UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

EMANUEL ORLANDI

EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2° GRAU: UMA ABORDAGEM PEDAGÓGICA À LUZ DE TEORIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA E DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

BENTO GONÇALVES, RS

ABRIL

2025

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2° GRAU: UMA ABORDAGEM PEDAGÓGICA À LUZ DE TEORIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA E DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação da **Prof. Dra. Carine Geltrudes Webber**, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

BENTO GONÇALVES

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

O71e Orlandi, Emanuel

Equações polinomiais do 2° grau [recurso eletrônico] : uma abordagem pedagógica à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional / Emanuel Orlandi. – 2025.

Dados eletrônicos.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2025.

Orientação: Carine Geltrudes Webber.

Modo de acesso: World Wide Web

Disponível em: https://repositorio.ucs.br

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Aprendizagem ativa. 3. Scratch (Linguagem de programação de computador). 4. Equações. 5. Tecnologia educacional. I. Webber, Carine Geltrudes, orient. II. Título.

CDU 2. ed.: 51:37

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Márcia Servi Gonçalves - CRB 10/1500

EMANUEL ORLANDI

EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2° GRAU: UMA ABORDAGEM PEDAGÓGICA À LUZ DE TEORIAS DE APRENDIZAGEM ATIVA E DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Aprovado em 17/04/2025

Banca Examinadora

_____
Prof. Dra. Carine Geltrudes Webber
Universidade de Caxias do Sul – UCS

_____
Prof. Dra. Laurete Teresinha Zanol Sauer
Universidade de Caxias do Sul – UCS

_____
Prof. Dra. Fernanda Zorzi
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – IFRS
Campus Bento Gonçalves

AGRADECIMENTOS

Ao chegar na etapa final do Mestrado, vem à tona recordações do caminho trilhado até aqui. Refletindo sobre isso, percebo o papel fundamental que um professor pode ter em nossas vidas, incentivando os seus estudantes a alçarem voos mais altos, mesmo que muitas vezes não acreditem onde podem chegar. Diante disso, agradeço ao IFRS e aos meus professores por me proporcionarem uma visão mais ampla da Educação e suas possibilidades. Pois foi lá que aprendi a realmente gostar de estudar e compartilhar o conhecimento, por meio de projetos, eventos, programas de ensino, extensão, entre outros.

A conclusão desta dissertação de mestrado representa um marco significativo em minha trajetória acadêmica e pessoal. Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço a minha orientadora, Carine Geltrudes Webber, pela orientação, apoio, paciência e sabedoria.

Aos professores Francisco Catelli e Laurete Zanol Sauer, os quais contribuíram com sugestões e reflexões importantes para este trabalho. Aos demais professores do mestrado, agradeço pelos momentos de troca e construção de aprendizados.

Aos meus pais, Loimar e Monica, e a minha irmã Suelen, pelo amor incondicional, incentivo constante e por acreditarem em mim em todos os momentos. A vocês, dedico este trabalho.

A minha namorada, Rosana, por me acalmar quando estava ansioso e com receio de algo não dar certo, além de me apoiar diariamente. Obrigado pelo amor e companheirismo.

Aos meus amigos, pela amizade, companheirismo e apoio nos momentos desafiadores. Em especial, Eliel, obrigado pelas contribuições feitas em meu trabalho e conversas sobre o mestrado ou apenas para espairece um pouco. As risadas, conversas e momentos de descontração foram essenciais para manter o meu ânimo durante esta jornada.

Aos meus colegas de mestrado, pelo apoio, troca de ideias e aprendizado mútuo. As discussões e o trabalho em equipe enriqueceram minha experiência acadêmica.

A escola em que apliquei o meu projeto e a sua direção, a qual prontamente comprou a ideia de aplicar o projeto de pesquisa e deu o suporte necessário para que

tudo ocorresse bem. Também, aos professores presentes nesta jornada, os quais sempre me incentivaram quando comentei a respeito do meu trabalho.

Aos estudantes do nono ano, os quais compraram a ideia e me surpreenderam positivamente com a sua criatividade e curiosidade para desenvolver o pensamento computacional.

Por fim, gostaria de agradecer a todos que, mesmo não sendo mencionados individualmente, contribuíram para a minha formação e para a realização deste trabalho. O apoio de vocês foi fundamental para que eu chegasse até aqui.

RESUMO

Esta pesquisa investigou a contribuição da utilização de estratégias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional na aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau por estudantes do nono ano do Ensino Fundamental em uma escola municipal de Caxias do Sul. Alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual sugere a utilização de tais estratégias e o uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) nas aulas, a pesquisa buscou responder à seguinte questão: Como a utilização de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional podem contribuir na aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau? A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, com coleta de dados por meio de observações, questionários e análise de produções dos alunos. A partir do planejamento dos encontros baseados em estratégias de aprendizagem ativa como *in-class exercises, one minute paper,* grupos com tarefas diferentes e metodologia dos trezentos, bem como o construcionismo de Papert aliado ao desenvolvimento do pensamento computacional por meio do Scratch, a análise dos dados revelou que a combinação de aprendizagem ativa e pensamento computacional promoveu um engajamento maior dos alunos, facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos e desenvolveu habilidades de resolução de problemas. A aplicação de uma sequência didática, que integrou essas abordagens, demonstrou o potencial de tornar o ensino de matemática atrativo e alinhado às demandas da era digital.

Palavras-chave: Aprendizagem ativa; Pensamento computacional; Scratch; Equações polinomiais do 2° grau.

ABSTRACT

This research investigated the contribution of using active learning strategies and computational thinking in the learning of 2nd-degree polynomial equations by ninth-grade students in a municipal school in Caxias do Sul. Aligned with the guidelines of the National Common Curricular Base (BNCC), which suggests the use of such strategies and the use of Digital Information and Communication Technologies (TDICs) in classes, the research sought to answer the following question: How can the use of active learning theories and computational thinking contribute to the learning of 2nd-degree polynomial equations? The research adopted a qualitative approach, with data collection through observations, questionnaires, and analysis of student productions. From the planning of meetings based on active learning strategies such as in-class exercises, one-minute paper, groups with different tasks, and the three hundred methodology, as well as Papert's constructionism combined with the development of computational thinking through Scratch, the data analysis revealed that the combination of active learning and computational thinking promoted greater student engagement, facilitated the understanding of mathematical concepts, and developed problem-solving skills. The application of an educational product, which integrated these approaches, demonstrated the potential to make mathematics teaching attractive and aligned with the demands of the digital age.

Keywords: Active learning; Computational thinking; Scratch; 2nd-degree polynomial equations.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 17
2. OBJETIVOS 20
3. REVISÃO DE LITERATURA 21
4. REFERENCIAL TEÓRICO 24
4.1. Aprendizagem ativa 24
4.1.1. O que é aprendizagem ativa? 24
4.1.2. Estratégias e métodos de aprendizagem ativa 27
4.1.2.1. *In-class exercises* 27
4.1.2.2. *One minute paper* 28
4.1.2.3. Grupos com tarefas diferentes 29
4.1.2.4. Metodologia dos trezentos 32
4.2. Construcionismo de Papert 34
4.2.1. Quem foi Seymour Papert e quais são as suas principais contribuições? 34
4.2.2. Mas afinal, o que é o construcionismo? 36
4.3. Pensamento computacional 39
5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 45
5.1. Caracterização da pesquisa 45
5.2. Contexto da pesquisa 45
5.3. Instrumentos de coleta de dados 46
5.4. Técnica de análise de dados 49
5.5. Desenvolvimento da pesquisa 49
6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL 51
6.1. Descrição dos encontros 1 e 2 51
6.2. Descrição dos encontros 3, 4 e 5 54
6.3. Descrição do encontro 6 65
6.4. Descrição dos encontros 7 e 8 71
6.5. Encontros 9 e 10 78
6.6. Encontros 11 e 12 81
6.7. Encontros 13 e 14 88
6.8. Encontros 15 e 16 92
6.9. Encontros 17 e 18 95
6.10. Encontros 19 e 20 99
6.11. Avaliação da aplicação do produto educacional 108

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS 110
8. PRODUTO EDUCACIONAL 112
9. REFERÊNCIAS 113
10. APÊNDICES 115
10.1. APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO 115
10.2. APÊNDICE B - CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS ... 117
10.3. APÊNDICE C - TERMO DE ANUÊNCIA 118
10.4. APÊNDICE D - RESULTADO DO QUESTIONÁRIO NO SOCRATIVE 119
10.5. APÊNDICE E – RESUMO EQUAÇÃO MOVIMENTO QUEDA LIVRE 121
10.6. APÊNDICE F - TRABALHO AVALIATIVO 122
10.7. APÊNDICE G - RECUPERAÇÃO PARALELA METODOLOGIA DOS TREZENTOS 123
10.8. APÊNDICE H – SEQUÊNCIA DIDÁTICA DA PESQUISA 124
10.9. APÊNDICE I – PRODUTO EDUCACIONAL 164

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Trabalhos selecionados para revisão bibliográfica. 21
Quadro 2. Rubrica de avaliação feita por cada grupo quanto ao envolvimento de cada integrante na resolução do problema proposto. 32
Quadro 3. Aumento da nota do aluno ajudante segundo o nível de ajuda oferecido e a melhora no rendimento do aluno ajudado. 33
Quadro 4. Instrumentos que compõem o corpus da pesquisa. 47
Quadro 5. Avaliação feita pelas duplas e pelo professor quanto ao trabalho dos apresentadores..... 48
Quadro 6. Aplicação da sequência didática. 50
Quadro 7. Classificação dos conhecimentos prévios relacionados a equação. 54
Quadro 8. Análise do índice de acertos das questões. 57
Quadro 9. Resumo da análise da primeira lista de exercícios em sala de aula. 59
Quadro 10. Equações propostas para explorar os casos de discriminante. 62
Quadro 11. Alteração da nota de acordo com a avaliação do grupo. 74
Quadro 12. Recorte de avaliações feitas pelos estudantes e suas alterações na nota da GTD. 74
Quadro 13. Tabulação das notas e novas notas de cada estudante. 76
Quadro 14. Novas notas dos estudantes ajudantes. 77
Quadro 15. Exemplo de avaliação da rotina final por meio do Framework. 105
Quadro 16. Compilado de avaliações da rotina final por meio do Framework. 105
Quadro 17. Organização dos planos de aula. 125
Quadro 18. Casos possíveis de discriminante ou delta. 137
Quadro 19. Rubrica de avaliação pelos pares GTD. 144
Quadro 20. Categorias de blocos programáveis adaptado de Ramalho (2021). 152
Quadro 21. Visão do usuário da rotina movimento queda livre no Scratch. 159
Quadro 22. Avaliação feita pelas duplas e pelo professor quanto ao trabalho dos apresentadores..... 162

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquema das etapas da In-class exercises. 28
Figura 2. Esquema da organização da Etapa 2. 30
Figura 3. Esquema da organização da Etapa 3. 31
Figura 4. Exemplo de rotina construída por estudantes em um projeto. 36
Figura 5. Interface inicial do ambiente de programação no portal Scratch. 41
Figura 6. Os Quatro Pilares do Pensamento Computacional. 41
Figura 7. Conceitos do pensamento computacional com o Scratch. 42
Figura 8. Perspectivas do pensamento computacional. 43
Figura 9. Estudantes respondendo ao questionário no Mentimeter. 52
Figura 10. Conhecimentos prévios sobre as características de uma equação. 52
Figura 11. Questionário criado na plataforma Socrative. 56
Figura 12. Relatório gerado na plataforma Socrative. 56
Figura 13. Estudantes resolvendo os exercícios em sala de aula em grupos. 58
Figura 14. Lista 1 – Questão 2 – Erro de sinal. 59
Figura 15. Lista 1 – Questão 2 – Erro na classificação dos coeficientes. 60
Figura 16. Lista 1 – Questão 2 – Erro na compreensão dos casos de discriminante. 60
Figura 17. Lista 1 – Questão 2 – Resolução correta. 61
Figura 18. Lista 1 – Questões 3 e 4 – Resolução correta. 61
Figura 19. Resolução da equação com discriminante negativo. 62
Figura 20. Resolução da equação com discriminante positivo. 63
Figura 21. Resolução da equação com discriminante positivo. 64
Figura 22. Tentativa de acerto ao alvo como parâmetros iniciais. 66
Figura 23. Alvo acertado após tentativas com diferentes alturas. 66
Figura 24. Verificação da relação altura x tempo e comparação com a equação movimento queda livre. 67
Figura 25. Estudo das propriedades da parábola e de superfícies parabólicas. 68
Figura 26. Notícia sobre o arranha-céus com vidros espelhados em formato parabólico. 69
Figura 27. Exemplo de problemas resolvidos na estratégia GTD. 73
Figura 28. Esboço da rotina sobre paridade (desplugada) construída com os estudantes. 79
Figura 29. Exemplo de questão abordada no Kahoot de revisão dos conceitos do PC estudados. 80
Figura 30. Questão do Kahoot de revisão dos conceitos do PC estudados com menor índice de acertos. 80
Figura 31. Criando uma variável. 82
Figura 32. Nomeando uma variável. 83
Figura 33. Mudando a variável para a variável criada. 83
Figura 34. Mudando o valor da variável para resposta. 84
Figura 35. Explorando os blocos condicionais (controle). 84
Figura 36. Explorando os blocos operadores. 85
Figura 37. Explorando os blocos de aparência (diga). 86
Figura 38. Exemplo de rotina envolvendo a paridade de números naturais. 87
Figura 39. Generalização do processo de resolução de uma equação polinomial do primeiro grau. 88
Figura 40. Criação da variável que armazena a solução da equação. 89
Figura 41. Análise do erro NaN ocasionado pela divisão por zero. 90
Figura 42. Exemplo de rotina que soluciona uma equação polinomial do primeiro grau. 91

Figura 43. Processo algébrico utilizado para adaptação da equação do movimento queda livre. 92
Figura 44. Exemplo de rotina que calcula o tempo de queda livre de um paraquedista. 93
Figura 45. Visão do usuário da rotina que calcula o tempo de queda livre de um paraquedista. 94
Figura 46. Auxilio individualizado aos estudantes durante a construção das rotinas. 96
Figura 47. Alteração das variáveis para zero ao iniciar a rotina. 97
Figura 48. Blocos condicionais utilizados para a análise dos casos de discriminante. 98
Figura 49. Exemplo de retorno da rotina de acordo com os coeficientes informados. 98
Figura 50. Início do esboço da rotina que calcula as raízes de uma equação polinomial do 2° grau. 100
Figura 51. Estudo da fórmula quadrática e como desenvolvê-la no Scratch. 101
Figura 52. Construção da rotina que soluciona uma equação polinomial do 2° grau. 102
Figura 53. Apresentação da rotina final por uma das duplas. 102
Figura 54. Rotina final construída pelos estudantes A e B. 103
Figura 55. Rotina final construída pelas estudantes C e D. 104
Figura 56. Recorte do Mentimeter a respeito da percepção dos estudantes a respeito da pesquisa. 107
Figura 61. Exemplo de respostas na plataforma Mentimeter. 126
Figura 62. Visão do estudante no questionário do Mentimeter. 126
Figura 63. Fórmula quadrática. 130
Figura 64. Página de criação de questionários na plataforma Socrative. 132
Figura 65. Prévia do questionário criado na plataforma Socrative. 132
Figura 66. Aba de utilização do questionário na plataforma Socrative. 133
Figura 67. Seleção do banco de questões a ser utilizado na plataforma Socrative. 133
Figura 68. Configurações do questionário na plataforma Socrative. 134
Figura 69. Compartilhamento do nome da sala aos estudantes na plataforma Socrative. 134
Figura 70. Acesso ao Socrative Student. 135
Figura 71. Simulação do movimento queda livre de um projétil no PhET Colorado. 140
Figura 72. Tela inicial do Scratch. 152
Figura 73. Recorte do Kahoot de conceitos do pensamento computacional. 154
Figura 74. Visão da construção da rotina. 155
Figura 75. Visão do usuário ao utilizar a rotina – Parte 1. 156
Figura 76. Visão do usuário ao utilizar a rotina – Parte 2. 156
Figura 77. Rotina equação do 1° grau. 157
Figura 78. Rotina movimento queda livre no Scratch. 158
Figura 79. Rotina discriminante de uma equação do 2° grau. 160
Figura 80. Exemplo de rotina possível. 162
Figura 81. Avaliação do projeto no Mentimeter. 163
Figura 82. Formulário de autoavaliação e avaliação do projeto. 163

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Análise gráfica das notas dos grupos na rotina final. 106

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
GTD	Grupos com Tarefas Diferentes
IFRS	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
MIT	Massachusetts Institute of Technology
PC	Pensamento Computacional
PhET	Physics Education Technology
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TDICs	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede municipal de Caxias do Sul, cujo público-alvo foram estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, com faixa etária variando de 14 a 16 anos. O objetivo central da pesquisa foi compreender como a utilização de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional podem contribuir na aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau. A habilidade relacionada ao estudo de tais equações é exigido pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), além de estratégias de aprendizagem ativa e o pensamento computacional serem sugeridas para serem desenvolvidos ao longo da Educação Básica.

Desde a sua implementação, em 2018, a BNCC (Brasil, 2018) tem trazido mudanças significativas para o cenário educacional brasileiro. A Base é um documento que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades que devem ser desenvolvidos pelos estudantes em cada etapa da Educação Básica no Brasil. Consoante a isso, o uso de tecnologias em sala de aula tem se tornado cada vez mais comum, com o objetivo de enriquecer e dinamizar os processos de ensino e de aprendizagem.. Essas transformações têm como objetivo impactar positivamente a qualidade da educação oferecida no país, promovendo uma formação mais completa e alinhada às demandas do mundo atual. Nesse contexto, a BNCC foi elaborada como um “um documento completo e contemporâneo, que corresponde às demandas do estudante desta época, preparando-o para o futuro” (Brasil, 2018, p. 5).

Uma das sugestões da Base quanto às habilidades relacionadas ao nono ano do Ensino Fundamental é o ensino de equações polinomiais do segundo grau. Além disso, ela sugere o desenvolvimento do pensamento computacional nos estudantes ao longo da sua formação básica. A Base exige, ainda, o uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) nas aulas. Tais solicitações do documento se devem ao fato de que os estudantes vivem em uma realidade em que o acesso à informação é quase que instantâneo. Nesta perspectiva, para o educador e pesquisador Marc Prensky (2001), esses jovens estão acostumados a recorrer primeiramente a fontes digitais e à Web antes de procurarem em livros ou na mídia impressa. Por conta desses comportamentos e atitudes, e por entender a tecnologia digital como uma linguagem, Prensky os descreve como nativos digitais, uma vez que “falam” a linguagem digital desde que nasceram. Diante disso, entende-se, portanto, que é necessário que os estudantes saibam "utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive

tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados" (Brasil, 2018, p. 267).

E, consoante a isso, saibam

> [...] usar diversas ferramentas de *software* e aplicativos para compreender e produzir conteúdos em diversas mídias, simular fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática. (Brasil, 2018, p. 475)

Neste sentido, “o apoio das tecnologias tem o potencial de criar estratégias e métodos para tornar o ensino de matemática muito mais significativo para os discentes” (Almeida, 2022, p. 8). A partir dessas reflexões, entende-se que as TDICs podem ser uma alternativa para cativar os estudantes nativos digitais, já que estão imersos neste mundo tecnológico. Além de cativar os educandos, as ferramentas tecnológicas podem auxiliar no desenvolvimento de sua autonomia, uma vez que “precisamos de outra proposta de escola, muito mais leve, aberta, flexível, centrada no aluno, com atividades significativas, metodologias ativas, intenso uso das tecnologias digitais” (Moran, 2017, p. 67 *apud* Almeida, 2022, p. 17).

Consoante a isso, ao longo dessa transformação do ensino, muito se tem discutido a respeito da habilidade de pensar computacionalmente, ou seja, do pensamento computacional. Uma das necessidades para o desenvolvimento de tal habilidade é o fato de que a sociedade atual está vivendo uma acelerada modernização de métodos e processos em diversos ramos. Essa modernização acaba exigindo uma adaptação constante dos trabalhadores e políticas públicas que promovam a educação e a qualificação profissional para enfrentar os desafios da era digital. Diante do exposto, essa pesquisa pretende responder a seguinte questão: Como a utilização de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional podem contribuir na aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau?

Para isso, organizou-se esta dissertação em 10 capítulos:

No capítulo 2, apresenta-se os objetivos geral e específicos desta pesquisa.

No capítulo 3, há uma revisão de literatura realizada antes da definição do tema de pesquisa, a fim de proporcionar o planejamento do projeto e refletir acerca da sua relevância.

No capítulo 4, está o referencial teórico desta pesquisa, sendo refletido sobre o que é aprendizagem ativa e as suas estratégias, bem como o que é o construcionismo e o pensamento computacional.

No capítulo 5, são descritos os procedimentos metodológicos utilizados: caracterização da pesquisa; contexto da pesquisa; instrumentos de coleta de dados; etapas da pesquisa; técnicas de análises de dados; desenvolvimento da pesquisa.

No capítulo 6, há a análise e discussão da aplicação do produto educacional.

No capítulo 7, encerra-se a pesquisa com as considerações finais. Nele, são sintetizadas as principais conclusões obtidas a partir da aplicação da sequência didática, evidenciando seus pontos fortes e fracos. Além disso, o capítulo apresenta reflexões sobre a experiência docente e sugestões para futuras pesquisas que possam aprofundar o tema.

2. OBJETIVOS

Esta dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática apresenta estratégias que buscam auxiliar professores a superarem as dificuldades de seus alunos no estudo de equações polinomiais do 2° grau.

Objetivo Geral:

Avaliar as contribuições das estratégias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional para o ensino de equações polinomiais do 2° grau.

Objetivos Específicos:

- Investigar como as estratégias de aprendizagem ativa podem contribuir no aprendizado de conceitos matemáticos.
- Avaliar como o pensamento computacional pode auxiliar na compreensão de equações polinomiais do 2° grau.
- Analisar a contribuição do pensamento computacional, mediado pela ferramenta Scratch, no desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas relacionados a equações polinomiais do 2° grau.
- Elaborar um guia didático que integre estratégias de aprendizagem ativa e o pensamento computacional para o ensino de equações polinomiais do 2° grau no Ensino Fundamental, visando otimizar o processo de ensino e aprendizagem.

3. REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo é destinado à apresentação das produções acadêmicas realizadas sobre o tema do trabalho. A produção nacional de trabalhos relacionados ao pensamento computacional, à aprendizagem ativa e ao ensino de matemática é ampla. Entretanto, para este trabalho, a busca concentrou-se nas produções do período de 2020 a 2023 e que tivesse o viés do ensino de matemática juntamente com os demais temas.

Diante disso, utilizou-se a pesquisa avançada do Google Acadêmico e foram obtidos 1.770 resultados com as palavras-chave “pensamento computacional; equações polinomiais do 2° grau; aprendizagem ativa”. Todavia, apesar do número de resultados, grande parte dos trabalhos não se relacionavam ao ensino de matemática, mas apenas ao pensamento computacional. Por conta disso, ampliou-se o período de busca para 2019 a 2023, sendo alcançados 3.350 resultados e, destes, selecionados os seguintes trabalhos para revisão de literatura, conforme Quadro 1.

Quadro 1. Trabalhos selecionados para revisão bibliográfica.

Título e Autor	Plataforma e Conteúdo	Resumo	Resultados e Conclusões
Uma abordagem pedagógica incorporada para o desenvolvimento do pensamento computacional no ensino fundamental FRANÇA, Rozelma Soares de (2020).	Sertão.bit Ensino Fundamental I	Nesta tese buscou-se responder à seguinte pergunta de pesquisa: Como mediar a aprendizagem de decomposição, generalização, abstração, pensamento algorítmico e avaliação no Ensino Fundamental I com vistas ao desenvolvimento do Pensamento Computacional?	A plataforma sertão.bit explora especialmente aspectos da cognição incorporada e da contação de história na promoção do pensamento computacional e pode contribuir para dois grandes problemas apontados na literatura: métodos e materiais didáticos, especialmente em português, que promovam o pensamento computacional para além da programação. Comparando o pré-teste com o seu pós-teste, foi observado que, por meio da média e desvio padrão, houve um aumento do nível de significância de 5% nas amostras com relação à aprendizagem do pensamento computacional.

Ensino e aprendizagem da matemática na educação básica utilizando tecnologias e desenvolvendo pensamento computacional: abordagem com Scratch, Portugol, Python e Geogebra GALVÃO, Marcos César Cabral (2021).	Scratch, Portugol, Python e GeoGebra. Ensino Fundamental II	O objetivo deste trabalho é apresentar estratégias de ensino e aprendizagem da matemática utilizando o computador como ferramenta, assim como desenvolver o pensamento computacional para elaboração de algoritmos e programação de computadores, fundamentado no construcionismo de Papert (1980).	O autor utilizou diferentes linguagens de programação, entretanto, para este trabalho, vale destacar o construcionismo apresentado nas rotinas construídas a partir da linguagem de programação Scratch. Além disso, pode ser concluído que no ensino da matemática na educação básica é possível utilizar tecnologias para apresentar conceitos e estimular o aprendizado, assim como desenvolver no aluno o pensamento computacional.
Matemática, Pensamento Computacional e BNCC: desafios e potencialidades dos projetos de ensino e das tecnologias na formação inicial de professores BARBOSA, Luciana Leal da Silva; MALTEMPI, Marcus Vinicius (2020).	Scratch e GeoGebra Disciplina de Graduação	Este trabalho traz uma discussão sobre o pensamento computacional na educação matemática acompanhada de um relato de experiência da disciplina Informática e Educação Matemática oferecida em um curso de Licenciatura em Matemática. Esse componente curricular tinha como foco trabalhar o Pensamento Computacional (PC) articulado ao ensino da matemática por meio de atividades mão-na-massa utilizando tecnologias digitais.	Os licenciandos participantes relataram dificuldades em relação ao uso do Scratch e insegurança para utilizá-lo em sala de aula. Entretanto, aqueles que enfrentaram tal barreira foram surpreendidos com o desempenho, habilidade e criatividade das crianças em manipular e construir suas ideias no Scratch, afirmando ter sido o momento de maior engajamento dos alunos e satisfação dos professores.
Processo de Aprendizagem de Matemática à luz das Metodologias Ativas e do Pensamento Computacional AZEVEDO, Greiton Toledo de; MALTEMPI, Marcus Vinicius (2020).	MakeyMakey, Scratch e GeoGebra Projeto de Extensão	Buscou-se compreender o processo de aprendizagem de matemática quando se produzem jogos digitais e dispositivos de robótica destinados ao tratamento de Parkinson em um ambiente que privilegia a autonomia e o processo criativo engajado de importância social.	O processo de aprendizagem de matemática é caracterizado pela construção não linear de significados e marcado pela dinamicidade da compreensão, invenção e aplicação dos conhecimentos de matemática a problemas reais encaminhados à sociedade.
"SCR-Álgebra": Ambiente de aprendizagem invertida para desenvolver os pensamentos computacional e algébrico RAMOS, Izamara Rafaela (2021).	SCR-álgebra Ensino Fundamental II	O objetivo deste estudo foi de analisar o 'SCR-álgebra' como um ambiente de aprendizagem invertida para desenvolver os Pensamentos Computacional e Algébrico, tendo como lócus uma escola pública da cidade de São José do Egito /PE, e como sujeitos, alunos de uma turma de introdução à álgebra do Ensino Fundamental II.	Constatou-se que a aprendizagem invertida se sobressaiu com índices positivos para a aprendizagem dos alunos, uma vez que contribuiu para que eles expressassem livremente suas resoluções, e que as habilidades do PC, como abstração e reconhecimento de padrões, são fortes aliados na construção de significados e no desenvolvimento das habilidades do Pensamento

			Algébrico.
O uso do Scratch para o ensino e aprendizagem de equações algébricas do primeiro grau PUCCI, Mariana Oliveira (2019).	Scratch Ensino Fundamental II	Este trabalho avaliou as contribuições do Scratch, por meio de uma metodologia construcionista, na aprendizagem significativa do conceito de equações algébricas do primeiro grau.	Notou-se que é possível utilizar o Scratch para auxiliar na Aprendizagem Significativa que tanto se almeja. Conseguiu-se verificar a transformação dos subsunçores prévios, aqueles que os estudantes já possuíam, em subsunçores novos, mais completos, mais detalhados.
Do pensamento computacional desplugado ao plugado no processo de aprendizagem da Matemática EVARISTO, Ingrid Santella; TERÇARIOL, Adriana Aparecida de Lima; IKESHOJI, Elisangela Aparecida Bulla (2022).	Scratch Ensino Fundamental II	Este recorte de dissertação tem como objetivo analisar como o desenvolvimento do pensamento computacional na escola contribui para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no âmbito da Educação Básica, especificamente, nos anos finais do Ensino Fundamental.	O desenvolvimento do pensamento computacional na escola pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Além disso, o pensamento computacional favorece a implementação de metodologias diferenciadas, que podem contribuir com a prática em sala de aula, possibilitando aprendizagens significativas para os discentes.
Pensamento computacional e matemática: como emergem em projetos com o Scratch no ensino remoto? MORAIS, Mateus Dauã de (2022).	Scratch Ensino Fundamental II	Este trabalho tem como objetivo apresentar uma pesquisa de caráter qualitativo que buscou responder à seguinte questão: como o Pensamento Computacional e a matemática emergem de projetos desenvolvidos com o ambiente de programação Scratch em atividades remotas?	A utilização do Scratch, guiada pelas ideias construcionistas de Papert e auxiliadas por características da Aprendizagem Criativa podem, mesmo por meio de atividades remotas, fazer com que conceitos matemáticos emerjam e sejam discutidos pelos estudantes a partir de projetos que partam de suas próprias ideias.

Fonte: O autor.

De acordo com o Quadro 1 apresentado é possível verificar que a maioria dos trabalhos selecionados para análise utilizaram a linguagem de programação Scratch. Além disso, em resumo, os estudos apresentados indicam que o uso de tecnologia e abordagens construcionistas no ensino de matemática, juntamente com a promoção do Pensamento Computacional, tem o potencial de auxiliar no aprendizado dos alunos. No entanto, também é importante reconhecer os desafios associados à implementação dessas abordagens e a necessidade de capacitação adequada de professores.

Por vezes as produções de artigos, dissertações e teses apresentam abordagens que permeiam apenas um dos temas deste trabalho; por exemplo, o uso de

estratégias de aprendizagem ativa para o ensino de matemática, ou ainda, apenas o desenvolvimento do pensamento computacional sem relação a um conteúdo matemático. Por conta disso, esta pesquisa tem como um dos seus propósitos apresentar uma possibilidade de unir o ensino de equações polinomiais do 2° grau por meio de estratégias de aprendizagem ativa, juntamente com o desenvolvimento do pensamento computacional por meio do Scratch.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção dedica-se a apresentar os vieses teóricos sobre o conceito de aprendizagem ativa e estratégias para a sua promoção, bem como algumas definições do pensamento computacional e suas características, apoiadas no construcionismo. Diante disso, o referencial teórico desta pesquisa compreende as seguintes seções:

4.1. Aprendizagem ativa

A fim de proporcionar uma compreensão do conceito de aprendizagem ativa, esta seção encontra-se dividida em duas subseções complementares. A primeira subseção dedica-se à definição de aprendizagem ativa, explorando suas características e princípios fundamentais. A segunda subseção, por sua vez, aprofunda a discussão sobre as estratégias e métodos de aprendizagem ativa escolhidos e as suas características, bem como promovê-la e avaliá-la.

4.1.1. O que é aprendizagem ativa?

Nos últimos anos, no Brasil, muitas mudanças ocorreram no contexto educacional; sejam elas normativas, sejam elas tendências no ensino. Diante disso, um dos pontos centrais da discussão se dá acerca dos papeis do estudante e do professor na sala de aula. Mas afinal, qual o papel de cada um nos processos de ensino e de aprendizagem?

Há muito tempo se tem discutido nos cursos de licenciatura e em eventos nacionais a concepção “bancária” de educação, na qual os estudantes recebem “permanentemente os depósitos que o mundo lhe faz, e que se vão transformando em seus conteúdos” (Freire, 2018, p. 87). A partir disso, Freire (2018) destaca que, nesta visão de ensino, cabe ao educador o papel de disciplinar a entrada ao mundo dos estudantes, “enchendo” os educandos de conteúdos, ou seja, fazendo “depósitos” de conhecimento. Freire (2018, p. 88) ainda destaca que, nesta perspectiva, “quanto mais

adaptados, para a concepção “bancária”, tanto mais “educados”, porque adequados ao mundo”. Percebe-se, portanto, uma visão de que o estudante é uma “tábula rasa” e que o professor é o detentor do conhecimento e cabe a ele “transmitir” esse conhecimento. Nesse sentido, o estudante se apresenta como um mero agente passivo de um processo de aprendizagem em que deveria ter papel ativo.

> A opressão, que é um controle esmagador, é necrófila. Nutre-se do amor à morte e não do amor à vida. A concepção “bancária”, que a ela serve, também o é. No momento mesmo em que se funda num conceito mecânico, estático, especializado da consciência e que transforma, por isto mesmo, os educandos em recipientes, em quase coisas, não pode esconder sua marca necrófila” (Freire, 2018, p. 91).

Nesta concepção destacada por Freire, pode-se perceber uma dura crítica a essa posição adotada por educadores. Porque nela existe uma opressão aos estudantes e aos seus conhecimentos prévios a respeito de determinados temas e assuntos. Consoante a isso, ele destaca o papel estático do discente, uma vez que não possui muita imposição no âmbito escolar, mas apenas se comporta como um recipiente de depósitos de conhecimentos escolhidos pelo professor. Portanto, é necessário perceber que

> [...] não podemos aceitar a concepção mecânica da consciência, que a vê como algo vazio a ser enchido, um dos fundamentos implícitos na visão “bancária” criticada, é que não podemos aceitar, também, que a ação libertadora se sirva das mesmas armas da dominação, isto é, da propaganda dos *slogans*, dos “depósitos” (Freire, 2018, p. 93).

Ao contrário da concepção “bancária”, Freire (2018) acredita em uma educação problematizadora, na qual já não se pode apenas “depositar”, narrar ou transferir conhecimentos e valores aos educandos. Neste sentido, a educação problematizadora serve à libertação, favorecendo a dialogicidade como essência de educação. Assim sendo, “o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa” (FREIRE, 2018, p. 96).

> Mais uma vez se antagonizam as duas concepções e as duas práticas que estamos analisando. A “bancária”, por óbvios motivos, insiste em manter ocultas certas razões que explicam a maneira como *estão sendo* os homens no mundo e, para isto, mistificar a realidade. A problematizadora, comprometida com a libertação, se empenha na desmistificação (FREIRE, 2018, p. 101).

Diante disso, compreende-se que a concepção problematizadora deve ser a adotada na educação e não a concepção “bancária”. A partir desta, é possível promover a aprendizagem ativa, uma abordagem pedagógica que coloca o aluno como protagonista do seu próprio processo de aprendizagem, incentivando uma participação

ativa e engajada na construção do conhecimento. Ao invés de ser um mero receptor passivo de informações, o estudante é estimulado a explorar, questionar, colaborar e resolver problemas de forma independente.

Consoante a isso, Freire (1997), em seu clássico *Pedagogia da Autonomia,* destaca que ensinar não é transferir conteúdo a ninguém, assim como aprender não é memorizar o que o professor explica; exige, portanto, que o estudante esteja cognitivamente ativo neste processo e não apenas repita mecanicamente uma série de conteúdos. Compactuando com essa visão, Elmôr-Filho *et al* (2019) destacam que para que se ocorra a aprendizagem ativa é necessário um ambiente de aprendizagem ativa, e esse

> [...] deve ser o lugar comum de professores e estudantes, em que princípios didáticos e psicopedagógicos revelem suas concepções de aprendizagem, concebendo-a como um processo que requer a participação ativa daqueles que querem aprender, entendendo como participação ativa o envolvimento em atividades de reflexão, interação, colaboração e cooperação. Ou seja, um ambiente em que professores e estudantes estão cognitivamente ativos (Elmôr-Filho *et al*, 2019, p. 34).

Por conseguinte, “um ambiente de aprendizagem ativa deve promover situações que levem os estudantes a produzirem significados para os conceitos em construção” (Elmôr-Filho *et al*, 2019, p. 35). Ou seja, para que ocorra a aprendizagem ativa é necessário que o ambiente seja propício para isso e, portanto, os estudantes precisam estar cognitivamente ativos neste processo. Nesse ponto de vista, para Piaget (1975) *apud* Elmôr-Filho (2019) os métodos ativos são os únicos capazes de desenvolver intelectualmente os estudantes, a partir da intervenção com o meio coletivo e das interações ativas entre professor e estudantes.

Em vista disso, pode-se concluir que “a aprendizagem ativa requer uma construção do próprio sujeito ou a aprendizagem não acontecerá” (Elmôr-Filho *et al*, 2019, p. 38). Diante disso, veremos adiante como é possível promover uma aprendizagem ativa com os estudantes a partir das estratégias e dos métodos escolhidos neste trabalho. Por fim, respondendo ao questionamento inicial, o papel do professor passa a ser de mediador/facilitador da aprendizagem (e não mais “depositário”) e o do estudante passa a ser de protagonista e agente ativo dos processos de ensino e de aprendizagem (e não mais “recipiente” de conteúdos). Entretanto, para que isso ocorra, é necessário que o professor escolha estratégias e métodos de aprendizagem ativa adequados ao conteúdo de estudo.

4.1.2. Estratégias e métodos de aprendizagem ativa

A presente pesquisa tem como um dos seus objetivos analisar a efetividade de diferentes estratégias de aprendizagem ativa na promoção do engajamento e da construção do conhecimento pelos estudantes. Para tanto, foram selecionadas e aprofundadas as seguintes estratégias: *In-class exercises*, *One minute paper* e a Metodologia dos Trezentos. A escolha dessas estratégias se justifica pela sua relevância na literatura e pelo potencial de promover um aprendizado mais ativo e significativo. A seguir, serão apresentadas as bases teóricas e as características de cada uma delas.

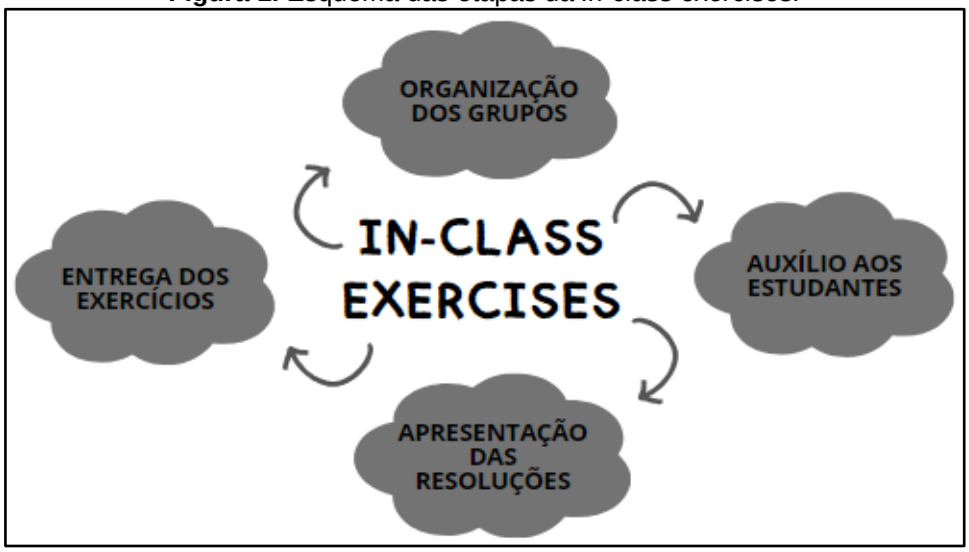
4.1.2.1. *In-class exercises*

A *In-class exercises* (exercícios em sala de aula) é uma estratégia cooperativa de aprendizagem ativa, que foi formalmente apresentada por Richard Felder (1997). Esta estratégia é muito utilizada em turmas com muitos estudantes (mas funciona para todos os níveis e tamanhos de turmas). O objetivo é promover uma aprendizagem mais profunda do conteúdo estudado, visto que os estudantes precisam conversar entre si para resolver os exercícios propostos e utilizar os conhecimentos construídos ao longo das aulas. A partir disso, esta estratégia é realizada em quatro etapas:

- **Etapa 1:** organizar os estudantes em grupos de dois a quatro membros; indicar que um membro do grupo faça os registros das resoluções dos exercícios daquela aula. Pode-se flexibilizar conforme o perfil da turma, solicitando que todos tenham o registro das resoluções e sorteando um membro do grupo para entregar.
- **Etapa 2:** intercalar períodos de exposição dialogada (no máximo 15 minutos) com exercícios selecionados. Quando os exercícios forem mais demorados, o professor precisa circular entre os grupos e observar se os estudantes estão envolvidos na resolução do exercício.
- **Etapa 3:** ao final do tempo estipulado, escolher alguns estudantes para apresentar a resolução de seus grupos.
- **Etapa 4:** ao final da aula, o professor recolhe os registros gerados pelos grupos.

Portanto, a *In-class exercises* pode ser resumida conforme o esquema apresentado na Figura 1.

Figura 1. Esquema das etapas da *In-class exercises.*



Fonte: Adaptado de Elmôr-Filho *et al* (2019).

A avaliação da aprendizagem a partir desta estratégia pode ser feita durante as etapas de desenvolvimento, levando em consideração a participação ativa dos membros do grupo na resolução dos exercícios, bem como a autoavaliação e avaliação pelos pares. Além disso, conforme a organização do professor, é possível que a junção de vários exercícios resolvidos dessa maneira faça parte da avaliação somativa do bimestre, trimestre ou semestre, de acordo com o sistema de avaliação adotado pela respectiva instituição de ensino.

4.1.2.2. *One minute paper*

A *One minute paper* (OMP) é uma estratégia de aprendizagem ativa creditada a Charles Schwartz, professor de Física da Universidade da Califórnia, Berkeley, nos Estados Unidos. De acordo com Elmôr-Filho *et al* (2019) a OMP pode ser considerada também como uma estratégia de avaliação formativa, a qual evidencia a preocupação do professor com a aprendizagem dos estudantes. Além disso, a OMP também impacta no planejamento da aula, pois o professor pode utilizar as dificuldades ou facilidades apresentadas pelos educandos. Portanto, uma das possibilidades é analisar o relatório do último minuto e reestruturar a próxima aula para sanar eventuais dúvidas.

Geralmente o *minute paper* é aplicado nos cinco minutos finais da aula, solicitando que os estudantes respondam a uma ou duas questões da lista a seguir:

- Quais foram os pontos principais da aula?
- Quais foram os pontos menos claros da aula?
- Qual foi o conceito mais importante que você aprendeu durante a aula?
- Qual o exemplo mais significativo da aula para você?

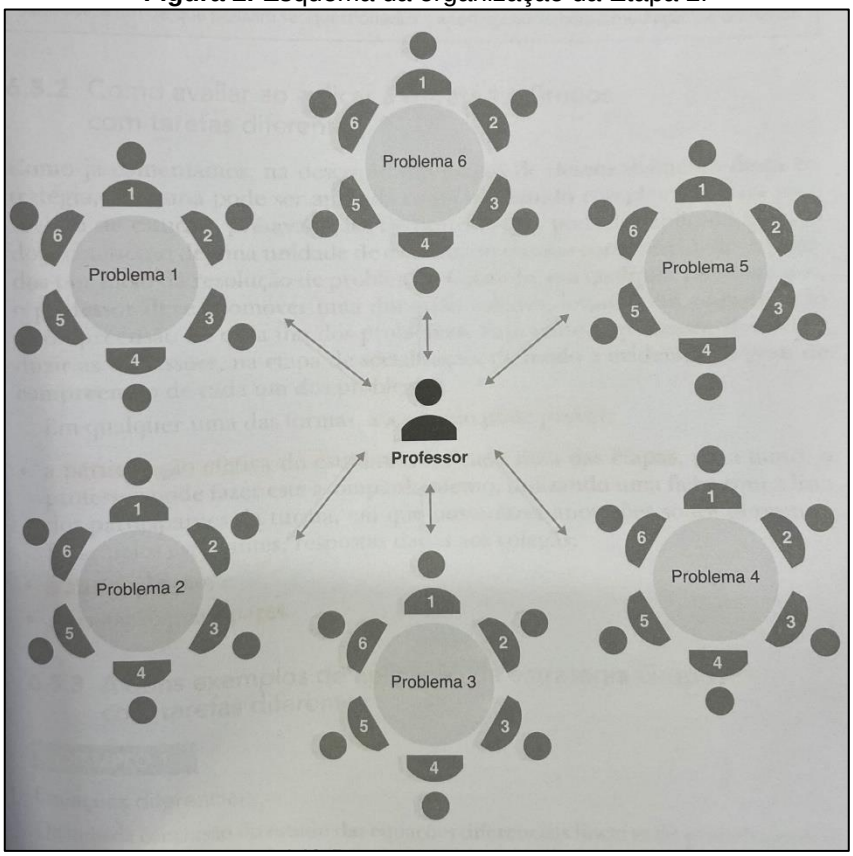
O professor deve recolher as respostas e na próxima aula, após análise, iniciar o encontro com uma discussão das questões comuns que foram apresentadas.

4.1.2.3. Grupos com tarefas diferentes

Conforme Elmôr-Filho *et al* (2019), a estratégia Grupos com tarefas diferentes (GTD) é uma estratégia cooperativa de aprendizagem ativa, adequada para todos os tamanhos de turmas em todos os níveis de aprendizado. A partir dela, busca-se aprofundar conteúdos, bem como promover um comportamento ativo e cooperativo em sala de aula para a resolução dos problemas propostos pelo professor. Para o seu desenvolvimento, a estratégia GTD compreende quatro etapas, conforme descrição.

- **Etapa 1:** o professor apresenta os objetivos da atividade, destacando a importância da participação ativa de cada estudante no processo de resolução do problema proposto. Em seguida, solicita que a turma se organize em grupos, conforme o número de tarefas propostas. Importante destacar que caso o professor queira avaliar a resolução dos problemas, deve informar nesta etapa orientar os estudantes.
- **Etapa 2:** cada grupo recebe um problema diferente, que deve ser discutido e solucionado com o seu grupo. Nesta etapa, todos os estudantes devem contribuir para a resolução do problema proposto e o líder votado pelo grupo deverá avaliar o envolvimento de cada membro do grupo para a conclusão da atividade. Além disso, o professor deve passar uma lista enumerada com o número de integrantes do grupo para que seja assinado com o seu nome. Ou seja, o grupo “Problema 1” terá os estudantes 1, 2, 3, 4, 5, ..., e assim por diante.

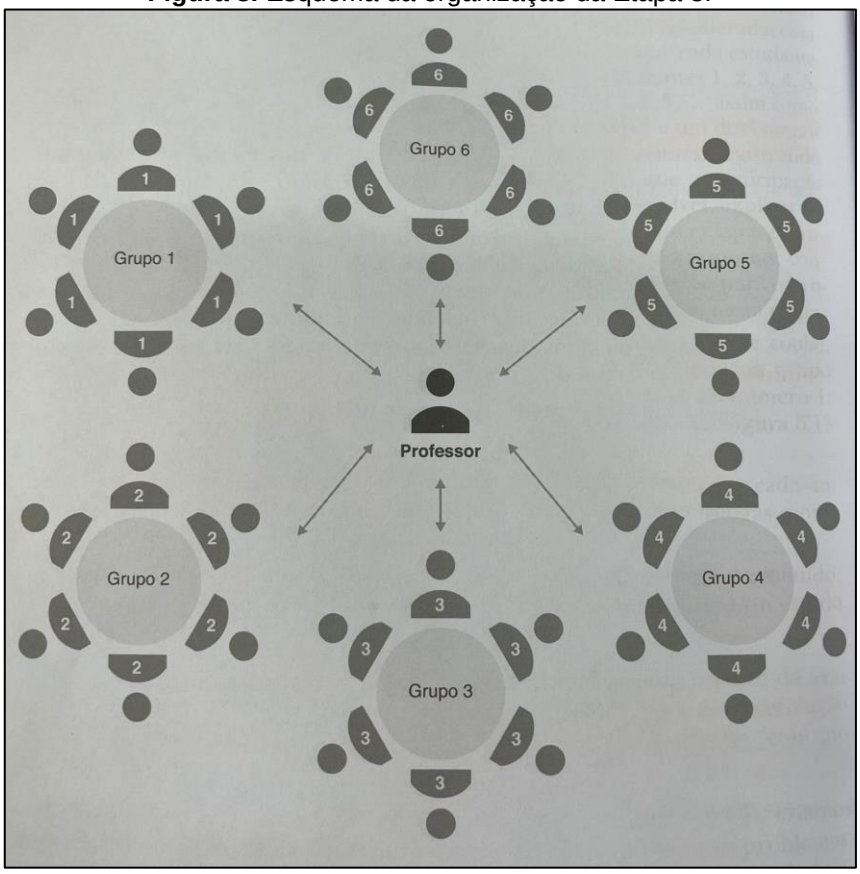
Figura 2. Esquema da organização da Etapa 2.



Fonte: Elmôr-Filho *et al* (2019).

- **Etapa 3:** após todos os grupos terem resolvido os problemas propostos, o professor recolhe as listas com os nomes dos participantes dos grupos e forma novos grupos, da seguinte maneira: Grupo 1, todos os estudantes de número 1; Grupo 2, todos os estudantes de número 2; e assim sucessivamente. Nestes novos grupos, todos devem resolver todos os problemas, e cada um dos estudantes tem a responsabilidade de auxiliar os demais colegas no problema que resolveu anteriormente.

Figura 3. Esquema da organização da Etapa 3.



Fonte: Elmôr-Filho *et al* (2019).

- **Etapa 4:** esta etapa se refere a socialização e discussão coletiva da resolução dos problemas propostos.

Esta estratégia pode ser aplicada como um estudo complementar ou para revisão de estudos pré-avaliação, como neste caso. Entretanto, em ambos os casos o professor deve conduzir as discussões de modo a evidenciar a compreensão de cada um dos problemas. Portanto, a avaliação pode prever a participação efetiva do estudante em cada uma das etapas. Concomitante a isso, pode-se utilizar uma rubrica de avaliação feita pelos pares, conforme exemplificado no Quadro 2.

Quadro 2. Rubrica de avaliação feita por cada grupo quanto ao envolvimento de cada integrante na resolução do problema proposto.

Estudante avaliado:			**Grupo:**		
Critério	**Nível 1 (Insatisfatório)**	**Nível 2 (Regular)**	**Nível 3 (Bom)**	**Nível 4 (Excelente)**	**Pontuação**
Participação Individual	Não contribuiu com a resolução do problema. Demonstrou desinteresse e falta de engajamento. Não se comunicou com os colegas.	Contribuiu minimamente com a resolução do problema. Apresentou algumas dificuldades em se comunicar com os colegas.	Contribuiu ativamente com a resolução do problema. Comunicou-se de forma clara e eficaz com os colegas. Ajudou a esclarecer dúvidas e a resolver problemas.	Contribuiu significativamente com a resolução do problema. Demonstrou iniciativa e liderança no grupo. Motivou e inspirou os colegas a participarem.	
Trabalho Colaborativo	Não colaborou com o grupo. Trabalhou sozinho e não se importou com o desempenho dos colegas.	Colaborou minimamente com o grupo. Teve dificuldade em trabalhar em equipe.	Colaborou ativamente com o grupo. Dividiu tarefas e responsabilidades de forma justa. Ajudou a resolver conflitos e a manter o foco do grupo.	Foi um membro exemplar do grupo. Demonstrou empatia e respeito pelos colegas. Inspirou a colaboração e o trabalho em equipe.	
Qualidade da Resolução	Não contribuiu para a resolução do problema. As respostas estavam incorretas ou incompletas.	Contribuiu minimamente para a resolução do problema. As respostas apresentavam alguns erros.	Contribuiu ativamente para a resolução do problema. As respostas estavam corretas e completas.	Contribuiu significativamente para a resolução do problema. As respostas estavam corretas, completas e bem explicadas.	
Total	**0**	**1**	**2**	**3**	

Fonte: O autor.

O uso da estratégia GTD pode ser adaptado a diferentes conteúdos e níveis de ensino, tornando-a uma ferramenta versátil e acessível a todos os educadores. A implementação da estratégia GTD em sala de aula contribui para a construção de um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e participativo, onde os alunos assumem o papel central no processo de ensino-aprendizagem.

4.1.2.4. Metodologia dos trezentos

De acordo com Fragelli (2015, p. 867) “a metodologia dos Trezentos consiste em promover ao máximo a colaboração entre os estudantes, despertando o olhar para as dificuldades de aprendizagem do outro”. Um dos pontos de partida para Ricardo Fragelli desenvolver esta metodologia foi a percepção da ansiedade gerada nas

ocasiões de avaliações tradicionais. A partir do seu estudo com os cursos de Engenharia, Fragelli (2015, p. 866) observou que “houve uma melhora significativa no rendimento dos estudantes com medidas simples tais como dar um destaque especial ao acolhimento do estudante, alterar o local da prova e o aumentar o tempo para resolução”.

Em seu estudo, Fragelli (2015) destaca que teve experiência em quatro turmas de Cálculo I utilizando esta metodologia, na Universidade de Brasília (UnB). Nesta experiência, após aplicar os trabalhos, utilizou a estratégia de aplicar um novo teste, semelhante ao anterior, para os estudantes que obtiveram resultados abaixo da média estipulada. Vale destacar que os estudantes que obtiveram a média ou nota superior não tiveram a possibilidade de realizar o novo teste.

> Os estudantes com rendimento insatisfatório que completarem todas as atividades propostas poderão realizar uma nova prova e ficarão com a melhor das duas notas que, quase na totalidade dos casos, é aquela obtida na segunda avaliação. Os estudantes com bom rendimento não podem refazer a prova, contudo, melhoram a própria nota considerando duas dimensões: (a) o nível de ajuda oferecido aos estudantes do grupo; e, (b) a melhora no rendimento dos estudantes ajudados (Fragelli, 2015, p. 867).

Assim sendo, é possível utilizar o Quadro 3 para avaliar o nível de ajuda oferecido pelos estudantes com bom rendimento.

Quadro 3. Aumento da nota do aluno ajudante segundo o nível de ajuda oferecido e a melhora no rendimento do aluno ajudado.

Melhora do estudante ajudado	Nível de ajuda e pontos extras para o estudante ajudante				
	1	2	3	4	5
Melhora de 0 a 1 pontos	0,00	0,25	0,25	0,50	0,50
Melhora maior que 1 ponto para nota final inferior a 4 pontos	0,00	0,25	0,25	0,50	0,50
Melhora maior que 1 ponto para nota final superior a 4 pontos	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
Melhora para uma nota final igual ou superior a 6,5 pontos	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50

Fonte: Adaptado de Fragelli (2015, p. 868).

Para mensurar o nível de ajuda proporcionada por um aluno em um contexto de aprendizagem colaborativa, Fragelli (2015) propõe a aplicação de um questionário. Através desse instrumento, o aluno ajudante é avaliado em relação à ajuda que prestou aos colegas do seu grupo. O questionário utiliza uma escala Likert de cinco pontos, variando de 1 (ajudei nada) a 5 (ajudei muito). O aluno deve distribuir os colegas que ajudou de acordo com a percepção do seu nível de auxílio para cada um.

A partir do Quadro 3 é possível observar que a nota do estudante ajudante pode aumentar em até 1,50 pontos se a nota final do estudante ajudado for igual ou superior a 6,5 pontos de um total de 10 pontos. Nesse sentido, para que ocorra uma melhora na nota do estudante que foi abaixo da média, o professor precisa organizar grupos de estudos com ao menos um estudante que foi acima da média e estudantes que foram

abaixo da média. Conforme Fragelli *et al* (2015), as atividades geralmente são desenvolvidas em encontros presenciais de no mínimo dois períodos de duas horas aula de duração.

Diante disso, o professor entrega uma lista de exercícios na qual os estudantes abaixo da média terão a oportunidade de serem ajudados pelo colega que teve resultado satisfatório no teste anterior. O líder do grupo é o estudante com a maior nota do grupo. Após a etapa de estudo em grupos os estudantes abaixo da média recebem o novo trabalho e caso tenham progresso a sua nota é substituída. Portanto, caso o estudante ajudado tenha avanço, o estudante ajudante também terá. Por exemplo, se um estudante tirou nota 3,5 em uma avaliação que valia 10 pontos e a sua nota no novo trabalho foi de 7 pontos, houve uma melhora para nota final superior a 6,5 pontos. Assim sendo, de acordo com o Quadro 3, caso o nível de ajuda tenha sido 5, o estudante ajudante receberá 1,50 pontos extras na sua avaliação final.

Vale destacar que, neste caso, a metodologia dos trezentos será utilizada a fim de diminuir a ansiedade dos estudantes; e, também, como estratégia de avaliação formativa, visto que a avaliação final será constituída não só pela nota da avaliação, mas ainda pelo nível de ajuda ao colega, salvo o caso de ser o estudante ajudado.

Diante da possibilidade de amenizar a ansiedade dos estudantes em relação aos trabalhos avaliativos e também de servir como recuperação paralela aos discentes que obtiveram nota abaixo da média, esta metodologia será abordada neste projeto, podendo haver adaptações.

4.2. Construcionismo de Papert

Esta seção busca apresentar quem foi Seymour Papert e suas principais contribuições, bem como analisar o conceito do construcionismo.

4.2.1. Quem foi Seymour Papert e quais são as suas principais contribuições?

Seymour Papert foi um dos teóricos mais relevantes para a educação no século XX. Nascido na África do Sul, tornou-se um matemático e posteriormente professor em uma das mais renomadas universidades dos Estados Unidos, o *Massachusetts Institute of Technology*[1] (MIT). Em 1980, publicou a sua primeira versão do livro “A máquina das crianças”, no qual o conceito do construcionismo foi desenvolvido. No prefácio à edição

[1] Instituto de Tecnologia de Massachusetts (em português).

revisada brasileira desta obra, Papert (2008) já deixa claro o seu entendimento a respeito da importância que o computador tem no contexto educacional, por dar autonomia intelectual ao aprendiz desde os seus primeiros anos de escolarização. Nesse sentido, o educando se torna menos dependente de adultos provedores de informação, indo ao encontro de Freire (2018) em sua visão libertadora de ensino.

Consoante a isso, Papert (2008) afirma que existem áreas do conhecimento em que a transição de estilos orais para estilos letrados é muito difícil para os estudantes, como a Matemática por exemplo. Porém, a máquina (computador) tem o poder de fornecer um contexto e suavizar esse processo, conforme proposto por Papert (2008, p.30):

> Se a idéia de uma transição de estilos orais de conhecer para estilos *letrados* de conhecer parece menos aplicável à matemática, em grande parte deve-se ao fato da nossa cultura estar inclinada a reservar o nome *matemática* para o tipo de matemática "letrada" ensinada na escola e talvez para uma base intuitiva mínima diretamente conectada a ela (Papert, 2008, p. 30).

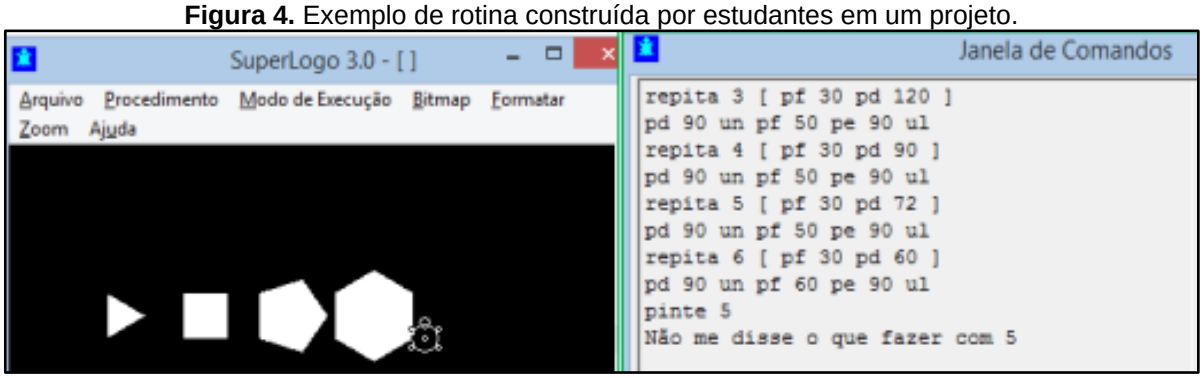
Ainda conforme Papert (2008), o grande problema da educação matemática está em "encontrar maneiras de valer-se da vasta experiência da criança em matemática oral, mas os computadores podem fazer isso". A partir dessa linha de pensamento, é possível compreender que o computador pode ser uma excelente ferramenta a ser utilizada no ensino de matemática, pois tem a capacidade de abordar o conhecimento matemático de uma maneira que talvez o professor não consiga tão facilmente quanto a máquina. Portanto, entende-se que o professor, assim como o computador, não são concorrentes um do outro. Ao contrário disso, quando utilizados simultaneamente (computador e professor) podem fornecer uma prática pedagógica de ótima qualidade.

De acordo com o presidente do MIT, Leo Rafael Reif (MIT, 2006), a marca que Papert deixou no MIT é profunda. Segundo Reif, atualmente enquanto o MIT continua expandindo seu alcance e aprofundando seu trabalho no aprendizado digital, ele é particularmente grato pela visão inovadora de Seymour (MIT, 2006). Além de toda a sua contribuição para o estudo do computador na educação, a sua linguagem *Logo* também ficou muito famosa, conforme relatado em documento do MIT (2006):

> No final dos anos 1960, numa época em que os computadores ainda custavam centenas de milhares de dólares, Papert teve a ideia do Logo, a primeira linguagem de programação para crianças. As crianças usaram o Logo para programar os movimentos de uma "tartaruga" — seja na forma de um pequeno robô mecânico ou de um objeto gráfico na tela do computador (MIT, 2006).

Na Figura 4 é possível observar um exemplo de rotina desenvolvida na linguagem *Logo* criada por Papert.

Figura 4. Exemplo de rotina construída por estudantes em um projeto.



Fonte: Azevedo & Lyra-Silva (2015).

É possível perceber na Figura 4 a presença de uma tartaruga no canto do hexágono, conforme posição orientada pelo estudante em sua rotina. Essa tartaruga pode estar representada em uma tela de computador, traçando linhas no monitor permitindo desenhar figuras geométricas, ou em forma de um robô, que se movimenta pelo chão a partir dos comandos executados (Massa; Oliveira; Santos, 2022). Em um primeiro momento, a ideia de programar uma máquina pode parecer difícil. Entretanto, existem diversas maneiras de se começar a desenvolver a lógica de programação, inclusive com a criação de uma lógica manuscrita, para após se chegar, por exemplo, em uma programação em blocos como é o caso da linguagem Scratch[2]. Assim sendo, Papert destaca que é preciso de muito mais do que “treinamento”, é necessário que os professores desenvolvam a habilidade de beneficiarem-se da presença dos computadores e de levarem esse benefício para seus alunos (Papert, 2008, p. 79).

Diante disso, é necessário destacar a importância do pioneirismo de Papert em relação ao estudo das contribuições do computador para a educação e, consequentemente, para o desenvolvimento deste projeto.

4.2.2. Mas afinal, o que é o construcionismo?

Em seu livro “A máquina das crianças”, Papert (2008) reserva um capítulo especialmente para discutir o construcionismo. De acordo com o referido autor, muitas vezes nos discursos educacionais o termo *concreto* é utilizado em um sentido comum. Por conseguinte, quando os professores falam em utilizar materiais concretos, vem à tona uma mera ideia de métodos de utilização de blocos de madeira para formar padrões de números, conforme descrito (Papert, 2008, p. 134):

> Piaget faz algo mais complexo e muito mais interessante quando descreve o pensamento de crianças em idade escolar como “concreto”. Isso é um termo

[2] No portal Scratch é possível pesquisar rotinas construídas por outros usuários e também construí-las do zero com os seus estudantes. Link: https://scratch.mit.edu/.

> técnico, do mesmo modo como os físicos usam a palavra *força,* ou os psiquiatras a palavra *depressão.* Em tais casos os significados serão mal compreendidos, a menos que a pessoa perceba que as palavras adquirem um sentido especial nas teorias, não sendo raro contrariar a natureza do senso comum.

Pode-se compreender, portanto, que o "concreto" não se refere necessariamente ao material físico, mas sim a uma "inteligência concreta", conforme a estrutura teórica de Piaget citada por Papert (2008). Nesse sentido, Papert faz uma diferenciação entre instrucionismo e construcionismo. Para Papert (2008) a palavra *instrucionismo* é utilizada para expressar um caminho para uma melhor aprendizagem, o qual se dá por meio do aperfeiçoamento da instrução. O autor ainda destaca: "ora, se a Escola é menos que perfeita, então é sabido o que fazer: ensinar melhor" (Papert, 2008, p. 134). Já o *construcionismo,* ainda de acordo com Papert (2008), pode ser compreendido como uma filosofia de uma família de filosofias educacionais. Neste sentido, o construcionismo visa "ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino" (Papert, 2008, p. 134). Obviamente não se alcança esse objetivo apenas reduzindo a quantidade de ensino, enquanto o resto não é alterado. Logo, para compreender o construcionismo é possível fazer uma analogia em que:

> [...] as crianças farão melhor descobrindo ('pescando') por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; a educação organizada ou informal poderá ajudar mais se certificar-se de que elas estarão sendo apoiadas moral, psicológica, material e intelectualmente em seus esforços. O tipo de conhecimento que as crianças mais precisam e o que as ajudará a obter mais conhecimento (Papert, 2008, p. 135).

Em vista disso, o construcionismo é uma abordagem pedagógica que enfatiza a aprendizagem por meio da construção ativa do conhecimento. Esse conceito revolucionário baseia-se na ideia de que os indivíduos aprendem de maneira mais eficaz quando são encorajados a criar, explorar e interagir com o mundo ao seu redor. Voltando para a analogia da "pesca", Papert (2008) destaca que além de incentivar o estudante a buscar o conhecimento ("pescando") é fundamental que existam bons instrumentos de "pesca". Diante disso, Seymour acredita que o computador pode ser um destes instrumentos juntamente com estratégias e métodos de aprendizagem ativa.

Além disso, Papert (2008) destaca a importância de os estudantes fazerem descobertas sem a instrução do professor, apesar de poderem existir algumas limitações. Vale ressaltar que a ideia não é que as pessoas aprendam de qualquer modo, sem ajuda, mas é preciso valorizar a aprendizagem informal, a qual aponta para uma rica forma de aprendizagem natural e requer um tipo diferente de apoio. Por vezes

os discursos educacionais recaem na metáfora “transmissão” *versus* “construção”, bem como adentrando no termo do *construtivismo*, criado por Piaget. Nesta concepção, “o conhecimento simplesmente não pode ser *transmitido* ou *transferido pronto* para outra pessoa” (Papert, 2008, p. 137). Dessa forma, o construcionismo pode ser interpretado também como um “conjunto de peças para construção” (Papert, 2008, p. 137):

> Assim, o construcionismo, minha reconstrução pessoal do construtivismo, apresenta como principal característica o fato de examinar mais de perto do que outros *ismos* educacionais a idéia da construção mental. Ele atribui especial importância ao papel das construções no mundo como um apoio para o que ocorre na cabeça, tornando-se assim uma concepção menos mentalista.

A partir da perspectiva do construcionismo conceituado por Papert ainda na década de 1970, Pei, Weintrop e Wilensky (2018) destacam que Papert e seus colegas já imaginavam um sistema de educação que integraria o pensamento computacional na vida cotidiana. Mas antes disso se concretizar, a tecnologia da época não fornecia a experiência educacional presente nas escolas atualmente. Portanto, de acordo com Pei, Weintrop e Wilensky (2018, p. 76), colocando essa ideia em prática, Papert e seus colegas investigaram como os ambientes matemáticos construcionistas poderiam impulsionar essa integração e permitir que alunos de todos os níveis e diferentes interesses em se envolver profundamente em atividades que são matemática e computacionalmente ricas.

Neste sentido, Wilensky (1995) *apud* Pei, Weintrop e Wilensky (2018) destaca que as novas tecnologias expandem o conteúdo matemático para além dos limites estabelecidos pelo currículo escolar. Com isso, o estudante passa a tornar concretos os conceitos matemáticos abstratos e explorar áreas da matemática anteriormente inacessíveis, criando uma “nova matemática”. Diante deste ponto de vista, e por entender a importância do computador e do construcionismo no meio educacional e no desenvolvimento do pensamento matemático, Papert (1980) *apud* Lodi & Martini (2021) foi o primeiro a utilizar a expressão “pensamento computacional”.

De acordo com Lodi & Martini (2021), ao contrário do uso de Wing em 2006, a expressão utilizada por Papert em *Mindstorms*[3] não é de forma alguma uma tentativa de definição. O que é central em *Mindstorms* não é “pensar” – é “construir”, por meios computacionais, versões concretas de conceitos matemáticos abstratos (como o ensino de equações do 2° grau, por exemplo). O apelo do computador é que ele fornece uma

[3] *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas.* Livro escrito por Seymour Papert.

referência concreta para os conceitos abstratos a serem compreendidos. Conforme Pei, Weintrop e Wilensky (2018) a definição do pensamento computacional foi popularizada pelo artigo de Jeannette Wing (2006) intitulado *Computational Thinking*, onde ela argumentou: “à leitura, escrita e aritmética, devemos adicionar o pensamento computacional à toda habilidade analítica de cada criança".

Em suma, o construcionismo proposto por Seymour Papert representa uma abordagem pedagógica que vai além do ensino tradicional e incentiva a aprendizagem ativa por meio da construção do conhecimento. Ao contrário do instrucionismo, que enfatiza a instrução e a transmissão do conhecimento, o construcionismo valoriza a descoberta, a exploração e a interação dos estudantes com o mundo ao seu redor. Para Papert, o uso do computador e estratégias de aprendizagem ativa são ferramentas importantes nesse processo. Além disso, o construcionismo reconhece a necessidade de apoio adequado para que os alunos realizem suas próprias descobertas. Em essência, o construcionismo representa uma reconstrução pessoal do construtivismo, destacando a importância das construções mentais. Consoante a isso, a próxima seção tem como objetivo discutir o que é o pensamento computacional e quais são os seus principais aspectos.

4.3. Pensamento computacional

O pensamento computacional (PC) é uma habilidade que permite ao estudante pensar em um problema e de que forma se pode resolver este problema, otimizando os processos. Além disso, de acordo com Kurshan (2016) *apud* Brackmann (2017, p. 29), essa habilidade pode ser definida como

> [...] uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente.

Nesse sentido, Pierre Tchounikine, professor de Ciências da Computação na Universidade de Grenoble-Alpes (França), em seu trabalho intitulado “Apresentar aos alunos o pensamento computacional e programação com Scratch”[4], reflete a respeito dos seguintes questionamentos:

> O que é “pensamento computacional” e por que ensiná-lo? O que significa “usar o Scratch para ensinar pensamento computacional”? O que você precisa

[4] Initier les élèves à la pensée informatique et à la programmation avec Scratch - Título original em francês.

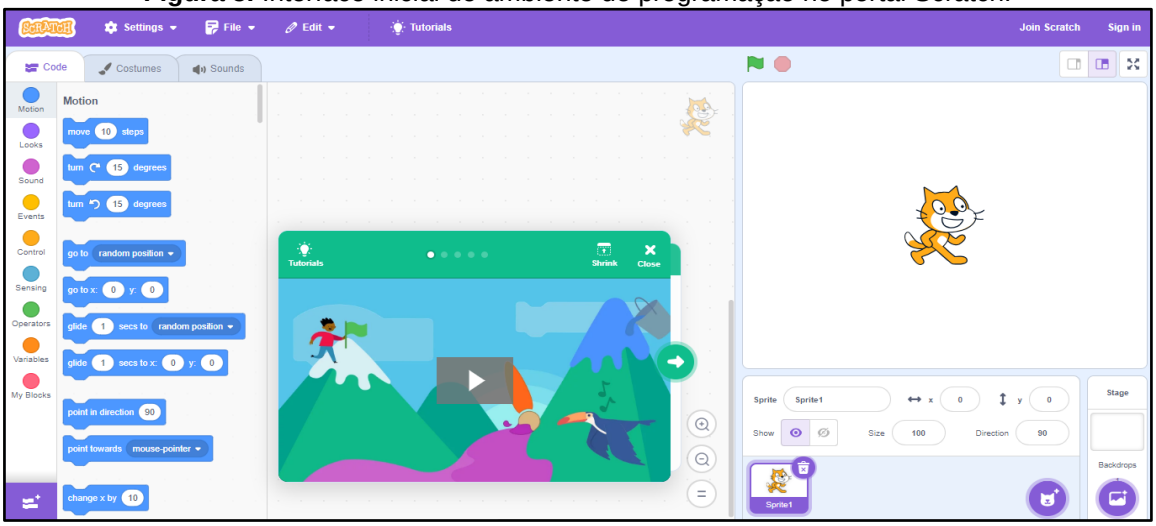
> entender no Scratch como professor e como fazer isso? Que dificuldades podemos esperar/antecipar? (Tchounikine, 2017, p. 2, tradução nossa).

Diante desses questionamentos é possível compreender as principais definições do pensamento computacional e como é possível desenvolvê-lo por meio da linguagem Scratch. A partir do trabalho de Tchounikine (2017) percebe-se uma habilidade muito interessante do pensamento computacional: a divisão de determinado problema em subproblemas ou etapas. Por vezes na matemática os professores se deparam com determinadas situações em que a interpretação do problema e a resolução em uma única etapa se torna difícil. Entretanto, assim como feito na Ciência da Computação, por meio dos algoritmos, é possível fracionar um problema em etapas, a fim de facilitar a sua resolução.

Consoante a isso, o PC tem se mostrado uma ferramenta poderosa no ensino de matemática, oferecendo aos estudantes uma abordagem prática e interativa para explorar conceitos matemáticos complexos. Ao incorporar princípios de pensamento computacional, como decomposição de problemas, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos, os estudantes são capacitados a resolver desafios matemáticos de maneira sistemática e criativa. Diante do exposto, Resnick & Rosenbaum (2013) afirmam que em seu grupo de pesquisa no MIT Media Lab, o Lifelong Kindergarten, eles tentaram mudar a forma como os jovens usam e pensam sobre a computação. De acordo com Brennan & Resnick (2012), embora tenha recebido atenção considerável nos últimos anos, há pouco consenso sobre uma definição para o pensamento computacional. À vista disso, outra definição possível para o pensamento computacional é como “o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas e suas soluções para que as essas sejam representadas de uma forma que possa ser efetivamente realizada por um agente de processamento de informações” (Cuny, Snyder & Wing, 2010 *apud* Brennan & Resnick, 2012, p. 2, tradução nossa).

Mas afinal, como desenvolver o pensamento computacional? Uma das possibilidades é utilizar a linguagem Scratch, a qual foi criada por uma equipe pertencente ao *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) em Boston, a *Lifelong Kindergarten Group*. A plataforma permite criações utilizando programação por blocos. As opções de uso são variadas, incluindo animações, jogos, apresentações e outras aplicações. O Scratch é gratuito e de código aberto, sendo possível o desenvolvimento *offline*, além de estar disponível *online*. A interface do Scratch é apresentada na Figura 5.

Figura 5. Interface inicial do ambiente de programação no portal Scratch.



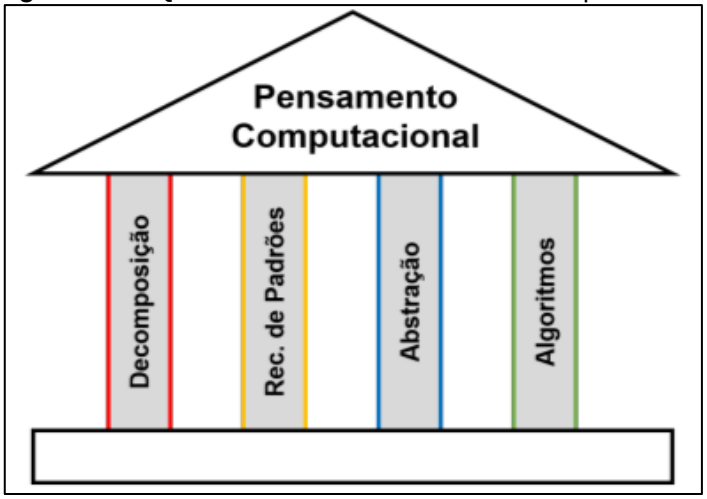
Fonte: https://scratch.mit.edu/projects/editor/?tutorial=getStarted.

Ensinar pensamento computacional com Scratch leva a colocar algoritmos e programação no centro da reflexão, em uma abordagem tradicional ou orientada para a "computação criativa" (Tchounikine, 2017, p. 1, tradução nossa). Ainda conforme Tchounikine (2017, p. 11, tradução nossa), a abordagem do pensamento computacional pode ser dividida nas seguintes categorias:

- apreender um problema e sua solução em diferentes níveis (abstração);
- pensar nas tarefas a serem executadas como uma série de etapas (algoritmos);
- entender que para resolver um problema complexo ele deve ser decomposto em vários problemas simples (decomposição);
- entender que um novo problema provavelmente está relacionado a outros problemas já resolvidos pelo aluno (reconhecimento de padrões); e
- perceber que a solução para um problema pode ser usada para resolver toda uma gama de problemas semelhantes (generalização)".

Na mesma perspectiva de Tchounikine (2017), Brackmann (2017) categoriza o ensino do pensamento computacional da seguinte maneira:

Figura 6. Os Quatro Pilares do Pensamento Computacional.



Fonte: Brackmann (2017).

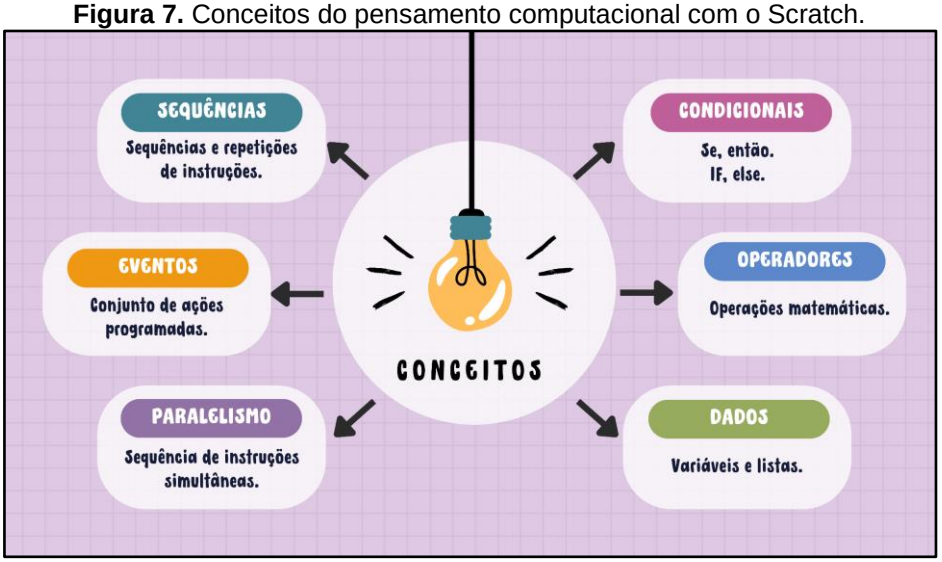
Para Brackmann (2017) o pensamento computacional é uma habilidade que permite resolver problemas complexos. Para isso, é necessário quebrar o problema em partes menores e mais fáceis de gerenciar (decomposição). Cada uma dessas partes pode ser analisada individualmente, identificando problemas semelhantes que já foram solucionados (reconhecimento de padrões). Além disso, é importante identificar os detalhes importantes e ignorar os irrelevantes (abstração). Por fim, é necessário criar passos ou regras simples para resolver cada uma das partes (algoritmos).

Diante das categorias citadas anteriormente, percebe-se que o pensamento computacional pode ser uma estratégia aliada ao ensino de matemática, a fim de auxiliar na compreensão e resolução de problemas complexos.

Assim sendo, de acordo com Brennan & Resnick (2012), o pensamento computacional nos ajuda a pensar sobre o aprendizado com o Scratch, o qual fornece um contexto e um conjunto de oportunidades para desenvolver conversas ativas sobre PC com os estudantes. Não obstante, Resnick *et al*. (2009) *apud* Brennan & Resnick (2012) afirmam que o Scratch é capaz de promover uma mídia interativa a partir de histórias, jogos, animações e simulações; essas oportunidades se dão por meio da programação em blocos.

A partir de estudos de atividades na comunidade online do Scratch e no próprio Scratch, Brennan & Resnick (2012) desenvolveram uma definição de pensamento computacional separada em três dimensões: *computational concepts* (conceitos computacionais), *computational practices* (práticas computacionais) e *computational perspectives* (perspectivas computacionais). A primeira dimensão pode ser resumida de acordo com a Figura 7, conforme conceitos abordados em Brennan & Resnick (2012).

Figura 7. Conceitos do pensamento computacional com o Scratch.

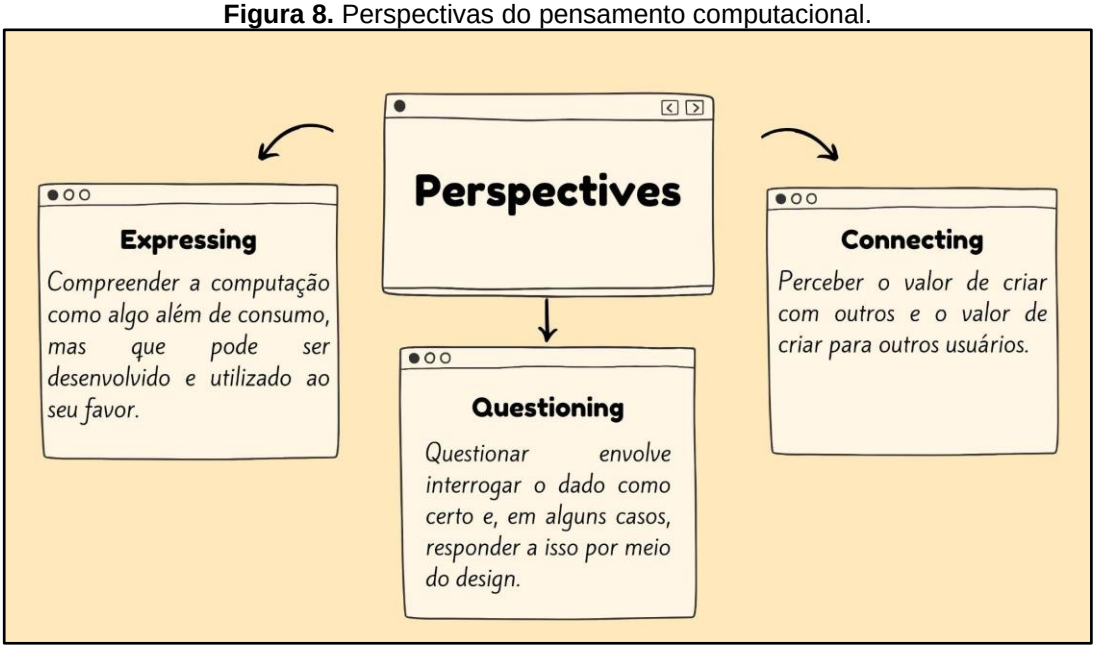


Fonte: Adaptado de Brennan & Resnick (2012).

Já na segunda dimensão - *computational practices* - Brennan & Resnick (2012, p. 7, tradução livre do autor) destacam em sua entrevista com jovens: “embora tenhamos adotado diversas estratégias e práticas para desenvolver mídia interativa, observamos quatro conjuntos principais de práticas: ser incremental e iterativo, testar e depurar, reutilizar e remontar, e abstrair e modularizar”. Para ser incremental e iterativo é necessário desenhar um projeto. Diante disso, identifica-se um conceito para o projeto e, em seguida, desenvolve-se um plano para implementação do *design* no código. Para testar e depurar é preciso desenvolver estratégias que prevejam eventuais problemas e até mesmo os antecipem. Brennan & Resnick (2012) também destacam que o processo de reutilizar e remontar provoca importantes questionamentos no autor de determinado código ou rotina computacional; pois, a partir de novas anotações, ele pode melhorar a estrutura da sua produção. Por fim, abstrair e modularizar caracteriza uma construção de algo grande reunido por coleções de partes menores que se transformam em uma prática importante para o projeto ou problema. “No Scratch, os *designers* empregam abstração e modularização em vários níveis, desde o trabalho de conceituar o problema para traduzir o conceito em *sprites* e pilhas individuais de código” (Brennan & Resnick, 2012, p. 9, tradução livre do autor).

Em sua última dimensão, as perspectivas do pensamento computacional, Brennan & Resnick (2012) descrevem as mudanças de perspectivas observadas nos jovens que trabalham com o Scratch de acordo com a Figura 8.

Figura 8. Perspectivas do pensamento computacional.



Fonte: Adaptado de Brennan & Resnick (2012).

Portanto, o pensamento computacional é uma habilidade essencial para os estudantes, permitindo que eles enfrentem problemas de forma sistemática e otimizada, utilizando conceitos e práticas da computação em diversas áreas do conhecimento. A abordagem do pensamento computacional, aplicada por meio da linguagem Scratch, possibilita a divisão de problemas em etapas e a resolução de desafios complexos por meio de algoritmos. Ao incorporar princípios como abstração, decomposição, reconhecimento de padrões e generalização, os estudantes são capacitados a desenvolver uma abordagem criativa, crítica e estratégica para a solução de problemas, seja de maneira individual ou colaborativa. O ensino do pensamento computacional com o uso do Scratch oferece oportunidades para a interação prática com conceitos matemáticos complexos e promove a reflexão ativa sobre os processos de aprendizado.

Assim, essa habilidade mostra-se uma poderosa ferramenta no ensino de matemática, proporcionando aos alunos uma forma inovadora de explorar e compreender os desafios matemáticos. Ao desenvolver a capacidade de pensar computacionalmente, os estudantes adquirem uma valiosa habilidade para resolver problemas eficazmente e enfrentar os desafios do mundo contemporâneo.

5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa tem como base os pressupostos teóricos das estratégias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional, com o objetivo de promover a aprendizagem dos conceitos relacionados às equações polinomiais do 2º grau. Os procedimentos metodológicos são descritos em cinco seções: a caracterização da pesquisa, o contexto da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, a técnica de análise de dados e o desenvolvimento da pesquisa.

5.1. Caracterização da pesquisa

Esta dissertação voltada ao aprendizado de conceitos matemáticos relacionados às equações polinomiais do 2° grau à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional é de natureza aplicada. O professor-pesquisador visa expandir o conhecimento teórico a respeito do tema de pesquisa e desenvolver um produto educacional. Quanto à sua abordagem, é qualitativa, sendo avaliado o sucesso da prática realizada.

No que se refere aos objetivos, são descritivos e explicativos/interpretativos. Descritivos porque o assunto da pesquisa já é conhecido e a contribuição é proporcionar uma visão sobre a possibilidade da junção de pensamento computacional e teorias de aprendizagem ativa. Os objetivos são explicativos/interpretativos porque foi possível compreender as causas e efeitos de uma aprendizagem ativa dos conceitos estudados.

Por fim, quanto aos procedimentos, deram-se de forma empírica com intervenção pedagógica, pois os estudantes tiveram momentos de exposição dialogada com a utilização de estratégias e métodos de aprendizagem ativa e, além disso, experimentação em grupos para construção de conceitos matemáticos.

5.2. Contexto da pesquisa

Esta pesquisa foi realizada em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental localizada em Caxias do Sul, no Bairro Aeroporto. Atualmente a escola é considerada de grande porte, visto que possui 18 salas de aula, sala de direção, secretaria, coordenação pedagógica, apoio educacional, sala dos professores, biblioteca, laboratório de informática educativa, refeitório, oito banheiros, sala de atendimento educacional individualizado, sala de psicopedagogia/atendimentos individualizados, sala de atividades múltiplas, parquinho, pátio coberto, quadra de esportes ao ar livre, ginásio poliesportivo coberto e sala lúdica.

A escola atende cerca de novecentos e cinco estudantes, distribuídos em dois turnos, contemplando a Educação Infantil e o Ensino Fundamental completo, somando assim 36 turmas. O quadro funcional é formado por 73 professores, 2 secretárias e 9 funcionárias.

Nessas condições, a prática pedagógica foi realizada em uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental, com aproximadamente 30 estudantes. A faixa etária do público de aplicação do projeto foi de 14 a 16 anos.

5.3. Instrumentos de coleta de dados

Para uma análise aprofundada do processo de ensino e aprendizagem, a coleta de dados precisa ser rigorosa e abrangente. Nesta pesquisa, foram empregados diversos instrumentos para capturar as diversas dimensões da aprendizagem dos alunos. A seguir, serão detalhados os instrumentos utilizados para coletar os dados e como estes foram utilizados na construção do conhecimento sobre a temática abordada.

Ao longo da aplicação desta pesquisa foram avaliados os dados por meio de relatórios do último minuto (*one minute paper*), de exercícios em sala de aula (*in-class exercises*), dos grupos com tarefas diferentes, de construções realizadas no Scratch, de trabalhos referentes à construção de conceitos a partir de simulações e experimentos, da apresentação de trabalhos e de registros escritos. A pré-análise da pesquisa é uma fase de organização dos dados, a fim de constituir o *corpus* da pesquisa. “O corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (Bardin, 1977, p. 96).

Diante disso, visando construir um *corpus* sólido para a análise qualitativa, foram adotados os critérios e etapas apresentados no Quadro 4. Neste quadro são mencionadas algumas plataformas, as quais são explicadas na sequência. O *Mentimeter* é uma plataforma que possibilita a criação de apresentações em slides interativas. A plataforma Socrative, assim como o Kahoot, permite a aplicação de questionários; porém, sua principal diferença é que ele permite a inserção de perguntas mais longas, com alternativas também maiores. Diante disso, é possível o professor utilizá-la com uma certa restrição no número de questionários, de maneira gratuita, por meio do endereço https://www.socrative.com/. A plataforma Kahoot permite a aplicação de questionários de diversas maneiras, deixando o conteúdo mais atrativo e estimulando a competitividade. É possível o professor utilizá-la com uma certa restrição no número de questionários, de maneira gratuita, por meio do endereço https://kahoot.com/.

Quadro 4. Instrumentos que compõem o *corpus* da pesquisa.

INSTRUMENTOS	ENCONTROS	*CORPUS*	TÉCNICA DE ANÁLISE
Registros Mentimeter Registros *One Minute Paper*	1° e 2°	Conhecimentos prévios dos estudantes a respeito das características de uma equação. Interação com os colegas e registros feitos no Mentimeter. Dúvidas e curiosidades sobre os encontros registrados no relatório do último minuto.	Organização dos dados e categorização dos conhecimentos prévios da turma em "não presente", "presente parcialmente" e "presente". Categorização dos retornos do relatório do último minuto.
Relatório do Socrative Registros *in-class exercises* Registros escritos	3°, 4° e 5°	Verificação do aprendizado dos conceitos estudados por meio de questionário no Socrative. Resoluções dos exercícios em sala de aula realizados em grupos. E, ainda, as concepções iniciais construídas pelos estudantes a respeito dos casos possíveis de discriminante, por meio dos registros feitos em seus cadernos.	Tabulação e análise das respostas do Socrative. Análise das resoluções dos exercícios entregues pelos grupos e categorização em "atingido", "atingido parcialmente" e "não atingido". Registros escritos dos estudantes sobre os casos de discriminante.
Registros *One Minute Paper*	6°	Registros do relatório do último minuto a respeito da equação da queda livre, bem como da sua simulação no PhET Colorado e sobre as propriedades das antenas parabólicas estudadas a partir do vídeo.	Análise dos registros feitos no Google Forms, a fim de identificar se a simulação facilitou a compreensão da equação da queda livre.
Resolução problemas GTD Rubrica GTD Registros trabalho avaliativo Registros recuperação paralela (Método dos Trezentos)	7° e 8°	Resolução de problemas por meio da estratégia GTD. Trabalho avaliativo sobre os conceitos de equações polinomiais do 2° grau estudados. Recuperação paralela por meio do Metodologia dos Trezentos.	Análise das avaliações pelos pares sobre a estratégia GTD. Tabulação das notas e comparação antes e depois da aplicação da Metodologia dos Trezentos.
Registros Kahoot Construção da rotina	9° e 10°	Anotações feitas no quadro branco e relatório do Kahoot aplicado.	Análise da exposição realizada sobre os conceitos do pensamento computacional e da construção da rotina de paridade, bem como registros do Kahoot.
Construção da rotina de paridade	11° e 12°	Rotina envolvendo a paridade de números naturais.	Análise das principais dificuldades apresentadas pelos estudantes e pontos de atenção.
Construção da rotina de equações do 1° grau	13° e 14°	Rotina envolvendo a raiz de uma equação do 1° grau.	Verificação do processo matemático envolvido nas rotinas e erros de encaixe dos blocos.
Construção da rotina do movimento queda livre	15° e 16°	Rotina envolvendo o salto de um paraquedista em queda livre.	Domínio da decomposição do problema e dos blocos operadores para construção da variável *tempo.*
Construção da rotina dos casos de discriminante	17° e 18°	Rotina envolvendo os casos de discriminante.	Análise dos casos de discriminante e utilização dos blocos condicionais.
Construção da rotina final Avaliação da pesquisa	19° e 20°	Rotina envolvendo as soluções de uma equação polinomial do 2° grau por meio da Fórmula Quadrática. Avaliação dos estudantes quanto a pesquisa aplicada.	Avaliação das rotinas por meio do Quadro 5. Avaliação da pesquisa por meio do Google Forms e Mentimeter.

Fonte: Adaptado de Mendes e Miskulin (2017).

Baseado nos pilares do pensamento computacional propostos por Brackmann (2017) e na definição proposta por Brennan & Resnick (2012), criou-se o seguinte *Framework* para avaliação do pensamento computacional desenvolvido por meio das rotinas construídas no Scratch, apresentado no Quadro 5.

Quadro 5. Avaliação feita pelas duplas e pelo professor quanto ao trabalho dos apresentadores.

Estudantes avaliados: _____ **Observações:** _____						
Apresentou o trabalho com clareza?	Utilizou variáveis para armazenar os valores informados pelo usuário?	Solicitou as informações necessárias ao usuário para realizar os cálculos?	Utilizou blocos de aparência e sensores de maneira correta?	Utilizou blocos condicionais corretamente?	A rotina retorna os valores corretos ao usuário?	O cenário visual da rotina está agradável?

Fonte: O autor.

No quadro 5 são apresentados os critérios de avaliação utilizados e sua classificação quanto a presença dos elementos solicitados em “atingido”, “atingido parcialmente” e “não atingido”. Em um próximo momento, o professor pode estabelecer um valor para cada conceito e realizar uma média desses para converter em uma nota ou conceito geral.

A segunda etapa de análise proposta por Bardin (1977) é a exploração do material. Nessa fase o *corpus* deverá ser estudado mais profundamente e para isso é preciso organizar os dados de maneira isolada, buscando unidades de significação a partir de temas. De acordo com Bardin (1977) *apud* Mendes e Miskulin (2017), em alguns casos o uso de computadores pode ser interessante para a análise de conteúdo, como, por exemplo, quando a unidade de registro é a palavra. Em outros casos, a utilização de computadores pode ser ineficaz quando a análise for exploratória ou a unidade de codificação for grande (discurso ou artigo). Diante disso, conforme o instrumento de análise, foi decidida a melhor maneira de se analisar.

Por fim, a última etapa realizada foi o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Para isso, foram utilizados os princípios apresentados por Bardin (1977): exclusão mútua; homogeneidade; pertinência; objetividade e a fidelidade; produtividade. Mediante a análise dos instrumentos de avaliação citados foi possível validar se os resultados de aprendizagem propostos foram alcançados com sucesso.

5.4. Técnica de análise de dados

Para validar os dados obtidos, utilizou-se a Técnica de Análise de Conteúdo, conforme proposta por Laurence Bardin (1977). Essa técnica, dividida em três fases principais, permite uma análise rigorosa e sistemática dos dados coletados.

Na primeira fase, a pré-análise, os dados são organizados e categorizados, definindo o *corpus* da pesquisa. Segundo Bardin (1977), essa etapa envolve a escolha dos documentos a serem analisados, a formulação das hipóteses e a criação de indicadores para a interpretação dos resultados.

Em seguida, é realizada a análise do conteúdo. Nessa etapa, os dados serão codificados de acordo com categorias previamente definidas, permitindo identificar padrões e temas recorrentes. A codificação consiste em transformar os dados brutos em informações codificadas, facilitando a análise e a interpretação.

Por fim, os resultados da análise são apresentados de forma clara e concisa, utilizando tabelas, gráficos e outros recursos visuais. Essa etapa permite identificar os principais achados da pesquisa, responder às questões de pesquisa e gerar novas hipóteses para futuras investigações.

5.5. Desenvolvimento da pesquisa

Para a aplicação da pesquisa foi realizada uma sequência didática, com vinte encontros, que ocorreram ao longo do segundo trimestre de 2024. A organização dos encontros se deu de acordo com o Quadro 6.

Quadro 6. Aplicação da sequência didática.

Encontro	Tempo	Atividade
1	50 minutos	Revisão sobre as características de uma equação por meio do Mentimeter e One Minute Paper.
2	100 minutos	Definição de equação polinomial do 2° grau. Revisão sobre valor numérico de uma expressão algébrica. Como solucionar uma equação intuitivamente. Estudo da fórmula quadrática e do conjunto solução.
3	100 minutos	Verificação do aprendizado conceitual por meio do Socrative. Resolução da primeira lista dos exercícios em sala de aula.
4	50 minutos	Exploração dos casos de discriminante por meio da resolução de exercícios em grupos.
5	100 minutos	Resolução da segunda lista dos exercícios em sala de aula.
6	100 minutos	Estudo de algumas aplicações das equações polinomiais do 2° grau.
7	50 minutos	Organização dos Grupos com Tarefas Diferentes e resolução dos problemas.
8	100 minutos	Aplicação do trabalho avaliativo tradicional.
9	100 minutos	Aplicação da Metodologia dos Trezentos.
10	100 minutos	Discussão sobre o conceito de pensamento computacional. Exploração do ambiente Scratch e as suas categorias de blocos programáveis.
11	100 minutos	Construção da rotina sobre paridade.
12	100 minutos	Construção da rotina sobre a solução de uma equação polinomial do 1° grau.
13	100 minutos	Construção da rotina sobre o movimento queda livre.
14	100 minutos	Construção da rotina sobre os casos de discriminante.
15	100 minutos	Construção da rotina final sobre as raízes de uma equação polinomial do 2° grau.
16	50 minutos	Avaliação da pesquisa e *feedback* dos estudantes.

Fonte: O autor.

A sequência didática completa pode ser lida no Apêndice H.

6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A análise da aplicação desta pesquisa e da sequência didática foi organizada por encontros, de modo que cada seção possui assuntos que se relacionam, conforme o *corpus* apresentado no Quadro 4.

6.1. Descrição dos encontros 1 e 2

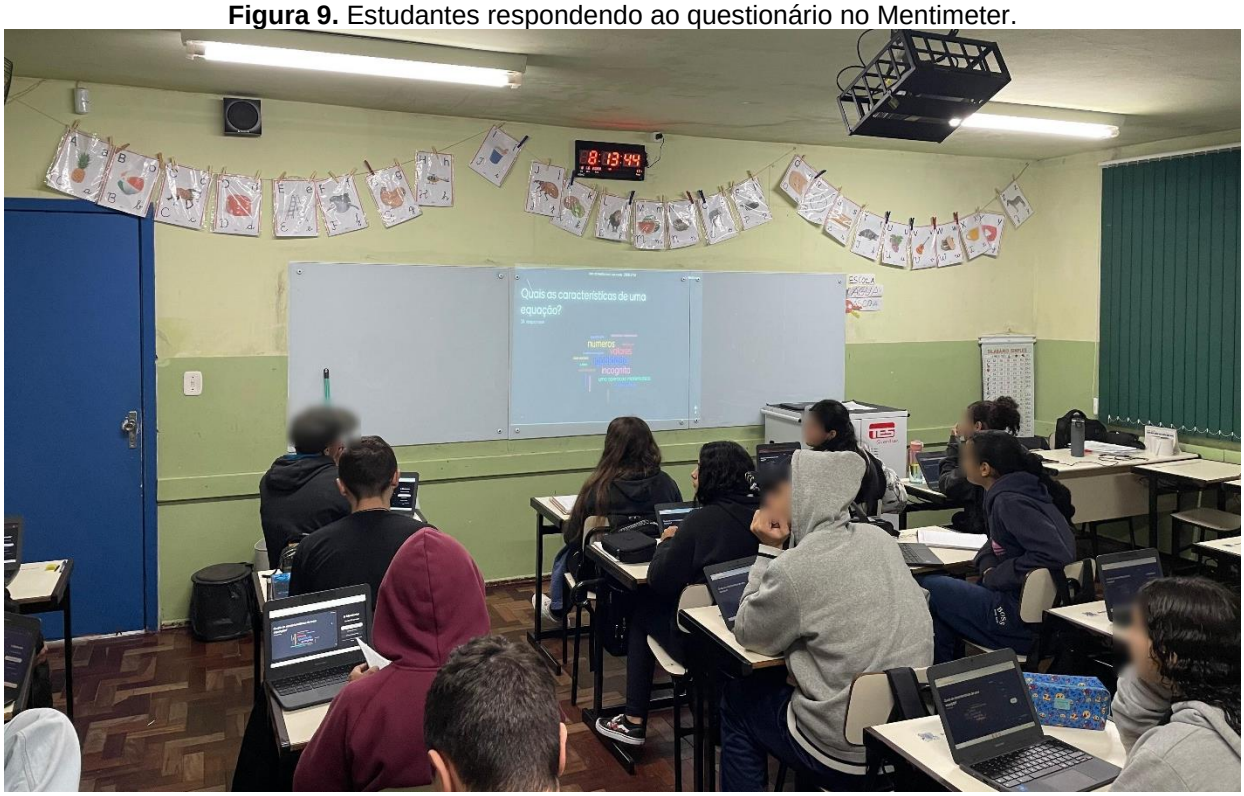
Os encontros descritos nesta subseção têm como resultados de aprendizagem:

- Relembrar o conceito de solução/raiz de uma equação.
- Compreender a lei geral de uma equação polinomial do 2° grau.
- Classificar os coeficientes de uma equação polinomial do 2° grau.
- Interpretar e aplicar a fórmula quadrática.

Inicialmente foi realizada uma breve apresentação das atividades a serem desenvolvidas durante a pesquisa, enfatizando a importância da participação dos estudantes. Em seguida foi apresentado e explicado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A).

Para a coleta de dados iniciais, optou-se pela utilização da plataforma Mentimeter. Diante disso, os participantes tiveram acesso aos Chromebooks para responderem ao questionário online. A maioria revelou não ter experiência prévia com a plataforma. O objetivo da atividade foi sondar o conhecimento prévio dos estudantes acerca das características de uma equação algébrica. A escolha do Mentimeter justifica-se pela coleta de dados rápida e anônima, proporcionando um ambiente mais descontraído e favorável à participação geral. A ferramenta gerou uma nuvem de palavras, visualizando a frequência com que cada termo foi utilizado nas respostas dos participantes. As palavras com maior frequência tinham maior tamanho, ocupando a área central da nuvem de palavras e as palavras que apareceram menos vezes nas respostas ficaram em regiões mais externas da nuvem, como exemplificado nas Figuras 9.

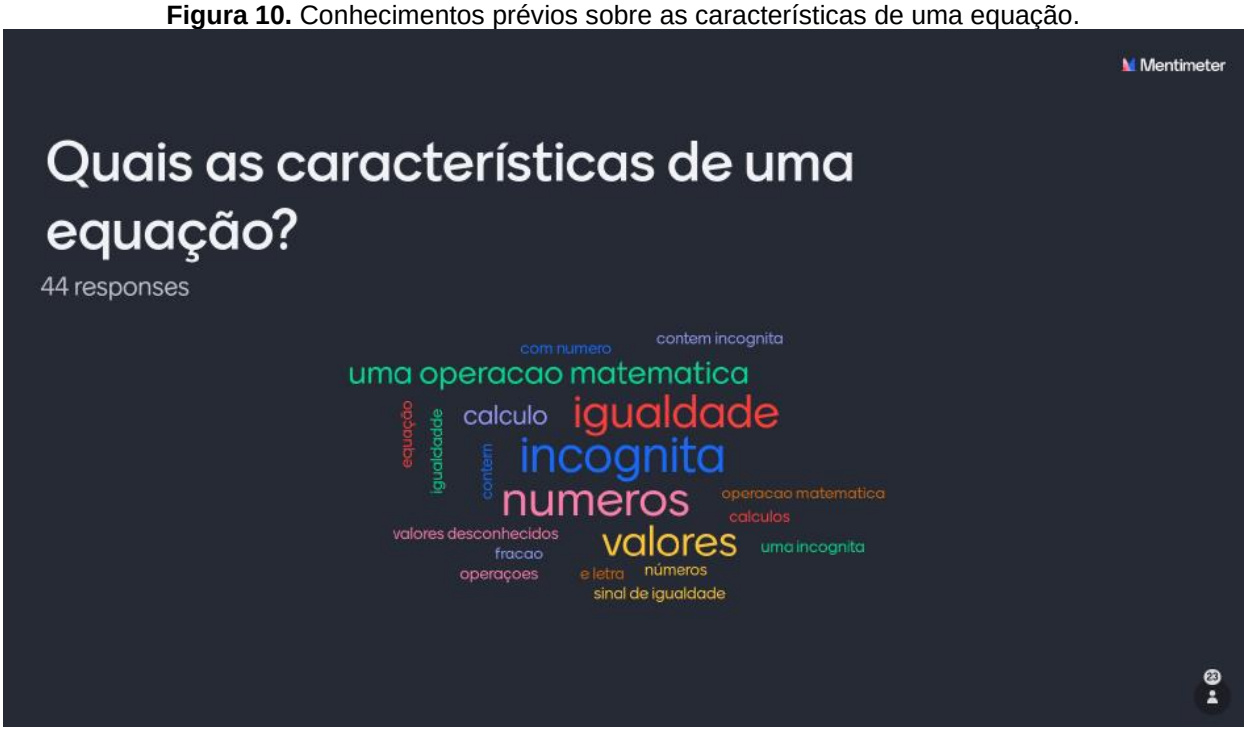
Figura 9. Estudantes respondendo ao questionário no Mentimeter.



Fonte: O autor.

Na Figura 10, pode-se observar a nuvem de palavras formada pelas respostas dos estudantes ao questionário com maior nitidez.

Figura 10. Conhecimentos prévios sobre as características de uma equação.



Fonte: O autor.

A partir da Figura 10 é possível perceber que, devido a posição central e o seu tamanho, as palavras *igualdade*, *incógnita*, *números* e *valores* apareceram com maior frequência. Após a discussão coletiva a respeito da nuvem de palavras formada, retomou-se as características de uma equação polinomial do 1° grau. Além disso, diferenciou-se uma expressão algébrica de uma equação. Nessa perspectiva, formalizou-se as características de uma equação a partir de exemplos, classificando coletivamente em expressão numérica, expressão algébrica e equação.

Por fim, os computadores foram utilizados novamente para realizar o relatório do último minuto por meio do Google Forms, o qual não era conhecido pelos estudantes. Sendo assim, apresentou-se a estratégia e como funcionaria, visto que de acordo com Elmôr-Filho *et al* (2019), a OMP também impacta no planejamento da aula, pois o professor pode utilizar as dificuldades ou facilidades apresentadas pelos educandos.

As questões realizadas aos estudantes por meio do Google Forms foram:

1. Qual foi o conceito mais interessante que você aprendeu durante a aula?
2. Qual o exemplo mais significativo da aula para você?
3. Qual a sua principal dúvida sobre as situações abordadas durante a aula?
4. Você tem curiosidade em ver aplicações das equações do 2° grau?
5. Deixe a sua opinião sobre esta aula.

A partir da leitura das respostas dos estudantes, observou-se que a maioria não possuía dúvidas ainda, ou apenas dúvidas relacionadas a como encontrar a solução de uma equação. Também foi observado que muitos estavam curiosos em aprender as aplicações das equações polinomiais do 2° grau, classificando a aula como: “muito boa”, “foi produtiva”, “consegui relembrar coisas muito interessantes sobre equação” e “foi muito legal o novo tema abordado com os Chromebooks”. De modo geral, os estudantes gostaram da aula e destacaram maior interesse nas características de uma equação e em identificar se é ou não uma equação.

Baseado em alguns comentários realizados no primeiro encontro e presentes no primeiro relatório, bem como pensando em encontros futuros em que a definição formal será necessária, identificou-se a necessidade de reforçar os conceitos relacionados à resolução de equações polinomiais de primeiro grau. Diante disso, foi realizada uma revisão da lei geral de uma equação polinomial do 1° grau e o processo algébrico necessário para encontrara sua solução, o qual seria revisitado em atividade no Scratch. A avaliação dos conhecimentos prévios dos estudantes, realizada por meio do Mentimeter, Google Forms e questionamentos em sala de aula, permitiu classificar

os seguintes conceitos em três categorias: presentes, parcialmente presentes e ausentes (Quadro 7). Tais categorias foram pensadas de acordo com a observação do professor em questionamentos respondidos oralmente pela turma, em resoluções de exercícios no caderno e registros no Mentimeter, sendo “presente” quando a maioria da turma atingiu a habilidade analisada, “presente parcialmente” quando próximo da metade da turma e “ausente” quando uma minoria atingiu a habilidade.

Quadro 7. Classificação dos conhecimentos prévios relacionados a equação.

Habilidade	Classificação	Exemplos
Conhece as características de uma equação	Presente parcialmente	Conversa inicial e registros na plataforma Mentimeter
Diferencia expressão numérica, expressão algébrica e equação	Presente parcialmente	Discussão coletiva na resolução de exemplos no quadro
Entende o conceito de primeiro membro e segundo membro	Presente parcialmente	Resolução dos exercícios propostos no quadro
Compreende o processo de resolução de uma equação	Presente parcialmente	Discussão coletiva na resolução dos exercícios no quadro

Fonte: O autor.

Desse modo, com base nas atividades desenvolvidas e nas ferramentas utilizadas, foi possível discutir com os estudantes a respeito das características e do processo de resolução de equações. As estratégias aplicadas, como o uso do Mentimeter e do Google Forms, permitiram uma participação mais interativa e reflexiva dos alunos, favorecendo um ambiente de aprendizagem colaborativo e inovador. Assim, as respostas coletadas foram essenciais para direcionar o planejamento de aulas futuras, de modo a atender melhor às necessidades dos estudantes e promover um ensino mais contextualizado.

6.2. Descrição dos encontros 3, 4 e 5

Os encontros descritos nas subseções 6.2., 6.3. e 6.4. têm como resultados de aprendizagem:

- Aplicar a fórmula resolutiva de uma equação polinomial do 2° grau.
- Entender o conceito de discriminante e a sua importância na fórmula quadrática.
- Compreender os diferentes casos de discriminante e a sua relação com o número de soluções da equação.

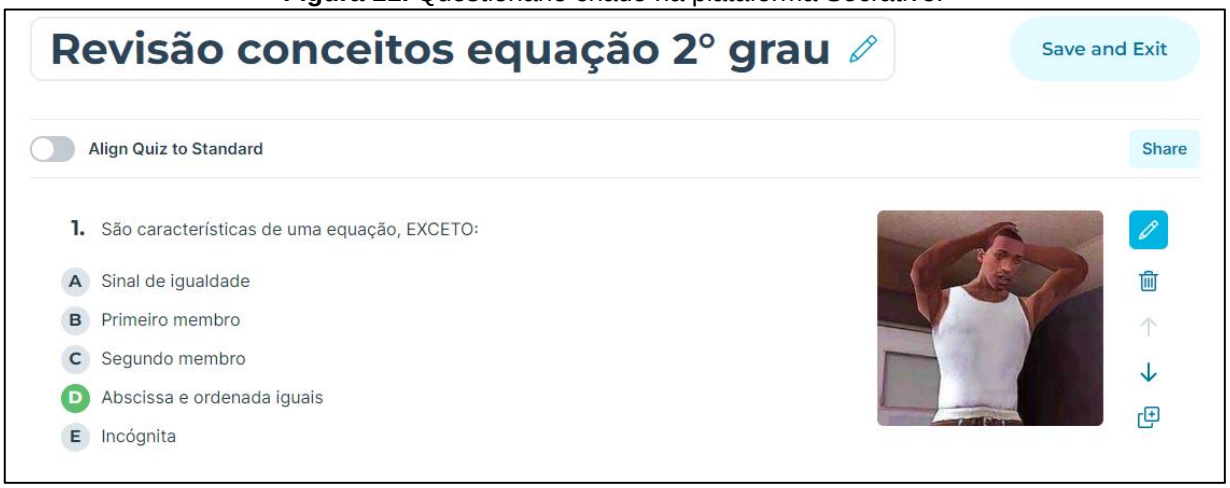
A etapa subsequente da pesquisa iniciou-se com a introdução formal das equações polinomiais do segundo grau, enfatizando a importância dos coeficientes e suas classificações. Por meio de exemplos práticos e discussões coletivas, os participantes foram capazes de identificar e classificar os coeficientes em diferentes equações. Em seguida, foi realizada uma distinção entre equações completas e incompletas, justificando a restrição do coeficiente “a” ser diferente de zero (pois recai em uma equação polinomial do primeiro grau).

Para a resolução das equações, foi necessário retomar o conceito de valor numérico de uma expressão algébrica, já que seria necessário substituir os valores dos coeficientes classificados na fórmula quadrática para descobrir as soluções da equação. Após a compreensão dos elementos constituintes da equação do segundo grau, foi apresentado o conceito de conjunto solução e a fórmula quadrática, por meio de um vídeo do Canal Matemática Rio com Prof. Rafael Procópio, o qual conta um pouco do contexto em que este método de resolução surgiu e porque apenas no Brasil ele é chamado de “Fórmula de Bhaskara”. Através da resolução de diversos exemplos, os participantes foram capazes de aplicar a fórmula quadrática e o discriminante, construindo um passo a passo para a resolução de equações polinomiais do segundo grau.

- **1° passo:** determinar os coeficientes *a, b* e *c.*
- **2° passo:** calcular o valor do discriminante.
- **3° passo:** substituir os coeficientes e o discriminante na fórmula quadrática.
- **4° passo:** calcular as raízes x’ e x’’.
- **5° passo:** montar o conjunto solução.

A fim de verificar o aprendizado dos conceitos estudados, utilizou-se a plataforma Socrative, por meio de um questionário com questões conceituais, apresentado na Figura 11. Durante a realização da atividade, foram enfrentados desafios relacionados à conectividade da rede Wi-Fi da instituição. Após a resolução deste problema, os estudantes conseguiram acessar a sala e responder ao questionário. Com o término da atividade, as respostas foram projetadas, de forma anônima, para análise e discussão de cada questão.

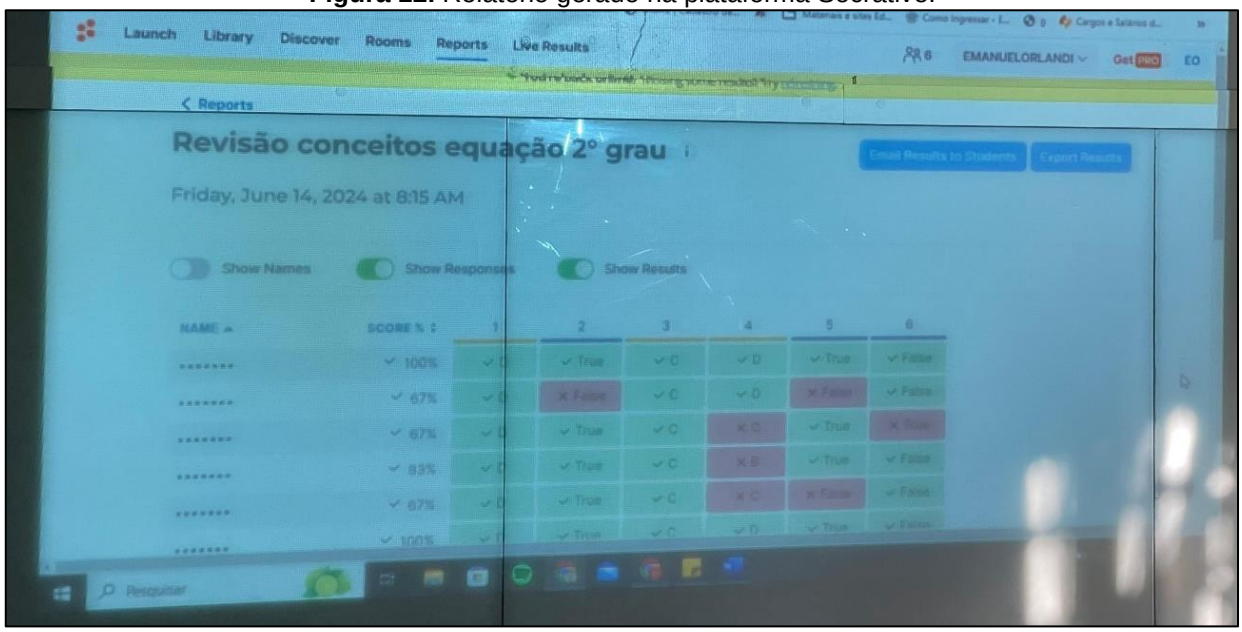
Figura 11. Questionário criado na plataforma Socrative.



Fonte: O autor. Link da plataforma: socrative.com.

A partir das respostas inseridas pelos estudantes, foi possível projetar o relatório gerado pela plataforma, sendo possível a discussão a respeito de questões com menores índices de acerto, conforme apresentado na Figura 12.

Figura 12. Relatório gerado na plataforma Socrative.



Fonte: O autor.

De acordo com Elmôr-Filho *et al* (2019), é importante verificar, por meio do relatório, qual foi o percentual de acertos da turma em cada questão. Caso o índice tenha ficado abaixo do estipulado, é possível refazer o teste, uma vez que as respostas não foram informadas, pois a opção de *feedback* imediato não foi selecionada, até que se tenha o percentual de acertos desejado.

Conforme Cury (2006), a avaliação não deve se restringir a pontuar acertos e erros, mas a análise dos resultados apresentados pelos estudantes pode ser um dos

procedimentos adotados para avaliar seu desempenho. Visto que, ainda de acordo com Cury (2006), exames oficiais como o do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) voltam os seus olhares para os erros cometidos pelos estudantes nas provas, a fim de entender as dificuldades de aprendizagem de Matemática, organizou-se os acertos dos estudantes no questionário respondido na plataforma Socrative por meio do Quadro 8.

Quadro 8. Análise do índice de acertos das questões.

Questão	Índice de acertos
1	81,81%
2	77,27%
3	77,27%
4	72,72%
5	72,72%
6	54,54%
Total de respostas = 22	**Índice médio de acertos = 72,72%**

Fonte: O autor.

Os índices de acertos, em sua maioria, obtiveram percentual acima de 70%, o qual era o desejado, exceto na última questão. Visto que o índice médio de acertos foi superior a 70%, optou-se por apenas comentar sobre cada questão e o porquê de cada alternativa estar certa ou errada, enfatizando a discussão na última questão. Caso o índice de acertos de mais questões estivesse abaixo do desejado, seria possível reaplicar o questionário para verificar se houve evolução. A reavaliação deveria focar especialmente nas questões com menor desempenho, priorizando atividades que reforçassem a compreensão dos conceitos abordados nas questões com índice de acertos abaixo do estipulado.

Após essa discussão e análise, explicou-se sobre a próxima estratégia: *in-class exercises.* Em seguida, organizou-se a turma em grupos de dois a quatro membros, indicando que um membro do grupo seria sorteado para entregar os registros das resoluções dos exercícios propostos naquela aula. Portanto, todos os estudantes do grupo precisariam ter os registros em seus cadernos (Etapa 1). Iniciada a resolução, intercalou-se com períodos de exposição dialogada (no máximo 15 minutos) sobre as principais dúvidas apontadas pelos grupos, além da circulação do professor na sala, observando se os estudantes estão envolvidos na resolução dos exercícios (Etapa 2). Ao final do tempo estipulado, escolheu-se alguns estudantes para apresentarem/entregarem a resolução de seus grupos (Etapa 3 e 4). Nesse sentido, o desenvolvimento dessa estratégia pode ser resumido conforme o esquema das etapas da *In-class exercises* (ver Figura 2).

Um aspecto interessante nesta atividade foi que enquanto alguns demonstraram maior dedicação à resolução da lista de exercícios, outros apresentaram menor envolvimento. A ausência de um dos membros mais ativos em um dos grupos impactou significativamente o progresso dos demais, exigindo maior esforço individual para a conclusão da tarefa. Além disso, as questões 3 e 4 (ver Apêndice H), que demandavam conhecimentos prévios de geometria, apresentaram maior dificuldade de interpretação para os estudantes. A análise por menções das resoluções entregues por cada grupo, presente no Quadro 9, levou em consideração os acertos e tipos de erros presentes no desenvolvimento de cada questão. Na Figura 13 é possível observar a organização dos grupos para resolução da primeira lista de exercícios.

Figura 13. Estudantes resolvendo os exercícios em sala de aula em grupos.

Fonte: O autor.

Conforme a análise das resoluções entregues por cada grupo, definiu-se três menções para avaliar cada questão: A = Atingido (quando a resolução está totalmente correta); AP = Atingido parcialmente (quando a resolução possui alguns erros no seu processo ou resultado) e NA = Não atingido (quando a resolução está incorreta ou o grupo não resolveu). No Quadro 9 é possível verificar a tabulação das menções por questões e grupos e a sua menção final.

Quadro 9. Resumo da análise da primeira lista de exercícios em sala de aula.

Grupo	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Menção Final
A	A	AP	NA	NA	NA
B	A	A	A	A	A
C	A	AP	A	A	A
D	A	A	A	A	A
E	A	AP	A	A	A
F	A	A	A	A	A
G	A	AP	A	A	A

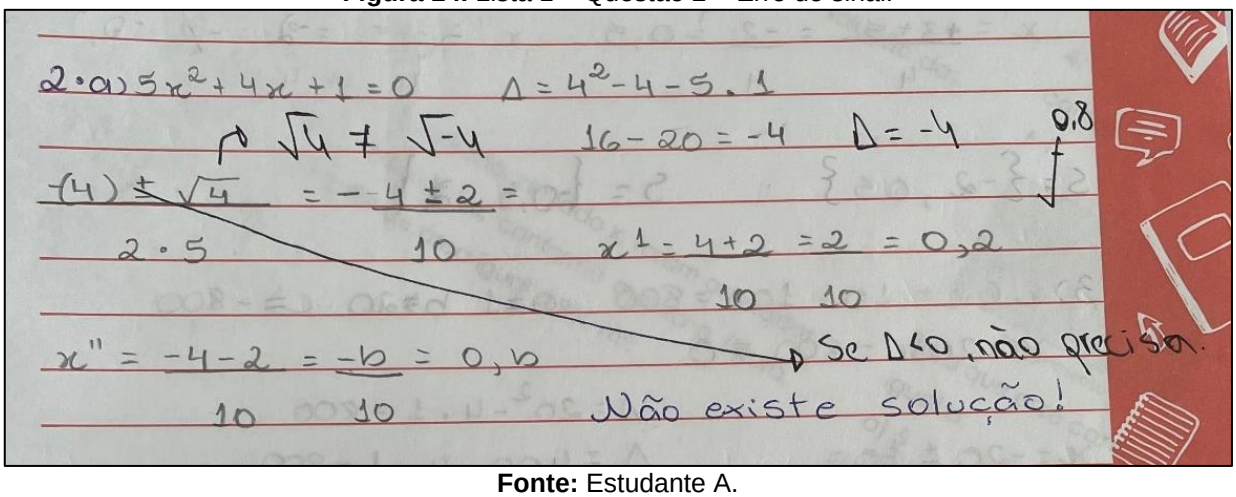
Fonte: O autor.

Na primeira questão, os estudantes precisavam escrever as equações na forma padrão $ax^2 + bx + c = 0$ e em seguida indicar os seus coeficientes e classificá-las em completa ou incompleta. Logo, observa-se que todos os grupos atingiram o objetivo da questão, de acordo com a segunda coluna do Quadro 9.

Na segunda questão era necessário calcular o conjunto solução das equações por meio da fórmula quadrática. A partir da análise das resoluções, verificou-se que as dificuldades apresentadas pelos estudantes se davam por: não entenderem que não era possível prosseguir o cálculo das raízes quando o delta fosse um número que não tivesse raiz quadrada exata; dificuldades na classificação dos coeficientes; erros de regra de sinais; extrair raiz quadrada de número negativo como um resultado positivo.

Na Figura 14 é apresentado um exemplo de resolução da segunda questão da primeira lista de exercícios em sala de aula em que o grupo encontrou o discriminante negativo e prosseguiu o cálculo das raízes da equação como se o discriminante fosse positivo e possuindo raiz quadrada exata.

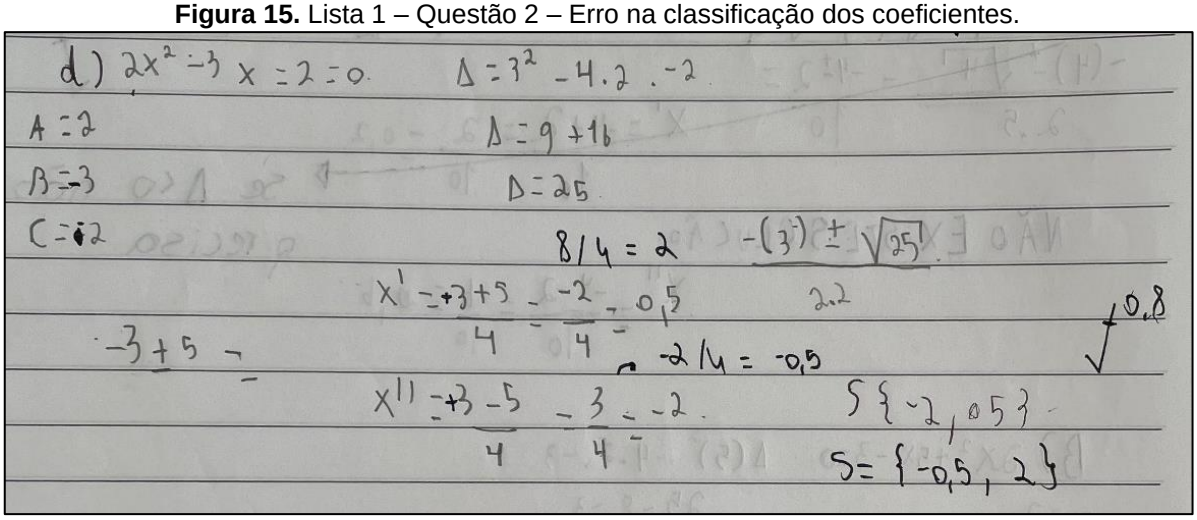
Figura 14. Lista 1 – Questão 2 – Erro de sinal.



Fonte: Estudante A.

Já na Figura 15, na mesma questão da Figura 14, os estudantes do grupo esqueceram o sinal negativo na classificação dos coeficientes, ocasionado em um conjunto solução com sinais trocados.

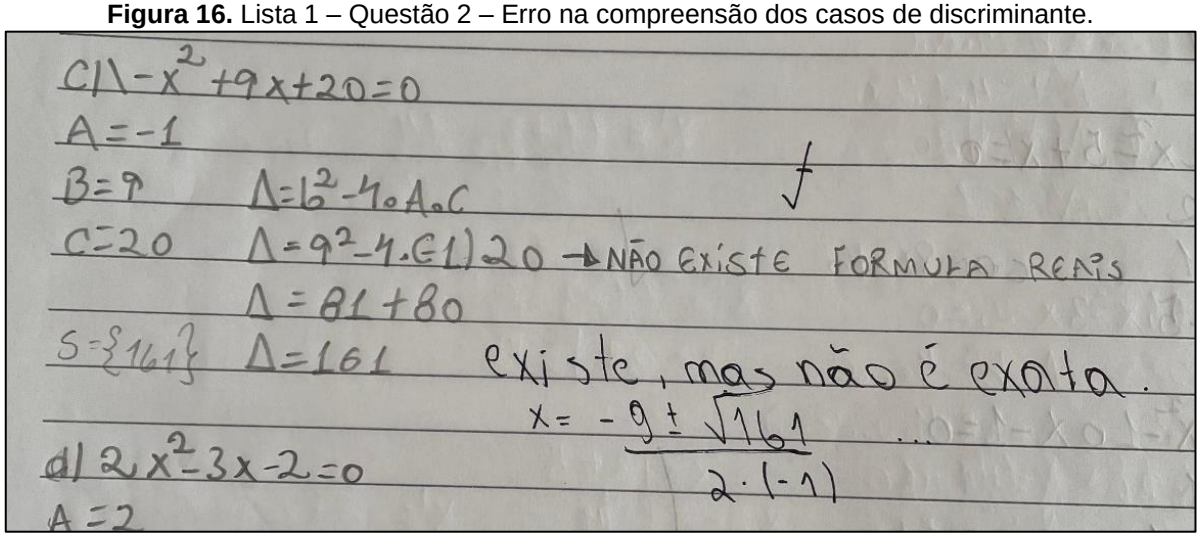
Figura 15. Lista 1 – Questão 2 – Erro na classificação dos coeficientes.



Fonte: Estudante B.

Na Figura 16, na questão 2, o erro ocorreu devido aos estudantes terem compreendido que quando o discriminante fosse um número que não possui raiz quadrada exata, não seria possível prosseguir com o cálculo, ou não existiam raízes reais. Entretanto, deveriam prosseguir com o cálculo das raízes, porém sem extrair a raiz.

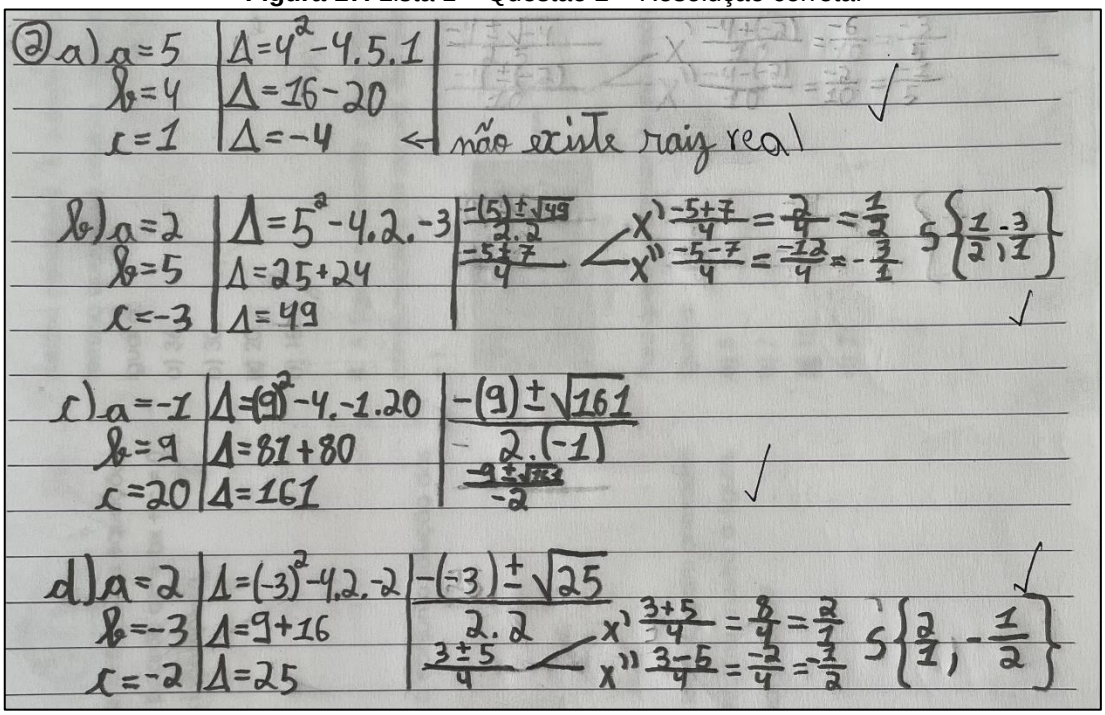
Figura 16. Lista 1 – Questão 2 – Erro na compreensão dos casos de discriminante.



Fonte: Estudante C.

Na Figura 17, apresenta-se a resolução correta de todas equações presentes na segunda questão.

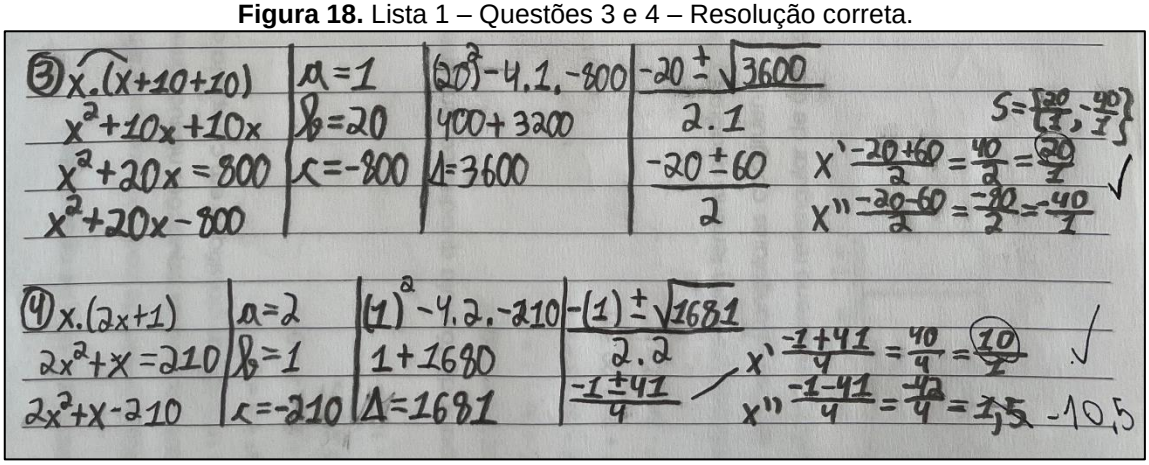
Figura 17. Lista 1 – Questão 2 – Resolução correta.



Fonte: Estudante D.

Nas questões 3 e 4, foi necessário retomar os conceitos de área e perímetro de um quadrado e de um retângulo, pois os estudantes estavam com dificuldades na interpretação das questões devido a não lembrarem de tais conhecimentos prévios necessários. Após a explicação, os grupos conseguiram resolvê-las sem maiores dificuldades, exceto o grupo A, o qual optou por não resolver tais questões. Na Figura 18 está exemplificada a resolução correta entregue por um dos grupos.

Figura 18. Lista 1 – Questões 3 e 4 – Resolução correta.



Fonte: Estudante D.

Após o término da primeira lista de exercícios em sala de aula, iniciou-se o processo de discussão a respeito do cálculo do discriminante e os seus possíveis casos. Neste sentido, os estudantes foram organizados em seis grandes grupos, sendo que

cada grupo resolveu duas das equações presentes no Quadro 10 e analisaram qual o número de soluções, procurando estabelecer uma relação com o valor do discriminante. Em seguida, um integrante de cada grupo apresentou para o restante da turma a percepção do seu grupo a respeito do desafio proposto.

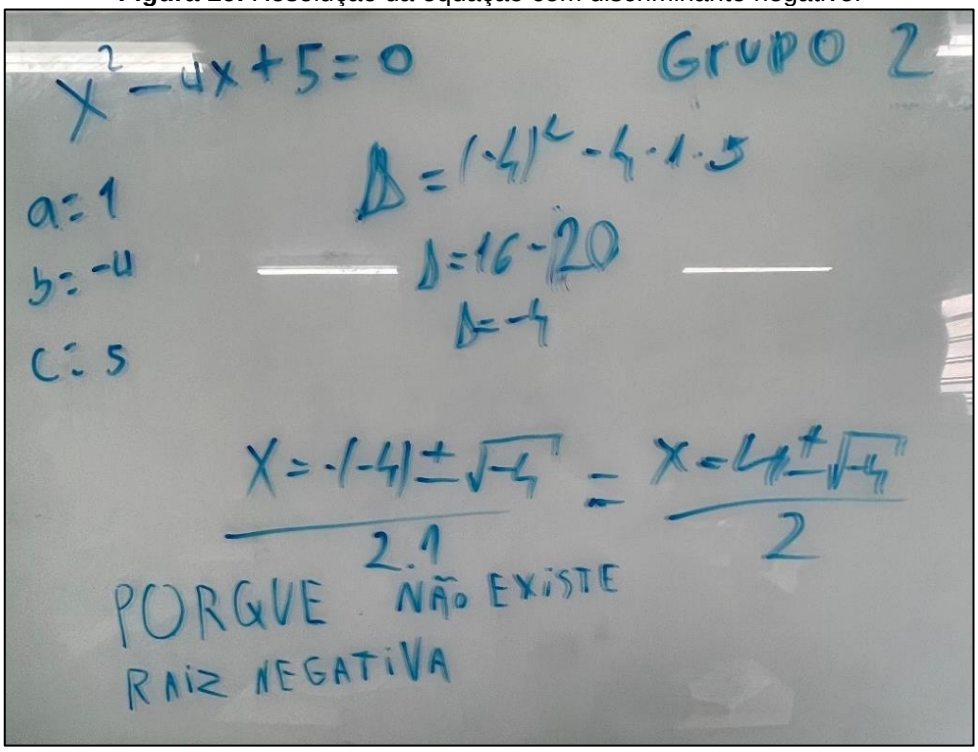
Quadro 10. Equações propostas para explorar os casos de discriminante.

Grupo	Equação
A	$x^2 - 4x + 4 = 0$
B	$x^2 + 4x + 5 = 0$
C	$x^2 - 3x + 2 = 0$
D	$2x^2 + x + 1 = 0$
E	$2x^2 + 4x + 2 = 0$
F	$2x^2 + 5x + 3 = 0$

Fonte: O autor.

Durante este processo de resolução das equações propostas para cada grupo, foi instigado que tentassem criar relações entre o número de raízes encontradas com o valor do discriminante. Neste sentido, um grupo alegou não existirem raízes reais por conta de não ser possível extrair a raiz quadrada de um número negativo. Diante dessa reflexão, conforme apresentado na Figura 19, a explicação original dos estudantes possibilitou algumas correções e formalização do caso de discriminante negativo.

Figura 19. Resolução da equação com discriminante negativo.

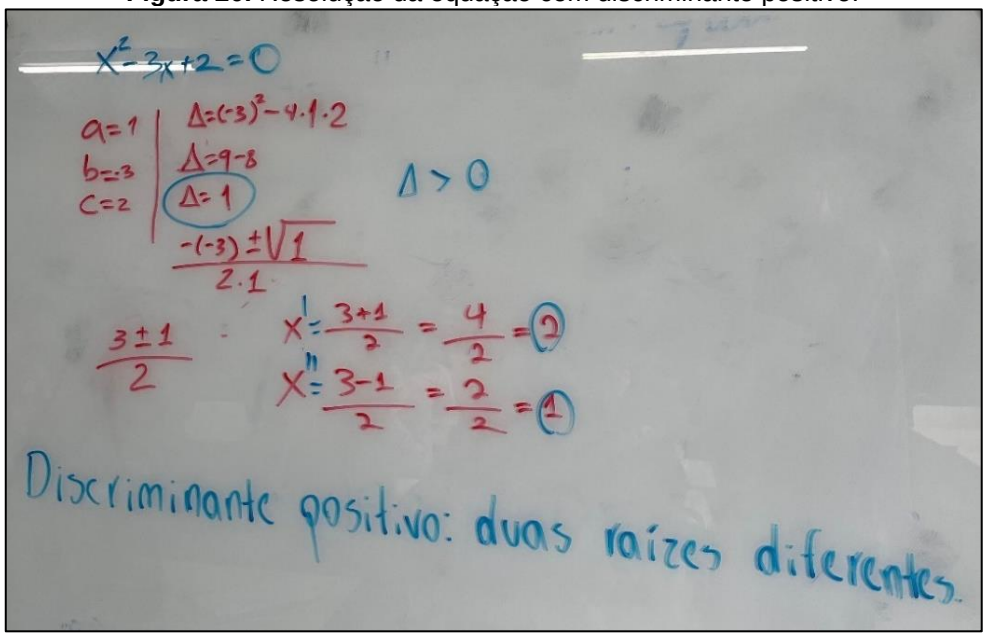


Fonte: Estudantes do grupo A.

Ainda sobre a Figura 19, o grupo A apresentou a solução da equação $x^2 - 4x + 5 = 0$, o qual conseguiu resolvê-la a partir da classificação dos coeficientes e cálculo do discriminante. Entretando, destacaram-se algumas observações quanto a continuação do cálculo com uma raiz quadrada de número negativo e quanto a redação da frase final. Alertou-se sobre a não necessidade de prosseguir o cálculo das raízes quando o discriminante é negativo, uma vez que não é possível extrair uma raiz real. Outro aspecto foi a correção do texto para “Quando o discriminante é negativo, não existem raízes reais”.

Em seguida o grupo B apresentou a solução da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$, de acordo com a Figura 20, realizando o processo de solução da equação de maneira correta, mas necessitando de auxílio do professor para relacionar o número de raízes com o discriminante. Nesta perspectiva, após a conversa com o grupo e com a turma, complementou-se a resolução com a frase “Quando o discriminante é positivo, existem duas raízes reais e diferentes”.

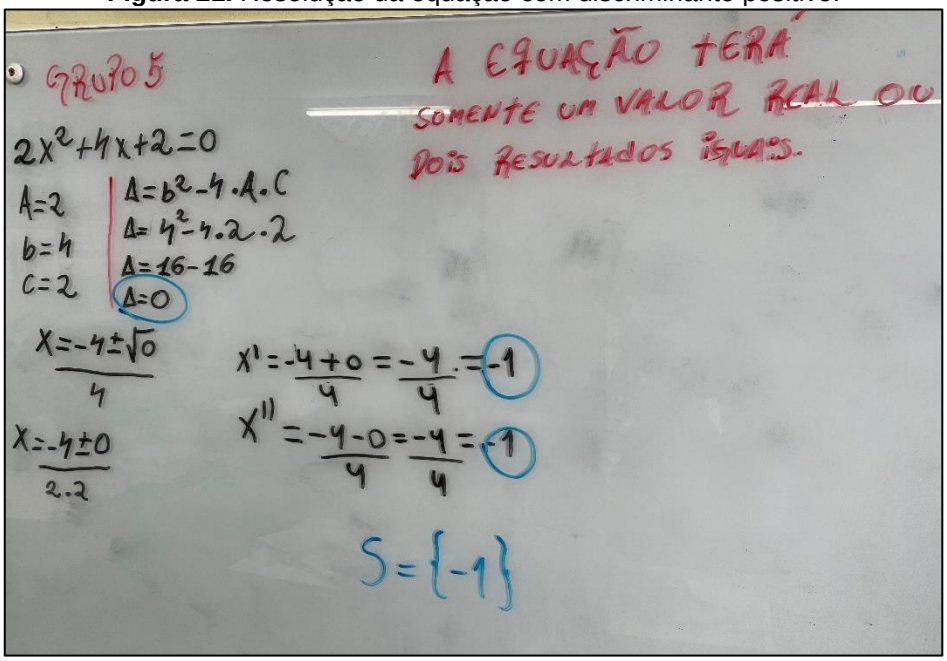
Figura 20. Resolução da equação com discriminante positivo.



Fonte: Estudantes do grupo B.

Por fim, os estudantes do grupo C conseguiram encontrar as raízes da equação $2x^2 + 4x + 2 = 0$ e ainda perceber a relação existente entre o número de raízes e o discriminante quando o seu valor é zero, conforme apresentado na Figura 21. Diante da resolução apresentada pelos estudantes, necessitou-se apenas complementar a frase com “Quando o discriminante é zero, existem duas raízes reais iguais”.

Figura 21. Resolução da equação com discriminante positivo.



Fonte: Estudantes do grupo C.

Vale destacar que outros três grupos também apresentaram as suas resoluções, semelhantes aos exemplos apresentados. A partir das apresentações, verificou-se que no início da discussão os estudantes perceberem apenas duas possibilidades: existem raízes reais ou não existem raízes reais. Após a apresentação de todos os grupos e questionamentos realizados na discussão, conseguiram perceber a existência dos três casos, formalizados de acordo com o Quadro 18 (Apêndice H).

Dessa forma, concluiu-se esta etapa reforçando a importância da compreensão dos coeficientes, do discriminante e da fórmula quadrática no processo de resolução de equações polinomiais do 2° grau. Porque, a partir das atividades práticas, tanto individuais quanto em grupo, e da análise dos resultados obtidos, foi possível identificar os principais pontos de dificuldade dos estudantes, principalmente no que se refere à interpretação de problemas geométricos e ao cálculo correto das raízes.

As discussões realizadas em sala, assim como as correções coletivas, foram fundamentais para solidificar o entendimento dos diferentes casos de discriminante, levando à construção de uma base conceitual mais sólida para o avanço no estudo de equações polinomiais do 2° grau. Destaca-se a construção do quadro com os casos de discriminante por meio do trabalho realizado pelos grupos, indo ao encontro de Papert (2008) quando define o construcionismo, já que não houve um aprimoramento da instrução do professor, mas sim uma oportunidade de os estudantes “pescarem” o conhecimento por si próprios a partir das trocas realizadas em cada equipe.

Ainda, a utilização de ferramentas digitais, como a plataforma Socrative, e a organização de estratégias de ensino interativas e colaborativas possibilitaram para promover o engajamento e a participação ativa dos estudantes, diferentemente da concepção bancária destacada por Freire (2018), em que os estudantes são apenas ouvintes e não possuem voz. Nessa perspectiva, ao final desta etapa, os alunos demonstraram avanços significativos na resolução de equações e na aplicação dos conceitos estudados, com especial destaque para a capacidade de identificar e interpretar corretamente os diferentes valores do discriminante e suas implicações.

6.3. Descrição do encontro 6

O encontro teve como objetivo explorar as aplicações práticas das equações polinomiais do 2º grau por meio de situações reais. Para isso, foi apresentado o material "Você sabe quem foi Galileu Galilei?" (Apêndice E) e realizada uma discussão sobre a relevância da Matemática na Física. A simulação "Movimento de Projétil" do PhET[5] foi utilizada para aprofundar a compreensão da equação do movimento queda livre, um dos principais estudos de Galileu. A ferramenta visual e interativa permitiu a realização de experimentos virtuais e a exploração de diferentes cenários, facilitando a aprendizagem dos estudantes.

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

h = altura

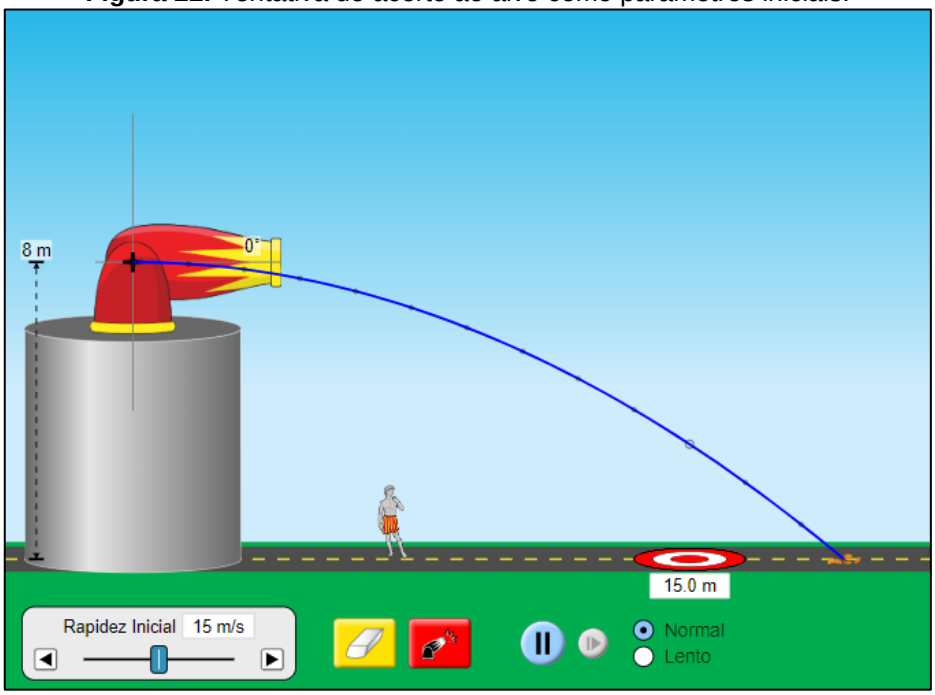
g = aceleração da gravidade (9,8 m/s²)

t = tempo

A partir dessa equação foi possível ilustrar a trajetória realizada por um projétil quando lançado de um canhão, com diferentes alturas iniciais, até que o projétil atingisse o alvo. Na Figura 22 é possível observar a primeira tentativa de acerto ao alvo, sem ajustes, gerando uma trajetória parabólica.

[5] O PhET Colorado é um projeto da Universidade do Colorado em Boulder que cria simulações interativas e gratuitas de matemática e ciências. O nome PhET é uma sigla para Physics Education Technology, que significa Tecnologia de Educação em Física. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/about.

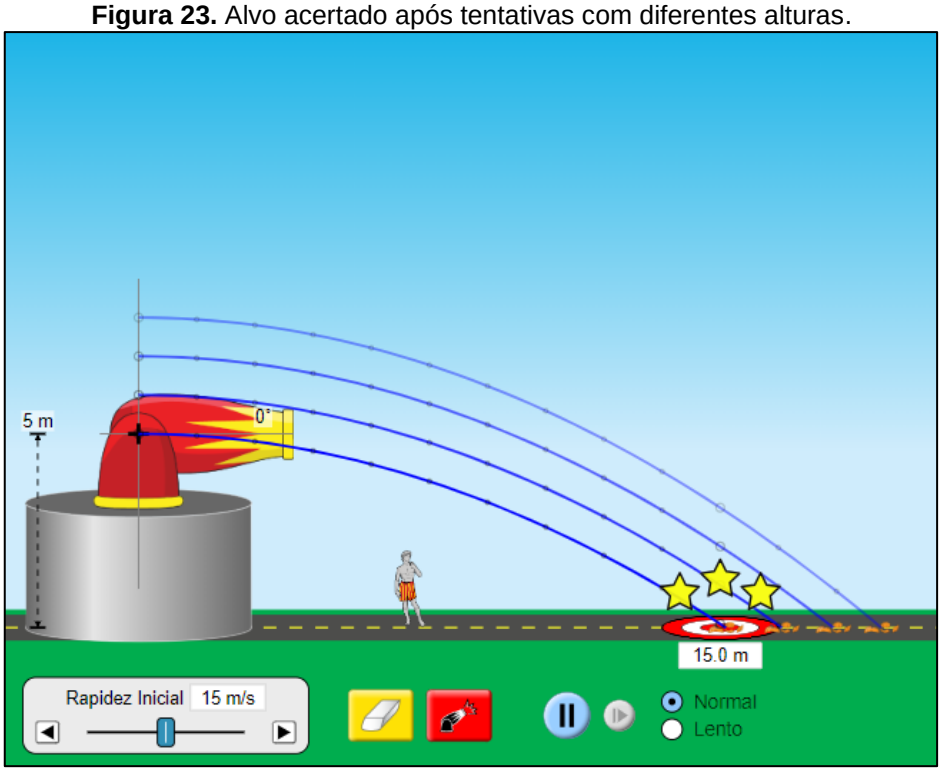
Figura 22. Tentativa de acerto ao alvo como parâmetros iniciais.



Fonte: PhET Colorado. Disponível em: www.phet.colorado.edu.

Na Figura 23 é observável o acerto ao alvo, o qual aconteceu após conversas com os estudantes sobre possíveis alterações nos parâmetros e diversas tentativas.

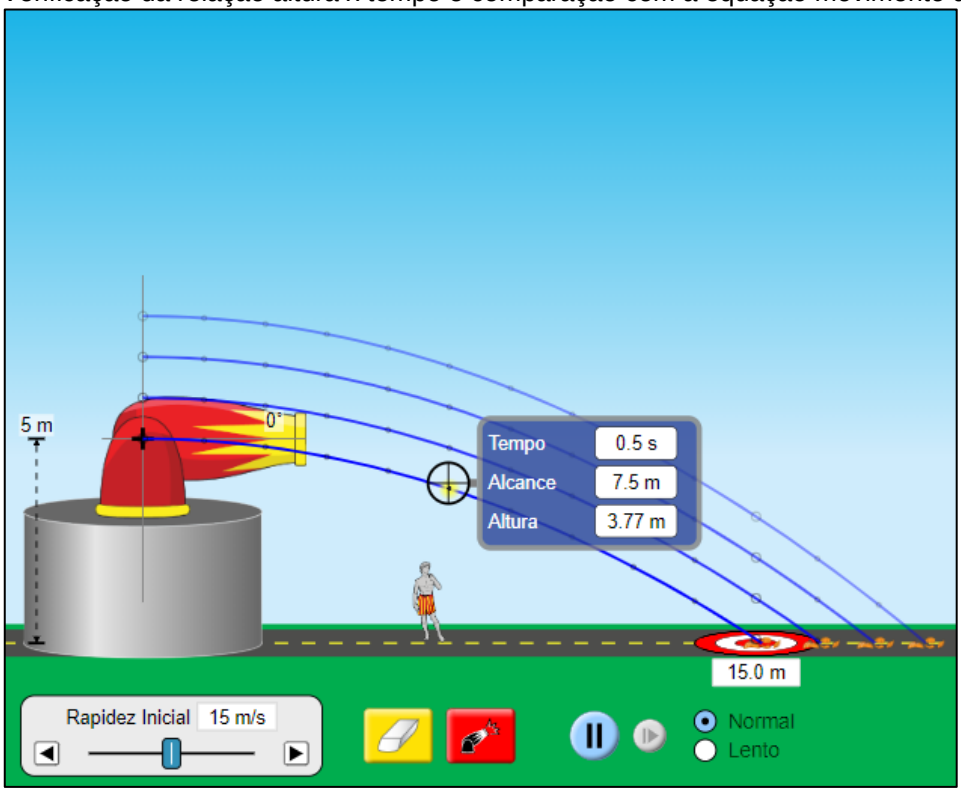
Figura 23. Alvo acertado após tentativas com diferentes alturas.



Fonte: PhET Colorado. Disponível em: www.phet.colorado.edu.

Após o acerto ao alvo, foi possível discutir com os estudantes como realizar a “prova real” do cálculo apresentado na simulação (Figura 24) no quadro branco, a fim de que os estudantes compreendessem as medições realizas pelo simulador.

Figura 24. Verificação da relação altura x tempo e comparação com a equação movimento queda livre.



Fonte: PhET Colorado. Disponível em: www.phet.colorado.edu.

Em seguida, pensando na proposta de rotina a ser construída no Scratch envolvendo a equação do movimento queda livre, fez-se algumas adaptações na equação original, pois seria necessário o tempo isolado, ao invés da altura. Isso se deve ao fato de tal proposta envolver a descoberta do tempo de queda livre de um paraquedista dada a sua altura inicial.

$$h = \frac{9{,}8 \cdot t^2}{2}$$

$$2h = 9{,}8 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{9{,}8}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{9{,}8}}$$

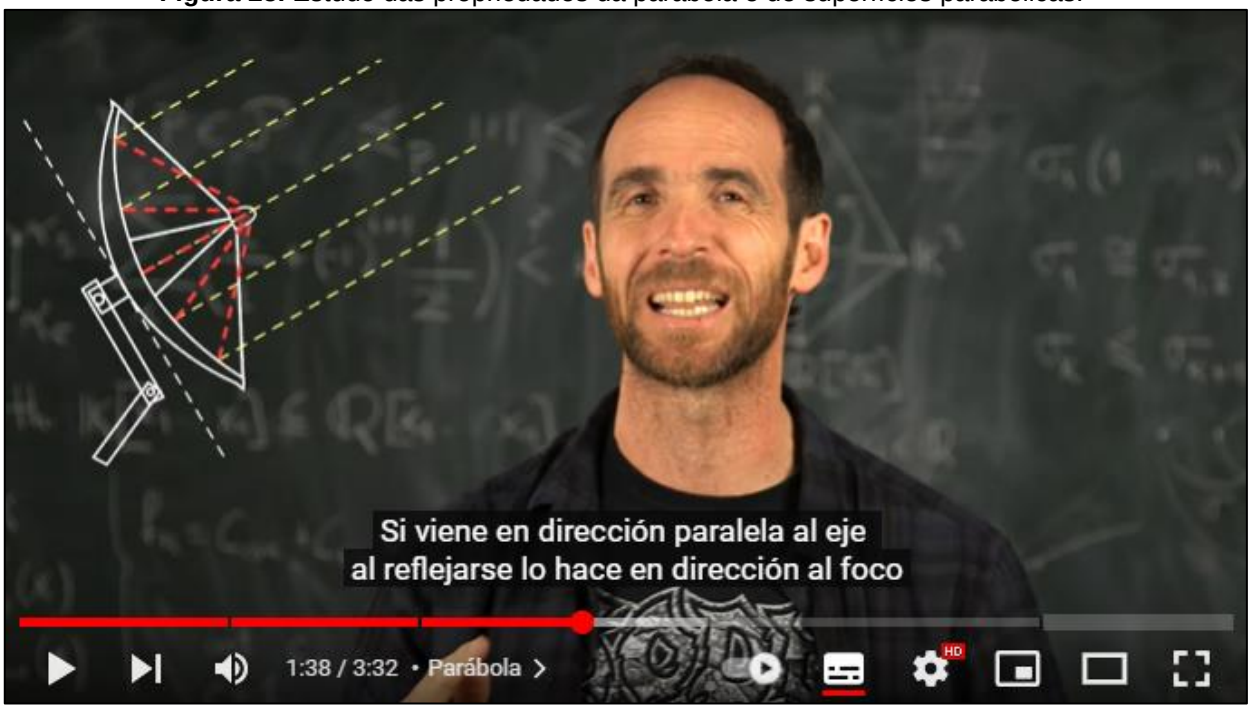
Antes da simulação, a partir do diálogo com a turma, observou-se que poucos estudantes conheciam as contribuições de Galileu Galilei para a Física e em situações cotidianas que utilizam os seus conceitos. Diante disso, optou-se por uma abordagem introdutória que abordasse os princípios de resistência do ar e inércia, utilizando como

exemplos situações como a frenagem de um veículo e a queda de um objeto de um avião em movimento. O objetivo era estabelecer uma base conceitual para a posterior discussão sobre a trajetória parabólica e os cálculos relacionados ao movimento de queda livre.

A discussão sobre a trajetória de um objeto lançado horizontalmente a partir de um avião em movimento revelou a necessidade de aprofundar a compreensão dos estudantes sobre os princípios da mecânica. A intuição inicial dos alunos, que frequentemente associavam a trajetória do objeto a uma linha reta vertical ou horizontal, evidenciou a importância de atividades práticas para a construção de conceitos científicos. Para superar essa dificuldade, foi realizada uma demonstração simples, utilizando uma caneta sobre um caderno em movimento, que permitiu aos estudantes visualizarem a tendência de um objeto em manter seu estado de movimento (princípio da inércia) e a influência da gravidade na trajetória do objeto.

Com a compreensão dos conceitos de inércia e movimento parabólico, os estudantes demonstraram maior facilidade em analisar o vídeo sobre o formato das antenas parabólicas, apresentado na Figura 25, e em completar o relatório da atividade.

Figura 25. Estudo das propriedades da parábola e de superfícies parabólicas.



Fonte: Canal Derivando. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=YJ-cttC6aSM.

O vídeo educacional utilizado explica por que as antenas parabólicas são parabólicas. A resposta é que a parábola é uma curva que tem a propriedade de refletir todos os raios paralelos ao seu eixo em direção ao seu foco. Isso significa que uma

antena parabólica pode concentrar todas as ondas de rádio que chegam a ela em um único ponto, o que é muito útil para captar sinais fracos.

Além disso, também explica como é feita uma antena parabólica. Primeiro, se toma uma parábola e se gira em torno de seu eixo para formar uma superfície tridimensional chamada paraboloide de revolução. Em seguida, se corta um pedaço desse paraboloide e se coloca um receptor no foco. O receptor capta os sinais de rádio que são refletidos pela antena e os converte em um sinal elétrico.

O vídeo termina com uma explicação de como a propriedade da parábola também pode ser usada para fazer faróis direcionais. Isso é feito colocando uma luz no foco de um paraboloide de revolução. Os raios de luz que saem do foco são refletidos pela parábola e se dirigem todos na mesma direção, o que cria um feixe de luz muito concentrado.

Consoante a isso, os estudantes foram questionados sobre possíveis consequências de não saber tais conceitos relacionados a propriedade da parábola e do paraboloide de revolução. Nesse sentido, a discussão se voltou para uma notícia que envolvia o formato parabólico de um prédio com vidros espelhados, apresentada na Figura 26.

Figura 26. Notícia sobre o arranha-céus com vidros espelhados em formato parabólico.

Fonte: BBC News (2013).

Um arranha-céus construído em Londres, com um design curvilíneo e peculiar, causou danos a vários objetos, incluindo um carro, devido ao reflexo intenso da luz solar

em suas janelas. A forma curva do edifício, semelhante a um espelho côncavo, concentra os raios solares em um ponto focal. Esse ponto focal, quando coincide com objetos como carros, pedestres ou outros edifícios, gera calor intenso suficiente para derreter materiais e causar danos. Além do carro derretido, foram relatados outros incidentes como bancos de bicicleta derretidos, tecidos queimados e pinturas danificadas. A intensidade da luz refletida também causou desconforto e problemas de visão para pedestres e motoristas.

Diante disso, a construtora responsável pelo edifício buscou soluções para o problema, com a instalação de coberturas temporárias para bloquear a luz solar. Este não foi o primeiro caso de um edifício com design curvilíneo causando problemas devido ao reflexo da luz solar. O *Walt Disney Concert Hall* em Los Angeles, por exemplo, também enfrentou problemas semelhantes devido aos seus painéis de aço inoxidável.

O caso do arranha-céu em Londres serviu como um alerta para os arquitetos e engenheiros sobre a importância de considerar os efeitos da luz solar no design de edifícios, especialmente aqueles com formas curvas e superfícies reflexivas (como um paraboloide e a sua propriedade focal, por exemplo). Este incidente destacou a necessidade de uma análise cuidadosa dos projetos arquitetônicos e a influência das equações polinomiais do 2° grau e, consequentemente, das propriedades do paraboloide em situações como esta. Portanto, a notícia serviu como um alerta para a importância de considerar os efeitos da luz solar no design de edifícios, especialmente aqueles com formas não convencionais.

Após essa discussão, os estudantes foram convidados a responder um novo *minuto paper* via Google Forms, sendo que as questões realizadas e suas principais respostas foram:

1. Qual foi o conceito mais interessante que você aprendeu durante a aula?

Vídeo sobre a antena parabólica. Propriedades da parábola. Equação do movimento queda livre.

2. Qual o exemplo mais significativo da aula para você?

Exemplos do vídeo sobre as antenas parabólicas. Exemplo do prédio espelhado.

3. Qual a sua principal dúvida sobre as situações abordadas durante a aula?

O porquê das ondas que batem em qualquer parte da superfície do paraboloide saírem em direção ao foco. Cálculos relacionados a equação do movimento queda livre.

4. Para você, a simulação no PhET facilitou a compreensão do conceito da equação da queda livre? Você entende ser necessário mostrar aplicações dos conceitos matemáticos estudados? Por quê?

De um total de 15 respostas, 3 relataram não ter auxiliado ou não saber opinar. Já os 12 restantes responderam que a simulação facilitou a compreensão da equação estudada e os cálculos envolvidos na descoberta da altura.

5. Deixe a sua opinião sobre esta aula.

Novamente, de um total de 15 respostas, 3 relataram que não gostaram ou acharam muito informativa. Os demais, relataram: "legal e deu pra compreender bem" (Estudante A); "a aula foi muito boa e aprendi coisas que nem sabia que existiam" (Estudante B); "achei muito interessante, as antenas parabólicas e seus conceitos" (Estudante C); "gostei bastante do estilo da aula" (Estudante D). Portanto, de modo geral, os estudantes gostaram da dinâmica da aula e os assuntos explorados.

Assim sendo, a atividade proposta para o encontro demonstrou a importância de contextualizar o ensino de Matemática, relacionando os conteúdos teóricos com situações do mundo real. Ao explorar a aplicação das equações polinomiais do 2º grau no estudo do movimento de projéteis, na análise do formato das antenas parabólicas e de estruturas arquitetônicas com formas não convencionais, os estudantes foram desafiados a refletir sobre problemas reais. Nessa perspectiva, os feedbacks coletados nos relatórios indicam que a maioria dos alunos considerou a aula interessante e relevante, valorizando a contextualização do conteúdo.

6.4. Descrição dos encontros 7 e 8

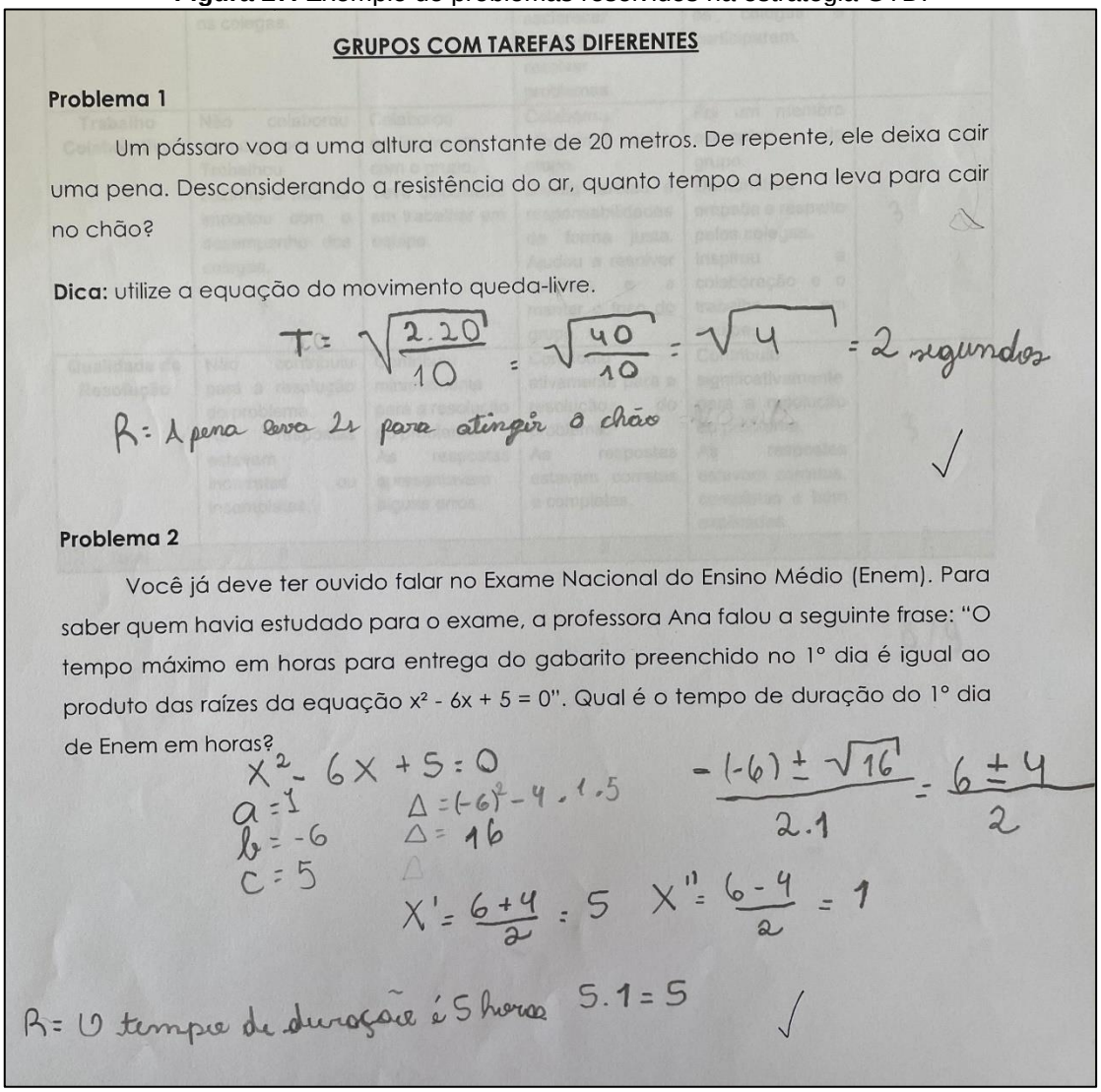
Consoante a contextualização do tema de estudo, iniciou-se o processo de verificação da aprendizagem referente a resolução de equações polinomiais do segundo grau. Essa avaliação se deu por meio das estratégias de aprendizagem ativa de Grupos com Tarefas Diferentes (Figura 3 e 4) de acordo com Elmôr-Filho *et al* (2019) e da recuperação paralela por meio da Metodologia dos Trezentos de acordo com Fragelli (2015).

O início desta etapa foi de retomada de alguns conceitos abordados nas aulas anteriores e que seriam necessários na resolução das tarefas seguintes. A partir disso, apresentou-se a nova estratégia a ser utilizada, a GTD. Nesse sentido, os objetivos da atividade foram apresentados, ressaltando a importância da participação ativa de cada estudante na resolução do problema proposto, já que também seria parte do processo avaliativo (Etapa 1). Em seguida, a turma foi organizada em seis grupos, sendo que cada integrante do grupo foi enumerado de 1 a 6, combinando-se que após a resolução dos problemas, cada estudante deveria ter a resolução feita pelo grupo em seu caderno, pois a partir disso seriam formados novos grupos (Etapa 2).

Na sequência, um integrante de cada grupo passou a resolução a limpo e entregou junto com o problema proposto. Após todos os grupos terem resolvido e entregue os problemas propostos ao professor, reorganizou-se os grupos de acordo com os números que cada estudante recebeu no seu grupo inicial. Portanto, os novos grupos foram formados da seguinte maneira: Grupo 1, todos os estudantes de número 1; Grupo 2, todos os estudantes de número 2; e assim sucessivamente. Nestes novos grupos, todos deveriam resolver todos os problemas, e cada um dos estudantes tinha a responsabilidade de auxiliar os demais colegas no problema que resolveu anteriormente (Etapa 3). Para finalizar a estratégia, foi realizada a socialização e discussão coletiva da resolução dos problemas propostos (Etapa 4).

Como alguns problemas tinham maior complexidade, optou-se por selecionar dois problemas por grupo, de modo que todos os grupos tivessem um nível semelhante de dificuldade, conforme exemplificado na Figura 27.

Figura 27. Exemplo de problemas resolvidos na estratégia GTD.



GRUPOS COM TAREFAS DIFERENTES

Problema 1

Um pássaro voa a uma altura constante de 20 metros. De repente, ele deixa cair uma pena. Desconsiderando a resistência do ar, quanto tempo a pena leva para cair no chão?

Dica: utilize a equação do movimento queda-livre.

$T = \sqrt{\frac{2.20}{10}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = \sqrt{4} = 2$ segundos

R: A pena leva 2s para atingir o chão ✓

Problema 2

Você já deve ter ouvido falar no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Ana falou a seguinte frase: "O tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1° dia é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 6x + 5 = 0$". Qual é o tempo de duração do 1° dia de Enem em horas?

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$a = 1$, $b = -6$, $c = 5$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$

$\Delta = 16$

$\frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2.1} = \frac{6 \pm 4}{2}$

$x' = \frac{6+4}{2} = 5$ $x'' = \frac{6-4}{2} = 1$

R: O tempo de duração é 5 horas $5.1 = 5$ ✓

Fonte: Grupo A.

Durante o processo de resolução dos problemas pelos grupos, foi observado que a maioria dos estudantes estavam empenhados em resolvê-los, colaborando com os demais integrantes do grupo. Entretanto, em alguns casos, foi necessário ressaltar que a participação ativa no processo de resolução do problema seria parte da avaliação, de acordo com o Quadro 19. Nessa perspectiva, montou-se um quadro para registrar as avaliações feitas pelo líder do grupo em relação aos demais colegas e a avaliação do grupo em relação ao líder. Diante dessa tabulação de avaliações, definiu-se alterações nas notas de cada estudante, de acordo com a sua colaboração, avaliada pelo grupo. Vale destacar que o Quadro 11 foi montado de acordo com o peso de cinco pontos definido para a atividade, podendo ser adaptado de acordo com o peso estipulado pelo professor.

Quadro 11. Alteração da nota de acordo com a avaliação do grupo.

Nota	Alteração
0 - 2	Perde 3 pontos
3 - 4	Perde 2 pontos
5 – 7	Perde 1 ponto
8 – 9	Mantém a nota

Fonte: O autor.

A partir do Quadro 11, tabulou-se as notas de cada estudantes antes da alteração e após a alteração, conforme apresentado no Quadro 12.

Quadro 12. Recorte de avaliações feitas pelos estudantes e suas alterações na nota da GTD.

Estudante avaliado	Nota (sobre 9)	Alteração	Nova nota
E1	9	Mantém a nota	5
E2	9	Mantém a nota	5
E3	9	Mantém a nota	5
E4	9	Mantém a nota	5
E5	9	Mantém a nota	5
E6	8	Mantém a nota	5
E7	9	Mantém a nota	5
E8	8	Mantém a nota	5
E9	9	Mantém a nota	5
E10	5	Perde 1 ponto	4
E11	7	Perde 1 ponto	4
E12	7	Perde 1 ponto	4
E13	4	Perde 2 pontos	3
E14	7	Perde 1 ponto	4
E15	4	Perde 2 pontos	3
E16	6	Perde 1 ponto	4
E17	3	Perde 2 pontos	3
E18	2	Perde 3 pontos	2

Fonte: O autor.

A partir dessa tabulação das notas e alterações de acordo com as avaliações, amenizou-se o sentimento de “injustiçado” que alguns estudantes apontam quando trabalhos em grupos são realizados, já que em algumas vezes estudantes que não contribuíram tanto no trabalho recebem a mesma nota que estudantes que se dedicaram mais. Logo, a partir da estratégia GTD, foi possível verificar o entendimento dos estudantes a respeito do processo de resolução de equações polinomiais do segundo grau e, por meio do Quadro 19, ter notas proporcionais ao nível de envolvimento de cada estudante na resolução dos problemas propostos para o grupo.

A implementação da estratégia de Grupos com Tarefas Diferentes, aliada à avaliação pelos pares, revelou-se uma ferramenta importante para promover a aprendizagem ativa dos alunos na resolução de equações polinomiais do segundo grau. A participação colaborativa nos grupos contribuiu para um melhor engajamento dos estudantes e para um aprofundamento dos conceitos matemáticos para os estudantes que possuíam mais dificuldades. Os resultados obtidos indicam que a estratégia GTD pode ser uma alternativa promissora para tornar o ensino de matemática mais dinâmico, incentivando a construção do conhecimento de forma colaborativa e autônoma.

Subsequente a aplicação da estratégia GTD, foi conversado com os estudantes sobre a Metodologia dos Trezentos, a qual seria utilizada como forma de recuperação paralela de uma avaliação mais tradicional, já que a escola de aplicação da pesquisa exigia ao menos uma por trimestre. À vista disso, comentou-se sobre a estratégia de Fragelli (2015) ter partido da observação da ansiedade causada pelas avaliações tradicionais, com foco principal em promover a colaboração entre os estudantes, transformando a sala de aula em um espaço de troca de conhecimentos e apoio mútuo. Para isso acontecer, foi aplicado o trabalho avaliativo (Apêndice F) e realizada a sua correção e tabulação das notas.

A partir da tabulação das notas, foram destacadas as que estavam abaixo da média estipulada pelo município (50%). Conforme os pressupostos de Fragelli (2015), organizou-se grupos de estudos formados por estudantes ajudantes (com nota igual ou superior à média) e por estudantes ajudados (com nota inferior à média). Diante dessa organização, os estudantes ajudantes foram nomeados como líderes do seu grupo, tendo a responsabilidade de auxiliar os demais integrantes a estudar as questões da avaliação devolvida e sanar as suas dúvidas para um próximo teste semelhante ao que foram submetidos (Apêndice G).

Nesse sentido, ainda de acordo com Fragelli (2015), os estudantes com rendimento insatisfatório que concluíram todas as atividades propostas puderam realizar uma nova avaliação, sendo considerada a melhor das duas notas. Já os estudantes com bom rendimento, não tiveram a opção de refazer a prova; entretanto, puderam melhorar a sua nota em função de dois critérios: (a) o nível de apoio oferecido aos colegas do grupo e (b) o progresso demonstrado pelos estudantes que receberam essa ajuda. Portanto, o aumento da nota do aluno ajudante segundo o nível de ajuda oferecido e a melhora no rendimento do aluno ajudado foi de acordo com o Quadro 4.

Quadro 13. Tabulação das notas e novas notas de cada estudante.

Estudante	Nota (sobre 10)	Nova nota	Grupos
E1	6	9,5	B (líder 2)
E2	8	9,5	A (líder 1)
E3	**4**	7	A
E4	6	6,5	A (líder 2)
E5	**3**	3	A
E6	8	10	B (líder)
E7	**1**	7	B
E8	-	2	A
E9	**4**	7	B
E10	**4**	5	B
E11	**3**	4	C
E12	**3**	3	C
E13	**4**	5	C
E14	**3**	3	D
E15	**2**	2	D
E16	5	5	D
E17	-	10	D
E18	**4**	6	E
E19	9	10	C (líder)
E20	-	7	E
E21	8	9,5	D (líder)
E22	**4**	3	E
E23	8	10	E (líder)
E24	**4**	4	E
E25	**2**	3	E
Média	**4,68**	**6,04**	**+ 1,36**

Fonte: O autor.

A partir da leitura do Quadro 18, é possível observar que a turma foi organizada em cinco grupos de estudo (A, B, C, D e E). A organização dos grupos se deu pela escolha de cinco líderes, os estudantes com maiores notas da turma e em dois grupos foram escolhidos mais dois líderes para auxiliarem, visto que também tinham notas igual ou superior à média. Dessa forma, cada grupo realizou o estudo dos trabalhos corrigidos entregues, havendo o diálogo entre estudantes ajudantes e estudantes ajudados. Após a conclusão do período de estudo, no próximo encontro, aplicou-se o novo teste.

Analisando o Quadro 13, verifica-se que a turma obteve uma média de notas igual a 4,68 pontos, desconsiderando os estudantes que não realizaram o trabalho avaliativo no dia combinado (-). Após a utilização da Metodologia dos Trezentos e aplicação do novo teste, a média subiu para 6,04 pontos; ou seja, houve um aumento médio de 1,36 pontos nas notas da turma. A maioria dos estudantes melhorou suas notas, sugerindo que o sistema de recuperação paralela e bonificação contribuiu

positivamente para o aumento das notas. A possibilidade de novas avaliações para os estudantes com rendimento insatisfatório e a valorização do apoio aos colegas nos grupos resultaram em uma média final substancialmente mais alta. O Quadro 14 apresenta o aumento das notas recebido pelos líderes de acordo com o seu nível de ajuda e aumento de nota dos estudantes que ajudou. Em alguns casos os estudantes teriam nova nota superior a dez pontos, sendo combinado que o valor ultrapassado seria acrescentado em uma avaliação posterior.

Quadro 14. Novas notas dos estudantes ajudantes.

Estudante	Nota anterior	Nível da ajuda	Aumento de nota estudante ajudado	Aumento de nota	Nova nota
E1	6	5	E9 = 3, E10 = 1 e E7 = 6	1,5 + 0,5 + 1,5 = 3,5	9,5
E2	8	5	E3 = 1,5	1,5	9,5
E4	6	5	E5 = 0,5	0,5	6,5
E6	8	4	E9 = 3, E10 = 1 e E7 = 6	1 + 0,5 + 1 = 2,5	10*
E19	9	5	E11 = 1, E12 = 0 e E13 = 1	0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5	10*
E21	8	5	E14 = 0, E15 = 0 e E16 = 0	0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5	9,5
E23	8	4	E18 = 2, E22 = 0, E24 = 0 e E25 = 1	0,75 + 0,5 + 0,5 + 0,5 = 2,25	10*

Fonte: O autor.

Em síntese, a aplicação das estratégias de Grupos com Tarefas Diferentes e da Metodologia dos Trezentos resultou em avanços consideráveis no desempenho dos estudantes, sobretudo no contexto da recuperação paralela e da avaliação pelos pares. A média final da turma aumentou consideravelmente, evidenciando que o apoio mútuo e a colaboração entre colegas, somados à possibilidade de uma segunda avaliação para estudantes com rendimento inicial insatisfatório, foram fatores decisivos para amenizar a ansiedade dos estudantes e auxiliar na compreensão de conceitos não compreendidos anteriormente. A abordagem adotada não apenas proporcionou uma elevação nas notas, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades colaborativas e de liderança, aspectos essenciais para a construção de um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e participativo.

6.5. Encontros 9 e 10

Os encontros descritos nesta e nas subseções a seguir têm como resultados de aprendizagem:

- Identificar os principais blocos programáveis do Scratch e compreendê-los.
- Construir rotinas e algoritmos no caderno e no Scratch.
- Montar rotinas no Scratch que forneçam informações ao usuário conforme dados informados.
- Desenvolver habilidades básicas do pensamento computacional.

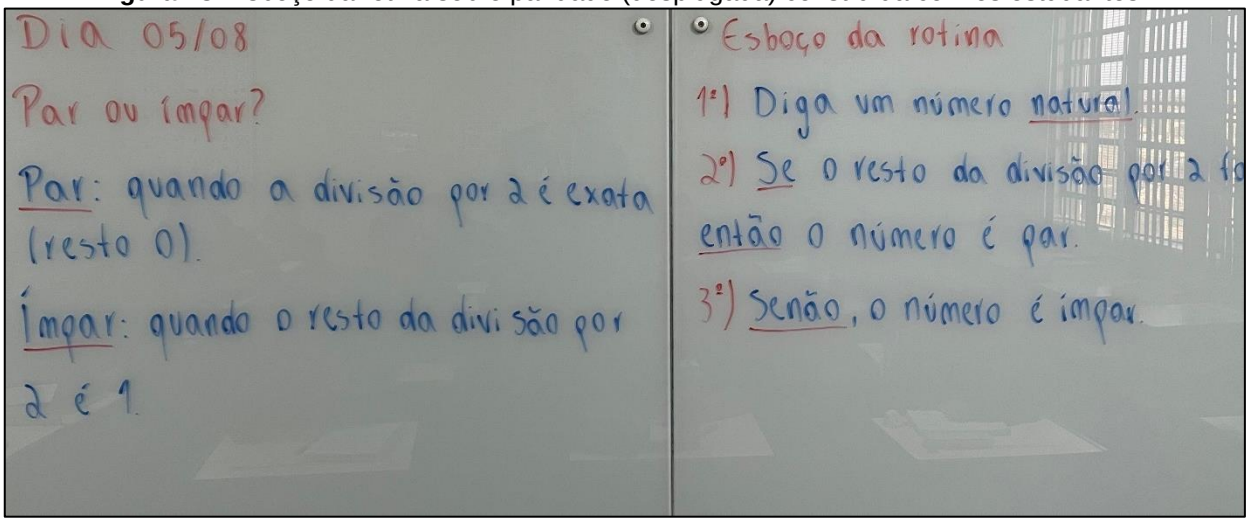
A presente etapa teve como ponto de partida uma discussão dialógica com os estudantes a respeito da natureza do pensamento computacional. A partir dessa discussão, procedeu-se à formalização do conceito, explorando sua origem e aplicabilidade no mundo atual. Em seguida, estabeleceu-se a reflexão sobre as características do pensamento computacional: decompor problemas complexos em partes menores, identificar padrões, desenvolver algoritmos e testar soluções. Após a exposição sobre uma das possibilidades para desenvolvê-lo ser utilizando a linguagem Scratch e um breve estudo da sua origem, houve uma comparação entre a aplicação do pensamento computacional em contextos com e sem o uso de dispositivos computacionais (plugado e desplugado).

Diante disso, antes de os estudantes receberem os chromebooks, realizou-se uma reflexão a respeito do conceito de paridade. Para isso, questionou-se: “O que é um número par e o que é um número ímpar?”. Alguns estudantes responderam que um número par é aquele que termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 e um número ímpar é aquele que termina em 1, 3, 5, 7 ou 9. De fato, a resposta não está incorreta. Entretanto, há uma definição analisando o seu resto na divisão por 2. Sendo assim, instigou-se a discussão, até que uma estudante chegou em tal definição, comentando que um número par é aquele que a divisão por 2 é exata e o número ímpar é aquele que possui resto 1 na divisão por 2.

A partir dessa reflexão, discutiu-se como seria possível criar uma rotina que retornasse ao usuário a informação de que o número informado é par ou ímpar. Diante dessa situação, os estudantes informaram que a primeiro passo seria perguntar ao usuário um número. Em seguida, realizar a divisão do número informado por 2 e analisar o seu resto. Se o resto fosse zero, retornaria ao usuário que o número é par e, caso contrário, que o número é ímpar. Por meio desta atividade, foi possível introduzir

conceitos que seriam abordados com a utilização dos computadores posteriormente, como, por exemplo, o *diga,* o *se,* o *então* e o *senão,* que são blocos presentes na plataforma e necessários para a construção das rotinas propostas. Portanto, o esboço de rotina construído com os estudantes para ser construído no Scratch foi desenvolvido de acordo com a Figura 28.

Figura 28. Esboço da rotina sobre paridade (desplugada) construída com os estudantes.



Fonte: O autor.

Após isso, foram distribuídos os chromebooks para que cada estudante acessasse o portal do Scratch e realizasse uma exploração orientada para as categorias de blocos programáveis e, após isso, uma exploração livre para fins de familiarização com a plataforma. Durante essa exploração, a partir de comentários feitos pelos estudantes, observou-se que foi o primeiro contato da maioria dos estudantes com o Scratch, o que gerou curiosidade em conhece-lo. Nesse sentido, durante a exploração livre, percebeu-se que os estudantes gostaram bastante da parte visual (cenário), dos personagens e dos sons. Observou-se, também, que alguns estudantes já estavam testando os blocos programáveis na janela de programação. Diante disso, os estudantes foram orientados a testarem rotinas, a partir de um primeiro bloco de eventos (bandeira) que dava início aos comandos inseridos abaixo deste. A partir dessa instrução, visualizou-se uma resposta positiva dos estudantes, pois já estavam alterando o cenário, o personagem e criando uma sequência de blocos programáveis após o bloco da “bandeirinha”, com movimentos de rotação, passos, sons do programa e sons gravados por eles.

Nessa perspectiva, a próxima etapa foi realizar o estudo mais aprofundado de cada uma das categorias de blocos programáveis, de acordo com o Quadro 9, adaptado de Ramalho (2021). Posterior a esse estudo, cada estudante realizou a criação de uma

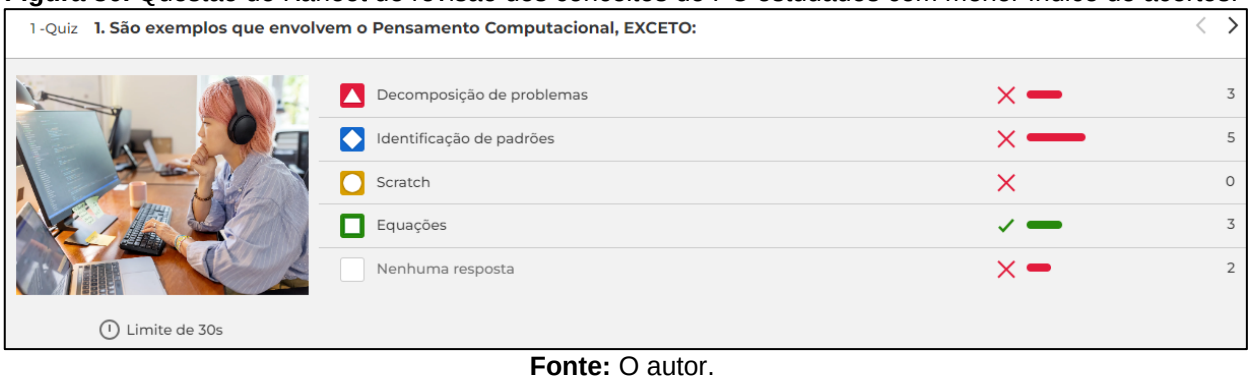
conta no Scratch, a fim de salvar todas as suas construções e caso não tivessem finalizado a atividade proposta para o encontro, conseguissem continuar no próximo, da etapa em que pararam. Em seguida, aplicou-se um questionário na plataforma Kahoot a respeito dos conceitos discutidos nestes encontros, exemplificado na Figura 29.

Figura 29. Exemplo de questão abordada no Kahoot de revisão dos conceitos do PC estudados.

Fonte: O autor. Disponível em: https://create.kahoot.it/share/pensamento-computacional/f5154601-1aad-4b41-9c89-79032897c176.

Por meio do questionário aplicado, foi possível observar que a maioria dos conceitos estudados foram compreendidos pelos estudantes. No entanto, uma questão ficou com índice de acertos abaixo de 50%, apresentada na Figura 30. Diante disso, buscou-se conversar com os estudantes a respeito de tal questão. Nessa perspectiva, a partir do diálogo, foi verificado que muitos estudantes compreenderam que o PC só podia ser desenvolvido com o Scratch, sendo necessária tal correção. E, ainda, foram retomadas as características do pensamento computacional abordadas anteriormente na sala de aula.

Figura 30. Questão do Kahoot de revisão dos conceitos do PC estudados com menor índice de acertos.



Fonte: O autor.

Vale ressaltar, novamente, a dificuldade apresentada em relação ao acesso à internet, devido a conexão com o Wi-Fi e o grande número de chromebooks acessando

a mesma rede simultaneamente, juntamente com outras turmas que estavam realizando trabalhos de pesquisa. Diante disso, a solução foi reservar além do gabinete de chromebooks o laboratório de informática educacional. Nesse sentido, caso alguns estudantes tivessem problemas com a conexão à internet nos chromebooks, poderiam utilizar os computadores do laboratório, os quais possuíam conexão à rede cabeada.

Ao final desta etapa, observou-se um avanço dos estudantes na compreensão dos conceitos fundamentais do pensamento computacional. A atividade prática com o Scratch, aliada às discussões e reflexões em sala de aula, permitiu que os alunos desmistificassem a ideia de que o pensamento computacional está restrito ao uso de ferramentas digitais. Além disso, foi possível compreender que a lógica por trás da programação pode ser aplicada em diversas situações do cotidiano, embora tenha sido necessário reforçar a ideia de que o pensamento computacional transcende as ferramentas específicas, como o Scratch.

6.6. Encontros 11 e 12

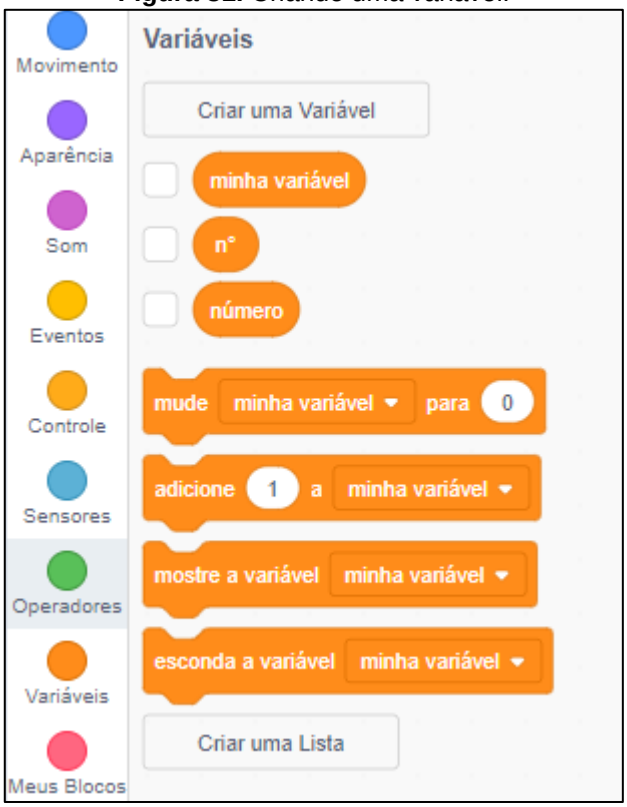
Realizado o processo de familiarização dos estudantes com o Scratch, a próxima etapa foi construir uma rotina simples, mas que já envolvesse algumas das categorias de blocos programáveis estudadas. À vista disso, a proposta de rotina inicial foi transformar a rotina construída no quadro branco sobre paridade em uma rotina computacional. Dessa maneira, foi retomada a construção apresentada na Figura 28 com os estudantes e iniciaram a tentativa de construir a rotina no Scratch. O objetivo era que os estudantes entendessem a lógica utilizada e replicassem em suas contas. Neste primeiro momento, foi necessário bastante auxílio do professor a cada estudando para encontrar os blocos necessários em cada categoria e ordená-los de maneira correta.

Neste sentido, após deixar que os estudantes procurassem os blocos necessários para a construção, foi iniciada a explicação de como deveria ser construída a rotina e a função de cada bloco. Sendo assim, comentou-se que para todas as rotinas que seriam construídas, seria necessário como primeiro bloco a bandeira (bloco de evento). Nesta rotina, a próxima etapa seria perguntar ao usuário um número e armazenar a sua resposta. Assim, os estudantes adicionaram um bloco de pergunta e alteraram o texto conforme desejavam. Após isso, foi necessário solicitar muita atenção para que todos compreendessem o que é uma variável e qual a diferença do bloco “pergunte” para o bloco “diga”.

Explicou-se que para a pergunta realizada, o usuário retornaria uma resposta, e essa resposta seria utilizada para realizar os cálculos e informar se o número é par ou ímpar. Nesta perspectiva, combinou-se que toda vez que fosse necessário utilizar uma resposta informada pelo usuário, essa informação seria armazenada em uma variável. Portanto, foi apresentado aos educandos como criar uma variável e nomeá-la. Já sobre a diferença entre o “Pergunte” e o “Diga”, explicou-se que o primeiro seria utilizado quando existisse a necessidade de armazenar a informação fornecida pelo usuário e o segundo seria utilizado apenas para textos explicativos e interações com o usuário.

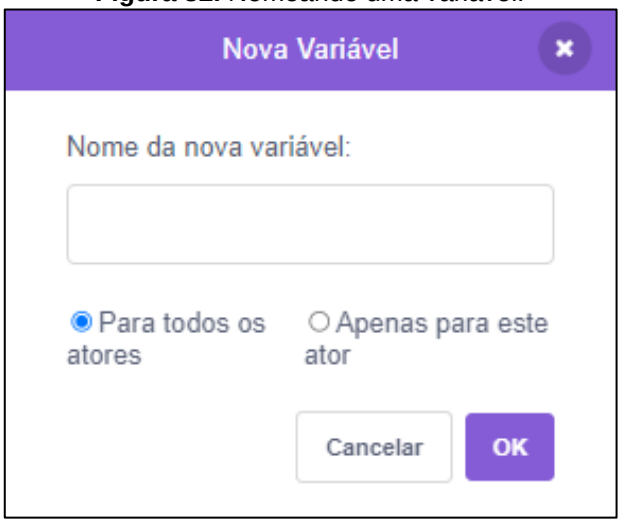
Neste momento, os estudantes foram orientados a acessarem a categoria “Variáveis” e selecionarem a opção “Criar uma Variável”, dando um nome a ela, conforme apresentado nas Figuras 31 e 32.

Figura 31. Criando uma variável.



Fonte: O autor.

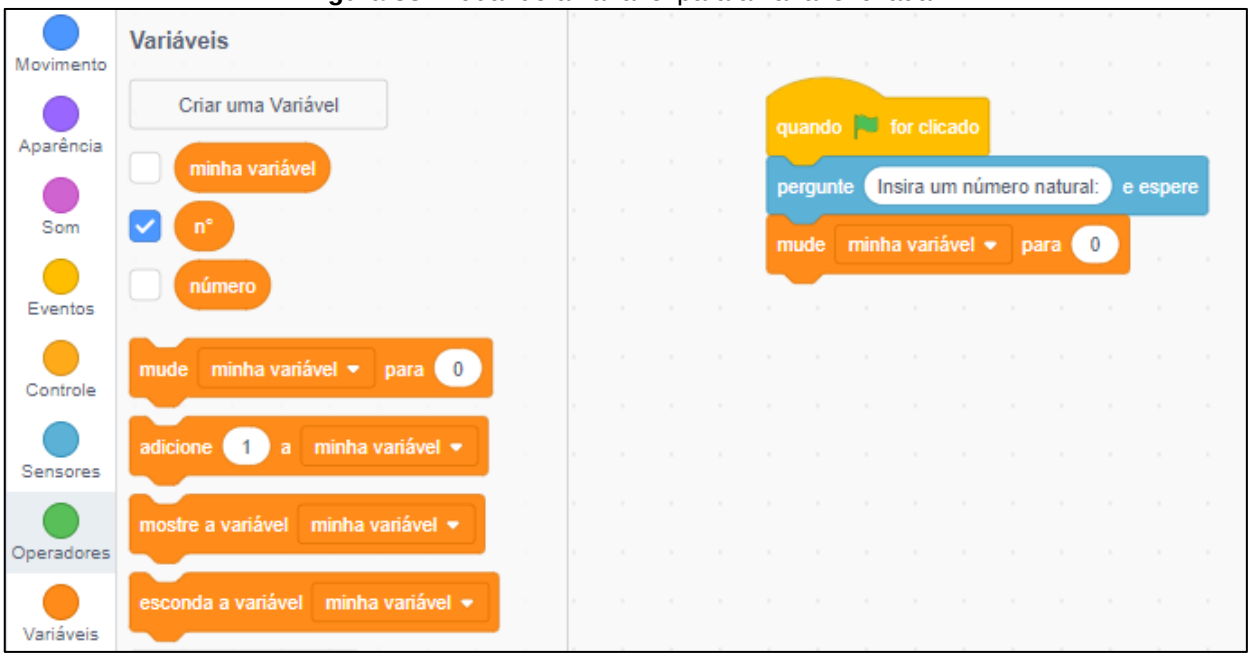
Figura 32. Nomeando uma variável.



Fonte: O autor.

Após ter a variável criada e nomeada, os estudantes foram orientados a adicionarem um bloco “Mude minha variável para” abaixo da pergunta, conforme exemplificado na Figura 33.

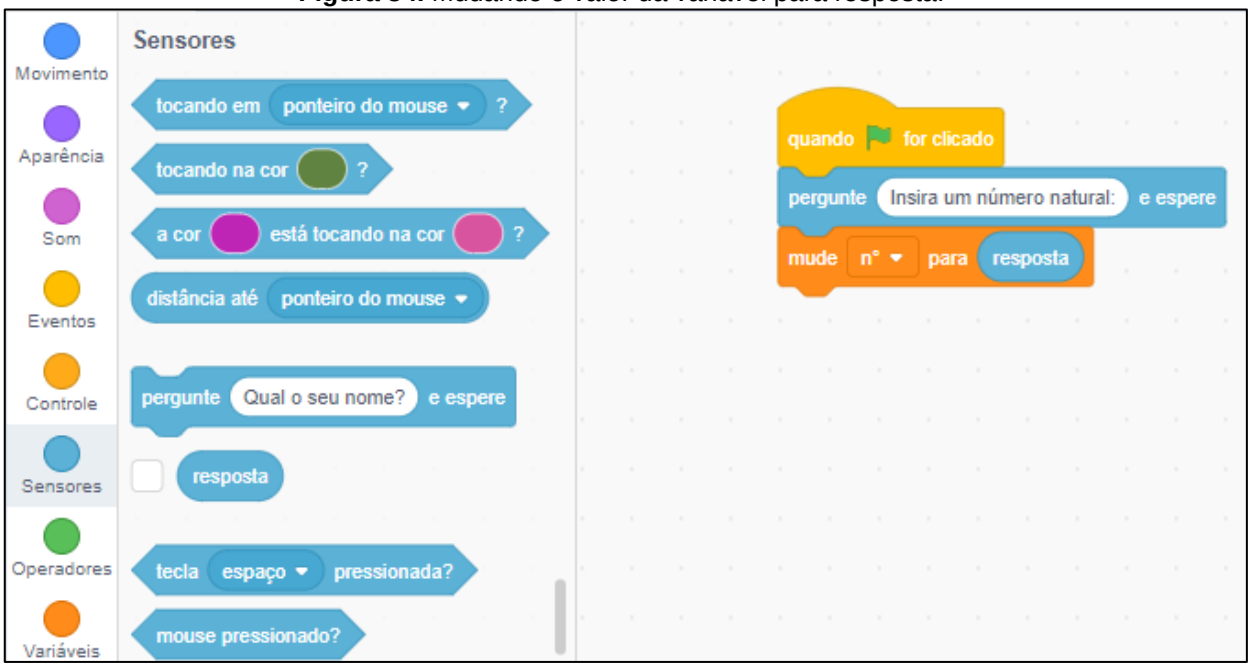
Figura 33. Mudando a variável para a variável criada.



Fonte: O autor.

Feito isso, foi possível mudar a variável para a variável criada pelos estudantes e nela armazenar a resposta da pergunta feita para o usuário (Figura 34). Neste momento foi destacado que o bloco resposta inserido dentro do bloco de mudar a variável sempre tem armazenado o valor da última resposta fornecida pelo usuário, sendo necessário mais de uma variável caso seja coletado mais de uma resposta.

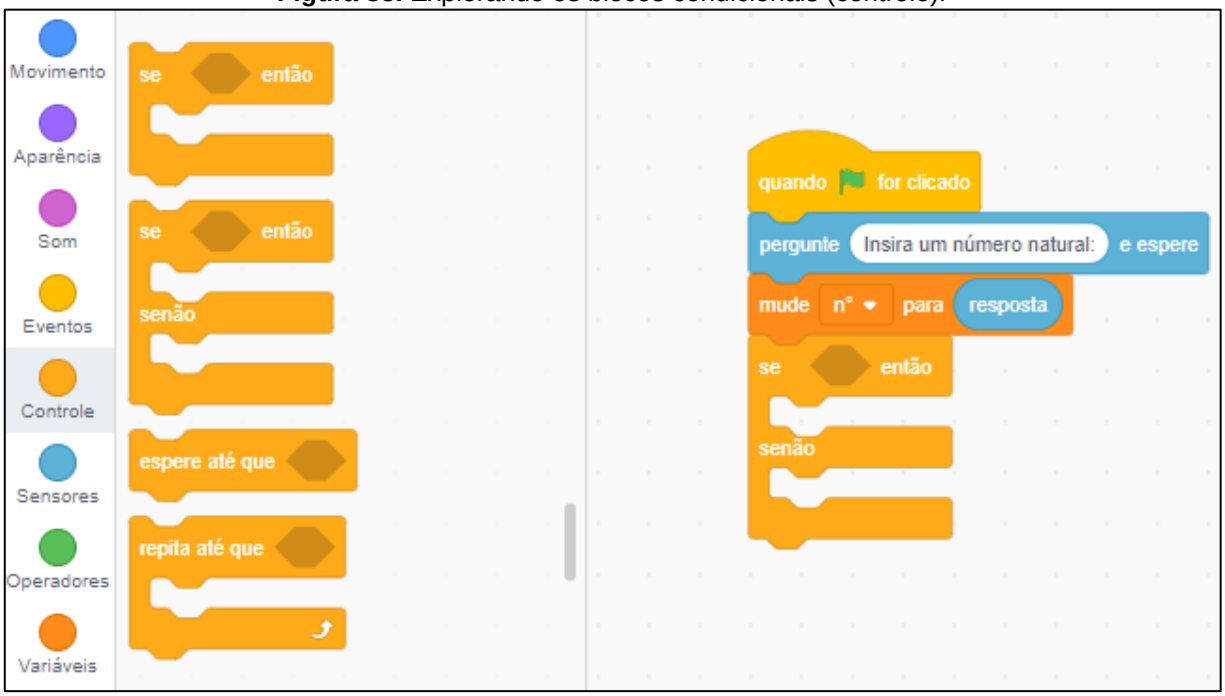
Figura 34. Mudando o valor da variável para resposta.



Fonte: O autor.

Posterior a essa etapa, foi retomado o cálculo realizado para saber se um número é par ou ímpar. Com isso, foi necessário acrescentar um bloco condicional, presente na categoria de blocos de controle (se – então – senão), conforme Figura 35.

Figura 35. Explorando os blocos condicionais (controle).

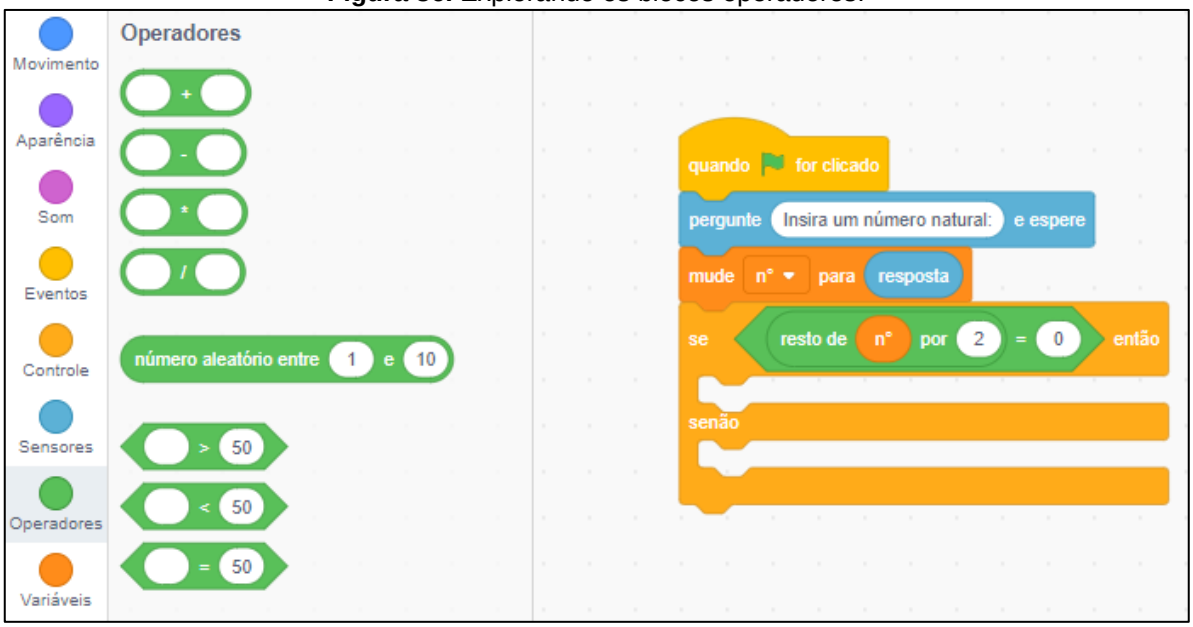


Fonte: O autor.

Visto que o esboço da rotina já tinha sido construído anteriormente, nesta parte da construção da rotina o maior desafio foi na exploração dos blocos operadores, já que

seria necessário utilizar um bloco dentro de outro. Na Figura 36 é possível verificar a ordem de blocos operadores da maneira desejada.

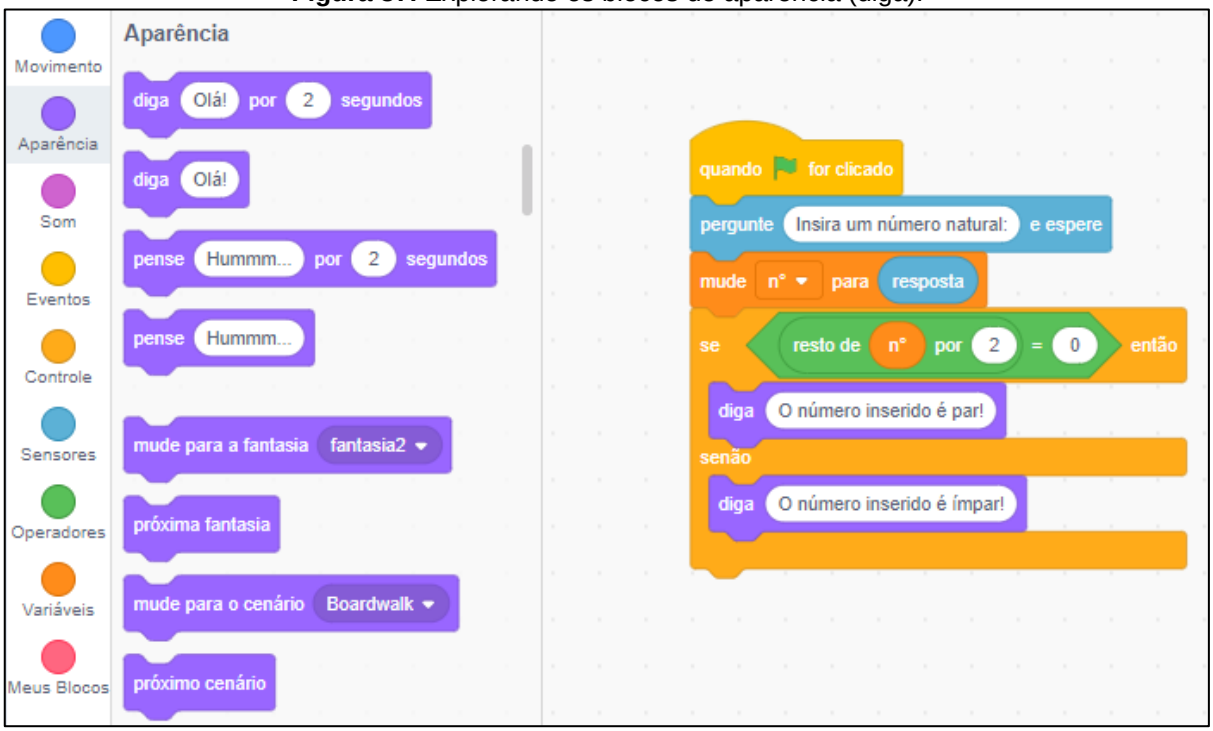
Figura 36. Explorando os blocos operadores.



Fonte: O autor.

Já que o esboço da rotina foi construído com base no resto da divisão de um número natural por 2, foi escolhido o bloco “resto de – por” para realizar o cálculo. A partir desse, foi questionado sobre qual valor seria analisado o resto e por qual número. Os estudantes comentaram que seria o resto do número informado pelo usuário, então foi relembrado que tal valor já estava armazenado na variável “n°” e que o resto da divisão deste número por 2 poderia ser analisada de duas maneiras: igual a um ou igual a zero. Optou-se por analisar se o resto era zero, conforme apresentado na Figura 37.

Figura 37. Explorando os blocos de aparência (diga).

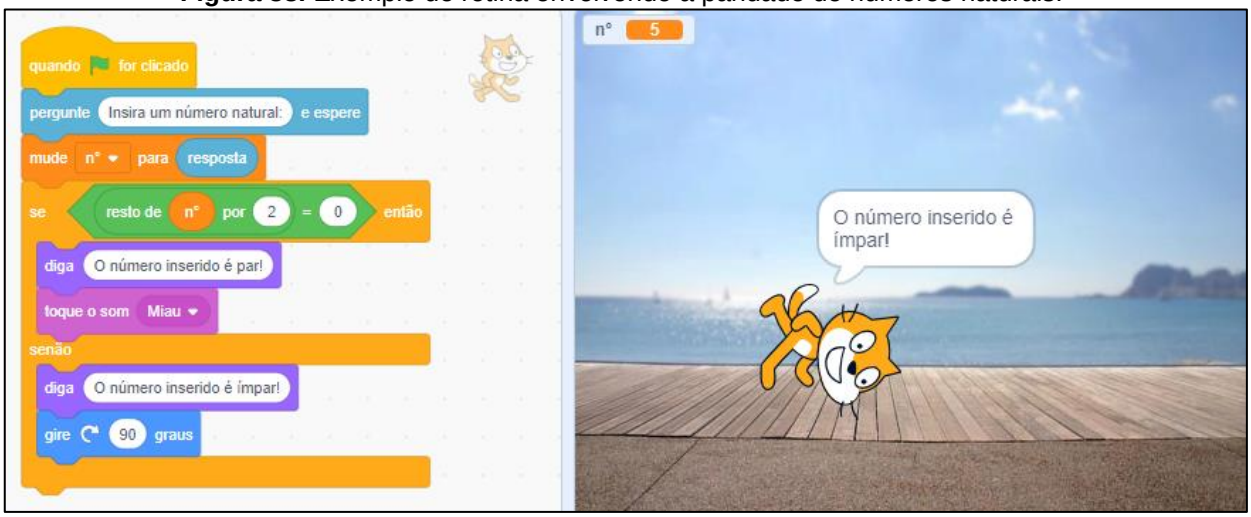


Fonte: O autor.

Logo, após o usuário informar o número natural e a rotina realizar o cálculo do resto, se fosse zero, então o personagem retornaria ao usuário o texto “O número inserido é par!”. Caso contrário (senão), retornaria o texto “O número inserido é ímpar!”. Sendo assim, com a rotina concluída, foi possível realizar testes e validar se os blocos estavam encaixados de maneira correta e retornando informações coerentes.

Durante esta etapa de testes, um fato interessante que ocorreu foi um dos estudantes testar um número com uma grande quantidade de algarismos. Por exemplo, o número 159749861118116. O estudante percebeu que o Scratch possui uma limitação de caracteres que podem ser inseridos em uma resposta. Diante disso, supondo que o limite seja de quatorze caracteres, o último algarismo armazenado na resposta foi o número um, e não o décimo quinto algarismo que seria o número seis. Tal limitação pode gerar um retorno incorreto ao usuário, uma vez que o número inserido é par e a rotina retornou que é ímpar. Nesse sentido, houve uma reflexão com os estudantes a respeito de algumas limitações existentes na linguagem de programação Scratch que poderiam aparecer durante as construções propostas. Além disso, destacou-se a importância da validação dos resultados fornecidos pelo computador antes de finalizar a rotina, por meio de cálculos manuais, a fim de cruzar tais informações e confirmar a sua veracidade. Após isso, foi instigado que fossem realizadas alterações de cenário e incluídos blocos de movimento, aparência ou som na rotina, exemplificado na Figura 38.

Figura 38. Exemplo de rotina envolvendo a paridade de números naturais.



Fonte: O autor.

A atividade de construção da rotina de paridade no Scratch se mostrou como um recurso interessante para a introdução dos estudantes à lógica de programação. A partir da familiarização com os blocos e a compreensão dos conceitos de variáveis e condicionais, os alunos foram capazes de desenvolver uma solução para um problema matemático simples, evidenciando a capacidade de aplicar conhecimentos teóricos à prática.

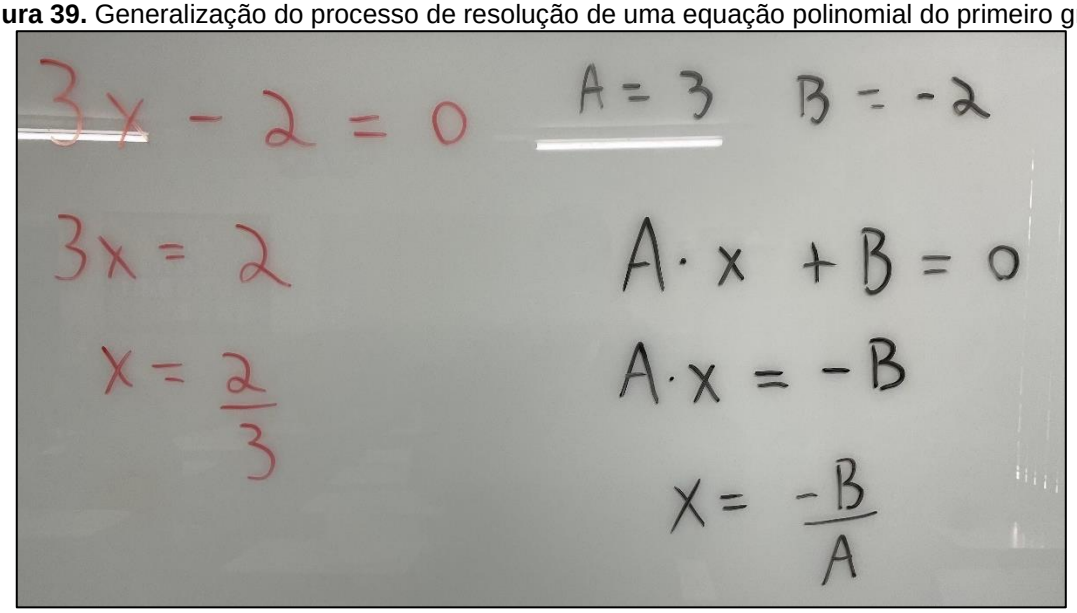
A descoberta de limitações da ferramenta, como o limite de caracteres nas respostas, proporcionou um momento de reflexão sobre a importância da validação dos resultados e da análise crítica das soluções computacionais. Tais situações vão ao encontro de Tchounikine (2017), quando discorre que a abordagem do pensamento computacional pode ser dividida em categorias, sendo duas delas: pensar nas tarefas a serem executadas como uma série de etapas (algoritmos), e; perceber que a solução para um problema pode ser usada para resolver toda uma gama de problemas semelhantes (generalização). Assim sendo, ao final da atividade, os estudantes demonstraram mais confiança para a criação de suas próprias rotinas, explorando diferentes recursos do Scratch e personalizando suas criações.

6.7. Encontros 13 e 14

Realizado o primeiro contato e rotina com o Scratch, foi proposto aos estudantes a construção de uma rotina que solucionasse uma equação polinomial do primeiro grau, conforme coeficientes informados pelo usuário. Diante disso, foi questionado sobre o processo de resolução de equações deste grau. Nesse momento, alguns estudantes comentaram: “é só isolar letra (incógnita) para um lado e número para o outro e depois dividir”. A partir desse comentário, foi possível discutir a necessidade de ter uma série de passos bem definida para que o Scratch faça o que está sendo proposto de maneira correta. Portanto, apenas com essa instrução fornecida pelos estudantes não seria possível construir a rotina. Sendo assim, apresentou-se a lei geral de uma equação polinomial do primeiro grau: Ax + B = 0, em que A e B são coeficientes, sendo A diferente de zero.

Por meio do estudo da lei geral, foram estudados exemplos para que fosse compreendido o processo algébrico da solução, analisando os coeficientes da equação. A partir da frase inicial comentada por uma das estudantes, solucionou-se a equação e, em seguida, comparou-se com a lei geral, observando o que acontecia com cada coeficiente no processo de resolução. Sendo assim, através dessa análise, foi criada uma fórmula que seria possível utilizar no Scratch e retornar ao usuário a solução da equação informada. No exemplo presente na Figura 39, os estudantes resolveram a equação 3x – 2 = 0, da maneira que estavam familiarizados e, posteriormente, classificaram os coeficientes A = 3 e B = -2 e realizaram o mesmo procedimento adotado, porém usando a lei geral.

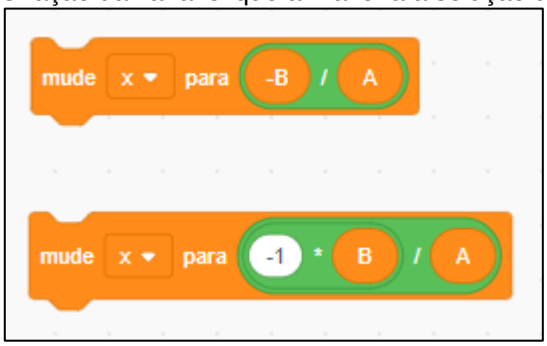
Figura 39. Generalização do processo de resolução de uma equação polinomial do primeiro grau.



Fonte: O autor.

Após esta etapa de reflexão, foi solicitado que os estudantes tentassem construir um algoritmo que solucionasse qualquer equação polinomial do primeiro grau. Com isso, foi destacado que para realizar tal construção seria necessário solicitar ao usuário os valores dos coeficientes A e B. Logo, precisariam criar duas variáveis para armazenar tais informações. A partir dessa orientação, foi observado que a maioria da turma já havia conseguido criar a etapa inicial da rotina com o bloco da “bandeirinha”, as perguntas e mudanças das variáveis para as respostas. Porém, apresentaram dificuldades na parte relacionada ao cálculo da raiz da equação, pois necessitava de blocos operadores e um recurso algébrico para que a conta ficasse correta, de acordo com exemplo apresentado na Figura 40.

Figura 40. Criação da variável que armazena a solução da equação.



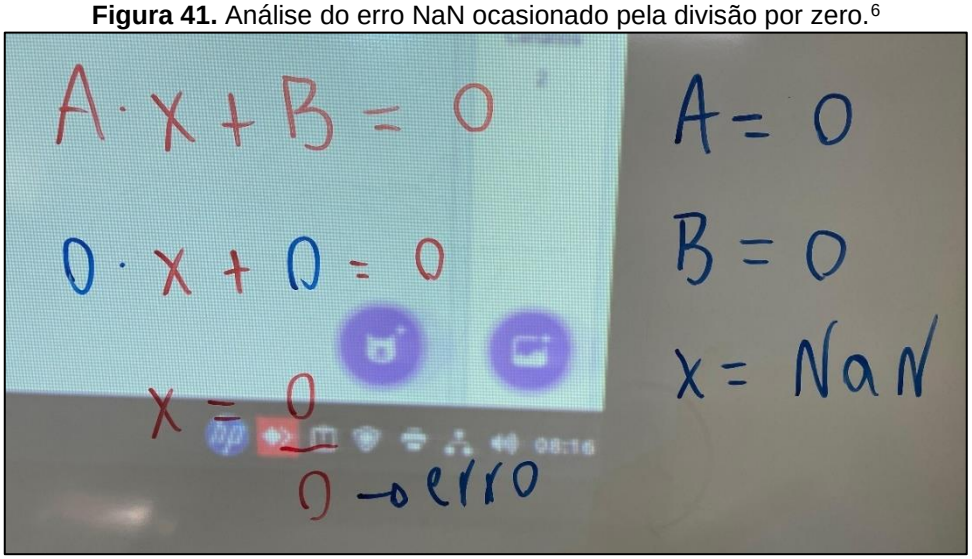
Fonte: O autor.

Na Figura 40, o bloco presente na parte superior apresenta a maneira que alguns estudantes criaram a variável que armazena a solução da equação. Nesta resolução, é observável que os alunos tinham o entendimento de que apenas acrescentando um sinal negativo no nome da variável B o Scratch já entenderia que era para alterar o sinal do valor de B informado pelo usuário. Entretanto, isso não ocorre, pois é apenas o nome da variável. Nesta perspectiva, foi necessário comentar sobre a necessidade de realizar a multiplicação da variável B por -1, para que o seu resultado fosse alterado. A partir disso, foi possível corrigir o cálculo, de acordo com o bloco inferior presente na mesma figura. Novamente, alguns estudantes ainda apresentaram dificuldades em encaixar um bloco dentro do outro de maneira correta. Nesse sentido, mostrou-se novamente no projetor que o jeito correto é encaixar um bloco dentro do outro utilizando a parte esquerda do bloco que está sendo arrastado, para que não ocorra a ação contrária (o bloco que deveria estar dentro do outro ficar na parte de fora).

Feito isso, os estudantes realizaram testes para verificar se a rotina estava realizando o cálculo corretamente, comparando com os seus cálculos realizados no caderno. Nesta etapa, algumas rotinas estavam apresentando erros justamente por

conta dos blocos inseridos um dentro do outro terem sido encaixados de maneira incorreta, sendo necessário auxílio na correção. Com todas as rotinas ajustadas, um estudante percebeu um novo erro, o qual ainda não havia acontecido. Quando ele testou valores para A e B, o Scratch retornou o resultado “NaN”. Diante dessa situação, o estudante questionou o que seria o erro “NaN” e o porquê de ter ocorrido. A partir da análise dos valores inseridos nas variáveis A e B, foi observado que o erro foi ocasionado por conta do valor de A ser zero (Figura 41), causando uma divisão por zero, o que é uma indeterminação matemática. Diante do exposto, alertou-se a turma sobre tal possibilidade de erro e que nas próximas rotinas analisaríamos como corrigi-lo com um bloco condicional e um bloco de aparência “diga”.

Figura 41. Análise do erro NaN ocasionado pela divisão por zero.[6]

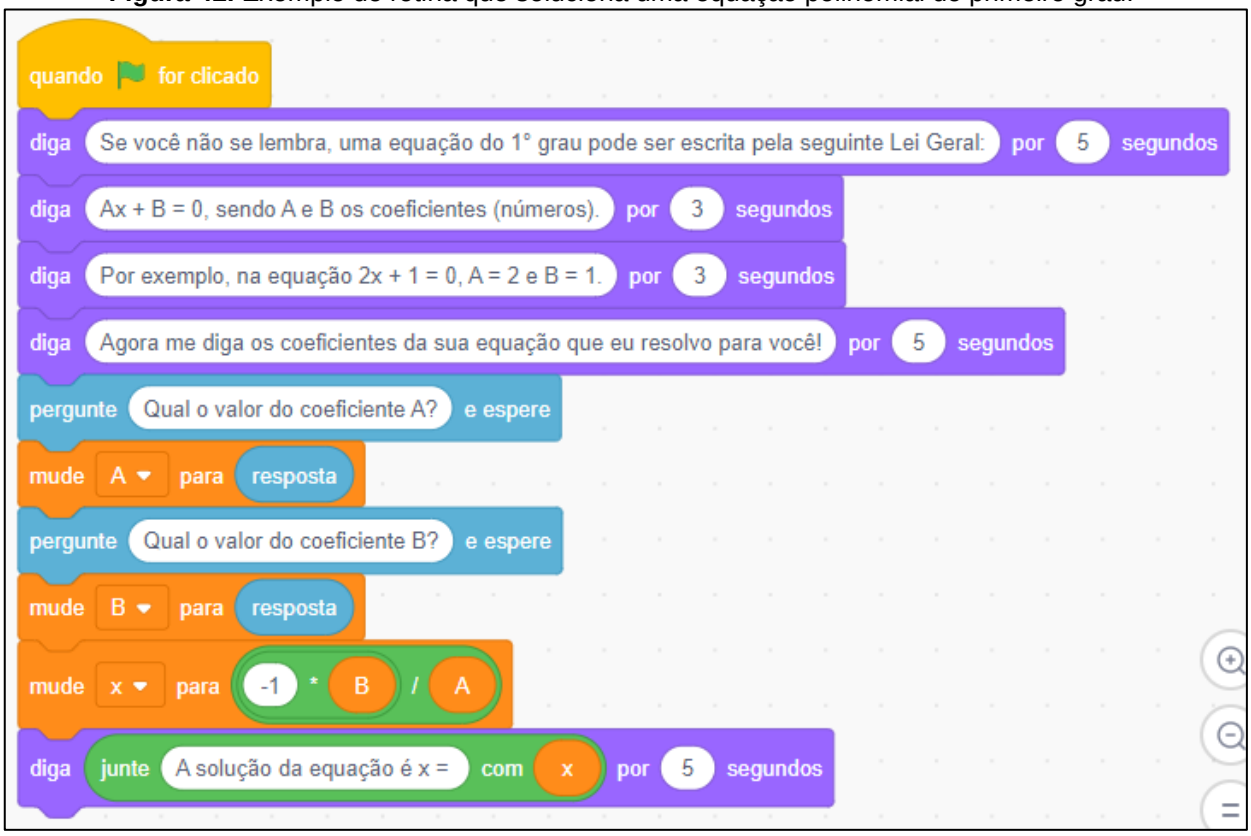


Fonte: O autor.

Finalizada essa discussão a respeito do erro apresentado pelo estudante, foi conversado sobre a importância de pensar que o usuário pode não ter total domínio do assunto que a rotina está abordando. Por conta disso, ressaltou-se a necessidade de uma breve orientação no início da rotina, por meio de blocos de texto “diga”. Além disso, outro aspecto discutido foi o bloco “junte com”, o qual possibilita juntar uma variável com o texto, tornando o retorno ao usuário mais claro e compacto, conforme apresentado na Figura 42.

[6] Pode-se interpretar Ax + B = 0 como uma função, desde que esteja no formato f(x) = ax + b. Entretanto, neste momento, utilizou-se como recurso para resolução de uma equação polinomial do primeiro grau.

Figura 42. Exemplo de rotina que soluciona uma equação polinomial do primeiro grau.



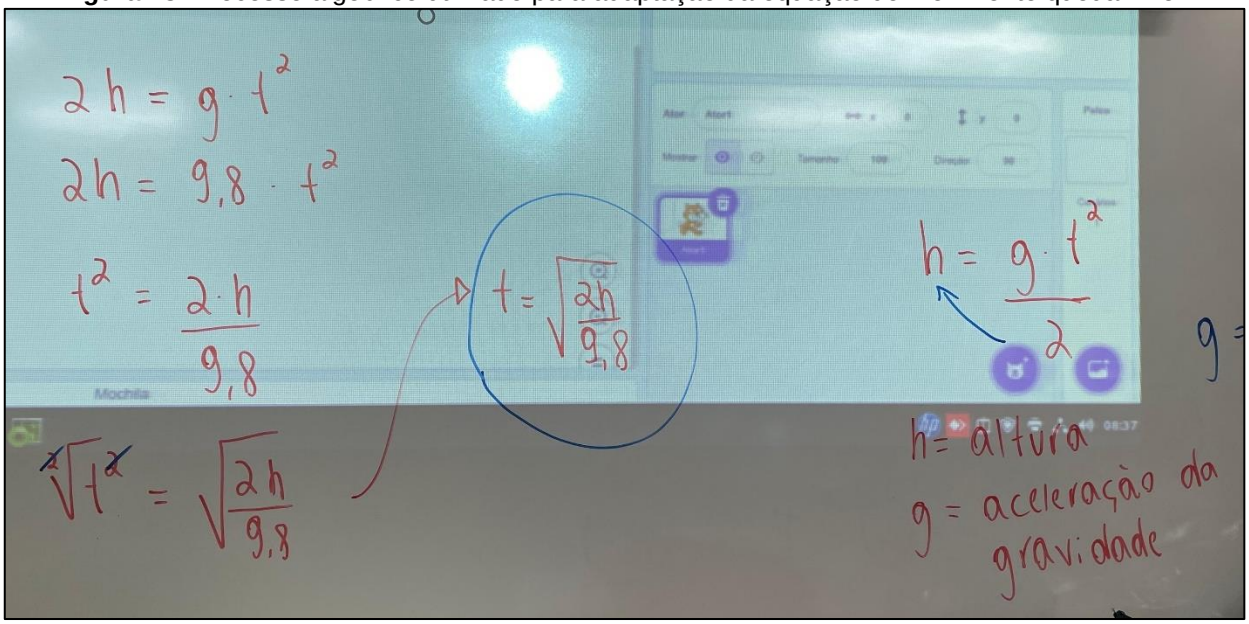
Fonte: O autor. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/1054140286/.

Por conseguinte, a atividade proposta demonstrou o potencial do Scratch em promover o desenvolvimento do pensamento computacional nos estudantes. Ao transformarem um problema matemático abstrato em uma sequência lógica de passos, os alunos não apenas consolidaram seus conhecimentos algébricos, mas também aprimoraram habilidades como decomposição de problemas, abstração e algoritmização, de acordo com os quatro pilares do PC estudados por Brackmann (2017). Ao longo da atividade, os estudantes vivenciaram a importância da precisão na programação e a necessidade de testar e depurar seus códigos, características essenciais do pensamento computacional. A experiência de construir uma solução computacional para um problema matemático contribuiu para uma aprendizagem mais engajadora, evidenciando o papel fundamental do Scratch como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades do século XXI, solicitadas pela BNCC.

6.8. Encontros 15 e 16

Estes encontros tiveram como objetivo a construção de uma rotina que envolve o cálculo do tempo necessário para um paraquedista atingir o solo, dada a sua altura inicial e desconsiderando a resistência do ar, conforme equação estudada em encontros anteriores. Diante do tema proposto, foi retomado o estudo da equação do movimento queda livre e a sua adaptação para o problema proposto, exemplificado na Figura 43.

Figura 43. Processo algébrico utilizado para adaptação da equação do movimento queda livre.



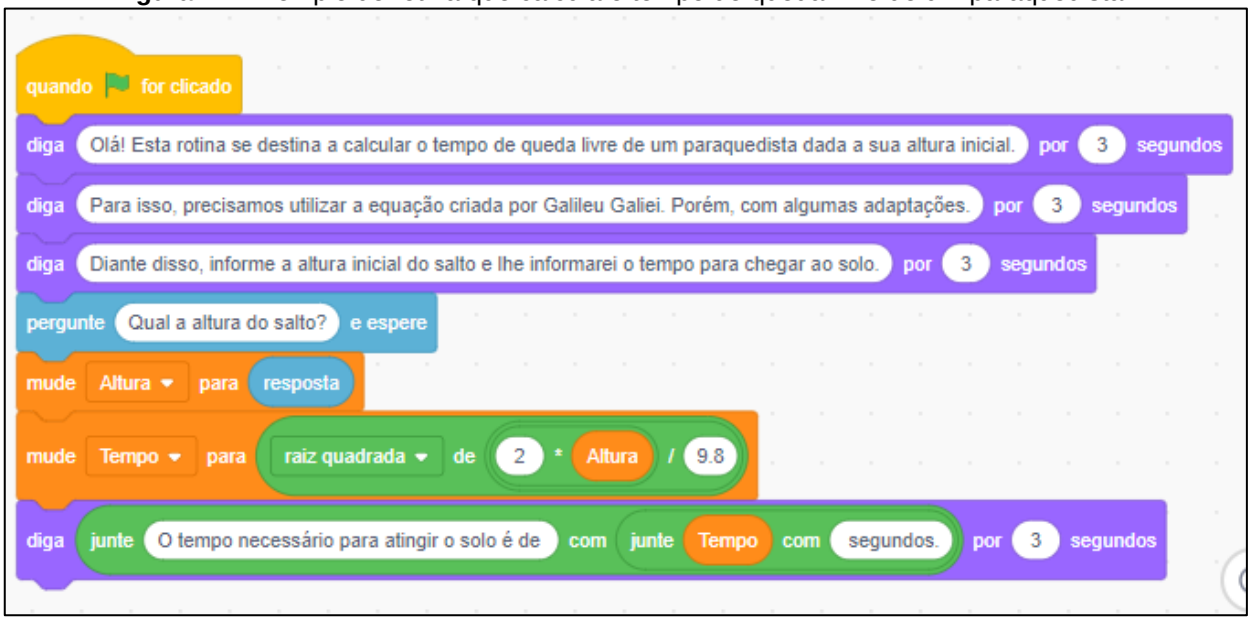
Fonte: O autor.

Realizada a análise da fórmula adaptada com o tempo em função da altura informada, incentivou-se os alunos a comentarem quais deveriam ser os primeiros passos para criar a rotina. A partir deste questionamento, os estudantes comentaram que deveria ser perguntado ao usuário a altura do salto e, portanto, seria necessário criar uma variável para armazenar tal informação. Iniciada a construção da rotina com a pergunta solicitando a altura e armazenada na variável “altura”, instigou-se a turma para refletir sobre os blocos necessários para o cálculo do tempo e como seria possível montá-la em etapas (decomposição do problema).

A partir dessa reflexão, foi decidido que a maneira mais simples de realizar o cálculo seria começando pelo numerador do radicando. Diante disso, foi necessário um bloco de multiplicação e a variável “altura”. Em seguida, para montar a fração presente dentro da raiz quadrada, precisou-se de um bloco de divisão, sendo a parte construída anteriormente o numerador e a aceleração da gravidade (9,8 m/s²) o denominador. Feito isso, os estudantes precisariam encaixar todo bloco construído dentro de um bloco “raiz quadrada”.

Neste momento, verificou-se certa dificuldade em continuar o cálculo, pois até o então os estudantes haviam utilizado as variáveis apenas para armazenar informações e não para armazenar o resultado de uma operação matemática. Por conta disso, foi orientado que criassem a variável “tempo” e a mudassem para o cálculo realizado anteriormente, conforme Figura 44.

Figura 44. Exemplo de rotina que calcula o tempo de queda livre de um paraquedista.



Fonte: O autor. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/1054827710/.

Consoante a isso, foram realizados os ajustes finais relacionados ao texto inicial e ao retorno final da rotina, novamente utilizando o bloco “junte com” para que o texto retornasse o valor calculado e armazenado na variável “tempo” juntamente com o restante da frase. Além disso, cada estudante foi auxiliado para realizar a criação de um personagem diferente dos que já estavam presentes na plataforma. Portanto, cada estudante pesquisou uma imagem em formato .png ou .jpg, retirou o fundo dela e a salvou em seu computador. Feito isso, realizou-se o upload do arquivo para a plataforma do Scratch, possibilitando a seleção de um cenário alternativo. Na Figura 45 é observado um exemplo em que o personagem foi alterado para um paraquedista.

Figura 45. Visão do usuário da rotina que calcula o tempo de queda livre de um paraquedista.

Fonte: O autor.

A partir da análise do processo de reflexão e discussão para construção desta rotina, observa-se como os pilares do pensamento computacional podem auxiliar no desenvolvimento de habilidades matemáticas. Verifica-se isto quando se realiza a adaptação da equação do movimento queda livre com o tempo isolado, pois segmenta-se um problema em etapas menores até que se chegue na equação ideal para a atividade proposta; indo ao encontro de Brackmann (2017) quando destaca que em alguns momentos faz-se necessário quebrar o problema em partes menores e mais fáceis de gerenciar (decomposição). Além disso, ainda de acordo com o autor, pode-se destacar o auxílio do conhecimento prévio oriundo de construções anteriores e que facilitaram a realização da atividade proposta (reconhecimento de padrões), como, por exemplo, a necessidade de criação de perguntas e o armazenamento das respostas em variáveis. E, ainda, a abstração e construção de algoritmos também se fazem presentes, pois sem tais habilidades não seria possível resolver o problema e retornar ao usuário um resultado correto. Isso só acontece quando se tem uma série de passos bem definidos testados e depurados.

Ao final da atividade, os estudantes demonstraram avanço na compreensão dos conceitos de física e programação, visto que conheceram um conteúdo ainda não estudado e conheceram novas ferramentas no Scratch. A construção da rotina para calcular o tempo de queda livre de um paraquedista proporcionou um ambiente de

aprendizado em que estudantes puderam aplicar seus conhecimentos de matemática e explorar as possibilidades da linguagem de programação Scratch, bem como possibilitou visualizar de forma concreta a aplicação da teoria na prática. A decomposição do problema em etapas menores, a identificação de padrões e a criação de algoritmos foram habilidades essenciais desenvolvidas durante o processo, evidenciando a importância do pensamento computacional para a resolução de problemas complexos. A personalização da rotina com a criação de personagens e cenários distintos contribuiu para a motivação e o engajamento dos alunos, tornando a experiência de aprendizagem ainda mais atrativa.

6.9. Encontros 17 e 18

Esta etapa teve como objetivo a construção de uma rotina que calculasse o valor do discriminante de uma equação polinomial do segundo grau, dados os seus coeficientes. Tal proposta se deve ao fato de que a rotina final, avaliada de acordo com o Quadro 6 apresentado na seção de desenvolvimento da pesquisa, envolver o cálculo das raízes de uma equação polinomial do segundo grau por meio da fórmula quadrática, a qual exige o cálculo do discriminante. Nesse sentido, o objetivo desta rotina também foi analisar os casos de discriminante e retornar ao usuário tais informações, por meio de blocos condicionais.

Diante disso, no início do encontro foi explicado o objetivo da rotina e incentivada a criação de um esboço para verificar quais blocos seriam necessários para a sua construção. Sendo assim, os estudantes destacaram que a primeira etapa seria solicitar os coeficientes *a*, *b* e *c* ao usuário e armazenar os seus valores em variáveis. Após isso, já seria possível criar uma nova variável “delta” para armazenar o resultado do discriminante calculado com os valores dos coeficientes informados. Para isso, seriam necessários blocos operadores de multiplicação e subtração. Em seguida, informaram que a próxima etapa seria montar os casos de discriminante, porém ainda não tinham bem definido como executar.

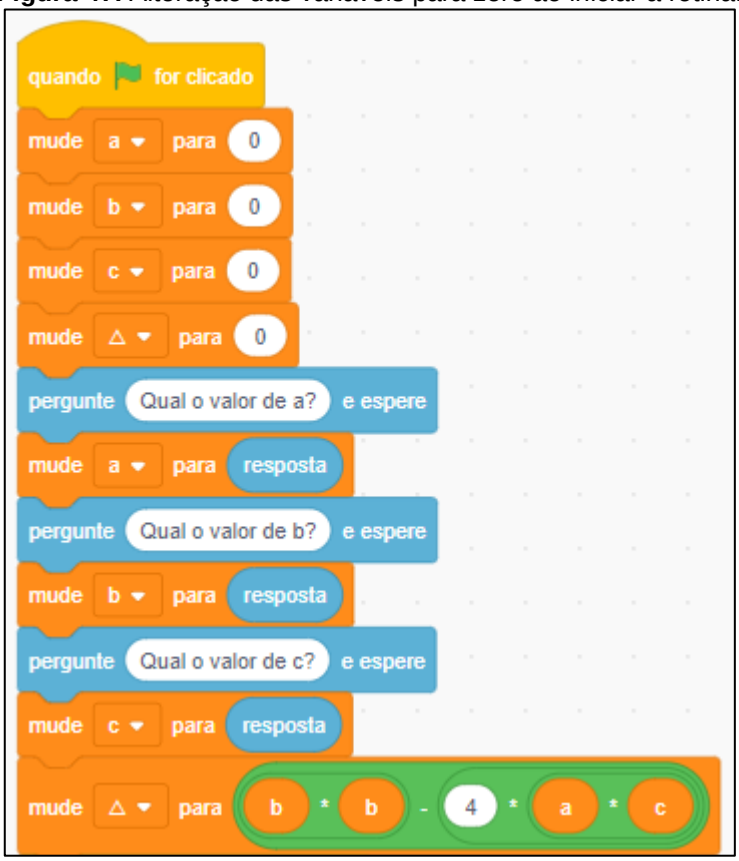
A partir desta conversa, solicitou-se que os estudantes tentassem construir a rotina e informassem ao professor quando tivessem dúvidas ou dificuldades. Nesta perspectiva, durante os encontros ocorreram atendimentos individualizados (Figura 46), a fim de verificar o porquê de cada estudante não estar conseguindo dar andamento na construção da sua rotina. Vale destacar que este processo possibilitou uma explicação personalizada para cada tipo de questionamento feito pelos estudantes.

Figura 46. Auxilio individualizado aos estudantes durante a construção das rotinas.

Fonte: O autor.

Durante a parte inicial da construção os estudantes não tiveram dificuldades, pois era muito semelhante às outras rotinas já construídas. Entretanto, houve a discussão de como seria possível zerar todas as variáveis apresentadas na aba visualizada pelo usuário quando clicasse na “bandeirinha” para iniciar a rotina novamente. A solução foi acrescentar blocos que mudam as variáveis para zero logo após o bloco de eventos ser clicado, conforme apresentado na Figura 47.

Figura 47. Alteração das variáveis para zero ao iniciar a rotina.



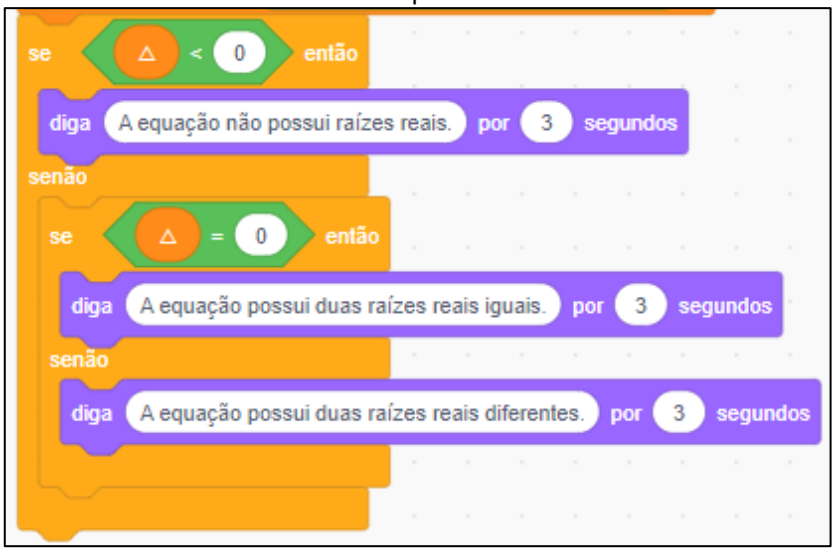
Fonte: O autor.

A partir desta alteração, todos os valores armazenados nas variáveis anteriormente, incluindo o valor do discriminante calculado com os coeficientes informados pelo usuário, foram zerados para receberem novos valores. Realizada essa alteração, os estudantes tentaram construir as condições necessárias para retornar ao usuário os casos de discriminantes. No momento de construção da variável relacionada ao valor do discriminante, novamente foi percebido que alguns estudantes estavam encaixando os blocos operadores na ordem incorreta. Por conta disso, a solução foi discutir com os alunos a necessidade de decompor o problema em duas etapas: primeiro montar um bloco relacionado a “b^2” e após outro bloco relacionado a “4ac”. Feito isso, poderiam juntar as duas partes com um bloco de subtração e finalizar a variável que armazena o valor do discriminante.

Consoante a essa abordagem, foi necessário retomar os casos no quadro branco e instiga-los a tentarem construí-los no Scratch utilizando os blocos condicionais. Nesta etapa foi notado que as maiores dificuldades estavam relacionadas a necessidade de encaixar um bloco “se – então – senão” dentro do outro, já que não era possível obter um único bloco com três possibilidades condicionais. Após essa discussão, os estudantes conseguiram finalizar a construção da rotina e testar se estava retornando

os valores corretos e informações coerentes com os casos de discriminante estudados. Na Figura 48 é exemplificada uma possibilidade de blocos condicionais e seus retornos com os blocos “diga”.

Figura 48. Blocos condicionais utilizados para a análise dos casos de discriminante.



Fonte: O autor.

A partir da finalização da fase de testes e certificação de que a rotina estava correta, os estudantes realizaram a personalização do cenário e personagem, exemplificado na Figura 49. Solicitou-se que deixassem para o final a personalização, pois foi percebido que estavam desprendendo muito tempo com os recursos visuais, deixando o mais importante de lado, o desenvolvimento do pensamento computacional.

Figura 49. Exemplo de retorno da rotina de acordo com os coeficientes informados.

Fonte: O autor.

Durante o desenvolvimento desta rotina foi possível perceber como as práticas computacionais destacadas por Brennan & Resnick (2012) se fazem presentes em tais atividades. Isso é observado quando os estudantes realizam os testes e depurações para validar se as informações estão corretas, bem como quando reutilizam ou remontam processos já desenvolvidos em rotinas anteriores, além da necessidade de abstração para construção de novos pensamentos.

O acompanhamento individualizado dos alunos durante a construção das rotinas foi fundamental para o sucesso da atividade. Ao fornecer feedback personalizado e esclarecer dúvidas específicas, o professor pôde identificar as dificuldades de cada estudante e oferecer o suporte necessário para que todos pudessem avançar no seu próprio ritmo. A combinação de atividades guiadas e momentos de exploração autônoma permitiu que os alunos desenvolvessem suas habilidades de forma gradual.

Além disso, a construção da rotina para o cálculo do discriminante de uma equação do segundo grau proporcionou aos estudantes uma oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em programação e de aplicar os conceitos de matemática de forma prática. A atividade exigiu a decomposição do problema em etapas menores, a identificação de padrões e a criação de algoritmos eficientes, habilidades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento computacional. A necessidade de lidar com diferentes casos e de utilizar blocos condicionais complexos desafiou os alunos a pensar de forma lógica e estruturada, contribuindo para a melhoria da sua capacidade de resolução de problemas.

6.10. Encontros 19 e 20

A última etapa desta pesquisa foi marcada pela construção de uma rotina que calcula as raízes de uma equação polinomial do segundo grau, dados os seus coeficientes informados pelo usuário. Nesse sentido, foi apresentado aos estudantes o objetivo da construção desta rotina e quais seriam os critérios de avaliação, de acordo com o Quadro 11, sendo classificados em atingiu (A), atingiu parcialmente (AP) e não atingiu (NA), com pontuação máxima de sete pontos.

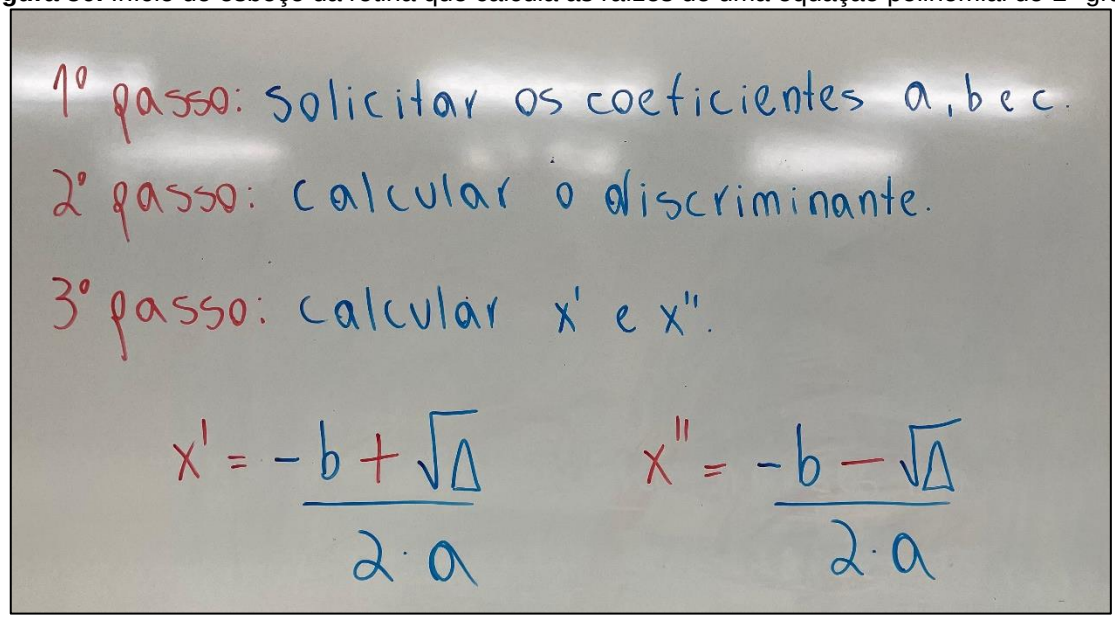
Após esta conversa inicial, como já realizado em outras rotinas, construiu-se coletivamente um esboço da sequência de passos a serem desenvolvidos na rotina:

- **1° passo:** solicitar ao usuário que informe os coeficientes *a, b* e *c.*
- **2° passo:** armazenar a resposta de cada coeficiente em uma variável com o respectivo nome.

- **3° passo:** criar uma variável que calcule o valor do discriminante a partir dos coeficientes informados e armazenados nas variáveis.
- **4° passo:** criar uma variável para cada raiz x’ e x’’.
- **5° passo:** a partir da análise do discriminante, retornar ao usuário as raízes da sua equação quando existirem.

Na Figura 50 é possível observar um esboço inicial com alguns passos construção da rotina final.

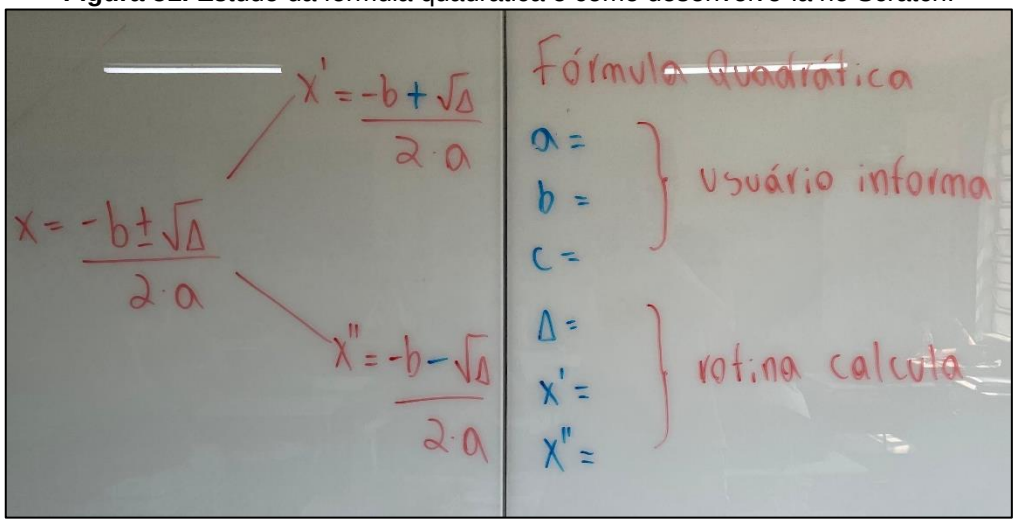
Figura 50. Início do esboço da rotina que calcula as raízes de uma equação polinomial do 2° grau.



Fonte: O autor.

A partir deste esboço, os estudantes conseguiram criar as perguntas e variáveis sem dificuldades, inclusive a do discriminante. Começaram a surgir dúvidas no momento em que necessitaram realizar o cálculo das duas raízes da equação. Sendo assim, retomou-se o processo de resolução por meio da fórmula quadrática no quadro branco, separando as raízes em x’ e x’’, destacando a alteração dos sinais. Na Figura 51 é possível observar a reflexão realizada com os estudantes a respeito de como seria necessário estruturar a rotina e organizar as variáveis.

Figura 51. Estudo da fórmula quadrática e como desenvolvê-la no Scratch.



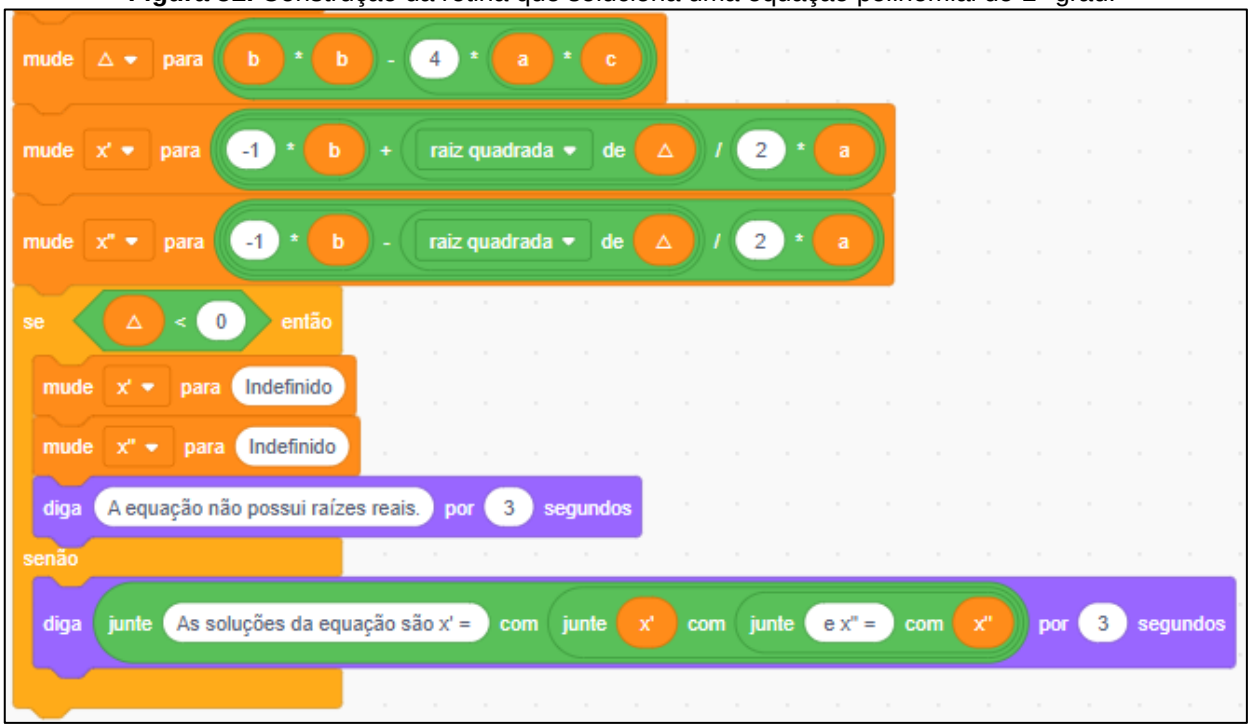
Fonte: O autor.

Após essa retomada do processo de resolução da equação por meio da fórmula quadrática, destacou-se, novamente, sobre a possibilidade de separar a construção de x’ e x’’ em etapas. Primeiro desenvolver os blocos da parte superior (numerador) e após os blocos da parte inferior (denominador), para aí então montar a fração (divisão). Em seguida, com a montagem de x’, alertou-se que o mesmo processo deveria ser adotado para x’’, mudando apenas o sinal entre o coeficiente *b* e a raiz do discriminante.

Consoante a isso, os estudantes iniciaram o processo de análise de como retornar ao usuário as soluções calculadas pela rotina. Portanto, foram retomados os casos de discriminante e comentado sobre a única possibilidade de não existirem raízes reais ser quando o valor do discriminante for negativo, sendo necessário retornar tal informação ao usuário, assim como feito na rotina anterior. Com a rotina já finalizada, foi possível observar um erro em comum nas rotinas, devido a alteração de todas as variáveis para zero ao clicar na “bandeirinha”.

Nesse sentido, quando o usuário informava valores de coeficientes que geravam como resposta a frase “A equação não possui raízes reais” as variáveis x’ e x’’ continuavam apresentando zero como resposta. Para solucionar tal erro, dentro do bloco condicional foi acrescentado que quando o valor de delta fosse menor que zero, as variáveis x’ e x’’ deveriam mudar para “Indefinido”. Na Figura 52 é possível observar um exemplo de construção da rotina final.

Figura 52. Construção da rotina que soluciona uma equação polinomial do 2° grau.



Fonte: O autor. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/1057065549.

Após os atendimentos realizados com as duplas para sanar dúvidas e verificar inconsistências apresentadas nas rotinas, os estudantes apresentaram os seus trabalhos para a turma (Figura 53), sendo avaliados de acordo com os critérios estabelecidos no início da atividade.

Figura 53. Apresentação da rotina final por uma das duplas.

Fonte: O autor.

Durante as apresentações, foi muito interessante observar a evolução apresentada pelos estudantes desde o início do desenvolvimento das atividades relacionadas ao pensamento computacional. Uma minoria de estudantes com baixa frequência ou rendimento escolar não apresentou grande evolução, porém compreendeu conceitos básicos do pensamento computacional. Por outro lado, estudantes que realizaram todas as atividades propostas ao longo dos encontros e buscavam auxílio quando possuíam dificuldades apresentaram trabalhos excelentes. Tais trabalhos superaram as expectativas iniciais, mostrando uma sequência de blocos correta, contextualização da rotina para o usuário e cenário e personagem atrativos.

Destaca-se que após a finalização da construção da sequência de blocos programáveis, incentivou-se que os estudantes usassem a sua criatividade para deixar a rotina mais atrativa. Neste aspecto, uma apresentação surpreendeu bastante pelo fato do estudante ter se desafiado ao tentar recriar os movimentos de um dos personagens do jogo “Fireboy & Watergirl”, em que os personagens devem chega ao destino final sem que o personagem de fogo toque na água e a personagem de água toque no fogo. Diante disso, a dupla precisou refletir e pesquisar como seria possível desenvolver tais animações. Na Figura 54 é possível observar uma prévia da rotina construída pelo grupo, a qual recebeu diversos elogios dos colegas.

Figura 54. Rotina final construída pelos estudantes A e B.

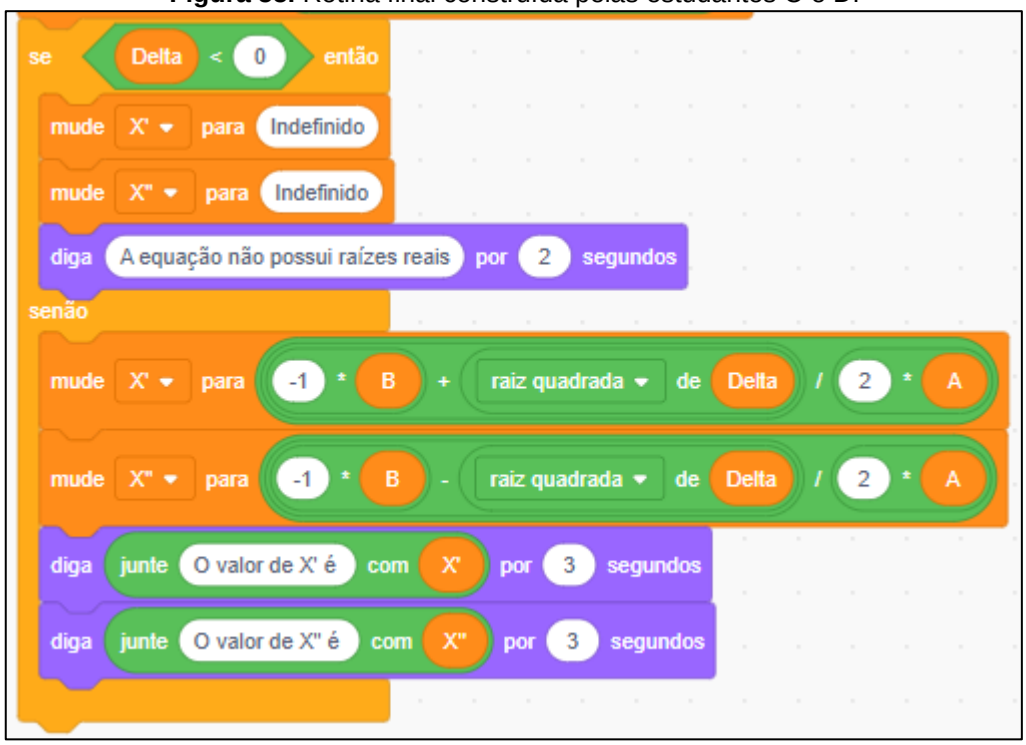
Fonte: Estudantes A e B. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/1099042054.

Para a animação desta rotina, foi necessário que os estudantes observassem as posições desejadas para que o personagem se movimentasse, além de verificar o tempo necessário de pausa de um movimento para o outro, a fim e que não fosse

contínuo e fosse observável pelo usuário. E, ainda, conforme as condições do discriminante, os personagens se movimentavam, caindo na lava quando não existem raízes reais e chegando à porta da próxima fase quando existem duas raízes reais (iguais ou diferentes).

A segunda apresentação (Figura 55), assim como outras, chamou atenção devido a maneira autêntica com que desenvolveram a sua rotina, pois a construíram de forma diferente da apresentada pelo professor aos estudantes que estavam com dificuldades.

Figura 55. Rotina final construída pelas estudantes C e D.



Fonte: Estudantes C e D. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/1099034903.

Após a finalização de todas as apresentações e avaliações, os estudantes foram orientados a salvarem as suas rotinas no computador e enviarem por e-mail o arquivo para o professor, a fim de analisar possíveis inconsistências na sequência de blocos programáveis. Para a avaliação, estabeleceu-se sete critérios, sendo que cada um deles possuía pontuação de até um ponto (A), meio ponto (AP) ou zero pontos (NA). Diante disso, o trabalho proposto tinha pontuação máxima de sete pontos. No Quadro 15 é observada a avaliação da rotina e apresentação realizada pelas Alunas C e D.

Quadro 15. Exemplo de avaliação da rotina final por meio do Framework.

Estudantes avaliados: Aluna C e Aluna D **Observações:** Contextualização da rotina bem explicada, cálculos de discriminante e raízes corretos e blocos condicionais construídos de maneira criativa.						
Apresentou o trabalho com clareza?	Utilizou variáveis para armazenar os valores informados pelo usuário?	Solicitou as informações necessárias ao usuário para realizar os cálculos?	Utilizou blocos de aparência e sensores de maneira correta?	Utilizou blocos condicionais corretamente?	A rotina retorna os valores corretos ao usuário?	O cenário visual da rotina está agradável?
A	A	A	A	A	A	A

Fonte: O autor.

Assim como o exemplo apresentado no Quadro 15, os demais trabalhos receberam a mesma forma de avaliação, sendo compilados os resultados de cada grupo no Quadro 16 e somados as demais avaliações realizadas por cada estudante ao longo do trimestre. Cada critério apresentado no Quadro 15 foi abreviado de C1 a C7, na mesma ordem apresentada anteriormente, bem como cada grupo foi abreviado com G1, por exemplo, em vez de Aluno A e Aluno B.

Quadro 16. Compilado de avaliações da rotina final por meio do Framework.

Avaliações rotina final								
Grupo	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**Nota**
1	A	A	A	A	A	A	A	7
2	A	A	A	A	A	A	A	7
3	AP	A	A	AP	A	A	AP	5,5
4	AP	A	A	AP	A	A	AP	5,5
5	AP	A	A	AP	A	A	AP	5,5
6	A	A	A	A	A	A	A	7
7	A	A	A	A	A	A	A	7
8	AP	A	A	NA	NA	NA	AP	3
9	A	A	A	AP	A	A	AP	6
10	A	A	A	AP	A	A	AP	6
11	AP	A	A	AP	AP	AP	AP	4,5
12	AP	AP	A	AP	NA	NA	AP	3
Média = 5,58 pontos								

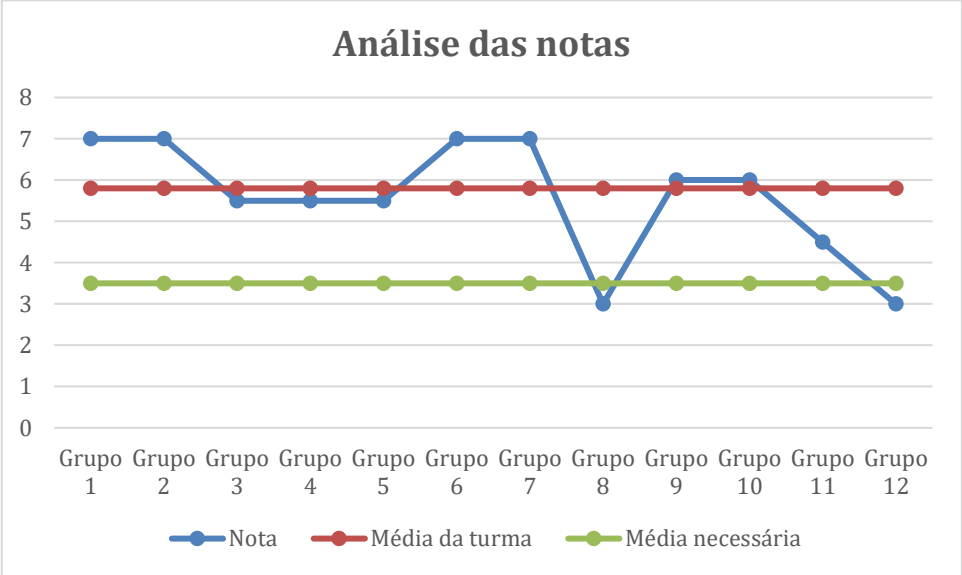
Fonte: O autor.

Por meio do Quadro 16, observa-se que os grupos 1, 2, 6, 7, 9 e 10 obtiveram notas superiores à média de notas da turma e a média de cinquenta por cento (50%) estipulada pela rede municipal, tendo atingido todos ou a maioria dos critérios de avaliação. Já os grupos 3, 4, 5 e 11 obtiveram notas abaixo da média de notas da turma, tendo atingido alguns critérios e parcialmente os demais. Por fim, os grupos 8 e 12

obtiveram notas inferiores à média de notas da turma e da média estipulada pelo município. Tal fato se deve aos estudantes do grupo 8 não terem demonstrado interesse durante a aplicação do projeto, tanto na parte teórica quanto na parte aplicada nos computadores. No que se refere ao grupo 11 e 12, tais notas são reflexo da baixa frequência, faltando na maioria dos encontros em que as atividades foram explicadas e os blocos programáveis foram explorados.

Em suma, a análise das notas obtidas por cada grupo, em um comparativo com a média de notas da turma e com a média necessária (50%), pode ser observada no Gráfico 1.

Gráfico 1. Análise gráfica das notas dos grupos na rotina final.



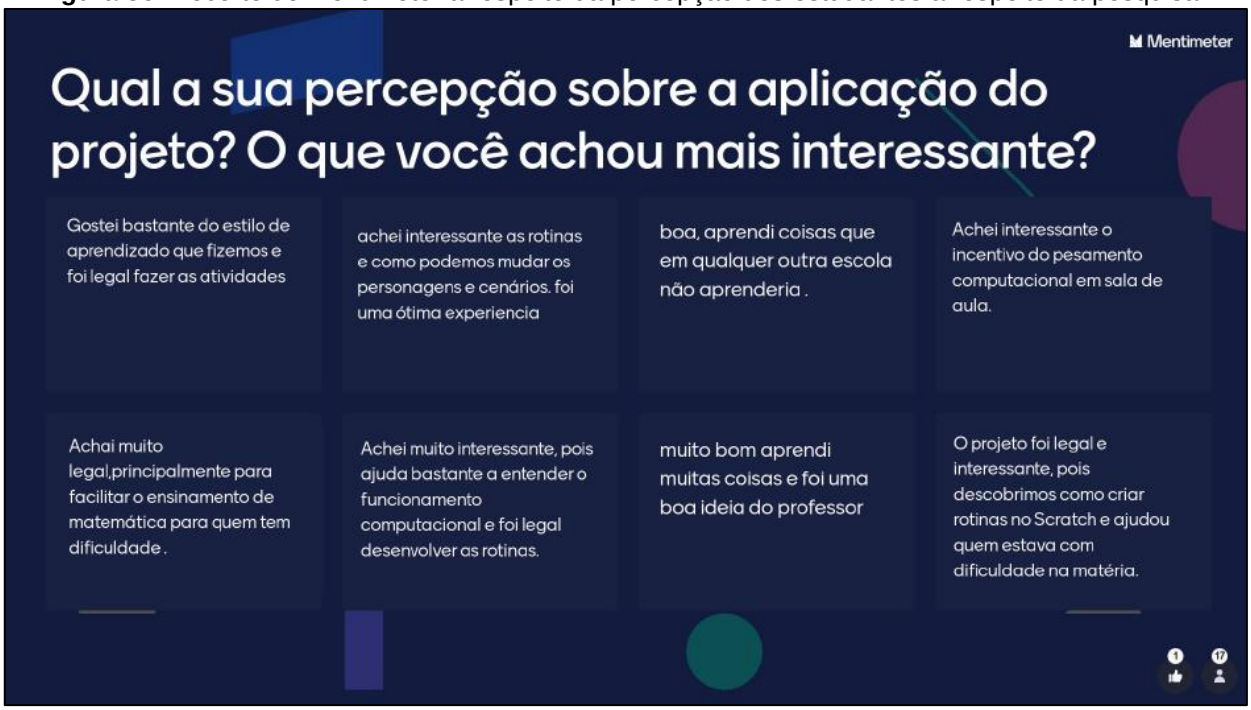
Fonte: O autor.

À vista do desenvolvimento das atividades propostas para esta etapa e demais etapas relacionadas ao pensamento computacional, é observada a importância dos computadores no contexto educacional, destacada por Papert (2008) pela autonomia intelectual gerada nos aprendizes. Além disso, ainda de acordo com o autor, o computador tem o poder de suavizar o estudo de conhecimentos matemáticos complexos, como foi o estudo das equações polinomiais do segundo grau. A partir da análise da evolução apresentada pelos estudantes em relação ao aprendizado matemático, auxiliado pelo desenvolvimento de habilidades relacionadas ao pensamento computacional, observa-se que Papert já possuía uma visão muito além do que existia em sua época, destacando a influência positiva que os computadores poderiam ter na educação.

Assim sendo, a atividade proposta possibilitou que estudantes consolidassem as suas habilidades relacionadas ao pensamento computacional, desenvolvidas desde

o primeiro encontro de exploração do Scratch. As apresentações finais evidenciaram o impacto positivo dessa abordagem pedagógica, destacando tanto os desafios enfrentados quanto os avanços obtidos pelos grupos. Esse processo reforça a relevância do uso de tecnologias educacionais para promover a autonomia e o aprendizado, corroborando as ideias de Papert sobre o potencial transformador dos computadores na educação. Na Figura 56, pode-se observar um recorte dos *feedbacks* dos estudantes a respeito das suas percepções a respeito da pesquisa aplicada.

Figura 56. Recorte do Mentimeter a respeito da percepção dos estudantes a respeito da pesquisa.



Fonte: O autor.

Diante dos *feedbacks* apresentados, é possível concluir que a união de estratégias de aprendizagem ativa com a exploração do pensamento computacional trouxe resultados positivos para os estudantes, os quais gostaram da proposta e relataram ter auxiliado no preenchimento de algumas lacunas de aprendizagem existentes relacionadas as equações polinomiais do segundo grau.

6.11. Avaliação da aplicação da sequência didática

A análise das atividades desenvolvidas revelou que a aplicação da sequência didática transcendeu a mera transmissão de conteúdo, configurando-se como um estudo de caso rico em estratégias pedagógicas inovadoras e eficazes, tais como os grupos com tarefas diferentes, o relatório do último minuto, a metodologia dos trezentos e o pensamento computacional. A implementação de ferramentas digitais, como Mentimeter, Google Forms e Scratch, demonstrou ser um catalisador para o engajamento dos alunos, transformando a sala de aula em um ambiente dinâmico e interativo. Essa mudança de paradigma, que se distancia da tradicional concepção bancária de educação, permitiu que os estudantes assumissem um papel protagonista em seu próprio aprendizado, alinhando-se com as teorias de autores como Papert e Freire.

A aplicação de estratégias como a construção do quadro de casos de discriminante em grupo e a resolução de problemas do mundo real, como o movimento de projéteis, evidenciou a importância de conectar a teoria à prática. Ao "pescarem" o conhecimento por si próprios, os alunos consolidaram conceitos complexos e desenvolveram habilidades essenciais, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a colaboração. Essa abordagem, que valoriza a construção do conhecimento, demonstra o potencial de transformação da educação quando alinhada com as necessidades e os desafios da sociedade contemporânea.

A introdução do pensamento computacional através do Scratch revelou-se uma ferramenta poderosa para o desenvolvimento da lógica de programação e da capacidade de abstração. Ao transformar problemas matemáticos em sequências lógicas de passos, os alunos não apenas aprimoraram seus conhecimentos algébricos, mas também desenvolveram habilidades como decomposição de problemas, algoritmização e reconhecimento de padrões. A personalização das rotinas e a descoberta de limitações da ferramenta proporcionaram momentos de reflexão e aprendizado, incentivando a validação e a análise crítica das soluções computacionais. Essa experiência prática, que se baseia nos quatro pilares do pensamento computacional de Brackmann e nos conceitos definidos por Brennan e Resnick, demonstra a relevância de integrar a tecnologia ao currículo escolar, preparando os alunos para os desafios da era digital.

A recuperação paralela e a avaliação por pares, aliadas ao acompanhamento individualizado dos alunos, demonstraram ser estratégias eficazes para melhorar o desempenho e reduzir a ansiedade dos estudantes. A possibilidade de uma segunda avaliação e o apoio mútuo entre colegas criaram um ambiente de aprendizado mais inclusivo e participativo, onde todos tiveram a oportunidade de avançar em seu próprio ritmo. Essa abordagem, que valoriza a individualidade e a colaboração, demonstra a importância de adaptar as estratégias pedagógicas às necessidades específicas de cada aluno, promovendo um aprendizado mais significativo e equitativo.

Em síntese, a análise detalhada das abordagens pedagógicas implementadas revela um estudo de caso inspirador de como a educação pode ser transformadora quando alinhada com as teorias e práticas pedagógicas mais relevantes. A combinação de estratégias inovadoras, contextualização do ensino e desenvolvimento de habilidades do século XXI resultou em avanços notáveis no desempenho e na compreensão dos alunos, evidenciando o potencial da educação para preparar os estudantes para os desafios do futuro. A pesquisa em questão, portanto, contribui para o campo da educação ao demonstrar a eficácia de abordagens pedagógicas que valorizam a aprendizagem ativa, a colaboração e a contextualização do conhecimento, oferecendo registros valiosos para a prática docente.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou responder à questão investigativa: "Como a utilização de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional podem contribuir na aprendizagem de equações polinomiais do 2º grau?". Os resultados obtidos a partir da análise dos encontros indicam que a integração dessas abordagens promoveu uma aprendizagem ativa e construcionista, conforme apontam Freire (2018), Elmôr-Filho et al. (2019), Papert (2008), Brackmann (2017) e Brennan & Resnick (2012). As estratégias utilizadas não apenas facilitaram a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também transformaram a relação dos estudantes com a disciplina, tornando-a mais dinâmica e interativa.

No que se refere à aprendizagem ativa, a pesquisa reforçou a crítica de Freire (2018) à educação "bancária", na qual o estudante é um mero receptor passivo de informações. Em contraste, a utilização de abordagens problematizadoras incentivou a participação ativa dos alunos, promovendo a construção do conhecimento de forma dialógica e reflexiva. Essa perspectiva encontra respaldo em Elmôr-Filho et al. (2019), que defendem que ambientes interativos e colaborativos são essenciais para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes.

O pensamento computacional também desempenhou um papel fundamental na construção do conhecimento matemático. A pesquisa demonstrou que a utilização do Scratch, alinhada aos princípios do construcionismo de Papert (2008), permitiu que os alunos manipulassem conceitos matemáticos de forma prática e exploratória. Brennan & Resnick (2012) destacam que o pensamento computacional envolve habilidades essenciais, como decomposição de problemas e abstração, que foram observadas no progresso dos estudantes ao longo das atividades. Além disso, a pesquisa corrobora os apontamentos de Brackmann (2017), que enfatiza a relevância do pensamento computacional na estruturação do raciocínio lógico e na resolução de problemas.

A aplicação das estratégias desenvolvidas demonstrou um impacto positivo na aprendizagem dos estudantes, evidenciado pelo aprimoramento na resolução de problemas e pela maior segurança ao lidar com equações polinomiais do 2° grau. No entanto, desafios também foram identificados, como a irregularidade na frequência de alguns alunos, a dependência de infraestrutura tecnológica e a demanda por um

acompanhamento individualizado mais intenso. Ainda assim, os benefícios superaram as dificuldades, evidenciando o potencial transformador dessa abordagem pedagógica.

O produto educacional desenvolvido a partir desta pesquisa representa uma proposta viável para a integração entre aprendizagem ativa e pensamento computacional no ensino da matemática. Espera-se que sua implementação sirva de inspiração para outros docentes que desejam inovar suas práticas pedagógicas. Para estudos futuros, sugere-se a ampliação dessas estratégias para diferentes etapas do Ensino Fundamental, iniciando-se já no 6º ano, conforme recomendado por Brackmann (2017), a fim de fortalecer o desenvolvimento do pensamento computacional ao longo da trajetória escolar e preparar os estudantes para os desafios do Ensino Médio e da sociedade digital contemporânea.

8. PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional desta pesquisa de mestrado é um guia didático para o para o ensino de equações polinomiais do 2° grau à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional. Como público-alvo, tem-se estudantes do 9° ano do Ensino Fundamental. A partir deste guia, você poderá analisar uma possibilidade de utilizar estratégias de aprendizagem ativa no ensino de conceitos matemáticos, em conjunto com o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao pensamento computacional. Consulte o Apêndice I para visualizar o produto educacional completo.

9. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Sara Gomes da Silva de. **Matemática e tecnologia: a utilização de softwares educacionais no processo de ensino de frações**. 2022. 76 f. Monografia (Especialização) - Curso de Pós-Graduação Lato Sensu em Práticas Pedagógicas Para Professores, Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro de Itapemirim, 2022.

AZEVEDO, G. T.; LYRA, G. . **O uso da linguagem computacional Logo nas aulas de Geometria: Uma perspectiva investigativa.** *In*: Encontro Estadual de Didática e Práticas de Ensino (EDIPE), 2015, Goiânia. Didática e Currículo: Impactos de organismos Internacionais na escola e no trabalho docente, 2015.

BARDIN. Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Editora Edições 70, 1977.

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 2017. 226 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós Graduação em Informática na Educação, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRENNAN, K., & RESNICK, M. (2012). **New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking.** In Proceedings of the 2012 annual meeting of the American Educational Research Association (pp. 1-25).

CURY, Helena Noronha. Análise de Erros e Formação de Professores: Sugestões para Ensino e Pesquisa em Cursos de Licenciatura em Matemática. **Contexto e Educação**, Ijuí, v. 1, n. 76, p. 95-113, jul. 2006.

ELMÔR-FILHO, Gabriel; SAUER, Laurete Zanol; ALMEIDA, Nival Nunes; VILLASBOAS, Valquíria. **Uma Nova Sala de Aula é Possível: Aprendizagem Ativa na Educação em Engenharia.** - 1.ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.

FRAGELLI, Ricardo Ramos. **Trezentos: aprendizagem ativa e colaborativa como uma alternativa ao problema da ansiedade em provas.** Revista Eletrônica Gestão & Saúde, Brasília, v. 6, p. 860-872, abr. 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2018.

_____. **Pedagogia da autonomia: saberes necessário à prática educativa.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

LODI, Michael; MARTINI, Simone. **Computational Thinking, Between Papert and Wing.** Science & Education, [S.L.], v. 30, n. 4, p. 883-908, 28 abr. 2021. Springer Science and Business Media LLC. http://dx.doi.org/10.1007/s11191-021-00202-5.

MASSA, Nayara Poliana; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; SANTOS, Josely Alves dos. **O construcionismo de Seymour Papert e os computadores na educação.** Cadernos da Fucamp, São Paulo, v. 21, n. 53, p. 110-122, 25 out. 2022.

MENDES, Rosana Maria; MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. A análise de conteúdo como uma metodologia. **Cadernos de Pesquisa**, [S.L.], v. 47, n. 165, p. 1044-1066, set. 2017. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/198053143988.

MIT NEWS. **Professor Emeritus Seymour Papert, pioneer of constructionist learning, dies at 88.** Cambridge, Massachusetts, 2016. Disponível em: https://news.mit.edu/2016/seymour-papert-pioneer-of-constructionist-learning-dies-0801.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 2008.

PEI, Christina (Yu); WEINTROP, David; WILENSKY, Uri. Cultivating Computational Thinking Practices and Mathematical Habits of Mind in Lattice Land. **Mathematical Thinking And Learning**, [S.L.], v. 20, n. 1, p. 75-89, 2 jan. 2018. Informa UK Limited. http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2018.1403543.

PRENSKY, M.: **Digital Natives Digital Immigrants.** In: PRENSKY, Marc. On the Horizon. NCB University Press, v. 9 n. 5, October 2001.

RAMALHO, Bruno Hélio dos Santos. **Programação na formação dos professores de matemática: ensinando matemática com Scratch**. 2022. 81 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2022.

RESNICK, M., & ROSENBAUM, E. (2013). **Designing for tinkerability.** In Design, make, play (pp. 163-181). Routledge.

RESNICK, M; MALONEY, J; MONROY-HERNÁNDEZ; RUSK, N; EASTMOND, E; BRENNAN, K; KAFAI, Y. (2009). **Scratch: programming for all.** Communications of the ACM, 52(11), 60-67.

TCHOUNIKINE, P. **Initier les élèves à la pensée informatique et à la programmation avec Scratch**. [S. l.], v. 2, p. 1-36, 2017.

10. APÊNDICES

10.1. APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar como voluntário em uma pesquisa. Após ser esclarecido(a) sobre as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é a do pesquisador responsável.

Desde logo fica garantido o sigilo das informações. Em caso de recusa, você não será penalizado(a) de forma alguma.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Título do projeto: **Ensino de equações polinomiais do 2° grau: uma abordagem pedagógica à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional**.

Pergunta investigativa: **Como a utilização de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional podem contribuir na aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau?**

Pesquisa vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, em nível de Mestrado Profissional, acerca do tema *Ensino de equações polinomiais do 2° grau: uma abordagem pedagógica à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional*, a qual será desenvolvida sob a responsabilidade do pesquisador Emanuel Orlandi, sob a orientação da Profa. Dr. Carine Geltrudes Webber, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Basílio Tcacenco, situada no município de Caxias do Sul - RS.

Os sujeitos são convidados a participar da pesquisa como voluntário, tendo a liberdade para recusar-se ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalidade alguma e sem prejuízo ao seu cuidado. Não há nenhum ganho, ressarcimento, indenização financeira, risco, prejuízo ou desconforto que possam ser provocados aos sujeitos da pesquisa. Oferecemos a garantia de esclarecimentos, antes e durante o curso da pesquisa e, sobretudo garantimos o sigilo que assegura a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa.

A coleta de dados será realizada a partir dos **relatórios do último minuto, dos exercícios em sala de aula, dos grupos com tarefas diferentes, das construções**

realizadas no Scratch, dos trabalhos referentes a construção de conceitos, das apresentações de trabalhos e de registros escritos.

O resultado do trabalho poderá contribuir para **auxiliar futuros professores de Matemática no ensino de Equações Polinomiais do 2° grau e no desenvolvimento do pensamento computacional com estudantes.**

Para esclarecimentos com relação às dúvidas éticas do projeto, você poderá entrar em contato com o pesquisador por e-mail: emanuelorlandi09@gmail.com ou por telefone (54) 99624-5904.

Pesquisador Emanuel Orlandi

10.2. APÊNDICE B - CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS

Eu, _____ RG _____, responsável por _____ abaixo assinado, concordo em que _____ participe do estudo sobre o tema *Ensino de equações polinomiais do 2° grau: uma abordagem pedagógica à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional.*

Fui devidamente informado(a) e esclarecido (a) pelo pesquisador **Emanuel Orlandi** sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido o sigilo das informações e que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Local e data: _____/ _____ / _____

Assinatura do responsável: _____

RG: _____

CPF: _____

Pesquisador Emanuel Orlandi

10.3. APÊNDICE C - TERMO DE ANUÊNCIA

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Basílio Tcacenco, situada na cidade de Caxias do Sul/RS, autoriza o professor/pesquisador Emanuel Orlandi, orientado pela Dra. Carine Geltrudes Webber, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, a desenvolver a pesquisa que é parte da dissertação do mestrado **Equações polinomiais do 2° grau: uma abordagem pedagógica à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional.** A prática didática terá como participantes os estudantes das turmas 91 e 92 e será realizada nas dependências do educandário, tomando ciência de que as informações e os dados produzidos serão utilizados, unicamente, para fins de pesquisa, sem quaisquer riscos ou danos aos docentes e discentes participantes ou à Instituição.

Caxias do sul, 20 de maio de 2024.

_____ _____

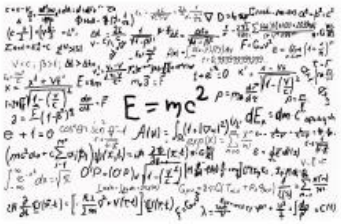
Assinatura do pesquisador Assinatura e carimbo da instituição

10.4. APÊNDICE D - RESULTADO DO QUESTIONÁRIO NO SOCRATIVE

1. São características de uma equação, EXCETO:

1/22	A	Sinal de igualdade
0/22	B	Primeiro membro
0/22	C	Segundo membro
18/22	D	Abscissa e ordenada iguais
3/22	E	Incógnita

2. $4x + 5 = 0$ é uma equação?



17/22	T	True
5/22	F	False

3. Quando resolvemos uma equação e encontramos o valor da incógnita que torna a sentença verdadeira este valor é chamado de:

3/22	A	x
1/22	B	Variável
17/22	C	Solução
1/22	D	Igualdade

4. Quais das alternativas abaixo não é uma equação?

0/22	A	$7x + 2 = 3x + 5$
4/22	B	$x^2 - x + 2 = 36$
2/22	C	$19x = 51 + x$
16/22	D	$6x - 4$

5. Em uma equação polinomial do 2° grau o coeficiente *a* precisa ser diferente de 0.

16/22	T	True
6/22	F	False

6. Quando ao menos um dos coeficientes *a* ou *b* valem 0 em uma equação polinomial do 2° grau dizemos que ela é completa.

10/22 T True

12/22 F False

10.5. APÊNDICE E – RESUMO EQUAÇÃO MOVIMENTO QUEDA LIVRE

Você sabe quem foi Galileu Galilei?

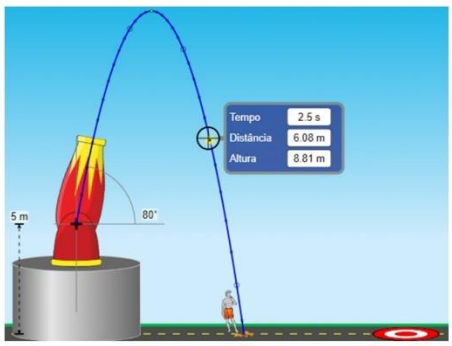
Galileu Galilei foi um importante astrônomo, físico e matemático italiano. Ele é considerado um marco da revolução científica nas áreas da física e da astronomia. Os estudos de Galileu foram fundamentais para o desenvolvimento da mecânica (movimento dos corpos) e a descoberta sobre os planetas e os satélites. Neste caso, destaca-se o seu estudo a respeito do movimento queda livre, o qual foi associado a uma equação do segundo grau

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

na qual tem-se:
h = altura
g = aceleração da gravidade 10 m/s²
t = tempo

Em resumo, pode-se ler a equação da seguinte maneira: a altura de um corpo em queda livre é determinada pela metade do produto entre a gravidade e o tempo de queda elevado ao quadrado.

Na imagem a seguir é possível observar uma simulação de um projétil sendo lançado de um canhão e entrando em queda livre, cuja trajetória forma uma **parábola** e a altura é determinada pela equação vista anteriormente.



10.6. APÊNDICE F - TRABALHO AVALIATIVO

1. Determine o valor dos coeficientes *a, b* e *c* das equações do 2º grau a seguir:

Equação	a	b	c
$x^2 + 2x + 4 = 0$			
$-x^2 + 7x = 0$			
$0,3x^2 + 1,7x + 9 = 0$			

2. Classifique as equações do 2º grau a seguir em completa ou incompleta marcando com um X na coluna correta:

Equação	Completa	Incompleta
$x^2 + 5x + 25 = 0$		
$x^2 - 36 = 0$		
$-6x^2 + 12x = 0$		

3. Determine as soluções/raízes das equações a seguir (se existirem) por meio da fórmula quadrática.

a) $x^2 + 6x + 9 = 0$ b) $x^2 - x - 6 = 0$ c) $x^2 + 4x + 1 = 0$

4. Calcule o valor do *discriminante* das equações a seguir e indique o número de soluções:

a) $x^2 + 12x + 36 = 0$ b) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$ c) $x^2 + 5x + 25 = 0$

5. Você já deve ter ouvido falar da 2º Guerra Mundial. Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Carla falou a seguinte frase: "A duração desta Guerra em anos é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$". Qual é o tempo de duração da 2º Guerra Mundial em anos?

6. Em uma empresa do ramo da construção civil, o custo de produção, em milhares de reais, de *n* caçambas iguais é calculado pela expressão $C(n) = n^2 – n + 10$.

Se o custo foi de 66 mil reais, então, o número de caçambas utilizadas na produção foi:

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

10.7. APÊNDICE G - RECUPERAÇÃO PARALELA METODOLOGIA DOS TREZENTOS

1. Determine o valor dos coeficientes *a, b* e *c* das equações do 2° grau a seguir:

Equação	a	b	c
$0,5x^2 - x + 2 = 0$			
$x^2 + 12 = 0$			
$3x^2 - 2x + 11 = 0$			

2. Classifique as equações do 2° grau a seguir em completa ou incompleta marcando com um X na coluna correta:

Equação	Completa	Incompleta
$x^2 - 36 = 0$		
$3x^2 + 12x = 0$		
$5x^2 + x + 20 = 0$		

3. Determine as soluções/raízes das equações a seguir (se existirem) por meio da fórmula quadrática.

a) $x^2 - 2x + 1 = 0$ b) $2x^2 - x + 1 = 0$ c) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

4. Calcule o valor do *discriminante* das equações a seguir e indique o número de soluções:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $x^2 - 4x + 4 = 0$ c) $x^2 + 4x + 5 = 0$

5. Você já deve ter ouvido falar da 1° Guerra Mundial. Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Daniela falou a seguinte frase: "A duração desta Guerra em anos é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 5x + 4 = 0$". Qual é o tempo de duração da 1° Guerra Mundial em anos?

6. Em uma empresa do ramo da construção civil, o custo de produção, em milhares de reais, de *n* caçambas iguais é calculado pela expressão $C(n) = n^2 – n + 2$.

Se o custo foi de 4 mil reais, então, o número de caçambas utilizadas na produção foi:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

10.8. APÊNDICE H – SEQUÊNCIA DIDÁTICA DA PESQUISA

PLANEJAMENTO

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Nome do docente: Emanuel Orlandi
Componente curricular: Matemática
Turma: 9° ano do Ensino Fundamental
Carga horária semanal: 5h.a. de 50 minutos
Turno: Manhã
Número de estudantes: 30

Competências BNCC

C.E 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
C.E 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Habilidade BNCC

(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Quadro 17. Organização dos planos de aula.

Resultados de aprendizagem esperados	Conteúdo programático	Desenvolvimento
Relembrar o conceito de solução/raiz de uma equação. Compreender a lei geral de uma equação polinomial do 2° grau. Classificar os coeficientes de uma equação polinomial do 2° grau. Interpretar e aplicar a fórmula quadrática. Aplicar a fórmula resolutiva de uma equação polinomial do 2° grau. Entender o conceito de discriminante e a sua importância na fórmula quadrática. Compreender os diferentes casos de discriminante e a sua relação com o número de soluções da equação. Identificar os principais blocos programáveis do Scratch e compreendê-los. Construir rotinas e algoritmos no caderno e no Scratch. Montar rotinas no Scratch que forneçam informações ao usuário conforme dados informados. Desenvolver habilidades básicas do pensamento computacional.	Características de uma equação polinomial do 2° grau. Solução de uma equação polinomial do 2° grau por meio da fórmula quadrática. Discriminante de uma equação polinomial do 2° grau. Aplicações das equações polinomiais do 2° grau. Pensamento computacional.	Revisão inicial sobre o conceito de solução/raiz de uma equação. Discussão sobre as características de uma equação polinomial do 2° grau. Análise da equação geral de uma equação polinomial do 2° grau. Valor numérico de uma expressão algébrica. Resolução de uma equação polinomial do 2° grau por meio da fórmula quadrática. Revisão de conceitos no Socrative. Resolução de exercícios em sala de aula (*in-class exercises*). Análise do discriminante. Aplicações das equações. Simulações de equações e aplicações no PhET Colorado. Grupos com Tarefas Diferentes (GDT). Avaliação pela Metodologia dos Trezentos. Investigação orientada no Scratch. Construção de rotinas no Scratch que forneçam ao usuário informações conforme dados solicitados. Apresentação das rotinas.

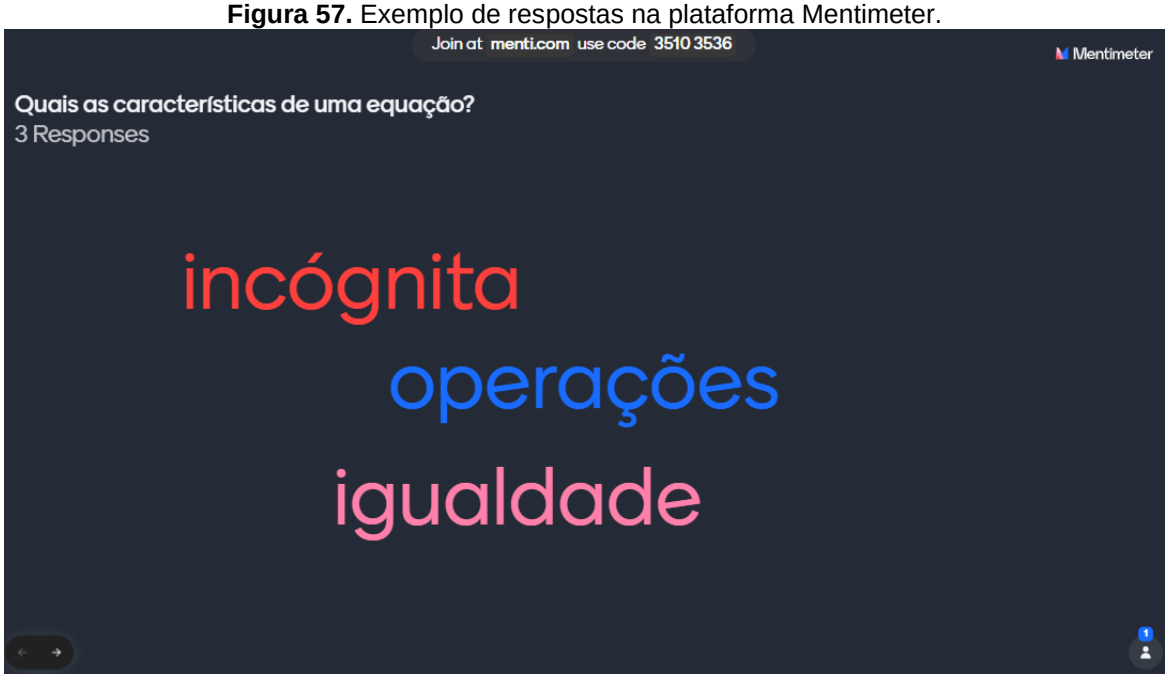
SEMANA 1

1° encontro (1h.a.)

Quais são as características de uma equação?

A partir deste questionamento os estudantes podem expressar as suas concepções prévias a respeito do conteúdo a ser estudado e escrever três palavras no Mentimeter. O Mentimeter é uma plataforma que possibilita a criação de apresentações em slides interativas. O professor pode criar a sua apresentação pelo https://www.mentimeter.com/ e disponibilizar o código de acesso para os estudantes acessarem pelo https://www.menti.com/. Veja o exemplo a seguir em que um estudante já registrou as suas três respostas:

Figura 57. Exemplo de respostas na plataforma Mentimeter.

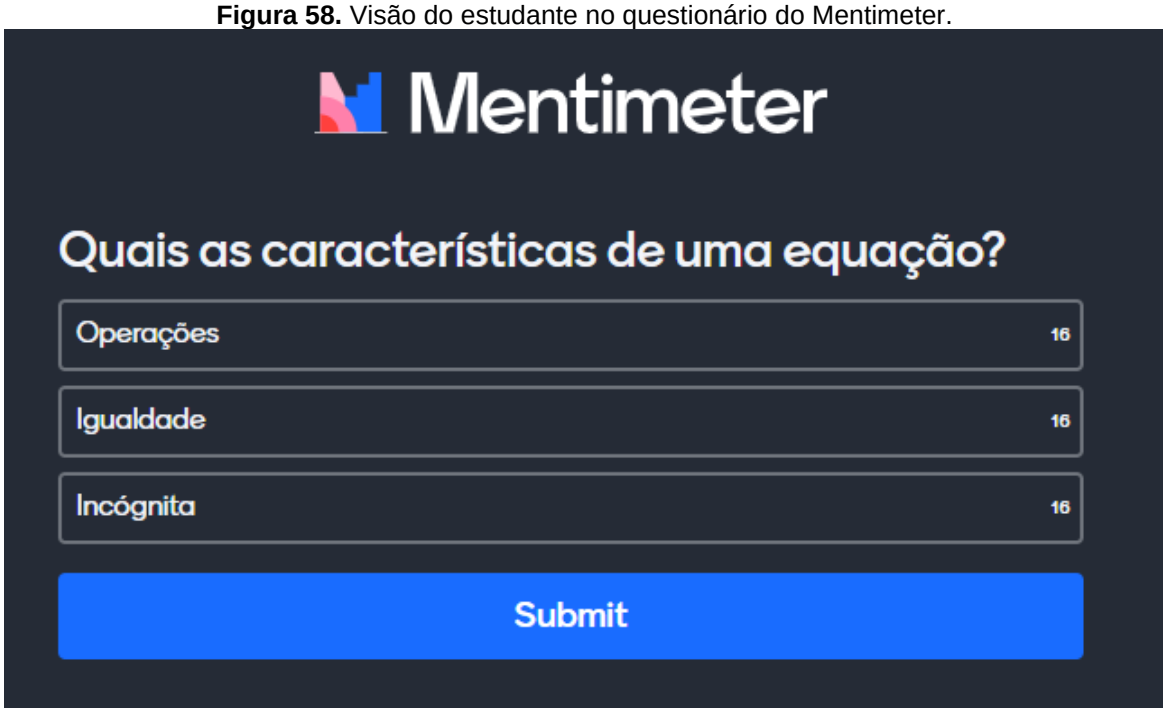


Fonte: O autor.

Vale destacar que as palavras estão neste formato porque foi selecionada a opção de nuvem de palavras ou *word cloud.*

A imagem a seguir mostra a visualização que o estudante tem após acessar o link e inserir o código gerado pelo professor.

Figura 58. Visão do estudante no questionário do Mentimeter.



Fonte: O autor.

Por meio deste recurso, pode-se verificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do tema e eventuais erros conceituais. Destaca-se a questão do anonimato das respostas, possibilitando um debate com menor receio de ser julgado pelo colega.

Mas afinal, o que é uma equação?

A equação é uma sentença matemática que possui igualdade entre duas expressões algébricas e uma ou mais incógnitas (valores desconhecidos) que são expressadas por letras.

Características de uma equação

- Sinal de igualdade
- Primeiro membro (antes da igualdade)
- Segundo membro (depois da igualdade)
- Incógnita

Exemplo

$2x - 6 = 2$

Primeiro membro: $2x - 6$

Segundo membro: 2

Possui sinal de igualdade e “x” é a incógnita.

Logo, $2x – 6 = 2$ é uma equação.

Agora é a sua vez!

Diga quais dos exemplos a seguir são equações e, caso entenda que não é equação, explique o motivo:

$1 + 7 = 8$

$4x + 2$

$3x^2 - 7x$

$2 + 3 = 5$

$5x + 2 = 3x + 9$

$6x - 4$

$x^2 + 3x - 1 = 0$

$2x + 3$

***One minute paper* (relatório do último minuto)**

Neste momento os estudantes devem fazer uma síntese dos conceitos mais importantes que foram abordados em aula e responder às seguintes questões:

- Qual foi o conceito mais interessante que você aprendeu durante a aula?
- Qual o exemplo mais significativo da aula para você?
- Qual a sua principal dúvida sobre as situações abordadas durante a aula?
- Você tem curiosidade em ver aplicações das equações do 2° grau?
- Deixe a sua opinião sobre esta aula.

As questões foram disponibilizadas pelo *Google Forms*, conforme link a seguir ou *Qr-Code*: https://forms.gle/VDxJiAMvtXH3s3XH9.

2° encontro (2h.a.)

Este encontro se inicia com a discussão a respeito das respostas recebidas via *Google Forms* e, em caso de dúvidas, devem ser discutidas neste momento.

Equação Polinomial do 2° grau

Uma equação polinomial é dita do 2° grau, na variável *x*, quando está escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ (questionar aos estudantes porque o coeficiente *a* não pode ser 0) e *a*, *b* e *c* constantes. Os números *a*, *b* e *c* são os **coeficientes** da equação.

Exemplo

Na equação $2x^2 + 23x - 39 = 0$ temos que $a = 2$, $b = 23$ e $c = 39$.

Agora preciso da sua ajuda para identificar os **coeficientes** das seguintes equações:

a) $x^2 - 11x + 12 = 0$

b) $-2x^2 + 5x = 0$

c) $x^2 + 7 = 0$

Importante: quando todos os coeficientes forem números **diferentes de zero**, dizemos que a equação é **completa**. Caso os coeficientes *b* ou *c* sejam **zero**, a equação é dita **incompleta**.

Valor numérico de uma expressão algébrica

Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica nada mais é do que substituir a incógnita por um valor conhecido. Por exemplo, se a equação que determina quantidade de água em um reservatório, em litros, *t* horas após o escoamento é dada por **$V = 50(10 – t)^2$**, o valor numérico desta expressão quando *t = 1* é:

$$V = 50(10 - 1)^2$$
$$V = 50(9)^2$$
$$V = 50 \times 81$$
$$V = 4.050L$$

Logo, após uma hora decorrida do início do esvaziamento do reservatório que possui 5.000L de água o seu nível ficará em 4.050L.

A fim de promover a reflexão dos estudantes acerca do problema, questionar: o que acontece se t > 10? Qual problema é possível perceber aqui?

Exemplos

Vamos calcular o **valor numérico** das expressões algébricas a seguir quando x = 0, x = 1 e x = 2:

a) $x^2 - 8x + 15$
b) $x^2 - 11x + 12$
c) $x^2 + 2x + 1$

Como encontrar a solução de uma equação polinomial do 2° grau?

Definição: Os valores reais de “x” que satisfazem a equação são chamados de **raízes**, ao passo que o conjunto formado pelas raízes é o **conjunto solução** da equação.

Por exemplo, na equação $3x^2 + 4x + 1 = 0$, substituindo *x* por -1, obtemos:

$$3(-1)^2 + 4(-1) + 1 = 0$$

$$3 - 4 + 1 = 0$$

$$0 = 0$$

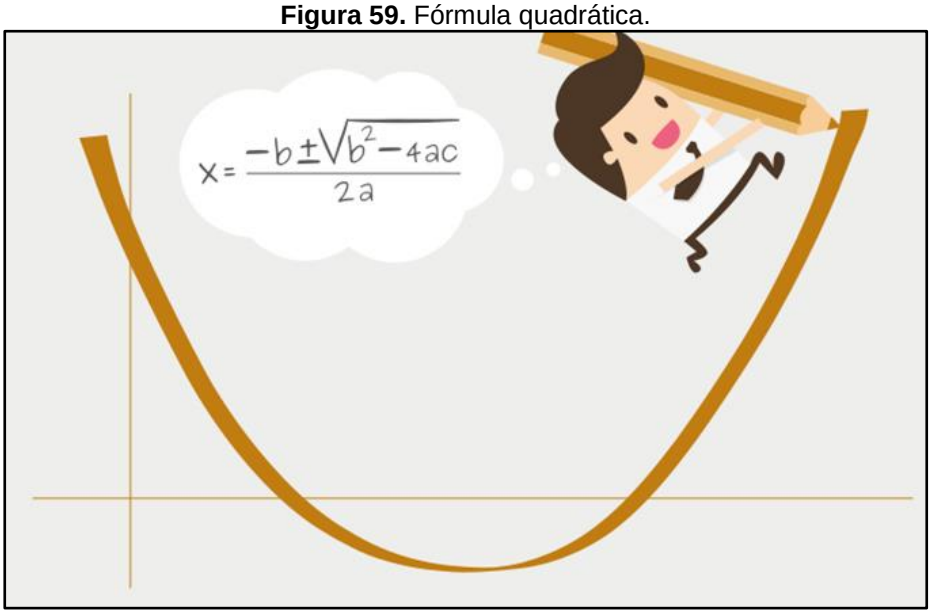
A sentença é verdadeira, logo -1 é uma raiz (ou solução) da equação.

Como surgiu a fórmula resolutiva de uma equação do 2° grau?

Para esta discussão, sugere-se a utilização do vídeo do Canal Matemática Rio com Prof. Rafael Procópio, o qual conta um pouco do contexto em que este método de resolução surgiu e porque apenas no Brasil ele é chamado de “Fórmula de Bhaskara”. Link: https://www.youtube.com/watch?v=A280b9MOPls.

Para encontrar a solução de uma equação do 2° grau completa ou incompleta é possível utilizar a fórmula indicada na Figura 11.

Figura 59. Fórmula quadrática.



Fonte: MIPEDES. Disponível em https://www.mipedes.com.br/2018/01/formula-e-de-bhaskara.html

Existe uma demonstração matemática que prova que esta fórmula é válida para encontrar a solução de qualquer equação do 2° grau. Entretanto, neste momento nos interessa apenas saber aplicar a fórmula e compreendê-la.

Dentro desta fórmula chamamos a parte que está dentro da raiz quadrada de *discriminante*, indicando-o pela letra grega *delta*.

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

Neste sentido, também é possível interpretar a fórmula da seguinte maneira:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Utilizamos x’ e x’’ para separar as duas raízes que, em alguns casos, serão iguais.

Exemplo. Na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ temos que *a* = 1, *b* = -5 e *c* = 6. Daí temos que:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x' = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Logo, o conjunto solução desta equação é S = {2, 3}.

Agora vamos testar para as seguintes equações. Lembrando que podemos calcular o discriminante separadamente se preferirmos.

a) $x^2 - 11x + 28 = 0$

b) $x^2 + 8x + 15 = 0$

c) $x^2 - 6x + 8 = 0$

d) $x^2 - x - 6 = 0$

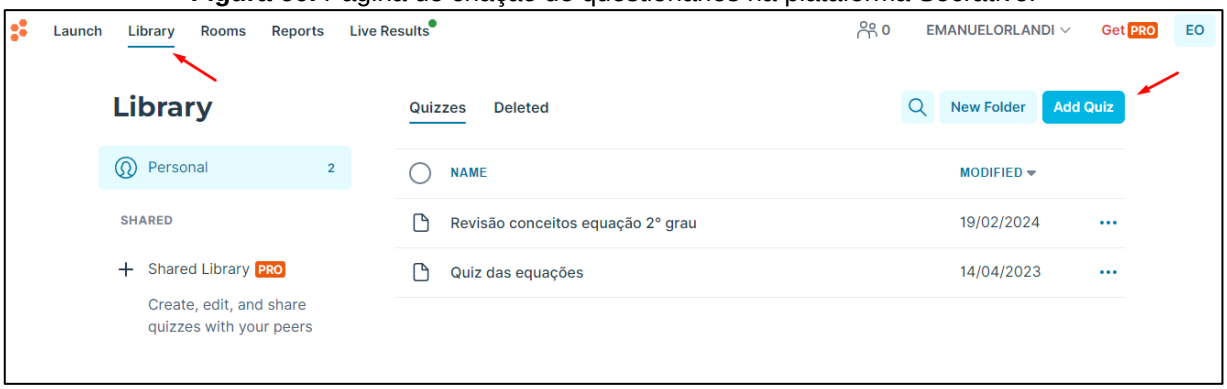
3° encontro (2h.a.)

Verificando o aprendizado dos conceitos por meio do Socrative

Realizada a revisão do conceito de equação e estudadas as características de uma equação polinomial do 2° grau, bem como a sua fórmula resolutiva, a próxima etapa é validar o aprendizado dos mesmos. Pensando nisso, é possível utilizar a plataforma Socrative que, assim como o Kahoot, permite a aplicação de questionários; porém, sua principal diferença é que ele permite a inserção de perguntas mais longas, com alternativas também maiores. Diante disso, é possível o professor utilizá-la com uma certa restrição no número de questionários, de maneira gratuita, por meio do endereço https://www.socrative.com/.

Após a inscrição na plataforma, já se pode realizar a criação dos questionários, conforme aba destacada na Figura 64.

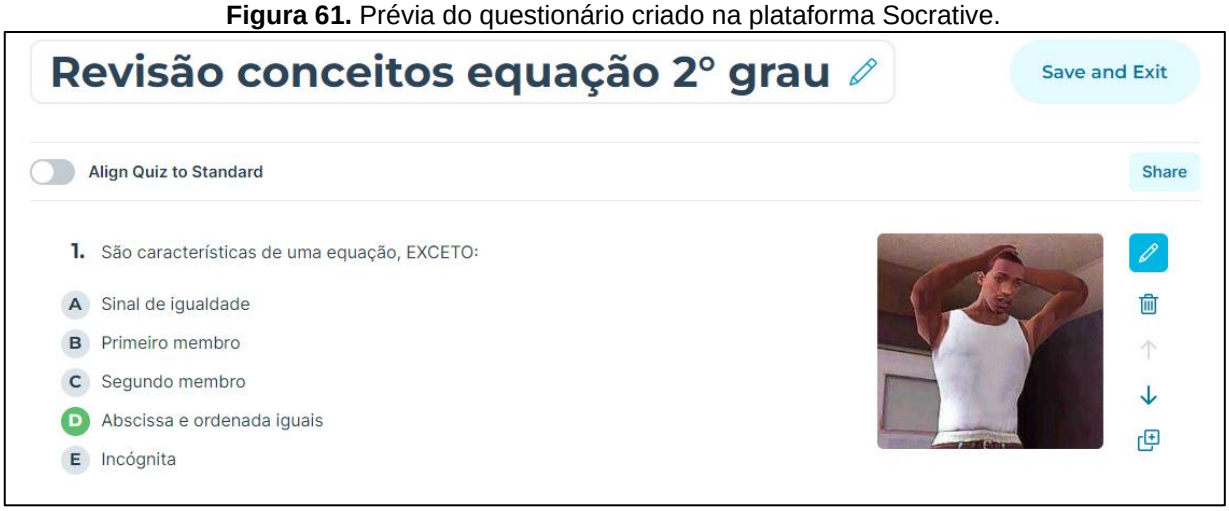
Figura 60. Página de criação de questionários na plataforma Socrative.



Fonte: O autor.

A revisão dos conceitos foi criada com questões de múltipla escolha e de verdadeiro ou falso, conforme prévia apresentada na Figura 65.

Figura 61. Prévia do questionário criado na plataforma Socrative.

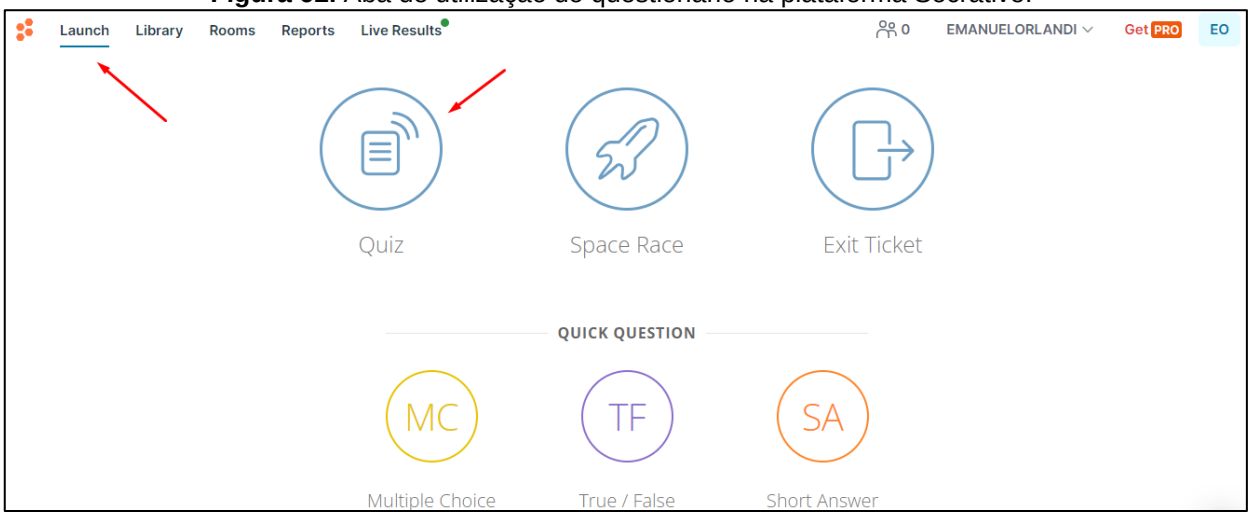


Fonte: O autor.

Nesta etapa da construção do questionário é possível inserir imagens que sejam relacionadas ao assunto da questão ou que tenham um viés de divertir a atividade, remetendo a algo de interesse do estudante.

Com o questionário já pronto, o docente pode utilizá-lo a partir da aba *Launch* e com a opção *Quiz*, conforme indicado na Figura 66.

Figura 62. Aba de utilização do questionário na plataforma Socrative.



Fonte: O autor.

Em seguida, é necessário selecionar o banco de questões que se deseja utilizar:

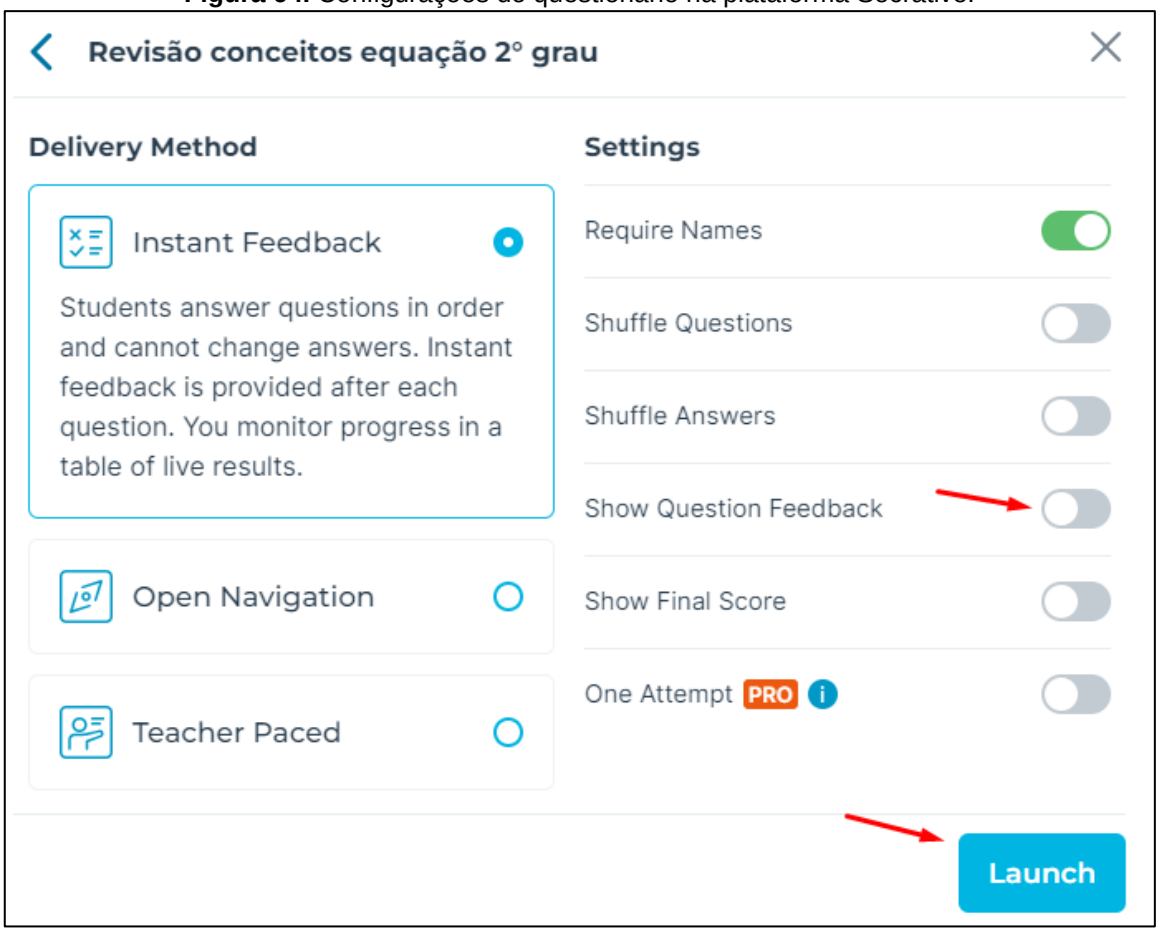
Figura 63. Seleção do banco de questões a ser utilizado na plataforma Socrative.

Fonte: O autor.

Feito isso, basta configurar o questionário para liberar o acesso aos estudantes. Nesta etapa é possível remover a opção de mostrar o *feedback* imediato, o qual apresenta se o estudante acertou ou não a questão. Isso auxilia o professor para que

caso a turma não atinja um percentual mínimo de acertos, os estudantes realizem novamente o teste, sem passarem as respostas uns aos outros, até que o percentual desejado seja atingido.

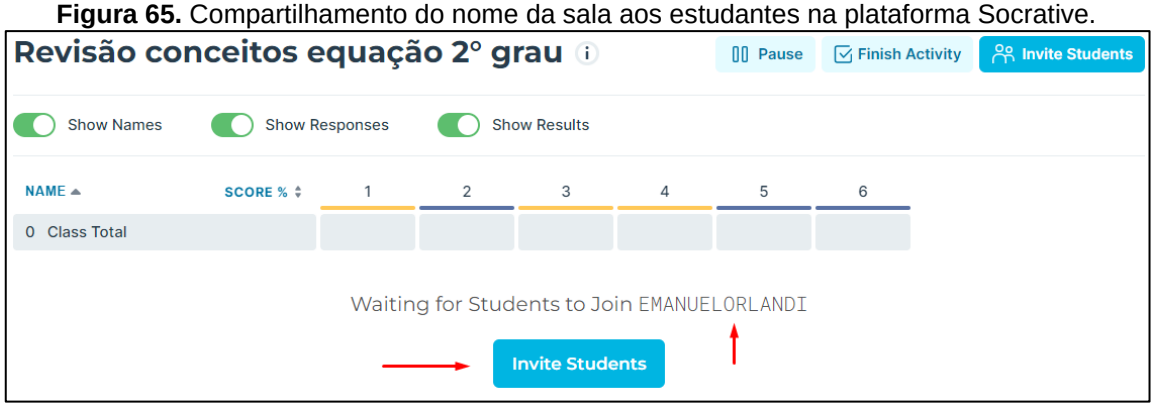
Figura 64. Configurações do questionário na plataforma Socrative.



Fonte: O autor.

Diante disso, o professor deve informar o nome da sala aos estudantes e iniciar questionário.

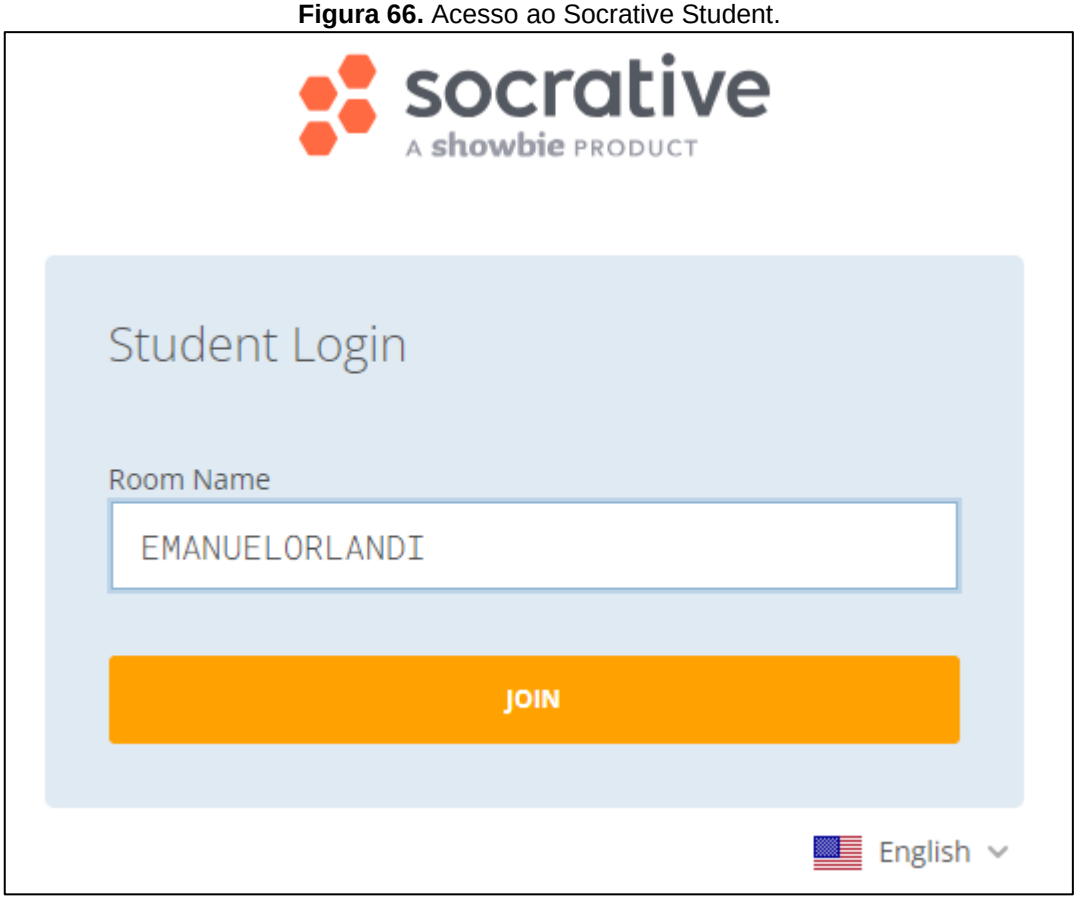
Figura 65. Compartilhamento do nome da sala aos estudantes na plataforma Socrative.



Fonte: O autor.

Já os estudantes devem acessar o link do Socrative Student (https://b.socrative.com/login/student/) e informar o nome da sala e o seu nome completo, a fim de que o professor consiga emitir o relatório para posterior avaliação.

Figura 66. Acesso ao Socrative Student.



Fonte: O autor.

Assim sendo, diante da possibilidade, esta atividade pode ser analisada por meio do relatório gerado pela própria plataforma Socrative, em que serão observadas as respostas de cada estudante em cada questão, a fim de validar a compreensão ou não dos conceitos estudados até o momento.

Exercícios em sala de aula (*in-class exercises*)

Neste momento os estudantes precisam ser organizados em trios para resolverem os exercícios selecionados. Ao término do prazo para entrega das atividades, o professor deve sortear um integrante do grupo para entregar a resolução feita pela equipe (por conta disso todos precisam ter a resolução em seu caderno). A entrega da resolução pelos estudantes pode ser parte da avaliação somativa e a sua participação ativa no processo de resolução com o grupo pode ser parte da avaliação formativa.

1. Indique o valor de cada um dos coeficientes *a*, *b* e *c* nas equações a seguir. Escreva as equações na sua forma padrão $ax^2 + bx + c = 0$ e em seguida as classifique em completa ou incompleta.

a) $-3x^2 + 5 = 0$

b) $x^2 + 2x + 4 = 0$

c) $2x^2 = 5 - x$

d) $x^2 - 10x = 1$

2. A partir da fórmula quadrática, encontre o conjunto solução das equações a seguir:

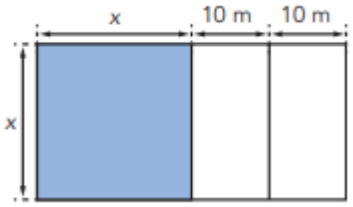
a) $5x^2 + 4x + 1 = 0$

b) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

c) $-x^2 + 9x + 20 = 0$

d) $2x^2 - 3x – 2 = 0$

3. (Embraer-SP) A um terreno quadrado, de lado x, foram anexadas duas regiões retangulares congruentes, conforme mostra a figura, formando um terreno retangular de área igual a 800 m².



Nessas condições, é correto afirmar que a medida do lado do terreno quadrado original, indicada por x na figura, é, em metros, igual a:

a) 36.

b) 30.

c) 20.

d) 18.

4. A figura representa um canteiro retangular, cujas medidas de comprimento e de largura, em metros, são, respectivamente, x e 2x + 1.

Para que esse canteiro tenha área de 210 m², o valor de x deverá ser igual a:

a) 5

b) 7

c) 10

d) 21

SEMANA 2

4° encontro (1h.a.)

Este encontro é destinado a ver como é possível saber o número de soluções de uma equação do 2° grau a partir do seu *discriminante.* Para isso, antes de montarem o Quadro 18 e analisarem o número de soluções conforme o seu valor, os estudantes devem ser organizados em seis grandes grupos. Cada grupo deverá resolver as equações a seguir e analisar qual o número de soluções, procurando estabelecer uma relação com o valor do discriminante. Em seguida, um integrante de cada grupo apresenta para o restante da turma a percepção do seu grupo a respeito do desafio proposto.

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x^2 + 4x + 5 = 0$

c) $x^2 - 3x + 2 = 0$

d) $2x^2 + x + 1 = 0$

e) $2x^2 + 4x + 2 = 0$

f) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

Resolvidas as equações e realizada a discussão, é possível montar um resumo com os casos possíveis de discriminante e a sua relação com o número de soluções.

Quadro 18. Casos possíveis de discriminante ou delta.

Casos possíveis	Número de soluções da equação
$\Delta < 0$	Não possui raiz real
$\Delta = 0$	Duas raízes reais e iguais
$\Delta > 0$	Duas raízes reais e diferentes

5° encontro (2h.a.)

Exercícios em sala de aula (*in-class exercises*)

Neste momento os estudantes devem ser organizados em trios e resolverem os exercícios selecionados. Ao término do prazo para entrega das atividades, o professor

deve sortear um integrante do grupo para entregar a resolução feita pela equipe (por conta disso todos precisam ter a resolução em seu caderno), assim como realizado no 3° encontro.

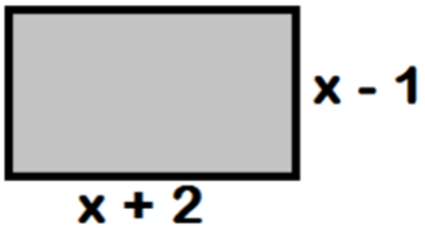
1. Qual é o valor do discriminante da equação $-5x^2 + 10x - 5 = 0$? Analisando o discriminante, quantas raízes possui a equação?

2. Ao calcular o delta da equação $x^2 + 2x + 1 = 0$, podemos concluir que:
a) Delta é maior que zero, o que implica em duas raízes diferentes.
b) Delta é igual a zero, o que implica em duas raízes iguais.
c) Delta é menor que zero e não há solução para a equação.
d) Delta é igual a 1, o que implica em duas raízes positivas.
e) Delta é igual a 1, o que implica em duas raízes negativas.

3. Um professor de matemática fez um desafio para que seus alunos descobrissem a idade de seu filho. “A idade do meu filho é obtida pela seguinte equação: a diferença entre o quadrado e o quíntuplo de um número é igual a cinquenta". Que idade o filho do professor tem?

a) 13 anos b) 12 anos c) 11 anos d) 10 anos

4. Observe o retângulo a seguir, cujas dimensões são dadas em centímetro. Sabe-se que a área deste retângulo é igual a 40 cm². As medidas dos lados deste retângulo são:
a) 5 cm e 8 cm
b) 5 cm e 7 cm
c) 4 cm e 10 cm
d) 2 cm e 20 cm



5. O professor Emanuel propôs o seguinte desafio aos seus estudantes: "O tempo que dou aula nesta escola é igual ao produto das soluções da equação $x^2 - 9x + 20 = 0$". Os estudantes sabem que PRODUTO é uma multiplicação e que SOLUÇÃO da equação são os resultados x’ e x’’. Ao fazer alguns cálculos os estudantes chegaram ao resultado:

a) 12 anos b) 15 anos c) 20 anos d) 25 anos

6. Qual a maior raiz da equação $-2x^2 + 3x + 5 = 0$?

Durante o processo de resolução dos exercícios pelos grupos, sugere-se que o professor circule pela sala, a fim de observar eventuais dificuldades e auxiliar os estudantes, além de validar a participação ativa de todos os integrantes dos grupos.

6° encontro (2h.a.)

Nesta aula veremos exemplos de aplicação das equações do segundo grau.

Você sabe quem foi Galileu Galilei?

Galileu Galilei foi um importante astrônomo, físico e matemático italiano. Ele é considerado um marco da revolução científica nas áreas da física e da astronomia. Os estudos de Galileu foram fundamentais para o desenvolvimento da mecânica (movimento dos corpos) e a descoberta sobre os planetas e os satélites. Neste caso, destaca-se o seu estudo a respeito do movimento queda livre, o qual foi associado a uma equação do segundo grau

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

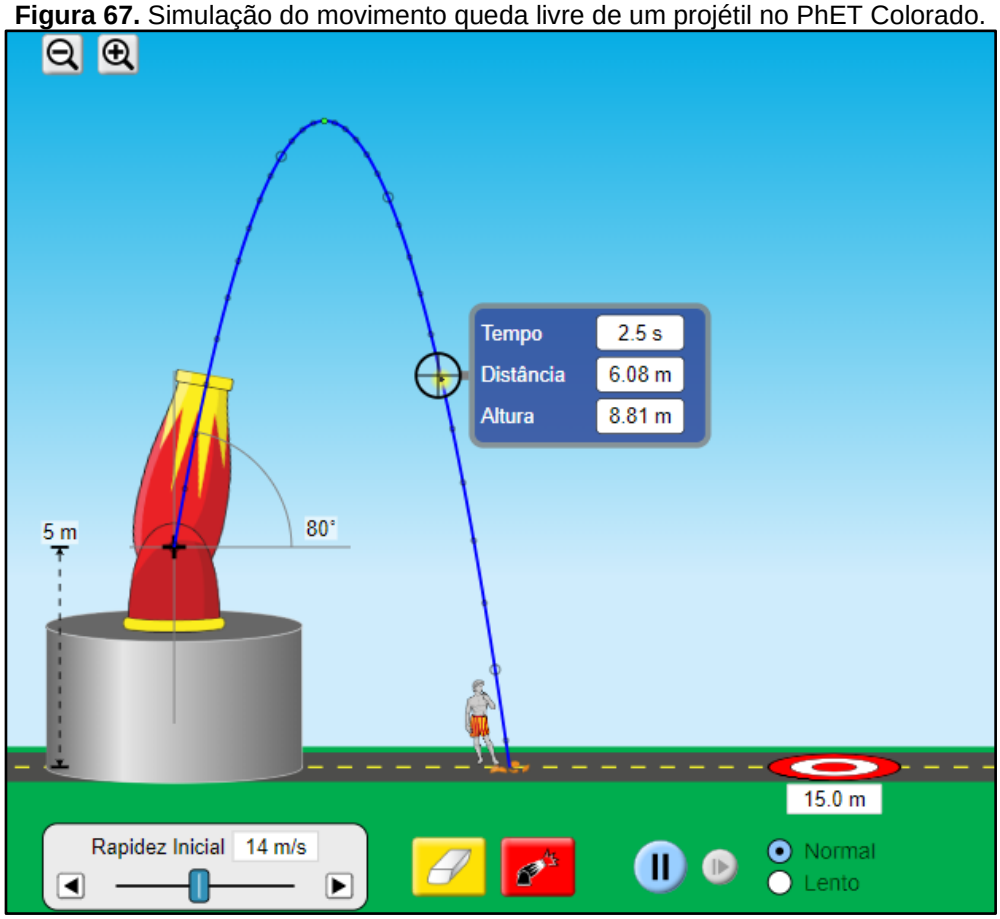
na qual tem-se:

h = altura
g = aceleração da gravidade ≈ 10 m/s²
t = tempo

Em resumo, pode-se ler a equação da seguinte maneira: a altura de um corpo em queda livre é determinada pela metade do produto entre a gravidade e o tempo de queda elevado ao quadrado.

Na Figura 71 é possível observar uma simulação de um projétil sendo lançado de um canhão e entrando em queda livre, cuja trajetória forma uma parábola e a altura é determinada pela equação vista anteriormente. Para validação, é possível fazer a prova real dos resultados obtidos no PhET por meio da equação da queda livre em diferentes tempos. O PhET Interactive Simulations é um projeto da Universidade do Colorado, cujos recursos educacionais são abertos e sem fins lucrativos, possibilitando simulações interativas de matemática e ciências.

Figura 67. Simulação do movimento queda livre de um projétil no PhET Colorado.



Fonte: PhET Colorado. Disponível em https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html.

A partir da simulação do movimento queda livre, é possível investigar com os estudantes como desenvolver uma rotina que forneça o tempo que um paraquedista demora para chegar ao solo após saltar de um avião.

Neste primeiro momento não se faz necessária a utilização de computadores, apenas os pilares do pensamento computacional. O problema é descobrir o tempo que o paraquedista levará para pousar em solo. Mas a equação está pronta para isso? Uma possibilidade é decompor o problema em dois casos (**decomposição**). A primeira equação, como na sua escrita original, facilita a descoberta da altura; já a segunda equação, com o tempo t isolado, facilita a descoberta do tempo necessário para completar o movimento queda livre.

A equação original é determinada por:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Entretanto, pode-se utilizar $g \approx 9{,}8\, m/s^2$. E, além disso, isolar o tempo *t.* Portanto, tem-se a seguinte equação:

$$h = \frac{9{,}8 \cdot t^2}{2}$$

$$2h = 9{,}8 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{9{,}8}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{9{,}8}}$$

Para analisar a nova equação, pode-se utilizar a simulação anterior e verificar se em ambos os casos o tempo e a altura são correspondentes **(reconhecimento de padrões**). Assumimos, por exemplo, um tempo de queda livre altura de 10 metros. Daí tem-se que:

$$h = \frac{9{,}8 \cdot 10^2}{2}$$

$$h = \frac{9{,}8 \cdot 100}{2}$$

$$h = 490\text{m}$$

Como prova real, é preciso encontrar altura igual a 10 metros quando substitui-se h = 490 na nova equação.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 490}{9{,}8}}$$

$$t = \sqrt{100}$$

$$t = 10s$$

Diante disso, percebe-se que ambas as equações estão corretas. Portanto, é possível utilizá-las mais adiante para desenvolver uma rotina computacional no Scratch que forneça ao usuário os valores de altura ou tempo (**abstração e algoritmos**).

Você sabe o porquê do formato das antenas parabólicas?

Para discutir este conceito, sugere-se a utilização do vídeo do Canal Derivando, no qual o autor explica o motivo da antena parabólica ter o formato de parábola, ou melhor dizendo, de um paraboloide. O objetivo é que os estudantes percebam que as equações do 2° grau podem estar presentes em situações do nosso cotidiano, mesmo que não sejam tão aparentes. Apesar do paraboloide não ser uma equação do 2° grau propriamente dita, exige o entendimento desse conteúdo, o qual pode ser relacionado inclusive com as funções quadráticas. Link do vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=YJ-cttC6aSM.

***One minute paper* (relatório do último minuto)**

Neste momento os estudantes devem fazer uma síntese dos conceitos mais importantes que foram abordados em aula e responder às seguintes questões:

- Qual foi o conceito mais interessante que você aprendeu durante a aula?
- Qual o exemplo mais significativo da aula para você?
- Qual a sua principal dúvida sobre as situações abordadas durante a aula?
- Para você, a simulação no PhET facilitou a compreensão do conceito da equação da queda livre? Você entende ser necessário mostrar aplicações dos conceitos matemáticos estudados? Por quê?
- Deixe a sua opinião sobre esta aula.

As questões podem ser disponibilizadas pelo *Google Forms*, conforme link a seguir ou *Qr-Code*: https://forms.gle/tcftmPNaKgZY2WR68.

SEMANA 3

7° encontro (1h.a.)

Grupos com Tarefas Diferentes

Neste momento o professor precisa deixar claro aos estudantes que a atividade servirá como estudo pré-avaliação, apresentando os objetivos da mesma (Etapa 1). Diante disso, comente com os educandos que a turma será organizada em cinco grupos de seis pessoas e cada grupo receberá um problema diferente (Etapa 2). Em seguida, solicite que um estudante de cada grupo seja o líder e enumere cada integrante.

Exemplo

1. Emanuel (líder)
2. João
3. Maria
4. José
5. Raissa
6. Pedro

Nesta etapa, todos os estudantes devem contribuir para a resolução do problema proposto e o líder votado pelo grupo deverá avaliar o envolvimento de cada membro do grupo para a conclusão da atividade.

Finalizada a resolução do problema, o professor deve organizar novos grupos da seguinte maneira: Grupo 1, estudantes de número 1; Grupo 2, estudantes de número 2; e assim por diante (Etapa 3). Nesses novos grupos, todos devem resolver todos os problemas, e cada um dos estudantes tem a responsabilidade de auxiliar/explicar aos colegas o problema que resolveu anteriormente.

Por fim, o professor deve promover a socialização e discussão coletiva das resoluções e esclarecimento de eventuais dúvidas (Etapa 4). Neste caso, deve ser comentado na Etapa 1 que as resoluções do grupo devem ser entregues com o nome de todos os integrantes como parte da avaliação formativa. Na sequência, cada estudante deve avaliar os seus colegas do grupo inicial, de acordo com a rubrica apresentada no Quadro 19.

Quadro 19. Rubrica de avaliação pelos pares GTD.

Estudante avaliado:			**Grupo:**		
Critério	**Nível 1 (Insatisfatório)**	**Nível 2 (Regular)**	**Nível 3 (Bom)**	**Nível 4 (Excelente)**	**Pontuação**
Participação Individual	Não contribuiu com a resolução do problema. Demonstrou desinteresse e falta de engajamento. Não se comunicou com os colegas.	Contribuiu minimamente com a resolução do problema. Apresentou algumas dificuldades em se comunicar com os colegas.	Contribuiu ativamente com a resolução do problema. Comunicou-se de forma clara e eficaz com os colegas. Ajudou a esclarecer dúvidas e a resolver problemas.	Contribuiu significativamente com a resolução do problema. Demonstrou iniciativa e liderança no grupo. Motivou e inspirou os colegas a participarem.	
Trabalho Colaborativo	Não colaborou com o grupo. Trabalhou sozinho e não se importou com o desempenho dos colegas.	Colaborou minimamente com o grupo. Teve dificuldade em trabalhar em equipe.	Colaborou ativamente com o grupo. Dividiu tarefas e responsabilidades de forma justa. Ajudou a resolver conflitos e a manter o foco do grupo.	Foi um membro exemplar do grupo. Demonstrou empatia e respeito pelos colegas. Inspirou a colaboração e o trabalho em equipe.	
Qualidade da Resolução	Não contribuiu para a resolução do problema. As respostas estavam incorretas ou incompletas.	Contribuiu minimamente para a resolução do problema. As respostas apresentavam alguns erros.	Contribuiu ativamente para a resolução do problema. As respostas estavam corretas e completas.	Contribuiu significativamente para a resolução do problema. As respostas estavam corretas, completas e bem explicadas.	
Total	**0**	**1**	**2**	**3**	

Fonte: O autor.

Cada grupo deve preencher a coluna “pontuação” com o valor correspondente a sua avaliação para cada linha analisada e anotar a pontuação total para contabilizar a média aritmética da avaliação formativa do estudante avaliado pelo grupo.

Problemas propostos

Problema 1. Um pássaro voa a uma altura constante de 20 metros. De repente, ele deixa cair uma pena. Desconsiderando a resistência do ar, quanto tempo a pena leva para cair no chão?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes precisam relembrar a equação do movimento queda livre estudada nas aulas anteriores:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Uma das possibilidades de resolução do problema é substituir *h* = 20 metros e isolar o tempo *t*, considerando *g* = 10 m/s²:

$$20 = \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$40 = 10 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{40}{10}$$

$$t^2 = 4$$

$$t = \sqrt{4}$$

$$t = 2\ \text{s}$$

Problema 2. Um menino derruba um lápis de uma mesa de 80 cm de altura. Quanto tempo o lápis leva para cair no chão?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes também precisam relembrar a equação do movimento queda livre estudada nas aulas anteriores:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Uma das possibilidades de resolução do problema é substituir *h* = 80 cm (lembre-se de comentar com os estudantes a conversão *h* = 0,8 m) e isolar o tempo *t*, considerando *g* = 10 m/s²:

$$0{,}8 = \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$1{,}6 = 10 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{1{,}6}{10}$$

$$t^2 = 0{,}16$$

$$t = \sqrt{0{,}16}$$

$$t = 0{,}4\ \text{s}$$

Problema 3. Você já deve ter ouvido falar no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Ana falou a seguinte frase:

“O tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1° dia é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 6x + 5 = 0$”. Qual é o tempo de duração do 1° dia de Enem em horas?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes precisam utilizar a Fórmula Quadrática estudada nas aulas anteriores e após calcular as raízes da equação, realizar o produto das mesmas. Mas antes disso é preciso classificar os seus coeficientes:

$$a = 1$$
$$b = -6$$
$$c = 5$$

Daí, tem-se que:

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta = 36 - 20$$

$$\Delta = 16$$

Substituindo na Fórmula Quadrática, temos:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{6 + 4}{2}$$

$$x'' = \frac{6 - 4}{2}$$

$$x' = 5$$

$$x'' = 1$$

Logo, tem-se que o tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1° dia é igual a 1 x 5 = 5 horas.

Problema 4. Se a soma de dois números é igual a 17 e seu produto é igual a 60, quais são os números?

Resolução. Para resolver este problema é preciso pensar nos dois números como incógnitas, podendo ser *x* e *y,* por exemplo. Diante disso, pode-se reescrever o problema da seguinte maneira:

$$x + y = 17$$

$$x \cdot y = 60$$

Isolando umas das incógnitas da primeira equação, tem-se que:

$$y = 17 - x$$

Substituindo *y* na segunda equação, tem-se que:

$$x \cdot (17 - x) = 60$$

$$-x^2 + 17x = 60$$

$$-x^2 + 17x - 60 = 0$$

Agora já é possível classificar os coeficientes da equação:

$$a = -1$$
$$b = 17$$
$$c = -60$$

Daí, tem-se que:

$$\Delta = (-17)^2 - 4 \cdot -1 \cdot -60$$

$$\Delta = 289 - 240$$

$$\Delta = 49$$

Substituindo na Fórmula Quadrática, tem-se que:

$$x = \frac{-(-17) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{17 \pm 7}{2}$$

$$x' = \frac{17 + 7}{2}$$

$$x'' = \frac{17 - 7}{2}$$

$$x' = 12$$

$$x'' = 5$$

Logo, os números são 5 e 12.

Problema 5. Você é um engenheiro civil responsável por projetar uma ponte sobre um rio. Para garantir a segurança da estrutura, você precisa analisar as possíveis soluções para uma equação do segundo grau que modela a situação. Considere a equação quadrática que descreve a altura h (em metros) da ponte em relação ao comprimento L (em metros) do vão livre sobre o rio:

$$h(L) = -0{,}1L^2 + 4L + 2$$

Sua tarefa é determinar as condições em que a altura da ponte será suficiente para permitir a passagem de barcos sob ela. Para isso, você precisa calcular o discriminante da equação quadrática.

- Se Δ > 0, existem duas raízes reais distintas, o que pode indicar que a altura da ponte muda significativamente em algum ponto do vão livre.
- Se Δ = 0, há uma raiz real dupla, indicando que a altura da ponte atinge seu ponto mais baixo em um único ponto do vão livre.
- Se Δ < 0, não há raízes reais, o que significa que a altura da ponte nunca atinge níveis negativos e, portanto, não é uma preocupação para a passagem de barcos.

Resolução. Basta os estudantes calcularem o discriminante da equação fornecida para determinar se a altura da ponte será suficiente para permitir a passagem de barcos sob ela.

Inicialmente, deve-se classificar os coeficientes da equação:

$$a = -0{,}1$$
$$b = 4$$
$$c = 2$$

Daí, tem-se que:

$$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot -0{,}1 \cdot -2$$

$$\Delta = 16 - 0{,}8$$

$$\Delta = 15{,}2$$

Como Δ > 0, a altura da ponte muda significativamente em algum ponto do vão livre. Portanto, podem existir complicações na passagem de barcos pela ponte.

Para resolução das atividades, cada grupo receberá até dois problemas dos exercícios listados anteriormente.

8° encontro (2h.a.)

Este encontro é destinado para avaliação dos conceitos estudados até o momento. Para os estudantes que obtiverem nota inferior à média, será utilizada a metodologia dos trezentos como possibilidade de revisão dos conteúdos não assimilados por todos.

Neste sentido, após a análise e devolução dos trabalhos os estudantes devem ser organizados em grupos de modo que o número de integrantes seja proporcional à razão entre estudantes com boas notas e estudantes com notas baixas. Por exemplo, um grupo poderá ser formado por quatro estudantes com notas 10, 9, 5 e 2 (valendo 10 pontos). O aumento da nota será dado conforme modelo proposto por Fragelli (2015), verificar Quadro 3.

A partir dessa tabela é possível observar que a nota do estudante ajudante pode aumentar em até 1,50 pontos se a nota final do estudante ajudado for igual ou superior a 6,5 pontos de um total de 10 pontos. Diante disso, o professor entrega o trabalho já analisado para que os estudantes com notas abaixo da média tenham a oportunidade de serem ajudados pelo colega que teve resultado satisfatório no teste anterior. O líder do grupo deve ser o estudante com a maior nota do grupo. Após a etapa de estudo em grupos os estudantes com notas abaixo da média recebem o novo trabalho de mesmo nível do anterior e caso tenham progresso a sua nota deve ser substituída.

NOME DO(A) ESTUDANTE: _____ **TURMA:** _____

COMPONENTE CURRICULAR: Matemática **DATA:** _____ **PROFESSOR:** Emanuel Orlandi

TRABALHO AVALIATIVO – EQUAÇÕES DO 2° GRAU

1. Determine o valor dos coeficientes *a, b* e *c* das equações do 2° grau a seguir:

Equação	a	b	c
$x^2 + 2x + 4 = 0$			
$-x^2 + 7x = 0$			
$0,3x^2 + 1,7x + 9 = 0$			

2. Classifique as equações do 2° grau a seguir em completa ou incompleta marcando com um X na coluna correta:

Equação	Completa	Incompleta
$x^2 + 5x + 25 = 0$		
$x^2 - 36 = 0$		
$-6x^2 + 12x = 0$		

3. Determine as soluções/raízes das equações a seguir (se existirem) por meio da fórmula quadrática.

a) $x^2 + 6x + 9 = 0$ b) $x^2 - x - 6 = 0$ c) $x^2 + 4x + 1 = 0$

4. Calcule o valor do *discriminante* das equações a seguir e indique o número de soluções:

a) $x^2 + 12x + 36 = 0$ b) $-2x^2 + 4x - 2 = 0$ c) $x^2 + 5x + 25 = 0$

5. Você já deve ter ouvido falar na 2° Guerra Mundial. Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Carla falou a seguinte frase: “A duração desta guerra em anos é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 5x + 6 = 0$”. Qual é o tempo de duração da 2° Guerra Mundial em anos?

6. Em uma empresa do ramo da construção civil, o custo de produção, em milhares de reais, de *n* caçambas iguais é calculado pela expressão $C(n) = n^2 – n + 10$.

Se o custo foi de 66 mil reais, então, o número de caçambas utilizadas na produção foi

(A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 9.

Vale destacar que esta avaliação não leva em conta apenas a nota atingida na primeira avaliação, mas também, no caso de estudante ajudante, a sua colaboração em auxiliar o colega que não atingiu o resultado esperado no trabalho.

9° encontro (2h.a.)

Inicie este encontro com uma breve discussão do conceito de pensamento computacional e como surgiu o Scratch. O texto a seguir pode ser fornecido ao estudante e colado em seu caderno.

O que é pensamento computacional e como surgiu o Scratch?

O pensamento computacional é uma habilidade fundamental no mundo atual, que envolve a capacidade de resolver problemas de forma lógica e estruturada, de maneira semelhante à forma como os computadores processam informações. Ele consiste em decompor problemas complexos em partes menores, identificar padrões, desenvolver algoritmos e testar soluções. O pensamento computacional não se limita apenas à programação, mas também é aplicável em diversas áreas, como matemática, ciência, engenharia e até mesmo na vida cotidiana. Ao adquirir essa habilidade, você estará mais preparado para enfrentar desafios e tomar decisões informadas em um mundo cada vez mais digital e tecnológico.

Mas afinal, como desenvolver o pensamento computacional? Uma das possibilidades é utilizar a linguagem Scratch, a qual foi criada por uma equipe pertencente ao *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) em Boston, a *Lifelong Kindergarten Group*. A plataforma permite criações utilizando programação por blocos. As opções de uso são variadas, incluindo animações, jogos, apresentações e outras aplicações.

Bom, mas não estamos aqui para estudar toda a história do pensamento computacional e da criação do Scratch não é mesmo?

Explorando o Scratch

Neste momento você já pode iniciar o processo de ambientação dos estudantes com a plataforma Scratch. Diante disso, solicite que cada estudante acesse o site oficial do Scratch www.scratch.mit.edu e selecione a aba “criar”. Importante ressaltar que o professor precisa guiar a exploração para os blocos programáveis e suas diferentes categorias, pois os estudantes podem facilmente se distraírem apenas com as funções

de cenário e personagens. Realizada a exploração inicial, já é possível discutir cada categoria e as suas funcionalidades.

Figura 68. Tela inicial do Scratch.

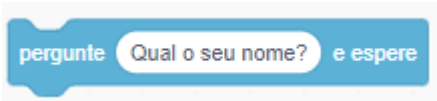
Fonte: O autor.

A partir deste primeiro contato com a plataforma, entregue aos estudantes o resumo presente no Quadro 20 com as características de cada categoria.

Quadro 20. Categorias de blocos programáveis adaptado de Ramalho (2021).

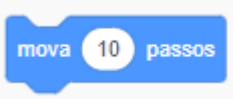
Características de cada categoria de bloco programável no Scratch
Eventos - Categoria destinada a *blocos circunstanciais*. Todo algoritmo da programação irá iniciar com algum bloco dessa categoria. Além da cor *amarela*, esse bloco também se diferencia pela parte superior arredondada impedindo de se colocar qualquer outro bloco acima. Exemplo:
Controle - Categoria destinada a *blocos de controle*. São os blocos responsáveis por manipular as ações do ator. Além da cor *laranja* os blocos de controle se destacam pela abertura contida neles. Essa abertura serve justamente para o encaixe de ações que se deseje manipular por meio dos blocos “sensores” ou “operadores”. Exemplo:
Sensores - Categoria destinada a *auxiliar os blocos de controle*. Estes blocos servirão

como parâmetro para os blocos de controle. Além da cor *azul*, os blocos de sensores apresentam modelos blocos que terminam com cantos arredondados ou triangulares. Os blocos com cantos arredondados são destinados a variáveis e os triangulares ao situacional. Exemplo:



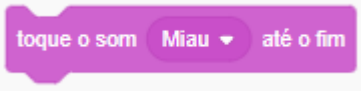
Operadores - Categoria destinada a *auxiliar os blocos de controle*, porém com *intuito operatório matemático*. Essa categoria serve justamente para as operações matemáticas, seja auxiliando blocos de controle ou efetuando uma operação com variáveis. São todos blocos das cores *verde* e é com eles que criamos nossas funções matemáticas para todos os projetos. Exemplos:

Movimento - Junto com as categorias aparência e som, é responsável pelas *ações do ator*, para ser mais claro, as ações relacionadas à locomoção e rotação. Os blocos são da cor *azul marinho* com aberturas circulares para o uso de variáveis e blocos auxiliares. Exemplo:

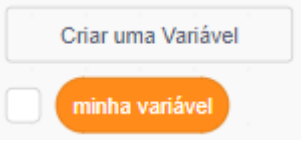


Aparência - Junto com as categorias movimento e som, é responsável pelas *ações do ator*, para ser mais claro, as ações relacionadas à aparência do ator, podendo alterar a fantasia do ator, ou até mesmo seu tamanho e cores. Os blocos são da cor *roxa* com aberturas circulares para o uso de variáveis e blocos auxiliares. Exemplo:

Som - Junto com as categorias movimento e aparência, é responsável pelas *ações do ator*. Por exemplo, tocar um som, aumentar ou diminuir o volume desse som. Os blocos são da cor *rosa* com aberturas circulares para o uso de variáveis e blocos auxiliares. Exemplo:

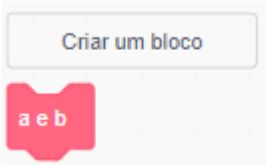


Variáveis - Categoria responsável pela *criação de variáveis,* assim como suas alterações. As variáveis são responsáveis pela versatilidade do nosso projeto. Com as variáveis é possível manipular ações de forma dinâmica, ao contrário do uso de valores fixos (constantes), que não possibilitaria. Os blocos dessa categoria são da cor *laranja*. Exemplo:



Meus Blocos - Categoria responsável pela *criação de novos blocos* a partir dos anteriores. Basta nomear um bloco e adicionar os blocos desejados das outras

categorias à sua definição. Sempre que você usar o seu bloco criado, ele irá executar todos os blocos que foram adicionados à sua definição. Os blocos criados serão todos da cor *vermelha*. Exemplo:

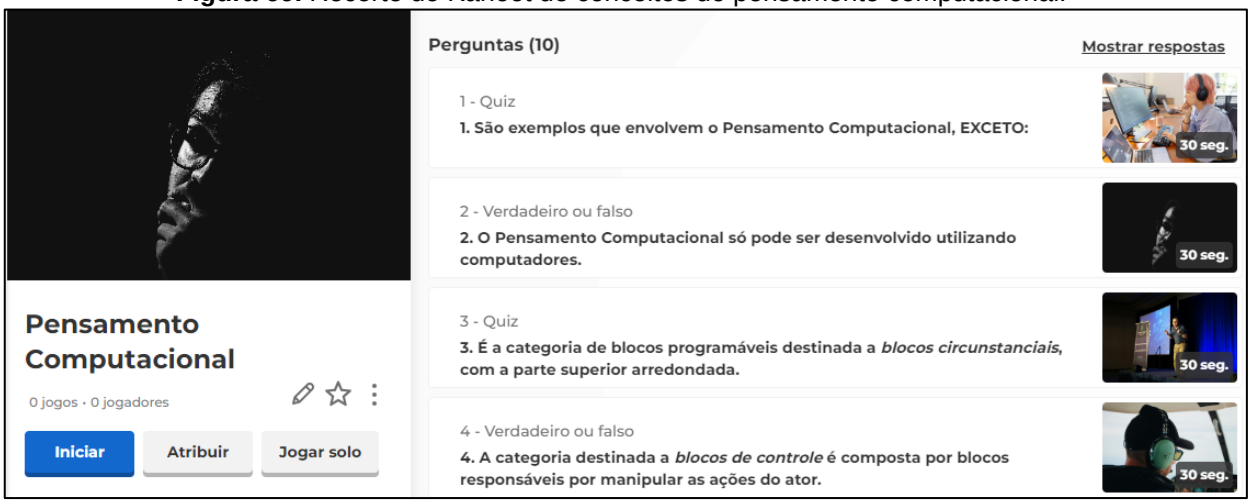


Neste exemplo foram criadas as variáveis *a* e *b.* A partir delas, um bloco que executa as duas variáveis.

Fonte: Adaptado de Ramalho (2021).

A fim de validar a compreensão dos conceitos do pensamento computacional abordados com os estudantes, realize um Kahoot, de acordo com o recorte apresentado na Figura 73.

Figura 69. Recorte do Kahoot de conceitos do pensamento computacional.



Fonte: O autor. Disponível em https://create.kahoot.it/share/pensamento-computacional/f5154601-1aad-4b41-9c89-79032897c176.

10° encontro (1h.a.)

Exemplos de rotinas

Para os estudantes começarem a entender como funciona o processo de construção de um algoritmo, construa, conjuntamente, uma rotina que forneça ao usuário a informação se um número é par ou ímpar.

Para isso, é preciso um esboço. Portanto, revise qual é o conceito de paridade. Se um número ao ser dividido por 2 resulta em resto 0, é par! Se o resto for 1, é ímpar! Feito isso, já é possível começar a estruturar uma rotina no quadro.

1°) Diga um número inteiro.

2°) Se a divisão deste número por 2 resultar em resto 0, então o número é par.

3°) Senão o número é ímpar.

Figura 70. Visão da construção da rotina.

Fonte: O autor.

Para construção desta rotina é preciso começar com um bloco de eventos, como visto no Quadro 20. A partir disso, inicie perguntando ao usuário um número inteiro e armazene o valor inserido na resposta como uma variável **n°.** Em seguida, analise o resto da divisão da variável **n°** (resposta) por 2 e retorne ao usuário: **se** o resto da divisão por 2 for igual a 0, **diga** “Este número é par!”, **senão** (quando o resto da divisão por 2 resultar em 1), **diga** “Este número é ímpar!”.

Figura 71. Visão do usuário ao utilizar a rotina – Parte 1.

Fonte: O autor.

Figura 72. Visão do usuário ao utilizar a rotina – Parte 2.

Fonte: O autor.

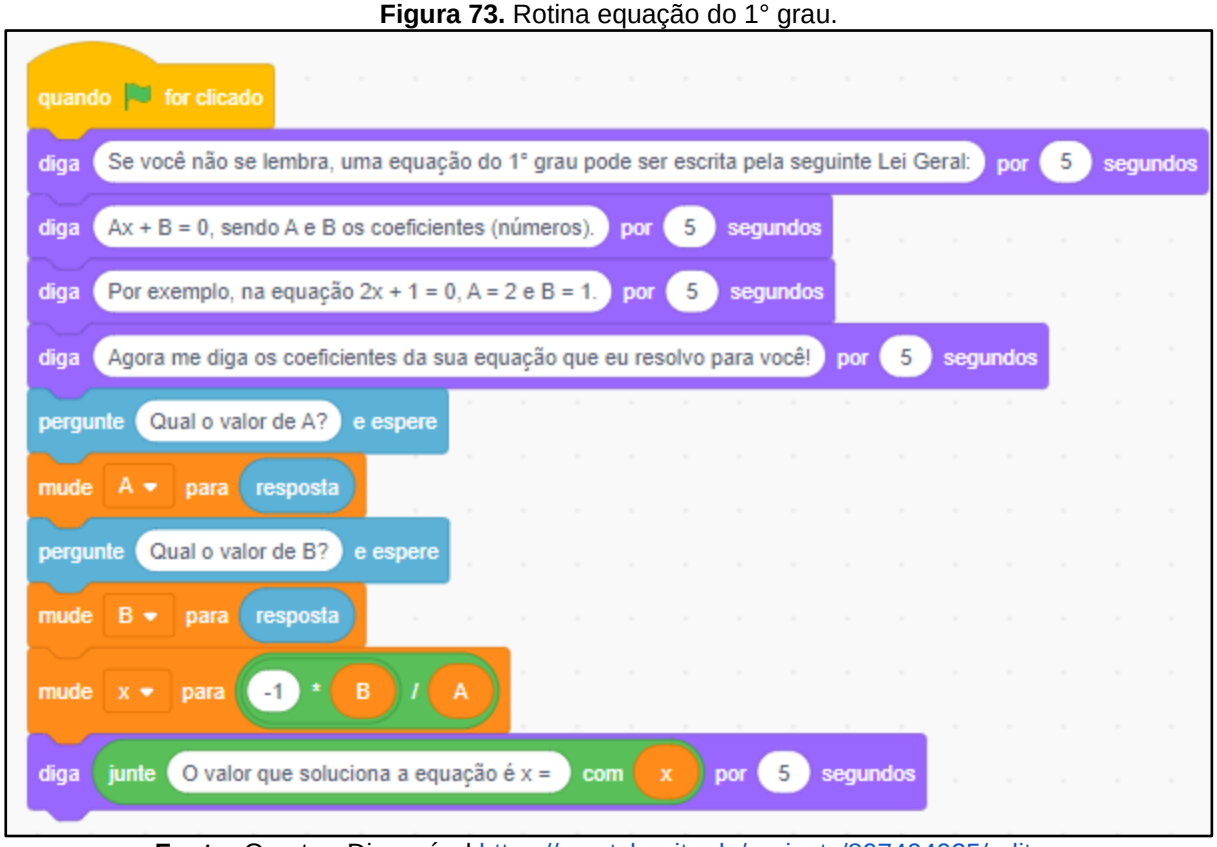
Comece o desenvolvimento do pensamento computacional a partir da análise e criação de rotinas simples, até chegar no produto final do projeto. Essa rotina inicial é muito importante para a discussão a respeito do armazenamento de valores em

variáveis como a **n°** e dos blocos condicionais como apresentada no exemplo da paridade.

11° encontro (2h.a.)

Feito o primeiro contato e exemplo de rotina no Scratch, os estudantes já podem analisar a rotina apresentada na Figura 77 e, com auxílio do professor, reconstruí-la. Essa rotina fornece o resultado de uma equação do 1° grau ao usuário dados os seus coeficientes. Após a análise da rotina, os estudantes podem ter ideias de melhoria na programação em blocos ou no cenário.

Figura 73. Rotina equação do 1° grau.



Fonte: O autor. Disponível https://scratch.mit.edu/projects/897404025/editor.

A partir dessa rotina aprofunde a discussão a respeito da criação de variáveis e o seu uso para resolução dos cálculos algébricos.

Rotina movimento queda livre

Conforme estudado nas aulas anteriores, o tempo de queda livre de um objeto pode ser descrito pela seguinte equação:

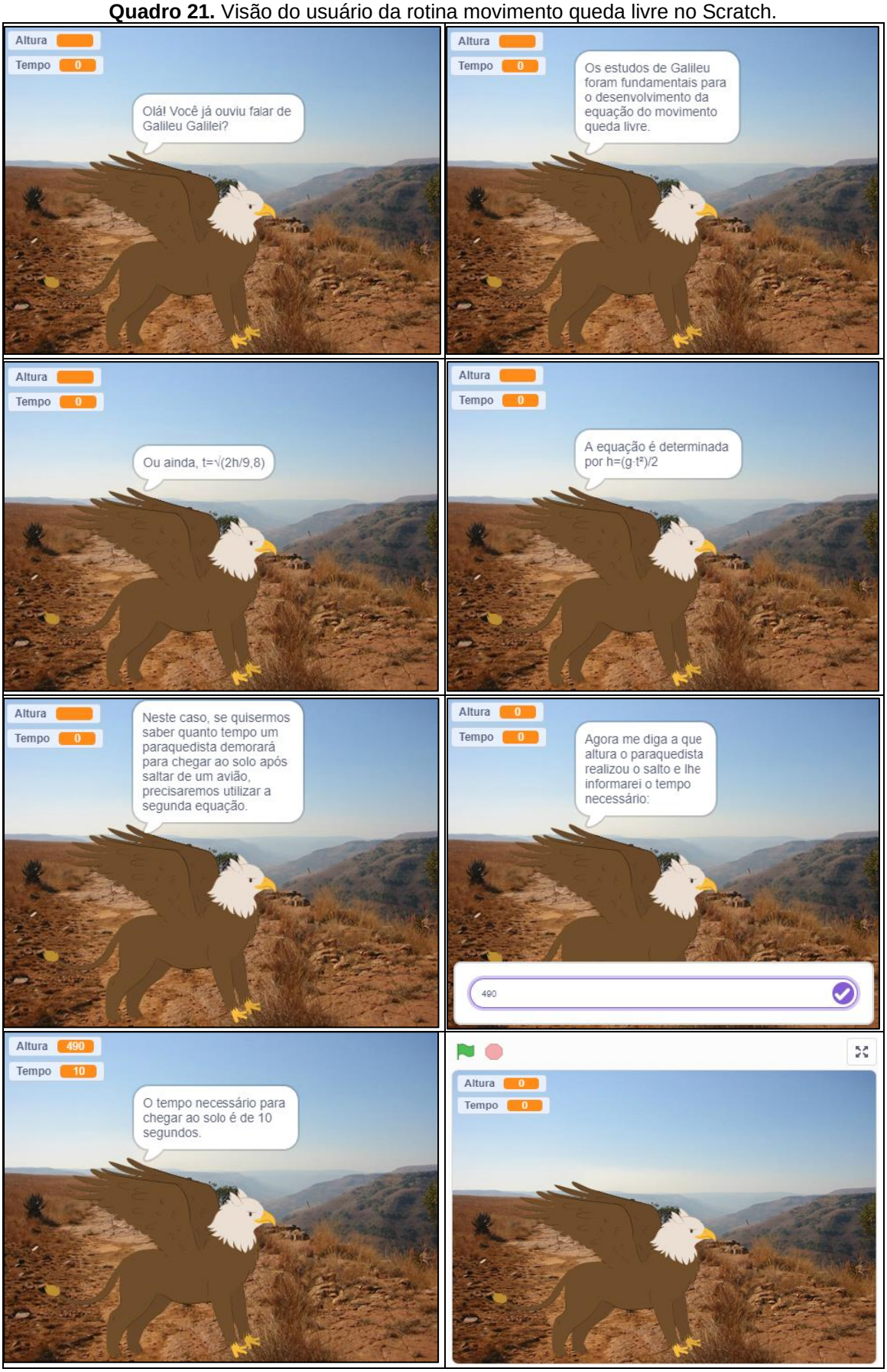
$$t = \sqrt{\frac{2h}{9{,}8}}$$

Diante disso, construa uma rotina que forneça ao usuário o tempo de queda livre de um paraquedista dada a sua altura inicial, desconsiderando a resistência do ar. Para isso, será necessário estruturar um breve texto explicativo sobre a equação do movimento queda livre e após apresentar a equação para na sequência realizar o cálculo.

Figura 74. Rotina movimento queda livre no Scratch.

Fonte: O autor.

Quadro 21. Visão do usuário da rotina movimento queda livre no Scratch.



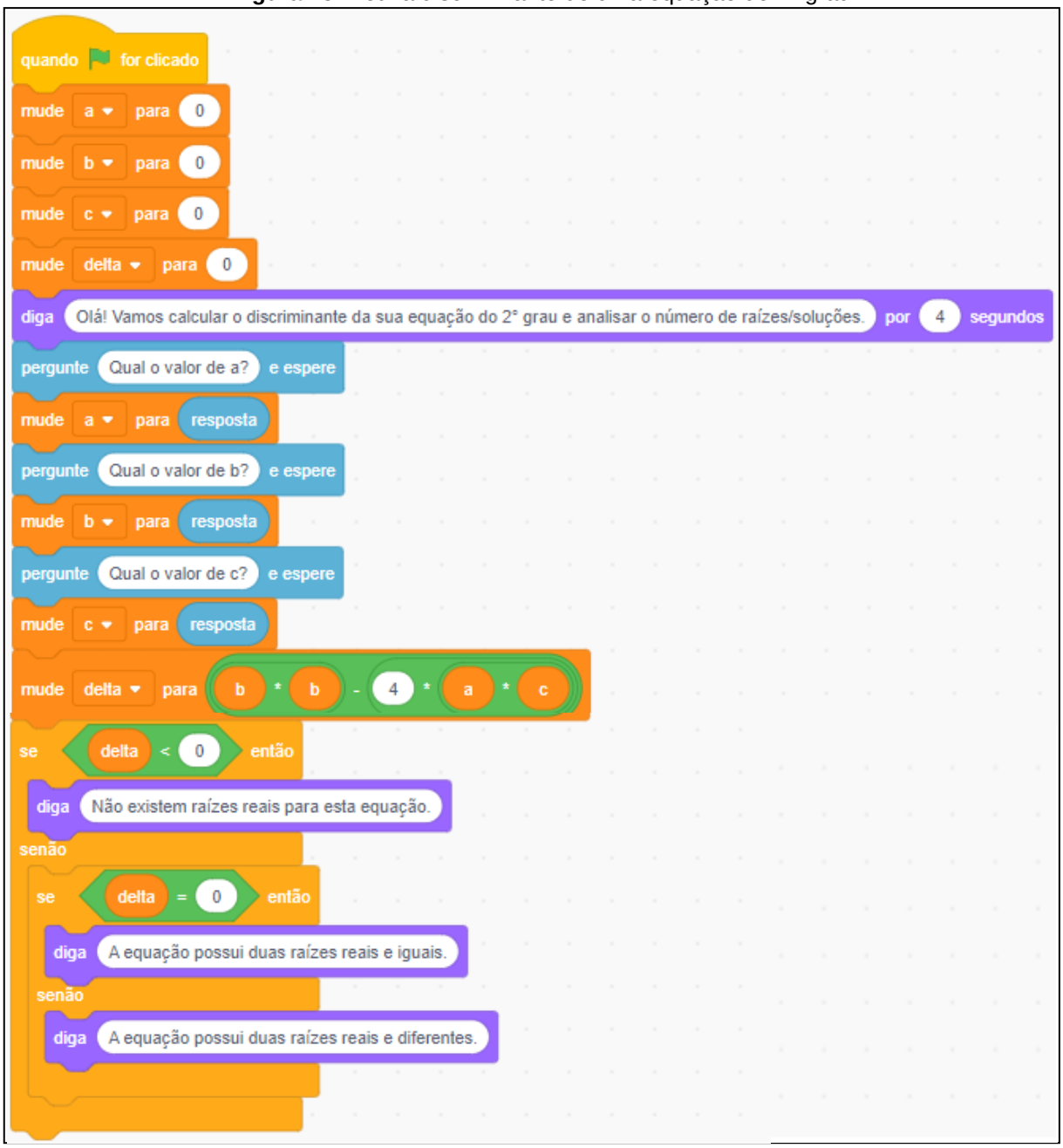
Fonte: O autor. Disponível em https://scratch.mit.edu/projects/957913902/.

A rotina apresentada é apenas um exemplo e, portanto, os estudantes não precisam necessariamente construir a sua rotina dessa maneira. Nesse sentido, o texto pode ser modificado, o cenário, o personagem e inclusive a lógica dos blocos programáveis caso surja uma nova ideia de algum estudante.

12° encontro (2h.a.)

Neste encontro, sugere-se que os estudantes comecem a analisar e reconstruir uma rotina que calcula o discriminante de uma equação do 2° grau conforme os coeficientes inseridos e retorna ao usuário o número de raízes.

Figura 75. Rotina discriminante de uma equação do 2° grau.



Fonte: O autor. Disponível em https://scratch.mit.edu/projects/898578659/.

Antes de iniciar a análise e construção da rotina, é preciso relembrar a Lei Geral da Equação Polinomial do 2° grau:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Agora você deve imaginar que para construir uma rotina que forneça ao usuário o valor do discriminante, conforme exemplo da Figura 26, é preciso que ele informe os seus coeficientes. Em seguida, é preciso realizar o cálculo do delta. E, por fim, analisar o resultado e retornar ao usuário quantas raízes possui a sua equação. Portanto, pode-se esboçar a rotina da seguinte maneira:

- **1° passo:** solicitar ao usuário que informe os coeficientes *a, b* e *c.*
- **2° passo:** armazenar a resposta de cada coeficiente em uma variável com o respectivo nome.
- **3° passo:** criar uma nova variável que calcule o valor do discriminante a partir dos coeficientes informados e armazenados nas variáveis.
- **4° passo:** a partir da análise dos três casos possíveis de discriminante, retornar ao usuário o número de raízes da sua equação.

Nesse ponto, o professor vai construir a rotina apresentada na Figura 26 e os estudantes vão reconstruí-la em seu computador, a fim de que sirva de inspiração de ideias para construir uma rotina que além de fornecer o número de raízes da equação, forneça ao usuário o conjunto solução. Para isso, é possível estruturar os passos e instruções necessários para que a rotina funcione de maneira correta no Scratch.

Realizada a estruturação das rotinas e analisada pelo professor, já é possível discutir o processo de avaliação utilizado pelo professor, conforme Quadro 11. Neste quadro são apresentados os critérios de avaliação utilizados sua classificação quanto a presença dos elementos solicitados em “atingido”, “parcialmente atingido” e “não atingido”. Em um próximo momento, o professor pode estabelecer um valor para cada conceito e realizar uma média desses para converter em uma nota ou conceito geral.

Quadro 22. Avaliação feita pelas duplas e pelo professor quanto ao trabalho dos apresentadores.

Estudantes avaliados: _____

Observações: _____

Apresentou o trabalho com clareza?	Utilizou variáveis para armazenar os valores informados pelo usuário?	Solicitou as informações necessárias ao usuário para realizar os cálculos?	Utilizou blocos de aparência e sensores de maneira correta?	Utilizou blocos condicionais corretamente?	A rotina retorna os valores corretos ao usuário?	O cenário visual da rotina está agradável?

Fonte: O autor.

13° encontro (1h.a.)

Este encontro é destinado para ajustes finais das rotinas e auxílio em eventuais dúvidas.

14° encontro (2h.a.)

Apresentação dos trabalhos e avaliação pelos pares. Além disso, é realizada uma avaliação textual do projeto do mestrado e autoavaliação.

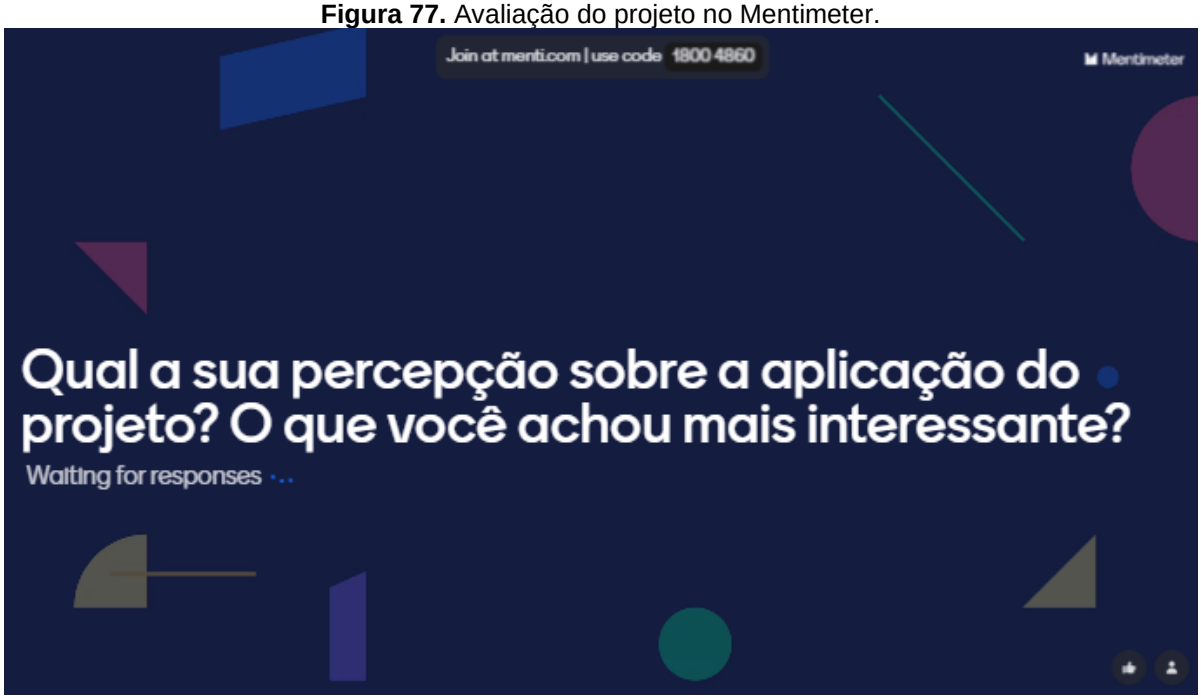
Figura 76. Exemplo de rotina possível.

Fonte: O autor. Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/883730668/editor/.

Durante a apresentação dos trabalhos as demais duplas estão avaliando os seus colegas, assim como o professor. Portanto, a avaliação somativa é uma média das avaliações pelos pares.

Para a avaliação do desenvolvimento do projeto do mestrado, utiliza-se novamente a plataforma Mentimeter, conforme Figura 81.

Figura 77. Avaliação do projeto no Mentimeter.



Fonte: O autor. Disponível em: https://abre.ai/jbB5.

Em seguida, os estudantes realizam as suas autoavaliações a respeito do seu comprometimento durante o projeto do mestrado por meio da plataforma *Google Forms*.

Figura 78. Formulário de autoavaliação e avaliação do projeto.

Fonte: O autor. Disponível em: https://forms.gle/jdekbLxYu9S8chqV8.

10.9. APÊNDICE I – PRODUTO EDUCACIONAL