

Sequência didática para o desenvolvimento de habilidades com o uso de geometria dinâmica para o ensino e aprendizagem do triângulo por meio do GeoGebra



CRISTIANE FERRARI RIZZI
ODILON GIOVANNINI JR.

APRESENTAÇÃO

Vamos embarcar juntos no mundo da geometria dinâmica

O ensino de geometria plana pode ser mais atrativo aos estudantes e eficaz, em relação ao desenvolvimento de competências e habilidades, quando estratégias de aprendizagem ativa são utilizadas em sala de aula. Essas estratégias, promovem a participação ativa dos estudantes por meio de tarefas e atividades que envolvam processos cognitivos, como a percepção, a atenção, associação, memória, raciocínio e imaginação, entre outros (Elmôr Filho *et al.*, 2019).

Todavia, além do aprimoramento em relação à aprendizagem de geometria, o presente projeto também visa o desenvolvimento de competências gerais da BNCC, no que tange à importância da utilização de tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética, bem como valorizar a autonomia dos estudantes buscando sua formação integral. Neste sentido, Freire afirma que

SABER QUE DEVO RESPEITAR A AUTONOMIA, A DIGNIDADE E A IDENTIDADE DO EDUCANDO E, NA PRÁTICA, PROCURAR A COERÊNCIA COM ESTE SABER, ME LEVA INAPELAVELMENTE À CRIAÇÃO DE ALGUMAS VIRTUDES OU QUALIDADES SEM AS QUAIS AQUELE SABER VIRA INAUTÊNTICO, PALAVREADO VAZIO E INOPERANTE (FREIRE, 2016, P. 61).

Diante disso, com intuito de desenvolver habilidades e competências dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em geometria plana, no que tange à compreensão da soma dos ângulos internos de um triângulo e seus pontos notáveis, o Produto Educacional que será descrito a seguir é fruto da pesquisa realizada na dissertação: **DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES COM O USO DE GEOMETRIA DINÂMICA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO TRIÂNGULO POR MEIO DO GEOGEBRA**, desenvolvida no PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL, da Universidade de Caxias do Sul (UCS).



SUMÁRIO

SUMÁRIO	3
INTRODUÇÃO	4
SEQUÊNCIA DIDÁTICA	5
ENCONTRO 1: CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA	6
ENCONTRO 2: ESTAÇÃO POR ROTAÇÕES	7
ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO	8
ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO	9
ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL - BARICENTRO	10
ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL - INCENTRO	11
ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL - ORTOCENTRO	12
ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL - CIRCUNCENTRO	13
ENCONTRO 3: AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO	14
MENSAGEM FINAL	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	16
APÊNDICE A - VERSÃO ALUNO	17 a 25



INTRODUÇÃO

O cenário educacional encontra-se em constante transformação e aprimoramento; as mudanças constantes da sociedade oriundas do advento do contínuo avanço tecnológico fazem com que nós educadores estejamos a todos os momentos em constante formação, buscando apoio teórico e metodológico para nossas demandas rotineiras educacionais, principalmente no que diz respeito ao uso das tecnologias digitais. Porém, essa inserção precisa levar em consideração a formação continuada de práticas pedagógicas e não apenas de ferramentas e materiais, pois “tornar o professor proficiente no uso das tecnologias digitais de forma integrada ao currículo é importante para uma modificação de abordagem que traduza em melhores resultados na aprendizagem dos alunos.” (Bacich; Moran, 2018, p. 130).

Ao traçar objetivos, revisar as metodologias, analisar o plano de trabalho conectando recursos tecnológicos para aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem, busca-se desenvolver em nossos estudantes habilidades indispensáveis para o sucesso profissional e na vida pessoal, tais como autonomia, proatividade, pensamento computacional e criatividade.

REFERENCIAL TEÓRICO

A teoria construtivista de Piaget, conforme Becker (2009), corresponde ao estágio no qual será realizada a pesquisa em que os estudantes se encontram na faixa etária dos treze anos enquadrando no estágio operatório formal, em que é possível desenvolver o processo lógico matemático, dedutivo e de verificação, que será fundamental no decorrer da aplicação da sequência que se objetiva deduzir e validar os teoremas dos pontos notáveis do triângulo.

Devido à utilização do software de geometria dinâmica e consequentemente do laboratório de informática, fica evidente a relação da sequência didática com a teoria construcionista de Papert (2008) e a necessidade eminente de repensar a educação com o advento da tecnologia.

Diante disso, as três teorias são de suma importância para elaboração da sequência didática, bem como correlatos, pois busca o estudante que se encontra no estágio operatório formal que tem o perfil construtivista de desenvolvimento no processo lógico e dedutivo da matemática, além do aprimoramento de sua autonomia do conhecimento, possibilitando desenvolver conhecimentos matemáticos atrelados ao construcionismo por meio do software de geometria dinâmica, Geogebra.



SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Por se tratar de uma pesquisa de mestrado profissional em Ensino, é indispensável que seja gerado um produto educacional (PE) como resultado. Neste sentido, a escolha da professora pesquisadora foi elaborar uma sequência didática, que foi aplicada, validada e aprimorada durante o desenvolvimento da pesquisa do curso de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática. O produto educacional é destinado aos professores e alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental e visa contribuir para o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao triângulo.

A sequência didática está fundamentada nos princípios do construtivismo, da aprendizagem autônoma e no construcionismo. Para tanto, as atividades propostas na sequência didática buscam o desenvolvimento de habilidades por meio do método de aprendizagem ativa “rotações por estações”, utilizando recursos de geometria dinâmica do GeoGebra.

A organização da sequência didática ocorreu em três etapas de aplicação. A primeira etapa é voltada para que os estudantes conheçam as ferramentas e funcionalidades do GeoGebra. Na etapa 2, os conteúdos são organizados por meio de estações, conforme o quadro abaixo, em que os estudantes em grupos participam de todas elas, por meio de um rodízio. Finaliza-se na etapa 3, por meio da autoavaliação dos estudantes e da avaliação das etapas.

No quadro abaixo encontra-se um resumo das etapas da sequência didática, na qual será detalhada no decorrer das próximas páginas.

Etapa	Encontro	Duração (min)	Períodos	Atividade
1	1	120	2	Conhecendo o GeoGebra
2	2 a 6	350	7	Estação por Rotações ESTAÇÃO 1: Condição de existência do triângulo ESTAÇÃO 2: Soma dos ângulos internos de um triângulo ESTAÇÃO 3: Ponto Notável: Baricentro ESTAÇÃO 4: Ponto Notável: Incentro ESTAÇÃO 5: Ponto Notável: Ortocentro ESTAÇÃO 6: Ponto Notável: Circuncentro
3	7	90	2	Autoavaliação e Avaliação



ENCONTRO 1 – CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

PLANO DE AULA

OBJETIVO:

Desenvolver habilidades de geometria por meio do recurso de geometria dinâmica.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Compreender as propriedades de geometria a partir de construções no software GeoGebra;
- Utilizar o software GeoGebra para adquirir conhecimentos de geometria dinâmica e do construcionismo do conhecimento.

JUSTIFICATIVA:

Proporcionar aos estudantes conhecer e familiarizar-se com as funcionalidades do GeoGebra para ser utilizado no desenvolvimento das habilidades dos estudantes em relação às propriedades e os pontos notáveis do triângulo.

UNIDADE TEMÁTICA: Geometria

OBJETO DE CONHECIMENTO:

Construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

HABILIDADES:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

RESULTADOS DE APRENDIZAGEM ESPERADOS:

- Compreender as ferramentas do software GeoGebra;
- Reconhecer suas funcionalidades;
- Testar as ferramentas disponíveis;
- Compreender a importância do dinamismo do software para compreensão de habilidades geométricas.

CARGA HORÁRIA: 120 minutos (2 períodos)

METODOLOGIA:

- Aula prática dialogada: apresentação das ferramentas;
- Atividades individuais utilizando o computador/notebook;
- Acesso à internet ou software baixado de geometria dinâmica GeoGebra.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Computadores/notebooks;
- Software GeoGebra;
- GUIA com os questionamentos e instruções do encontro.

DESENVOLVIMENTO:

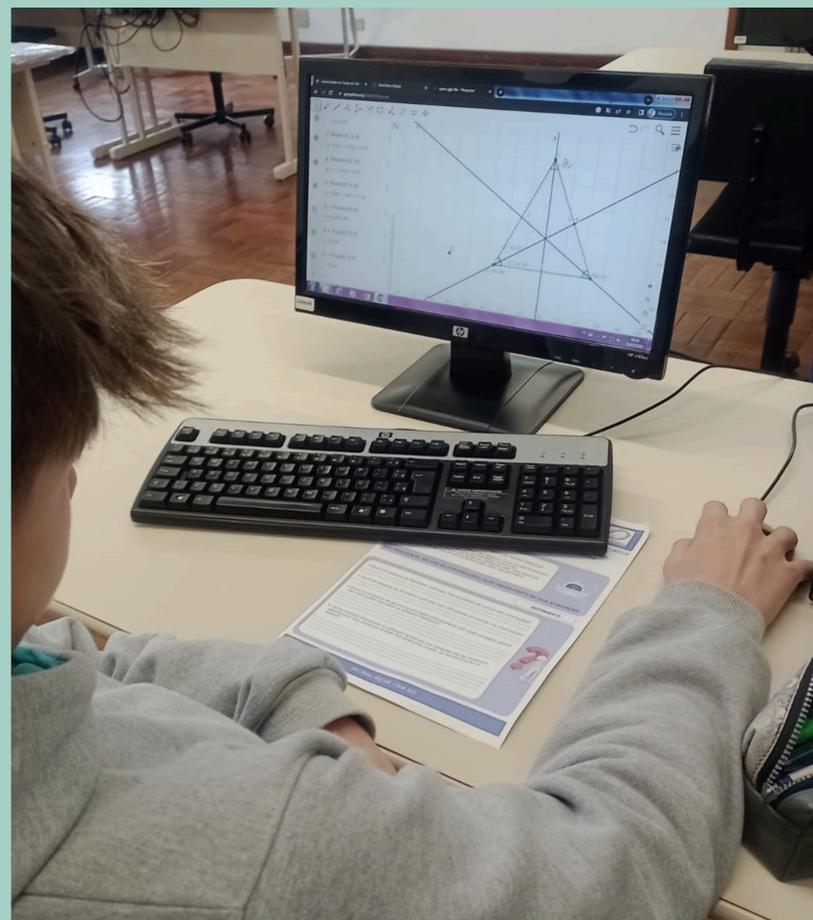
Na etapa inicial serão apresentadas uma a uma das ferramentas disponíveis no software de geometria dinâmica GeoGebra, bem como suas funcionalidades.

Em seguida será solicitado que os estudantes realizem algumas construções no software de geometria dinâmica, utilizando as ferramentas disponíveis, tais como a construção de:

- Um ponto, uma reta, um segmento e uma semirreta;
- Um polígono regular, após identifique seus ângulos. Em seguida, trace suas mediatrizes.
- Um triângulo qualquer, identifique seus ângulos e trace suas bissetrizes.
- Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos, bem como seu perímetro.

Finalizando as construções, os estudantes serão convidados a responder:

- Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?
- Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?
- Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou de ambos?



PROFESSOR (A) : O
MODELO DE APLICAÇÃO
PARA OS ALUNOS
ENCONTRA-SE NO
APÊNDICE DO PRODUTO
EDUCACIONAL.

AVALIAÇÃO:

Entrega das construções realizadas e das respostas dos questionamentos propostos para os alunos e observação da interação aluno – professor, bem como a autonomia dos alunos para a execução das atividades propostas.

ENCONTRO 2 – ROTAÇÃO POR ESTAÇÕES ESTUDO DOS TRIÂNGULOS

PLANO DE AULA

OBJETIVO:

Desenvolver habilidades relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis - ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro) com auxílio da geometria dinâmica.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Compreender as propriedades de geometria a partir de construções no software GeoGebra;
- Praticar as habilidades de geometria dinâmica, utilizando o software GeoGebra;
- Utilizar o software GeoGebra para adquirir conhecimentos de geometria dinâmica a partir dos princípios do construcionismo do conhecimento.

JUSTIFICATIVA:

Desenvolver a competência nos estudantes de compreender as propriedades e pontos notáveis do triângulo aplicados na resolução de problemas e utilizando recursos tecnológicos de geometria dinâmica, buscando elevar os índices de ensino e aprimorar a autonomia e o protagonismo.

UNIDADE TEMÁTICA: Geometria

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

Construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares; Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

HABILIDADES:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

(EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

RESULTADOS DE APRENDIZAGEM ESPERADOS:

- Desenvolver habilidades geométricas para o estudo do triângulo por meio da resolução de problemas e uso de ferramenta de geometria dinâmica;
- Retomar a definição de congruência e semelhança dos triângulos e utilizar a propriedade em relação à soma dos ângulos internos de um triângulo para obter informações que permitem verificar as semelhanças nos triângulos, bem como sua condição de existência enfatizando nesse momento o estudo do triângulo;
- Compreender, testar e reconhecer as funcionalidades das ferramentas do software GeoGebra;
- Compreender a importância do dinamismo do software para compreensão de habilidades geométricas;
- Desenvolver habilidades de protagonismo, autonomia e interação no grupo através da estratégia ativa de rotação por estações.

CARGA HORÁRIA: 350 minutos (7 períodos)

METODOLOGIA:

- Aula prática dialogada: apresentação da metodologia e das ferramentas;
- Metodologia ativa: rotação por estações;
- Atividades em grupos utilizando o computador/notebook;
- Acesso à internet, ou software baixado de geometria dinâmica GeoGebra.

RECURSOS DIDÁTICOS:

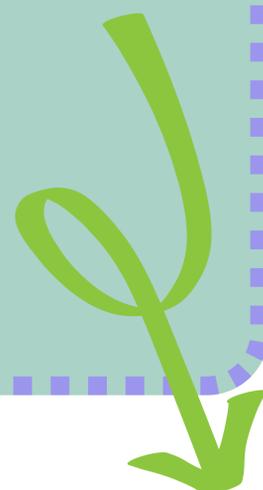
- Computadores/notebooks;
- Software GeoGebra;
- Livro didático;
- Folha de desenho;
- Régua;
- Lápis de escrever;
- Canudos;
- Rascunhos;
- GUIA com questionamentos e instruções para cada uma das estações.



DESENVOLVIMENTO:

A etapa inicial consiste em dividir a turma em grupos de 4, no máximo 5 participantes, sendo que cada um dos grupos ficará em uma estação. Serão seis estações; no final da aplicação do plano de aula todos os alunos deverão participar de todas, porém a ordem não interfere na compreensão do conteúdo.

Cada estação terá um material com orientações impressas e alguns questionamentos para serem respondidos pelo grupo, folhas de rascunho, bem como um notebook para construção da etapa utilizando o software GeoGebra. Essas estações serão descritas a seguir:



ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO

DESENVOLVIMENTO:

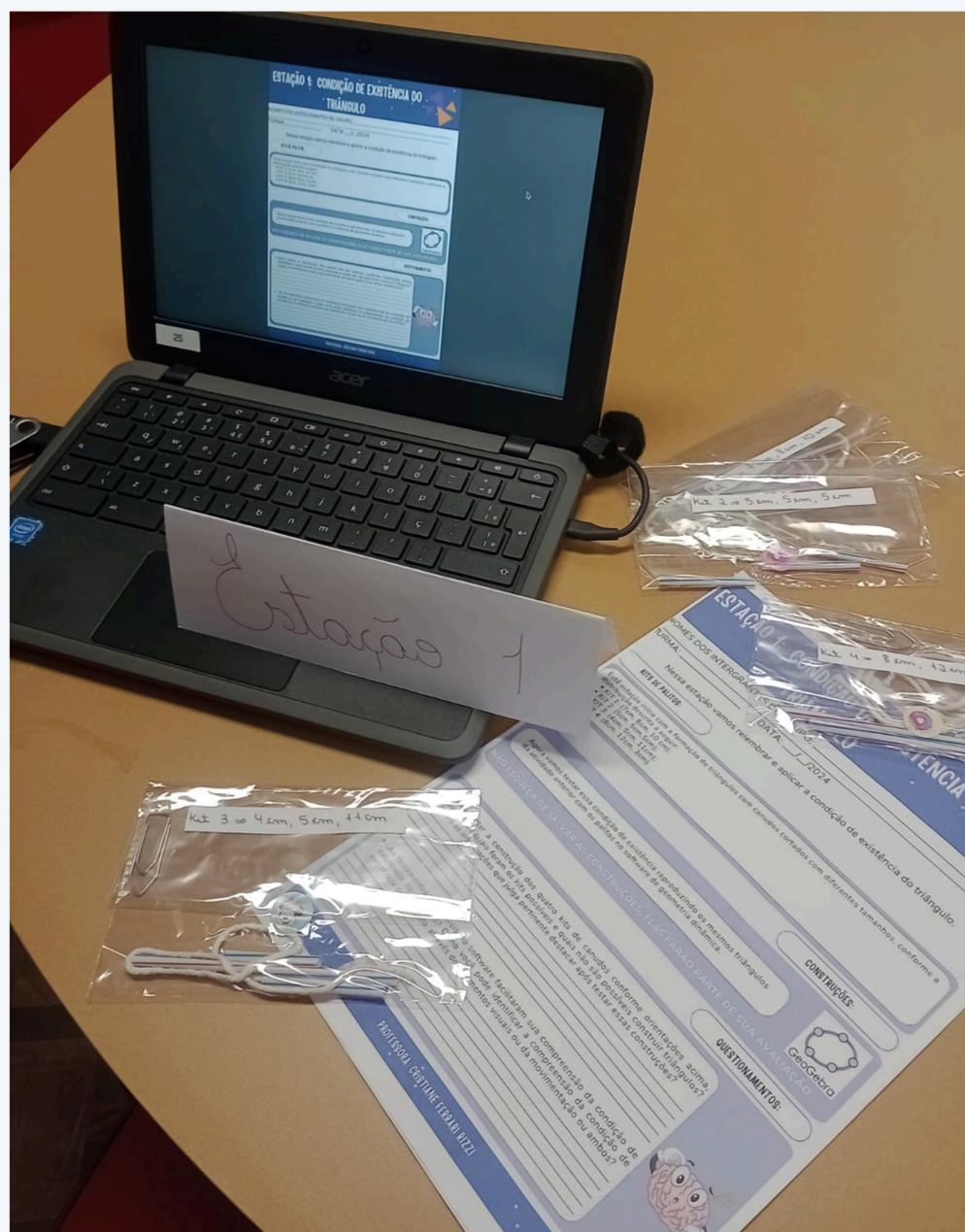
Essa estação contará com kits contendo canudos cortados em diferentes tamanhos: primeiro (7cm, 8cm, 10 cm), segundo (5cm, 5cm, 5cm), terceiro (4cm, 5cm, 11cm) e quarto (8cm, 12cm, 3cm) e os alunos serão desafiados a construir triângulos com o material.

Finalizando essa atividade, é necessário que os estudantes testem a condição de existência, reproduzindo um dos triângulos possível e outro não possível, dos utilizados na atividade anterior com os canudos no software de geometria dinâmica, GeoGebra. Após, os estudantes devem preencher no GUIA os seguintes questionamentos:

- Após testar a construção dos quatro kits de canudos, conforme orientações acima, identifique quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos. Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?
- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo? Através dos elementos visuais, ou da movimentação ou de ambos?

AValiação:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ A ENTREGA DO GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.



ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

DESENVOLVIMENTO:

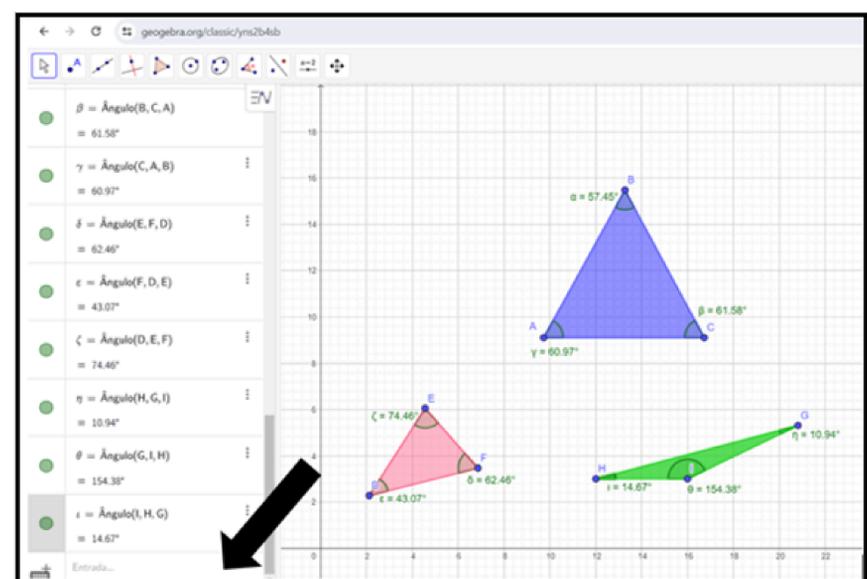
Está estação inicia com um questionamento provocador para o grupo discutir e registrar: Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.

Na sequência, utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, os estudantes devem construir três triângulos distintos e responder alguns questionamentos por meio das observações e testes, utilizando as ferramentas disponíveis no software.

DICA PARA O USO DO GEOGEBRA:

DICA: o software tem um comando de entrada no campo inferior esquerdo, conforme a Figura 1, denominado ENTRADA.

Figura 1: Comando de entrada.



Fonte: A autora (2024).

NESTE CAMPO PODEMOS DIGITAR A ENTRADA PARA REALIZAR A SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO; PARA ISSO, PRECISAMOS INICIAR COM UMA LETRA GREGA AINDA NÃO UTILIZADA E IGUALAR A SOMA DOS TRÊS ÂNGULOS INTERNOS ENCONTRADOS.

APÓS, MOVIMENTE OS TRIÂNGULOS E RESPONDA AS SEGUINTE PERGUNTAS:

- UTILIZANDO A DICA, VOCÊ OBSERVA ALTERAÇÃO DO RESULTADO DA SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DO TRIÂNGULO OU PERMANECEU O MESMO? O QUE VOCÊS PODEM CONCLUIR APÓS O PROCESSO REALIZADO ANTERIORMENTE?

AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ A ENTREGA DO GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL – BARICENTRO

DESENVOLVIMENTO:

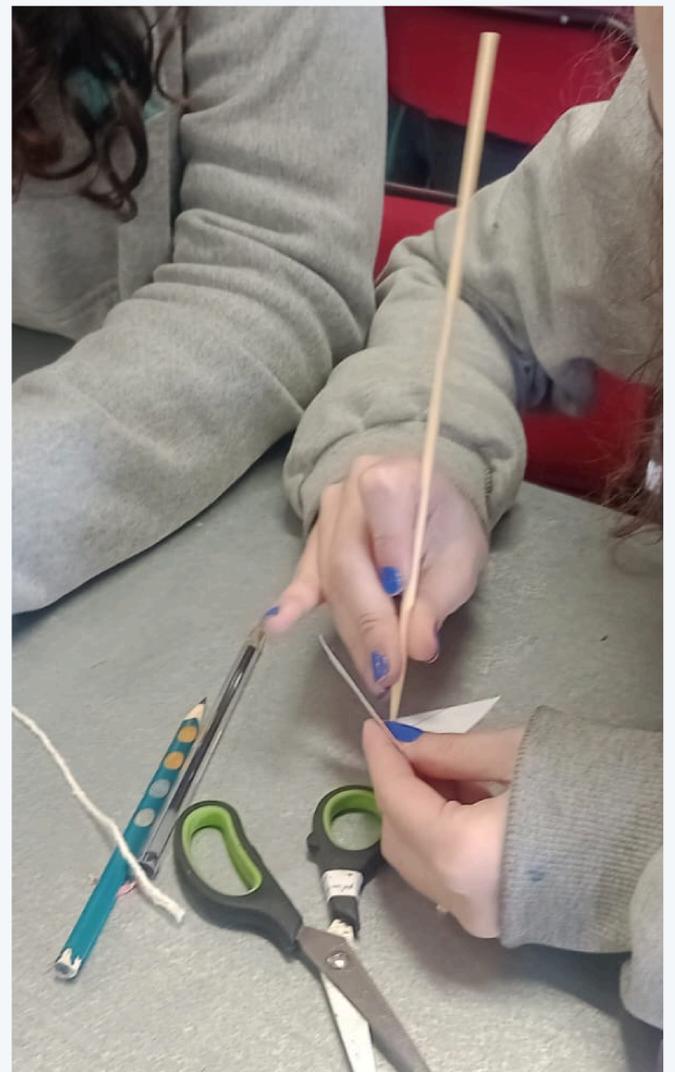
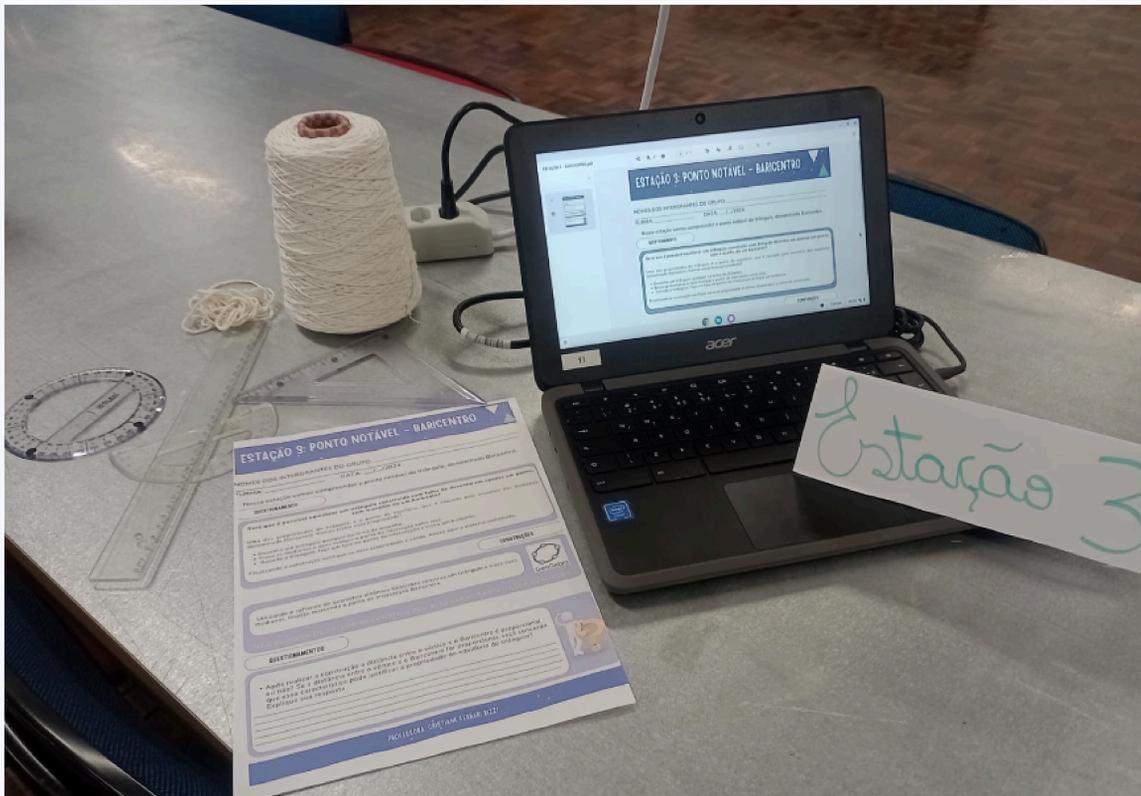
Iniciamos essa estação provocando os estudantes com o seguinte questionamento: Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?

Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade utilizando folha de desenho, lápis de escrever, régua e barbante. Inicie desenhando um triângulo qualquer, trace as medianas e após marque o ponto de interseção entre elas. Recorte o triângulo, faça um furo no ponto de intersecção e insira um barbante. Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida.

Após, realize o mesmo processo com o software GeoGebra, construa um triângulo e trace as suas medianas encontrando o ponto de intersecção (Baricentro).

- Após realizar a construção, a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta.

REGISTROS FOTOGRÁFICOS DA ESTAÇÃO



AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ A ENTREGA DA CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO COM O BARBANTE, O GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

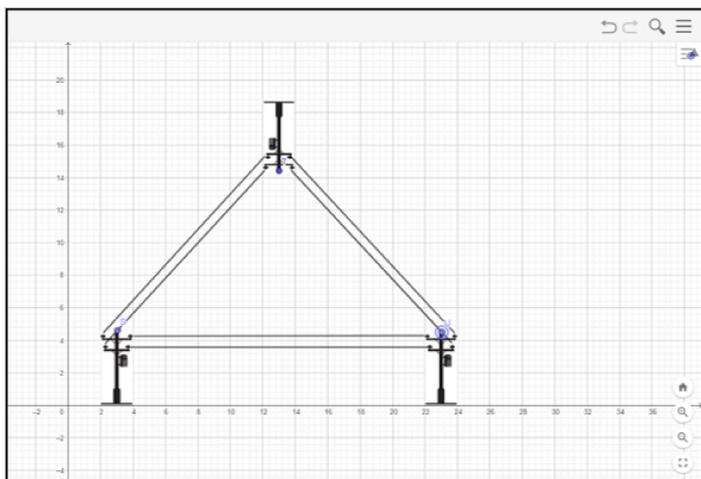
ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL – INCENTRO

DESENVOLVIMENTO:

Essa estação inicia com um problema para ser discutido e resolvido no grupo.

PROBLEMA: Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém a área destinada para a construção possui ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo, conforme Figura 3:

Figura 3: Problema Incentro.



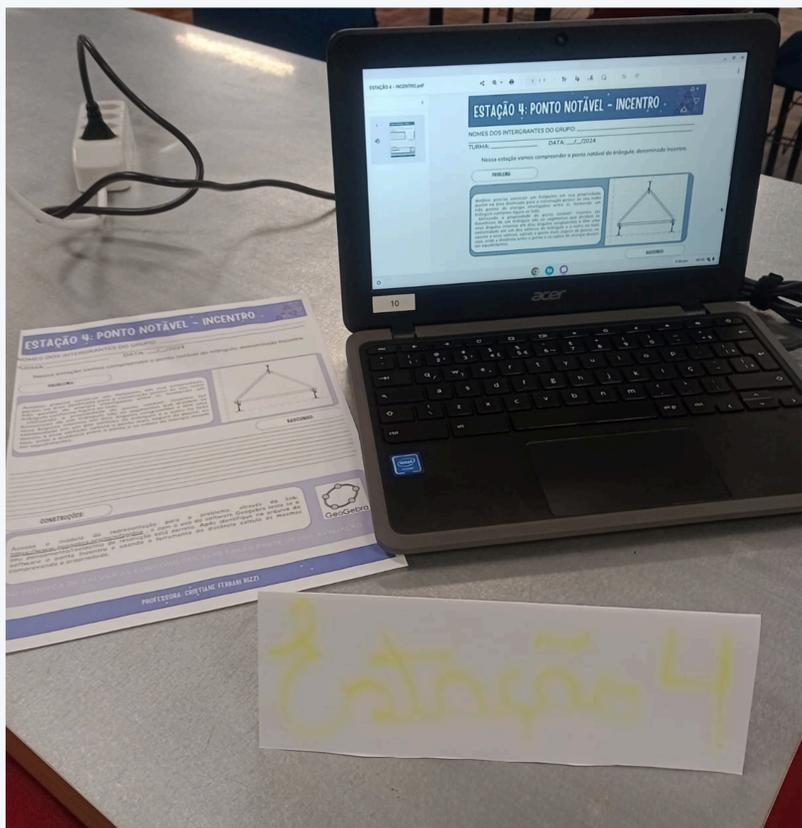
Fonte: A autora (2024).

Utilizando a propriedade do ponto notável “Incentro” (as bissetrizes de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outra no lado oposto a esse vértice), os estudantes devem iniciar marcando as bissetrizes, após marcar o ponto de intersecção entre elas. Na sequência, construir uma circunferência (dado centro e um de seus pontos), nesta etapa o centro será o ponto de intersecção das bissetrizes e o outro será um dos pontos estabelecidos na hora da construção que irá interceptar a circunferência no cabo interno de energia da torre. Finalizando essa etapa, é necessário identificar os outros dois pontos que interceptam a circunferência e os cabos de energia da torre, para em seguida selecionar a ferramenta distância, para identificá-la entre o Incentro (ponto de encontro das bissetrizes) e o ponto de intersecção da circunferência com os cabos de energia. Sendo possível assim chegar às medidas da distância equidistantes, o que corresponde ao raio da circunferência.

Neste momento, o professor solicita aos estudantes que utilizem primeiramente o rascunho para pensar numa estratégia de resolução do problema com seu grupo.

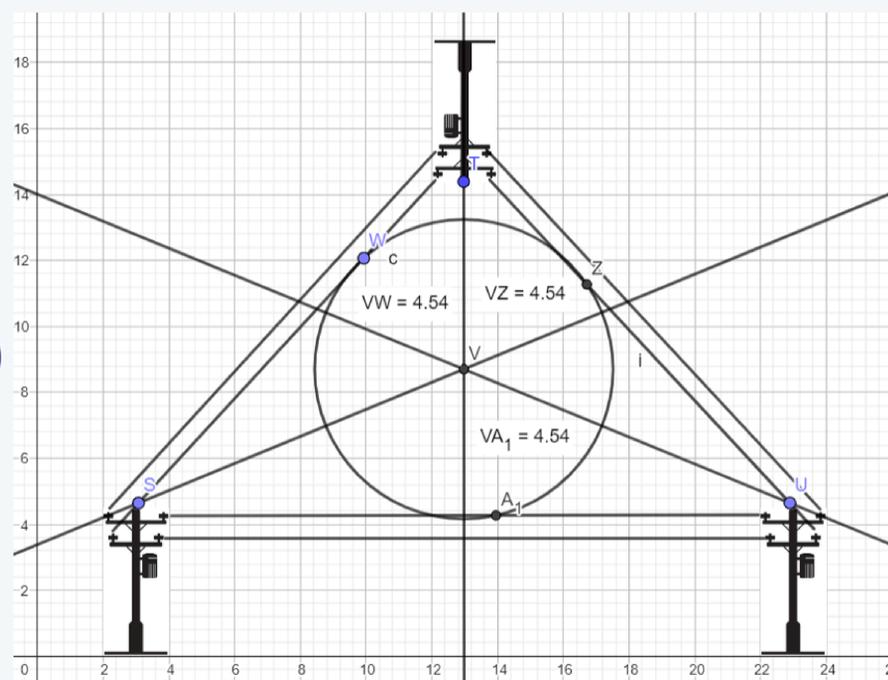
Após, os estudantes acessem o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgj dne>, e com o uso do software GeoGebra testam se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Ao concluir, identificam no arquivo do software o ponto Incentro e usando a ferramenta da distância calculam as mesmas comprovando a propriedade.

REGISTRO FOTOGRÁFICO DA ESTAÇÃO:



[HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/M/MFZGJDNE](https://www.geogebra.org/m/mfzgj dne)

RESOLUÇÃO



AVALIAÇÃO:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ O GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

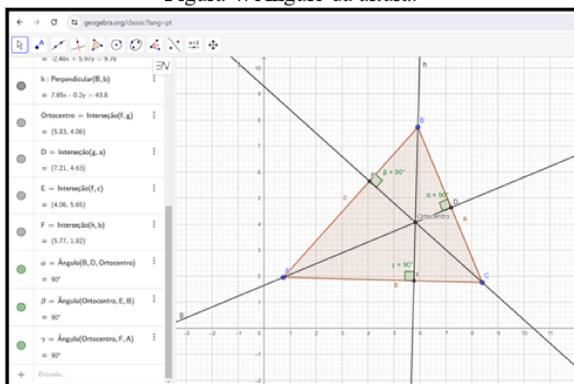
ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL – ORTOCENTRO

DESENVOLVIMENTO:

Nessa estação, os estudantes já iniciam construindo no software GeoGebra um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que 90°). Após, é necessário que marquem as retas perpendiculares dos vértices do triângulo. Finalizando essa etapa, encontra-se um ponto de encontro das retas suportes das alturas que é denominado ortocentro e forma um ângulo de 90° entre a extremidade de um dos vértices do triângulo à outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice.

Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo. Veja um exemplo na Figura 4:

Figura 4: Ângulo da altura.



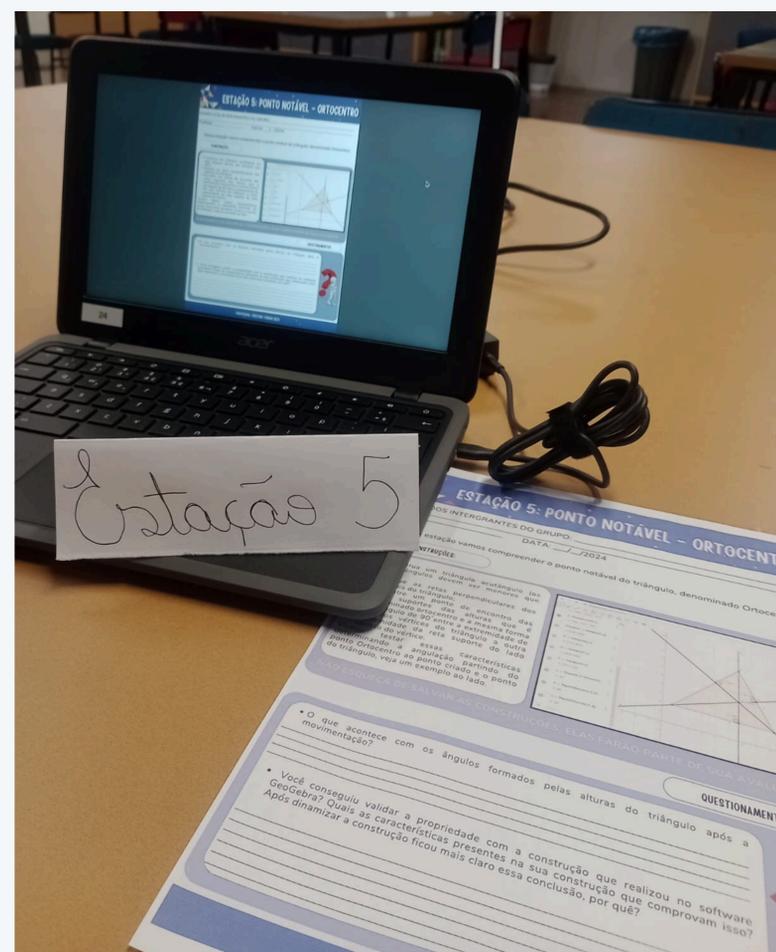
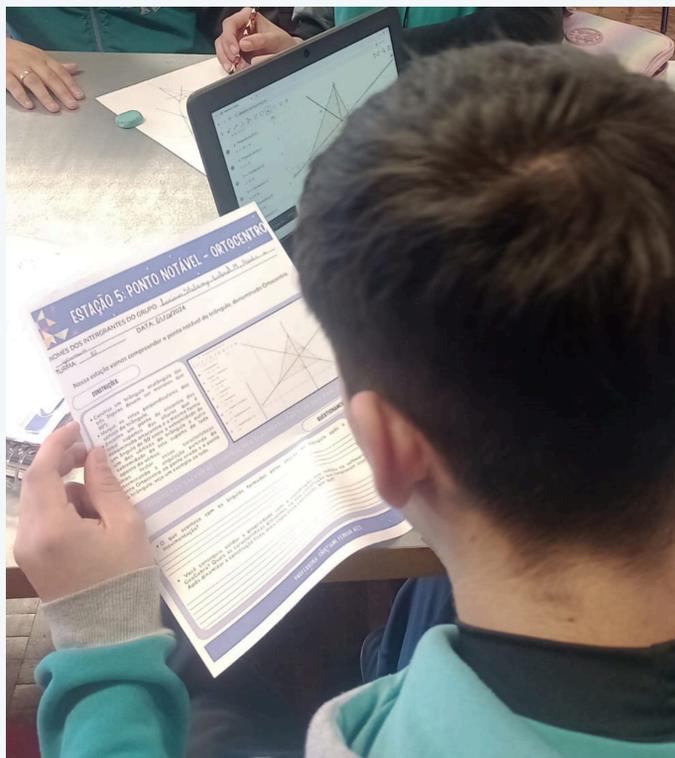
Fonte: A autora (2024).

Após selecionar um dos vértices e movimentar a construção, são propostas aos estudantes as seguintes perguntas:

- O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?
- Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção, ficou mais clara essa conclusão? Por quê?

AValiação: Nessa estação a avaliação será o guia que estará em cima da mesa (conforme apêndice), bem como as construções realizadas pelo grupo no software GeoGebra.

REGISTROS FOTOGRÁFICOS DA ESTAÇÃO:



AValiação:

NESSA ESTAÇÃO, A AValiação SERÁ O GUIA QUE ESTARÁ EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

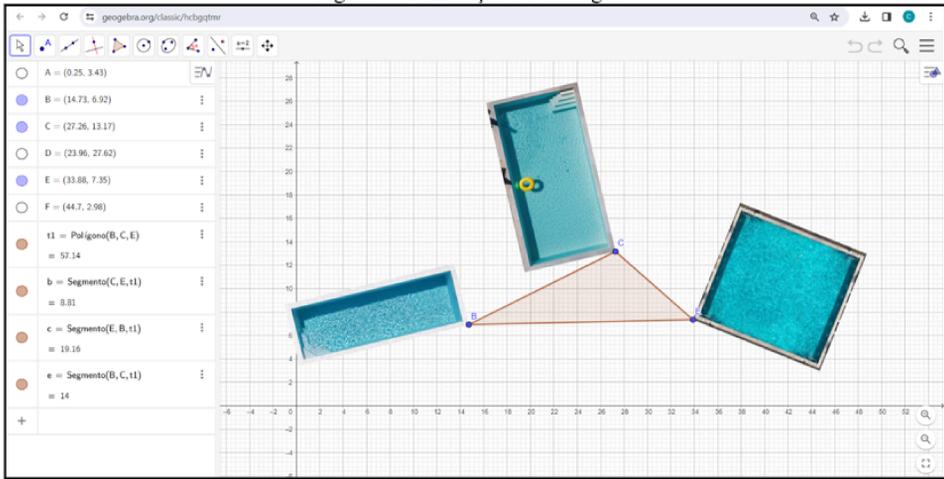
ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL – CIRCUNCENTRO

DESENVOLVIMENTO:

Essa estação inicia com um problema para ser discutido e resolvido em grupo.

PROBLEMA: Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E, conforme Figura 5, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã.

Figura 5: Construção do tobogã.



Fonte: A autora (2024).

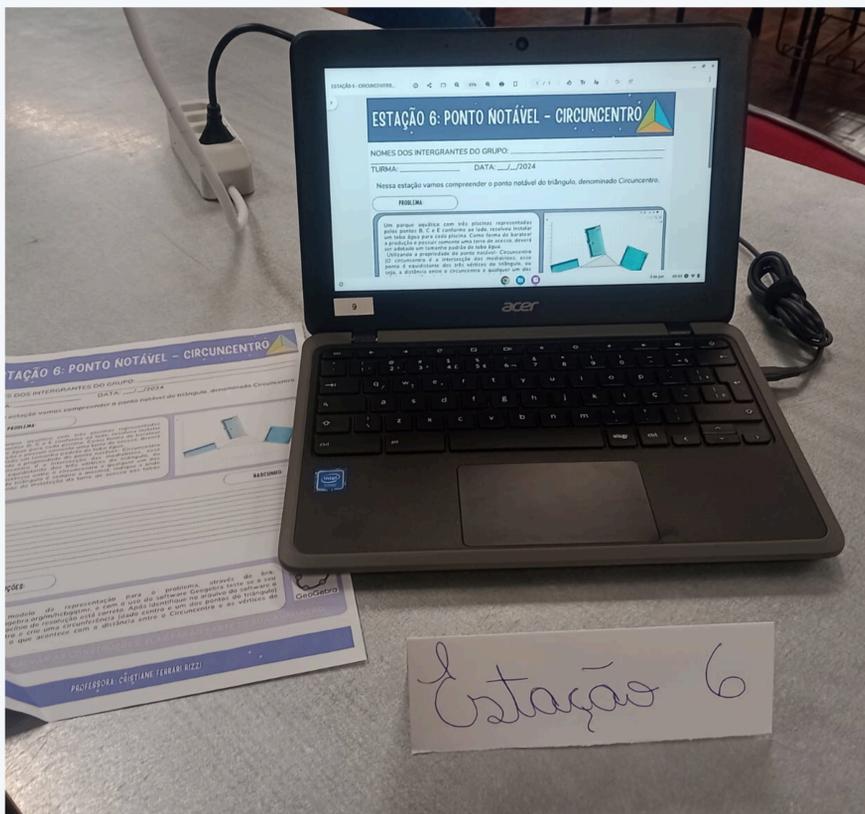
Utilizando a propriedade do ponto notável- Circuncentro (o circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), solicita-se aos estudantes que indiquem a onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs.

O professor solicita aos estudantes que utilizem primeiramente o rascunho para pensar numa estratégia de resolução do problema com seu grupo.

Após, acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr>, e com o uso do software GeoGebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Circuncentro e após crie uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo) e teste o que acontece com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.

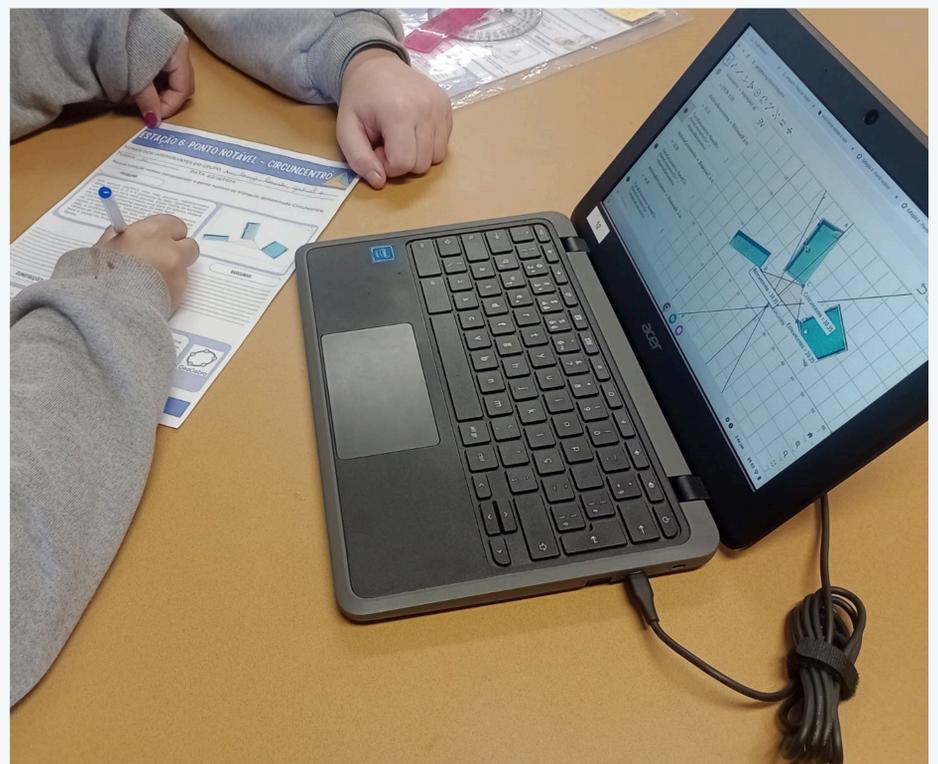


REGISTRO FOTOGRÁFICO DA ESTAÇÃO:



[HTTPS://WWW.GEOGEBRA.ORG/M/HCBGQTMR](https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr)

RESOLUÇÃO



AValiação:

NESSA ESTAÇÃO, A AVALIAÇÃO SERÁ O GUIA QUE DEVE ESTAR EM CIMA DA MESA (CONFORME APÊNDICE), BEM COMO AS CONSTRUÇÕES REALIZADAS PELO GRUPO NO SOFTWARE GEOGEBRA.

ENCONTRO 3 – AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO

PLANO DE AULA

OBJETIVO:

Avaliar o desenvolvimento de habilidades desenvolvidas no decorrer da sequência didática relativas ao estudo do triângulo (condição de existência, soma dos ângulos internos, pontos notáveis (ortocentro, incentro, circuncentro e baricentro)), e a relevância do uso do software de geometria dinâmica.

OBJETIVO ESPECÍFICO:

- Avaliar e autoavaliar-se no processo de aplicação da sequência didática.

JUSTIFICATIVA:

Proporcionar ao estudante a compreensão do processo de avaliação como meio para contribuir na sua aprendizagem de propriedades e pontos notáveis do triângulo aplicados na resolução de problemas e utilizando recursos tecnológicos de geometria dinâmica, buscando elevar os índices de ensino e aprimorar a autonomia e o protagonismo.

UNIDADE TEMÁTICA: GEOMETRIA

OBJETOS DE CONHECIMENTOS:

Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares;
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

HABILIDADES:

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

(EF08MA14) Demonstrar as propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

CARGA HORÁRIA: 90 minutos.

METODOLOGIA:

- Aula prática dialogada: apresentação da metodologia de autoavaliação;
- Atividade individual.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Lápis de escrever;
- GUIA da autoavaliação e avaliação.

DESENVOLVIMENTO:

NESSE ENCONTRO É REALIZADO O FECHAMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA, PARA ISSO UTILIZAREMOS O MODELO A SEGUIR DE AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO, QUE DEVEM SER RESPONDIDOS INDIVIDUALMENTE.

AValiação DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM	SIM	NÃO	ÀS VEZES	POSSO MELHORAR? SUGIRA COMO.
Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?				
Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?				
Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?				
Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?				
O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?				
Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?				
Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?				
Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?				
O processo de construção no GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?				
A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?				
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	NOTA:			

- Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?

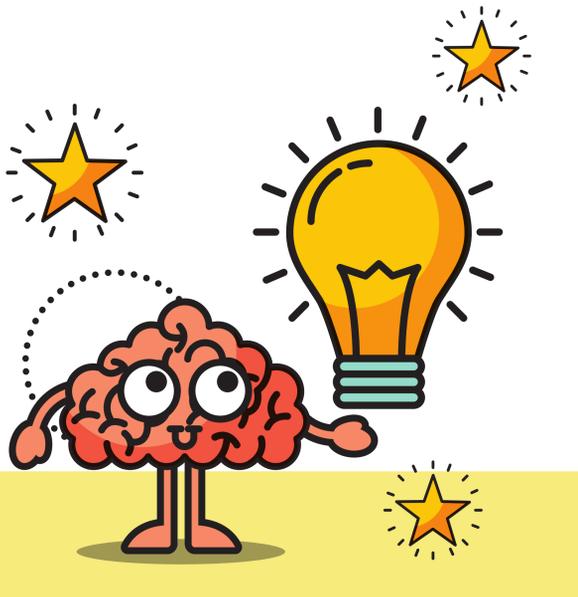
- Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?

- Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?

- Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.

- Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.

MENSAGEM FINAL



“[...] ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (Freire, 2016, p. 47).



Graduada no curso de Licenciatura em Matemática e pós-graduada "Lato Sensu" em Ensino de Matemática para Educação Básica no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Campus Bento Gonçalves. Graduada em Pedagogia pelo Centro Universitário Internacional - UNINTER. Professora da Rede Municipal de Educação de Bento Gonçalves desde 2017, no qual atua como as séries finais como professora de Matemática. No ano de 2023 iniciou como professora de séries iniciais, na mesma rede de ensino.

**FICO À DISPOSIÇÃO ATRÁVES DO CONTATO DE E-MAIL:
cristianefrizzi@gmail.com**

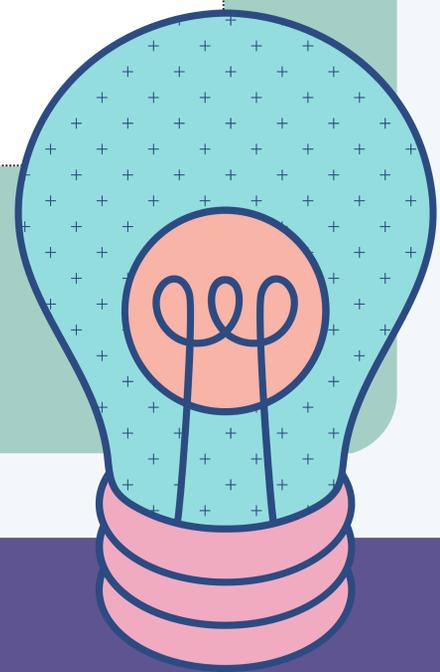


É bacharel em física, mestre em astronomia e doutor em ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Realizou pós-doutorado no Florida Institute of Technology e na University of North Carolina. Atualmente, é professor adjunto da Universidade de Caxias do Sul e membro do corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Atua na área de Ensino de Ciências, Física e Astronomia, desenvolve atividades (oficinas, cursos, etc) em ambientes formais e não formais dedicadas ao ensino, em ações de divulgação e popularização da ciência e coordena o planetário móvel da Universidade de Caxias do Sul. Também tem experiência na área de astronomia, com ênfase em astrofísica estelar, em particular no estudo da estrutura e evolução de estrelas anãs brancas e estrelas variáveis, e observações astronômicas (fotometria e espectroscopia) e redução de dados.

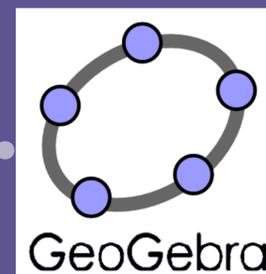
**E-MAIL DO ORIENTADOR DA PESQUISA:
ogiovannini@gmail.com**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática.** (Desafios da educação). Porto Alegre: Penso, 2018.
- BASSO, M.; Rodrigues Notare, M. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015. DOI: 10.22456/1679-1916.61432. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432>. Acesso em: 19 ago. 2023.
- BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola.** 14ª. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- FILHO, Gabriel E. [et al.] **Uma nova sala de aula é possível – Aprendizagem Ativa em Engenharia.** 1ª ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** 54ª ed. - Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.
- GAY, Mara Regina; SILVA, Willian Raphael. Araribá plus: Matemática – 8º ano. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
- PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Tradução Sandra Costa. - ed. rev. - Porto Alegre: Artmed, 2008.
- SOFFNER, Renato. **Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert.** Tópicos Educacionais, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.
- ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.



CONHECENDO O SOFTWARE GEOGEBRA

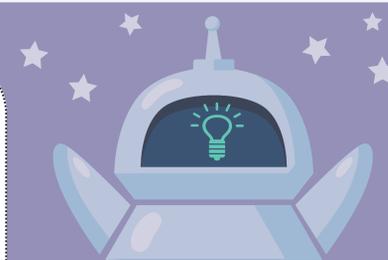


NOME: _____ TURMA: _____ DATA: ___/___/___

Nessa aula vamos conhecer as ferramentas disponíveis no software GeoGebra.
Vamos juntos embarcar no mundo da geometria dinâmica

CONSTRUÇÕES:

- Um ponto, uma reta, um segmento e uma semirreta;
- Um polígono regular, após identifique seus ângulos. No mesmo, trace suas mediatrizes.
- Um triângulo qualquer, identifique seus ângulos e em seguida trace as suas bissetrizes.
- Uma casa contendo no mínimo três polígonos diferentes com cores distintas. Identifique a área de cada um dos polígonos, bem como seu perímetro.



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

QUESTIONAMENTOS:

- Quais ferramentas do GeoGebra você mais teve facilidade em utilizar nas construções?

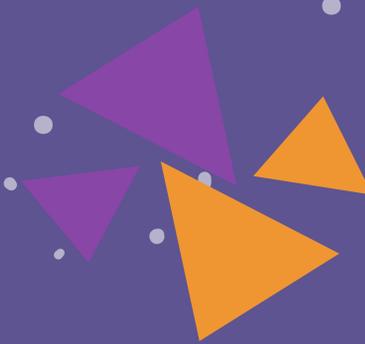
- Quais ferramentas do GeoGebra você teve mais dificuldade em utilizar nas construções?

- Quais os conteúdos de geometria estudados anteriormente que você conseguiu aplicar nas construções realizadas no software GeoGebra?

- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão de elementos geométricos? Isso aconteceu através dos elementos visuais, da movimentação ou de ambos?



ESTAÇÃO 1: CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DO TRIÂNGULO



INTEGRANTES DO GRUPO: _____

TURMA: _____ DATA: ___/___/___

Nessa estação vamos relembrar e aplicar a condição de existência do triângulo.

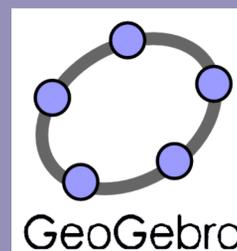
KITS DE PALITOS:

Esta estação inicia com a formação de triângulos com canudos cortados em diferentes tamanhos, conforme a distribuição descrita a seguir:

- KIT 1: (7cm, 8cm, 10 cm);
- KIT 2: (5cm, 5cm, 5cm);
- KIT 3: (4cm, 5cm, 11cm);
- KIT 4: (8cm, 12cm, 3cm).

CONSTRUÇÕES:

Agora vamos testar essa condição de existência reproduzindo os mesmos triângulos da atividade anterior com os palitos no software de geometria dinâmica.



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

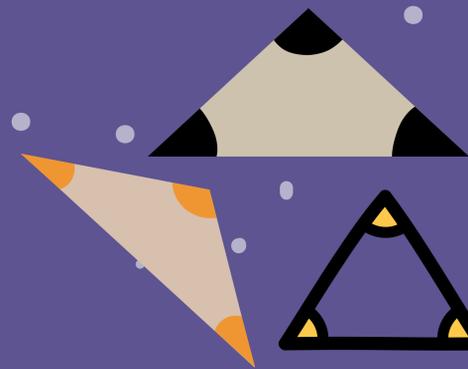
QUESTIONAMENTOS:

- Após testar a construção dos quatro kits de canudos, conforme orientações acima, identifique quais foram os kits possíveis e quais não são possíveis construir triângulos. Quais as informações que julga pertinente destacar após testar essas construções?

- As ferramentas disponíveis no software facilitaram sua compreensão da condição de existência do triângulo? Como você pode identificar a compreensão da condição de existência do triângulo? Através dos elementos visuais, ou da movimentação ou de ambos?



ESTAÇÃO 2: SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO



INTEGRANTES DO GRUPO: _____

TURMA: _____ DATA: ___/___/___

QUESTIONAMENTO

Nessa estação vamos relembrar e aplicar a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Discuta com o grupo e teste com alguns exemplos, registre esse momento no espaço abaixo.



CONSTRUÇÕES:

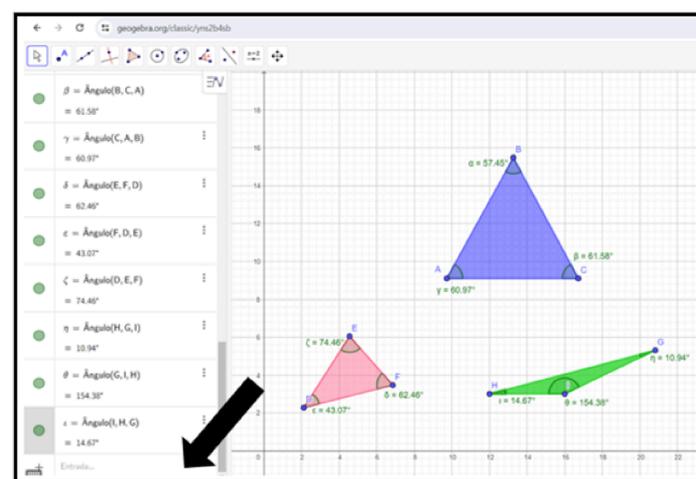
Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa três triângulos distintos e responda os questionamento abaixo por meio da observação das construções e testes com o software. **Não esqueça de utilizar a DICA ao lado antes de responder as perguntas.**



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

DICA: o software tem um comando de entrada no campo inferior esquerdo, conforme a Figura 1, denominado ENTRADA.

Figura 1: Comando de entrada.



Fonte: A autora (2024).

QUESTIONAMENTOS:

- Utilizando a DICA, você observa alteração do resultado da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu o mesmo? O que vocês podem concluir após o processo realizado anteriormente?



ESTAÇÃO 3: PONTO NOTÁVEL – BARICENTRO



INTEGRANTES DO GRUPO: _____

TURMA: _____ DATA: ___/___/___

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Baricentro.

QUESTIONAMENTO

Será que é possível equilibrar um triângulo construído com folha de desenho em apenas um ponto, com o auxílio de um barbante?

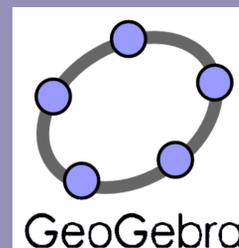
Uma das propriedades do triângulo é o ponto de equilíbrio, que é causado pelo encontro das medianas, denominado Baricentro. Vamos testar essa propriedade?

- Desenhe um triângulo qualquer na folha de desenho;
- Trace as medianas e após marque o ponto de intersecção entre elas.
- Recorte o triângulo, faça um furo no ponto de intersecção e insira um barbante.

Finalizando a construção, verifique se essa propriedade é válida. Anexe aqui o material construído.

CONSTRUÇÕES:

Utilizando o software de geometria dinâmica GeoGebra, construa um triângulo e trace suas medianas, finalize marcando o ponto de intersecção Baricentro.



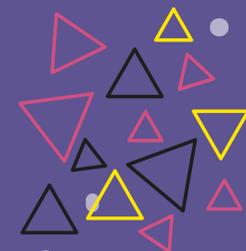
NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

QUESTIONAMENTOS:

- Após realizar a construção a distância entre o vértice e o Baricentro é proporcional ou não? Se a distância entre o vértice e o Baricentro for proporcional, você concorda que essa característica pode justificar a propriedade do equilíbrio do triângulo? Explique sua resposta.



ESTAÇÃO 4: PONTO NOTÁVEL – INCENTRO



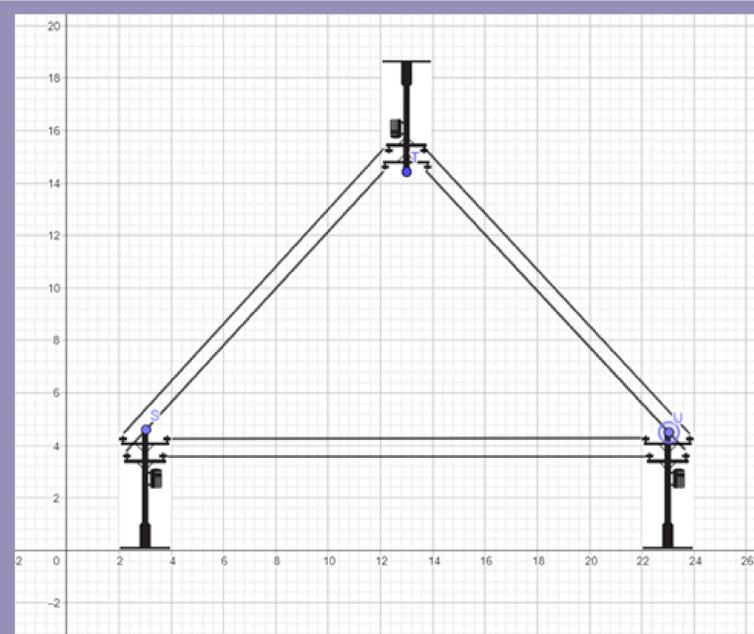
INTEGRANTES DO GRUPO: _____
TURMA: _____ DATA: __/__/____

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Incentro.

PROBLEMA:

Antônio precisa construir um heliponto em sua propriedade, porém a área destinada para a construção possui ao seu redor três postes de energia interligados entre si, formando um triângulo, conforme figura ao lado.

Utilizando a propriedade do ponto notável-Incentro (as bissetrizes de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outro no lado oposto a esse vértice), calcule o ponto mais seguro de pouso, ou seja, onde a distância entre o ponto e os cabos de energia devem ser equidistantes.



RASCUNHO:

CONSTRUÇÕES:

Acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/mfzgj dne>, e com o uso do software Geogebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Incentro e, usando a ferramenta da distância calcule-as comprovando a propriedade. Para isso, identifique primeiramente as bissetrizes e o ponto de intersecção entre elas, na sequência utilizando a ferramenta circunferência dado centro e um de seus pontos, em que o centro será o ponto de intersecção das bissetrizes e o outro será um dos pontos estabelecidos na hora da construção que irá interceptar a circunferência no cabo interno de energia da torre. Finalizando essa etapa, é necessário identificar os outros dois pontos que interceptam a circunferência e os cabos de energia da torre, para em seguida selecionar a ferramenta distância e calcular, comprovando a propriedade.



ESTAÇÃO 5: PONTO NOTÁVEL – ORTOCENTRO

INTEGRANTES DO GRUPO: _____

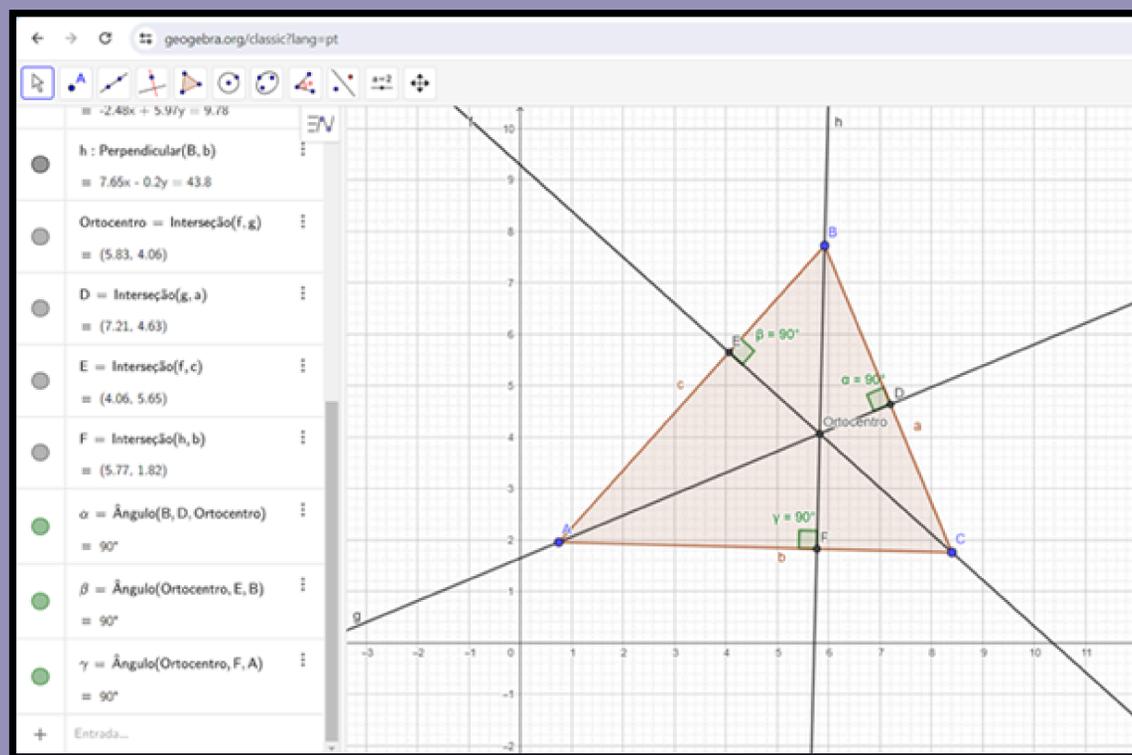
TURMA: _____ DATA: ___/___/___

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Ortocentro.

CONSTRUÇÕES:

- Construa um triângulo acutângulo (os três ângulos devem ser menores que 90°);
- Marque as retas perpendiculares dos vértices do triângulo;
- Encontre um ponto de encontro das retas suportes das alturas que é denominado ortocentro, e forma um ângulo de 90° entre a extremidade de um dos vértices do triângulo a outra extremidade da reta suporte do lado oposto do vértice.

Vamos testar essas características determinando a angulação partindo do ponto Ortocentro ao ponto criado e o ponto do triângulo. Veja um exemplo ao lado.



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

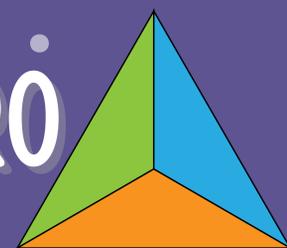
QUESTIONAMENTOS:

- O que acontece com os ângulos formados pelas alturas do triângulo após a movimentação?

- Você conseguiu validar a propriedade com a construção que realizou no software GeoGebra? Quais as características presentes na sua construção que comprovam isso? Após dinamizar a construção, ficou mais clara essa conclusão. Por quê?



ESTAÇÃO 6: PONTO NOTÁVEL – CIRCUNCENTRO



INTEGRANTES DO GRUPO: _____

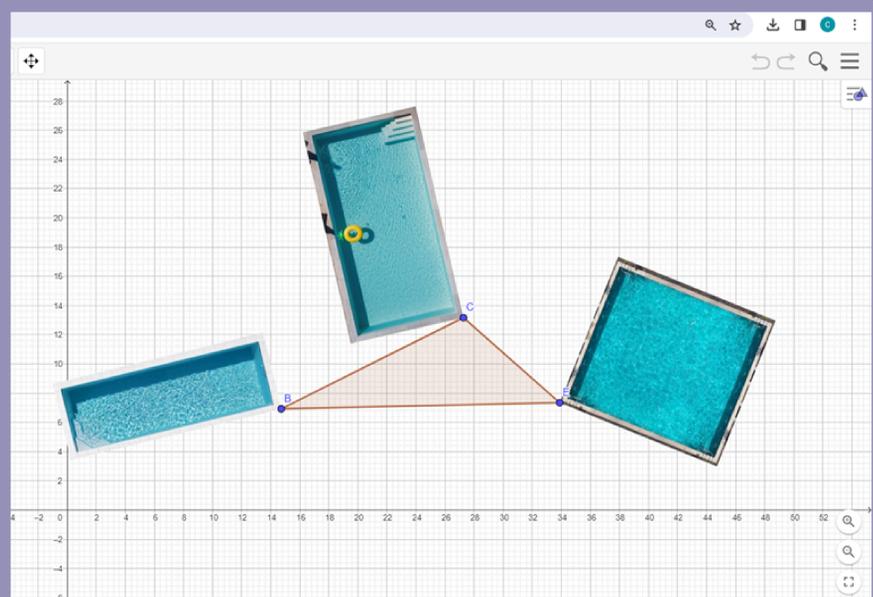
TURMA: _____ DATA: ___/___/___

Nessa estação vamos compreender o ponto notável do triângulo, denominado Circuncentro.

PROBLEMA:

Um parque aquático com três piscinas representadas pelos pontos B, C e E, conforme figura ao lado, resolveu instalar um tobogã para cada piscina. Como forma de baratear a produção e possuir somente uma torre de acesso, deverá ser adotado um tamanho padrão de tobogã.

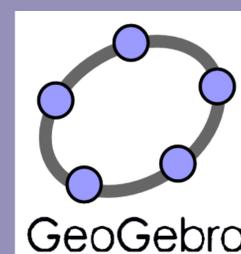
Utilizando a propriedade do ponto notável-Circuncentro (O circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo, ou seja, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma), indique onde será o ponto de instalação da torre de acesso aos tobogãs.



RASCUNHO:

CONSTRUÇÕES:

Acesse o modelo da representação para o problema, através do link: <https://www.geogebra.org/m/hcbgqtmr>, e com o uso do software Geogebra teste se o seu pensamento/raciocínio de resolução está correto. Após identifique no arquivo do software o ponto Circuncentro e crie uma circunferência (dado centro e um dos pontos do triângulo). Finalizando, teste o que acontece com a distância entre o Circuncentro e os vértices do triângulo.



NÃO ESQUEÇA DE SALVAR AS CONSTRUÇÕES, ELAS FARÃO PARTE DE SUA AVALIAÇÃO.

AUTOAVALIAÇÃO - ETAPA 1



NOME: _____ TURMA: _____ DATA: ____/____/____

Nessa aula, vamos avaliar e nos autoavaliar no processo desenvolvido no percurso da sequência didática.

Vamos embarcar junto nesse momento tão importante, que é a avaliação.

QUESTIONAMENTOS:

AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM	SIM	NÃO	ÀS VEZES	POSSO MELHORAR? SUGIRA COMO.
Fui proativo e busquei sanar minhas dúvidas durante o processo?				
Consegui desenvolver todas as etapas e interagi com os meus colegas nos momentos de troca de conhecimento?				
Mantive o foco e não desisti nos momentos de dificuldade?				
Mudei de perspectiva, criei alternativas e considerei novas opções para solucionar desafios?				
O GeoGebra e a geometria dinâmica auxiliaram em sua compreensão?				
Reconheci e soube diferenciar os pontos notáveis de um triângulo?				
Respondi todos os questionamentos com seriedade e compartilhando as ideias com meu grupo?				
Consegui usar todos os recursos necessários para as etapas de construção?				
O processo de construção no GeoGebra facilitou a compreensão dos conceitos geométricos?				
A sequência didática facilitou o entendimento sobre os conceitos geométricos envolvidos?				
Atribua uma nota de 0 a 10 em relação a sua aprendizagem da soma dos ângulos internos do triângulo e os pontos notáveis, por meio dessa sequência didática.	NOTA:			



AVALIAÇÃO - ETAPA 2



NOME: _____ TURMA: _____ DATA: ___/___/___

Nessa aula, vamos avaliar e nos autoavaliar no processo desenvolvido no percurso da sequência didática.

Vamos embarcar juntos nesse momento tão importante, que é a avaliação.

QUESTIONAMENTOS:

1. Construir e testar a construção do triângulo e suas propriedades no GeoGebra contribuiu para sua aprendizagem? Quais foram essas aprendizagens? Em que etapa você consegue identificar isso?

2. Você gostaria de continuar construindo conceitos geométricos com o auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra? Por quê?

3. Quais foram os pontos positivos e negativos dessa sequência didática?

4. Se você tivesse que atribuir uma nota à sequência didática utilizando o software GeoGebra enquanto propulsora da aprendizagem, de 0 a 10, que nota você atribuiria? Justifique.

5. Deixe sugestões de aprimoramento da sequência didática.

