades matemáticas na área da geometria. Em seus resultados, o autor aponta para otimização do tempo devido à dinamização gráfica, facilitando a compreensão do aluno. Por outro lado, segundo o mesmo autor, a utilização de um guia passo a passo reduz a dificuldade de interação dos estudantes com o software. Todavia, a mesma pesquisa aponta algumas dificuldades encontradas na utilização de ferramentas básicas para o uso do computador, como, por exemplo, a ferramenta para salvar o arquivo, além de alguns estudantes não conseguirem chegar no resultado final correto devido a não utilizar todas as etapas descritas.

A dissertação de mestrado profissional de Pereira (2012) aponta resultados positivos na aprendizagem com o uso de recursos de geometria dinâmica no GeoGebra, como “arrastar”. Esse recurso possibilita aos estudantes movimentarem as construções geométricas realizadas dentro do GeoGebra, segundo a pesquisa isso desencadeia nos estudantes a autonomia para verificar e testar hipóteses, conjecturas, além de possibilitar a revisão de outros conteúdos geométricos. As atividades investigativas que proporcionaram outra postura aos alunos e professor, a interação e a discussão auxiliaram na resolução dos problemas propostos, ficando evidente a postura colaborativa. Porém, alguns apontamentos negativos foram levantados, tais como: instabilidade da internet, máquinas antigas/travando, dificuldade dos alunos em usar o mouse e incompatibilidade do sistema operacional.

No que tange ao ensino dos pontos notáveis do triângulo por meio do GeoGebra, o artigo intitulado “O Geogebra na Educação Básica: Pontos Notáveis de um Triângulo” (Custodio; Dias; Passos; Prado, 2023) é um recorte de uma pesquisa documental que mapeou 21 dissertações que estavam em conformidade com os objetivos da pesquisa, no qual oito dissertações foram retiradas do Google Acadêmico, quatro da CAPES e nove dos repositórios, PROFMAT – BDTD – RI UFSCar, que fizeram parte da pesquisa. Os autores apontam para a relevância do uso do GeoGebra para aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem por

meio da visualização, manipulação e construção do objeto de estudo. Além disso, também enfatizam o uso do computador por parte do professor como um recurso mediador das experiências e atividades pedagógicas e a importância de o professor ter o conhecimento mínimo da ferramenta antes da aplicação.

A partir dos estudos acima destacados, é evidente o potencial do GeoGebra como uma ferramenta tecnológica para auxiliar no ensino de geometria dinâmica e nas noções geométricas, além de estimular a autonomia dos estudantes para o desenvolvimento integral de suas habilidades, justificando a sua importância para utilizá-lo nos processos de ensino e de aprendizagem.

Por outro lado, os resultados em Matemática obtidos pelo Brasil nos últimos anos, como podemos verificar pelos dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA (PISA, 2022), conforme está na Figura 1, indicam a necessidade de buscar melhorias no ensino de Matemática.

Figura 1 - Imagem preparada pela equipe do MEC com dados do Pisa.



Fonte: Equipe do MEC (2022).

Conforme os dados do PISA, o índice de desempenho dos estudantes que não possuem o nível básico em Matemática chega a 73%, o que significa que não atingiram o nível dois, considerado pela OCDE como padrão mínimo para que os jovens possam exercer sua plena cidadania. Outro aspecto preocupante é que apenas 1% dos brasileiros atingiu alto desempenho, categorizado pelo nível igual ou superior a cinco.

Porém, além da análise dos índices, é necessário pensarmos sobre a estrutura que encontramos ainda nos espaços escolares, que não acompanha a mudança de perfil dos estudantes, bem como da exigência apresentada do mercado de trabalho. Conforme Sibilia:

E não é muito difícil verificar que, aos poucos, essa aparelhagem vai se tornando *incompatível* com os corpos e as subjetividades das crianças de hoje. A escola seria, então, uma máquina antiquada. Tanto seus componentes quanto seus modos de funcionamento já não entram facilmente em sintonia com os jovens do século XXI (Sibilia, 2012, p.13, grifo do autor).

Corroborando os índices, encontramos, ainda, métodos didáticos que não estão mais sendo eficazes para a promoção e compreensão de conceitos tanto matemáticos quanto de outras áreas do conhecimento. E, em se tratando da interação entre aluno e professores, há outra lacuna que também justifica a importância dessa pesquisa:

[...] os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante (D'Ambrosio, 1989, p. 2).

Assim, como forma de contribuir para o aprimoramento do ensino de Matemática, a presente dissertação descreve a elaboração, aplicação e avaliação de um produto educacional, na forma de uma sequência didática, voltada ao estudo da geometria utilizando o GeoGebra e que fique disponível aos profissionais da educação para que possam replicar as atividades sugeridas, adaptadas aos diversos contextos e ambientes educacionais.

Nesta perspectiva, na busca pela superação do desinteresse dos estudantes e de um papel menos passivo no seu processo de aprendizagem, a sequência didática elaborada como produto educacional desta investigação teve como embasamento teórico o construtivismo e o construcionismo, mediada por recursos tecnológicos e estratégias de aprendizagem ativa, visando ao desenvolvimento das habilidades dos estudantes do 8º ano relacionadas ao teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo e seus pontos notáveis.

Neste sentido, é necessário atrelar a aprendizagem ao prazer, buscando ferramentas que auxiliem a compreensão por meio da construção do seu próprio conhecimento e, dessa forma, proporcionar soluções para o baixo rendimento dos alunos na área da Matemática, pois, como afirma Papert (2008, p. 30), “o problema central da matemática é encontrar maneiras de valer-se da vasta experiência da criança em matemática oral, mas os computadores podem fazer isso”.

Saber ouvi-los, fazê-los compreender que a matemática está presente também em recursos tecnológicos e que o computador pode auxiliar como um propulsor do conhecimento na área das exatas, além de enfatizar a importância de participarem ativamente do seu processo de aprendizagem, desperta aos estudantes sua própria curiosidade, bem como sua

autonomia, pois, segundo Freire (2016, p. 91), “é como ela, a autonomia, penosamente construindo-se, que a liberdade vai preenchendo o “espaço” antes “habitado” por sua dependência.”

Nesta linha, é importante promover a autonomia dos estudantes para que eles possam ir em busca de seu próprio conhecimento por meio de seu protagonismo, aprimorando suas práticas de estudo, interagindo com os pares e com a mediação do professor, como preconiza a concepção construtivista da aprendizagem. Pois, de acordo com Zabala,

Na concepção construtivista, o papel ativo e protagonista do aluno não se contrapõe à necessidade de um papel igualmente ativo por parte do educador. É ele quem dispõe as condições para que a construção que o aluno faz seja mais ampla ou mais restrita, se oriente num sentido ou noutro, através da observação dos alunos, da ajuda que lhes proporciona para que utilizem seus conhecimentos prévios, da apresentação que faz dos conteúdos, mostrando seus elementos essenciais, relacionando-os com o que os alunos sabem e vivem, proporcionando-lhes experiências para que possam explorá-los, compará-los, analisá-los conjuntamente e de forma autônoma, utilizá-los em situações diversas, avaliando a situação em seu conjunto e reconduzindo-a quando considera necessário, etc. (Zabala, 1998, p. 38).

Essas concepções trazem elementos essenciais na relação aluno e professor e nos processos de ensino e de aprendizagem, os quais e foram fundamentais na construção da sequência didática que visou a compreensão das propriedades geométricas, tais como os pontos notáveis do triângulo com a ferramenta de geometria dinâmica GeoGebra, proporcionando ao estudante a experimentação e o teste dos teoremas, entre outras possibilidades.

Diante do exposto, esta pesquisa visou alinhar a Matemática às tecnologias digitais da informação e comunicação (TDICs) indispensáveis no mundo atual, para possibilitar a atualização da máquina antiquada (a escola atual) e auxiliar na melhora dos índices obtidos pelos estudantes nas provas externas, por meio de uma Matemática escolar menos acabada e polida. Além disso, proporcionou aos estudantes metodologias nas quais eles tenham autoconfiança para explorar a construção de seu próprio conhecimento, possibilitando a resolução de problemas do mundo físico e sua aplicabilidade em diferentes áreas do conhecimento.

Constantemente buscando aprimorar a sua prática docente, a professora pesquisadora é uma entusiasta na utilização de ferramentas computacionais para o ensino de Matemática, destacando o uso do GeoGebra como recurso para facilitar a aprendizagem dos alunos.

A utilização do GeoGebra ocorreu durante a formação inicial em Licenciatura em Matemática no Instituto Federal do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Bento Gonçalves, na

disciplina de Geometria, em que o docente sempre enfatizou sobre sua importância para a compreensão de conceitos geométricos através da visualização e do dinamismo, possibilitando a comprovação e demonstração de teoremas, conjecturas e fórmulas na área da Matemática, bem como sua relevância da compreensão geométrica para a transposição na álgebra.

Desde então, o GeoGebra faz parte do planejamento diário da professora pesquisadora, porém são necessários a constante atualização e o aprofundamento teórico pois, como nos ensina Becker (2009, p. 147), “a teoria legitima-se na prática, mas uma prática sem o constante aprofundamento teórico rapidamente perde a sua consistência.”

Portanto, é necessário refletirmos e aprofundarmos sempre na teoria, para proporcionar aos estudantes práticas educativas consistentes, para ir em busca de conhecimentos mais duradouros e significativos. Nessa perspectiva, a sequência didática aplicada nessa pesquisa está embasada no construtivismo.

Construtivismo significa isto: a ideia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das relações sociais; e se constitui por força de sua ação e não por qualquer dotação prévia, na bagagem hereditária ou no meio, de tal modo que podemos afirmar que antes da ação não há psiquismo nem consciência e, muito menos, pensamento” (Becker, 1993, p. 88-89).

É necessário compreender a importância da construção do conhecimento por meio de ações de interação humana, para buscar nos estudantes o significado da relevância do seu próprio aprendizado, evidenciando essa teoria como um dos pilares dessa pesquisa.

No que tange à teoria construcionista de Papert, objetivou-se analisar os benefícios dos computadores para a construção do conhecimento, entretanto “muito mais do que “treinamento”, é necessário que os professores desenvolvam a habilidade de beneficiarem-se da presença dos computadores e de levarem esse benefício para seus alunos.” (Papert, 2008, p.79). Almejou-se também, por meio desse embasamento, um processo metodológico que coloque em prática “outro saber fundamental - saber que devo respeito à autonomia, à dignidade e à identidade do educando” (Freire, 2016, p.63), em abordagens de aprendizagem baseada no diálogo, interação entre professor e aluno e tornando o estudante ativo no seu processo de aprendizagem em que os recursos de geometria dinâmica promovam o desenvolvimento de competências e habilidade dos estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental II.



Diante do panorama acima descrito, com intuito de desenvolver habilidades e competências dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em geometria plana, a presente pesquisa buscou soluções ao seguinte problema: quais as contribuições do software GeoGebra no ensino das propriedades e congruência dos triângulos para auxiliar na construção do conhecimento dos estudantes do Ensino Fundamental?

Assim, o objetivo dessa investigação foi avaliar as contribuições do GeoGebra no ensino das propriedades e congruência dos triângulos para promover a construção do conhecimento dos estudantes do Ensino Fundamental. Com esse enfoque, a presente pesquisa tem como objetivos específicos:

- Desenvolver habilidades e competências da geometria plana dos alunos do 8º ano do ensino fundamental, no que tange a compreensão da soma dos ângulos internos de um triângulo e seus pontos notáveis;

- Aprimorar as habilidades dos estudantes relativas a tecnologias, utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra;

- Construir, testar e investigar a veracidade da condição de existência e o teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo, bem como suas propriedades e congruência, identificando e diferenciando os pontos notáveis do triângulo: baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro através do GeoGebra;

- Elaborar, como produto educacional, uma sequência didática voltada para o ensino de propriedades e congruência dos triângulos utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra.

Neste sentido, buscando atender ao problema de pesquisa, foi elaborada uma sequência didática, fundamentada no construtivismo e no construcionismo, na qual foram realizadas atividades mediadas pelo GeoGebra que puderam contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

Assim, a presente dissertação apresenta uma reflexão acerca da elaboração, aplicação e validação da sequência didática e está organizada em sete seções.

Na seção **Referencial Teórico** apresenta-se o embasamento para a elaboração da sequência didática apoiado na aprendizagem autônoma em Matemática, no construtivismo e no uso do GeoGebra na construção do conhecimento geométrico. Na seção **Procedimentos Metodológicos** apresenta-se a caracterização da pesquisa, o contexto da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, as técnicas de análise e o desenvolvimento da aplicação da sequência didática. Na seção **Resultados e Discussões** apresenta-se o que se atingiu com a aplicação da sequência didática em relação aos objetivos da pesquisa. A seção **Produto**

**Educacional** contém a descrição e a organização da versão final do produto educacional gerado a partir da pesquisa aplicada. Nas **Considerações Finais** apresentam-se subsídios norteados pelo problema de pesquisa. E as duas últimas dessa dissertação são as **Referências Bibliográficas** e os **Apêndices**, nos quais estão os documentos produzidos na execução da pesquisa.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O cenário educacional encontra-se em constante transformação e aprimoramento; as mudanças constantes da sociedade oriundas do advento do contínuo avanço tecnológico fazem com que nós educadores estejamos a todo momento em constante formação, buscando apoio teórico e metodológico para nossas demandas rotineiras educacionais, principalmente no que diz respeito ao uso das tecnologias digitais. Porém, essa inserção precisa levar em consideração a formação continuada de práticas pedagógicas e não apenas de ferramentas e materiais, pois “tornar o professor proficiente no uso das tecnologias digitais de forma integrada ao currículo é importante para uma modificação de abordagem que traduza em melhores resultados na aprendizagem dos alunos” (Bacich; Moran, 2018, p. 130).

Ao traçar objetivos, revisar as metodologias, analisar o plano de trabalho conectando recursos tecnológicos para aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem, busca-se desenvolver nos estudantes habilidades indispensáveis para o sucesso profissional e na vida pessoal, tais como autonomia, proatividade, trabalho em equipe, e criatividade, entre outras.

Em consonância com a BNCC (Brasil, 2018), no que diz respeito às competências gerais necessárias ao desenvolvimento integral do estudante, destacam-se as que são relevantes a essa pesquisa:

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BNCC, 2018, p. 11)

Portanto, a reflexão a esses aspectos se faz necessária no dia a dia do planejamento do professor, buscando meios em sua área do conhecimento para implementar métodos e estratégias de aprendizagem ativa que auxiliem o estudante no desenvolvimento das competências citadas acima.

Além do panorama metodológico acerca das habilidades e competências, é necessário que façamos uma reflexão epistemológica, apresentando os principais aspectos a respeito do embasamento teórico deste projeto de pesquisa. Assim, primeiramente, serão apontadas reflexões acerca da aprendizagem autônoma em Matemática, abordada à luz de Freire (2016) em seu livro *Pedagogia da Autonomia* na seção “Aprendizagem autônoma em Matemática”.

Na sequência, por se tratar de uma proposta didática em que o estudante faz parte da construção do seu próprio conhecimento, refletiremos sobre os estágios de aprendizagem da teoria construtivista de Piaget e suas relações com o uso de tecnologias numa abordagem de Papert (2008). Essa seção foi intitulada “Construtivismo e Construcionismo no ensino de Geometria”.

O uso das TDICs será a metodologia ativa utilizada nesse projeto de pesquisa, por isso a última seção intitulada “O uso do GeoGebra na construção do conhecimento geométrico” apresenta um panorama do GeoGebra, seus elementos e ferramentas importantes para a aprendizagem.

## 2.1 APRENDIZAGEM AUTÔNOMA EM MATEMÁTICA

Na área da educação, Freire (2016) nos faz refletir sobre aspectos relevantes no que tange ao perfil do professor para que desempenhe o papel de propulsor junto com seus estudantes para o desenvolvimento de algumas habilidades, como autonomia, criatividade e respeito. Em seu livro *Pedagogia da Autonomia*, Freire (2016) apresenta os elementos essenciais para a promoção da autonomia, para repensarmos sobre a nossa prática docente.

Na estrutura dos capítulos do livro fica evidente seu enfoque na formação do profissional que educa para o sucesso de suas práticas docentes e, nesta pesquisa, refletiremos sobre alguns aspectos que julgamos relevantes referente ao perfil epistemológico do educador: ensinar não é transferir conhecimento; ensinar exige respeitar os saberes dos educandos; ensinar exige autonomia do ser do educando; ensinar exige curiosidade.

Nesse caminho para a busca da aprendizagem, é indispensável estar claro para o professor qual seu papel. Segundo Freire:

Tão importante quanto ele, o ensino dos conteúdos é o testemunho ético ao ensiná-los. É a decência com que o faço. É a preparação científica revelada sem arrogância, pelo contrário, com humanidade. É o respeito jamais negado ao educando, a seu “saber de experiência feito” que busco superar com ele. Tão importante quanto o

ensino dos conteúdos é a minha coerência na classe. A coerência entre o que digo, o que escrevo e o que faço (Freire, 2016, p. 101).

Assim, o professor precisa ser coerente com as suas premissas educacionais, buscando uma postura reflexiva e partindo desse processo como mediador. Esse modelo de perfil profissional tem potencial de facilitador no processo de ensino e aprendizagem, pois, “[...] faz parte de sua tarefa docente não apenas ensinar os conteúdos, mas também ensinar a pensar certo” (Freire, 2016, p. 28).

Os objetos de conhecimento atualmente nomeados pela BNCC correspondem aos conteúdos, portanto além deles é importante que o educador auxilie seus estudantes a compreenderem seu processo de aprendizagem, levantando hipóteses de resoluções, questionando os diferentes meios de solução, percebendo que o erro também faz parte desse processo, impulsionando ao seu protagonismo e autonomia.

Esse caminho pode ser traçado de diferentes maneiras, pois a aprendizagem é processual e gradativa, além de ser diferente entre estudantes de uma mesma turma. Por isso, “a autonomia, enquanto amadurecimento do *ser para si* é processo, é vir a ser. Não ocorre em data marcada” (Freire, 2016, p. 105).

Nessa perspectiva, é essencial que a autonomia faça parte do processo diário e contínuo dentro do ambiente escolar, sendo necessárias experiências que estimulem a autonomia dos estudantes. No cenário das tecnologias, a autonomia também é uma habilidade importante para que seja possível a construção do conhecimento. Por isso, na sequência, refletiremos acerca do papel do construtivismo de Jean Piaget, seus estágios e sua relação com o construcionismo de Papert, evidenciando a importância das ferramentas tecnológicas para o processo de ensino e aprendizagem.

## 2.2. CONSTRUTIVISMO E CONSTRUCIONISMO NO ENSINO DE GEOMETRIA

No campo do conhecimento da Geometria evidencia-se a necessidade de se estruturar, cada vez mais próximo da realidade e da vivência dos estudantes, exemplos visuais e contextualizados, tais como: edificações, obras artísticas e elementos históricos que carregam esse objeto de conhecimento para essa perspectiva. Portanto:

A geometria não está presente para ser aprendida, mas para ser usada. A principal exceção que eu faria não é pequena: tanto a geometria quanto a aprendizagem podem ser objetos de prazer, situação na qual o uso poderia ficar em um plano à margem. (Papert, 2008, p. 32).

Sendo assim, as habilidades geométricas presentes no plano de trabalho do professor devem ser analisadas e deve-se planejar momentos em que a geometria seja parte usual para o dia a dia dos estudantes. Além disso, devemos proporcionar e alcançar os objetivos de aprendizagem por meio do prazer por estudar, quebrando o paradigma no que diz respeito aos conteúdos que são aprendidos somente para serem guardados e não utilizados.

Na vida, geralmente o conhecimento é adquirido para ser usado. Todavia a aprendizagem escolar, com maior frequência, encaixa-se na apropriada metáfora de Paulo Freire: nela o conhecimento é tratado como dinheiro, para ser guardado em um banco para o futuro. (Papert, 2008, p.60).

Proporcionar uma aprendizagem que não vá ao encontro dessa metáfora é o que move a perspectiva desse projeto de pesquisa, com intuito de utilizar ferramentas tecnológicas que evidenciem o construcionismo do conhecimento embasados na teoria de Papert, correlato aos estudos construtivistas realizados em conjunto com Jean Piaget, evidenciando a importância dos estágios de aprendizagem em que os estudantes do oitavo ano do ensino fundamental encontram-se no operatório formal: “Nessa etapa, finalmente, o pensamento é dirigido e disciplinado por princípios de lógica, dedução, indução e pelo princípio de desenvolvimento de teorias por meio de teste de verificação e refutação empírica” (Papert, 2008, p. 146).

Compreender essa etapa e a relevância dos estudos e testes realizados na teoria de Piaget possibilitam a melhoria do desempenho no desenvolvimento de habilidades e competências nos estudantes, pois atingir uma etapa é indispensável para poder alcançar a próxima. Porém, além disso, aspectos orais da aprendizagem são uma ferramenta evidenciada em seu estudo:

A enorme quantidade dessa matemática “oral” construída e acumulada pelas crianças foi bem documentada por Jean Piaget. O problema central para a educação matemática é encontrar maneiras de valer-se da vasta experiência da criança em matemática oral, mas os computadores podem fazer isso. (Papert, 2008, p. 30)

A oralidade, o perfil questionador e a autonomia são características essenciais a serem desenvolvidas dentro de uma sala de aula. A interação de aluno e professor e a escolha de ferramentas para mediar o processo de ensino, como é o caso do computador, podem se tornar aliados importantes na melhoria da aprendizagem dos alunos.

Contudo, é indispensável que além desse olhar teórico, as escolas tenham acesso a laboratório de informática completos e operantes, e ao aprimoramento e continuidade nas formações do corpo docente para executar essas práticas tecnológicas. Pois “[...] a mudança

requer uma experiência de computador muito mais contínua e social do que é possível com duas máquinas no fundo de uma sala de aula” (Papert, 2008, p. 50).

Portanto, apenas máquinas não serão suficientes, é preciso aperfeiçoamento do corpo docente e escolhas de ferramentas adequadas para o ensino. A seguir será realizada uma reflexão acerca da construção do conhecimento geométrico por meio do GeoGebra.

### 2.3 O USO DO GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

A utilização de tecnologias da informação e comunicação no âmbito educacional tem viés na base pedagógica e é um instrumento de construção do conhecimento do ponto de vista socioconstrutivista. Além de fornecer ferramentas de aprendizagem, estrutura novos ambientes baseados na curiosidade e exploração que propulsionam a relação mediadora entre professor e estudante.

Essa inserção tecnológica em espaços educacionais impulsiona a reformulação de propostas pedagógicas, currículo, metodologia e avaliação. Com isso o modelo tradicional acaba sendo substituído pela mediação, segundo Soffner (2013):

O emprego inovador de tecnologia no dia a dia, por alunos e professores, pode ser a grande diferença para que se mude radicalmente a centralização do processo educativo no professor. O aluno torna-se responsável pelo processo de seu desenvolvimento e, portanto, de sua educação. (Soffner, p. 150, 2013)

Portanto, como podemos notar, a tecnologia ganha enfoque epistemológico, pois em seu modelo construcionista, Papert (1980) enfatiza que o conhecimento é construído pelas crianças nesse tipo de ambiente e que o computador é como um meio de se concretizar o formal, além de a tecnologia ter o papel de auxílio na mediação de processos formais escolares. Em consonância, Papert (1980 *apud* Soffner, 2013, p. 155) “[...] acredita possa a tecnologia ser de grande auxílio: uma mediadora nos processos formais escolares, tentando restituir parte da autonomia de aprendizagem que foi perdida ao se enviar a criança à escola.”

Buscar um equilíbrio, despertar a autonomia, trazer a presença do mediador como papel fundamental para aprendizagem é defendido por Papert e Freire. Na visão de Freire, a tecnologia é humanizadora dos homens para torná-los aptos a transformar o mundo, porém coloca em foco uma questão relevante a se discutir a realidade do acesso a essas ferramentas tecnológicas na educação básica, “[...] o acesso ainda é fator de restrição em seu papel pedagógico, especialmente quando pensamos nas populações de baixa renda e de poucas

oportunidades deste país”. (Freire, 1979 *apud* Soffner, 2013, p.156). No que tange ao papel pedagógico profissional, acredita que a tecnologia na educação tenha o caráter de práxis tecnológica e que essa prática deva ser reflexiva e transformadora.

De acordo com Freire (1979 *apud* Soffner, 2013, p.160):

Disse que ninguém educa ninguém, mas ninguém se educa a si mesmo. O processo de educação vem, portanto, da comunhão dos homens, mediatizados pelo mundo. A tecnologia tem sua função como parte deste meio, já que pode promover a colaboração e interação entre os homens; é, portanto, fundamental nos processos pedagógicos e educacionais.

Essa interação em espaços tecnológicos acaba sendo entre aluno e computador, portanto a escolha de ferramentas que realmente tragam evidências epistemológicas precisa ser analisada antes de sua inserção em práticas educacionais.

Na área da Educação Matemática, a inserção de tecnologia pode ocorrer através de softwares educacionais, um deles é o GeoGebra:

Nesses ambientes é possível alcançar um nível elevado de realismo para representar diferentes objetos matemáticos, pois oferecem a possibilidade de manipulação direta de construções geométricas, que permitem visualizar conceitos de geometria a partir do estudo de propriedades invariantes dessas construções enquanto seus componentes são movimentados na tela. (Basso; Notare, 2015, p. 5)

Porém, para tornar efetivo o processo de ensino e aprendizagem nesses ambientes, é necessário escolher um bom recurso, pensar no tipo de problema proposto e que seja suporte para modelos mais elevados de ensino, além de ter objetivos claros, os quais pretende-se atingir. Conforme Basso e Notare (2015, p. 4),

Entendemos que um bom uso dos recursos tecnológicos deve proporcionar situações que ajudem os alunos a pensar matematicamente, fornecendo atividades de matemática cujos objetivos vão além do “aprender matemática”, em direção ao “fazer matemática”. Pensar em problemas amplos, em que a matemática a ser aprendida é essencial para lidar com a situação deve ser o foco. A matemática torna-se funcional, uma vez que as tecnologias levam ao desenvolvimento do pensamento matemático como forma de resolver um problema e não como um fim em si mesmo.

No momento em que a matemática se torna funcional, o sujeito desenvolve seu pensamento matemático sendo capaz de criar e buscar novos métodos de solucionar os problemas propostos. Com isso, “[...] o papel que o recurso de movimento pode desempenhar na articulação entre os aspectos figural e conceitual é particularmente importante, pois proporciona acesso ao mundo da teoria geométrica” (Basso; Notare, 2015, p. 6).



Além de proporcionar as teorias geométricas, as funcionalidades do GeoGebra trazem ações como:

A ação de arrastar (característica central dos ambientes de GD) muda o aspecto figural de uma construção geométrica, mas não do aspecto conceitual, uma vez que todas as propriedades do objeto geométrico são mantidas. Esta dualidade figural/conceitual não é possível em um ambiente estático de lápis e papel, uma vez que os aspectos figurais são tratados em um registro visual e um conceito é tratado em um registro discursivo (Basso; Notare, 2015, p. 6).

Esses e outros benefícios são proporcionados através de recursos tecnológicos, cabe ao professor verificar as etapas necessárias e buscar a mediação do conhecimento através de uma práxis educativa tecnológica de um novo modelo de escola construtivista defendido por Papert (1980).

Portanto, tendo em vista esses aspectos do referencial explanado, a pesquisa irá em busca de solucionar o problema em questão, objetivando estimular os colegas de profissão (educadores) a aplicar o uso das tecnologias digitais em seus planejamentos, além de frisar que “[...]ensinar não é *transferir conhecimento*, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (Freire, 2016, p. 47).

Além disso, o uso dessa tecnologia pode impulsionar os estudantes a sempre buscar a sua autonomia no processo de conhecimento e não desistir de suas ideias e sim ir refinando/aprimorando, permitindo a solução de problemas complexos, pois o processo de aprendizagem é maleável, pois “Aprender para nós é *construir, reconstruir, constatar para mudar*, o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito.” (Freire, 2016, p. 68).

Em consonância com o embasamento teórico descrito acima, a presente sequência didática será embasada por meio de três importantes teorias: no que tange à organização das etapas, buscando sempre o processo de autonomia do estudante defendida por Freire (2016) para contemplá-la, será necessário que o pesquisador durante a aplicação busque sempre em seus alunos o perfil protagonista (questionando, refletindo). Além disso, deixar que mostrem suas criações, incentivando as diferentes construções e sempre salientando que o que o professor mostrou é apenas um exemplo.

A teoria construtivista de Piaget, conforme Becker (2009), corresponde ao estágio no qual será realizada a pesquisa em que os estudantes se encontram na faixa etária dos treze anos, enquadrando no estágio operatório formal, no qual é possível desenvolver o processo lógico matemático, dedutivo e de verificação em que será fundamental no decorrer da

aplicação da sequência que se objetiva deduzir e validar os teoremas dos pontos notáveis do triângulo.

Devido à utilização do software de geometria dinâmica e conseqüentemente do laboratório de informática, fica evidente a relação da sequência didática com a teoria construcionista de Papert (2008) e a necessidade eminente de repensar a educação com o advento da tecnologia.

Diante disso, as três teorias são de suma importância para elaboração e execução da sequência didática, bem como correlatas, pois busca o estudante que se encontra no estágio operatório formal que tem o perfil construtivista de desenvolvimento no processo lógico e dedutivo da matemática, além do aprimoramento de sua autonomia do conhecimento, possibilitando desenvolver conhecimentos matemáticos atrelados ao construcionismo por meio do GeoGebra.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção, são descritos os procedimentos que foram utilizados para o desenvolvimento desta pesquisa. Inicia com a caracterização da pesquisa e, em seguida, descreve-se o local e os sujeitos da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados e as técnicas de análise e finaliza-se com a descrição da proposta de intervenção pedagógica.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A presente pesquisa é de natureza aplicada, pois está voltada para a solução de problemas específicos, mais precisamente relacionados com demandas da área de ensino, fazendo uso de conhecimentos já estabelecidos.

Em relação à abordagem, a pesquisa é qualitativa. De acordo com Deslauriers,

Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado. O objetivo da amostra é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações (Deslauriers, 1991, p. 58 *apud* Gerhardt; Silveira, 2009, p. 32).

Quanto aos objetivos, a pesquisa foi, inicialmente, descritiva e, no decorrer do seu desenvolvimento, foi explicativa/interpretativa.

O procedimento utilizado nesta pesquisa foi do tipo empírico com intervenção pedagógica. Conforme Damiani et al. (2013), esse procedimento decorre do contato direto do professor pesquisador com os alunos, pois as intervenções pedagógicas envolvem o planejamento e a implementação de interferências destinadas a produzir avanços e melhorias nos processos de aprendizagem dos sujeitos participantes e a posterior avaliação dos efeitos dessas ações.

#### 3.2 CONTEXTO DA PESQUISA

A presente investigação foi realizada na Escola Municipal de Tempo Integral São Roque Professora Nilza Covôlo Kratz, no município de Bento Gonçalves. Atualmente, a escola conta com 634 alunos e possui dois núcleos de ensino: um núcleo é a sede, que está localizada na Rua Arlindo Franklin Barbosa no bairro São Roque, onde são atendidos os alunos de 1º ao 5º ano do ensino fundamental, em treze turmas, totalizando 334 alunos; o

outro núcleo está localizado no Campus Universitário da Região dos Vinhedos da Universidade de Caxias do Sul, que abriga os alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, em doze turmas, totalizando 300 alunos matriculados no ano letivo de 2024.

A missão da escola é desenvolver políticas e práticas que proporcionem a construção do conhecimento, assistindo o educando integralmente, a fim de que este possa utilizar o conhecimento no cotidiano, promovendo a formação de um cidadão capaz de atuar de forma criativa e crítica nas diversidades do mundo atual, envolvendo a família e a comunidade.

Os sujeitos da pesquisa foram os alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, na faixa etária de 12 a 13 anos. O enfoque da pesquisa foi na disciplina de Matemática, que atualmente tem sete períodos semanais.

### 3.3 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Nessa pesquisa coletamos dados através de questionários abertos e fechados, análise das construções realizadas no GeoGebra, observações e anotações no diário de campo do professor pesquisador. Segundo Gravina e Santarosa (1998, p. 11),

Capturação de procedimentos é recurso encontrado, particularmente, em programas para Geometria. Automaticamente são gravados os procedimentos do aluno em seu trabalho de construção e mediante solicitação o aluno pode repassar a 'história' do desenvolvimento de sua construção. Isto permite ao aluno refletir sobre suas ações e identificar possíveis razões para seus conflitos cognitivos.

Portanto, a análise das etapas de construção realizada no software de geometria dinâmica permitiu identificar a compreensão ou lacunas de aprendizagens ocorridas no decorrer do processo.

Todos os instrumentos citados estão alinhados à abordagem metodológica qualitativa e para validação dos dados da pesquisa utilizamos a validade concorrente, buscando embasamento em outros referenciais que abordam a mesma temática, sempre buscando ir ao encontro dos objetivos traçados por essa pesquisa.

### 3.4 TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DADOS

Os dados qualitativos obtidos por meio dos instrumentos de coleta foram analisados por técnicas coerentes à abordagem qualitativa. Nesta perspectiva, utilizamos uma aproximação da técnica de análise de conteúdo (Bardin, 1994) com o propósito de

compreender o significado atribuído pelos sujeitos da pesquisa em relação aos objetivos da investigação, sem categorizá-los (Gerhardt, Silveira, 2009)

Para a análise de dados quantitativos, foram utilizadas técnicas da análise estatística descritiva, como cálculo de médias, frequências e percentuais, uso de tabelas, gráficos, e histogramas, entre outras, para apresentar os dados coletados durante a aplicação da sequência didática (Moreira, 2011; Appolinário, 2006).

### 3.5 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O processo de aplicação da sequência didática ocorreu com o preenchimento pelos alunos, seus responsáveis e monitora da turma do termo de consentimento livre e esclarecido, deixando ciente os envolvidos dos objetivos da sequência didática, bem como a importância para o aprimoramento de práticas docentes. Após o retorno do documento, iniciou-se a aplicação da sequência didática no final do mês de maio de 2024, com duração de 9 horas e 20 minutos, contemplando 11 períodos de aula, no componente curricular de Matemática. Devido à rotina da escola em tempo integral, os períodos não possuem a mesma carga horária. A turma do oitavo ano do Ensino Fundamental na qual foi realizada a aplicação possui 27 alunos matriculados, sendo 3 com laudo de inclusão.

Quadro 1 - Síntese das etapas da sequência didática.

<b>Etapa</b>	<b>Encontro</b>	<b>Duração (min)</b>	<b>Períodos</b>	<b>Atividade</b>
1	1	120	2	Conhecendo o GeoGebra
2	2 a 6	350	7	Estação por Rotações ESTAÇÃO 1: Condição de existência do triângulo ESTAÇÃO 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo ESTAÇÃO 3: Ponto Notável: Baricentro ESTAÇÃO 4: Ponto Notável: Incentro ESTAÇÃO 5: Ponto Notável: Ortocentro ESTAÇÃO 6: Ponto Notável: Circuncentro
3	7	90	2	Autoavaliação e Avaliação

Fonte: A autora (2024).

Os encontros foram organizados por meio da sequência didática conforme Quadro 1, a fim de contemplar o referencial teórico e com a utilização de estratégias de aprendizagem ativas, visando ao desenvolvimento das competências e habilidades previstas nos documentos norteadores do ensino para o oitavo ano, no âmbito da unidade temática de geometria.

Os encontros e etapas do Quadro 1 são detalhados na sequência conforme os planos de aulas propostos para a aplicação (Apêndice A), descrevendo os objetos de conhecimento, habilidades, objetivos, justificativa, resultados de aprendizagem e o processo avaliativo.

### **3.5.1 Etapa 1: Encontro 1 – Conhecendo o software GeoGebra**

O encontro inicial da sequência didática ocorreu no laboratório de informática e teve duração de 120 minutos. A escola na qual foi realizada a aplicação encontra-se atualmente em espaço de cessão de uso no bloco B da Universidade de Caxias do Sul – UCS, campus Bento Gonçalves. Para aplicação dessa aula foi utilizado o laboratório de informática da instituição, o qual conta com 25 computadores de bancada com acesso à internet.

Nesse encontro estavam presentes 22 estudantes e contemplou a unidade temática “Geometria” da BNCC (Brasil, 2018), com ênfase no objeto de conhecimento denominado “Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares” a fim de desenvolver a habilidade: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

O encontro teve como objetivo desenvolver habilidades de geometria por meio do recurso de geometria dinâmica a fim de compreender as propriedades de geometria a partir de construções no GeoGebra.

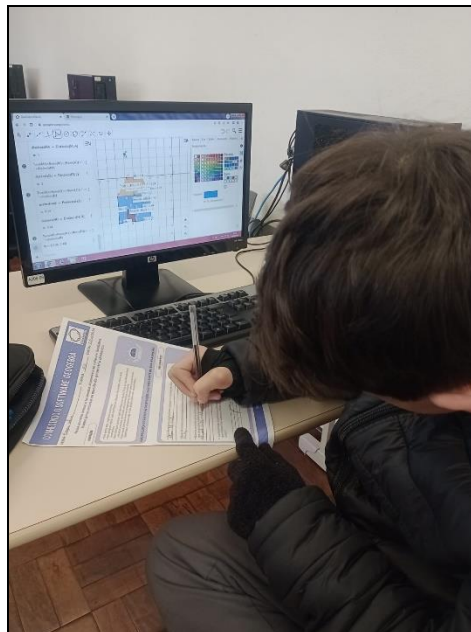
Justifica-se, assim, a importância desse encontro para proporcionar aos estudantes a familiarização com as funcionalidades do GeoGebra, visando à sua utilização no desenvolvimento de habilidades relacionadas às noções primitivas de geometria e suas propriedades e às características dos pontos notáveis do triângulo.

Dessa forma, espera-se que os resultados de aprendizagens, tais como a compreensão das ferramentas, funcionalidades, testando e entendendo a importância do dinamismo do GeoGebra para compreensão de habilidades geométricas, possam ser contemplados ao final da aplicação.

Por isso, foram necessários para aplicação desse encontro, além dos computadores, acesso ao GeoGebra através do site <https://www.geogebra.org/classic>, um GUIA (Apêndice

B), no qual havia as orientações para aula, bem como questionamentos que deveriam ser preenchidos após a construções no software. Veja na Figura 2 o processo na prática.

Figura 2 - Estudante utilizando o GeoGebra e o GUIA.



Fonte: A autora (2024).

No GUIA desse encontro foi solicitado que os estudantes realizassem algumas construções utilizando as ferramentas disponível no GeoGebra. A primeira construção era “Um ponto, reta, segmento e semirreta”; a segunda “Um polígono regular, após identifique seus ângulos. No mesmo, trace suas mediatrizes”; a terceira, “Um triângulo qualquer, após identifique seus ângulos. Trace as suas bissetrizes e finalize a mesma, construindo uma circunferência circunscrita”; e a quarta, nesse caso última construção do encontro, “Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos bem como seu perímetro”.

Ao finalizar as construções, os estudantes foram solicitados a responder 4 perguntas contidas no GUIA. A primeira pergunta foi: “Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?”; a segunda: “Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?”; a terceira: “Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?” e a quarta: “As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou ambos?”.

O processo avaliativo desse encontro consistiu na entrega das quatro construções realizadas no GeoGebra, das respostas dos questionamentos que estavam contidas no GUIA, que foi entregue para cada estudante de modo impresso e da observação da interação aluno – professor e a autonomia dos estudantes na execução das atividades propostas, registradas em seu diário.

### **3.5.2 Etapa 2: Encontros 2 a 6 – Estação por rotações**

O segundo encontro da sequência didática teve como objetivo desenvolver habilidades relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis - ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro), com auxílio da geometria dinâmica, abordando especificamente a compreensão das propriedades de geometria a partir de construções no GeoGebra, praticando e estimulando habilidades de geometria dinâmica.

A partir deste encontro, até o encontro 6, utilizou-se o método de aprendizagem ativa conhecido como “rotação por estações”, a fim de promover a interação e o protagonismo dos estudantes e facilitar a aprendizagem de acordo com os princípios do construcionismo. Conforme Bacich e Moran,

Nesse modelo, diferentes atividades com recursos, metodologias e objetivos distintos são propostas em diversas estações de trabalho, nas quais os alunos se revezam em diferentes grupos, construindo percursos distintos de aprendizagem colaborativa. O professor orienta os grupos de acordo com suas necessidades imediatas, que, geralmente, são específicas de cada configuração grupal (Bacich; Moran, 2018, p. 101).

O objetivo da aplicação do modelo é desenvolver as competências de aprendizagem colaborativa para compreender as propriedades e pontos notáveis do triângulo aplicados na resolução de problemas e utilizar-se de recursos tecnológicos de geometria dinâmica, a fim de aprimorar a autonomia e o protagonismo dos estudantes.

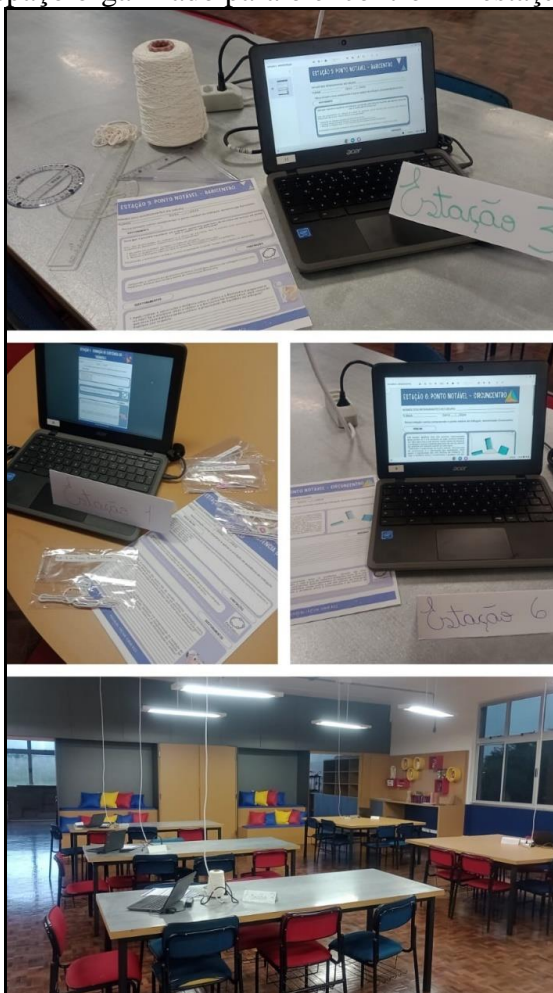
A aplicação desse encontro contemplou, conforme a BNCC, o objeto de conhecimento denominado “Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares”, da unidade temática Geometria, visando ao desenvolvimento das seguintes habilidades: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares e (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na



resolução de problemas; contemplando o objetivo de aprendizagem de retomar os elementos básicos da geometria a fim de compreender e diferenciar os pontos notáveis dos triângulos.

Procuramos, também, dar ênfase ao objeto de conhecimento denominado “Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros”, a fim de desenvolver a habilidade (EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Esse objeto de conhecimento e habilidade apresenta como objetivo de aprendizagem retomar a definição de congruência dos triângulos e utilizar a propriedade em relação à soma dos ângulos internos de um triângulo para obter informações que permitem verificar a semelhança e congruência dos triângulos, bem como sua condição de existência, enfatizando, nesse momento, o estudo do triângulo.

Figura 3 - Espaço organizado para o encontro 2 – estação por rotações.



Fonte: A autora (2024).

Buscando proporcionar um ambiente acolhedor em que os grupos pudessem estar pré-dispostos, facilitando a troca entre as rotações após a conclusão de cada uma delas, a

realização dos encontros 2 a 6 ocorreu no espaço *maker* da escola, no qual em cada mesa estavam disponíveis os materiais necessários (notebook com acesso à internet, guia, livro didático, folhas de rascunho, régua, compasso, transferidor e alguns materiais manipuláveis específicos em algumas estações), conforme visualiza-se na Figura 3.

As seis estações foram organizadas a fim de possibilitar o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao triângulo por meio da resolução de problemas. Tal dinâmica tinha como objetivo retomar a definição de congruência dos triângulos e utilizar a propriedade em relação à soma dos ângulos internos de um triângulo para obter informações que permitem verificar a congruência e semelhança entre triângulos, bem como sua condição de existência enfatizando nesse momento o estudo do triângulo. Enfatizou-se o uso de ferramenta de geometria dinâmica, para compreender, testar e reconhecer as funcionalidades das ferramentas do GeoGebra, bem como fazer uso do dinamismo do software para promover o protagonismo, a autonomia e a interação no grupo através da estratégia ativa de rotação por estações.

Os grupos foram pré-estabelecidos, buscando com critério a integração dos estudantes, considerando suas singularidades e atenta à inclusão. Dessa forma, a turma foi dividida em 6 grupos, em que três deles contabilizavam 4 integrantes e os outros três eram formados por 5 alunos cada, devido à inserção de um estudante de inclusão. No decorrer da análise dos resultados, utilizou-se a nomenclatura “G1, G2, G3, G4, G5 e G6” para a identificação dos grupos.

Para aplicação dos encontros 2 a 6 foram utilizados 7 períodos de aula, totalizando 350 minutos, conforme o Quadro 1, e ocorreram nos dias 03 (contemplando 3 períodos de aula), 04 (2 períodos de aula) e 05 (2 períodos de aula) de junho de 2024.

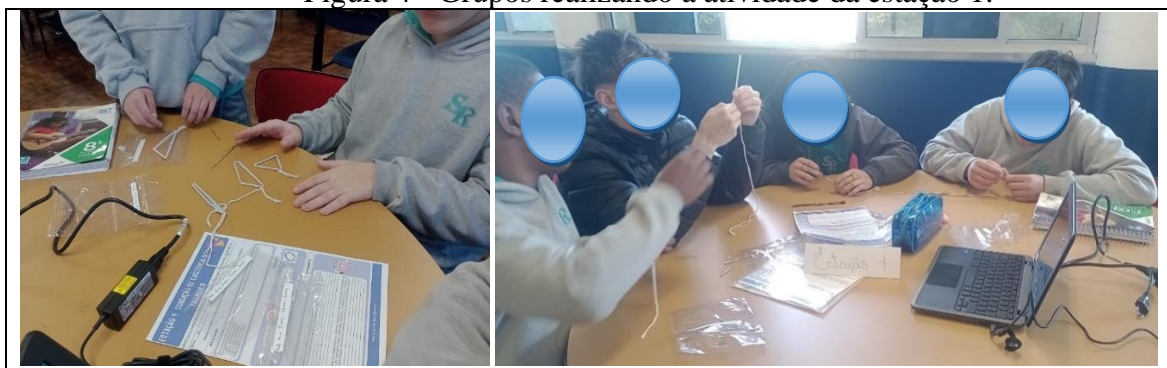
As estações não possuem dependência uma da outra, portanto todos os grupos passaram por todas, por meio de um rodízio dos grupos, para concluir essa etapa. As estações foram nomeadas assim:

- Estação 1: Condição de existência do triângulo;
- Estação 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo;
- Estação 3: Ponto notável – Baricentro;
- Estação 4: Ponto notável – Incentro;
- Estação 5: Ponto notável – Ortocentro;
- Estação 6: Ponto notável – Circuncentro.

#### 3.5.2.1 Estação 1: Condição de existência

Nessa estação os estudantes inicialmente foram desafiados a construir triângulos com canudos e barbante cortados com diferentes tamanhos: KIT 1 (7cm, 8cm, 10 cm), KIT 2 (5cm, 5cm, 5cm), KIT 3 (4cm, 5cm, 11cm) e KIT 4 (8cm, 12cm, 3cm). Veja a Figura 4, no qual dois grupos estão realizando a atividade.

Figura 4 - Grupos realizando a atividade da estação 1.



Fonte: A autora (2024).

Ao finalizar as construções com canudos, os estudantes foram convidados a testar a condição de existência do triângulo por meio das mesmas construções realizadas com os canudos, replicando no GeoGebra.

Após, os estudantes responderam duas perguntas do GUIA (Apêndice C): 1) Após testar a construção dos quatro kits de canudos conforme orientações acima, responda: quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos? Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?; 2) As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo? Através dos elementos visuais, através da movimentação ou ambos?

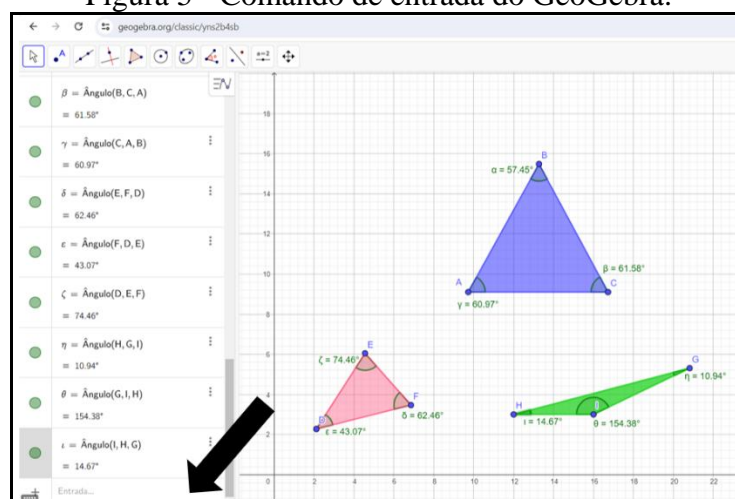
O processo avaliativo do grupo foi por meio da entrega das construções realizadas no GeoGebra e das respostas dos questionamentos contidos no GUIA dessa estação.

### 3.5.2.2 Estação 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Esta estação iniciou com um questionamento provocador para o grupo discutir e registrar no GUIA dessa estação (Apêndice D): “Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo”.

Na sequência, os estudantes foram orientados a utilizar o GeoGebra para construir três triângulos distintos e utilizar a “DICA”, que estava descrita no GUIA, ou seja, era para os estudantes realizarem a identificação dos ângulos dos triângulos construídos e, após, ocupar o comando de entrada do GeoGebra que se encontra no campo inferior esquerdo que é denominado ENTRADA, conforme Figura 5.

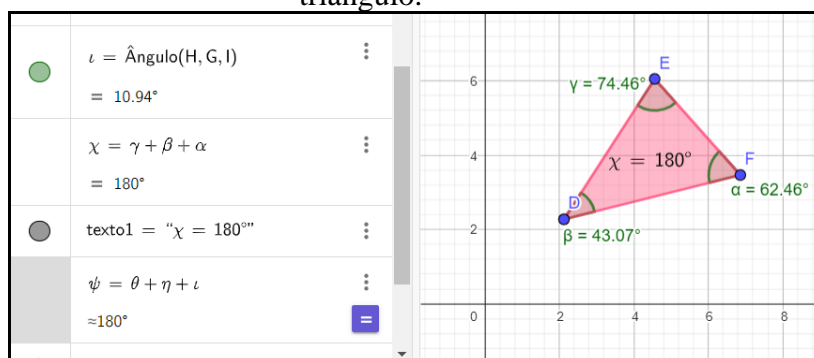
Figura 5 - Comando de entrada do GeoGebra.



Fonte: A autora (2024).

Neste campo, os estudantes puderam digitar a entrada para realizar a soma dos ângulos internos do triângulo com o auxílio das informações contidas no GUIA, que para possibilitar essa identificação era indispensável eles utilizarem uma letra grega ainda não usada e igualar a soma dos três ângulos internos encontrados (os rótulos do GeoGebra), conforme exemplo do triângulo rosa da Figura 6:

Figura 6 - Exemplo de solução do comando da soma os ângulos internos do triângulo.



Fonte: A autora (2024).

Finalizando esse processo de construção e verificação da propriedade da soma dos ângulos internos do triângulo, os estudantes salvaram suas construções e foram convidados a responder o seguinte questionamento contido no GUIA: “Utilizando a DICA, você observa alteração do resultado da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu a mesma? O que vocês podem concluir após o processo realizado anteriormente?”.

As respostas contidas no GUIA, bem como as construções realizadas pelo grupo por meio do GeoGebra, foram elementos de avaliação dessa estação.

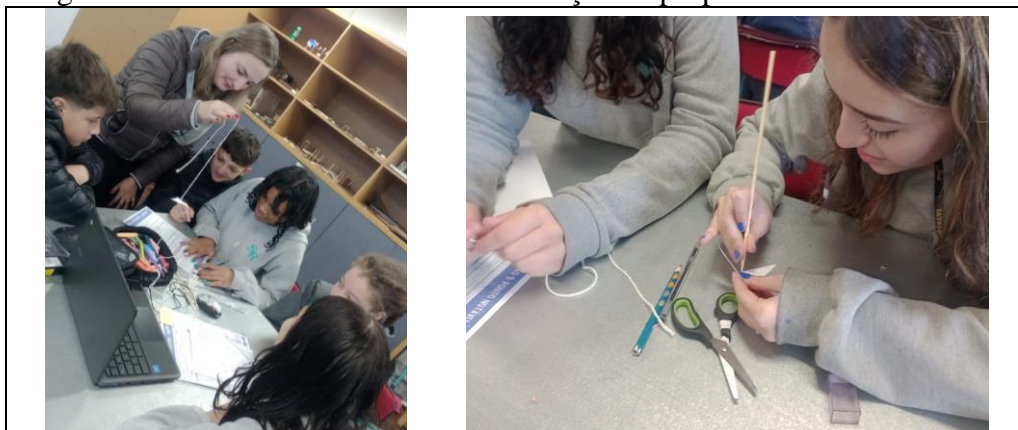
### 3.5.2.3 Estação 3: Ponto notável – Baricentro

Esta estação iniciou-se com um questionamento provocador para os estudantes: “Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?”.

Além dessa pergunta, o GUIA (Apêndice E) continha a propriedade do ponto notável-Baricentro e um desafio para os estudantes realizarem por meio de uma construção utilizando os seguintes materiais: folha de desenho, lápis de escrever, régua e barbante; que estavam disponíveis para os estudantes em cima da estação.

A descrição contida no GUIA era a seguinte: “Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade? Desenhe um triângulo qualquer na folha de desenho; trace as medianas e após marque o ponto de intersecção entre elas; recorte o triângulo, faça um furo no ponto de intersecção e insira um barbante. Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida.” Esse momento de construção foi registrado, conforme Figura 7.

Figura 7 - Estudantes realizando a construção da propriedade do Baricentro.



Fonte: A autora (2024).

Todos os grupos foram orientados a entregar essa construção realizada com folha e barbante no final dessa estação; após essa etapa foram convidados a utilizar o GeoGebra para construir essa propriedade por meio da seguinte orientação: “Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa um triângulo e trace as suas medianas, finalize marcando o ponto de intersecção Baricentro”.

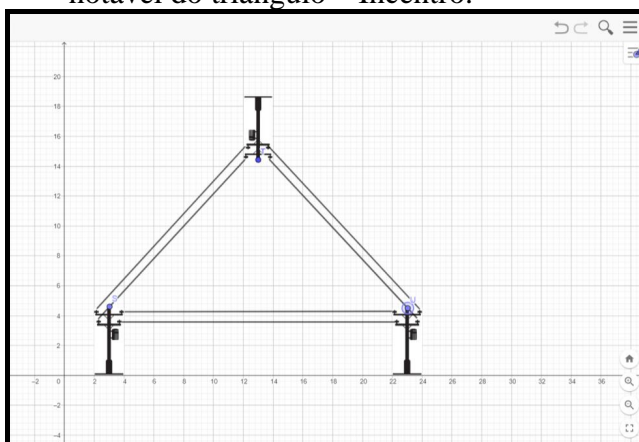
O fechamento dessa estação se deu por meio do seguinte questionamento, a ser respondido pelo grupo no GUIA: “Após realizar a construção, a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta”.

A avaliação dessa estação foi por meio das construções tanto manuais quanto no GeoGebra e a análise das respostas dos grupos ao questionamento.

#### 3.5.2.4 Estação 4: Ponto notável – Incentro

Nesta estação os estudantes tiveram um problema para discutir e resolver em seus grupos. O problema foi descrito no GUIA (Apêndice F), desta forma: “Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém na área destinada para a construção há ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo, conforme Figura 8”.

Figura 8 - Modelo do GeoGebra para resolução do problema da Estação do ponto notável do triângulo – Incentro.



Fonte: A autora (2024).

A Figura 8 foi disponibilizada ao lado do GUIA e a orientação descritiva continuava da seguinte forma: “Utilizando a propriedade do ponto notável “Incentro” (as bissetrizes de

um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outro no lado oposto a esse vértice), os estudantes calculam o ponto mais seguro de pouso, ou seja, onde a distância entre o ponto e os cabos de energia devem ser equidistantes”.

Neste momento da aplicação, os estudantes foram orientados a realizar a solução primeiramente no espaço do GUIA destinado como rascunho, buscando discutir com o grupo uma possível solução para o pouso seguro; porém, a docente constatou que a maioria dos grupos fez ao contrário, primeiro realizou a construção sugerida na segunda etapa.

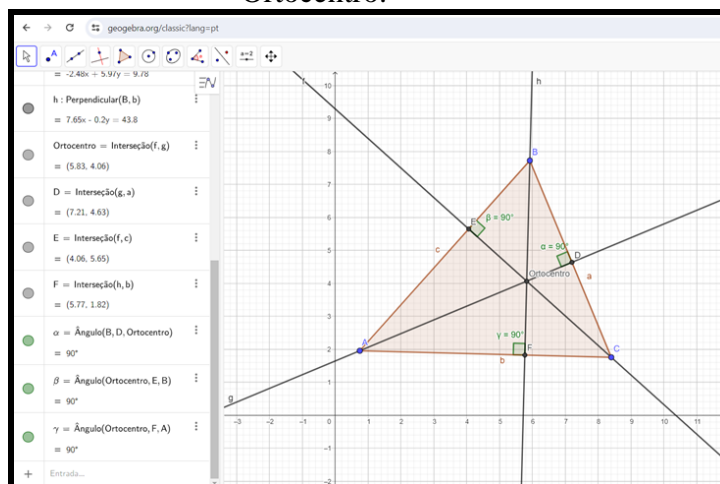
A segunda etapa desta estação era acessar o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgj dne> e com o uso do GeoGebra os estudantes testaram se o seu pensamento/raciocínio de resolução realizado no rascunho estava correto. Ao concluir, os estudantes identificaram no arquivo do GeoGebra o ponto Incentro, além de usar a ferramenta da distância para calculá-las, comprovando a propriedade.

Todos os grupos foram orientados a salvar a construção do GeoGebra para avaliação, bem como o preenchimento do espaço do GUIA, denominado RASCUNHO.

### 3.5.2.5 Estação 5: Ponto notável – Ortocentro

Nesta estação os estudantes iniciaram diretamente com orientações por parte do GUIA (Apêndice G), para construção no GeoGebra: “Construa um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que  $90^\circ$ ); marque as retas perpendiculares dos vértices do triângulo; encontre um ponto de encontro das retas suportes das alturas que é denominado ortocentro e a mesma forma um ângulo de  $90^\circ$  entre a extremidade de um dos vértices do triângulo à outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice. Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo, veja um exemplo na Figura 9”.

Figura 9 - Exemplo da construção realizada no GeoGebra do ponto notável – Ortocentro.



Fonte: A autora (2024).

Essas orientações, bem como essa mesma imagem da Figura 8, estavam disponíveis aos estudantes no GUIA impresso. E nesse momento os grupos realizaram a construção solicitada, conforme as etapas.

Após a finalização da construção, os estudantes responderam duas questões: “O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?” e a segunda “Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção ficou mais clara essa conclusão. Por quê?”.

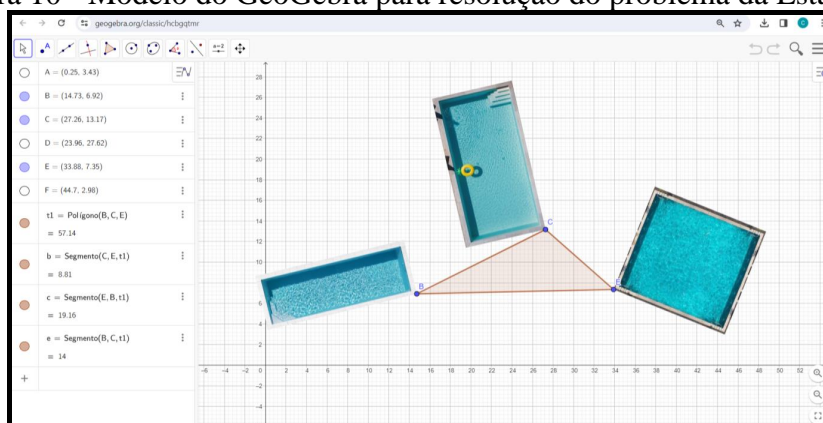
A avaliação dessa estação foi por meio da construção no GeoGebra e a análise das respostas dos grupos ao questionamento contidos no GUIA.

### 3.5.2.6 Estação 6: Ponto notável – Circuncentro

A resolução de problemas voltou nesta estação por meio do seguinte problema contido no GUIA (Apêndice H): “Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E conforme Figura 10, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã. Utilizando a propriedade do ponto notável - Circuncentro (o circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), indique onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs”.



Figura 10 - Modelo do GeoGebra para resolução do problema da Estação 6.



Fonte: A autora (2024).

Por meio do problema descrito no GUIA, os grupos pensaram em estratégias de resolução e fizeram suas anotações em um espaço destinado como rascunho.

Na segunda etapa desta estação os grupos realizaram sua construção no GeoGebra, porém deveriam acessar o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr> e com o uso do GeoGebra testaram se o seu pensamento/raciocínio de resolução estava correto. Na sequência, identificaram no arquivo do GeoGebra o ponto Circuncentro e criaram uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo), finalizando com o teste do que aconteceu com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.

Todos os grupos foram orientados a salvar a construção do GeoGebra para avaliação, bem como o preenchimento do espaço do GUIA, denominado RASCUNHO.

### 3.5.3 Etapa 3: Encontro 7 – Autoavaliação e Avaliação

Ao findar o processo de intervenção, foi realizado o último encontro que foi organizado especificamente para tratar da autoavaliação e da avaliação da sequência didática.

Na etapa de autoavaliação o objetivo foi verificar se os aspectos metodológicos e teóricos utilizados foram compreendidos/aplicados pelos estudantes, bem como a verificação se os mesmos auxiliaram no seu processo de construção do conhecimento. Segundo Bacich e Moran,

Ao pensarmos em mudanças no contexto educacional, não podemos nos esquecer de rever os modelos de avaliação. De modo geral, sempre que se faz menção aos processos avaliativos, que são considerados unilateralmente, ou seja, apenas do professor em relação aos alunos, quando deveriam ser concebidos em via dupla, além de abarcar um espaço para a autoavaliação, que deve ser realizada pelo aluno e também pelo professor. Há diversas formas de desenvolver essa avaliação e

autoavaliação, podendo ser individual ou grupal, escrita, a partir de um questionário ou de uma reflexão, ou oral, como em uma socialização. O importante é que ela se dê processualmente, abrindo espaço para o enriquecimento das aprendizagens e do ensino. (Bacich; Moran, 2018, p. 86 e 87).

Portanto, além do desempenho dos estudantes quanto às habilidades geométricas e tecnológicas, o processo autoavaliativo é analisado nesse encontro, por meio da reflexão sobre sua própria aprendizagem, com o preenchimento de questionamentos abertos e fechados. Proporcionando um processo ativo de construção do conhecimento, além da relevância para o aprimoramento da sequência didática com os apontamentos feitos pelos estudantes no preenchimento da autoavaliação.

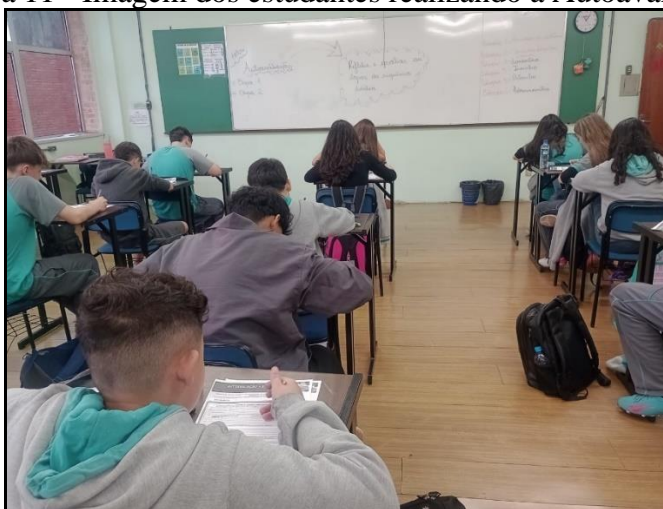
Este processo avaliativo ocorreu em sala de aula. Neste dia, todos os 27 estudantes se fizeram presentes. Devido a esse processo ser realizado individualmente, cada um deles recebeu duas folhas do GUIA (Apêndice I), que foi denominado de Autoavaliação e Avaliação – Etapa 1 e Avaliação – Etapa 2.

A Etapa 1 do processo avaliativo continha 11 perguntas, dentre elas 10 tinham como possibilidade ao estudante responder objetivamente (SIM, NÃO, ÀS VEZES), além da coluna descritiva por meio do seguinte questionamento: Posso melhorar? Sugira como. Neste espaço, o estudante podia descrever sugestão de melhora pessoal para as futuras atividades. A última questão dessa etapa foi destinada para o estudante atribuir uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem por meio dessa sequência didática, além de serem orientados para descrever um pouco sobre o porquê da atribuição daquela nota a si próprio.

Na Etapa 2 os estudantes responderam 5 questionamentos de forma descritiva, que objetivaram compreender a relevância da sequência didática para a aprendizagem dos educandos por meio do GeoGebra, bem como os pontos negativos e positivos, possibilitando também um espaço para que deixassem sugestões de aprimoramento.

Esse encontro foi realizado na sala de aula da turma, conforme é possível verificar na Figura 11, e iniciou com a leitura do GUIA, verificando as possíveis dúvidas que foram surgindo. Além disso, optou-se por entregar a primeira folha do GUIA e, após seu preenchimento, o estudante recebeu a segunda, e somente quando todos estudantes acabaram as duas etapas foi realizado seu recolhimento. O papel da professora pesquisadora nesse momento foi de mediar as dúvidas dos estudantes e trabalhar de forma a não influenciar nos resultados.

Figura 11 - Imagem dos estudantes realizando a Autoavaliação.



Fonte: A autora (2024).

Cabe uma exceção nesse momento em relação às estudantes inclusas: o preenchimento da primeira folha do GUIA foi acompanhado pela monitora e pela professora pesquisadora, pois foi necessário primeiro o diálogo oral para a compreensão dos questionamentos, bem como a organização da frase num rascunho para a sequência da reescrita, o que demandou mais tempo que os demais, mais precisamente dois períodos de 50 minutos.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, os encontros descritos acima são analisados individualmente a fim de buscar evidências qualitativas e quantitativas acerca da aprendizagem dos alunos no decorrer da vivência da aplicação da sequência didática, a fim de alcançar os objetivos da pesquisa.

### 4.1 ENCONTRO 1 – CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

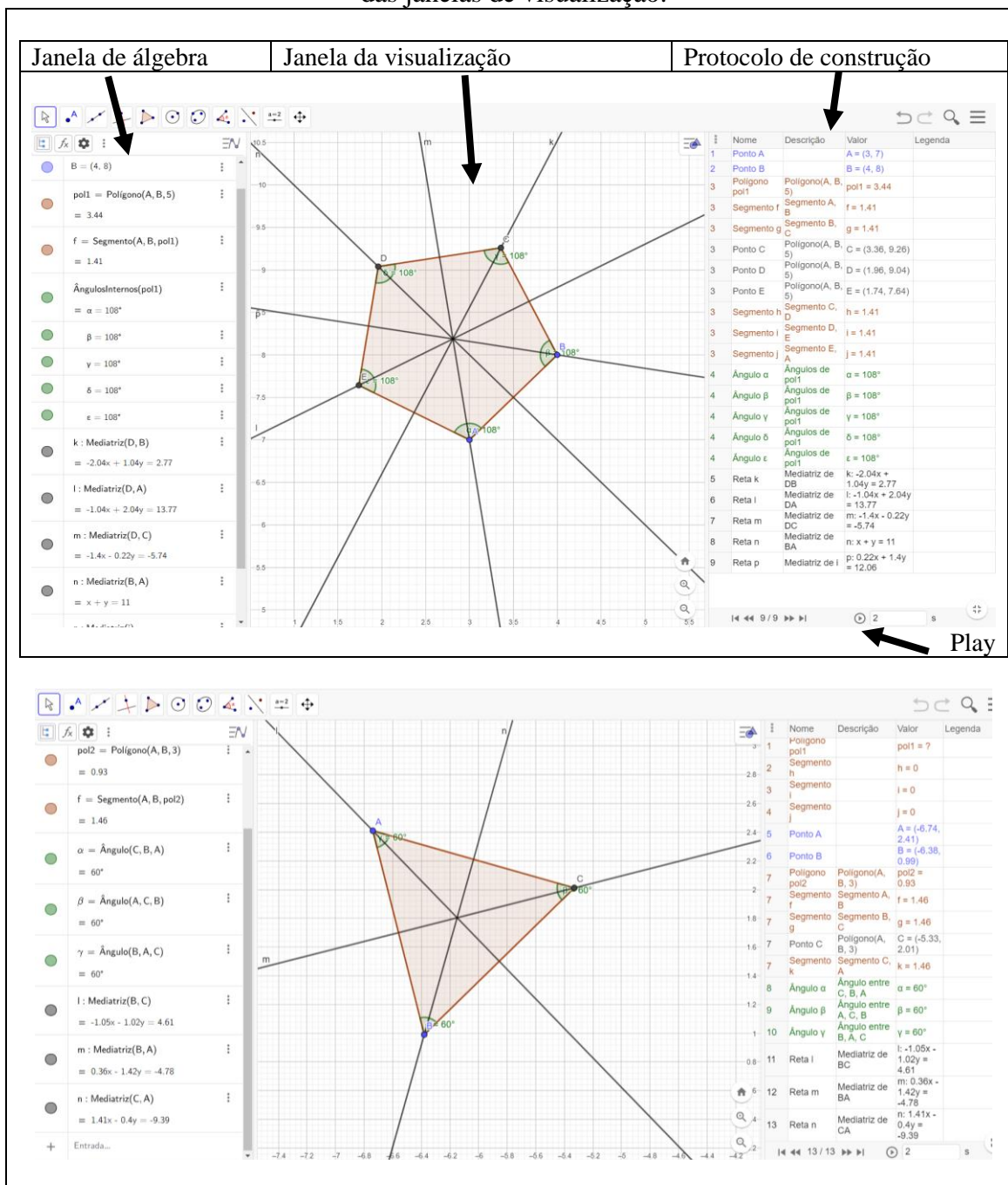
A análise dos resultados desse encontro inicia por meio da interpretação dos arquivos de construção do GeoGebra, conforme o GUIA orientava como primeira construção “Um ponto, uma reta, um segmento e uma semirreta”.

Após a conferência das construções constatou-se que 17 estudantes concluíram corretamente a atividade proposta, sendo que 2 não realizaram a construção de um ponto avulso, 1 não desenhou um segmento e 1 estudante desenhou um polígono que não condizia com a atividade proposta. Além disso, as estudantes inclusas estavam realizando a atividade adaptada, a construção de uma casa com figuras geométricas.

A segunda construção solicitada nesse encontro foi “um polígono regular, após identificar seus ângulos, trace suas mediatrizes”. Analisando as construções realizadas pelos estudantes no GeoGebra, é possível constatar que os 20 integrantes da turma presentes nesta aula concluíram a tarefa com eficácia, pois construíram o polígono regular, identificaram os seus ângulos corretamente e marcaram as mediatrizes de todos os segmentos contidos nos polígonos desenhados no GeoGebra.

Na Figura 12 está a construção de dois estudantes; na imagem superior há uma descrição de cada ícone indispensável para análise dos resultados. Na **Janela de álgebra** é possível encontrar todas as ferramentas que foram utilizadas no decorrer da construção; na **Janela da visualização** está contido o desenho construído e todos seus elementos visuais e também a possibilidade do dinamismo por meio do movimento das figuras; no **Protocolo de construção** tem a descrição completa das ferramentas utilizadas e a ordem em que elas foram inseridas no processo de construção; além disso no canto inferior tem o botão **Play**, que possibilita que vejamos automaticamente a construção sendo realizada desde o início do processo, auxiliando no processo de análise e interpretação dos resultados.

Figura 12 - Imagem da construção de dois estudantes no GeoGebra e a identificação das janelas de visualização.



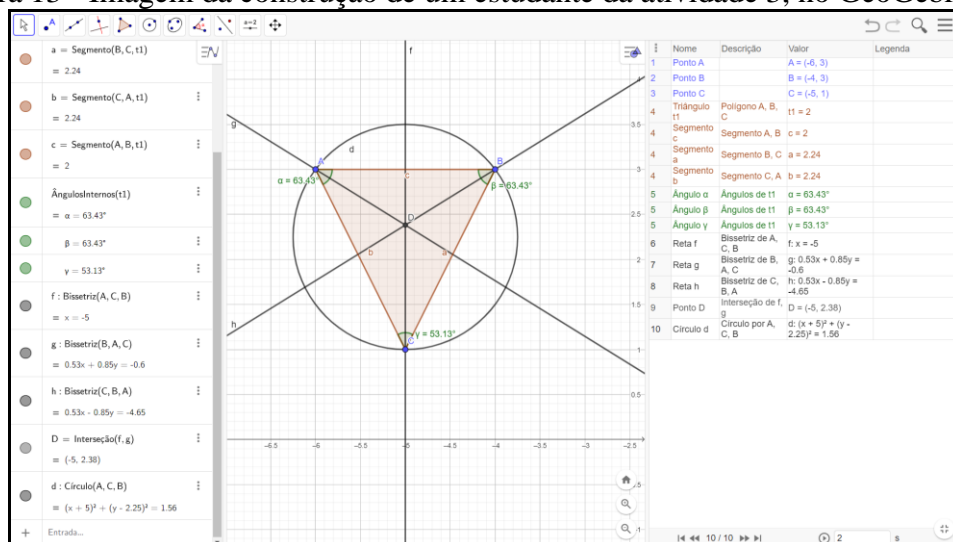
Fonte: A autora (2024).

No relatório de construção do GeoGebra é possível identificar o passo a passo da construção realizada, no qual ambas as construções acima obedecem às etapas pré-estabelecidas pelo GUIA.

A terceira construção que estava contida no GUIA era: Um triângulo qualquer, após identifique seus ângulos, trace as suas bissetrizes e finalize a mesma, construindo uma circunferência circunscrita. Essas construções tinham como objetivo compreender o uso das

ferramentas do GeoGebra e não induzir aos conteúdos de geometria que seriam explanados na sequência da aplicação. Nessas construções, o que se esperava dos estudantes, ou seja, como objetivo de aprendizagem, eram construções como a da Figura 13. Nesta terceira construção, 12 estudantes realizaram todas as etapas de construção.

Figura 13 - Imagem da construção de um estudante da atividade 3, no GeoGebra.



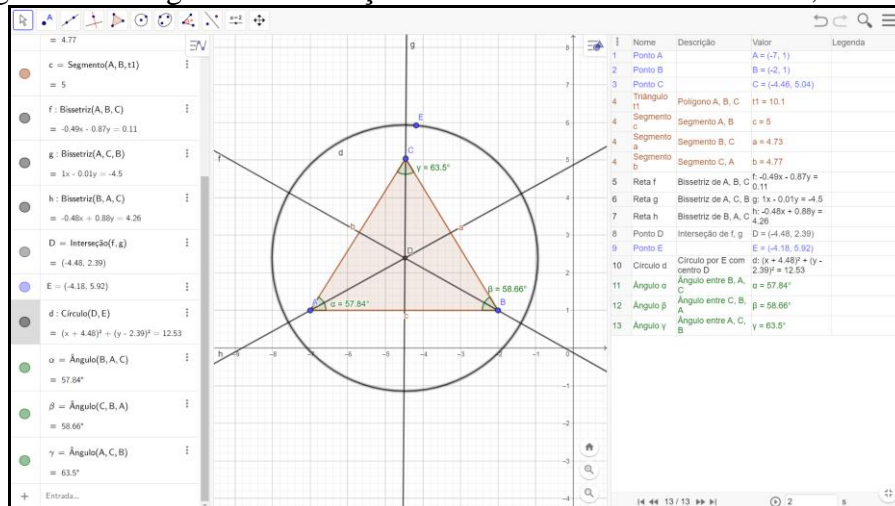
Fonte: A autora (2024).

Um dos erros cometidos por 7 estudantes foi utilizar a ferramenta



, o que ocasionou a circunferência não ficar circunscrita ao triângulo, ou seja, não passar por todos os seus vértices. Podemos verificar na Figura 14 a construção de um dos estudantes, em que fica evidente no protocolo de construção o uso incorreto da ferramenta.

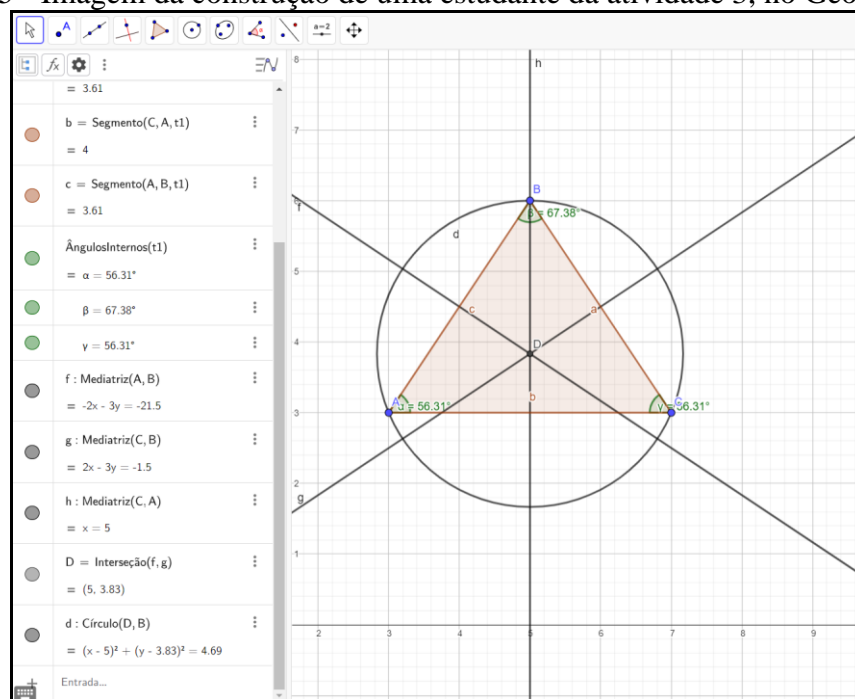
Figura 14 - Imagem da construção de um estudante da atividade 3, no GeoGebra.



Fonte: A autora (2024).

Outra construção em que foi identificado um equívoco na construção foi na de uma estudante que utilizou a ferramenta mediatriz ao invés de bissetriz (Figura 15).

Figura 15 - Imagem da construção de uma estudante da atividade 3, no GeoGebra.



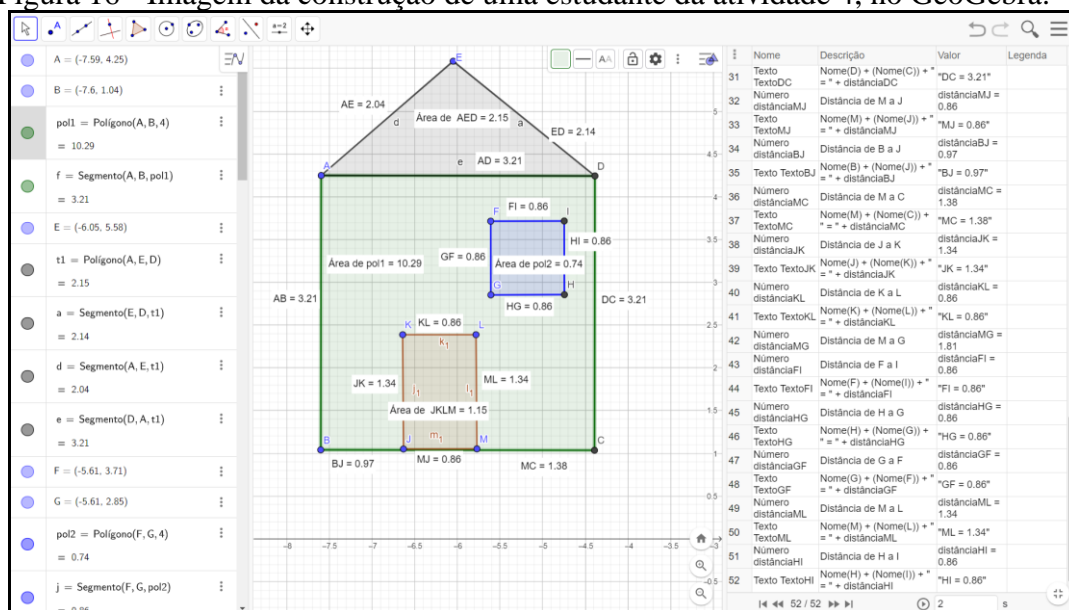
Fonte: A autora (2024).

O erro faz parte do processo, e a revisão dos conceitos com auxílio do professor pode melhorar a compreensão e no desenvolvimento de etapas futuras, pois “o estado normal do pensamento é estar fora de curso todo o tempo e fazer correções que retrocedem o suficiente para continuar avançando em uma direção de modo geral satisfatório” (Papert, 2008, p. 158).

A última construção desse encontro, conforme a descrição do GUIA, consistiu em “Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas, além de identificar a área de cada um dos polígonos, bem como seu perímetro”.

Analisando as construções dos estudantes, verificou-se que 12 arquivos contemplam os objetivos de aprendizagem, por meio das ferramentas solicitadas para aplicação nessa construção; na Figura 16 está o desenvolvimento de um dos estudantes.

Figura 16 - Imagem da construção de uma estudante da atividade 4, no GeoGebra.



Fonte: A autora (2024).

Para essa construção, dois arquivos foram salvos em branco, além de alguns arquivos incompletos faltando alguns itens. Na utilização da ferramenta para o cálculo da área, tiveram 4 estudantes que não identificaram em suas construções. Na ferramenta perímetro, foram constatados que 3 estudantes não fizeram o uso o do mesmo. E uma das construções não contemplou o critério das cores distintas.

É importante ressaltar que o objetivo nesse primeiro momento não era apresentar aos estudantes as propriedades geométricas e nem as características singulares dos pontos notáveis e sim conhecer as possibilidades que o software proporciona por meio de construções contidas no GUIA dos estudantes e testar sua funcionalidade para auxiliar nas construções em grupo do Encontro 2, no qual foram realizadas outras construções focadas nessas propriedades e conceitos geométricos.

Além das construções, é fundamental a análise da professora pesquisadora em relação à interação humana (estudante – professor), ou seja, como afirmam Bacich e Moran (2018, p. 101), “o professor mediador, ao implementar o ensino personalizado, atua também como curador de caminhos para o aprendizado de cada aluno e como orientador do caminho mais apropriado às suas condições naquele momento”.

Neste sentido, as falas dos estudantes são elementos importantes de serem analisadas e foram anotadas no diário de campo a fim de buscar evidências do protagonismo e do desenvolvimento da autonomia do estudante. No Quadro 2 estão partes de um diálogo do estudante 1 com a professora pesquisadora no Encontro 1.



### Quadro 2 - Diálogo entre professora e estudante 1.

**Estudante 1:** O que é mediatriz?

**Professora:** Vamos primeiramente analisar onde essa ferramenta se encontra no software? E verificar a dica que aparece no visor da tela.

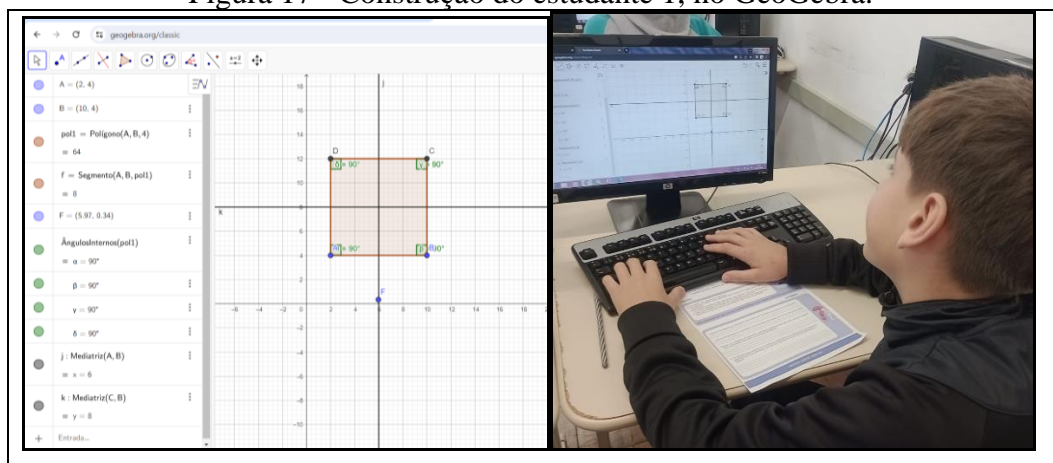
**Estudante 1:** aaaaaaaaah... ela tá dividindo em 4 partes iguais.

**Professora:** Isso, pois ela divide o segmento de reta pela metade e, no teu caso, você desenhou um quadrilátero.

Fonte: A autora (2024).

Como podemos perceber nos diálogos do Quadro 2, a intuitividade do estudante no uso das ferramentas do GeoGebra acaba por facilitar a compreensão de propriedades indispensáveis para o entendimento de noções geométricas. Na Figura 17 pode-se observar a construção realizada no programa pelo estudante 1 e sua fotografia realizando a construção.

Figura 17 - Construção do estudante 1, no GeoGebra.



Fonte: A autora (2024).

Por meio de uma abordagem pedagógica construcionista, que visa promover o protagonismo do estudante e a construção do conhecimento por meio de atitudes e ações, é indispensável que os professores proporcionem momentos em que os alunos se questionem sobre o porquê do uso e aplicação do conhecimento. Neste sentido, conforme Papert:

A atitude construcionista no ensino não é, em absoluto, dispensável por ser minimalista - a meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino. Evidentemente, não se pode atingir isso apenas reduzindo a quantidade de ensino, enquanto se deixa todo o resto inalterado. A outra mudança principal e necessária assemelha-se a um provérbio africano: se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar (Papert, p. 134, 2008).

Nesta perspectiva, atitudes construcionistas podem facilitar o processo de aprendizagem do aluno, ensinando que é necessário que se desenvolva a dúvida, mas que a mesma venha acompanhada de uma pergunta e da ação do estudante para ir atrás da solução, buscando ensiná-los na construção do conhecimento. Com isso, destaca-se o diálogo presente no Quadro 3, em que a professora pesquisadora e o estudante buscam comprovar um conceito geométrico, a bissetriz.

### Quadro 3 - Diálogo entre professora e estudante 2.

**Professora:** O que é bissetriz?

**Aluno 2:** Divide um ângulo em duas partes iguais.

**Professora:** Vamos testar se realmente isso é verdade?

**Aluno 2:** Sim, profe.

**Professora:** Marca um ponto na intersecção e vamos medir novamente os ângulos da figura, para verificar se realmente é metade.

**Aluno 2:** É, deu certo.

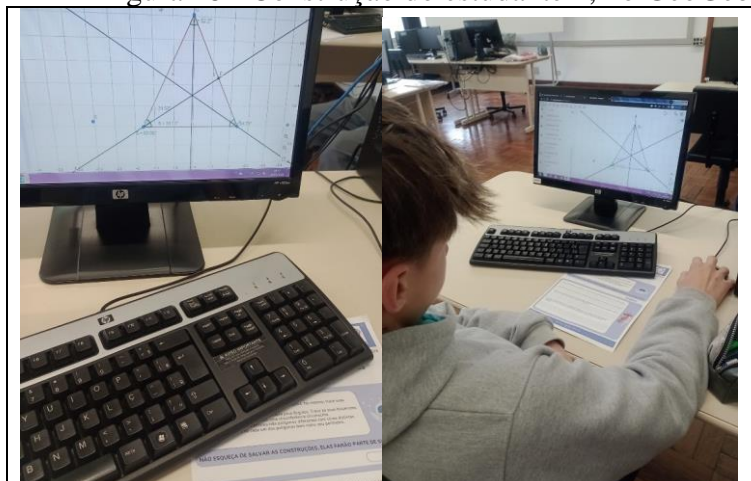
Fonte: A autora (2024).

Durante a atividades, a professora pesquisadora sempre buscou questionar o aluno para incentivá-lo a investigar, o que muitas vezes como professores afirmamos como verdades absolutas e os alunos passivamente aceitam e não buscam comprovar as afirmações.

Com essa perspectiva, o principal objetivo foi fazer com que o aluno usasse os recursos disponíveis no GeoGebra para ficar visualmente comprovada a afirmação que ele me trouxe a respeito do conceito de bissetriz.

O GeoGebra proporcionou, além da precisão nos dados ao se tratar dos ângulos, o dinamismo da construção, que fez com que o aluno pudesse movimentar a construção realizada alterando os as medidas dos ângulos automaticamente. Na Figura 18, pode-se observar a construção realizada no programa pelo estudante 2 e ele realizando a construção.

Figura 18 - Construção do estudante 2, no GeoGebra.

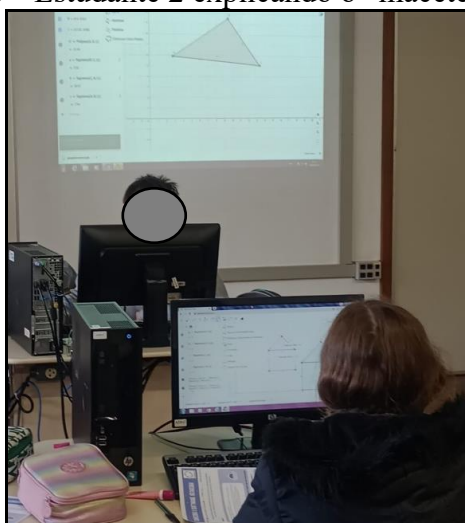


Fonte: A autora (2024).

O aluno 2, logo após esse episódio, chamou e de forma bastante alegre, mostrou uma descoberta que nomeou de “macete”, que foi a marcação automática dos ângulos internos de um polígono. No mesmo momento, foi questionado se ele gostaria de compartilhar com seus colegas; o estudante aceitou o convite e apresentou aos demais colegas, conforme pode se ver na Figura 19.

A professora pesquisadora sempre buscou promover o engajamento dos estudantes para ir além dos conhecimentos em que lhe eram transmitidos, encorajando os mesmos a serem protagonistas na construção do seu conhecimento.

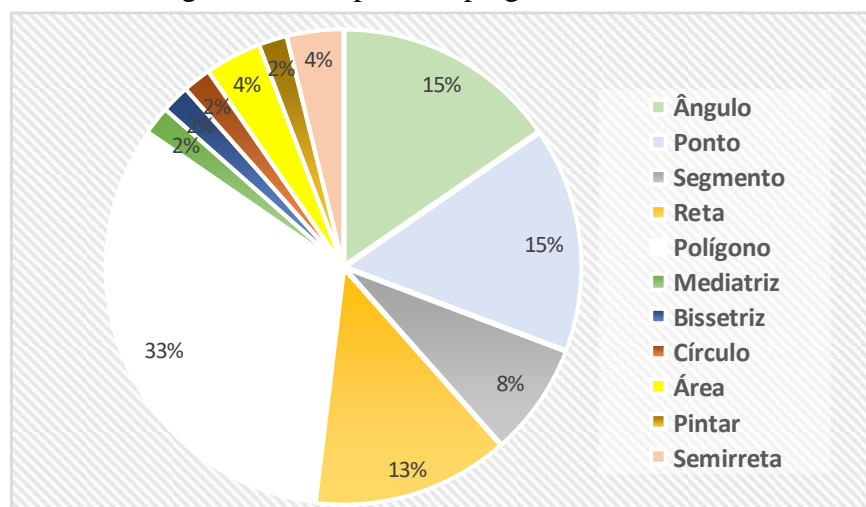
Figura 19 - Estudante 2 explicando o “macete” aos seus colegas.



Fonte: A autora (2024).

Além das construções realizadas no GeoGebra, os estudantes tinham 4 questões para responder no GUIA (Apêndice A). A primeira pergunta foi “Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?”. Na Figura 20 estão os resultados desse questionamento que era descritivo, portanto, os estudantes podiam inserir mais que uma ferramenta. Nesse dia da aplicação, o quantitativo foi de 27 estudantes presentes.

Figura 20 - Respostas à pergunta 1 do GUIA.

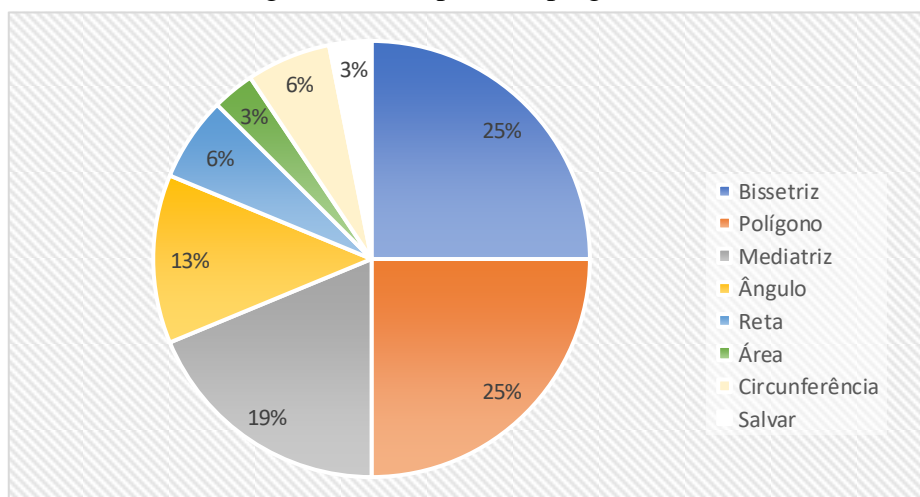


Fonte: A autora (2024).

Ao observar o gráfico da Figura 20, verifica-se que a maioria das respostas se concentram em construir polígonos, pontos e marcar os ângulos, somando 63%. Uma estudante respondeu “entre outros” e outra “todas as ferramentas”, o que caracteriza a facilidade e o dinamismo que o GeoGebra oferece aos usuários para realizar construções geométricas.

Na sequência, os estudantes foram questionados acerca das dificuldades encontradas com o GeoGebra por meio da pergunta “Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?”. Os resultados desse questionamento eram descritivos, portanto, os estudantes podiam inserir mais que uma ferramenta. Nesse dia da aplicação, o quantitativo foi de 27 estudantes presentes, pós a análise podemos identificar os mesmos por meio da Figura 21.

Figura 21 - Respostas à pergunta 2 do GUIA.

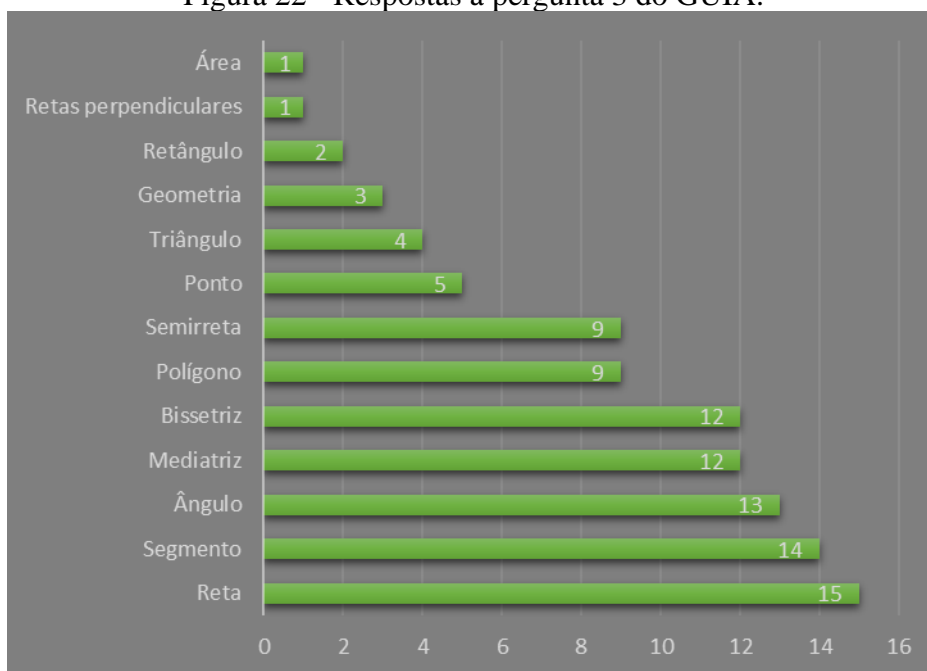


Fonte: A autora (2024).

Analisando o gráfico da Figura 21 é possível perceber que a concentração maior de dificuldade está na utilização da bissetriz, mediatriz e no polígono, que juntos somam 74%. Porém, o polígono apareceu com maior índice de facilidade e retornou nessa questão também como dificuldade no sentido de movimentação, relatado por alguns estudantes.

O terceiro questionamento foi acerca dos conteúdos geométricos, os quais os estudantes conseguiram aplicar dentro do GeoGebra: “Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?”. As respostas da Figura 22, são resultantes da análise descritiva dos dados, por meio da categorização no gráfico. Os estudantes podiam inserir mais que um conteúdo como resposta a essa pergunta. Nesse dia da aplicação, o quantitativo foi de 27 estudantes presentes.

Figura 22 - Respostas à pergunta 3 do GUIA.



Fonte: A autora (2024).

Como podemos observar na Figura 22, os estudantes citaram treze conteúdos geométricos, sendo que três estudantes citaram a Geometria no seu todo, dentre eles as duas alunas de inclusão da turma. Esse resultado mostra o potencial do GeoGebra para aplicação e compreensão dos elementos geométricos, evidenciando que os três conteúdos mais lembrados pelos estudantes (reta, segmento e ângulo) foram os que mais tiveram recorrência na sua utilização no decorrer da aplicação da sequência didática. Já os conteúdos de área e retas perpendiculares, que foram os menos lembrados pelos estudantes, possuem seu uso exclusivo em algumas construções específicas.

A última questão no GUIA era composta por duas perguntas que foram analisadas separadamente. A primeira pergunta era a seguinte: As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Nas respostas dos estudantes, 19 responderam que “SIM”, 1 disse que “ALGUMAS EU TIVE DIFICULDADE, MAS AS OUTRAS EU PEGUEI O JEITO”, e as 2 alunas inclusas responderam “FOI LEGAL E DIVERTIDO”.

Na segunda pergunta, “Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou ambos?”, as respostas dos estudantes estão sumarizadas na Figura 23.

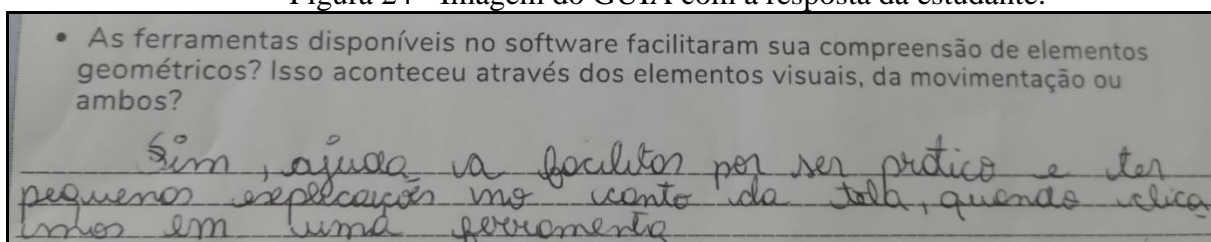
Figura 23 - Gráfico das respostas da pergunta 4 do GUIA.



Fonte: A autora (2024).

Conforme pode-se observar as respostas na Figura 23, a maioria dos estudantes respondeu que ambos são fundamentais para facilitar a compreensão dos elementos geométricos. As respostas de alguns estudantes foram incluídas em “outras respostas”. Por exemplo, uma estudante enfatizou a praticidade do GeoGebra, em virtude de apresentar explicações curtas e intuitivas para o uso de todas as ferramentas, as quais o estudante seleciona, elas aparecem no visor da tela no canto esquerdo, sempre que ocorre a troca das ferramentas automaticamente a informação é atualizada, conforme pode-se verificar na resposta da estudante na Figura 24.

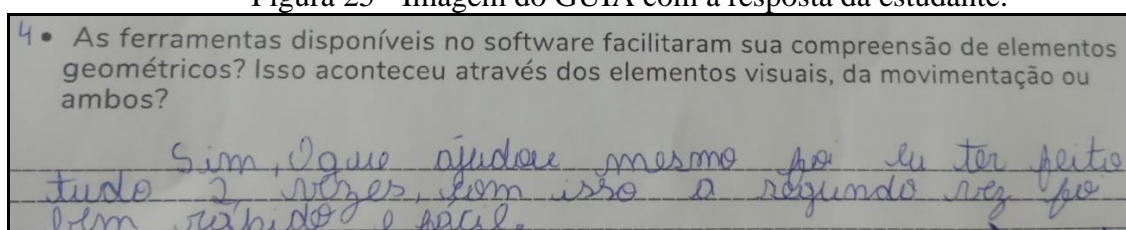
Figura 24 - Imagem do GUIA com a resposta da estudante.



Fonte: A autora (2024).

Outra estudante destacou o fato de ser necessário, no decorrer do processo, refazer uma das atividades propostas e isso acarretou no aprimoramento no manejo das ferramentas do GeoGebra, segundo relato descrito em seu GUIA, que está na Figura 25. Essa atitude da estudante demonstra que o ambiente proporcionou o desenvolvimento da sua autonomia ao decidir por ela mesma refazer a atividade, evoluindo suas habilidades e desempenho na utilização das ferramentas disponíveis.

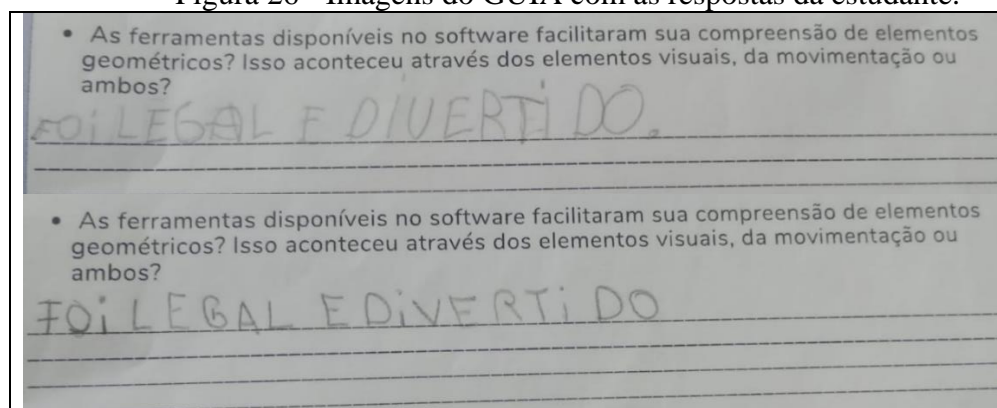
Figura 25 - Imagem do GUIA com a resposta da estudante.



Fonte: A autora (2024).

Além disso, nesse encontro destaca-se que as duas alunas inclusas responderam que a experiência para ambas foi legal e divertida, pois foram realizadas adaptações conforme seu grau de compreensão, estando sempre acompanhadas de sua monitora; na Figura 26 estão as respostas.

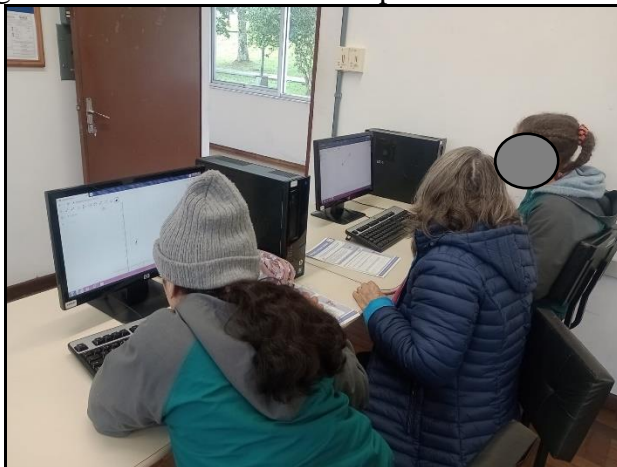
Figura 26 - Imagens do GUIA com as respostas da estudante.



Fonte: A autora (2024).

Na Figura 27, observa-se a imagem das alunas inclusas realizando suas construções no GeoGebra com o auxílio de sua monitora. Salienta-se que ambas precisaram de auxílio tanto para o manuseio do GeoGebra e equipamentos quanto para o preenchimento de seus GUIAS, em que a monitora precisou primeiro questionar oralmente e após soletrou as letras ou escreveu em uma folha, para depois as estudantes replicarem em sua folha, assim possibilitando a escrita das respostas.

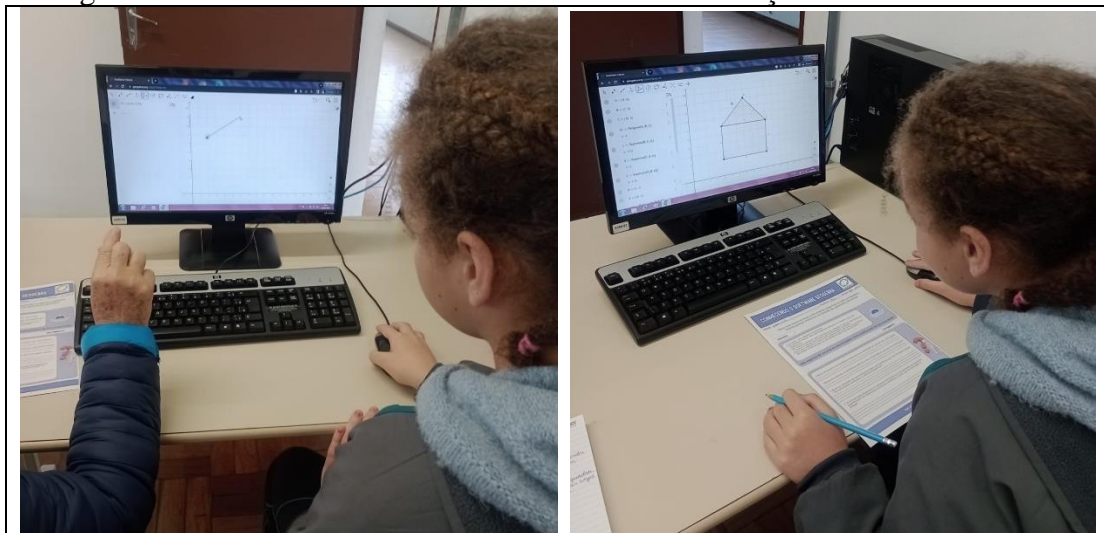
Figura 27 - Imagem das alunas inclusas acompanhadas da sua monitora.



Fonte: A autora (2024).

Nesse primeiro encontro, a adaptação da aula se deu por meio da redução das atividades propostas, pois o objetivo era que elas desenhassem no GeoGebra uma casa, na qual o telhado deveria conter um triângulo e o corpo, um retângulo, como pode-se verificar nas Figuras 28 e 29.

Figura 28 - Uma das estudantes realizando suas construções com sua monitora.

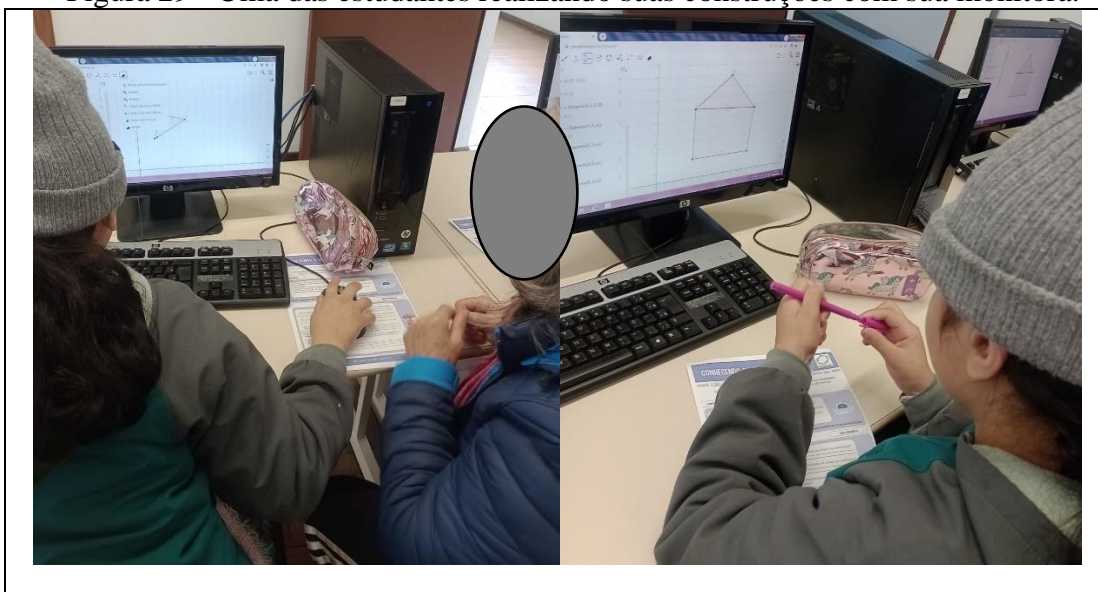


Fonte: A autora (2024).

Ambas as estudantes conseguiram concluir a atividade proposta. Mas conforme a monitora relatou, uma delas precisou refazer várias vezes até entender onde era o ponto para fechar o triângulo, depois quando foi para o quadrado tentou menos vezes e conseguiu fechar. A outra estudante acabou demonstrando maior dificuldade ao fixar os pontos, com o auxílio da monitora, pois apresentava muita pressa no manuseio do mouse do computador, o que dificultava o processo.



Figura 29 - Uma das estudantes realizando suas construções com sua monitora.



Fonte: A autora (2024).

Os relatos apresentados pela monitora estão de acordo com os registros das estudantes inclusas em seus GUIAS, o qual enfatiza a dificuldade enfrentada por elas para realizar os fechamentos dos pontos para construção dos polígonos.

Portanto, como as duas estudantes conseguiram realizar a atividade proposta, conseguiram atingir o objetivo de aprendizagem proposto para esse encontro, que era a utilização das ferramentas necessárias para obter o produto, ou seja, o desenho da casa.

Diante da análise apresentada acima, em relação aos objetivos de aprendizagem esperados do Encontro 1, tais como a compreensão das ferramentas, funcionalidades, testando e entendendo a importância do dinamismo do GeoGebra para compreensão de habilidades geométricas, pode-se observar que a maioria dos estudantes, ou seja, 85% na construção 1, 100% na construção 2, 60% na construção 3 e 60% na construção 4, realizaram todas as etapas de cada construção.

Esses resultados indicam, portanto, que, na sua maioria, os estudantes atingiram os resultados de aprendizagem propostas para esse encontro.

#### 4.2 ENCONTROS 2 A 6 – ESTAÇÃO POR ROTAÇÕES

As estações que fazem parte do circuito contemplam objetos de conhecimento que possibilitam o desenvolvimento de habilidades da unidade temática Geometria. Portanto, as

estações não possuem dependência uma da outra, e todos os grupos passaram por todas as estações para concluir essa etapa da sequência didática.

As estações foram nomeadas assim:

- Estação 1: Condição de existência do triângulo;
- Estação 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo;
- Estação 3: Ponto notável – Baricentro;
- Estação 4: Ponto notável – Incentro;
- Estação 5: Ponto notável – Ortocentro;
- Estação 6: Ponto notável – Circuncentro.

A análise dos resultados foi realizada a partir da interpretação dos dados coletados em cada uma das estações. A turma foi dividida em 6 grupos denominados G1, G2, G3, G4, G5 e G6 e cada grupo passou por todas as estações. Para que todos os grupos passassem por todas as estações, foram necessárias 6 aulas, conforme está no Quadro 1.

A seguir são apresentados os resultados obtidos para cada estação e para cada um dos 6 grupos.

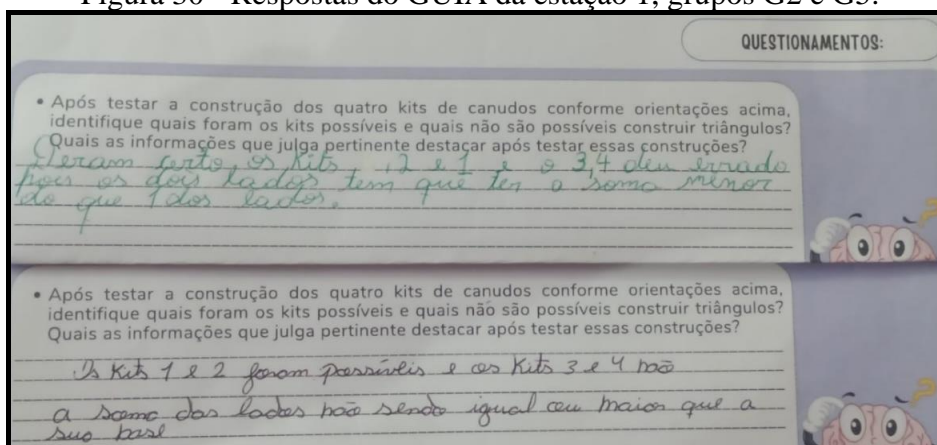
#### **4.2.1 Estação 1: Condição de existência**

O início das atividades nesta estação foi por meio da construção de triângulos e os estudantes receberam os seguintes materiais: canudos e barbante cortados com diferentes tamanhos, nomeados KIT 1 (7cm, 8cm, 10 cm), KIT 2 (5cm, 5cm, 5cm), KIT 3 (4cm, 5cm, 11cm) e KIT 4 (8cm, 12cm, 3cm). Os grupos foram orientados a realizar o desafio buscando identificar o que estava ocorrendo e responder o primeiro questionamento do GUIA desta estação.

Os resultados obtidos nessa intervenção com material manipulável surgiram do questionamento: “Após testar a construção dos quatro kits de canudos, conforme orientação acima, identifique quais os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos. Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?”.

Os seis grupos foram unânimes nas respostas, ou seja, todos responderam que os kits possíveis foram o KIT 1 (7cm, 8cm, 10 cm) e KIT 2 (5cm, 5cm, 5cm), o que está correto; e os kits não possíveis: KIT 3 (4cm, 5cm, 11cm) e KIT 4 (8cm, 12cm, 3cm). Na Figura 29 estão as respostas dos grupos G2 e G5. As respostas dos estudantes evidenciam a compreensão da condição de existência por meio do uso do material manipulável.

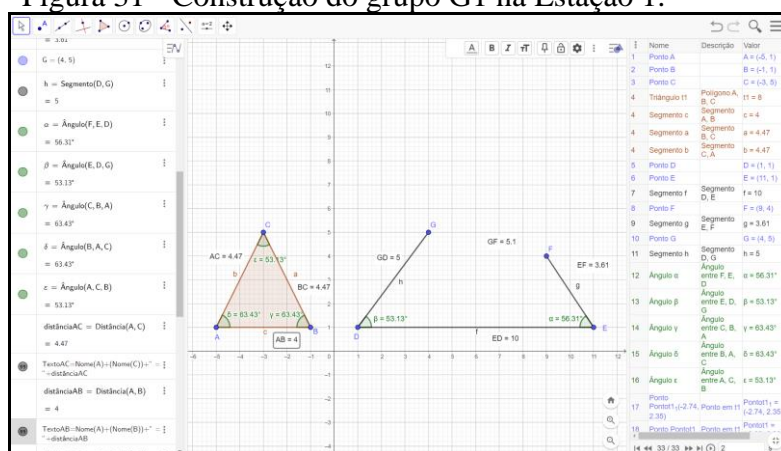
Figura 30 - Respostas do GUIA da estação 1, grupos G2 e G5.



Fonte: A autora (2024).

Na segunda etapa dessa estação, o objetivo era testar a condição de existência dos triângulos por meio do GeoGebra, reproduzindo os triângulos construídos anteriormente. Na sequência, estão os resultados obtidos pelos grupos, bem como a análise descritiva por meio de apontamentos e percepções. Na Figura 31 está a construção no GeoGebra do grupo G1.

Figura 31 - Construção do grupo G1 na Estação 1.

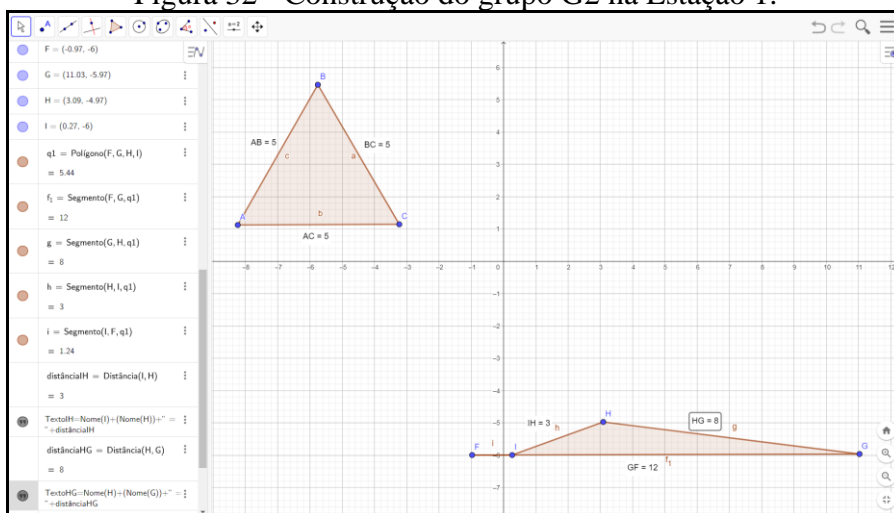


Fonte: A autora (2024).

Nesse grupo, G1, ficam evidentes as habilidades de uso das ferramentas que o GeoGebra proporciona, tais como ângulos, polígono, medidas de distância e segmentos. Verifica-se que houve a compreensão da condição de existência, pois o triângulo traçado pelo grupo por meio de segmentos  $\overline{GD} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{EF} = 3,61 \text{ cm}$ ,  $\overline{ED} = 10 \text{ cm}$  não é possível de ser realizado, pois a soma de  $\overline{GD} + \overline{EF} < \overline{ED}$ . Optaram por construir um possível e um que não era possível, usando tamanhos diferentes da atividade proposta. Contudo, atingiram o objetivo de identificar a condição de existência.

Na Figura 32 está a construção no GeoGebra do grupo G2.

Figura 32 - Construção do grupo G2 na Estação 1.

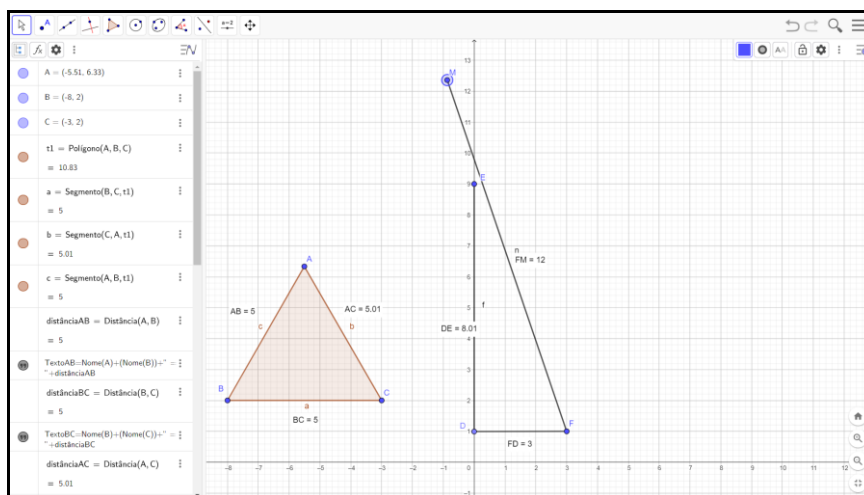


Fonte: A autora (2024).

Esse grupo, G2, optou também por construir apenas um triângulo de cada (possível e não possível), utilizando as medidas contidas no KIT 2 e KIT 4. Visualizando a construção do grupo no GeoGebra, com o KIT 2, é possível verificar que com os segmentos  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 5 \text{ cm}$  forma um triângulo, pois tem todos os lados iguais, ou seja, um triângulo equilátero. Já no KIT 4, podemos verificar que com os segmentos  $\overline{IH} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{HG} = 8 \text{ cm}$ ,  $\overline{GF} = 12 \text{ cm}$  não é possível de ser realizado um triângulo, pois a soma de  $\overline{IH} + \overline{HG} < \overline{GF}$ . Com esses dados, nota-se que o grupo G2 tem compreensão da condição de existência, bem como o uso das ferramentas do GeoGebra: polígono, segmento e distância.

Na Figura 33 está a construção no GeoGebra do grupo G3.

Figura 33 - Construção do grupo G3 na Estação 1.

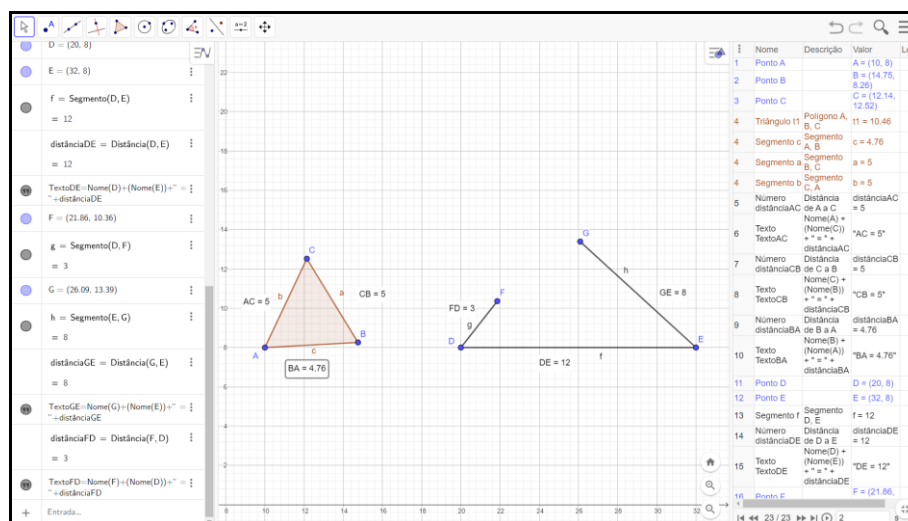


Fonte: A autora (2024).

O grupo G3 também optou por construir apenas um triângulo de cada (possível e não possível), utilizando as medidas contidas no KIT 2 e KIT 4. O triângulo do KIT 2, visualizando a construção do grupo no GeoGebra, é possível verificar que com os segmentos  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 5,01 \text{ cm}$  forma um triângulo, pois tem pois a soma de  $\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$ . No KIT 4, podemos verificar que com os segmentos  $\overline{DE} = 8,01 \text{ cm}$ ,  $\overline{FM} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{FD} = 3 \text{ cm}$  não é possível de ser realizado um triângulo, pois a soma de  $\overline{DE} + \overline{FD} < \overline{FM}$ . Assim, pode-se verificar que o grupo G3 tem compreensão da condição de existência, bem como o uso das ferramentas do GeoGebra: polígono, segmento e distância. Porém, é notória a dificuldade de chegar à precisão dos lados, sendo que no KIT 2 ambos os segmentos deveriam ser de 5 cm, e um dos lados ficou  $\overline{AC} = 5,01 \text{ cm}$ , já no KIT 4 ocorre a mesma falha, obtendo ao invés de 8 cm,  $\overline{DE} = 8,01 \text{ cm}$ .

Na Figura 34 está a construção no GeoGebra do grupo G4.

Figura 34 - Construção do grupo G4 na Estação 1.



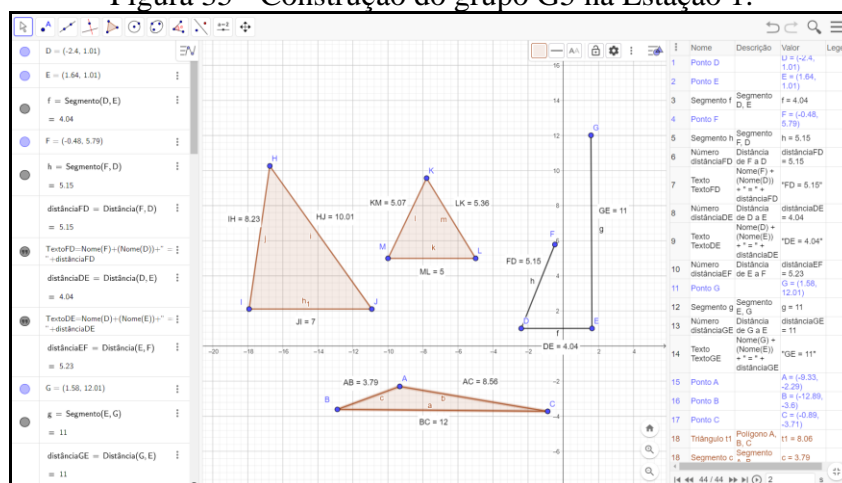
Fonte: A autora (2024).

O grupo G4 também optou por construir apenas um triângulo de cada (possível e não possível), utilizando as medidas contidas no KIT 2 e KIT 4. Para o triângulo do KIT 2, visualizando a construção do grupo no GeoGebra, é possível verificar que com os segmentos  $\overline{AC} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{CB} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BA} = 4,76 \text{ cm}$  forma um triângulo, pois tem a soma de

$\overline{AC} + \overline{CB} > \overline{BA}$ . No KIT 4, podemos verificar que com os segmentos  $\overline{FD} = 3 \text{ cm}$ ,  $\overline{DE} = 12 \text{ cm}$ ,  $\overline{GE} = 8 \text{ cm}$  não é possível de ser realizado um triângulo, pois a soma de  $\overline{FD} + \overline{GE} < \overline{DE}$ . Assim, nota-se que o grupo G4 tem compreensão da condição de existência, bem como o uso das ferramentas do GeoGebra: polígono, segmento e distância. Porém, é notória a dificuldade de chegar à precisão dos lados, sendo que no KIT 2 ambos os segmentos deveriam ser de 5 cm, e um dos lados ficou  $\overline{BA} = 4,76 \text{ cm}$ .

Na Figura 35 consta a construção no GeoGebra do grupo G5.

Figura 35 - Construção do grupo G5 na Estação 1.



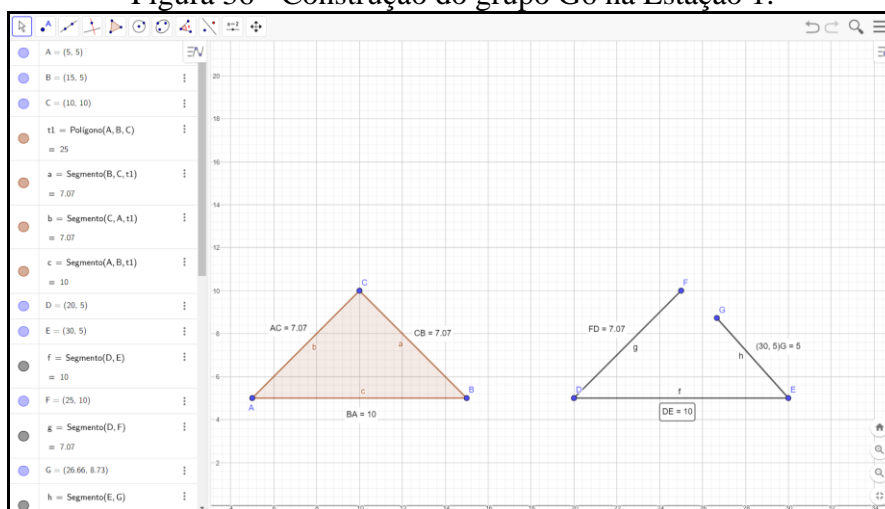
Fonte: A autora (2024).

O grupo G5 construiu todos os triângulos propostos pelos KITS, porém não conseguiram a precisão no tamanho dos segmentos, o que ocasionou ao KIT 4 que, pelas características do GUIA, deveria conter os tamanhos 8 cm, 12cm e 3 cm, que no caso não é possível de formar triângulo. O grupo alterou as medidas para segmentos  $\overline{AB} = 3,79 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 8,56 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 12 \text{ cm}$ , assim formando um triângulo, pois tem a soma de  $\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$ . A troca no tamanho dos segmentos ocorreu nas outras construções, porém apenas nessa ocasionou a inversão do propósito da atividade, vejamos a análise das demais construções. No triângulo do KIT 1, que pelas características do GUIA deveria conter os tamanhos 7 cm, 8cm e 10 cm, foi alterado conforme podemos visualizar na construção do grupo no GeoGebra pelos segmentos  $\overline{JI} = 7 \text{ cm}$ ,  $\overline{IH} = 8,23 \text{ cm}$  e  $\overline{HJ} = 10,1 \text{ cm}$  que forma um triângulo, pois tem a soma de  $\overline{JI} + \overline{IH} > \overline{HJ}$ . No triângulo do KIT 2, que pelas

características do GUIA deveria conter os tamanhos 5 cm, 5cm e 5 cm, foi alterado conforme podemos visualizar na construção do grupo no GeoGebra pelos segmentos  $\overline{KM} = 5,07 \text{ cm}$ ,  $\overline{LK} = 5,36 \text{ cm}$  e  $\overline{ML} = 5 \text{ cm}$  que forma um triângulo, pois tem a soma de  $\overline{KM} + \overline{ML} > \overline{LK}$ . O triângulo do KIT 3, que pelas características do GUIA deveria conter os tamanhos 4 cm, 5cm e 11 cm, foi alterado conforme podemos visualizar na construção do grupo no GeoGebra pelos segmentos  $\overline{DE} = 4,04 \text{ cm}$ ,  $\overline{FD} = 5,15 \text{ cm}$  e  $\overline{GE} = 11 \text{ cm}$  não é possível formar um triângulo, pois tem a soma de  $\overline{DE} + \overline{FD} < \overline{GE}$ . Assim, pode-se verificar que o grupo G5 tem compreensão da condição de existência, pois realizou a atividade de forma completa, construindo os 4 triângulos solicitados, fazendo o uso das ferramentas do GeoGebra: polígono, segmento e distância. Porém, é notória a dificuldade de chegar à precisão dos lados, que ocasionou a alteração da resposta do KIT 4.

Na Figura 36 está a construção no GeoGebra do grupo G6.

Figura 36 - Construção do grupo G6 na Estação 1.



Fonte: A autora (2024).

O grupo G6 não construiu no GeoGebra os triângulos que haviam sido solicitados por meio do GUIA, optaram por realizar com tamanhos aleatórios, o que ocasionou que a construção do triângulo que não é possível de forma errada, pois com os segmentos  $\overline{FD} = 7,07 \text{ cm}$ ,  $\overline{GE} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{DE} = 10 \text{ cm}$  forma um triângulo, pois tem a soma de  $\overline{FD} + \overline{GE} > \overline{DE}$ . Já o primeiro triângulo construído pelo grupo por meio dos segmentos  $\overline{AC} = 7,07 \text{ cm}$ ,  $\overline{CB} = 7,07 \text{ cm}$ ,  $\overline{BA} = 10 \text{ cm}$  forma um triângulo, pois tem a soma de

$\overline{AC} + \overline{CB} > \overline{BA}$ , portanto essa construção está correta. A partir desses resultados, pode-se verificar que o grupo G6 teve dificuldade em interpretar o GUIA, construindo de forma aleatória somente para entrega da atividade, mas utilizou as ferramentas do software corretamente tais como: polígono, segmento e distância.

Além das construções com o GeoGebra, os estudantes deveriam entregar o GUIA dessa estação, o qual continha duas respostas em relação as etapas realizadas anteriormente. A primeira pergunta foi analisada no início da análise da Estação 1. Na segunda pergunta do GUIA, o objetivo era verificar a respeito da utilização do GeoGebra, se houve o mesmo tipo de compreensão em relação às propriedades, salientando que anteriormente nas construções ocorreram alguns equívocos. O questionamento foi o seguinte: “As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Com você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo: através dos elementos visuais, da movimentação ou ambos?”

Dos seis grupos que participaram da atividade da estação 1, cinco responderam que SIM, ou seja, que as ferramentas do GeoGebra facilitaram a compreensão, sendo que dois grupos identificaram a condição de existência por meio da movimentação e três grupos por meio de ambas (elementos visuais e movimentação). Porém, o G5 alegou que as ferramentas no software GeoGebra não auxiliaram, pois o grupo teve dificuldade em operá-las, sendo necessário refazer algumas vezes; salientamos que esse foi o único grupo que realizou as 4 construções solicitadas na estação, porém não conseguiu chegar na precisão das medidas.

Finalizando a análise da Estação 1, verifica-se que os grupos compreenderam a condição de existência, tanto com a proposta com os canudos, quanto na construção do GeoGebra. Porém, somente um grupo fez a construção dos 4 triângulos solicitados e foi o que alegou ter dificuldade, ou seja, os grupos que priorizaram realizar apenas um, mostrando que é possível e outro que não é possível formar um triângulo, tiveram maior facilidade. Para a professora pesquisadora isso serve como dica para aprimorar a sequência didática, pois se a compreensão ocorreu também reduzindo o número de construções, isso pode ser alterado na entrega do Produto Educacional.

#### **4.2.2 Estação 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo**

Essa estação tinha como objetivo de aprendizagem compreender que, independentemente da angulação contida no triângulo, o somatório final dos ângulos internos



sempre será de 180 graus. Para isso, a estação iniciou com um questionamento para os grupos contido no GUIA: “Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.”

Nessa pergunta inicial, é possível perceber que esse conceito não estava bem claro para os estudantes. Isso ficou evidente nas respostas contidas no GUIA, em que 5 grupos responderam que essa afirmação era incorreta e somente 1 grupo respondeu corretamente. A seguir estão algumas respostas. O grupo G4 respondeu que “Não, são formas diferentes, não vai ser o mesmo ângulo”; o grupo G6 afirmou que “Não, pois existem triângulos de diferentes formas como o equilátero, isósceles, escaleno e o escaleno não tem lados congruentes” e o grupo G5 testou algumas medidas aleatórias, concluindo também que não era  $180^\circ$ , inclusive realizou alguns cálculos, como podemos ver na Figura 37.

Figura 37 - Respostas do GUIA da estação 2 do grupo G5.

QUESTIONAMENTO

G5

Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.

Exemplos: triângulos diferentes e somamos os ângulos e deu medidas diferentes. Exemplo: triângulos com 1 ângulo 126.2, 12.03, 41.5. 48.06, 89.05, 42.44. 113.59, 22.5, 43.91, como todos o primeiro de 78, o segundo 179.56 e o último foi 179,55.

$$\begin{array}{r} 126.2 \\ + 12.3 \\ + 41.5 \\ \hline 180.0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48.06 \\ + 89.05 \\ + 42.44 \\ \hline 179.56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 113.59 \\ + 43.91 \\ + 22.05 \\ \hline 179.55 \end{array}$$

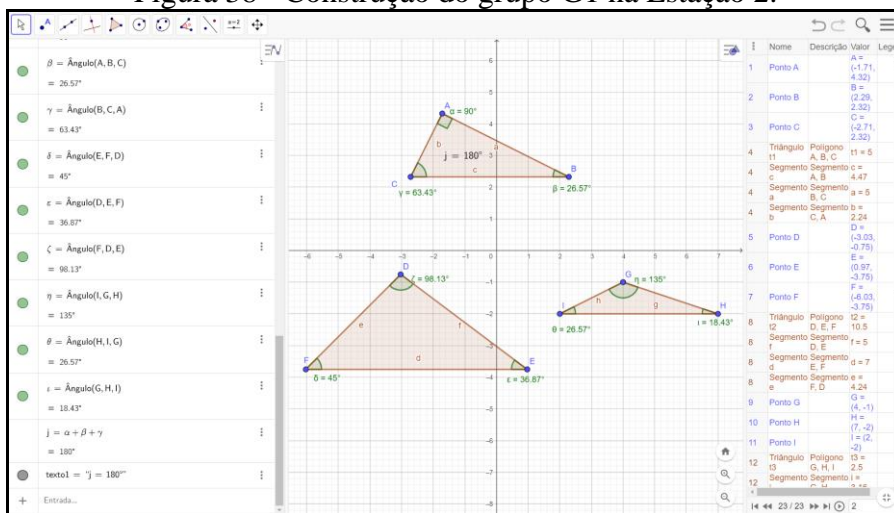
Fonte: A autora (2024).

Fica evidente que nesse grupo, G5, há erros de operações básicas, como, por exemplo, no posicionamento da vírgula, o que acarreta na posição das casas decimais, como é o caso do cálculo à esquerda na Figura 37, em que se obtém uma soma de 180 graus. Contudo, o objetivo dessa pergunta era analisar os conhecimentos que já haviam sido adquiridos pelos estudantes anteriormente; o que fica evidente o não entendimento desse conteúdo. Na sequência, os alunos deveriam utilizar o GeoGebra e construir três triângulos distintos, utilizando a DICA contida em seu GUIA.

A seguir estão as construções realizadas pelos grupos no GeoGebra, bem como as considerações da professora pesquisadora.

Na Figura 38 está a construção no GeoGebra do grupo G1.

Figura 38 - Construção do grupo G1 na Estação 2.

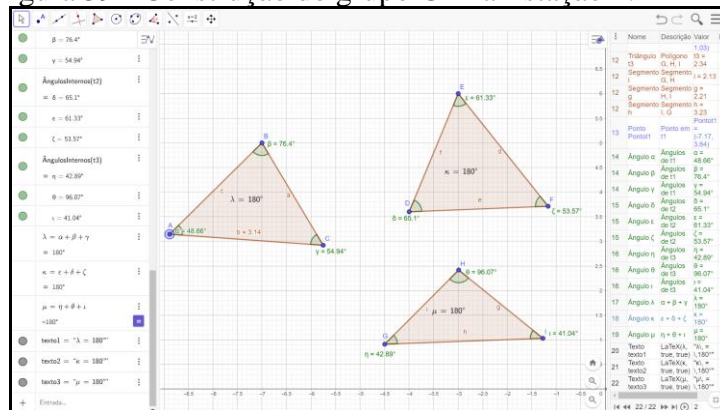


Fonte: A autora (2024).

O grupo G1 realizou corretamente a atividade proposta, identificando em um dos triângulos a soma dos ângulos interno de  $180^\circ$ , comprovando a propriedade e utilizando a dica sugerida no GUIA.

Na Figura 39 está a construção no GeoGebra do grupo G2.

Figura 39 - Construção do grupo G2 na Estação 2.

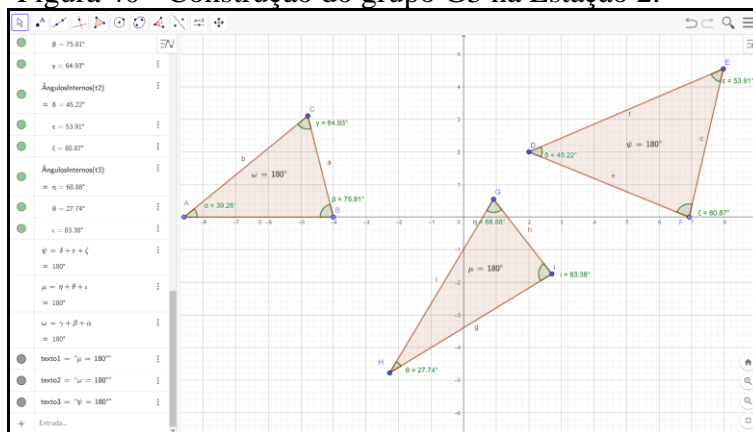


Fonte: A autora (2024).

O grupo G2 realizou corretamente todas as etapas da atividade proposta, identificando em todos os triângulos a soma dos ângulos interno de  $180^\circ$ , comprovando a propriedade e utilizando a dica sugerida no GUIA em todos os triângulos construídos.

Na Figura 40 está a construção no GeoGebra do grupo G3.

Figura 40 - Construção do grupo G3 na Estação 2.

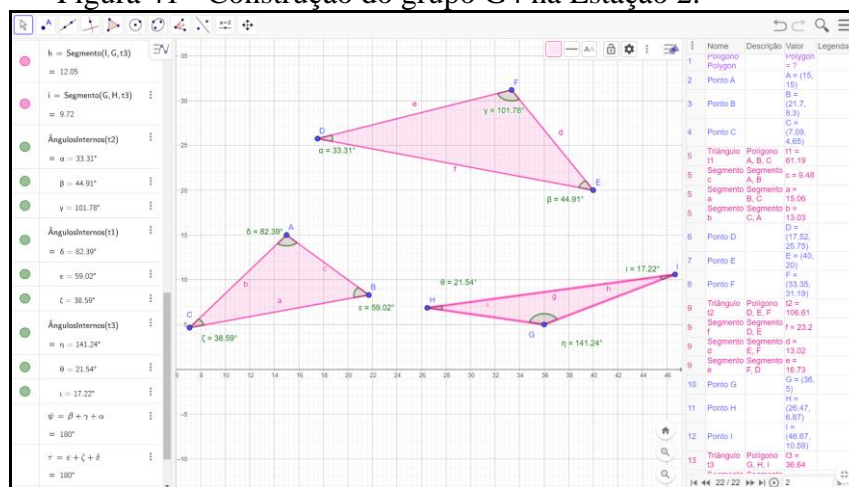


Fonte: A autora (2024).

O grupo G3 realizou corretamente a atividade proposta, identificando em todos os triângulos a soma dos ângulos interno de  $180^\circ$ , comprovando a propriedade e utilizando a dica sugerida no GUIA.

Na Figura 41 está a construção no GeoGebra do grupo G4.

Figura 41 - Construção do grupo G4 na Estação 2.

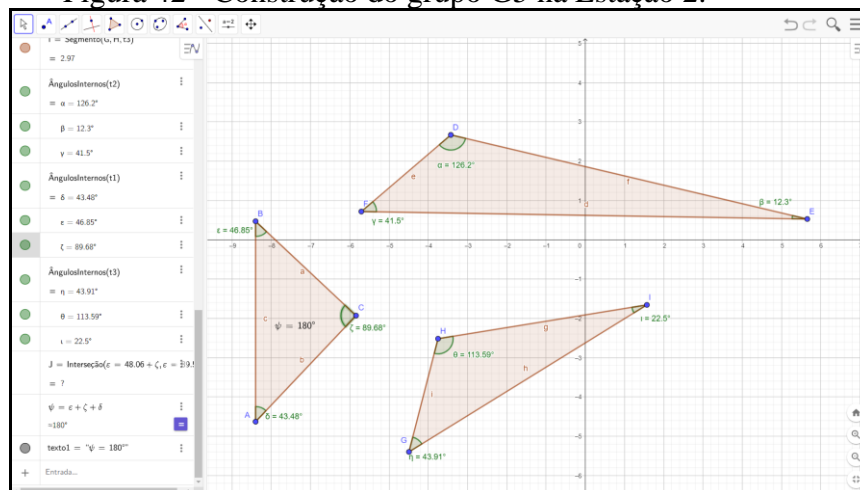


Fonte: A autora (2024).

O grupo G4 realizou com eficácia a atividade proposta, identificando em todos os triângulos a soma dos ângulos interno de  $180^\circ$ , comprovando a propriedade e utilizando a dica sugerida no GUIA, porém não conseguiu trazer para o visualizador a fórmula, ficando apenas no protocolo de construção.

Na Figura 42 podemos verificar a construção do grupo G5.

Figura 42 - Construção do grupo G5 na Estação 2.

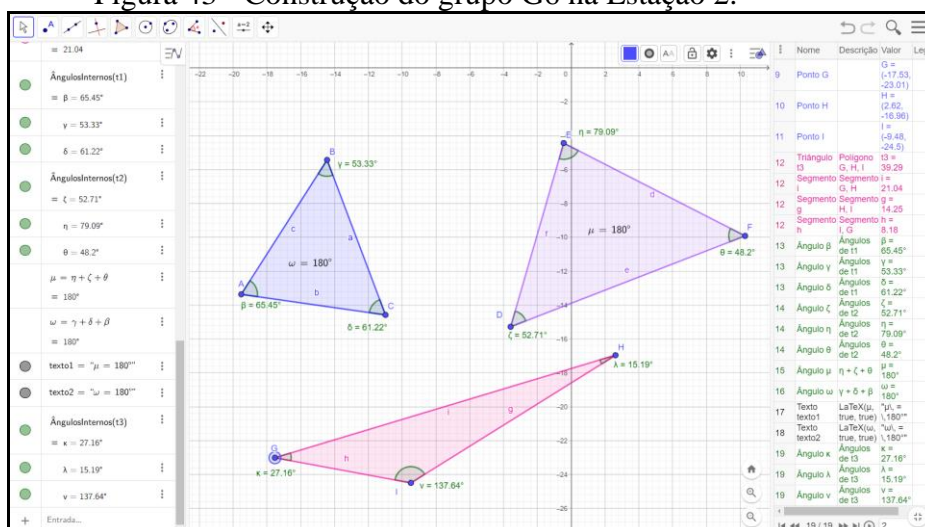


Fonte: A autora (2024).

O grupo G5 também realizou corretamente a atividade proposta, identificando em um dos triângulos a soma dos ângulos internos de  $180^\circ$ , comprovando a propriedade e utilizando a dica sugerida no GUIA.

Na Figura 43 está a construção do G6.

Figura 43 - Construção do grupo G6 na Estação 2.



Fonte: A autora (2024).

O grupo G6 realizou corretamente a atividade proposta, identificando em dois dos triângulos a soma dos ângulos internos de  $180^\circ$ , comprovando a propriedade e utilizando a dica sugerida no GUIA.

Após a construção proposta no GeoGebra, os grupos tiveram que responder um questionamento no GUIA: “Utilizando a DICA, você observa alteração do resultado da soma

das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu a mesma? O que vocês podem concluir após o processo realizado anteriormente?”.

Os 6 grupos responderam que permaneceu a mesma. As respostas de dois grupos: o grupo G3 disse que “Sim, permaneceu a mesma medida, a soma dos ângulos internos continua a mesma  $180^\circ$ , mesmo mudando os triângulos”; já o grupo G6 afirmou que “Permaneceu a mesma, que por mais que a gente mude, o tamanho dos triângulos, não vai mudar a soma dos ângulos internos”. As respostas indicam que, após a construção, os estudantes tiveram clareza da propriedade, compreendendo-a e trocando a afirmação que tinham anteriormente à construção, a exemplo do grupo G5, que anteriormente tinha respondido que “Permaneceu a mesma, pois a medida dos triângulos continua a mesma em lugares diferentes”.

Portanto, após a análise é possível concluir que os grupos construíram os triângulos solicitados, utilizaram a DICA contida no GUIA, possibilitando a movimentação, e responderam que, indiferente do tamanho do triângulo, a soma dos seus ângulos internos sempre será  $180$  graus, além dos retornos do GUIA dos estudantes a respeito da propriedade, evidenciando que os objetivos de aprendizagem dessa estação foram atingidos.

#### 4.2.3 Estação 3 – Ponto notável Baricentro

Essa estação iniciou por meio de uma construção com folha de desenho, régua e barbante, que tinha como objetivo testar a propriedade do equilíbrio do ponto notável – Baricentro. Os grupos foram orientados a deixar suas construções na pasta do grupo, pois seriam analisados. Na Figura 44 estão as construções realizada pelos grupos.

Figura 44 - Construção dos grupos da atividade com folha de desenho, régua e barbante na Estação 3.



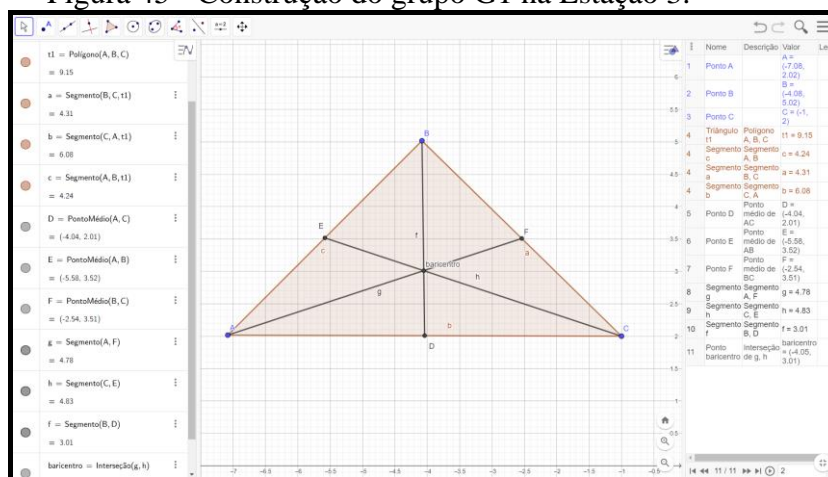
Fonte: A autora (2024).

Após testar as construções, constatou-se que apenas o G3 não construiu corretamente, pois traçou as medianas erroneamente, ocasionando no desequilíbrio, o que não condiz com a propriedade do ponto notável – Baricentro.

Na sequência, os grupos deveriam realizar a construção desta propriedade por meio do GeoGebra, orientados pelo GUIA, o qual informava: “Utilizando o software GeoGebra, construa um triângulo e trace suas medianas, finalize marcando o ponto de intersecção Baricentro”.

Na sequência, apresenta-se a análise da construção de cada um dos grupos, iniciando com o grupo G1.

Figura 45 - Construção do grupo G1 na Estação 3.

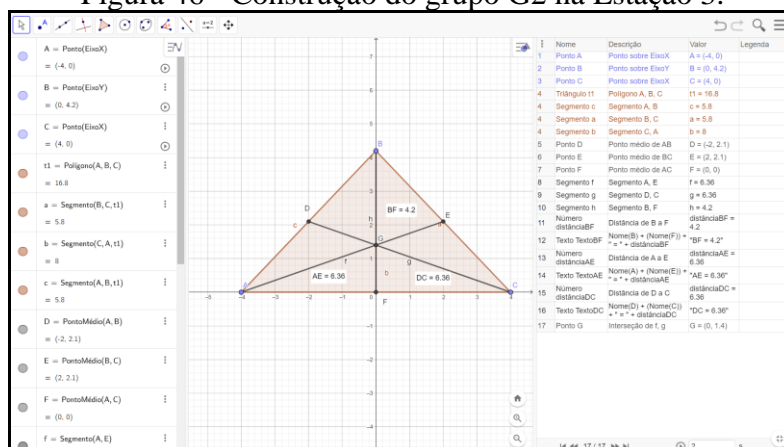


Fonte: A autora (2024).

Conforme podemos observar na Figura 45, no protocolo de construção do grupo G1, os estudantes iniciaram construindo o polígono, após utilizaram a ferramenta “ponto médio”, identificando os pontos (D, E e F); em seguida, traçaram as medianas utilizando a ferramenta “segmento”, finalizando com o “ponto de intersecção”, que renomearam para baricentro.

Na Figura 46 está a construção do grupo G2.

Figura 46 - Construção do grupo G2 na Estação 3.

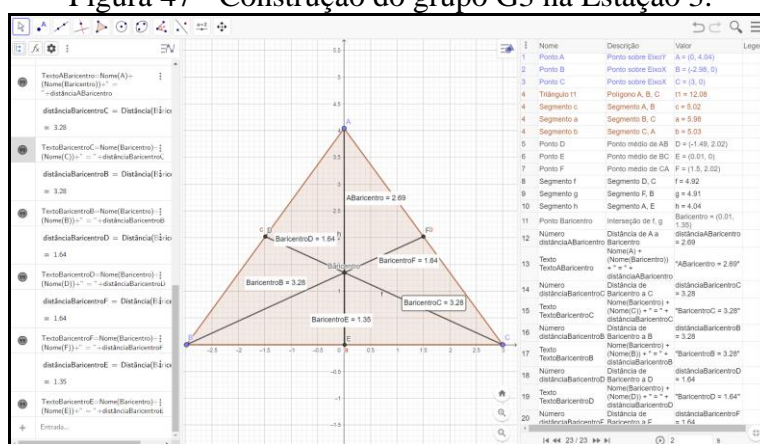


Fonte: A autora (2024).

Nesse grupo, G2, podemos verificar pelo protocolo de construção que iniciaram construindo o polígono, marcaram os pontos médios, na sequência usaram a ferramenta “segmento”, em que traçaram as medianas e decidiram calcular apenas a distância total delas, desconsiderando o ponto de intersecção. Em seguida, marcaram o ponto de intersecção, ou seja, o Baricentro, o qual, conforme a Figura 46, corresponde ao ponto denominado no GeoGebra de G.

Na Figura 47 está a construção do grupo G3.

Figura 47 - Construção do grupo G3 na Estação 3.



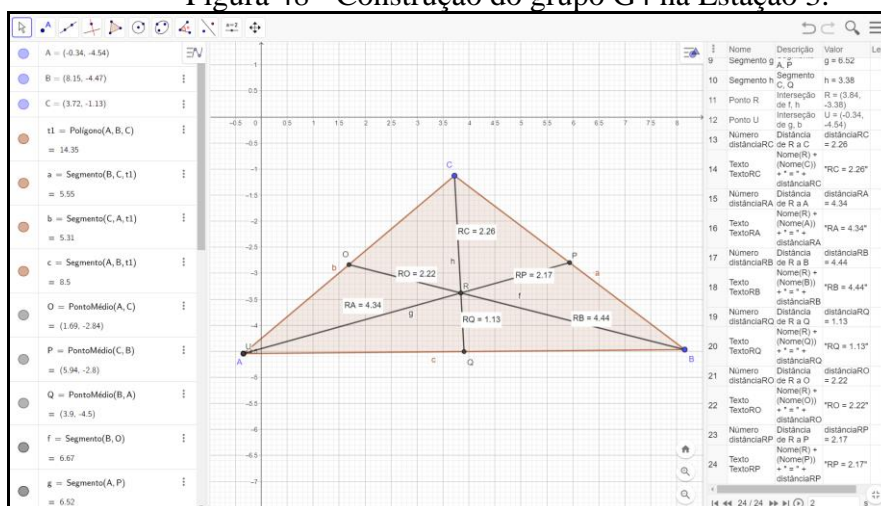
Fonte: A autora (2024).

Na construção do grupo G3 é possível observar que, além de traçar as medianas para encontrar o Baricentro, os estudantes também calcularam a distância dos segmentos, podendo visualizar a proporcionalidade ocorrida, característica desse ponto notável. Nesse caso, a distância entre o Baricentro e o vértice C é de 3,28 cm e do Baricentro ao ponto D é 1,64 cm, correspondendo à proporcionalidade do Baricentro em que divide a mediana em duas partes,

na qual a menor é equivalente a um terço da própria mediana. E isso ocorre nessa construção em ambas as três medianas construídas.

Na Figura 48 está a construção do grupo G4.

Figura 48 - Construção do grupo G4 na Estação 3.



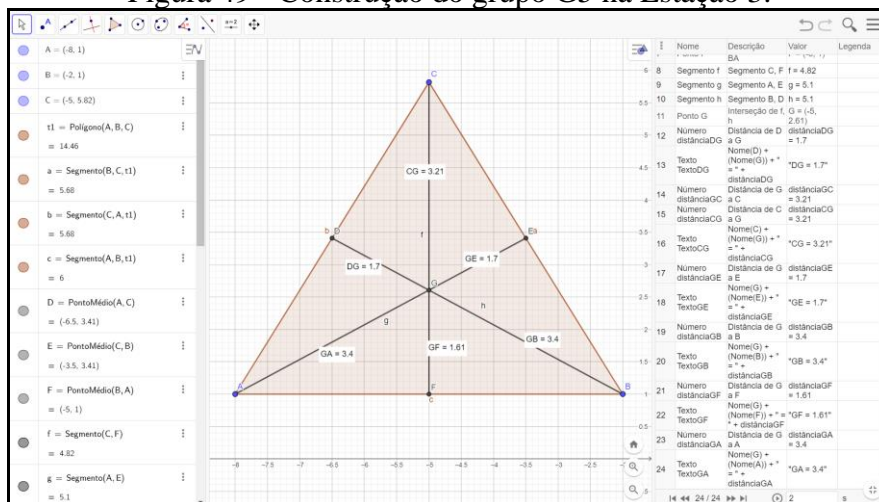
Fonte: A autora (2024).

Na construção do G4 é possível observar que os estudantes traçaram as medianas e, embora não tenham renomeado o ponto R como Baricentro, o processo de construção está correto. Isso é possível verificar por meio do protocolo de construção e do cálculo realizado na distância de todos os segmentos que compõem as medianas, que possibilitam visualizar a proporcionalidade ocorrida, por exemplo, na mediana  $\overline{BO}$ , o menor segmento é  $\overline{RO} = 2,22$  e o maior é  $\overline{RB} = 4,44$ , ou seja, o seu menor segmento corresponde a um terço do total da mediana  $\overline{BO}$ , que corresponde ao somatório de  $\overline{RO}$  e  $\overline{RB}$ .

Na Figura 49 está a construção do grupo G5.



Figura 49 - Construção do grupo G5 na Estação 3.

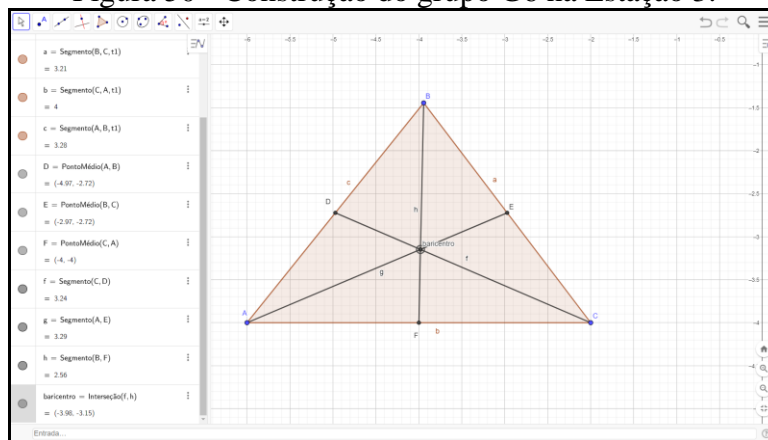


Fonte: A autora (2024).

Na construção do grupo G5 é possível observar que os estudantes traçaram as medianas e, embora não tenham renomeado o ponto G como Baricentro, o processo de construção está correto. Isso é possível verificar por meio do protocolo de construção e do cálculo realizado na distância de todos os segmentos que compõem as medianas, que possibilitam visualizar a proporcionalidade ocorrida, por exemplo, na mediana  $\overline{BD}$ , o menor segmento é  $\overline{DG} = 1,7$  e o maior é  $\overline{GB} = 3,4$ , ou seja, o seu menor segmento corresponde a um terço do total da mediana  $\overline{BD}$ , que corresponde ao somatório de  $\overline{DG}$  e  $\overline{GB}$ .

Na Figura 50 está a construção do grupo G6.

Figura 50 - Construção do grupo G6 na Estação 3.



Fonte: A autora (2024).

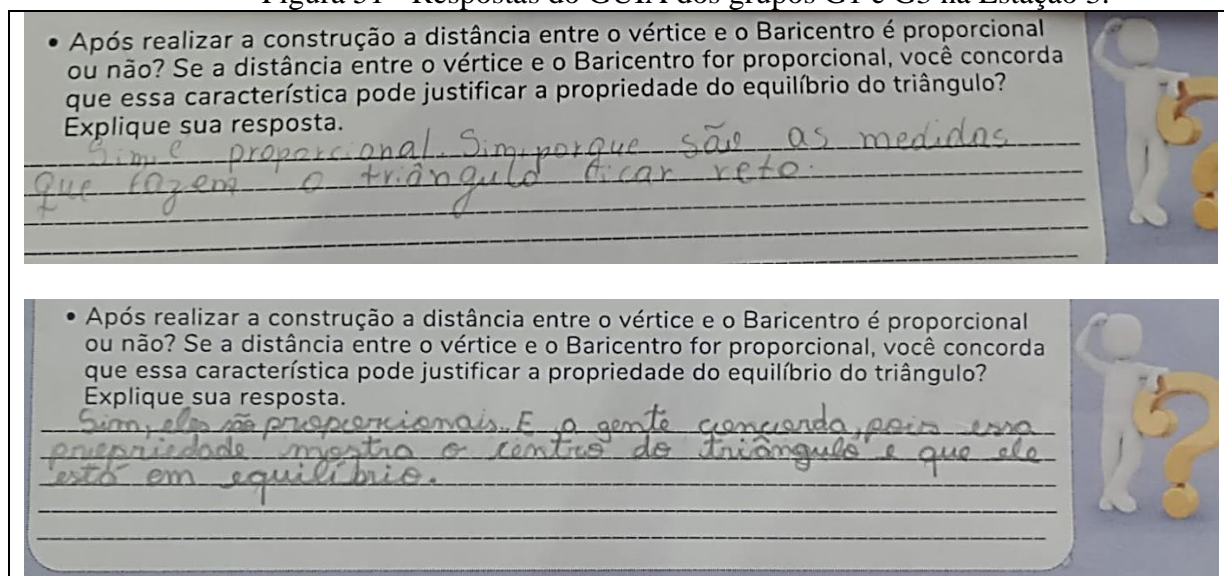
Conforme podemos observar, o grupo G6 realizou a construção das etapas estabelecidas pelo GUIA, identificando os pontos médios, traçando as medianas e encontrando o ponto notável – Baricentro, o qual foi renomeado pelos estudantes.

Após a análise individual das construções do GeoGebra, foi possível concluir que as construções dos grupos condizem com os resultados esperados para essa estação. Por mais que os grupos G2, G4 e G5 não tenham renomeado o ponto central para Baricentro, isso não influenciou em compreender as suas características. E os grupos que calcularam a “distância” demonstraram a compreensão de outras características presentes nesse ponto notável.

Ao finalizar as construções, os grupos precisavam responder a um questionamento contido no GUIA: “Após realizar a construção, a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta”.

À primeira parte da pergunta que se refere à proporcionalidade, todos os grupos responderam que SIM, ou seja, que concordam com essa característica do ponto notável. Na segunda parte da pergunta, os grupos também concordaram que isso justifica a propriedade do equilíbrio do triângulo, como pode ser verificado nas respostas de dois grupos na Figura 51.

Figura 51 - Respostas do GUIA dos grupos G1 e G3 na Estação 3.



Fonte: A autora (2024).

O grupo G1 traz como justificativa da pergunta por meio da relação das medidas compreendidas na construção do triângulo, ou seja, de sua proporcionalidade. Porém, como se nota na Figura 45, na qual consta a construção desses estudantes no GeoGebra, verifica-se que

não utilizaram a ferramenta que realiza o cálculo da distância, ficando evidente que a compreensão da propriedade por esse grupo se deu ainda na primeira etapa da estação por meio da construção com os materiais manipuláveis. Portanto, é possível concluir que ambas as etapas desta estação foram importantes para compreensão da propriedade.

O grupo G3 justificou a sua resposta por meio do centro do triângulo, ou seja, o Baricentro, e que essa propriedade condiz com o equilíbrio do triângulo, o que corretamente é apontado pelo grupo. Portanto, é possível concluir que os grupos conseguiram atingir os objetivos de aprendizagem propostos por essa estação.

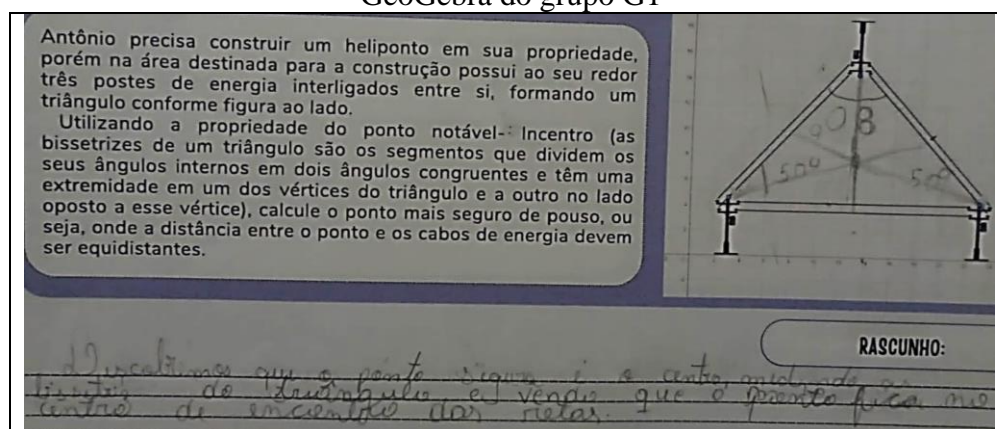
#### 4.2.4 Estação 4 – Ponto notável Incentro

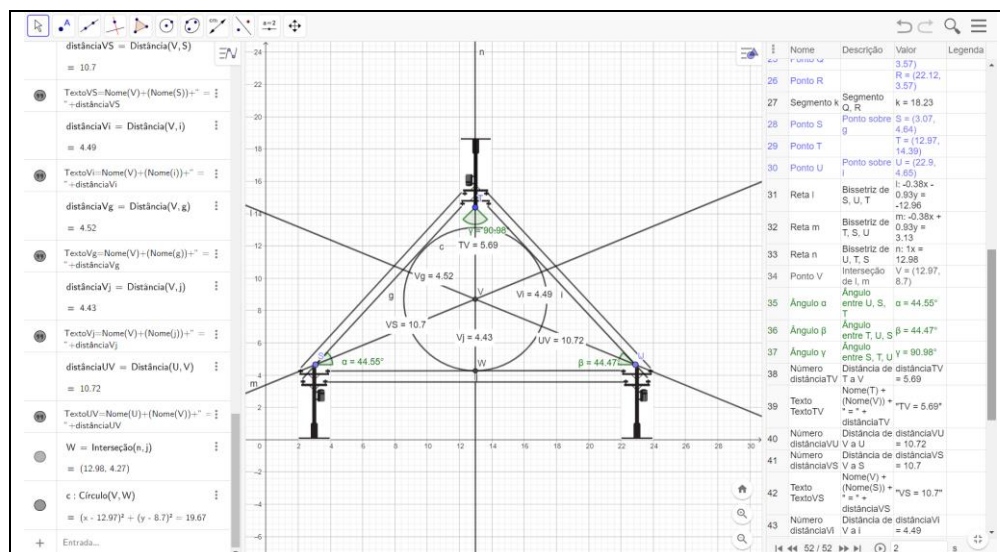
Esta estação iniciou com a resolução de um problema no GUIA (Apêndice E), em que os estudantes foram orientados a realizar primeiramente sua construção no espaço denominado RASCUNHO, para após realizar a etapa de construção no GeoGebra.

A análise da construção de cada um dos grupos foi observada tanto em seus RASCUNHOS do GUIA, como nas construções no GeoGebra.

Na Figura 52 estão o rascunho e a construção do grupo G1 na Estação 4.

Figura 52 - Imagem superior: rascunho do grupo G1. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G1





Fonte: A autora (2024).

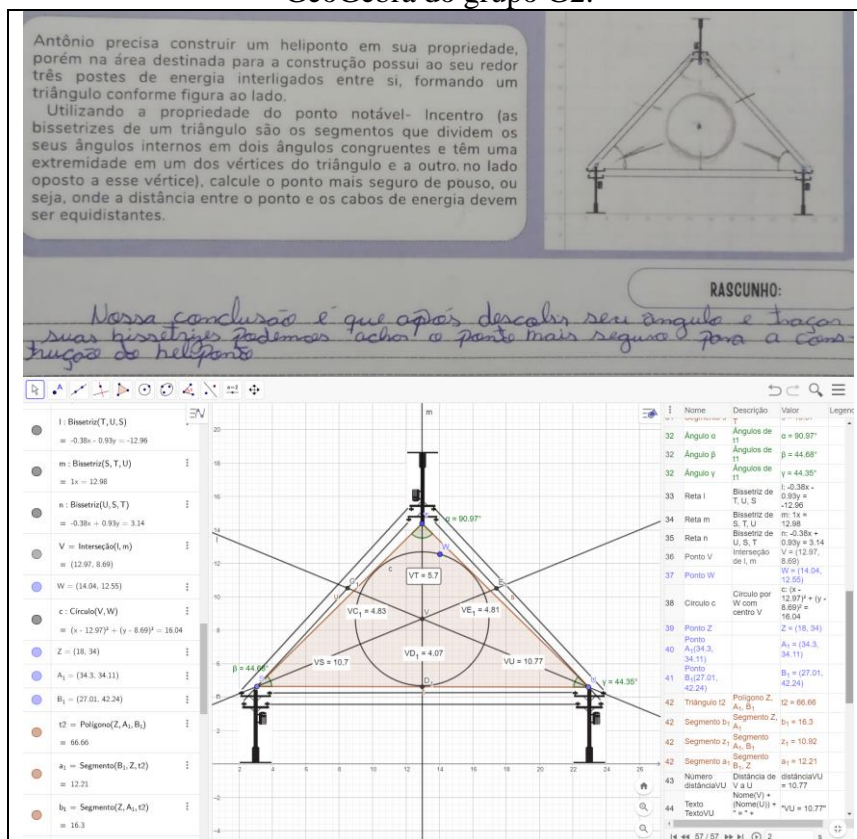
Conforme podemos observar no momento na construção com o RASCUNHO (Figura 52, imagem superior), os estudantes do grupo G1 identificaram características importantes na geometria, tais como os ângulos internos no triângulo e procuraram traçar, sem régua, o ponto de encontro das bissetrizes identificado no desenho. Na sequência, deixaram descritivamente informações que julgaram importante nesse processo, conforme podemos verificar na Figura 52 (inferior), sendo que essas características condizem com o ponto notável que possui relação direta com o encontro das bissetrizes, porém no final da frase usaram equivocadamente “o encontro das retas”, pois deveria ser das bissetrizes.

Na construção por meio do GeoGebra é notório o entendimento dessa propriedade em que os estudantes traçam as bissetrizes partindo dos vértices S, T e U, identificando sua angulação, bem como a distância entre os vértices do triângulo e o ponto central V, ou seja, o Incentro do triângulo é o pouso seguro do helicóptero.

Além disso, o grupo G1 chega bem próximo de identificar outra característica do Incentro, que a distância do centro (V) e os três lados ( $\overline{TS}$ ,  $\overline{TU}$ ,  $\overline{SU}$ ) é a mesma; nessa construção podemos identificar essa medida da distância que se aproxima com os seguintes tamanhos  $\overline{VG} = 4,52$ ;  $\overline{VI} = 4,49$ ;  $\overline{VJ} = 4,43$ , em que também essa distância é exatamente o raio da circunferência.

Na Figura 53 estão o rascunho e a construção do grupo G2 na Estação 4.

Figura 53 - Imagem superior: rascunho do grupo G2. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G2.



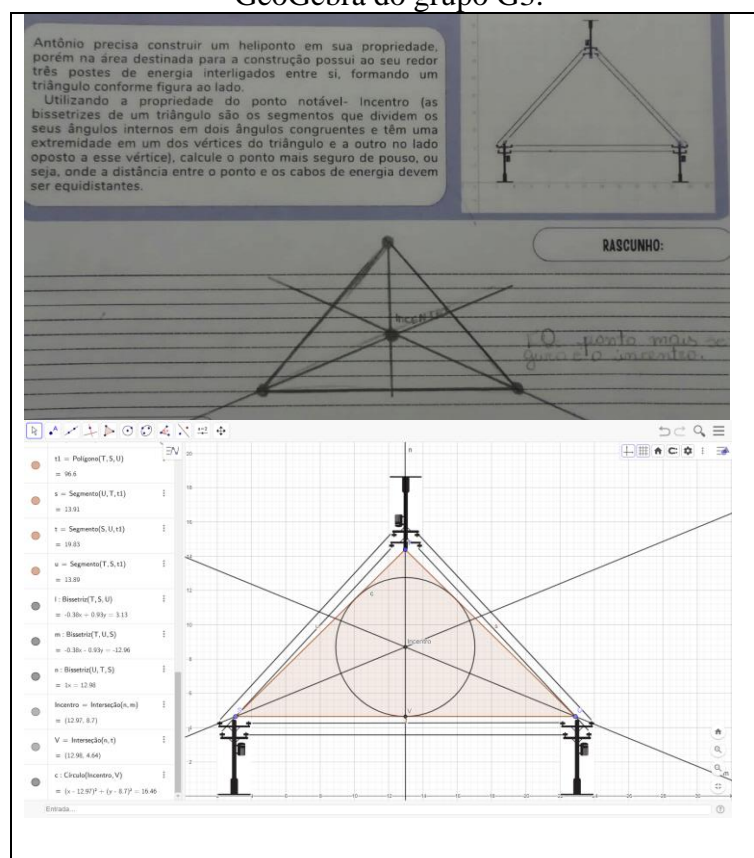
Fonte: A autora (2024).

Esse grupo, G2, em seu RASCUNHO, realizou um esboço para identificação da área de pouso, por meio de uma circunferência central ao redor do ponto, bem como seus ângulos presentes internamente no triângulo, porém não identificaram suas medidas. Na parte descritiva, trouxeram a conclusão do grupo em relação ao problema (Figura 53 superior), identificando corretamente as características do ponto notável em estudo.

Na construção do GeoGebra é possível identificar que o grupo G2 optou por traçar um polígono por meio dos vértices contidos nas antenas S, T e U. Após, traçaram as bissetrizes internas, identificaram seus ângulos e encontraram o ponto central, ou seja, o ponto notável Incentro, que na imagem inferior da Figura 53 corresponde ao V, finalizando com a marcação das distâncias entre o ponto V e as extremidades dos cabos de energia, o que não corresponde ao raio da circunferência.

Na Figura 54 estão o rascunho e a construção do grupo G3 na Estação 4.

Figura 54 - Imagem superior: rascunho do grupo G3. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G3.

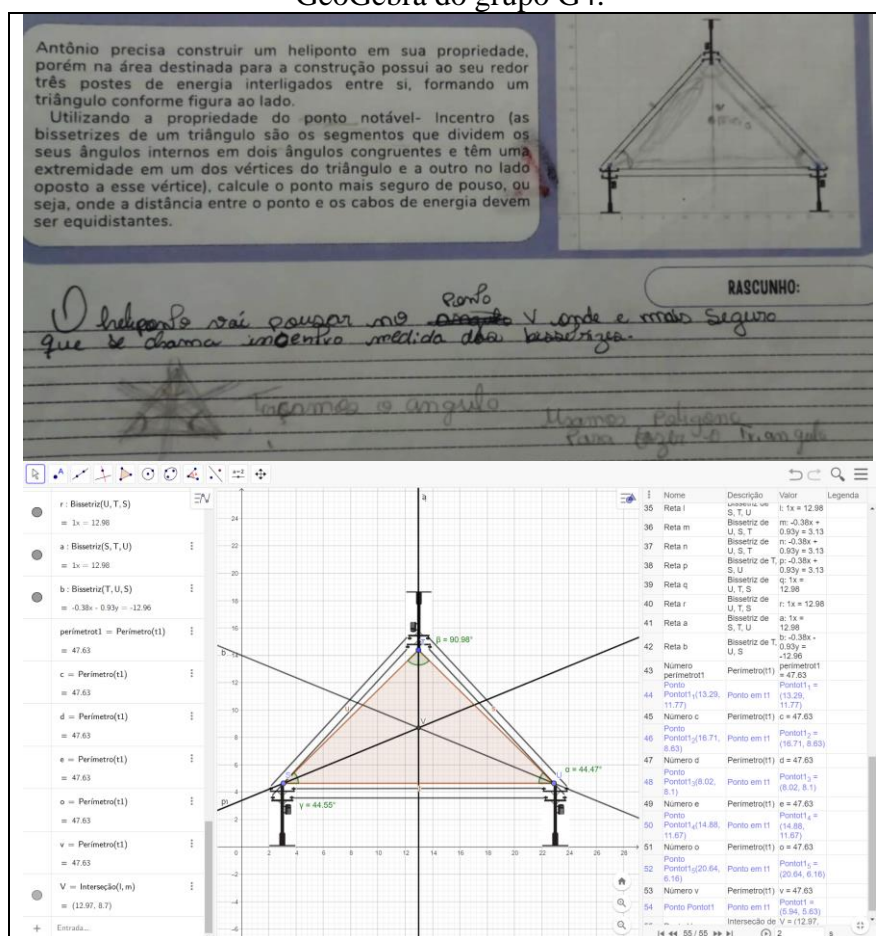


Fonte: A autora (2024).

Podemos identificar que o grupo G3 ocupou o espaço de RASCUNHO para realizar o desenho de um triângulo, realizou as etapas de traçar as bissetrizes e identificar o ponto notável Incentro, informando que esse seria o pouso mais seguro para o helicóptero. Em sua construção no GeoGebra, o grupo G3 optou por desenhar um polígono internamente aos cabos de energia e em seguida marcou as bissetrizes, encontrando o ponto notável – Incentro, o qual foi renomeado e corresponde ao ponto seguro de pouso do helicóptero. Porém o grupo G3 não identificou as distâncias em sua construção.

Na Figura 55 estão o rascunho e a construção do grupo G4 na Estação 4.

Figura 55 - Imagem superior: rascunho do grupo G4. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G4.



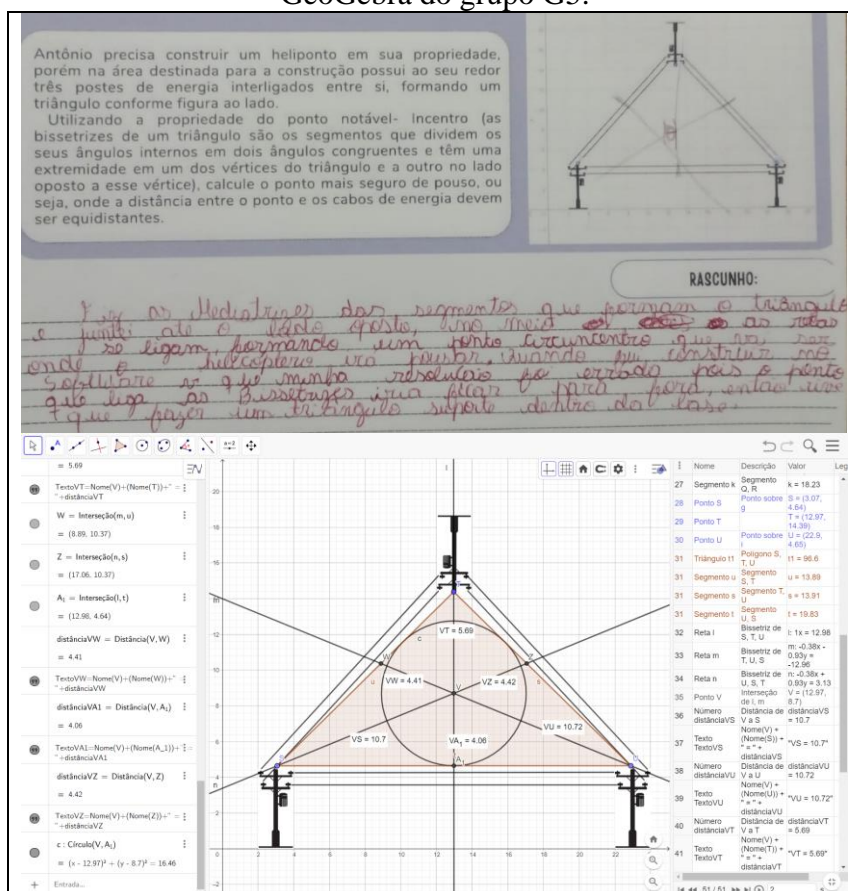
Fonte: A autora (2024).

No RASCUNHO do grupo G4 é possível identificar que os alunos recriaram o triângulo na parte descritiva, esboçando as bissetrizes, os ângulos e o ponto que intercepta, denominando-o de V, que condiz com o desenho construído no GeoGebra, porém não identificaram sua medida. Na parte descritiva, trouxeram algumas etapas de construção realizadas e onde será o ponto de pouso do helicóptero.

Na construção do GeoGebra é possível identificar que o grupo G4 optou por traçar um polígono por meio dos vértices contidos nas antenas S, T e U. Em seguida, traçaram as bissetrizes internas identificando seus ângulos e encontrando o ponto central, ou seja, o ponto notável Incentro que na Figura 55 corresponde ao V, que é o ponto seguro de pouso do helicóptero, porém não realizaram o cálculo das distâncias, para verificar se era equidistante.

Na Figura 56 estão o rascunho e a construção do grupo G5 na Estação 4.

Figura 56 - Imagem superior: rascunho do grupo G5. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G5.



Fonte: A autora (2024).

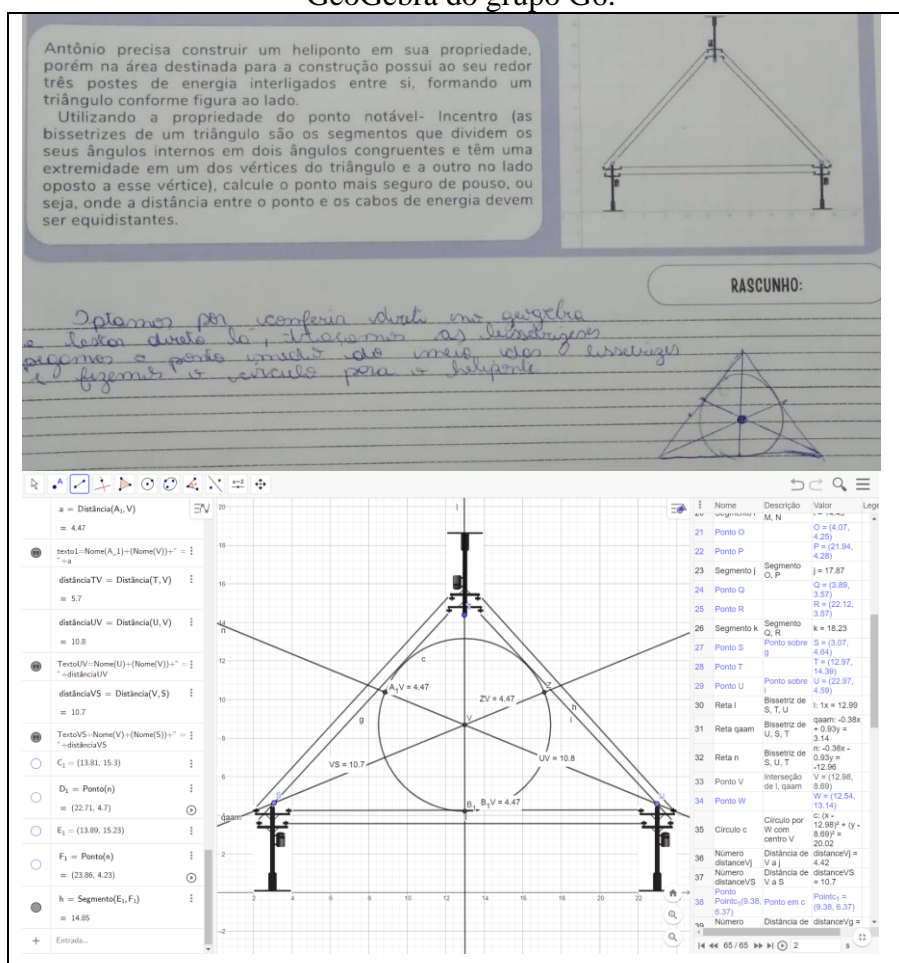
O grupo G5, em seu RASCUNHO, realizou um esboço para identificação da área de pouso no desenho contido no GUIA, porém não trouxe muitos elementos coerentes para descrição, foi apenas um rascunho mesmo. Na parte descritiva, nota-se equívoco nas nomenclaturas, bem como a dificuldade que o grupo teve na construção dessa estação, por meio da frase “Quando fui construir no software, vi que minha resolução estava errada”.

Porém, na construção do GeoGebra, foi possível identificar que o grupo conseguiu realizar a primeira etapa da construção, traçando um polígono por meio dos vértices contidos nas antenas S, T e U. Em seguida, traçaram as bissetrizes internas, identificando seus ângulos e encontrando o ponto notável Incentro, que na Figura 56 (inferior) corresponde ao V. Também realizaram a marcação das distâncias, porém não correspondem ao ponto equidistante.

Na Figura 57 estão o rascunho e a construção do grupo G6 na Estação 4.



Figura 57 - Imagem superior: rascunho do grupo G6. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G6.



Fonte: A autora (2024).

O grupo G6, em seu RASCUNHO, realizou um esboço para identificação da área de pouso, por meio de uma circunferência central ao redor do ponto, bem como traçaram as bissetrizes, porém não identificaram suas medidas. Na parte descritiva trouxeram que o grupo decidiu por testar diretamente no GeoGebra, traçando as bissetrizes e usaram como sendo o ponto médio, que na realidade foi a intersecção entre as bissetrizes que os alunos marcaram na construção.

Na construção do GeoGebra é possível identificar que o grupo optou por traçar um polígono por meio dos vértices contidos nas antenas S, T e U. Após, traçaram as bissetrizes internas identificando seus ângulos e encontrando o ponto central, ou seja, o ponto notável Incentro, que na Figura 57 corresponde ao V. Também realizaram a marcação das distâncias, bem como a construção de uma circunferência por meio o Incentro (ponto V), identificando espaço seguro de pouso.

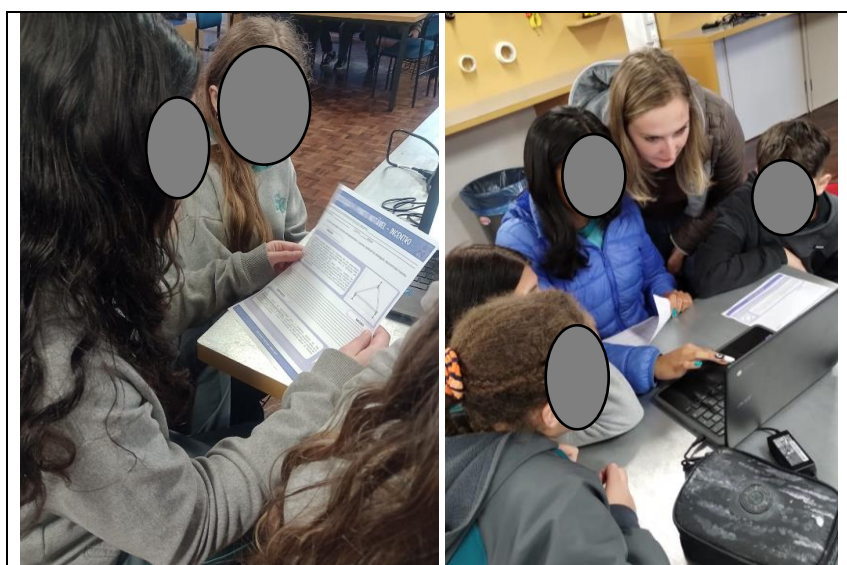
Além disso, o grupo G6 identificou corretamente outra característica do Incentro, indicando que a distância do centro (V) e os três lados ( $\overline{ST}, \overline{TU}, \overline{SU}$ ) é a mesma. Nessa construção, podemos identificar essa medida da distância que se aproxima com os seguintes tamanhos  $\overline{A_1V} = 4,47$  ;  $\overline{ZV} = 4,47$  ;  $\overline{B_1V} = 4,47$  , e que também essa distância é exatamente o raio da circunferência.

Após analisar as construções dos grupos, percebeu-se que faltou na descrição do GUIA algumas informações relevantes para que todos os grupos pudessem chegar à identificação por meio da ferramenta distância aos pontos equidistantes, pois para identificá-los, os estudantes precisam primeiramente identificar uma circunferência (dado centro e um dos vértices) e após marcar as interseções entre a circunferência e os cabos de energia, sendo possível assim chegar às medidas da distância equidistantes, o que corresponde ao raio da circunferência.

Portanto, verificou-se que o processo realizado pelos grupos está correto em relação ao ponto notável Incentro e que, infelizmente, a segunda etapa proposta foi falha da professora pesquisadora, pois faltaram algumas informações aos grupos, sendo assim será aprimorado o GUIA para entrega no Produto Educacional. E mérito ao G6 que atingiu por completo a construção, mesmo faltando informações pertinentes no GUIA.

Na Figura 58 podemos observar a interação dos estudantes com os materiais propostos, como o GUIA, na imagem à esquerda, bem como a pesquisadora trabalhando em conjunto com os estudantes, mediando as dúvidas que foram surgindo, na imagem à direita.

Figura 58 - Registros fotográficos da Estação 4.



Fonte: A autora (2024).

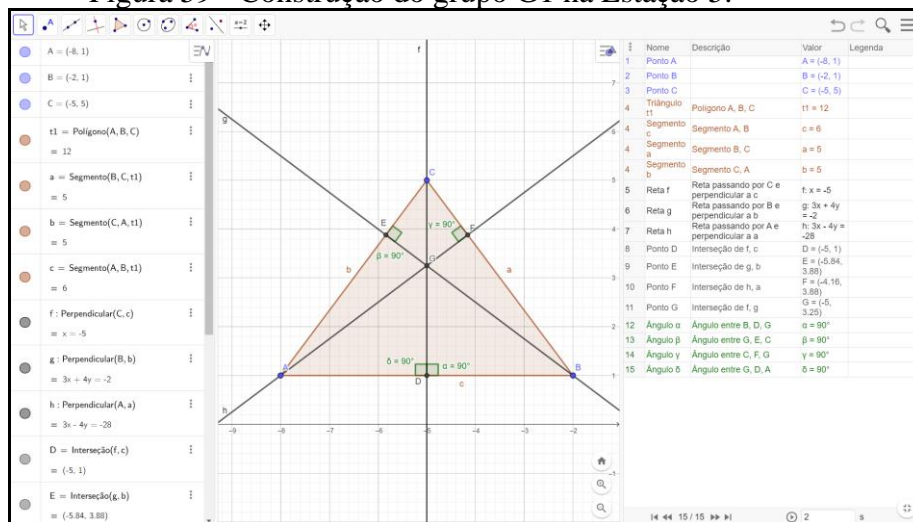
#### 4.2.5 Estação 5 – Ponto notável Ortocentro

Essa estação iniciou com orientações aos estudantes por meio do GUIA (Apêndice F) para realizar a construção conforme as seguintes etapas: “Construa um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que  $90^\circ$ ); marque as retas perpendiculares dos vértices do triângulo; encontre um ponto de encontro das retas suportes das alturas, que é denominado ortocentro e forma um ângulo de  $90^\circ$  entre a extremidade de um dos vértices do triângulo a outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice. Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo, veja um exemplo ao lado”.

Por meio das orientações descritas acima e de um exemplo contido no GUIA, os grupos realizaram as construções no GeoGebra, que serão analisadas na sequência.

Na Figura 59 está a construção do grupo G1 na Estação 5.

Figura 59 - Construção do grupo G1 na Estação 5.

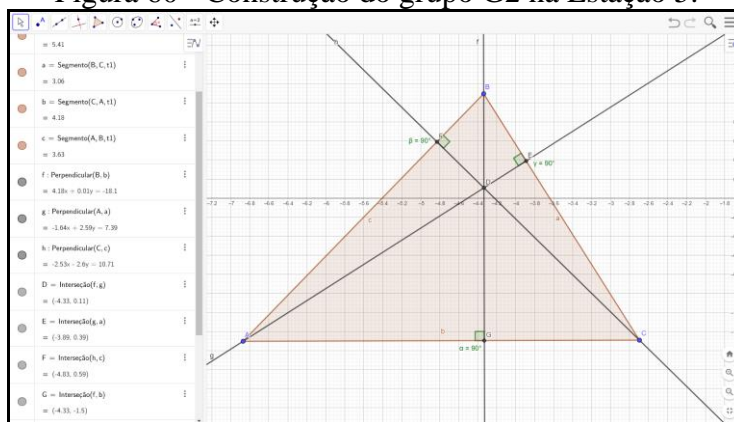


Fonte: A autora (2024).

Como podemos observar na Figura 59, o grupo G1 construiu o triângulo acutângulo de vértices A, B e C, na sequência traçou as retas perpendiculares aos lados dos triângulos, passando pelos vértices opostos aos respectivos lados. Após, determinou as intersecções entre a reta perpendicular e os segmentos do triângulo, por meio dos pontos (D, E, F), encontrando, assim, o ponto G, nesse caso o ponto notável – Ortocentro, o encontro entre as retas suportes das alturas, finalizando a construção com a identificação dos ângulos ( $\delta, \alpha, \beta, \gamma$ ), todos de 90 graus, contemplando as propriedades.

Na Figura 60 está a construção do grupo G2 na Estação 5.

Figura 60 - Construção do grupo G2 na Estação 5.

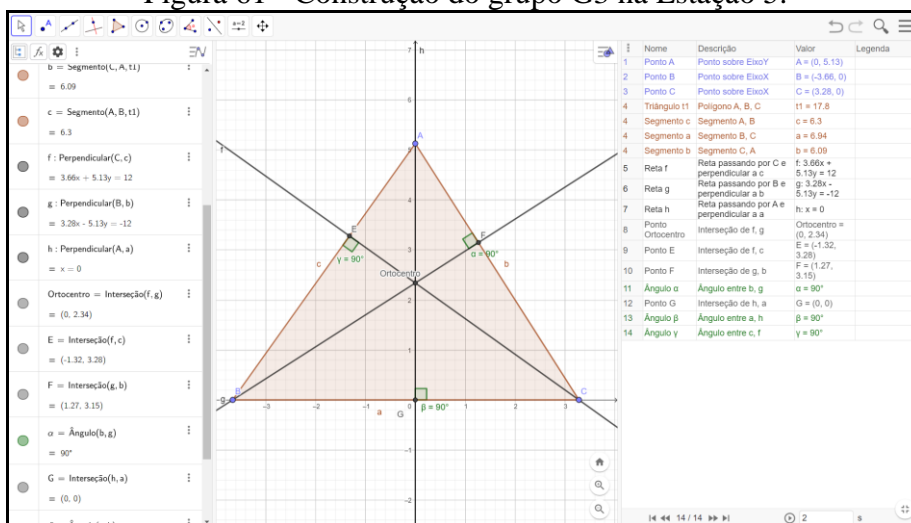


Fonte: A autora (2024).

Na construção no GeoGebra do grupo G2, podemos observar que os alunos construíram o triângulo acutângulo de vértices A, B e C e traçaram as retas perpendiculares aos lados dos triângulos, passando pelos vértices opostos aos respectivos lados. Após, o grupo G2 determinou as intersecções entre a reta perpendicular e os segmentos do triângulo, por meio dos pontos (E, F, G). Encontrando, assim, o ponto D, nesse caso o ponto notável – Ortocentro, o encontro entre as retas suportes das alturas, finalizando a construção com a identificação dos ângulos ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), ambos de 90 graus, contemplando as propriedades.

Na Figura 61 está a construção do grupo G3.

Figura 61 - Construção do grupo G3 na Estação 5.

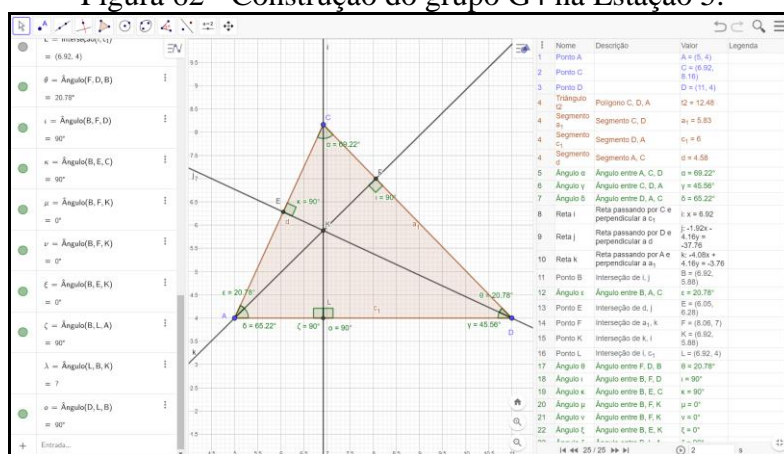


Fonte: A autora (2024).

O grupo G3 seguiu as seguintes etapas de construção, conforme podemos observar na Figura 61. Os alunos do grupo G3 construíram o triângulo acutângulo de vértices A, B e C e traçaram as retas perpendiculares aos lados dos triângulos, passando pelos vértices opostos aos respectivos lados. Após, o grupo G3 determinou as intersecções entre a reta perpendicular e os lados do triângulo, por meio dos pontos (E, F e G), encontrando, assim, o ponto, renomeado como Ortocentro, que corresponde ao ponto notável e que tem como característica o encontro das retas suportes das alturas; finalizaram a construção com a identificação dos ângulos ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), todos de 90 graus, contemplando as propriedades.

Na Figura 62 está a construção do grupo G4.

Figura 62 - Construção do grupo G4 na Estação 5.

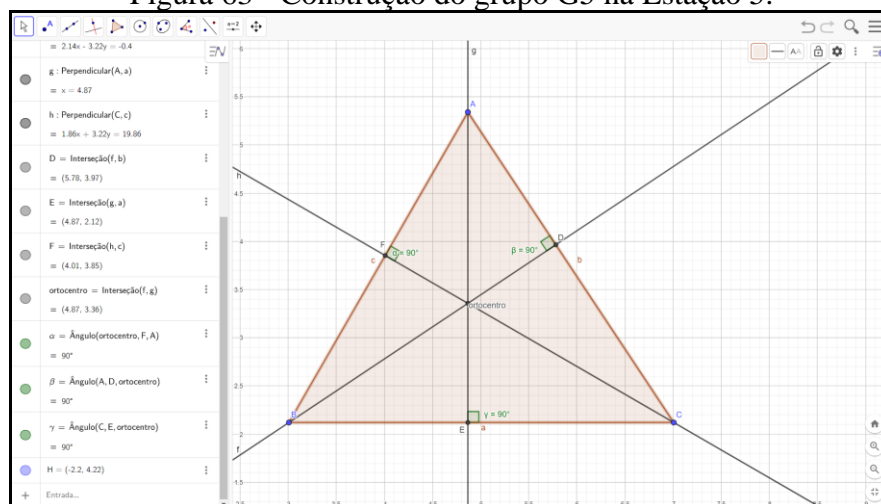


Fonte: A autora (2024).

Na construção no GeoGebra do grupo G4, podemos observar que os alunos construíram o triângulo acutângulo de vértices A, C e D e traçaram as retas perpendiculares aos lados dos triângulos, passando pelos vértices opostos aos respectivos lados. Após, o grupo G4 determinou as intersecções entre a reta perpendicular e os segmentos do triângulo, por meio dos pontos (E, F, L). Com isso, o grupo encontrou o ponto K, nesse caso o ponto notável – Ortocentro, que é o encontro entre as retas suportes das alturas. O grupo finalizou a construção identificando diversos ângulos internos do triângulo e incluindo os necessários nessa etapa os correspondentes a 90 graus, contemplando as propriedades.

Na Figura 63 está a construção do grupo G5.

Figura 63 - Construção do grupo G5 na Estação 5.

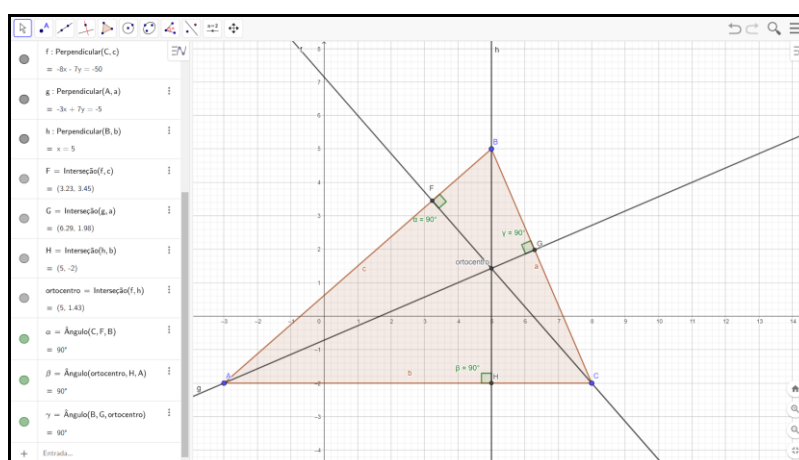


Fonte: A autora (2024).

O grupo G5 seguiu as seguintes etapas de construção, conforme podemos observar na Figura 63. Os alunos do grupo construíram o triângulo acutângulo de vértices A, B e C e traçaram as retas perpendiculares aos lados dos triângulos, passando pelos vértices opostos aos respectivos lados. Após, determinaram as intersecções entre a reta perpendicular e os segmentos do triângulo, por meio dos pontos (E, D e F), encontrando, assim, o ponto, renomeado como Ortocentro, que corresponde ao ponto notável em que tem como característica o encontro das retas suportes das alturas. Finalizaram a construção com a identificação dos ângulos ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), todos de 90 graus, contemplando as propriedades.

Na Figura 64 está a construção do grupo G6.

Figura 64 - Construção do grupo G6 na Estação 5.



Fonte: A autora (2024).

O grupo G6 seguiu as seguintes etapas de construção, conforme podemos observar na Figura 64. Os alunos desse grupo construíram o triângulo acutângulo de vértices A, B e C e traçaram as retas perpendiculares aos lados dos triângulos, passando pelos vértices opostos aos respectivos lados. Após, o grupo determinou as intersecções entre a reta perpendicular e os segmentos do triângulo, por meio dos pontos (F, G e H), encontrando, assim, o ponto, renomeado como Ortocentro, que corresponde ao ponto notável em que tem como característica o encontro das retas suportes das alturas e finalizaram a construção com a identificação dos ângulos ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), todos de 90 graus, contemplando as propriedades.

No encerramento dessa estação havia dois questionamentos contidos no GUIA, o primeiro era: “O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?”. E a resposta foi unânime: que os ângulos permanecem iguais, 90° graus.

A segunda pergunta, foi dividida em três etapas de análise. Na primeira etapa, “Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra?”, os 6 grupos responderam que SIM. Na segunda etapa “Quais características presentes na sua construção que comprovam isso?”; também, ambos os grupos permearam que as características que comprovam isso na construção é a identificação dos ângulos de 90°. E a terceira e última etapa da pergunta “Após dinamizar a construção ficou mais clara essa conclusão? Por quê?”, as respostas foram em resumo semelhantes ao G2 e G3, conforme está na Figura 65.

Figura 65 - Respostas dos grupos G2 e G3 ao questionamento final na Estação 5.

<ul style="list-style-type: none"> <li>Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção ficou mais claro essa conclusão, por quê?</li> </ul> <p><i>Sim, os ângulos retos, sim, pois após movimen to os ângulos continuaram iguais</i></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção ficou mais claro essa conclusão, por quê?</li> </ul> <p><i>Sim, porque o ângulo nunca muda, independente do tamanho, sempre será 90.</i></p>

Fonte: A autora (2024).

As respostas dos grupos G2 e G3 evidenciam a compreensão das características contidas nas propriedades do ponto notável – Ortocentro, concluindo que ambos os grupos conseguiram atingir os objetivos de aprendizagem propostos por essa estação. Na figura 66

estão os registros fotográficos dos grupos G2 e G3 interagindo com a pesquisadora e realizando as atividades propostas nas estações.

Figura 66 - Estudantes dos grupos G2 e G3 realizando as atividades da Estação 5.



Fonte: A autora (2024).

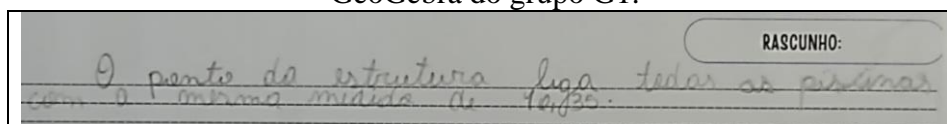
#### 4.2.6 Estação 6 – Ponto notável Circuncentro

Essa estação iniciou com a resolução de um problema conforme o GUIA (Apêndice G), em que os estudantes foram orientados a realizar primeiramente sua construção no espaço denominado RASCUNHO, para após realizar a etapa de construção no GeoGebra.

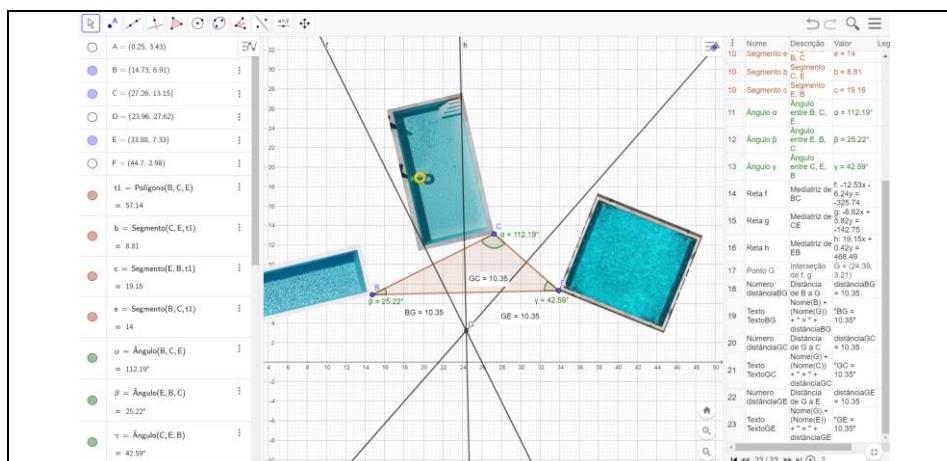
Na sequência, analisa-se o RASCUNHO do GUIA e a construção no GeoGebra de cada grupo na Estação 6.

Na Figura 67 estão o rascunho e a construção do grupo G1.

Figura 67 - Imagem superior: rascunho do grupo G1. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G1.





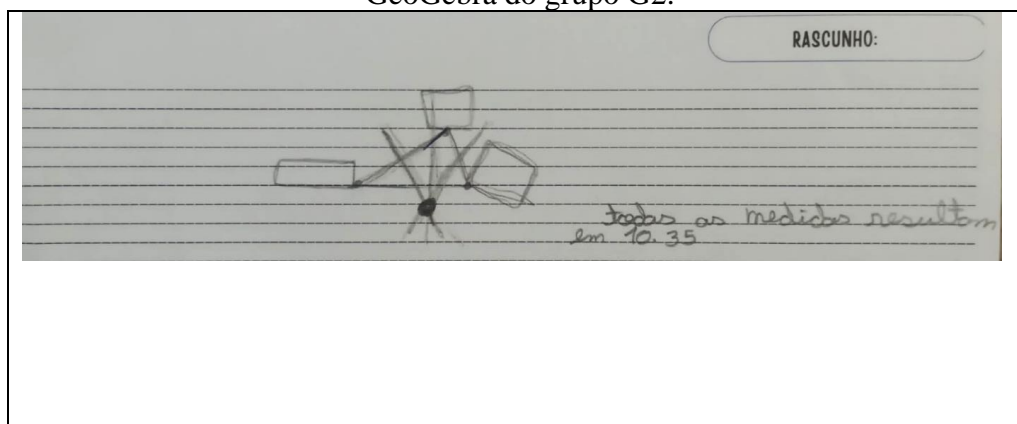


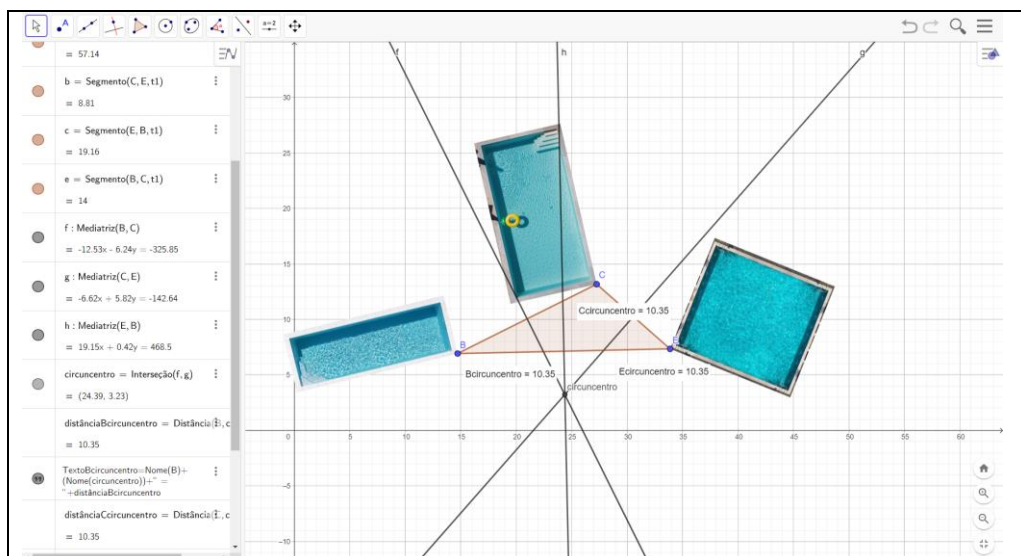
Fonte: A autora (2024).

Na Figura 67 é possível observar o rascunho e o desenvolvimento da construção do grupo G1. No rascunho os estudantes apresentam à seguinte conclusão: o ponto da estrutura para o toboágua possui a mesma medida, ficando claro que os alunos realizaram diretamente no GeoGebra a solução do problema proposto nesta estação. Na construção no GeoGebra, por meio das mediatrizes, os estudantes encontram o ponto G, denominado circuncentro. Na sequência, utilizando a ferramenta cálculo da distância, testaram a propriedade desse ponto notável, ou seja, que o ponto G contido na construção é equidistante aos três vértices do triângulo (B, C e E), em que ambos estão medindo 10,35 cm. Além disso, o grupo G1 identificou os ângulos internos presentes no triângulo, porém não construiu uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo), que era uma das orientações do GUIA.

Na Figura 68 estão o rascunho e a construção do grupo G2.

Figura 68 - Imagem superior: rascunho do grupo G2. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G2.



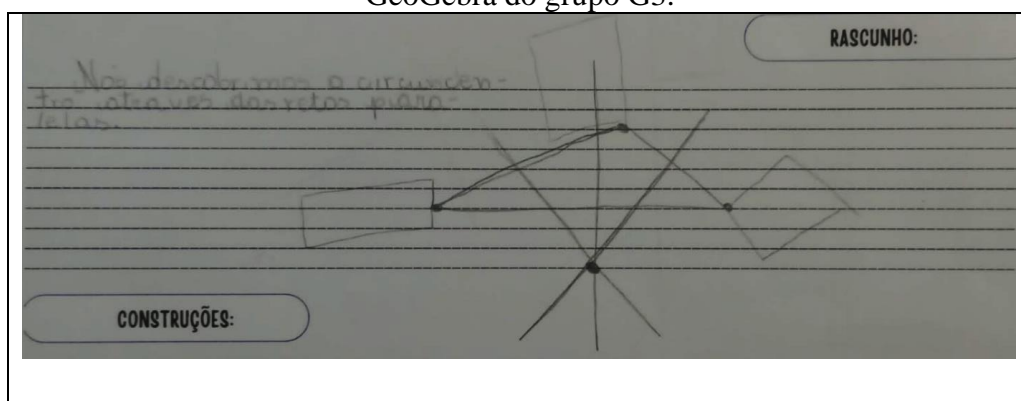


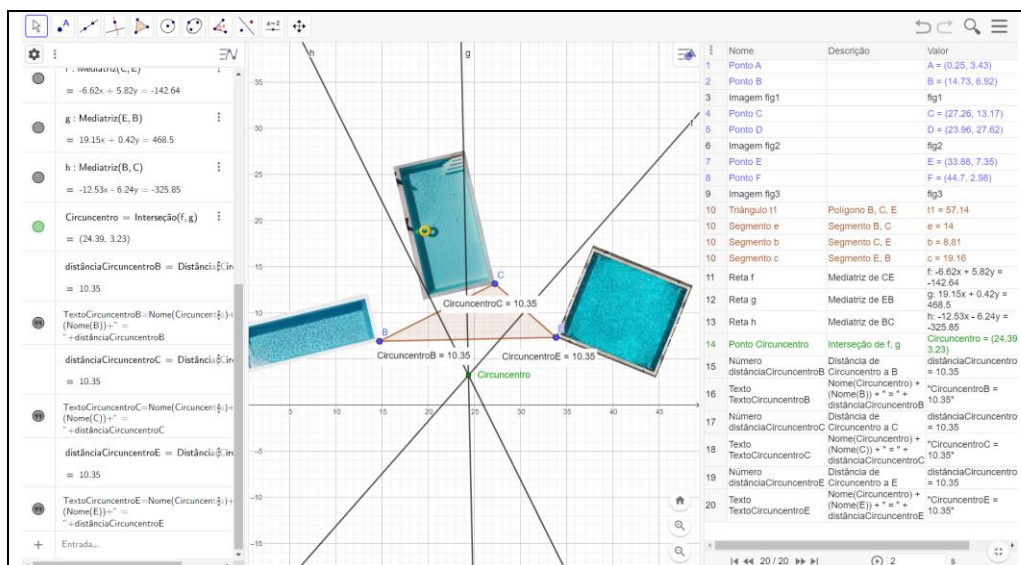
Fonte: A autora (2024).

Na Figura 68 é possível observar o rascunho e o desenvolvimento da construção do grupo G2. No rascunho, os estudantes apresentaram a conclusão de que todas as medidas resultam em 10,35 cm e rascunharam um desenho que é igual ao contido no GeoGebra, evidenciando que o grupo realizou diretamente a construção no GeoGebra para depois responder o GUIA. Na construção no GeoGebra, por meio das mediatrizes, os estudantes encontram o ponto notável circuncentro, e renomeiam o ponto. Na sequência, utilizando a ferramenta cálculo da distância, testaram a propriedade desse ponto notável, ou seja, que o ponto Circuncentro contido na construção é equidistante aos três vértices do triângulo (B, C e E), em que ambos estão medindo 10,35 cm. Porém, o grupo G2 não construiu uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo), que era uma das orientações do GUIA.

O rascunho e a construção do grupo G3 estão na Figura 69.

Figura 69 - Imagem superior: rascunho do grupo G3. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G3.



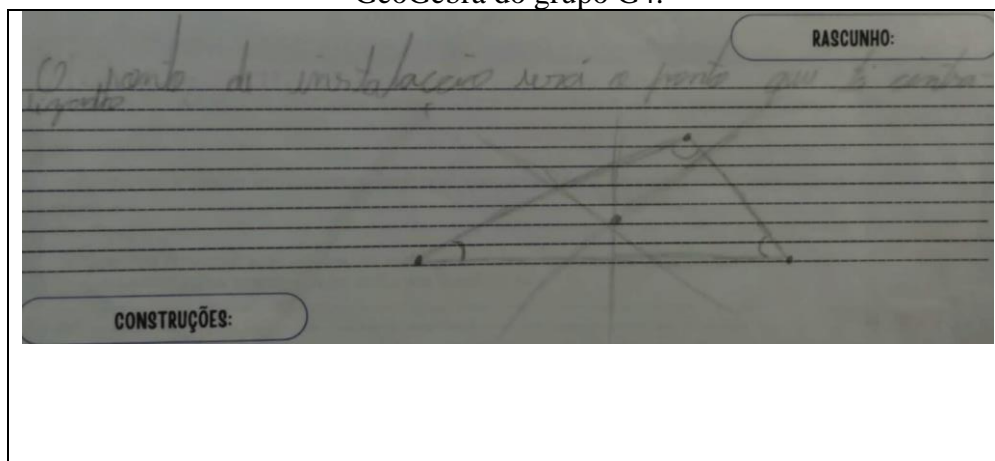


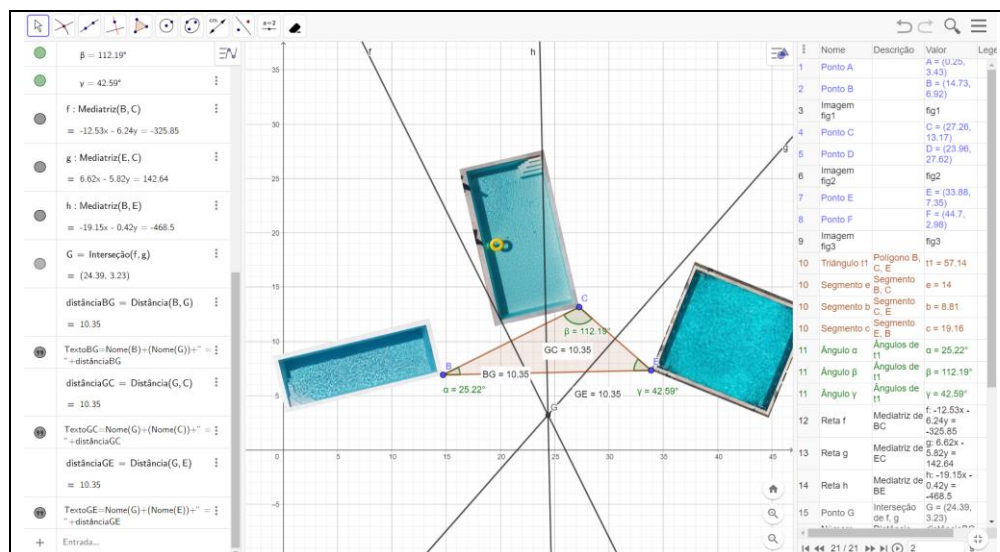
Fonte: A autora (2024).

Na Figura 69 é possível observar o rascunho e o desenvolvimento da construção do grupo G3. No rascunho, os estudantes apresentaram o circuncentro por meio das retas paralelas; porém, essa informação está equivocada. Contudo, no momento de construção no GeoGebra, os mesmos estudantes realizaram de forma correta, traçando as mediatrizes encontrando o ponto notável – Circuncentro, a qual foi renomeado e alterado de cor para verde. Na sequência, os estudantes utilizaram a ferramenta cálculo da distância e testaram a propriedade desse ponto notável, ou seja, que o ponto Circuncentro contido na construção é equidistante aos três vértices do triângulo (B, C e E), em que todos estão medindo 10,35 cm. Porém, o grupo G3 não construiu uma circunferência (dado centro e um pontos dos do triângulo), que era uma das orientações do GUIA.

Na Figura 70 estão o rascunho e a construção do grupo G4.

Figura 70 - Imagem superior: rascunho do grupo G4. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G4.



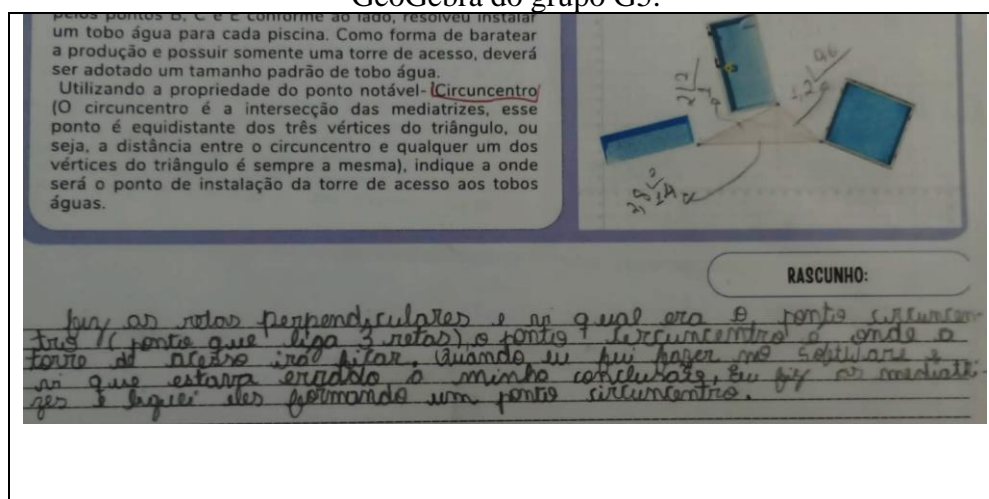


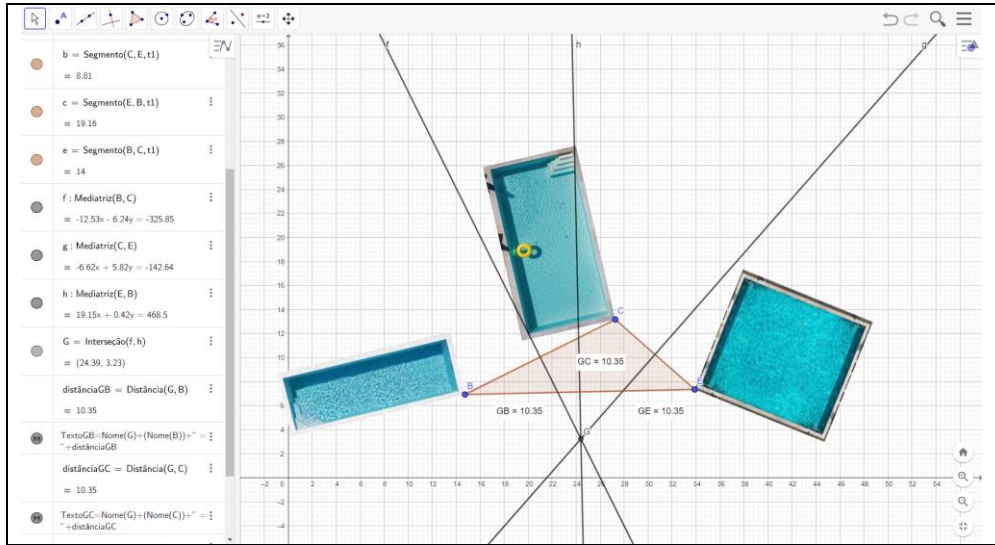
Fonte: A autora (2024).

Na Figura 70 é possível observar o rascunho e o desenvolvimento da construção do grupo G4. No rascunho, os estudantes concluíram que o ponto de instalação da estrutura para o toboágua deveria ser centralizado e fizeram um rascunho do possível desenho da instalação centralizada. Na construção no GeoGebra por meio das mediatrizes, os estudantes encontram o ponto G, denominado circuncentro. Na sequência, utilizando a ferramenta cálculo da distância, testaram a propriedade desse ponto notável, ou seja, que o ponto G contido na construção é equidistante aos três vértices do triângulo (B, C e E), em que todos estão medindo 10,35 cm. Além disso, o grupo G4 identificou os ângulos internos presentes no triângulo, porém não construiu uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo), que era uma das orientações do GUIA.

Na Figura 71 estão o rascunho e a construção do grupo G5.

Figura 71 - Imagem superior: rascunho do grupo G5. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G5.



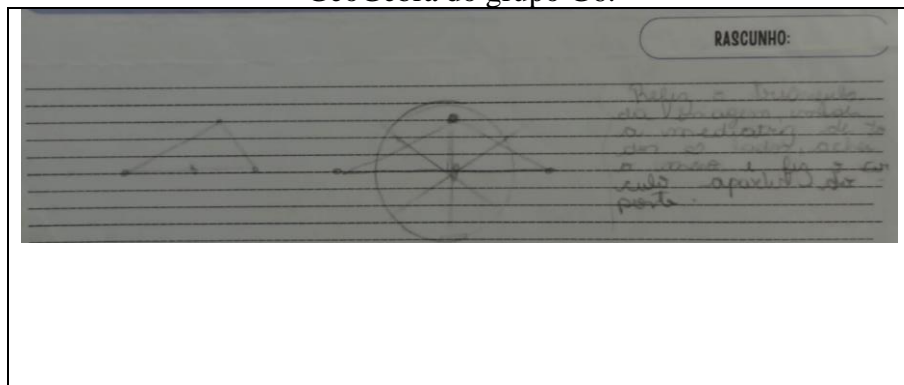


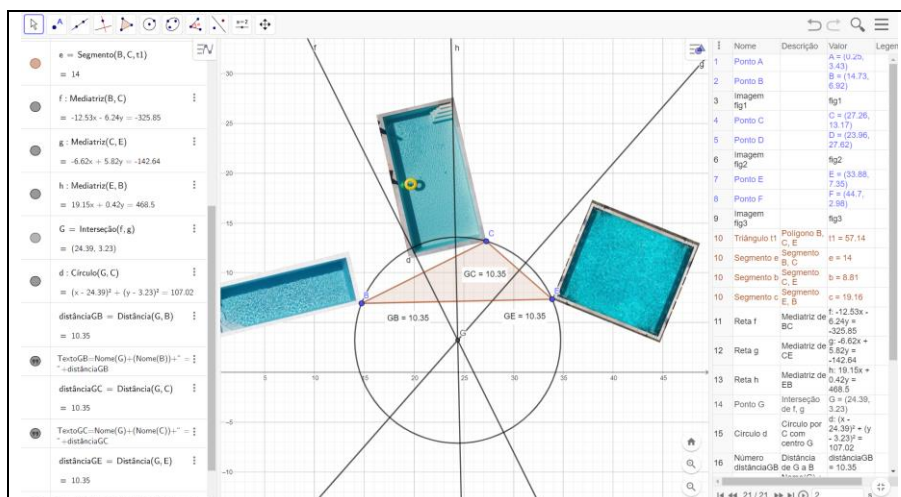
Fonte: A autora (2024).

Na Figura 71 é possível observar o rascunho e o desenvolvimento da construção do grupo G5. No rascunho, os estudantes do grupo G5 apresentam duas conclusões; ao iniciar a estação, usaram o rascunho e testaram a propriedade por meio do traçado das perpendiculares; porém, quando o grupo foi para a construção no GeoGebra, percebeu que sua construção inicial estava incorreta, evidenciando a importância do software para compreensão dos estudantes. Na construção no GeoGebra, por meio das mediatrizes, os estudantes do grupo G5 encontram o ponto G, denominado circuncentro. Na sequência, utilizaram a ferramenta cálculo da distância para testar a propriedade desse ponto notável, ou seja, que o ponto G contido na construção é equidistante aos três vértices do triângulo (B, C e E), em que todos estão medindo 10,35 cm. Porém, o grupo G5 não construiu uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo), que era uma das orientações do GUIA.

Na Figura 72 estão o rascunho e a construção do grupo G6.

Figura 72 - Imagem superior: rascunho do grupo G6. Imagem inferior: construção no GeoGebra do grupo G6.





Fonte: A autora (2024).

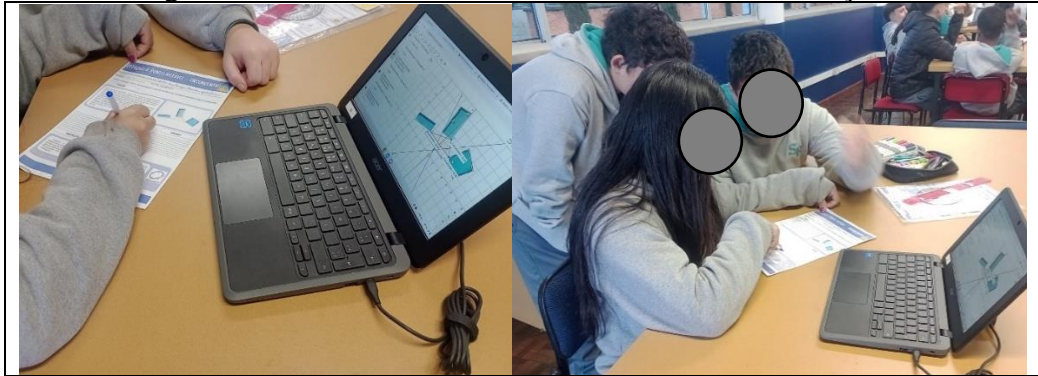
Na Figura 72 é possível observar o rascunho e o desenvolvimento da construção do grupo G6. No rascunho, os estudantes descrevem a construção que realizaram, em que traçaram as mediatrizes de todos os lados, encontrando o ponto de intersecção, além de relatarem que realizar a construção da circunferência a partir desse ponto. Na construção no GeoGebra, por meio das mediatrizes, os estudantes encontram o ponto G, denominado circuncentro. Na sequência, utilizaram a ferramenta cálculo da distância, testando a propriedade desse ponto notável, ou seja, que o ponto G contido na construção é equidistante aos três vértices do triângulo (B, C e E), em que ambos estão medindo 10,35 cm. E o grupo G6 foi o único grupo que finalizou a construção traçando a circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo), que era uma das orientações do GUIA.

A construção da circunferência dado centro e um dos pontos, que era uma das solicitações também contidas no GUIA, foi realizada por apenas um grupo, mas salienta-se que essa etapa não impede a compreensão das propriedades descritas na análise.

O panorama dessa estação evidencia que os grupos realizaram as três etapas mais importantes para compreensão do ponto notável – Circuncentro, traçar as mediatrizes, identificar o ponto de intersecção e calcular a distância, indicando que os objetivos de aprendizagem propostos por essa estação foram alcançados.

Na Figura 73 estão imagens dos grupos realizando as atividades propostas para a Estação 6.

Figura 73 - Estudantes realizando as atividades da Estação 6.

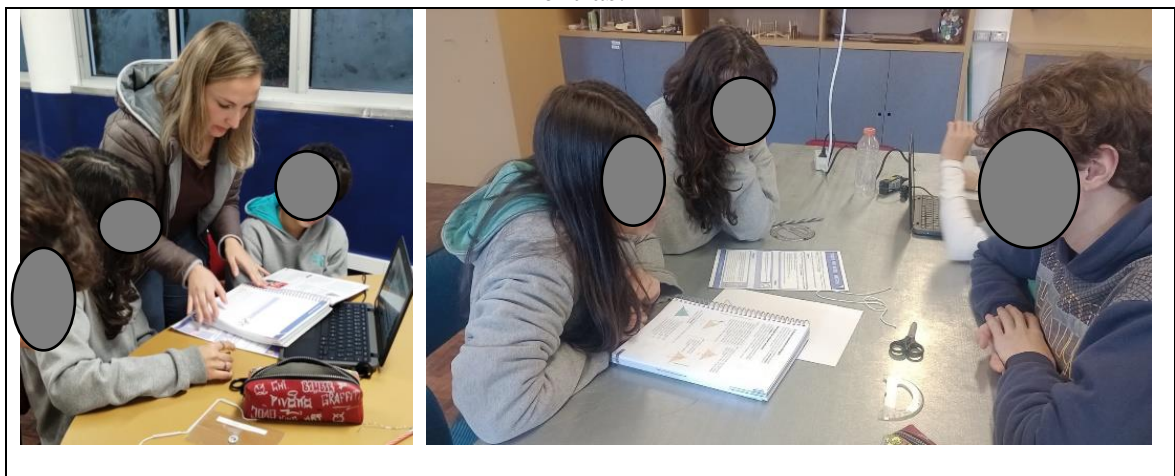


Fonte: A autora (2024).

Ao finalizar os encontros, utilizando o método de rotação por estações, pode-se avaliar que os estudantes realizaram as atividades propostas e tiveram mais facilidade na interação com o GeoGebra do que nos momentos de solução no rascunho, conforme foi analisado anteriormente.

Uma das dificuldades enfrentadas nesses encontros foi gerenciar o tempo dos estudantes nas estações, pois a troca de estação só ocorria quando todos os grupos finalizassem as atividades propostas naquela estação. Nesse momento, então, enquanto os estudantes esperavam, a professora pesquisadora incentivava os integrantes do grupo a realizarem algumas construções extras do conteúdo de geometria que estavam contidas no livro didático (GAY, Mara R.; SILVA, Willian R, 2018) da turma, conforme está na Figura 74.

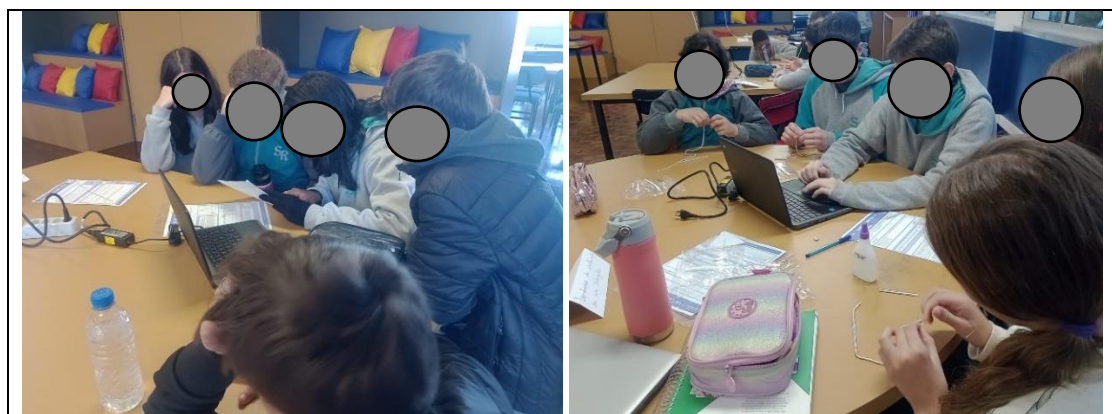
Figura 74 - Estudantes com orientação da professora pesquisadora, realizando as construções extras.



Fonte: A autora (2024).

Essas atividades extras não foram salvas, mas auxiliaram os estudantes a conhecer mais do GeoGebra e experimentar outros tipos de construções e ferramentas disponíveis. Outro aspecto que precisou ser gerenciado na aplicação desse encontro foi a dificuldade que os estudantes encontraram no momento de dividir tarefas, compartilhar opiniões, em resumo, saber trabalhar em grupo, por isso foram necessárias intervenções e diálogos para que todos os integrantes se sentissem pertencentes às atividades propostas. Ficava nítida a liderança por parte de alguns estudantes no momento da construção, o que acarretava na não contribuição e participação por parte dos outros. Isso ficou mais evidente no encontro 3 - Autoavaliação.

Figura 75 - Registros fotográficos das estudantes inclusas nas atividades das estações.



Fonte: A autora (2024).

Em relação às duas estudantes inclusas, em todas as estações elas participaram como ouvintes, já que os colegas deveriam fazer a leitura da atividade proposta para elas. A integração dos grupos com as estudantes inclusas pode ser visualizada por meio da na Figura 75.

Enquanto realizavam as atividades nas estações, os colegas mostravam às estudantes inclusas as etapas que estavam realizando no GeoGebra; e nas estações que havia uma construção com materiais manipuláveis elas realizaram também as construções. Algumas atividades foram adaptadas para as estudantes inclusas e inseridas no decorrer dos encontros, envolvendo o conteúdo de geometria: construção de figuras geométricas com massinha de modelar e régua. Com essas ações, foi possível perceber que elas se sentiram à vontade em trabalhar com os demais estudantes, pois os colegas sabem das lacunas e auxiliam pacientemente nas necessidades que surgem. A monitora das duas estudantes inclusas também sempre esteve acompanhando-as e também gerenciando as demandas particulares de cada uma, como podemos visualizar na Figura 76.



Figura 76 - Registros fotográficos das estações e da monitora auxiliando as estudantes inclusas.



Fonte: A autora (2024).

### 4.3 Autoavaliação e avaliação

Refletir sobre a prática docente faz parte do processo avaliativo da professora pesquisadora, pois acredita que a avaliação dos estudantes vai além de momentos de provas, consiste em compreender o processo contínuo de aprendizagem dos estudantes. Neste sentido, o processo avaliativo pode contribuir para facilitar a aprendizagem, como enfatiza Zabala em relação à atitude construtivista:

Agora, tampouco devemos perder de vista que, em grande parte, pode trabalhar desde este marco implica uma atitude construtivista – baseada no conhecimento e na reflexão -, que contribui para que nossas intervenções, talvez de forma intuitiva em grande parte, se ajustem a necessidades dos alunos que temos em frente, nos levem a incentivá-los, a ver seus aspectos positivos, e avaliá-los conforme seus esforços e a atuar como o apoio de que necessitam para seguir adiante (ZABALA, 1998, p. 108).

Nessa perspectiva, o papel da professora pesquisadora foi apoiar seus estudantes a cumprirem essa etapa desempenhando o seu melhor. Com isso, a sequência didática finda-se com dois momentos, por meio de questionários entregues a cada estudante. Os dois momentos foram denominados de Autoavaliação – Etapa 1 e Avaliação – Etapa 2.

Na etapa 1, os estudantes realizaram a autoavaliação por meio de um questionário com perguntas fechadas. Nessa etapa, os estudantes responderam 10 perguntas, findando com

um espaço no qual cada estudante precisou mensurar uma nota para sua aprendizagem de 0 a 10, por meio da participação da sequência didática, justificando a nota atribuída.

Na Avaliação - Etapa 2, foram realizados 5 questionamentos de forma descritivas para os estudantes avaliarem os pontos positivos e negativos da utilização do GeoGebra, bem como coletar sugestões de aprimoramento da sequência didática.

#### 4.3.1 Autoavaliação – Etapa 1

Na autoavaliação dos estudantes, os questionamentos estavam voltados ao processo de aprendizagem no decorrer da aplicação da sequência didática e os dados obtidos com o questionário foram organizados conforme podemos visualizar no Quadro 4.

Quadro 4 - Respostas dos estudantes ao questionário de autoavaliação.

Questão	Sim	Não	Às Veze
1) Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?	19	1	7
2) Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?	16	1	10
3) Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?	20	3	4
4) Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?	13	5	9
5) O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?	25	-	2
6) Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?	13	4	10
7) Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?	17	4	6
8) Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?	16	4	7
9) O processo de construção do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?	23	-	4
10) A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?	19	-	8

Fonte: A autora (2024).

O quantitativo que aparece na Quadro 4 é referente às respostas dos estudantes às perguntas da autoavaliação. Nas respostas, destaca-se a predominância pela resposta SIM aos questionamentos.

Foram analisadas as respostas de algumas perguntas que merecem destaque. Na questão 5, “O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?”, 25 estudantes dos 27 responderam que SIM e os outros dois como ÀS VEZES, ficando evidente a relevância do GeoGebra e a geometria dinâmica como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem. Em consonância com a pergunta analisada anteriormente, na questão 9, “O processo de construção do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?”, foram 23 respostas SIM, e 4 ÀS VEZES, ou seja, complementando a importância do GeoGebra também no que diz respeito ao conteúdo abordado de geometria.

A questão 4 também chama atenção para os resultados negativos: foram 5 respostas NÃO e 9 ÀS VEZES. Esse resultado aponta para a dificuldade de criação por parte dos estudantes, que está relacionada diretamente com o tipo de metodologia que normalmente é utilizada em sala de aula, fazendo com que eles esperem sempre a reprodução de listas de exercícios aplicados a uma fórmula ou conceito aprendido naquela aula.

Ao se tratar do conteúdo específico dos pontos notáveis, a questão 6 visou analisar a compreensão e diferenciação desse objeto do conhecimento; as respostas dos estudantes estão na Figura 77.

Figura 77 - Respostas dos estudantes à questão 6 da autoavaliação.



Fonte: A autora (2024).

Conforme nota-se na Figura 77, o percentual de respostas SIM e ÀS VEZES somam 85% dos estudantes. Portanto, pode-se inferir que a sequência possibilitou atingir a maioria dos estudantes na compreensão das propriedades dos pontos notáveis do triângulo.

Além disso, os estudantes tinham um espaço no questionário da Autoavaliação, nomeado “POSSO MELHORAR, SUGIRA COMO?”, destinado à reflexão sobre suas respostas, possibilitando de forma descritiva elencar sugestões de melhoria em seu desempenho, momento de autoconhecimento.

As 10 perguntas foram analisadas e descritas a seguir, salientando que não havia a obrigatoriedade de preenchimento das respostas nessa etapa.

Na primeira pergunta, “Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?”, 12 estudantes responderam que poderiam ter pedido ajuda e tirado mais as suas dúvidas, 1 ter menos vergonha, 1 chamar a professora e 13 estudantes deixaram em branco.

Na pergunta dois, “Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?”, 5 estudantes responderam “escutar e tentar falar mais com os colegas”, 5 responderam “ser mais prestativo e interagir com os colegas”, 1 respondeu “ter paciência” e 1 respondeu “mais atenção na execução das tarefas”; 19 estudantes deixaram em branco.

Na terceira pergunta, “Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?”, 5 estudantes identificaram a necessidade de ter mais foco, 3 sempre pediram ajuda quando necessitaram, 1 teve dificuldade, 1 escutou os seus colegas e 17 estudantes deixaram em branco.

Na quarta pergunta, “Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?”, 6 estudantes buscaram novas formas e ideias de resolver os problemas, 4 tiraram suas dúvidas e erraram, mas apagaram e as corrigiram, 1 auxiliou os colegas conforme eles solicitavam e 16 estudantes deixaram em branco.

Na quinta pergunta, “O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?”, 7 estudantes identificaram o fácil entendimento ao mexer e visualizar as propriedades geométricas com o uso GeoGebra e 20 estudantes deixaram em branco.

Na sexta pergunta, “Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?”, 5 estudantes tiraram as dúvidas quando necessário, 3 ampliaram os seus conhecimentos, 2 acreditam ser necessário mais atenção na realização das atividades e 18 estudantes deixaram em branco.

Na sétima pergunta, “Respondi todos os questionamentos com seriedade, compartilhando as ideias com meu grupo?”, 6 estudantes responderam sobre a dificuldade de

relacionamento com o grupo, 1 sobre a própria distração que dificultou o desempenho das atividades, 3 que podiam ter ajudado mais e compartilhado ideias com seu grupo e 17 deixaram em branco.

Na oitava pergunta, “Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?”, 6 estudantes responderam que tiveram dificuldade em algumas ferramentas, 3 destacaram que as dicas do GeoGebra auxiliaram no seu entendimento, 1 relatou dificuldade no relacionamento do grupo e 17 alunos deixaram em branco.

Na nona pergunta, “O processo de construção do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?”, 3 estudantes identificaram a facilidade de compreensão por meio das ferramentas visuais, 3 afirmaram que aprenderam mais sobre as ferramentas, 1 falou que esse tipo de atividade auxiliou a prestar mais atenção e 20 deixaram em branco.

Na décima pergunta, “A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?”, 3 estudantes identificaram que a sequência das atividades facilitara a compreensão, 2 destacaram a falta de foco para realizar as atividades, 2 salientaram que ainda possuem algumas dúvidas e 20 deixaram em branco.

O último questionamento dessa etapa era para que os estudantes atribuíssem uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.

Após a análise das respostas, verificou-se que a maioria da turma atribuiu nota entre 7 e 8 pontos; na nota 7 foram seis e na nota 8 foram 15 estudantes. Além disso, dois estudantes atribuíram nota 6, três nota 9 e uma das estudantes inclusas atribuiu sua nota com 10 pontos alegando que “Conseguiu entender”.

Grande parte das justificativas em relação à nota atribuída foi no que diz respeito à dificuldade em trabalhar em grupo; nesse momento surgiram falas a respeito de: “poder ajudar mais seu grupo”; “ser mais compreensiva”; “melhorar o relacionamento com os colegas”; “conversar e brincar menos” e “vou tentar melhorar”. O individualismo de alguns estudantes fica claro, como se percebe nas suas respostas que estão na Figura 78.

Figura 78 - Respostas de dois estudantes ao atribuírem suas notas na autoavaliação.

Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	<b>NOTA:</b> 8 - Pois eu me esforcei bastante, mas não soube trabalhar em grupo e tomei na frente de tudo
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	<b>NOTA:</b> 9 Eu consegui entender os conteúdos e atividades, mas acho que eu poderia ter sido mais compreensiva com algum colega.

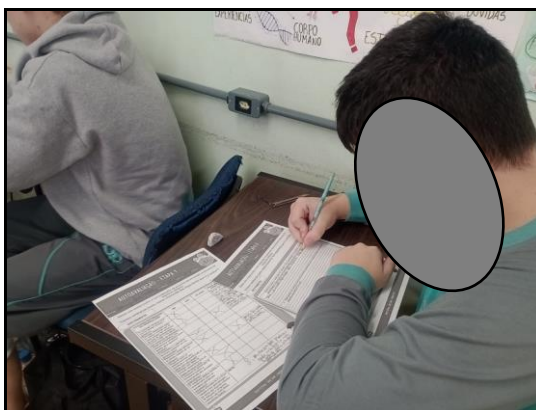
Fonte: A autora (2024).

Podemos verificar pelas falas dos estudantes (Figura 78) o entendimento de que poderiam ter realizado a atividade com maior êxito se tivessem cooperado em grupo. Porém, sabe-se que as habilidades envolvendo o coletivo precisam ser desenvolvidas diariamente, por meio de atividades e trabalhos em grupos e essas devem ser utilizadas por meio de diferentes estratégias de ensino. É preciso buscar a integração não somente das afinidades, mas também incluir os estudantes que possuem dificuldade de socialização, para impulsionar o engajamento de todos a integrarem suas singularidades com a turma, buscando agregar seus pontos negativos e positivos com diferentes educandos da turma, ampliando sua aprendizagem.

#### 4.3.2 Avaliação – Etapa 2

A segunda etapa consistia em 5 perguntas descritivas para verificar a compreensão dos alunos após a aplicação da sequência didática e também para avaliar a própria sequência didática. Na Figura 79 está um dos estudantes realizando a avaliação.

Figura 79 - Estudante realizando a avaliação.

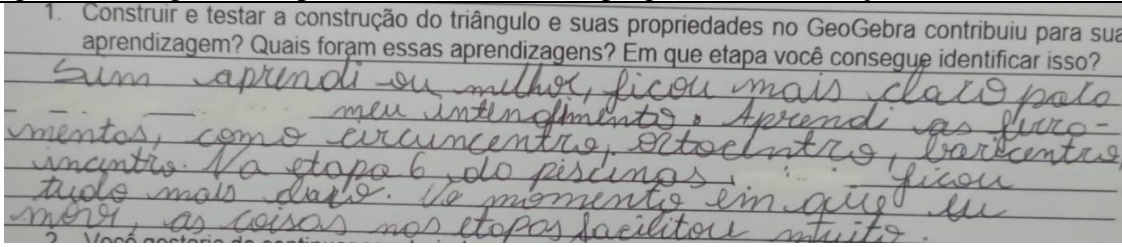
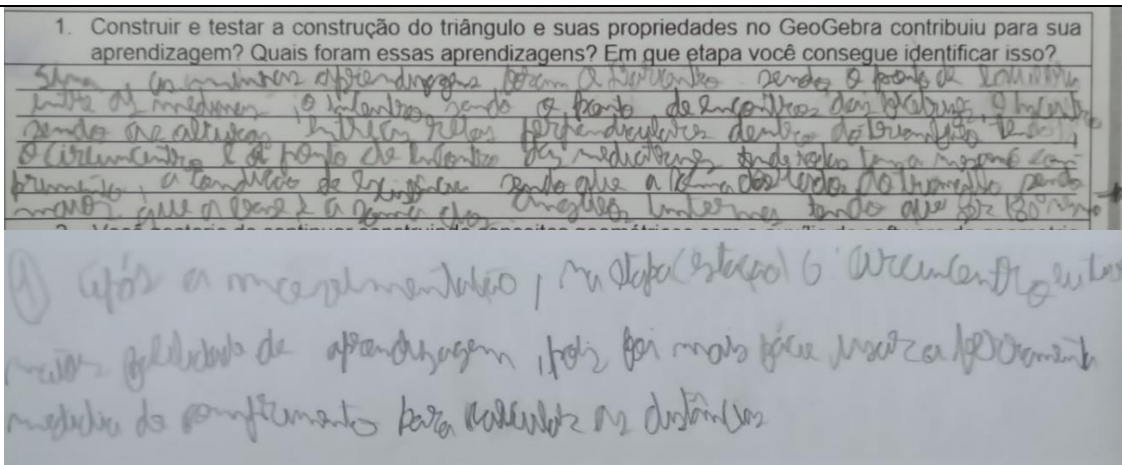


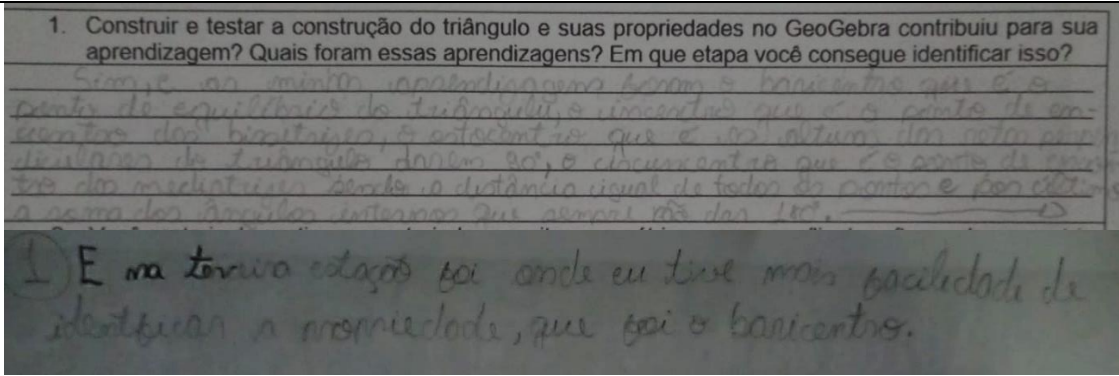
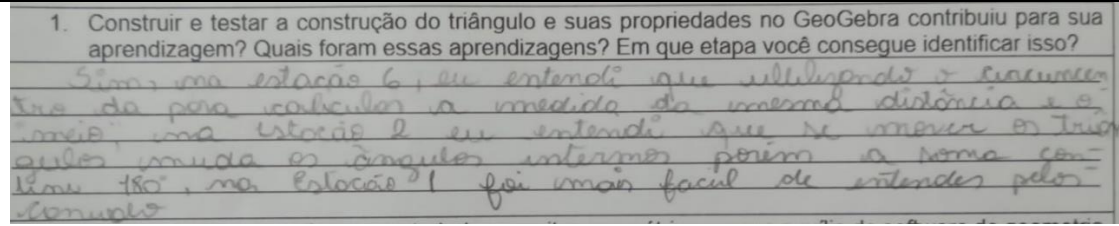
Fonte: A autora (2024).

O primeiro questionamento era “Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para a sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?”

As respostas dos estudantes à primeira parte, ou seja, a de contribuição do GeoGebra para sua aprendizagem foram que SIM; na segunda parte da pergunta em relação às aprendizagens e às etapas, os estudantes responderam as estações e as descreveram, como está na Figura 80 as imagens retiradas dos GUIAS dos estudantes bem como a transcrição sem alteração.

Figura 80 - Algumas respostas dos estudantes a pergunta 1 da avaliação.

ESTUDANTE 1	 <p>1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?</p> <p>Sim aprendi ou melhor, ficou mais claro para meus entendimentos. Aprendi as ferramentas, como o circuncentro, ortocentro, baricentro, incentro. Na etapa 6 das piscinas, ficou tudo mais claro. No momento em que eu movi as coisas nas etapas facilitou muito.</p>
TRANSCRIÇÃO	<p>Sim aprendi ou melhor, ficou mais claro para meu entendimento. Aprendi as ferramentas, como o circuncentro, ortocentro, baricentro, incentro. Na etapa 6 das piscinas, ficou tudo mais claro no momento em que eu movi as coisas nas etapas facilitou muito.</p>
ESTUDANTE 2	 <p>1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?</p> <p>Sim, as minhas aprendizagens foram o baricentro sendo o ponto de equilíbrio entre as medidas, o incentro sendo o ponto de encontro das bissetrizes, o ortocentro sendo as alturas entre as retas perpendiculares dentro do triângulo, o circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes sendo todas tem o mesmo comprimento, a condição de existência sendo que a soma dos ângulos do triângulo sendo maior que a base e a soma dos ângulos internos tendo que ser <math>180^\circ</math> mesmo após a movimentação, na etapa (estação) 6 circuncentro eu tive mais facilidade de aprendizagem, pois foi mais fácil usar a ferramenta medida do comprimento para calcular as distâncias.</p>
TRANSCRIÇÃO	<p>Sim, as minhas aprendizagens foram o baricentro sendo o ponto de equilíbrio entre as medidas, o incentro sendo o ponto de encontro das bissetrizes, o ortocentro sendo as alturas entre as retas perpendiculares dentro do triângulo, o circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes sendo todas tem o mesmo comprimento, a condição de existência sendo que a soma dos ângulos do triângulo sendo maior que a base e a soma dos ângulos internos tendo que ser <math>180^\circ</math> mesmo após a movimentação, na etapa (estação) 6 circuncentro eu tive mais facilidade de aprendizagem, pois foi mais fácil usar a ferramenta medida do comprimento para calcular as distâncias.</p>

ESTUDANTE 3	
TRANSCRIÇÃO	<p>Sim, e as minhas aprendizagens foram o baricentro que é o ponto de equilíbrio do triângulo, o incentro que é o ponto de encontro das bissetrizes, o ortocentro que é as alturas das retas perpendiculares do triângulo darem <math>90^\circ</math>, o circuncentro que é o ponto de encontro das mediatrizes sendo que a distância igual de todas os pontos e por último a soma dos ângulos internos que sempre vão dar <math>180^\circ</math>. E na terceira estação foi onde eu tive mais facilidade de identificar a propriedade, que foi o baricentro.</p>
ESTUDANTE 4	
TRANSCRIÇÃO	<p>Sim, na estação 6, eu entendi que utilizando o circuncentro da para calcular a medida da mesma distância e o meio, na estação 2 eu entendi que se mover os triângulos muda dos ângulos internos porém a soma continua <math>180^\circ</math>, na estação 1 foi mais fácil de entender pelos canudos.</p>

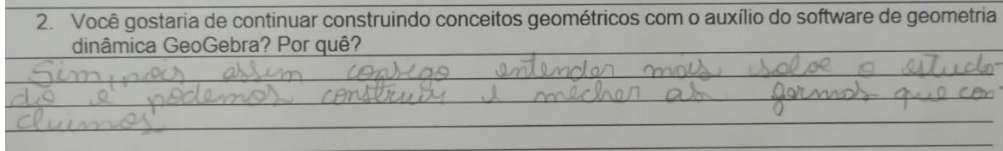
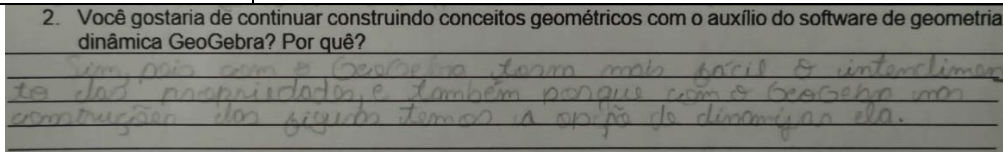
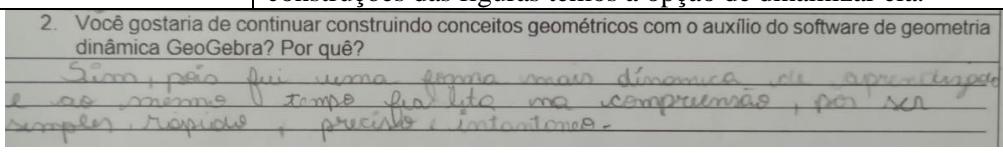
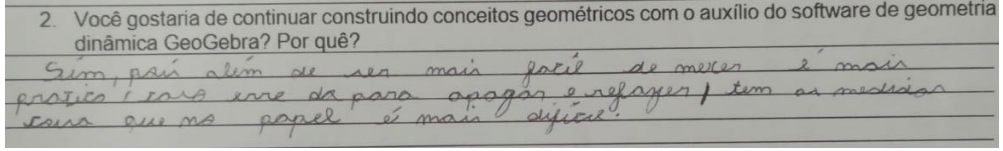
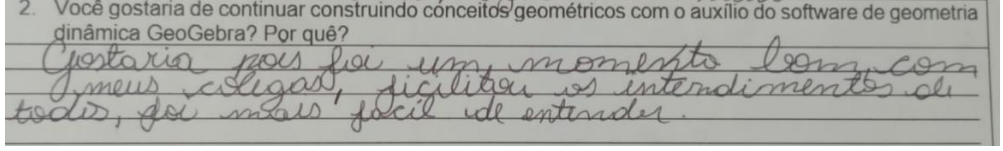
Fonte: A autora (2024).

Como podemos analisar nas respostas, os estudantes destacam o método da rotação por estações bem como o ponto notável e as propriedades geométricas. Além disso, a resposta do estudante 1, que aparece na Figura 80, menciona a clareza em entendimento utilizando as ferramentas do GeoGebra e a movimentação após a construção da estação 6 (o estudante nomeia como ETAPA 6, no seu GUIA). Os estudantes 2 e 3 identificam todas as seis estações, bem como as propriedades geométricas contidas nelas, inclusive possui duas imagens em cada um, devido à necessidade de utilização do verso da folha, o que enfatiza que os estudantes conseguiram compreender os objetivos de aprendizagem buscados por meio da aplicação dessa sequência didática. A estudante 4 destaca as estações 2 e 6 e suas características geométricas envolvidas na construção com o GeoGebra, finaliza identificando a estação 1 e a importância do material manipulável que estava disponível, que eram os canudos para a comprovação da condição de existência dos triângulos.



O segundo questionamento dessa etapa de avaliação tinha como objetivo compreender a relevância do GeoGebra para o ensino de Matemática, para ser incorporado com mais frequência na prática pedagógica da pesquisadora, conforme a pergunta “Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?”. A resposta SIM prevaleceu em 100% e quanto às justificativas do porquê deveriam continuar utilizando esse software, verifica-se no Quadro 5 as imagens retiradas dos GUIAS dos estudantes bem como a transcrição sem alteração.

Quadro 5 - Respostas da pergunta 2 da avaliação.

CATEGORIA	IMAGENS DO GUIA	
Dinamismo do software		
	TRANSCRIÇÃO	Sim, pois assim consigo entender mais, sobre o estudado e podemos construir e mecher as formas que concluímos.
		
	TRANSCRIÇÃO	Sim, pois com o GeoGebra torna mais fácil o entedimento das propriedades, e também porque com o GeoGebra nas construções das figuras temos a opção de dinamizar ela.
		
	TRANSCRIÇÃO	Sim, pois foi uma forma mais dinâmica de aprendizagem e ao mesmo tempo facilita na compreensão, por ser simples, rápido, preciso e instantâneo.
Facilidade em refazer as construções		
	TRANSCRIÇÃO	Sim, pois além de ser mais fácil de mexer é mais prático e caso erre da para apagar e refazer, tem as medidas coisa que no papel é mais difícil.
Interação com os colegas		
	TRANSCRIÇÃO	Gostaria pois foi um momento bom, com meus colegas, facilitou os entendimentos de todos, foi mais fácil de entender.

	<p>2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?</p> <p><i>Sim, eu acho que é muito melhor fazer atividades em grupo e fora da sala de aula como informática etc. Assim facilita muito na aprendizagem e é muito melhor do que fazer atividades no Set Brasil e no caderno.</i></p>
	<p>TRANSCRIÇÃO</p> <p>Sim, eu acho que é muito melhor fazer atividades em grupo e fora da sala de aula como informática etc. Assim facilita muito na aprendizagem e é muito melhor do que fazer atividades no Set Brasil e no caderno.</p>
Ampliação e compreensão do objeto de conhecimento	<p>2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?</p> <p><i>Sim, pois com geogebra deixou bem mais claro as diferenças entre as mediatriz e bissetriz.</i></p>
	<p>TRANSCRIÇÃO</p> <p>Sim, pois com geogebra deixou bem mais claro as diferenças entre as mediatriz e bissetriz.</p>
	<p>2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?</p> <p><i>Sim, pois no geogebra os conhecimentos são mais amplos do que o Set Brasil ou exercícios no caderno.</i></p>
	<p>TRANSCRIÇÃO</p> <p>Sim, pois no GeoGebra os conhecimentos são mais amplos que o Set Brasil ou exercícios no caderno.</p>

Fonte: A autora (2024).

O Quadro 5 reuniu as respostas da pergunta 2 da avaliação em quatro categorias: dinamismo do software; facilidade em refazer as construções; interação com os colegas; ampliação e compreensão do objeto de conhecimento.

Na primeira categoria “Dinamismo do software” é possível analisar por meio das respostas dos estudantes a relevância da movimentação para compreensão das propriedades geométricas, bem como sua praticidade, instantaneidade e precisão nos momentos de construção. Essas características citadas pelos estudantes são extremamente necessárias no campo da geometria, compreender que essas propriedades são aplicáveis e suas alterações com o uso do dinamismo implicam a reconfiguração da construção e isso só é possível com o uso dessas ferramentas tecnológicas.

A segunda categoria “Facilidade em refazer as construções” possui relação direta com a primeira, mas julgou-se relevante trazer a colocação do aluno em relação à importância do software no momento de refazer as construções, pela sua praticidade em apagar e iniciar novamente, além de ser bastante preciso ao compará-lo com um desenho realizado com papel e régua, em que o estudante enfatiza que a dificuldade é ampliada, tornando a construção mais complexa.

Na terceira categoria, “Interação com os colegas”, os dois estudantes destacam a importância de realizarem atividades em grupo e em diferentes espaços da escola, bem como materiais. E ainda integram isso, como um facilitador de desempenho em atividades com esse

tipo de característica, evidenciando que, por mais que os relatos contidos em outras perguntas da autoavaliação sejam resultantes da dificuldade em trabalhar em grupos, os estudantes visualizam como necessário esse tipo de intervenção para facilitar e aprimorar seus conhecimentos.

A quarta e última categoria, “Ampliação e compreensão do objeto de conhecimento”, é relevante no sentido da importância do software em facilitar a diferença entre duas propriedades geométricas mediatriz e bissetriz, além do outro estudante trazer a questão da ampliação dos conhecimentos em atividades nesse formato, diferente com as trabalhadas, por exemplo, em seus livros didáticos (Set Brasil) e caderno.

Em geral, é possível destacar a partir da análise das respostas dos estudantes, que é extremamente importante diferenciarmos as metodologias abordadas em sala de aula para promover a aprendizagem dos diferentes estilos que encontramos dentro dela. O professor precisa buscar sempre formas de facilitar a construção do conhecimento, possibilitando que o seu protagonismo e autonomia falem mais alto nas práticas pedagógicas, pois “a tarefa coerente do educador que pensa certo é, exercendo como ser humano a irrecusável prática de interligar, desafiar o educando com quem se comunica, a quem comunica, a produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado” (FREIRE, 2016, p. 39).

No terceiro questionamento, “Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?”, foi categorizado as respostas em aspectos positivos e negativos. No Quadro 6 estão as categorias que surgiram das respostas relacionadas aos aspectos positivos da sequência didática.

Quadro 6 - Categoria dos pontos positivos da sequência didática.

Categoria	Quantidade
Fácil manuseio e dinamismo do GeoGebra	8
Auxílio a compreensão	7
Aprendizagem diferente e nova	9

Fonte: A autora (2024).

Algumas características do GeoGebra foram mencionadas como pontos positivos da sequência didática por parte dos alunos, enfatizando o dinamismo e a facilidade do manuseio do GeoGebra, o que acaba possibilitando o auxílio e a compreensão das atividades. Assim,

podemos avaliar que isso é oriundo de uma proposta de sequência didática que facilita a aprendizagem de forma diferente e nova para os estudantes.

No Quadro 7 estão as categorias dos pontos negativos dessa sequência.

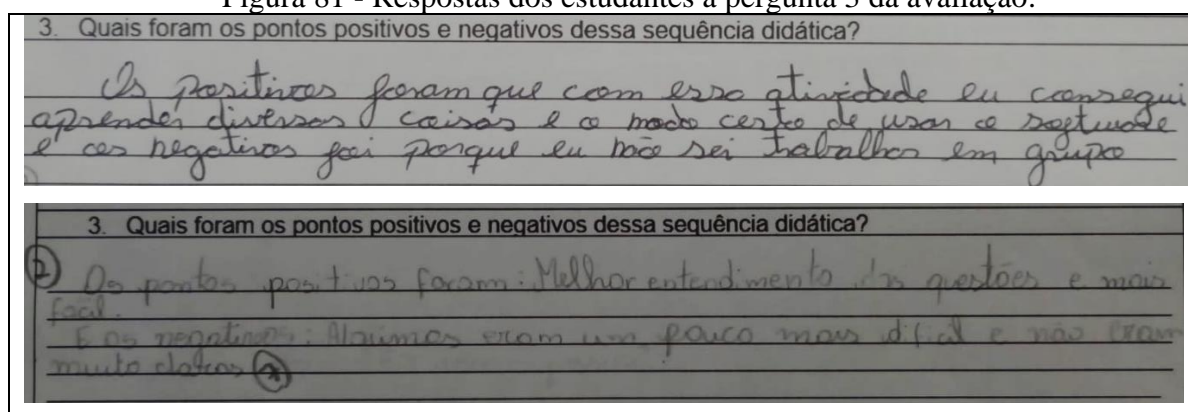
Quadro 7 - Categoria dos pontos negativos da sequência didática.

Categoria	Quantidade
Divergência no grupo	9
Utilização do software em poucas aulas	2
Dificuldade no manuseio e lentidão	10
Não teve pontos negativos	2

Fonte: A autora (2024).

Observa-se, nas categorias do Quadro 7, dois pontos em destaque: a dificuldade no manuseio e lentidão para 10 estudantes que se queixaram da demora em carregar algumas construções. Isso ocorreu devido à utilização na versão on-line do GeoGebra nos Chromebook por meio de rede wi-fi no momento da aplicação das estações por rotações na sala *maker*, na qual o acesso à internet é mais precário. Outro aspecto é referente às divergências nos grupos, pois houve 9 relatos em relação à dificuldade em se relacionar e compartilhar as construções com os demais integrantes. A Figura 81 mostra alguns relatos de estudantes.

Figura 81 - Respostas dos estudantes a pergunta 3 da avaliação.

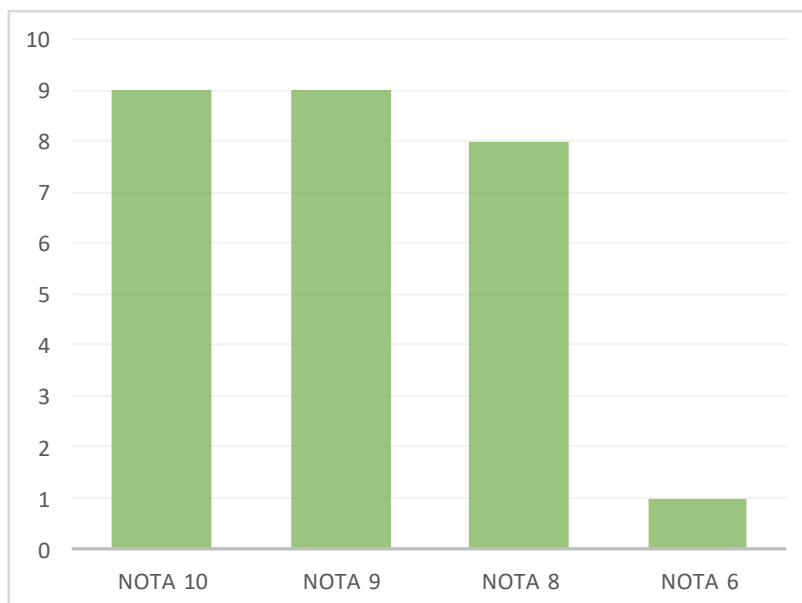


Fonte: A autora (2024).

Além dessas categorias, um estudante colocou os conteúdos aprendidos, não contemplando a pergunta proposta, e as estudantes inclusas também não entram nessa contagem.

Na quarta pergunta: “Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsor da aprendizagem, 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.”, as notas atribuídas pelos estudantes estão na Figura 82.

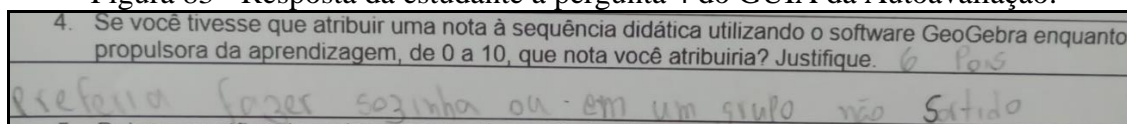
Figura 82 - Gráfico das notas atribuídas pelos estudantes à sequência didática.



Fonte: A autora (2024).

Podemos constatar que a maioria dos estudantes pontuou com notas altas entre 8 a 10, trazendo como justificativa que o software facilita o entendimento das propriedades e o conteúdo, tornando a aprendizagem mais divertida, ressaltando que essas atividades são mais proveitosas que o material didático da turma e que poderia ser feita mais vezes. Que chama atenção é a estudante que pontuou com nota 6, como mostra sua resposta na Figura 83.

Figura 83 - Resposta da estudante a pergunta 4 do GUIA da Autoavaliação.

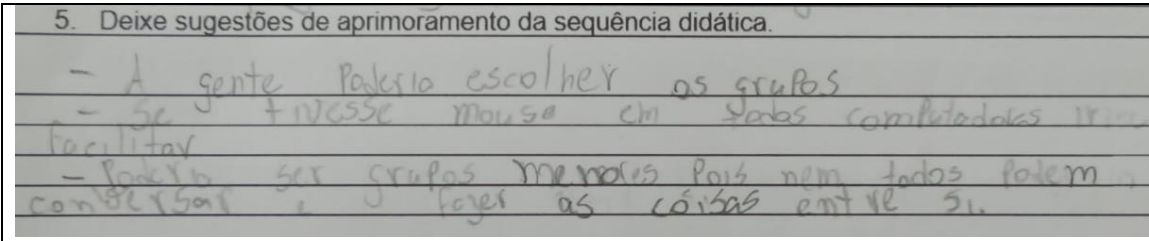
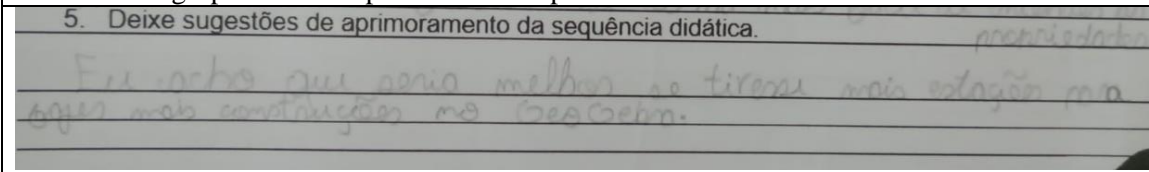
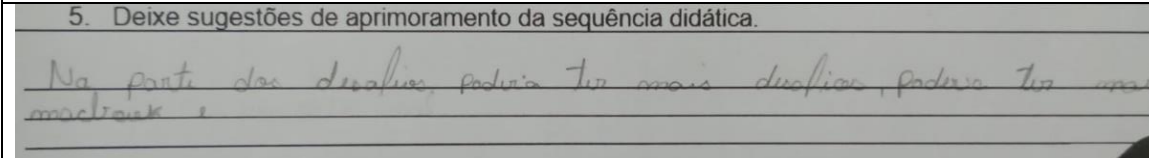


Fonte: A autora (2024).

Novamente, a dificuldade de trabalhar em grupos é trazida pela estudante que atribuiu a menor nota à sequência didática, pois considera que a escolha dos integrantes de seu grupo como primordial para sua aprendizagem. Isso evidencia a relevância de usarmos estratégias de ensino que visem desenvolver e aprimorar habilidades coletivas nos estudantes para que eles sejam capazes de opinar, mas também saber ouvir os diferentes posicionamentos que surgem nessas atividades de integração da turma.

A última pergunta solicitava sugestões por meio do questionamento “Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática”. As sugestões mencionadas pelos estudantes foram: deixar a cargo dos estudantes a escolha do seu grupo, dividir em grupo menores, disponibilizar mais notebooks nas estações e que tenham *mouse*, ampliar o número de estações para realizar mais construções no GeoGebra e mais atividades com materiais manipuláveis. Algumas respostas estão na Figura 84, as imagens retiradas dos GUIAS dos estudantes bem como a transcrição sem alteração.

Figura 84 - Respostas dos estudantes a pergunta 5 do GUIA da Autoavaliação.


<p>- A gente poderia escolher os grupos          - Se tivesse <i>mouse</i> em todos computadores iria facilitar          - Poderia ser grupos menores pois nem todos podem conversar e fazer as coisas entre si.</p>

<p>Eu acho que seria melhor se tivesse mais estações para fazer mais construções no GeoGebra.</p>

<p>Na parte dos desafios poderia ter mais desafios, poderia ter mais <i>macbook</i>.</p>

Fonte: A autora (2024).

Essas respostas recebidas pelos estudantes no último questionamento buscam o aprimoramento da sequência didática para a entrega do Produto Educacional, considerando-se a importância da interação estudante/professor para ser possível melhorarmos os índices educacionais vigentes. Principalmente ao se tratar da área da Matemática, em que constantemente os índices de provas externas apontam resultados negativos.

Em relação à avaliação das estudantes inclusas na etapa descritiva do questionário de Avaliação - Etapa 2, devido às lacunas que ambas apresentam na alfabetização, foi necessária a aplicação do questionário com o auxílio da monitora ou da professora pesquisadora, sendo

que ambas realizaram a intervenção oral das perguntas e em seguida a escrita. No momento de escrita, foram colocadas as informações trazidas pelas estudantes para depois ambas replicarem em suas folhas com sua própria grafia. Devido a esse processo, as estudantes levaram mais tempo para realização dessa etapa. Podemos verificar o procedimento realizado na avaliação por meio das Figura 85.

Figura 85 - Respostas das estudantes inclusas do questionário de Avaliação – Etapa 2, em que na direita consta o questionário e na esquerda o rascunho.

The figure consists of two photographs. The left photograph shows a student's handwritten notes on a piece of paper. The right photograph shows the printed questionnaire with the student's answers filled in.

**Handwritten Notes (Left):**

1) EU DESENHEI UMA CASA, JANELA. AS FIGURAS GEOMÉTRICAS QUE EU DESENHEI FOI QUADRADO, CÍRCULO, RETÂNGULO, TRIÂNGULO. ACHO QUE É ISSO, NÃO LEMBRO MUITO.

2) SIM PORQUE CONSEGUI DESENHAR NO COMPUTADOR

3) MEXER NO COMPUTADOR SEM O MOUSE FOI DIFÍCIL. FOI LEGAL ESTUDAR EM VÁRIAS MESA E FAZER AS FIGURAS GEOMÉTRICAS COM MASSA DE MODELAR.

**Printed Questionnaire (Right):**

QUESTIONAMENTOS:

1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?  
 EU DESENHEI UMA CASA, JANELA, AS FIGURAS GEOMÉTRICAS QUE EU DESENHEI FOI QUADRADO, CÍRCULO, RETÂNGULO, TRIÂNGULO. ACHO QUE É ISSO, NÃO LEMBRO MUITO.

2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?  
 SIM, PORQUE CONSEGUI DESENHAR NO COMPUTADOR

3. Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?  
 MEXER NO COMPUTADOR SEM O MOUSE FOI DIFÍCIL. FOI LEGAL ESTUDAR EM VÁRIAS MESA E FAZER AS FIGURAS GEOMÉTRICAS COM MASSA DE MODELAR.

4. Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.  
 10. FUI BEM, CONSEGUI FAZER ATIVIDADES

5. Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.  
 PODER FAZER AS FIGURAS GEOMÉTRICAS COM OS MATERIAIS DA SALA MEXER.

**Handwritten Notes (Left of Second Photo):**

EU CONSTRUI UMA CASINHA, E O TELHADO É UM TRIÂNGULO, E A CASA É UM QUADRADO E A PORTA É UM RETÂNGULO, A JANELA É UM QUADRADO.

2) SIM, PARA APRENDER MAIS

3) CONSEGUI FAZER A CASA E RUIM MEXER SEM O MOUSE.

4) 10. FIZ VÁRIAS ATIVIDADES E APRENDI.

5) SEM MAIS TEMPO PARA MEXER NO COMPUTADOR.

**Printed Questionnaire (Right of Second Photo):**

QUESTIONAMENTOS:

1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?  
 EU CONSTRUI UMA CASINHA, E O TELHADO É UM TRIÂNGULO, E A CASA É UM QUADRADO E A PORTA É UM RETÂNGULO, A JANELA É UM QUADRADO.

2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?  
 SIM, PARA APRENDER MAIS

3. Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?  
 CONSEGUI FAZER A CASA E RUIM MEXER SEM O MOUSE.

4. Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.  
 10. FIZ VÁRIAS ATIVIDADES E APRENDI.

5. Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.  
 MAIS TEMPO PARA MEXER NO COMPUTADOR.

Fonte: A autora (2024).

Na primeira pergunta, as estudantes respondem em relação às contribuições do GeoGebra para as suas aprendizagens, sobre a construção da primeira etapa com o GeoGebra, na qual foi realizada a adaptação curricular, em que elas deveriam construir uma casa

contendo no mínimo três figuras geométricas. Com isso, as estudantes descrevem em suas respostas as figuras geométricas presentes na construção de suas casas, tais como: triângulos, quadrados, retângulos e círculos.

No segundo questionamento acerca da continuidade de atividades utilizando o GeoGebra, ambas respondem que SIM, uma delas mencionou sobre a importância para aprender mais e a outra comentou da possibilidade de desenhar no computador.

Na pergunta 3, os pontos positivos destacados pelas estudantes foram: conseguir desenhar a casa, mexer no computador, fazer as figuras geométricas com massa de modelar e estudar em diferentes mesas. E os pontos negativos foi a dificuldade na utilização do *mouse*.

Ambas as estudantes atribuíram nota 10 para a sequência didática, justificando que conseguiram realizar as atividades e aprenderam.

Para sugestão de aprimoramento da sequência didática, uma das estudantes sugeriu utilizar mais materiais da sala *maker* para construir as figuras geométricas e a outra estudantes salientou a necessidade de mais tempo para utilizar o computador.

Ao finalizar a análise das respostas obtidas por meio do questionário, evidencia-se a necessidade de atividades mais dinâmicas e com diferentes recursos para atingir esse público de estudantes que estão presentes em vários espaços escolares, sempre um desafio eminente ao profissional que os atende. Salienta-se que algumas adaptações foram realizadas conforme o andamento da sequência didática, pois as alunas inclusas têm lacunas e seu rendimento é sazonal. Além disso, o apoio da monitora no desenvolvimento das atividades foi indispensável para a compreensão e aprendizagem das estudantes.

Ao concluir essa análise, e após aplicar a sequência didática, pode-se afirmar que é importante para os profissionais da educação ter um olhar atento ao protagonismo, criatividade e autonomia nas práticas de ensino, proporcionando uma ação docente que almeje sempre o melhor que podemos proporcionar aos estudantes. Segundo ZABALA,

É imprescindível não cometer o erro simplista de acreditar que o conhecimento isolado de técnicas e saberes é suficiente para dar resposta aos problemas da vida social e profissional futura. Se não se realizar o difícil exercício de integrar e relacionar esses saberes, será impossível que os conhecimentos possam se transformar num instrumento para a compreensão e a atuação na sociedade (Zabala, 1998, p. 159).

A integração dos saberes e métodos de ensino se tornam indispensáveis para o melhor desempenho dos nossos estudantes, aproximando as técnicas escolares aos saberes indispensáveis para a aplicação e integração na sociedade.



## 5 PRODUTO EDUCACIONAL

Como resultado desta pesquisa foi gerado, como produto educacional, uma proposta de sequência didática intitulada “Sequência didática para o desenvolvimento de habilidades com o uso de geometria dinâmica para o ensino e aprendizagem do triângulo por meio do GeoGebra”, embasada na teoria construcionista e construtivista do conhecimento, com enfoque na autonomia dos estudantes.

A sequência didática é voltada para o 8º ano do Ensino Fundamental II, objetivando auxiliar os professores da área da Matemática, mais especificamente de habilidades envolvendo a compreensão, investigação e construção do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo e seus pontos notáveis, através do software GeoGebra.

Para a elaboração da versão final do produto educacional, foram realizadas algumas alterações em relação à primeira versão da sequência didática. Na etapa 2, em que foi aplicada a estratégia de ensino “rotação por estações”, na Estação 4, foi percebido que faltaram na descrição do GUIA algumas informações relevantes para que todos os grupos pudessem chegar à identificação por meio da ferramenta distância aos pontos equidistantes pois, para identificá-los, os estudantes precisam primeiramente identificar uma circunferência (dado centro e um dos vértices) e em seguida marcar as interseções entre a circunferência e os cabos de energia, ou aos grupos que desenharam o polígono, a intersecção entre a circunferência e o polígono, sendo possível assim chegar às medidas da distância equidistantes, o que corresponde ao raio da circunferência.

O produto educacional está disponível no formato de um documento em PDF e sua versão final do PE está no Apêndice desta dissertação. O produto educacional estará disponível na página do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGE CiMa.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta última seção da dissertação, são apresentadas as considerações da professora pesquisadora acerca da investigação realizada revisitando o problema de pesquisa e os objetivos, a partir dos resultados obtidos. Também, são traçadas considerações acerca da produção de conhecimento no campo da prática pedagógica com a elaboração do produto educacional gerado na pesquisa aqui relatada.

Após detalhar o percurso de aplicação da proposta de intervenção pedagógica, na forma de uma sequência didática, alinhada ao referencial teórico escolhido, a partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que foram identificadas algumas evidências para possíveis soluções ao problema de pesquisa “Quais as contribuições do software GeoGebra no ensino das propriedades e congruência dos triângulos para a construção do conhecimento dos estudantes do Ensino Fundamental?”, que estão sumarizadas a seguir.

No encontro 1, cujos objetivos de aprendizagem eram a compreensão das ferramentas e funcionalidades do GeoGebra para o desenvolvimento e habilidades geométricas, pode-se afirmar que, após a análise do processo avaliativo a maioria dos estudantes, ou seja, 85% na construção 1, 100% na construção 2, 60% na construção 3 e 60% na construção 4, realizaram todas as etapas de cada construção. Esses resultados indicam, portanto, que, na sua maioria, os estudantes atingiram os resultados de aprendizagem propostas para esse encontro.

Nos encontros 2 a 6, correspondentes às atividades propostas no método “rotação por estações”, após a realização das atividades de cada estação pelos grupos, é possível concluir que os estudantes apresentaram mais facilidade para a resolução dos problemas do GUIA utilizando o GeoGebra do que na resolução dos problemas utilizando o rascunho. Esse resultado, é um indicativo de que a aprendizagem dos estudantes ocorre por meio do “aprender fazendo”, da sua ação, em que os grupos puderam buscar soluções aos questionamentos do GUIA para cada estação trocando ideias com os colegas, colaborando e com autonomia para avançar na construção do seu conhecimento.

A aplicação da sequência didática finalizou com o encontro 7, no qual foi realizada a autoavaliação e avaliação. A partir dos resultados, foi possível identificar na autoavaliação que a maioria dos estudantes atribuíram notas altas em relação ao seu conhecimento adquirido no decorrer da sequência didática. Na parte destinada à justificativa, em relação à nota atribuída, alguns estudantes apontaram a dificuldade em realizar trabalho em grupo, o que

evidencia a necessidade e importância de atividades coletivas e com diferentes recursos didáticos.

Na avaliação foram realizadas 5 perguntas, sendo foi possível coletar as e descritas a seguir. Em relação às perguntas “Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para a sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?”, todos os estudantes destacaram como relevante e que suas aprendizagens foram os pontos notáveis do triângulo e as propriedades geométricas. Além de destacarem a clareza em seu entendimento utilizando as ferramentas do GeoGebra e a movimentação após a construção.

Na pergunta “Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?”, os resultados apontam 100% dos estudantes com resposta SIM, e ao se tratar da justificativa destacam o dinamismo do software, sua facilidade em refazer as construções, a interação com os colegas, bem como sua ampliação e compreensão dos objetos de conhecimento.

Na análise da pergunta “Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?”, pode-se evidenciar em relação aos pontos positivos o fácil manuseio e dinamismo do GeoGebra, o seu auxílio na compreensão dos conteúdos e por se tratar de uma aprendizagem diferente e nova. Quanto aos pontos negativos, destacou-se a dificuldade no manuseio e lentidão para carregar algumas construções, além das divergências nos grupos em se relacionar e compartilhar as construções com os demais integrantes.

Em relação à pergunta, “Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsor da aprendizagem, 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.”, as respostas dos estudantes foram 96,3% notas entre 8 a 10, trazendo como justificativa que o software facilita o entendimento das propriedades e os conteúdos, tornando mais divertido de aprender, além de que essas atividades são mais proveitosas que o material didático da turma e que poderia ser feito mais vezes.

Finalizando a etapa da avaliação com a seguinte pergunta “Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática”. As sugestões mencionadas pelos estudantes foram: deixar a cargo dos estudantes a escolha do seu grupo, dividir em grupo menores, disponibilizar mais *notebooks* nas estações e que tenham *mouse*, ampliar o número de estações para realizar mais construções no GeoGebra e mais atividades com materiais manipuláveis.

Portanto, através dos resultados obtidos por meio das análises realizadas no decorrer da pesquisa, é possível identificar que as habilidades da BNCC contempladas foram:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares; (EF08MA17); Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas e (EF08MA14); Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Constatou-se que a habilidade EF08MA14 foi contemplada parcialmente, pois obteve como enfoque a congruência dos triângulos apenas, não aplicada a análise dos quadriláteros.

Diante disso, as principais contribuições do GeoGebra, que foram destacadas na pesquisa, estão nos aspectos de clareza, visualização, dinamismo e precisão nas construções realizadas pelos estudantes. E as análises evidenciam a intuitividade dos estudantes na manipulação das ferramentas disponíveis, o que proporciona desenvolver “[...] a autonomia, penosamente construindo-se, que a liberdade vai preenchendo o “espaço” antes “habitado” por sua dependência” (Freire, 2016, p. 91).

Ao se tratar das dificuldades enfrentadas no decorrer da pesquisa, salienta-se a relação e integração dos grupos para realização das atividades, além da falta de paciência em momentos em que a conexão da internet estava instável. Porém, pode-se considerar um privilégio estar em uma escola pública a qual possui acesso à rede de internet, materiais e recursos tecnológicos adequados à quantidade de estudantes, sem contar no ambiente amplo da sala *maker*, espaço em que foi realizada a aplicação das estações por rotações.

Portanto, integrar no planejamento diário métodos, estratégias e recursos digitais que reduzem a dependência dos estudantes para com o professor, possibilita aos educandos exercerem seu protagonismo com autonomia diante dos desafios propostos. Essa foi uma das premissas desse projeto de pesquisa, que após as análises da autoavaliação e da avaliação, na última etapa da sequência didática, evidencia o engajamento dos estudantes perante o seu próprio desempenho e o papel da professora pesquisadora de mediadora do processo de ensino e aprendizagem.

Após a validação da sequência didática e com os aprimoramentos implementados na sequência didática, foi gerada a versão final do produto educacional, fruto dessa pesquisa. Assim, o produto educacional foi elaborado para auxiliar os professores da área da Matemática na sua prática docente a desenvolverem ambientes de ensino e de aprendizagem utilizando o software de geometria dinâmica, neste caso o GeoGebra. Vale lembrar que as habilidades relativas ao uso de softwares de geometria dinâmica já fazem parte da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) e, portanto, cabe aos profissionais da

área de Matemática buscarem formações de atualização para o promover a aprendizagem dos estudantes.

O produto educacional intitulado “Sequência didática para o desenvolvimento de habilidades com o uso de geometria dinâmica para o ensino e aprendizagem do triângulo por meio do GeoGebra”, é destinado para turmas de oitavo ano do ensino fundamental. Porém, há possibilidade de adaptação para os nonos anos, ampliando a complexidade dos problemas propostos sobre o estudo do triângulo como, por exemplo, os casos de congruência. E, também, a adequação cabe ao sétimo ano, retirando os pontos notáveis do triângulo e trazendo problemas aplicados para o estudo do triângulo condizentes com as habilidades propostas para o ano letivo. A quantidade de estudantes por estações na etapa 2 de aplicação também podem ser alteradas conforme a necessidade e quantidade de estudantes inseridos na turma de aplicação, não havendo prejuízos no seu desenvolvimento.

Em uma perspectiva de futuro da pesquisa, salienta-se a relevância da geometria dinâmica e sua ampliação em diferentes habilidades de geometria, tais como casos de congruência e a inserção do estudo dos quadriláteros. Quanto ao uso do GeoGebra, poderia ser explorada a plataforma e os recursos que possibilitam ter uma sala de aula *on-line*, por meio do GeoGebra *Classroom*, possibilitando a organização da sequência didática de forma interativa, facilitando o acompanhando do progresso do estudante em tempo real pelo professor.

Cabe a reflexão que “alguns dos melhores exemplos de projetos de aprendizagem baseados em computação partiram da iniciativa individual de professores criativos que recusaram o limitado papel de “professor de informação” (Papert, p. 63). Portanto, que possamos ser os profissionais da educação que fazem a diferença. Que incomodados com o mais do mesmo, não nos limitemos a práticas pedagógicas por meio apenas da transferência de informação, e sim, deixando a criatividade aflorar, sempre atentos às demandas trazidas pelos nossos estudantes, possibilitando, assim, uma prática educacional mais engajada e ativa na busca do melhor que pudermos ofertar dentro da realidade que encontramos dentro da sala de aula.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APPOLINÁRIO, Fábio. **Metodologia da Ciência: Filosofia e Prática da Pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. (Desafios da educação)**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BASSO, Marcus.; NOTARE, Márcia R., **Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 19 ago. 2023.

BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. 14<sup>a</sup>. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2009.

\_\_\_\_\_. O que é construtivismo? **Série Idéias, 20: Construtivismo em revista**. São Paulo: FDE: Diretoria Técnica. P.87-9, 1993.

BICUDO, Maria. A. V. **Tempo, tempo vivido e história**. Bauru - SP: EDUSC, 2003.

BRASIL. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. **Diário Oficial [da República Federativa do Brasil]**, Brasília, DF, 25 jun.2014. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm)>. Acesso em: 03 dez. 2022.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CUSTODIO, Nubas; DIAS, Fátima Aparecida da Silva; PASSOS, Adriana Quimentão; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito. O Geogebra na Educação Básica: Pontos Notáveis de um Triângulo. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, [S. l.]**, v. 16, n. 1, p. 58–66, 2023. DOI: 10.17921/2176-5634.2023v16n1p58-66. Disponível em: <https://jjeem.pgsscogna.com.br/jjeem/article/view/10674>. Acesso em: 17 ago. 2024.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P.15-19.

DAMIANI, Magda F. et al. **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica**. Cadernos de educação, n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/caduc/article/view/3822>>. Acesso: 05 jul. 2023.

FELÍCIO, Adriano C. **A determinação de pontos notáveis de um triângulo utilizando o software Geogebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologias, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos, p. 95. 2013.

FILHO, Gabriel E. [et al.] **Uma nova sala de aula é possível – Aprendizagem Ativa em Engenharia**. 1<sup>a</sup> ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 54<sup>a</sup> ed. - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.

GAY, Mara R.; SILVA, Willian R. **Araribá plus: Matemática – 8º ano**. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

GERHARDT, T. E; SILVEIRA, D.T. **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GRAVINA, Maria A.; SANTAROSA, Lucila M. “**A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**”, Acta do IV Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, Brasília, 1998. Campinas, 2003. Disponível em: <[http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem\\_mat.pdf](http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf)>. Acesso em: 03 nov. 2023.

HEPP, Felipe D. e FALKEMBACH, Gilse A. M. **A aprendizagem mediada pelo uso do software Geogebra**. Artigo (especialização) - Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Centro de Tecnologia, Curso de Especialização em Mídias na Educação, EaD, Rio Grande do Sul, p. 21. 2014.

LORENZATO, Sérgio A. 1995. **Porque não ensinar Geometria?** In: A Educação Matemática em Revista, Ano III, n° 4, 1º semestre, p. 3-13, Blumenau: SBEM.

MOLL, Jaqueline (Org.). Caminhos para elaborar uma proposta de Educação Integral em Jornada Ampliada (CECIP). Série Mais Educação 2011. Brasília: MEC/SEB, 2011.

MONTIEL, F. C.; JÚNIOR, A. J. R.; ANDRADE, D. M. de; AFONSO, M. da R. PAULO FREIRE E O DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO DO IFSUL: CONTRIBUIÇÕES DA EDUCAÇÃO FÍSICA. **Revista Interação**, Goiânia, v. 46, n. ed. especial, p. 1020–1036, 2021. DOI: 10.5216/ia.v46ied.especial.67412. Disponível em: <<https://revistas.ufg.br/interacao/article/view/67412>>. Acesso em: 17 jan. 2024.

MOREIRA, Marco A. **Metodologia de pesquisa em ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

NASCIMENTO, E. G. A. do; SOUSA, C. de; RIBEIRO, J. W.; TROMPIERI FILHO, N. Coletânea LABGG (Laboratório no Geogebra) para escolas e universidades: módulo NEF.M803 – O TRIÂNGULO E OS PONTOS NOTÁVEIS BARICENTRO E CIRCUNCENTRO. **Revista Contexto & Educação**, [S. l.], v. 33, n. 105, p. 175–197, 2018. DOI: 10.21527/2179-1309.2018.105.175-197. Disponível em: <<https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/7003>>. Acesso em: 29 nov. 2023.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Tradução Sandra Costa. - ed. rev. - Porto Alegre: Artmed, 2008.

PEREIRA, Thales. L.M. **O uso do software geogebra em uma escola pública: interações entre aluno e professor em atividades e tarefas de geometria para ensino fundamental e médio**.

Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, p.122. 2012.

PISA, MEC. **Divulgados resultados do Brasil no Pisa 2022**. Disponível em: <<https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/2023/dezembro/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022>>. Acesso: 07 dez. de 2023.

SIBILIA, Paula. **Redes ou paredes: a escola em tempos de dispersão**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2012.

SOFFNER, Renato. **Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert**. Tópicos Educacionais, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZUIN, A. Álvaro S.; MELLO, R. R. de. Por uma pedagogia da esperança e da autonomia na era da cultura digital. **Pro-Posições**, Campinas, SP, v. 32, p. e20210110, 2021. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8668502>>. Acesso em: 17 jan. 2024.



## APÊNDICE A – PLANOS DE AULA

### PLANO DE AULA DA ETAPA 1 – CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

**CARGA HORÁRIA:** 120 minutos (2 períodos)

**OBJETIVO:**

Desenvolver habilidades de geometria por meio do recurso de geometria dinâmica.

**OBJETIVO ESPECÍFICO:**

- Compreender as propriedades de geometria a partir de construções no software GeoGebra;
- Utilizar o software GeoGebra para adquirir conhecimentos de geometria dinâmica e do construcionismo do conhecimento.

**JUSTIFICATIVA:**

Proporcionar aos estudantes conhecer e familiarizar-se com as funcionalidades do GeoGebra para ser utilizado no desenvolvimento das habilidades dos estudantes em relação às propriedades e aos pontos notáveis do triângulo.

**UNIDADE TEMÁTICA:** Geometria.

**OBJETO DE CONHECIMENTO:**

Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

**HABILIDADES:**

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

**RESULTADOS DE APRENDIZAGEM ESPERADOS:**

- Compreender as ferramentas do software GeoGebra;
- Reconhecer suas funcionalidades;
- Testar as ferramentas disponíveis;
- Compreender a importância do dinamismo do software para compreensão de habilidades geométricas.

**METODOLOGIA:**

- Aula prática dialogada: apresentação das ferramentas;
- Atividades individuais utilizando o computador/notebook;
- Acesso à internet ou software baixado de geometria dinâmica GeoGebra.

**RECURSOS DIDÁTICOS:**

- Computadores/notebooks;
- Software GeoGebra;
- GUIA com os questionamentos e instruções do encontro.

**DESENVOLVIMENTO:**

Na etapa inicial serão apresentadas uma a uma das ferramentas disponíveis no software de geometria dinâmica GeoGebra, bem como suas funcionalidades.

Em seguida, será solicitado que os estudantes realizem algumas construções no software de geometria dinâmica, utilizando as ferramentas disponíveis, tais como, a construção de:

- Um ponto, reta, segmento e semirreta;
- Um polígono regular, após identifique seus ângulos. No mesmo, trace suas mediatrizes.
- Um triângulo qualquer, após identifique seus ângulos. Trace as bissetrizes do triângulo e finalize-a, construindo uma circunferência circunscrita.
- Uma casa contendo, no mínimo, três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos bem como seu perímetro.

Finalizando as construções, os estudantes serão convidados a responder:

- Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?
- Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?
- Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou de ambos?

**AValiação:** Entrega do guia (conforme apêndice A), bem como as construções realizadas no software GeoGebra.

**REFERÊNCIAS:**

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. (Desafios da educação)**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BASSO, M.; RODRIGUES NOTARE, M. **Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 19 ago. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

GAY, Mara Regina; SILVA, Willian Raphael. **Araribá plus: Matemática – 8º ano**. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SOFFNER, Renato. **Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert**. Tópicos Educacionais, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.

## **PLANO DE AULA DA ETAPA 2 – ROTAÇÃO POR ESTAÇÕES ESTUDO DOS TRIÂNGULOS**

**CARGA HORÁRIA:** 350 minutos (7 períodos)

**OBJETIVO:**

Desenvolver habilidades relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis - ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro) com auxílio da geometria dinâmica.

**OBJETIVO ESPECÍFICO:**

- Compreender as propriedades de geometria a partir de construções no software GeoGebra;
- Praticar as habilidades de geometria dinâmica, utilizando o software GeoGebra;
- Utilizar o software GeoGebra para adquirir conhecimentos de geometria dinâmica a partir dos princípios do construcionismo do conhecimento.

**JUSTIFICATIVA:**

Desenvolver a competência nos estudantes de compreender as propriedades e pontos notáveis do triângulo aplicados na resolução de problemas e utilizando recursos tecnológicos de geometria dinâmica, buscando elevar os índices de ensino e aprimorar a autonomia e o protagonismo.

**UNIDADE TEMÁTICA:** Geometria**OBJETO DE CONHECIMENTO:**

Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares;

Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

**HABILIDADES:**

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

(EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

**RESULTADOS DE APRENDIZAGEM ESPERADOS:**

- Desenvolver habilidades geométricas para o estudo do triângulo por meio da resolução de problemas e uso de ferramenta de geometria dinâmica;
- Retomar a definição de congruência e semelhança dos triângulos e utilizar a propriedade em relação à soma dos ângulos internos de um triângulo para obter informações que permitem verificar as semelhanças nos triângulos, bem como sua condição de existência enfatizando nesse momento o estudo do triângulo;
- Compreender, testar e reconhecer as funcionalidades das ferramentas do software GeoGebra;
- Compreender a importância do dinamismo do software para compreensão de habilidades geométricas;
- Desenvolver habilidades de protagonismo, autonomia e interação no grupo através da estratégia ativa de rotação por estações.

**METODOLOGIA:**

- Aula prática dialogada: apresentação da metodologia e as ferramentas;
- Metodologia ativa: rotação por estações;
- Atividades em grupos utilizando o computador/notebook;
- Acesso à internet, ou software baixado de geometria dinâmica GeoGebra.

**RECURSOS DIDÁTICOS:**

- Computadores/notebooks;
- Software GeoGebra;
- Livro didático;
- Folha de desenho;
- Régua;
- Lápis de escrever;
- Canudos;
- Rascunhos;
- GUIA com questionamentos e instruções para cada uma das estações.

**DESENVOLVIMENTO:**

A etapa inicial consiste em dividir a turma em grupos de 4, no máximo 5 participantes, em que cada um dos grupos ficará em uma estação. Serão seis estações em que no final da aplicação do plano de aula todos os alunos deverão participar de todas, porém a ordem não interfere na compreensão do conteúdo.

Cada estação terá um material impresso com orientações e alguns questionamentos para serem respondidos pelo grupo, folhas de rascunho, bem como um notebook para construção da etapa utilizando o software GeoGebra. Essas estações serão descritas a seguir:

**ESTAÇÃO 1: Condição de existência do triângulo**

Essa estação contará com kits contendo canudos cortados com diferentes tamanhos: primeiro (7cm, 8cm, 10 cm), segundo (5cm, 5cm, 5cm), terceiro (4cm, 5cm, 11cm) e quarto (8cm, 12cm, 3cm) e os alunos serão desafiados a construir triângulos com o material.

Finalizando essa atividade, é necessário que os estudantes testem a condição de existência reproduzindo um dos triângulos possível e outro não possível, dos utilizados na atividade anterior com os canudos no software de geometria dinâmica, GeoGebra. Após, os estudantes devem preencher no GUIA os seguintes questionamentos:

- Após testar a construção dos quatro kits de canudos conforme orientações acima, identifique: quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos? Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo, através dos elementos visuais ou da movimentação ou ambos?

**AValiação:** Nessa estação, a avaliação será a entrega do guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice B), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

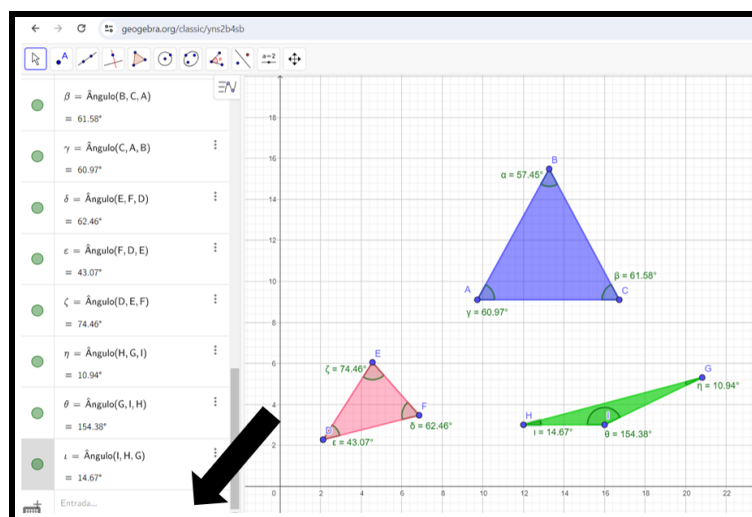
### ESTAÇÃO 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Esta estação inicia com um questionamento provocador para o grupo discutir e registrar: Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.

Na sequência, utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, os estudantes devem construir três triângulos distintos e responder alguns questionamentos por meio das observações e testes utilizando as ferramentas disponíveis no software.

**DICA:** o software tem um comando de entrada no campo inferior esquerdo conforme na Figura 1, denominado ENTRADA.

Figura 1: Comando de entrada



Fonte: A autora (2024).

Neste campo podemos digitar a entrada para realizar a soma dos ângulos internos do triângulo; para isso, precisamos iniciar com uma letra grega ainda não utilizada e igualar a soma dos três ângulos internos encontrados.

Após isso, movimente os triângulos e responda as seguintes perguntas:

- Utilizando a DICA, você observa alteração do resultado da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu a mesma? O que vocês podem concluir após o processo realizado anteriormente?

**AVALIAÇÃO:** Nessa estação a avaliação será a entrega do guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice C), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

### **ESTAÇÃO 3:** Ponto notável – Baricentro

Iniciamos essa estação provocando os estudantes com o seguinte questionamento: Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?

Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade utilizando folha de desenho, lápis de escrever, régua e barbante. Inicie desenhando um triângulo qualquer, trace as medianas e após marque o ponto de interseção entre elas. Recorte o triângulo, faça um furo no ponto de intersecção e insira um barbante. Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida.

Em seguida, realize o mesmo processo com o software GeoGebra; construa um triângulo e trace as suas medianas encontrando o ponto de intersecção (Baricentro).

- Após realizar a construção a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta.

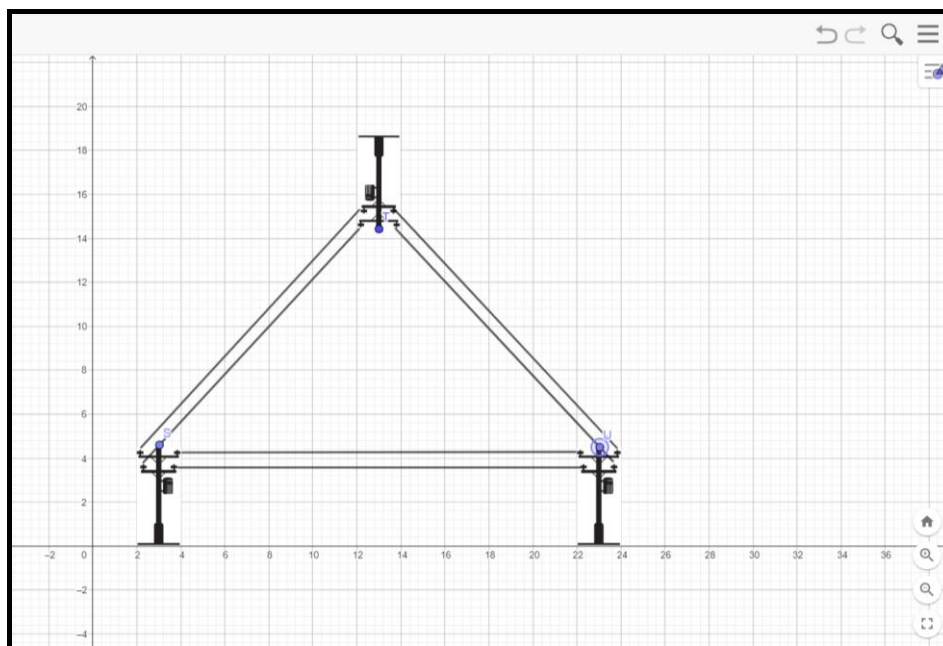
**AVALIAÇÃO:** Nessa estação, a avaliação será a entrega da construção do triângulo com o barbante, o guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice D), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

### **ESTAÇÃO 4:** Ponto notável – Incentro

Essa estação inicia com um problema para ser discutido e resolvido no grupo.

**PROBLEMA:** Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém na área destinada para a construção há ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo conforme Figura 3:

Figura 3: Problema Incentro.



Fonte: A autora (2024).

Utilizando a propriedade do ponto notável “Incentro” (as bissetrizes de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outro no lado oposto a esse vértice), os estudantes devem iniciar marcando as bissetrizes, após marcar o ponto de intersecção entre elas. Na sequência, construir uma circunferência (dado centro e um de seus pontos); nesta etapa o centro será o ponto de intersecção das bissetrizes e o outro será um dos pontos estabelecidos na hora da construção que irá interceptar a circunferência no cabo interno de energia da torre. Finalizando essa etapa é necessário identificar os outros dois pontos que interceptam a circunferência e os cabos de energia da torre, para em seguida selecionar a ferramenta “distância”, para identificá-la entre o Incentro (ponto de encontro das bissetrizes) e o ponto de intersecção da circunferência com os cabos de energia, sendo possível assim chegar às medidas da distância equidistantes, o que corresponde ao raio da circunferência.

Neste momento, o professor solicita aos estudantes para usarem primeiramente o rascunho para pensar numa estratégia de resolução do problema com seu grupo.



Após, os estudantes devem acessar o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgidne>, e com o uso do software GeoGebra testam se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Ao concluir, identificam no arquivo do software o ponto Incentro e usando a ferramenta da distância calculam as mesmas comprovando a propriedade.

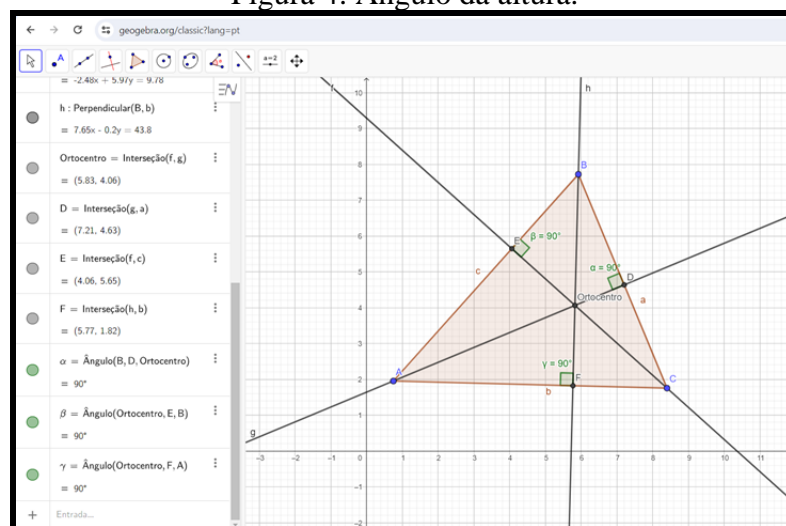
**AVALIAÇÃO:** Nessa estação, a avaliação será o guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

### ESTAÇÃO 5: Ponto notável – Ortocentro

Nessa estação, os estudantes já iniciam construindo no software GeoGebra um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que  $90^\circ$ ). Após, é necessário que marquem as retas perpendiculares dos vértices do triângulo. Finalizando essa etapa, encontra-se um ponto de encontro das retas suportes das alturas, que é denominado ortocentro e forma um ângulo de  $90^\circ$  entre a extremidade de um dos vértices do triângulo à outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice.

Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo, veja um exemplo na Figura 4:

Figura 4: Ângulo da altura.



Fonte: A autora (2024).

Após selecionar um dos vértices e movimentar a construção, são propostas aos estudantes às seguintes perguntas:

- O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?

- Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção ficou mais clara essa conclusão? Por quê?

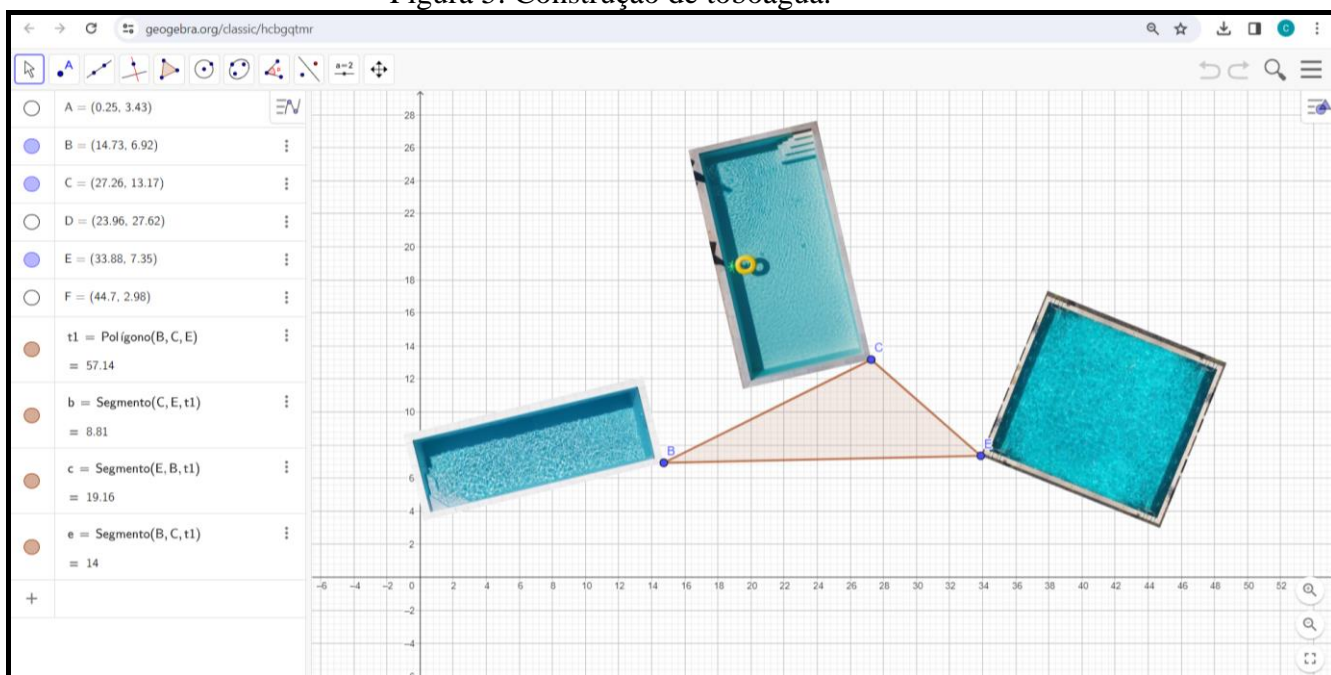
**AValiação:** Nessa estação, a avaliação será o guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

### ESTaÇÃO 6: Ponto notável – Circuncentro

Essa estação inicia com um problema para ser discutido e resolvido em grupo.

**PROBLEMA:** Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E conforme Figura 5, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã.

Figura 5: Construção de tobogã.



Fonte: A autora (2024).

Utilizando a propriedade do ponto notável - Circuncentro (o circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), solicita-se aos estudantes que indiquem onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs.

O professor solicita aos estudantes para usarem primeiramente o rascunho para pensar numa estratégia de resolução do problema com seu grupo.

Após, acesse o modelo da representação para o problema, através do link <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr> e, com o uso do software GeoGebra, teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Em seguida, identifique no arquivo do software o ponto Circuncentro e depois crie uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo) e teste o que acontece com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.

**AValiação:** Nessa estação, a avaliação será o guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

### **REFERÊNCIAS:**

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. (Desafios da educação)**. Porto Alegre: Penso, 2018.

BASSO, M.; RODRIGUES NOTARE, M. **Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 19 ago. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

GAY, Mara Regina; SILVA, Willian Raphael. **Araribá plus: Matemática – 8º ano**. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SOFFNER, Renato. **Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert**. Tópicos Educacionais, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.

## **PLANO DE AULA DA ETAPA 3 –AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO**

**CARGA HORÁRIA:** 90 minutos.

### **OBJETIVO:**

Avaliar o desenvolvimento de habilidades desenvolvidas no decorrer da sequência didática relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis -ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro)), e a relevância do uso do software de geometria dinâmica.

**OBJETIVO ESPECÍFICO:**

- Avaliar e autoavaliar-se no processo de aplicação da sequência didática.

**JUSTIFICATIVA:**

Proporcionar ao estudante a compreensão do processo de avaliação como meio para contribuir na sua aprendizagem de propriedades e pontos notáveis do triângulo, aplicados na resolução de problemas, utilizando recursos tecnológicos de geometria dinâmica, buscando elevar os índices de ensino e aprimorar a autonomia e o protagonismo.

**UNIDADE TEMÁTICA: GEOMETRIA****OBJETOS DE CONHECIMENTO:**

Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares;  
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

**HABILIDADES:**

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

(EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

**METODOLOGIA:**

- Aula prática dialogada: apresentação da metodologia de autoavaliação;
- Atividade individual;

**RECURSOS DIDÁTICOS:**

- Lápis de escrever;
- GUIA da autoavaliação e avaliação.

**DESENVOLVIMENTO:**

Nessa aula será realizado o fechamento da sequência didática, para isso utilizaremos o modelo a seguir de autoavaliação (disponível no apêndice H), que será respondido individualmente.

**AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO**

Aluno: \_\_\_\_\_

<b>AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM</b>	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>	<b>ÀS VEZES</b>	<b>POSSO MELHORAR? SUGIRA COMO.</b>
Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?				
Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?				
Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?				
Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?				
O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?				
Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?				
Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?				
Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?				
O processo de construção do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?				
A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?				
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	<b>NOTA:</b>			

1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?
2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?
3. Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?
4. Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.
5. Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.

## REFERÊNCIAS:

BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. (Desafios da educação)**. Porto Alegre: Penso, 2018.

Basso, M.; Rodrigues Notare, M. **Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica**. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 19 ago. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

GAY, Mara Regina; SILVA, Willian Raphael. **Araribá plus: Matemática – 8º ano**. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SOFFNER, Renato. **Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert**. Tópicos Educacionais, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.

## APENDICE B – GUIA – ENCONTRO 1 – CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

# CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA



NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa aula vamos conhecer as ferramentas disponíveis no software GeoGebra.  
**Vamos juntos embarcar no mundo da geometria dinâmica**

### CONSTRUÇÕES:

- Um ponto, uma reta, um segmento e uma semirreta;
- Um polígono regular, após identifique seus ângulos. No mesmo, trace suas mediatrizes.
- Um triângulo qualquer, após identifique seus ângulos. Em seguida, trace as suas bissetrizes e finalize-a, construindo uma circunferência circunscrita.
- Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos, bem como seu perímetro.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

### QUESTIONAMENTOS:

- Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?  
\_\_\_\_\_
- Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?  
\_\_\_\_\_
- Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou de ambos?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



## APÊNDICE C – GUIA – ENCONTRO 2 – ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO

# ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO

INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa estação vamos relembrar e aplicar a condição de existência do triângulo.

### KITS DE PALITOS:

Esta estação inicia com a formação de triângulos com canudos cortados em diferentes tamanhos, conforme a distribuição descrita a seguir:

- KIT 1: (7cm, 8cm, 10 cm);
- KIT 2: (5cm, 5cm, 5cm);
- KIT 3: (4cm, 5cm, 11cm);
- KIT 4: (8cm, 12cm, 3cm).

### CONSTRUÇÕES:

Agora vamos testar essa condição de existência reproduzindo os mesmos triângulos da atividade anterior com os palitos no software de geometria dinâmica.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

### QUESTIONAMENTOS:

- Após testar a construção dos quatro kits de canudos, conforme orientações acima, identifique quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos. Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?

---

---

---

---

---

---

- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo? Através dos elementos visuais, ou da movimentação ou de ambos?

---

---

---

---

---

---





## APÊNDICE D – GUIA – ENCONTRO 2 – ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

# ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO



INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

### QUESTIONAMENTO

Nessa estação vamos relembrar e aplicar a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



### CONSTRUÇÕES:

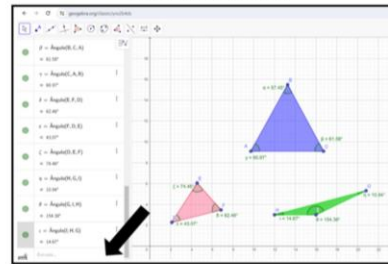
Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa três triângulos distintos e responda os questionamento abaixo por meio da observação das construções e testes com o software. **Não esqueça de utilizar a DICA ao lado antes de responder as perguntas.**



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

**DICA:** o software tem um comando de entrada no campo inferior esquerdo, conforme a Figura 1, denominado ENTRADA.

Figura 1: Comando de entrada.



Fonte: A autora (2024).

### QUESTIONAMENTOS:

- Utilizando a DICA, você observa alteração do resultado da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu o mesmo? O que vocês podem concluir após o processo realizado anteriormente?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## APÊNDICE E – GUIA – ENCONTRO 2 – ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL - BARICENTRO

### ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL – BARICENTRO



INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Baricentro.

#### QUESTIONAMENTO

**Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?**

Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade?

- Desenhe um triângulo qualquer na folha de desenho;
- Trace as medianas e após marque o ponto de interseção entre elas.
- Recorte o triângulo, faça um furo no ponto de interseção e insira um barbante.

Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida. Anexe aqui o material construído.

#### CONSTRUÇÕES:

Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa um triângulo e trace suas medianas, finalize marcando o ponto de interseção Baricentro.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

#### QUESTIONAMENTOS:

- Após realizar a construção a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## APÊNDICE F – GUIA – ESTAÇÃO 2 – ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL - INCENTRO

### ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL - INCENTRO



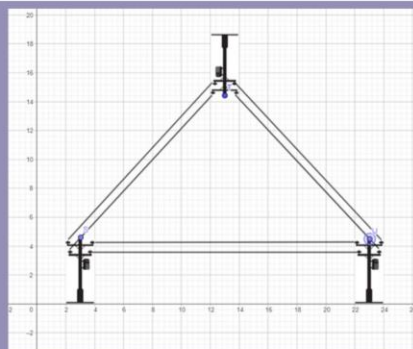
INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_  
TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Incentro.

#### PROBLEMA:

Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém a área destinada para a construção possui ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo, conforme figura ao lado.

Utilizando a propriedade do ponto notável-Incentro (as bissetrizes de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outro no lado oposto a esse vértice), calcule o ponto mais seguro de pouso, ou seja, onde a distância entre o ponto e os cabos de energia devem ser equidistantes.



#### RASCUNHO:

---

---

---

---

---

---

---

---

#### CONSTRUÇÕES:

Acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgjndne>, e com o uso do software Geogebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Incentro e, usando a ferramenta da distância calcule-as comprovando a propriedade. Para isso, identifique primeiramente as bissetrizes e o ponto de intersecção entre elas, na sequência utilizando a ferramenta circunferência dado centro e um de seus pontos, em que o centro será o ponto de intersecção das bissetrizes e o outro será um dos pontos estabelecidos na hora da construção que irá interceptar a circunferência no cabo interno de energia da torre. Finalizando essa etapa, é necessário identificar os outros dois pontos que interceptam a circunferência e os cabos de energia da torre, para em seguida selecionar a ferramenta distância e calcular, comprovando a propriedade.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

APÊNDICE G – GUIA – ENCONTRO 2 – ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL - ORTOCENTRO

**ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL - ORTOCENTRO**

INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

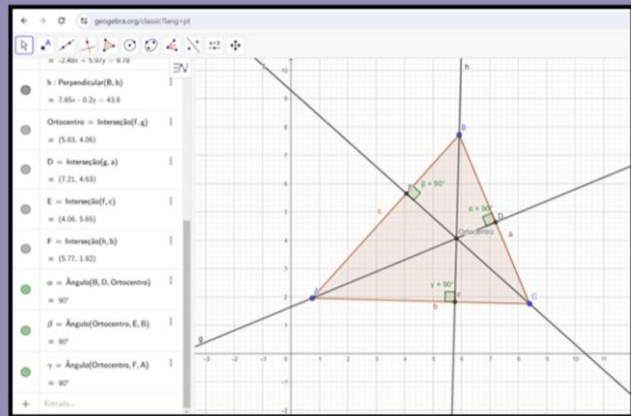
TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Ortocentro.

**CONSTRUÇÕES:**

- Construa um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que  $90^\circ$ );
- Marque as retas perpendiculares dos vértices do triângulo;
- Encontre um ponto de encontro das retas suportes das alturas que é denominado ortocentro, e forma um ângulo de  $90^\circ$  entre a extremidade de um dos vértices do triângulo a outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice.

Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo. Veja um exemplo ao lado.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

**QUESTIONAMENTOS:**

- O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção, ficou mais clara essa conclusão. Por quê?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## APÊNDICE H - GUIA – ENCONTRO 2 – ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL - CIRCUNCENTRO

### ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL – CIRCUNCENTRO



INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

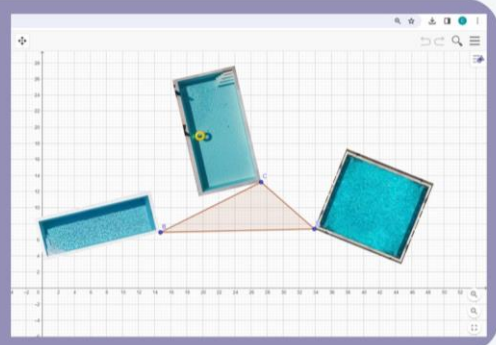
TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Circuncentro.

#### PROBLEMA:

Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E, conforme figura ao lado, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã.

Utilizando a propriedade do ponto notável-Circuncentro (O circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), indique onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs.



#### RASCUNHO:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

#### CONSTRUÇÕES:

Acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr>, e com o uso do software Geogebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Circuncentro e crie uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo). Finalizando, teste o que acontece com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

## APÊNDICE I – GUIA – ENCONTRO 3 - AUTOAVALIAÇÃO

### AUTOAVALIAÇÃO – ETAPA 1



NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa aula, vamos avaliar e nos autoavaliar no processo desenvolvido no percurso da sequência didática.

**Vamos embarcar junto nesse momento tão importante, que é a avaliação.**

#### QUESTIONAMENTOS:

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM	SIM	NÃO	ÀS VEZES	POSSO MELHORAR, SUGIRA COMO?
Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?				
Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?				
Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?				
Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?				
O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?				
Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?				
Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?				
Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?				
O processo de construção do GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?				
A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?				
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	<b>NOTA:</b>			



## AVALIAÇÃO - ETAPA 2



NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nessa aula, vamos avaliar e nos autoavaliar no processo desenvolvido no percurso da sequência didática.

**Vamos embarcar juntos nesse momento tão importante, que é a avaliação.**

### QUESTIONAMENTOS:

1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?

---

---

---

---

---

---

---

---

3. Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?

---

---

---

---

---

---

---

---

4. Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.

---

---

---

---

---

---

---

---

5. Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.

---

---

---

---

---

---

---

---



## **APÊNDICE J - PRODUTO EDUCACIONAL**

Na sequência do texto está o produto educacional gerado por meio da pesquisa no curso de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática



**PRODUTO EDUCACIONAL**



**Sequência didática para o desenvolvimento de habilidades com o uso de geometria dinâmica para o ensino e aprendizagem do triângulo por meio do GeoGebra**



**CRISTIANE FERRARI RIZZI  
ODILON GIOVANNINI JR.**

# APRESENTAÇÃO

## Vamos embarcar juntos no mundo da geometria dinâmica

O ensino de geometria plana pode ser mais atrativo aos estudantes e eficaz em relação ao desenvolvimento de competências e habilidades quando estratégias de aprendizagem ativa são utilizadas em sala de aula. Essas estratégias promovem a participação ativa dos estudantes por meio de tarefas e atividades que envolvem processos cognitivos, como a percepção, a atenção, associação, memória, raciocínio e imaginação, entre outros (Elmôr Filho et al. , 2019).

Todavia, além do aprimoramento em relação à aprendizagem de geometria, o presente projeto também visa o desenvolvimento de competências gerais da BNCC no que tange à importância da utilização de tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, bem como valorizar a autonomia dos estudantes buscando sua formação integral. Neste sentido, Freire afirma que

**SABER QUE DEVO RESPEITAR A AUTONOMIA, A DIGNIDADE E A IDENTIDADE DO EDUCANDO E, NA PRÁTICA, PROCURAR A COERÊNCIA COM ESTE SABER, ME LEVA INAPELAVELMENTE À CRIAÇÃO DE ALGUMAS VIRTUDES OU QUALIDADES SEM AS QUAIS AQUELE SABER VIRA INAUTÊNTICO, PALAVREADO VAZIO E INOPERANTE (FREIRE, 2016, P. 61).**

Diante disso, com intuito de desenvolver habilidades e competências dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em geometria plana, no que tange à compreensão da soma dos ângulos internos de um triângulo e seus pontos notáveis, o Produto Educacional que será descrito a seguir é fruto da pesquisa realizada na dissertação: **DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES COM O USO DE GEOMETRIA DINÂMICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO TRIÂNGULO POR MEIO DO GEOGEBRA**, desenvolvido no PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL, da Universidade de Caxias do Sul (UCS).



# SUMÁRIO

SUMÁRIO .....	3
INTRODUÇÃO .....	4
SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	5
ENCONTRO 1: CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA .....	6
ENCONTRO 2: ESTAÇÃO POR ROTAÇÕES .....	7
ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO .....	8
ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO .....	9
ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL - BARICENTRO .....	10
ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL - INCENTRO .....	11
ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL - ORTOCENTRO .....	12
ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL - CIRCUNCENTRO .....	13
ENCONTRO 3: AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO .....	14
MENSAGEM FINAL .....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	16
APÊNDICE A - VERSÃO ALUNO .....	17 a 25



# INTRODUÇÃO

O cenário educacional encontra-se em constante transformação e aprimoramento; as mudanças constantes da sociedade oriundas do advento do contínuo avanço tecnológico fazem com que nós educadores estejamos a todos os momentos em constante formação, buscando apoio teórico e metodológico para nossas demandas rotineiras educacionais, principalmente no que diz respeito ao uso das tecnologias digitais. Porém, essa inserção precisa levar em consideração a formação continuada de práticas pedagógicas e não apenas de ferramentas e materiais, pois “tornar o professor proficiente no uso das tecnologias digitais de forma integrada ao currículo é importante para uma modificação de abordagem que traduza em melhores resultados na aprendizagem dos alunos.” (Bacich; Moran, 2018, p. 130).

Ao traçar objetivos, revisar as metodologias, analisar o plano de trabalho conectando recursos tecnológicos para aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem, busca-se desenvolver em nossos estudantes habilidades indispensáveis para o sucesso profissional e na vida pessoal, tais como autonomia, proatividade, pensamento computacional e criatividade.

## REFERENCIAL TEÓRICO

A teoria construtivista de Piaget, conforme Becker (2009), corresponde ao estágio no qual será realizado a pesquisa em que os estudantes se encontram na faixa etária dos treze anos enquadrando no estágio operatório formal, em que é possível desenvolver o processo lógico matemático, dedutivo e de verificação, que será fundamental no decorrer da aplicação da sequência que se objetiva deduzir e validar os teoremas dos pontos notáveis do triângulo.

Devido à utilização do software de geometria dinâmica e consequentemente do laboratório de informática, fica evidente a relação da sequência didática com a teoria construcionista de Papert (2008) e a necessidade eminente de repensar a educação com o advento da tecnologia.

Diante disso, as três teorias são de suma importância para elaboração da sequência didática, bem como correlatos, pois busca o estudante que se encontra no estágio operatório formal que tem o perfil construtivista de desenvolvimento no processo lógico e dedutivo da matemática, além do aprimoramento de sua autonomia do conhecimento, possibilitando desenvolver conhecimentos matemáticos atrelados ao construcionismo por meio do software de geometria dinâmica, Geogebra.



## SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Por se tratar de uma pesquisa de mestrado profissional em Ensino, é indispensável que seja gerado um produto educacional (PE) como resultada de pesquisa. Neste sentido, a escolha da professora pesquisadora foi elaborar uma sequência didática, que foi aplicada, validada e aprimorada durante o desenvolvimento da pesquisa do curso de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática. O produto educacional é destinado aos professores e alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental e visa contribuir para o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao triângulo.

A sequência didática está fundamentada nos princípios do construtivismo, da aprendizagem autônoma e no construcionismo. Para tanto, as atividades propostas na sequência didática buscam o desenvolvimento de habilidades por meio do método de aprendizagem ativa “rotações por estações”, utilizando recursos de geometria dinâmica do GeoGebra.

A sequência didática está organizada em três etapas de aplicação. A primeira etapa é voltada para que os estudantes conheçam as ferramentas e funcionalidades do GeoGebra. Na etapa 2, os conteúdos são organizados por meio de estações, conforme o quadro abaixo, em que os estudantes em grupos participam de todas elas, por meio de um rodízio. Finaliza-se na etapa 3 por meio da autoavaliação dos estudantes e da avaliação das etapas da sequência didática.

No quadro abaixo encontra-se um resumo das etapas da sequência didática, a qual será detalhada no decorrer das próximas páginas.

<b>Etapas</b>	<b>Encontro</b>	<b>Duração (min)</b>	<b>Períodos</b>	<b>Atividade</b>
1	1	120	2	Conhecendo o GeoGebra
2	2 a 6	350	7	<p>Estação por Rotações</p> <p>ESTAÇÃO 1: Condição de existência do triângulo</p> <p>ESTAÇÃO 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo</p> <p>ESTAÇÃO 3: Ponto Notável: Baricentro</p> <p>ESTAÇÃO 4: Ponto Notável: Incentro</p> <p>ESTAÇÃO 5: Ponto Notável: Ortocentro</p> <p>ESTAÇÃO 6: Ponto Notável: Circuncentro</p>
3	7	90	2	Autoavaliação e Avaliação



# ENCONTRO 1 – CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

## PLANO DE AULA

### OBJETIVO:

Desenvolver habilidades de geometria por meio do recurso de geometria dinâmica.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Compreender as propriedades de geometria a partir de construções no software GeoGebra;
- Utilizar o software GeoGebra para adquirir conhecimentos de geometria dinâmica e do construcionismo do conhecimento.

### JUSTIFICATIVA:

Proporcionar aos estudantes conhecer e familiarizar-se com as funcionalidades do GeoGebra para ser utilizado no desenvolvimento das habilidades dos estudantes em relação às propriedades e os pontos notáveis do triângulo.

**UNIDADE TEMÁTICA:** Geometria

### OBJETO DE CONHECIMENTO:

Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

### HABILIDADES:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.

### RESULTADOS DE APRENDIZAGEM ESPERADOS:

- Compreender as ferramentas do software GeoGebra;
- Reconhecer suas funcionalidades;
- Testar as ferramentas disponíveis;
- Compreender a importância do dinamismo do software para compreensão de habilidades geométricas.

**CARGA HORÁRIA:** 120 minutos (2 períodos)

### METODOLOGIA:

- Aula prática dialogada: apresentação das ferramentas;
- Atividades individuais utilizando o computador/notebook;
- Acesso à internet ou software baixado de geometria dinâmica GeoGebra.

### RECURSOS DIDÁTICOS:

- Computadores/notebooks;
- Software GeoGebra;
- GUIA com os questionamentos e instruções do encontro.

## DESENVOLVIMENTO:

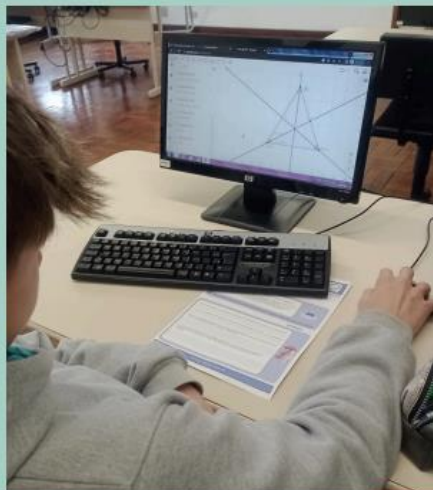
Na etapa inicial serão apresentadas uma a uma das ferramentas disponíveis no software de geometria dinâmica GeoGebra, bem como suas funcionalidades.

Em seguida será solicitado que os estudantes realizem algumas construções no software de geometria dinâmica, utilizando as ferramentas disponíveis, tais como a construção de:

- Um ponto, uma reta, um segmento e uma semirreta;
- Um polígono regular, após identifique seus ângulos. Em seguida, trace suas mediatrizes.
- Um triângulo qualquer, identifique seus ângulos e trace suas bissetrizes.
- Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos, bem como seu perímetro.

Finalizando as construções, os estudantes serão convidados a responder:

- Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?
- Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?
- Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou de ambos?



## AValiação:

Entrega das construções realizadas e das respostas dos questionamentos propostos para os alunos e observação da interação aluno – professor, bem como a autonomia dos alunos para a execução das atividades propostas.

# ENCONTRO 2 – ROTAÇÃO POR ESTAÇÕES ESTUDO DOS TRIÂNGULOS

## PLANO DE AULA

### OBJETIVO:

Desenvolver habilidades relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis - ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro) com auxílio da geometria dinâmica.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Compreender as propriedades de geometria a partir de construções no software GeoGebra;
- Praticar as habilidades de geometria dinâmica, utilizando o software GeoGebra;
- Utilizar o software GeoGebra para adquirir conhecimentos de geometria dinâmica a partir dos princípios do construcionismo do conhecimento.

### JUSTIFICATIVA:

Desenvolver a competência nos estudantes de compreender as propriedades e pontos notáveis do triângulo aplicados na resolução de problemas e utilizando recursos tecnológicos de geometria dinâmica, buscando elevar os índices de ensino e aprimorar a autonomia e o protagonismo.

**UNIDADE TEMÁTICA:** Geometria

### OBJETOS DE CONHECIMENTO:

Construções geométricas: ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares;  
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

### HABILIDADES:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $30^\circ$  e polígonos regulares.  
(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.  
(EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

### RESULTADOS DE APRENDIZAGEM ESPERADOS:

- Desenvolver habilidades geométricas para o estudo do triângulo por meio da resolução de problemas e uso de ferramenta de geometria dinâmica;
- Retomar a definição de congruência e semelhança dos triângulos e utilizar a propriedade em relação à soma dos ângulos internos de um triângulo para obter informações que permitem verificar as semelhanças nos triângulos, bem como sua condição de existência enfatizando nesse momento o estudo do triângulo;
- Compreender, testar e reconhecer as funcionalidades das ferramentas do software GeoGebra;
- Compreender a importância do dinamismo do software para compreensão de habilidades geométricas;
- Desenvolver habilidades de protagonismo, autonomia e interação no grupo através da estratégia ativa de rotação por estações.

**CARGA HORÁRIA:** 350 minutos (7 períodos)

### METODOLOGIA:

- Aula prática dialogada: apresentação da metodologia e das ferramentas;
- Metodologia ativa: rotação por estações;
- Atividades em grupos utilizando o computador/notebook;
- Acesso à internet, ou software baixado de geometria dinâmica GeoGebra.

### RECURSOS DIDÁTICOS:

- Computadores/notebooks;
- Software GeoGebra;
- Livro didático;
- Folha de desenho;
- Régua;
- Lápis de escrever;
- Canudos;
- Rascunhos;
- GUIA com questionamentos e instruções para cada uma das estações.



## DESENVOLVIMENTO:

A etapa inicial consiste em dividir a turma em grupos de 4, no máximo 5 participantes, sendo que cada um dos grupos ficará em uma estação. Serão seis estações; no final da aplicação do plano de aula todos os alunos deverão participar de todas, porém a ordem não interfere na compreensão do conteúdo.

Cada estação terá um material com orientações impressas e alguns questionamentos para serem respondidos pelo grupo, folhas de rascunho, bem como um notebook para construção da etapa utilizando o software GeoGebra. Essas estações serão descritas a seguir:



# ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO

## DESENVOLVIMENTO:

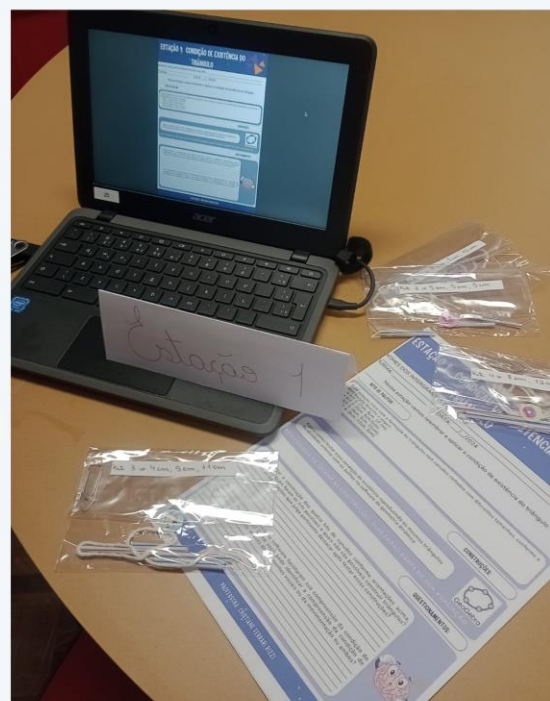
Essa estação contará com kits contendo canudos cortados em diferentes tamanhos: primeiro (7cm, 8cm, 10 cm), segundo (5cm, 5cm, 5cm), terceiro (4cm, 5cm, 11cm) e quarto (8cm, 12cm, 3cm) e os alunos serão desafiados a construir triângulos com o material.

Finalizando essa atividade, é necessário que os estudantes testem a condição de existência, reproduzindo um dos triângulos possível e outro não possível, dos utilizados na atividade anterior com os canudos no software de geometria dinâmica, GeoGebra. Após, os estudantes devem preencher no GUIA os seguintes questionamentos:

- Após testar a construção dos quatro kits de canudos, conforme orientações acima, identifique quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos. Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo? Através dos elementos visuais, ou da movimentação ou de ambos?

## AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ A ENTREGA DO GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.





# ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

## DESENVOLVIMENTO:

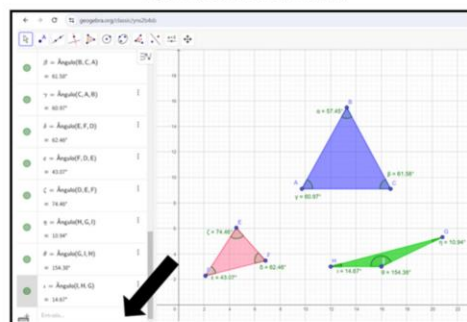
Esta estação inicia com um questionamento provocador para o grupo discutir e registrar: Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.

Na sequência, utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, os estudantes devem construir três triângulos distintos e responder alguns questionamentos por meio das observações e testes, utilizando as ferramentas disponíveis no software.

## DICA PARA O USO DO GEOGEBRA:

**DICA:** o software tem um comando de entrada no campo inferior esquerdo, conforme a Figura 1, denominado ENTRADA.

Figura 1: Comando de entrada.



Fonte: A autora (2024).

NESTE CAMPO PODEMOS DIGITAR A ENTRADA PARA REALIZAR A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO: PARA ISSO, PRECISAMOS INICIAR COM UMA LETRA GREGA AINDA NÃO UTILIZADA E IGUALAR A SOMA DOS TRÊS ÂNGULOS INTERNOS ENCONTRADOS.

APÓS, MOVIMENTE OS TRIÂNGULOS E RESPONDA AS SEGUINTE PERGUNTAS:

- UTILIZANDO A DICA, VOCÊ OBSERVA ALTERAÇÃO DO RESULTADO DA SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO OU PERMANECEU O MESMO? O QUE VOCÊS PODEM CONCLUIR APÓS O PROCESSO REALIZADO ANTERIORMENTE?

## AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ A ENTREGA DO GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

## ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL – BARICENTRO

### DESENVOLVIMENTO:

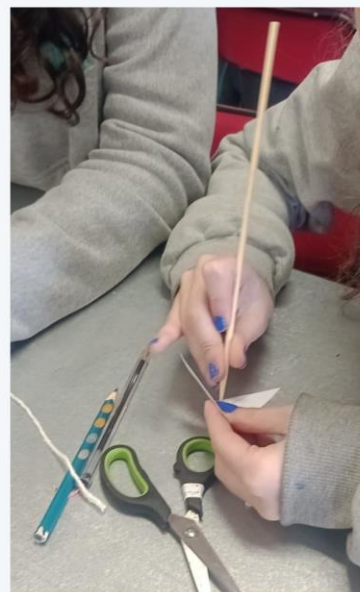
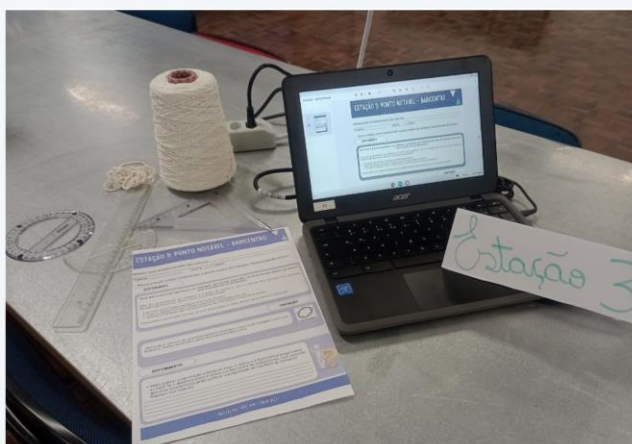
Iniciamos essa estação provocando os estudantes com o seguinte questionamento: Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?

Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade utilizando folha de desenho, lápis de escrever, régua e barbante. Inicie desenhando um triângulo qualquer, trace as medianas e após marque o ponto de interseção entre elas. Recorte o triângulo, faça um furo no ponto de interseção e insira um barbante. Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida.

Após, realize o mesmo processo com o software GeoGebra, construa um triângulo e trace as suas medianas encontrando o ponto de interseção (Baricentro).

- Após realizar a construção, a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta.

### REGISTROS FOTOGRÁFICOS DA ESTAÇÃO



### AVALIAÇÃO:

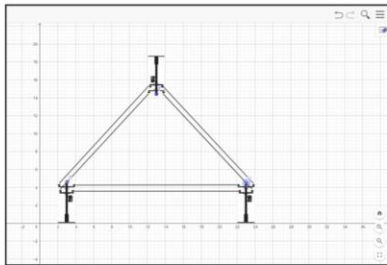
NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ A ENTREGA DA CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO COM O BARBANTE, O GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

# ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL – INCENTRO

## DESENVOLVIMENTO:

Essa estação inicia com um problema para ser discutido e resolvido no grupo.  
**PROBLEMA:** Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém a área destinada para a construção possui ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo, conforme Figura 3:

Figura 3: Problema Incentro.



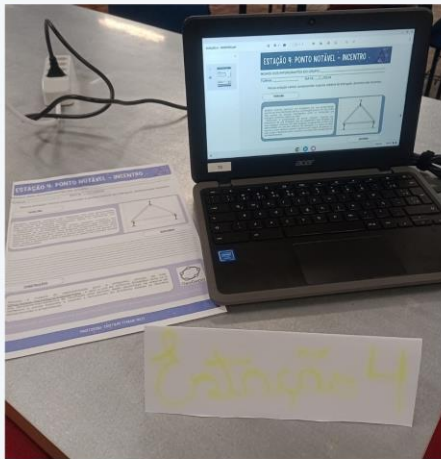
Fonte: A autora (2024).

Utilizando a propriedade do ponto notável “Incentro” (as bissetrizes de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outro no lado oposto a esse vértice), os estudantes devem iniciar marcando as bissetrizes, após marcar o ponto de intersecção entre elas. Na sequência, construir uma circunferência (dado centro e um de seus pontos), nesta etapa o centro será o ponto de intersecção das bissetrizes e o outro será um dos pontos estabelecidos na hora da construção que irá interceptar a circunferência no cabo interno de energia da torre. Finalizando essa etapa, é necessário identificar os outros dois pontos que interceptam a circunferência e os cabos de energia da torre, para em seguida selecionar a ferramenta distância, para identificá-la entre o Incentro (ponto de encontro das bissetrizes) e o ponto de intersecção da circunferência com os cabos de energia. Sendo possível assim chegar às medidas da distância equidistantes, o que corresponde ao raio da circunferência.

Neste momento, o professor solicita aos estudantes que utilizem primeiramente o rascunho para pensar numa estratégia de resolução do problema com seu grupo.

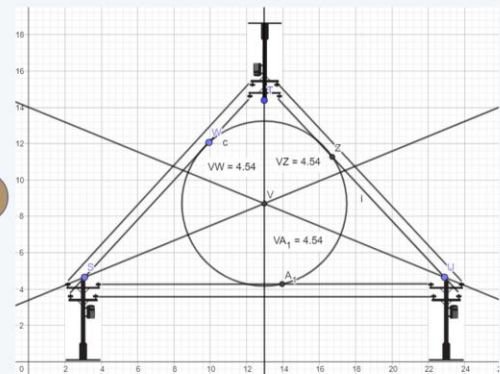
Após, os estudantes acessem o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgjndne>, e com o uso do software GeoGebra testam se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Ao concluir, identificam no arquivo do software o ponto Incentro e usando a ferramenta da distância calculam as mesmas comprovando a propriedade.

## REGISTRO FOTOGRÁFICO DA ESTAÇÃO:



[HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/M/MFZGJDNE](https://www.geogebra.org/m/mfzgjndne)

## RESOLUÇÃO



## AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ O GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

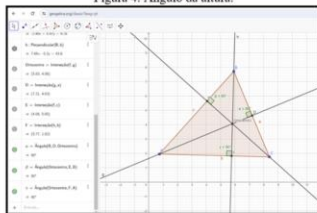
# ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL – ORTOCENTRO

## DESENVOLVIMENTO:

Nessa estação, os estudantes já iniciam construindo no software GeoGebra um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que  $90^\circ$ ). Após, é necessário que marquem as retas perpendiculares dos vértices do triângulo. Finalizando essa etapa, encontra-se um ponto de encontro das retas suportes das alturas que é denominado ortocentro e forma um ângulo de  $90^\circ$  entre a extremidade de um dos vértices do triângulo à outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice.

Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo. Veja um exemplo na Figura 4:

Figura 4: Ângulo da altura.



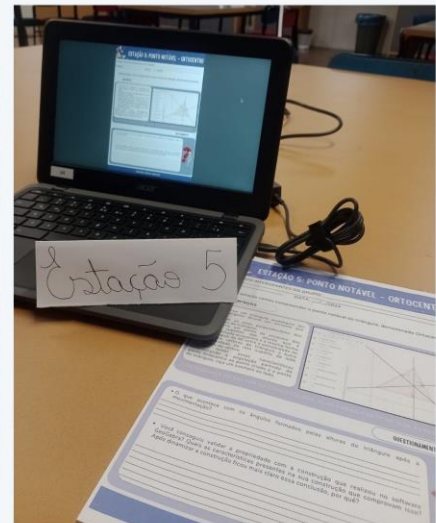
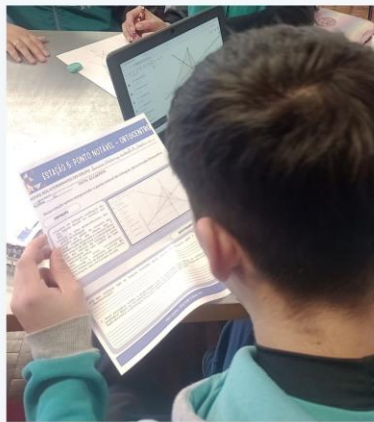
Fonte: A autora (2024).

Após selecionar um dos vértices e movimentar a construção, são propostas aos estudantes as seguintes perguntas:

- O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?
- Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção, ficou mais clara essa conclusão? Por quê?

**AVALIAÇÃO:** Nessa estação a avaliação será o guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

## REGISTROS FOTOGRÁFICOS DA ESTAÇÃO:



## AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ O GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

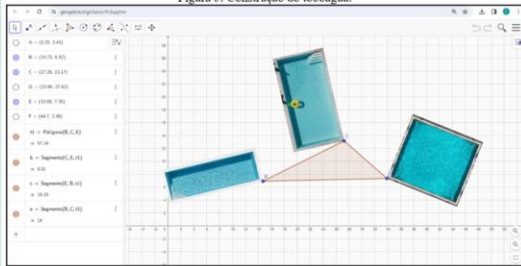
# ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL – CIRCUNCENTRO

## DESENVOLVIMENTO:

Essa estação inicia com um problema para ser discutido e resolvido em grupo.

**PROBLEMA:** Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E, conforme Figura 5, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã.

Figura 5: Construção do tobogã.



Fonte: A autora (2024).

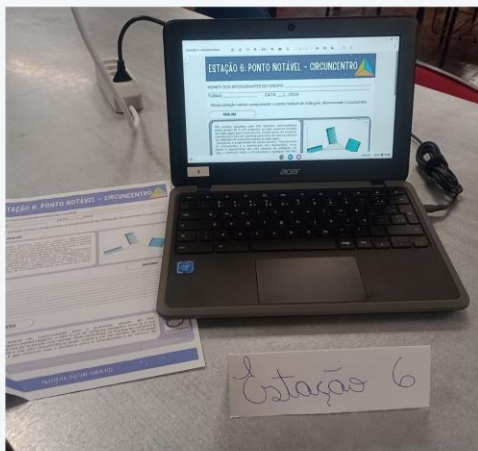
Utilizando a propriedade do ponto notável- Circuncentro (o circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), solicita-se aos estudantes que indiquem a onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs.

O professor solicita aos estudantes que utilizem primeiramente o rascunho para pensar numa estratégia de resolução do problema com seu grupo.

Após, acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr>, e com o uso do software GeoGebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Circuncentro e após crie uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo) e teste o que acontece com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.



## REGISTRO FOTOGRÁFICO DA ESTAÇÃO:



[HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/M/HCBGQTMR](https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr)

## RESOLUÇÃO



## AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ O GUIA QUE DEVE ESTAR EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

# ENCONTRO 3 – AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO

## PLANO DE AULA

**OBJETIVO:**

Avaliar o desenvolvimento de habilidades desenvolvidas no decorrer da sequência didática relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis (ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro)), e a relevância do uso do software de geometria dinâmica.

**OBJETIVO ESPECÍFICO:**

- Avaliar e autoavaliar-se no processo de aplicação da sequência didática.

**JUSTIFICATIVA:**

Proporcionar ao estudante a compreensão do processo de avaliação como meio para contribuir na sua aprendizagem de propriedades e pontos notáveis do triângulo aplicados na resolução de problemas e utilizando recursos tecnológicos de geometria dinâmica, buscando elevar os índices de ensino e aprimorar a autonomia e o protagonismo.

**UNIDADE TEMÁTICA:** GEOMETRIA

**OBJETOS DE CONHECIMENTOS:**

Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares;  
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

**HABILIDADES:**

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.  
(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.  
(EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

**CARGA HORÁRIA:** 90 minutos.

**METODOLOGIA:**

- Aula prática dialogada: apresentação da metodologia de autoavaliação;  
- Atividade individual.

**RECURSOS DIDÁTICOS:**

- Lápis de escrever;  
- GUIA da autoavaliação e avaliação.

## DESENVOLVIMENTO:

NESSE ENCONTRO É REALIZADO O FECHAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA, PARA ISSO UTILIZAREMOS O MODELO A SEGUIR DE AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO, QUE DEVEM SER RESPONDIDOS INDIVIDUALMENTE.

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM	SIM	NÃO	ÀS VEZES	POSSO MELHORAR? SUGIRA COMO.
Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?				
Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?				
Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?				
Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?				
O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?				
Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?				
Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?				
Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?				
O processo de construção no GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?				
A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?				
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.				

NOTA:

- Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você conseguiu identificar isso?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto promotor da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## MENSAGEM FINAL



“[...] ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (Freire, 2016, p. 47).



Graduada no curso de Licenciatura em Matemática e pós-graduada "Lato Sensu" em Ensino de Matemática para Educação Básica no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Campus Bento Gonçalves. Graduada em Pedagogia pelo Centro Universitário Internacional - UNINTER. Professora da Rede Municipal de Educação de Bento Gonçalves desde 2017, no qual atua como as séries finais como professora de Matemática, no qual também atua como professora de séries iniciais.

**FICO A DISPOSICÃO ATRÁVES DO CONTATO DE E-MAIL:**  
[cristianefrizzi@gmail.com](mailto:cristianefrizzi@gmail.com)



É bacharel em física, mestre em astronomia e doutor em ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Realizou pós-doutorado no Florida Institute of Technology e na University of North Carolina. Atualmente, é professor adjunto da Universidade de Caxias do Sul e membro do corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Atua na área de Ensino de Ciências, Física e Astronomia, desenvolve atividades (oficinas, cursos, etc) em ambientes formais e não formais dedicadas ao ensino, em ações de divulgação e popularização da ciência e coordena o planetário móvel da Universidade de Caxias do Sul. Também tem experiência na área de astronomia, com ênfase em astrofísica estelar, em particular no estudo da estrutura e evolução de estrelas anãs brancas e estrelas variáveis, e observações astronômicas (fotometria e espectroscopia) e redução de dados.

**E-MAIL DO ORIENTADOR DA PESQUISA:**  
[ogiovannini@gmail.com](mailto:ogiovannini@gmail.com)

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática.** (Desafios da educação). Porto Alegre: Penso, 2018.
- BASSO, M.; RODRIGUES NOTARE, M. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 19 ago. 2023.
- BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola.** 14ª. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- FILHO, Gabriel E. [et al.] **Uma nova sala de aula é possível – Aprendizagem Ativa em Engenharia.** 1ª ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** 54ª ed. - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.
- GAY, Mara Regina; SILVA, Willian Raphael. Araribá plus: Matemática – 8º ano. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
- PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Tradução Sandra Costa. - ed. rev. - Porto Alegre: Artmed, 2008.
- SOFFNER, Renato. **Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert.** Tópicos Educacionais, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.
- ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.





## MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO

## CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA



NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa aula vamos conhecer as ferramentas disponíveis no software GeoGebra.  
**Vamos juntos embarcar no mundo da geometria dinâmica**

## CONSTRUÇÕES:

- Um ponto, uma reta, um segmento e uma semirreta;
- Um polígono regular, após identifique seus ângulos. No mesmo, trace suas mediatrizes.
- Um triângulo qualquer, identifique seus ângulos e em seguida trace as suas bissetrizes.
- Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos, bem como seu perímetro.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

## QUESTIONAMENTOS:

- Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou de ambos?  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_



## MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO

# ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO

INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa estação vamos relembrar e aplicar a condição de existência do triângulo.

### KITS DE PALITOS:

Esta estação inicia com a formação de triângulos com canudos cortados em diferentes tamanhos, conforme a distribuição descrita a seguir:

- KIT 1: (7cm, 8cm, 10 cm);
- KIT 2: (5cm, 5cm, 5cm);
- KIT 3: (4cm, 5cm, 11cm);
- KIT 4: (8cm, 12cm, 3cm).

### CONSTRUÇÕES:

Agora vamos testar essa condição de existência reproduzindo os mesmos triângulos da atividade anterior com os palitos no software de geometria dinâmica.



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

### QUESTIONAMENTOS:

- Após testar a construção dos quatro kits de canudos, conforme orientações acima, identifique quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos. Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?

---



---



---

- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo? Através dos elementos visuais, ou da movimentação ou de ambos?

---



---



---



**MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO**

# ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO



INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

**QUESTIONAMENTO**

Nessa estação vamos relembra e aplicar a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



**CONSTRUÇÕES:**

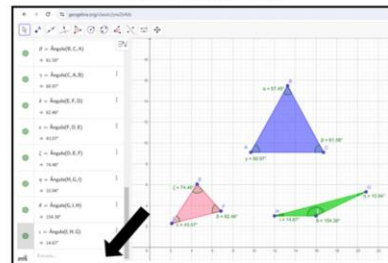
Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa três triângulos distintos e responda os questionamentos abaixo por meio da observação das construções e testes com o software. Não esqueça de utilizar a DICA ao lado antes de responder as perguntas.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

**DICA:** o software tem um comando de entrada no campo inferior esquerdo, conforme a Figura 1, denominado ENTRADA.

Figura 1: Comando de entrada.



Fonte: A autora (2024).

**QUESTIONAMENTOS:**

- Utilizando a DICA, você observa alteração do resultado da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu o mesmo? O que vocês podem concluir após o processo realizado anteriormente?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO

# ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL – BARICENTRO



INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Baricentro.

## QUESTIONAMENTO

**Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?**

Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade?

- Desenhe um triângulo qualquer na folha de desenho;
- Trace as medianas e após marque o ponto de intersecção entre elas.
- Recorte o triângulo, faça um furo no ponto de intersecção e insira um barbante.

Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida. Anexe aqui o material construído.

## CONSTRUÇÕES:

Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa um triângulo e trace suas medianas, finalize marcando o ponto de intersecção Baricentro.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

## QUESTIONAMENTOS:

- Após realizar a construção a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta.

-----

-----

-----

-----



## MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO

# ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL - INCENTRO



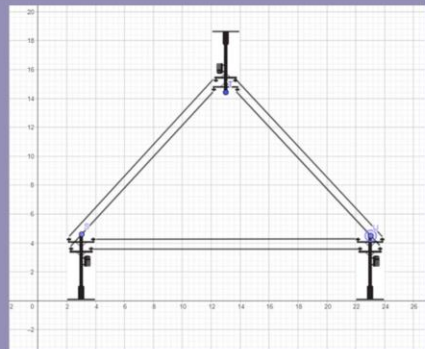
INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_  
 TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Incentro.

### PROBLEMA:

Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém a área destinada para a construção possui ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo, conforme figura ao lado.

Utilizando a propriedade do ponto notável-Incentro (as bissetrizes de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outro no lado oposto a esse vértice), calcule o ponto mais seguro de pouso, ou seja, onde a distância entre o ponto e os cabos de energia devem ser equidistantes.



### RASCUNHO:

---

---

---

---

---

---

---

---

### CONSTRUÇÕES:

Acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgj dne>, e com o uso do software Geogebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Incentro e, usando a ferramenta da distância calcule-as comprovando a propriedade. Para isso, identifique primeiramente as bissetrizes e o ponto de intersecção entre elas, na sequência utilizando a ferramenta circunferência dado centro e um de seus pontos, em que o centro será o ponto de intersecção das bissetrizes e o outro será um dos pontos estabelecidos na hora da construção que irá interceptar a circunferência no cabo interno de energia da torre. Finalizando essa etapa, é necessário identificar os outros dois pontos que interceptam a circunferência e os cabos de energia da torre, para em seguida selecionar a ferramenta distância e calcular, comprovando a propriedade.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**



## MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO

# ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL – CIRCUNCENTRO



INTEGRANTES DO GRUPO: \_\_\_\_\_

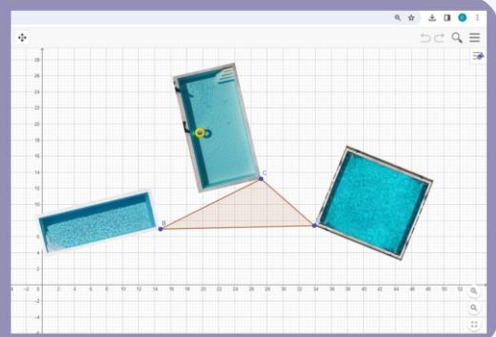
TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Circuncentro.

### PROBLEMA:

Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E, conforme figura ao lado, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã.

Utilizando a propriedade do ponto notável-Circuncentro (O circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), indique onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs.



### RASCUNHO:

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### CONSTRUÇÕES:

Acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr>, e com o uso do software Geogebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Circuncentro e crie uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo). Finalizando, teste o que acontece com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.



**NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.**

## MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO

# AUTOAVALIAÇÃO – ETAPA 1



NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_/\_\_/\_\_

Nessa aula, vamos avaliar e nos autoavaliar no processo desenvolvido no percurso da sequência didática.

Vamos embarcar junto nesse momento tão importante, que é a avaliação.

### QUESTIONAMENTOS:

AValiação DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM	SIM	NÃO	ÀS VEZES	POSSO MELHORAR? SUGIRA COMO.
Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?				
Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?				
Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?				
Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?				
O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?				
Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?				
Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?				
Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?				
O processo de construção no GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?				
A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?				
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	NOTA:			





**MATERIAL DO ESTUDANTE PARA IMPRESSÃO**

# AVALIAÇÃO - ETAPA 2



NOME: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Nessa aula, vamos avaliar e nos autoavaliar no processo desenvolvido no percurso da sequência didática.

**Vamos embarcar juntos nesse momento tão importante, que é a avaliação.**

**QUESTIONAMENTOS:**

1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?

---

---

---

---

---

---

2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?

---

---

---

---

---

---

3. Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?

---

---

---

---

---

---

4. Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.

---

---

---

---

---

---

5. Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.

---

---

---

---

---

---



## **ANEXO A**

Na sequência, apresenta-se um exemplar do modelo utilizado nessa pesquisa de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, preenchido por uma das estudantes participantes, salientando que foi aplicado o mesmo modelo para os todos participantes e que os todos estão arquivados.



FUNDAÇÃO  
UNIVERSIDADE DE  
CAXIAS DO SUL



UNIVERSIDADE  
DE CAXIAS DO SUL

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA -  
PPGECiMa**

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Convidamos o(a) aluno(a) [REDACTED] a participar da pesquisa intitulada **DESENVOLVENDO HABILIDADES DE GEOMETRIA DINÂMICA NO ENSINO FUNDAMENTAL UTILIZANDO O GEOGEBRA**, sob responsabilidade do(a) mestrando(a) Cristiane Ferrari Rizzi e do professor(a) orientador(a) Odilon Giovannini Junior, vinculada ao curso de mestrado profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul.

A pesquisa tem como objetivo promover a construção do conhecimento dos estudantes do Ensino Fundamental utilizando o software GeoGebra no ensino dos pontos notáveis de um triângulo e seu desenvolvimento está baseado na aplicação de uma proposta de intervenção pedagógica. A aplicação terá duração de 9 períodos de aula de 50 min, com início previsto para 03 de junho de 2024, e ocorrerá no componente curricular de Matemática, cuja professora titular é a mestranda.

A sua participação é voluntária e se dará por meio da realização das atividades previstas na intervenção pedagógica. Durante a aplicação, serão coletados dados através de diferentes instrumentos como questionário, testes, observações e fotografias. Suas respostas serão tratadas de forma anônima e confidencial, isto é, em nenhum momento será divulgado o seu nome em qualquer fase do estudo. Quando for necessário exemplificar determinada situação, sua privacidade será assegurada uma vez que seu nome será substituído de forma aleatória. Os dados coletados serão utilizados apenas NESTA pesquisa e os resultados divulgados em eventos e/ou revistas científicas.

Se depois de consentir em sua participação o(a) aluno(a) desistir de continuar participando, tem o direito e a liberdade de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, seja antes ou depois da coleta de dados, independentemente do motivo e sem nenhum prejuízo a sua pessoa. O(A) Sr.(a) não terá nenhuma despesa e também não receberá nenhuma remuneração. Não haverá riscos de qualquer natureza relacionados com sua participação. O benefício relacionado a sua participação será o de ampliar o conhecimento científico para a área de pesquisa em Ensino de Ciências.

Diante do exposto, Eu, [REDACTED], eu concordo em participar do projeto, sabendo que não vou ganhar nada e que posso sair quando quiser. Este documento é emitido em duas vias que serão ambas assinadas por mim ou pelo meu responsável e pelo pesquisador, ficando uma via com cada um de nós.

Para qualquer outra informação, o(a) aluno(a) ou seu responsável poderá entrar em contato com o pesquisador no endereço Alameda João Dal Sasso, 800 - Universitário, Bento Gonçalves - RS, pelo e-mail [cristianefrizzi@gmail.com](mailto:cristianefrizzi@gmail.com) ou pelo telefone (54) 999534404.

Bento Gonçalves, 20/05/2024.

[REDACTED]

Assinatura do participante ou responsável

[REDACTED]

Assinatura do pesquisador