

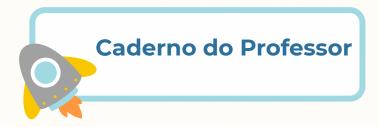
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

E MATEMÁTICA

**MESTRADO PROFISSIONAL** 

# **Produto Educacional**

# Um passeio pela Trigonometria através da Astronomia



> Paula Hoffmann Odilon Giovannini

# Apresentação

Olá, colega professor ou professora! 😊

Antes de mais nada, queremos dar as boas-vindas e desejar que essa jornada, que conecta a Matemática e as estrelas, possa contribuir efetivamente para o aprimoramento da prática pedagógica.

O presente produto educacional, gerado a partir de uma pesquisa desenvolvida no curso de mestrado profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, consiste em um guia didático composto por dois cadernos: o Caderno do Professor e o Caderno do Aluno.

Para facilitar a aplicação da proposta pedagógica, nesse documento é apresentado o **Caderno do Professor**.

No **Caderno do Professor**, você vai encontrar explicações detalhadas, orientações práticas e sugestões que podem auxiliar a mediação e facilitar a aplicação das atividades propostas. Ao mesmo tempo, os alunos estarão acompanhando as atividades com o **Caderno do Aluno**.

A ideia central do produto educacional é que você se sinta seguro(a), inspirado(a) e com vontade de explorar esse conteúdo de um jeito leve, criativo e cheio de sentido para os estudantes, através de uma jornada pedagógica envolvendo a trigonometria e as estrelas.

Nesse sentido, o **Caderno do Professor** foi pensado com muito carinho para te apoiar em cada passo dessa jornada pedagógica, mesmo que você não seja especialista em trigonometria ou astronomia.

Desejamos uma ótima viagem!

## Introdução

O percurso da jornada pedagógica começa com uma etapa muito especial: o **Guia Turístico.** 

Com o **Guia Turístico** os alunos farão um **passeio pela história da trigonometria através da astronomia.** Eles conhecerão personagens
históricos, refletirão sobre o universo, explorarão o conceito de
circunferência, razão entre medidas e até brincarão com barbantes e
cálculos para entender como tudo isso se conecta com os ângulos. Essa
abertura serve como uma espécie de "embarque" para a jornada que virá a
seguir.

Vale dedicar tempo e atenção a essa fase, pois ela cria o clima e ativa o imaginário dos estudantes desde o início!

Para te dar uma visão geral da jornada pedagógica, aqui vai um **breve** resumo do que você vai encontrar, após a etapa do Guia Turístico

**Atividade 1**: os alunos constroem triângulos semelhantes e observam as proporções entre os lados, iniciando o entendimento das razões trigonométricas.

**Atividade 2**: é hora de colocar a mão na massa com a construção de um teodolito e aplicação das razões trigonométricas para medir alturas inacessíveis na escola.

**Atividade 3**: um momento diagnóstico, em que os alunos levantam hipóteses sobre como seria possível medir a distância até as estrelas.

**Atividade 4**: investigação mais profunda sobre a paralaxe estelar e exploração do céu noturno usando o software Stellarium.

**Atividade 5**: simulação prática do cálculo de distâncias estelares dentro da sala de aula, conectando trigonometria, astronomia e muita criatividade.

Atenção: Cada uma dessas atividades já está alinhada com os espaços e instruções do **Caderno do Aluno**, o que faz a jornada pedagógica transcorrer com mais fluidez.

## Objetivos Gerais da Jornada

Tornar a aprendizagem da trigonometria significativa por meio da articulação com a astronomia.

Desenvolver o raciocínio geométrico e a compreensão das razões trigonométricas.

Explorar a paralaxe estelar como aplicação prática da trigonometria.

Estimular a observação, investigação científica e o pensamento crítico.

### Habilidades da BNCC envolvidas

(EMI3MAT301) Resolver e elaborar problemas que envolvam razões trigonométricas em triângulos retângulos.

(EM13MAT403) Utilizar modelagem geométrica para compreender fenômenos naturais e artificiais.

(EM13CNT103) Investigar e compreender as leis físicas que regem o universo.

# Sugestão de Cronograma

Cada aula possui um tempo de 50 minutos

Aula 1: Guia Turístico e introdução histórica

**Aula 2**: Triângulos semelhantes

Aulas 3 e 4: Construção de teodolito e medições na escola

Aula 5: Discussão sobre distâncias estelares e atividade diagnóstica

**Aula 6**: Pesquisa sobre paralaxe estelar

Aula 7: Simulação prática da paralaxe

Aula 8: Cálculo da distância estelar e reflexão final

## O Guia Turístico - Abertura da Jornada Pedagógica

Antes das atividades, a jornada pedagógica inicia com uma proposta introdutória chamada **Guia Turístico: Um Passeio pela Trigonometria**.

Essa etapa inicial tem o objetivo de despertar a curiosidade dos estudantes, contextualizando historicamente a trigonometria por meio de personagens como Pitágoras, Ptolomeu, Copérnico, Galileu e a própria observação do céu.

O Guia Turístico consiste em uma sequência de atividades com reflexões, QR Codes, experimentos simples e uma introdução prática ao conceito de círculo, ângulo e razão.

#### Como conduzir

Apresente os personagens históricos de forma descontraída, como se fossem guias dessa viagem.

Incentive os alunos a responderem às perguntas no próprio caderno, trazendo suas hipóteses.

Oriente os alunos na construção dos círculos com barbante, régua e calculadora.

Promova trocas entre os grupos sobre os resultados obtidos com a medição das circunferências e reflexões sobre graus e radianos.

Os vídeos acessados pelos QR Codes complementam bem a narrativa: assista com a turma sempre que possível.

Essa introdução é fundamental para criar o clima de encantamento e dar sentido às atividades mais técnicas que virão depois.

# Ao final as atividades propostas no Guia Turístico, o aluno deve ser capaz de:

- Relacionar a evolução da astronomia com a trigonometria;
- Compreender o conceito de circunferência e de razão entre medidas;
- Diferenciar graus e radianos;
- Refletir sobre o papel da observação e da medição ao longo da história.

### O Guia Turístico - A Jornada

Orientações sobre o uso do Guia Turístico: Um Passeio pela Trigonometria

O Guia Turístico será entregue aos estudantes como uma introdução prática, histórica e reflexiva ao conteúdo de Trigonometria. Para facilitar a sua utilização em sala de aula, organizamos o guia em um formato de folder dobrável, que estará anexado nas últimas páginas deste Caderno do Professor.

🖹 Formato de impressão:

O guia foi planejado para ser impresso em frente e verso. Após impresso, deve ser dobrado em 4 partes (sanfonado ou tipo mapa), formando um folder compacto e interativo.

Importante:

Esse mesmo guia será entregue juntamente com o material do aluno, facilitando o acompanhamento das atividades em sala.

As páginas estão organizadas de forma que, ao dobrar corretamente, as informações sigam uma leitura contínua e fluida.

PA proposta do folder é que os estudantes manuseiem, leiam e interajam com o material como se estivessem em uma viagem guiada pela história da trigonometria — por isso a estética e o nome "Guia Turístico".





#### Materiais necessários:

- Barbantes
- Régua
- Calculadora
- Transferidor
- Lápis e borracha

#### Habilidades desenvolvidas:

Relacionar fenômenos astronômicos com conceitos matemáticos. Utilizar medidas e instrumentos simples para investigar propriedades geométricas.

Formular hipóteses e observar relações entre grandezas.

#### Descrição das Atividades do Guia Turístico com Resoluções

#### Atividade - Harmonia no firmamento

Nesta atividade, os alunos constroem 4 circunferências com diâmetros diferentes e medem o comprimento de cada uma usando barbantes. Eles registram os valores em uma tabela e calculam a razão entre o comprimento e o diâmetro (C/D).

# ✓ Resolução esperada:

Independentemente do tamanho da circunferência, a razão C/D deve se manter próxima de 3,14, antecipando a ideia de  $\pi$  (pi).

### 🥯 Atividade - O Universo Geocêntrico de Ptolomeu

Os alunos medem o comprimento de uma circunferência usando pedaços de barbante do tamanho do raio e relacionam o total com o número de pedaços necessários.

- ✓ Resoluções esperadas:
- a) Cerca de 6,28 pedaços de barbante por circunferência → relação C/r = 2π
  - b) Relação com a atividade 1: ambas mostram razões constantes e envolvem a razão π.
- c) Relação com "Harmonia no Firmamento": uso de círculos e simetria celeste
  - d) Relação entre graus e radianos: 360° = 2π rad → 1 rad ≈ 57,3°

### 🔞 Átividade - Terra "rebaixada" a apenas um planeta

A partir da proporção entre triângulos semelhantes, os alunos estimam a distância entre Vênus e o Sol em Unidades Astronômicas (UA), usando medidas do desenho.

✓ Resolução esperada:
 h / d = H / 1
 → Exemplo: 2,5 cm / 5 cm = H
 → H = 0,5 UA

#### Atividade - Vênus e as montanhas lunares

Os alunos analisam a forma como Galileu estimou a altura de uma montanha na Lua a partir da sombra projetada. Devem aplicar o Teorema de Pitágoras com os dados fornecidos (AB = 43,7 km, AC = 1000 km).

Resolução esperada:
 AC² = AB² + BC²
 → 1000² = 43,7² + BC²
 → BC ≈ 999 km

Para acessar os vídeos do Guia Turístico, sem o uso do celular, clique nos links abaixo:

- Atividade Harmonia no firmamento como calcular o valor de  $\pi$  (pi).
- <u>Atividade O Universo Geocêntrico de Ptolomeu</u> como transformar graus em radianos.
- <u>Atividade Terra "rebaixada" a apenas um planeta</u> como calcular medidas utilizando a semelhança de triângulos.
- <u>Atividade Vênus e as montanhas lunares</u> como calcular medidas utilizando o Teorema de pitágoras.

# Para acessar vídeos sobre os personagens históricos citados no Guia Turístico:







<u>Pitágoras de</u> <u>Samos</u>

<u>A filosofia de Pitágoras</u> <u>de Samos</u>







**Ptolomeu** 

**Universo Geocêntrico** 





<del>}}} {(((-</del>

<u>Copérnico</u>

Universo Geocêntrico
vs Universo
Heliocêntrico





Galileu Galilei



A vida de <u>Galileu</u> <u>Galilei</u>

# **Atividade 1 – Triângulos semelhantes**

**Objetivo específico**: Compreender as relações de proporcionalidade em triângulos semelhantes.

**Materiais:** Régua, transferidor, compasso, lápis, papel A4. Tempo estimado: 1 aula (50 min)

**Orientações:** Os alunos devem construir três triângulos com os mesmos ângulos (90°, 70°, 20°), mas tamanhos diferentes.

Estimule a comparação visual e numérica entre os lados.

Após o cálculo das razões, proponha um debate: "as razões são semelhantes mesmo com tamanhos diferentes?"

No caderno do aluno, já há espaços reservados para desenhar os triângulos e preencher a tabela com os valores encontrados.

**Gabarito modelo:** As razões trigonométricas de um mesmo ângulo devem se manter estáveis, mesmo com lados maiores ou menores.

**Dica de mediação:** Caso os resultados fiquem muito diferentes, oriente os estudantes a revisarem os desenhos e a utilização correta do transferidor.

# ♠ Ao final desta atividade, o aluno deve ser capaz de:

- Compreender que triângulos com mesmos ângulos mantêm proporção entre os lados;
- Calcular razões trigonométricas;
- Observar a constância das razões para ângulos iguais.

Para acessar os vídeos sem o uso do celular clique nos links abaixo:

- Como construir um ângulo utilizando o transferidor
- Como construir triângulo com transferidor

# Atividade 2 – Construção e uso do Teodolito

**Objetivo específico:** Aplicar as razões trigonométricas em situações reais por meio da construção de um instrumento de medição (teodolito).

Materiais: Transferidor, canudo, cola, tachinha, base de papelão ou EVA.

Tempo estimado: 2 aulas (50 min cada)

**Orientações:** Organize os alunos em duplas ou trios para a construção do teodolito.

Disponibilize o QR Code presente no caderno do aluno para acessar o vídeo tutorial.

Após a construção, peça que escolham três objetos de altura inacessível na escola.

Com o auxílio do teodolito, os estudantes devem medir os ângulos e registrar as distâncias.

No caderno do aluno, há uma tabela preparada para esse registro, bem como perguntas de reflexão que devem ser discutidas em grupo.

**Dica de mediação:** Incentive os alunos a se revezarem nas medições. Discuta os possíveis erros de paralaxe instrumental ou variações nos ângulos medidos.

## Ao final desta atividade, o aluno deve ser capaz de:

- Construir e usar um teodolito artesanal;
- Medir ângulos reais e aplicar as razões trigonométricas em situações práticas;
- Refletir sobre erros experimentais e interpretação dos dados.

Para acessar o vídeo sem o uso do celular clique no link abaixo:

• Como confeccionar um teodolito

# Atividade 3 – Investigando a distância das estrelas

**Objetivo específico:** Explorar o conceito de distância estelar a partir de ideias prévias dos alunos.

Materiais: Caderno do aluno, lousa ou flipchart para anotações coletivas.

Tempo estimado: 1 aula (50 min)

**Orientações:** Antes de apresentar a teoria, proponha uma conversa guiada pelas perguntas que já estão no caderno do aluno.

Valorize todas as hipóteses levantadas.

Estimule o uso de desenhos, analogias e argumentos próprios. Essa é uma etapa diagnóstica para preparar o terreno para a explicação da paralaxe.

### ♠ Ao final desta atividade, o aluno deve ser capaz de:

- Formular hipóteses sobre como medir distâncias astronômicas;
- Justificar ideias com base em conhecimentos prévios;
- Representar visual ou simbolicamente seus raciocínios.



Para saber mais sobre paralaxe escaneie o QR Code ou clique aqui



Paral saber mais sobre paralaxe estelar escaneie o QR Code ou clique aqui

# Atividade 4 – Pesquisa sobre Paralaxe Estelar e uso do Stellarium

**Objetivo específico:** Compreender o conceito de paralaxe estelar e utilizar o Stellarium como ferramenta de exploração do céu.

**Materiais:** Celular, tablet ou computador com Stellarium instalado; acesso à internet.

Tempo estimado: 1 aula (50 min)

**Orientações:** Os alunos devem realizar uma pesquisa sobre paralaxe estelar e registrar suas descobertas no caderno do aluno.

Oriente para que busquem fontes confiáveis (indique links ou vídeos, se necessário).

Em seguida, promova uma exploração orientada no Stellarium.

No caderno do aluno, há espaço para anotar observações, registrar constelações e refletir sobre o que mais chamou a atenção.

**Dica de mediação:** Projete o Stellarium na lousa digital (se disponível) e faça uma exploração coletiva antes do trabalho em duplas.

## ♠ Ao final desta atividade, o aluno deve ser capaz de:

- Compreender o conceito de paralaxe estelar;
- Usar o Stellarium para observar constelações e estrelas;
- Relacionar paralaxe com a medição de distâncias astronômicas.



Clique aqui para ver o vídeo de como utilizar o Stellarium na versão Web <u>ou escaneio o QR Code</u>



<u>Clique aqui para ver o vídeo</u> de como utilizar o Stellarium na versão app para celular ou escaneio o QR Code



<u>Clique aqui para ver o vídeo</u> de como utilizar o Stellarium para mostrar que as estrelas não são fixas no céu. <u>ou escaneio o QR Code</u>

# Atividade 5 – Simulação da paralaxe estelar na sala de aula

**Objetivo específico:** Realizar uma simulação prática do cálculo de distância estelar com base na observação do deslocamento aparente de uma estrela.

**Materiais:** Fita métrica, objetos representando Terra, Sol e estrelas, transferidores com mira (ou teodolitos caseiros).

**Tempo estimado:** 2 aulas (50 min cada)

**Orientações:** Siga com os alunos o passo a passo da simulação conforme descrito no caderno do aluno (Etapas 1 a 10).

Auxilie na marcação da "linha base" (2 UA), posicionamento da estrela central e das estrelas de fundo.

Oriente as medições dos ângulos e o registro dos dados.

Depois, os estudantes devem desenhar o triângulo formado e realizar o cálculo com base na tangente.

Todos os campos para anotação estão organizados e disponíveis no caderno do aluno.

**Dica de mediação:** Durante a simulação, circule entre os grupos para apoiar ajustes no alinhamento dos elementos.

Estimule os alunos a discutirem o porquê das diferenças nas medidas e o

Ao final desta atividade, o aluno deve ser capaz de:

que isso representa na prática astronômica.

- Reproduzir a simulação da paralaxe em sala;
- Medir ângulos e construir triângulos representativos da situação;
- Usar a tangente para estimar a distância até a estrela simulada;
- Compreender como a trigonometria é usada para explorar o universo.

# Avaliação

A avaliação nesta proposta vai muito além de conferir acertos e erros: ela serve como bússola para identificar avanços conceituais, estratégias de pensamento e participação dos alunos na construção coletiva do conhecimento.

### 🔋 Sugestão de estratégias avaliativas:

**Observação contínua**: anote comportamentos, dúvidas frequentes e atitudes durante as atividades práticas.

**Registros do caderno do aluno:** utilize como evidência das aprendizagens, tanto conceituais quanto procedimentais.

**Debates e socializações:** avalie argumentação, escuta ativa e colaboração. Reflexões escritas: especialmente nas atividades investigativas e na reflexão final da simulação de paralaxe.

### Tabela de Aprendizagens Esperadas por Atividade

Atividade	Aprendizagem Esperada
Guia Turístico	Relaciona astronomia e trigonometria, compreende circunferência, grau e radiano.
Atividade 1 – Triângulos	Compreende semelhança e razões trigonométricas.
Atividade 2 – Teodolito	Aplica razões em contextos reais para medir alturas.
Atividade 3 – Hipóteses	Formula ideias e argumenta sobre distâncias estelares.
Ntividade 4 – Stellarium	Explica paralaxe e observa o céu com o Stellarium.
♦ Atividade 5 – Simulação	Calcula distâncias com tangente, representa geometricamente.
磨 Reflexão Final	Comunica ideias e aprendizagens de forma integrada.

# Tabela de Avaliação Coletiva

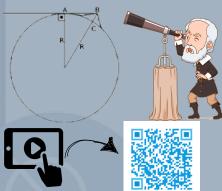
Nome do(a) aluno(a)	Guia Turístico	Ativ. 1	Ativ. 2	Ativ. 3	Ativ. 4	Ativ. 5	Reflexão Final

Ensinar trigonometria é, também, ensinar a olhar para o céu com os pés no chão. Que essa jornada te traga descobertas tão grandes quanto o universo!

#### Vênus e as montanhas lunares

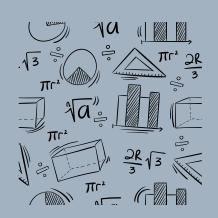
(OBA 2009) Galileu Galilei (1564-1642) é bastante lembrado pelo uso astronômico das lentes, que ampliava imagens e com isso via coisas nos céus que ninguém observava a olho nu, como as manchas solares, as montanhas da Lua, as fases de Vênus, quatro dos satélites de Júpiter, os anéis de Saturno e as estrelas da Via Láctea. Galileu não só observou algumas das montanhas lunares como calculou suas alturas. O método que ele usou era baseado em geometria simples. Galileu observava o topo de uma montanha (ponto B na figura ao lado) quando iluminada pelo Sol.

Esta figura ilustra a maneira como Galileu calculou a altura (BC) de uma montanha da Lua. Ele obteve a distância AB a partir de observações que fez com a luneta e conhecia o raio da Lua. Adotando AB como 44,73 km e o raio da Lua 1.000 km (apenas para simplificar as contas), calcule, com a ajuda do Teorema de Pitágoras, a altura da montanha lunar (BC) da figura. (Use 44,732 = 2.001 e 1.0012 = 1.002.001).

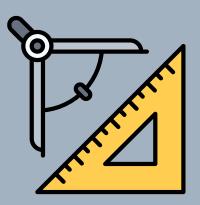


#### Referências

OBA - Olimpíada Brasileira de Astronomia - Disponível em: http://www.oba.org.br/site/. Acesso em 16 de Setembro de 2016. MOSLEY, Michael; LYNCH, Jonh. Uma história da Ciência. 2011. HOFFMANN, Paula. Cálculo de distâncias inacessíveis: uma viagem astronômica. 2025. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) -Universidade de Caxias do Sul, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Caxias do Sul, 2025. Orientador: Professor Dr. Odilon Giovannini.







#### **Guia Turístico**

Aluno(a): \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

#### Harmonia no firmamento

Pitágoras de Samos (580 a.C. - 500 a.C.) fundou a Escola Pitagórica, onde todos os membros deveriam ser vegetarianos e abrir mão de todos os bens pessoais. Acreditavam na harmonia do firmamento e afirmavam em sua filosofia que tudo é número. Pitágoras ensinava que os movimentos do Sol, da Lua e dos Planetas devem basear-se na forma geométrica mais simples e pura, o círculo. A obsessão de Pitágoras por círculos levou-o a concluir que a Terra era não era plana, mas uma bola arredondada flutuando no espaço, através da observação de eclipses lunares.

Para que você possa interagir mais com os círculos, construa 4 círculos com diâmetros de tamanhos diferentes. Para auxiliá-lo na atividade, preencha a tabela a seguir utilizando também, barbante, régua e calculadora.

Circunferência	do perímetro em cm	Diâmetro em cm	Comp diâmetro
1			
2			
3			
4			







#### O Universo Geocêntrico de Ptolomeu

Cláudio Ptolomeu (90 d.C- 168 d.C) "fez uma extraordinária tentativa de conciliar a fria realidade dos movimentos estelares e planetários observados com os círculos e esferas da filosofia aristotélica" (MOSLEY, LYNCH, 2011).

Para medir ângulos são utilizadas duas unidades de medida, os graus (Sumérios – sistema sexagesimal) onde o círculo é dividido em 360 partes iguais, onde cada uma mede 1 grau, cada grau é dividido em 60 minutos e cada minuto em 60 segundos.

Também é utilizada a unidade de medida conhecida como radianos (James Thonson 1873) tomando como referência o tamanho do raio da circunferência.



O raio de uma circunferência é a distância de seu centro a um ponto qualquer do contorno.

Desenhe uma circunferência de raio 5 (cinco) cm. Corte pedaços de barbante que correspondam ao tamanho do raio. Tente "cobrir" o perímetro da circunferência colando esses pedaços de barbante no contorno dela.

a) Quantos pedaços de barbante do tamanho do raio foram necessários para "cobrir" o contorno da circunferência que você desenhou? Foi preciso um número inteiro de barbantes?

b) Que relação você pode fazer entre sua resposta para esta atividade e para a primeira atividade que foi realizada?

c) Que relação é possível fazer entre a atividade "harmonia no firmamento" e a atividade proposta em "o Universo Geocêntrico de Ptolomeu"?

d) Você acha que é possível fazer uma relação entre a medida de ângulos em graus e a medida de ângulos em radianos? Qual seria esta relação?

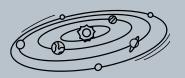




#### Terra "rebaixada" a apenas um planeta

Nicolau Copérnico (1473 – 1543) astrônomo que concluiu que o Sol é o centro do Universo e que a velocidade dos planetas muda conforme sua distância com relação ao Sol, surgindo então a Teoria Heliocêntrica. A obra de Copérnico continha seis livros, porém, quando as últimas páginas de sua obra foram impressas e chegaram a Copérnico, ele já estava velho e muito debilitado, falecendo no dia em que seus olhos as viram, em 24 de maio de 1543. Porém, estava doente demais para perceber que a introdução de sua obra, continha uma introdução anônima afirmando que sua Teoria era apenas um artifício matemático conveniente.

(OBA, 2015) Observando o planeta Vênus, diariamente, vemos que ele atravessa a linha imaginária Terra-Sol e vai se afastando até um valor máximo, que chamamos de elongação máxima. Depois ele volta, aparentemente, a se aproximar do Sol, passa atrás do Sol, reaparece e vai se afastando dele até o mesmo afastamento máximo já observado do outro lado.





A figura ilustra o afastamento máximo num dos lados.

Copérnico não sabia a distância entre a Terra e o Sol, por isso ele a chamou de D = 1 U.A. (uma Unidade Astronômica), mas ele sabia geometria elementar, ou seja, ele sabia que:

$$\frac{h}{d} = \frac{H}{D}$$

Determine, tal como fez
Copérnico, a distância (H) entre
Vênus e o Sol, em Unidades
Astronômicas. Observação: o
triângulo pequeno pode ser de
qualquer tamanho, desde que
semelhante ao grande.

Colocamos réguas para você medir d e h, mas você pode usar a sua se preferir, porém não misture as réguas!

