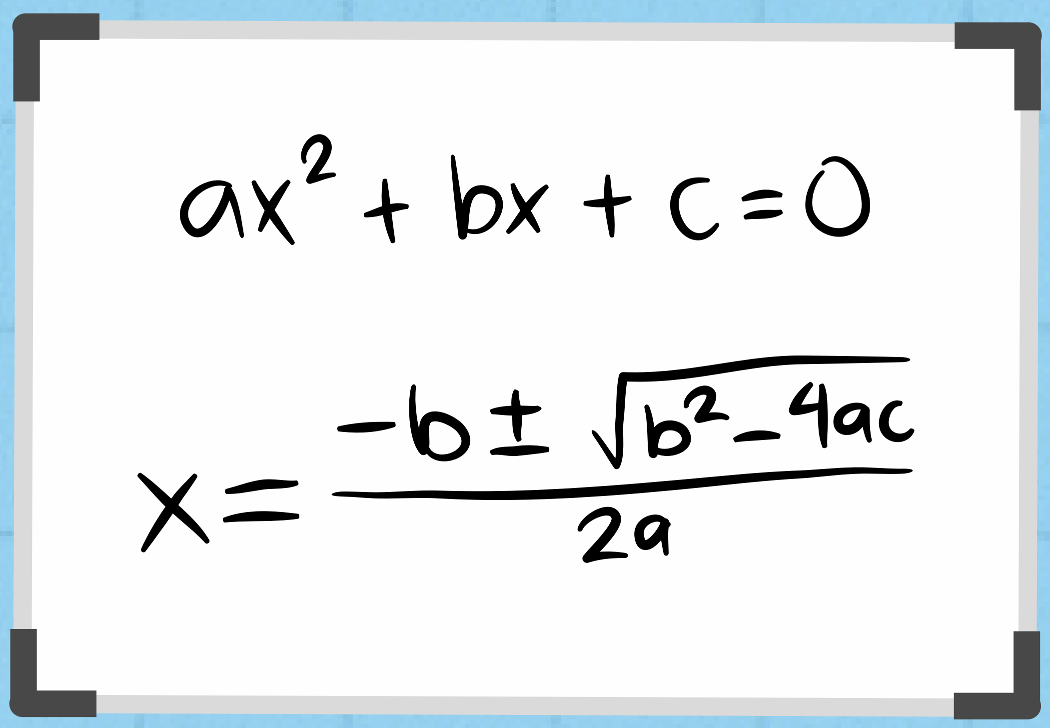
UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - UCS

2025

PRODUTO EDUCACIONAL

Estudando equações polinomiais do segundo grau por meio de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional



EMANUEL ORLANDI

CARINE GELTRUDES WEBBER

APRESENTAÇÃO

Olá, professor (a)! Seja bem-vindo (a)!

Este guia didático foi elaborado após a aplicação e análise da pesquisa intitulada "Equações polinomiais do 2° grau: uma abordagem pedagógica à luz de teorias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional", a qual foi desenvolvida pelo professor Emanuel Orlandi, sob orientação da professora Dra. Carine Geltrudes Webber, do Mestrado Profissional em Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul (UCS).

O material a seguir apresenta uma sequência didática baseada em estratégias de aprendizagem ativa, juntamente com o pensamento computacional, para o ensino de equações polinomiais do 2° grau.

Esperamos que seja útil e aplicável em suas aulas.

Boa leitura!

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO..04

2. RECORTES TEÓRICOS...06

2.1. APRENDIZAGEM ATIVA...06

2.1.1. In-class exercises..08

2.1.2. One minute paper...10

2.1.3. Metodologia dos trezentos...11

2.2. CONSTRUCIONISMO DE PAPERT...........................14

2.3. PENSAMENTO COMPUTACIONAL..........................17

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA...22

4. REFERÊNCIAS...91

1. INTRODUÇÃO

Esta sequência didática está organizada em doze semanas, sendo apresentados os objetivos de cada semana no início de cada capítulo.

A escolha deste assunto se deve ao fato da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) exigir o estudo das equaçoes polinomiais do segundo grau no nono ano do Ensino Fundamental, bem como o uso de estratégias de aprendizagem ativa e do pensamento computacional ao longo da educação básica.

Desde a sua implementação em 2018, a BNCC tem trazido mudanças significativas para o cenário educacional brasileiro, estabelecendo os conhecimentos, competências e habilidades que devem ser desenvolvidos pelos estudantes em cada etapa da Educação Básica no Brasil. Consoante a isso, o uso de tecnologias em sala de aula vem se tornando cada vez mais comum, com o objetivo de enriquecer o processo de ensino e de aprendizagem e torná-lo mais dinâmico e interativo.

Essas transformações têm como objetivo impactar positivamente a qualidade da educação oferecida no país, promovendo uma formação mais completa e alinhada às demandas do mundo atual. Neste sentido, a BNCC foi desenvolvida a fim de ser “um documento completo e contemporâneo, que corresponde às demandas do estudante desta época, preparando-o para o futuro” (Brasil, 2018, p. 5).

Diante disso, a proposta desse guia didático une as duas exigências contidas no documento, além de utilizar estratégias de aprendizagem ativa, as quais também são discutidas no documento. A BNCC exige, ainda, o uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) nas aulas.

Tais solicitações do documento se devem ao fato de que os estudantes vivem em uma realidade em que o acesso à informação é quase que instantâneo. Nesta perspectiva, para o educador e pesquisador Marc Prensky (2001), esses jovens estão acostumados a recorrer primeiramente a fontes digitais e à Web antes de procurarem em livros ou na mídia impressa. Por conta desses comportamentos e atitudes, e por entender a tecnologia digital como uma linguagem, Prensky os descreve como nativos digitais, uma vez que "falam" a linguagem digital desde que nasceram.

Assim sendo, a sequência didática a seguir pode ser usada em sua total ou parcialidade, adaptando as atividades a conforme realidade de cada público. A sequência a seguir pode ser usada em sua totalidade ou apenas utilizando-se de algumas das atividades propostas durante as semanas adaptando-os conforme realidade cada público.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

2. RECORTES TEÓRICOS

Para elaboração deste produto educacional foram estudadas teorias relacionadas a aprendizagem ativa, ao construcionismo e ao pensamento computacional. Diante disso, apresentamos a seguir um resumo de cada tópico de discussão abordado na pesquisa.

2. 1. APRENDIZAGEM ATIVA

Nos últimos anos, no Brasil, muitas mudanças ocorreram no contexto educacional; sejam elas normativas, sejam elas tendências no ensino. Diante disso, um dos pontos centrais da discussão se dá acerca do papel do estudante e do professor na sala de aula. Mas afinal, qual o papel de cada um no processo de ensino/aprendizagem?

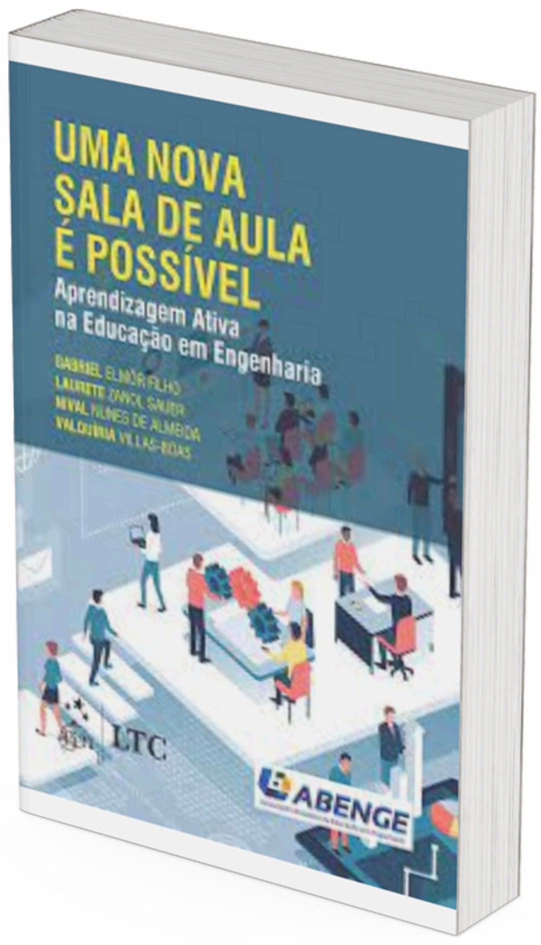
Freire (2018) destaca que na "concepção bancária" de ensino cabe ao educador o papel de disciplinar a entrada ao mundo dos estudantes, "enchendo" os educandos de conteúdos, ou seja, fazendo "depósitos" de conhecimento. Freire (2018, p. 88) ainda destaca que, nesta perspectiva, "quanto mais adaptados, para a concepção "bancária", tanto mais "educados", porque adequados ao mundo". Percebe-se, portanto, uma visão de que o estudante é uma "tábula rasa" e que o professor é o detentor do conhecimento e cabe a ele "transmitir" esse conhecimento. Nesse sentido, o estudante se apresenta como um mero agente passivo de um processo de aprendizagem em que deveria ter papel ativo.

Ao contrário da concepção "bancária", Freire (2018) acredita em uma educação problematizadora, na qual já não se pode apenas "depositar", narrar ou transferir conhecimentos e valores aos educandos. Neste sentido, a educação problematizadora serve à libertação, favorecendo a dialogicidade como essência de educação. Assim sendo, "o educador já não é o que apenas educa, mas o que, enquanto educa, é educado, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também educa" (Freire, 2018, p. 96).

Nesta perspetiva, Elmôr-Filho et al (2019) destaca que, para que se ocorra a aprendizagem ativa, é necessário um ambiente de aprendizagem ativa, e esse

> [...] deve ser o lugar comum de professores e estudantes, em que princípios didáticos e psicopedagógicos revelem suas concepções de aprendizagem, concebendo-a como um processo que requer a participação ativa daqueles que querem aprender, entendendo como participação ativa o envolvimento em atividades de reflexão, interação, colaboração e cooperação. Ou seja, um ambiente em que professores e estudantes estão cognitivamente ativos (Elmôr-Filho et al, 2019, p. 34).

Tendo em vista tais considerações, apresentaremos algumas estratégias e métodos de aprendizagem que oportunizam uma aprendizagem ativa.



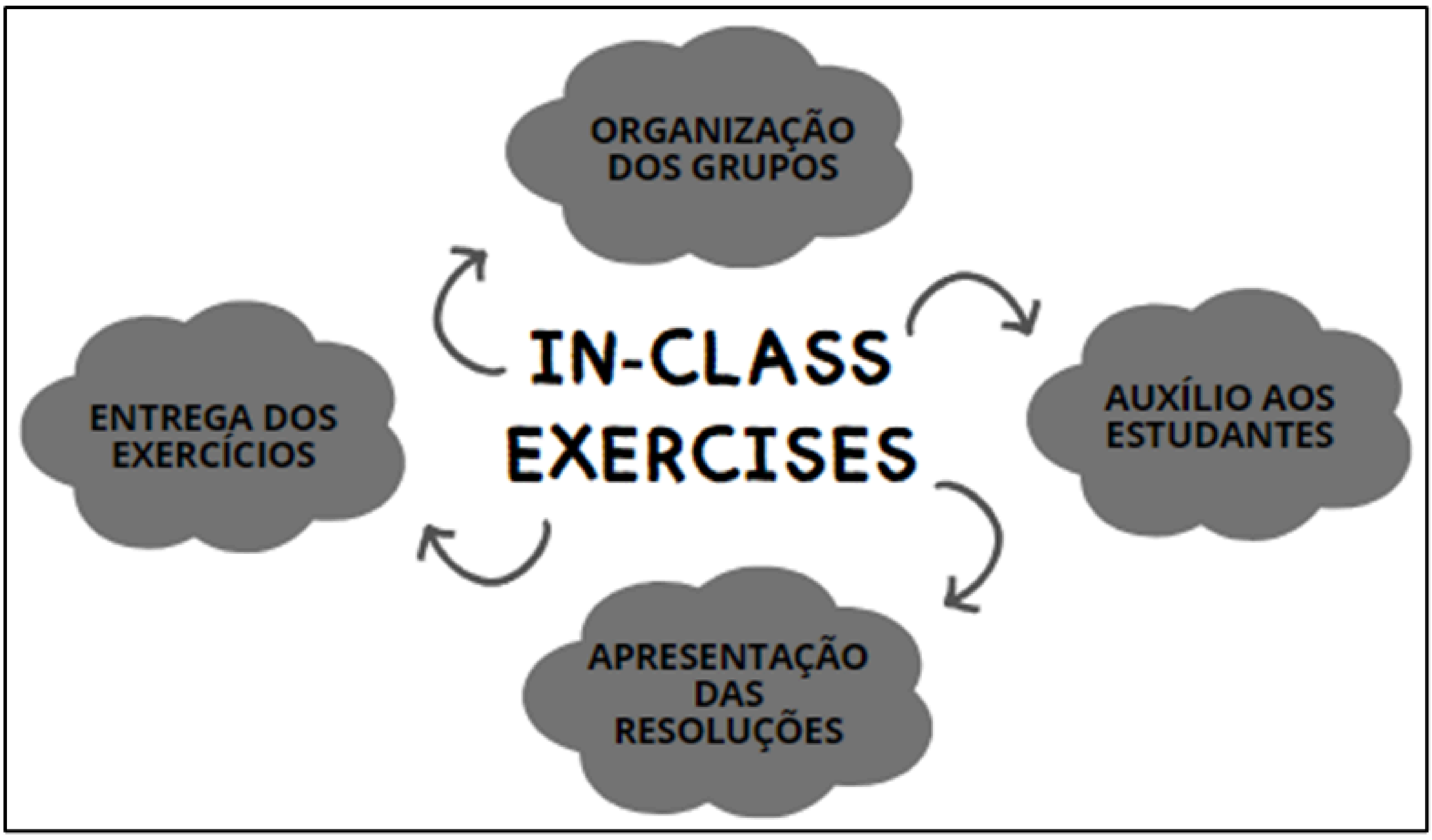
2.1.1. In-class exercises

A *In-class exercises* (ou exercícios em sala de aula) é uma estratégia cooperativa de aprendizagem ativa, que foi formalmente apresentada por Richard Felder (1997). Esta estratégia é muito utilizada em turmas com muitos estudantes (mas funciona para todos os níveis e tamanhos de turmas). O objetivo é promover uma aprendizagem mais profunda do conteúdo estudado, visto que os estudantes precisam conversar entre si para resolver os exercícios propostos e utilizar os conhecimentos construídos ao longo das aulas. A partir disso, esta estratégia pode ser separada em quatro etapas:

- **Etapa 1:** organizar os estudantes em grupos de dois a quatro membros; indicar que um membro do grupo faça os registros das resoluções dos exercícios daquela aula. Pode-se flexibilizar conforme o perfil da turma, solicitando que todos tenham o registro das resoluções e sorteando um membro do grupo para entregar.
- **Etapa 2:** intercalar períodos de exposição dialogada (no máximo 15 minutos) com exercícios selecionados. Quando os exercícios forem mais demorados, o professor precisa circular entre os grupos e observar se os estudantes estão envolvidos na resolução do exercício.
- **Etapa 3:** ao final do tempo estipulado, escolher alguns estudantes para apresentar a resolução de seus grupos.
- **Etapa 4:** ao final da aula, o professor recolhe os registros gerados pelos grupos.

Portanto, a *In-class exercises* pode ser resumida conforme o esquema apresentado a seguir.

Esquema das etapas da *In-class exercises*



Fonte: Adaptado de Elmôr-Filho et al (2019).

A avaliação da aprendizagem a partir desta estratégia pode ser feita durante as etapas de desenvolvimento, levando em consideração a participação ativa dos membros do grupo na resolução dos exercícios, bem como a autoavaliação e avaliação pelos pares. Além disso, conforme a organização do professor, é possível que a junção de vários exercícios resolvidos dessa maneira faça parte da avaliação somativa do bimestre, trimestre ou semestre, de acordo com a situação da sua instituição de ensino.

2.1.2. One minute paper

A *One minute paper* (OMP) é uma estratégia de aprendizagem ativa creditada a Charles Schwartz, professor de Física da Universidade da Califórnia, Berkeley, nos Estados Unidos. De acordo com Elmôr-Filho et al (2019) a OMP pode ser considerada também como uma estratégia de avaliação formativa, a qual evidencia a preocupação do professor com a aprendizagem dos estudantes. Além disso, a OMP também impacta no planejamento da aula, pois o professor pode utilizar as dificuldades ou facilidades apresentadas pelos educandos.

Geralmente o relatório do último minuto é aplicado nos cinco minutos finais da aula, solicitando que os estudantes respondam a uma ou duas questões da lista a seguir:

- Quais foram os pontos principais da aula?
- Quais foram os pontos menos claros da aula?
- Qual foi o conceito mais importante que você aprendeu durante a aula?
- Qual o exemplo mais significativo da aula para você?

O professor deve recolher as respostas e na próxima aula, após análise, iniciar o encontro com uma discussão das questões comuns que foram apresentadas.

2.1.3. Metodologia dos trezentos

De acordo com Fragelli (2015, p. 867) “a metodologia dos Trezentos consiste em promover ao máximo a colaboração entre os estudantes, despertando o olhar para as dificuldades de aprendizagem do outro”. Um dos pontos de partida para Ricardo Fragelli desenvolver esta metodologia foi a percepção da ansiedade gerada nas ocasiões de avaliações tradicionais. A partir do seu estudo com os cursos de Engenharia, Fragelli (2015, p. 866) observou que “houve uma melhora significativa no rendimento dos estudantes com medidas simples tais como dar um destaque especial ao acolhimento do estudante, alterar o local da prova e o aumentar o tempo para resolução”.

Em seu estudo, Fragelli (2015) destaca que teve experiência em quatro turmas de Cálculo I utilizando esta metodologia, na Universidade de Brasília (UnB). Nesta experiência, após aplicar os trabalhos, utilizou a estratégia de aplicar um novo teste, semelhante ao anterior, para os estudantes que obtiveram resultados abaixo da média estipulada. Vale destacar que os estudantes que foram com nota igual à média ou acima dela não tiveram a possibilidade de realizar o novo teste.

> Os estudantes com rendimento insatisfatório que completarem todas as atividades propostas poderão realizar uma nova prova e ficarão com a melhor das duas notas que, quase na totalidade dos casos, é aquela obtida na segunda avaliação. Os estudantes com bom rendimento não podem refazer a prova, contudo, melhoram a própria nota considerando duas dimensões: (a) o nível de ajuda oferecido aos estudantes do grupo; e, (b) a melhora no rendimento dos estudantes ajudados (Fragelli, 2015, p. 867).

Assim sendo, é possível utilizar a tabela a seguir para avaliar o nível de ajuda oferecido pelos estudantes com bom rendimento.

Aumento da nota do aluno ajudante segundo o nível de ajuda oferecido e a melhora no rendimento do aluno ajudado

Melhora do estudante ajudado	Nível de ajuda e pontos extras para o estudante ajudante				
	1	2	3	4	5
Melhora de 0 a 1 pontos	0,00	0,25	0,25	0,50	0,50
Melhora maior que 1 ponto para nota final inferior a 4 pontos	0,00	0,25	0,25	0,50	0,50
Melhora maior que 1 ponto para nota final superior a 4 pontos	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
Melhora para uma nota final igual ou superior a 6,5 pontos	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50

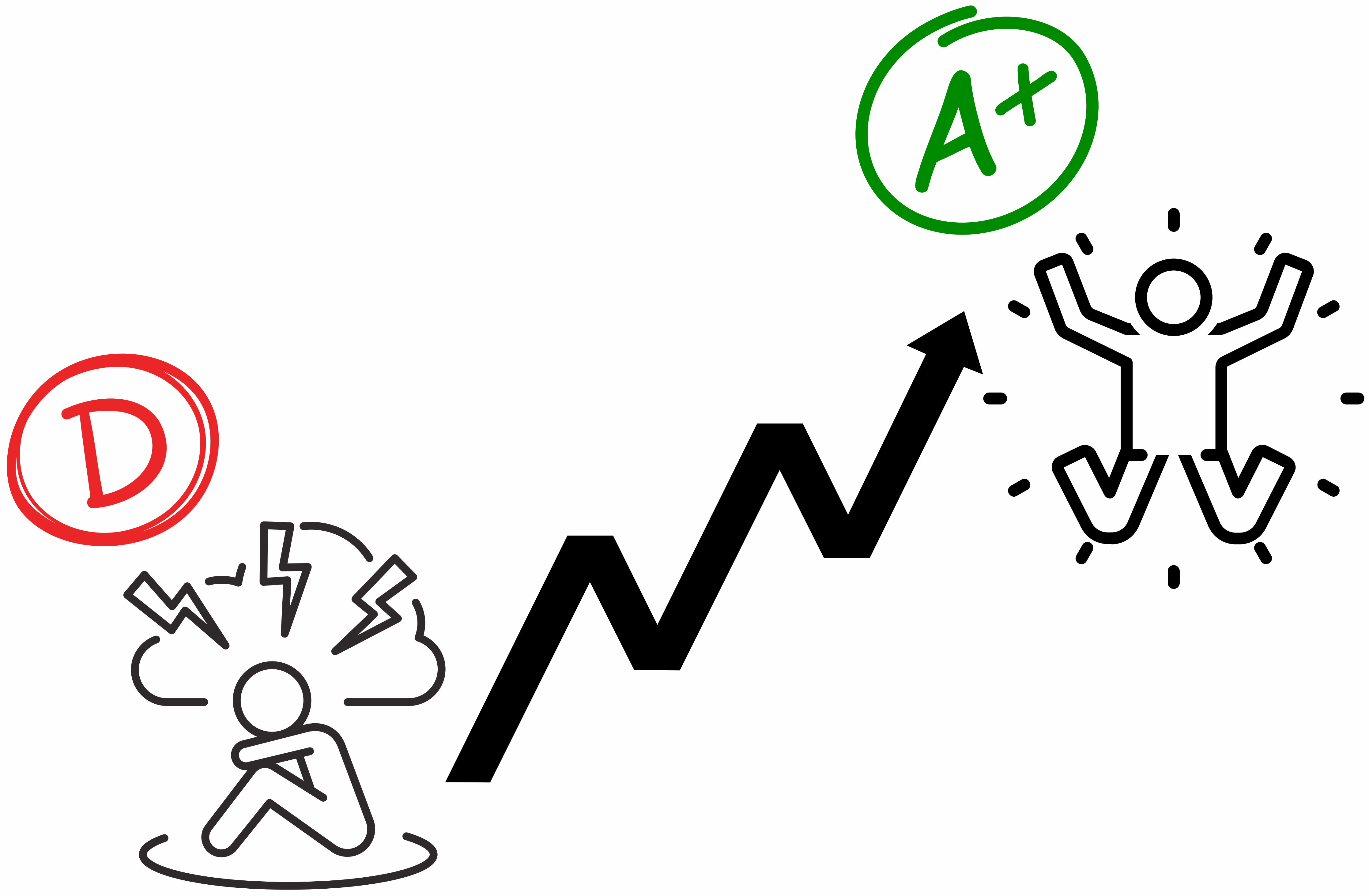
Fonte: Adaptado de Fragelli (2015, p. 868).

A partir da tabela apresentada, observa-se que a nota do estudante ajudante pode aumentar em até 1,50 pontos se a nota final do estudante ajudado for igual ou superior a 6,5 pontos de um total de 10 pontos, de acordo com a avaliação recebida pelo estudante ajudado, sendo utilizada uma escala Likert de cinco pontos, variando de 1 (ajudou nada) a 5 (ajudou muito).

Nesse sentido, para que ocorra uma melhora na nota do estudante que foi abaixo da média, o professor precisa organizar grupos de estudos com ao menos um estudante que foi acima da média e estudantes que foram abaixo da média.

Conforme Fragelli et al (2015), as atividades geral-mente são desenvolvidas em encontros presenciais de no mínimo dois períodos de duas horas aula de duração. Diante disso, o professor entrega uma lista de exercícios na qual os estudantes abaixo da média terão a oportunidade de serem ajudados pelo colega que teve resultado satisfatório no teste anterior. O líder do grupo é o estudante com a maior nota do grupo. Após a etapa de estudo em grupos os estudantes abaixo da média recebem o novo trabalho e caso tenham progresso a sua nota é substituída. Portanto, caso o estudante ajudado tenha avanço, o estudante ajudante também terá.

Diante da possibilidade de amenizar a ansiedade dos estudantes em relação aos trabalhos avaliativos e também de servir como recuperação paralela aos discentes que obtiveram nota abaixo da média, esta metodologia se faz muito atrativa, podendo haver adaptações.



2.2. CONSTRUCIONISMO DE PAPERT

Seymour Papert foi um dos teóricos mais relevantes para a educação no século XX. Nascido na África do Sul, tornou-se um matemático e posteriormente professor em uma das mais renomadas universidades dos Estados Unidos, o *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). Em 1980, publicou a sua primeira versão do livro "A máquina das crianças", no qual o conceito do construcionismo foi desenvolvido.

Conforme Papert (2008), o grande problema da educação matemática está em "encontrar maneiras de valer-se da vasta experiência da criança em matemática oral, mas os computadores podem fazer isso". Portanto, entende-se que o professor, assim como o computador, não são concorrentes um do outro. Ao contrário disso, quando utilizados simultaneamente (computador e professor) podem fornecer uma prática pedagógica de ótima qualidade. De acordo com o presidente do MIT, Leo Rafael Reif (MIT, 2006), a marca que Papert deixou no MIT é profunda. Segundo Reif, atualmente enquanto o MIT continua expandindo seu alcance e aprofundando seu trabalho no aprendizado digital, ele é particularmente grato pela visão inovadora de Seymour (MIT, 2006).

Massachusetts Institute of Technology

Diante disso, é necessário destacar a importância do pioneirismo de Papert em relação ao estudo das contribuições do computador para a educação e, consequentemente, para o desenvolvimento deste projeto. Mas afinal, o que é o construcionismo? Em seu livro “A máquina das crianças”, Papert (2008) reserva um capítulo especialmente para discutir o construcionismo. De acordo com o referido autor, muitas vezes nos discursos educacionais o termo concreto é utilizado em um sentido comum. Por conseguinte, quando os professores falam em utilizar materiais concretos, vem à tona uma mera ideia de métodos de utilização de blocos de madeira para formar padrões de números, conforme descrito (Papert, 2008, p. 134):

> Piaget faz algo mais complexo e muito mais interessante quando descreve o pensamento de crianças em idade escolar como “concreto”. Isso é um termo técnico, do mesmo modo como os físicos usam a palavra força, ou os psiquiatras a palavra depressão. Em tais casos os significados serão mal compreendidos, a menos que a pessoa perceba que as palavras adquirem um sentido especial nas teorias, não sendo raro contrariar a natureza do senso comum.

Portanto, é possível compreender que o “concreto” não se refere necessariamente ao material físico, mas sim a uma “inteligência concreta”, conforme a estrutura teórica de Piaget citada por Papert (2008).

Nesse sentido, Papert faz uma diferenciação entre instrucionismo e construcionismo. Para Papert (2008) a palavra instrucionismo é utilizada para expressar um caminho para uma melhor aprendizagem, o qual se dá por meio do aperfeiçoamento da instrução. O autor ainda destaca: “ora, se a Escola é menos que perfeita, então é sabido o que fazer: ensinar melhor” (Papert, 2008, p. 134). Já o construcionismo, ainda de acordo com Papert (2008), pode ser compreendido como uma filosofia de uma família de filosofias educacionais. Neste sentido, o construcionismo visa “ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino” (Papert, 2008, p. 134). Obviamente não se alcança esse objetivo apenas reduzindo a quantidade de ensino, enquanto o resto não é alterado. Logo, para compreender o construcionismo é possível fazer uma analogia em que:

> Assim, o construcionismo, minha reconstrução pessoal do construtivismo, apresenta como principal característica o fato de examinar mais de perto do que outros ismos educacionais a idéia da construção mental. Ele atribui especial importância ao papel das construções no mundo como um apoio para o que ocorre na cabeça, tornando-se assim uma concepção menos mentalista.

Em essência, o construcionismo representa uma reconstrução pessoal do construtivismo, destacando a importância das construções mentais.

2.3. PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A partir da perspectiva do construcionismo concei- tuado por Papert ainda na década de 1970, Pei, Weintrop e Wilensky (2018) destacam que Papert e seus colegas já imaginavam um sistema de educação que integraria o pensamento computacional na vida cotidiana. Mas antes disso se concretizar, a tecnologia da época não fornecia a experiência educacional presente nas escolas atualmente. Portanto, de acordo com Pei, Weintrop e Wilensky (2018), colocando essa ideia em prática, Papert e seus colegas investigaram como os ambientes matemáticos construcionistas poderiam impulsionar essa integração e permitir que alunos de todos os níveis e diferentes interesses em se envolver profundamente em atividades que são matemática e computacionalmente ricas.

Neste sentido, Wilensky (1995) apud Pei, Weintrop e Wilensky (2018) destaca que as novas tecnologias expandem o conteúdo matemático para além dos limites estabelecidos pelo currículo escolar. Com isso, o estudante passa a tornar concretos os conceitos matemáticos abstratos e explorar áreas da matemática anteriormente inacessíveis, criando uma “nova matemática”. Diante deste ponto de vista, e por entender a importância do computador e do construcionismo no meio educacional e no desenvolvimento do pensamento matemático, Papert (1980) apud Lodi & Martini (2021) foi o primeiro a utilizar a expressão “pensamento computacional”.

O pensamento computacional é uma habilidade que permite ao estudante pensar em um problema e de que forma se pode resolver este problema, otimizando os processos. Além disso, de acordo com Kurshan (2016) apud Brackmann (2017, p. 29), essa habilidade pode ser definida como

> [...] uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade deidentificar e resolverproblemas, de maneiraindividual ou colaborativa, atravésde passos claros,de tal formaque uma pessoaou uma máquina possam executá-los eficazmente.

Nesse sentido, Pierre Tchounikine, professor de Ciências da Computação na Universidade de Grenoble-Alpes (França), em seu trabalho intitulado “Apresentar aos alunos o pensamento computacional e programação com Scratch”, reflete a respeito dos seguintes questionamentos:

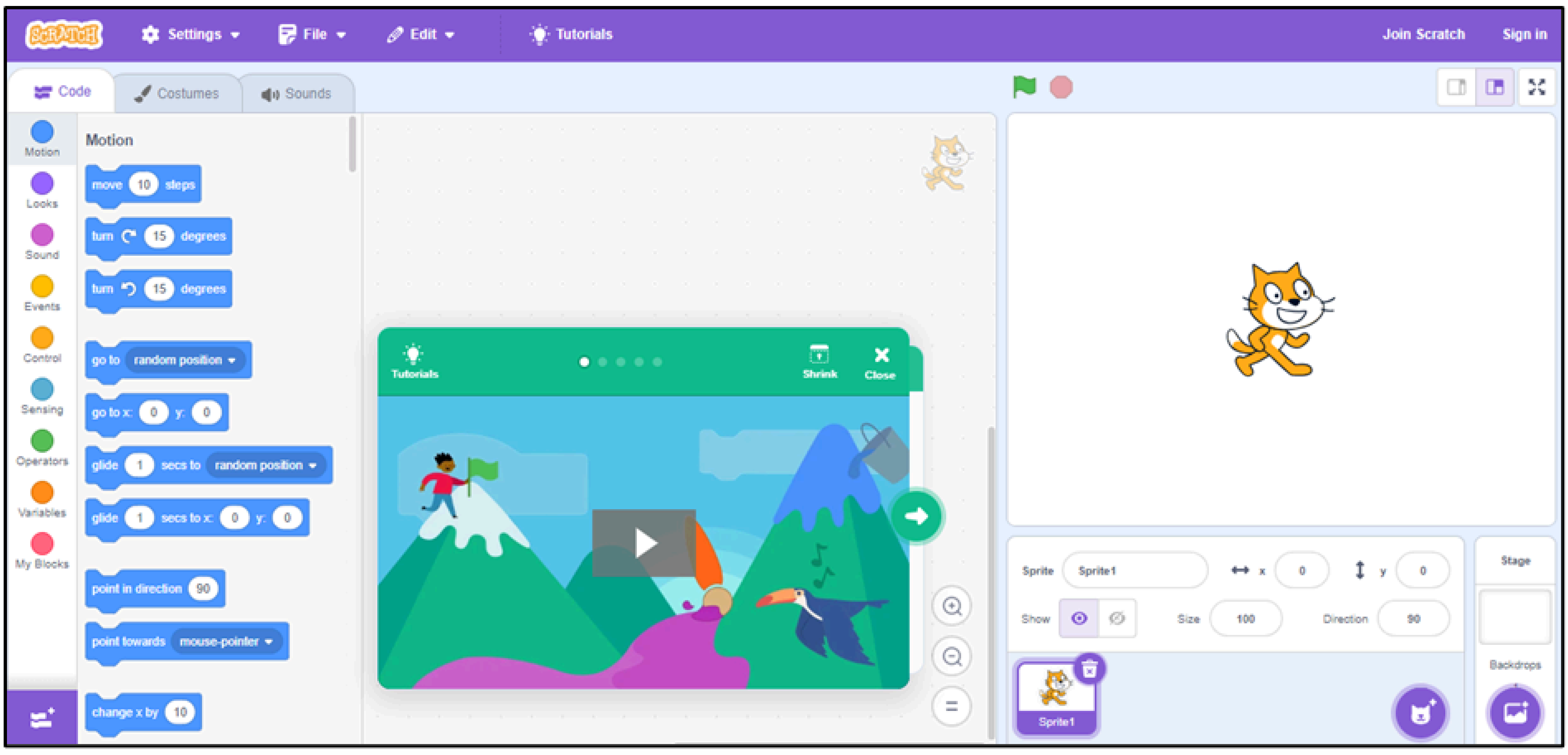
> O que é “pensamento computacional” e por que ensiná-lo? O que significa “usar o Scratch para ensinar pensamento computacional”? O que você precisa entender no Scratch como professor e como fazer isso? Que dificuldades podemos esperar/antecipar? (Tchounikine, 2017, p. 2, tradução nossa).

Diante desses questionamentos é possível compre-ender as principais definições do pensamento computacional e como é possível desenvolvê-lo por meio da linguagem Scratch.

A partir do trabalho de Tchounikine (2017) percebe-se uma habilidade muito interessante do pensamento computacional: a divisão de determinado problema em subproblemas ou etapas. Mas afinal, como desenvolver o pensamento computacional?

Uma das possibilidades é utilizar a linguagem Scratch, a qual foi criada por uma equipe pertencente ao *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) em Boston, a *Lifelong Kindergarten Group*. A plataforma permite criações utilizando programação por blocos. As opções de uso são variadas, incluindo animações, jogos, apresentações e outras aplicações.

Interface inicial do ambiente de programação no portal Scratch



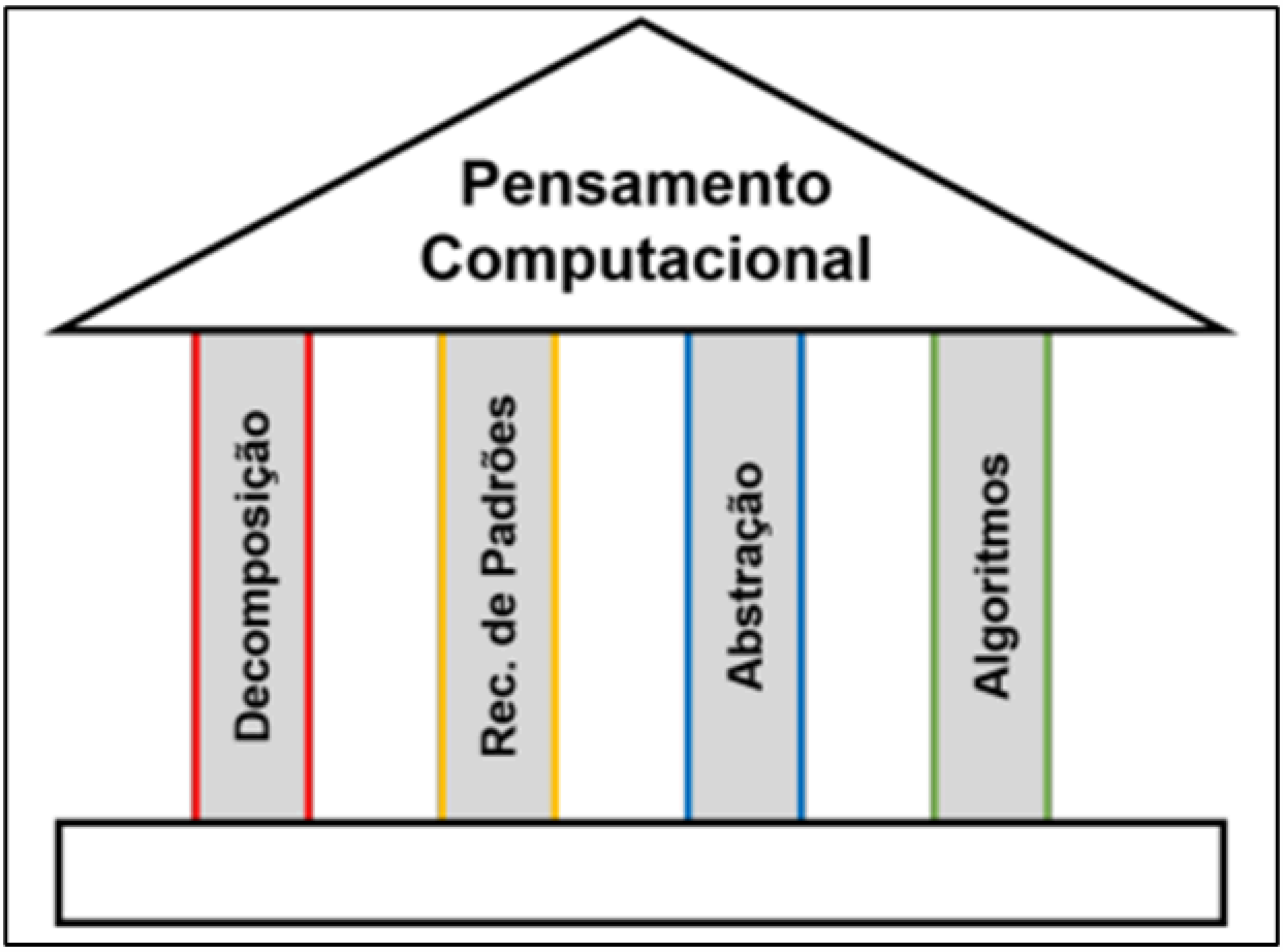
Fonte: scratch.mit.edu

Ensinar pensamento computacional com Scratch leva a colocar algoritmos e programação no centro da reflexão, em uma abordagem tradicional ou orientada para a "computação criativa" (Tchounikine , 2017, p. 1, tradução nossa). Ainda conforme Tchounikine (2017, p. 11, tradução nossa), a abordagem do pensamento computacional pode ser dividida nas seguintes categorias:

- apreender um problema e sua solução em diferentes níveis **(abstração)**;
- pensar nas tarefas a serem executadas como uma série de etapas **(algoritmos)**;
- entender que para resolver um problema complexo ele deve ser decomposto em vários problemas simples **(decomposição)**;
- entender que um novo problema provavelmente está relacionado a outros problemas já resolvidos pelo aluno (reconhecimento de padrões); e
- perceber que a solução para um problema pode ser usada para resolver toda uma gama de problemas semelhantes **(generalização)**".

Na mesma perspectiva de Tchounikine (2017), Brackmann (2017) categoriza o ensino do pensamento computacional da seguinte maneira:

Os Quatro Pilares do Pensamento Computacional



Fonte: Brackmann (2017).

Diante desses pilares, percebe-se que o pensamento computacional pode ser uma estratégia aliada ao ensino de matemática, a fim de auxiliar na compreensão e resolução de problemas complexos. Assim, essa habilidade mostra-se uma poderosa ferramenta no ensino de matemática, proporcionando aos alunos uma forma inovadora de explorar e compreender os desafios matemáticos.

3. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Componente curricular
Matemática

Conteúdo programático
Equações polinomiais do 2° grau

Ano escolar
9° ano do Ensino Fundamental

Habilidade
(EF08MA09)

Momento I
Estratégias de aprendizagem ativa

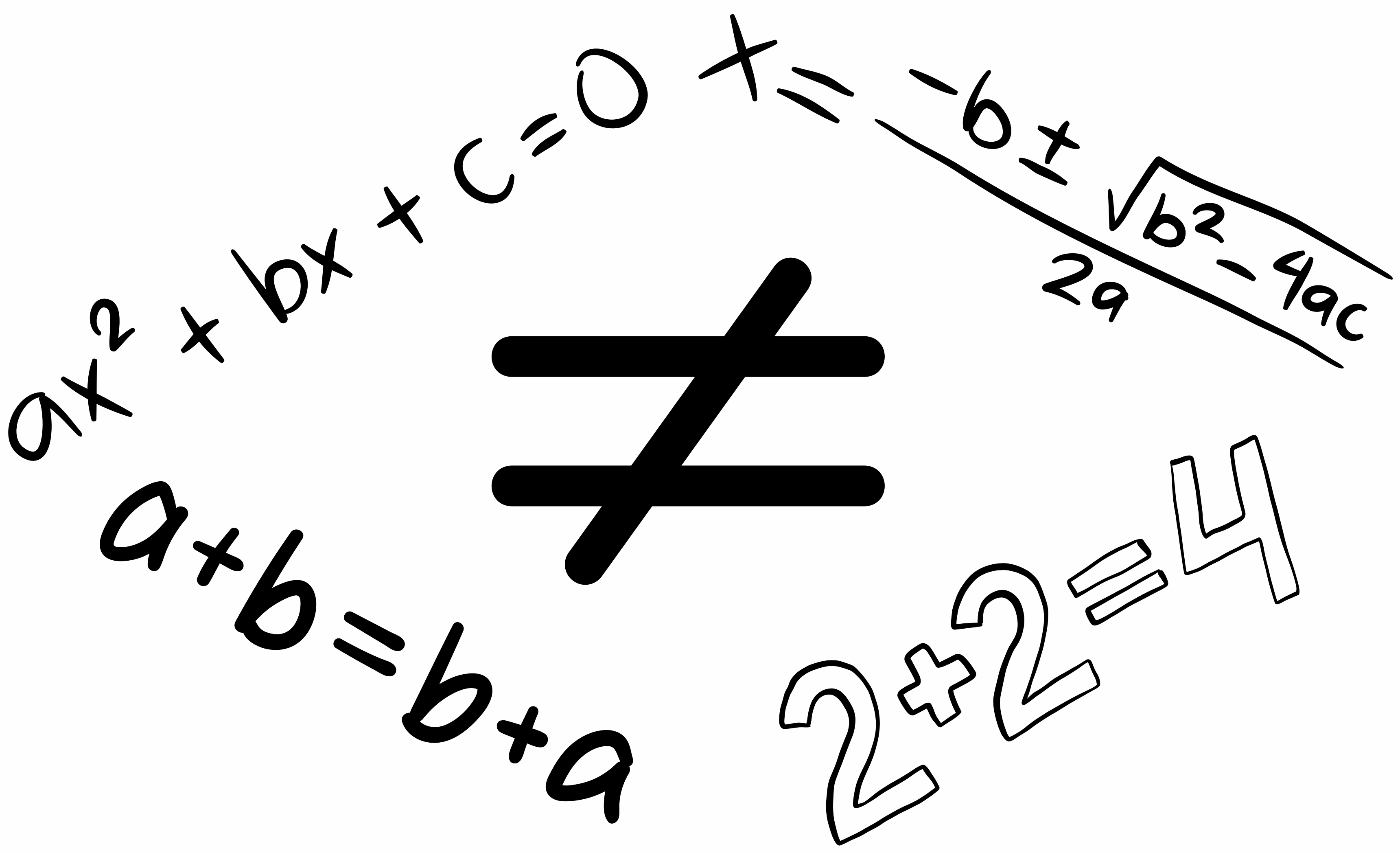
Momento II
Pensamento computacional

Momento I

Este primeiro momento se destina ao estudo conceitual das equações polinomiais do 2° grau por meio de estratégias de aprendizagem ativa, bem como o processo algébrico utilizado para a sua solução e algumas das suas aplicações. Para que isso ocorra, faz-se necessário retomar alguns conhecimentos prévios que serão utilizados neste estudo.

Destaca-se a importância da leitura do recorte teórico presente neste documento, pois possibita o aprofundamento das estratégias de aprendizagem ativa aqui utilizadas, necessária para que a aplicação traga os resultados esperados.

Para iniciar tal estudo, a primeira semana está planejada para que ocorra uma revisão sobre a diferença entre expressão numérica, expressão algébrica e equação, bem como as suas características. Além disso, é apresentada a definição de equação, o estudo da lei geral de uma equação polinomial do 2° grau e o seu processo de resolução por meio da Fórmula Quadrática.



ETAPA 1

A primeira etapa tem como resultados de aprendizagem:

- Relembrar o conceito de solução/raiz de uma equação.
- Compreender a lei geral de uma equação polinomial do 2° grau.
- Classificar os coeficientes de uma equação polinomial do 2° grau.
- Interpretar e aplicar a fórmula quadrática.

1° encontro (1h.a.)

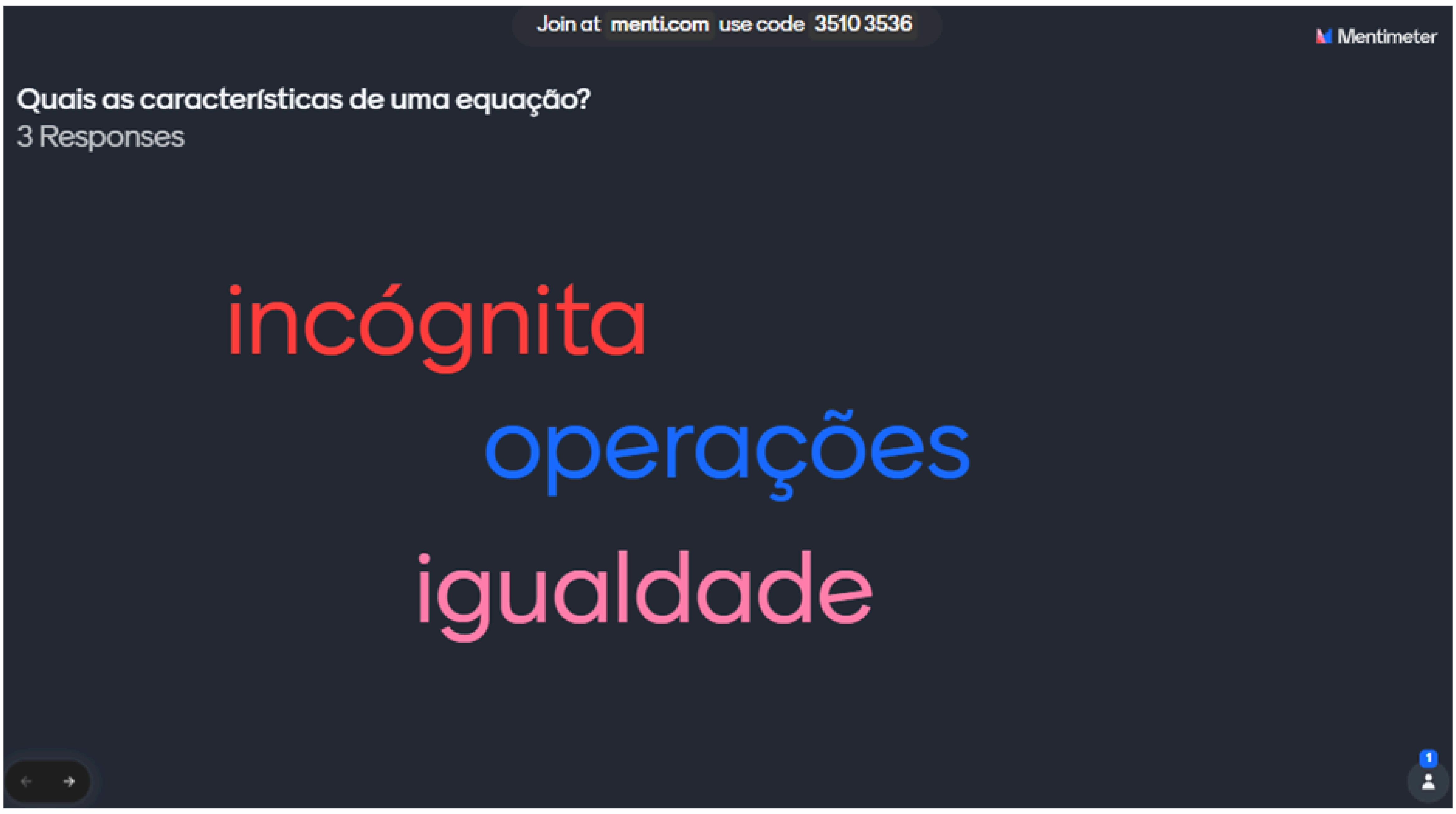
Quais são as características de uma equação?

A partir deste questionamento os estudantes deverão expressar as suas concepções prévias a respeito do conteúdo a ser estudado e escrever três palavras no *Mentimeter*. O *Mentimeter* é uma plataforma que possibilita a criação de apresentações em slides interativas. O professor pode criar a sua apresentação pelo https://www.mentimeter.com/ e disponibilizar o código de acesso para os estudantes acessarem pelo https://www.menti.com/.

Mentimeter

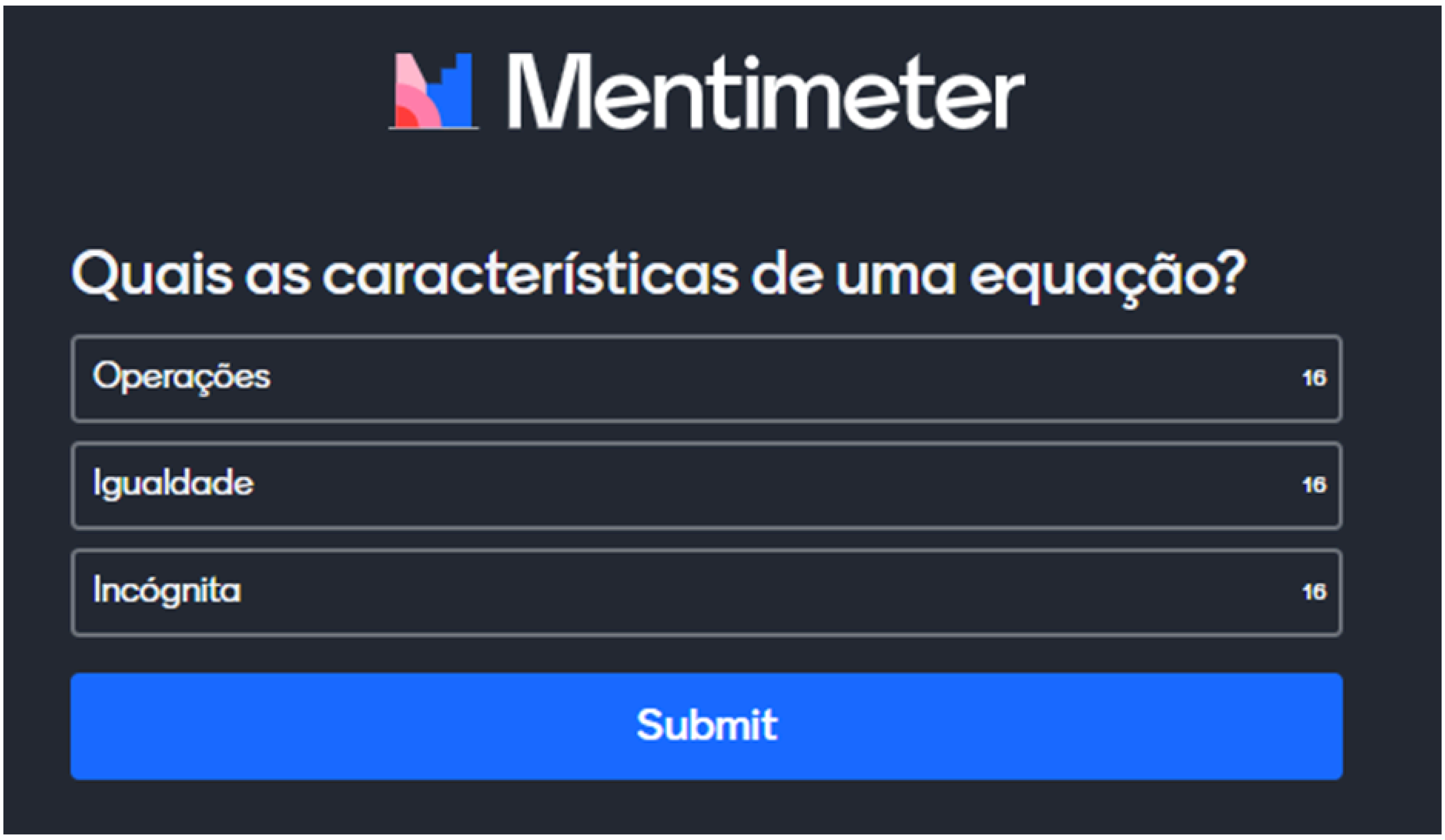
Veja o exemplo a seguir em que um estudante já registrou as suas três respostas (anônimas):

Apresentação após receber as primeiras respostas



Vale destacar que as palavras estão neste formato porque foi selecionada a opção de nuvem de palavras ou *word cloud*.

Visão do estudante



Neste primeiro momento é possível refletir sobre as concepções dos estudantes a respeito do conceito de equações. Diante disso, o Mentimeter possibilita visualizar quais foram as respostas com maior frequência, estando presentes no centro da nuvem de palavras, bem como possíveis interpretações incorretas do conceito.

Mas afinal, o que é uma equação?

A equação é uma sentença matemática que possui igualdade entre duas expressões algébricas e uma ou mais incógnitas (valores desconhecidos) que são expressadas por letras.

Características de uma equação

- Sinal de igualdade
- Primeiro membro (antes da igualdade)
- Segundo membro (depois da igualdade)
- Incógnita

Exemplo

- $2x - 6 = 2$
- Primeiro membro: $2x - 6$
- Segundo membro: 2
- Possui sinal de igualdade e “x” é a incógnita.

Logo, $2x - 6 = 2$ é uma equação.

A partir deste exemplo inicial, é possível passar uma lista de expressões numéricas, expressões algébricas e equações para que os estudantes verifiquem se compreenderam os conceitos estudados.

Agora é a sua vez!

Classifique os exemplos a seguir em expressão numérica, expressão algébrica e equação:

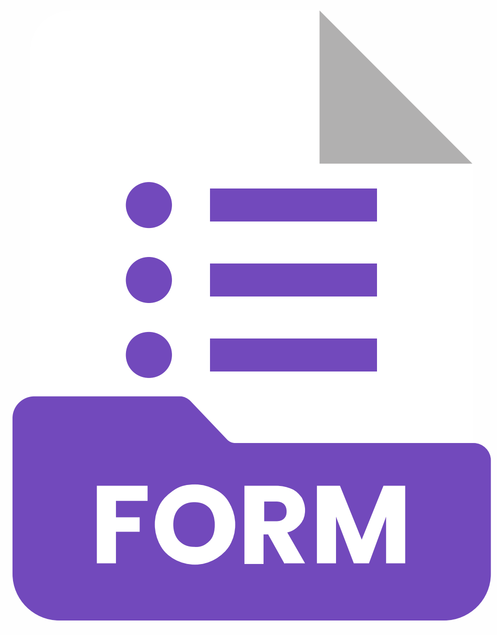
- $4 \times 5 + 2 - 3$
- $3x^2 - 7x$
- $5x + 2 = 3x + 9$
- $6x - 4$
- $x^2 + 3x - 1 = 0$
- $2x + 3$

One minute paper **(relatório do último minuto)**

Neste momento os estudantes devem fazer uma síntese dos conceitos mais importantes que foram abordados em aula e responder às seguintes questões:

- Qual foi o conceito mais interessante que você aprendeu durante a aula?
- Qual o exemplo mais significativo da aula para você?
- Qual a sua principal dúvida sobre as situações abordadas durante a aula?
- Você tem curiosidade em ver aplicações das equações polinomiais do 2° grau?
- Deixe a sua opinião sobre esta aula.

Para realização do *minute paper*, as questões podem ser disponibilizadas em formulário do Google Forms, conforme exemplo a seguir:



2° encontro (2h.a.)

Este encontro deve ser iniciado com a discussão a respeito das respostas recebidas via Google Forms, a fim de validar a estratégia utilizada e, em caso de dúvidas, este é o momento para discutí-las. Neste sentido, a aplicação do relatório do último minuto impacta no planejamento das próximas aulas, podendo sugerir adaptações das atividades propostas.

Equação polinomial do 2° grau

Uma equação polinomial é dita do 2° grau, na variável x, quando está escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e a, b e c constantes. Os números a, b e c são os coeficientes da equação.

Exemplo

Na equação $2x^2 + 23x - 39 = 0$ temos que:

$a = 2$

$b = 23$

$c = 39$

Realizada a definição e apresentação dos coeficientes, solicite que os estudantes tentem realizar o mesmo procedimento nos exemplos a seguir:

a) $x^2 - 11x + 12 = 0$

b) $-2x^2 + 5x = 0$

c) $x^2 + 7 = 0$

Estes exemplos possuem um caso com todos os coeficientes e dois que não possuem todos os coeficientes propositalmente. Isso foi pensado por conta de muitos estudantes confundirem a ordem dos coeficientes quando um deles não está presente. Ou seja, quando *b* ou *c* é zero.

IMPORTANT!

Lembre-se de comentar com os estudantes que quando todos os coeficientes forem números diferentes de zero, dizemos que a equação é **completa**. Caso os coeficientes *b* ou *c* sejam zero, a equação é dita **incompleta**.

Valor numérico de uma expressão algébrica

Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica nada mais é do que substituir a incógnita por um valor conhecido. Por exemplo, se a equação que determina a quantidade de água em um reservatório, em litros, t horas após o escoamento é dada por $V = 50(10 - t)^2$, o valor de V quando $t = 1$ é:

$$V = 50(10 - 1)^2$$

$$V = 50(9)^2$$

$$V = 50 \times 81$$

$$V = 4.050L$$

Logo, após uma hora decorrida do início do esvaziamento do reservatório que possui 5.000L de água o seu nível ficará em 4.050L.

Exemplos

Vamos calcular o valor numérico das expressões algébricas a seguir quando $x = 0$, $x = 1$ e $x = 2$:

a) $x^2 - 8x + 15$

b) $x^2 - 11x + 12$

c) $x^2 + 2x + 1$

Estes exemplos possibilitam retomar o conceito de valor numérico, o qual será necessário para substituir os valores dos coeficientes das equações na fórmula resolutiva de uma equação polinomial do 2° grau.

Como encontrar a solução de uma equação quadrática?

Definição: Os valores reais de "x" que satisfazem a equação são chamados de raízes, ao passo que o conjunto formado pelas raízes é o conjunto solução da equação.

Por exemplo, na equação $3x^2 + 4x + 1 = 0$, substituindo x por -1, obtemos:

$$3(-1)^2 + 4(-1) + 1 = 0$$

$$3 - 4 + 1 = 0$$

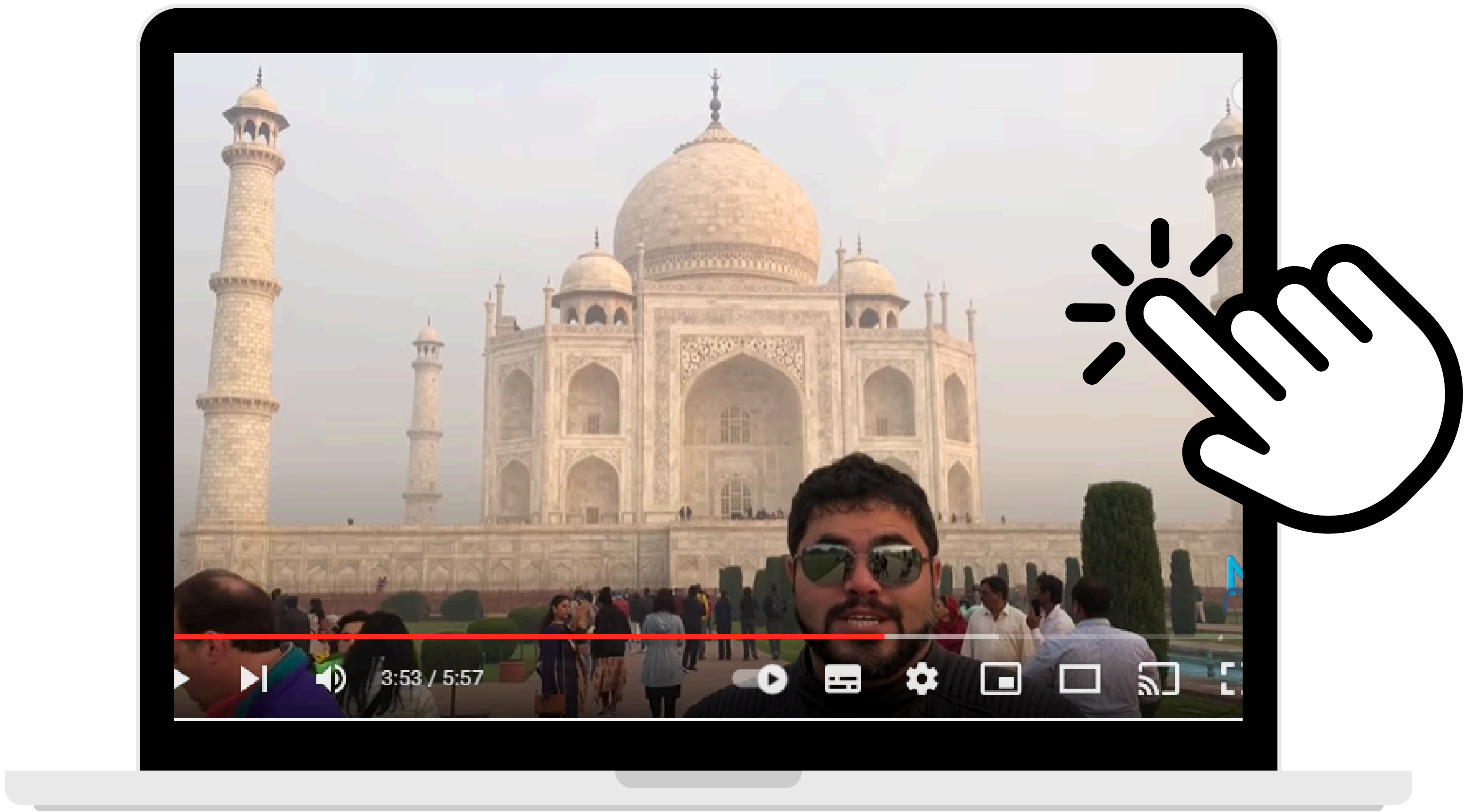
$$0 = 0$$

A sentença é verdadeira, logo -1 é uma raiz (ou solução) da equação.

Mas nem sempre é simples assim encontrar a solução de uma equação, ainda mais em equações quadráticas. Para isso, por vezes necessitamos da fórmula quadrática.

Como surgiu a fórmula quadrática?

Para esta discussão, sugere-se a utilização de um vídeo do Canal Matemática Rio com Prof. Rafael Procópio, o qual conta um pouco do contexto em que este método de resolução surgiu e porque apenas no Brasil ele é chamado de "Fórmula de Bhaskara".



Para encontrar a solução de uma equação polinomial do 2° grau completa ou incompleta é possível utilizar a fórmula indicada a seguir:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Neste momento, você pode comentar que existe uma demonstração matemática que prova que esta fórmula é válida para encontrar a solução de qualquer equação polinomial do 2° grau. Entretanto, agora nos interessa apenas saber aplicar a fórmula e compreendê-la.

Dentro desta fórmula chamamos a parte que está dentro da raiz quadrada de **discriminante**, indicando-o pela letra grega delta.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Neste sentido, também é possível interpretar a fórmula da seguinte maneira:

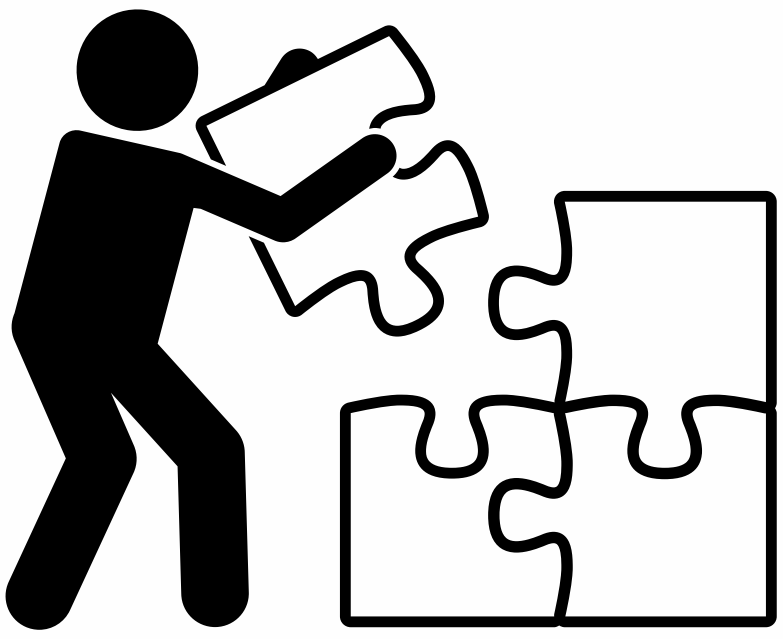
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

Utilizamos x’ e x’’ para separar as duas raízes que, em alguns casos, serão iguais.

Mais adiante veremos a importância do discriminante na fórmula e como esse conceito pode ser abordado com os estudantes de maneira construcionista.



Exemplo

Na equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ temos que $a = 1$, $b = -5$ e $c = 6$. Daí temos que:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x' = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x'' = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Logo, o conjunto solução desta equação é $S = \{2, 3\}$.

Agora vamos testar se os estudantes compreenderam a fórmula e o seu processo de resolução, a partir das seguintes equações. Lembrando que o discriminante pode ser calculado separadamente.

a) $x^2 - 11x + 28 = 0$

b) $x^2 + 8x + 15 = 0$

c) $x^2 - 6x + 8 = 0$

d) $x^2 - x - 6 = 0$

3° encontro (1h.a.)

Verificando o aprendizado por meio do Socrative

Realizada a revisão do conceito de equação e estudadas as características de uma equação polinomial do 2° grau, bem como a sua fórmula resolutiva, a próxima etapa é validar o aprendizado dos mesmos. Pensando nisso, é possível utilizar a plataforma Socrative que, assim como o Kahoot, permite a aplicação de questionários; porém, sua principal diferença é que ele permite a inserção de perguntas mais longas, com alternativas também maiores. Diante disso, é possível o professor utilizá-la com uma certa restrição no número de questionários, de maneira gratuita, por meio do endereço https://www.socrative.com/.

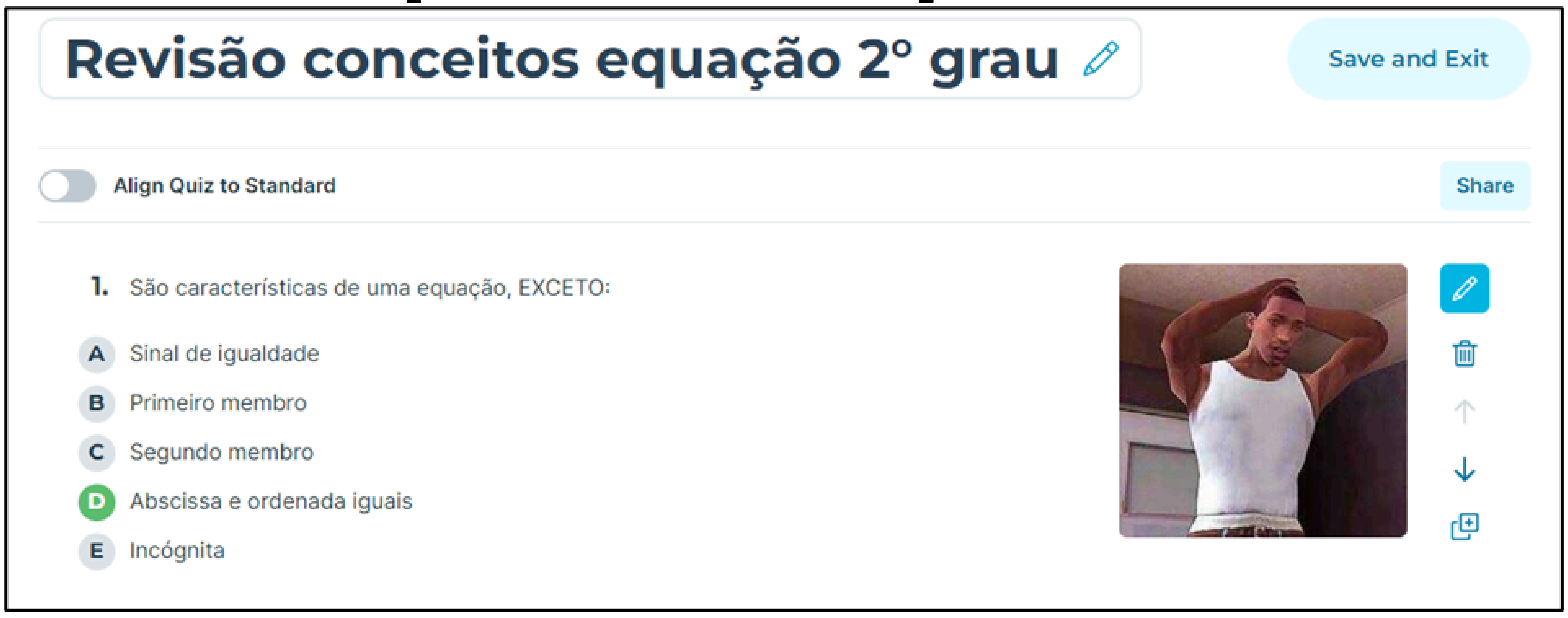
Após a inscrição na plataforma, já se pode realizar a criação dos questionários, conforme aba destacada na figura logo abaixo.

Página de criação de questionários na plataforma Socrative

Fonte: Autoria própria.

A revisão dos conceitos foi criada com questões de múltipla escolha e de verdadeiro ou falso, conforme prévia apresentada a seguir.

Prévia do questionário criado na plataforma Socrative

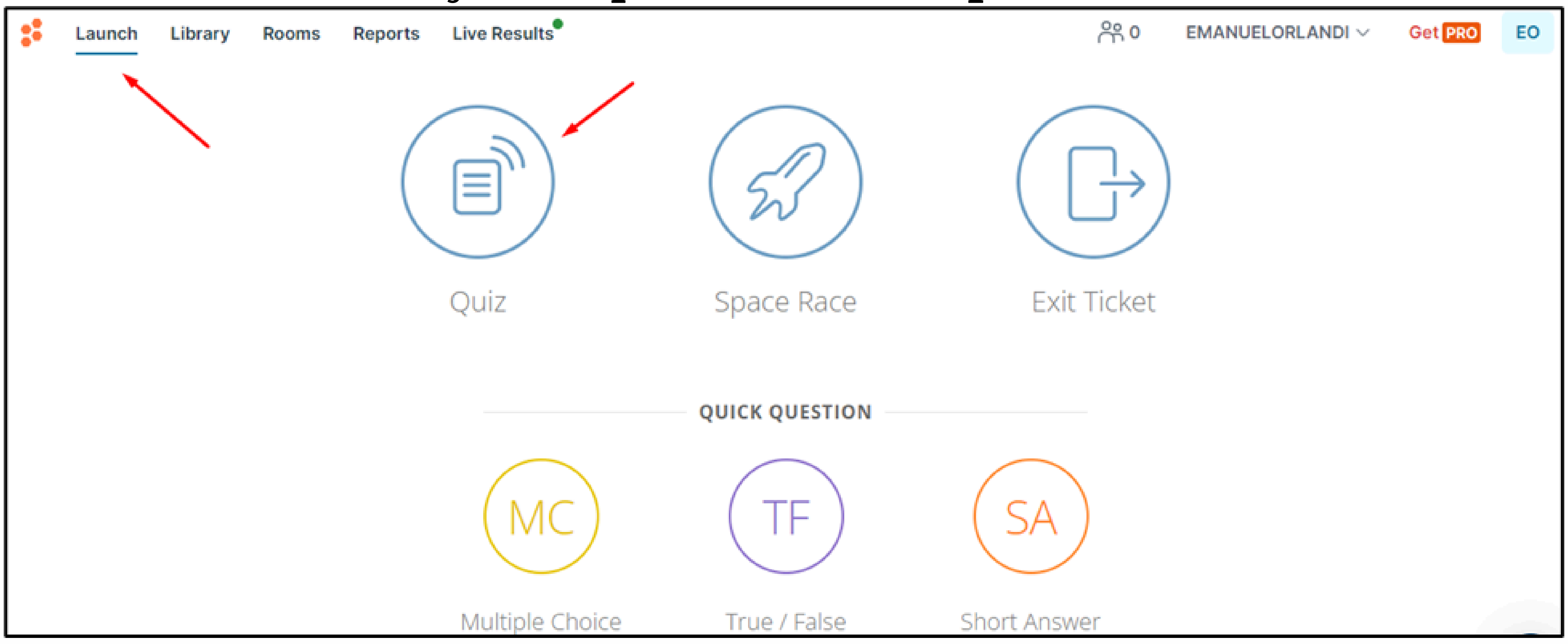


Fonte: Autoria própria.

Nesta etapa da construção do questionário é possível inserir imagens que sejam relacionadas ao assunto da questão ou que tenham um viés de divertir a atividade, remetendo a algo de interesse do estudante.

Com o questionário já pronto, o docente pode utilizá-lo a partir da aba *Launch* e com a opção *Quiz*, conforme indicado na figura a seguir.

Aba de utilização do questionário na plataforma Socrative



Fonte: Autoria própria.

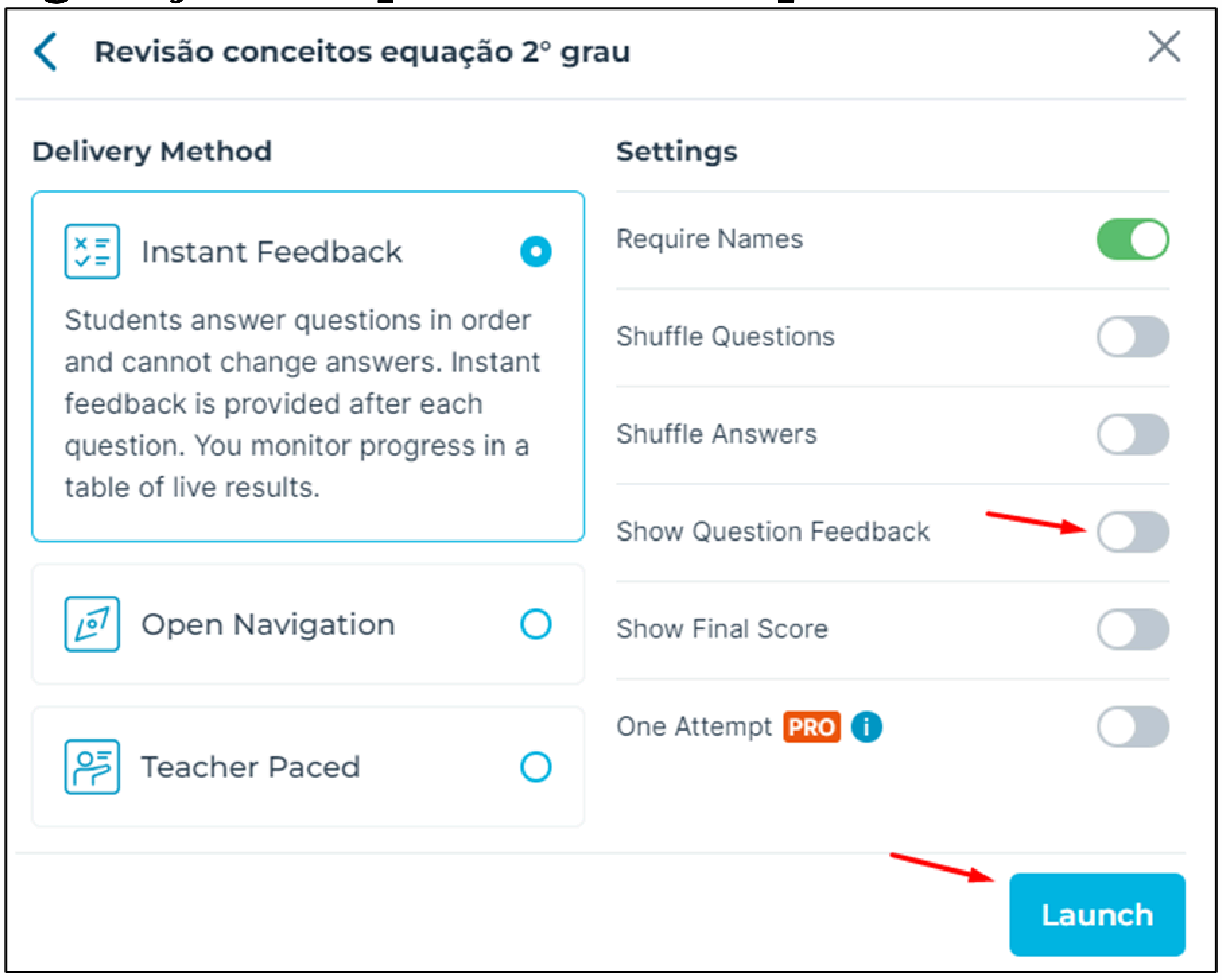
Em seguida, é necessário selecionar o banco de questões que se deseja utilizar:

Seleção do banco de questões a ser utilizado na plataforma Socrative

Fonte: Autoria própria.

Feito isso, basta configurar o questionário para liberar o acesso aos estudantes. Nesta etapa é possível remover a opção de mostrar o *feedback* imediato, o qual apresenta se o estudante acertou ou não a questão. Isso auxilia o professor para que caso a turma não atinja um percentual mínimo de acertos, os estudantes realizem novamente o teste, sem passarem as respostas uns aos outros, até que o percentual desejado seja atingido.

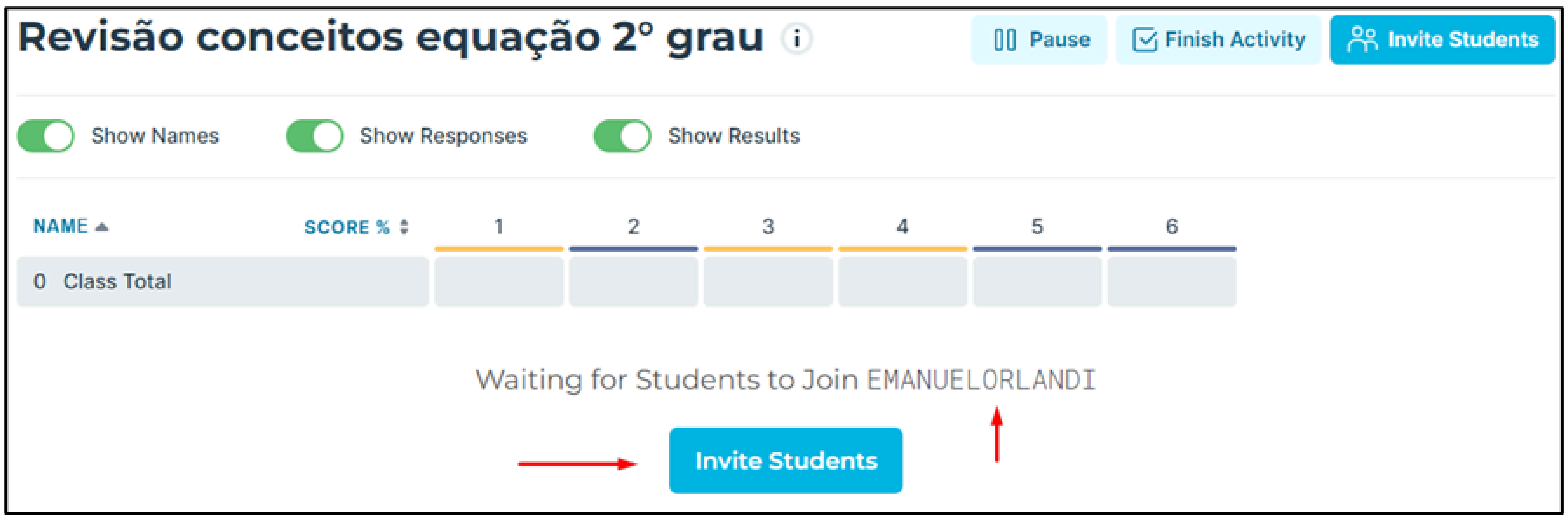
Configurações do questionário na plataforma Socrative



Fonte: Autoria própria.

Diante disso, o professor deve informar o nome da sala aos estudantes e iniciar questionário.

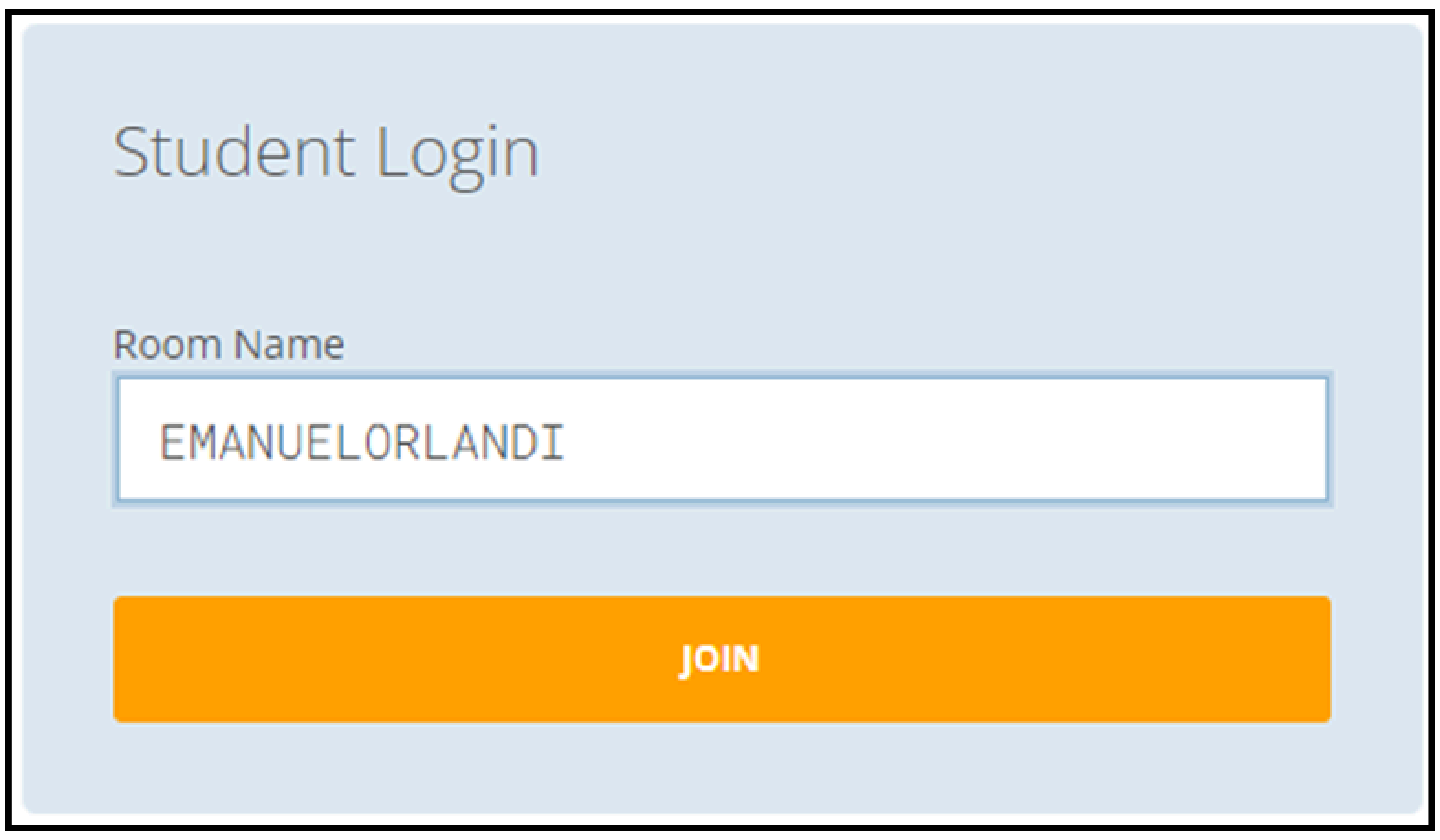
Compartilhamento do nome da sala aos estudantes na plataforma Socrative



Fonte: Autoria própria.

Já os estudantes devem acessar o link do Socrative Student (https://b.socrative.com/login/student/) e informar o nome da sala e o seu nome completo, a fim de que o professor consiga emitir o relatório para posterior avaliação.

Acesso ao Socrative Student



Fonte: Autoria própria.

Assim sendo, diante da possibilidade, esta atividade pode ser analisada por meio do relatório gerado pela própria plataforma Socrative, em que serão observadas as respostas de cada estudante em cada questão, a fim de validar a compreensão ou não dos conceitos estudados até o momento.

4° encontro (2h.a.)

Exercícios em sala de aula (*in-class exercises*)

Nesta etapa os estudantes podem ser organizados em trios para resolverem os exercícios selecionados. Ao término do prazo para entrega das atividades, o professor pode sortear um integrante do grupo para entregar a resolução feita pela equipe (por conta disso todos precisam ter a resolução em seu caderno).

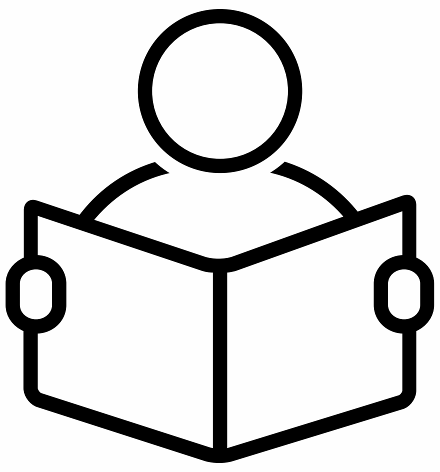
A entrega da resolução pelos estudantes pode ser utilizada como parte da avaliação somativa e a sua participação ativa no processo de resolução com o grupo como parte da avaliação formativa.

Antes de propor os exercícios, sugere-se que sejam resolvidos alguns exemplos. A partir da análise das resoluções, instigar os estudantes a montarem coletivamente um passo a passo para solucionar uma equação polinomial do 2° grau, semelhante ao proposto a seguir:

- **1° passo:** determinar os coeficientes *a*, *b* e *c*.
- **2° passo:** calcular o valor do discriminante.
- **3° passo:** substituir os coeficientes e o discriminante na fórmula quadrática.
- **4° passo:** calcular as raízes x’ e x’’.
- **5° passo:** montar o conjunto solução.

A partir deste momento os estudantes já podem ser organizados em pequenos grupos para resolverem os exercícios selecionados. Ao término do prazo para entrega das atividades, o professor pode sortear um integrante do grupo para entregar a resolução feita pela equipe (por conta disso todos precisam ter a resolução em seu caderno).

A entrega da resolução pelos estudantes pode ser parte da avaliação somativa e a sua participação ativa no processo de resolução com o grupo pode ser parte da avaliação formativa.



1. Indique o valor de cada um dos coeficientes a, b e c nas equações a seguir. Escreva as equações na sua forma padrão $ax^2 + bx + c = 0$ e em seguida as classifique em completa ou incompleta.

a) $-3x^2 + 5 = 0$

b) $x^2 + 2x + 4 = 0$

c) $2x^2 = 5 - x$

d) $x^2 - 10x = 1$

2. A partir da fórmula quadrática, encontre o conjunto solução das equações a seguir:

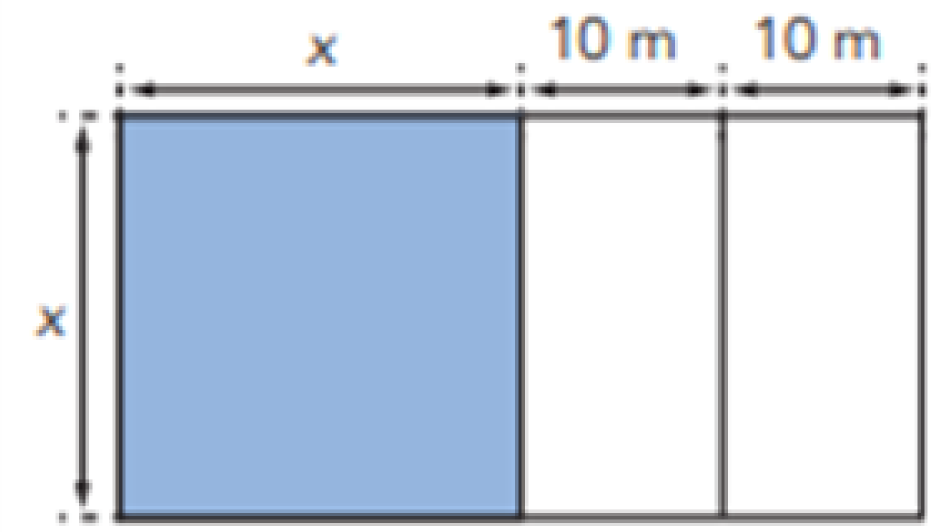
a) $5x^2 + 4x + 1 = 0$

b) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

c) $-x^2 + 9x + 20 = 0$

d) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

3. (Embraer-SP) A um terreno quadrado, de lado x, foram anexadas duas regiões retangulares congruentes, conforme mostra a figura, formando um terreno retangular de área igual a 800 m².



Nessas condições, é correto afirmar que a medida do lado do terreno quadrado original, indicada por x na figura, é, em metros, igual a:

a) 36.

b) 30.

c) 20.

d) 18.

4. A figura representa um canteiro retangular, cujas medidas de comprimento e de largura, em metros, são, respectivamente, x e 2x + 1.

Para que esse canteiro tenha área de 210 m², o valor de x deverá ser igual a:

a) 5

b) 7

c) 10

d) 21

ETAPA 2

A segunda etapa tem como resultados de aprendizagem:

- Aplicar a fórmula resolutiva de uma equação polinomial do 2° grau.
- Entender o conceito de discriminante e a sua importância na fórmula quadrática.
- Compreender os diferentes casos de discriminante e a sua relação com o número de soluções da equação.

5° encontro (1h.a.)

Este encontro tem como objetivo analisar a resolução de diferentes equações polinomiais do 2° grau e qual a sua relação com o número de soluções, a partir do seu discriminante. Diante disso, antes de montar o Quadro 2, organize os estudantes em três grandes grupos.

Cada grupo resolverá duas das seis equações a seguir e analisará qual o número de soluções conforme o valor do discriminante. Exemplo: grupo 1 soluciona as duas primeiras, grupo 2 soluciona as duas seguintes e o grupo 3 soluciona as duas últimas equações.

Em seguida, os integrante de cada grupo se organizarão para apresentar a sua solução e conclusões para o restante da turma. Neste momento você poderá identificar se os estudantes conseguiram identificar a relação existente entre o número de soluções e o discrimante ou não, além de eventuais erros de compreensão ou no processo de solução das equações.

LET'S GO!

a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x^2 + 4x + 5 = 0$

c) $x^2 - 3x + 2 = 0$

d) $2x^2 + x + 1 = 0$

e) $2x^2 + 4x + 2 = 0$

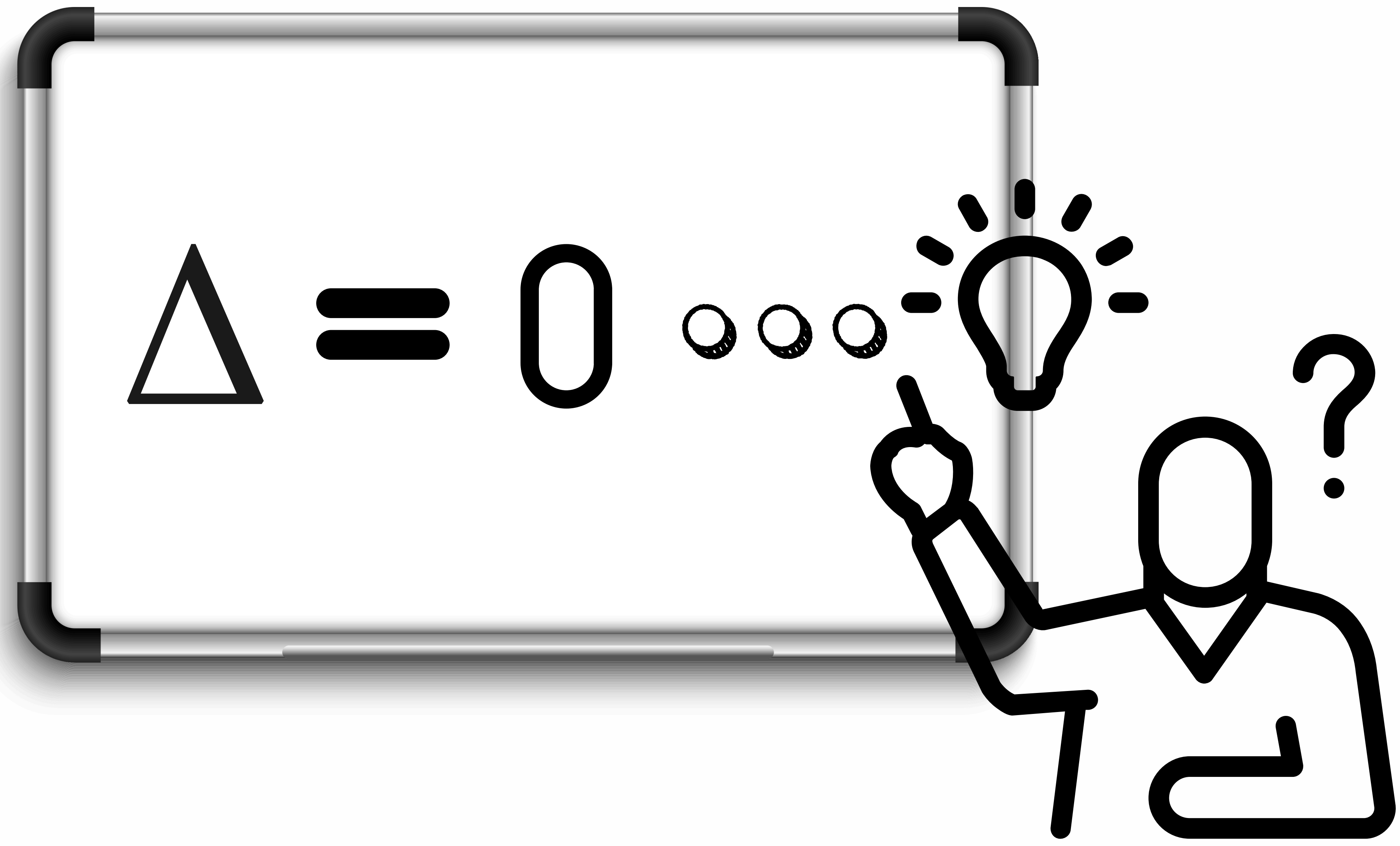
f) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

Solucionadas as equações e realizada a discussão e análise da resoluções, já é possível montar um resumo com os casos possíveis de discriminante e a sua relação com o número de soluções.

Casos possíveis de discriminante ou delta

Casos possíveis	Número de soluções da equação
$\Delta < 0$	Não possui raiz real
$\Delta = 0$	Duas raízes reais e iguais
$\Delta > 0$	Duas raízes reais e diferentes

Fonte: Autoria própria.



6° encontro (2h.a.)

Exercícios em sala de aula (*in-class exercises*)

Este encontro tem o mesmo objetivo do encontro anterior em que a estratégia foi utilizada. Portanto, é possível utilizar a mesma lógica para a lista de exercícios a seguir.

1. Qual é o valor do discriminante da equação $-5x^2 + 10x - 5 = 0$? Analisando o discriminante, quantas raízes possui a equação?

2. Ao calcular o delta da equação $x^2 + 2x + 1 = 0$, podemos concluir que:

a) Delta é maior que zero, o que implica em duas raízes diferentes.

b) Delta é igual a zero, o que implica em duas raízes iguais.

c) Delta é menor que zero e não há solução para a equação.

d) Delta é igual a 1, o que implica em duas raízes positivas.

e) Delta é igual a 1, o que implica em duas raízes negativas.

3. Um professor de matemática fez um desafio para que seus alunos descobrissem a idade de seu filho. “A idade do meu filho é obtida pela seguinte equação: a diferença entre o quadrado e o quíntuplo de um número é igual a cinquenta". Que idade o filho do professor tem?

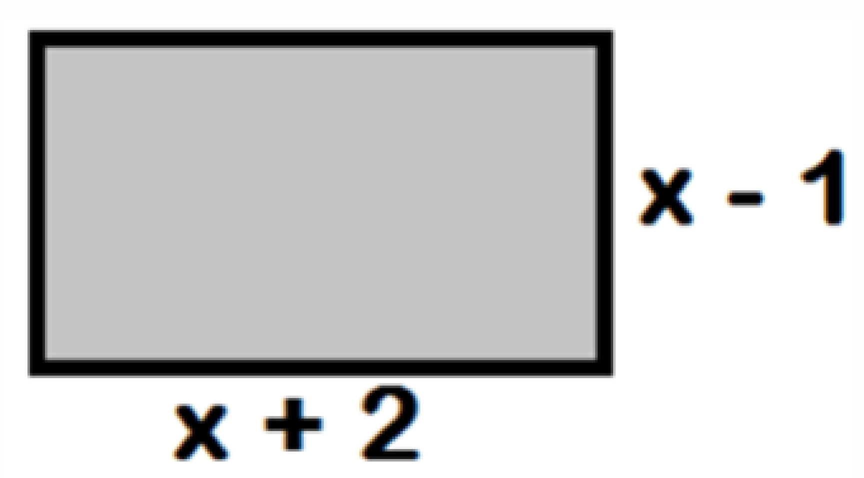
a) 13 anos

b) 12 anos

c) 11 anos

d) 10 anos

4. Observe o retângulo a seguir, cujas dimensões são dadas em centímetro. Sabe-se que a área deste retângulo é igual a 40 cm². As medidas dos lados deste retângulo são:



a) 5 cm e 8 cm
b) 5 cm e 7 cm
c) 4 cm e 10 cm
d) 2 cm e 20 cm

5. O professor Emanuel propôs o seguinte desafio aos seus estudantes: "O tempo que dou aula nesta escola é igual ao produto das soluções da equação $x^2 - 9x + 20 = 0$". Os estudantes sabem que PRODUTO é uma multiplicação e que SOLUÇÃO da equação são os resultados x’ e x’’. Ao fazer alguns cálculos os estudantes chegaram ao resultado:

a) 12 anos
b) 15 anos
c) 20 anos
d) 25 anos

6. Qual a maior raiz da equação $-2x^2 + 3x + 5 = 0$?

DURANTE O PROCESSO DE RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS PELOS GRUPOS, SUGERE-SE QUE O PROFESSOR CIRCULE PELA SALA, A FIM DE OBSERVAR EVENTUAIS DIFICULDADES E AUXILIAR OS ESTUDANTES, ALÉM DE VALIDAR A PARTICIPAÇÃO ATIVA DE TODOS OS INTEGRANTES DOS GRUPOS.

7º encontro (2h.a.)

Nesta aula veremos exemplos de aplicação das equações do segundo grau.

Você sabe quem foi Galileu Galilei?

Galileu Galilei foi um importante astrônomo, físico e matemático italiano. Ele é considerado um marco da revolução científica nas áreas da física e da astronomia. Os estudos de Galileu foram fundamentais para o desenvolvimento da mecânica (movimento dos corpos) e a descoberta sobre os planetas e os satélites. Neste caso, o que é mais pertinente é o seu estudo a respeito do movimento queda livre, o qual pode ser calculado por meio de uma equação do segundo grau.

$$\boxed{h = \frac{g \cdot t^2}{2}}$$

h = altura

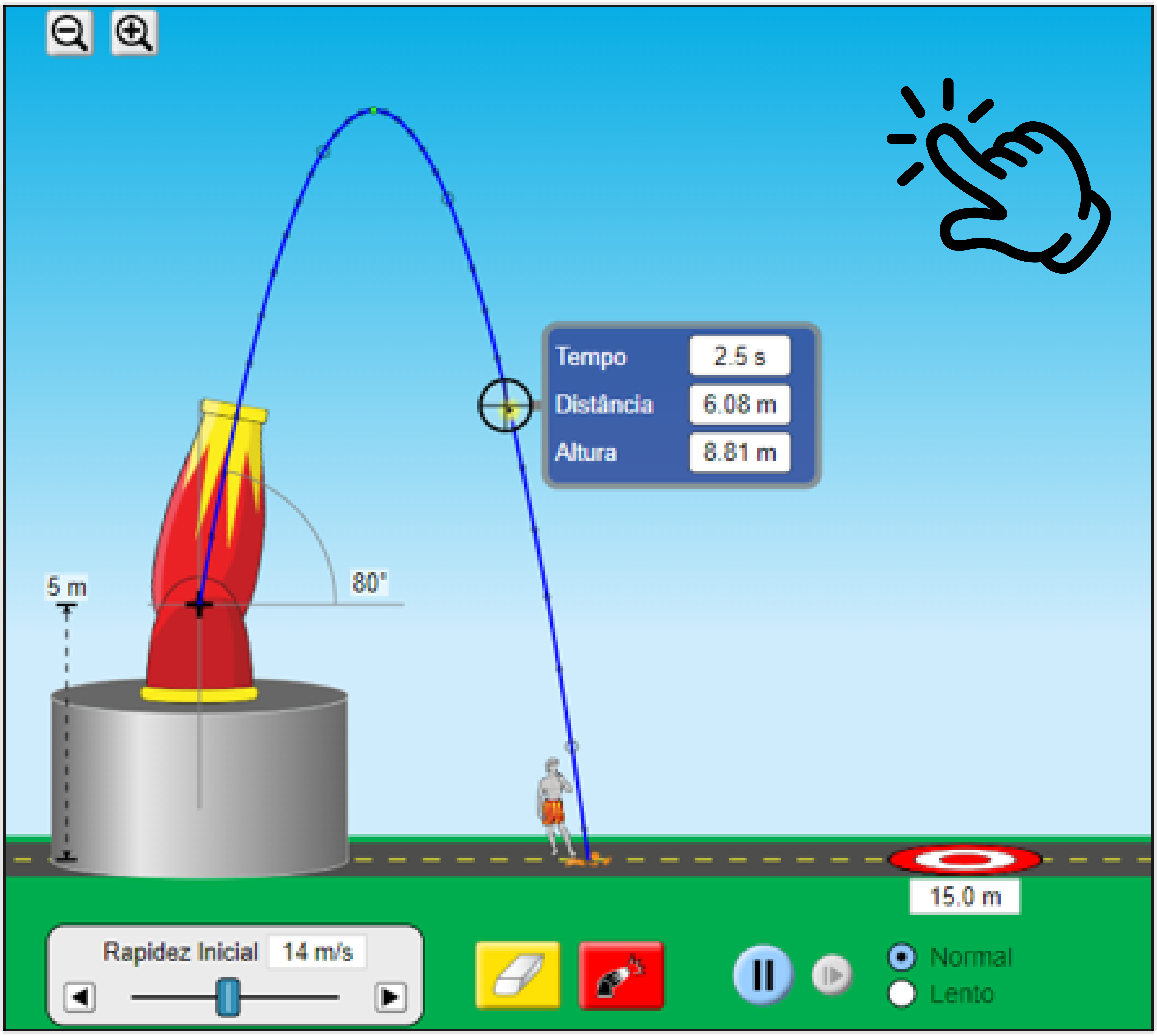
g = aceleração da gravidade ≈ 9,8 m/s²

t = tempo

Em resumo, podemos ler a equação da seguinte maneira: a altura de um corpo em queda livre é determinada pela metade do produto entre a gravidade e o tempo de queda elevado ao quadrado.

Na figura abaixo é possível observar uma simulação de um projétil sendo lançado de um canhão e entrando em queda livre, cuja trajetória forma uma parábola, sendo a altura determinada pela equação apresentada anteriormente. Para validação, é possível realizar a prova real dos resultados obtidos no PhET por meio da equação da queda livre em diferentes tempos, comparando com a solução feita à mão.

Simulação do movimento queda livre de um projétil

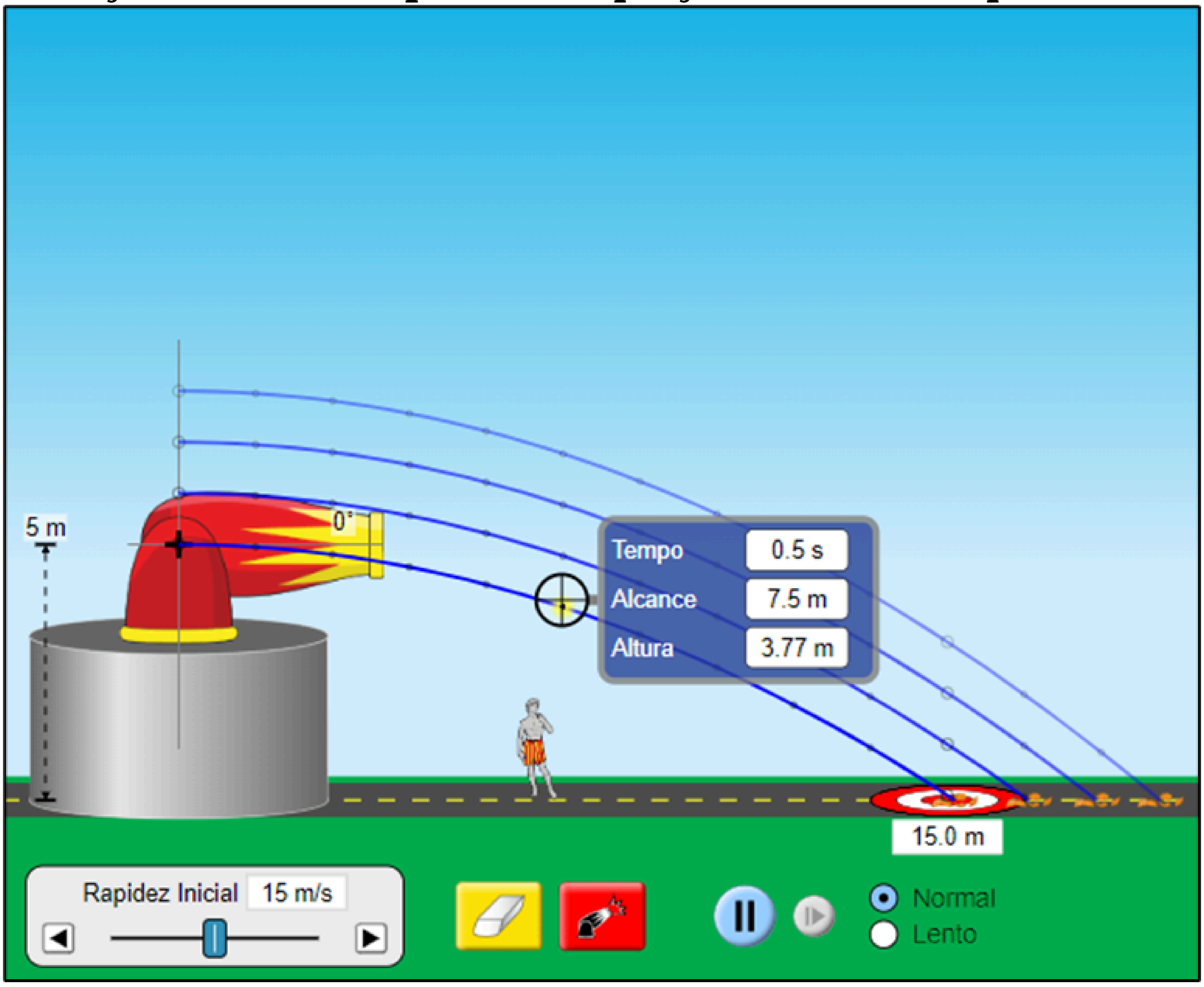


Fonte: PhET Colorado.

A partir dessa equação, é possível mostrar a trajetória realizada por um projétil quando lançado de um canhão, com diferentes alturas iniciais, até que o projétil atinja o alvo.

Nesse sentido, o professor pode intervir e apresentar a “prova real” dos valores conferidos com a régua apresentada na figura a seguir. Portanto, os estudantes podem substituir o valor da altura ou tempo apresentado no PhET e validar os resultados.

Relação altura x tempo com a equação movimento queda livre



O objetivo é apresentar uma aplicação do conteúdo e estabelecer uma base conceitual para a posterior discussão sobre a trajetória parabólica e os cálculos relacionados ao movimento de queda livre a serem desenvolvidos no Scratch.

Você sabe o porquê do formato das antenas parabólicas?

Para discutir este conceito você pode utilizar o vídeo do Canal Derivando, no qual o autor explica o motivo da antena parabólica ter o formato de parábola, ou melhor dizendo, de um paraboloide.

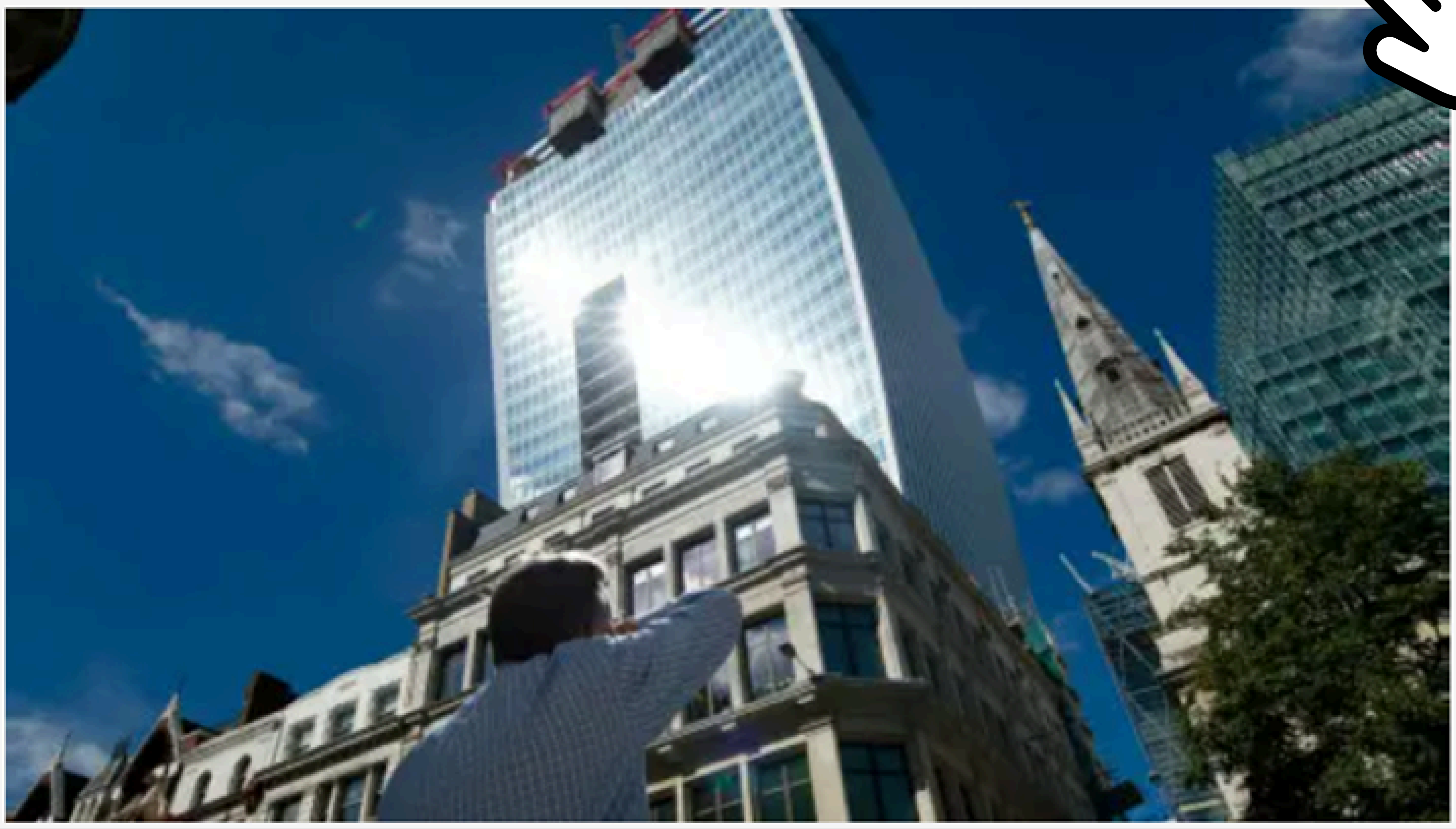
O objetivo é que os estudantes percebam que as equa-ções polinomiais do 2° grau podem estar presentes em situações do nosso cotidiano, mesmo que não sejam tão aparentes. Apesar do paraboloide não ser uma equação do 2° grau propriamente dita, exige o entendimento desse conteúdo, o qual pode ser relacionado inclusive com as funções quadráticas.

A resposta para o questionamento inicial é que a pará-bola é uma curva que tem a propriedade de refletir todos os raios paralelos ao seu eixo em direção ao seu foco. Isso significa que uma antena parabólica pode concentrar todas as ondas de rádio que chegam a ela em um único ponto, o que é muito útil para captar sinais fracos.

O vídeo também explica como a propriedade da parábola pode ser usada para fazer faróis direcionais. Os raios de luz que saem do foco são refletidos pela parábola e se dirigem todos na mesma direção, o que cria um feixe de luz muito concentrado.

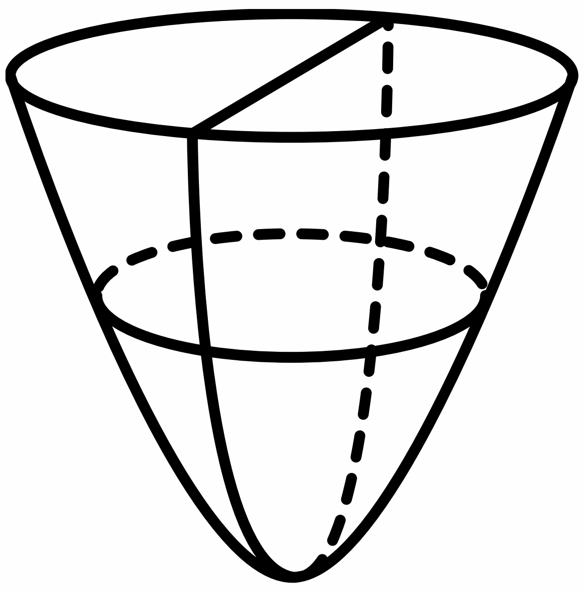
Consoante a isso, os estudantes podem ser questionados sobre possíveis consequências de não saber tais conceitos relacionados a propriedade da parábola e do paraboloide de revolução. Nesse sentido, a discussão pode se voltar para uma notícia que envolve o formato parabólico de um prédio com vidros espelhados.

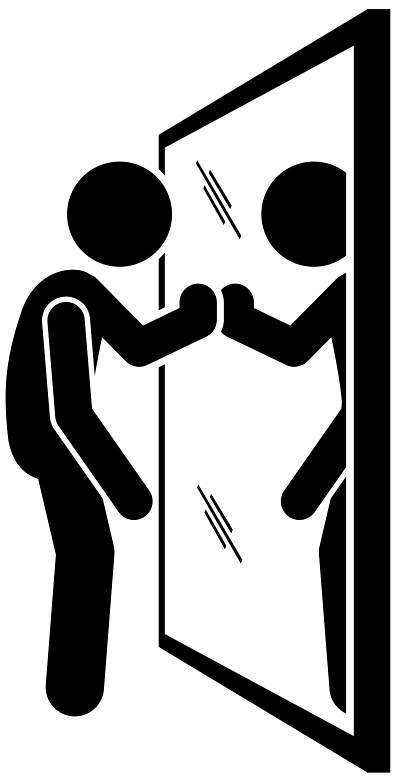
Como foi que um arranha-céus 'derreteu' um carro?



Fonte: BBC News (2013).

Um arranha-céus construído em Londres, com design curvilíneo e peculiar, causou danos a vários objetos, incluindo um carro, devido ao reflexo intenso da luz solar em suas janelas. A forma curva do edifício, semelhante a um espelho côncavo, concentra os raios solares em um ponto focal. Esse ponto focal, quando coincide com objetos como carros, pedestres ou outros edifícios, gera calor intenso suficiente para derreter materiais e causar danos. Além do carro derretido, foram relatados outros incidentes como bancos de bicicleta derretidos, tecidos queimados e pinturas danificadas. A intensidade da luz refletida também causou desconforto e problemas de visão para pedestres e motoristas.

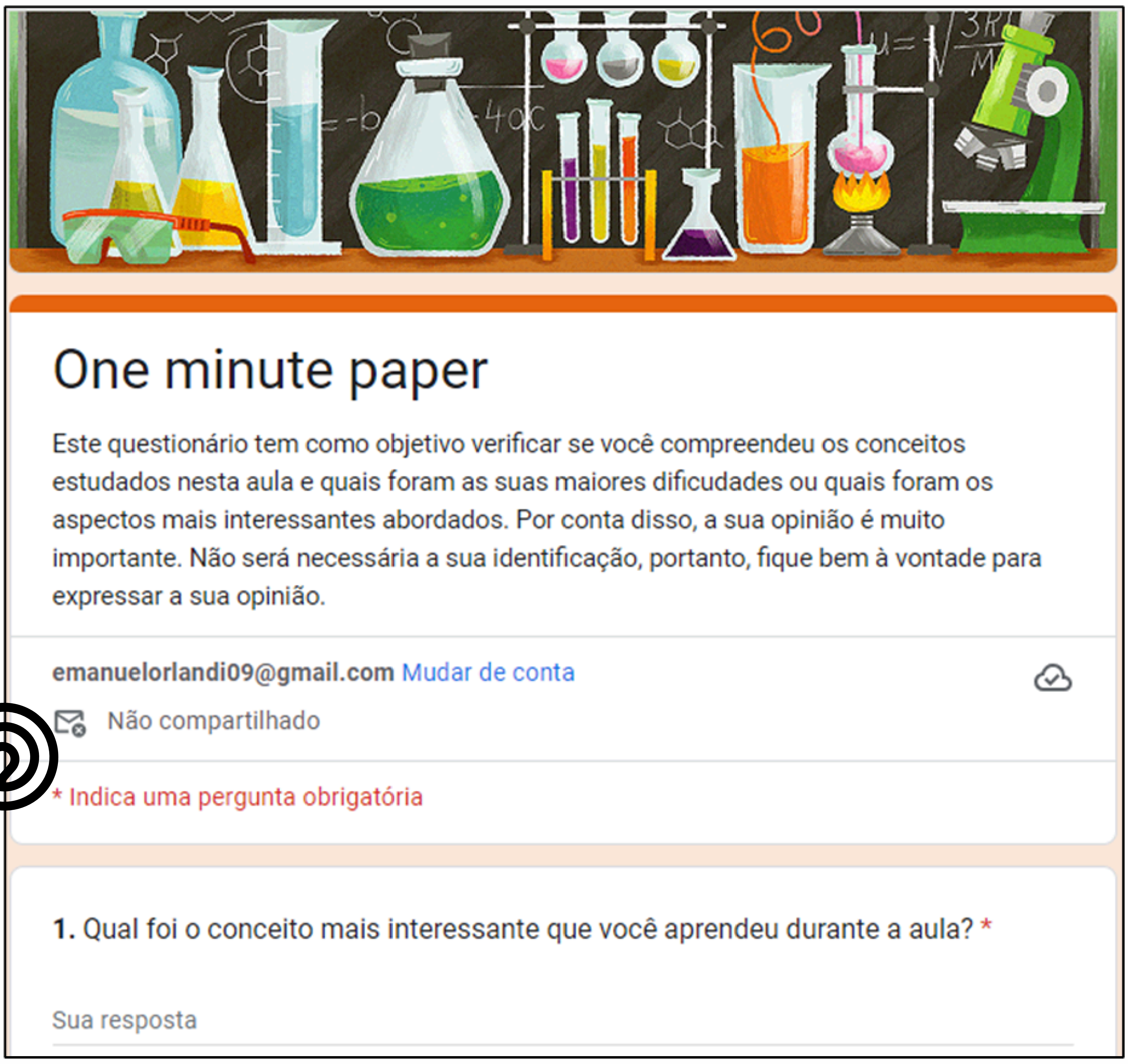




Diante disso, a construtora responsável pelo edifício buscou soluções para o problema, com a instalação de coberturas temporárias para bloquear a luz solar. Este não foi o primeiro caso de um edifício com design curvilíneo causando problemas devido ao reflexo da luz solar. O Walt Disney Concert Hall em Los Angeles, por exemplo, também enfrentou problemas semelhantes devido aos seus painéis de aço inoxidável.

O caso ocorrido em Londres serviu como um alerta para os arquitetos e engenheiros sobre a importância de considerar os efeitos da luz solar no design de edifícios, especialmente aqueles com formas curvas e superfícies reflexivas (como um paraboloide e a sua propriedade focal, por exemplo). Este incidente destacou a necessidade de uma análise cuidadosa dos projetos arquitetônicos e a influência das equações polinomiais do 2° grau e, consequentemente, das propriedades do paraboloide em situações como esta.

Portanto, a notícia serviu como um alerta para a importância de considerar os efeitos da luz solar no design de edifícios, especialmente aqueles com formas não convencionais. Nesse sentido, após essa discussão, os estudantes podem ser convidados a responder um novo minuto paper via Google Forms.


One minute paper

Este questionário tem como objetivo verificar se você compreendeu os conceitos estudados nesta aula e quais foram as suas maiores dificudades ou quais foram os aspectos mais interessantes abordados. Por conta disso, a sua opinião é muito importante. Não será necessária a sua identificação, portanto, fique bem à vontade para expressar a sua opinião.

emanuelorlandi09@gmail.com Mudar de conta

Não compartilhado

* Indica uma pergunta obrigatória

1. Qual foi o conceito mais interessante que você aprendeu durante a aula? *

Sua resposta

Fonte: Autoria própria.

8° encontro (2h.a.)

Nesta aula os estudantes serão desafiados a resolver alguns problemas em grupos a respeito de conceitos e aplicações estudadas em encontros anteriores. A atividade já serve como um pré-teste para a posterior avaliação.

Grupos com Tarefas Diferentes

Neste momento o professor precisa deixar claro aos estudantes que a atividade servirá como estudo pré-avaliação, apresentando os objetivos da mesma (Etapa 1). Diante disso, comente com os educandos que a turma será organizada em cinco grupos de seis pessoas (adapte conforme o número de estudantes da sua turma) e cada grupo receberá um problema diferente (Etapa 2). Em seguida, solicite que um estudante de cada grupo seja o líder e enumere cada integrante. Caso você prefira, podes juntar dois problemas para cada grupo.

Exemplo

1. Emanuel (líder)
2. João
3. Maria
4. José
5. Raissa
6. Pedro

Nesta etapa, todos os estudantes devem contribuir para a resolução do problema proposto e o líder votado pelo grupo deverá avaliar o envolvimento de cada membro do grupo para a conclusão da atividade.

Finalizada a resolução dos problema, o professor deve organizar novos grupos da seguinte maneira: Grupo 1, estudantes de número 1; Grupo 2, estudantes de número 2; e assim por diante (Etapa 3). Nesses novos grupos, todos devem resolver todos os problemas, e cada um dos estudantes tem a responsabilidade de auxiliar/explicar aos colegas o problema que resolveu anteriormente.

Por fim, o professor deve promover a socialização e discussão coletiva das resoluções e esclarecimento de eventuais dúvidas (Etapa 4). Neste caso, pode ser comentado na Etapa 1 que as resoluções do grupo devem ser entregues com o nome de todos os integrantes como parte da avaliação formativa. Na sequência, cada estudante deve avaliar os seus colegas do grupo inicial, de acordo com a rubrica apresentada a seguir.

Rubrica de avaliação pelos pares GTD

Estudante avaliado:				Grupo:	
Critério	**Nível 1 (Insatisfatório)**	**Nível 2 (Regular)**	**Nível 3 (Bom)**	**Nível 4 (Excelente)**	**Pontuação**
Participação Individual	Não contribuiu com a resolução do problema. Demonstrou desinteresse e falta de engajamento. Não se comunicou com os colegas.	Contribuiu minimamente com a resolução do problema. Apresentou algumas dificuldades em se comunicar com os colegas.	Contribuiu ativamente com a resolução do problema. Comunicou-se de forma clara e eficaz com os colegas. Ajudou a esclarecer dúvidas e a resolver problemas.	Contribuiu significativamente com a resolução do problema. Demonstrou iniciativa e liderança no grupo. Motivou e inspirou os colegas a participarem.	
Trabalho Colaborativo	Não colaborou com o grupo. Trabalhou sozinho e não se importou com o desempenho dos colegas.	Colaborou minimamente com o grupo. Teve dificuldade em trabalhar em equipe.	Colaborou ativamente com o grupo. Dividiu tarefas e responsabilidades de forma justa. Ajudou a resolver conflitos e a manter o foco do grupo.	Foi um membro exemplar do grupo. Demonstrou empatia e respeito pelos colegas. Inspirou a colaboração e o trabalho em equipe.	
Qualidade da Resolução	Não contribuiu para a resolução do problema. As respostas estavam incorretas ou incompletas.	Contribuiu minimamente para a resolução do problema. As respostas apresentavam alguns erros.	Contribuiu ativamente para a resolução do problema. As respostas estavam corretas e completas.	Contribuiu significativamente para a resolução do problema. As respostas estavam corretas, completas e bem explicadas.	
Total	**0**	**1**	**2**	**3**	

Fonte: Autoria própria.

Cada grupo deve preencher a coluna "pontuação" com o valor correspondente a sua avaliação para cada linha analisada e anotar a pontuação total para contabilizar a média aritmética da avaliação formativa do estudante avaliado pelo grupo.

Problemas propostos

Problema 1. Um pássaro voa a uma altura constante de 20 metros. De repente, ele deixa cair uma pena. Desconsiderando a resistência do ar, quanto tempo a pena leva para cair no chão?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes precisam relembrar a equação do movimento queda livre estudada nas aulas anteriores:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Uma das possibilidades de resolução do problema é substituir h = 20 metros e isolar o tempo t, considerando g = 10 m/s²:

$$20 = \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$40 = 10 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{40}{10}$$

$$t^2 = 4$$

$$t = \sqrt{4}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

Problema 2. Um menino derruba um lápis de uma mesa de 80 cm de altura. Quanto tempo o lápis leva para cair no chão?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes também precisam relembrar a equação do movimento queda livre estudada nas aulas anteriores:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Uma das possibilidades de resolução do problema é substituir h = 80 cm (lembre-se de comentar com os estudantes a conversão h = 0,8 m) e isolar o tempo t, considerando g = 10 m/s²:

$$0{,}8 = \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$1{,}6 = 10 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{1{,}6}{10}$$

$$t^2 = 0{,}16$$

$$t = \sqrt{0{,}16}$$

$$t = 0{,}4 \text{ s}$$

Problema 3. Você já deve ter ouvido falar no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Ana falou a seguinte frase: "O tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1º dia é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 6x + 5 = 0$". Qual é o tempo de duração do 1º dia de Enem em horas?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes precisam utilizar a Fórmula Quadrática estudada nas aulas anteriores e após calcular as raízes da equação, realizar o produto das mesmas. Mas antes disso é preciso classificar os seus coeficientes:

$$a = 1$$

$$b = -6$$

$$c = 5$$

Daí, tem-se que:

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta = 36 - 20$$

$$\Delta = 16$$

Substituindo na Fórmula Quadrática, temos:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{6 + 4}{2}$$

$$x'' = \frac{6 - 4}{2}$$

$$x' = 5$$

Logo, o tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1° dia é igual a 1 x 5 = 5 horas.

Problema 2. Um menino derruba um lápis de uma mesa de 80 cm de altura. Quanto tempo o lápis leva para cair no chão?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes também precisam relembrar a equação do movimento queda livre estudada nas aulas anteriores:

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Uma das possibilidades de resolução do problema é substituir *h* = 80 cm (lembre-se de comentar com os estudantes a conversão *h* = 0,8 m) e isolar o tempo *t*, considerando $g = 10\ m/s^2$:

$$0{,}8 = \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$1{,}6 = 10 \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{1{,}6}{10}$$

$$t^2 = 0{,}16$$

$$t = \sqrt{0{,}16}$$

$$t = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

Problema 3. Você já deve ter ouvido falar no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Para saber quem havia estudado para o exame, a professora Ana falou a seguinte frase: "O tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1° dia é igual ao produto das raízes da equação $x^2 - 6x + 5 = 0$". Qual é o tempo de duração do 1° dia de Enem em horas?

Resolução. Para resolver este problema, os estudantes precisam utilizar a Fórmula Quadrática estudada nas aulas anteriores e após calcular as raízes da equação, realizar o produto das mesmas. Mas antes disso é preciso classificar os seus coeficientes:

$$a = 1$$
$$b = -6$$
$$c = 5$$

Daí, tem-se que:

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$
$$\Delta = 36 - 20$$
$$\Delta = 16$$

Substituindo na Fórmula Quadrática, temos:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x' = \frac{6 + 4}{2}$$

$$x'' = \frac{6 - 4}{2}$$

$$x' = 5$$

$$x'' = 1$$

Logo, o tempo máximo em horas para entrega do gabarito preenchido no 1° dia é igual a 1×5 = 5 horas.

Problema 4. Se a soma de dois números é igual a 17 e seu produto é igual a 60, quais são os números?

Resolução. Para resolver este problema é preciso pensar nos dois números como incógnitas, podendo ser x e y, por exemplo. Diante disso, pode-se reescrever o problema da seguinte maneira:

$$x + y = 17$$

$$x \cdot y = 60$$

Isolando umas das incógnitas da primeira equação, tem-se que:

$$y = 17 - x$$

Substituindo y na segunda equação, tem-se que:

$$x \cdot (17 - x) = 60$$

$$-x^2 + 17x = 60$$

$$-x^2 + 17x - 60 = 0$$

Agora já é possível classificar os coeficientes da equação:

$$a = -1$$

$$b = 17$$

$$c = -60$$

Daí, tem-se que:

$$\Delta = (-17)^2 - 4 \cdot -1 \cdot -60$$

$$\Delta = 289 - 240$$

$$\Delta = 49$$

Substituindo na Fórmula Quadrática, tem-se que:

$$x = \frac{-(-17) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1}$$

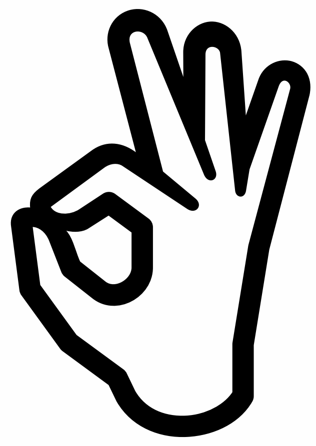
$$x = \frac{17 \pm 7}{2}$$

$$x' = \frac{17 + 7}{2}$$

$$x'' = \frac{17 - 7}{2}$$

$$x' = 12$$

$$x'' = 5$$



Logo, os números são 5 e 12.

Problema 5. Você é um engenheiro civil responsável por projetar uma ponte sobre um rio. Para garantir a segurança da estrutura, você precisa analisar as possíveis soluções para uma equação do segundo grau que modela a situação. Considere a equação quadrática que descreve a altura h (em metros) da ponte em relação ao comprimento L (em metros) do vão livre sobre o rio:

$$h(L) = -0{,}1L^2 + 4L + 2$$

Sua tarefa é determinar as condições em que a altura da ponte será suficiente para permitir a passagem de barcos sob ela. Para isso, você precisa calcular o discriminante da equação quadrática.

- Se $\Delta > 0$, existem duas raízes reais distintas, o que pode indicar que a altura da ponte muda significativamente em algum ponto do vão livre.
- Se $\Delta = 0$, há uma raiz real dupla, indicando que a altura da ponte atinge seu ponto mais baixo em um único ponto do vão livre.
- Se $\Delta < 0$, não há raízes reais, o que significa que a altura da ponte nunca atinge níveis negativos e, portanto, não é uma preocupação para a passagem de barcos.

Resolução. Basta os estudantes calcularem o discriminante da equação fornecida para determinar se a altura da ponte será suficiente para permitir a passagem de barcos sob ela.

Inicialmente, deve-se classificar os coeficientes da equa-ção:

$$a = -0{,}1$$

$$b = 4$$

$$c = 2$$

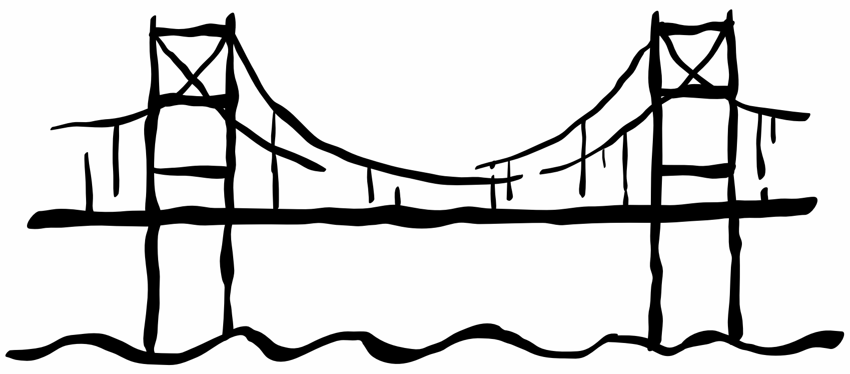
Daí, tem-se que:

$$\Delta = (4)^2 - 4 \cdot -0{,}1 \cdot -2$$

$$\Delta = 16 - 0{,}8$$

$$\Delta = 15{,}2$$

Como $\Delta > 0$, a altura da ponte muda significativamente em algum ponto do vão livre. Portanto, podem existir complicações na passagem de barcos pela ponte.



9° encontro (2h.a.)

Nesta aula os estudantes receberão uma avaliação sobre os conceitos estudados envolvendo as equações polinomiais do 2° grau.

Metodologia dos Trezentos

Antes de explicar a metodologia de recuperação paralela escolhida, organize a turma para a aplicação do trabalho avaliativo individual e sem consulta e passe as orientações determinadas.

Realizada a correção dos trabalhos, para os estudantes que obtiverem nota inferior à média, poderá ser utilizada a metodologia dos trezentos como possibilidade de revisão dos conteúdos não assimilados por todos.

Neste sentido, após a análise e devolução dos trabalhos os estudantes devem ser organizados em grupos de modo que o número de integrantes seja proporcional à razão entre estudantes com boas notas e estudantes com notas baixas. Por exemplo, um grupo poderá ser formado por quatro estudantes com notas 10, 9, 5 e 2 (valendo 10 pontos). O aumento da nota será dado conforme modelo proposto por Fragelli (2015), de acordo com o quadro a seguir:

Melhora do estudante ajudado	Nível de ajuda e pontos extras para o estudante ajudante				
	1	2	3	4	5
Melhora de 0 a 1 pontos	0,00	0,25	0,25	0,50	0,50
Melhora maior que 1 ponto para nota final inferior a 4 pontos	0,00	0,25	0,25	0,50	0,50
Melhora maior que 1 ponto para nota final superior a 4 pontos	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
Melhora para uma nota final igual ou superior a 6,5 pontos	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50

A partir do quadro apresentado é possível observar que a nota do estudante ajudante pode aumentar em até 1,50 pontos se a nota final do estudante ajudado for igual ou superior a 6,5 pontos de um total de 10 pontos. Diante disso, o professor pode entregar o trabalho já analisado para que os estudantes com notas abaixo da média tenham a oportunidade de serem ajudados pelo colega que teve resultado satisfatório no teste anterior.

O líder do grupo deve ser o estudante com a maior nota do grupo. Após a etapa de estudo em grupos os estudantes com notas abaixo da média recebem o novo trabalho de mesmo nível do anterior e caso tenham progresso a sua nota deve ser substituída.

Primeira avaliação

SCAN HERE!

Recuperação paralela

SCAN HERE!

Veja a seguir um exemplo de como os estudantes podem aumentar as suas notas em relação a primeira avaliação.

Tabulação das notas e novas notas de cada estudante

Estudante	Nota (sobre 10)	Nova nota	Grupos
E1	6	9,5	B (líder 2)
E2	8	9,5	A (líder 1)
E3	**4**	7	A
E4	6	6,5	A (líder 2)
E5	**3**	3	A
E6	8	10	B (líder)
E7	**1**	7	B
E8	-	2	A
E9	**4**	7	B
E10	**4**	5	B
E11	**3**	4	C
E12	**3**	3	C
E13	**4**	5	C
E14	**3**	3	D
E15	**2**	2	D
E16	5	5	D
E17	-	10	D
E18	**4**	6	E
E19	9	10	C (líder)
E20	-	7	E
E21	8	9,5	D (líder)
E22	**4**	3	E
E23	8	10	E (líder)
E24	**4**	4	E
E25	**2**	3	E
Média	**4,68**	**6,04**	**+ 1,36**

Fonte: Autoria própria.

Novas notas dos estudantes ajudantes

Estudante	Nota anterior	Nível da ajuda	Aumento de nota estudante ajudado	Aumento de nota	Nova nota
E1	6	5	E9 = 3, E10 = 1 e E7 = 6	1,5 + 0,5 + 1,5 = 3,5	9,5
E2	8	5	E3 = 1,5	1,5	9,5
E4	6	5	E5 = 0,5	0,5	6,5
E6	8	4	E9 = 3, E10 = 1 e E7 = 6	1 + 0,5 + 1 = 2,5	10*
E19	9	5	E11 = 1, E12 = 0 e E13 = 1	0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5	10*
E21	8	5	E14 = 0, E15 = 0 e E16 = 0	0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5	9,5
E23	8	4	E18 = 2, E22 = 0, E24 = 0 e E25 = 1	0,75 + 0,5 + 0,5 + 0,5 = 2,25	10*

Fonte: Autoria própria.

Em síntese, a aplicação das estratégias de Grupos com Tarefas Diferentes e da Metodologia dos Trezentos, neste exemplo, resultou em avanços consideráveis no desempenho dos estudantes, sobretudo no contexto da recuperação paralela e da avaliação pelos pares.

A média final da turma aumentou consideravelmente, evidenciando que o apoio mútuo e a colaboração entre colegas, somados à possibilidade de uma segunda avaliação para estudantes com rendimento inicial insatisfatório, foram fatores decisivos para amenizar a ansiedade dos estudantes e auxiliar na compreensão de conceitos não compreendidos anteriormente.

Além disso, a abordagem adotada não apenas proporcionou uma elevação nas notas, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades colaborativas e de liderança, aspectos essenciais para a construção de um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e participativo.

ETAPA 3

A terceira etapa tem como resultados de aprendizagem:

- Identificar os principais blocos programáveis do Scratch e compreendê-los.
- Construir rotinas e algoritmos no caderno e no Scratch.
- Montar rotinas no Scratch que forneçam informações ao usuário conforme dados informados.
- Desenvolver habilidades básicas do pensamento computacional.

10° encontro (1h.a.)

Este encontro tem como objetivo introduzir o estudo do pensamento computacional. Diante disso, inicie este encontro com uma breve discussão do conceito de pensamento computacional e como surgiu o Scratch. O texto a seguir pode ser fornecido ao estudante e ser colado em seu caderno.

O que é pensamento computacional e como surgiu o Scratch?

O pensamento computacional é uma habilidade fundamental no mundo atual, que envolve a capacidade de resolver problemas de forma lógica e estruturada, de maneira semelhante à forma como os computadores processam informações. Ele consiste em decompor problemas complexos em partes menores, identificar padrões, desenvolver algoritmos e testar soluções.

O pensamento computacional não se limita apenas à programação, mas também é aplicável em diversas áreas, como matemática, ciência, engenharia e até mesmo na vida cotidiana. Ao adquirir essa habilidade, você estará mais preparado para enfrentar desafios e tomar decisões informadas em um mundo cada vez mais digital e tecnológico. Mas afinal, como desenvolver o pensamento computacional?

Uma das possibilidades é utilizar a linguagem Scratch, a qual foi criada por uma equipe pertencente ao *Media Lab* do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) em Boston, a *Lifelong Kindergarten Group*.

A plataforma permite criações utilizando programação por blocos. As opções de uso são variadas, incluindo animações, jogos, apresentações e outras aplicações. Bom, mas não estamos aqui para estudar toda a história do pensamento computacional e da criação do Scratch não é mesmo?

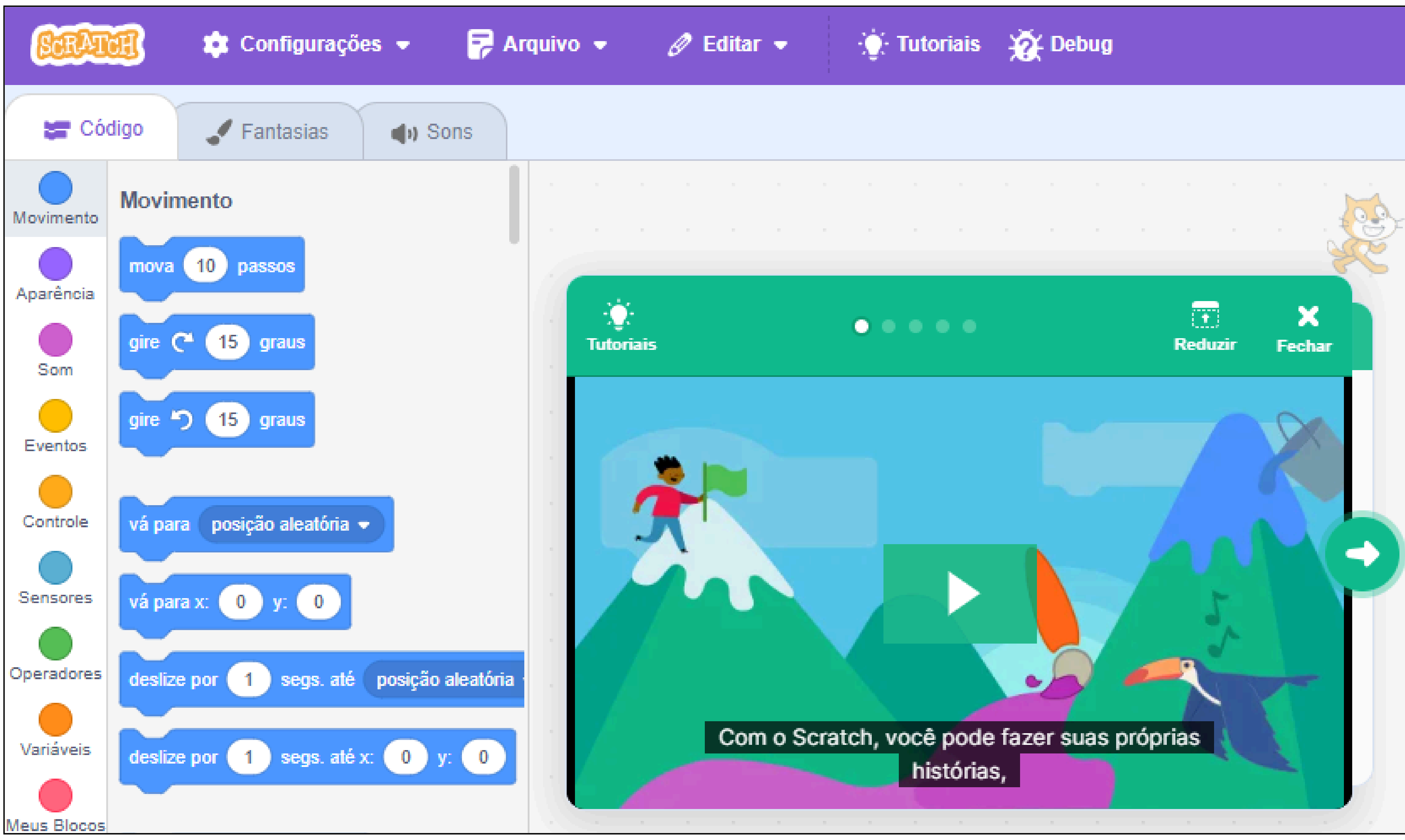
Explorando o Scratch

Neste momento você já pode iniciar o processo de ambientação dos estudantes com a plataforma Scratch. Diante disso, solicite que cada estudante acesse o site oficial do Scratch www.scratch.mit.edu e selecione a aba “criar”.

Importante ressaltar que o professor precisa guiar a exploração para os blocos programáveis e suas diferentes categorias, pois os estudantes podem facilmente se distraírem apenas com as funções de cenário e personagens.

Realizada a exploração inicial, já é possível discutir cada categoria e as suas funcionalidades.

Tela inicial do Sratch



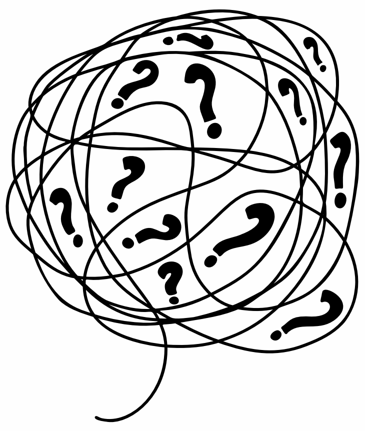
A partir deste primeiro contato com a plataforma, já é possível entregar aos estudantes o resumo presente no arquivo vinculado ao qr-code a seguir com as características de cada categoria.

SCAN ME

11° encontro (2h.a.)

Após explorar cada categoria de bloco programável, já é possível realizar uma reflexão com os estudantes e construir um esboço de rotina coletivamente. Para isso, você pode utilizar o conceito de paridade como problema para a primeira rotina.

Inicie a discussão questionando: "**O que é um número par e o que é um número ímpar?**".

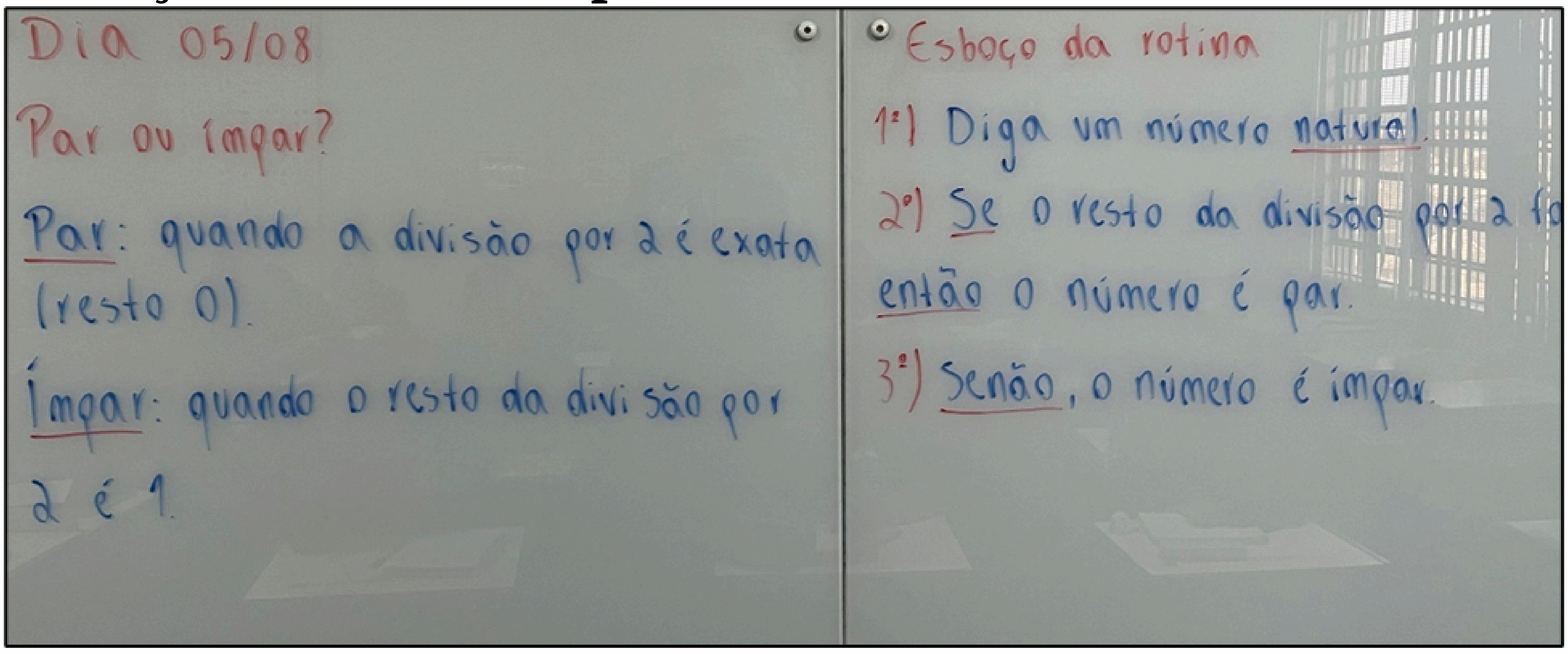


Provavelmente, alguns estudantes responderão que um número par é aquele que termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 e um número ímpar é aquele que termina em 1, 3, 5, 7 ou 9.

De fato, a resposta não está incorreta. Entretanto, existe uma definição analisando o seu resto na divisão por 2. Sendo assim, instigue a discussão, até que algum estudante chegue em tal definição, possibilitando a análise de que um número par é aquele em que a divisão por 2 é exata e o número ímpar é aquele que possui resto 1 na divisão por 2.

A partir dessa reflexão, já é possível construir coletivamente uma sequência de passos a serem questionados ao usuário e os cálculos necessários para retornar a informação de que o número informado é par ou ímpar. Veja na figura a seguir um exemplo de rotina construída com os estudantes para posteriormente ser construída no Scratch.

Esboço da rotina sobre paridade construída com os estudantes



Fonte: Autoria própria.

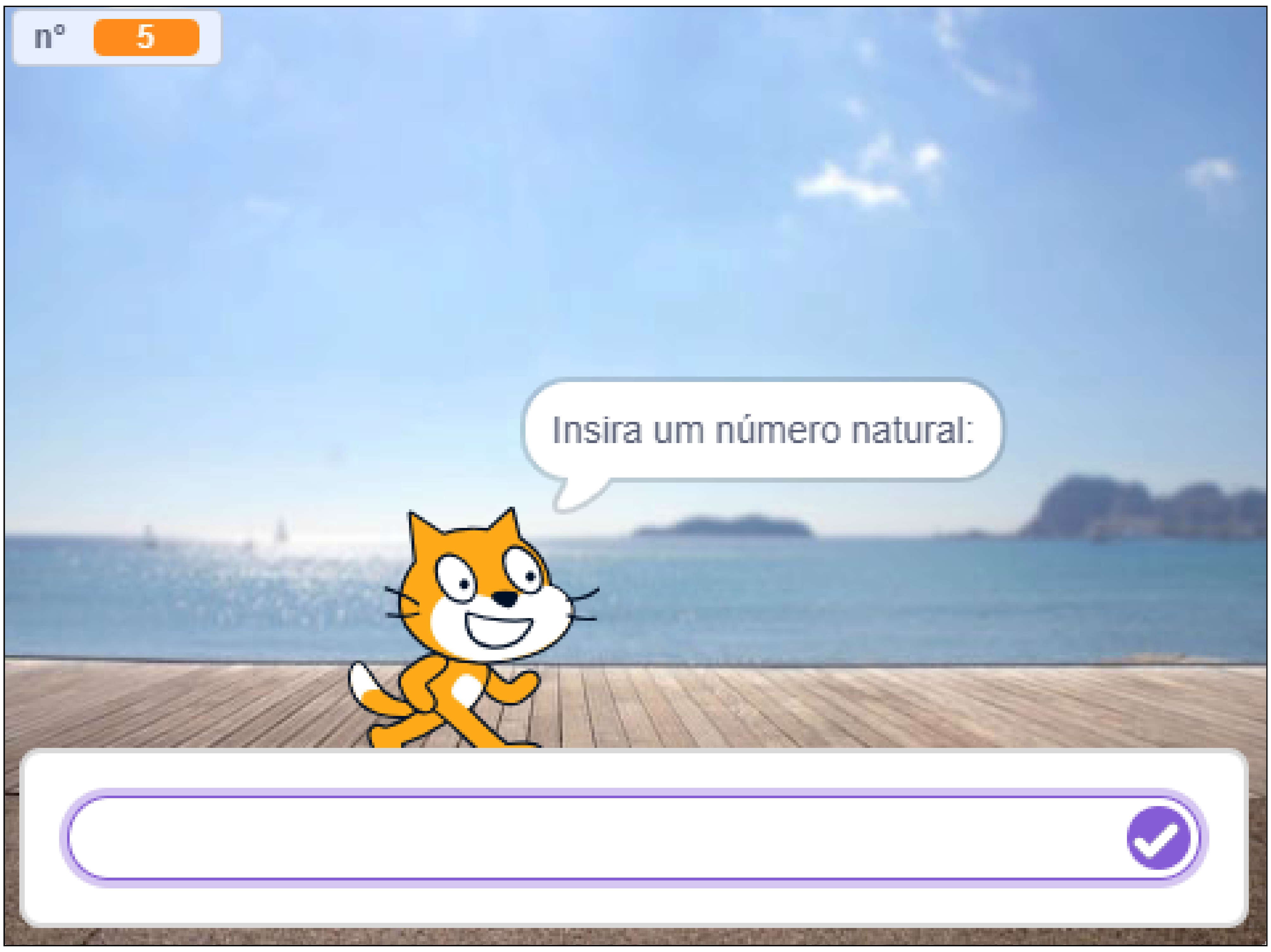
A partir do esboço da rotina de paridade você pode enfatizar alguns termos que serão utilizados na programação das rotinas. Como, por exemplo, os termos **diga**, **se**, **então**, **senão**, entre outros.

Feito isso, antes de construir a rotina no Scratch, você pode testar se os estudantes compreenderam o que foi discutido até o momento sobre o pensamento computacional e as categorias de blocos programáveis do Scratch. Nesse sentido, podes aplicar um questionário no Kahoot, semelhante ao exemplo do link a seguir.

Após a aplicação do questionário, destaque a importância de iniciar as rotinas com a “bandeirinha” presente na categoria de blocos de eventos. A partir deste bloco, o usuário iniciará a rotina após clicar na “bandeirinha”. A mesma lógica será utiizada para as demais rotinas.

Clicando na imagem a seguir você conseguirá acessar a página em que a rotina construída com os estudantes está postada. Além disso, é possível visualizar a sequência de blocos utilizada, clicanco em “ver interior”.

Rotina sobre paridade construída com os estudantes



Fonte: Autoria própria.

Por meio de uma simples discussão sobre o conceito de paridade, poderá ser possível construir uma rotina envolvendo blocos de evendos (“bandeirinha”), blocos sensores (pergunte), blocos de aparência (diga), blocos condicionais (se - então) e blocos de variáveis.

Para que a construção seja feita pelos estudantes, é necessário que o professor explique dúvidas comuns em tom claro e coerente e atenda individualmente os estudantes com maiores dificuldades. Para auxiliar no desenvolvimento da rotina, os estudantes podem revisitar o esboço construído anteriormente.

Analisando a sequência de blocos utilizada com o esboço, observa-se que após a "bandeirinha" se faz necessário realizar uma pergunta e posteriormente armazenar o seu valor em uma variável nomeada "n°". Vale destacar que a resposta armazenada a variável selecionada será sempre a última informada pelo usuário.

A partir disso, já é possível realizar a divisão do número informado por 2 e analisar o seu resto. Neste momento é preciso reforçar com os estudante a ordem correta de inserir um bloco dentro do outro, pois pode comprometer a coerência da rotina.

Por fim, faz-se necessário retornar ao usuário o resultado da análise, utilizando um bloco "diga". Além disso, o estudante pode adiocionar movimentos, sons e outras opções para cada ação, bem como alterar personagem e cenário.

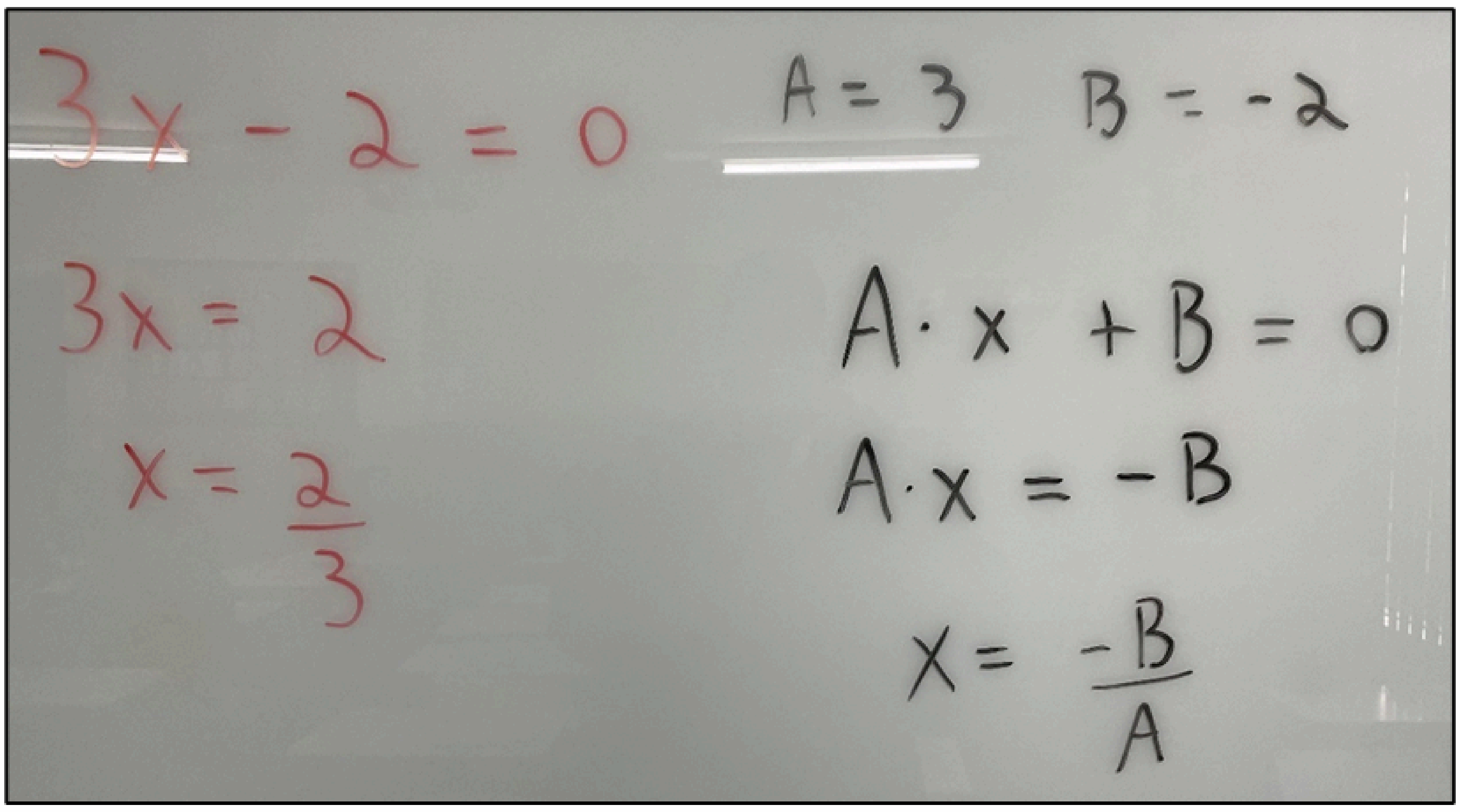
Para ler a análise da construção desta rotina com os estudantes e visualizar mais passos do seu desenvolvimento, acesse o arquivo vinculado ao qr-code a seguir:

12° encontro (2h.a.)

Realizado o primeiro contato e rotina com o Scratch, proponha aos estudantes a construção de uma rotina que solucione uma equação polinomial do primeiro grau, conforme coeficientes informados pelo usuário.

Para isso acontecer, é preciso relembrar o processo de resolução de equações deste grau. Nesse momento, possivelmente alguns estudantes comentarão: “é só isolar letra (incógnita) para um lado e número para o outro e depois dividir”. A partir disso, é possível discutir a necessidade de ter uma série de passos bem definida para que o Scratch faça o que está sendo proposto de maneira correta. Portanto, faz-se necessário relembrar a lei geral de uma equação polinomial do primeiro grau: Ax + B = 0, em que A e B são coeficientes, sendo A diferente de zero.

No exemplo presente na figura a seguir, os estudantes resolveram a equação 3x – 2 = 0, da maneira que estavam familiarizados e, posteriormente, classificaram os coeficientes A = 3 e B = -2 e realizaram o mesmo procedimento adotado, porém usando a lei geral.

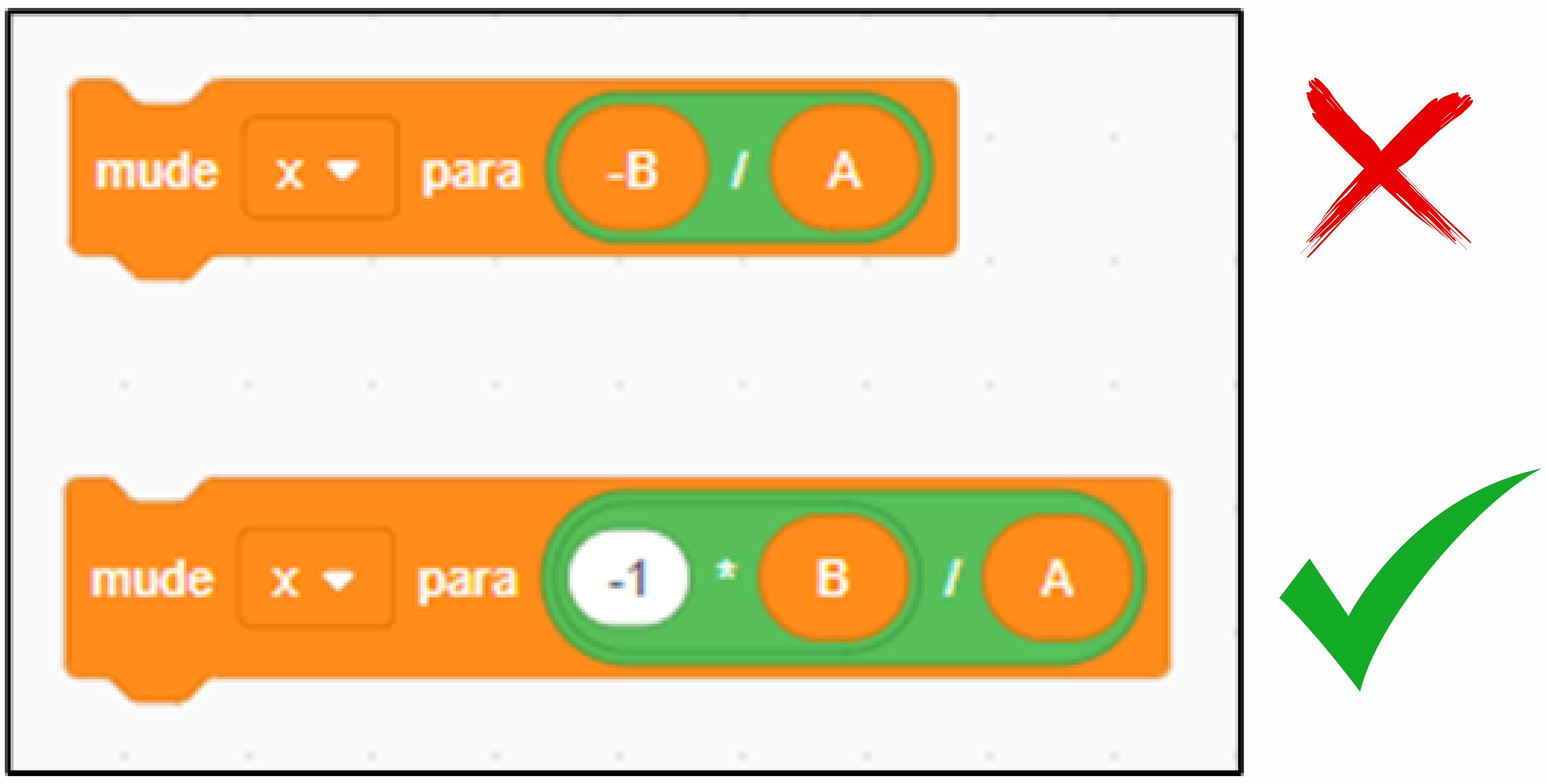


Após esta etapa de reflexão, solicite que os estudantes tentem construir um algoritmo que solucione qualquer equação polinomial do primeiro grau.

Para isso, destaque que para realizar tal construção será necessário solicitar ao usuário os valores dos coeficientes A e B; logo, é necessário criar duas variáveis para armazenar tais informações.

A partir dessa orientação, possivelmente os estudantes apresentarão dificuldades na parte relacionada ao cálculo da aiz da equação, pois necessita de blocos operadores e um recurso algébrico para que a conta fique correta. Diante disso, oriente que para que mudar o sinal do coeficiente B para -B, não basta alterar o nome da variável com um sinal negativo, ma sim multiplicar a variável por -1. Feito isso, os estudantes já podem prosseguir com a finalização da rotina e melhorias no cenário e no personagem.

Criação da variável que armazena a solução da equação

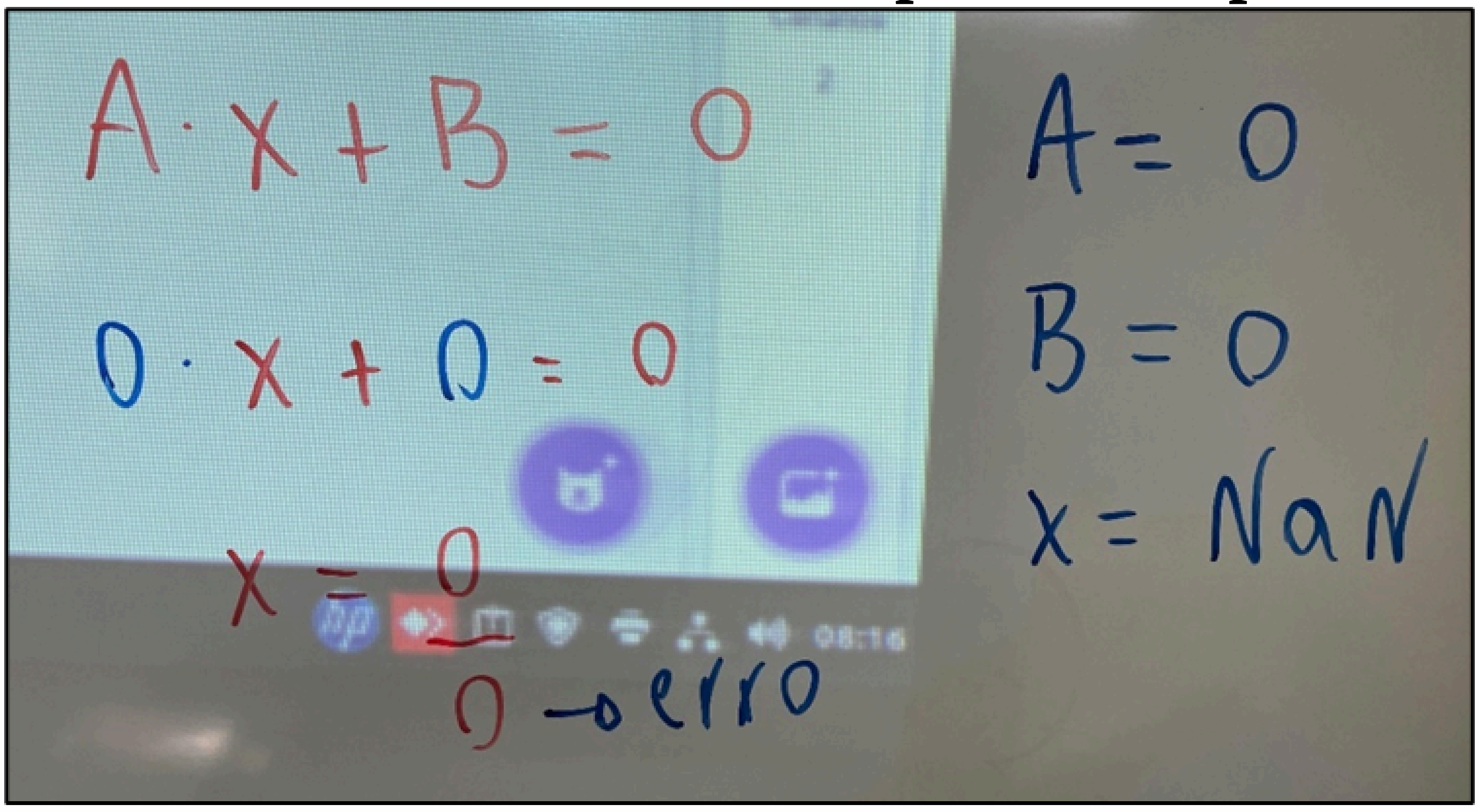


Fonte: Autoria própria.

Na construção desta rotina com a turma de aplicação da pesquisa, um estudante percebeu um novo erro, o qual ainda não havia acontecido. Quando ele testou valores para A e B, o Scratch retornou o resultado “NaN”.

Diante dessa situação, o estudante questionou o que seria o erro "NaN" e o porquê de ter ocorrido. A partir da análise dos valores inseridos nas variáveis A e B, foi observado que o erro foi ocasionado por conta do valor de A ser zero, causando uma divisão por zero, o que é uma indeterminação matemática. Diante do exposto, alertou-se a turma sobre tal possibilidade de erro e que nas próximas rotinas analisaríamos como corrigi-lo com um bloco condicional e um bloco de aparência "diga".

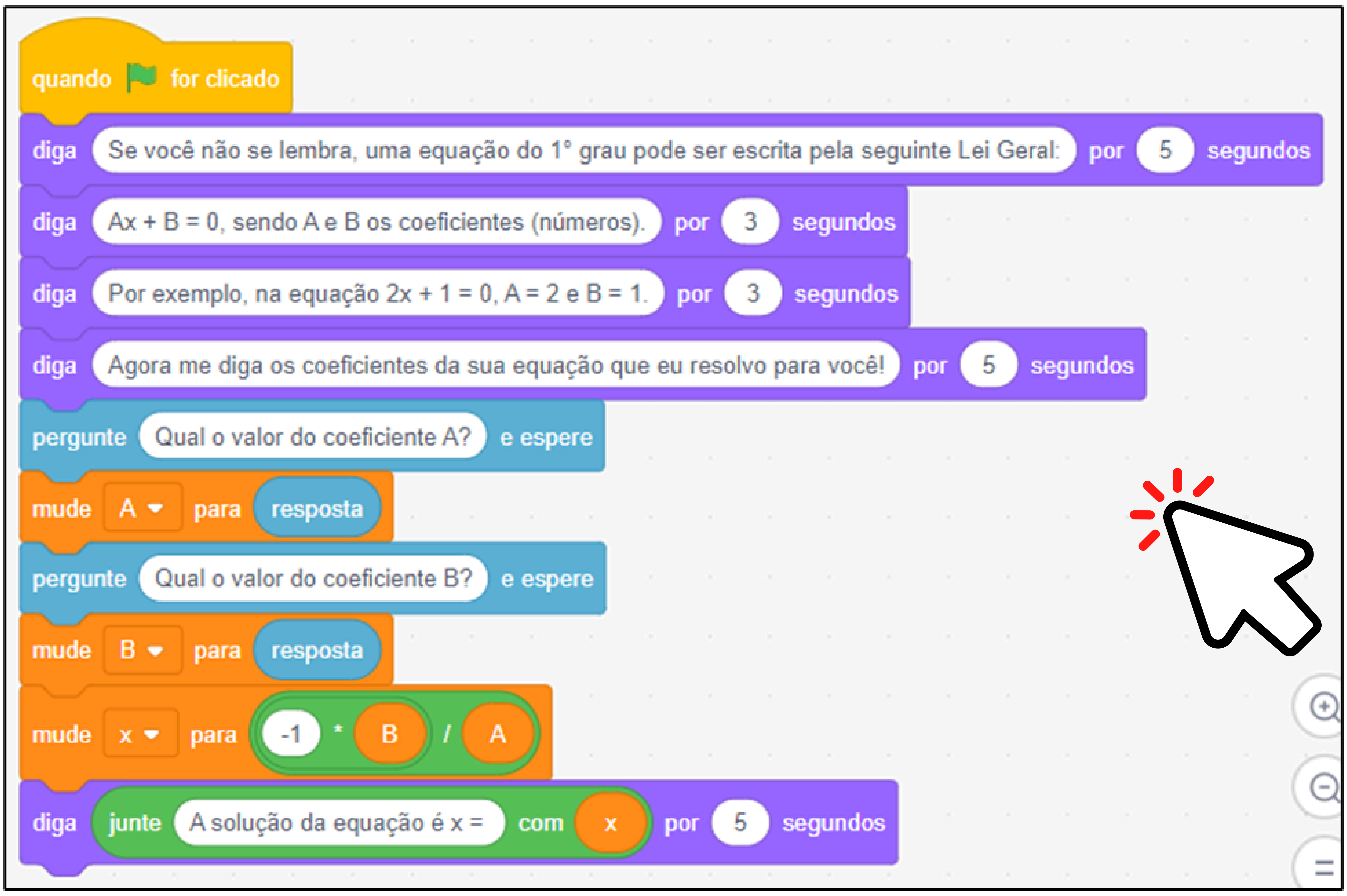
Análise do erro NaN ocasionado pela divisão por zero



Fonte: Autoria própria.

Finalizada essa discussão a respeito do erro apresentado pelo estudante, foi conversado sobre a importância de pensar que o usuário pode não ter total domínio do assunto que a rotina está abordando. Por conta disso, ressaltou-se a necessidade de uma breve orientação no início da rotina, por meio de blocos de texto "diga". Além disso, outro aspecto discutido foi o bloco "junte com", o qual possibilita juntar uma variável com o texto, tornando o retorno ao usuário mais claro e compacto.

Rotina que soluciona uma equação polinomial do primeiro grau



Fonte: Autoria própria.

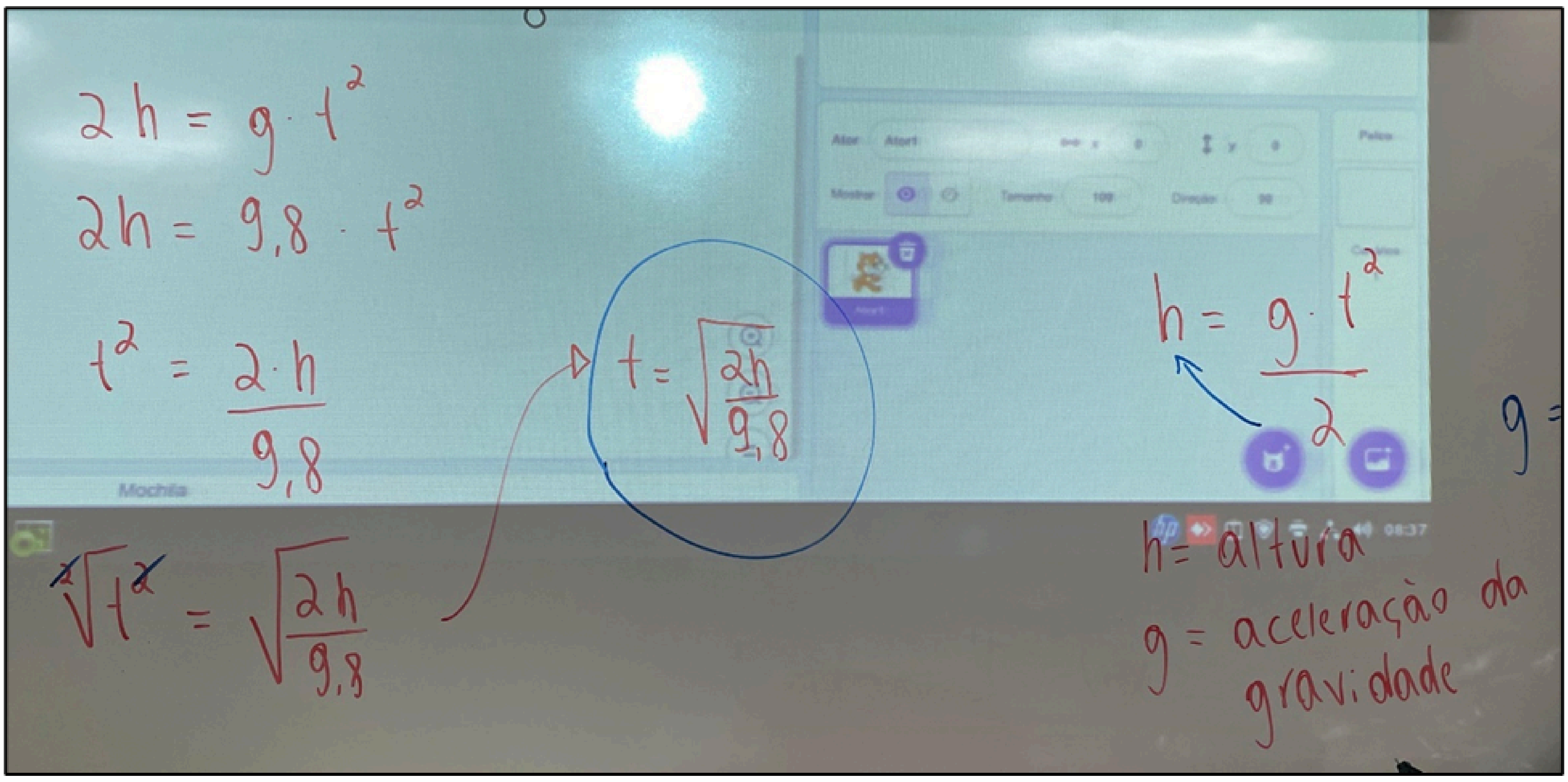
Por conseguinte, a atividade proposta demonstrou o potencial do Scratch em promover o desenvolvimento do pensamento computacional nos estudantes. Ao transformarem um problema matemático abstrato em uma sequência lógica de passos, os alunos não apenas consolidaram seus conhecimentos algébricos, mas também aprimoraram habilidades como decomposição de problemas, abstração e algoritmização, de acordo com os quatro pilares do PC estudados por Brackmann (2017).

13° encontro (2h.a.)

Este encontro tem como objetivo dar início a construção de uma rotina que envolve o cálculo do tempo necessário para um paraquedista atingir o solo, dada a sua altura inicial e desconsiderando a resistência do ar, conforme equação estudada em encontros anteriores.

Diante do tema proposto, retome o estudo da equação do movimento queda livre e a sua adaptação para o problema proposto.

Processo de adaptação da equação do movimento queda livre



Fonte: Autoria própria.

Realizada a análise da fórmula adaptada com o tempo em função da altura informada, incentive os alunos a comentarem quais deveriam ser os primeiros passos para criar a rotina.

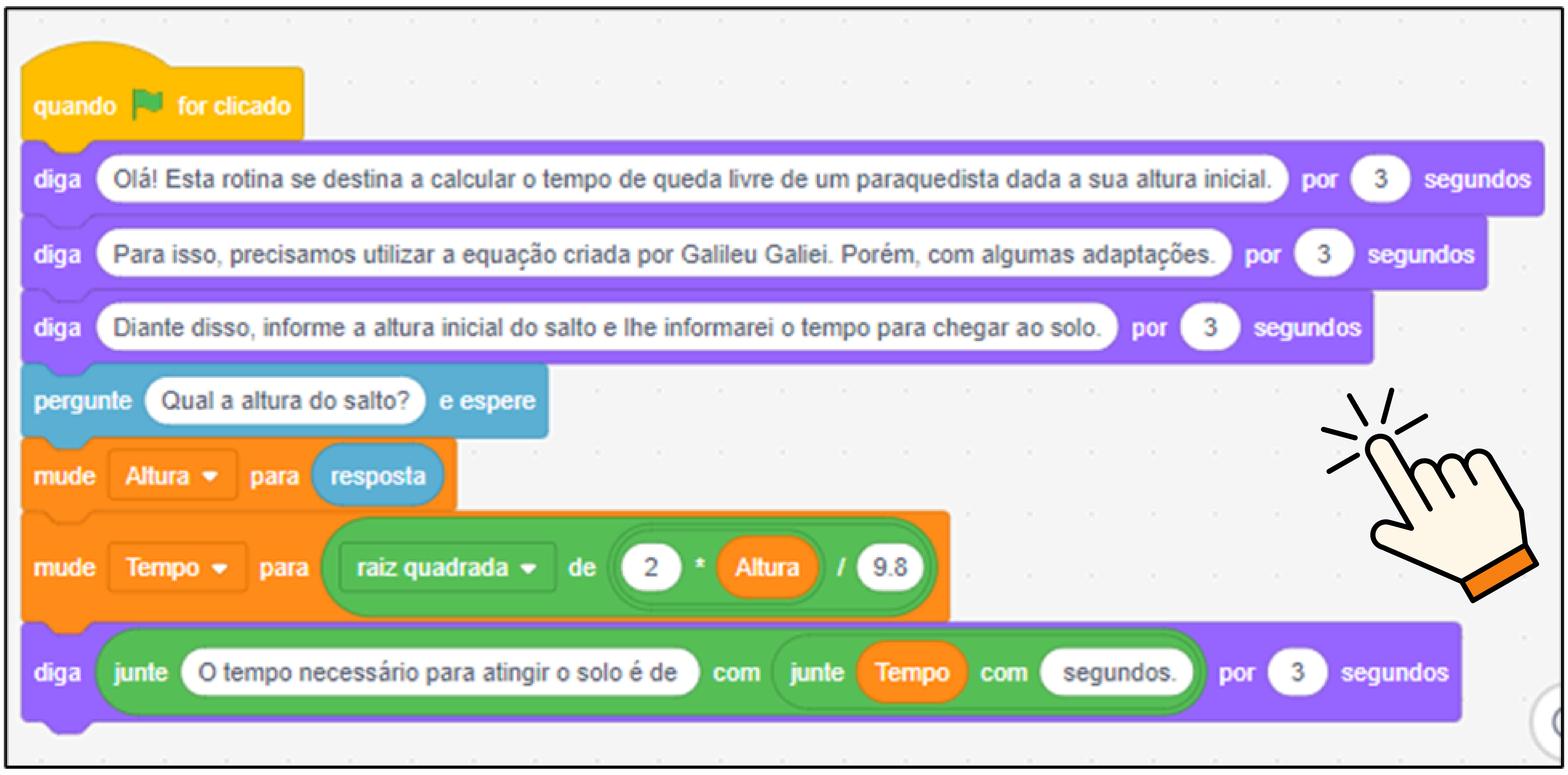
A partir disso, os estudantes possivelmente iniciarão a rotina perguntando ao usuário a altura do salto e, portanto, será necessário criar uma variável para armazenar tal informação.

Iniciada a construção da rotina com a pergunta solicitando a altura e armazenada na variável “altura”, instigue a turma para refletir sobre os blocos necessários para o cálculo do tempo e como seria possível montá-lo em etapas (decomposição do problema).

A partir dessa reflexão, pode-se decidir que a maneira mais simples de realizar o cálculo é começando pela parte de cima da conta que está dentro da raiz quadrada (numerador). Diante disso, é necessário um bloco de multiplicação e a variável “altura”. Em seguida, para montar a fração presente dentro da raiz quadrada, é preciso de um bloco de divisão, sendo a parte construída anteriormente o numerador e a aceleração da gravidade (9,8 m/s²) o denominador. Feito isso, os estudantes precisam encaixar todo bloco construído dentro de um bloco “raiz quadrada”.

CONFERIR SE OS ESTUDANTES ENCAIXARAM OS BLOCOS DE MANEIRA CORRETA E VALIDAR O RESULTADO DO CÁLCULO FEITO PELO SCRATCH.

Rotina que calcula o tempo de queda livre de um paraquedista

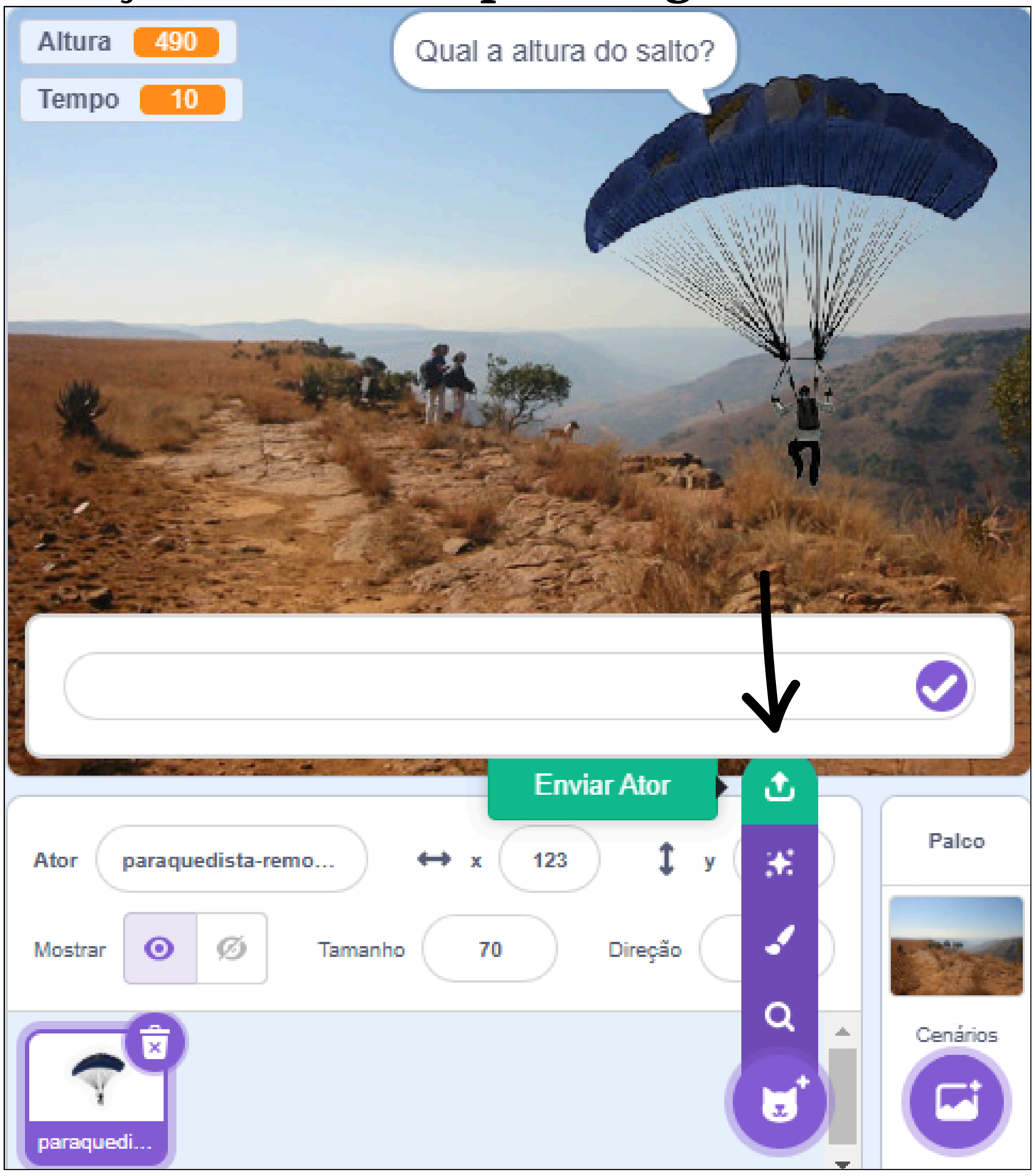


Fonte: Autoria própria.

Consoante a isso, após realizar os ajustes finais relacionados ao texto inicial e ao retorno final da rotina, utilize o bloco "junte com" para que o texto retorne o valor calculado e armazenado na variável "tempo" juntamente com o restante da frase. Além disso, cada estudante pode ser auxiliado para realizar a criação de um personagem diferente dos que já estão presentes na plataforma.

Portanto, cada estudante precisa pesquisar uma imagem em formato .png ou .jpg, retirar o fundo dela (pode ser em programas online e gratuitos) e a salvar em seu computador. Feito isso, já é possível realizar o upload do arquivo para a plataforma do Scratch, possibilitando a seleção de um cenário alternativo. Na figura a seguir é observado um exemplo em que o personagem foi alterado para um paraquedista.

Criação de um novo personagem no Scratch



Fonte: Autoria própria.

14° encontro (2h.a.)

Este encontro tem como objetivo a construção de uma rotina que calcule o valor do discriminante de uma equação polinomial do segundo grau, dados os seus coeficientes. Tal proposta se deve ao fato de que a rotina final, cujos critérios de avaliação serão comentados mais adiante, envolver o cálculo das raízes de uma equação polinomial do segundo grau por meio da fórmula quadrática, a qual exige o cálculo do discriminante. Nesse sentido, o objetivo desta rotina também é analisar os casos de discriminante e retornar ao usuário tais informações, por meio de blocos condicionais, os quais também serão necessários na rotina final.

Diante disso, no início do encontro, incentive a criação de um esboço para verificar quais blocos serão necessários para a sua construção. Sendo assim, possivelmente os estudantes destacarão que a primeira etapa será solicitar os coeficientes a, b e c ao usuário e armazenar os seus valores em variáveis. Após isso, já será possível criar uma nova variável “delta” para armazenar o resultado do discriminante calculado com os valores dos coeficientes informados. Para isso, são necessários blocos operadores de multiplicação e subtração. Em seguida, a próxima etapa será montar os casos de discriminante, o qual pode gerar maiores dificuldades, pois necessita dos blocos condicionais.

Após a criação da variável delta e a atribuição do seu valor de acordo com a fórmula do discriminante, é preciso relembrar as três possibilidades de discriminante estudadas: quando $\Delta < 0$, quando $\Delta = 0$ ou quando $\Delta > 0$.

Mas antes disso é preciso verificar se todos os estudantes conseguiram montar a fórmula do discriminante corretamente. Além disso, para que os valores sempre estejam zerados ao clicar na "bandeirinha" para iniciar a rotina, pode-se acrescentar blocos de "mude - variável - para" logo abaixo do bloco de eventos, alterando todas as variáveis para zero.

Alteração das variáveis para zero ao iniciar a rotina

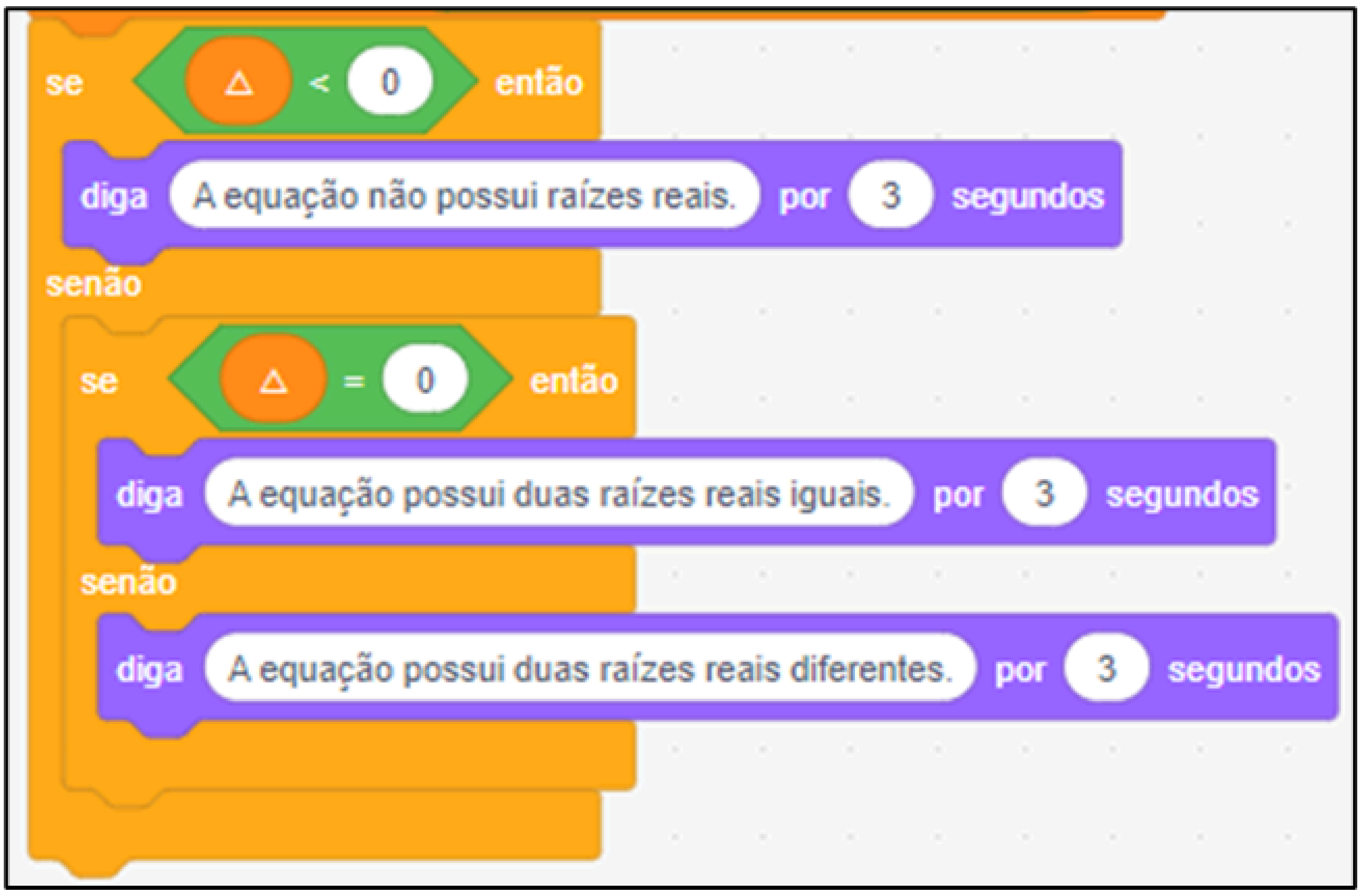
Fonte: Autoria própria.

No momento de construção da variável relacionada ao valor do discriminante, durante a aplicação deste produto educacional, novamente foi percebido que alguns estudantes estavam encaixando os blocos operadores na ordem incorreta.

Por conta disso, caso perceba o mesmo comportamento com os seus estudantes, a solução pode ser discutir com os alunos a necessidade de decompor o problema em duas etapas: primeiro montar um bloco relacionado a "b^2" e após outro bloco relacionado a "4ac". Feito isso, pode-se juntar as duas partes com um bloco de subtração e finalizar a variável que armazena o valor do discriminante.

Feito isso, possivelmente as maiores dificuldades serão relacionadas a necessidade de encaixar um bloco "se – então – senão" dentro do outro, já que não é possível obter um único bloco com três possibilidades condicionais. Após essa discussão, os estudantes podem finalizar a construção da rotina e testar se está retornando os valores corretos e informações coerentes com os casos de discriminante.

Blocos condicionais utilizados nos casos de discriminante



Fonte: Autoria própria.

A partir da finalização da fase de testes e certificação de que a rotina está correta, os estudantes já podem realizar a personalização do cenário e personagem. Recomenda-se que seja orientado aos estudantes a deixarem esta etapa para o final, pois foi percebido que estavam desprendendo muito tempo com os recursos visuais, deixando o mais importante de lado, o desenvolvimento do pensamento computacional.

Retorno da rotina de acordo com os coeficientes informados

Fonte: Autoria própria.

Ao acessar a rotina apresentada acima via link presente na imagem você poderá observar a sequência de blocos condicionais utilizada para retornar ao usuário qual o número de soluções de equação informada. Portanto, foi necessário utilizar dois blocos “se - então - senão” dentro um do outro. Vale destacar que os estudantes podem obter uma rotina correta mas com a ordem dos casos diferente da apresentada nesta rotina. Sendo assim, é preciso que o professor atenda individualmente cada estudante, a fim de validar a veracidade das informações retornadas ao usuário.

15° encontro (2h.a.)

A última etapa deste produto educacional é a construção de uma rotina que calcule as raízes de uma equação polinomial do segundo grau, dados os seus coeficientes informados pelo usuário. Nesse sentido, apresente aos estudantes o objetivo da construção desta rotina e quais os critérios de avaliação, de acordo com quadro a seguir, sendo classificados em atingiu (A), atingiu parcialmente (AP) e não atingiu (NA), com pontuação máxima de sete pontos. Pode-se utilizar como conversão para nota: A = 1 ponto, AP = 0,5 pontos e NA = 0 pontos.

Rubrica de avaliação da rotina final

Estudantes avaliados: ______ Observações: ______						
Apresentou o trabalho com clareza?	Utilizou variáveis para armazenar os valores informados pelo usuário?	Solicitou as informações necessárias ao usuário para realizar os cálculos?	Utilizou blocos de aparência e sensores de maneira correta?	Utilizou blocos condicionais corretamente?	A rotina retorna os valores corretos ao usuário?	O cenário visual da rotina está agradável?

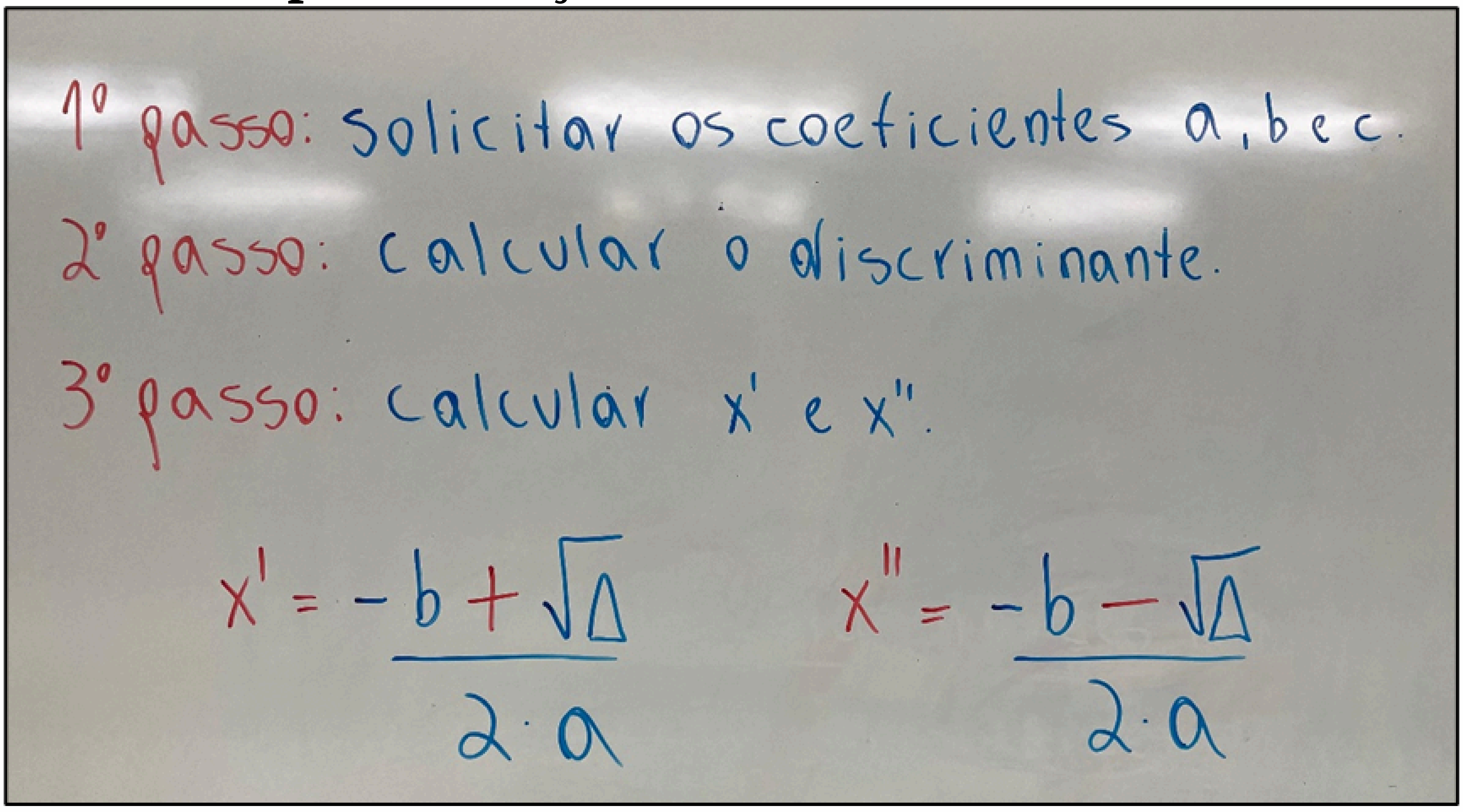
Fonte: Autoria própria.

Após esta conversa inicial, como já realizado em outras rotinas, construa coletivamente um esboço da sequência de passos a serem desenvolvidos na rotina:

- **1° passo:** solicitar ao usuário que informe os coeficientes a, b e c.
- **2° passo:** armazenar a resposta de cada coeficiente em uma variável com o respectivo nome.

- **3° passo:** criar uma variável que calcule o valor do discriminante a partir dos coeficientes informados e armazenados nas variáveis.
- **4° passo:** criar uma variável para cada raiz x' e x''.
- **5° passo:** a partir da análise do discriminante, retornar ao usuário as raízes da sua equação quando existirem.

Exemplo de esboço construído com os estudantes

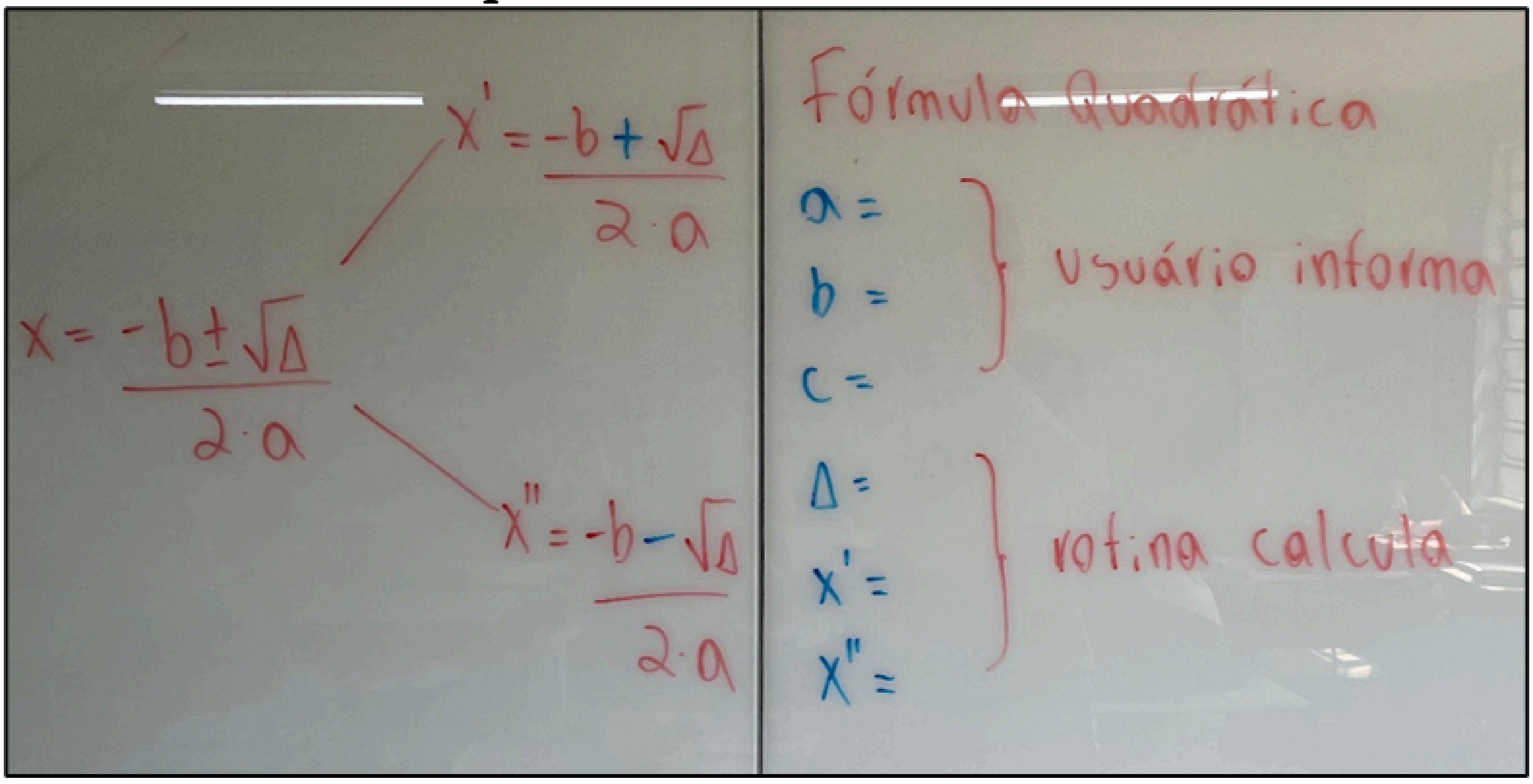


Fonte: Autoria própria.

A partir desse esboço, os estudantes já conseguem criar as perguntas e variáveis sem dificuldades, inclusive a do discriminante, visto que já foi criada na rotina anterior.

As dúvidas podem começar a surgir no momento em que necessitarem realizar o cálculo das duas raízes da equação. Sendo assim, retome o processo de resolução por meio da fórmula quadrática no quadro branco, separando as raízes em x' e x'', destacando a alteração dos sinais.

Estudo da fórmula quadrática e como desenvolvê-la no Scratch



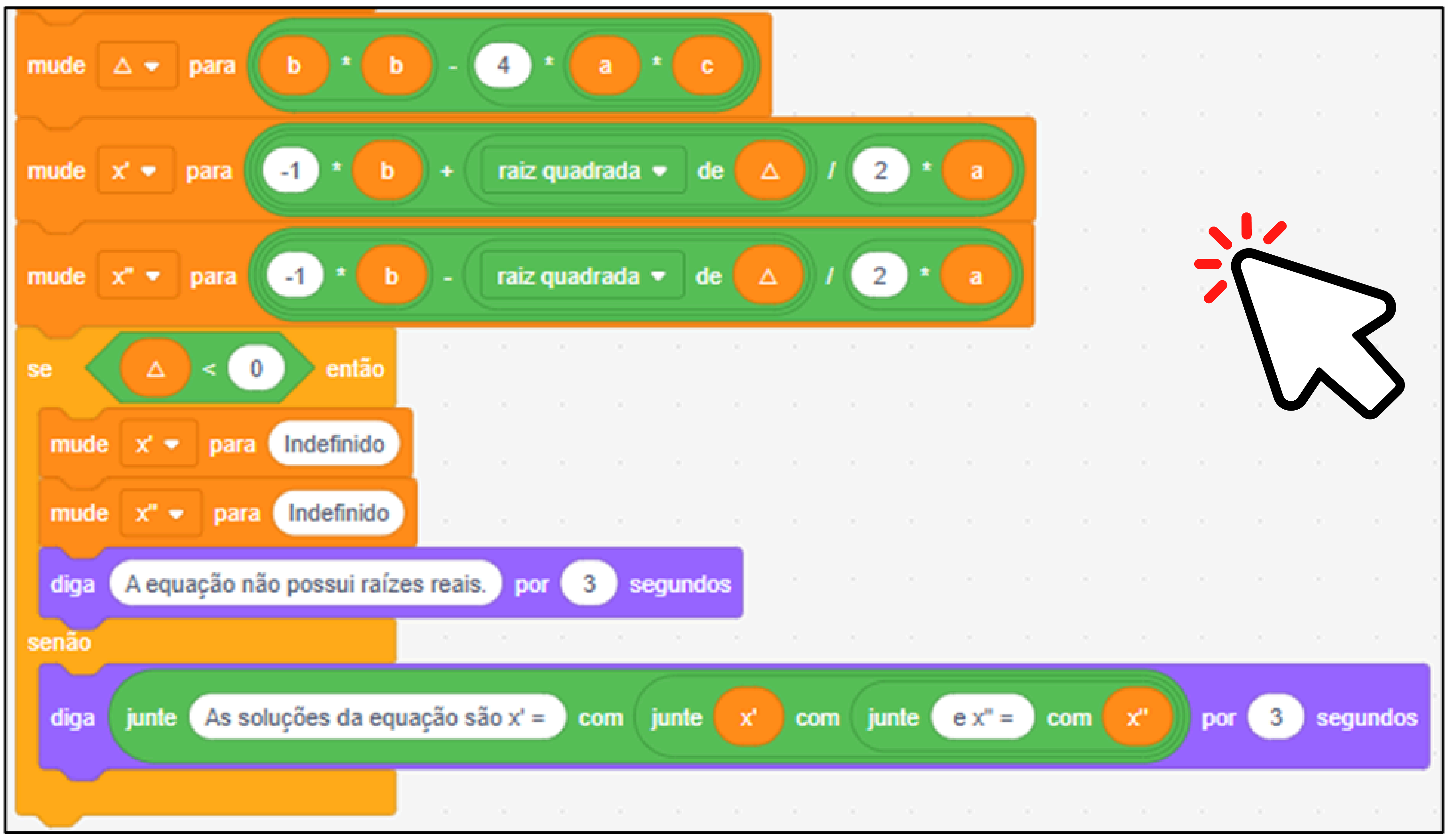
Fonte: Autoria própria.

Após essa retomada do processo de resolução da equação por meio da fórmula quadrática, destaque, novamente, sobre a possibilidade de separar a construção de x’ e x” em etapas. Desenvolvendo primeiramente os blocos da parte superior (numerador) e após os blocos da parte inferior (denominador), para aí então montar a fração (divisão). Em seguida, com a montagem de x’, oriente que o mesmo processo pode ser adotado para x”, mudando apenas o sinal entre o coeficiente *b* e a raiz do discriminante.

Consoante a isso, os estudantes podem iniciar o processo de análise de como retornar ao usuário as soluções calculadas pela rotina. Portanto, é preciso revisitar a rotina dos casos de discriminante e alertar sobre a única possibilidade de não existirem raízes reais ser quando o valor do discriminante for negativo, sendo necessário retornar tal informação ao usuário. Com a rotina já finalizada, será possível observar um erro em comum nas rotinas, devido a alteração de todas as variáveis para zero ao clicar na “bandeirinha”.

Nesse sentido, quando o usuário informar valores de coeficientes que geram como resposta a frase “A equação não possui raízes reais” as variáveis x’ e x’’ continuarão apresentando zero como resposta. Para solucionar tal erro, dentro do bloco condicional, pode-se acrescentar que quando o valor de delta for menor que zero, as variáveis x’ e x’’ devem mudar para “Indefinido”.

Construção da rotina que soluciona uma equação quadrática



Fonte: Autoria própria.

Recomenda-se que antes da entrega da atividade o professor realize atendimentos com as duplas para sanar dúvidas e verificar inconsistências apresentadas nas rotinas. Em seguida, os estudantes podem apresentar os seus trabalhos para a turma, sendo avaliados de acordo com os critérios estabelecidos no início da atividade.

Além disso, é interessante solicitar que os estudantes salvem o arquivo da rotina e enviem por e-mail para que o professor possa avaliar todos os critérios da rubrica com mais tempo.

Destaca-se que após a finalização da construção da sequência de blocos programáveis, durante aplicação da sequência didática, incentivou-se que os estudantes usassem a sua criatividade para deixar a rotina mais atrativa. Neste aspecto, uma apresentação surpreendeu bastante pelo fato dos estudantes terem se desafiado ao tentarem recriar os movimentos de um dos personagens do jogo "Fireboy & Watergirl", em que os personagens devem chegar ao destino final sem que o personagem de fogo toque na água e a personagem de água toque no fogo.

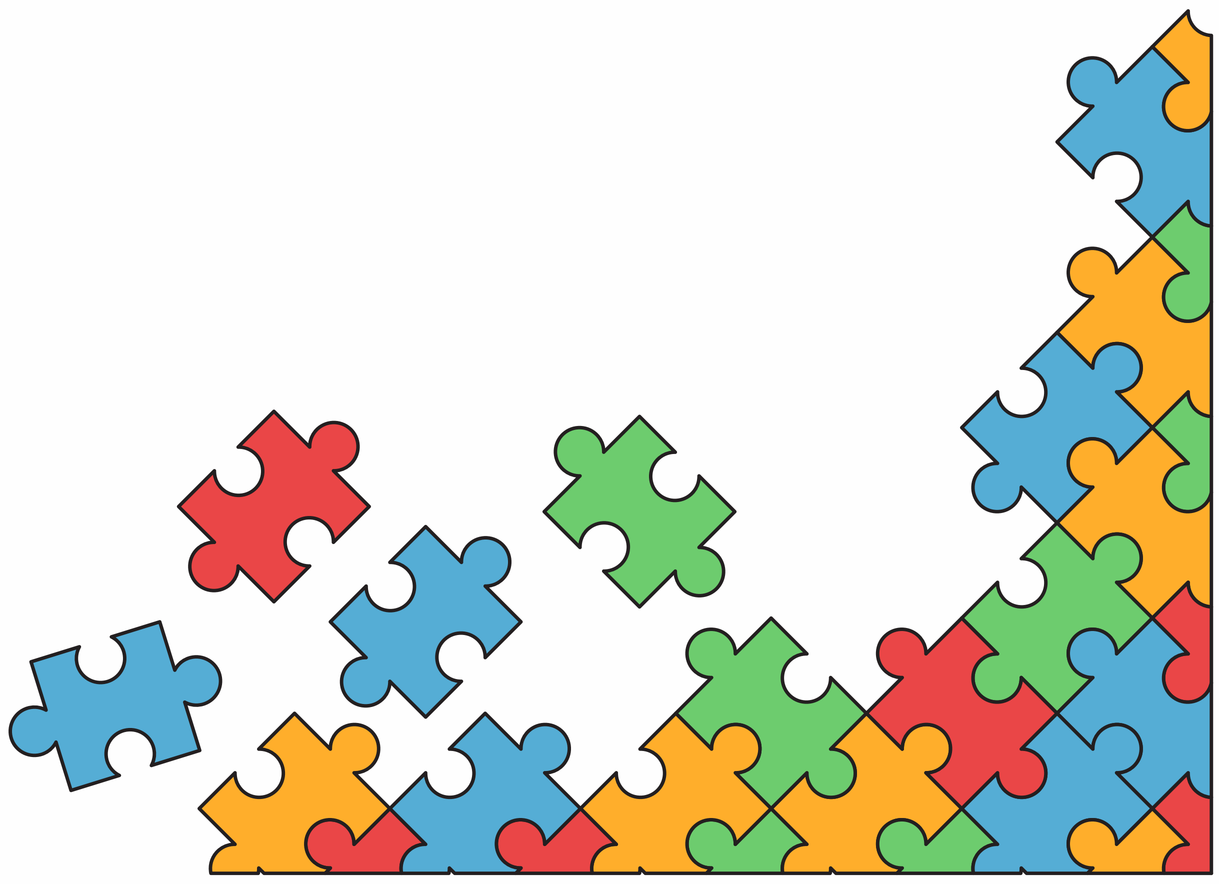
Diante disso, a dupla precisou refletir e pesquisar como seria possível desenvolver tais animações. Na figura a seguir é possível observar uma prévia da rotina construída pelo grupo, a qual recebeu diversos elogios dos colegas.

Exemplo de rotina final construída por estudantes

Fonte: Autoria própria.

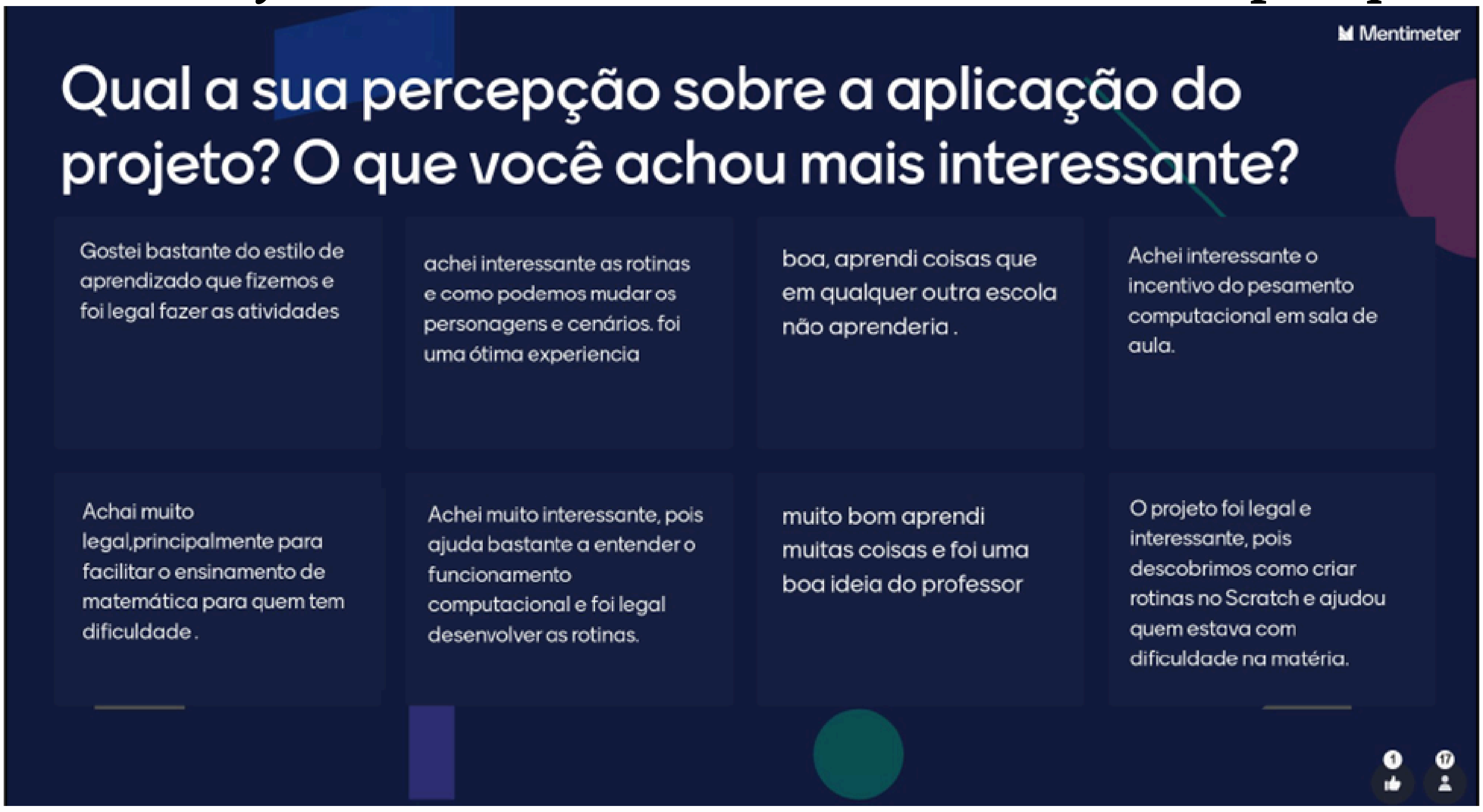
Para a animação desta rotina, foi necessário que os estudantes observassem as posições desejadas para que o personagem se movimentasse, além de verificar o tempo necessário de pausa de um movimento para o outro, a fim e que não fosse contínuo e fosse observável pelo usuário. E, ainda, conforme as condições do discriminante, os personagens se movimentavam, caindo na lava quando não existem raízes reais e chegando à porta da próxima fase quando existem duas raízes reais (iguais ou diferentes).

Nesta perspectiva, às vezes como professores imaginamos que os estudantes terão muitas dificuldades em realizar determinada atividade planejada. Porém, precisamos testar para saber o real resultado, o qual pode nos surpreender positivamente, assim como aconteceu durante a aplicação do projeto de pesquisa que resultou neste produto educacional. Além disso, foi observado o que a utilização do pensamento computacional auxiliou na compreensão de conceitos que alguns estudantes não tinham entendido anteriormente, pois compreenderam a possibilidade de partir um problema em partes menores.



As apresentações finais evidenciaram o impacto positivo dessa abordagem pedagógica, destacando tanto os desafios enfrentados quanto os avanços obtidos pelos grupos. Esse processo reforça a relevância do uso de tecnologias educacionais para promover a autonomia e o aprendizado, corroborando as ideias de Papert sobre o potencial transformador dos computadores na educação. A seguir, pode-se observar um recorte dos *feedbacks* dos estudantes a respeito das suas percepções a respeito da pesquisa aplicada.

Recorte de *feedbacks* das atividades desenvolvidas na pesquisa



Fonte: Autoria própria.

Diante dos *feedbacks* apresentados, conclui-se que a união de estratégias de aprendizagem ativa com a exploração do pensamento computacional trouxe resultados positivos para os estudantes, os quais acharam interessante a proposta e relataram ter auxiliado no preenchimento de algumas lacunas de aprendizagem existentes relacionadas as equações polinomiais do segundo grau.

4. REFERÊNCIAS

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica.** 2017. 226 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós Graduação em Informática na Educação, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRENNAN, K., & RESNICK, M. (2012). N**ew frameworks for studying and assessing the development of computational thinking**. In Proceedings of the 2012 annual meeting of the American Educational Research Association (pp. 1-25).

ELMÔR-FILHO, Gabriel; SAUER, Laurete Zanol; ALMEIDA, Nival Nunes; VILLASBOAS, Valquíria. **Uma Nova Sala de Aula é Possível: Aprendizagem Ativa na Educação em Engenharia.** - 1.ed. – Rio de Janeiro: LTC, 2019.

FRAGELLI, Ricardo Ramos. **Trezentos: aprendizagem ativa e colaborativa como uma alternativa ao problema da ansiedade em provas.** Revista Eletrônica Gestão & Saúde, Brasília, v. 6, p. 860-872, abr. 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2018.

______. **Pedagogia da autonomia: saberes necessário à prática educativa.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1997.

MIT NEWS. **Professor Emeritus Seymour Papert, pioneer of constructionist learning, dies at 88.** Cambridge, Massachusetts, 2016. Disponível em: https://news.mit.edu/2016/seymour-papert-pioneer-of-constructionist-learning-dies-0801.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 2008.

PEI, Christina (Yu); WEINTROP, David; WILENSKY, Uri. **Cultivating Computational Thinking Practices and Mathematical Habits of Mind in Lattice Land.** Mathematical Thinking And Learning, [S.L.], v. 20, n. 1, p. 75-89, 2 jan. 2018. Informa UK Limited. http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2018.1403543.

PRENSKY, M.: **Digital Natives Digital Immigrants.** In: PRENSKY, Marc. On the Horizon. NCB University Press, v. 9 n. 5, October 2001.

TCHOUNIKINE, P. **Initier les élèves à la pensée informatique et à la programmation avec Scratch.** [S. l.], v. 2, p. 1-36, 2017.