

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

EDUARDO NANTES SERENZA

ANÁLISE CINEMÁTICA DOS MOVIMENTOS DE UM GUINDASTE FLORESTAL

CAXIAS DO SUL

2015

EDUARDO NANTES SERENZA

ANÁLISE CINEMÁTICA DOS MOVIMENTOS DE UM GUINDASTE FLORESTAL

Trabalho de conclusão da disciplina de Estágio 2, apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito para obtenção do título de Engenheiro mecânico.

Área de concentração: Mecânica dos sólidos.

Supervisor: Prof. Me. André Alaniz Cesário.

CAXIAS DO SUL

2015

EDUARDO NANTES SERENZA

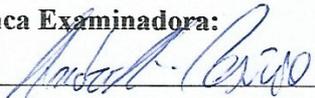
ANÁLISE CINEMÁTICA DOS MOVIMENTOS DE UM GUINDASTE FLORESTAL

Trabalho de conclusão da disciplina de Estágio 2, apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito para obtenção do título de Engenheiro mecânico.

Área de concentração: Mecânica dos sólidos.

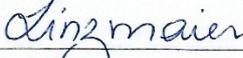
Aprovado em 03 / 12 / 2015

Banca Examinadora:



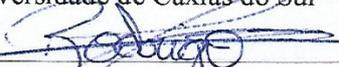
Prof. Me. André Alaniz Cesário

Universidade de Caxias do Sul – UCS



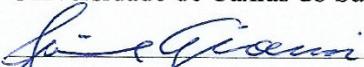
Prof. Me. Paulo Roberto Linzmaier

Universidade de Caxias do Sul – UCS



Prof. Dr. Rodrigo Panosso Zeilmann

Universidade de Caxias do Sul – UCS



Eng. Jaime Gianni

VHC Equipamentos Hidráulicos

Dedico este trabalho ao meu pai, pois foi ele que sempre me incentivou e a minha esposa Marilise que deu todo o apoio para possibilitar minha chegada até aqui.

RESUMO

O mercado florestal está em constante ampliação. Com uma área de floresta plantada de 6 milhões de hectares, o Brasil é o 4º produtor mundial de madeira. O reflorestamento abastece as indústrias de papel e celulose, os setores ligados à geração de energia, à construção civil, entre outros. Este trabalho apresenta um estudo cinemático de um guindaste florestal. Foram abordados dois métodos de modelagem da cinemática inversa do guindaste florestal em estudo que são: Definição dos ângulos das juntas pelo método de solução algébrica e definição dos ângulos das juntas pelo método de solução de Newton-Raphson. O referencial teórico necessário para prover deslocamentos, velocidades e acelerações das juntas variando no tempo é apresentado. Os resultados obtidos possibilitaram conhecer movimentos velocidades e acelerações das juntas do guindaste e da sua trajetória percorrida. Por fim, são discutidas as perspectivas para trabalhos futuros para este tipo de aplicação.

Palavras-chave: Guindaste, Cinemática inversa, Newton-Raphson.

ABSTRACT

The Market of forest crane are constantly growing up. With an area about 6 million hectares, Brazil is the 4th worldwide biggest wood producer. The reforestation supplies paper and cellulose industries, companies of energy generation, building, etc. This work presents a study of kinematics behavior of a forest crane. Were studied two modeling methods of inverse kinematics of the crane, which are: joints angles definition using algebraic solution and joint angles definition using Newton-Raphson solution. The theoretical reference needed to provide displacement, velocity and joint acceleration of joints varying on time is presented. The results allowed to know velocities and accelerations movements of the joints of the crane and its path traveled. In the end, a discussion about future works is done for this kind of application.

Keywords: Crane, inverse kinematics, Newton-Raphson.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Guindaste florestal montado na parte traseira..... | 13 |
| Figura 2 - Guindaste florestal e seus principais componentes..... | 14 |
| Figura 3 - Tipos de movimentos e trajetórias | 15 |
| Figura 4 - Elos de ordem diferente | 16 |
| Figura 5 - Os seis possíveis tipo de juntas do par inferior..... | 17 |
| Figura 6 - Um elo em rotação pura..... | 19 |
| Figura 7 - Posição relativa e absoluta..... | 20 |
| Figura 8 - Diferença de velocidade..... | 21 |
| Figura 9 - Aceleração de um elo em rotação pura. | 22 |
| Figura 10 - Diferença de aceleração em um sistema. | 23 |
| Figura 11 - Método de solução de Newton Raphson. | 24 |
| Figura 12 - Guindaste florestal em operação..... | 27 |
| Figura 15 - Vista isométrica elos..... | 29 |
| Figura 13 - Vista isométrica do mecanismo modelado em CAD..... | 30 |
| Figura 14 - Representação simplificada do mecanismo. | 31 |
| Figura 16 - Vista isométrica da trajetória da reta. | 38 |
| Figura 17 - Posições da trajetória da reta durante simulação. | 39 |
| Figura 18 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória da reta..... | 39 |
| Figura 19 - Gráficos da trajetória da reta..... | 40 |
| Figura 20 - Vista isométrica da trajetória do círculo xy..... | 41 |
| Figura 21 - Posições da trajetória do círculo no plano xy durante simulação..... | 42 |
| Figura 22 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do círculo no plano xy..... | 42 |
| Figura 23 - Gráficos do círculo no plano xy..... | 43 |
| Figura 24 - Vista isométrica da trajetória do círculo xz. | 44 |
| Figura 25 - Posições da trajetória do círculo no plano xz durante simulação. | 45 |
| Figura 26 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do círculo no plano xz..... | 45 |
| Figura 27 - Gráficos do círculo no plano xz..... | 46 |
| Figura 28 - Vista isométrica da trajetória do semicírculo. | 47 |
| Figura 29 - Posições da trajetória do semicírculo durante simulação. | 48 |
| Figura 30 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do semicírculo..... | 48 |
| Figura 31 - Gráficos do semicírculo..... | 49 |

| | |
|--|----|
| Figura 32 - Vista isométrica da trajetória da leminiscata. | 50 |
| Figura 33 - Posições da trajetória da leminiscata durante simulação. | 51 |
| Figura 34 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória da leminiscata. | 51 |
| Figura 35 - Gráficos da leminiscata. | 52 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | | |
|------------|--|-----------------------|
| A | Aceleração linear | [m/s ²] |
| A_{PA} | Aceleração de P em relação ao ponto A | [m/s ²] |
| A_{PA}^t | Aceleração tangencial de P em relação ao ponto A | [m/s ²] |
| A_{PA}^n | Aceleração normal de P em relação ao ponto A | [m/s ²] |
| CAD | Computer aided design | [-] |
| F | Matriz de funções | [-] |
| J | Matriz de Jacobianos | [-] |
| m | Coefficiente angular da reta tangente a curva | [-] |
| P | Matriz de posição | [-] |
| R_n | Matriz de rotação em x, y ou z | [-] |
| R | Vetor posição | [m] |
| R_{PA} | Vetor posição do ponto P ao referencial A | [m] |
| T | Matriz de transformação homogênea | [-] |
| nT_m | Matriz de transformação homogênea de n até m | [-] |
| t | Tempo | [s] |
| V_{PA} | Velocidade tangencial do ponto P em relação ao referencial A | [m/s] |
| $V_{B/A}$ | Velocidade relativa do ponto B em relação a A | [m/s] |
| V_A | Velocidade absoluta do ponto A | [m/s] |
| V_B | Velocidade absoluta do ponto B | [m/s] |
| V | Velocidade linear | [m/s] |
| α | Aceleração angular | [rad/s ²] |
| ω | Velocidade angular | [rad/s] |
| θ | Ângulo | [rad] |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 12 |
| 1.1 | AMBIENTE DE ESTÁGIO | 13 |
| 1.2 | JUSTIFICATIVA DO TRABALHO..... | 13 |
| 1.3 | OBJETIVO GERAL..... | 14 |
| 1.4 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 14 |
| 2 | REFERENCIAL TEÓRICO | 15 |
| 2.1 | CINEMÁTICA | 15 |
| 2.1.1 | Cinemática direta de manipuladores..... | 16 |
| 2.1.2 | Descrição de um elo e um manipulador | 16 |
| 2.1.3 | Matrizes de rotação..... | 17 |
| 2.1.4 | Matriz de transformação homogênea..... | 18 |
| 2.1.5 | Análise de velocidade e aceleração | 18 |
| 2.2 | MÉTODO NÚMÉRICO DE NEWTON-RAPHSON | 23 |
| 2.2.1 | Encontrando uma raiz unidimensional (método de Newton) | 24 |
| 2.2.2 | Encontrando raízes multidimensionais (método de Newton-Raphson)..... | 25 |
| 2.3 | GUINDASTES | 26 |
| 2.4 | TRABALHOS CORRELATOS | 28 |
| 3 | MODELAGEM CINEMÁTICA DO GUINDASTE | 29 |
| 3.1 | PROPRIEDADES DOS ELOS..... | 29 |
| 3.2 | CINEMÁTICA | 30 |
| 3.2.1 | Cinemática direta | 31 |
| 3.2.2 | Cinemática Inversa | 33 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO..... | 38 |
| 4.1 | CINEMÁTICA INVERSA – RETA | 38 |
| 4.2 | CINEMÁTICA INVERSA – CÍRCULO NO PLANO XY | 41 |
| 4.3 | CINEMÁTICA INVERSA – CÍRCULO NO PLANO XZ..... | 44 |
| 4.4 | CINEMÁTICA INVERSA – SEMICÍRCULO..... | 47 |
| 4.5 | CINEMÁTICA INVERSA – LEMINISCATA..... | 50 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5 | CONCLUSÕES..... | 53 |
| 5.1 | TRABALHOS FUTUROS | 53 |
| 6 | REFERÊNCIAS..... | 54 |
| | ANEXO A - ALGORITMO DA CINEMÁTICA DO GUINDASTE SOLUÇÃO POR MÉTODO ALGÉBRICO | 55 |
| | ANEXO B - ALGORITMO DA CINEMÁTICA DO GUINDASTE SOLUÇÃO POR MÉTODO NEWTON-RAPHSON..... | 59 |

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho destina-se a disciplina de Estágio II, referente à grade curricular do Curso de Engenharia Mecânica pela Universidade de Caxias do Sul, sendo realizado no segundo semestre de 2015, através da Empresa VHC Equipamentos Hidráulicos, sediada em Caxias do Sul – RS.

Desde os tempos antigos o homem necessitou mover e levantar grandes cargas e para isso inicialmente usou a força humana trabalhando em conjunto. Os primeiros guindastes surgiram na idade média na Grécia e eram movidos por homens ou animais de carga. Usavam alavancas e cordas tracionadas, com o tempo o advento da roda permitiu o uso de roldanas e roletes guiados em eixos (VERSCHOOF, 2002).

Mello (2007) para um líquido incompressível e em equilíbrio, qualquer variação de pressão se transmite integralmente por todo o líquido. Este é o princípio fundamental da hidrostática. Utilizando o princípio de Pascal, o guindaste também se tornou uma máquina hidráulica capaz de elevar grandes cargas, seu salto de eficiência foi até então nunca visto, possibilitando a redução de massa em novos projetos de guindastes.

A evolução tecnológica levou à humanidade a era da globalização, que, por sua vez, foi responsável por constantes mudanças no cenário do comércio mundial e acirradas concorrências entre potências comerciais (SANTOS 2014).

Desde 1990, ano de abertura do mercado externo no Brasil, e com a redução da alíquota de importação nos dias de hoje, somando com a forte expansão do mercado asiático no mundo, os fabricantes de guindastes vêm sendo obrigados a reduzir custos para sua sobrevivência, justificando novos investimentos em tecnologia e profissionalização de mão de obra técnica.

O guindaste florestal, também chamado de grua florestal, é um equipamento utilizado para transportar toras de madeira, carregadas em caminhões ou carretas, levadas para processamento em indústrias de carvão vegetal, papel e celulose, na construção civil e alimentação de caldeiras.

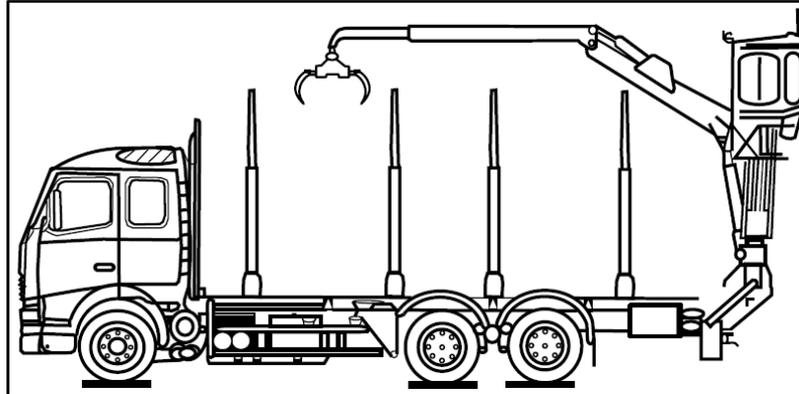
Definição do guindaste florestal conforme a norma NBR 14768/2012:

Guindaste articulado hidráulico especificamente projetado, fabricado e equipado com uma garra para carregar e descarregar madeira bruta (por exemplo: troncos de árvores, galhos). O operador controla o guindaste a partir de um banco elevado ou de uma cabine. (2012, p. 9).

Na Figura 1, a ilustração demonstra a instalação do guindaste florestal na traseira do

caminhão, embora possa ser instalado em trator, guindaste florestal auto propelido ou estacionário.

Figura 1 - Guindaste florestal montado na parte traseira.



Fonte: (NBR14768, 2012).

1.1 AMBIENTE DE ESTÁGIO

O ambiente de estágio será no setor da engenharia na empresa VHC Equipamentos Hidráulicos fundada em quatro de julho de 2011. Fabricante de equipamentos de movimentação de cargas e elevação de pessoas. Comercializam cestas aéreas, guias de torre, guindastes veiculares e florestais.

Sua estrutura está organizada em departamentos que são engenharia, vendas pós-vendas, administrativo, compras e setor fabril.

A engenharia desenvolve novos produtos e atualiza seus produtos correntes até o final do seu ciclo, mantendo seu histórico para o mercado de reposição, sempre atualizada em novas tecnologias, buscando um melhor desempenho em seus produtos.

1.2 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

No presente trabalho, foi feito uma análise cinemática de um produto desenvolvido na empresa VHC Equipamentos e o mesmo será um guindaste florestal com capacidade de 13 toneladas métricas de momento de carga. O orientador da empresa foi o engenheiro Jaime Gianni que tem a função de gerência da engenharia e também responsável técnico.

A maior motivação no estudo deste trabalho foi à possibilidade de obter um modelo cinemático equivalente ao projeto do guindaste florestal.

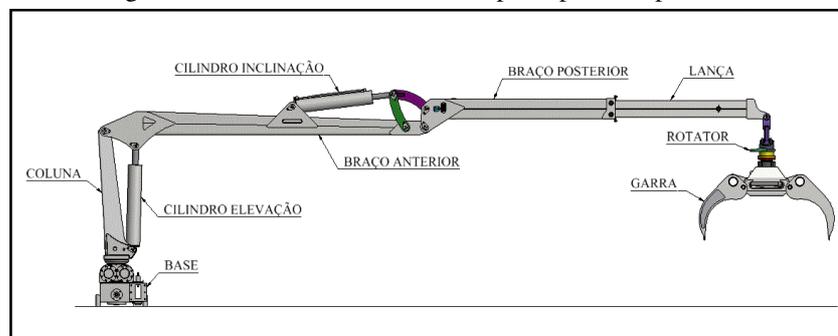
Conforme a norma NBR 14768/2012 - requisitos de Guindaste articulado hidráulico: define fatores dinâmicos, para assegurar que fabricantes atendam a requisitos mínimos de

segurança em cálculo, mas nada impede de o fabricante realizar com recursos próprios a análise dinâmica do equipamento, buscando melhor desempenho do produto.

1.3 OBJETIVO GERAL

Analisar a cinemática dos movimentos de um mecanismo articulado de barras, equivalente a um guindaste florestal. Na condição de um sistema rígido, sem considerar deformações. Na Figura 2 a ilustração mostra uma breve descrição dos itens do guindaste florestal em análise. Maiores explicações estão nos próximos capítulos.

Figura 2 - Guindaste florestal e seus principais componentes.



Fonte: o autor (2015).

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para que se consiga atingir o objetivo geral proposto, faz-se necessário alcançar os seguintes objetivos secundários:

- Escrever analiticamente as equações da cinemática direta e inversa que descrevem as posições, velocidades e acelerações das juntas entre os elos do guindaste e sua extremidade de içamento da carga;
- Desenvolver um algoritmo no programa comercial matlab® capaz de realizar uma análise cinemática do guindaste em estudo a partir de dados de entrada;
- Definir algumas trajetórias possíveis do guindaste de acordo com os seus graus de liberdade. Obtendo gráficos das juntas do guindaste como deslocamentos, velocidades e acelerações variando no tempo. Obtidas em matlab®.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo apresenta-se a revisão da literatura dos principais assuntos abordados neste trabalho. Como cinemática, método numérico para resolução de equações algébricas e guindastes.

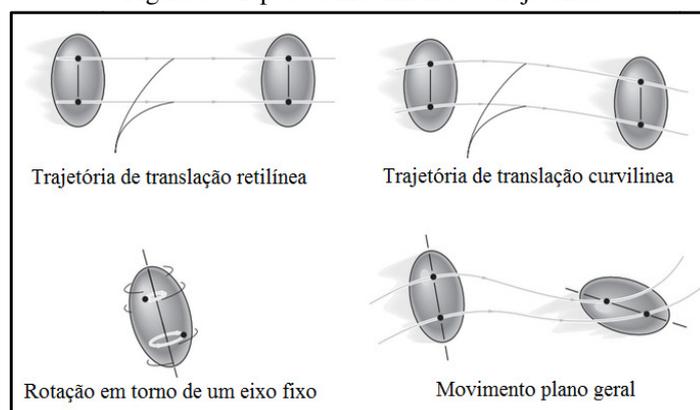
2.1 CINEMÁTICA

Cinemática é a ciência do movimento não considerando as forças que o causam. Nela estudamos sua posição velocidade e aceleração e todas suas derivadas de ordem mais elevada das variáveis de posição (CRAIG, 2012).

Norton (2010) um sistema mecânico pode ser classificado de acordo com sua mobilidade e o mesmo é definido de acordo com o número de graus de liberdade. Os graus de liberdade são utilizados para definir uma única posição no espaço em qualquer instante de tempo do referido sistema mecânico.

Norton (2010) um corpo rígido, livre para se mover, pode ter movimentos de translação e rotação ou ainda, um movimento complexo, que seria a combinação dos movimentos de translação e rotação. Quando ocorre apenas movimento de translação, utiliza-se a expressão translação pura. Já quando ocorre apenas movimento de rotação, chama-se de rotação pura. O corpo possui um centro de rotação, de forma que todos os demais pontos do corpo descrevem arcos ao redor do referido centro. A linha de referência desenhada no corpo varia somente em relação à orientação angular, mas não em relação à posição linear. A translação pura ocorre quando todos os pontos do corpo descrevem trajetórias paralelas, sejam estas retilíneas ou curvilíneas. A Figura 3 apresenta os tipos de movimentos.

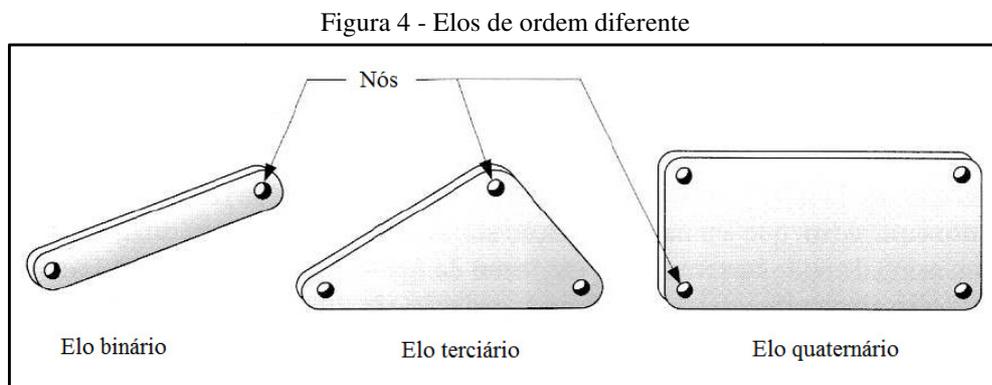
Figura 3 - Tipos de movimentos e trajetórias



Fonte: HIBBLER (2011).

Na Figura 3 no movimento plano geral a linha de referência desenhada no corpo não sofre movimento angular, apenas linear e os movimentos complexos são uma combinação simultânea de rotação e translação e, a cada instante, um ponto no corpo poderá mudar seu centro de rotação e sua posição linear em relação a uma linha de referência. Por representarem movimentos independentes, rotação e translação podem não coexistirem.

Norton (2010) um elo é um corpo rígido que possui pelo menos dois nós que são pontos para se anexar aos outros elos, e classificam-se em elo binário com dois nós, elo terciário com três nós e elo quaternário com quatro nós. A Figura 4 apresenta alguns tipos de elos.



Fonte: NORTON (2010).

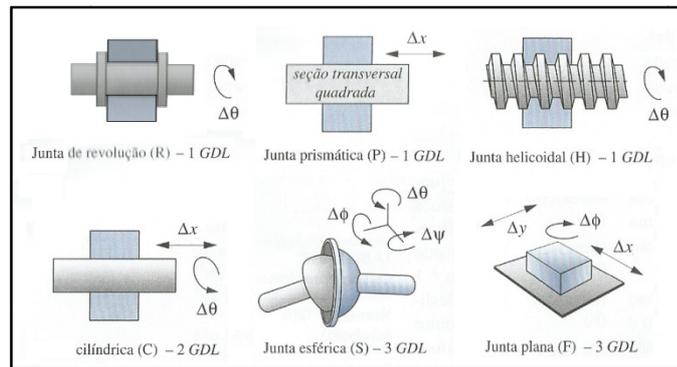
2.1.1 Cinemática direta de manipuladores

Para trabalhar com a geometria complexa de um manipulador, serão fixados sistemas de referência em algumas partes do mecanismo, depois descreveremos a relação entre eles. O estudo da cinemática de manipuladores descreve a localização dos sistemas de referência se movendo à medida que o mecanismo se articula (CRAIG, 2012).

2.1.2 Descrição de um elo e um manipulador

Craig (2012) um manipulador é considerado um conjunto de corpos conectados em cadeia por juntas. Esses corpos são chamados de elos. As juntas formam uma conexão entre um par de elos vizinhos. O termo “par inferior” é usado para descrever a conexão entre um par de corpos quando o movimento relativo é caracterizado por duas superfícies que deslizam uma sobre a outra. A Figura 5 mostra os seis tipos de juntas do par inferior.

Figura 5 - Os seis possíveis tipo de juntas do par inferior



Fonte: NORTON (2010).

Os elos são numerados a partir da base fixa ou imóvel do braço que pode ser chamado de elo 0. O primeiro corpo móvel é o elo 1, e assim por diante, até a extremidade livre, que é o elo n.

Para determinar as equações cinemáticas do mecanismo, um elo é considerado um corpo rígido, e nele especificaremos a relação entre os eixos de duas juntas vizinhas de um manipulador. A função cinemática de um elo é manter uma relação fixa entre dois eixos de juntas que ele sustenta (CRAIG, 2012).

2.1.3 Matrizes de rotação

Craig (2012) as rotações de uma base móvel em relação à base inercial, respeitando a regra da mão direita, apresentam as seguintes matrizes de rotação.

- Rotação positiva em torno do eixo x:

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \text{sen} \theta \\ 0 & -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

- Rotação positiva em torno do eixo y:

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\text{sen} \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

- Rotação positiva em torno do eixo z:

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.1.4 Matriz de transformação homogênea

A matriz de transformação de coordenadas é uma matriz independente do tempo e é responsável por transformar a representação de um vetor descrito em um dado sistema em outro sistema (CRAIG, 2012).

O operador nT_m , denominado matriz de transformação homogênea, é uma matriz 4x4 que contém todas as informações sobre translação e a rotação de um referencial “m” em um referencial “n”, genericamente é definido pela equação abaixo:

$${}^nT_m = \begin{bmatrix} [{}^nR_m]_{3 \times 3} & [{}^nP_m]_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Onde nR_m correspondente a matriz de rotação e nP_m o vetor posição entre os referenciais. As matrizes de transformação homogênea são obtidas através da multiplicação das matrizes de rotação e translação entre dois elos consecutivos na ordem em que ocorrem.

A posição e orientação da extremidade do último elo rígido do guindaste em estudo são obtidas através da matriz de transformação homogênea 0T_3 , que descreve a posição do guindaste do elo 0 ao elo 3.

2.1.5 Análise de velocidade e aceleração

Norton (2010) e Hibbeler (2011) definem a velocidade como a taxa de variação da posição em relação ao tempo. A velocidade pode ser angular ou linear. Conforme equações (5) e (6).

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (5)$$

$$V = \frac{dR}{dt} \quad (6)$$

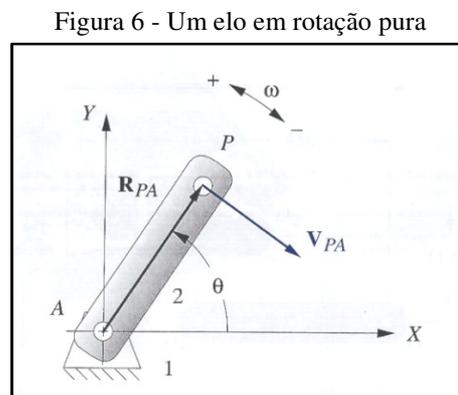
Sendo que as variáveis correspondem à:

R - Vetor posição;

ω - Velocidade angular;

V - Velocidade linear.

Norton (2010) a velocidade em rotação pura é denotada pelo produto da distância do ponto P ao sistema de coordenadas global pela velocidade angular ω . A Figura 6 mostra uma barra em rotação pura.



Fonte: NORTON (2010).

$$|V_{PA}| = R_{PA} \cdot \omega \quad (7)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

R_{PA} - Vetor posição do ponto P ao referencial A;

θ - Ângulo;

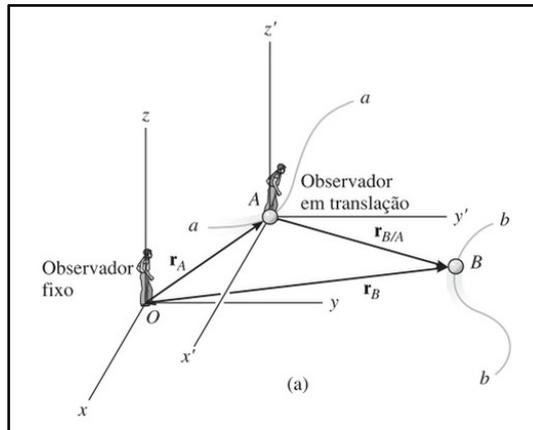
V_{PA} - Velocidade tangencial do ponto P em relação ao referencial A.

A velocidade V_{PA} é definida como uma velocidade absoluta porque está referenciada em relação a A, que é a origem global desse sistema de coordenadas. O segundo subscrito A indica a qual sistema de coordenadas a velocidade V_P pertence.

Hibbeler (2011) o movimento relativo considera duas partículas se movendo ao longo de trajetórias arbitrárias. A posição absoluta de cada partícula é medida a partir do sistema de referencial global. E fixando um sistema de referencial local a uma das partículas que se move. Os eixos desse sistema podem realizar apenas translação em relação ao

referencial global. A Figura 7 considera duas partículas A e B que se movem ao longo de trajetórias arbitrárias.

Figura 7 - Posição relativa e absoluta



Fonte: HIBBLER (2011).

Os três vetores mostrados na Figura 7 podem ser relacionados pela equação (8) utilizando a adição de vetores.

$$r_B = r_A + r_{B/A} \quad (8)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

r_B - Vetor posição do ponto B até o referencial global; r_A - Vetor posição do ponto A até o referencial global; $r_{B/A}$ - Vetor posição relativa descreve a posição do ponto B medida em relação a A.

A equação (11) relaciona as velocidades das partículas A e B calculando-se as derivadas temporais da equação (8). As equações (9) e (10) referem-se às velocidades absolutas.

$$V_B = \frac{dr_B}{dt} \quad (9)$$

$$V_A = \frac{dr_A}{dt} \quad (10)$$

$$V_{B/A} = \frac{dr_{B/A}}{dt} \quad (11)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

V_B - Velocidade absoluta do ponto B;

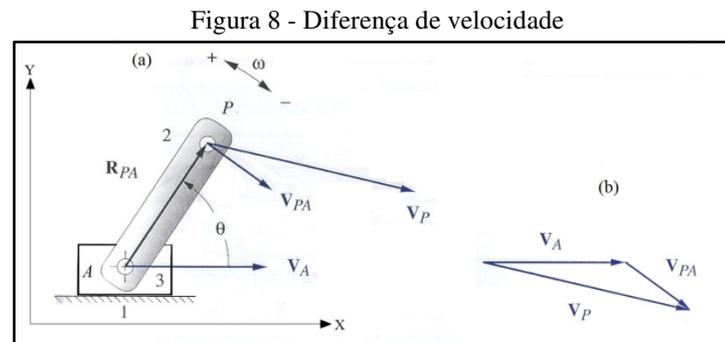
V_A - Velocidade absoluta do ponto A;

$V_{B/A}$ - Velocidade relativa do ponto B em relação a A.

As velocidades absolutas são observadas a partir do sistema de referência global fixo. e a equação (11) denota a velocidade relativa $V_{B/A}$ que é observada a partir do sistema de translação. Lembrando que os eixos do sistema referencial móvel transladam, as componentes de $r_{B/A}$ não variam a direção, logo a derivada temporal dessas componentes apenas levará em consideração a variação em suas intensidades (HIBBELER, 2011).

Na Figura 8 a parte (a) mostra um pivô A que se movimenta e tem velocidade linear V_A , que é uma velocidade de translação do bloco 3. Em relação à Figura 6 que denotava um elo em rotação pura, ω permanece o mesmo, a velocidade do ponto P em relação a A será a mesma, mas V_{PA} não mais poderá ser considerada uma velocidade absoluta. Agora será uma diferença de velocidade e deve ter o segundo subscrito assim como V_{PA} . A velocidade absoluta V_P tem que ser resolvida por meio da equação da diferença de posição, cuja solução também pode ser gráfica conforme demonstrado na parte (b) (NORTON, 2010).

$$V_P = V_A + V_{PA} \quad (12)$$



Fonte: NORTON (2010).

A aceleração relativa é definida como a taxa de variação da velocidade (derivada da velocidade em função do tempo). Velocidade (V , ω) é uma grandeza vetorial, assim como a aceleração, a qual pode ser angular ou linear. A aceleração angular será denotada como α e a aceleração linear, com A (NORTON, 2010).

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (13)$$

$$A = \frac{dV}{dt} \quad (14)$$

Na Figura 9 mostra o elo PA em rotação pura, pivotado no ponto A. Quando o elo é sujeito a uma ω e uma α , que não precisam ter o mesmo sentido. A posição do elo é definida pelo vetor posição R , e a velocidade do ponto P é V_{PA} . A aceleração total no ponto P será definida pela equação (15), A_{PA} será a soma vetorial da sua componente normal e tangencial.

$$A_{PA} = A_{PA}^t + A_{PA}^n \quad (15)$$

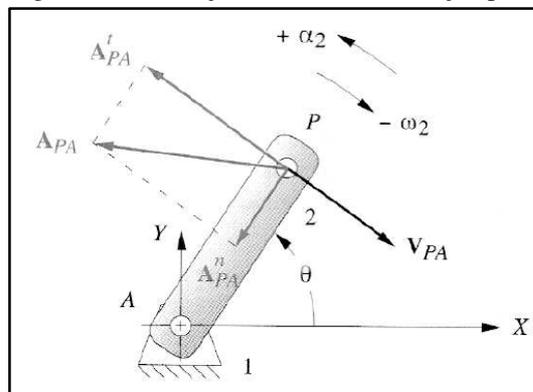
Sendo que as variáveis correspondem à:

A_{PA} - Aceleração de P em relação a A;

A_{PA}^t - Aceleração tangencial de P em relação a A;

A_{PA}^n - Aceleração normal de P em relação a A.

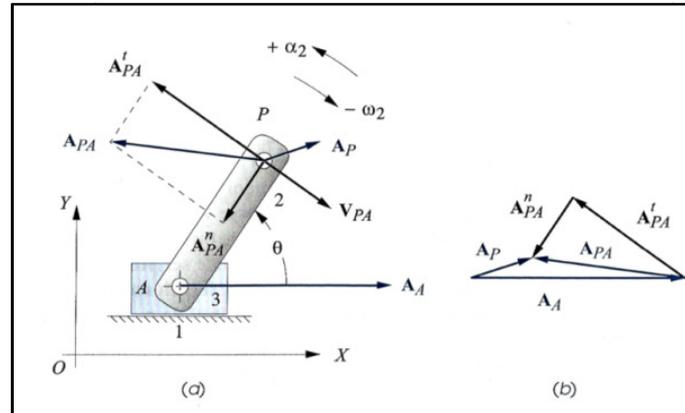
Figura 9 - Aceleração de um elo em rotação pura.



Fonte: NORTON (2010).

Na Figura 10 parte (a) mostra o bloco 3 em translação, conectado a barra AP em A, o pivô A possui uma aceleração linear A_A . A aceleração total A_{PA} do ponto P está em relação ao sistema de referência A conforme subscrito e em relação ao sistema de referência global O a mesma não será uma aceleração absoluta. Ela será uma diferença de aceleração e deve carregar o segundo subscrito como em A_{PA} . A aceleração absoluta A_p precisa ser determinada a partir da diferença de aceleração conforme equação (16). E a partir de uma geometria pré-definida das barras podemos determinar uma solução gráfica denotada na Figura 10 parte (b) (NORTON, 2010).

Figura 10 - Diferença de aceleração em um sistema.



Fonte: NORTON (2010).

$$A_P = A_A + A_{PA} \quad (16)$$

$$(A_P^t + A_P^n) = (A_A^t + A_A^n) + (A_{PA}^t + A_{PA}^n) \quad (17)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

A_P - Aceleração absoluta do ponto P;

A_A - Aceleração absoluta do ponto A;

A_P^t - Aceleração tangencial de P;

A_P^n - Aceleração normal de P;

A_A^t - Aceleração tangencial de A;

A_A^n - Aceleração normal de A.

A solução de A_P também pode ser encontrada pela adição do vetor resultante A_{PA} ou das suas componentes normal e tangencial, A_{PA}^n e A_{PA}^t , ao vetor A_A conforme equação (17).

2.2 MÉTODO NÚMÉRICO DE NEWTON-RAPHSON

Nesta seção será apresentada a teoria de um dos vários métodos numéricos para resolução de equações algébricas, o método de Newton-Raphson.

Norton (2010) o método de solução para análise de posição pode ser de forma fechada, porque proporciona a solução com aproximação direta, não iterativa. Embora em

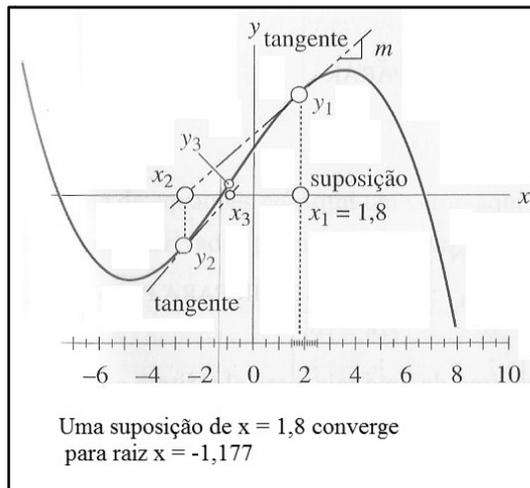
alguns casos com mecanismos de múltiplos laços ou mecanismos com muitos graus de liberdade, uma solução de forma fechada pode não ser atingível. Então é necessária uma aproximação alternativa, e o método de Newton-Raphson pode resolver sistemas de equações não lineares simultâneas.

2.2.1 Encontrando uma raiz unidimensional (método de Newton)

Norton (2010) uma função não linear pode ter múltiplas raízes nas quais uma delas está definida como a interseção da função com qualquer linha reta. Tipicamente, o eixo zero da variável independente é a linha reta para a qual desejamos as raízes.

A Figura 11 apresenta o método de Newton-Raphson para encontrar raízes de funções não lineares.

Figura 11 - Método de solução de Newton Raphson.



Fonte: NORTON (2010).

O algoritmo de Newton pode ser expresso algebricamente em forma de pseudocódigo. A função para a qual as raízes são procuradas é $f(x)$ e sua derivada é $f'(x)$. A inclinação m da linha tangente é igual a $f'(x)$ no ponto atual x_i e y_i (NORTON, 2010).

Na equação (18) é apresentado o pseudocódigo do algoritmo de Newton.

Passo 1 $y_i = f(x_i)$

Passo 2 SE $y_i \leq \text{tolerância}$ ENTÃO PARAR

Passo 3 $m = f'(x_i)$

(18)

Passo 4 $x_{i+1} = x_i - \frac{y_i}{m}$

Passo 5 $y_{i+1} = f(x_{i+1})$

Passo 6 SE $y_{i+1} \leq \text{tolerância}$ ENTÃO PARAR

SENÃO $x_i = x_{i+1} : y_i = y_{i+1} : \text{IR PARA PASSO 1}$

Sendo que as variáveis correspondem à:

y_i - Valor da posição do eixo y que corresponde ao ponto x_i na dada função;

x_i - Valor da posição do eixo x ;

$f(x_{i+1})$ - Função desejada no próximo passo ou iteração;

m - Coeficiente angular da reta tangente a curva ou derivada da função;

$f'(x_{i+1})$ - Derivada da função $f(x_i)$.

Norton (2010) se o valor inicial escolhido for próximo de uma raiz, esse algoritmo convergirá rapidamente para a solução. Porém é bastante sensível ao valor escolhido inicialmente.

2.2.2 Encontrando raízes multidimensionais (método de Newton-Raphson)

O método de Newton unidimensional é facilmente extensível para sistemas de equações múltiplas, simultâneas, não lineares. Ele é chamado de método de Newton-Raphson (NORTON, 2010).

$$x_{i+1} = x_i - \frac{y_i}{m} \quad \text{ou} \quad m(x_{i+1} - x_i) = -y_i$$

$$\text{Mas} \quad y_i = f(x_i) \quad m = f'(x_i) \quad x_{i+1} - x_i = \Delta x \quad (19)$$

$$\text{Substituindo} \quad f'(x_i) \cdot \Delta x = -f(x_i)$$

O termo Δx é introduzido, o qual chegará a zero quando a solução convergir. Neste caso, o termo de Δx será testado no lugar de y_i em relação a tolerância estabelecida.

Um problema multidimensional terá um sistema de equação da forma.

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_3(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \end{bmatrix} = F \quad (20)$$

Em que o sistema de equações constitui um vetor, aqui determinado de F .

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} = J \quad (21)$$

Norton (2010) são necessárias derivadas parciais para obter os coeficientes angulares que formam a matriz jacobiana do sistema, denominada aqui de J .

Os erros absolutos também formam um vetor, aqui denominado de X .

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = X \quad (22)$$

Logo a equação (19) se torna uma equação matricial para o caso multidimensional.

$$JX = -F \quad (23)$$

Norton (2010) apresenta a equação (23) que pode ser resolvida para X por meio de uma inversão de matriz ou por eliminação gaussiana ou por vários outros métodos numéricos. Os valores dos elementos de J e F são calculáveis para qualquer valor assumido das variáveis. Pode ser considerada como critério de convergência a soma do vetor erro X a cada iteração, na qual a soma se aproxima à zero em uma raiz.

2.3 GUINDASTES

Um guindaste é um dispositivo mecânico capaz de elevar e movimentar cargas, quanto a sua construção pode variar dependendo da sua aplicação. Os primeiros guindastes foram inventados pelos gregos e eram movidos por homens ou animais de carga. Mais tarde,

foram desenvolvidos grandes guindastes, empregando o uso de rodas humanas, permitindo o levantamento de cargas mais pesadas. Na Idade Média, guindastes foram introduzidos nos portos para carregar e descarregar navios e para facilitar foram construídos em torres de pedra para ter força extra e estabilidade. Os primeiros guindastes foram construídos a partir da madeira, mas com o advento da Revolução Industrial o ferro fundido e aço ficaram os principais materiais (VERSCHOOF, 2002). A Figura 12 apresenta um modelo de guindaste florestal do fabricante sueco Hiab.

Figura 12 - Guindaste florestal em operação.



Fonte: <http://www.hiab.com/>, (2015).

Os guindastes florestais são equipamentos para elevação de toras de madeira e estão equipados com acessórios na ponta da sua lança, que são garras e pinças e um rotator hidráulico para possibilitar rotação infinita da carga e também são equipados com plataforma de operação fixada em sua coluna possibilitando maior visibilidade do operador no trabalho de manipulação das toras. O mesmo equipamento poderá ser modificado trocando a pinça para madeira pela garra para sucata tornando um guindaste para trabalhos com sucata ou guindaste sucateiro. Muitas vezes poderá ser equipado com limitadores eletrônicos de momento de carga tornando assim sua operação mais segura.

2.4 TRABALHOS CORRELATOS

Heinz (2007) Analisou em matlab a dinâmica de um guindaste florestal buscando obter dados de simulações, possibilitando novas avaliações para futuros projetos. Utilizou a cinemática inversa para determinar a trajetória da ponta do guindaste, definindo os ângulos das juntas requeridas que correspondem à posição desejada da ponta do guindaste.

La Hera (2011) Modelou um sistema dinâmico utilizando métodos de equações padrões de euler-lagrange, considerando o guindaste um sistema MBS rígido que compõem links e juntas. Na modelagem cinemática foi usada a convenção de denavit-hartenberg, onde cada link da configuração é representado por uma matriz de transformação homogênea.

Silva et al (2012) modelaram a cinemática direta de um robô, com objetivo de analisar seu comportamento da posição e orientação no espaço em relação a um sistema de coordenadas. E com as equações cinemáticas definidas foi desenvolvido um algoritmo em matlab, capaz de simular as condições de operação em uma trajetória definida. O método usado para descrever os elos e juntas do robô foi à notação de denavit-hartenberg.

Santos (2014) analisou um guindaste *offshore* com três juntas de rotação, buscando um entendimento do funcionamento dinâmico do sistema. E para isso desenvolveu uma análise cinemática e dinâmica desse mecanismo antropomórfico, com objetivo de dimensionar através da obtenção de torques atuantes nas suas juntas. Para descrever os parâmetros dos elos e juntas do guindaste foi utilizada a notação de denavit-hartenberg.

He et al (2014) propuseram um estudo de um guindaste *offshore*, modelando o mesmo como MBS flexível, diferenciando dos autores anteriores que consideraram somente em suas análises uma MBS rígida sem flexibilidade, afetando a precisão da análise. Considerou a estrutura do modelo sujeita a deformações e vibrações, conforme já indicado anteriormente uma análise MBS flexível. Os autores apresentam três métodos para realizar sua análise, o primeiro usa diretamente a análise de elementos finitos, o segundo utiliza o módulo autoflex do software ADAMS®, que considera flexibilidade dos corpos, no entanto esse caminho se apresentou muito demorado e o terceiro é a criação de um corpo flexível através da utilização do software de elementos finitos ANSYS® e depois importar para o software ADAMS®, possibilitando uma análise dinâmica flexível.

Bake e Hansen (2013) propuseram a modelagem de um guindaste *offshore* considerando uma estrutura flexível e um procedimento para estimar o amortecimento estrutural.

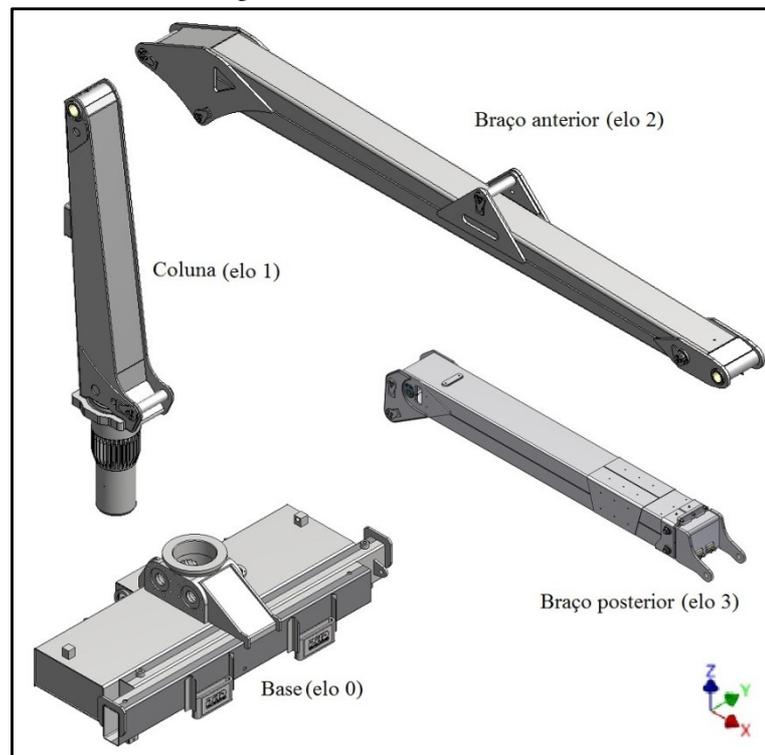
3 MODELAGEM CINEMÁTICA DO GUINDASTE

Neste capítulo será apresentada toda metodologia necessária para modelagem do problema proposto conforme objetivos específicos e gerais, utilizando o referencial teórico apresentado no capítulo anterior. Foi utilizado um mecanismo articulado de barras com três graus de liberdade que representa a estrutura rígida de um guindaste florestal, desprezando qualquer tipo de atrito nas juntas e deformação na estrutura. O objetivo deste capítulo é apresentar a modelagem da cinemática do guindaste florestal para que se possam obter os resultados no próximo capítulo.

3.1 PROPRIEDADES DOS ELOS

Na Figura 13 está mostrando os conjuntos ou elos que foram usados na análise cinemática no presente trabalho.

Figura 13 - Vista isométrica elos.



Fonte: o autor (2015).

Na Tabela 1 estão apresentados alguns dados do guindaste florestal em estudo.

Tabela 1 - Dados do guindaste em estudo.

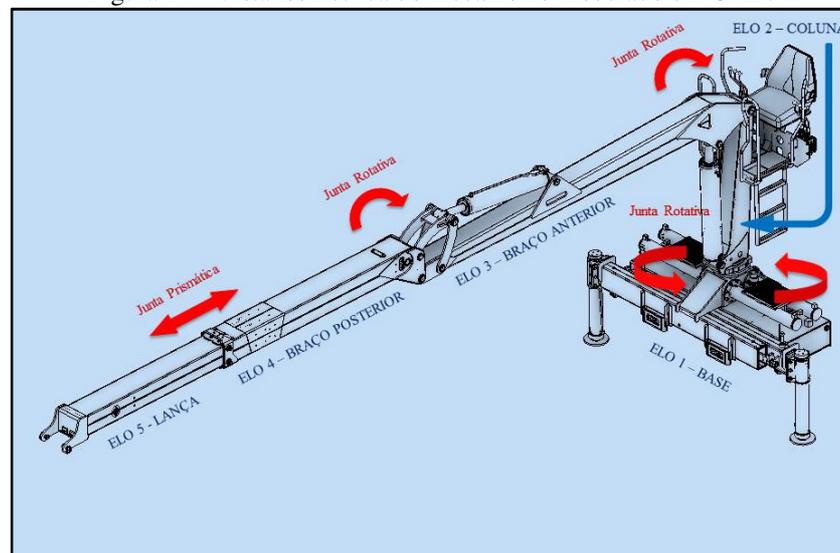
| | Massa [kg] | Comprimento [m] | Posição do centro de massa [m] |
|---------------------|------------|-----------------|--------------------------------|
| Base | 460 | 0,575 | [0,091 0 -0,353] |
| Coluna | 250 | 1,557 | [-0,025 0 0,171] |
| Braço anterior | 290 | 3,950 | [1,803 0 0,062] |
| Braço post. + lança | 275 | 2,603 | [1,152 0 0,210] |

Fonte: o autor (2015).

3.2 CINEMÁTICA

Conforme os objetivos específicos para que se possa modelar a cinemática do mecanismo será necessário dados do projeto como entrada para montar as matrizes que definem a posição e orientação que referenciam um elo em relação ao próximo. Também a determinação do sistema de referencial global e seus sistemas de referenciais locais em cada junta e um sistema de referencia local no extremo do guindaste onde a carga é içada, buscando fazer uma equivalência com os dados de projeto. A Figura 14 mostra os tipos de juntas e elos do guindaste florestal em análise.

Figura 14 - Vista isométrica do mecanismo modelado em CAD.



Fonte: o autor (2015).

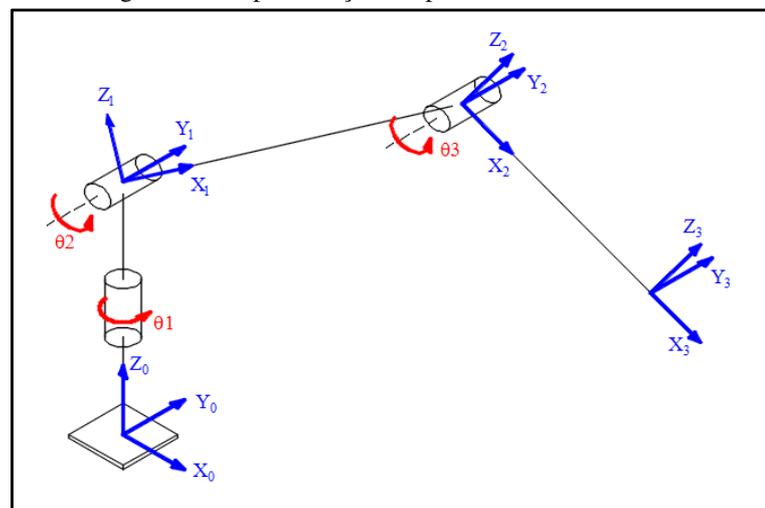
Na Figura 14 está apresentado o projeto do guindaste florestal em modelo CAD com seus graus de liberdade em análise. As juntas rotativas definem a relação de rotação entre a base elo 1 e a coluna elo 2 e também a rotação entre a coluna e o braço anterior elo 3, entre os elos 3 e 4 também temos uma junta de revolução e entre os elos 4 e 5 temos uma junta prismática.

3.2.1 Cinemática direta

Foi montada uma matriz de cada elo das partes móveis do guindaste em análise, uma matriz da coluna, do braço anterior e do braço posterior.

A lança que está localizada dentro do braço posterior que é uma junta prismática e o 4º grau de liberdade não está sendo considerado na análise. A Figura 15 apresenta o desenho do guindaste florestal simplificado em um mecanismo de barras articuladas com suas juntas e sistemas de referencias.

Figura 15 - Representação simplificada do mecanismo.



Fonte: o autor (2015).

Matriz de transformação coluna rotacionando em z:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\text{sen} \theta_1 & 0 & a_1 \cdot \cos \theta_1 \\ \text{sen} \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & a_1 \cdot \text{sen} \theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

θ_1 - Ângulo que representa a junta 1 rotação da coluna;

a_1 - Distância horizontal da junta 1 (θ_1) a junta 2 (θ_2);

L_1 - Distância vertical da junta 1 (θ_1) a junta 2 (θ_2).

Matriz de transformação braço anterior rotacionando em y:

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 & -\text{sen}\theta_2 & L_2 \cdot \cos\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta_2 & 0 & \cos\theta_2 & L_2 \cdot \text{sen}\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

θ_2 - Ângulo que representa a junta 2 rotação do braço anterior em relação à coluna;

L_2 - Distância da junta 2 (θ_2) a junta 3 do braço anterior.

Matriz de transformação braço posterior rotacionando em y:

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & 0 & -\text{sen}\theta_3 & L_3 \cdot \cos\theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & L_3 \cdot \text{sen}\theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

θ_3 - Ângulo que representa a junta 3, rotação do braço posterior em relação ao braço anterior; L_3 - Distância da junta 3 ao extremo do guindaste onde a carga é içada.

A matriz de transformação homogênea do sistema com três graus de liberdade é apresentada na equação (27):

$${}^0T_3 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \quad (27)$$

Resolvendo

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos\theta_1 & -\text{sen}\theta_1 & -\sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \cos\theta_1 & \cos\theta_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot \cos\theta_2 + L_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3)) \\ \cos(\theta_2 + \theta_3) \cdot \text{sen}\theta_1 & \cos\theta_1 & -\sin(\theta_2 + \theta_3) \cdot \text{sen}\theta_1 & \text{sen}\theta_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot \cos\theta_2 + L_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3)) \\ \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) & 0 & \cos(\theta_2 + \theta_3) & L_1 + L_2 \cdot \text{sen}\theta_2 + L_3 \cdot \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A posição do guindaste em relação ao eixo x, y e z do sistema de referência global é

dada pelas equações da posição (1,4; 2,4; 3,4) da matriz transformação homogênea 0T_3 :

$$x = \cos\theta_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot \cos\theta_2 + L_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3)) \quad (28)$$

$$y = \text{sen}\theta_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot \cos\theta_2 + L_3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3)) \quad (29)$$

$$z = L_1 + L_2 \cdot \text{sen}\theta_2 + L_3 \cdot \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) \quad (30)$$

3.2.2 Cinemática Inversa

A cinemática inversa possibilita a determinação dos ângulos das juntas através de uma trajetória qualquer imposta ao guindaste, basta à trajetória estar dentro do espaço de trabalho alcançável pelo guindaste para o sistema ser solucionável. A função trajetória $\lambda(t) = (x(t), y(t), z(t))$ é apresentada na equação (31), (32) e (33) que foram rescritas em função do tempo. Para simplificar a notação matemática de agora em diante será usado c_1 para $\cos(\theta_1)$, s_1 para $\text{sen}(\theta_1)$, c_{23} para $\cos(\theta_2 + \theta_3)$ e s_{23} para $\text{sen}(\theta_2 + \theta_3)$ e assim por diante.

$$x(t) = c_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot c_2 + L_3 \cdot c_{23}) \quad (31)$$

$$y(t) = s_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot c_2 + L_3 \cdot c_{23}) \quad (32)$$

$$z(t) = L_1 + L_2 \cdot s_2 + L_3 \cdot s_{23} \quad (33)$$

3.2.2.1 SOLUÇÃO MÉTODO ALGÉBRICO

Santos (2014) para determinação do ângulo θ_1 será usado um procedimento matemático que isolará a variável θ_1 , que representa a relação entre a base elo 1 e a coluna elo 2 ou o giro da coluna do guindaste no eixo z do sistema de referência global, conforme a equação (34):

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{s_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot c_2 + L_3 \cdot c_{23})}{c_1 \cdot (a_1 + L_2 \cdot c_2 + L_3 \cdot c_{23})} = \tan \theta_1 \therefore \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (34)$$

Para determinar θ_2 a equação deverá estar somente em função de θ_2 e θ_1 , visto que θ_1 já foi determinado.

Santos (2014) elevando ao quadrado a equação (29) e a equação (30) e somando obtemos a equação (35):

$$L1^2 + L2^2 - L3^2 + z^2 + a1^2 - 2 \cdot L1 \cdot z + \frac{y^2}{\text{sen}^2 \theta 1} - 2 \cdot L2 \cdot z \cdot \text{sen} \theta 2 + 2 \cdot L2 \cdot a1 \cdot \cos \theta 2 - \frac{2y \cdot a1}{\text{sen} \theta 1} +$$

$$2 \cdot L1 \cdot L2 \cdot \text{sen} \theta 2 - \frac{2 \cdot L2 \cdot y \cdot \cos \theta 2}{\text{sen} \theta 1} = 0 \quad (35)$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

x, y e z - Coordenadas do extremo do guindaste ao sistema de referencia global.

Organizando na forma:

$$\cos \theta 2 \cdot \beta + \text{sen} \theta 2 \cdot \gamma + \alpha \quad (36)$$

Como:

$$\begin{cases} \beta = 2 \cdot L2 \cdot a1 - \frac{2 \cdot L2 \cdot y}{\text{sen} \theta 1} \\ \gamma = 2 \cdot L1 \cdot L2 - 2 \cdot L2 \cdot z \\ \alpha = L1^2 + L2^2 + z^2 + a1^2 - 2 \cdot L1 \cdot z - \frac{2y \cdot a1}{\text{sen} \theta 1} \end{cases}$$

Santos (2014) isolando $\text{sen} \theta 2$ da equação (36) e elevando ao quadrado temos:

$$\beta^2 \cdot \cos^2 \theta 2 = \gamma^2 \cdot \text{sen}^2 \theta 2 + 2 \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot \text{sen} \theta 2 + \alpha^2$$

$$\Downarrow$$

$$\beta^2 \cdot (1 - \text{sen}^2 \theta 2) = \gamma^2 \cdot \text{sen}^2 \theta 2 + 2 \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot \text{sen} \theta 2 + \alpha^2$$

$$\Downarrow$$

$$\text{sen}^2 \theta 2 \cdot (\gamma^2 + \beta^2) + 2 \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot \text{sen} \theta 2 + (\alpha^2 - \beta^2) = 0$$

$$\text{sen} \theta 2 = \frac{-\alpha \cdot \gamma \pm \sqrt{\alpha^2 \cdot \gamma^2 - (\gamma^2 + \beta^2) \cdot (\alpha^2 - \beta^2)}}{(\gamma^2 + \beta^2)} \quad (37)$$

Santos (2014) isolando $\cos \theta 2$ da equação (36) e elevando ao quadrado temos:

$$-\cos^2 \theta 2 \cdot (\gamma^2 + \beta^2) + 2 \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot \text{sen} \theta 2 + (\alpha^2 + \gamma^2) = 0$$

$$\cos \theta_2 = \frac{-\alpha \cdot \gamma \pm \sqrt{\alpha^2 \cdot \gamma^2 - (\gamma^2 + \beta^2) \cdot (\alpha^2 + \gamma^2)}}{(\gamma^2 + \beta^2)} \quad (38)$$

Dividindo a equação (37) com a equação (38) temos:

$$\tan \theta_2 = \frac{\text{sen} \theta_2}{\cos \theta_2} = \frac{-\alpha \cdot \gamma \pm \sqrt{\alpha^2 \cdot \gamma^2 - (\gamma^2 + \beta^2) \cdot (\alpha^2 - \beta^2)}}{-\alpha \cdot \gamma \pm \sqrt{\alpha^2 \cdot \gamma^2 - (\gamma^2 + \beta^2) \cdot (\alpha^2 + \gamma^2)}}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{-\alpha \cdot \gamma \pm \sqrt{\alpha^2 \cdot \gamma^2 - (\gamma^2 + \beta^2) \cdot (\alpha^2 - \beta^2)}}{-\alpha \cdot \gamma \pm \sqrt{\alpha^2 \cdot \gamma^2 - (\gamma^2 + \beta^2) \cdot (\alpha^2 + \gamma^2)}} \right) \quad (39)$$

Determinação do ângulo θ_3 , na equação (32) isolando a variável c_{23} obtêm:

$$c_{23} = \frac{\frac{y}{\text{sen} \theta_1} - a_1 - L_2 \cdot \cos \theta_2}{L_3}$$

Na equação (33) isolando a variável s_{23} obtêm:

$$s_{23} = \frac{z - L_1 - L_2 \cdot \text{sen} \theta_2}{L_3}$$

Logo temos:

$$\tan(\theta_2 + \theta_3) = \frac{s_{23}}{c_{23}} = \frac{z - L_1 - L_2 \cdot \text{sen} \theta_2}{\frac{y}{\text{sen} \theta_1} - a_1 - L_2 \cdot \cos \theta_2}$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{z - L_1 - L_2 \cdot \text{sen} \theta_2}{\frac{y}{\text{sen} \theta_1} - a_1 - L_2 \cdot \cos \theta_2} \right) - \theta_2 \quad (40)$$

3.2.2.2 SOLUÇÃO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Para modelar a solução pelo método de Newton-Raphson será usado as equações (28), (29) e (30) que foram determinadas a partir da equação (27) que é a matriz de transformação homogênea 0T_3 .

$$f1 = \cos\theta1 \cdot (a1 + L2 \cdot \cos\theta2 + L3 \cdot \cos(\theta2 + \theta3)) - x \quad (41)$$

$$f2 = \sin\theta1 \cdot (a1 + L2 \cdot \cos\theta2 + L3 \cdot \cos(\theta2 + \theta3)) - y \quad (42)$$

$$f3 = L1 + L2 \cdot \sin\theta2 + L3 \cdot \sin(\theta2 + \theta3) - z \quad (43)$$

Derivadas parciais da $f1$:

$$\frac{\partial f1}{\partial \theta1} = -\sin\theta1 \cdot (a1 + L3 \cdot \cos(\theta2 + \theta3) + L2 \cdot \cos(\theta2)) \quad (44)$$

$$\frac{\partial f1}{\partial \theta2} = -\cos\theta1 \cdot (L3 \cdot \sin(\theta2 + \theta3) + L2 \cdot \sin(\theta2)) \quad (45)$$

$$\frac{\partial f1}{\partial \theta3} = -L3 \cdot \sin(\theta2 + \theta3) \cdot \cos\theta1 \quad (46)$$

Derivadas parciais da $f2$:

$$\frac{\partial f2}{\partial \theta1} = \cos\theta1 \cdot (a1 + L3 \cdot \cos(\theta2 + \theta3) + L2 \cdot \cos(\theta2)) \quad (47)$$

$$\frac{\partial f2}{\partial \theta2} = -\sin\theta1 \cdot (L3 \cdot \sin(\theta2 + \theta3) + L2 \cdot \sin(\theta2)) \quad (48)$$

$$\frac{\partial f2}{\partial \theta3} = -L3 \cdot \sin(\theta2 + \theta3) \cdot \sin\theta1 \quad (49)$$

Derivadas parciais da $f3$:

$$\frac{\partial f3}{\partial \theta1} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial f3}{\partial \theta2} = L3 \cdot \cos(\theta2 + \theta3) + L2 \cdot \cos(\theta2) \quad (51)$$

$$\frac{\partial f3}{\partial \theta3} = L3 \cdot \cos(\theta2 + \theta3) \quad (52)$$

Logo a matriz Jacobiana das derivadas parciais.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} = J \quad (53)$$

E a matriz das funções.

$$\begin{bmatrix} f_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \\ f_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \\ f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \end{bmatrix} = F \quad (54)$$

A matriz dos erros absolutos.

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \end{bmatrix} = X \quad (55)$$

Logo:

$$JX = -F \quad (56)$$

A equação (56) pode ser resolvida para X por meio de uma inversão de matriz ou por uma solução obtida em Matlab® que é a divisão à esquerda $X = -J \setminus F$. O critério de convergência foi à soma do vetor erro X a cada iteração, no qual a soma se aproxima de zero em uma raiz. A partir das duas soluções definidas neste capítulo possibilitou escrever o algoritmo em matlab® utilizando os dois métodos descritos e os mesmos se encontram nos anexos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo está apresentado os resultados obtidos conforme metodologia adotada no capítulo anterior. Os resultados das simulações foram obtidos a partir do algoritmo escrito em matlab® e para maiores esclarecimentos consultar os anexos no final do trabalho.

4.1 CINEMÁTICA INVERSA – RETA

Trajetória de uma reta ao longo do eixo Y. Sua parametrização é dada por:

$$0 \leq t(i) \leq 20$$

$$kx = (xf - xi) \cdot (t(i) / tf)$$

$$ky = (yf - yi) \cdot (t(i) / tf)$$

$$\begin{cases} x(i) = -xi - kx \\ y(i) = -yi - ky \\ z(i) = 0 \end{cases}$$

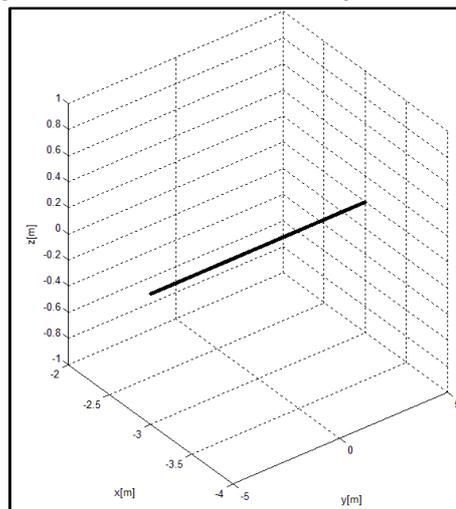
$$\begin{aligned} xi &= -5m \\ xf &= 5m \\ yi &= 3m \\ yf &= 3m \end{aligned}$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

kx – parâmetro de x [m]; ky – parâmetro de y [m]; xi – valor de x inicial [m]; yi – valor de y inicial [m]; xf – valor de x final [m]; yf – valor de y final [m]; tf – intervalo de tempo [s].

Abaixo na Figura 16 segue vista isométrica da trajetória:

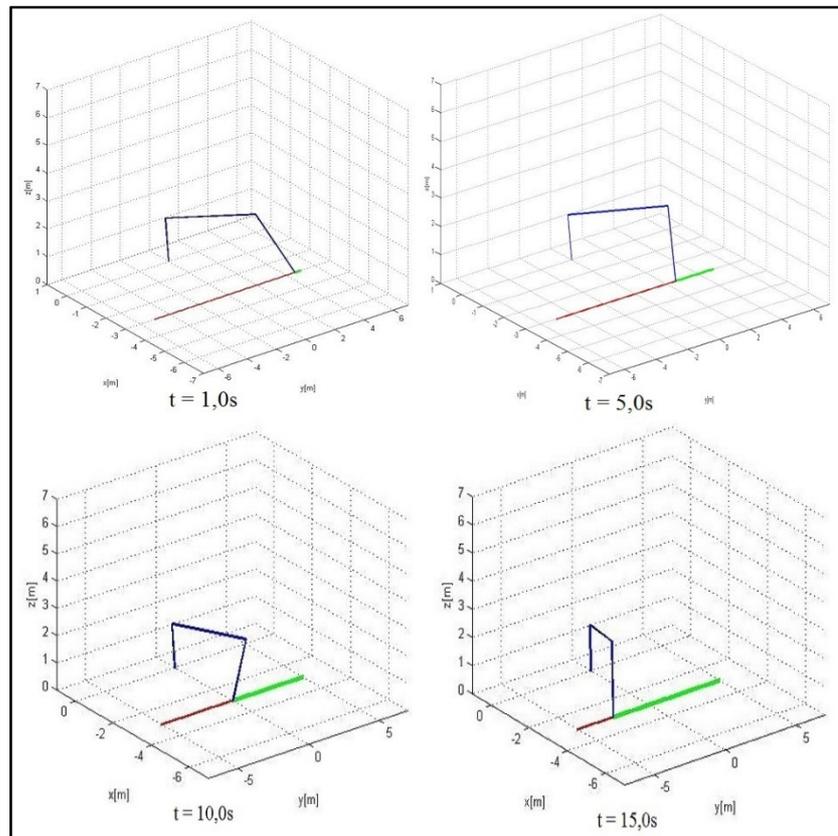
Figura 16 - Vista isométrica da trajetória da reta.



Fonte: o autor (2015).

Abaixo na Figura 17 são apresentadas algumas posições do guindaste na trajetória acima em um intervalo de tempo de 20 segundos, buscando facilitar a compreensão dos gráficos posteriores.

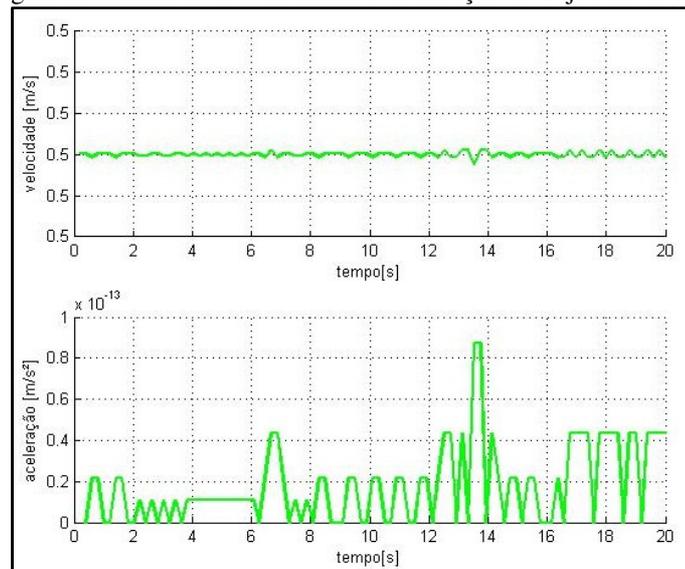
Figura 17 - Posições da trajetória da reta durante simulação.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 18 estão os gráficos de velocidade e aceleração da trajetória de uma reta.

Figura 18 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória da reta.



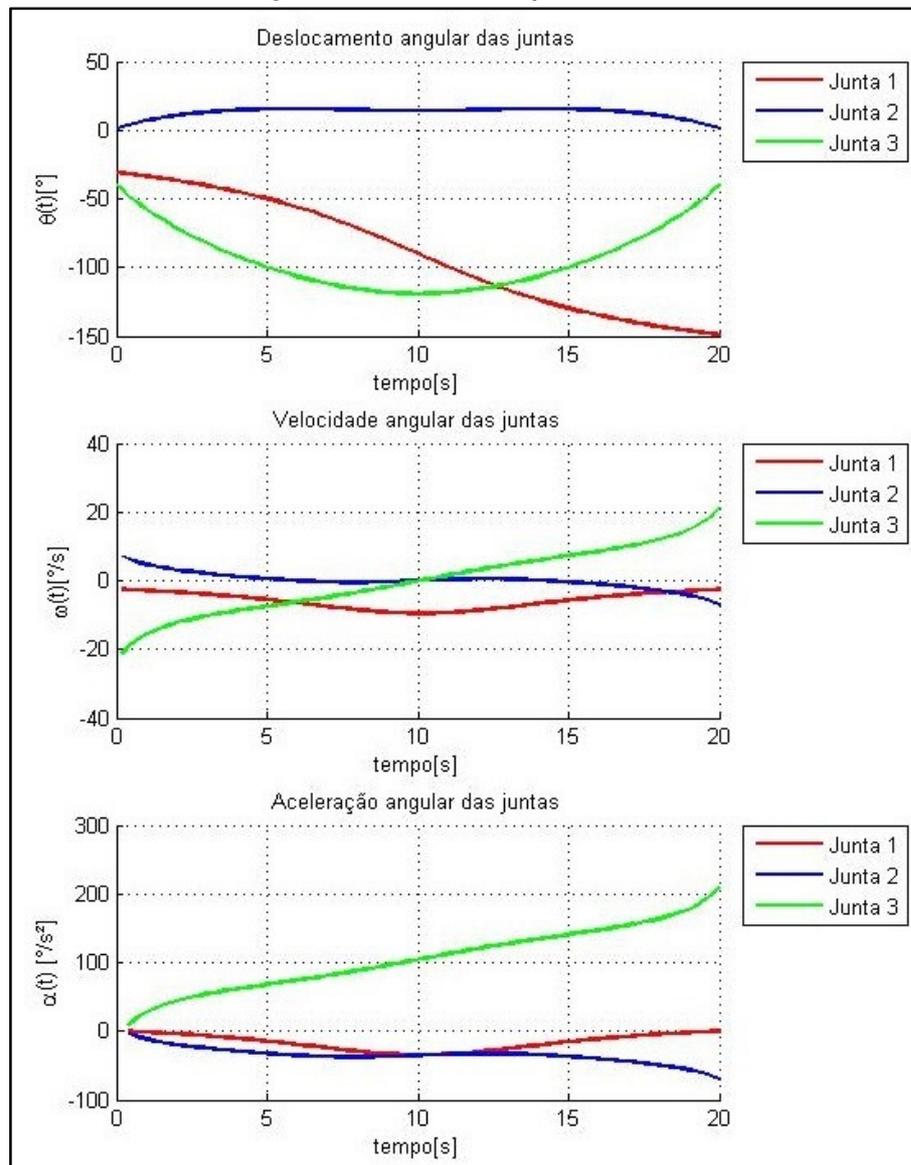
Fonte: o autor (2015).

Na trajetória da reta os dados de entrada para a simulação cinemática foram um tempo de 20 segundos para percorrer a trajetória de uma reta com distância de 10 m.

Resultando em uma velocidade constante de 0,5 m/s e logo uma aceleração próxima de zero.

Abaixo na Figura 19 serão apresentados gráficos obtidos na simulação. Deslocamento angular das juntas x tempo, velocidade angular x tempo e aceleração angular x tempo:

Figura 19 - Gráficos da trajetória da reta.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 19 acima no gráfico de deslocamento a junta 1 apresentou maior deslocamento seguido pela junta 3, já no gráfico de velocidade a junta 3 apresentou maior velocidade angular que variou de -20 graus/s à 20 graus/s e no gráfico de acelerações a junta 3 apresentou maior variação que foi de 0 graus/s² à 200 graus/s².

4.2 CINEMÁTICA INVERSA – CÍRCULO NO PLANO XY

Na trajetória de um círculo no plano xy sua parametrização é dada por:

$$0 \leq t(i) \leq 20$$

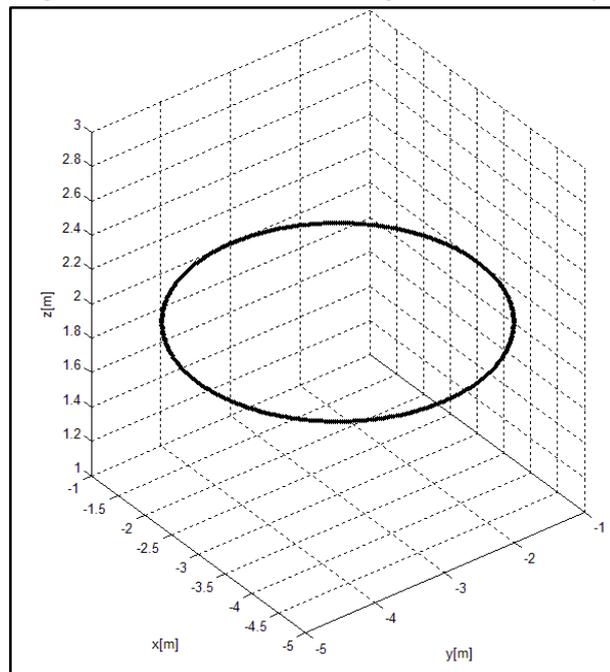
$$\begin{cases} x(i) = -xc - r \cdot \text{sen}(2\pi \cdot (t(i)/tf)) \\ y(i) = -yc - r \cdot \text{cos}(2\pi \cdot (t(i)/tf)) \\ z(i) = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{origem:} \\ xc = 3m \\ yc = 3m \\ r = 2m \end{array}$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

r - raio do círculo, xc - coordenada x do centro do círculo em relação referencial, yc - coordenada y do centro do círculo em relação referencial.

Abaixo na Figura 20 segue vista isométrica da trajetória:

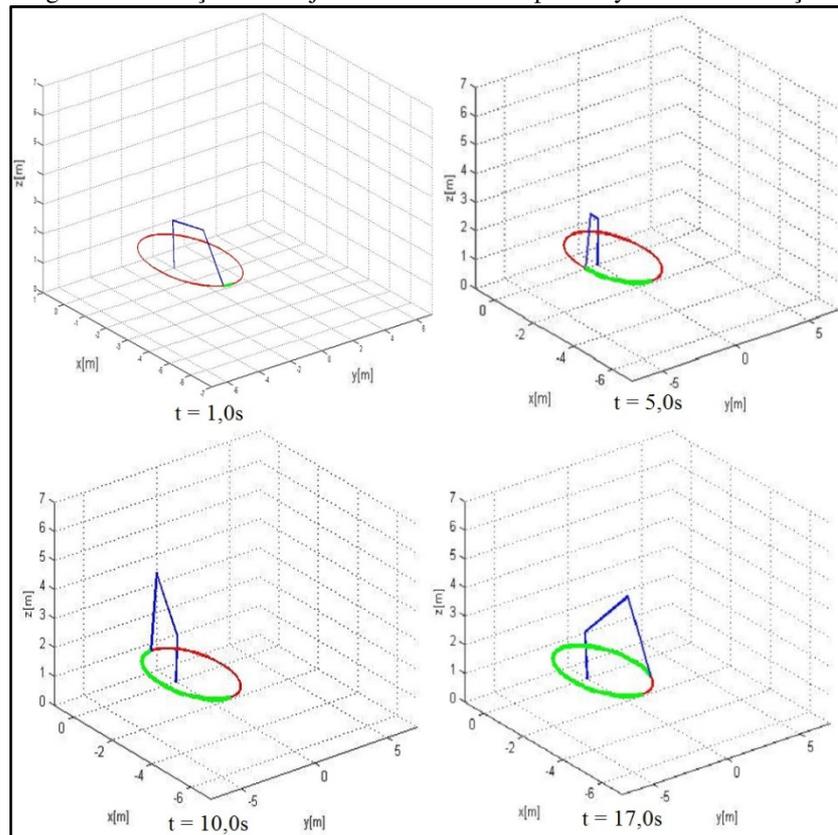
Figura 20 - Vista isométrica da trajetória do círculo xy.



Fonte: o autor (2015).

Abaixo na Figura 21 são apresentadas algumas posições do guindaste na trajetória do círculo no plano xy em um intervalo de tempo de 20 segundos, buscando facilitar a compreensão dos gráficos posteriores.

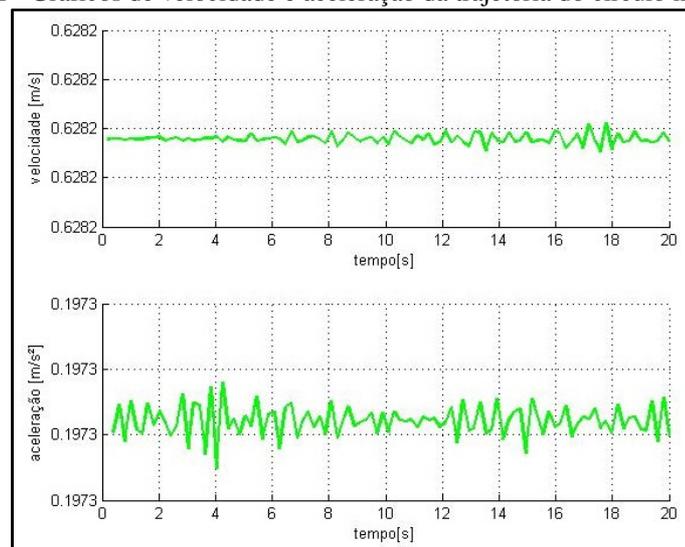
Figura 21 - Posições da trajetória do círculo no plano xy durante simulação.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 22 estão os gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do círculo no plano xy.

Figura 22 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do círculo no plano xy.

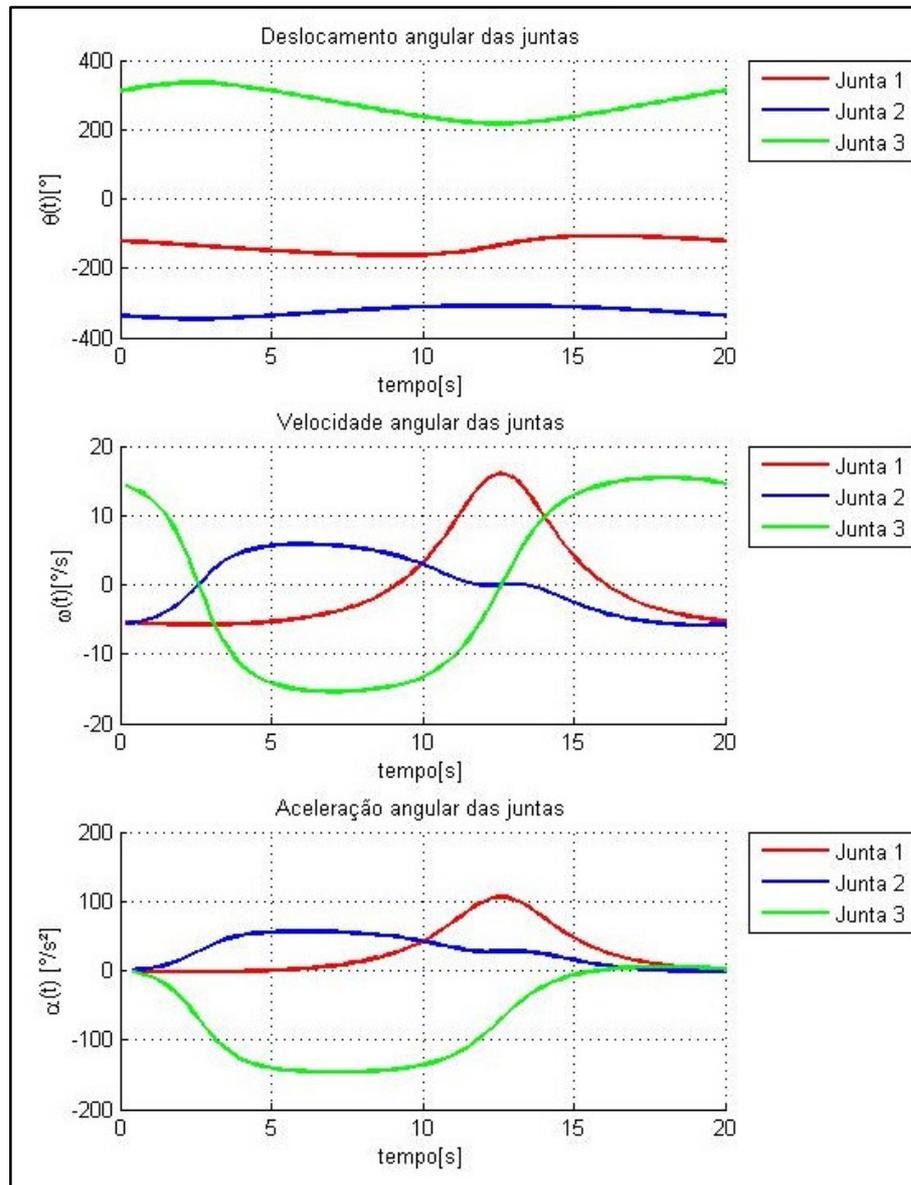


Fonte: o autor (2015).

Na trajetória do círculo no plano xy os dados de entrada para a simulação cinemática foram um tempo de 20 segundos para percorrer a trajetória completa com comprimento de 12,56 m resultando em uma velocidade constante de 0,628 m/s e aceleração de 0,197 m/s².

Abaixo na Figura 23 serão apresentados gráficos obtidos na simulação. Deslocamento angular das juntas x tempo, velocidade angular x tempo e aceleração angular x tempo:

Figura 23 - Gráficos do círculo no plano xy.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 23 acima no gráfico de deslocamento a junta 3 apresentou maior deslocamento, no gráfico de velocidade a junta 3 apresentou maior velocidade angular que oscilou de 15 graus/s à -15 graus/s e no gráfico de acelerações a junta 3 apresentou maior variação que foi de 0 graus/s² à -150 graus/s² seguido pela junta 1 que foi de 0 graus/s² a 100 graus/s².

4.3 CINEMÁTICA INVERSA – CÍRCULO NO PLANO XZ

Na trajetória de um círculo no plano xz sua parametrização é dada por:

$$0 \leq t(i) \leq 20$$

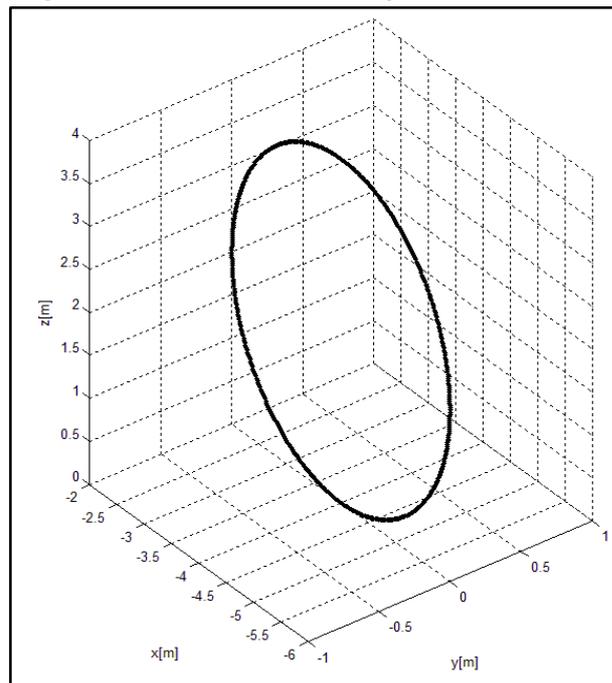
$$\begin{cases} x(i) = 0 \\ y(i) = -y_c - r \cdot \text{sen}(2\pi \cdot (t(i)/t_f)) \\ z(i) = z_c + r \cdot \text{cos}(2\pi \cdot (t(i)/t_f)) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{origem :} \\ y_c = 4m \\ z_c = 2m \\ r = 2m \end{array}$$

Sendo que as variáveis correspondem à:

z_c - coordenada z do centro do círculo em relação referencial.

Abaixo na Figura 24 segue vista isométrica da trajetória do círculo no plano xz:

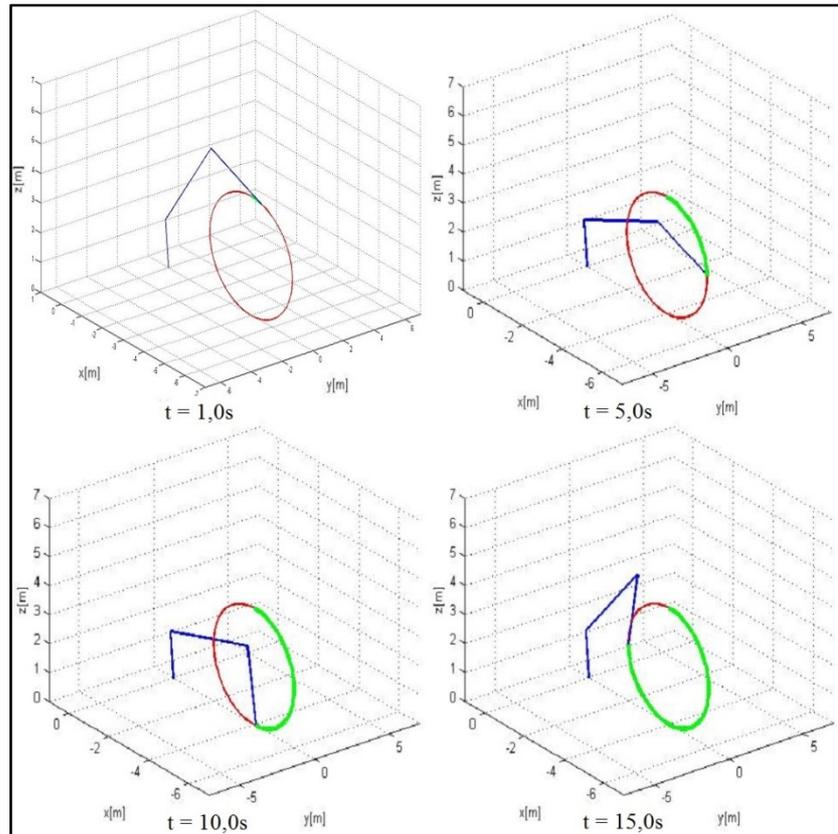
Figura 24 - Vista isométrica da trajetória do círculo xz.



Fonte: o autor (2015).

Abaixo na Figura 25 são apresentadas algumas posições do guindaste na trajetória do círculo no plano xz em um intervalo de tempo de 20 segundos, buscando facilitar a compreensão dos gráficos posteriores.

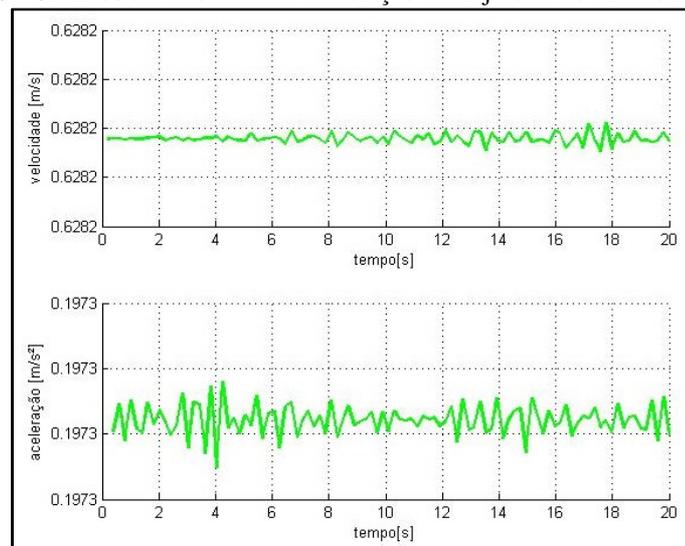
Figura 25 - Posições da trajetória do círculo no plano xz durante simulação.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 26 estão os gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do círculo no plano xz:

Figura 26 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do círculo no plano xz.

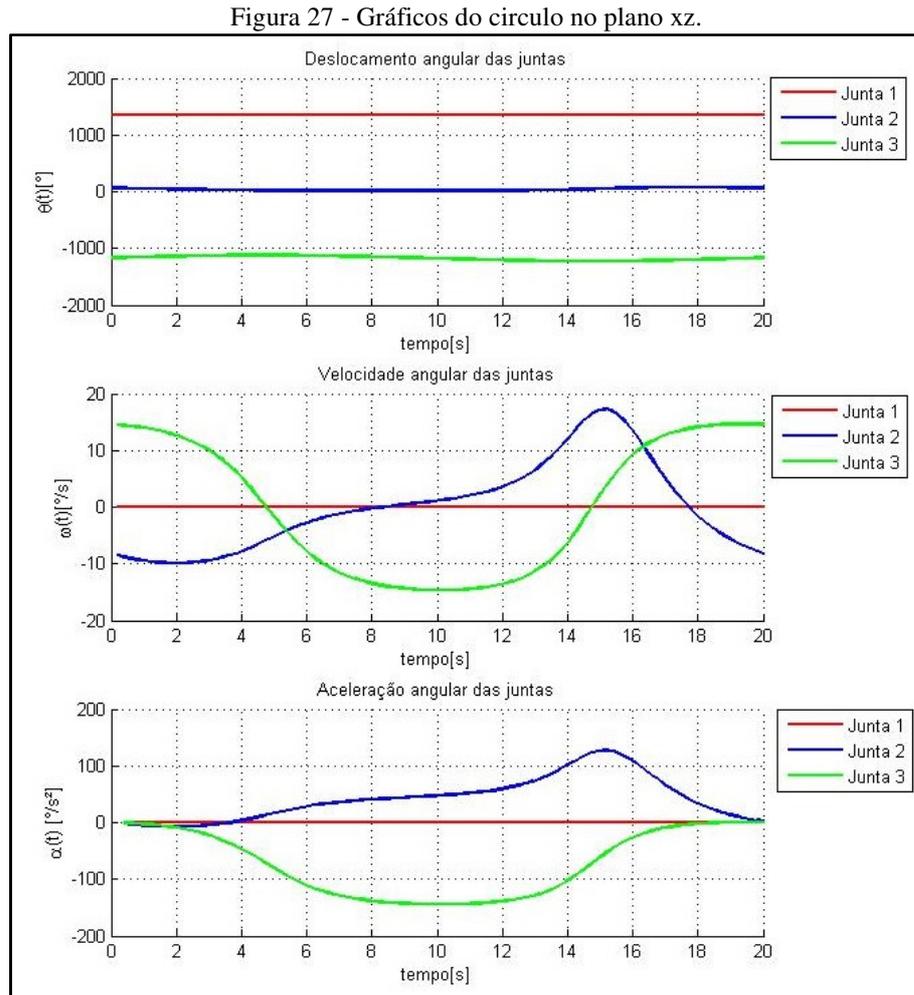


Fonte: o autor (2015).

Na trajetória do círculo no plano xz equivalente a trajetória no plano xy mostrada anteriormente os dados de entrada para a simulação cinemática foram um tempo de 20 segundos para percorrer a trajetória completa com comprimento de 12,56 m resultando-nos

mesmos valores obtidos anteriormente que foram uma velocidade constante de 0,628 m/s e aceleração de 0,197 m/s².

Abaixo na Figura 27 serão apresentados gráficos obtidos na simulação. Deslocamento angular das juntas x tempo, velocidade angular x tempo e aceleração angular x tempo:



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 27 acima no gráfico de deslocamento as três juntas apresentaram pouca variação no deslocamento, no gráfico de velocidade a junta 3 apresentou maior velocidade angular que oscilou de 15 graus/s à -15 graus/s e a junta 2 oscilou de -10 graus/s a 15 graus/s, no gráfico de acelerações a junta 3 apresentou maior variação que foi de 0 graus/s² à -150 graus/s² seguido pela junta 2 que foi de 0 graus/s² a 125 graus/s².

4.4 CINEMÁTICA INVERSA – SEMICÍRCULO

Na trajetória de um semicírculo no plano xy sua parametrização é dada por:

$$0 \leq t(i) \leq 20$$

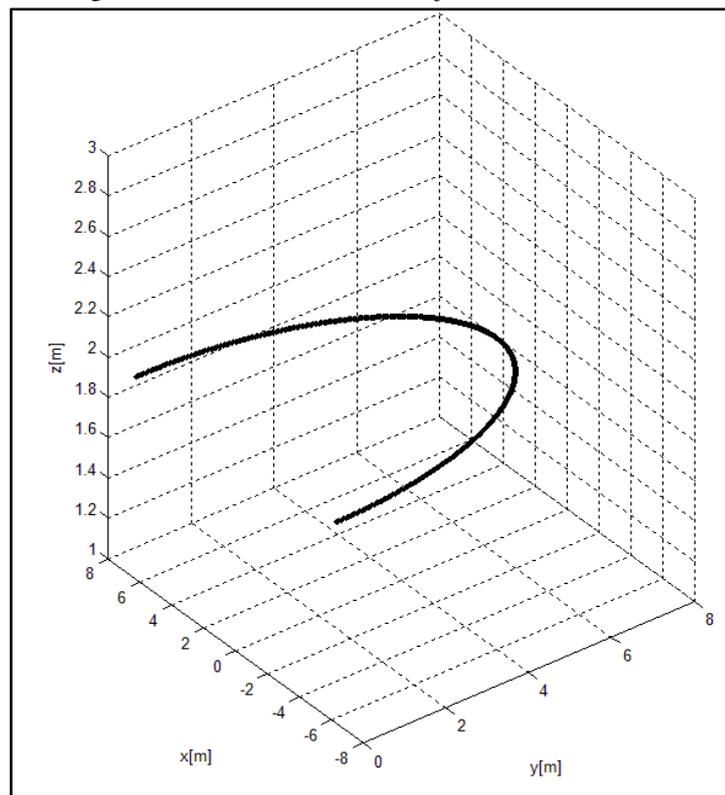
$$\begin{cases} x(i) = -x_c + r \cdot \text{sen}(\pi \cdot (t(i)/t_f)) \\ y(i) = -y_c + r \cdot \text{cos}(\pi \cdot (t(i)/t_f)) \\ z(i) = 2 \end{cases}$$

origem :

$$\begin{aligned} x_c &= 0 \\ y_c &= 0 \\ r &= 6,3m \end{aligned}$$

Abaixo na Figura 28 segue vista isométrica da trajetória do semicírculo:

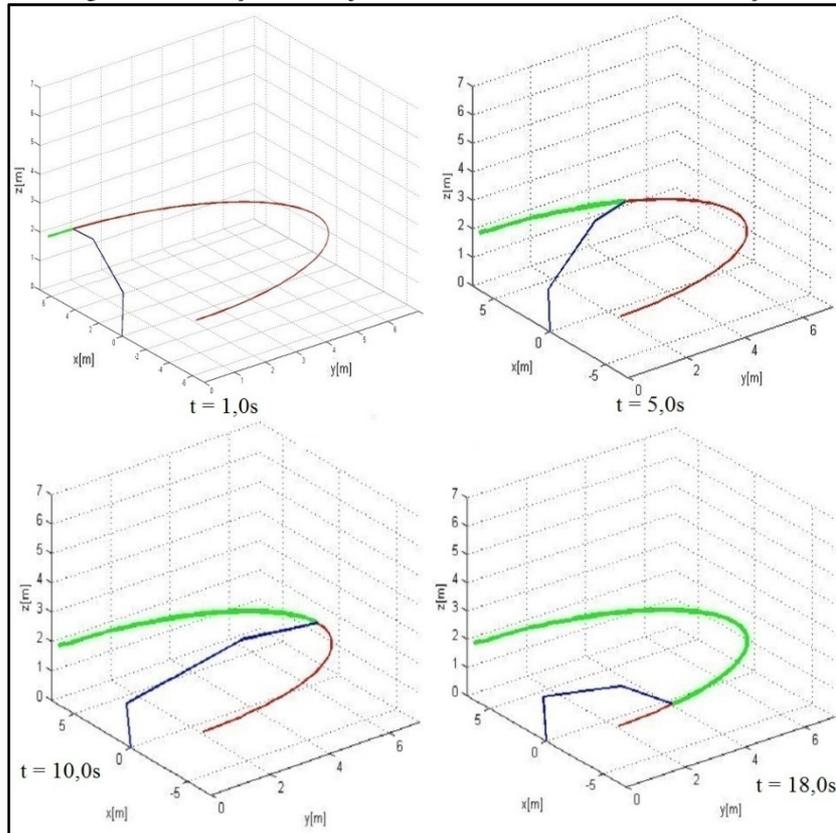
Figura 28 - Vista isométrica da trajetória do semicírculo.



Fonte: o autor (2015).

Abaixo na Figura 29 são apresentadas algumas posições do guindaste na trajetória do semicírculo em um intervalo de tempo de 20 segundos, buscando facilitar a compreensão dos gráficos posteriores.

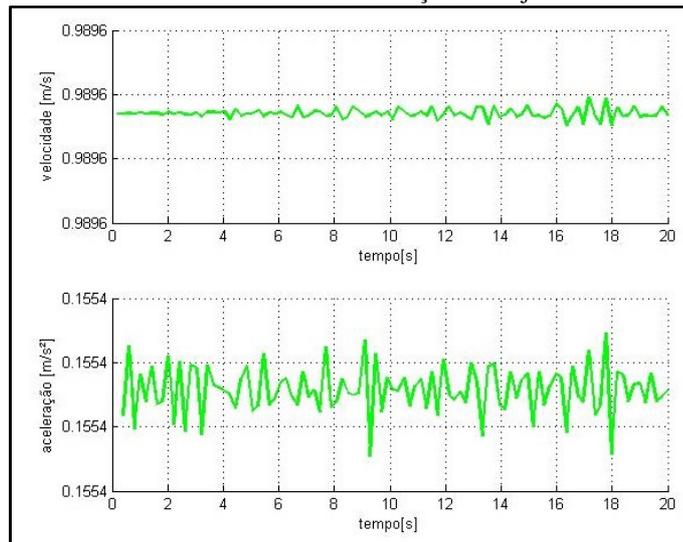
Figura 29 - Posições da trajetória do semicírculo durante simulação.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 30 estão os gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do semicírculo.

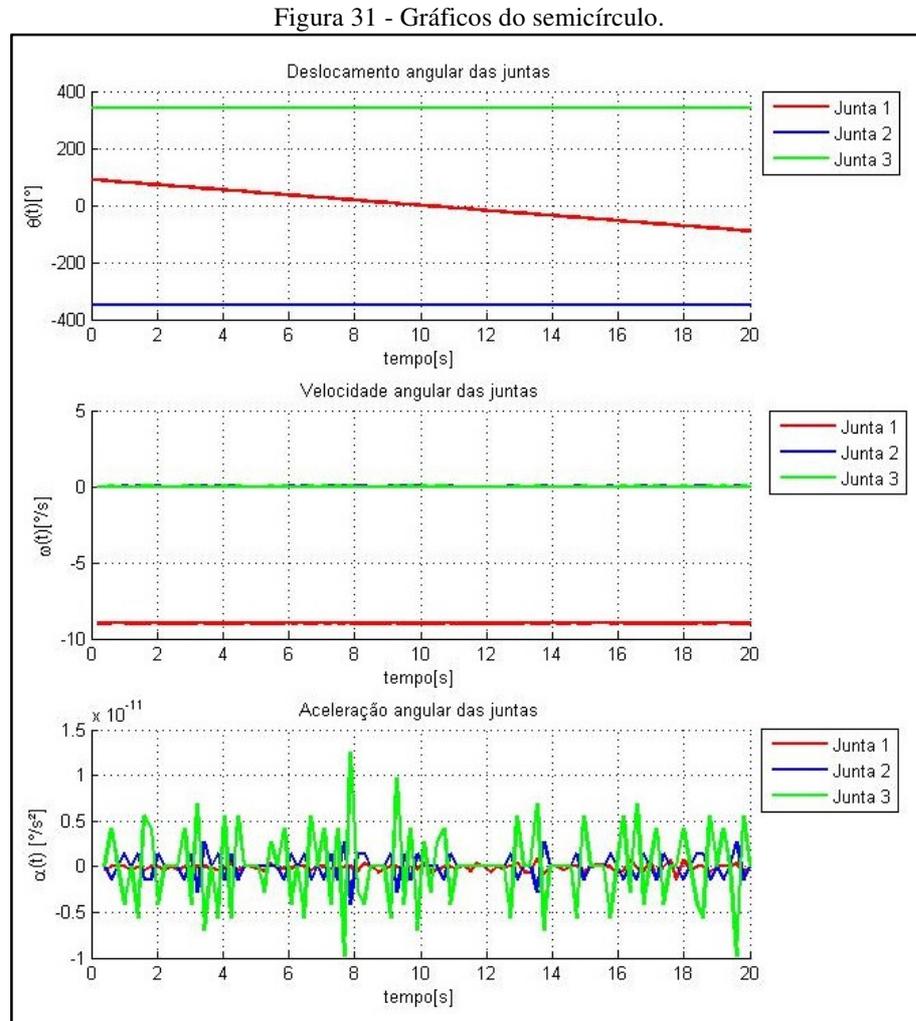
Figura 30 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do semicírculo.



Fonte: o autor (2015).

Na trajetória do semicírculo os dados de entrada para a simulação cinemática foram um tempo de 20 segundos para percorrer a trajetória completa com comprimento de 19,79 m resultando em uma velocidade constante de 0,989 m/s e aceleração de 0,155 m/s².

Abaixo na Figura 31 serão apresentados gráficos obtidos na simulação. Deslocamento angular das juntas x tempo, velocidade angular x tempo e aceleração angular x tempo:



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 31 acima no gráfico de deslocamento as juntas 3 e 2 apresentaram deslocamento constante já a junta 1 variou de 100 graus a -100 graus, no gráfico de velocidade a junta 2 e a junta 3 apresentaram velocidade angular constante igual a 0 e a junta 3 teve velocidade angular constante de -9 graus/s, no gráfico de acelerações a junta 3 apresentou maior variação que foi de 0 graus/s² a 1,25x10E-11 graus/s² mas como é um número muito pequeno será considerado zero, visto que sua aceleração é constante.

4.5 CINEMÁTICA INVERSA – LEMINISCATA

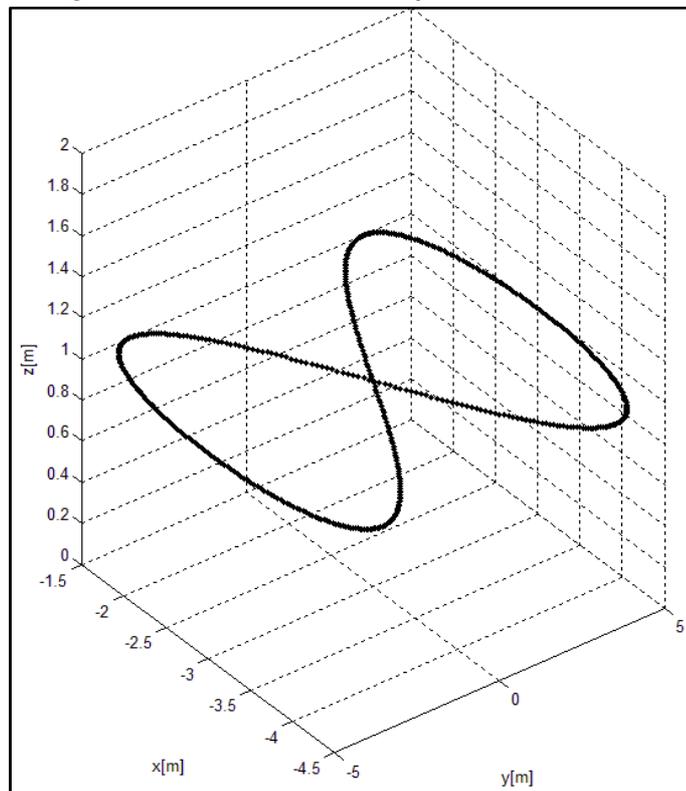
Na trajetória de uma leminiscata no plano xy sua parametrização é dada por:

$$0 \leq t(i) \leq 20$$

$$\begin{cases} x(i) = -5 \cdot \cos(\pi \cdot t(i) / tf \cdot 2) \\ y(i) = -1,5 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot t(i) / tf \cdot 2) \\ z(i) = 1 \end{cases}$$

Abaixo na Figura 32 segue vista isométrica da trajetória da leminiscata:

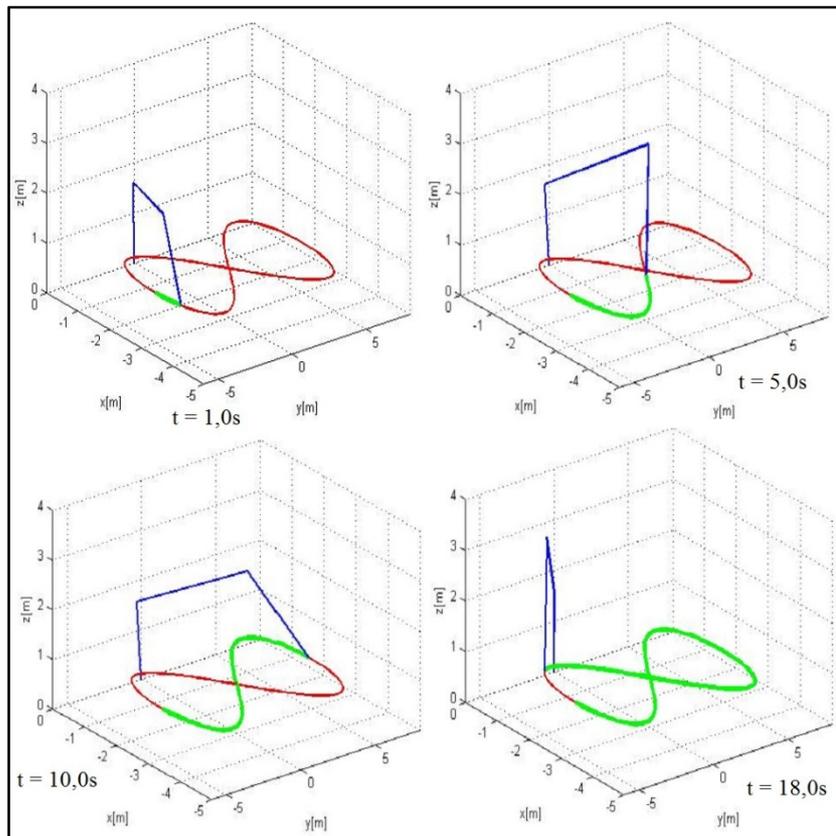
Figura 32 - Vista isométrica da trajetória da leminiscata.



Fonte: o autor (2015).

Abaixo na Figura 33 são apresentadas algumas posições do guindaste na trajetória do semicírculo em um intervalo de tempo de 20 segundos, buscando facilitar a compreensão dos gráficos posteriores.

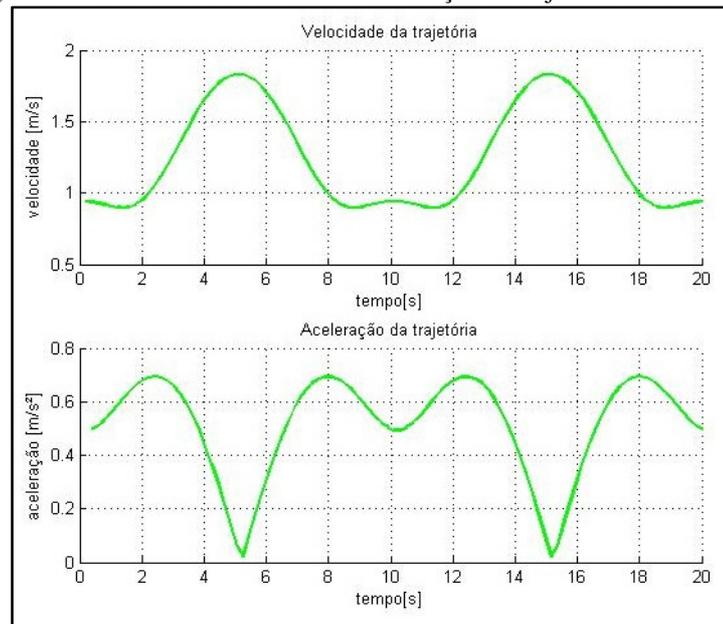
Figura 33 - Posições da trajetória da lemniscata durante simulação.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 34 estão os gráficos de velocidade e aceleração da trajetória do semicírculo:

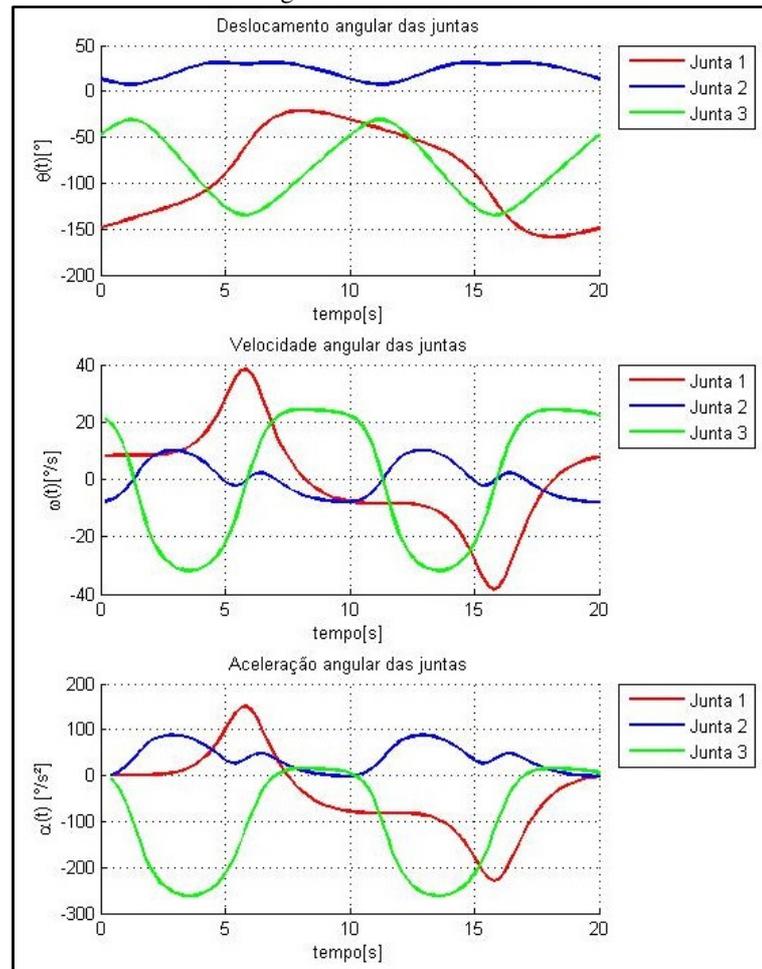
Figura 34 - Gráficos de velocidade e aceleração da trajetória da lemniscata.



Fonte: o autor (2015).

Na trajetória da lemniscata os dados de entrada para a simulação cinemática foram um tempo de 20 segundos para percorrer a trajetória completa com comprimento de 24,96 m resultando em uma velocidade que variou de 0,90 m/s a 1,75 m/s e aceleração variou de 0 m/s² a 0,7 m/s².

Figura 35 - Gráficos da lemniscata.



Fonte: o autor (2015).

Na Figura 35 acima no gráfico de deslocamento a junta 2 teve uma pequena variação de 5 graus a 30 graus e a junta 3 oscilou de -30 graus a -130 graus, no gráfico de velocidade angular a junta 1 apresentou maior variação de velocidade angular que oscilou de 40 graus/s à -40 graus/s e a junta 3 oscilou de 25 graus/s à -30 graus/s, no gráfico de acelerações a junta 3 apresentou maior variação que foi de 0 graus/s² à -250 graus/s² seguido pela junta 2 que foi de 150 graus/s² à -220 graus/s².

5 CONCLUSÕES

Conforme os objetivos específicos propostos para esse trabalho:

Foram apresentadas as equações analíticas da cinemática direta e inversa do guindaste florestal, que descrevem as posições velocidades e acelerações das juntas entre os elos do guindaste e sua extremidade de içamento da carga.

A partir do desenvolvimento das equações da cinemática direta e inversa que correspondem ao guindaste florestal tornou possível programar o algoritmo no programa comercial matlab®.

Já com o algoritmo determinado foram escolhidas algumas trajetórias de acordo com os três graus de liberdade e seu espaço de trabalho alcançável, para o algoritmo ser solucionável ou convergir possibilitando a simulação e assim obtendo os gráficos com os valores de deslocamento, velocidade e aceleração das juntas variando no tempo.

A cinemática inversa tornou possível a simulação do guindaste em trajetórias definidas, já que os dados de entrada para o algoritmo convergir são as coordenadas da trajetória como as funções $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$. E as dimensões dos elos ou barras do guindaste.

Contudo, para validação destas simulações baseadas em modelos teóricos seria necessário modelar a cinemática do guindaste florestal em um programa comercial de mult corpos, por exemplo, no programa MSC ADAMS®, programar a cinemática do guindaste com propriedades semelhantes e comparar os resultados verificando sua equivalência assim podendo validar os resultados obtidos em MATLAB®.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, torna-se interessante a inclusão da dinâmica na metodologia e no algoritmo podendo obter os torques atuantes nas juntas variando no tempo conforme as trajetórias impostas ao guindaste em estudo. Um método para tornar possível a determinação dos torques atuantes nas juntas do guindaste seria descrever os efeitos dinâmicos do guindaste utilizando as equações de movimento de Lagrange.

6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14768/2012**: Guindastes – Guindaste articulado hidráulico – Requisitos. Rio de Janeiro, 2012.

BAK, Morten K. ; HANSEN, Michael R.. **Análise de um guindaste de lança articulada offshore**. Universidade de Agder, 2013. Disponível em: <http://www.mic-journal.no/PDF/2013/MIC-2013-4-1.pdf>. Acesso em: 08/06/15, 23h45min.

CRAIG, John J. **Robótica**. 3. Ed. São Paulo: Pearson, 2012.

HE, Bin; TANG, Wen; CAO, Jintao. **Análise dinâmica MBS baseada em prototipagem virtual de um guindaste offshore**. Universidade de Shanghai, 2014. Disponível em: http://www.researchgate.net/publication/272010191_Virtual_prototyping_ased_multibody_systems_dynamics_analysis_of_offshore_crane. Acesso em: 10/04/15, 09h38min.

HEINZ, Alexander. **Modelagem, simulação e controle de um guindaste hidráulico**. Universidade Linnaeus, 2007. Disponível em: <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:205807/FULLTEXT01.pdf> . Acesso em: 05/04/15, 14h45min.

HIBBELER, R. C.. **Dinâmica mecânica para engenharia**. 12. Ed. São Paulo Pearson, 2011.

LA HERA, Pedro Miranda. **Modelagem dinâmica de um sistema de atuador eletro-hidráulico**. Umea, 2011. Disponível em: <http://umit.cs.umu.se/Modsimcomplmech/docs/papers/Crane%20dynamics%20modeling.pdf>. Acesso em: 09/04/15, 12h35min.

MELLO, Priscila Phelippe de. **Pascal**. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/person/pascal.htm>. Acesso em: 28 de mar. de 2015.

NORTON, Robert L.. **Cinemática e dinâmica dos mecanismos**. Porto Alegre: AMGH, 2010.

SANTOS, Marcelo Torres dos. **Estudo do comportamento cinemático e dinâmico de um guindaste comercial com três graus de liberdade**. 2014. Trabalho de conclusão de Graduação em Engenharia Mecânica – UFRJ, Rio de Janeiro, 2014.

SILVA, Sérgio R. X. et al.. **Modelagem matemática da cinemática direta do robô fanuc Ir mate 2001c com simulação no matlab**. Universidade do Estado da Bahia - UNEB, 2012. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2012/artigos/103785.pdf>. Acesso em: 18/04/15, 14h44min.

VERSCHOOF, Ing. J... **Cranes: Design, Practice and Maintenance**, 2 ed. London: Professional Engineering Publishing, 2002.

ANEXO A - ALGORITMO DA CINEMÁTICA DO GUINDASTE SOLUÇÃO POR MÉTODO ALGÉBRICO

```

% ALGORITMO DA CINEMÁTICA DO GUINDASTE MÉTODO ALGÉBRICO 12/11/2015

clear all
clc

%DADOS ELOS
a1 = -0.150;
L1 = 1.5505;
L2 = 3.950;
L3 = 2.603;% FECHADO= 2,603m

num = 100;%Divisões
tf = 20; %Tempo final
t = linspace(0,tf,num);
dt = tf / (num-1); %Delta t

x10 = 0;
y10 = 0;
z10 = L1;

for i = 1 : length(t)

% TRAJETÓRIA CIRCULO -----

% xc = 3;
% yc = 3;
% r = 2;
%
% x(i) = -xc - r * sin(2*pi*(t(i)/tf));
% y(i) = -yc - r * cos(2*pi*(t(i)/tf));
% z(i) = 2;

% TRAJETÓRIA CIRCULO ROTACIONANDO EM X-----

yc = 4;
zc = 2;
r = 2;

x(i) = 0;
z(i) = zc + r * cos(2*pi*(t(i)/tf));
y(i) = -yc - r * sin(2*pi*(t(i)/tf));

% TRAJETÓRIA SEMICIRCULO-----

% xc = 0;
% yc = 0;
% r = 6.3;
%
% x(i) = -xc + r * sin(pi*(t(i)/tf));
% y(i) = -yc + r * cos(pi*(t(i)/tf));
% z(i) = 2;

% TRAJETÓRIA RETA -----

```

```

% xi = -5;
% yi = 3;
% yf = 3;
% xf = 5;
%
%      kx = (xf-xi) * (t(i)/tf); %parâmetro
%      ky = (yf-yi) * (t(i)/tf); %parâmetro
%      x(i) = -xi-kx;
%      y(i) = -yi-ky;
%      z(i) = 0;

% TRAJETÓRIA LEMINISCATA -----

%      x(i) = -5*cos(pi*t(i)/tf*2);
%      y(i) = -1.5*sin(2*pi*t(i)/tf*2)-3;
%      z(i) = 1;

end

%VERIFICAÇÃO SE A TRAJETÓRIA ESTÁ DENTRO DO ESPAÇO DE TRABALHO-----
for i = 1 : length(t)

teste(i) = sqrt((x(i)-x10)^2+(y(i)-y10)^2+(z(i)-z10)^2);

end

minimo = min(teste);
maximo = max(teste);
if minimo > 2 && maximo <= 6.4 %VERIFICAÇÃO ESPAÇO DE TRABALHO

for i = 1 : length(t)

    %CALCULO DOS ÂNGULOS
    th1(i) = atan2(y(i),x(i));
    A = 2*L2*a1-(2*L2*y(i))/sin(th1(i));
    B = 2*L1*L2-2*L2*z(i);
    C = y(i)^2/sin(th1(i))^2+L1^2+L2^2-L3^2+z(i)^2+a1^2-2*L1*z(i)-
2*a1*y(i)/sin(th1(i));
    th2(i) = atan2(B,A)-atan2(sqrt(A^2+B^2-C^2),-C);
    th3(i) = atan2(z(i)-L1-L2*sin(th2(i)),(y(i)/sin(th1(i))-a1-
L2*cos(th2(i))))-th2(i);

    %CONVERSÃO DE RADIANOS PARA GRAUS
    graus = convang([th1(i) th2(i) th3(i)], 'rad', 'deg');
    T1(i) = graus(1,1); %th1 em graus
    T2(i) = graus(1,2); %th2 em graus
    T3(i) = graus(1,3); %th3 em graus

    %CALCULO DO SENOS E COSSENOS
    c1 = cos(th1(i));
    c2 = cos(th2(i));
    c3 = cos(th3(i));
    s1 = sin(th1(i));
    s2 = sin(th2(i));
    s3 = sin(th3(i));
    c23 = cos(th2(i) + th3(i));
    s23 = sin(th2(i) + th3(i));

    %POSIÇÃO DAS JUNTAS
    X0(i) = 0;
    Y0(i) = 0;

```

```

Z0(i) = 0;

X1(i) = a1*c1;
Y1(i) = a1*s1;
Z1(i) = L1;

X2(i) = c1*(a1 + L2*c2);
Y2(i) = s1*(a1 + L2*c2);
Z2(i) = L1 + L2*s2;

X3(i) = c1*(a1 + L3*c23 + L2*c2);
Y3(i) = s1*(a1 + L3*c23 + L2*c2);
Z3(i) = L1 + L3*s23 + L2*s2;

clf
plot3(x, y, z, 'r', 'LineWidth',2)% TRAJETÓRIA OBJETIVO
hold on
plot3([X0(i) X1(i) X2(i) X3(i)],...
      [Y0(i) Y1(i) Y2(i) Y3(i)],...
      [Z0(i) Z1(i) Z2(i) Z3(i)],'b','LineWidth',2) % VISUALIZAÇÃO ELOS
plot3(X3, Y3, Z3, 'g', 'LineWidth',3) % TRAJETÓRIA PONTA DO GUINDASTE
hold off

axis([-6 8 -5 0 0 4])
grid on
xlabel('y[m]')
ylabel('x[m]')
zlabel('z[m]')
pause(0.01)

end

for i = 1 : length(t)
    if i == num
        break
    else
        w1(i) = (th1(i+1)-th1(i))/dt; %Velocidade angular em Radianos
        w2(i) = (th2(i+1)-th2(i))/dt;
        w3(i) = (th3(i+1)-th3(i))/dt;
        dth1(i) = (T1(i+1)-T1(i))/dt; %Velocidade angular em graus
        dth2(i) = (T2(i+1)-T2(i))/dt;
        dth3(i) = (T3(i+1)-T3(i))/dt;

        vx(i) = (x(i+1)-x(i))/dt; %Velocidade x em [m\s]
        vy(i) = (y(i+1)-y(i))/dt; %Velocidade y em [m\s]
        vz(i) = (z(i+1)-z(i))/dt; %Velocidade z em [m\s]
        v(i) = norm([vx(i) vy(i) vz(i)]); %Velocidade [m\s]
    end
end

for i = 1 : length(t)
    if i == num-1
        break
    else
        alpha1(i) = (w1(i+1)-w1(i))/dt; %Aceleração angular em Radianos
        alpha2(i) = (w2(i+1)-w2(i))/dt;
        alpha3(i) = (w3(i+1)-w3(i))/dt;
        d2th1(i) = (dth1(i+1)-dth1(i))/dt; %Aceleração angular junta 1
[rad\s^2]
        d2th2(i) = (dth2(i+1)-dth2(i))/dt; %Aceleração angular

```

```

    d2th3(i) = (dth3(i+1)-dth3(i))/dt; %Aceleração angular

    ax(i) = (vx(i+1)-vx(i))/dt; %Aceleração x em [m\s^2]
    ay(i) = (vy(i+1)-vy(i))/dt; %Aceleração y em [m\s^2]
    az(i) = (vz(i+1)-vz(i))/dt; %Aceleração z em [m\s^2]
    a(i) = norm([ax(i) ay(i) az(i)]); %Aceleração [m\s^2]
end
end
%PLOTANDO GRÁFICOS

subplot(3,2,1)
hold on
title('Deslocamento angular das juntas')
plot(t,T1,'r','LineWidth',2)
plot(t,T2,'b','LineWidth',2)
plot(t,T3,'g','LineWidth',2)
grid on
legend('Junta 1','Junta 2','Junta 3',-1)
xlabel('tempo[s]')
ylabel('\theta(t) [°]')

subplot(3,2,3)
hold on
title('Velocidade angular das juntas')
plot(t(2:end),dth1,'r','LineWidth',2)
plot(t(2:end),dth2,'b','LineWidth',2)
plot(t(2:end),dth3,'g','LineWidth',2)
grid on
legend('Junta 1','Junta 2','Junta 3',-1)
xlabel('tempo[s]')
ylabel('\omega(t) [°/s]')

subplot(3,2,5)
hold on
title('Aceleração angular das juntas')
plot(t(3:end),d2th1,'r','LineWidth',2)
plot(t(3:end),d2th2,'b','LineWidth',2)
plot(t(3:end),d2th3,'g','LineWidth',2)
grid on
legend('Junta 1','Junta 2','Junta 3',-1)
xlabel('tempo[s]')
ylabel('\alpha(t) [°/s^2]')

subplot(3,2,2)
hold on
plot(t(2:end),v,'g','LineWidth',2)
grid on
xlabel('tempo[s]')
ylabel('velocidade [m/s]')

subplot(3,2,4)
hold on
plot(t(3:end),a,'g','LineWidth',2)
grid on
xlabel('tempo[s]')
ylabel('aceleração [m/s^2]')
else
disp('A TRAJETÓRIA ESTÁ FORA DO ESPAÇO DE TRABALHO')
end
end

```

ANEXO B - ALGORITMO DA CINEMÁTICA DO GUINDASTE SOLUÇÃO POR MÉTODO NEWTON-RAPHSON

```

% ALGORITMO DA CINEMÁTICA DO GUINDASTE MÉTODO NEWTON-RAPHSON

clear all
clc

%DADOS ELOS
a1 = -0.150;
L1 = 1.5505;
L2 = 3.950;
L3 = 2.603;% FECHADO= 2,603m

num = 100;%Divisões
tf = 20; %Tempo final
t = linspace(0,tf,num);
dt = tf / (num-1); %Delta t

x10 = 0;
y10 = 0;
z10 = L1;

x = zeros(num,1);
y = zeros(num,1);
z = zeros(num,1);

for i = 1 : length(t)

% TRAJETÓRIA CIRCULO -----
% xc = 3;
% yc = 3;
% r = 2;
%
% x(i) = -xc - r * sin(2*pi*(t(i)/tf));
% y(i) = -yc - r * cos(2*pi*(t(i)/tf));
% z(i) = 2;

% TRAJETÓRIA CIRCULO ROTACIONANDO EM X-----
% yc = 4;
% zc = 2;
% r = 2;
%
% x(i) = 0;
% z(i) = zc + r * cos(2*pi*(t(i)/tf));
% y(i) = -yc - r * sin(2*pi*(t(i)/tf));

% TRAJETÓRIA SEMICIRCULO -----

xc = 0;
yc = 0;
r = 6.3;
x(i) = -xc + r * sin(pi*(t(i)/tf));
y(i) = -yc + r * cos(pi*(t(i)/tf));
z(i) = 2;

```

```

% TRAJETÓRIA RETA -----

% xi = -5;
% yi = 3;
% yf = 3;
% xf = 5;
%
%      kx = (xf-xi) * (t(i)/tf); %parâmetro
%      ky = (yf-yi) * (t(i)/tf); %parâmetro
%      x(i) = -xi-kx;
%      y(i) = -yi-ky;
%      z(i) = 0;

% TRAJETÓRIA LEMINISCATA -----

% x(i) = -5*cos(pi*t(i)/tf*2);
% y(i) = -1.5*sin(2*pi*t(i)/tf*2)-3;
% z(i) = 1;

end

%VERIFICAÇÃO SE A TRAJETÓRIA ESTÁ DENTRO DO ESPAÇO DE TRABALHO-----
for i = 1 : length(t)

teste(i) = sqrt((x(i)-x10)^2+(y(i)-y10)^2+(z(i)-z10)^2);

end

minimo = min(teste);
maximo = max(teste);
if minimo > 2 && maximo <= 6.4 %VERIFICAÇÃO ESPAÇO DE TRABALHO

% Calculo de ângulos
[th1, th2, th3] = CIN_INV_3GL(x, y, z, 0, -pi, 1);

%Function MÉTODO NEWTON-RAPHSON ESTÁ ABAIXO DO ANEXO DESTE PROGRAMA

for i = 1 : length(t)

    %CONVERSÃO DE RADIANOS PARA GRAUS

    graus = convang( [th1(i) th2(i) th3(i)], 'rad', 'deg');
    T1(i) = graus(1,1); %th1 em graus
    T2(i) = graus(1,2); %th2 em graus
    T3(i) = graus(1,3); %th3 em graus

    %CALCULO DO SENOS E COSSENOS

    c1 = cos(th1(i));
    c2 = cos(th2(i));
    c3 = cos(th3(i));
    s1 = sin(th1(i));
    s2 = sin(th2(i));
    s3 = sin(th3(i));
    c23 = cos(th2(i) + th3(i));
    s23 = sin(th2(i) + th3(i));

```

```

%POSIÇÃO DAS JUNTAS
X0(i) = 0;
Y0(i) = 0;
Z0(i) = 0;

X1(i) = a1*c1;
Y1(i) = a1*s1;
Z1(i) = L1;

X2(i) = c1*(a1 + L2*c2);
Y2(i) = s1*(a1 + L2*c2);
Z2(i) = L1 + L2*s2;

X3(i) = c1*(a1 + L3*c23 + L2*c2);
Y3(i) = s1*(a1 + L3*c23 + L2*c2);
Z3(i) = L1 + L3*s23 + L2*s2;

clf
plot3(x, y, z, 'r', 'LineWidth',2)% TRAJETÓRIA OBJETIVO
hold on
plot3([X0(i) X1(i) X2(i) X3(i)],...
      [Y0(i) Y1(i) Y2(i) Y3(i)],...
      [Z0(i) Z1(i) Z2(i) Z3(i)],'b','LineWidth',2) % VISUALIZAÇÃO ELOS
plot3(X3, Y3, Z3, 'g', 'LineWidth',3) % TRAJETÓRIA PONTA DO GUINDASTE
hold off

axis([-6 8 -5 0 0 4])
grid on
xlabel('y[m]')
ylabel('x[m]')
zlabel('z[m]')
pause(0.01)

end

for i = 1 : length(t)
    if i == num
        break
    else
        w1(i) = (th1(i+1)-th1(i))/dt; %Velocidade angular em Radianos
        w2(i) = (th2(i+1)-th2(i))/dt;
        w3(i) = (th3(i+1)-th3(i))/dt;
        dth1(i) = (T1(i+1)-T1(i))/dt; %Velocidade angular em graus
        dth2(i) = (T2(i+1)-T2(i))/dt;
        dth3(i) = (T3(i+1)-T3(i))/dt;

        vx(i) = (x(i+1)-x(i))/dt; %Velocidade x em [m\s]
        vy(i) = (y(i+1)-y(i))/dt; %Velocidade y em [m\s]
        vz(i) = (z(i+1)-z(i))/dt; %Velocidade z em [m\s]
        v(i) = norm([vx(i) vy(i) vz(i)]); %Velocidade [m\s]
    end
end
for i = 1 : length(t)
    if i == num-1
        break
    else
        alpha1(i) = (w1(i+1)-w1(i))/dt; %Aceleração angular em Radianos
        alpha2(i) = (w2(i+1)-w2(i))/dt;
        alpha3(i) = (w3(i+1)-w3(i))/dt;
        d2th1(i) = (dth1(i+1)-dth1(1))/dt; %Aceleração ang.junta 1 [rad\s^2]
    end
end

```

```

    d2th2(i) = (dth2(i+1)-dth2(1))/dt; %Aceleração angular
    d2th3(i) = (dth3(i+1)-dth3(1))/dt; %Aceleração angular

    ax(i) = (vx(i+1)-vx(i))/dt; %Aceleração x em [m\s^2]
    ay(i) = (vy(i+1)-vy(i))/dt; %Aceleração y em [m\s^2]
    az(i) = (vz(i+1)-vz(i))/dt; %Aceleração z em [m\s^2]
    a(i) = norm([ax(i) ay(i) az(i)]); %Aceleração [m\s^2]
end
end
% PLOTANDO GRÁFICOS
subplot(3,2,1)
hold on
title('Deslocamento angular das juntas')
plot(t,T1,'r','LineWidth',2)
plot(t,T2,'b','LineWidth',2)
plot(t,T3,'g','LineWidth',2)
grid on
legend('Junta 1','Junta 2','Junta 3',-1)
xlabel('tempo[s]')
ylabel('\theta(t) [°]')

subplot(3,2,3)
hold on
title('Velocidade angular das juntas')
plot(t(2:end),dth1,'r','LineWidth',2)
plot(t(2:end),dth2,'b','LineWidth',2)
plot(t(2:end),dth3,'g','LineWidth',2)
grid on
legend('Junta 1','Junta 2','Junta 3',-1)
xlabel('tempo[s]')
ylabel('\omega(t) [°/s]')

subplot(3,2,5)
hold on
title('Aceleração angular das juntas')
plot(t(3:end),d2th1,'r','LineWidth',2)
plot(t(3:end),d2th2,'b','LineWidth',2)
plot(t(3:end),d2th3,'g','LineWidth',2)
grid on
legend('Junta 1','Junta 2','Junta 3',-1)
xlabel('tempo[s]')
ylabel('\alpha(t) [°/s^2]')

subplot(3,2,2)
hold on
plot(t(2:end),v,'g','LineWidth',2)
grid on
xlabel('tempo[s]')
ylabel('velocidade [m/s]')

subplot(3,2,4)
hold on
plot(t(3:end),a,'g','LineWidth',2)
grid on
xlabel('tempo[s]')
ylabel('aceleração [m/s^2]')

else
disp('A TRAJETÓRIA ESTÁ FORA DO ESPAÇO DE TRABALHO')
end

```

FUNÇÃO NEWTON-RAPHSON

```

%FUNCTION MÉTODO NEWTON-RAPHSON
function [th1, th2, th3] = CIN_INV_3GL(x, y, z, t1_ini, t2_ini, t3_ini)

% Inicialização
n = length(x); th1 = zeros(n,1); th2 = zeros(n,1);
th3 = zeros(n,1); kmax = n; tol = 0.5e-12;

%DADOS ELOS
a1 = -0.150; L1 = 1.5505; L2 = 3.950; L3 = 2.603;

% DERIVADAS PARCIAIS
J11 = @(th) -sin(th(1))*(a1 + L3*cos(th(2) + th(3)) + L2*cos(th(2)));
J12 = @(th) -cos(th(1))*(L3*sin(th(2) + th(3)) + L2*sin(th(2)));
J13 = @(th) -L3*sin(th(2) + th(3))*cos(th(1));

J21 = @(th) cos(th(1))*(a1 + L3*cos(th(2) + th(3)) + L2*cos(th(2)));
J22 = @(th) -sin(th(1))*(L3*sin(th(2) + th(3)) + L2*sin(th(2)));
J23 = @(th) -L3*sin(th(2) + th(3))*sin(th(1));

J31 = @(th) 0;
J32 = @(th) L3*cos(th(2) + th(3)) + L2*cos(th(2));
J33 = @(th) L3*cos(th(2) + th(3));

% Varre posições
for i = 1 : n

    % Palpite inicial
    if i == 1
        th = [t1_ini; t2_ini; t3_ini];
    else
        th = [th1(i-1); th2(i-1); th3(i-1)];
    end

    % Funções auxiliares
    F1= @(th) cos(th(1))*(a1 + L3*cos(th(2) + th(3)) + L2*cos(th(2)))-x(i);
    F2= @(th) sin(th(1))*(a1 + L3*cos(th(2) + th(3)) + L2*cos(th(2)))-y(i);
    F3= @(th) L1 + L3*sin(th(2) + th(3)) + L2*sin(th(2))-z(i);

    % Laço Newton
    k = 0;
    erel = + Inf;
    while k < kmax && abs(ere1) > tol
        k = k + 1;
        F = [F1(th); F2(th); F3(th)];
        J = [J11(th) J12(th) J13(th); J21(th) J22(th) J23(th); J31(th) J32(th)
        J33(th)];
        X = - J \ F; %VETOR DE ERRO ABSOLUTO
        th = th + X; %CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA
        erel = norm(X)/norm(th);
    end
    th1(i) = th(1);
    th2(i) = th(2);
    th3(i) = th(3);
end

```