UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

DERLI SANTOS DA SILVA

ENSINO DE TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO DO TÉCNICO EM AGROPECUÁRIA: SUPERANDO DESAFIOS E CONSTRUINDO SIGNIFICADOS

CAXIAS DO SUL

2016

DERLI SANTOS DA SILVA

ENSINO DE TRIGONOMETRIA NA FORMAÇÃO DO TÉCNICO EM AGROPECUÁRIA: SUPERANDO DESAFIOS E CONSTRUINDO SIGNIFICADOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Laurete Zanol Sauer
Coorientadora: Profª. Drª. Carine Webber

CAXIAS DO SUL

2016

S586e Silva, Derli Santos da

Ensino de Trigonometria na formação do Técnico em Agropecuária: superando desafios e construindo significados / Derli Santos da Silva. – 2016.

129 f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2016.

Orientação: Laurete Zanol Sauer.

Coorientação: Carine Geltrudes Webber.

1. Aprendizagem significativa. 2. Trigonometria na Agropecuária. 3. Situações-problema contextualizadas. I. Sauer, Laurete Zanol, orient. II. Webber, Carine Geltrudes, coorient. III. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UCS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Ensino de Trigonometria na formação do Técnico em Agropecuária: superando desafios e construindo significados

Derli Santos da Silva

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Caxias do Sul, 23 de novembro de 2016.

Banca Examinadora:

Profª. Drª. Laurete Teresinha Zanol Sauer (orientadora)
Universidade de Caxias do Sul

Profª. Drª. Carine Geltrudes Webber (coorientadora)
Universidade de Caxias do Sul

Profª. Drª. Rosana Maria Gessinger
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima
Universidade de Caxias do Sul

AGRADECIMENTOS

A Deus, que fez o céu, a terra e tudo o que neles há. Ciente que, toda a glória, toda a honra, todo o domínio e todo o louvor pertencem exclusivamente a Ele.

À minha esposa Marli, que com sabedoria e longanimidade, agiu como uma verdadeira carne da minha carne e ossos dos meus ossos.

Aos meus três filhos: Gustavo, Maisa e Paloma que sempre foram e continuam sendo, bons motivos para prosseguir em busca de novas conquistas.

Ao meu pai João que já está com Deus, sempre tão zeloso na criação dos filhos. Ele me ensinou a ser verdadeiro, reto e responsável em tudo o que pôr as mãos.

À minha mãe Anita, sempre tão preocupada com os meus estudos. Como eu sempre a lembro. “A mãe inchou as juntas procurando um lugar para eu morar, enquanto faria o 2º grau em Progresso”.

À minha orientadora, professora Laurete; sempre tão atenciosa e comprometida com a qualidade do trabalho; transmitiu-me segurança nessa empreitada.

À minha coorientadora, professora Carine, sempre contribuindo com orientações pertinentes, como um melhor título para o trabalho ou uma boa organização e apresentação do site, sempre pude contar com ela.

À Direção do IFRS – Campus Bento Gonçalves e aos professores por terem sido parceiros neste projeto de mestrado.

Ao professor Francisco Catelli por tão bem conduzir o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do qual faz parte o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática.

Ao Pastor Marcos e ao grupo de intercessão da igreja Comunidade Evangélica que se dispuseram a orar por mim. Sabemos que a nossa força vem de Deus.

Aos meus colegas de mestrado, por terem compartilhado comigo tantos conhecimentos da área docente, pelas palavras de incentivo; especialmente dos colegas Nasser e Leomar. Passamos tantas vezes por Tamandaré que o prefeito de Garibaldi mandou asfaltar este trajeto.

Enfim, agradeço a todos os professores do mestrado, como também à Luciana que tantas vezes me ajudou nas suas atribuições de secretária do mestrado e também à Marcia que quando eu não tinha dinheiro, me vendeu café fiado na sua lancheria.

RESUMO

Este trabalho objetiva contextualizar o estudo da Trigonometria em situações reais da Agropecuária para que os estudantes atribuam mais sentido para a aprendizagem dos conceitos. Os fatores que contribuíram para a escolha deste tema foram as dificuldades observadas na compreensão de conceitos da Trigonometria, ao ministrar este conteúdo no 2º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. O referencial teórico que subsidia a pesquisa é a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, além de autores cujas pesquisas estão relacionadas com a mesma. Foram consideradas as condições de aprendizagem, a história da Trigonometria e suas aplicações na Agropecuária, além de recursos de apoio aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Com base neste estudo, foram elaboradas, aplicadas e avaliadas estratégias pedagógicas, visando à aprendizagem ativa e significativa, como é o caso da Modelagem Matemática aliada às tecnologias. A partir de questionários para estudantes e professores do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, cuja análise qualitativa, foi realizada de acordo com Bardin (2011), foram organizadas e aplicadas duas intervenções pedagógicas com o intuito de contemplar a aprendizagem ativa e significativa. A primeira intervenção pedagógica ocorreu na disciplina de Culturas Anuais, quando foi analisado o fotoperíodo, um fenômeno periódico natural que influencia nas culturas agrícolas. Para esta, a estratégia utilizada foi a Modelagem Matemática aliada aos recursos tecnológicos (software Geogebra). A segunda intervenção pedagógica ocorreu na disciplina de Topografia, quando foi realizada uma prática de campo, em que foram efetuadas várias medições em áreas rurais, e utilizadas as razões trigonométricas para o cálculo de distâncias. O produto deste trabalho é um site, onde está disponível uma lista de situações-problema contextualizados de Trigonometria. Concluiu-se que as estratégias propostas, por meio de situações do contexto da Agropecuária, contribuíram para que os estudantes envolvidos consigam atribuir sentido aos conceitos de Trigonometria, declarando-se com melhores condições de analisar e intervir no mundo real e demonstrando sentimentos e opiniões favoráveis sobre Trigonometria.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Trigonometria na Agropecuária. Situações-problema contextualizadas.

ABSTRACT

This work aims to contextualize the study of trigonometry in real situations of Agriculture so that students can view the application of the concepts of trigonometry. The factor that contributed to this choice were the difficulties encountered in understanding concepts of trigonometry, by teaching this content in the 2nd year of the Technical Course in Integrated Agriculture to High School. The theoretical framework that supports the research is the theory of meaningful learning of David Ausubel, and authors whose research is related to the same. Were considered the conditions of learning in general about the history of trigonometry and applications in Agriculture, and support resources to teaching and learning of mathematics. Based on this study were developed, implemented and evaluated pedagogical strategies, aimed at active and meaningful learning, such as the Mathematical Modeling coupled with technologies. From questionnaires given to students and teachers of the course, the qualitative analysis was performed according to Bardin (2011), were organized and implemented two pedagogical interventions in order to contemplate the active and meaningful learning. The first pedagogical intervention occurred in the course of annual crops, when we analyzed the photoperiod, a natural periodic phenomenon that influences in agriculture. For this, the strategy used was the mathematical modeling coupled with technological resources (Geogebra software). The second pedagogical intervention occurred in the Topography course, when a practice field was performed, where several measurements were made in rural areas, and used the trigonometric ratios for calculating distances. The product of this work is a website where it is available, a list of contextualized problem situations about trigonometry in agriculture. It was concluded that the strategies proposed, through situations in the context of Agriculture, helped the students involved to give meaning to the concepts of Trigonometry, declaring themselves better able to analyze and intervene in the real world and showing favorable feelings and opinions About Trigonometry.

Keywords: Meaningful learning. Trigonometry in Agriculture. Contextualized problem situations.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

GRÁFICOS

FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Cefet-BG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Bento Gonçalves
Coagri	Coordenadoria Nacional do Ensino Agrícola
CVE	Colégio de Viticultura e Enologia
EAFBG	Escola Agrotécnica Federal de Bento Gonçalves
EAFPJK	Escola Agrotécnica Federal Presidente Juscelino Kubitschek
IFRS	Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pibid	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PPC	Projeto Pedagógico de Curso
TICs	Tecnologias de Informação e Comunicação
UEA	Unidades de Ensino e Aprendizagem

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O interesse pelo estudo da Trigonometria surgiu durante a realização do estágio supervisionado, no Ensino Médio, do curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) – Campus Bento Gonçalves, na cidade de Bento Gonçalves, RS. Na ocasião, surgiu a oportunidade de dar aulas de Trigonometria para uma turma do 2º ano do Ensino Médio, do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. Durante esse estágio, evidenciaram-se dificuldades na compreensão de conceitos relativos às funções trigonométricas. Enquanto alguns se apropriavam rapidamente desses conceitos, outros apresentavam muitas dificuldades.

Como a instituição de ensino disponibilizava computador e projetor multimídia nas salas, foi possível a programação de estratégias metodológicas, incluindo tais recursos, tendo em vista maior motivação por parte dos estudantes. Assim sendo, iniciou-se a aula de funções trigonométricas, assistindo a um vídeo que mostrava como Eratóstenes provou que a Terra é redonda, utilizando razões trigonométricas. Ele demonstrava como se calcula o raio e a circunferência da Terra. Além disso, na condição de estudante-bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), já havia ministrado algumas oficinas, utilizando o *software* Geogebra[1], numa escola estadual de Bento Gonçalves, RS. Assim sendo, com as tecnologias disponíveis e a experiência adquirida anteriormente, tornou-se possível a utilização de tais ferramentas de apoio. No decorrer das aulas, foram aplicadas algumas atividades, como construção de gráficos de funções trigonométricas, com o auxílio do *software* Geogebra, com o intuito de auxiliar os estudantes a visualizarem as transformações em gráficos dinâmicos e suas correspondentes equações. Este procedimento despertou interesse e envolvimento da turma pelo conteúdo que estava estudando. Mesmo não manipulando o *software* diretamente, pois os gráficos eram construídos num computador e projetados com *datashow*, em tempo real, os estudantes mostraram-se motivados e isso facilitou o andamento das aulas.

Com efeito, foi possível constatar a motivação como elemento imprescindível para que ocorra a aprendizagem. A motivação para aprender precisa ser considerada pelo professor, para que seja possível promover uma aprendizagem com significado. O estudante precisa estar motivado para o aprendizado. Diante disso, o planejamento de atividades com o

[1] Disponível em: https://www.geogebra.org/download

software Geogebra, como recurso de apoio, foi realizado a fim de favorecer as ações de ensinar e aprender Trigonometria.

Além do interesse e gosto pessoal, outro fator que contribuiu para a escolha deste tema de pesquisa está relacionado à importância dos conceitos de Trigonometria em aplicações da Agropecuária. Como exemplo dessas aplicações, pode-se citar as medições de terras destinadas ao plantio agrícola, a observação e a análise de fenômenos periódicos como, por exemplo, a incidência temporal de luz solar, que varia ao longo do ano e que influencia diretamente o desenvolvimento e a produtividade do plantio agrícola, dentre outros.

Por outro lado, os estudantes do curso de Agropecuária, na maioria, são filhos de agricultores, o que os mantém cotidianamente muito ligados a atividades vinculadas ao plantio e ao trato com animais.

Assim sendo, pretende-se, com este trabalho, contextualizar o ensino de Trigonometria no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, propondo situações-problemas que envolvam, principalmente o cálculo de distâncias inacessíveis e a análise de fenômenos periódicos. Esses são conteúdos estruturantes da Trigonometria nesse curso, pois podem estar relacionados com situações presentes em propriedades rurais, onde grande parcela dos estudantes está inserida.

Buscou-se, na história da Trigonometria, algumas situações-problemas que surgiram no passado, para que o estudante possa perceber a importância e a aplicação desse conhecimento. Desta forma, o estudante apropria-se de subsídios para tomadas de decisões, visando a melhores resultados na atividade agropecuária, obtendo assim, maior produtividade na área plantada ou melhor rendimento na atividade pecuarista. Como exemplo de algumas situações-problemas, possíveis de se trabalhar, pode-se citar as que se relacionam com construções rurais, tais como: silos para armazenamento do trato dos animais e galpões para utensílios agrícolas; medições de terras; cálculo do desnível do solo; alturas inacessíveis e análise de fenômenos periódicos presentes em nosso meio. Todos esses temas são fundamentais para que o agricultor tenha sucesso em sua atividade agrícola. Portanto, é de suma importância que o profissional Técnico em Agropecuária aproprie-se dos conceitos de Trigonometria, o que lhe dará confiança e autonomia no momento de prestar assessoria em propriedades rurais ou em empresas do ramo agrícola.

Espera-se, com esta pesquisa, coletar material para a produção e organização de uma lista de situações-problemas que possa ser disponibilizada na Web. Estas situações-problemas serão planejadas como estratégias de ensino e aprendizagem de Trigonometria, trabalhadas de forma contextualizada no curso de Agropecuária. Pretende-se utilizar a Modelagem

Matemática, com o auxílio do *software* Geogebra, partindo-se de situações reais para chegar-se a modelos matemáticos que as representem.

Com isso, a **questão de pesquisa que se pretende responder, ao longo deste trabalho, é: Como organizar situações-problemas contextualizadas para favorecer a aprendizagem significativa de Trigonometria no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio?**

Para tanto, nos planejamentos, buscou-se considerar as dificuldades de aprendizagem de conceitos de Trigonometria, já mencionadas, que se entende como uma das causas de desmotivação dos estudantes.

Diante disso, o **objetivo geral do trabalho é contribuir para que o estudante do curso em questão consiga relacionar conceitos de Trigonometria com situações da Agropecuária, tendo condições de analisar e intervir no mundo real, com sentimentos e opiniões favoráveis sobre Trigonometria**. Atividades de avaliação, no decorrer da pesquisa, serão promovidas, tanto com os estudantes participantes quanto com professores de outras disciplinas que utilizam a Matemática, a fim de coletar informações relevantes para a sua continuidade, além de evidências quanto ao impacto causado pelas intervenções pedagógicas.

Os **objetivos específicos**, planejados visando ao alcance do objetivo geral são:

- ✓ **conhecer problemas reais, de épocas passadas ou atuais, cuja resolução ou análise requer a utilização de conceitos de Trigonometria, a fim de que o estudante do curso, tenha subsídios para uma possível tomada de decisão;**
- ✓ **identificar conceitos estruturantes da Trigonometria para o curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio;**
- ✓ **identificar, escrever e apresentar situações reais com aplicações da Trigonometria, utilizadas na Agropecuária, como estratégias para promover a aprendizagem significativa;**
- ✓ **explorar o *software* Geogebra, a fim de esclarecer seu potencial como recurso que colabora e qualifica o processo de aprendizagem de Trigonometria.**

Diante dessas considerações, apresentam-se, no capítulo dedicado ao *Referencial teórico* utilizado, alguns tópicos da história e aplicações da Trigonometria na Agropecuária. Ainda, aborda-se a Teoria da Aprendizagem Significativa, bem como recursos tecnológicos e condições de aprendizagem em Matemática, mencionando a Modelagem e a contextualização no ensino como tendências atuais, bem sucedidas, para promover a aprendizagem significativa de Matemática. No capítulo seguinte, é descrito o *Percurso metodológico,* seguido da *Análise e discussão dos resultados*. Outro capítulo é dedicado à descrição do *Produto desta Dissertação de Mestrado*. Finalmente, são apresentadas *Considerações finais*, em que é retomado o percurso, como forma de rever e reconstruir o que foi planejado, procurando evidenciar os resultados das ações realizadas e perspectivas de continuidade. As *Referências* são apresentadas no final.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, são apresentadas questões relacionadas com condições de aprendizagem, de modo geral sobre história da Trigonometria e suas aplicações na Agropecuária, além de recursos de apoio aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, levando em conta a Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel, além de ideias de outros autores cujas pesquisas estão relacionadas com a mesma. A hipótese é que este estudo forneça subsídios para sistematizar uma estratégia pedagógica, para promover aprendizagem ativa[2] e significativa, como é o caso da Modelagem Matemática aliada às tecnologias. Para tanto, apresentam-se, a seguir, alguns destaques do que foi considerado, neste trabalho, como o referencial teórico da pesquisa.

2.1 UM POUCO DE HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA NA AGROPECUÁRIA

Conforme Boyer (1996), a Trigonometria não foi obra de um só homem, época ou nação. Os teoremas sobre as razões entre lados de triângulos semelhantes já haviam sido usados pelos egípcios e babilônios. No período-helênico, por causa da falta do conceito de medida de ângulo, este estudo poderia ser chamado de Trilaterometria, o que significa medida de polígonos de três lados (triláteros), em vez de Trigonometria, que significa a medida de partes de um triângulo.

Os gregos do tempo de Hipócrates (460 - 377 a.C.), já conheciam as propriedades das cordas, como medidas de ângulos centrais inscritos em círculos. Eudoxo (408 – 355 a.C.) talvez tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas ao Sol e a Lua. Nas obras de Euclides (360 – 295 a.C.), não se encontra Trigonometria no sentido estrito da palavra, mas alguns teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas.

Os astrônomos da Idade Alexandrina, como Erastótenes de Cirene (276 – 194 a.C.) e Aristarco de Samos (310 – 230 a.C.), tratavam de problemas que indicavam a necessidade de relações sistematizadas entre ângulos e cordas.

Os gregos (200 d. C.), e logo após os hindus (500 d. C.)) e os árabes (850 a 929 d. C), utilizaram linhas trigonométricas. No princípio, tais linhas tiveram a forma de cordas num

[2] Na aprendizagem ativa, entende-se que o estudante não deve ser meramente um "recebedor" de informações, mas deve se engajar de maneira ativa na aquisição do conhecimento, focando seus objetivos e indo atrás do conhecimento de maneira pró-ativa. (GUDWIN, 2016).

círculo, e Ptolomeu (150 d.C) associou valores numéricos (ou aproximações) às cordas. Para tanto, duas convenções eram necessárias: primeiro, algum esquema para subdividir a circunferência de um círculo e, segundo, alguma regra para subdividir o diâmetro. A divisão da circunferência em 360 graus, inicialmente, foi usada na Grécia, a partir de Hiparco (190 – 120 a.C). Provavelmente, a medida de 360 graus tenha origem na Astronomia, pois o zodíaco era dividido em doze signos ou 36 decanatos. Foi o sistema sexagesimal que levou Ptolomeu a dividir o diâmetro de seu círculo trigonométrico em 120 partes. Cada uma dessas partes, ele subdividiu em sessenta minutos, e cada minuto de comprimento, em sessenta segundos. Tendo fixado seu sistema de medidas, Ptolomeu estava pronto para calcular as medidas das cordas dos ângulos dentro do sistema.

Souza (2010) afirma que o estudo das relações existentes nos triângulos surgiu por causa da necessidade de medir distâncias inacessíveis e que foi impulsionado pelo avanço da Astronomia, da agrimensura e da navegação. O autor diz que não se sabe quando ele surgiu, mas as relações sobre triângulos já eram utilizadas no ano 300 a.C. O uso dessa ciência passou a ser mais difundido quando Hiparco de Niceia, no ano 150 a.C., criou uma tabela com valores de cordas dos ângulos de meio em meio grau, sendo esse um dos principais recursos do estudo da Trigonometria.

Conforme historiadores, o estudo de ângulos, definido como, região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem, surgiu da necessidade de medir o tempo. (REZENDE; QUEIROZ, 2000, p. 21).

As autoras afirmam que, no início da civilização, os homens eram nômades e, para a sua sobrevivência, caçavam e alimentavam-se de frutos silvestres. Porém, com o passar do tempo, fixaram-se às margens de rios da Ásia, como o Eufrates, o Ganges e o Nilo.

Quando estes povos passaram a criar animais e a cultivar plantações, surgiu a necessidade de registrar a passagem do tempo, isso porque há animais que só se reproduzem, e culturas que só nascem e se desenvolvem, em determinadas épocas do ano. Além disso, as margens desses rios passavam por épocas de cheia, nas quais não se podia plantar. No final dessas cheias, o solo das margens desses rios tornava-se ótimo para o cultivo das plantações. Logo se tornou fundamental que os homens, dessas épocas remotas, começassem a analisar fenômenos periódicos, pois isso fazia com que eles tivessem melhor aproveitamento em suas produções agrícolas e melhor rendimento na criação de animais, que serviam para o sustento.

Um instrumento muito utilizado na Antiguidade, para medir o tempo, era o relógio de Sol, inicialmente constituído com uma vareta fixada de forma vertical, no solo e sob a luz solar. Esta vareta recebeu o nome de *gnômon* e é mostrada na Figura 1.

Figura 1 – Gnômon

Fonte: Site Ciência Mão[3]

Ao observar a sombra produzida pelo *gnômon*, perceberam que seu comprimento variava conforme a hora do dia. Dessa forma, dava para acompanhar a passagem do tempo pela variação do comprimento da sombra. Ao nascer do Sol, a sombra do *gnômon* era mais longa para o lado oeste; ao meio-dia, a sombra adquiria a menor medida e, no final da tarde, a sombra novamente adquiria a sua maior medida, porém na direção leste.

Souza (2010) afirma que, devido ao fato de a Terra possuir uma ligeira inclinação em relação à elipse formada pela sua translação, há algumas variações na posição aparente dos seres celestes e das quatro estações climáticas. Este fato explica por que a sombra mais curta produzida pelo *gnômon*, ou seja, a sombra da metade do dia, não mantém um comprimento constante. Em épocas quentes era mais curta e, em épocas frias, era mais comprida. Assim sendo, através da análise do comprimento da sombra do *gnômon*, podia-se prever quanto tempo ainda faltava para a época das cheias e, assim, planejar o tempo certo para a plantação e colheita.

Hogben (1970, p. 54) afirma que a medição de ângulos, provavelmente, tenha ocorrido antes da medição de comprimentos: “A necessidade de medições exatas surgiu, naturalmente, da prática de registrar o tempo, pré-requisito essencial para a vida metropolitana. É quase certo que o homem aprendeu a medir ângulos muito antes de se dar ao trabalho de medir comprimentos”.

Foi a partir do seu embasamento em conceitos geométricos, que a Trigonometria foi mais utilizada. A relação entre a altura do *gnômon* e a medida da sua sombra era utilizada

---

3 Ciência Mão http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=aas_antigo&cod=_indefinidognomon

para medir alturas inacessíveis. Com base no conhecimento geométrico sobre semelhança de triângulos, torna-se possível medir as razões entre os comprimentos das sombras e comparar com as alturas do *gnômon* e do objeto a ser medido.

Os primeiros indícios do uso das razões, entre os lados de um triângulo retângulo, encontram-se no Papiro Ahmes, escrito em torno de 1650 a.C., em que há 84 problemas que se referem a essas razões.

Tales de Mileto (640–549 a.C.) foi um dos primeiros matemáticos que escreveu sobre Geometria, dedicando-se ao estudo das relações existentes entre os triângulos semelhantes, conhecimento que lhe permitiu calcular a altura da pirâmide Quéops.

Atribui-se a Pitágoras (570–495 a.C.), discípulo de Tales, a importante descoberta de que a soma dos quadrados das medidas dos lados menores de um triângulo retângulo é igual ao quadrado da medida do seu maior lado, teorema que deu origem a uma importante relação trigonométrica conhecida como Relação Fundamental da Trigonometria.

Sobre as medidas angulares, Souza (2010) diz que os babilônios, ao fazerem as primeiras tentativas para medir a duração de um ano, por meio das anotações feitas sobre as observações do comprimento das sombras do *gnômon*, concluíram que o solstício de verão e o solstício de inverno ocorriam, aproximadamente, a cada 360 dias.

Conforme Hogben (1970, p. 59), "não resta dúvida de que destas trezentas e sessenta divisões naturais do passeio do Sol pelo arco descrito em sua trajetória circular completa, se originou o grau", utilizado como medida de ângulos. Acredita-se que foi Hipsicles (180 a.C.) quem escreveu a primeira obra considerando o uso do grau.

Souza (2010) cita também algumas importantes descobertas pré-trigonométricas. Afirma que o conhecimento a respeito da sombra do *gnômon* propiciou descobertas importantes, como o valor do comprimento da circunferência da Terra. Eratóstenes (276–194 a.C.), um astrônomo que nasceu em Cirene, com 40 anos, ao trabalhar como bibliotecário-chefe na cidade de Alexandria e pesquisar nos livros, ficou sabendo que, no dia 21 de junho, dia do solstício de verão, o dia mais longo do ano, na cidade de Cirene a luz do Sol refletia-se, ao meio-dia, no fundo de um poço. Isso significava que o Sol e o poço estavam alinhados e que a sombra de um *gnômon*, naquele horário, não existiria. Observou que, nessa mesma hora, em Alexandria, uma torre projetava uma sombra que, com um equipamento chamado astrolábio, indicava um ângulo de 7,2º com relação à torre. Para Eratóstenes, este era um indicativo de que a Terra era esférica. Caso contrário, a sombra da torre não existiria. Sabendo que a distância entre Cirene e Alexandria era igual a 5.000 estádios, e que 7,2º corresponde a 1/50 da medida total do arco de uma circunferência, ele chegou à conclusão de que o perímetro da circunferência da Terra era igual a 250.000 estádios, ou seja, 50 vezes a distância entre Cirene e Alexandria.

O primeiro cientista a propor a existência de um sistema heliocêntrico, em que os planetas giram em torno do Sol, foi Aristarco de Samos (310–230 a.C.). Ele pesquisava a distância entre a Terra e a Lua, e entre a Terra e o Sol. Porém, os instrumentos utilizados por ele eram muito rudimentares, o que causou algumas imprecisões em suas medições. Mesmo assim, as informações obtidas em suas pesquisas foram registradas na obra *De magnitudinibus et distantiis solis et lunae* (Sobre as dimensões das distâncias do Sol e da Lua).

Sobre o uso da Trigonometria, Souza (2010) diz que, inicialmente, a Trigonometria era vista apenas como uma ferramenta auxiliar no estudo da Astronomia e não era considerada uma ciência. Porém, conforme foi se desenvolvendo, ela passou a ser a base para o aprimoramento de diversas outras áreas do conhecimento. Hiparco de Niceia (180–125 a.C.) foi o matemático responsável pela sistematização do uso deste novo ramo da Matemática.

2.2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Como o principal referencial teórico para subsidiar este trabalho, tem-se a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. Entretanto, encontrou-se em Miras (1999), Solé (1999) e Bassanezi (2002) argumentos que também foram utilizados para fundamentar as ações realizadas na pesquisa.

A teoria da aprendizagem significativa procura explicar como ocorre a aprendizagem, ou como se dá a assimilação de significados. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Esses significados são concebidos quando um material potencialmente significativo é incorporado a uma estrutura cognitiva, de forma substantiva e não arbitrária.

Para Ausubel (1982), a ocorrência da aprendizagem significativa pressupõe três fatores imprescindíveis, quais sejam: a disposição do estudante em relacionar o material a ser aprendido de modo substantivo e não arbitrário à sua estrutura cognitiva; a presença de ideias relevantes na estrutura cognitiva do estudante, e material potencialmente significativo. Desta forma, entende-se que, mesmo que o material de aprendizagem se relacione com a estrutura cognitiva do estudante, substantiva e não arbitrária, não haverá aprendizagem significativa, se houver somente o propósito de memorizar as partes componentes desse material, ao invés de se procurar aprendê-lo significativamente. O outro pressuposto requer que o estudante realmente possua ideias subsunçoras na estrutura cognitiva, para então ter condições de relacionar, de forma substantiva e não arbitrária, o novo conteúdo com aquilo que já conhece.

Encontrou-se em Miras (1999) um possível diálogo com Ausubel, em relação à aprendizagem. A autora chama a atenção para a importância de se considerar que, ao iniciar um processo educativo, as mentes dos estudantes não estão vazias como lousas em branco. Ao contrário, quando chegam à sala de aula, possuem conhecimentos prévios advindos da experiência pessoal. E é a partir desses conhecimentos que o estudante constrói e reconstrói novos significados. Ainda, conforme a autora, os conhecimentos prévios são conceitos, concepções, representações e conhecimentos construídos no decorrer de experiências anteriores, os quais são utilizados como instrumentos de leitura e interpretação dos novos conteúdos.

Uma aprendizagem é tanto mais significativa quanto mais relações com sentido o estudante for capaz de estabelecer entre o que já conhece, seus conhecimentos prévios e o novo conteúdo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem.

A autora fala também sobre os esquemas de conhecimento como sendo "*A representação que uma pessoa possui em determinado momento de sua história sobre uma parcela da realidade*". Os estudantes possuem uma quantidade variável de esquemas de conhecimento construídos em função do contexto em que se desenvolvem e vivem. Ao lecionar em uma turma do Curso de Agropecuária, entende-se que os seus esquemas de conhecimentos tenham ligação com o meio onde vivem, ou seja, nas propriedades rurais. Os conteúdos devem ter vínculos com a realidade do estudante, incluindo informações sobre fatos e acontecimentos; experiências pessoais; atitudes; normas e valores; conceitos; explicações; crenças; teorias e procedimentos relacionados com essa realidade.

Para Miras (1999):

> Os alunos enfrentam a aprendizagem de um novo conteúdo possuindo uma série de conhecimentos prévios, que estão organizados e estruturados em diversos esquemas de conhecimento. Quando aprendem eles reestruturam, reorganizam seus esquemas incorporando o novo.

Uma das afirmações mais contundentes da teoria da aprendizagem significativa sobre o papel do conhecimento prévio nos processos educacionais é a de que: "*O fator mais importante que influi na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Isso precisa ser averiguado e o ensino deve considerar esses dados* (Ausubel, Novak e Hanesian, 1978).

Porém, essa não é tarefa fácil. Para selecionar os conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem de um novo conteúdo, Miras (1999) aponta como primeiro critério lógico de seleção, o conteúdo básico sobre o qual se concentrará o processo de ensino e aprendizagem. Aponta como segundo critério, a importância de considerar os objetivos concretos em relação a esses conteúdos a ao tipo de aprendizagem (representacional, de conceitos ou proposicional), que se pretende que os estudantes alcancem.

Ainda, se os conteúdos prévios forem inexistentes, pobres, errôneos ou mesmo, desorganizados, é preciso supri-los ou adaptar e redefinir os objetivos.

Por último, de acordo com Ausubel (1982), para que ocorra a aprendizagem significativa, faz-se necessário que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo, e que possa ser relacionado à estrutura cognitiva em bases substantivas e não arbitrárias. Assim, um material ou tarefa de aprendizagem, para ser potencialmente significativo, depende da sua própria natureza, mas, também, da natureza da estrutura cognitiva particular do estudante. Não pode ser arbitrário, ou seja, precisa possuir significação lógica para se relacionar com ideias já existentes na estrutura cognitiva do estudante.

Solé (1999), diz que, quando se aprende, há um envolvimento global por parte do sujeito. Diz que ao se falar em atribuir significados, fala-se de um processo que, em nível cognitivo, é movido por um interesse, uma motivação, em que se quebra o equilíbrio inicial, e que obriga o indivíduo a agir em busca de um novo equilíbrio.

A autora evidencia que aspectos do tipo afetivo-relacional interferem na aprendizagem, e que a aprendizagem e o sucesso desempenham um importante papel no autoconceito e na autoestima do estudante. Conclui que, desta forma, ao mesmo tempo em que se aprende, forja-se a forma de ver o mundo e de relacionar-se com ele. O estudante precisa estar motivado intrinsecamente, ou seja, esta motivação precisa ser interna e isso tem muito a ver com autoestima e autoconfiança.

Sobre a forma como os estudantes abordam a tarefa de estudar, ainda Solé (1999) cita (Entwistle, 1988), que fala sobre dois tipos de enfoques de uma tarefa de aprendizagem: enfoque profundo e enfoque superficial. Quando uma tarefa de aprendizagem é realizada com enfoque profundo, a intenção do estudante é compreender o significado do que estuda, o que o leva a relacionar o conteúdo com conhecimentos prévios, com experiências pessoais ou outros temas, a avaliar o que vai sendo realizado e a perseverar até conseguir um grau aceitável de compreensão. Entende-se que este é o enfoque ideal para que possa ocorrer aprendizagem significativa.

De outra parte, quando uma tarefa de aprendizagem é realizada com enfoque superficial, a intenção do estudante limita-se a preencher os requisitos da tarefa, ou seja, para ele, mais importante do que compreender o conteúdo é tentar prever o tipo de perguntas que possam ser formuladas pelo professor, ou seja, aquilo que o professor considera relevante e coisas similares. O interesse é deslocado do “núcleo” intrínseco de conteúdo para a “periferia” das exigências extrinsecamente feitas.

Solé também afirma que, para o estudante sentir interesse pelo conteúdo, deve conhecer o que se pretende e sentir que isso preenche uma necessidade de saber, de realizar, de informar-se, de aprofundar.

Neste sentido, as atividades de modelagem podem, de acordo com Bassanezi (2002), levar o estudante a compreender os argumentos matemáticos, incorporar conceitos e resultados de modo mais significativo e, ao mesmo tempo, criar predisposição para aprender Matemática, porque, de alguma forma, o estudante passa a compreendê-la e a valorizá-la.

Sobre a importância dos conhecimentos prévios, na construção dos novos conhecimentos, Ausubel (1980, p. IV) afirma: “Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.”

Ao mencionar “aquilo que o aprendiz já sabe”, Ausubel está se referindo à estrutura cognitiva, ou seja, tudo o que ele já sabe sobre um determinado assunto. Para que a estrutura cognitiva preexistente possa influenciar e facilitar a aprendizagem subsequente, é preciso que o seu conteúdo tenha sido aprendido de forma significativa. O autor afirma que averiguar não é uma tarefa simples, pois significa desvelar a estrutura cognitiva preexistente: conceitos, ideias, proposições disponíveis na mente do indivíduo. Isso significa fazer um mapeamento da estrutura cognitiva, o que dificilmente se consegue com testes convencionais. Ainda, ensinar de acordo, também não é uma tarefa fácil, pois significa basear o ensino naquilo que o estudante já sabe, delinear conceitos organizadores básicos do que vai ser ensinado e utilizar recursos e princípios que facilitem a aprendizagem significativa. Logo, entende-se que o ponto de partida para a aprendizagem significativa será sempre o reconhecimento das concepções prévias do estudante, pois elas servirão de âncora para o novo conhecimento. Em relação à aprendizagem significativa, Moreira (2009) destaca:

> Pode-se, então, dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação “ancora-se” em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. Ou seja, novas ideias, conceitos, proposições podem ser aprendidos significativamente (e retidos), na medida em que outras ideias, conceitos, proposições, relevantes e inclusivos estejam, adequadamente claros e disponíveis, na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às primeiras. (MOREIRA, 2009, p. 8).

Ausubel (2003, p. 123) diz que a estrutura cognitiva é organizada de forma hierárquica. Estão no topo dessa hierarquia as ideias de maior poder explicativo, ou mais inclusivas, que assimilam as menos inclusivas. Logo, por meio do processo de assimilação, as ideias se "ligam" entre si na estrutura cognitiva, propiciando uma diferenciação progressiva.

De acordo com o mesmo autor, a assimilação envolve: a facilitação e a retenção da aprendizagem; a extensão do intervalo de retenção; a organização do conhecimento em forma de diferenciação progressiva e a assimilação integrativa. Novas ideias, ao serem assimiladas, reorganizam o conhecimento preexistente e as próprias ideias que estão sendo adquiridas. Assim, ao assimilar tais ideias, a estrutura cognitiva realiza uma reconciliação integrativa entre as ideias já existentes e as que estão sendo assimiladas, explorando semelhanças e diferenças entre ideias afins e amenizando inconsistências, o que possibilita maior diferenciação progressiva dos conhecimentos assimilados. Portanto, há um processo de interação em que conceitos mais relevantes e inclusivos interagem com o novo material servindo de ancoradouro, incorporando-o e assimilando-o como também modificando-o em função dessa ancoragem.

Organizadores prévios são propostos como um recurso instrucional potencialmente facilitador da aprendizagem significativa, no sentido de servirem de pontes cognitivas entre novos conhecimentos e aqueles já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. (MOREIRA, 2008).

Moreira (2011) afirma que as situações-problema dão sentido a novos conhecimentos, pois podem despertar a intencionalidade do estudante para a aprendizagem significativa, funcionando como organizadores prévios.

Sobre os organizadores prévios, o autor diz que funcionam melhor quando explicitam a relacionabilidade entre os novos conhecimentos e os já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Afirma também que muitas vezes o aprendiz tem o conhecimento prévio, mas não percebe que está relacionado com aquele que lhe está sendo apresentado.

Ao contrário da aprendizagem significativa, Ausubel define a aprendizagem mecânica, em que as novas informações são aprendidas praticamente sem interagirem com conceitos relevantes, existentes na estrutura cognitiva do estudante. Esta nova informação, armazenada de maneira arbitrária, sem interagir com aquela já existente na estrutura cognitiva, pouco ou nada contribui para a sua elaboração e diferenciação. Um exemplo típico de aprendizagem mecânica é a simples memorização de fórmulas, leis e definições. Este é o tipo de aprendizagem em que o estudante estuda em cima da hora para a prova, decora tudo, faz a prova e logo esquece, ou, então, mesmo com a fórmula decorada, não sabe aplicá-la.

Nas palavras do educador Paulo Freire: “*Ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo*”. (FREIRE, 1987, p.39). Quando ele diz mediatizados pelo mundo, entende-se que existem situações problematizadoras com potencial de mediar este processo.

Acredita-se que, numa interação entre professor e estudante, em que ambos compartilham e buscam novos conhecimentos, há um ambiente favorável para a construção do conhecimento. Logo, o processo de ensino e aprendizagem se torna mais produtivo, pois essa relação é mais significativa e construtiva, sendo o estudante reflexivo e ativo, à medida que constrói seu conhecimento.

> O educador já não é o que apenas educa, mas o que enquanto educa, em diálogo com o educando que, ao ser educado, também se educa. Ambos, assim, se tornam sujeitos do processo em que crescem juntos e em que “os argumentos de autoridade” já não valem. Em que, para ser-se funcionalmente, autoridade, se necessita estar sendo com as liberdades e não contra elas. (FREIRE, 1987, p. 39).

2.3 CONDIÇÕES DE APRENDIZAGEM: O POTENCIAL DE RECURSOS TECNOLÓGICOS E DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Como professor sabe-se que, para haver aprendizagem, antes de tudo é necessário que haja interesse do estudante, ou seja, ele precisa estar motivado. Para tanto, os recursos tecnológicos podem ser um apoio com potencial para que isso aconteça, pois estão acessíveis em nosso meio e muitos estudantes os utilizam em abundância no seu cotidiano. Nos PCNs, encontramos, na Parte II – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, que é importante.

> Reconhecer o papel da informática na organização da vida sócio-cultural e na compreensão da realidade, relacionando o manuseio do computador a casos reais, ligados ao cotidiano do estudante, seja no mundo do trabalho, seja no mundo da educação ou na vida privada. (BRASIL, 2000, p. 61).

Porém, para que sua utilização seja eficaz, o professor precisa buscar e atualizar os conhecimentos necessários por meio de uma formação continuada. A qualidade da formação docente inicial, oferecida pelas instituições de ensino, há muito vem sendo questionada e avaliada. Rodrigues (apud LIMA, 2010, p. 58) afirma que, historicamente, a formação de professores no Brasil não foi assumida como prioridade, no quadro de prerrogativas das políticas educacionais. Portanto, percebe-se que há um grande desafio pela frente, no que se refere à conscientização de todos os educadores quanto a essa realidade tão presente no contexto da educação. A utilização das tecnologias pode ser um grande diferencial nos processos de ensino e de aprendizagem. Tudo isso faz com que laboratórios de matemática estejam nas escolas, mas não sejam utilizados como poderiam, ou mesmo sejam insuficientemente aproveitados por professores das diversas áreas do conhecimento.

Na experiência vivenciada e citada inicialmente, a visualização e o movimento na tela, proporcionados pelo *software* Geogebra, motivaram a construção coletiva de conceitos relativos às funções trigonométricas. Almeida (2014), quando questionada se o uso das TICs facilita o interesse dos estudantes pelos conteúdos, responde:

> Sim, pois estamos falando de diferentes tecnologias digitais, portanto de novas linguagens, que fazem parte do cotidiano dos estudantes e das escolas. Esses estudantes já chegam com o pensamento estruturado pela forma de representação propiciada pelas novas tecnologias. Portanto, utilizá-las é se aproximar das gerações que hoje estão nos bancos das escolas. (REV. ELETRÔNICA EDUCAR PARA CRESCER, 2014).

Borba e Penteado apontam ganhos na utilização das TICs no ensino de Matemática.

> Pesquisas já feitas pelo grupo de pesquisas, GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática apontam para o fato de que trabalhar com os computadores abre novas perspectivas para a profissão docente. O computador, portanto, pode ser um problema a mais na vida atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação. (BORBA; PENTEADO, 2007, p. 15).

Estes recursos podem motivar e envolver o estudante, pelo seu dinamismo, pois a representação gráfica e a movimentação na tela proporcionam uma visualização que não seria possível, na lousa, de forma estática. (LOPES, 2011). A movimentação gráfica pode propiciar uma conexão entre a estrutura cognitiva dos estudantes e a nova informação. A visualização proporcionada pelo *software* Geogebra facilita a compreensão das relações trigonométricas (seno, cosseno e tangente), em um triângulo retângulo inscrito numa circunferência.

No Ensino Médio, o ensino ainda está, com frequência, centrado no professor que ensina, enquanto o estudante é tratado como um depósito de informações. O professor fala e o estudante escuta, em um modelo, frequentemente tratado como tradicional. Conforme Freire (1987) o estudante, passivo, copia e cumpre as ordens estabelecidas pelo professor. As fórmulas matemáticas estão prontas para uma simples memorização; não são feitas as suas construções. Para resolver situações-problema, simplesmente aplica-se uma fórmula pronta, tudo muito desconectado da realidade do estudante, que percebe a Matemática como uma disciplina pronta e acabada, sem nenhum espaço para a criatividade ou para a construção do conhecimento de forma significativa. Esta é a aprendizagem mecânica, em que não são considerados os conhecimentos prévios do aprendiz. Conforme Moreira (2011), teorias e pesquisas em ensino sugerem outras abordagens, mas fica apenas na intenção. Os resultados de pesquisas básicas em ensino também não chegam às salas de aula. O autor salienta que não se trata de culpar psicólogos educacionais, educadores, pesquisadores, professores ou estudantes, mas de dizer que o modelo da narrativa é aceito por todos – estudantes, professores, pais e sociedade – como o modelo, e a aprendizagem mecânica, como a aprendizagem. Na prática, afirma: "é uma grande perda de tempo! "

Entretanto, é imprescindível acreditar que a mudança é possível e que acontece se o professor trabalhar no sentido de mudar esta realidade; caso contrário, o estudante vai continuar afirmando que Matemática é difícil e que não tem nenhuma aplicação no seu dia a dia.

Faz-se necessário, pois, considerar o que o estudante traz na bagagem, que são os seus conhecimentos prévios, pois servem para ancorar a nova informação. Além disso, é preciso fazer conexões entre o novo conhecimento e a realidade do seu contexto social.

Scheller e Biembengut (2013) concordam que um estudante precisa ir além do domínio de técnicas e estratégias de cálculo; deve desenvolver a iniciativa e o senso criativo, para saber adaptá-lo a diferentes contextos. Desta forma, ele poderá visualizar a aplicação dos conceitos, em situações reais do seu cotidiano. As autoras complementam que o propósito citado acima, aliado às tecnologias digitais, a *softwares*, computadores e internet, adquire importância natural, pois são recursos que permitem a abordagem de problemas com dados reais. Logo, trabalhar com dados reais aproxima-se muito do que se entende sobre um curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, conforme é o caso do curso que é o foco desta pesquisa.

Com isso, entende-se que a Modelagem Matemática, aliada a recursos tecnológicos, assume importância considerável, na realização deste trabalho. De fato, a Modelagem Matemática pode contribuir para a contextualização da aprendizagem de Trigonometria, bem como os recursos tecnológicos, para uma melhor visualização e consequente compreensão dos conceitos.

Neste contexto, Borba e Penteado (2001) consideram que a informática facilita as visualizações de modelos matemáticos; possibilita o surgimento de conjecturas, e pode levar a descobertas. Para eles, os computadores reorganizam o pensamento e contribuem para modificar as práticas tradicionais de ensino. Esses autores destacam que as tecnologias digitais tornam-se importantes aliadas em investigações abertas, como as que são empreendidas em uma abordagem ligada à Modelagem Matemática, em que os estudantes decidem o percurso da pesquisa.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) afirmam que a origem da Modelagem Matemática não se deu no âmbito da Educação Matemática, pois seu habitat natural se convencionou chamar de Matemática. Uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita como uma situação inicial (problemática), uma situação final (solução para a situação inicial) e um conjunto de procedimentos necessários para passar da situação inicial para a situação final. As relações entre realidade e Matemática servem de subsídios para que conhecimentos matemáticos, além de outros, sejam acionados e integrados. A situação inicial problemática – a situação-problema e a situação final – é associada a uma representação matemática, um modelo matemático. Aqui vale lembrar que o curso que está sendo base para este projeto é um curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio; logo, conforme os autores afirmam, a Modelagem Matemática proporciona tal integração dos conhecimentos matemáticos e outros, próprios do Curso.

Ainda, muitos perguntam o que é e para que usar a Modelagem Matemática. Conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma perspectiva na área de Educação Matemática começou a se delinear nas últimas duas décadas do século XX, e vai além da aplicação da Matemática, no âmbito escolar, direcionando o ensino e a aprendizagem mediados por problemas que têm sua origem geralmente fora da Matemática.

Os estudantes estão inseridos em uma sociedade em constante movimento; além disso, eles vêm para a escola já com personalidade própria e com conhecimentos relacionados a aspectos sociais, culturais e até mesmo religiosos, que influenciam pensamentos e atitudes, como forma de reagirem diante de uma nova informação. De outra parte, a Modelagem Matemática aborda questões reais e, portanto, pode contribuir para que haja mais interesse pela aprendizagem de conteúdos. No caso da Trigonometria, por meio da Modelagem Matemática, vislumbram-se possibilidades de proporcionar experiências reais de aplicações, na resolução de situações-problemas presentes no dia a dia, além de promover a interdisciplinaridade, por meio da mobilização de diversas disciplinas para a construção da situação final.

A aplicação dos conceitos desperta a motivação dos estudantes em sala de aula. Situações de ensino, que proporcionam o contato com o contexto real, contribuem para que haja maior envolvimento com as atividades propostas pelo professor e para a construção do conhecimento, ou seja, o estudante é o protagonista do processo de aprendizagem. Lachini (2001) entende que a maneira mais eficaz de lidar com tradições arraigadas, como é o caso do insucesso de muitos estudantes na Matemática, é levar em consideração suas relações pessoais cotidianas. Uma contextualização, motivada por situações do cotidiano, pode promover o interesse pela disciplina e o desejo de aprender. Conforme os autores:

> A questão motivacional e as relações entre Matemática e realidade mediadas pela Modelagem Matemática parecem então estar interligadas de modo que, por um lado, atribuir sentido e construir significados em Matemática, demandam situações de ensino e aprendizagem que induzam relações entre a Matemática e a vida fora da escola e por outro lado as atividades de Modelagem Matemática podem favorecer a aproximação da Matemática escolar com problemas extraescolares vivenciados. (ALMEIDA; SILVA;VERTUAN, 2012, p. 30).

De todo modo, concorda-se, pois, com Scheller e Biembengut (2013), quando afirmam que "assim como a Modelagem Matemática, as tecnologias digitais também encontram-se destacadas nos estudos das últimas décadas na busca do conhecer e interpretar um fenômeno, visto que devido a ela há mais e melhores maneiras de se aprender". Afirmam que as tecnologias são ferramentas que podem ser utilizadas na Modelagem Matemática em sala de aula, para potencializar a pesquisa na educação.

De acordo com Bassanezi (2002), as atividades de Modelagem Matemática têm potencial para levar o estudante a compreender melhor os argumentos matemáticos, assimilar conceitos e resultados de maneira mais significativa, como também criar predisposição para aprender Matemática, pois de certa forma o estudante passa a compreendê-la e até a valorizá-la, o que pode contribuir positivamente para que a aprendizagem seja significativa para o estudante. Sendo assim, entende-se que, no que diz respeito à motivação dos estudantes, é possível que melhores resultados sejam alcançados, se as atividades de modelagem estiverem relacionadas com a área de interesse dos estudantes. Quando os estudantes são postos em contato com situações do contexto real, por meio de atividades da Modelagem Matemática, os aspectos motivacionais podem ser ativados e se estimula o envolvimento e a participação ativa dos mesmos. Através do enfrentamento que os estudantes têm com os problemas da realidade, ou seja, a aproximação de problemas que estão fora da sala de aula com conteúdos estudados, esses são levados a repensar seus papéis de estudantes e suas responsabilidades com a própria aprendizagem. É preciso perceber o estudante como um participante ativo no desenvolvimento do conteúdo. Na Modelagem Matemática é importante que o estudante escolha o tema a ser modelado, pois isso fará com que se sinta responsável pelo próprio aprendizado. (BASSANEZI, 2002).

2.4 TRIGONOMETRIA NO CONTEXTO DA AGROPECUÁRIA

Entende-se que este estudo encontra amparo nos PCNs (BRASIL, 2000), considerando a importância atribuída à Trigonometria no Ensino Médio e, em particular, no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, que é objeto de análise nessa pesquisa. Além disso, não se pode deixar de apresentar as razões que justificam a necessidade da formação continuada dos professores, a fim de darem conta das mudanças que vêm ocorrendo na educação, como consequência de novos paradigmas decorrentes da evolução da sociedade, de modo geral.

Muitos professores não se preocupam em contextualizar o ensino de Matemática, mas há evidências da sua importância, como uma das condições para dar significado ao que se aprende. Em particular, a respeito da Trigonometria, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs+) afirmam:

> Tradicionalmente, a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, pois se prioriza o cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo detém-se às funções seno, cosseno e tangente, com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. (BRASIL, 2002b, p. 122).

Nesta citação dos PCNs+, percebe-se que a Trigonometria é considerada um conhecimento importante, que auxilia na resolução de problemas, como medições em locais inacessíveis e também para analisar fenômenos periódicos que estão presentes em situações reais. Assim sendo, é recomendável levar para a sala de aula tais situações, para que possam ser discutidas com os estudantes e, consequentemente, promover a construção do conhecimento. Dessa forma, criam-se condições favoráveis para que a aprendizagem seja significativa, com o novo conhecimento relacionando-se com informações presentes na estrutura cognitiva do estudante, o que colaboraria também para inovar as práticas docentes, em relação ao modelo tradicional de aprendizagem ainda presente em muitas salas de aula. De acordo com os PCNs:

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o estudante aprenda pela reprodução. Assim,

> considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 37).

Lima (2013) estudou a aprendizagem significativa em Trigonometria, sob o ponto de vista de quem ensina e de quem aprende. Esse autor realizou uma pesquisa em uma escola da rede pública da Bahia, que contou com a participação de estudantes do 3º ano do Ensino Médio e professores que trabalham nessa etapa do ensino. O intuito dessa pesquisa foi analisar como estudantes e professores concebem o ensino e a aprendizagem de Trigonometria e por que esse conteúdo é considerado "um bicho de sete cabeças", de difícil compreensão na educação básica. O autor comenta sobre a primeira experiência que teve ao estudar Trigonometria enquanto cursava o 3º ano do Ensino Médio, quando o professor apenas apresentava fórmulas prontas e não contextualizava o ensino. Isso fazia com que os estudantes se aterrorizassem quando o tema surgia. Em sua pesquisa, Lima concluiu que tanto os professores, quanto os estudantes envolvidos percebem a importância da aprendizagem significativa da Trigonometria, à medida que conseguem visualizar suas aplicações no dia a dia.

De fato, percebe-se que a falta de contextualização ainda persiste no ensino. Porém, com base no resultado desta pesquisa, entende-se como é possível contribuir de alguma forma para que essa realidade seja, pelo menos em parte, mudada ou transformada.

No que diz respeito à proposta curricular do curso Técnico em Agropecuária, com base na qual está se desenvolvendo este estudo, o contexto da Agropecuária no Brasil considera, especialmente, a agricultura familiar, de forma a buscar uma formação integral e eclética, que possa contribuir para o desenvolvimento socioeconômico sustentável PPC (2012, 17). Tal currículo proporciona aos estudantes a construção das competências previstas no perfil profissional e o desenvolvimento de valores éticos, morais, culturais, sociais, políticos e ecológicos. Além disso, objetiva qualificá-los para uma atuação profissional nas diversas formas e em espaços da produção agropecuária, contribuindo assim para o desenvolvimento pessoal, social, científico, econômico e para a preservação ambiental. No plano do curso, objeto desta pesquisa, também está descrito que o currículo e as práticas pedagógicas devem estimular os estudantes a buscarem soluções, de forma autônoma e com iniciativa. Para tanto, devem ser utilizados diferentes procedimentos didático-pedagógicos, como atividades teóricas, demonstrativas e práticas contextualizadas, bem como projetos voltados para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas.

Conforme o referido plano do curso, os processos de ensino e de aprendizagem devem, pois, extrapolar os limites da sala de aula, desenvolvendo-se também nas práticas de campo, nos laboratórios, na biblioteca e nas visitas técnicas. As atividades práticas de fazer, tornar a fazer, discutir, sintetizar, comparar e avaliar são fundamentais para o desenvolvimento de habilidades importantes, que levam à aprendizagem significativa.

A prática pedagógica adotada pela Instituição espera mobilizar o estudante para a busca do conhecimento, com base nas interações, com o objeto de estudo, favorecendo a construção do conhecimento, por meio da apresentação de situações-problema. Propicia, também, situações que promovam a elaboração e expressão da síntese do conhecimento, por meio de ambiente adequado; diversificação das formas de expressão; garantia de um clima de respeito e confiança, favorecendo a aplicação do conhecimento.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Do ponto de vista da abordagem do problema, esta pesquisa é qualitativa. Silva e Menezes (2005) consideram que, nesse tipo de pesquisa, há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, que não pode ser traduzida em números. A autora afirma:

> A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (SILVA; MENEZES, 2005, p. 20).

Esta pesquisa apresenta uma relação dinâmica entre a realidade de uma sala aula, os estudantes, o professor e o universo que os rodeia. Acredita-se que, se a Matemática for trabalhada de forma contextualizada, aumentam-se as chances de haver uma aprendizagem com significado para o estudante.

Do ponto de vista dos objetivos, é uma pesquisa exploratória, pois busca proporcionar maior familiaridade com o problema pesquisado e tem o intuito de torná-lo explícito ou de levantar hipóteses. Sobre a pesquisa exploratória, Gil (1991), diz que:

> [...] envolve levantamento bibliográfico; entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; análise de exemplos que estimulem a compreensão. Assume, em geral, as formas de Pesquisas Bibliográficas e Estudos de Caso. (GIL, 1991, p. 45).

Por meio de artigos científicos, dissertações, além de questionários, aplicados a professores e estudantes, já se identificam algumas das possíveis causas de fracasso no ensino e na aprendizagem da Trigonometria.

Do ponto de vista dos procedimentos, é uma pesquisa de campo, que conforme Fonseca (2002), caracteriza-se pelas investigações em que, além da pesquisa bibliográfica e/ou documental, se realiza coleta de dados junto a pessoas.

A análise das respostas aos questionários aplicados aos estudantes, forneceu indicativos sobre os conteúdos da Trigonometria, se estão sendo trabalhados de forma integrada com as demais disciplinas do curso, conforme está descrito no plano de curso do Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio.

Para tanto, nas seções seguintes são apresentadas e descritas as ações que foram programadas e implementadas gradativamente, a partir da descrição do contexto em que se desenvolve a pesquisa; um pouco da história do Campus Bento Gonçalves, RS; análise do currículo do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, bem como dos programas da disciplina de Matemática, que fazem parte desse curso, com vistas à identificação de conceitos estruturantes de Trigonometria, nos referidos programas, além de como são abordados.

3.1 DESCRIÇÃO DO CONTEXTO

A pesquisa foi realizada no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – Campus Bento Gonçalves, no Município de Bento Gonçalves, RS, na Encosta Superior do Nordeste do Rio Grande do Sul. A sede do Campus localiza-se no perímetro urbano, em uma área de 7,62 ha. Pertencente à rede Federal de Educação, o Campus Bento Gonçalves oferece cursos técnicos na modalidade Integrado ao Ensino Médio, Técnicos Subsequentes, Proeja, duas Licenciaturas, curso Superior de Pedagogia, cinco cursos superiores de Técnicos de Nível Superior e uma Especialização na área da Educação. O governo federal investiu muito na infraestrutura de toda a rede federal de ensino nestes últimos anos, e o Campus Bento Gonçalves conta com um espaço físico muito bom, com laboratórios para todos os cursos, uma biblioteca com bom acervo bibliográfico, salas de aulas equipadas com quadros brancos, ventiladores e *datashows*. Além disso, é um ambiente onde os mais de 2000 estudantes, atualmente matriculados, contam com professores de ótima formação acadêmica, admitidos por concurso público, cuja titulação exigida do candidato é de mestre ou doutor na área em que atua.

Criada em 22 de outubro de 1959, a então Escola de Viticultura e Enologia de Bento Gonçalves, RS, passou a funcionar em 27 de março de 1960. Em 1964, a denominação Escola de Viticultura e Enologia passou para Colégio de Viticultura e Enologia (CVE).

Em 1975, o CVE foi integrado à rede de escolas federais coordenada pela Coordenadoria Nacional do Ensino Agrícola (Coagri), passando a atender a uma demanda dos arranjos produtivos locais e regionais, ofertando o curso Técnico em Agricultura. Essa expansão das opções de formação técnica fez com que a denominação de CVE fosse convertida para Escola Agrotécnica Federal de Bento Gonçalves (EAFBG), em 1979.

No final da década de 70 e no início dos anos 80, ocorreu na região um desenvolvimento intenso das agroindústrias integradoras de aves e suínos e de cooperativas de leite. Essa diversificação da matriz econômica fez surgir a necessidade de formar um profissional de nível técnico, com conhecimentos em produção animal e vegetal, e de ampliar a estrutura da escola. O curso Técnico em Agricultura converte-se em Técnico em Agropecuária e foi adquirida uma área rural de 76,74 hectares, no Distrito de Tuiuty (12 km da sede), onde tecnologias em agropecuária passaram a ser ministradas em Unidades de Ensino e Aprendizagem (UEA), como é o caso das disciplinas técnicas do curso; Construções Rurais e Topografia. Com isso, a Instituição passou a denominar-se Escola Agrotécnica Federal Presidente Juscelino Kubitschek (EAFPJK). A dinâmica do desenvolvimento regional e a atuação conjunta da Instituição fizeram com que a mesma ofertasse novas modalidades de cursos técnicos. Em 2002, foi implantado o Centro Federal de Educação Tecnológica de Bento Gonçalves (Cefet-BG), com a missão de desenvolver novos cursos técnicos e de tecnologias.

Com a missão da Instituição concretizada como estratégica para o desenvolvimento social e econômico da região onde atua, o Cefet- BG integrou-se, em 2008, ao então recém-fundado Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS), passando a ser um Campus desse Instituto.

Com uma boa infraestrutura, o Campus Bento Gonçalves permite que seja desenvolvida a qualificação dos estudantes em contado direto com projetos envolvendo: suinocultura; avicultura de corte e postura comercial; ovinocaprinocultura; bovinocultura de leite; cunicultura; piscicultura em tanque escavado; apicultura; mecanização agrícola; agroindústria de frutas, derivados cárneo, lácteo e mel; estufas para produção de mudas e hidroponia; fruticultura de clima tropical e temperado; olericultura, coleção de plantas medicinais e ornamentais. Além disso, dispõe de laboratórios de solos, topografia, informática, sementes, micropropagação, fitossanidade, irrigação, entre outros.

A abrangência da instituição pode ser destacada pelo grande número de municípios de origem dos estudantes, que totaliza 190 em todo o Brasil, sendo 159 municípios gaúchos.

O objetivo principal do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio é gerar condições para a formação de um profissional capaz de: compreender as diversidades dos modelos de produção agropecuários existentes no espaço agrário; atuar como agente na geração de trabalho e renda, e comprometer-se com as necessidades sociais, ambientais e culturais da comunidade de origem e daquela onde atua profissionalmente.

A proposta curricular desse curso busca valorizar a formação humana; a interdisciplinaridade e a integração de conteúdos da educação básica e profissional. Estas condições sugerem que a realidade da origem do estudante seja contextualizada nas diferentes etapas de sua formação, bem como no campo profissional em que vai atuar. Inserido na Encosta Superior do Nordeste do Rio Grande do Sul, no Município de Bento Gonçalves, o

Campus Bento Gonçalves do IFRS vem formando profissionais que atuam nos diferentes setores da Agropecuária, principalmente na produção de frutas, hortaliças, flores e grãos, e na criação de aves, bovinos e suínos.

Os objetivos específicos do curso visam a formar profissionais habilitados em produção vegetal e animal e em agroindústrias capazes de atender às demandas regionais.

O técnico em Agropecuária é o profissional habilitado para atuar, predominantemente, em propriedades rurais, ou como empreendedor, exercendo atividades de planejamento, execução e condução de projetos, no ramo da produção vegetal e animal.

Conforme o Projeto Pedagógico de Curso (PPC) estabelecido, ao concluir a sua formação, espera-se que o estudante tenha competências como:

> Avaliar a importância sócio-econômica da produção vegetal e animal na Região, implementando atividades que contribuam para o seu desenvolvimento; Planejar, implantar e conduzir projetos de horticultura, culturas anuais e silvicultura; Planejar, acompanhar e avaliar projetos de Avicultura, Suinocultura, Caprinocultura e Ovinocultura; Planejar, acompanhar e avaliar projetos de Bovinocultura, Bubalinocultura e Eqüinocultura; Planejar, acompanhar e avaliar projetos de Criações Alternativas adaptáveis às características regionais; Planejar, executar e avaliar projetos na área de processamento de produtos de origem vegetal e animal; Planejar, executar e avaliar projetos na área de topografia, construções rurais, mecanização agrícola e irrigação e drenagem; Ter a capacidade de trabalhar em equipe e atuar em projetos associativistas; Utilizar os recursos naturais e os meios de produção visando o baixo impacto ambiental; Ter visão empreendedora. (PPC AGROPECUÁRIA, 2012, p. 14).

Para tanto, está descrito, no projeto de curso, que todas as disciplinas participam do desenvolvimento de tais competências.

Conforme pode-se observar, as competências profissionais almejadas, no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, estão alinhadas com o que se espera de uma aprendizagem significativa. Pelizzari (2001; 2002) diz que, segundo a teoria de Ausubel, na aprendizagem significativa há três vantagens consideradas essenciais sobre a aprendizagem memorística ou mecânica. A primeira, é que o conhecimento que se constrói significativamente é retido e lembrado por mais tempo. A segunda, é que aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos, de maneira mais fácil, mesmo se a informação original for esquecida. E, a terceira, é que, uma vez esquecida, facilita a aprendizagem seguinte.

3.2 QUESTIONÁRIOS PARA PROFESSORES E ESTUDANTES

Um dos instrumentos utilizados para a coleta de dados foi o questionário, em que professores e estudantes puderam expressar-se livremente, dando sugestões sobre o problema em questão. Nos questionários aplicados constaram as instruções de preenchimento, além de informações necessárias. Levou-se em consideração o que sugerem Silva e Menezes:

> Questionário: é uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas por escrito pelo informante. O questionário deve ser objetivo, limitado em extensão e estar acompanhado de instruções As instruções devem esclarecer o propósito de sua aplicação, ressaltar a importância da colaboração do informante e facilitar o preenchimento. (SILVA; MENEZES, 2005, p. 33).

Foram elaborados e aplicados dois questionários, um para professores (Apêndice A) e outro para os estudantes (Apêndice B) de uma turma do segundo ano (28 estudantes). A investigação visou identificar as dificuldades mais presentes na aprendizagem de Trigonometria e as aplicações deste conteúdo na Agropecuária.

Por meio do questionário aplicado a 22 professores do curso, foi avaliado o grau de relevância (1 a 5) de conteúdos da Trigonometria presentes em disciplinas ministradas por esses professores, que responderam também se, em algum momento, tais conhecimentos matemáticos se constituem como dificuldades de aprendizagem de conteúdos de outras áreas do conhecimento. Aos professores do curso, foi solicitado que apresentassem sugestões, que podem contribuir para a criação de problemas aplicados em atividades de Matemática. Estas sugestões foram propostas por meio de indicação de bibliografia, de situações em que são utilizados conhecimentos matemáticos ou de pessoas ou empresas que possam ser consultadas.

Como o questionário dos estudantes do segundo ano do curso foi aplicado após terem estudado o conteúdo de Trigonometria, as questões foram formuladas de modo a fornecerem indicadores de aprendizagem, levando em consideração o que aprenderam, seus conhecimentos sobre Trigonometria, bem como de suas aplicações em Agropecuária ou em outras áreas. Com base neste questionário, pretendeu-se avaliar ou mesmo diagnosticar se o estudante apropriou-se dos conceitos da Trigonometria, não por meio de uma avaliação que implica nota, mas que permita coletar dados relevantes, sobre a qualidade da aprendizagem.

Foram formuladas questões de forma que, ao serem respondidas, pudessem indicar se os conceitos de Trigonometria foram encontrados no estudo de outras disciplinas do curso; se conseguiriam identificar conceitos de funções trigonométricas em situações do cotidiano; se saberiam calcular a altura inacessível, por exemplo, de um prédio que não pode ser medido convencionalmente, usando relações trigonométricas; se houve dificuldades no estudo de Trigonometria; qual foi o grau de aproveitamento e se consideram importante a utilização das tecnologias, como recursos para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria. No final do questionário, o estudante pôde apresentar sugestões de como deveria ser uma aula de Trigonometria e apresentar outros comentários que julgasse pertinente.

Após a aplicação dos questionários, aos professores e aos estudantes do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, foram realizadas as análises das respostas, a partir das quais foram elaboradas as situações de aprendizagem contextualizadas, descritas, analisadas e avaliadas.

A avaliação da aprendizagem foi programada para ser contínua e processual, como um dos aspectos complementares dos processos de ensino e de aprendizagem. Quintana (2003, p.163) ressalta que "[...] temos que ver a avaliação como um aspecto integral do processo de ensino-aprendizagem e como parte essencial das tarefas que o docente executa em aula".

Para compor o processo de avaliação da aprendizagem e formulação de notas/conceitos, foram considerados: o envolvimento e a participação do estudante nas tarefas propostas, anotações feitas pelo professor (diário de bordo) e o desempenho do estudante em uma avaliação aplicada à turma, com questões envolvendo os conceitos da Trigonometria de forma contextualizada, relacionados às situações-problema discutidas.

3.3 INTERVENÇÕES PEDAGÓGICAS

Esta etapa do trabalho foi desenvolvida após as análises das respostas dos questionários aplicados aos estudantes e aos professores do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. Conforme se poderá perceber, em tais análises, tanto os professores como os estudantes consideram importante ir ao encontro de situações reais do cotidiano para, assim, ter um contato mais efetivo com os conceitos estudados em sala de aula.

Outro fator decisivo para esta tomada de decisão foi contemplar alguns dos objetivos específicos presentes no componente curricular da Matemática para o segundo ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, quais sejam:

- Investigar, resolver e elaborar problemas contextualizados;

> • Tomar decisões;
> • Desenvolver a criatividade e o raciocínio lógico;
> •Analisar e interpretar criticamente os dados provenientes de problemas matemáticos;
> • Estabelecer relações, conexões e integração entre os diversos campos dos saberes;
> • Interpretar e validar os resultados obtidos na solução de situações-problema;
> • Usar o computador como ferramenta de apoio na aprendizagem matemática. (PPC AGROPECUÁRIA, 2012, p.27)

A intencionalidade das atividades promovidas, além de contemplar tais objetivos específicos, é também fugir da prática da "Educação Bancária", em que o professor ensina e o estudante passivamente aprende, e fazer com que tanto o estudante, como o professor sejam os protagonistas nos processos de ensino e aprendizagem. (FREIRE, 1987).

A análise das respostas dos questionários serviu como um direcionamento para o trabalho posteriormente desenvolvido com os estudantes do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. A interdisciplinaridade e a contextualização no estudo de Trigonometria foram propostas para acontecerem entre as disciplinas da área técnica do curso e a Matemática. O estudo de Trigonometria foi planejado por meio da resolução de situações-problemas presentes em algumas disciplinas da área técnica.

Duas intervenções pedagógicas foram planejadas para momentos e disciplinas diferentes. A primeira ocorreu na disciplina de Culturas Anuais (Fotoperíodo e a construção do conceito de função trigonométrica). Nessa ocasião, analisou-se o fenômeno periódico "Fotoperíodo" (oscilação da duração do dia), ou seja, o período iluminado do dia, que vai do nascer até o pôr do sol. Este fenômeno natural foi escolhido para análise, devido à sua influência nas diversas culturas agrícolas, considerando o curso de Agropecuária, objeto desta pesquisa.

A segunda intervenção pedagógica, uma prática de campo, ocorreu na disciplina de Topografia, em que foram efetuadas várias medições em áreas rurais, utilizando-se as razões trigonométricas.

A metodologia utilizada na análise qualitativa, denominada análise de conteúdo, integra-se cada vez mais na exploração qualitativa de mensagens e informações.

Bardin (2011, p.15) define análise de conteúdo como sendo: "Um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez mais sutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a discursos (conteúdos e continentes) extremamente diversificados".

Nesta mesma página do seu livro, a autora fala de "hermenêutica controlada baseada na indução à inferência". Diz que o investigador é atraído pelo escondido, o não aparente, o que não foi dito, retido por qualquer mensagem. Por meio de uma dupla leitura, em que a segunda substitui a primeira, o investigador age como um espião. A autora afirma que a análise de conteúdo é um método empírico que depende do tipo de fala e de interpretação que se pretende como objetivo.

> A técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objetivo pretendidos tem de ser reinventada a cada momento, exceto para usos simples e generalizados, como é o caso do escrutínio próximo da decodificação e de respostas a perguntas abertas de questionários cujo conteúdo é avaliado rapidamente por temas. (BARDIN, 2011, p. 36).

De fato, a análise que se pretendia, nesse caso, era dos questionários e, sendo assim, conforme a autora, é um caso do escrutínio próximo da decodificação e de respostas a perguntas abertas. Como os questionários foram aplicados a um grupo social (estudantes e professores de um curso de Agropecuária Integrado ao Ensino Médio), são estudados os estereótipos sociais espontaneamente partilhados por eles.

> Um estereótipo é “a ideia que temos de...”, a imagem que surge espontaneamente, logo que se trate de... É a representação de um objeto (coisas, pessoas, ideias) mais ou menos desligada da sua realidade objetiva, partilhada pelos membros de um grupo social com alguma estabilidade. (BARDIN, 2011, p. 56).

Assim sendo, a técnica de análise de conteúdo, para analisar os dados coletados a partir dos questionários aplicados aos professores e aos estudantes, proporcionou melhores condições de visualizar, de forma mais aprofundada, a real situação do grau de apreensão dos conceitos de Trigonometria por parte dos estudantes.

Os dados advindos dos questionários chegaram em estado bruto, necessitando ser processados para, dessa maneira, facilitar o trabalho de compreensão, interpretação e inferência na análise de conteúdo.

A proposta da autora organiza-se em três etapas:

Pré-análise: é a fase de organização, composta por instruções que visam a sistematizar os dados iniciais. Nesta primeira fase, ocorre “a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final”. (BARDIN, 2011, p.125).

Neste trabalho, tais documentos são constituídos por: PPC do curso, questionários aplicados a professores e estudantes, antes da realização das intervenções pedagógicas, os quais foram fundamentais para a realização da pesquisa, tendo em vista os objetivos propostos.

Exploração do material: Refere-se a uma administração sistemática das decisões tomadas na fase anterior. Esta fase “consiste, essencialmente, de operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas”. (BARDIN, 2011, p.131).

Nesta etapa do trabalho, foram organizados e categorizados os dados em tabelas ou gráficos, por meio dos quais, tornou-se possível o cruzamento de informações relacionadas aos objetivos da pesquisa.

Tratamento dos resultados obtidos e interpretação: nesta fase, os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos e válidos. “O analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar interpretações e propósitos dos objetivos previstos – ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas”. (BARDIN, 2011, p. 131).

Visando ao fechamento da pesquisa, o tratamento dos resultados, neste caso, consistiu na formulação de possíveis respostas relacionadas à investigação.

Tendo em vista a hipótese inicial, destacada na Introdução deste documento de que a contextualização, aliada à utilização das tecnologias digitais como recursos nos processos de ensino e de aprendizagem, tem potencial para despertar o interesse e a motivação do estudante pelo estudo da Trigonometria e, como consequência, a aprendizagem significativa, optou-se por categorizações de elementos presentes nas respostas dos entrevistados às questões que solicitavam comentários.

Isto foi útil para estabelecer as sínteses dos dados coletados nos questionários, pois desta forma pôde-se esclarecer melhor as mensagens e superar as incertezas de algumas respostas. Assim, essa metodologia auxiliou na delimitação do material coletado e na criação de categorias para uma análise mais eficiente.

Quanto à categorização, Bardin a define como:

> [...] uma operação de classificação de elementos constituídos de um conjunto, por diferenciação e, em seguida, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão das características comuns destes elementos. (2011, p.147).

Nesta pesquisa, a categorização inicia com o agrupamento de informações comuns contidas nas transcrições das respostas dos questionários aplicados aos professores e estudantes do curso e, após, das avaliações das intervenções pedagógicas. Todas as respostas foram organizadas em tabelas, para, então, serem categorizadas e reagrupadas conforme suas características comuns.

Diante dessas considerações, procedeu-se à análise dos questionários aplicados aos professores e aos estudantes, bem como das intervenções pedagógicas realizadas, no contexto dessa pesquisa, o que é apresentado no próximo capítulo.

4 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

De posse dos resultados dos questionários aplicados aos professores e aos estudantes, foram feitas as análises, visando à construção do produto, de forma a contribuir para a melhoria da qualidade da aprendizagem de Trigonometria, no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio.

Assim sendo, a análise dos questionários aplicados aos professores, aos estudantes, bem como das intervenções pedagógicas realizadas é o que se apresenta nas próximas seções deste capítulo.

4.1 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES

Este questionário foi aplicado a um total de 22 professores que lecionam no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. Antes de enviá-lo, cada professor foi contactado pessoalmente para, em caso de concordância, após assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C), receber o questionário via *e-mail*. Salienta-se que a maioria dos professores concordou em contribuir com a pesquisa, o que foi um fator imprescindível para a sua continuação.

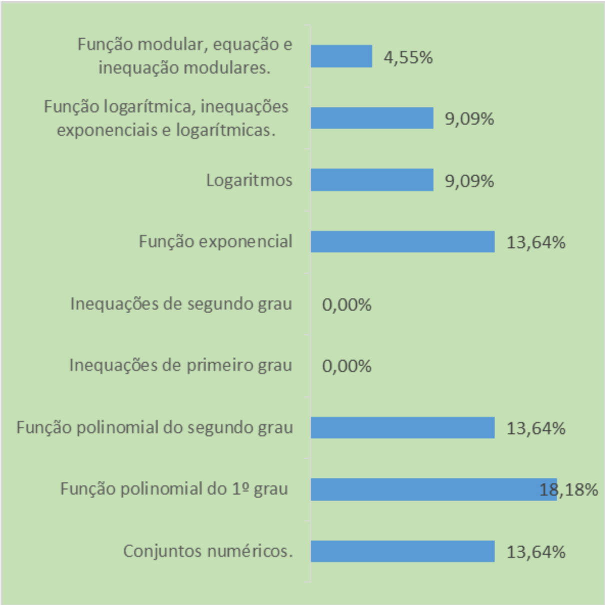
Ao responder o questionário, os professores, além de identificarem e avaliarem o grau de relevância de cada um dos conteúdos da Matemática, que se faz presente em sua disciplina, e que, em algum momento, interferem no aproveitamento do estudante, tiveram a oportunidade de contribuir com a pesquisa, apresentando aspectos de Matemática relacionados com a sua disciplina, que não haviam sido contemplados no programa apresentado; além disso, apresentaram sugestões de bibliografia, de situações em que se utilizam conhecimentos matemáticos e de pessoas ou empresas que pudessem ser consultadas, com a possibilidade de contribuir para a criação de problemas aplicados em atividades de Matemática. Finalmente, cada professor teve a oportunidade de apresentar comentários que julgasse pertinentes, no sentido de contribuir com a pesquisa.

A seguir apresenta-se os dados coletados e a análise das respostas recebidas, no referido questionário, apresentado no Apêndice A.

Primeiramente, todos os professores entrevistados atribuíram um grau de 1 a 5, numa escala crescente de relevância, para cada tópico que consta como conteúdo da disciplina de Matemática do 1º ano, 2º ano e 3º ano, respectivamente. Caso entendessem não ter condições de avaliar algum dos tópicos, foi solicitado que assinalassem (X), na linha correspondente da última coluna da tabela apresentada no questionário. Quanto a esta questão, optou-se por destacar e apresentar, nesta dissertação, a lista dos conteúdos de Matemática apresentados e respectivo percentual de professores que os avaliaram com relevância 5.

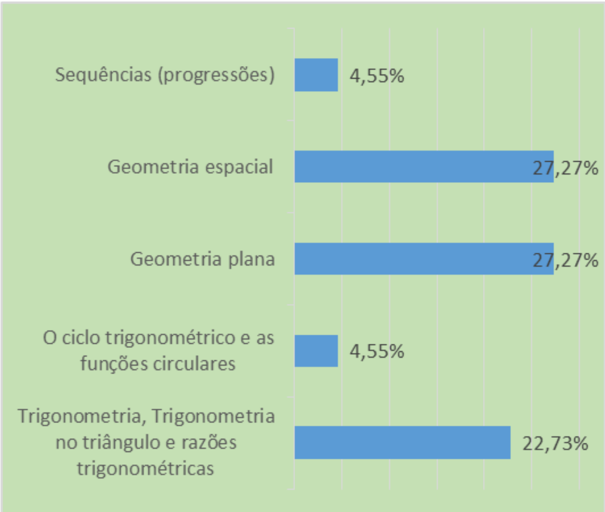
Assim sendo, nos gráficos 1, 2 e 3 é apresentado o percentual de professores que avaliaram, com relevância 5, os conteúdos de Matemática do 1º ano, 2º ano e 3º. ano, respectivamente, para depois serem comentados e analisados.

Gráfico 1 – Matemática do 1° ano: relevância



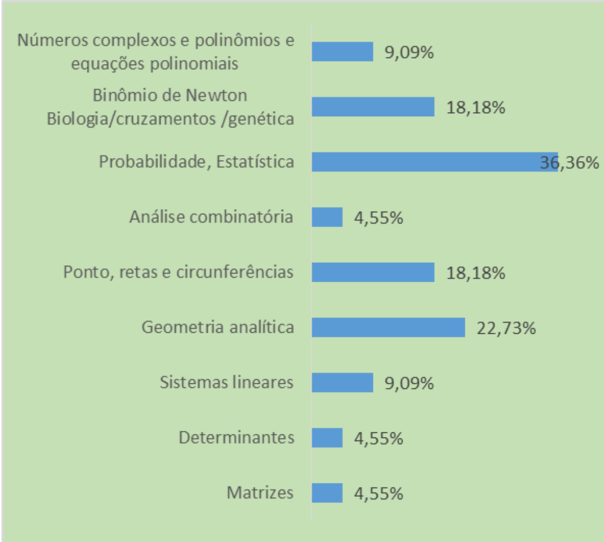
Fonte: Elaboração do autor

Gráfico 2 – Matemática do 2° ano: relevância



Fonte: Elaboração do autor

Gráfico 3 – Matemática do 3° ano: relevância



Fonte: Elaboração do autor

Os Gráficos 1, 2 e 3 demonstram que, além da própria Trigonometria, com um percentual de relevância 5, considerado por 22,73% dos professores, há temas de interesse relacionados com a mesma, que também merecem atenção especial. É o caso das Funções estudadas no 1º. ano (13,64% a 18,18%), das geometrias plana e espacial, estudadas no 2º. ano (22,73%) e da geometria analítica (22,73%) e probabilidade e estatística (36,36%), estudadas no 3º ano.

Ao analisar esses percentuais, percebe-se a importância da Trigonometria para o curso de Agropecuária, pois a mesma anda lado a lado com as geometrias plana, espacial e analítica. Importante é salientar aqui que todos os conteúdos foram considerados, sendo que Probabilidade e Estatística alcançaram o maior percentual de relevância "5", este fato precisa ser considerado por pesquisadores, pois a pesquisa deve continuar.

Vale lembrar aqui a metodologia da categorização que Bardin (2011) utiliza para a análise de conteúdo. O olhar amplo está sobre os conteúdos de Matemática do Ensino Médio do curso Técnico em Agropecuária, porém, como a turma investigada é do segundo ano, dá-se atenção maior aos conteúdos aí contemplados. A partir disso, confirma-se a hipótese de que a Trigonometria é tema relevante, conforme se justifica na Introdução deste documento. Porém, também se entende que, ao considerar como de relevância máxima, o professor está apontando para a importância de certos conteúdos de Matemática para o desenvolvimento da própria disciplina e, consequentemente, para a atenção necessária às dificuldades que se constituem como obstáculos para a aprendizagem nas demais disciplinas do curso.

Prosseguindo-se com a análise das respostas ao questionário, na primeira questão descritiva, cinco professores indicaram alguns conteúdos matemáticos, considerados importantes e não contemplados no programa de curso e que estão relacionados no Quadro 1.

Quadro 1 – Outros conteúdos de Matemática

Prof. E – Viticultura e Mecanização Agrícola	*Conhecimento básico de transformação das unidades métricas, pol., pés, m, km, mm, etc.*
Prof. L – História	*Acho que temas como conversão de séculos em anos... os estudantes muitas vezes têm dificuldades.*
Prof. M – Biologia	*Porcentagens, frações (soma, multiplicação), regras de três.*
Prof. N – Zootecnia Geral e Avicultura	*As disciplinas que leciono não envolvem muitos conteúdos de Matemática e, quando envolvem, estão relacionados principalmente à regra de três.*
Prof. Q – Língua Portuguesa e Literatura	*Acredito que o raciocínio lógico está totalmente relacionado a todas as disciplinas, já que, tanto na escrita como na interpretação de variados gêneros sempre, ele se faz presente.*

Fonte: Elaboração do autor

Os comentários feitos pelos professores são especialmente pertinentes, pois, como se pode perceber, existem dificuldades enfrentadas em suas disciplinas oriundas da Matemática. Pelo fato de o curso em questão ser integrado ao Ensino Médio, é de suma importância considerar, por exemplo, as transformações de unidades métricas apontadas por um professor da área técnica; outro apontamento feito pelo professor de Língua Portuguesa, é de que o raciocínio lógico está relacionado diretamente com a escrita e interpretação.

Quadro 2 – Dificuldades em Matemática (continua)

Prof. C – Noções de Anatomia e Morfologia vegetal	*Geometria espacial, progressões e probabilidade.*
Prof. E – Viticultura e Mecanização Agrícola	*Conhecimentos básicos de determinação de área, perímetros, vazão, rotação, volumes, cálculos e transformações.*
Prof. G – Geografia	*Análise estatística, geometria, sistemas.*
Prof. H – Culturas Anuais e Construções Rurais	*Regra de três simples.*
Prof. J – Fruticultura e Silvicultura	*Cálculo de área e percentuais (geral).*
Prof L. – História	*Acho que são mais problemas de Lógica do que de Matemática de fato, pois percebo uma certa dificuldade dos estudantes em interpretarem um texto.*

(conclusão)

Prof. N – Zootecnia Geral e Avicultura	*As principais dificuldades da Matemática que encontro dentro da sala de aula estão relacionadas principalmente ao conhecimento básico, como a ordem de resolver operações.*
Prof. O – Fitossanidade	*Regra de três e cálculo de porcentagens.*
Prof. R – Floricultura e Jardinagem e Paisagismo	*Dificuldades em realizar cálculos simples como regra de três, necessária para se calcular a quantidade de adubos a serem utilizadas em um cultivo. Transformações em escalas (passar de miligramas/litro para g/L, por exemplo, ou mS para µS). Cálculos de área e densidade de plantas.*
Prof. S – Biologia	*Gosto de trabalhar com os estudantes na análise de gráficos, e para eles é muito difícil associar uma situação biológica a funções matemáticas. Possivelmente, por um estigma de que qualquer coisa que envolva Matemática ou números será difícil.*

Fonte: Elaboração do autor

Dos apontamentos feitos pelos 22 professores, destacam-se as dificuldades em cálculos de área e volume que envolve geometrias plana e espacial, além de Trigonometria, apontados por cinco professores da área técnica do curso, ou seja, 23%. Três professores citaram dificuldades em regra de três (14%). A professora de Floricultura e Jardinagem e Paisagismo, lembra que se utiliza a regra de três para calcular a quantidade de adubo utilizado em um cultivo. Em Construções Rurais, a professora também fala da utilização da regra de três, possivelmente na aplicação de propriedades advindas da semelhança de triângulos, presentes nos telhados por exemplo. Outra dificuldade citada por dois professores entrevistados são as transformações de medidas (9%).

Seguindo a técnica da Análise de Conteúdo, a partir de uma leitura flutuante (BARDIN, 2011), surgiram hipóteses. Dentre estas, destaca-se: existem dificuldades advindas da Matemática que se constituem em obstáculos na aprendizagem das disciplinas técnicas do curso e a Trigonometria é uma das dificuldades, pois se faz presente nas geometrias plana e espacial.

Ao serem solicitadas sugestões que possam contribuir para a criação de problemas aplicados em atividades de Matemática, os professores apresentaram sugestões de bibliografias, sugestões de situações-problema e sugestões de pessoas ou empresas a serem consultadas, possivelmente. As respostas consideradas relevantes são destacadas no Quadro 3.

Quadro 3 – Sugestões dos professores (continua)

Sugestões de Bibliografias	
Prof. H – Culturas Anuais e Construções Rurais	FISCHER, Milton Pereira. *Construções Rurais.* São Paulo: Nobel. 1986, p. 231.

(continuação)

Prof. P – Irrigação e Drenagem	- BERNARDO, S.; SOARES, A. A.; MANTOVANI, E. C. *Manual de Irrigação*. 8ª ed. Viçosa, MG: UFV, 2006. 625 p. - AZEVEDO NETTO, J. M., et alli. - "Manual de Hidráulica", Ed. Edgard Blucher Ltda, 8ª Edição, São Paulo, 1998.
Sugestões de situações em que se utilizam conhecimentos matemáticos	
Prof. A – Olericultura, Introdução à Mecanização	*Problemas relacionados com volumes, áreas, espaçamentos, proporções em agricultura, que, apesar de serem simples, envolvem sua aplicação na prática para resoluções de problemas. Questões de genética simples aplicados à olericultura, cruzamentos, etc.*
Prof. B – Planejamento, Gestão e Projetos / Cooperativismo e Extensão Rural	*Cálculo de custos de produção e indicadores de viabilidade das atividades na disciplina de Gestão, Planejamento e Projetos.*
Prof. C – Noções de Anatomia e Morfologia Vegetal	*Toda a estrutura viva é tridimensional, o entendimento de geometria espacial é fundamental para a compreensão de diferentes formas de vida e como se as estruturas se relacionam dentro de uma célula, por exemplo.*
Prof. E – Viticultura e Mecanização Agrícola	*Práticas de regulagens, pulverizador, plantadeira, eficiência da máquina, perdas de eficiência, patinagem, regulagem de plantadeira.*
Prof. G – Geografia	*Noções de escala, ângulos, gráficos, tabelas, estatística*
Prof. H – Culturas Anuais e Construções Rurais	*- determinação do esquadro de construções* *- cálculo de inclinação de telhados* *- cálculo de volume de materiais a serem utilizados* *- cálculo de silos para armazenamento de sementes*
Prof. J – Fruticultura e Silvicultura	*Cálculo de área, cálculo de dosagem, cálculo de dimensionamento de obras agrícolas (galpões, barragens, etc.).*
Prof. L – História	*Não utilizo de fato a Matemática e seus conteúdos em minhas aulas, talvez o que eu mais utilize é o raciocínio lógico que também é válido para História, para a interpretação dos eventos históricos.*
Prof. M – Biologia	*Utilizo os conhecimentos matemáticos nos problemas de genética, nos quais eles precisam calcular as chances de um, (ou mais) nascimento e/ou características genéticas. Podem expressar seus resultados em proporções, porcentagens ou frações. Também precisam fazer cálculos de probabilidade, em que precisam multiplicar ou somar as frações, dependendo do caso. Também utilizam regras de três quando precisam extrapolar os resultados.*
Prof. O – Fitossanidade	*Cálculo de dose de inseticida.*
Prof. P – Irrigação e Drenagem	*Estimativa de evapotranspiração; dimensionamento agronômico e hidráulico de projetos de irrigação e de drenagem.*
Prof. Q – Língua Portuguesa e Literatura	*Em produções textuais de caráter dissertativo-argumentativo, gráficos e estatísticas, por exemplo, precisam ser compreendidos, a fim de que o texto coerente.*

(conclusão)

Prof. R – Floricultura e Jardinagem” e Paisagismo	*- cálculo de quantidade de nutrientes e recomendação de adubos;* *- cálculos de diluições;* *- cálculos de produtos químicos como hormônios para estimular enraizamento;* *- área de cultivo, aproveitamento do espaço em casas de vegetação, área de jardim (quantidade de grama necessária, em m^2, por exemplo), circunferência (canteiros redondos, para saber quantas plantas são necessárias para fazer o contorno, por exemplo,...)*
Prof. S – Biologia	*Desafios realizados em aula contendo interpretação e criação de gráficos em qualquer conteúdo. Além disso, alguns conceitos matemáticos são utilizados em genética e biologia molecular/nuclear*
Sugestões de pessoas ou empresas que podem ser consultadas	
Prof. B – Planejamento, Gestão e Projetos / Cooperativismo e Extensão Rural	*Emater e as cooperativas da região*
Prof. E – Viticultura e Mecanização Agrícola	*Revendas autorizadas e ferramentas de uso agrícola*

Fonte: Elaboração do autor

Quase sessenta por cento dos professores (59,1%) apresentaram situações, nas quais utilizam conhecimentos matemáticos, relacionadas aos conceitos desenvolvidos na respectiva disciplina. Entende-se que se trata de contribuições relevantes para o sucesso da pesquisa, no que tange a elencar boas propostas de situações-problema. Com isso em mente, optou-se por analisá-las, selecionando-se termos, da fala dos professores, que têm relação com a Trigonometria, destacando-se: área, volume, espaçamentos, proporções em agricultura, geometria espacial, determinação do esquadro de construções, cálculo de inclinação de telhados, cálculo de volume de materiais, cálculo de áreas, dimensionamento agronômico e hidráulico de projetos, área de cultivo, aproveitamento de espaços, canteiros redondos, interpretação e criação de gráficos. Todos esses termos podem ser citados e aplicados em situações-problema relacionadas com a Trigonometria.

Finalmente, no questionário aplicado aos professores, abriu-se espaço para outras sugestões ou comentários pertinentes. Com satisfação, recebeu-se os comentários destacados no Quadro 4.

Quadro 4 – Sugestões ou comentários complementares dos professores (continua)

Prof. G – Geografia	*Jogos interativos práticos (xadrez, análise combinatória, etc.).*

(conclusão)

Prof. G – Geografia	*É importante associar a Matemática com as atividades cotidianas dos estudantes. Essa relação permite que o estudante mantenha a atenção e se dedique mais em busca do desenvolvimento do raciocínio lógico e da resolução de problemas matemáticos.*
Prof. H – Culturas Anuais e Construções Rurais	*A Matemática e a História, mesmo sendo de áreas tão diferentes (exatas e humanas), poderiam dialogar mais, talvez a partir da elaboração de problemas matemáticos, a partir de conteúdos históricos.*
Prof. L – História	*Como eu estudei Matemática há mais de 25 anos, não estou familiarizada com os termos, por isto tive dificuldade de saber exatamente quais são os graus necessários para as disciplinas que ministro. Quando elaboramos o Plano do Curso Integrado em Agropecuária pela primeira vez (ele já teve uma alteração), eu era diretora de Ensino Médio e construímos o currículo em conjunto com os professores dos conteúdos do Ensino Médio, com os das disciplinas técnicas (inclusive com a presença em alguns momentos de técnicos administrativos que trabalham diretamente com os estudantes, como os dos laboratórios, da agroindústria e do campo). A construção em conjunto, justamente ocorreu para que definíssemos os conteúdos básicos (do Ensino Médio), para que as disciplinas do técnico pudessem ser trabalhadas a contento. Considero isto fundamental para que um currículo possa ser realmente integrado! É preciso um diálogo direto entre os professores das diferentes áreas, o que deve ocorrer também durante o transcorrer do curso.*

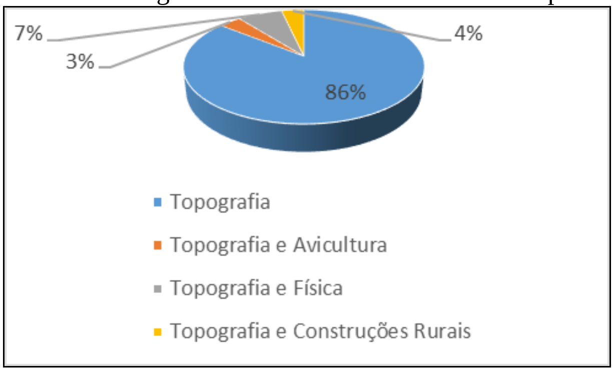
Fonte: Elaboração do autor

Por meio destes comentários feitos pelos professores, tem-se indicativos de como é possível buscar promover melhores condições de aprendizagem da Trigonometria, no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, que concordam com a questão de pesquisa deste trabalho. Os comentários feitos orientam para a importância de associar a Matemática com as atividades cotidianas dos estudantes, por meio da elaboração de problemas matemáticos, a partir de conteúdos históricos, promovendo a interdisciplinaridade e a real integração entre as disciplinas do Ensino Técnico e Ensino Médio. As considerações feitas pelos professores podem ser contempladas por meio de situações-problema contextualizadas.

4.2 QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ESTUDANTES

O questionário aplicado aos 28 estudantes do segundo ano (2ºAgro-A), logo após concluírem o estudo de Trigonometria, também apresentou informações relevantes para a pesquisa. Na sequência, apresenta-se a discussão das respostas obtidas, com base nos dados apresentados nos Gráficos 4 a 7.

Gráfico 4 –Trigonometria no estudo de outras disciplinas



Fonte: Elaboração do autor

Chama a atenção o fato de que todos os estudantes afirmaram que conceitos de Trigonometria são necessários no estudo de outras disciplinas do curso. Houve uma unanimidade sobre a disciplina de Topografia nesta análise.

Na mesma questão, quanto às situações aplicadas, por exemplo: 46% dos estudantes apresentaram os exemplos que seguem:

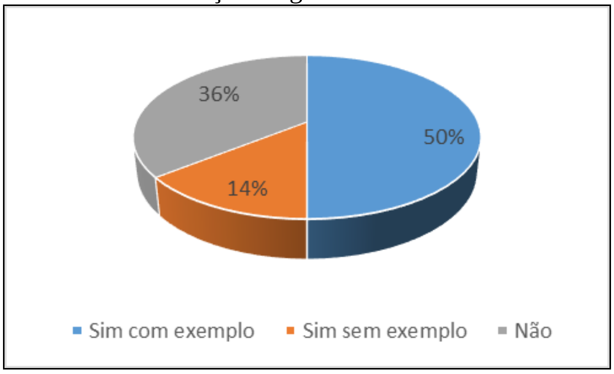
- ✓ *se usava medidas e ângulos para encontrar outras medidas;*
- ✓ *medição de distâncias;*
- ✓ *cálculos de áreas;*
- ✓ *calculando o lado faltante de um triângulo, a largura ou a altura de algo inacessível;*
- ✓ *no cálculo de áreas e perímetros de triângulos quaisquer;*
- ✓ *quando vamos a campo e utilizamos o teodolito, temos que usar os princípios da Trigonometria para achar o que faltava;*
- ✓ *na medição de um terreno ou de qualquer área;*
- ✓ *área de determinado lugar;*
- ✓ *relações da Trigonometria para saber a distância entre dois pontos;*
- ✓ *calcular ângulos, distância de um triângulo usando seno, cosseno e tangente;*
- ✓ *topografia para conhecer áreas, distâncias, etc.;*

- ✓ *para calcular distâncias em terrenos;*
- ✓ *para descobrir as áreas medidas com o teodolito.*

Conforme se pode perceber, as situações aplicadas e apresentadas pelos estudantes foram praticamente sempre as mesmas, ou seja, medições de distâncias e áreas, que são muito trabalhadas na disciplina de Topografia.

Quando questionados sobre se identificam conceitos de funções trigonométricas em situações do cotidiano, responderam de acordo com o Gráfico 5.

Gráfico 5 – Funções trigonométricas no cotidiano



Fonte: Elaboração do autor

Para esta questão, 50% dos estudantes apresentaram os exemplos abaixo, de situações do cotidiano nos quais identificam os conceitos de Trigonometria.

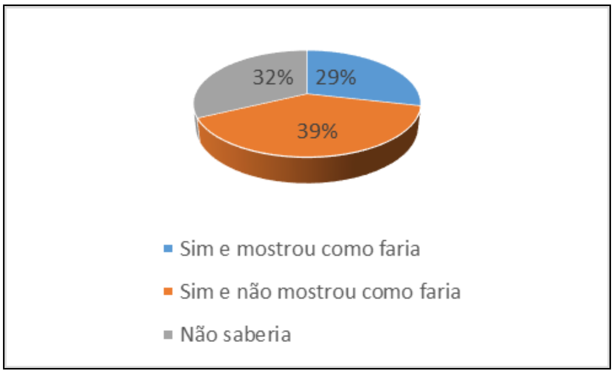
- ✓ *na propriedade rural e em instalações;*
- ✓ *na escola, na hora de se fazer o levantamento de áreas, distâncias, etc.;*
- ✓ *em medições de áreas e distâncias;*
- ✓ *se você observar uma sala, poderá ver que há 4 cantos com ângulos de 90º, pode descobrir o comprimento e a largura dessa sala e achar sua área com sistema de triângulos, caso a sala seja irregular;*
- ✓ *para medir distâncias inacessíveis, altura de alguns pontos, se algo cabe no local que foi planejado, etc.;*
- ✓ *para calcular uma medida faltante de um ponto inacessível ou não;*
- ✓ *para descobrir distâncias de pontos que nos são inascessíveis, como a altura de um poste, por exemplo;*
- ✓ *medição de propriedades rurais;*
- ✓ *quando vemos formas triangulares podemos fazer relações. Ex.: Quando empurramos um objeto, forma-se um ângulo;*

- ✓ *podemos usar para medições de áreas, alturas, distâncias;*
- ✓ *medir o ângulo de uma rampa, a altura de um prédio, etc.;*
- ✓ *medir uma área;*
- ✓ *levantamento de uma área; descobrir uma distância, a altura e o ângulo de uma área;*
- ✓ *cálculo de área de um terreno agrícola.*

Ao analisar as respostas desta questão e os exemplos apresentados, percebe-se que não foram citados os conceitos de funções trigonométricas, mas, sim, aplicações das relações trigonométricas em triângulos retângulos ou triângulos quaisquer, sempre com a finalidade de medição de distâncias e áreas.

Na sequência do questionário, o estudante deveria responder se saberia como calcular uma altura inacessível, por exemplo, de um prédio, que não pudesse ser medido, usando relações trigonométricas. E, ainda, solicitou-se comentários, caso tivessem. A partir do Gráfico 6, é apresentada a discussão das respostas obtidas.

Gráfico 6 – Cálculo de altura inacessível



Fonte: Elaboração do autor

Foram apresentados diversos comentários, porém, nem todos foram sobre *como* fariam, como se pode constatar nas respostas recebidas.

Comentários sobre o cálculo de distâncias inacessíveis usando relações trigonométricas:

- ✓ *é possível, através da Trigonometria, medir distâncias inacessíveis;*
- ✓ *se você parasse em um lugar, sabendo a distância até o prédio e o ângulo de onde você está até a ponta do prédio, seria possível medir;*
- ✓ *se forem fornecidos os dados e as orientações necessárias, é possível que eu consiga calculá-la;*

- ✓ *com algumas medidas, como a distância do prédio, alguns ângulos de observação e aplicar "lei dos senos" ou "lei dos cossenos", uso de sen, cos, tg, pode*-se *descobrir essa altura;*
- ✓ *sabendo os ângulos e a distância do ponto (e apresentou um desenho);*
- ✓ *eu me afastaria em uma distância predeterminada do prédio e, com algum instrumento, medirei o ângulo do chão até o pico do prédio e aplicaria a fórmula da tangente;*
- ✓ *para isso precisaria saber algum dos ângulos a não ser o de 90º, e saber as medidas da base do prédio e largura;*
- ✓ *basta medir uma distanciada base e o ângulo que este ponto forma com outro ponto no topo do prédio;*
- ✓ *se é inacessível e não for possível medir nem possuir um ângulo, não teria como medir;*
- ✓ *acho fácil e até mesmo mais prático;*
- ✓ *se soubesse a medida dos outros lados;*
- ✓ *usaria lei dos senos já que possuo um ângulo;*
- ✓ *fazendo pesquisa acho que há como medir essa distância;*
- ✓ *basta usar as fórmulas de Trigonometria;*
- ✓ *faltariam-me dados, cujos mesmos dariam-me um erro grosseiro;*
- ✓ *posso utilizar um teodolito e saber a quantos metros do chão está o prédio;*
- ✓ *calculava a distância e o ângulo usando a ferramenta correta;*
- ✓ *eu conseguiria se algumas outras informações fossem fornecidas, como ângulo e as distâncias em relação ao que se deseja medir;*
- ✓ *a partir dos conceitos e das funções de Trigonometria. Este foi um exemplo muito frequente nos exercícios;*
- ✓ *conhecendo a distância que foi medida e a angulação.*

Com base em expressões usadas pelos estudantes, para demonstrar como fariam: *aplicar "lei dos senos" ou "lei dos cossenos"; uso de sen, cos, tg; aplicaria a fórmula da tangente; usaria lei dos senos; basta usar as fórmulas de trigonometria; posso utilizar um teodolito e, usando a ferramenta correta* [...], percebe-se uma dependência dos estudantes em relação às fórmulas matemáticas prontas

Sobre as dificuldades no estudo de Trigonometria, 67,85% afirmaram que sim. Os demais, 32%, não tiveram dificuldades.

Os comentários recebidos sobre as dificuldades encontradas no estudo de Trigonometria são apresentados abaixo:

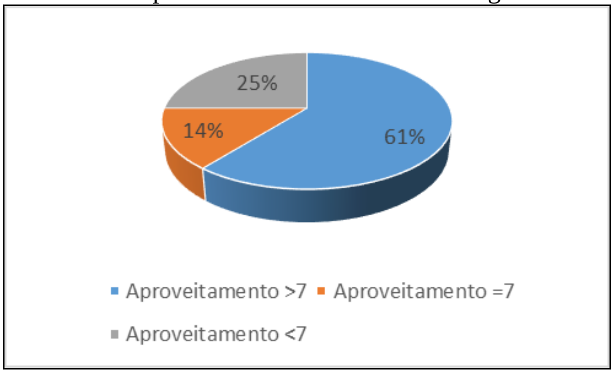
- ✓ *achei de fácil entendimento e lógica;*
- ✓ *um pouco, para saber o que usar;*
- ✓ *muito complicado para meu conhecimento;*
- ✓ *a Trigonometria foi sempre muito bem compreendida por mim e consigo aplicá-la facilmente;*
- ✓ *tenho dificuldade com cálculos envolvendo frações e raiz;*
- ✓ *consegui ter um bom desempenho;*
- ✓ *um pouco, pois logo no início eu não entendi o conteúdo;*
- ✓ *sempre simpatizei com a Trigonometria;*
- ✓ *achei que foi fácil de compreender e é bem útil no dia a dia;*
- ✓ *o estudo de Trigonometria até o momento sempre fluiu bem;*
- ✓ *não havia nenhuma base do ensino fundamental, assim, ganhei um susto, mas agora sou capaz de entender;*
- ✓ *gosto muito da área e tive muita facilidade;*
- ✓ *não consigo entender alguns conteúdos da mesma;*
- ✓ *talvez na interpretação do que se pede;*
- ✓ *ela não é uma matéria complicada, mas exige bastante atenção;*
- ✓ *muito complexo;*
- ✓ *um pouco no início. Depois de um tempo praticando, ela se torna mais fácil;*
- ✓ *um pouco, é preciso se concentrar;*
- ✓ *tive e ainda tenho, entre as fórmulas e como aplicá-las;*
- ✓ *tive algumas dificuldades sim de entender;*
- ✓ *há muitas casas decimais após a vírgula;*
- ✓ *no início sim, mas depois acabei me situando melhor e pegando o jeito;*
- ✓ *não consegui entender direito as fórmulas e tenho dificuldade na interpretação dos problemas;*
- ✓ *somente no começo com as fórmulas e alguns cálculos;*
- ✓ *gostei muito dos estudos e não tive dificuldades;*
- ✓ *tive um pouco de dificuldade no início, mas depois de entender as fórmulas, ficou mais fácil de compreender os problemas e resolvê-los.*

Observou-se que, dentre os estudantes que reconheceram que tiveram dificuldades no estudo de Trigonometria (68%), 25% afirmaram que tais dificuldades foram maiores no início do estudo. A afirmação: *"Sim, pois não havia nenhuma base do Ensino Fundamental, assim, levei um susto, mas agora sou capaz de entender*", retrata bem a importância dos conhecimentos prévios na construção de uma aprendizagem significativa. Ou seja, aparentemente, esses estudantes não tinham os subsunçores necessários, disponíveis quando da apresentação inicial do conteúdo.

A questão seguinte solicitou que atribuíssem um grau representativo do aproveitamento, quando do estudo de Trigonometria. E esclareceu-se que a intenção não era conhecer qual foi a nota final do conteúdo de Trigonometria, mas o grau representativo do aproveitamento, para acrescentar na bagagem de conhecimentos.

O Gráfico 7 ilustra as respostas obtidas e, na sequência, são apresentados comentários sobre as mesmas.

Gráfico 7 – Aproveitamento no estudo de Trigonometria



Fonte: Elaboração do autor

Foram acompanhadas de comentários, 14,30% das respostas:

- ✓ *5, muito complicado e/ou desinteressante;*
- ✓ *com certeza foi 10;*
- ✓ *acredito que 8, pois consegui aprender muitas coisas;*
- ✓ *9, aproveitei muito, tanto em matemática quanto em topografia.*

O estudante que classificou a Trigonometria como "*muito complicada e desinteressante*" faz lembrar novamente a importância de despertar o interesse do estudante pelo estudo.

Ao responderem sobre a importância da utilização das tecnologias da informação (computadores, *datashow* e *softwares* matemáticos), como ferramentas para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria, 92,8% dos estudantes responderam positivamente. As justificativas apresentadas seguem destacadas abaixo:

- ✓ *acho importante, pois com eles o entendimento se torna mais fácil, podendo contribuir bastante;*
- ✓ *facilita para resolver as coisas;*
- ✓ *talvez algo que a gente não entenda com a fala do professor, poderemos observar vídeos que possam nos ajudar;*
- ✓ *com o auxílio dessas ferramentas, o ensino fica mais dinâmico e compreensível;*
- ✓ *para demonstração de alguns exemplos, como gráficos, formas de cálculos virtualmente, etc.;*
- ✓ *mas não somente isso, usar tecnologias é sempre bom, mas devem ser usadas como realmente ferramentas;*
- ✓ *as aulas se tornam mais interessantes;*
- ✓ *estes meios prendem a atenção do estudante, além de demonstrar a Trigonometria de forma mais fácil;*
- ✓ *facilitam o entendimento do estudante em determinado assunto;*
- ✓ *não, pois há certos empregos que não precisa da Trigonometria;*
- ✓ *eles podem facilitar os cálculos, gerando agilidade nos casos em que a profissão da pessoa (como topógrafos, engenheiros, ...) depende de cálculos trigonométricos;*
- ✓ *pela tecnologia estar presente no meu cotidiano, ela junto com Trigonometria seria um grande atrativo;*
- ✓ *no computador existem programas que nos auxiliam, por exemplo os CADs;*
- ✓ *é um jeito diferente de aprender;*
- ✓ *é importante para resolver certas questões que, sem este tipo de estudo, seria difícil;*
- ✓ *pode facilitar o entendimento de algumas situações que não conseguimos concretizar; com a utilização da tecnologia, diminuímos o tempo de cada questão, também é uma maneira de ensinar diferente;*
- ✓ *é mais fácil de aprender e menos complicado;*
- ✓ *elas ajudam a entender e aplicar o conteúdo;*
- ✓ *é um jeito diferente e atrativo;*
- ✓ *poderemos entender, ver a matéria da mesma forma (livros e cadernos), podendo acrescentar mais informações, para nosso conhecimento;*

- ✓ *de repente desta maneira podemos apresentar/aprender de forma mais fácil;*
- ✓ *dará maior mobilidade para fazer pesquisas e aprender mais;*
- ✓ *facilitam e ajudam a um melhor entendimento;*
- ✓ *por estes meios podemos mostrar exemplos;*
- ✓ *quando a teoria é mostrada na prática, gera melhor entendimento;*
- ✓ *dessa forma é possível ver com mais clareza sua utilização;*
- ✓ *desde que não substitua o esforço do estudante em resolver o problema, porque se o resultado vem pronto, não há aprendizado.*

Uma análise destas respostas mostrou que 53,6% dos estudantes, em suas justificativas, utilizaram termos como: facilita, ajuda, auxilia, melhora, acrescenta e, até mesmo, clareia o entendimento do conteúdo; 17,9% concordam que as aulas tornam-se mais interessantes, atrativas, ou que há um jeito diferente de aprender, ou, ainda, uma maneira de ensinar diferente, e 14,3% afirmam que, se as tecnologias são utilizadas como ferramentas, no processo de ensino e aprendizagem, facilitam as demonstrações de exemplos, sendo que o ensino fica mais dinâmico e compreensível.

Conforme se pôde perceber, nas considerações feitas pelos estudantes, a maioria afirma que a utilização das tecnologias contribui para que haja melhor aprendizado; logo, pode-se entender que tais ferramentas têm o potencial de despertar o interesse em aprender no estudante. Tais considerações corroboram o que Borba e Penteado (2007, p. 15) apontam como ganhos na utilização das Tecnologias da Informação, no ensino de Matemática. Afirmam que "o computador, portanto, pode ser um problema a mais na vida atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação".

Sobre o quesito motivação, conforme já destacado no Referencial Teórico desta pesquisa, Ausubel (1982) diz que dois fatores são fundamentais para se estabelecer um aprendizado com significado. E o primeiro deles é que o estudante esteja predisposto para o aprendizado. Além disso, já se está ciente do potencial da boa utilização das tecnologias em sala de aula, conforme também destacado no Referencial Teórico que sustenta esta pesquisa. As respostas apresentadas pelos estudantes, parecem não deixar dúvida sobre o que pensam, a esse respeito. Entende-se, pois, que a segunda constatação, aliada à primeira, pode fornecer uma base segura para prosseguir.

Em continuação, buscou-se verificar o que pensam sobre as aulas de Trigonometria, perguntando: Na sua opinião, como deveria ser uma aula de Trigonometria? Considera-se interessante destacar que todos os estudantes apresentaram reposta a esta questão. Assim sendo, para discuti-las optou-se por destacá-las abaixo, para, posteriormente, categorizá-las.

- ✓ *não somente com cálculos e fórmulas, mas formas de aplicação e diferentes exemplos;*
- ✓ *com situações em lugares práticos;*
- ✓ *muito fácil de decorar;*
- ✓ *com maior uso de práticas e tecnologia da informação;*
- ✓ *mais aprofundada, apresentando a forma de calcular com números decimais, frações e raiz;*
- ✓ *dinâmica, cheia de exercícios com aplicação prática e lógica de fácil entendimento do estudante;*
- ✓ *interativa e visando ao uso da Trigonometria no dia a dia;*
- ✓ *depois de retomar o teórico, tentar aplicar as relações em objetos do existentes na Instituição;*
- ✓ *deveria ter exemplos práticos, e que ocorrem no nosso dia a dia;*
- ✓ *fazer com que o estudante goste da aula de Trigonometria;*
- ✓ *deveria abordar a prática dos conceitos teóricos e fornecer um grande número de exercícios de diferentes naturezas e aplicações da Trigonometria;*
- ✓ *com aplicações através de atividades interativas;*
- ✓ *com bastante exercícios, pois, em qualquer situação onde há problemas matemáticos, se aprende fazendo;*
- ✓ *ter aula teórica explicando o conteúdo e depois ver e calcular na prática;*
- ✓ *deveria ser um pouco mais teórica;*
- ✓ *de acordo com minha experiência na área de Topografia, poderia ter práticas para melhor observação;*
- ✓ *o melhor que achei foi com desenhos, pois consigo visualizar melhor o que se faz e onde se utiliza;*
- ✓ *utilizar mais métodos de ensino;*
- ✓ *aula prática utilizando instrumentos topográficos;*
- ✓ *com bastante exemplos do dia a dia;*
- ✓ *idas a campo, realizar algumas medições e depois aplicá-las em sala de aula;*
- ✓ *com bastante diálogo e com calma para todos entenderem, bastante exercícios;*

- ✓ *deveria ser mais prática com mais visualizações de como aplicar as fórmulas em nosso dia a dia;*
- ✓ *talvez com um pouco mais de dinamismo;*
- ✓ *aulas interativas;*
- ✓ *com explicações, demonstrações práticas do conteúdo, correções e cálculos (atividades);*
- ✓ *deveria apresentar situações nas quais é possível utilizá-la, e ter um momento para pôr em prática;*
- ✓ *para aprender as fórmulas, o ensino tem de ser em sala de aula, porém o entendimento se torna mais fácil e divertido quando a teoria é posta em prática.*

Uma análise das respostas apresentadas nesta questão, seguida de uma categorização, foi realizada e é apresentada no Quadro 5, para depois ser discutida.

Quadro 5 – Como deveria ser uma aula de Trigonometria na concepção dos estudantes

Categoria	Expressões utilizadas pelos estudantes
Aprender na prática	*Não somente com cálculos e fórmulas, mas formas de aplicação; situações em lugares práticos; maior uso de práticas e tecnologia da informação; com aplicação prática e lógica; Interativa e visando o uso da Trigonometria no dia a dia; aplicar as relações em objetos existentes na Instituição, exemplos práticos, e que ocorrem no nosso dia a dia, com aplicações, poderia ter práticas para melhor observação; idas a campo, com mais visualizações de como aplicar as fórmulas em nosso dia a dia; situações onde é possível utilizá-la e ter um momento para por em prática*
Motivação	*Fazer com que o estudante goste da aula; com um pouco mais de dinamismo; Aulas interativas; o entendimento se torna mais fácil e divertido quando a teoria é posta em prática*
Valorização de aspectos positivos do modelo tradicional de ensino	*Fácil de decorar; dinâmica, cheia de exercícios; fornecer um grande número de exercícios de diferentes naturezas; com bastante exercícios, ... se aprende fazendo; ser um pouco mais teórica*

Fonte: Elaboração do autor

Conforme já mencionado, todos os estudantes apresentaram sugestões de como deveria ser uma aula de Trigonometria. Esta postura demonstra que eles estão envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. O percentual de 64,3% dos estudantes citou termos como:

aulas práticas, demonstrações práticas, idas a campo, aplicar as fórmulas no dia a dia, aplicações práticas e tecnologias. Estas sugestões lembram o que os PCN+ sugerem sobre a importância da contextualização, como uma das condições para dar significado ao que se aprende.

Um total de 14,3% dos estudantes apontaram expressões como: *fazer com que o estudante goste da aula*; *utilizar mais métodos de ensino*, *dinamismo* e *aulas interativas*. Estas afirmações estão relacionadas à importância de se elaborar uma aula que motive e desperte o interesse em aprender pelos estudantes.

E, ainda, 17,9% dos estudantes citaram: *decorar; bastante exercícios,* e *mais teoria*. Aqui percebem-se resquícios do modelo tradicional de ensino e aprendizagem, o qual se associa à aprendizagem mecânica, conforme Ausubel (1982).

Finalmente, foram solicitados aos estudantes outros comentários que julgassem pertinentes, tendo-se recebido as seguintes respostas consideradas expressivas:

- ✓ *acho que esse conteúdo deve ser explicado com muita calma, pois, às vezes, explicado rápido demais, podemos ficar confusos e não compreender;*
- ✓ $a = \dfrac{valor\ mínimo + valor\ máximo}{2}$;
- ✓ *acho que as aulas de Trigonometria também poderiam atribuir aulas práticas que auxiliam no aprendizado;*
- ✓ *acredito que Trigonometria não é algo só pra sala de aula.*

Nestas respostas, também se pode destacar a presença de valorização das aulas práticas, identificada nos comentários: *aulas práticas que auxiliam no aprendizado. Trigonometria não é algo só pra sala de aula*. Além disso, o apego às fórmulas, na resposta do estudante que apresenta as descrições da lei dos senos e da lei dos cossenos.

Novamente, pode-se constatar a importância que o estudante atribui para as aulas práticas, ou seja, sair do tradicional, em que a construção dos conceitos se limita ao espaço da sala de aula, expandindo, assim, os espaços didáticos.

A pesquisa prosseguiu, assim, com as intervenções pedagógicas, levando em consideração a análise dos questionários respondidos por professores e estudantes, conforme referido no capítulo das *análises e discussão dos resultados*. Assim sendo, na próxima seção é descrita a intervenção pedagógica, baseada na modelagem do fotoperíodo, visando à construção do conceito de função trigonométrica, seguida da respectiva análise.

4.3 FOTOPERÍODO E A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO TRIGONOMÉTRICA

A intervenção pedagógica que se passa a descrever teve a duração de três horas/aula, uma das quais com o auxílio da professora da disciplina de Culturas Anuais, que revisou o conceito de fotoperíodo com a turma, já abordado anteriormente. As duas horas seguintes foram destinadas à atividade a seguir, sob a responsabilidade do pesquisador.

O fotoperíodo varia de acordo com o posicionamento da Terra em relação ao Sol ao longo do ano, devido ao movimento de translação. Além deste conceito, também foram abordados os solstícios de verão e de inverno, como também os equinócios de outono e primavera, nomes dados aos dias que iniciam estas duas estações do ano. A distinção desses períodos teve como pressuposto a intensidade com a qual os raios solares atingem a superfície terrestre. Enquanto no solstício de verão os dias são mais longos, no solstício de inverno eles são mais curtos. O fotoperíodo exerce influência sobre a floração das plantas, pois aponta as estações do ano. (BERGAMASCHI, 2004).

Também foi visto que o fotoperíodo varia conforme a latitude. Se a latitude for 0º, a duração dos dias e das noites é praticamente igual. Porém, quanto mais afastado estiver da linha do Equador, mais longos são os dias e, consequentemente, mais curtas são as noites, ou vice-versa.

Todas estas informações são importantes, no curso em questão, pois são abordadas diversas culturas, considerando que, cada uma delas tem a época adequada para a semeadura. O fotoperíodo é um fator que influencia diretamente a produtividade agrícola, como na produção animal. Assim sendo, o conhecimento desse fenômeno é imprescindível aos futuros profissionais desta área, a fim de que tenham condições de tomar decisões, sempre visando aos melhores resultados de suas ações.

Do ponto de vista agronômico, o maior interesse pelo estudo do fotoperiodismo decorre das respostas de muitas espécies importantes à variação na duração do dia, no processo de indução ao florescimento, afetando fortemente todo o desenvolvimento fenológico das plantas.

Para a realização da intervenção pedagógica, duas horas/aula ocorreram no laboratório de informática, equipado com um computador para cada estudante e um *datashow*. Nos computadores já estava instalado o *software* Geogebra. Trata-se de um *software* livre, de fácil instalação. Que tem sido bastante utilizado em instituições de ensino, para uma matemática dinâmica, propiciada por recursos de geometria, álgebra e cálculo. Cada estudante recebeu um guia didático para a utilização do *software* (Apêndice D).

Com a intenção de despertar o interesse da turma, foi feito um breve apanhado histórico de quando se começou a medir o tempo, isto é, a partir do momento em que os homens deixaram de ser nômades. Surge, então, a necessidade de plantar para a própria subsistência e logo começaram a perceber esses fenômenos que influenciavam sua vida e a importância de saberem quais eram as épocas propícias do ano para o plantio ou para a produção animal. Como já mencionado anteriormente, *a história e a aplicação da Trigonometria na Agropecuária*, ao referir aspectos históricos que influenciaram o desenvolvimento da Trigonometria, um instrumento utilizado para medir o tempo e as estações do ano foi o *gnômon*. Era uma estaca fixa no solo que projetava sua sombra devido à incidência dos raios solares, desde o seu nascer até o pôr-do-sol; no instante em que o *gnômon* projetava a menor sombra, significava que era meio-dia. Outra observação importante apresentada foi que esta menor sombra oscilava de tamanho no decorrer do ano. (REZENDE; QUEIROZ, 2000, p. 21).

Foram levantadas algumas considerações como: Os dias não são todos iguais! No verão, o Sol nasce mais cedo e se põe mais tarde, ou seja, os dias são mais longos do que as noites. Já no inverno, o Sol nasce mais tarde e se põe mais cedo, fazendo com que os dias fiquem mais curtos e as noites mais longas.

Tais considerações foram levantadas, para justificar a análise a ser feita. Selecionou-se a cidade de Passo Fundo, RS, no ano de 2014, para analisar a melhor época para a semeadura da soja. A escolha dessa cidade se deve ao fato de haver lá, grande extensão de área de plantada destinada ao cultivo da soja.

O Quadro 6, apresentado a seguir, foi projetado no *datashow*, a fim de ser analisada conjuntamente, a oscilação da duração dos dias. Para a organização, foram selecionadas datas de dez em dez dias, no período de 31/12/2013 a 5/1/2015, onde estão anotadas a duração dos dias na cidade de Passo Fundo RS. Os estudantes concordaram em selecionar as datas de dez em dez dias, pois caso contrário, ao elaborar o gráfico, deveriam inserir 365 pontos no mesmo. Logo, após um debate, houve consenso nesse sentido.

Quadro 6 – Duração dos dias na cidade de Passo Fundo, RS

Dias	Data	Nascer do Sol	Pôr do Sol	Duração do dia
0	31/12/2013	06:35:00	20:30:00	13,92
10	10/01/2014	06:43:00	20:31:00	13,80
20	20/01/2014	06:51:00	20:29:00	13,63
30	30/01/2014	07:00:00	20:25:00	13,42
40	09/02/2014	07:08:00	20:19:00	13,18
50	19/02/2014	06:15:00	19:11:00	12,93
60	01/03/2014	06:22:00	19:01:00	12,65
70	11/03/2014	06:28:00	18:50:00	12,37
80	21/03/2014	06:34:00	18:39:00	12,08
90	31/03/2014	06:39:00	18:27:00	11,80
100	10/04/2014	06:44:00	18:16:00	11,53
110	20/04/2014	06:50:00	18:06:00	11,27
120	30/04/2014	06:56:00	17:57:00	11,02
130	10/05/2014	07:01:00	17:50:00	10,82
140	20/05/2014	07:07:00	17:44:00	10,62
150	30/05/2014	07:12:00	17:41:00	10,48
160	09/06/2014	07:17:00	17:40:00	10,38
170	19/06/2014	07:20:00	17:41:00	10,35
180	29/06/2014	07:22:00	17:44:00	10,37
190	09/07/2014	07:21:00	17:48:00	10,45
200	19/07/2014	07:18:00	17:53:00	10,58
210	29/07/2014	07:13:00	17:58:00	10,75
220	08/08/2014	07:06:00	18:04:00	10,97
230	18/08/2014	06:57:00	18:09:00	11,20
240	28/08/2014	06:47:00	18:14:00	11,45
250	07/09/2014	06:35:00	18:18:00	11,72
260	17/09/2014	06:24:00	18:23:00	11,98
270	27/09/2014	06:12:00	18:28:00	12,27
280	07/10/2014	06:00:00	18:33:00	12,55
290	17/10/2014	05:50:00	18:39:00	12,82
300	27/10/2014	06:40:00	19:46:00	13,10
310	06/11/2014	06:33:00	19:53:00	13,33
320	16/11/2014	06:27:00	20:01:00	13,57
330	26/11/2014	06:24:00	20:09:00	13,75
340	06/12/2014	06:24:00	20:16:00	13,87
350	16/12/2014	06:27:00	20:23:00	13,93
360	26/12/2014	06:32:00	20:28:00	13,93
370	05/01/2015	06:39:00	20:31:00	13,87

Fonte: Dateandtime.info : hora do mundo[4]

[4] Disponível em: <http://dateandtime.info/pt/citysunrisesunset.php?id=3454857&month=1&year=2014>.

Com todos observando o quadro projetado no *datashow*, cujos dados foram considerados para efeito das análises, logo perceberam que a duração do dia 31/12/2013 é de 13,92 horas e vai diminuindo até 10,35 horas no dia 19/6/2014. A partir daí a duração do dia começa a aumentar novamente e chega a 13,93 horas no dia 16/12/2014. No dia 5/1/2015, a duração do dia é de 13,87 horas, ou seja, começa a diminuir novamente. Logo, a turma concorda que a duração dos dias na cidade de Passo Fundo, RS, oscilou no ano de 2014. Além disso, o dia mais curto do ano aconteceu em 19/6/14.

A seguir, passou-se à utilização do *software* Geogebra como recurso tecnológico, quando o mesmo foi apresentado e foram explorados os recursos, a serem utilizados no decorrer da aula. Foram concedidos dez minutos para que os estudantes explorassem livremente, o *software*.

A intenção, conforme mencionado, era construir um modelo matemático que descrevesse a oscilação que estavam observando, da duração dos dias, na cidade de Passo Fundo RS. Recorreu-se, então, ao material que tinham em mãos (Apêndice D), visando ao início do trabalho com o Geogebra. Assim, o primeiro passo foi inserir, em um gráfico, os pontos que representam o fenômeno em questão. Para tanto, o Quadro 7, a seguir, foi disponibilizado a cada um, via *e-mail* (devido ao pouco tempo disponível, 3 horas /aula), para agilizar o processo, de modo que todos pudessem tê-lo em seu computador, a fim de construir o gráfico da função trigonométrica, sem necessidade de reescreverem todos os pontos. Além disso, os mesmos já foram escritos na notação utilizada pelo Geogebra. Os pontos representam o dia do ano e a duração do mesmo, por exemplo, no ponto A, o dia "0" corresponde ao dia 31/12/2013, e a sua duração foi de 13,92 horas. No ponto B, o dia "10", corresponde ao dia 10/01/2014, em que a sua duração foi de 13,90 horas e assim sucessivamente.

Quadro 7 – Pares ordenados (dia, duração) (continua)

A = (0,13.92)	B = (10,13.80)	C = (20,13.63)	D = (30,13.42)	E = (40,13.18)
F = (50,12.93)	G = (60,12.65)	H = (70,12.37)	I = (80,12.08)	J = (90,11.80)
K = (100,11.53)	L = (110,11.27)	M = (120,11.02)	N = (130,10.82)	O = (140,10.62)
P = (150,10.48)	Q = (160,10.38)	R = (170,10.35)	S = (180,10.37)	T = (190,10.45)
U = (200,10.58)	V = (210,10.75)	W = (220,10.97)	X = (230,11.20)	Y = (240,11.45)

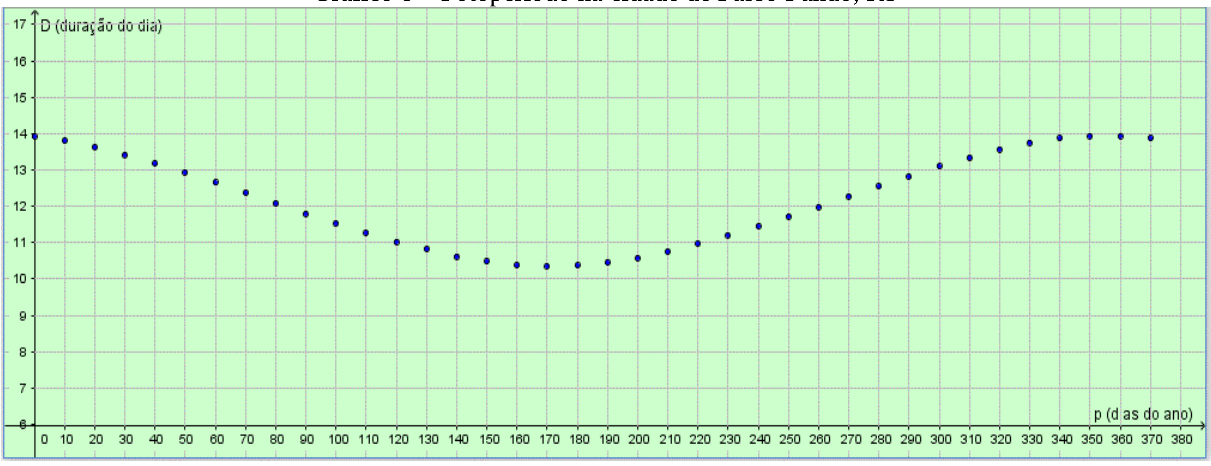
(conclusão)

Z = (250,11.72)	A_1= 260,11.98)	B_1= 270,12.27)	C_1= 280,12.55)	D_1=290,12.82)
E_1=300,13.10)	F_1=(310,13.33)	G_1=(320,13.57)	H_1=(330,13.75)	I_1=(340,13.87)
J_1= (35013.93)	K_1=(360,13.93)	L_1=(370,13.87)		

Fonte: Elaboração do autor

Tais pontos foram inseridos no campo de entrada do *software* Geogebra, a fim de gerar o Gráfico 8, apresentado a seguir.

Gráfico 8 – Fotoperíodo na cidade de Passo Fundo, RS



Fonte: Elaboração do autor

A partir do gráfico, para orientar a discussão, algumas questões foram feitas, tais como: O que é possível afirmar, com base no Gráfico 8? Os dias têm sempre a mesma duração? Ou essa oscila?, dentre outras.

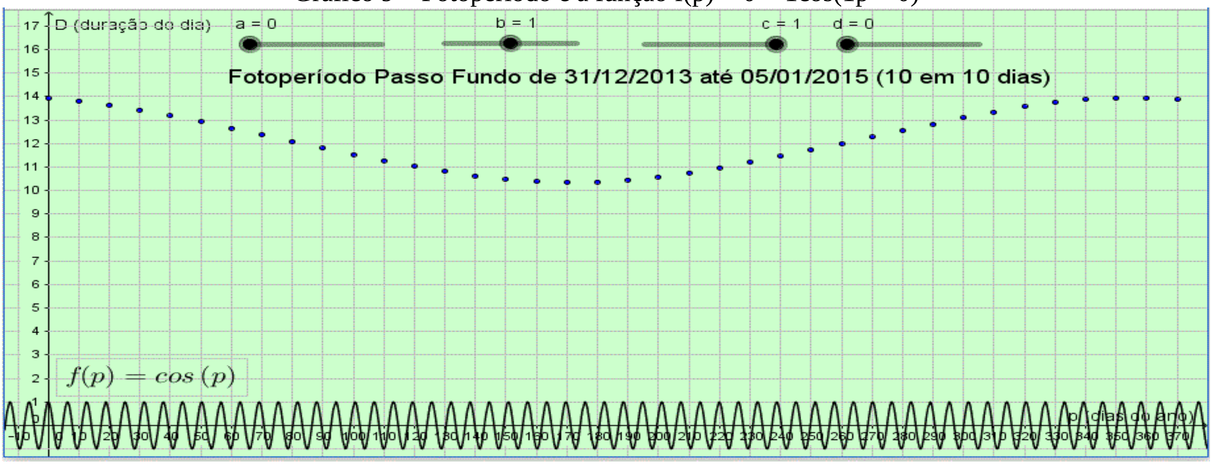
A intenção, como já anunciado anteriormente, estava concentrada na pesquisa de um possível modelo matemático, que descrevesse o fenômeno que estava sendo analisado. Uma das primeiras observações dos estudantes, ao analisarem o fenômeno em questão, foi quanto à dependência entre as duas grandezas envolvidas, no caso, a duração do dia (em horas) em relação à data (dias do ano). Ou seja, sugeriram tratar-se de uma função em que a variável independente é o dia do ano e a variável dependente é a sua duração.

Em se tratando de modelagem matemática, Bassanezi (2002) refere que a mesma consiste na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos, o que, de fato, estava sendo previsto como resultado desta intervenção pedagógica. Ainda, a análise de uma situação inicial, o fotoperíodo, com vistas à sua representação, na forma de um modelo matemático, está de acordo com aspectos dessa metodologia, conforme o mesmo autor. Este momento pode ser considerado a etapa da experimentação.

Prosseguindo-se, de acordo com a sequência de ações propostas por Bassanezi (2002), a discussão foi no sentido de se pensar nas características dos pontos que estavam sendo observados, a fim de relacioná-los a alguma função conhecida. Logo, as funções seno e cosseno foram lembradas pelos estudantes, que se manifestavam com observações do tipo: *os pontos descem, depois sobem.* Ao serem questionados sobre uma possível "equação", ou "fórmula matemática", à qual tais pontos se ajustariam, as funções seno e cosseno foram confirmadas como possibilidade. O pesquisador perguntou qual era o seno de zero, ao que um estudante respondeu que era "0". Após, foi perguntado novamente qual era o cosseno de zero e o mesmo estudante respondeu que era "1". Diante dessas informações, e observando a curva do gráfico dos pontos, optaram pela função cosseno, como possível modelo para o fenômeno. Esta é a etapa da modelagem, classificada por Bassanezi, como sendo a da abstração.

Assim sendo, com a intenção de comparar o conjunto de pontos representados no Gráfico 8 com a função cosseno, foi sugerido que inserissem, no mesmo plano cartesiano, a função escrita como: *f(p) = cos (p)*. Conforme previsto, a função *f* não apareceu na janela de visualização, o que diversos estudantes comentaram. Então, orientou-se para consulta ao Apêndice D, em que é apresentada a ferramenta com a qual se pode arrastar a janela de visualização, o que permitiu que todos conseguissem visualizar ambos os gráficos. No gráfico dos pontos, constata-se que o intervalo de duração dos dias, em Passo fundo, RS, é de 10,35 a 13, 93 horas. No Gráfico 9 apresenta-se o conjunto dos pontos, juntamente com a função $f(p) = \cos(p)$

Gráfico 9 – Fotoperíodo e a função f(p) = 0 + 1cos(1p + 0)

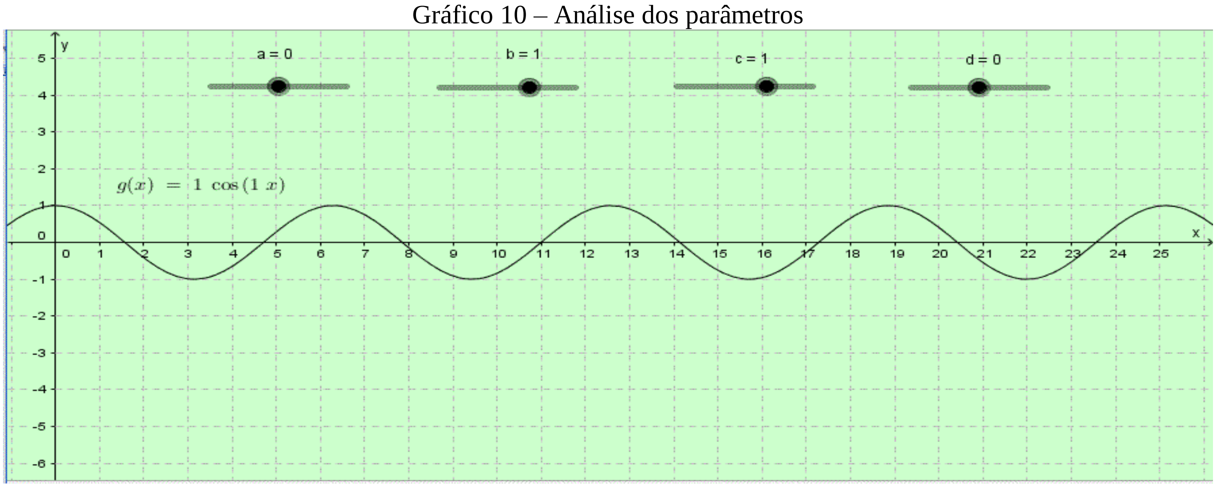


Fonte: Elaboração do autor

A partir daqui, conforme Bassanezi (2002, p.27), inicia-se a etapa da Resolução. A intenção é obter um modelo matemático substituindo a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente, como num dicionário, em que a linguagem matemática possa admitir sinônimos que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural.

Para prosseguir, orientou-se que cada estudante criasse um arquivo para testes, em que seriam analisados cada um dos parâmetros da função cosseno, escrita na sua forma geral $g(x) = a + b.cos(cx + d)$, de modo que o conjunto de pontos que representam o modelo real pudesse ser representado por um modelo matemático. Como forma de auxiliar nesta etapa, o pesquisador desenvolveu esta construção, que, em tempo real, era projetada no *datashow*, enquanto os estudantes também podiam consultar o guia didático (*Apêndice D*). No Gráfico 10, apresenta-se a função $g(x) = 0 + 1.cos(1x + 0)$, ou seja, $g(x) = cos(x)$, a partir da qual foram realizados os testes, a fim de analisar a influência dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d*.

Gráfico 10 – Análise dos parâmetros



Fonte: Elaboração do autor

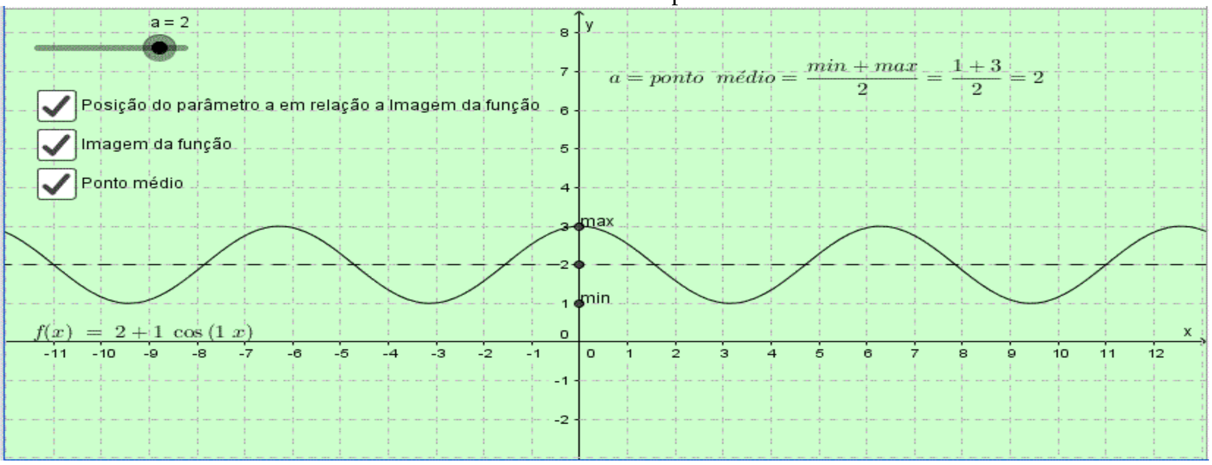
A partir disso, foram analisados, separadamente, cada um dos parâmetros da função trigonométrica e, conforme as conclusões surgiam, prosseguia-se visando à construção do modelo matemático que descreve o fotoperíodo na cidade de Passo Fundo, RS, no ano de 2014. Para tanto, sempre com base no Quadro 7, contendo os pontos que representam a situação real, foram promovidas discussões, a fim de chamar a atenção para aspectos de interesse, o que, de fato, foi observado pelos estudantes, por meio de afirmações, tais como: *nos primeiros dias do ano, a duração dos dias é maior; pela metade do ano, os dias são mais curtos e, ao final do ano, novamente, os dias são mais longos; a duração dos dias do ano depende da época; a variação da duração dos dias depende dos dias do ano,* dentre outras.

Nesta etapa do trabalho, todos concordam com a afirmação de que a duração dos dias do ano depende da época. Ou seja, os dias do ano são os elementos do domínio e as durações dos mesmos são os elementos da imagem da função trigonométrica que está sendo modelada. Consequentemente, trata-se de uma função cuja imagem é Im = [10,35; 13,93], já que a menor duração do dia, em 2014, na cidade de Passo Fundo, RS, foi de 10,35 horas e a maior foi de 13,93 horas. E os pontos desta função podem ser assim representados: P(*dia do ano, respectiva duração)*.

Paralelamente às discussões, eram feitos os testes com os parâmetros *a*, *b*, *c* e *d*, modificando-os e observando a influência de cada um deles no comportamento do gráfico e a respectiva interpretação, no contexto que estava sendo analisado.

Debateu-se um pouco sobre cada uma das possibilidades, enquanto eram feitos comentários, por parte dos estudantes: *quando se modifica o valor de a, o gráfico sobe ou desce; ao alterar o valor de a, altera a imagem da função, porém o período e o domínio permanecem iguais*. Considerou-se, também, a presença de valores, máximo e mínimo da função cosseno, cuja amplitude é a metade da distância entre o ponto mais alto e o ponto mais baixo. Concomitantemente, eram feitos testes alterando o parâmetro "*a*", visualizando a imagem e fazendo anotações. O Gráfico 11, mostra a função $g(x)=2+1.\cos(1x+0)$, isto é, $g(x)=2+\cos(x)$.

Gráfico 11 – Análise do parâmetro *a*



Fonte: Elaboração do autor

Nesta etapa do trabalho, em que a influência do parâmetro *a* estava sendo analisada, um dos comentários destacou-se, o que motivou a solicitação de que o estudante escrevesse no quadro como estava pensando, a respeito do valor do parâmetro *a*, no modelo que estava sendo construído. Ele escreveu:

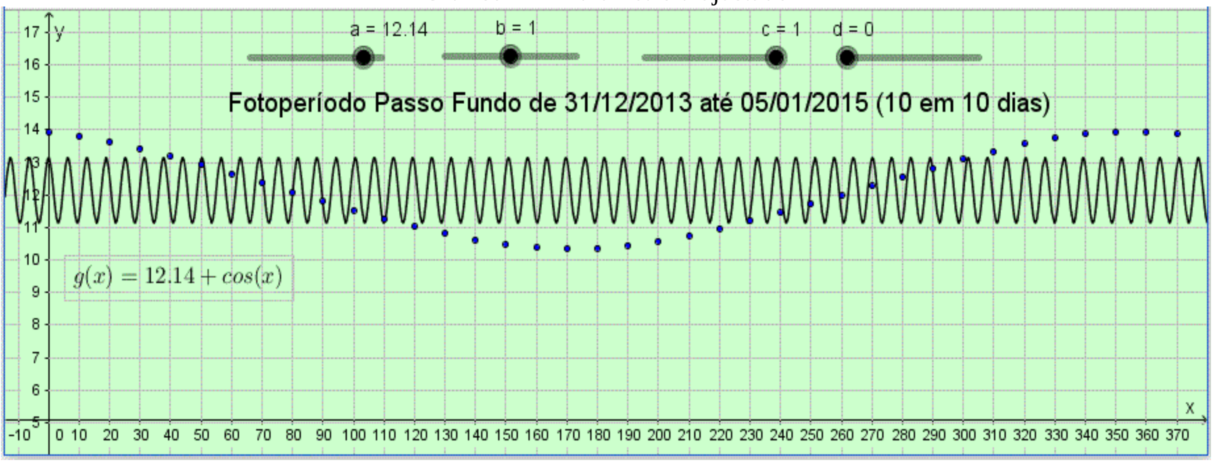
$$a = \frac{\textit{duração do dia mais curto} + \textit{duração do dia mais longo}}{2}$$

$$a = \frac{10{,}35 + 13{,}93}{2}$$

$$a = 12{,}14$$

E explicou: *se a = 12,14, o gráfico de g(x) vai ficar na altura dos pontos da f(p).* De fato, é o que pode ser observado no Gráfico 12, construído com base nesta constatação.

Gráfico 12 – Parâmetro *a* ajustado



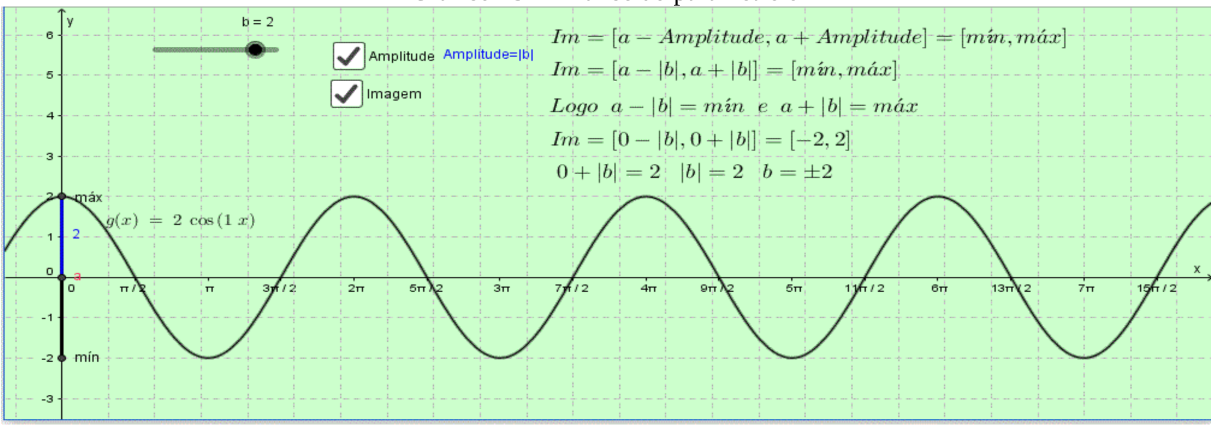
Fonte: Elaboração do autor

Então, perguntou-se o que ainda estava faltando para que os pontos de *g(x)* ficassem o mais alinhados possível com o gráfico da função *f(p)*. Entre tantas falas, alguém observa que a amplitude e o período ainda estão bem diferentes.

Desta vez, o debate foi sobre como se comporta o gráfico da função cosseno, ao alterarmos os valores do parâmetro *b*. Todos puderam perceber, no Gráfico 12 que, ao alterar o valor de *b*, altera-se a altura da onda, ou seja, a amplitude da função. Quando a amplitude é alterada, perguntou-se sobre a imagem da função e novamente concordaram que, ao se alterar o parâmetro *b*, altera-se também a imagem da função, enquanto que o período e o domínio não se alteram.

Por exemplo, se *b = 2*, a amplitude é 2. Se *b = -2*, a amplitude também é 2. Diante desta constatação, foi questionada qual era a relação existente entre a amplitude da função cosseno e o parâmetro *b*, quando concluíram que a amplitude *A*, da função, é igual ao módulo do parâmetro *b*, ou seja, $A = |b|$. O Gráfico 13 ilustra um dos testes, em que é apresentado o gráfico de *g(x) = 2cos (x)*, ou seja, *b = 2*.

Gráfico 13 – Análise do parâmetro *b*



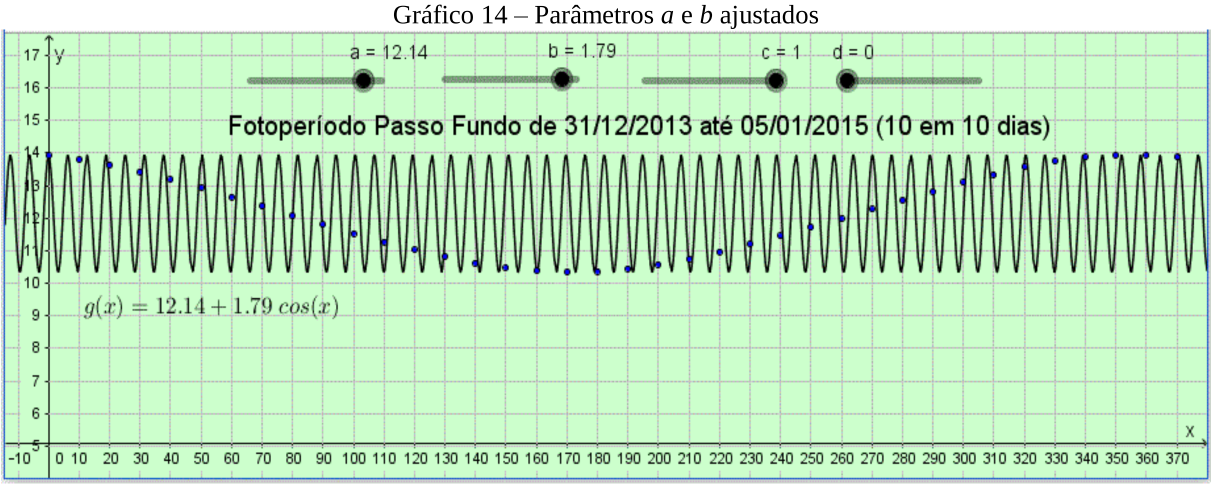
Fonte: Elaboração do autor

Além disso, perceberam que é possível afirmar que a imagem da função é $Im = [a - |b|, a + |b|]$. Sendo assim, além do valor de a, já se tem, também, a imagem $Im = [10.35, 13.93]$ da função que se busca, como modelo do fenômeno que está sendo analisado. Novamente foi apresentado por um dos estudantes, que escreveu no quadro branco com a ajuda dos colegas, uma possibilidade para determinar *b*. Ele escreveu:

Se *a = 12,14*, então *b = 13,93 – 12,14 = 1,79*.

Ou seja, pode-se escrever $g(x) = 12{,}14 + 1{,}79.\cos(cx + d)$. No Gráfico 14, observa-se a função *g(x) = 12,14 + 1,79 cos (x)*.

Gráfico 14 – Parâmetros *a* e *b* ajustados



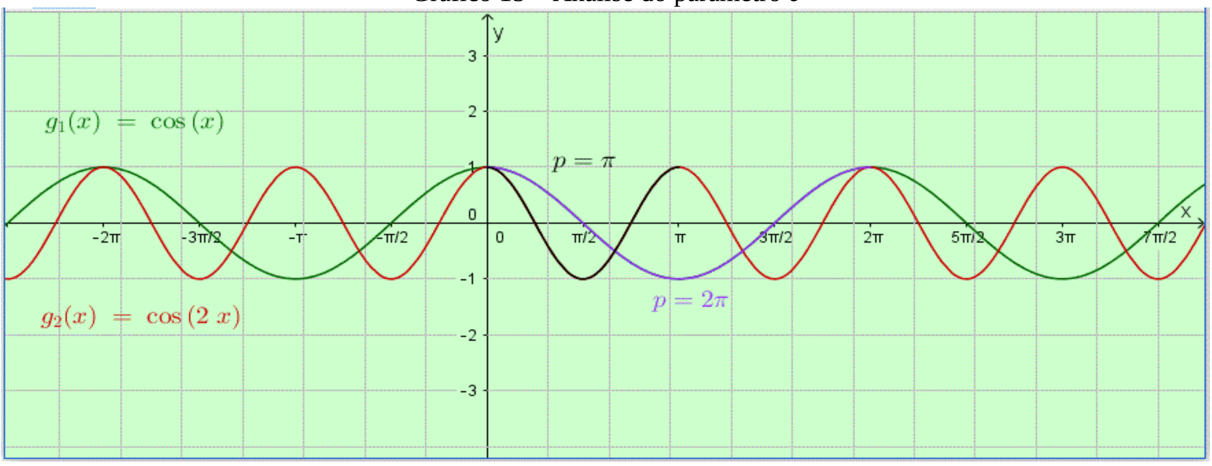
Fonte: Elaboração do autor

Com base no gráfico de g, junto aos pontos que representam o fenômeno, foi questionado quanto ao efeito do ajuste do parâmetro *b*. Como resposta, observaram que a amplitude do gráfico ajustou-se à amplitude dos pontos que representam a oscilação da duração dos dias em Passo Fundo, RS. Além deste, surgiram outros comentários: *o gráfico da* *função cosseno sobe e desce várias vezes, enquanto que os pontos descem e sobem uma única vez; o período da função ainda está diferente; o que é período?*; *período é 2π, ou seja, é uma volta completa na circunferência*. Este último comentário gerou a necessidade de uma intervenção do professor, no sentido de esclarecer que *2π* é o período da função *g(x) = cos x*, esclarecendo, também, o significado de período como o intervalo necessário para uma oscilação completa.

Passou-se, então, à análise do parâmetro *c*, orientando-se que fixassem os valores dos parâmetros *a = 0*, *b = 1*, *d = 0*. Logo vários estudantes se manifestaram, com observações como: *a modificação dos valores de c acelera ou desacelera o movimento de "sobe e desce*"; *quanto maior o valor do parâmetro c, mais curvas aparecem na tela; quanto menor o valor de c, mais estendido fica o gráfico; alterando os valores do c, altera o período; o domínio e a imagem não mudam.*

Para auxiliar na análise do parâmetro c, foram inseridas no mesmo plano, as funções g1 e g2, conforme pode-se observar no Gráfico 15. Os estudantes observaram que: quando *c = 1*, ou seja, se g1*(x) = cos*(*1x*), o período é 2π; quando *c = 2*, ou seja, *g2(x) = cos(2x)*, o período é π.

Gráfico 15 – Análise do parâmetro *c*



Fonte: Elaboração do autor

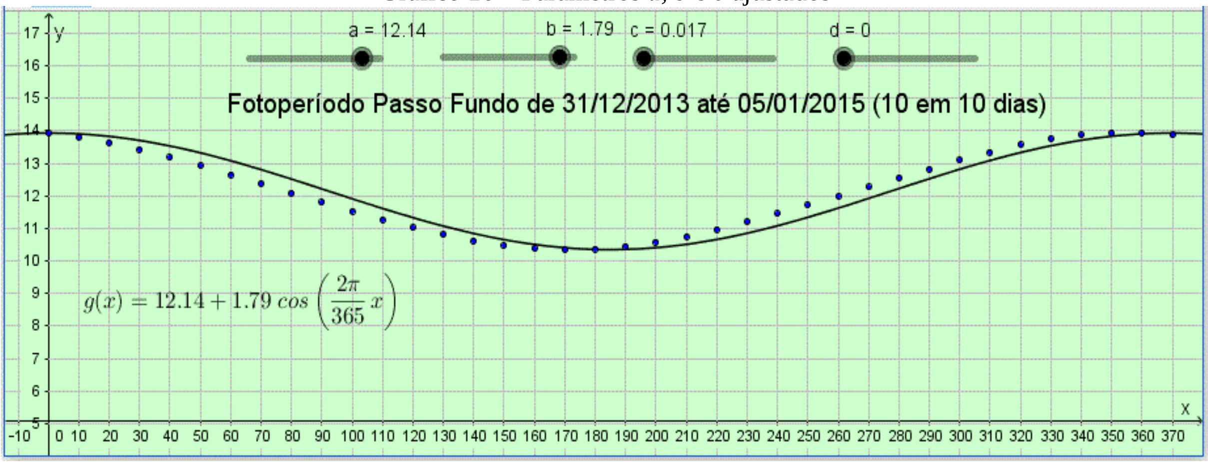
Ao observar as funções g_1 e g_2, logo os estudantes perceberam que, quando o parâmetro "c" aumenta, o período da função diminui e quando o parâmetro "c" diminui, o período da função aumenta.

Neste momento, os questionamentos foram feitos, com a intenção de verificar a possibilidade de se generalizar a determinação do período de uma função da forma $g(x) = a + b.cos(cx + d)$. E uma sugestão recebida foi a de procurar calcular o período da função *f(p)*, dividindo 2π por 365. Para justificar, o estudante argumentou: *se o parâmetro c e o período são inversamente proporcionais, é só dividir* 2π *por 365*. Alguns logo concordaram, porém outros permaneceram sem compreender. A constatação que estava sendo apresentada estava correta. Entretanto, entendeu-se estar faltando argumentos que permitissem a todos, inclusive ao próprio autor da constatação, certificar-se disso.

O pesquisador complementava com comentários que permitissem avançar, mas, ao mesmo tempo, registrava o que, no seu entender, merecia um destaque, quando da sistematização do conhecimento, no final da intervenção.

O Gráfico 16 mostra a função em questão, agora com o parâmetro *c* já determinado.

Gráfico 16 – Parâmetros *a*, *b* e *c* ajustados

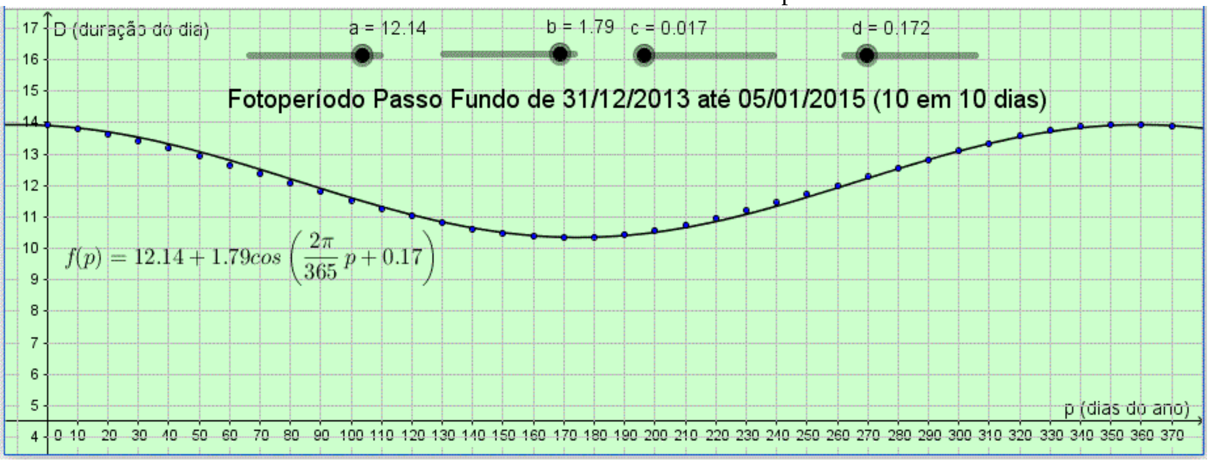


Fonte: Elaboração do autor

Com o gráfico obtido, chega-se a um consenso: foi ajustado o período da função, mas o gráfico ainda precisa ser deslocado um pouco para a esquerda, para ficar sobre os pontos. Compreendem logo estar faltando o ajuste do parâmetro *d*. Neste ponto, alguém questiona a possibilidade de se obter *d* por substituição das coordenadas de um dos pontos da função *f(p)* na função $g(x) = 12{,}14 + 1{,}79\cos\left(\frac{2\pi}{365}x + d\right)$. Ou seja, se o ponto (10, 13.8) pertence à função *f(p)*, então *g(10) = 13,8*. E, assim, para qualquer outro ponto. Todos concordando, realizaram o cálculo do parâmetro *d*, usando pontos aleatórios, dentre os disponíveis no Quadro 7. De fato, como era de se esperar, observou-se pequenas diferenças nos resultados encontrados, devido aos arredondamentos já feitos, quando da determinação dos demais parâmetros. Assim sendo, os resultados obtidos para *d* variaram entre 0,1 e 0,2 e optou-se por tomar $d = 0,17$, gerando a função $g(x) = 12,14 + 1,79cos\left(\frac{2\pi}{365}x + 0,17\right)$, que foi considerada como sendo o modelo matemático do fenômeno do fotoperíodo, em discussão.

Ao inserir o último parâmetro, percebe-se que o gráfico acolhe, praticamente, todos os pontos. Isso significa que o modelo matemático determinado é uma boa aproximação para a oscilação da duração dos dias, na cidade de Passo Fundo, RS, conforme se pode observar no Gráfico 17.

Gráfico 17 – Modelo matemático do fotoperíodo



Fonte: Elaboração do autor

Seguindo as orientações de Bassanezi (2002), partiu-se para a etapa da validação do modelo matemático encontrado. Conforme o autor, esta é a etapa da aceitação ou não do modelo. O grau de aproximação desejado da realidade será o fator preponderante para validação do mesmo. Portanto, retomou-se o fenômeno de interesse, a fim de analisá-lo com base na realidade e na representação matemática obtida.

De acordo com Monsanto (2000), a soja é dividida em grupos de maturação em que cada um.

> [...] se ajusta melhor em determinada faixa de latitude, em função de sua resposta ao fotoperíodo, variando de acordo com a quantidade de horas/luz a que é exposta. Quanto mais perto do Equador, na primavera e verão, a quantidade de horas/luz é menor em relação às regiões mais ao sul. Para a planta de soja, quanto menor a quantidade de luminosidade que ela recebe, mais rapidamente entrará na fase reprodutiva (florescimento), encurtando assim seu ciclo e reduzindo a altura das plantas. (INFORMAÇÕES AGRONÔMICAS Nº 90–JUNHO/2000).

Sabe-se que a soja é uma planta de dia curto, ou seja, floresce com fotoperíodo inferior ao seu fotoperíodo crítico, que neste caso é de treze horas. (BERGAMASCHI, 2004). Daí a importância de conhecer o fotoperíodo, pois, caso contrário, a soja pode florescer antes mesmo de atingir a estatura adequada. Ou seja, precisa-se determinar qual o período do ano em que a soja tem o fotoperíodo menor ou igual ao seu fotoperíodo crítico.

Considerando que *D = f(p)* representa a duração dos dias na cidade de Passo Fundo, RS, reescreve-se o modelo matemático encontrado, em que a duração deveria ser ≤ 13h. Com isso, é possível determinar a melhor época para a semeadura da soja, tendo em vista a melhor produtividade. Caso seja plantada em época inadequada, a floração é antecipada ou retardada, prejudicando a produtividade. Para tanto, do ponto de vista matemático, trata-se de resolver a inequação $f(p) \leq 13$; foi sugerido que um estudante voluntário fosse ao quadro para juntos resolvermos a questão. Com o auxílio da turma, foi possível executar a tarefa.

$$f(p) = 12{,}14 + 1{,}79.\cos\left(\frac{2\pi}{365}p + 0{,}17\right)$$

$$12{,}14 + 1{,}79.\cos\left(\frac{2\pi}{365}p + 0{,}17\right) \leq 13$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{365}p + 0{,}17\right) \leq \frac{13 - 12{,}14}{1{,}79}$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{365}p + 0{,}17\right) \leq 0{,}48$$

$$arc'\cos(0{,}48) = 61{,}31^o \text{ e os seus arcos congruos, ou } 298{,}69^o \text{ e os seus arcos congruos}$$

$$\frac{61{,}31^o.\pi}{180^o} + 2k\pi \leq \frac{2\pi}{365}p + 0{,}17 \leq \frac{298{,}69^o.\pi}{180°} + 2k\pi \text{ com } k \in Z$$

$$\frac{61{,}31^o.\pi}{180^o} - 0{,}17 + 2k\pi \leq \frac{2\pi}{365}p \leq \frac{298{,}69^o.\pi}{180°} - 0{,}17 + 2k\pi$$

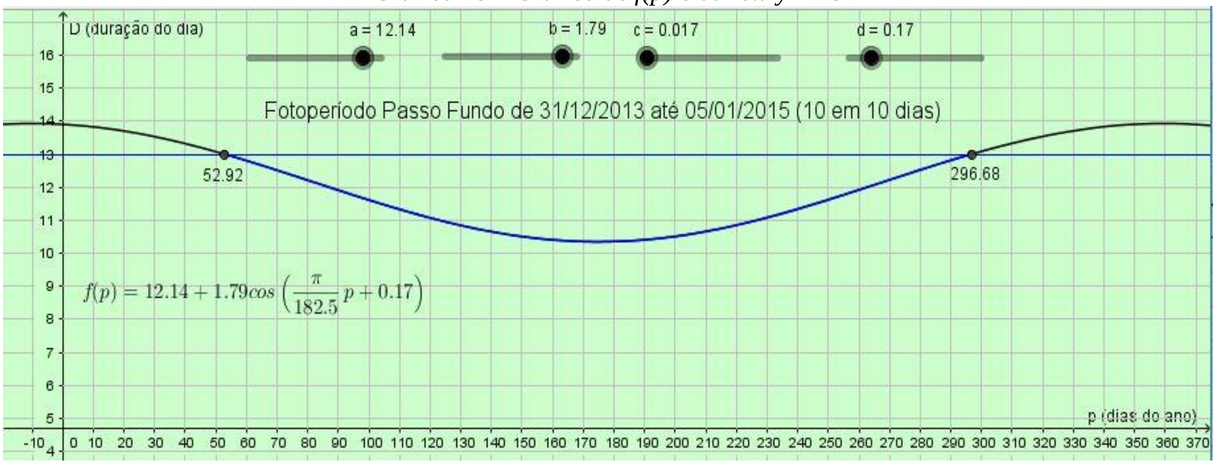
$$\left(\frac{61{,}31^o.\pi}{180^o} - 0{,}17 + 2k\pi\right).\frac{365}{2\pi} \leq p \leq \left(\frac{298{,}69^o.\pi}{180°} - 0{,}17 + 2k\pi\right).\frac{365}{2\pi}$$

$$52{,}16 + 365k \leq p \leq 297{,}65 + 365k \text{ com } k \in Z$$

A partir do quinquagésimo segundo dia do ano, ou seja, do dia 21 de fevereiro de 2014 até o ducentésimo nonagésimo oitavo dia, ou seja, dia 25 de outubro de 2014, o fotoperíodo na cidade de Passo Fundo, RS, foi menor ou igual a 13 horas, com k = 0. Isso significa que, a partir do dia 21, de fevereiro aproximadamente, ocorre a indução à floração dessa soja, pois o fotoperíodo passa a ser menor que 13 horas.

O Gráfico 18 apresenta uma ilustração que permite compreender este resultado, com base em uma reta horizontal, de equação *y = 13*, no gráfico do modelo obtido. Os estudantes puderam perceber que os pontos de intersecção, entre a função e a reta, é muito próximo dos valores obtidos, a partir do modelo matemático construído.

Gráfico 18 – Gráfico de *f(p)* e da reta $y = 13$



Fonte: Elaboração do autor

Através dessa reta, de equação $y = 13$, fica fácil observar quando o fotoperíodo é menor ou igual a 13 horas.

Como forma de sistematizar os conhecimentos construídos, através da construção do modelo matemático, que descreve a oscilação da duração dos dias na cidade de Passo Fundo, RS, finalizou-se com um debate orientado pelas seguintes conclusões: o fotoperíodo, como vimos, é um fenômeno periódico, que se repete a cada 365 dias, o que quer dizer que este é o período do modelo encontrado. Por outro lado, o período da função cosseno, $f(x) = cos(x)$, que é uma função circular, é 2π. Quanto ao domínio da função, foi possível chamar a atenção para o ponto de vista matemático e para o do contexto analisado. Ou seja, do ponto de vista matemático, o domínio da função *f(p)* é o conjunto dos números reais. De outra parte, no contexto analisado, considerou-se conjunto dos números naturais. Sobre crescimento e decrescimento da função, foi sugerido que observassem novamente o Quadro 6, procurando relacionar os períodos do ano dentro dos quatro quadrantes de uma circunferência. Concluiu-se que o primeiro quadrante inicia no solstício de verão, por volta de 21/12, em que os dias são mais longos. A partir daí os dias vão diminuindo até o equinócio de outono em torno de 21/3, em que a duração do dia foi de 12,08h. O segundo quadrante vai do equinócio de outono até o solstício de inverno 19/6, em que segundo a tabela, a duração do dia foi de 10,35h, quando a duração dos dias continua diminuindo. No terceiro quadrante, os dias são mais longos, até o equinócio de primavera, mais ou menos em 17/9, em que a duração do dia foi de 11,98h. Finalmente, no quarto quadrante, os dias continuam mais longos até chegar novamente no solstício de verão 21/12, em que a duração do dia é de 13,93h.

4.3.1 Análise e avaliação da prática

A avaliação deu-se de forma contínua, ou seja, todas as fases da prática pedagógica foram consideradas: desde os debates iniciais sobre o fotoperíodo e sua influência sobre as diversas culturas agrícolas e a criação de animais nas propriedades rurais, até o desenvolvimento do modelo matemático, que serve como referência para tomadas de decisão. Assim, foi considerada a participação ativa nos debates sobre a oscilação da duração dos dias ao longo do ano, na cidade de Passo Fundo, RS, além do envolvimento na construção e validação do modelo matemático.

Além disso, após a validação do modelo matemático construído coletivamente, cada um dos estudantes presentes recebeu um questionário com três questões que são apresentadas e, a seguir, discutidas, com base na categorização das respostas e possíveis conclusões.

A primeira questão tinha por objetivo avaliar a percepção da aprendizagem, por parte dos estudantes, além de conhecer o respectivo parecer a respeito da modelagem matemática, como segue:

Neste trabalho, tivemos a oportunidade de estudar Trigonometria (função cosseno) de forma contextualizada. A partir de um fenômeno periódico, construímos o conhecimento coletivamente, até chegarmos a um modelo matemático que o representa. Você considerou válida a metodologia utilizada? Por quê?

Os comentários dos estudantes, em resposta a esta questão, são listados a seguir:

- ✓ *Sim, porque mostra como chegamos em tal resultado com gráficos. E ficou mais fácil de representarmos. Também porque vimos que podemos usar em qualquer disciplina em sala de aula.*
- ✓ *Sim, pois ela exemplifica o modo como a Trigonometria representa a questão do fotoperíodo.*
- ✓ *Sim, pois podemos ver de forma diferenciada o que é dito e mostrado no quadro, além de ser algo mais interativo.*
- ✓ *Achei, pois retoma muitos conteúdos vistos em disciplinas como Matemática, porém ficou cansativo.*
- ✓ *Sim, pois devemos fazer cálculos com qualquer número usando uma única fórmula.*
- ✓ *Sim, pois facilita o entendimento.*
- ✓ *Sim, pois dessa forma podemos manipular de forma mais prática o conteúdo, tornando-o mais acessível ao entendimento.*
- ✓ *Sim, pois é possível praticar algumas coisas das disciplinas.*

- ✓ *Sim, pois dessa forma temos a oportunidade de entender o funcionamento da função e não somente sua utilização.*
- ✓ *Sim, pois pude perceber o uso da Trigonometria em uma nova disciplina.*
- ✓ *Sim, pois foram usados métodos simples e diretos. Fáceis de serem entendidos.*
- ✓ *Sim, acredito que podemos utilizar este conhecimento em diversas atividades, o que pode facilitar demasiadamente nossa vida, sendo em uma universidade ou profissionalmente.*
- ✓ *Sim, pois com esse método é mais fácil de entender o fotoperíodo.*
- ✓ *Sim, pois é útil.*
- ✓ *Sim, as ferramentas geraram uma maior integração.*
- ✓ *Sim, porque foi legal, um jeito diferente de aprender.*
- ✓ *Sim, porém, por nunca ter usado o Geogebra, foi difícil o desenvolvimento e também por não ter visto função cosseno.*
- ✓ *Sim, pois conseguimos ter um valor mais próximo da realidade.*
- ✓ *Sim, pois ajudou a relacionar a Matemática e as Culturas Anuais.*
- ✓ *Sim, porque fecharam vários resultados sobre os assuntos.*
- ✓ *Sim, pois explica o funcionamento matemático no estabelecimento do fotoperíodo.*
- ✓ *Sim, pois foi possível ver as reais utilizações das funções matemáticas. Além disso, com dados reais chegamos a uma fórmula utilizada para levar o fotoperíodo em conta na plantação de soja e serve para outras culturas.*
- ✓ *Sim, porque o processo nos faz pensar no que vem antes da tabela pronta, como chegaram nesses dados.*

Todas as respostas foram positivas e no Quadro 8 é apresentada uma possível categorização das mesmas, a partir das quais são obtidas algumas conclusões.

Quadro 8 – Avaliação da prática: questão 1 (continua)

Categorias	Expressões utilizadas pelos estudantes
Contextualização	*Como a Trigonometria representa a questão do fotoperíodo; perceber o uso da Trigonometria; utilizar este conhecimento em diversas atividades; relacionar a Matemática e as Culturas Anuais; reais utilizações das funções matemáticas; levar o fotoperíodo em conta na plantação de soja e serve para outras culturas*

(conclusão)

Construção coletiva do conhecimento	*algo mais interativo; uma maior integração*
Interesse e motivação	*ver de forma diferenciada; facilita o entendimento; podemos manipular... mais acessível de entendimento; oportunidade de entender o funcionamento; fáceis de serem entendidos; jeito diferente de aprender; próximo da realidade; o processo nos faz pensar no que vem antes da tabela pronta*

Fonte: Elaboração do autor

Esta categorização das considerações elencadas pelos estudantes é indicativo de que a contextualização no estudo de Trigonometria, com base em fenômenos conhecidos dos estudantes, tem potencial para despertar o interesse e a motivação dos mesmos. O fotoperíodo, visto como um fenômeno que precisa ser considerado, para que a prática do plantio agrícola tenha melhores resultados, foi compreendido pelos estudantes que revelaram interesse, demonstrado nos questionamentos e nas respostas por eles apresentadas. Demonstraram ter-se apropriado da importância desta observação criteriosa, que dá indicativos de em qual época do ano deve ocorrer a semeadura da soja.

A segunda questão visou a obter os pareceres dos estudantes quanto à utilização do *software* Geogebra e sua influência na aprendizagem da função cosseno. Para tanto, perguntou-se: Na sua visão, a utilização das TICs (computadores, *datashow, internet e software* Geogebra) contribuíram para a construção do conhecimento? Comente.

Todos os estudantes responderam positivamente, e os comentários recebidos são apresentados a seguir, para depois serem categorizados e discutidos.

- ✓ *Sim, pois com a prática mostrada pelo professor, podemos aprender claramente o conteúdo.*
- ✓ *Sim, eles auxiliam em uma melhor visão do trabalho.*
- ✓ *De certa forma, sim, pois a aula se torna mais interativa.*
- ✓ *Sim, sempre o uso desses meios contribui para um melhor entendimento.*
- ✓ *Sim, pois a aula se torna muito mais atraente.*
- ✓ *Sim, pois são mais interativas.*
- ✓ *Sim, pois elas auxiliam tanto no entendimento quanto na construção de dados.*
- ✓ *São eficientes.*

- ✓ *Sim, pois através da utilização desses meios, conseguimos entender melhor o funcionamento da função Matemática.*
- ✓ *Sim, porque é um programa que eu não conhecia, foi um aprendizado de forma diferente.*
- ✓ *Sim, pois podemos ver na prática e tirar dúvidas.*
- ✓ *Sim, conhecimento sempre é válido para um estudante.*
- ✓ *Sim, pois sem eles não iríamos conseguir fazer os gráficos exatos.*
- ✓ *Sim, pois são importantes para aprimorar a Matemática.*
- ✓ *Sim. As ferramentas foram muito úteis para o desenvolvimento do trabalho.*
- ✓ *Sim, é uma maneira diferente e interessante de aprender.*
- ✓ *Sim, pois são maneiras práticas para a construção dos desenhos.*
- ✓ *Sim, por conseguirmos ter uma visão melhor do que acontece quando mudamos algo.*
- ✓ *Sim, pois ajudou na visualização dos cálculos e gráficos.*
- ✓ *Sim, pois nos deu uma noção maior de como funciona o programa, e acabou nos dando mais perspectivas sobre o assunto.*
- ✓ *Com certeza, porque dessa forma pude manusear e entender a teoria de forma mais clara.*
- ✓ *Sim, pois é mais fácil realizar as atividades quando é possível ver como fazê-lo.*
- ✓ *Sim, pois torna o processo mais fácil do que apenas manual, e também mais preciso.*

Nestes comentários, entende-se terem sido evidenciados alguns fatores que facilitam o entendimento do estudante, tais como: visualização dos conceitos matemáticos, interatividade, diversificação de práticas pedagógicas, teoria e prática andando juntas. O Quadro 9 apresenta uma possível categorização dos mesmos.

Quadro 9 – Avaliação da prática: questão 2 (continua)

Categorias	Expressões utilizadas pelos estudantes
Visualização	*auxiliam em uma melhor visão; contribuem para um melhor entendimento; entender melhor o funcionamento; ver na prática; ter uma visão melhor do que acontece*

(conclusão)

Motivação	*a aula se torna mais interativa; mais atraente; auxiliam tanto no entendimento quanto na construção; "aprendizado de forma diferente; maneira diferente e interessante de aprender; acabou nos dando mais perspectivas sobre o assunto; pude manusear e entender a teoria de forma mais clara*

Fonte: Elaboração do autor

Os comentários feitos pelos estudantes sobre a contribuição das TICs, na construção do conhecimento, confirmam resultados de outros da pesquisa, no que diz respeito à Modelagem Matemática e à Utilização das TICs. Já citados anteriormente, Borba e Penteado (2001) afirmam que as tecnologias digitais se tornaram importantes aliadas em investigações abertas, como as que são empreendidas em uma abordagem ligada à Modelagem Matemática.

Quanto à motivação, pode-se afirmar que, conforme os comentários acima mencionados, houve uma motivação intrínseca por parte do estudante, pois, após realizarem com êxito a tarefa apresentada, consideraram a aula: interativa, forma diferente e atraente de aprender; tiveram mais perspectivas sobre o assunto e, ao manusear o *software*, a teoria ficou mais clara. Tapia e Monteiro (1990, p.187), assinalam que a meta perseguida pelo sujeito intrinsecamente motivado é "a experiência do sentimento de competência e autodeterminação, sentimento experimentado na própria realização da tarefa, e que não depende de recompensas externas".

Na terceira questão, pretende-se obter uma crítica dos estudantes a respeito do trabalho realizado, procurando saber se compreenderam a estratégia metodológica utilizada, também como uma atividade de pesquisa. Seguem os comentários dos estudantes em resposta à questão 3: A pesquisa em educação visa, sempre, melhores resultados no processo de ensino e aprendizagem. Você diria que a estratégia didática utilizada neste trabalho tem potencial para contribuir para que esses melhores resultados sejam alcançados?

Um estudante não respondeu, treze responderam simplesmente *Sim* e as demais respostas foram:

- ✓ *Sim, pois ela proporciona um bom entendimento da questão.*
- ✓ *Sim, mas deve ser aperfeiçoada.*
- ✓ *Sim, pois toda forma de conhecimento é válida.*
- ✓ *Sem dúvidas, pois, entendendo melhor como a função funciona, temos mais facilidade em usá-la no dia a dia.*

- ✓ *Sim, com tecnologias mais exatas, os resultados são mais garantidos.*
- ✓ *Teria, porém ela é de difícil entendimento em primeiro instante.*
- ✓ *Sim, pois usa mais conhecimentos aos estudantes.*
- ✓ *Sim, porque apresenta um grande desempenho no resultado de aprendizagem, e considero uma boa estratégia para um bom ensino.*
- ✓ *Sim, pois visa um trabalho interdisciplinar que propõe agregar o conhecimento para que a formação seja mais completa.*

De fato, vinte e um estudantes responderam afirmativamente. No Quadro 10, apresenta-se uma possível categorização das respostas recebidas.

Quadro 10 – Avaliação da prática: questão 3

Categorias	Expressões utilizadas pelos estudantes
Motivação	*proporciona um bom entendimento da questão; toda forma de conhecimento é válida; usa mais conhecimentos aos estudantes; apresenta um grande desempenho no resultado de aprendizagem*
Contextualização	*entendendo melhor como a função funciona, temos mais facilidade em usá-la no dia a dia; trabalho interdisciplinar que propõe agregar o conhecimento para que a formação seja mais completa*

Fonte: Elaboração do autor

Ao se manifestarem sobre a viabilidade desta prática pedagógica, os estudantes demonstram ter valorizado o potencial da motivação, da contextualização e da utilização das tecnologias, no processo de ensino e aprendizagem. Como observado, estes comentários concordam com as Orientações Educacionais dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria, na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

Além desta avaliação dos estudantes, destaca-se, a seguir, as considerações apresentadas pela professora da disciplina de Culturas Anuais, tendo em vista que a intervenção pedagógica do fotoperíodo foi desenvolvida como atividade da referida disciplina. Assim sendo a professora responsável, que acompanhou todo o desenvolvimento, também emitiu seu parecer, observando que:

> A interdisciplinaridade constitui-se ferramenta fundamental na conexão entre o entendimento das disciplinas nas suas mais variadas áreas. Sua importância reside

> em abranger temáticas e conteúdos de forma que o aprendizado seja mais inovador, dinâmico e consequentemente mais motivante para o estudante. A associação da matemática às disciplinas de Construções Rurais e Culturas Anuais é essencial para um melhor entendimento e aproveitamento das disciplinas entre si, pois abrangem temas e conteúdos inter-relacionados, permitindo dessa maneira desenvolver a criatividade e o raciocínio lógico. Tal associação permitiu, por parte dos estudantes, um melhor entendimento dos exercícios propostos em aula, os quais se relacionavam com a Matemática, pois com a identificação das funções matemáticas envolvidas nos exercícios propostos nas disciplinas da área técnica, percebeu-se claramente mais facilidade de resolução e entendimento por parte dos estudantes, tornando as aulas mais produtivas.

Como se pode perceber, com base na análise dessas respostas, a contextualização, a interdisciplinaridade e a consideração do contexto do estudante são fatores que podem proporcionar uma aprendizagem significativa.

4.4 PRÁTICAS DE CAMPO – TRIGONOMETRIA EM TRIÂNGULOS

As atividades relatadas a seguir foram desenvolvidas na disciplina de Topografia (uma das disciplinas da área técnica do curso). O professor titular da disciplina concedeu três horas/aulas para que a prática de campo fosse realizada sob a orientação do pesquisador. Antecipadamente, foi solicitado que os estudantes levassem para a aula prática: caderno, lápis, régua, transferidor e calculadora científica. Além destes, outros materiais utilizados, tais como: estacas, linha de *nylon*, pregos, marretas, martelos e trenas, estavam à disposição no Laboratório de Topografia. Todos os estudantes atenderam às solicitações, comparecendo, usando calçados adequados, já que a prática ocorreria em um espaço utilizado para práticas agrícolas, situado ao lado da Cantina de Vinificação do IFRS. Orientou-se também que usassem chapéu, para se protegerem dos raios solares e também passassem repelente, para se protegerem dos mosquitos.

Com a prática de campo, a intenção era verificar a aprendizagem dos conceitos de Trigonometria, já abordados na disciplina de Matemática e, na medida do possível, validá-la como uma atividade com potencial para promover aprendizagem significativa. A mesma consistiu de dois momentos: 1) discussão entre professor e os estudantes, com base na realização de tarefas sobre o tema; 2) resolução, pela turma, dividida em quatro grupos, de quatro situações-problema, conforme descreve-se a seguir.

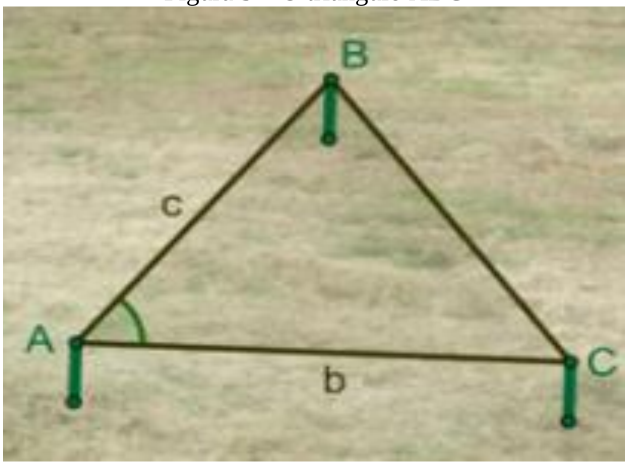
Momento 1

A turma foi disposta em um círculo. Ao centro, com a ajuda de três estudantes voluntários, utilizando uma marreta, foram fixadas ao solo três estacas com um prego no topo de cada uma delas, por onde passou-se o fio de *nylon*, conforme a Figura 2. Ao observar o triângulo formado, ilustrado na Figura 3, foram feitas questões relativas à classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados e dos ângulos.

Figura 2 – Construção do triângulo

Fonte: Elaboração do autor

Figura 3 – O triângulo ABC



Fonte: Elaboração do autor

Conforme as respostas surgiam, cada estudante fazia anotações. Na sequência, com o auxílio de uma trena e de um transferidor, foram orientados a medir dois ângulos e o lado do triângulo adjacente aos mesmos, conforme as Figuras 4 e 5.

Figura 4 – Medição com o transferidor

Fonte: Elaboração do autor

Figura 5 – Medição com a trena

Fonte: Elaboração do autor

De posse dessas medidas, foi questionado se, sem utilizar a trena, seria possível determinar as medidas dos outros dois lados do triângulo. Após alguns olhares e troca de informações, alguém disse: *Basta aplicar a lei dos senos*. Como a resposta estava correta, foi solicitado que, em pequenos grupos, calculassem as medidas dos outros dois lados do triângulo. Para isso deveriam desenhar o triângulo no caderno e poderiam utilizar a calculadora científica. Esgotado o tempo, apenas um grupo conseguiu executar o cálculo com êxito. Sendo assim, este grupo, utilizando um quadro branco e canetões, demonstrou aos demais como fizeram. No final da demonstração, percebeu-se que nem todos lembravam da fórmula da lei dos senos e não lembravam também qual é a soma dos ângulos internos do triângulo, pois, para aplicar esta fórmula, precisavam do valor do terceiro ângulo.

Na sequência, a turma foi desafiada a calcular as medidas dos outros dois lados do triângulo, utilizando apenas razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Para esta tarefa, foram destinados cinco minutos, mas ninguém teve êxito. A fala mais frequente durante a tentativa de resolução foi que o triângulo não era retângulo. Assim sendo, sugeriu-se que estudantes voluntários utilizassem a linha de *nylon*, para traçar a altura do triângulo.

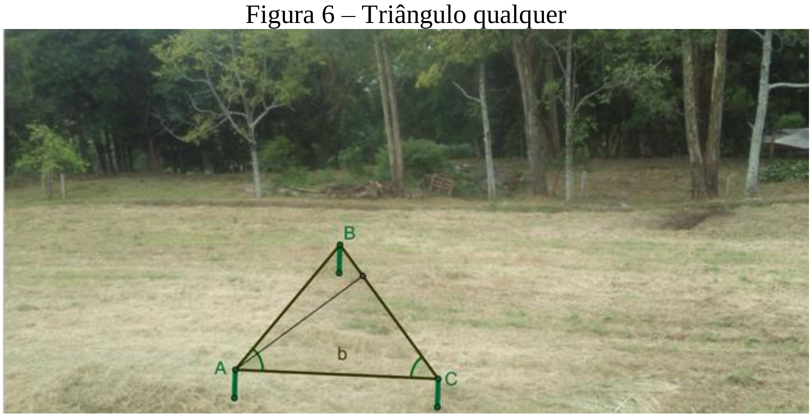
A turma foi questionada sobre o que aconteceu ao traçar a altura do triângulo, e logo alguém respondeu que o triângulo havia sido transformado em dois triângulos retângulos. Trabalhando em equipe, todos conseguem calcular as medidas dos outros dois lados do triângulo, utilizando as razões trigonométricas.

As estacas foram, então, mudadas de lugar, como forma de modificar as medidas dos lados e dos ângulos do triângulo. Para esta nova etapa do trabalho, utilizando o transferidor, mediu-se apenas um ângulo e, com a trena, os dois lados adjacentes ao mesmo. Ao questionar a turma sobre como calcular o terceiro lado do triângulo, alguém sugeriu utilizar a "lei dos cossenos". Como a resposta era adequada, foram destinados cinco minutos para que os grupos calculassem a medida do terceiro lado do triângulo. Neste momento, com maior entrosamento, todos conseguiram efetuar o cálculo com êxito.

Como um dos objetivos da prática era expandir as possibilidades de resolução, considerando os conhecimentos prévios dos estudantes, novamente foi perguntado se era possível chegar ao mesmo resultado usando apenas as razões trigonométricas do triângulo retângulo. Como já haviam traçado a altura do triângulo inicial, transformando-o em dois triângulos retângulos, os grupos, trabalhando conjuntamente, conseguiram concluir de modo adequado.

Uma aluna perguntou como ela poderia aplicar as razões trigonométricas, se o triângulo formado não era retângulo. Então a mesma foi questionada se não havia alguma forma de obter um triângulo retângulo, a partir do triângulo formado. Entretanto, tendo passado o tempo concedido para a execução da tarefa, ninguém havia tido êxito. Portanto, novamente com o auxílio de estudantes voluntários, utilizando a linha de *nylon*, traçou-se a altura do triângulo, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Triângulo qualquer



Fonte: Elaboração do autor

Outra vez, com a turma disposta em círculo, foi orientado que observassem o que aconteceu ao traçar a altura do triângulo. Sem muita demora, alguém comentou que o triângulo havia sido transformado em dois triângulos retângulos. Aproveitando este momento, foi lembrado que qualquer triângulo se transforma em dois triângulos retângulos, quando se traça a sua altura.

Com isto posto, todos puderam calcular as medidas que faltavam, dos dois lados do triângulo, utilizando apenas as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Para tanto, houve empenho e auxílio mútuo.

Momento 2

A turma, agora dividida em quatro grupos, recebeu quatro situações-problema para resolver. Cada uma delas foi pensada de forma contextualizada com a realidade dos estudantes do curso Técnico em Agropecuária. Inclusive o ambiente escolhido contribuiu para que se sentissem em um contexto familiar.

Grupo 1 – Videira: Em uma área localizada ao lado da Cantina de Vinificação do Campus Bento Gonçalves, do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia, deverão ser cultivadas algumas espécies de uvas viníferas. Assim, a situação-problema proposta ao grupo, visando à aplicação de conceitos da Trigonometria, consistiu na determinação da quantidade de arame necessária para dar sustentação aos ramos de uma videira, entre dois postes, localizados nos pontos B e C, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Segmento que liga os dois postes

Fonte: Elaboração do autor

Os ramos da videira serão sustentados por quatro fios de arame, cada um deles com o comprimento igual à distância entre os pontos B e C, onde estão localizados os postes. Paralelamente a cada um deles, em outros três de cada lado serão fixadas as extremidades dos demais fios. A situação-problema foi, então, proposta nos seguintes termos: dados os comprimentos dos lados *b* e *c*, além da medida do ângulo α, descrever uma possibilidade de determinar a quantidade de arame, com base no triângulo ABC, sendo o vértice A um ponto escolhido aleatoriamente, conforme a Figura 8.

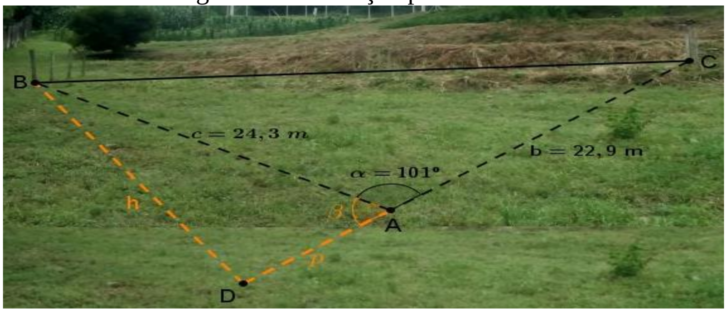
Figura 8 – Cálculo do comprimento do arame

Fonte: Elaboração do autor

Resolução: O grupo traçou o prolongamento *p* do lado *b* e a altura *h* do triângulo, em relação ao vértice B; conforme demonstraram perceber, ao traçar a altura *h* do triângulo qualquer ABC, formaram-se dois triângulos retângulos; BAD e BCD, ambos retângulos em D. Este fato permitiu a utilização das razões trigonométricas no triângulo retângulo. Outra constatação feita pelos estudantes foi que o ângulo suplementar a α é o ângulo referente ao vértice A do triângulo BAD. De posse do ângulo relativo ao vértice A do triângulo BAD (180^o-α) e da hipotenusa *c*, calcularam o prolongamento *p* (cateto adjacente) e a altura *h* (cateto oposto), conforme mostra a Figura 9.

Com tais medidas, concluíram que os lados do triângulo retângulo BCD são respectivamente: altura *h*, base (*b* + *p*) e o comprimento *a*, do arame, que queriam determinar. Decidiram, então, utilizar o Teorema de Pitágoras, o que lhes permitiu calcular a quantidade total de arame, multiplicando o valor de *a* por 4.

Figura 9 – Resolução para a videira



Fonte: Elaboração do autor

Seguem alguns cálculos realizados que permitiram ao grupo 1 concluir que serão necessários $36{,}43 \times 4 = 145{,}72\ m$ de arame para apoiar os galhos da videira.

$\beta = 180^o - 101^o = 79^o$

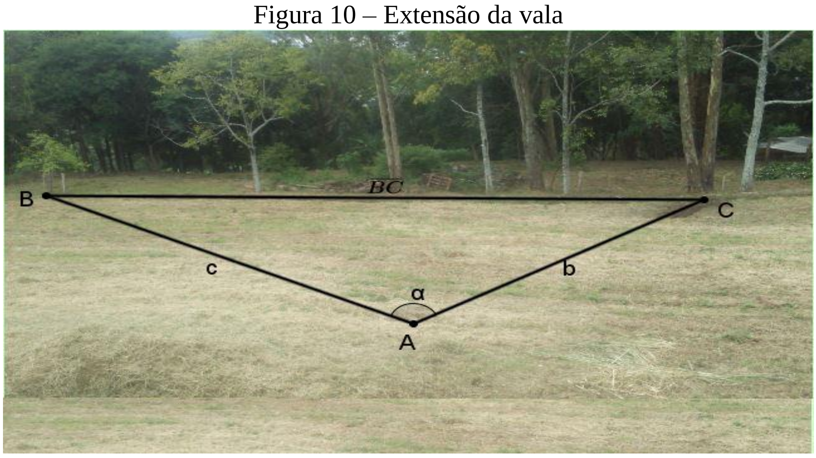
Prolongamento p *Altura h* *Teorema de Pitágoras*

$\cos(79^o) = \dfrac{p}{24{,}3}$ $\quad$ $sen(79^o) = \dfrac{h}{24{,}3}$ $\quad$ $a^2 = (b+p)^2 + h^2$ $\quad$ $a^2 = 1327{,}27$

$p = 4{,}64m$ $\quad$ $h = 23{,}85m$ $\quad$ $a^2 = (22{,}9 + 4{,}64)^2 + 23{,}85^2$ $\quad$ $a = 36{,}43m$

Grupo 2 – **Drenagem**: A situação-problema proposta ao grupo 2 consistiu em determinar a extensão de uma vala (segmento BC, conforme Figura 10), em local não muito distante do grupo 1. A referida vala foi aberta com a finalidade de drenar uma área utilizada para o plantio de milho. Para executar esta tarefa, sugeriu-se que fixassem três estacas no chão, sendo que duas delas marcam o segmento BC e a terceira, fixada em um ponto escolhido aleatoriamente (ponto A), não alinhado a esse segmento, formando um triângulo qualquer.

Figura 10 – Extensão da vala



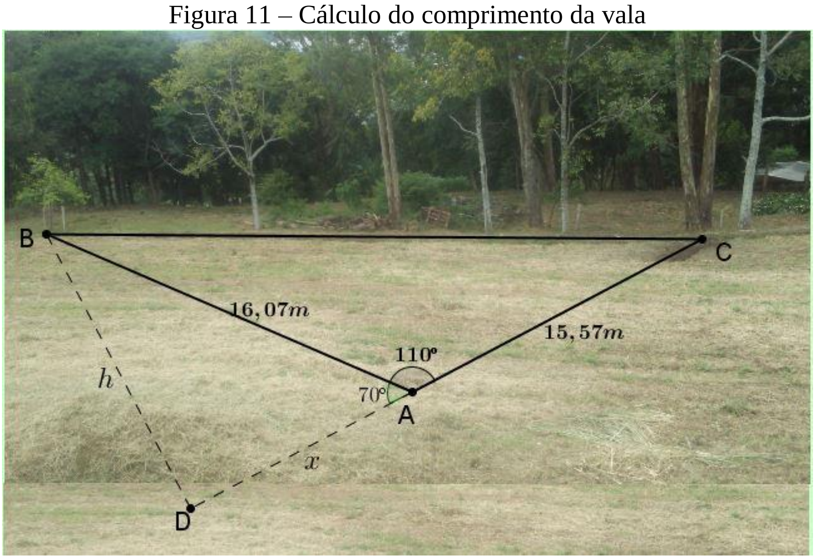
Fonte: Elaboração do autor

Resolução: Utilizando o mesmo método adotado pelo grupo 1, o grupo 2 traçou a altura do Triângulo ABC em relação ao vértice B. Ao traçar a altura *h* do triângulo ABC, em relação ao vértice B, o transformaram em dois triângulos: ABD e CBD, ambos retângulos em D. Outra observação feita pelos estudantes foi que o segmento DC (lado b’) é igual à soma dos segmentos: x (segmento AD) e y (segmento AC). Sendo o lado b uma medida conhecida, concluíram que b’= b + x.

Conforme orientados, os estudantes mediram o ângulo α e os lados *b* e *c* utilizando um transferidor e uma trena. Com tais medidas, perceberam que havia condições de determinar a altura *h* (cateto oposto ao ângulo α) e o segmento *x* (cateto adjacente ao ângulo α), utilizando as razões trigonométricas no triângulo retângulo ABC.

Após a determinação das medidas da altura *h* do triângulo ABC, e do segmento *x*, foi possível determinar o comprimento da vala aberta para a drenagem, pois como já haviam demonstrado perceber, o segmento *y* representa a diferença entre o lado *b’* e o segmento *x*. Desse modo, de posse das medidas dos dois lados do triângulo retângulo, determinaram o comprimento da vala, aplicando o Teorema de Pitágoras. A Figura 11 ilustra o triângulo formado com as medidas obtidas, a fim de calcular o comprimento da vala.

Figura 11 – Cálculo do comprimento da vala



Fonte: Elaboração do autor

Seguem alguns dos cálculos realizados pelo grupo 2, a fim de concluírem que a vala teria 25,89 m de comprimento.

$$cos\left(70^o\right) = \frac{x}{16,07} \qquad sen\left(70^o\right) = \frac{h}{16,07}$$

$$0,34 = \frac{x}{16,07} \qquad 0,94 = \frac{h}{16,07}$$

$$x = 5,46 \qquad h = 15,10$$

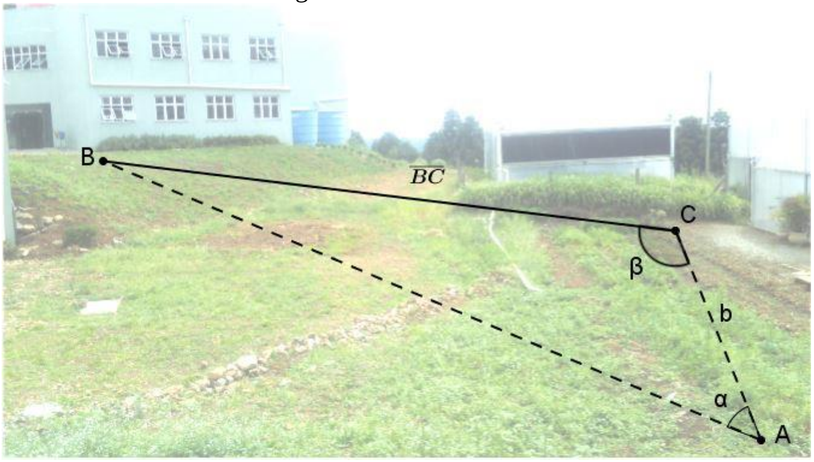
$$b' = b + x$$
$$b' = 15,57 + 5,46$$
$$b' = 21,03$$

$$a^2 = \left(b'\right)^2 + h^2$$
$$a^2 = 21,03^2 + 15,1^2$$
$$a = \sqrt{670}$$
$$a = 25,89m$$

Percebeu-se que o grupo teve um ótimo desempenho na realização da tarefa proposta, pois houve um bom domínio sobre o mesmo.

Grupo 3 – Área coberta: Para a construção de uma área coberta, que propicie maior conforto, em dias de chuva, para o deslocamento desde a Biblioteca até as estufas, foi solicitado o cálculo da medida do comprimento desta construção. Para realizá-lo, o grupo 3, assim como os demais, também foi orientado a utilizar os conhecimentos de Trigonometria. Conforme a Figura 12, eles utilizaram três estacas fixas ao chão, com um prego no topo de cada uma delas, por onde passa um fio de *nylon*. Para determinar o comprimento da construção (lado BC), determinaram, então, os ângulos relativos aos vértices A e C, com o auxílio de um transferidor, e com uma trena mediram o lado *b*.

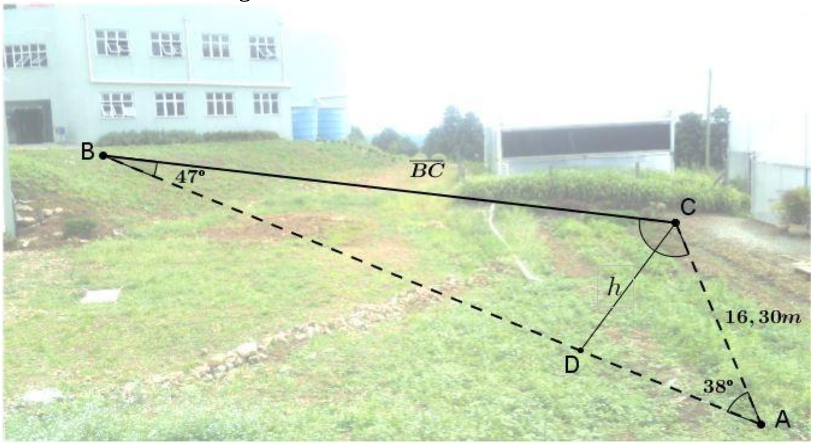
Figura 12 – Área coberta



Fonte: Elaboração do autor

Resolução: Após medirem o segmento *b* e os ângulos $\hat{A}\, e\, \hat{C}$, conforme orientação recebida, traçaram a altura do triângulo relativa ao lado AB, conforme ilustra a Figura 13.

Figura 13 – Cálculo da área coberta



Fonte: Elaboração do autor

Procederam, então, aos cálculos que julgaram necessários, determinando o comprimento da área coberta, como sendo de 13,72m. Seguem alguns dos cálculos que apresentaram:

$$sen\,(\hat{A}) = \frac{h}{b} \qquad sen\,(\hat{B}) = \frac{h}{BC}$$

$$sen\,(38^{o}\,) = \frac{h}{16{,}30} \qquad sen(47^{o}\,) = \frac{10{,}04}{BC}$$

$$h = 10{,}04 \qquad BC = 13{,}72\ m$$

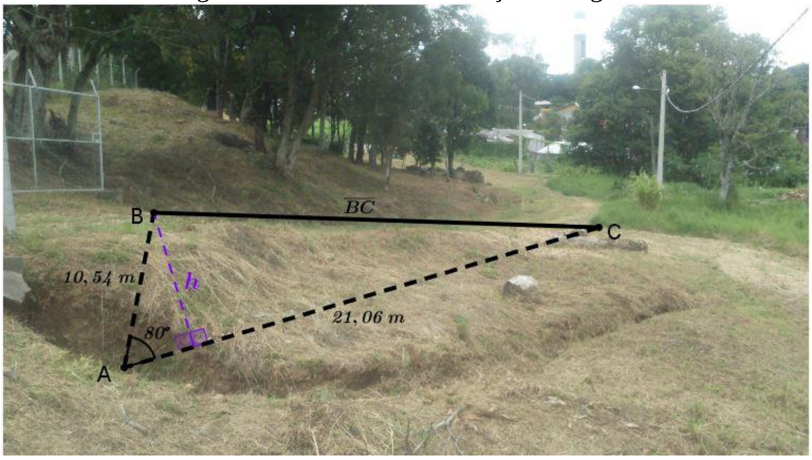
Grupo 4 – Tubulação de esgoto: Há algum tempo percebeu-se que uma tubulação de esgoto corre a céu aberto, num local próximo a uma área agrícola e que, em dias de chuva, causa alguns problemas para quem passa por ali com equipamentos agrícolas ou mesmo a pé. A situação-problema, então, consiste em calcular a metragem faltante (segmento BC) para que, ao solicitarem a compra dessa tubulação, já o fizessem com dados reais. Para efetuar esta medida, os mesmos deveriam utilizar apenas conhecimentos de Trigonometria, além de três estacas com um prego no topo de cada uma, por onde deve passar um fio de *nylon*. Com isso, deveriam determinar o ângulo relativo ao vértice A, do triângulo construído e, com uma trena, medir os lados *b* e *c*, conforme ilustra a Figura 14.

Figura 14 – Tubulação de esgoto

Fonte: Elaboração do autor

Resolução: Após medirem os lados *b* e *c*, e o ângulo $\hat{A}$ do triângulo formado, conforme orientação recebida, os integrantes do grupo 4 traçaram a altura do mesmo, conforme ilustra a Figura 15.

Figura 15 – Cálculo da tubulação de esgoto



Fonte: Elaboração do autor

Procederam à medição, realizando os cálculos apresentados a seguir:

$$\frac{sen(90^o)}{10{,}54} = \frac{sen(80)}{x} \qquad 21{,}06 - 1{,}88 = 19{,}18$$

$$x = 10{,}37 \qquad a^2 = 10{,}37^2 + 19{,}18^2$$

$$10{,}54^2 = 10{,}37^2 + c^2 \qquad a = 21{,}8m$$

$$c = 1{,}88m$$

De fato, o procedimento que utilizaram transforma o triângulo inicial em dois triângulos retângulos. Como, em um dos dois triângulos formados, eram conhecidos: um dos lados e também dois ângulos (o ângulo dado pelo problema e um ângulo reto), usaram a lei dos senos para calcular a altura do triângulo inicial. A medida do terceiro lado desse mesmo triângulo (adjacente ao ângulo α), foi calculada aplicando o Teorema de Pitágoras. O segundo triângulo formado tem dois lados já conhecidos, quais sejam: o lado *b* do triângulo inicial menos o cateto adjacente ao ângulo do primeiro triângulo e a altura. Utilizaram novamente o Teorema de Pitágoras e, assim, calcularam a metragem da tubulação de esgoto (segmento).

Cumpre destacar que os quatro grupos realizaram todas as atividades solicitadas, resolvendo as situações-problema apresentadas, comentando-as e descrevendo suas propostas de resolução ao pesquisador, no final do encontro. Nesse dia, não houve a socialização das mesmas, mas, sim, dos conceitos abordados, visto que todas as situações-problema requereram os mesmos conceitos de Trigonometria.

Ao final da aula, foi feita uma avaliação somativa, descrita na próxima seção, com a finalidade de verificar a ocorrência, ou não, de aprendizagem significativa.

4.4.1 Análise e avaliação da intervenção pedagógica

O planejamento para esta avaliação somativa foi previamente organizado, em duas etapas, de forma que, numa primeira etapa, a turma pudesse recordar a prática de campo realizada, lembrando que cada um dos quatro grupos resolveu uma situação-problema distinta. Ou seja, cada grupo desconhecia três das situações-problema discutidas com os demais. Portanto, a intencionalidade dessa socialização seria a de que cada um dos grupos compartilhasse com todos os demais a situação-problema que resolveu.

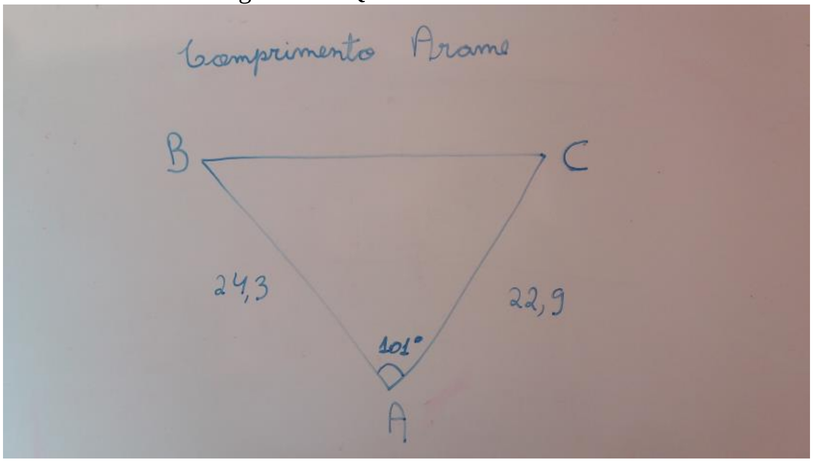
E, na segunda etapa, todos resolveriam questões individualmente. Segue a descrição da etapa 1.

Primeira etapa da avaliação somativa

Antecipadamente ao encontro presencial para a realização da avaliação somativa, foi enviado um *e-mail* para todos os estudantes, solicitando que acessassem e navegassem no *site*, verificando a situação-problema analisada, bem como as demais já constantes no *site*. Com o *site* que é o produto desta dissertação, já em desenvolvimento, as referidas situações-problema já estavam disponíveis. Desse modo, no dia do encontro, logo foram questionados sobre o *site*. Entretanto, demonstraram não ter acessado e logo passaram a acessá-lo em seus *smartphones*. Sendo assim, por meio de uma navegação breve, o mesmo foi acessado no *datashow*, apenas com a intenção de dar início à discussão que se pretendia.

Foi relembrado quem eram os integrantes da cada um dos quatro grupos e qual foi a situação-problema que cada um resolveu. No entanto, para uma melhor socialização do trabalho realizado, solicitou-se que dois representantes de cada um dos quatro grupos falassem aos colegas sobre a situação-problema resolvida. De fato, nenhum dos estudantes lembrava das medidas com as quais trabalharam, mas estas foram sendo fornecidas pelo pesquisador, que acompanhou as explanações, enquanto ilustravam, com desenhos, no quadro, conforme as Figuras 16, 17, 18 e 19, respectivamente, referindo-se às situações-problema: videira, drenagem, área coberta e tubulação de esgoto.

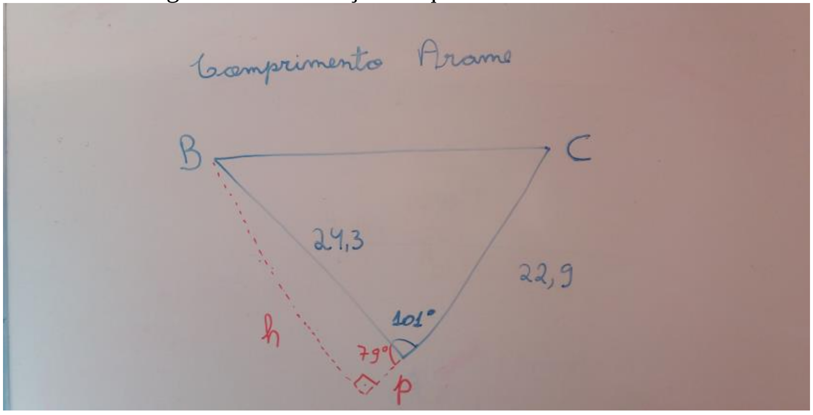
Figura 16 – Questão sobre a videira



Fonte: Elaboração do autor – Grupo 1

Os integrantes do grupo 1, que resolveu a situação-problema da videira, não lembravam como haviam calculado a quantidade total de arame; então, alguém da turma sugeriu a aplicação da lei dos cossenos. Enquanto desenhavam no quadro, perguntou-se para a turma quem lembrava da fórmula da lei dos cossenos, tendo concluído que poucos lembravam. De qualquer forma, recebendo a ajuda necessária, finalizaram o cálculo com êxito. Aproveitando o envolvimento de todos, questionou-se se havia outra forma para determinar a quantidade de arame para a videira. Alguém sugere traçar a altura do triângulo, e um dos dois voluntários do grupo 1 traçou a altura em relação ao vértice A, afirmando que a altura é perpendicular ao segmento BC e dividiu o ângulo referente ao vértice A ao meio. Porém, seu colega discorda e todos são incentivados a opinar. Logo, ele mesmo mostrou por que a altura do triângulo não divide ao meio o ângulo relativo ao vértice A. Justificou que os segmentos AB e AC não são iguais. Então alguém sugere traçar a altura do triângulo em relação ao vértice B, observando que, para tanto, era necessário traçar o prolongamento do segmento AC. A Figura 17 mostra o desenho que apresentaram.

Figura 17 – Resolução da questão sobre a videira

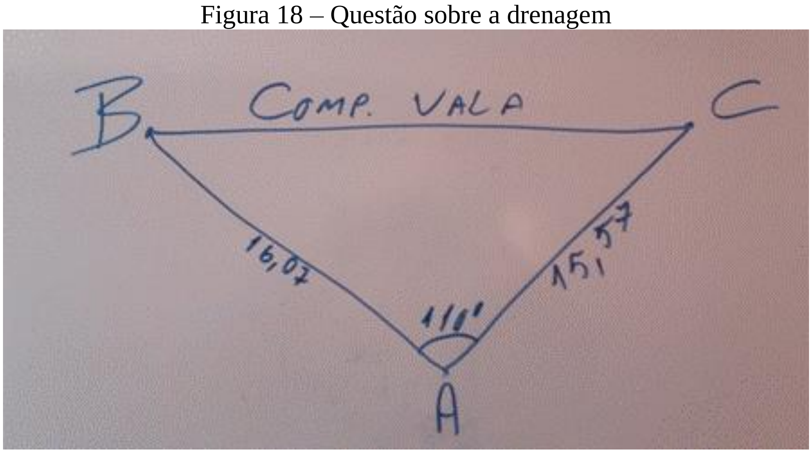


Fonte: Elaboração do autor – Grupo 1

Percebendo que o triângulo ABC foi transformado em dois triângulos retângulos (ABD e CBD), ambos retângulos em D, determinaram o ângulo suplementar ao ângulo relativo ao vértice A e, sendo assim, usando a lei dos senos, determinaram a altura *h* do triângulo ABC e o prolongamento *p* do segmento AC. Ao determinar a altura e o prolongamento, foi possível determinar o comprimento do arame da videira (hipotenusa do triângulo CBD), aplicando o Teorema de Pitágoras.

O Grupo 2 apresentou a resolução do comprimento da vala para drenagem. Novamente foi solicitada a presença de dois representantes do grupo, para falarem aos colegas sobre a situação-problema. Os mesmos, que também não lembravam das medidas com as quais trabalharam, representaram o triângulo e receberam do pesquisador as medidas necessárias, como ilustra a Figura 18.

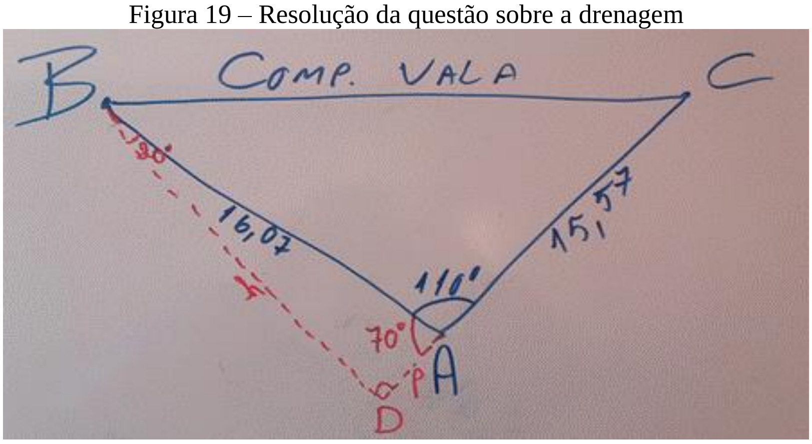
Figura 18 – Questão sobre a drenagem



Fonte: Elaboração do autor – Grupo 2

De forma semelhante ao Grupo 1, apenas com as medidas diferentes, realizaram os procedimentos que consideraram necessários para o cálculo do comprimento da vala, como ilustra a Figura 19.

Figura 19 – Resolução da questão sobre a drenagem

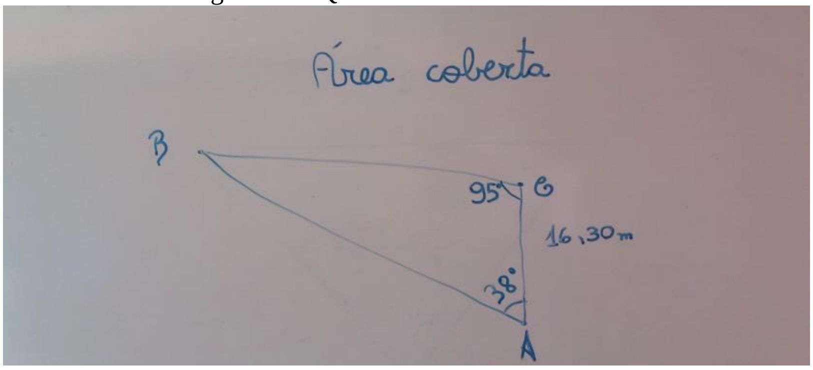


Fonte: Elaboração do autor – Grupo 2

Visualizaram o ângulo suplementar e a soma dos ângulos internos do triângulo menor ABD. Utilizaram a lei dos senos, para determinar a altura do triângulo ABC, em relação ao vértice B, e o prolongamento do segmento AC. Após, visualizando o triângulo retângulo maior CBD, através do Teorema de Pitágoras, determinaram o comprimento da vala.

O Grupo 3 compartilhou com a turma a resolução da situação-problema sobre o comprimento da área coberta. Esta era uma situação diferente das anteriores, pois eram conhecidos os valores de dois ângulos e de um lado, como ilustra a Figura 20.

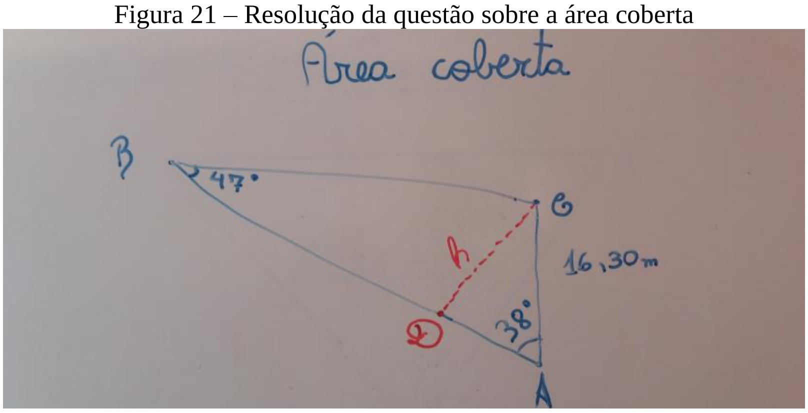
Figura 20 – Questão sobre a área coberta



Fonte: Elaboração do autor – Grupo 3

Ao questionar a turma, alguém sugere a lei dos senos. Para tanto, precisava-se conhecer o terceiro ângulo e perguntou-se para a turma como poderiam determiná-lo. Alguém lembrou da propriedade da soma dos ângulos internos do triângulo. Dessa maneira, os estudantes voluntários conseguiram calcular a medida da área coberta, utilizando a lei dos senos. Porém, como a intenção era ampliar as possibilidades de resolução, foi perguntado se alguém sugeria outra maneira de efetuar a mesma medição. Como ninguém se manifestou, sugeriu-se que traçassem a altura em relação ao vértice C, o que prontamente compreenderam, apresentando a Figura 21.

Figura 21 – Resolução da questão sobre a área coberta

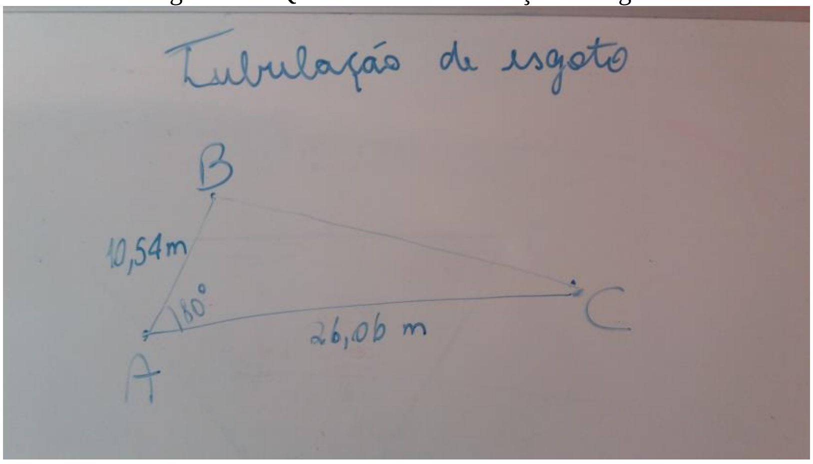


Fonte: Elaboração do autor – Grupo 3

Assim, calcularam a altura do triângulo ABC e após determinaram o comprimento da área coberta.

O Grupo 4 apresentou a situação-problema da medição de uma tubulação de esgoto. Apresentou-se aos estudantes voluntários as medidas com as quais haviam trabalhado na prática de campo, o que lhes permitiu apresentar a Figura 22.

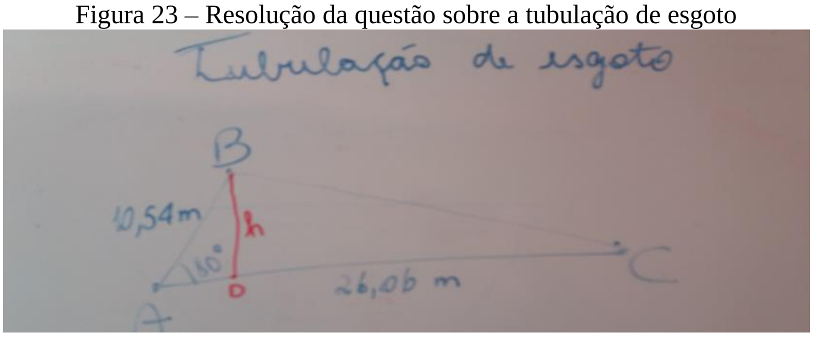
Figura 22 – Questão sobre a tubulação de esgoto



Fonte: Elaboração do autor – Grupo 4

Foram direto à fórmula da lei dos cossenos e, com a colaboração da turma, chegaram ao resultado desejado. Porém, para expandir as possibilidades, novamente a turma foi chamada para sugerir outras possibilidades de resolução. Logo, alguém sugere que se trace a altura em relação ao vértice B. Conforme se percebe na Figura 23, o estudante voluntário rapidamente determinou os três ângulos internos do triângulo retângulo ABD, ciente de que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180°. Usando a lei dos senos, eles determinam a altura do triângulo ABC, em relação ao vértice B, e o segmento AD. Ao visualizarem o triângulo CBD, percebem que são conhecidos os segmentos DB e DC, para calcular o segmento BC que é o comprimento da tubulação de esgoto, e aplicaram o Teorema de Pitágoras.

Figura 23 – Resolução da questão sobre a tubulação de esgoto



Fonte: Elaboração do autor – Grupo 4

Naquele instante, foi pedido que um dos voluntários explicasse passo a passo a resolução da situação-problema, a que todos acompanharam atentamente.

Após isso, foi distribuída uma avaliação que deveria ser resolvida de forma individual. (Apêndice E).

Segunda etapa da avaliação somativa

A avaliação somativa e individual, que se passa a descrever foi composta pelas mesmas situações-problema resolvidas na prática de campo, onde cada um dos quatro grupos resolveu uma delas, comentando com os colegas, naquele encontro. De fato, os organizadores prévios foram diversificados, o que, de acordo com Moreira (2011), é uma das condições para que um maior número de estudantes possa, de fato, relacionar os novos conhecimentos com os conhecimentos prévios. Naquela etapa, tinha-se o intuito de avaliar a compreensão dos conceitos de Trigonometria abordados, ou seja, se o processo promoveu a reconciliação integrativa entre os conhecimentos prévios e os novos conhecimentos. Como os estudantes já haviam estudado o Teorema de Pitágoras e as razões trigonométricas no triângulo retângulo, os organizadores prévios foram planejados para auxiliá-los a diagnosticar as relações entre o que já haviam estudado e as medições de distâncias. Para isso, durante a prática de campo, foram construídos triângulos quaisquer, utilizando estacas fixas ao solo; promoveu-se debates sobre a definição de altura e classificação de triângulos, bem como sobre tipos de ângulos, lei dos senos e lei dos cossenos. Dessa forma foi possível explorar relações entre conceitos, prestando atenção em aspectos similares e/ou diferenças que permitam reconciliar inconsistências reais ou aparentes.

Quando todos terminaram e entregaram a avaliação, promoveu-se uma atividade integradora, que consistiu em um breve debate sobre a aplicação dos conhecimentos de Trigonometria, na propriedade rural. Pediu-se para levantar a mão quem tinha uma ligação direta com a propriedade rural, com os pais trabalhando na agricultura, o que foi confirmado por muitos. A seguir, perguntou-se quem tinha um teodolito em casa. A resposta foi unânime: ninguém tinha. Outra questão levantada foi quanto ao preço de mercado de um teodolito, ao que me responderam que seria em torno de R$ 30.000,00. Todos concordaram que, nas pequenas propriedades rurais, as medições são feitas à mão. Sendo assim, finalizou-se o debate concordando que é necessário que o técnico em Agropecuária se aproprie dos conceitos de Trigonometria, para prestar uma assessoria, ou mesmo aplicar em sua propriedade rural. Isso vai evitar gastos desnecessários, além de conferir segurança ao profissional desse ramo.

4.4.2 Análise da intervenção pedagógica

Todos tiveram êxito na resolução das situações-problema propostas na prática de campo. Isso é um indicativo de que as mesmas têm potencial para promover aprendizagem significativa.

A avaliação foi contínua. Todas as fases da prática foram consideradas para esta etapa. Foram avaliados: o trabalho em equipe, o envolvimento com as tarefas propostas, a participação ativa nos debates que iam surgindo. O manuseio de ferramentas de apoio, tais como: martelos, pregos, fios de *nylon*, trenas, transferidores e calculadoras científicas, facilitou o interesse e envolvimento nas tarefas apresentadas e a elaboração de todos os cálculos.

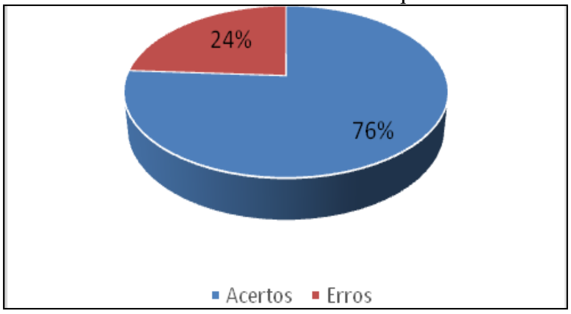
Quando questionados a respeito da metodologia utilizada na prática realizada, apresentaram comentários como: *assim não ficamos tão dependentes de fórmulas prontas*, dentre outros. Disseram também que, através da metodologia utilizada, conseguiram visualizar diferentes formas de resolver as situações-problema apresentadas.

A análise considerou quatro aspectos. Primeiro, os acertos e erros em cada uma das questões. Segundo, qual foi o método utilizado para resolver. Terceiro, quais foram os erros mais recorrentes e, finalmente, identificar se houve e quais foram os indícios de aprendizagem significativa.

Questão 1) Área coberta

A primeira questão analisada foi a determinação do comprimento de uma área coberta. Pode-se afirmar que foi notório o bom aproveitamento dos 25 estudantes participantes. Conforme está expresso no Gráfico 19, pode-se afirmar que 76% acertaram esta questão.

Gráfico 19 – Acertos e erros: questão 1

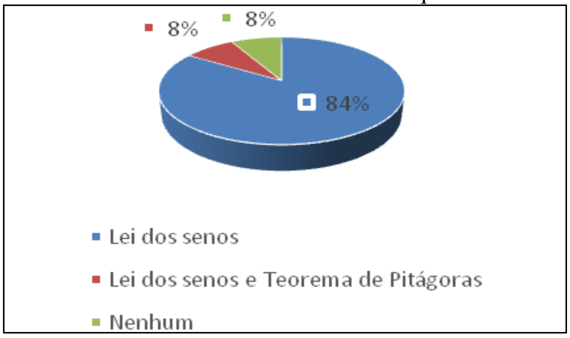


Fonte: Elaboração do autor

No Gráfico 20, apresenta-se os métodos utilizados pelos estudantes que, em sua maioria (84%), aplicaram a lei dos senos, enquanto 8% deles aplicaram o Teorema de

Pitágoras. Percebe-se aqui que os organizadores prévios utilizados foram potencialmente significativos, pois, no início da prática de campo, muitos estudantes apresentavam dificuldades relacionadas com propriedades dos triângulos, tais como: soma dos ângulos internos, altura de um triângulo qualquer ou ângulos suplementares. De outra parte, uma constatação que pode ser feita é que a maior opção pela lei dos senos pode ser interpretada como evidência de que a utilização de fórmulas prontas prevalece, sempre que as mesmas são compreendidas ou memorizadas. Neste caso, acredita-se ter havido compreensão, pelo fato de terem sido aplicadas em situações distintas.

Gráfico 20 – Métodos utilizados: questão 1

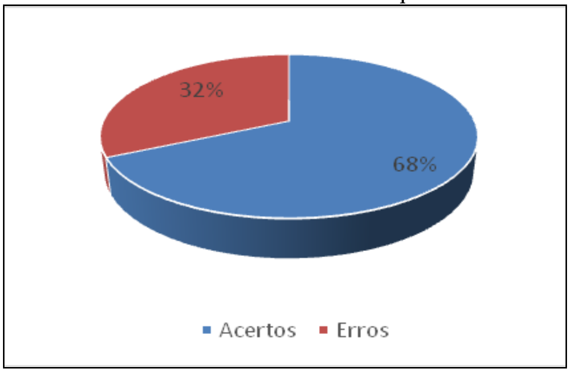


Fonte: Elaboração do autor

Questão 2) Drenagem

A segunda questão solicitava a determinação do comprimento de uma vala para drenagem. Conforme ilustra o Gráfico 21, 68% da turma teve êxito ao resolvê-la.

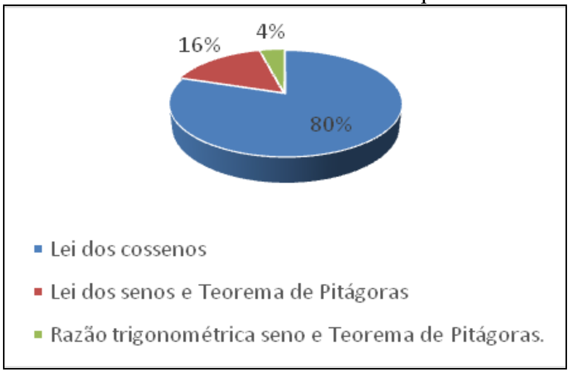
Gráfico 21 – Acertos e erros: questão 2



Fonte: Elaboração do autor

Ao analisar os métodos utilizados para determinar o comprimento dessa vala de drenagem, percebe-se que muitos aplicaram a lei dos cossenos, alguns aplicaram a lei dos senos e um estudante utilizou a razão trigonométrica seno e o Teorema de Pitágoras. Esta variação nos métodos de resolução confirma que se alcançou um dos objetivos desta prática, que era o de ampliar as possibilidades de resolução nas práticas de medições, utilizando conceitos de Trigonometria. O Gráfico 22 ilustra o percentual de estudantes que utilizou cada um dos métodos.

Gráfico 22 – Métodos utilizados: questão 2

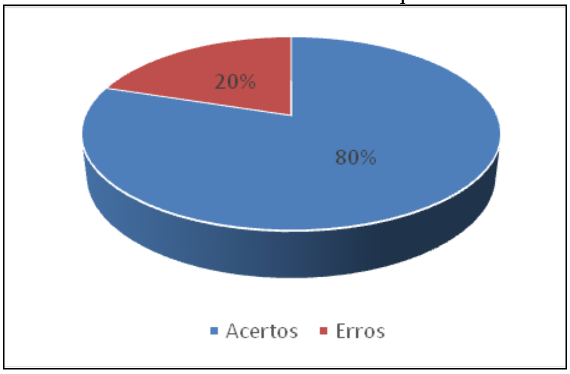


Fonte: Elaboração do autor

Questão 3) Tubulação de esgoto

Na terceira questão, foi solicitado que determinassem o comprimento de uma tubulação de esgoto. Ao observar o Gráfico 23, concluiu-se que esta foi a questão que mais teve acertos. Apenas 20% dos estudantes não conseguiram determinar o comprimento correto.

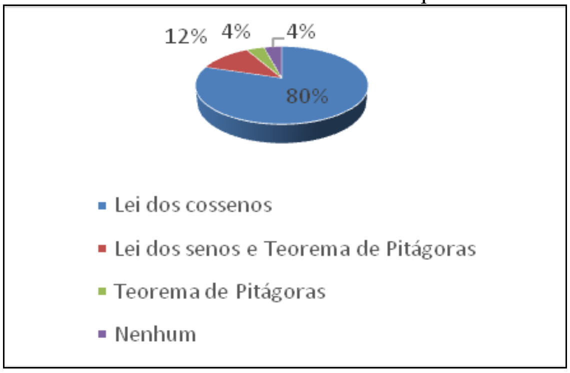
Gráfico 23 – Acertos e erros: questão 3



Fonte: Elaboração do autor

Quanto aos métodos utilizados pelos estudantes para determinar a medida dessa tubulação de esgoto, prevaleceu a lei dos cossenos. Entende-se que isto se deve ao fato de que a questão fornecia a medida de dois lados e um ângulo do triângulo formado, conforme o Gráfico 24. Porém, novamente houve alguns estudantes que utilizaram a lei dos senos e o Teorema de Pitágoras.

Gráfico 24 – Métodos utilizados: questão 3

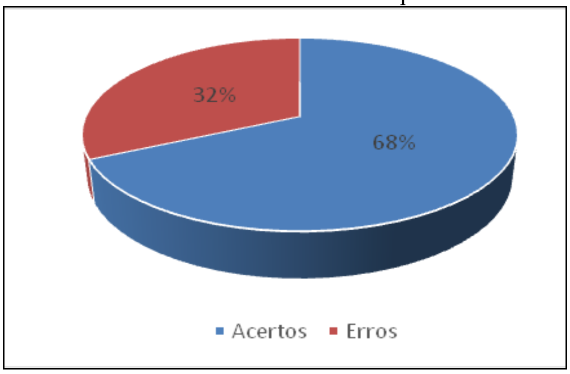


Fonte: Elaboração do autor

Questão 4) Arame da videira

A última questão da avaliação somativa consistiu na determinação do comprimento de arame necessário, para dar sustentação a uma videira. O Gráfico 25, que ilustra o percentual de acertos e de erros, mostra que a maioria teve êxito nesta questão.

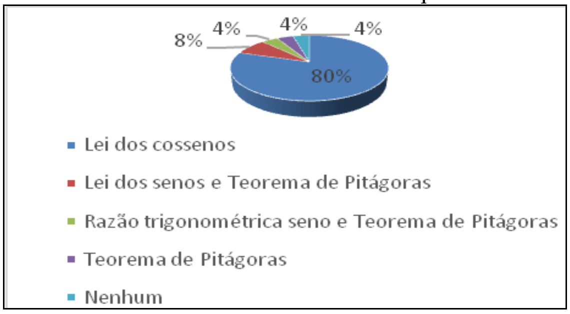
Gráfico 25 – Acertos e erros: questão 4



Fonte: Elaboração do autor

O Gráfico 26 mostra que, nesta resolução, foram utilizados vários métodos, o que significa que foi a questão em que foi utilizado o maior número de conceitos de Trigonometria. A lei dos cossenos prevaleceu, e novamente aparece a lei dos senos e o Teorema de Pitágoras.

Gráfico 26 – Métodos utilizados: questão 4

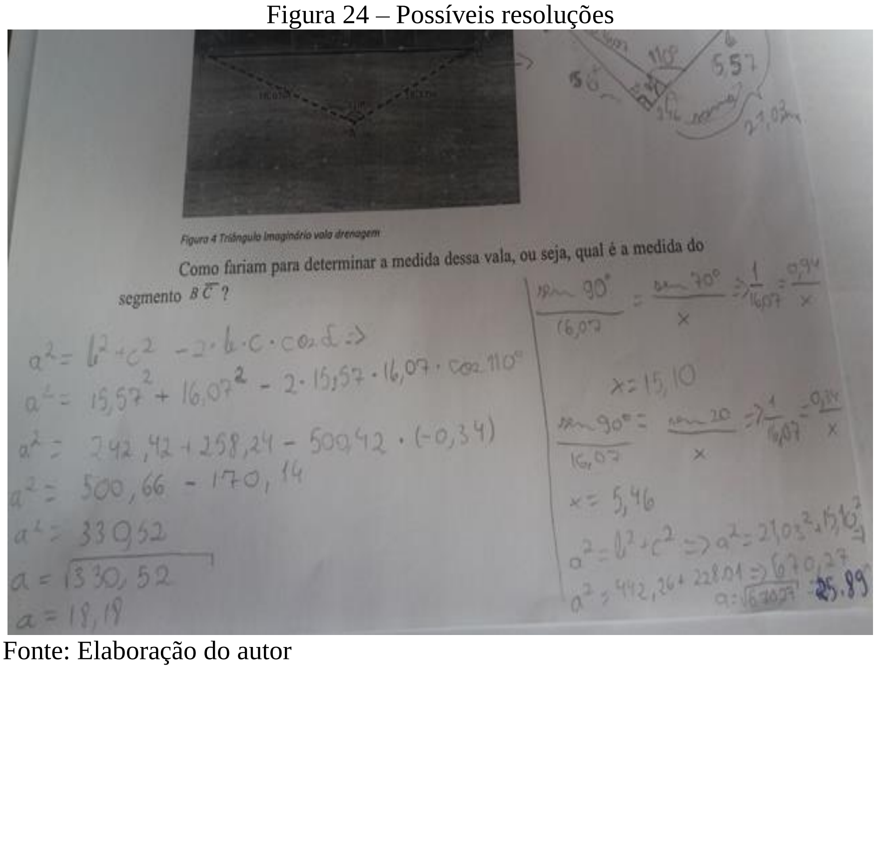


Fonte: Elaboração do autor

No que diz respeito aos indícios de aprendizagem significativa, entende-se que, durante todo o desenvolvimento das intervenções pedagógicas, evidenciaram-se consideráveis avanços, em termos de aprendizagem dos estudantes. Como exemplo disso, pode-se citar que, praticamente, todos compreenderam que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°; que é possível calcular o comprimento de um lado desconhecido de um triângulo qualquer, não somente de um triângulo retângulo, bastando para isto traçar a sua altura, dividindo-o em dois triângulos retângulos, e que não é necessário aplicar sempre uma fórmula pronta. Compreenderam como podem ser demonstradas as fórmulas utilizadas, conhecidas como lei dos senos e lei dos cossenos, para determinar o lado desconhecido de um triângulo qualquer. A maior parte dos estudantes compreendeu que as mesmas são oriundas das razões e relações trigonométricas, aplicando-as corretamente em situações adequadas conforme foi possível constatar quando da realização das atividades propostas.

O benefício de se expandir as possibilidades de resolução ficou evidente em situações nas quais o estudante demonstrou ter investigado o problema, buscando possibilidades adequadas para a resolução, mesmo quando o plano de resolução não era imediato. Na Figura 24 apresenta-se o recorte de uma situação em que o estudante não teve êxito na resolução do problema aplicando a Lei dos cossenos. Porém, ao traçar a altura e aplicar as razões trigonométricas, chegou ao resultado correto, um provável indício de reconciliação integrativa.

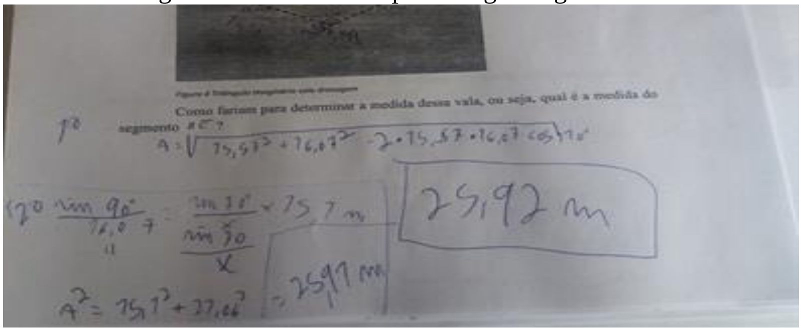
Figura 24 – Possíveis resoluções



Fonte: Elaboração do autor

Em outra situação, apresentada na Figura 25, entende-se que se trata de indícios de aprendizagem significativa. Pois o estudante resolveu a questão corretamente, aplicando a lei dos cossenos, como também, traçando a altura do triângulo, em relação ao vértice B. Para isso, traçou o prolongamento de um lado do triângulo, identificou o ângulo suplementar e a soma dos ângulos internos do triângulo; aplicou a lei dos senos e, finalmente, através do Teorema de Pitágoras, consegue determinar o comprimento da vala de drenagem em questão.

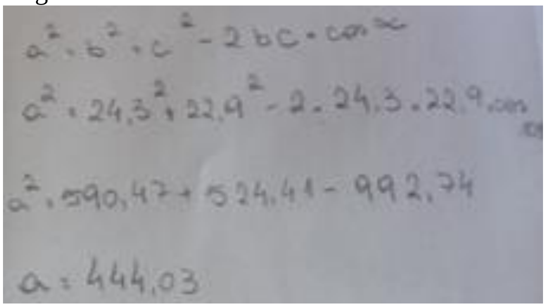
Figura 25 – Indício de aprendizagem significativa



Fonte: Elaboração do autor

Quanto aos erros, alguns se mostraram mais recorrentes. Identificou-se que há dificuldades de manipulação algébrica ou com o uso da calculadora científica, o que, aliadas à falta de previsão de um possível resultado, teve como consequência erros como se mostra na Figura 26, em que o estudante obtém um resultado incompatível com a situação apresentada e, no entanto, apresenta-o como resultado final.

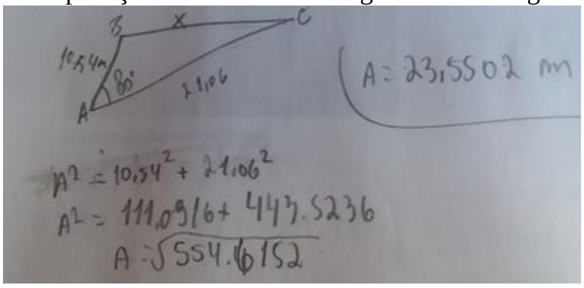
Figura 26 – Erro recorrente: resultado incoerente



Fonte: Elaboração do autor

Outro erro refere-se à aplicação do Teorema de Pitágoras em triângulos não retângulos. Entende-se, neste caso, que não houve aprendizagem significativa, devido à falta de conhecimentos prévios indispensáveis, subsunçores, para que o novo conhecimento fosse ancorado. Neste caso, ter compreendido que o Teorema de Pitágoras vale somente para triângulos retângulos. Na Figura 27 este erro é ilustrado.

Figura 27 – Aplicação do teorema de Pitágoras num triângulo qualquer



Fonte: Elaboração do autor

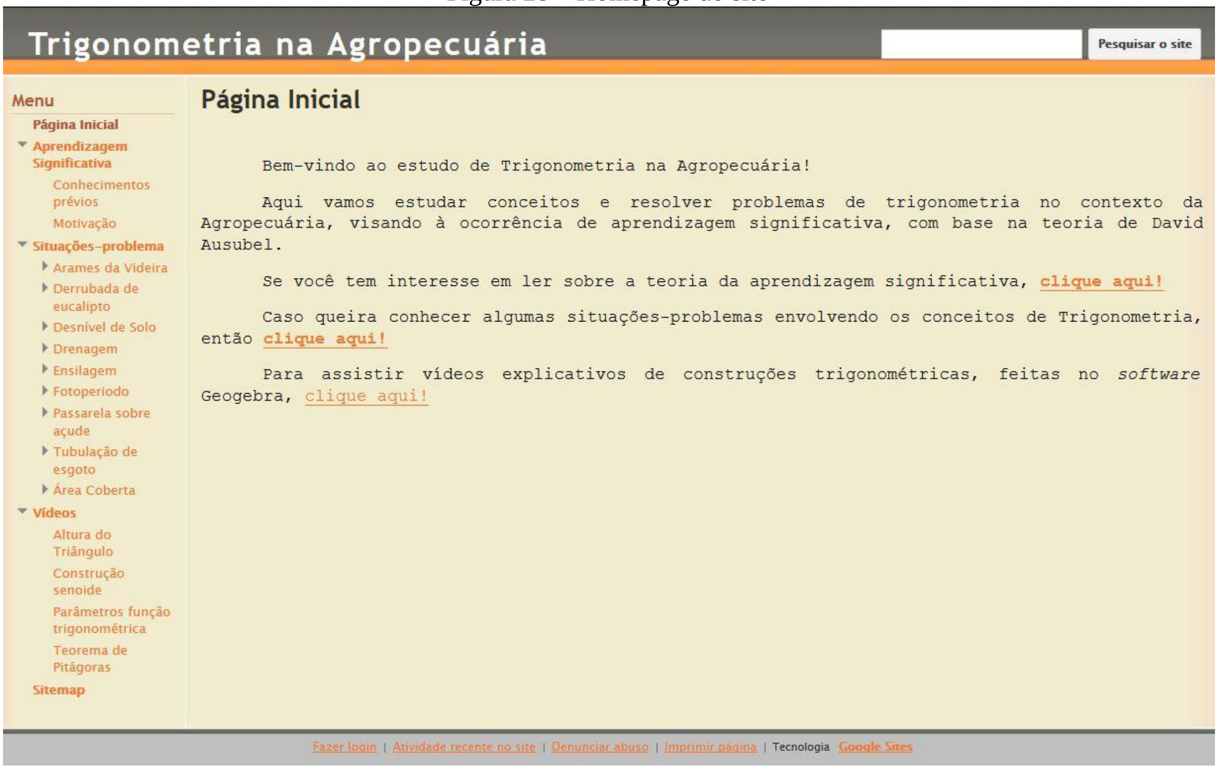
O professor de Topografia apontou diversos benefícios decorrentes das atividades realizadas, dentre os quais: o trabalho em grupo, em que os estudantes desenvolvem habilidades de relacionamento; de aceitar as diferentes opiniões, e de exercitar o trabalho cooperativo; a utilização de equipamentos simples (corda, estacas, pregos, martelo e transferidor), para resolver situações práticas na propriedade rural; o uso de conceitos básicos da Trigonometria, para resolver problemas na propriedade rural; e a visualização, pelos estudantes, de diferentes possibilidades de emprego da Trigonometria no seu dia a dia, não somente com o uso de fórmulas matemáticas prontas.

5 PRODUTO DO MESTRADO

O produto deste trabalho é um site denominado Trigonometria na Agropecuária[5]. Professores, estudantes e outras pessoas interessadas terão acesso a uma lista de situações-problema de Trigonometria aplicadas na Agropecuária e a outros materiais de Trigonometria com descrições, problemas, resoluções, orientações, imagens, detalhamentos e dicas. As situações-problema foram pensadas para estudantes do Curso Técnico em Agropecuária, que estão estudando Trigonometria. A intenção é contemplar a contextualização do ensino. Seguindo as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, pretende-se criar uma conexão entre a Trigonometria e suas aplicações na resolução de problemas que envolvam medições e análise de fenômenos periódicos. Acredita-se que, desta forma, este produto pode ser uma referência para o estudo da Trigonometria, na formação do técnico em Agropecuária.

O Título do site é "Trigonometria na Agropecuária", e a página de abertura é apresentada na Figura 28.

Figura 28 – Homepage do site



Fonte: Elaboração do autor

[5] Trigonometria na Agropecuária
Disponível em: https://sites.google.com/site/trigonometriacontextualizada/

Acessando o site, o visitante tem a oportunidade de ler sobre a teoria da aprendizagem significativa, conhecer situações-problema, no contexto de Trigonometria na Agropecuária, e também assistir a alguns vídeos explicativos de construções trigonométricas, elaboradas no software Geogebra.

O site é constituído de três ambientes: Aprendizagem significativa, Situações-problema e Vídeos.

Os mesmos foram planejados de forma a considerar processos diferenciados de aprendizagem, com atividades diversificadas que permitam a ativação dos subsunçores, no maior número de casos, além da motivação e interesse em aprender.

De fato, como o referencial teórico que subsidia este trabalho é a teoria da aprendizagem significativa, um dos ambientes trata exatamente deste tipo de aprendizagem. Neste espaço, o visitante encontra informações sobre essa teoria, como também sobre a importância de considerar conhecimentos prévios dos estudantes e a motivação intrínseca dos mesmos no seu processo de aprendizagem.

Ao visualizar as situações-problema contextualizadas de Trigonometria, o visitante encontrará questões ligadas diretamente às práticas agrícolas de um técnico em Agropecuária. Este ambiente do site tem como finalidade a contextualização dos conceitos de Trigonometria. Ao explorá-los, o estudante estará demonstrando autonomia, o que é imprescindível no processo de aprendizagem. As questões foram elaboradas de forma que o mesmo seja instigado a externalizar os seus conhecimentos prévios.

Cada uma das situações-problema, apresentadas, é acompanhada de ilustrações e descrições que permitem ao estudante tomar decisões e apresentar suas considerações que respondam às questões apresentadas. A partir disso, pode conhecer outras possíveis resoluções e interpretações.

As Figuras 29 e 30 ilustram, respectivamente, as páginas em que são apresentadas as Situações-problema Derrubada de eucalipto e Passarela sobre Açude.

Figura 29 – Derrubada de eucalipto

Fonte: Elaboração do autor

Figura 30 – Passarela sobre açude

Fonte: Elaboração do autor

De modo geral, os principais conhecimentos prévios necessários para o bom aproveitamento da navegação no site, são:

- ✓ reconhecer a classificação dos triângulos, quanto aos ângulos e aos lados;
- ✓ reconhecer os tipos de ângulos (agudo, reto, obtuso, complementar e suplementar);
- ✓ saber traçar a altura de triângulos;
- ✓ saber qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo;

- ✓ aplicar as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo;
- ✓ conhecer e saber onde se aplica o Teorema de Pitágoras;
- ✓ conhecer e identificar em que situação se aplica a lei dos senos e a lei dos cossenos.

Quanto às respectivas formas de resolução sugeridas, procurou-se diversificá-las, por exemplo, aplicando razões trigonométricas, ou as leis do seno e do cosseno, sempre que possível. Entende-se que tal ação diversifica também os organizadores prévios, sendo esta, uma das condições para que um maior número de estudantes possa, de fato, relacionar os novos conhecimentos com os conhecimentos prévios. (MOREIRA, 2011).

Alguns dos temas tratados nas situações-problema são fundamentais para um técnico em Agropecuária, pois refletem diretamente na produtividade agrícola e animal. Além dos termos matemáticos, encontram-se nestas questões, outros termos bem conhecidos do estudante do curso de Agropecuária como: plantio, curvas de nível, erosão, produção da lavoura, ensilagem, alimentação animal, rebanhos bovinos, desenvolvimento fenológico das plantas, dentre outros). Estes termos denotam o que Miras (2006) afirma sobre os esquemas de conhecimento, que são construídos em função do contexto em que se desenvolvem e vivem, ou seja, tais termos lhes são bem conhecidos, o que contribui para que isso lhes faça sentido.

Os principais conteúdos matemáticos contemplados nestas questões são:

- ✓ razões trigonométricas seno, cosseno e tangente;
- ✓ determinação de grau inclinação de lados de triângulos;
- ✓ densidade e capacidade de armazenamento;
- ✓ geometrias plana e espacial;
- ✓ funções trigonométricas;
- ✓ modelagem matemática;
- ✓ inequações trigonométricas.

O ambiente Vídeos é constituído por vídeos explicativos de construções trigonométricas feitas no software Geogebra. Além da função de "manual de algumas funções do software" espera-se fornecer ideias e sugestões de como utilizá-lo em sala de aula.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, é retomada a trajetória da pesquisa, desde seu planejamento, até sua conclusão, com a intenção de rever o percurso. Entende-se que isto é imprescindível para se chegar a bom termo, com resposta à questão norteadora, após a análise e discussão de todas as ações realizadas. Com base nisto, apresenta-se uma avaliação do trabalho realizado, do que já pode ser dito e o que pode, ainda, ser objeto de novas pesquisas.

Iniciou-se tentando encontrar possibilidades de se lidar com as dificuldades evidenciadas por estudantes de uma turma do 2º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, no estudo de Trigonometria. Primeiramente, buscou-se respostas no sentido de identificar possíveis razões para tais dificuldades. A intencionalidade da pesquisa foi, a partir daí, encontrar alternativas para contribuir para uma melhor compreensão deste conteúdo, no curso em questão. A pesquisa norteada pela teoria da aprendizagem significativa, inicialmente, busca no estado da arte o conhecimento já construído sobre o tema proposto, e o que ainda não foi considerado.

Dentre alguns porquês do insucesso de muitos estudantes na disciplina de Matemática e aqui se fala na Trigonometria, pode-se identificar o modelo de ensino tradicional. Por mais que se fale em uma escola nova, ainda prevalece, em muitas salas de aula, o modelo antigo, em que o professor “ensina” e o estudante passivamente “aprende”. Neste modelo de escola, a motivação e o interesse do estudante são diminuídos e sendo assim, “aprender” significa meramente passar de ano.

Com base na pesquisa feita, encontraram-se algumas alternativas que podem levar os estudantes a terem melhor aproveitamento no processo de aprendizagem. Pode-se citar, assim, a motivação ou o interesse, que podem ser despertados pelo conhecimento da história da Matemática. A importância de conhecer fatos passados, que levaram o homem a utilizar o conhecimento matemático, para resolver problemas; a teoria da aprendizagem significativa, que aponta para a importância de se considerar os conhecimentos prévios do estudante; a utilização das tecnologias, como forma de potencializar a aprendizagem, e a Modelagem Matemática, para enriquecer a contextualização dos conceitos aplicados às situações da realidade, nortearam a programação das ações desenvolvidas na pesquisa.

Duas publicações em Anais de eventos ocorreram, com o objetivo de compartilhar os estudos que estavam sendo realizados: XII Encontro Gaúcho de Educação Matemática – EGEM (Minicurso: Oscilasções da temperatura corporal e a construção do conceito de função trigonométrica) (SILVA, D. S. da; MARCHIORO, F.; SAUER, L. Z., 2015) e 6º Encontro

Nacional de Aprendizagem Significativa – ENAS (Aprendizagem significativa de Trigonometria no curso técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio) (SILVA, D. S. da; SAUER, L. Z., 2016).

Através das análises das discussões realizadas, bem como das respostas dadas pelos estudantes e pelos professores, no final das intervenções pedagógicas realizadas nas disciplinas Técnicas de Culturas Anuais e Topografia, percebe-se que realmente, através de resoluções de situações-problema da Agropecuária, pode-se contextualizar o ensino de Trigonometria de forma a potencializar a ocorrência de aprendizagem significativa.

As evidências que tornam possível esta constatação foram encontradas na análise e categorização das respostas apresentadas, em depoimentos contendo expressões como: *utilizar este conhecimento em diversas atividades... profissionalmente; relacionar a Matemática e as Culturas Anuais; reais utilizações das funções matemáticas; levar o fotoperíodo em conta na plantação de soja e serve para outras culturas algo mais interativo; uma maior integração ver de forma diferenciada; facilita o entendimento; podemos manipular... mais acessível de entendimento; oportunidade de entender o funcionamento; fáceis de serem entendidos; jeito diferente de aprender; próximo da realidade; o processo nos faz pensar no que vem antes da tabela pronta*.

A utilização do *software* Geogebra, viabilizou a realização, em tempo bastante limitado, da análise do fenômeno do fotoperíodo, com bom aproveitamento pelos estudantes. Isto foi observado também, em expressões utilizadas pelos estudantes, demonstrando satisfação, tais como: *a aula se torna mais interativa; mais atraente; auxiliam tanto no entendimento quanto na construção; "aprendizado de forma diferente; maneira diferente e interessante de aprender; acabou nos dando mais perspectivas sobre o assunto; pude manusear e entender a teoria de forma mais clara.* Além disto, referiram a importância da visualização, em respostas como: *auxiliam em uma melhor visão; contribuem para um melhor entendimento; entender melhor o funcionamento; ver na prática; ter uma visão melhor do que acontece.*

Os próprios estudantes construíram os triângulos utilizando marretas, estacas e linhas de *nylon* e efetuaram as medições com trenas, transferidores e calculadoras. Em um segundo momento, em sala de aula, cada grupo compartilhou com o restante da turma, como foi que resolveram a sua situação-problema. Finalmente cada estudante resolveu uma prova com as mesmas questões. Portanto, pode-se considerar que os organizadores prévios foram diversificados e potencialmente significativos, pois levaram em consideração os conhecimentos prévios, dentre os quais: a soma dos ângulos internos de um triângulo, a classificação de ângulos e a determinação da altura de um triângulo, necessários para a ocorrência de aprendizagem significativa; todos realizaram as atividades propostas e, no final de cada etapa, apresentaram respostas que revelaram bom desempenho nos cálculos matemáticos. Além disso, tanto os estudantes, quanto os professores das duas disciplinas envolvidas diretamente na pesquisa, apresentaram comentários que revelam a boa qualidade das ações promovidas.

De fato, tem-se a convicção de que não é o “teorema de Pitágoras” ou a Trigonometria básica que impedem o estudante de avançar mas, sim, o desconhecimento de sua importância, de sua aplicação nas situações que irá encontrar no ambiente de trabalho, como futuro profissional. O importante é criar estratégias que incentivem o estudante a pensar, a “aprender a aprender”, quando estiver motivado ou curioso. Neste sentido, foi visível o interesse demonstrado durante a realização das práticas de campo e, posteriormente, em sala de aula, durante as apresentações aos colegas.

As relações trigonométricas seno e cosseno confirmaram-se como conceitos fundamentais para o cálculo de medidas acessíveis ou mesmo, inacessíveis e as funções trigonométricas para a análise de fenômenos periódicos, problemas estes bastante frequentes na Agropecuária. Da mesma forma, a classificação de triângulos, o teorema de Pitágoras, as razões trigonométricas no triângulo retângulo, bem como as leis do seno e do cosseno, foram utilizadas na resolução de quase todas as situações-problema analisadas.

Diante dessas considerações, entende-se ter alcançado os objetivos específicos desta pesquisa: **conhecer problemas reais, de épocas passadas ou atuais, cuja resolução ou análise requer a utilização de conceitos de Trigonometria, a fim de ter subsídios para uma possível tomada de decisão; identificar conceitos estruturantes da Trigonometria**, **no curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio**; **identificar, escrever e apresentar situações reais com aplicações da Trigonometria, utilizadas na Agropecuária, como estratégias para a aprendizagem significativa**; **utilizar o software Geogebra, a fim de esclarecer seu potencial como um recurso que colabora e qualifica o processo de aprendizagem de Trigonometria**.

E, com isso, contribuído para que **o estudante do curso Técnico em Agropecuária integrado ao Ensino Médio consiga relacionar os conceitos de Trigonometria com situações do contexto da Agropecuária, tendo condições de analisar e intervir no mundo real, para que seus sentimentos e suas opiniões sobre Trigonometria sejam favoráveis**, o que se propôs como objetivo geral desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. *Modelagem matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, M. E. B. de. Entrevista à revista "*Educar para Crescer*". 2014. Disponível em: <http://educarparacrescer.abril.com.br/gestao-escolar/tecnologia-na-escola-618016.shtml>. Acesso em: 2 dez. 2015.

AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa*: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva*. Lisboa: PARALELO EDITORA, LDA, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. (1978). *Educational psychology*: *a cognitive view*. 2nd. ed. New York, Holt Rinehart and Winston.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Psicologia educacional*. Trad. de Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo.* São Paulo: Edições 70, 2011.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.

BERGAMASCHI, H. *Fotoperiodismo*. 2004. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Texto didático). Disponível em: <http://www.webposgrad.propp.ufu.br/ppg/posgraduacao_anexos/002_FOTOPERIODISMO%20SOJA.PDF>. Acesso em: 2 jul. 2015.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BOYER, C. B. *História da matemática*. São Paulo: E. Bluncher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio*: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: 2008. v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio*. Brasília, 2006. v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *PCN + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais)*. Brasília, 2002a. v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília, 1998.

BRASIL. *PCN+ - Ensino Médio:* Ciências da Natureza. 2002b. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais Matemática e suas Tecnologias. Disponível em: <http://www.fisica.ufmg.br/~menfis/programa/CienciasNatureza+.pdf>. Acesso em: 28 nov. 2015.

BRASIL. PCNs, 2000. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/14_24.pdf>. Acesso em: 28. nov. 2015.

FONSECA, J. J. S. *Metodologia da pesquisa científica*. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila. GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991.

GUDWIN, Ricardo. *Aprendizagem ativa*. Disponível em: <http://faculty.dca.fee.unicamp.br/gudwin/activelearning>. Acesso em: 3 dez de 2016.

HOGBEN, L. *Maravilhas da matemática*: influência e funções da matemática nos conhecimentos humanos. Porto Alegre: Globo, 1970.

LACHINI, J. Subsídios para explicar o fracasso de estudantes em cálculo. In: LAUDARES, J. B. *A prática educativa sob o olhar dos professores de Cálculo*. Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p.146-89.

LIMA, A. de O. *A formação de professores no contexto das novas tecnologias*: uma análise sobre a capacitação de formadores do Programa “Um Computador por Estudante – UCA”. Teresina, 2010.

LIMA, N. de J. A aprendizagem significativa do ponto de vista de quem ensina e de quem aprende. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas. *Anais*... Canoas, Ulbra, 2013. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/798/13>. Acesso em: 10 nov. 2015.

LOPES, M. M. *Potencialidades do software Geogebra no ensino e aprendizagem de trigonometria*. Rio Grande do Norte: PPGECN/UFRN, 2011.

MIRAS, M. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. In: COLL, C. et al. (Org.). *O construtivismo na sala de aula.* São Paulo: Editora Ática, 1999. p. 57-77.

MONSANTO, A. P. Soja: cultivares no lugar certo. *Informações Agronômicas (BRASIL).* International Plant Nutrition Institute, n.90, 2000. Disponível em: <http://www.ipni.net/publication/ia-brasil.nsf/issue/IA-BRASIL-2000-90>. Acesso em: 2 ago 2016.

MOREIRA, M. A. *Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências*: a teoria da aprendizagem significativa. Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 2009. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios6.pdf> Acesso em 5 Abr 2015.

MOREIRA, M. A. Unidades de ensino potencialmente significativas. *Aprendizagem Significativa em Revista*, v. 1, n. 2, p. 43-63, 2011.

MOREIRA, M. A. *Organizadores prévios e aprendizagem significativa*. Revista Chilena de Educación Científica, v. 7, p. 23-30, 2008. Revisada em 2012.

PELIZZARI, A. et al. *Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel*. *Rev. PEC*, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 39-42, jul. 2001/jul. 2002.

QUINTANA, H. E. O portfólio como estratégia para a avaliação. In: BALLESTER, M. et al. *Avaliação como apoio à aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 2003.

REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. de. *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*. Campinas: Unicamp, 2000.

SCHELLER, M.; BIEMBENGUT, M. S. A utilização de tecnologias digitais nos primeiros passos na arte da pesquisa: uma experiência de modelagem. *RENOTE, Revista Novas Tecnologias na Educação*, v. 11, p. 1-11, 2013.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação*. 4. ed. rev. e atual. Florianópolis: UFSC, 2005.

SOLÉ, I. Disponibilidade para a aprendizagem e sentido da aprendizagem. In: COLL, C. et al. (Org.). *O construtivismo na sala de aula.* São Paulo: Editora Ática, 1999. p. 29-55.

SOUZA, L. E. C. *Aprender a aprender e ensinar a aprender*: Trigonometria. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) – Ribeirão Pires, 2010.

TAPIA, J. A. & MONTERO, I. 1990. *Motivação e aprendizagem escolar*. ln: COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, A., orgs. e educação v.2, p. 183-98.

VERGNAUD, G. *Análise psicológica*. (1986). 1 (V): 75-90.

Sites:
Software Geogebra – Disponível em: <https://www.geogebra.org/download>

Gnômon. Disponível em: http://www.cienciamao.usp.br/tudo/exibir.php?midia=aas_antigo&cod=_indefinidognomon. Acesso em: 6 mar 2016.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES

UCS UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECiMa

Prezado(a) professor(a);

Uma das etapas do projeto de dissertação de mestrado “Ensino da Trigonometria na Formação do Técnico em Agropecuária” consiste na identificação do grau de relevância dos tópicos abordados nas disciplinas de Matemática do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, de modo a conhecer quais dos assuntos abordados têm aplicação na resolução de problemas da área.

Por outra parte, é também nosso objetivo conhecer situações da Agropecuária que podem gerar problemas de aplicação em Matemática, no sentido de aproximar a Matemática da sala de aula e as situações próprias do Técnico em Agropecuária em seu ambiente acadêmico ou de trabalho.

Contando com a sua colaboração, solicitamos que preencha o questionário e as questões que seguem, o que será uma ajuda imprescindível para a continuidade do desenvolvimento dessa pesquisa.

Mestrando: Derli Santos da Silva
Orientadora: profa. Laurete Zanol Sauer
Coorientadora: profa. Carine Geltrudes Weber

1. Nome do(a) professor(a):____
2. Disciplina que ministra no curso: _____________________________________

Considerando os programas atuais das disciplinas de Matemática para o curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, solicitamos que avalie os graus de relevância dos tópicos de Matemática, considerando a relação desses com a disciplina que ministra no curso. Para isso, atribua um grau de 1 a 5, numa escala crescente de relevância, para cada tópico considerado. Se entende que não tem condições de avaliar algum dos tópicos, assinale (X), na linha correspondente da última coluna – NA – da tabela.

Disciplina: Matemática (3h semanais) – 1º ano						
Graus	1	2	3	4	5	NA
Conjuntos Numéricos.						
Função Polinomial do 1º Grau						
Função Polinomial do segundo Grau						
Inequações de primeiro						
Inequações de segundo grau						
Função Exponencial						
Logaritmos						
Função logarítmica, inequações exponenciais e logarítmicas.						
Função Modular, equação e inequação Modulares.						
Disciplina: Matemática (3h semanais) – 2º ano						
Graus	1	2	3	4	5	NA
Trigonometria, Trigonometria no triângulo e razões						
O ciclo trigonométrico e as funções circulares						
Geometria Plana						
Geometria Espacial						
Sequências (progressões)						
Disciplina: Matemática (3h semanais) – 3º ano						
Graus	1	2	3	4	5	NA
Matrizes						
Determinantes						
Sistemas Lineares						
Geometria Analítica						
Ponto, Retas e circunferências						
Análise Combinatória						
Probabilidade, Estatística						
Binômio de Newton Biologia/cruzamentos /genética						
Números complexos e Polinômios e equações polinomiais						

Apresente:

1- outro(s) assunto(s) de Matemática relacionado(s) com a sua disciplina e não contemplado(s) nos programas apresentados acima;

2- dificuldades em Matemática que interferem no andamento da sua disciplina;

3- sugestões, que podem contribuir para a criação de problemas aplicados em atividades de Matemática:

- de bibliografia;
- de situações em que utiliza conhecimentos matemáticos;
- de pessoas ou empresas que possam ser consultadas;

4- outros comentários, que julga pertinentes.

Muito obrigado, professor(a), por sua colaboração.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PARA ESTUDANTES

UCS UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECiMa

Prezado(a) estudante(a):

Uma das etapas do projeto de Dissertação de Mestrado, "Ensino da Trigonometria na Formação do Técnico em Agropecuária: superando desafios e construindo significados", consiste na análise do grau de retenção de conceitos de Trigonometria e de funções trigonométricas por parte do estudante.

Por outra parte, é também nosso objetivo conhecer situações da Agropecuária. que podem gerar problemas de aplicação em Matemática, no sentido de aproximá-la da sala de aula, e as situações próprias do técnico em Agropecuária, em seu ambiente acadêmico ou de trabalho.

Contando com a sua colaboração, solicitamos que responda as questões que seguem, o que será uma ajuda imprescindível para a continuidade do desenvolvimento desta pesquisa.

Mestrando: Derli Santos da Silva
Orientadora: Profa. Laurete Zanol Sauer
Coorientadora:Profa. Carine Geltrudes Weber

A Trigonometria surgiu com o propósito de calcular distâncias, com base na medida de ângulos. Os estudos são oriundos dos trabalhos de Hiparco de Niceia (190 a.C. – 125 a.C), astrônomo grego que relacionou os lados e os ângulos de um triângulo. O Teorema de Pitágoras possui papel importante no desenvolvimento dos estudos trigonométricos, pois é por meio dele que desenvolvemos fórmulas teóricas comumente usadas nos cálculos relacionados a situações práticas cotidianas. A grande responsável pelo desenvolvimento da Trigonometria foi a Astronomia, cujo estudo originou seus primeiros fundamentos. Relacionada a diversas áreas do conhecimento, a Trigonometria está ligada ao triângulo-retângulo, triângulos quaisquer e ao círculo trigonométrico.

A partir da Trigonometria, surgem os estudos das funções trigonométricas, relacionadas aos ângulos e aos fenômenos periódicos que estão presentes em nosso meio. A partir do século XV, surgiram novas situações teóricas e práticas, relacionadas aos estudos dos ângulos e das respectivas medidas. Com a contribuição dos cientistas Isaac Newton e Leibniz, a Trigonometria ganhou moldes definitivos no cenário da Matemática, sendo constantemente empregada em outras ciências, como Medicina, Engenharia, Física (ondulatória, óptica), Química, Geografia, Astronomia, Biologia, Cartografia, Navegação, entre outras.

Com base nessas considerações, solicitamos que responda as questões a seguir:

1 – Você encontrou conceitos de Trigonometria, no estudo de outras disciplinas do seu curso? Pode apresentar, algum ou algumas situações aplicadas?

2 – Você consegue identificar conceitos de funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente) em situações do cotidiano? Se, sim, cite um exemplo.

3 – Você saberia como calcular uma altura inacessível, por exemplo, de um prédio, que não possa ser medido, usando relações trigonométricas? Comente um pouco sobre isso.

4 – Você teve dificuldades no estudo de Trigonometria? Comente.

5 – De 0 a 10, atribua um grau representativo do aproveitamento que você teve, no estudo de Trigonometria.

6 – Você considera importante a utilização das tecnologias da informação (computadores, datashows e softwares matemáticos) como ferramentas para o ensino e a aprendizagem de Trigonometria? Por quê?

7 – Na sua opinião, como deveria ser uma aula de Trigonometria?

8 – Apresente outros comentários que julgar pertinentes.

Muito obrigado, prezado estudante (a), por sua colaboração.

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Visando desenvolver uma pesquisa que é parte da dissertação de Mestrado “Ensino da Trigonometria na Formação do Técnico em Agropecuária: superando desafios e construindo significados” coordenado por mim, Derli Santos da Silva (mestrando orientado pela Prof^{a}. Dr^{a}. Laurete Zanol Sauer), no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, convido você a responder um questionário que tem como finalidade investigar de que modo a disciplina de Matemática contribui na formação do futuro Técnico em Agropecuária. Para tanto, é importante assinar abaixo desta mensagem tomando ciência de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa e que sua identidade enquanto participante da pesquisa será preservada, podendo ser utilizada em eventos acadêmicos, apenas, sem possibilitar sua identificação. Não serão divulgados nome ou informações que possam identificar o participante da pesquisa. Os dados obtidos serão utilizados apenas para fins de investigação, e o participante pode desistir a qualquer momento sem prejuízo algum. O participante pode obter informações sobre o andamento da pesquisa, quando achar necessário.

Desde já agradeço a sua colaboração e coloco-me a disposição para esclarecimentos pelo telefone (54)91859114 e e-mail: profederli@gmail.com.

Eu, ____, RG __________________________, declaro que estou ciente das informações acima e autorizo a utilização de minhas interações no contexto de aprendizagem para fins da pesquisa.

Bento Gonçalves, ... de ....de 2014.

____

Assinatura do sujeito da pesquisa

____

Assinatura do pesquisador

APÊNDICE D – GUIA PARA UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Criado por Markus Hohenwarter, o Geogebra é um *software* gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. O Geogebra possui todas as ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente. Assim, o Geogebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações de um mesmo objeto: suas representações geométrica e algébrica.

O Geogebra fornece três diferentes ambientes dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica, ou numérica, e a Folha de Cálculo, conforme Figura 1.

Figura 1 – Tela inicial do Geogebra

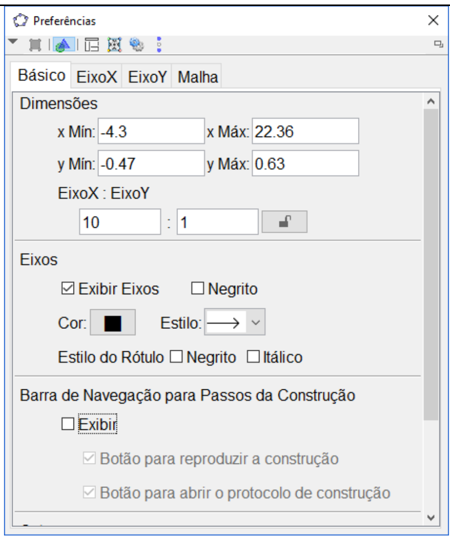
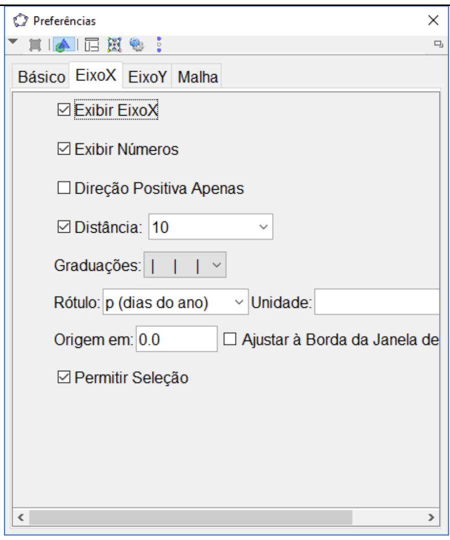
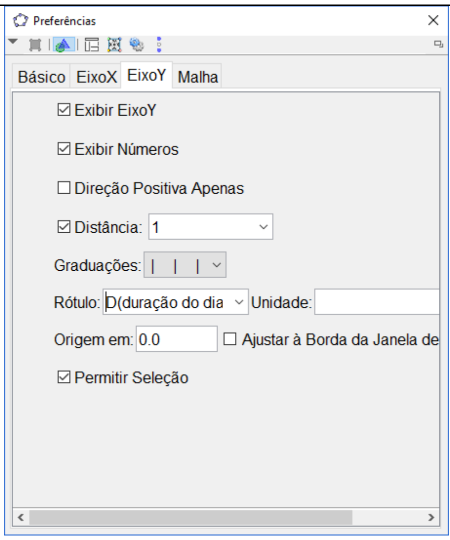
Fonte: Elaboração do autor

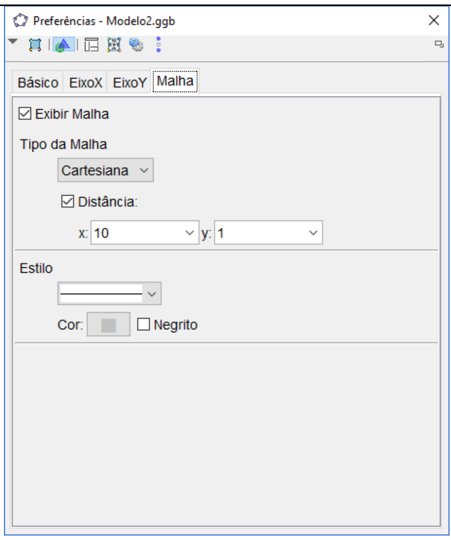
Passo a Passo para a construção de um arquivo

Para determinar as configurações necessárias, clicar com o botão direito do mouse sobre o plano cartesiano do *software* e selecionar Janela de Visualização (vai abrir a caixa Preferências).

No Quadro 1 apresenta-se a janela de visualização e suas quatro abas.

Quadro 1 – Janela de visualização do Geogebra

	1 Na aba Básico: Em Dimensões, Pode-se determinar uma escala para x e y ; Em Eixos é possível: Exibir ou ocultar os eixos, escolher uma cor, marcar negrito para os mesmos, escolher um estilo de rótulo; Exibir ou ocultar barra de navegação; Em Outros é possível: Escolher uma cor de fundo e exibir ou não as coordenadas do mouse.
	2 Na aba EixoX é possível: Exibir ou não o EixoX e os Números; Determinar distância dos números; Determinar o rótulo do eixo x; Ajustar ou não o eixo x à borda da janela de visualização; Marcar ou não, Permitir Seleção.
	3. Na aba EixoY é possível: Exibir ou não o EixoY e os Números; Determinar distância dos números; Determinar o rótulo do eixo x; Ajustar ou não o eixo x à borda da janela de visualização; Marcar ou não, Permitir Seleção.

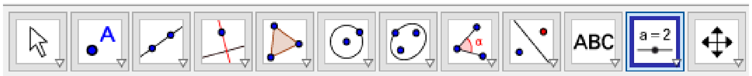
	4. Na aba Malha pode-se: Exibir ou não a Malha; Determinar a distância para as coordenadas x e y; Escolher o tipo e a cor da malha.

Fonte: Elaboração do autor

Na barra de Menus, em Opções, é possível gravar as configurações;

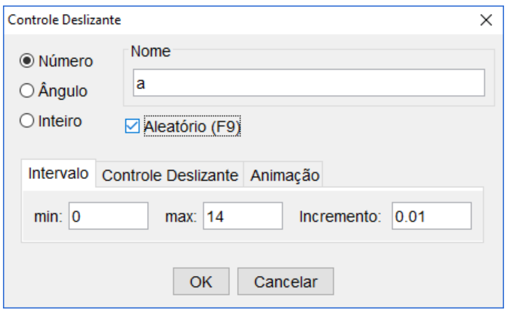
Na Figura 2, pode-se perceber, em destaque por bordas azuis, a localização da ferramenta Controle Deslizante, que permite a a inserção dos coeficientes de interesse da função que está sendo objeto de análise.

Figura 2 – Barra de Ferramentas



Ao clicar sobre esta ferramenta e, após, na área gráfica, abre a janela abaixo, mostrada no Quadro 2.

Quadro 2 – Construção de um coeficiente de uma função

	A escolha do coeficiente *a* (Número real, Ângulo ou inteiro) determina o incremento na animação do gráfico. Em intervalo, pode-se determinar os valores mínimo e máximo que *a* pode assumir. Em Controle Deslizante, é possível determinar a sua largura, se ele estará fixo na tela e se será horizontal ou vertical. Em Animação, pode-se determinar se a mesma será crescente, decrescente ou oscilante.

Fonte: Elaboração do autor

Pode-se repetir esta operação e criar quantos coeficientes forem necessários.

Para inserir uma função no Campo de Entrada, basta digitá-la e dar enter.

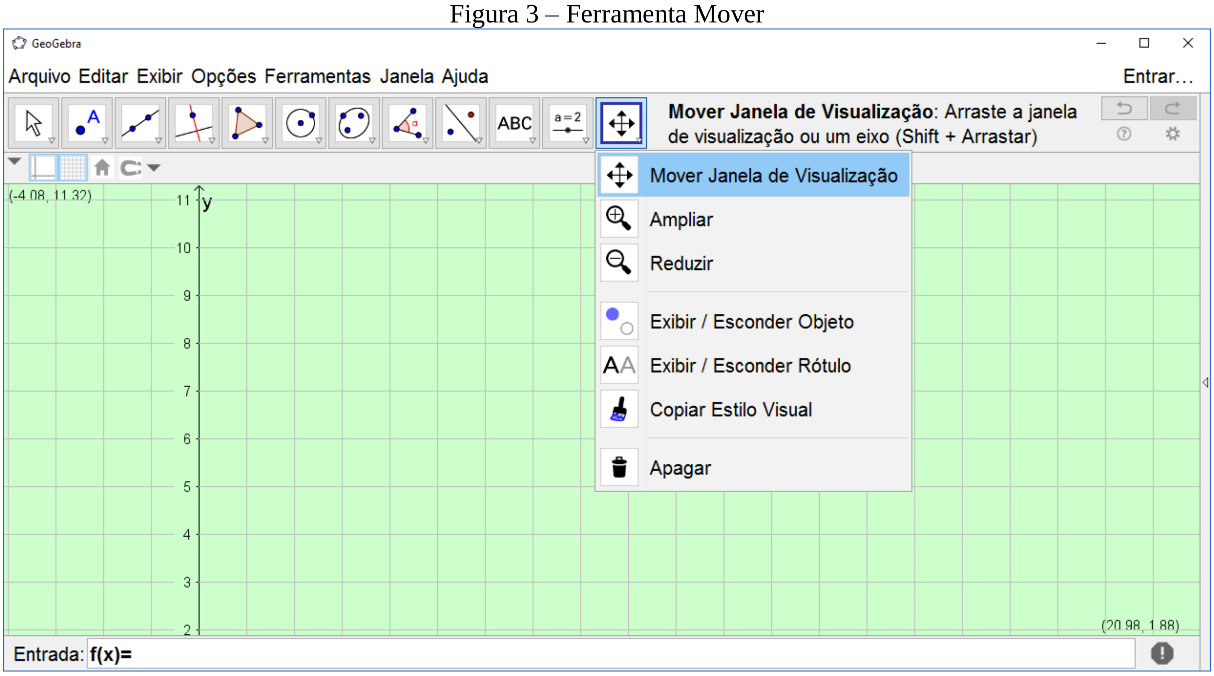
Para inserir um texto no Geogebra, basta selecionar a ferramenta *Texto* e digitar o texto de interesse.

Para inserir um ponto, basta digitá-lo no Campo de Entrada no formato P=(x, y) e dar enter.

Para gravar um arquivo, clicar em Arquivo, Gravar Como, escolher um local e, na caixa Nome do Arquivo, digitar o nome e clicar em Gravar.

É possível mover a janela de visualização, fazendo o uso da ferramenta selecionada na Figura 3.

Figura 3 – Ferramenta Mover



Fonte: Elaboração do autor

APÊNDICE E – AVALIAÇÃO MEDIÇÕES TRIÂNGULOS QUAISQUER

Identificação (opcional): ____

Resolva as seguintes situações-problema, da forma mais completa possível. Apresente todos os cálculos e comentários que julgar relevantes.

Questão 1 – Área coberta

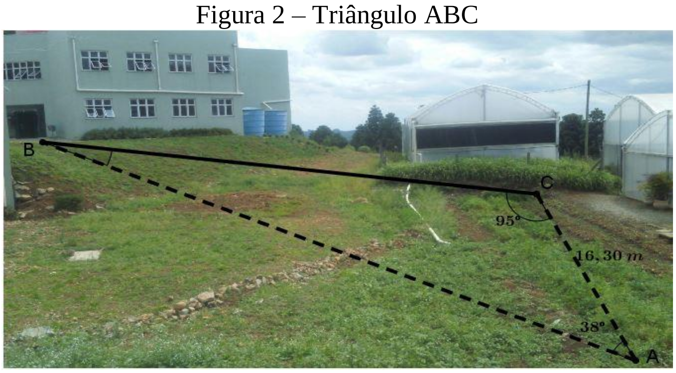
Com a finalidade de facilitar o deslocamento dos estudantes, entre a Biblioteca e as estufas (um dos locais onde ocorrem as aulas práticas), em dias de chuva, se faz necessária a construção de uma área coberta. Durante uma aula de Topografia os estudantes tiveram a oportunidade de determinar o comprimento desta construção (Figura 1), utilizando conhecimentos de Trigonometria.

Figura 1 – Comprimento da área coberta

Fonte: Elaboração do autor

Conforme a Figura 2, eles utilizaram três estacas fixas ao chão com um prego no topo de cada uma delas, por onde passa um fio de *nylon*. Determinaram os ângulos relativos aos vértices A e C com o auxilio de um transferidor e, com uma trena, mediram o lado relativo ao segmento $\overline{AC}$.

Figura 2 – Triângulo ABC



Fonte: Elaboração do autor

Agora é a sua vez: calcule a medida do comprimento desta construção, ou seja, do segmento BC.

Questão 2 – Drenagem

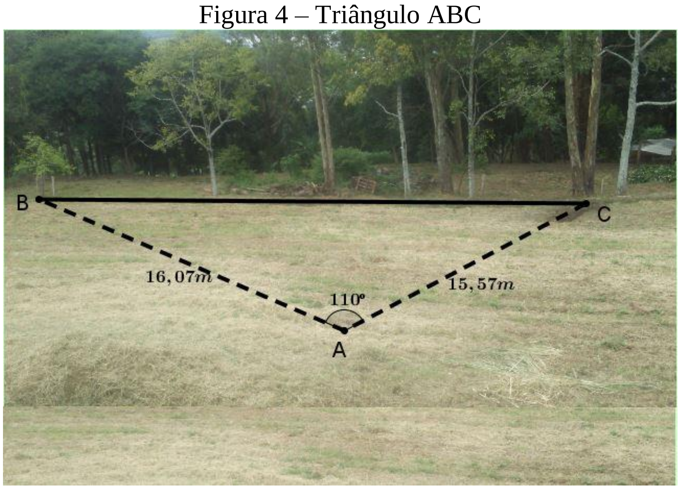
Os estudantes do segundo ano do Curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, em uma aula de Topografia, devem determinar a extensão de uma vala (segmento BC, na Figura 3), que foi aberta com a finalidade de drenar uma área utilizada para o plantio de milho. Para executar esta tarefa eles podem fixar três estacas no chão, nos pontos A (aleatoriamente escolhido), B e C, formando assim, um triângulo qualquer.

Figura 3 – Extensão da vala

Fonte: Elaboração do autor

Utilizando um transferidor e uma trena, podem determinar a medida do ângulo relativo ao vértice A e dos lados AC *e* AB do triângulo ABC (Figura 4).

Figura 4 – Triângulo ABC



Fonte: Elaboração do autor

Como você faria para determinar o comprimento dessa vala?

Questão 3 – Tubulação de Esgoto

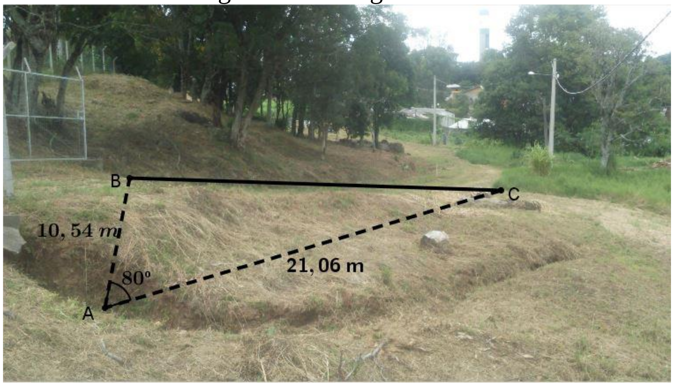
Estudantes foram desafiados a determinar a metragem de uma tubulação de esgoto (Figura 5), que deverá ser colocada em uma área agrícola utilizada para as práticas de campo relativas ao Curso.

Figura 5 – Tubulação de esgoto

Fonte: Elaboração do autor

Para efetuar esta medição, eles poderão utilizar apenas conhecimentos de Trigonometria e os seguintes utensílios: três estacas com um prego no topo de cada uma delas por onde deve passar um fio de *nylon*, nos pontos A, B e C, formando assim um triângulo qualquer (Figura 6); um transferidor e uma trena.

Figura 6 – Triângulo ABC



Fonte: Elaboração do autor

Agora é a sua vez: como você pode determinar a medida desta tubulação de esgoto utilizando conhecimentos de Trigonometria?

Questão 4 – Videira

Em uma área localizada ao lado da Cantina de Vinificação deverão ser cultivadas algumas espécies de uvas viníferas. Para tanto, estudantes realizaram algumas simulações visando à aplicação de conceitos estudados em Trigonometria.

Uma delas consistiu na determinação da quantidade de arame necessária para dar sustentação aos ramos de uma videira, conforme Figura 7.

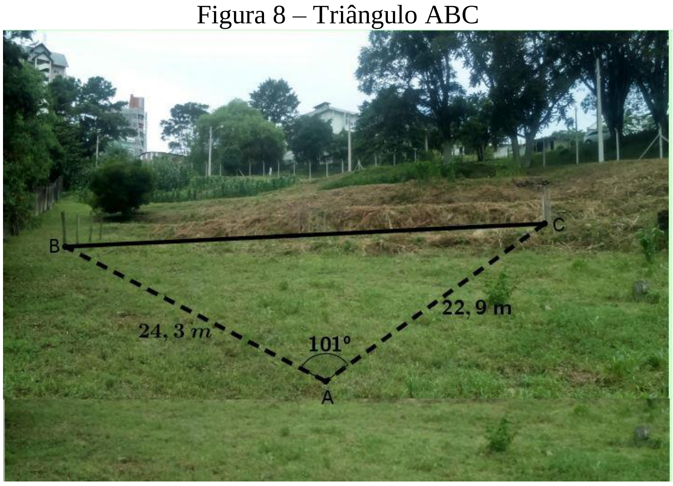
Figura 7 – Videira

Fonte: Elaboração do autor

Os ramos da videira serão sustentados por quatro fios de arame, cada um deles com o comprimento igual à distância entre os pontos B e C, onde estão localizados dois postes. Paralelamente a cada um deles, outros três de cada lado, serão as extremidades dos demais fios.

Dados os comprimentos dos lados AB e AC, além da medida do ângulo relativo ao vértice A, descreva uma possibilidade de determinar a quantidade de arame, com base no triângulo ABC (Figura 8), sendo o vértice A um ponto escolhido aleatoriamente.

Figura 8 – Triângulo ABC



Fonte: Elaboração do autor

Bom trabalho!