

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO**

EZEQUIEL BROLLO

**APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA OTIMIZAÇÃO DE MIX DE
PRODUÇÃO PARA UMA INDÚSTRIA MOVELEIRA**

**CAXIAS DO SUL
2015**

EZEQUIEL BROLLO

**APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA OTIMIZAÇÃO DE MIX DE
PRODUÇÃO PARA UMA INDÚSTRIA MOVELEIRA**

Trabalho acadêmico desenvolvido como requisito para a aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia de Controle e Automação na Universidade de Caxias do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Luis Corso.

CAXIAS DO SUL

2015

EZEQUIEL BROLLO

**APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA OTIMIZAÇÃO DE MIX DE
PRODUÇÃO PARA UMA INDÚSTRIA MOVELEIRA**

Trabalho acadêmico desenvolvido como requisito para a aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia de Controle e Automação na Universidade de Caxias do Sul.

Aprovado em 10 de Julho de 2015

Orientador

Prof. Dr. Leandro Luis Corso
Universidade de Caxias do Sul

Banca Examinadora

Prof. Dr. Guilherme Holsbach Costa
Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Oscar Alfredo Garcia de Suarez
Universidade de Caxias do Sul

AGRADECIMENTOS

À empresa Telasul S.A. pela oportunidade de realização deste trabalho e confiança depositada.

A todos os colegas de trabalho que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

Ao professor Leandro Luis Corso por aceitar me orientar e pelo apoio e incentivo na construção do trabalho.

Ao professor Guilherme Holsbach Costa pelos conselhos e amizade durante toda minha graduação.

A minha família, fonte de força e motivação para busca de meus ideais.

A minha noiva Méri, pelo carinho, compreensão e amor em todos os momentos.

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido na empresa Telasul, uma empresa do ramo metal mecânico fabricante de móveis em aço. O objetivo foi a otimização do mix de produção de modo a maximizar a margem de contribuição do negócio, atendendo as restrições oriundas do ambiente de atuação da empresa. A primeira etapa do desenvolvimento do estudo abordou a obtenção e organização dos dados necessários para o modelamento da função objetivo e suas restrições. A função objetivo foi determinada como sendo a multiplicação da quantidade de itens produzidos de cada produto do *portfolio* de vendas pela a margem de contribuição individual de cada elemento. As restrições abordadas foram a capacidade finita dos recursos de fabricação disponíveis na empresa e o potencial máximo de absorção da produção pelo mercado consumidor. O mix ótimo de produção foi determinado por meio de programação linear inteira utilizando do Método *Simplex* para resolver o problema. O Resultado do estudo apontou um potencial de aumento da margem de contribuição da empresa na ordem de 25%, sendo necessário para que isso aconteça uma reestruturação do *portfolio* de vendas que inclui a inativação de 13% dos componentes comercializados atualmente e a modificação do planejamento de vendas.

Palavras-chave: Mix de Produção, Pesquisa Operacional, Método *Simplex*.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Possíveis direções factíveis no ponto x	22
Figura 2 : Exemplo de um problema degenerado.	25
Figura 3: Árvore de subproblemas	28
Figura 4 : Mapa com etapas do estudo de mix de produção da Telasul	29
Figura 5 : Configuração de um item de venda.....	31
Figura 6 – Gráfico de Impacto das Alterações no Mix de Produção.....	35
Figura 7 – Itens Ativos e Inativos	36
Figura 8 – Impacto no Faturamento mensal.....	36
Figura 9 – Avaliação da Margem de Contribuição.....	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Comparativo de desempenho entre PL e PLI.....	38
---	----

SIGLAS, TERMOS E ABREVIATURAS

EUA	Estados Unidos da América
PO	Pesquisa Operacional
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
SCOOP	<i>Scientific Computation of Optimal Programs</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DO TRABALHO	11
1.2 OBJETIVO GERAL	12
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO TRABALHO	13
1.4 A EMPRESA.....	13
1.5 ABRANGÊNCIA DO TRABALHO	14
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
2.1 HISTÓRIA DA PESQUISA OPERACIONAL	15
2.2 FASES DE UM ESTUDO DE PO.....	16
2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR	17
2.4 MÉTODO <i>SIMPLEX</i>	20
2.4.1 Desenvolvimento do método <i>simplex</i> passo a passo.....	22
2.4.2 O Método <i>Simplex</i> para problemas degenerados	25
2.4.3 Implementação computacional do método	26
2.5 MÉTODO DE <i>BRANCH AND BOUND</i>	26
3 DESENVOLVIMENTO	29
3.1 DEFINIÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS PARA O ESTUDO.....	30
3.1.1 <i>Portfólio</i> de vendas	30
3.1.2 Margem de contribuição	31
3.1.3 Restrições de mercado e venda.....	32
3.1.4 Disponibilidade dos recursos de produção	33
3.2 MODELAMENTO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DO MIX DO ESTUDO.....	33
3.3 COMPARATIVO ENTRE O CENÁRIO ATUAL E O RESULTADO DO ESTUDO DE PLI	35
3.4 COMPARATIVO DE DESEMPENHO ENTRE PL E PLI	37
4 CONCLUSÃO	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	41
APÊNDICE 1 - MARGEM DE CONTRIBUIÇÃO UNITÁRIA DOS PRODUTOS.....	43

APÊNDICE 2 - RESTRIÇÕES DE MERCADO	45
APÊNDICE 3 - INFORMAÇÕES DE DISPONIBILIDADE DOS RECURSOS DE FABRICAÇÃO	47
APÊNDICE 4 – NECESSIDADE DE RECURSO DE FABRICAÇÃO	48
APÊNDICE 5 – MIX DE PRODUÇÃO PROPOSTO POR MEIO DA PROGRAMAÇÃO	51

1 INTRODUÇÃO

A tomada de decisão é uma atividade presente no cotidiano profissional de gestores de negócios. Invariavelmente os resultados destas decisões trazem consigo impactos no ambiente podendo afetar positiva ou negativamente o presente e o futuro das empresas.

Em empresas industriais, onde o processo produtivo é o responsável pela geração do lucro, a decisão de quais e as quantidades de produtos a serem produzidos esta diretamente relacionada com a lucratividade individual destes produtos, com a capacidade produtiva da empresa e com a capacidade de absorção da produção pelo mercado consumidor (OENNING et al., 2004; TAHA, 2008).

Neste contexto, a definição do mix de produção apresenta um vasto cenário de possibilidades, onde as decisões devem ser tomadas considerando-se inúmeros objetivos e restrições (LARA, 2003). A Programação Linear (PL) é uma importante ferramenta que pode ser utilizada no auxilio na tomada deste tipo de decisão (ARENALES et al., 2007).

Deste modo, este trabalho busca por meio da aplicação de PL otimizar o mix de produção de uma empresa do ramo industrial fabricante de móveis em aço, visando atender a restrições de mercado e de capacidade produtiva, objetivando a otimização da margem de contribuição mensal.

1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DO TRABALHO

Neste momento de competitividade global, um dos grandes desafios das empresas para manter e conquistar mercado é oferecer produtos com qualidade e baixo custo, tornando-o assim, atrativo para o cliente.

A empresa Telasul S/A, localizada na cidade de Garibaldi, no estado do Rio Grande do Sul, é uma das principais fabricantes de cozinhas de aço do Brasil. Móveis em aço, mais especificamente cozinhas em aço, possuem como seus principais mercados as regiões Norte, Nordeste e Sudoeste do país, sendo que para este nicho específico de varejo, o preço tem grande importância no momento da

decisão de compra, visto se tratar de um produto que atende em sua maioria os consumidores das classes C e D.

Visando manter o produto competitivo no mercado a que ele se destina, ações que minimizem os custos de produção e que possibilitem uma melhor margem operacional são fundamentais para a manutenção da competitividade da empresa. O que se observa rotineiramente na Telasul é que o mix de produtos vendidos tem grande influência no comportamento do resultado mensal da empresa, e que mesmo em meses onde as metas de faturamento e despesas sejam atendidas o resultado é inferior ao projetado.

Avaliando o *portfólio* de produtos oferecidos pela empresa é possível observar que eles possuem diferentes margens de contribuição, e também que, em sua grande maioria, disputam por espaço de produção em recursos de fabricação comuns. Estes fatores, quando mal dimensionados, podem acarretar em um problema que explica o comportamento instável do resultado da empresa, que é a utilização da capacidade fabril para produção de itens de menor margem em detrimento dos mais lucrativos.

Em primeira vista, uma decisão rápida de alteração de mix poderia direcionar a produção somente para os itens mais lucrativos, porém existem restrições de mercado que impedem que isso seja definido tão facilmente. Atualmente o mercado não absorve toda a capacidade de produção dos itens mais lucrativos, sendo necessária também a fabricação de itens com menor margem de contribuição para uma melhor ocupação dos recursos de produção disponíveis o que minimiza o custo de fabricação.

Desse modo, deseja-se utilizar esse conhecimento na forma das restrições existentes para, de forma sistemática, selecionar um mix de produção que leve a um melhor resultado financeiro para a empresa.

1.2 OBJETIVO GERAL

Definir o mix de produção de modo a maximizar o resultado mensal da Empresa Telasul, observando as restrições de mercado e recursos de produção.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS DO TRABALHO

No intuito de atingir o objetivo geral deste trabalho, foram selecionados os seguintes objetivos específicos:

- a) Definir e organizar os dados referentes ao mix de produção atual;
- b) Modelar matematicamente a otimização do mix de produção como um modelo de PL;
- c) Resolver o modelo matemático utilizando uma ferramenta computacional;
- d) Analisar os resultados e compará-los com o cenário atual da empresa;
- e) Realizar uma análise de eficiência computacional e técnica entre PL e PLI.

1.4 A EMPRESA

A empresa Telasul foi fundada em 23 de maio de 1972 na cidade de Bento Gonçalves. Inicialmente produzia artefatos de arames em geral sendo que em 1986 a empresa lançou-se também no mercado de móveis tubulares e aramados produzindo camas de casal, camas de solteiro e beliches em aço.

Com a aceitação de seus móveis a Telasul atingiu abrangência nacional e nesse mesmo ano começou a construção de um complexo industrial de 22.500 metros quadrados na cidade de Garibaldi, para onde se transferiu em 1989, e com esta reestruturação passou a investir no mercado externo, exportando para países da América Latina, oriente médio e África.

Buscando novo mercado, mas mantendo-se focada na produção de móveis em aço, em 2002 a Telasul efetivou investimentos em tecnologia para fabricação de cozinhas de aço, na qual proporcionou atributos inéditos e design inovador a este segmento. Nos anos seguintes as exportações destes produtos chegaram a mais de 30 países e se tornaram o principal foco da empresa.

Atualmente a empresa possui um faturamento anual na ordem de 117 milhões de reais e um quadro de funcionários totalizando em 251 pessoas distribuídas entre as áreas administrativas, desenvolvimento e produtivas (TELASUL, 2015).

1.5 ABRANGÊNCIA DO TRABALHO

De modo a delimitar a abrangência deste estudo e mencionar questões que não foram avaliadas e questionadas no que diz respeito ao método científico de cálculo e ou definição, são elas:

- a) A eficiência dos equipamentos utilizada para análise de disponibilidade dos recursos produtivos, que foi obtida de parâmetros fornecidos pela empresa;
- b) O método utilizado para definição dos preços de venda e margens de contribuição dos produtos não foi questionado, tendo sido utilizadas informações disponibilizadas pela empresa;
- c) A projeção de mercado e de vendas, que foram obtidas a partir do departamento comercial da empresa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, inicialmente é abordada a Pesquisa Operacional (PO) em seu contexto histórico no Brasil e no mundo, onde são apresentadas as principais motivações que levaram ao seu desenvolvimento até os dias de hoje. Neste contexto são apresentadas as etapas a serem seguidas na formulação de problemas e a programação linear e suas definições e padrões.

O Método *Simplex*, desenvolvido por George Dantzig é abordado, para o qual é apresentado um resumo de seu funcionamento, mapeando todas as etapas de uma iteração, e o caso dos problemas degenerados.

Por fim, é abordado a otimização discreta, ou programação linear inteira (PLI), sendo mais especificamente trabalhado no Método *Branch and Bound*.

2.1 HISTÓRIA DA PESQUISA OPERACIONAL

O termo PO tem sua origem na segunda guerra mundial, onde ficou intrinsicamente ligado ao surgimento do radar na Inglaterra. Foi utilizada inicialmente para estudar como a tecnologia de radar poderia ser utilizada para interceptar aviões inimigos, porém, ainda antes do final da segunda guerra a PO já era utilizada para resolver diversos problemas administrativos e táticos. Tais problemas incluíam trabalhos como, manutenção e inspeção de aviões, estudo de probabilidade de destruição de submarinos, controle de artilharia, dimensionamento de comboios e frotas entre outros (ARENALES et al., 2007).

Após o final da segunda guerra, a PO teve ascensão rápida nos Estados Unidos da América (EUA) e na Inglaterra, tendo sido criado um projeto no Pentágono que tinha como principal objetivo auxiliar na tomada de decisão das operações da força aérea americana. O projeto foi chamado de *Scientific Computation of Optimal Programs* (SCOOP), sendo um de seus coordenadores o matemático George Dantzig, que durante sua permanência no projeto desenvolveu, documentou e testou o método para resolução de problemas de otimização linear conhecido atualmente como Método *Simplex* (ARENALES et al., 2007).

Por volta de 1952, a PO iniciou sua expansão para o mundo acadêmico com o surgimento de associações de pesquisa nos EUA e Inglaterra, convergindo para a primeira conferência internacional de PO no ano de 1957 sediada em Oxford na Inglaterra. Ainda nas décadas de 1950 e 1960 a PO passou a ser utilizada por administradores e políticos para auxiliar na tomada de decisões referentes a problemas de gestão nos setores público e privado. Atividades como mineração, metalurgia, construção civil, textil, farmacêutica, bancária e de transporte já utilizavam técnicas de PO para resolver problemas e traçar planos estratégicos (ARENALES et al., 2007).

No Brasil a PO teve como primeiras aplicações trabalhos voltados a economia. Posterior a isso, no ano de 1957 deu-se o surgimento de cursos de graduação nesta área, oferecidos pelas Universidade de São Paulo e pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Ainda nos anos 60, como muitos professores atuavam no setor privado, a pesquisa operacional começou a ser aplicada a problemas reais voltados a planos táticos e estratégicos. O primeiro grupo de pesquisa operacional estabelecido dentro de uma empresa brasileira se deu na Petrobrás, tendo sido criado no ano de 1965 (MARINS, 2011).

Segundo MARINS (2011), devido ao amplo campo de atuação da PO inúmeras são as definições atribuídas a ela, sendo algumas tão amplas que poderiam se aplicar a qualquer ciência. Já SILVA (1998) define que PO é um método científico de tomada de decisões. ARENALES et al. (2007) destaca ainda que modelos matemáticos não substituem tomadores de decisão e retrata a PO como ciência e arte, dado seu caráter de ciência devido a técnicas matemáticas envolvidas e sua objetividade, e de arte em função de todas as fases que precedem e sucedem a solução do modelo matemático serem dependentes da experiência e criatividade de quem modela a pesquisa.

2.2 FASES DE UM ESTUDO DE PO

A formulação de um problema de PO exige que a partir da observação de algum fenômeno, processo ou sistema seja possível extrair as leis que regem seus comportamentos. Quando essas leis podem ser descritas por relações matemáticas obtém-se então os modelos matemáticos. Estes têm por objetivo simular o

comportamento do elemento real, e não é incomum a necessidade de que sejam realizadas simplificações no processo de modelagem, dada a elevada complexidade dos sistemas físicos reais. Apesar disso sempre busca-se manter a coerência com o contexto original.

A abordagem para resolução de um problema por PO envolve pelo menos cinco fases, conforme indicam ARENALES et al. (2007); MARINS (2011); TAHA (2008), são elas:

- i. Identificação do problema: etapa onde o escopo do problema em estudo é definido. É necessário identificar as limitações e formular corretamente o problema, sendo necessário identificar que aspectos estão sob controle (variáveis de decisão) e quais as limitações a que estas variáveis estão sujeitas (restrições);
- ii. Definição do modelo matemático: o modelo é uma representação simplificada da realidade, a transformação da fase (i) em equações matemáticas e ou lógicas indicando quais são as relações importantes entre as variáveis, e quais os dados relevantes do problema;
- iii. Obtenção da solução do modelo: de acordo com o modelo construído será necessário aplicar métodos matemáticos específicos para encontrar uma solução. Alguns métodos comuns em PO são Programação Linear, Programação em Redes, Teoria dos Grafos e a Teoria das Filas;
- iv. Teste do modelo e da solução obtida: nesta fase é verificado se o modelo proposto representa adequadamente o problema, se ele prediz o comportamento do sistema de maneira fiel;
- v. Implementação da solução: transforma os resultados do modelo em decisões.

A construção de um modelo exige alguns ciclos entre as fases apresentadas até que o mesmo se ajuste adequadamente à prática (ARENALES et al., 2007).

2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR

A Programação Linear (PL), uma das mais importantes técnicas utilizadas na PO, é um método que busca a otimização de um determinado problema e ou decisão que possui muitas soluções possíveis. Para tal, busca estabelecer maneiras

eficientes para atingir os objetivos estabelecidos por meio da maximização ou minimização de uma função linear a qual é denominada “função objetivo” e respeitar um sistema linear de igualdades, denominados “restrições do modelo”. A região definida pelas restrições do modelo é denominada “região factível” e a melhor das soluções pertencentes a região factível é denominada “solução factível ótima” (CORRAR; THEÓFILO, 2004; OENNING et al., 2004).

Dentre os muitos problemas que possibilitam a utilização da PL como auxiliar na tomada de decisão está o problema do mix de produção. Os problemas de mix de produção geralmente têm por objetivo maximizar a margem de contribuição e consequentemente o lucro da empresa tendo como principais fatores a melhor utilização de recursos como: máquinas, mão de obra, capital e espaço de armazenamento (ARENALES et al., 2007; TAHA, 2008).

Para se utilizar a PL é necessário entender a definição dos termos que seguem: forma padrão, região factível, solução factível e solução factível ótima.

Segundo (BERTSIMAS; JOHN N, 1997) e (STRANG, 2006) a forma padrão de um problema de PL é definida como:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x_i) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ &\text{Sujeito a } \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Onde a função linear $f(x)$ é denominada função objetivo, e o sistema de equações lineares formado por $A_{ij}x_j = b_i$ definem as restrições do modelo juntamente com as condições de não negatividade das variáveis, onde tem-se i e j variáveis de decisão.

Transcrevendo a forma padrão dada na equação (1) para notação matricial tem-se:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x) = \bar{c}^T \bar{x} \\ &\bar{A} \bar{x} = \bar{b} \\ &\bar{x} \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

em que:

- $\bar{A}$ é uma matriz de ordem $m \times n$ formada pelos coeficientes das variáveis do problema presentes nas equações das restrições;
- $\bar{c}$ é um vetor de ordem n que contém os coeficientes das variáveis da função objetivo;
- $\bar{x}$ é um vetor de ordem n que representa a solução de interesse do problema;
- $\bar{b}$ é um vetor de ordem m formado pelos elementos do lado direito da igualdade das equações das restrições;

Desta forma, pode-se afirmar que qualquer problema de otimização pode ser escrito na forma padrão dada em (2), desde que atenda as seguintes características:

- a função objetivo deve ser minimizada;
- as restrições são definidas por um sistema de equações lineares;
- as condições de não negatividade das variáveis de decisão complementam as restrições do problema.

Uma solução $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é considerada factível se satisfizer todas as restrições e também a todas as condições de não negatividade, sendo o conjunto de todas as soluções factíveis chamado de região factível. Uma solução factível que fornece o menor valor a função objetivo é chamada solução factível ótima, e denotada $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Desta forma uma solução factível é ótima se atender a:

$$f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \leq f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

para qualquer solução factível $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (ARENALES et al., 2007; MARINS, 2011).

Contudo, em situações reais muitas vezes os problemas não se apresentam na forma padrão e precisam ser reescritos ou adaptados a esta. Os casos mais comuns são problemas de maximização da função objetivo, restrições de desigualdade e também a existência de variáveis livres, ou seja, sem a condição de não negatividade.

Para o caso da maximização, a solução ótima para maximizar uma função objetivo correspondente a:

$$f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \geq f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4)$$

para qualquer solução factível $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Desta forma, para adequar a equação (4) as condições especificadas em (3) é necessário multiplicar a equação (4) por -1, obtendo-se:

$$-f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \leq -f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5)$$

o que significa dizer que encontrar uma solução factível que maximiza $f(x)$ é equivalente a encontrar uma solução factível que minimize $-f(x)$.

Em casos onde as restrições do problema apresentam condições de desigualdade é necessária a utilização de artifícios matemáticos para adequar a restrição à condição de igualdade. Quando a condição de desigualdade é do tipo $\leq$ é necessário somar ao primeiro membro da equação uma variável de folga não negativa, como apresentado na equação (6):

$$a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i \rightarrow a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n + F_i = b_i \quad (6)$$

De forma análoga, quando a condição de desigualdade é do tipo $\geq$ é necessário subtrair ao primeiro membro da equação uma variável de folga excedentária não negativa, como apresentado na equação (7):

$$a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i \rightarrow a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n - E_i = b_i \quad (7)$$

Outro ponto que requer a reescrita da restrição é a existência de variáveis livres, ou seja, variáveis irrestritas quanto à condição de não negatividade. Nestes casos uma variável x_i livre pode ser escrita como a diferença de dois outros números não negativos, conforme equação (8):

$$x_i = x_i^+ - x_i^- \quad (8)$$

sendo $x_i^+ \geq 0$ e $x_i^- \geq 0$ (ARENALES et al., 2007).

2.4 MÉTODO SIMPLEX

O Método *Simplex*, criado por George Dantzig no ano de 1947 tem resistido aos avanços da otimização computacional e ainda é a principal ferramenta utilizada na maioria das aplicações de Programação Linear (FREUND, 1994). Ele se baseia no fato de que problemas de programação linear possuem uma solução ótima, e que

esta solução necessariamente é encontrada sobre as arestas de contorno do conjunto factível (BERTSIMAS; JOHN N, 1997; STRANG, 2006).

O Método Simplex, resumidamente, consiste numa sequência de passos que permite movimentar-se de uma solução factível para outra, ao longo das arestas de contorno do conjunto factível, sempre em uma direção que reduza o valor da função objetivo, até se atingir a solução ótima do problema. Como a função objetivo assume valores cada vez menores a cada iteração do método, nenhuma solução básica é "visitada" mais de uma vez ao longo da solução do problema (STRANG, 2006). Neste método as variáveis do problema são divididas em dois grupos:

- i. Variáveis básicas: variáveis que são tomadas para construção de uma base para resolução do problema, perfazendo um total de m variáveis;
- ii. Variáveis não básicas: correspondem as $n - m$ variáveis restantes que não foram consideradas na construção da base. Tais variáveis assumem valor zero.

Para exemplificar a aplicação, considera-se o seguinte modelo matemático:

$$\text{Minimizar } f(x_i) = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3$$

$$\text{Sujeito a } \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 5 \\ 2x_1 + 3x_3 = 8 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Neste caso, $n = 3$, $m = 2$, o vetor de variáveis do problema é $\bar{x} = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$. Logo, as possíveis escolhas para os vetores de variáveis básicas do problema são: $\bar{x}_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tendo x_3 como variável não básica, ou $\bar{x}_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}$ tendo x_2 como variável não básica ou ainda $\bar{x}_B = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ tendo x_1 como variável não básica.

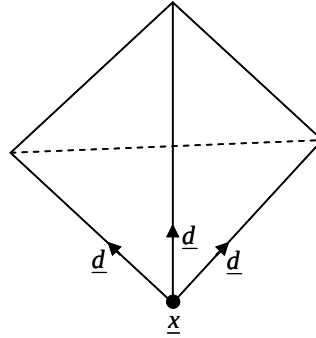
A solução da iteração subsequente $(\bar{x}^{(k+1)})$, ou seja, a próxima solução factível do problema, é calculada a partir da solução factível atual $\bar{x}^{(k)}$ e do chamado vetor de direção factível $\bar{d}$, conforme dado em (9):

$$\bar{x}^{(k+1)} = \bar{x}^{(k)} + \theta^{(k)} \bar{d}^{(k)} \quad (9)$$

sendo $\bar{d} \in \Re^n$ um vetor que indica a direção a ser seguida a partir da solução atual, na qual se tem uma redução no valor da função objetivo, e θ é um parâmetro que indica a "distância / passo" que se deve deslocar a partir da solução atual, tal que

$\theta > 0$ (BERTSIMAS; JOHN N, 1997). Geometricamente tem-se a condição indicada na Figura 1: Possíveis direções factíveis no ponto $\bar{x}$ Figura 1.

Figura 1: Possíveis direções factíveis no ponto $\bar{x}$



Fonte: (BERTSIMAS; JOHN N, 1997)

Devido à divisão das variáveis do problema em básicas e não básicas, os vetores $\bar{d}$ e $\bar{c}$ também podem ser decompostos apenas em termos das variáveis básicas, os quais são escritos como $\bar{d}_B$ e $\bar{c}_B$, respectivamente. A cada iteração do método uma das variáveis que compõem a base de resolução é retirada da base, se tornando variável não básica, e sendo substituída por uma variável livre que então se torna básica (BERTSIMAS; JOHN N, 1997).

2.4.1 Desenvolvimento do método *simplex* passo a passo

Segundo BERTSIMAS; JOHN N (1997) a implementação convencional do Método *Simplex* é executada conforme os passos a seguir:

- i. Escolher m variáveis como variáveis básicas para dar início às iterações. Uma prática comum consiste em escolher as m primeiras variáveis, ou também, em problemas que envolvam apenas restrições de desigualdade do tipo $\bar{A}\bar{x} \leq \bar{b}$, com $\bar{b} > 0$, uma solução básica factível inicial pode ser escolhida como $\bar{x}_B = (\text{variáveis de folga}) = \bar{b}$.

$$\bar{x}_B^{(k)} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m)^T \quad (10)$$

- ii. Construir uma matriz base $\bar{B}$, na iteração k , tomando as m colunas da matriz $\bar{A}$ correspondentes às variáveis básicas.

$$\bar{\bar{B}}^{(k)} = [\bar{A}_1 \ \bar{A}_2 \ \cdots \ \bar{A}_m] \quad (11)$$

- iii. Calcular a solução factível básica resolvendo a equação (12).

$$\bar{x}_B^{(k)} = (\bar{\bar{B}}^{(k)})^{-1} \bar{b} \quad (12)$$

- iv. Escrever a solução factível correspondente de acordo com (13).

$$\bar{x}^{(k)} = \begin{pmatrix} \bar{x}_B^{(k)} \\ \bar{0} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Nesta etapa é importante atentar para o arranjo de $\bar{x}_B$ em $\bar{x}$ conforme as variáveis que são básicas na referida iteração.

- v. Calcular os parâmetros de variação da função objetivo associados com as variáveis livres na iteração (apenas as $n - m$ variáveis).

$$c^*_j = c_j - (\bar{c}_B^{(k)})^T (\bar{\bar{B}}^{(k)})^{-1} \bar{A}_j \quad (14)$$

sendo $\bar{c}_B^{(k)}$ o vetor dos coeficientes da função objetivo associados com as variáveis básicas da iteração, $\bar{A}_j$ é um vetor extraído da j -ésima coluna de $\bar{\bar{A}}$ e c_j o j -ésimo coeficiente da função objetivo associado com a respectiva variável livre j . Nesta etapa é necessária uma verificação dos valores de c^*_j , caso nenhum c^*_j obtido seja negativo, então a solução $\bar{x}^{(k)}$ é a solução ótima do problema e as iterações podem ser finalizadas.

- vi. Determinar o vetor de direção factível básico $\bar{d}_B$.

$$\bar{d}_B^{(k)} = - (\bar{\bar{B}}^{(k)})^{-1} \bar{A}_j \quad (15)$$

Neste caso, a variável referente à coluna j escolhida acima irá substituir na próxima iteração uma das variáveis básicas da iteração atual. Uma vez que há $n - m$ opções, existem regras que são comumente empregadas nesta escolha, sendo duas mais usuais: c^*_j o menor valor negativo obtido em (14); e menor índice j livre da iteração.

- vii. Escrever o vetor de direção factível correspondente.

$$\underline{d}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \underline{d}_B^{(k)} \\ \underline{0} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

onde $\underline{d}_B^{(k)}$ é o vetor de direção factível básico obtido em (15), $\underline{0}$ é o vetor de zeros referente às variáveis não básicas e 1 é o valor unitário associado com a j – ésima variável escolhida em (15). Nesta etapa é importante atentar para o arranjo de $\underline{d}_B$ em $\underline{d}$ conforme as variáveis que são básicas na referida iteração, bem como à j – ésima variável escolhida.

viii. Calcular θ por meio da equação (17).

$$\theta^{(k)} = \min_{\{i=1,\dots,m \mid d_{B_i}^{(k)} < 0\}} \left(-\frac{x_{B_i}^{(k)}}{d_{B_i}^{(k)}} \right) \quad (17)$$

Nesta etapa, caso nenhum componente de $\underline{d}_B^{(k)}$ seja negativo deve-se finalizar as iterações. Neste caso, a solução $\bar{x}^{(k)}$ obtida é uma solução factível do problema, porém, não corresponde à solução ótima. Esta condição ocorre porque uma das variáveis que compõe a base não deveria fazer parte de $\bar{x}_B^{(k)}$ naquela iteração, sendo geralmente ocasionado pela utilização de um critério inadequado de seleção de variável para fazer parte da base.

- ix. Calcular a solução factível da próxima iteração $\bar{x}^{(k+1)}$ por meio da equação (9).
- x. O Atualizar a matriz base $\bar{B}$ substituindo sua l – ésima coluna pela j – ésima coluna da matriz $\bar{A}$ escolhida em (15).

$$\bar{B}^{(k+1)} = \left[\bar{B}_1^{(k)} \quad \dots \quad \bar{A}_j^{(k)} \quad \dots \quad \bar{B}_m^{(k)} \right] \quad (18)$$

$\downarrow$
 j – ésima coluna de $\bar{B}^{(k)}$

A coluna a ser substituída na matriz $\bar{B}$ corresponde à posição i resultante da avaliação da equação (17). Caso ocorra mais de uma opção resultante pode-se aplicar a regra do menor índice para realizar a escolha.

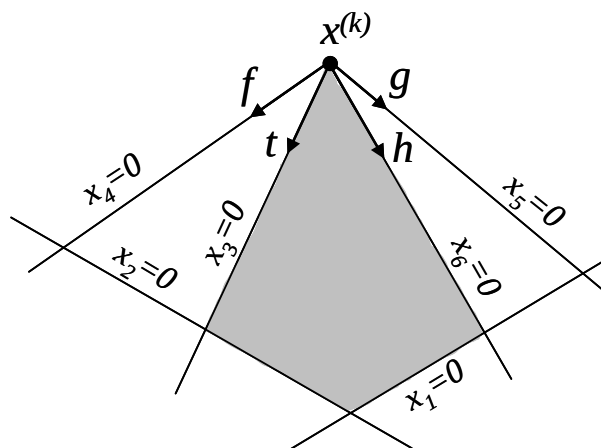
É importante observar que o vetor de variáveis básicas da iteração $k + 1$ $\bar{x}^{(k+1)}$, apresenta agora uma nova variável básica em sua composição, que corresponde a j – ésima variável básica escolhida em (15) e deixa de ter em sua composição uma de suas variáveis básicas na iteração k , correspondente a l – ésima variável substituída em (18).

xi. Retornar ao passo "v", dando prosseguimento à iteração $k + 1$.

2.4.2 O Método *Simplex* para problemas degenerados

Em alguns casos, um problema pode apresentar a chamada solução degenerada. Tal solução corresponde a um ponto no qual as direções factíveis possíveis possibilitam se deslocar para um próximo ponto que não esteja sobre o contorno do conjunto factível. Na Figura 2, em $x^{(k)}$ as direções f e g conduzem a uma aresta que não pertence ao conjunto factível.

Figura 2 : Exemplo de um problema degenerado.



Fonte: (BERTSIMAS; JOHN N, 1997)

Segundo BERTSIMAS; JOHN N (1997), no caso da solução apresentar-se degenerada em uma determinada iteração, podem ocorrer duas situações ao se empregar a sequência de passos anteriormente descrita:

- O parâmetro $\theta^{(k)}$ pode resultar nulo. Neste caso $\bar{x}^{(k+1)} = \bar{x}^{(k)}$. A iteração manterá o mesmo ponto (mesma solução), porém irá alterar a base $\bar{B}$, permitindo que se dê sequência às iterações.

- Ao se calcular a solução da iteração $k+1$ pode acontecer de mais de uma variável básica se tornar nula. Uma vez que apenas uma variável é substituída da base em cada iteração, isto resultará em uma solução degenerada na iteração $k+1$ (caso acima descrito).

Avaliando o comportamento da solução degenerada, teoricamente é possível permanecer em um vértice e continuar andando para ele em ciclos na escolha de uma base, porém, este fato é tão raro que a maioria dos códigos comerciais a ignoram (STRANG, 2006).

2.4.3 Implementação computacional do método

Uma implementação computacional que satisfaça o passo-a-passo como descrito na sessão anterior leva à chamada implementação convencional do Método *Simplex* (BERTSIMAS; JOHN N, 1997).

Para problemas de grandes dimensões, onde existe grande quantidade de variáveis e/ou restrições, tal implementação não é eficiente do ponto de vista computacional, já que a cada iteração deve-se calcular a inversa da matriz $\bar{B}$, requerendo um esforço computacional por iteração na ordem de $O(m^3 + mn)$. Para contornar tal dificuldade, pode-se optar pela implementação revisada ou do tableau completo, as quais manipulam algebricamente a matriz base $\bar{B}$ de maneira diferente, diminuindo o esforço computacional por iteração para ordem de $O(m^2 + mn)$ e $O(mn + mn)$ operações aritméticas, respectivamente (ARENALES et al., 2007; BERTSIMAS; JOHN N, 1997).

2.5 MÉTODO DE *BRANCH AND BOUND*

Dependendo do problema que se está otimizando, a solução ótima esperada deve ser composta apenas por números inteiros. Porém, dadas as restrições impostas ao problema e a respectiva função objetivo, não há garantia matemática de que a solução obtida seja inteira. Além disso, a ideia de se arredondar os valores fracionários da solução obtida não pode conduzir à solução que satisfaça todas as restrições aplicadas e otimize a função objetivo. Assim, a aplicação desta restrição

adicional, a solução inteira, conduz ao chamado problema de Programação Linear Inteira (PLI) (ARENALES et al., 2007).

A PLI está dividida em três principais categorias de algoritmos, os heurísticos, os de aproximação e os exatos, esta última a categoria da qual o método de *Branch and Bound* é parte (BERTSIMAS; JOHN N, 1997).

O método de *Branch and Bound* é uma técnica desenvolvida para busca de soluções inteiras para problemas de PL (GOLDBARG; LUNA, 2005). Ele consiste na ideia de uma enumeração inteligente das soluções candidatas à solução ótima inteira de um problema, efetuando sucessivas partições do espaço das soluções e cortando a árvore de pesquisa através da consideração de limites calculados ao longo da enumeração (BERTSIMAS; JOHN N, 1997; SCHOLZ, 2012).

A forma padrão de um problema de PLI é dada conforme equação (19):

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) &= \bar{\mathbf{c}}^T \bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}} &= \bar{\mathbf{b}} \\ \bar{\mathbf{x}} &\geq 0 \\ \bar{\mathbf{x}} &= \text{inteiro} \end{aligned} \tag{19}$$

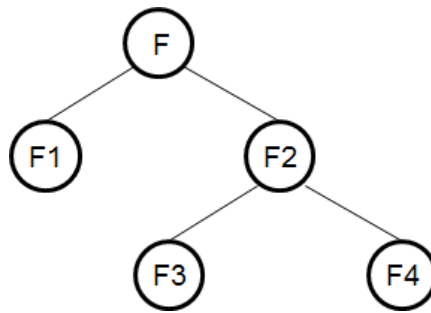
ou seja, a forma padrão de um PLI é idêntica a de um PL adicionada da restrição de número inteiro às variáveis do problema (BERTSIMAS; JOHN N, 1997; TAHA, 2008).

Resumidamente, o método está baseado nas seguintes ideias:

- i. O ponto de partida da resolução é uma solução ótima obtida pelo PL;
- ii. Dada uma variável não inteira desta solução ótima, dois novos subproblemas (F1 e F2) são gerados. Cada um destes subproblemas receberão uma nova restrição aplicada sobre a variável não inteira em questão, na qual F1 estará sujeito a $x_i \leq t$ e F2 estará sujeito a $x_i \geq t + 1$, sendo t um número inteiro obtido pelo arredondamento para baixo da variável não inteira;
- iii. Caso haja mais de uma variável não inteira na solução obtida, a quantidade de subproblemas a serem gerados é resultado de todas as combinações possíveis das novas restrições a serem aplicadas;

- iv. O subproblema que apresentar o menor valor da função objetivo deverá ser escolhido, e caso necessário, decomposto em novos subproblemas F3, F4, até se atingir a solução ótima inteira. É importante ressaltar que os subproblemas F3, F4 herdarão as restrições do subproblema a partir do qual foram gerados. Este procedimento cria a chamada árvore de subproblemas, conforme mostrado esquematicamente na Figura 3. Neste exemplo, F é particionado em F1 e F2, enquanto F2 é particionado em F3 e F4, porém é importante ressaltar que não existe limite para o número de subproblemas que serão criados.

Figura 3: Árvore de subproblemas



Fonte: (BERTSIMAS; JOHN N, 1997)

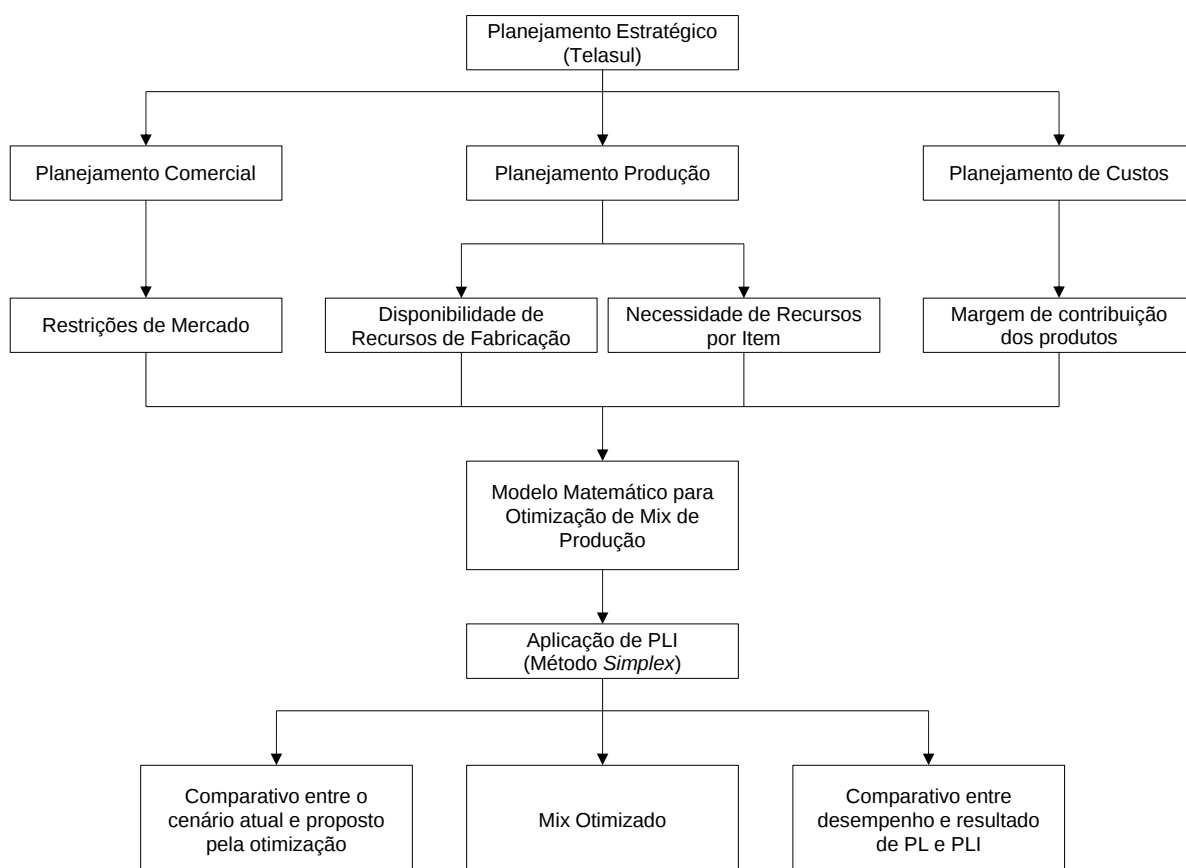
Algumas características do PLI:

- A solução ótima do problema pode ou não estar sobre o contorno do conjunto factível;
- A resolução de um PLI é mais dispendiosa do que a de um PL;
- Todas as etapas de resolução são executadas como se o problema fosse um PL, ou seja, as equações da seção anterior são todas aplicáveis;
- O ponto de partida da resolução é a solução ótima obtida pelo PL.

3 DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento de um trabalho de PO requer planejamento, definição e obtenção das informações (dados) relevantes para o modelamento do problema. Estas informações, em sua maioria, podem não se apresentar no ambiente empresarial de uma maneira em que possam ser utilizadas diretamente (sem ajuste), e desta forma necessitam ser tabuladas e agrupadas de modo a ganharem sentido no contexto do estudo. Este capítulo inicia tratando da definição e organização das informações necessárias para o modelamento da função objetivo e suas restrições, em seguida apresenta o modelamento destas informações em equações para a aplicação de programação (Método *Simplex*) e por fim apresenta o resultado do estudo e as definições que podem ser obtidas por ele para aplicação no negócio da empresa e também como um comparativo entre os resultados deste trabalho quando aplicado PL e PLI. Um mapa contendo as etapas que foram utilizadas para elaboração do estudo é apresentado na Figura 4.

Figura 4 : Mapa com etapas do estudo de mix de produção da Telasul



3.1 DEFINIÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS PARA O ESTUDO

Em problemas de PO o objetivo a ser atingido é o que norteia o planejamento do estudo. Neste estudo, o objetivo é obter o mix de produção que maximize o resultado financeiro da empresa Telasul considerando as restrições implícitas pelo ambiente de atuação; que são: a capacidade que o mercado consumidor possui de absorver os itens fabricados, e a disponibilidade dos recursos disponíveis para a fabricação.

Com base neste contexto, definiu-se como informações a serem obtidas as seguintes características: *portfólio* de vendas, margem de contribuição de cada um dos produtos, restrições do mercado consumidor e disponibilidade dos recursos de fabricação (máquinas), sendo cada uma destas informações tratadas a seguir.

3.1.1 *Portfólio de vendas*

Atualmente a empresa conta com um *portfólio* de 1661 diferentes códigos de venda de produtos, sendo estes, originados da grande possibilidade de combinações de módulos e cores existentes na formação de configurações de venda. Estas configurações são adequadas às diferentes características observadas pelos consumidores, como a cor, *design*, espaço e funcionalidade do móvel no ambiente.

Para a elaboração deste trabalho a quantidade de códigos de venda utilizada no estudo de mix foi reduzida de modo a facilitar o entendimento do problema. Para o agrupamento dos itens, de modo a não incorrer em nenhum prejuízo ao estudo, foram agrupados somente itens que utilizam os mesmos roteiros de produção e possuam os mesmo tempos de operação, ou seja, a ocupação dos recursos da fábrica não sofre nenhuma interferência ou alteração devido a esta ação de agrupamento.

A Figura 5 exemplifica a configuração de um item de venda contido no *portfolio* da empresa. Neste exemplo, é apresentada uma modulação de descrição “armário triplo baixo com nicho”. Para este item é possível realizar a configuração de venda com 5 diferentes estampas para porta (Mirage, Star, Diamante, Safira e Turquesa) e também escolher 5 diferentes cores para cada uma das estampas.

Desta forma, para este único item a empresa possui 25 códigos de venda diferentes, porém, do ponto de vista de ocupação de recursos para fabricação (processos) estes 25 códigos podem ser agrupados em um único item para análise, pois utilizam os mesmos recursos (máquinas) e nos mesmos tempos de processamento em todos os casos. Após o agrupamento, o *portfólio* para estudo deste trabalho foi compactado para 92 itens.

Figura 5 : Configuração de um item de venda



3.1.2 Margem de contribuição

A margem de contribuição dos itens vendidos é um parâmetro considerado de importância no estudo proposto. Este é determinante para o resultado financeiro da empresa e é um parâmetro que compõe a função objetivo do problema.

A margem de contribuição utilizada para este estudo é denominada de margem de contribuição padrão por ser definida tendo como base o custo padrão dos itens estudados. A principal característica do custo padrão é que os parâmetros que impactam diretamente no custo de fabricação e operação das empresas são

determinados previamente e fixados para se criar o cenário utilizado na formação do custo. Este fator implica dizer que a margem de contribuição utilizada neste estudo não sofrerá nenhuma alteração devido a qualquer mudança de cenário oriunda do estudo deste trabalho. Esta informação é destacada nesta parte do trabalho, pois a alteração do mix de produção, de modo a otimizar a ocupação dos recursos da fábrica, tende a reduzir os custos de fabricação se comparados ao cenário de custo projetado (fixado). Aceitar tal variação de custo em função das variáveis neste trabalho implicaria em tornar o modelamento do sistema uma função de segunda ordem, o que impossibilitaria a aplicação de um método de programação linear.

Utilizando como base o contexto de agrupamento apresentado na sessão 3.1.1 deste trabalho, é importante ressaltar que em alguns casos, mesmo em itens que poderiam ser agrupados do ponto de vista de processo de fabricação, a ação não foi realizada devido a diferença existente na margem de contribuição dos produtos.

O APÊNDICE 1 apresenta a margem de contribuição individual de cada item de venda utilizado neste estudo. Nela é possível observar a variação existente entre as margens de contribuição, sendo possível também, intuir que a escolha inadequada do componente a ser produzido pode comprometer diretamente o resultado devido ao baixo valor de margem de contribuição que alguns itens apresentam.

3.1.3 Restrições de mercado e venda

Uma característica importante na definição do mix de produção é conciliar este mix às expectativas do mercado consumidor, visto que, em nada resultaria defini-lo somente visando aspectos isolados do problema, como melhor margem de contribuição e ou uma ocupação de fábrica otimizada, pois poderia não ser factível comercialmente.

Desta forma, foram analisadas as projeções e planejamentos de vendas definidas pelo departamento comercial, e com base nesta análise foram definidas as restrições de quantidade de produção máxima diária para cada produto contido no estudo. Esta análise é apresentada no **Erro! Fonte de referência não encontrada..**

3.1.4 Disponibilidade dos recursos de produção

O processo de fabricação de móveis em aço na empresa Telasul é composto pelos seguintes macro processos de fabricação: corte, dobra, estampagem, tratamento superficial, pintura, pré-montagem e embalagem, sendo cada uma destas etapas realizada por um ou mais recursos de fabricação.

No processo de fabricação de cozinhas de aço são necessários 16 tipos diferentes de recursos de fabricação. Cada um destes recursos possuem características particulares de disponibilidade para fabricação (tempo disponível), que são definidas pela quantidade de turnos que cada um deles esta disponível para operação e também pela sua eficiência operacional. Um resumo destes recursos e suas respectivas disponibilidades é apresentado no APÊNDICE 3 -.

A necessidade de utilização dos recursos de produção é determinada pelas características do componente fabricado. Cada componente possui um roteiro de fabricação que define quais os recursos de fabricação (máquinas) são necessários para processá-lo e qual o tempo utilizado para transformação em cada um destes recursos. As informações referentes ao roteiro de fabricação de cada item de venda contido neste estudo são apresentadas no APÊNDICE 4 – necessidade de recurso de fabricação.

3.2 MODELAMENTO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAÇÃO DO MIX DO ESTUDO

O estudo deste trabalho busca a otimização do mix de produção da empresa Telasul de modo a maximizar o seu resultado financeiro. Com base nesta afirmação, a margem de contribuição total por dia trabalhado na empresa é dada conforme apresentado a seguir:

$$\text{Maximizar } MT(p) = \sum_{i=1}^{92} p_i \cdot mc_i \quad (20)$$

onde:

- MT é a margem de contribuição total por dia trabalhado na empresa;
- p_i é a quantidade de unidades fabricadas por dia de cada produto i ;

- mc_i é a margem de contribuição unitária de cada produto (APÊNDICE 1 - Margem de contribuição unitária dos produtos);

Como apresentado nas seções anteriores, algumas restrições necessitaram ser consideradas para se adequar a produção dos itens ao mercado consumidor e também a disponibilidade dos recursos de fabricação.

Para controlar a quantidade de itens fabricados por dia de produção, de modo a atender a restrição de mercado definida para cada produto (conforme APÊNDICE 2 - Restrições de mercado) é dada a equação:

$$\begin{aligned} p_1 &\leq lmp_1 \\ &\vdots \\ p_{92} &\leq lmp_{92} \end{aligned} \tag{21}$$

onde:

- p_i é a quantidade de unidades fabricadas por dia de cada produto i ;
- lmp_i é o limite máximo de fabricação diária de produto absorvida pelo mercado do produto i (APÊNDICE 2 - Restrições de mercado);

Outra restrição a ser modelada neste estudo é a disponibilidade dos recursos necessários para a transformação da matéria prima em produto final. Estes recursos, apresentados no item 3.1.4 possuem um número finito de minutos em que estão disponíveis para a produção e uma diferente necessidade de utilização na fabricação de cada um dos itens do *portfólio*. Deste modo, a restrição de disponibilidade de recurso é modelada a seguir:

$$\bar{O}^T \bar{p} \leq \bar{d} \tag{22}$$

onde:

- $\bar{O}$ é uma matriz de ordem $m \times n$, onde $m = 92$ linhas e representa os produtos contidos no *portfólio* de vendas e $n = 16$ colunas e representa os recursos disponíveis para fabricação dos produtos, sendo seus valores a quantidade em minutos necessária para processar um produto m no recurso n , uma tabela com as informações do estudo e apresentada no APÊNDICE 4 – necessidade de recurso de fabricação;
- $\bar{p}$ é o vetor de 92 posições contendo p (quantidade de unidades fabricadas de cada produto);

- $\bar{d}$ é a disponibilidade do recurso para fabricação de cada produto, conforme APÊNDICE 3 - Informações de disponibilidade dos recursos de fabricação;

Outra particularidade deste estudo é que a quantidade de produtos a serem produzidas deve ser um número inteiro, deste modo é necessário também acrescentar a restrição de número inteiro como segue:

$$p_i = \text{inteiro} \quad (23)$$

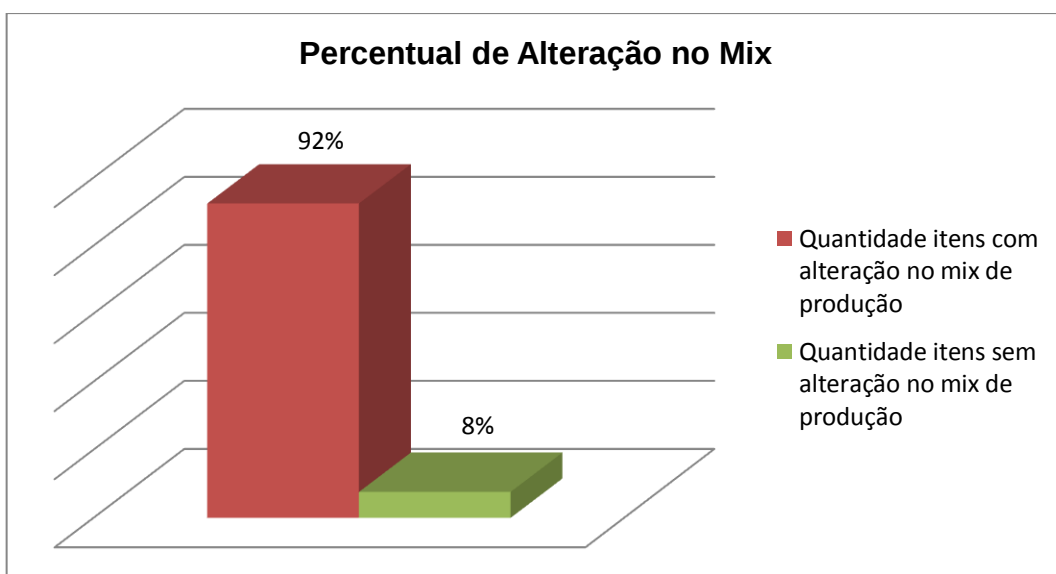
onde:

- p_i é a quantidade de unidades fabricadas por dia de cada produto i ;

3.3 COMPARATIVO ENTRE O CENÁRIO ATUAL E O RESULTADO DO ESTUDO DE PLI

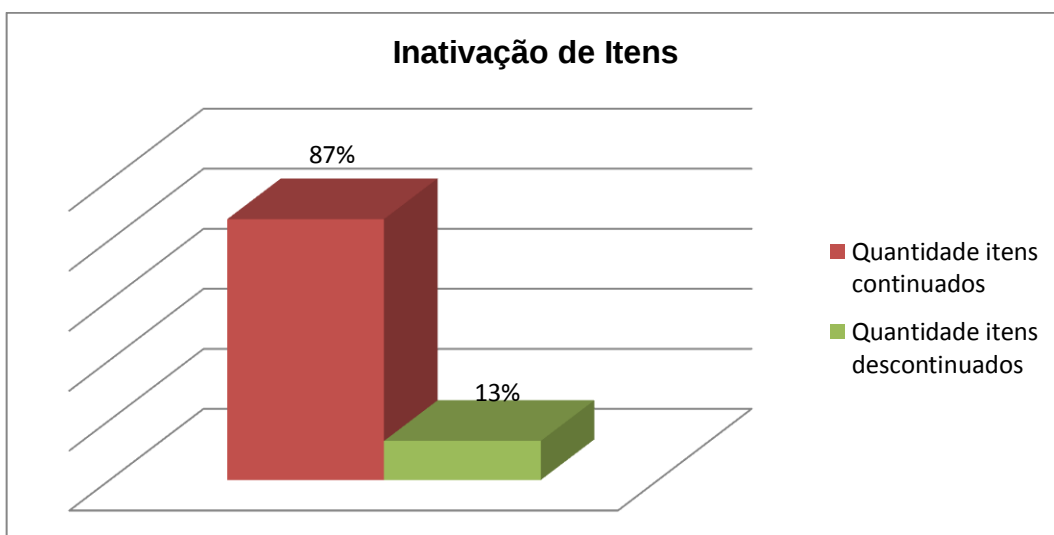
A otimização realizada no mix de produção da empresa Telasul trouxe à luz aspectos importantes a serem avaliados no momento do planejamento de vendas e de produção da empresa. Analisando a aderência entre o mix de produção praticado atualmente e o proposto pelo estudo de PO, nota-se que, 92% dos itens do *portfólio* necessitam sofrer alterações em suas quantidades produzidas para que a empresa obtenha melhores resultados financeiros, conforme Figura 6.

Figura 6 – Gráfico de Impacto das Alterações no Mix de Produção



A Figura 7 apresenta outra informação que se considera importante para este estudo, que é o percentual de itens de venda que obtiveram quantidade de produção igual a zero. Isso significa dizer que estes itens podem ser descontinuados (tirados de linha) sem causar impactos no ponto de vista do modelo matemático.

Figura 7 – Itens Ativos e Inativos



Como descrito na seção 1.1 deste trabalho, mesmo em meses onde os indicadores de faturamento apresentam desempenho esperado, ou seja, atingem as metas determinadas, o resultado da empresa não condiz com o planejado. A análise realizada demonstra um cenário similar a constatação empírica, onde com um faturamento mensal 12% menor do que o praticado atualmente, conforme Figura 8, é possível obter como resultado final uma margem operacional mensal 25% superior como apresentado na Figura 9.

Figura 8 – Impacto no Faturamento mensal

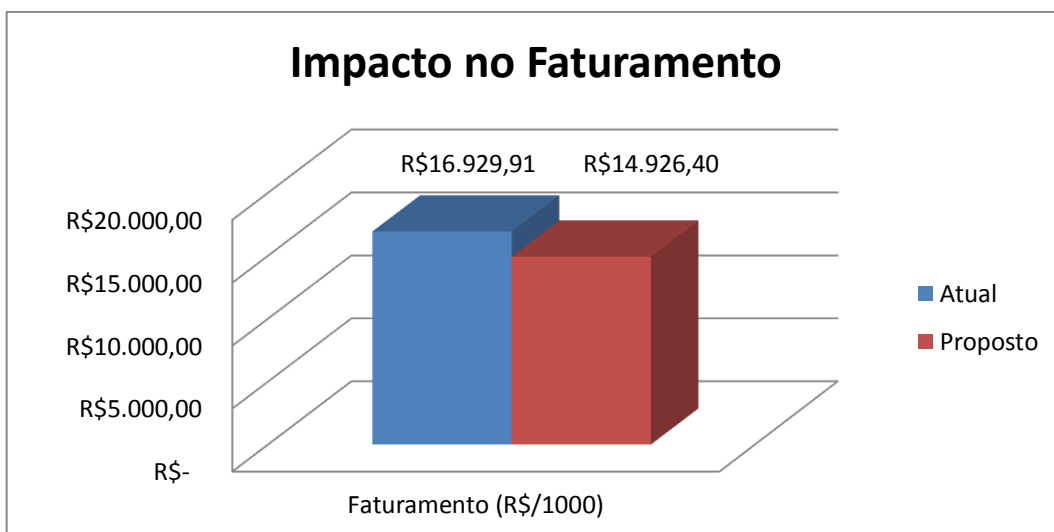
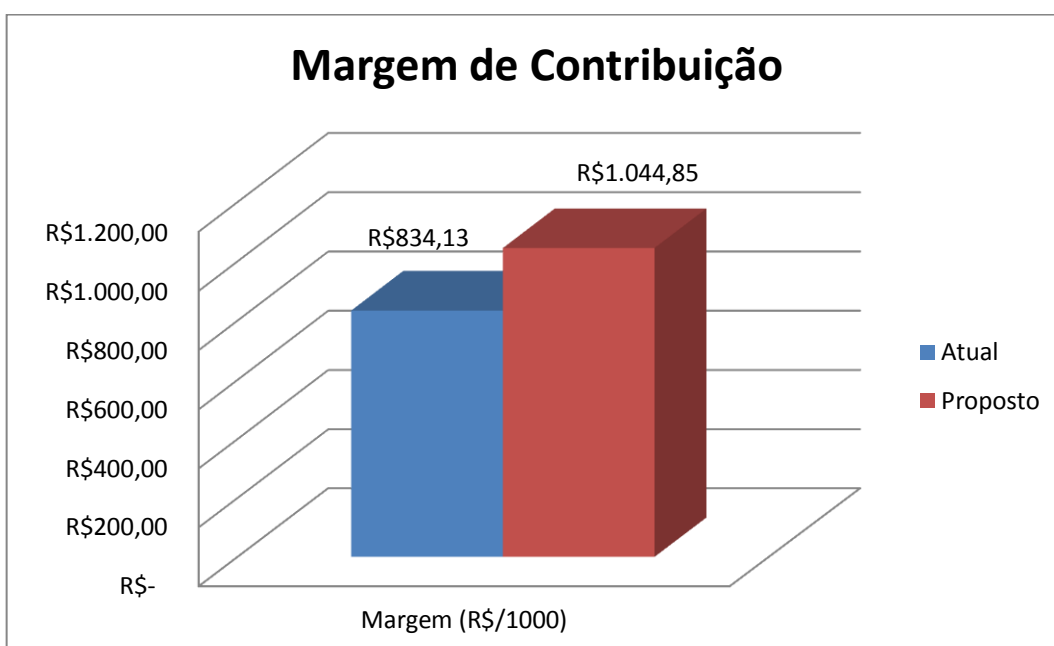


Figura 9 – Avaliação da Margem de Contribuição



O APÊNDICE 5 – Mix de produção proposto por meio da programação apresenta o resultado do estudo de mix de produção para a empresa Telasul. Nele é possível observar a diferença existente entre o mix praticado e o que seria o mix considerado ótimo na busca de um melhor desempenho financeiro para o negócio.

3.4 COMPARATIVO DE DESEMPENHO ENTRE PL E PLI

O estudo de otimização deste trabalho foi realizado aplicando a PLI, porém, de modo a apresentar um comparativo entre a PL e a PLI serão avaliados alguns

aspectos de desempenho comparando os resultados entre os dois métodos, objetivando comparar custo computacional e também o resultado final. A Tabela 1 apresenta algumas características que foram avaliadas com relação ao comportamento dos dois métodos de programação.

Na seção 2.5 deste trabalho foi mencionado que a PLI é mais dispendiosa computacionalmente quando comparada com a PL. Este fato pode ser evidenciado quando são comparados os tempos de execução apresentados na Tabela 1, onde se observa que o tempo de processamento da PLI foi 1.269% maior que o da PL. Este aumento no tempo de processamento esta diretamente relacionado a criação pelo algoritmo de novos subproblemas, estes, necessários para que o algoritmo crie a redução de espaço de solução para atender a restrição de variável inteira.

Tabela 1: Comparativo de desempenho entre PL e PLI

Característica	PL	PLI
Tempo de Execução (segundos)	0,172	2,184
Quantidade de subproblemas	0	1.574
Resultado do estudo (R\$/dia)	52.282,62	52.242,40

Já, quando a questão passa a ser o resultado final do estudo, neste caso, a margem de contribuição diária da empresa, os métodos apresentaram condições finais similares, com uma variação de apenas 0,08% no resultado final.

No entanto, mesmo com esta pequena variação no resultado financeiro, quando se avalia a combinação de mix de produção proposto pelo estudo de ambos os métodos, o resultado é que ocorre uma alteração significativa onde mais de 8,7% dos produtos sofrerem alterações em suas quantidades produzidas. Embora as quantidades devam ser inteiras, a solução de PL pode auxiliar a planejar modificações em termos de capacidade produtiva.

4 CONCLUSÃO

A empresa Telasul atua em um mercado onde o preço de venda pode ser considerado como uma variável de alto impacto na decisão de compra do consumidor final. Isso pode significar que quanto mais barato for o produto oferecido, maior será sua demanda de venda, ou sua aceitação pelo cliente. O que ocorre, é que devido a este fator, para manter-se bem posicionada no mercado, a empresa necessariamente trabalha com baixas margens de contribuição nos produtos, tornando assim, ações que busquem uma melhor eficiência da operação de grande importância na perpetuação do negócio.

Neste trabalho, foi aplicada a metodologia de Pesquisa Operacional na busca da otimização do mix de produção da empresa. Por meio da representação matemática da margem de contribuição diária da operação em função de seu mix de produção como uma função linear, bem como, das restrições que representam as limitações impostas pelo ambiente de atuação, foi aplicado programação linear para obter-se o mix que melhor atendesse ao cenário modelado.

O estudo mostrou que é possível, com os mesmo recursos disponíveis atualmente na operação da empresa, aumentar a lucratividade do negócio em um valor na ordem de 25%, mesmo com uma redução de 12% no faturamento, apenas realizando um rearranjo no mix de produtos fabricados.

Ainda, de acordo com os dados obtidos pela análise de PLI, 92% do mix atual de produção precisa ser alterado para se alcançar o incremento na lucratividade, e 13% dos itens que atualmente compõe o *portfólio* de itens de venda empresa podem ter sua produção descontinuada sem causar impactos no resultado da operação.

Quando avaliado um comparativo de desempenho entre a PL e a PLI, é possível evidenciar uma importante diferença no tempo de processamento necessário para realizar a operação, onde o método de PLI foi 1,269% maior que o PL. Já, quanto ao resultado da função objetivo, a variação entre os métodos foi menor, e a PLI obteve um resultado financeiro 0,08% abaixo da PL.

No contexto apresentado, é importante destacar a importância da utilização de ferramentas de programação como auxiliar na tomada de decisões estratégicas para a empresa. No caso do estudo deste trabalho, dificilmente decisões obtidas por

métodos empíricos, e/ou experiência proporcionariam tamanho potencial de otimização. Outro aspecto muito importante do ponto do negocio, é a segurança (nível de certeza e assertividade) que um estudo de programação oferece, pois consideram em suas restrições todos os aspectos presentes no ambiente de atuação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

BERTSIMAS, D.; JOHN N, T. **Introduction to Linear Optimization**. Nashua: Athena Scientific, 1997.

CORRAR, L. J.; THEÓFILO, C. R. **Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração**. São Paulo: Atlas, 2004.

FREUND, R. Professor George Dantzig: Linear Programming Founder Turns 80. 1994. Disponível em: < <http://web.stanford.edu/group/SOL/dantzig.html> >. Acesso em: 01/04/2015.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos**. 2 ed. Rio de Janeiro: Campos, 2005. Disponível em: < <http://pt.bookzz.org/book/2281788/3be666> >. Acesso em: 26/04/2015.

LARA, V. R. Desenvolvimento de um plano agregado de produção para um sistema agroindustrial. 2003. Disponível em: < <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/3654> >. Acesso em: 30/03/2015.

MARINS, F. A. S. **Introdução à Pesquisa Operacional**. São Paulo: Editora Cultura Acadêmica, 2011. Disponível em: < http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB0QFjAA&url=http%3A%2F%2Flivros.universia.com.br%2Fdownload%2FLivros_Academicos%2FIntroducao-A-Pesquisa-Operacional.pdf&ei=wrDCVf_dEKjHsQS0yIHgDA&usq=AFQjCNH09F3Mm2a9N8qVj4Y1ke6sDtDPxg&bvm=bv.92189499,d.cWc >. Acesso em: 21/03/2015.

OENNING, V. et al. Teoria das restrições e programação linear. Uma análise sobre o enfoque da otimização da produção. **ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**, v. 24, p. 210-218, 2004. Disponível em: < http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENESEP2004_Enegep0101_1441.pdf >. Acesso em: 05/04/2015.

SCHOLZ, D. **Deterministic Global Optmization: Geometric Branch-and-bound Methods and Their Applications**. London: Springer, 2012. Disponível em: < <http://pt.bookzz.org/book/1244522/40c620> >. Acesso em: 30/04/2015.

SILVA, E. M. D. **Pesquisa operacional : programação linear, simulação** 3.ed. São Paulo: Atlas, 1998.

STRANG, G. **Linear Algebra and Its Applications**. 4.ed. Cole: Thomson Brooks, 2006. Disponível em: < <http://pt.bookzz.org/book/876294/aab849> >. Acesso em: 14/04/2015.

TAHA, H. A. **Pesquisa operacional**. 8.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. Disponível em: < <https://ucsvirtual.ucs.br/startservico/PEA/> >. Acesso em: 20/03/2015.

TELASUL, C. Institucional. 2015. Disponível em: < www.cozinhastelasul.com.br/institucional/ >. Acesso em: 10/03/2015.

APÊNDICE 1 - MARGEM DE CONTRIBUIÇÃO UNITÁRIA DOS PRODUTOS

(Continua)

Descrição de Item	Margem de Contribuição R\$ / unidade	Descrição de Item	Margem de Contribuição R\$ / unidade
Produto 1	5,87	Produto 47	7,90
Produto 2	1,90	Produto 48	7,94
Produto 3	7,87	Produto 49	9,09
Produto 4	1,97	Produto 50	9,08
Produto 5	1,95	Produto 51	4,73
Produto 6	1,86	Produto 52	4,70
Produto 7	1,79	Produto 53	9,09
Produto 8	10,25	Produto 54	9,08
Produto 9	10,65	Produto 55	2,33
Produto 10	10,65	Produto 56	2,26
Produto 11	16,21	Produto 57	4,71
Produto 12	17,01	Produto 58	4,39
Produto 13	17,02	Produto 59	7,12
Produto 14	12,43	Produto 60	8,24
Produto 15	12,43	Produto 61	8,24
Produto 16	16,71	Produto 62	6,88
Produto 17	16,71	Produto 63	6,89
Produto 18	16,85	Produto 64	7,49
Produto 19	16,86	Produto 65	7,49
Produto 20	27,81	Produto 66	16,80
Produto 21	27,82	Produto 67	16,80
Produto 22	28,61	Produto 68	16,77
Produto 23	28,63	Produto 69	16,77
Produto 24	28,76	Produto 70	16,76
Produto 25	28,77	Produto 71	16,76
Produto 26	4,27	Produto 72	13,55
Produto 27	4,20	Produto 73	13,55
Produto 28	29,57	Produto 74	12,39
Produto 29	29,58	Produto 75	15,02
Produto 30	2,86	Produto 76	15,02
Produto 31	2,74	Produto 77	15,02
Produto 32	19,24	Produto 78	15,02
Produto 33	19,24	Produto 79	12,36
Produto 34	18,58	Produto 80	9,93
Produto 35	18,58	Produto 81	17,10
Produto 36	27,38	Produto 82	16,26
Produto 37	27,39	Produto 83	17,08

(Conclusão)

Descrição de Item	Margem de Contribuição R\$ / unidade		Descrição de Item	Margem de Contribuição R\$ / unidade
Produto 38	19,24		Produto 84	17,08
Produto 39	19,24		Produto 85	27,34
Produto 40	26,20		Produto 86	27,35
Produto 41	26,21		Produto 87	28,71
Produto 42	28,12		Produto 88	28,73
Produto 43	28,14		Produto 89	27,31
Produto 44	26,94		Produto 90	27,30
Produto 45	26,96		Produto 91	27,34
Produto 46	28,12		Produto 92	27,33

APÊNDICE 2 - RESTRIÇÕES DE MERCADO

(Continua)

Descrição de Item	Produção Máxima (unidades / dia)	Descrição de Item	Produção Máxima (unidades / dia)
Produto 1	129	Produto 47	17
Produto 2	2.727	Produto 48	17
Produto 3	113	Produto 49	29
Produto 4	49	Produto 50	29
Produto 5	49	Produto 51	45
Produto 6	2.566	Produto 52	17
Produto 7	1.540	Produto 53	10
Produto 8	97	Produto 54	10
Produto 9	33	Produto 55	116
Produto 10	33	Produto 56	90
Produto 11	91	Produto 57	116
Produto 12	105	Produto 58	65
Produto 13	802	Produto 59	65
Produto 14	49	Produto 60	23
Produto 15	49	Produto 61	17
Produto 16	48	Produto 62	20
Produto 17	48	Produto 63	6
Produto 18	49	Produto 64	6
Produto 19	33	Produto 65	5
Produto 20	69	Produto 66	17
Produto 21	82	Produto 67	23
Produto 22	110	Produto 68	10
Produto 23	69	Produto 69	10
Produto 24	33	Produto 70	10
Produto 25	33	Produto 71	52
Produto 26	9	Produto 72	17
Produto 27	9	Produto 73	20
Produto 28	33	Produto 74	97
Produto 29	33	Produto 75	58
Produto 30	8	Produto 76	29
Produto 31	8	Produto 77	13
Produto 32	23	Produto 78	7
Produto 33	13	Produto 79	58
Produto 34	36	Produto 80	45
Produto 35	33	Produto 81	23
Produto 36	26	Produto 82	49
Produto 37	13	Produto 83	52
Produto 38	10	Produto 84	36
Produto 39	24	Produto 85	42

(Conclusão)

Descrição de Item	Produção Máxima (unidades / dia)		Descrição de Item	Produção Máxima (unidades / dia)
Produto 40	13		Produto 86	36
Produto 41	7		Produto 87	20
Produto 42	7		Produto 88	17
Produto 43	4		Produto 89	23
Produto 44	4		Produto 90	29
Produto 45	4		Produto 91	13
Produto 46	10		Produto 92	13

APÊNDICE 3 - INFORMAÇÕES DE DISPONIBILIDADE DOS RECURSOS DE FABRICAÇÃO

Recursos de fabricação	Abreviação	Disponibilidade por dia (minutos)
Cabine de pintura 1402	R1	15.748
Cabine de pintura 1404	R2	1.360
Calibragem de gavetas	R3	412
Cortar / furar manual	R4	412
Dobradeira	R5	597
Esteira de embalagem	R6	1.174
Esteira de Montagem de portas	R7	4.397
Maquina de virola 0380	R8	965
Maquina de virola 0381	R9	831
Perfiladeira Deltec (perfis)	R10	1.010
Perfiladeira Fagor	R11	1.202
Perfiladeira Zikeli	R12	796
Prensa 0549	R13	960
Prensa 0550	R14	1.343
Prensa 0551	R15	898
Puncionadeira CNC	R16	647

APÊNDICE 4 – NECESSIDADE DE RECURSO DE FABRICAÇÃO

(Continua)

Produto / Tempo (min)	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16
Produto 1	2,61	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,07	0,29	0,16	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 2	1,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,00	0,15	0,15	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 3	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,00	0,00
Produto 4	2,95	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	1,01	0,38	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,40	0,38	0,00
Produto 5	3,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,01	0,38	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,40	0,38	0,00
Produto 6	2,33	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 7	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 8	3,79	0,34	0,00	0,00	1,19	0,00	1,01	0,57	0,00	0,04	0,36	0,64	0,00	0,40	0,00	0,19
Produto 9	3,58	0,54	0,00	0,00	1,19	0,00	1,01	0,38	0,00	0,04	0,36	0,64	0,00	0,40	0,38	0,19
Produto 10	3,79	0,34	0,00	0,00	1,19	0,00	1,01	0,38	0,00	0,04	0,36	0,64	0,00	0,40	0,38	0,19
Produto 11	5,58	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	1,34	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,53	0,00	0,25
Produto 12	5,99	0,75	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,80	0,77	0,25
Produto 13	6,40	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,80	0,77	0,25
Produto 14	4,29	0,63	0,14	0,82	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,45	0,57	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 15	3,91	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,45	0,43	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 16	4,60	0,63	0,14	0,82	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,57	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 17	4,17	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,43	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 18	3,96	0,63	0,14	0,41	0,51	1,91	0,34	0,19	0,00	0,27	0,57	0,00	0,00	0,43	0,00	0,73
Produto 19	4,26	0,34	0,14	0,41	0,51	8,43	0,34	0,19	0,00	0,27	0,57	0,00	0,00	0,43	0,00	0,73
Produto 20	7,99	1,04	0,14	0,82	0,00	5,49	1,34	0,38	0,00	0,66	0,93	0,42	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 21	7,49	0,34	0,14	0,41	0,00	5,49	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,21	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 22	7,66	1,04	0,14	0,82	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,42	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 23	7,49	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,21	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 24	7,36	1,04	0,14	0,41	0,51	1,91	1,01	0,19	0,00	0,34	0,93	0,42	0,13	0,69	0,77	0,73
Produto 25	8,06	0,34	0,14	0,41	0,51	1,91	1,01	0,19	0,00	0,34	0,93	0,42	0,13	0,69	0,77	0,73
Produto 26	9,79	0,75	0,00	0,00	0,20	0,00	2,68	1,14	0,00	0,36	0,45	0,69	0,33	1,07	0,77	0,25
Produto 27	10,20	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	2,68	1,14	0,00	0,36	0,45	0,69	0,33	1,07	0,77	0,25
Produto 28	10,61	0,75	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	1,52	0,00	0,36	0,45	0,69	0,33	1,33	0,77	0,25
Produto 29	11,02	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	1,52	0,00	0,36	0,45	0,69	0,33	1,33	0,77	0,25
Produto 30	10,20	1,16	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	1,14	0,00	0,36	0,45	0,69	0,33	1,33	1,53	0,25
Produto 31	11,02	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	1,14	0,00	0,36	0,45	0,69	0,33	1,33	1,53	0,25
Produto 32	7,68	0,41	0,00	0,00	1,14	0,00	2,01	0,00	1,61	0,95	0,14	0,51	0,47	0,53	0,00	0,34
Produto 33	8,09	0,00	0,00	0,00	1,14	0,00	2,01	0,00	1,61	0,95	0,14	0,51	0,47	0,53	0,00	0,34
Produto 34	7,68	0,41	0,00	0,00	1,14	0,00	2,01	0,00	1,61	0,95	0,14	0,51	0,47	0,53	0,00	0,34
Produto 35	8,09	0,00	0,00	0,00	1,14	0,00	2,01	0,00	1,61	0,95	0,14	0,51	0,47	0,53	0,00	0,34
Produto 36	9,79	0,75	0,00	0,00	0,20	0,00	2,68	0,00	1,84	0,36	0,58	0,69	0,34	1,07	0,77	0,34

(Continuação)

Produto / Tempo (min)	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16
Produto 37	10,20	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	2,68	0,00	1,84	0,36	0,58	0,69	0,34	1,07	0,77	0,34
Produto 38	7,68	0,41	0,00	0,00	1,14	6,52	2,01	0,00	1,61	0,95	0,14	0,51	0,47	0,53	0,00	0,34
Produto 39	8,09	0,00	0,00	0,00	1,14	6,52	2,01	0,00	1,61	0,95	0,14	0,51	0,47	0,53	0,00	0,34
Produto 40	7,82	0,76	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,00	1,28	0,14	0,58	0,68	0,20	0,80	0,77	0,34
Produto 41	8,23	0,35	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,00	1,28	0,14	0,58	0,68	0,20	0,80	0,77	0,34
Produto 42	10,20	1,16	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	0,00	2,15	0,36	0,58	0,69	0,34	1,33	1,53	0,34
Produto 43	11,02	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	0,00	2,15	0,36	0,58	0,69	0,34	1,33	1,53	0,34
Produto 44	8,23	1,17	0,00	0,00	0,20	0,00	2,68	0,00	1,59	0,14	0,58	0,68	0,20	1,07	1,53	0,34
Produto 45	9,05	0,35	0,00	0,00	0,20	0,00	2,68	0,00	1,59	0,14	0,58	0,68	0,20	1,07	1,53	0,34
Produto 46	10,20	1,16	0,00	0,00	0,20	0,00	3,35	0,00	2,15	0,36	0,58	0,69	0,34	1,33	1,53	0,34
Produto 47	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,00	0,00
Produto 48	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,00	0,00
Produto 49	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 50	2,33	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 51	1,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,00	0,15	0,15	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 52	1,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,00	0,15	0,15	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 53	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 54	2,33	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 55	2,33	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 56	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,00	0,07	0,16	0,16	0,13	0,27	0,77	0,00
Produto 57	1,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,00	0,15	0,15	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 58	1,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,48	0,00	0,14	0,15	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 59	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,50	0,07	0,29	0,16	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 60	2,33	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,30	0,07	0,29	0,16	0,07	0,27	0,77	0,00
Produto 61	2,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,30	0,07	0,29	0,16	0,07	0,27	0,77	0,00
Produto 62	2,25	0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,48	0,07	0,14	0,16	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 63	2,66	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,48	0,07	0,14	0,16	0,07	0,27	0,00	0,00
Produto 64	2,95	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	1,01	0,00	0,65	0,07	0,29	0,16	0,07	0,40	0,38	0,00
Produto 65	3,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,01	0,00	0,65	0,07	0,29	0,16	0,07	0,40	0,38	0,00
Produto 66	4,17	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,43	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 67	4,21	0,63	0,14	0,41	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,57	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 68	4,17	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,43	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 69	4,60	0,63	0,14	0,82	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,57	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 70	4,60	0,63	0,14	0,82	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,57	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 71	4,17	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,43	0,00	0,00	0,56	0,00	0,00
Produto 72	4,74	0,93	0,29	0,82	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,57	0,00	0,00	0,92	0,00	1,15
Produto 73	4,99	0,34	0,29	0,82	0,00	0,00	0,67	0,38	0,00	0,58	0,43	0,00	0,00	0,92	0,00	1,15
Produto 74	4,14	0,72	0,00	0,00	1,47	6,52	0,67	0,00	0,56	0,35	0,59	0,00	0,00	0,27	0,00	0,81
Produto 75	3,88	0,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,50	0,58	0,59	0,00	0,00	0,27	0,00	0,00
Produto 76	4,17	0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,50	0,58	0,59	0,00	0,00	0,27	0,00	0,00
Produto 77	3,88	0,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,50	0,58	0,59	0,00	0,00	0,27	0,00	0,00
Produto 78	4,17	0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	0,67	0,00	0,50	0,58	0,59	0,00	0,00	0,27	0,00	0,00

(Conclusão)

Produto / Tempo (min)	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16
Produto 79	4,14	0,72	0,00	0,00	1,47	0,00	0,67	0,00	0,56	0,35	0,59	0,00	0,00	0,27	0,00	0,81
Produto 80	3,94	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,00	0,00	0,25
Produto 81	5,99	0,75	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,80	0,77	0,25
Produto 82	5,58	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	1,34	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,53	0,00	0,25
Produto 83	5,99	0,75	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,80	0,77	0,25
Produto 84	6,40	0,34	0,00	0,00	0,20	0,00	2,01	0,76	0,00	0,29	0,14	0,38	0,13	0,80	0,77	0,25
Produto 85	7,99	1,04	0,14	0,82	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,93	0,42	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 86	7,49	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,21	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 87	7,99	1,04	0,14	0,82	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,93	0,42	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 88	7,49	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,21	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 89	7,49	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,21	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 90	7,27	1,04	0,14	0,41	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,42	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 91	7,49	0,34	0,14	0,41	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,78	0,21	0,13	0,83	0,77	0,00
Produto 92	8,38	1,04	0,14	0,82	0,00	0,00	1,34	0,38	0,00	0,66	0,93	0,42	0,20	0,83	0,77	0,00

APÊNDICE 5 – MIX DE PRODUÇÃO PROPOSTO POR MEIO DA PROGRAMAÇÃO

(Continua)

Descrição de Item	Mix Atual (unid/dia)	Mix PLI (unid/dia)	Mix PL (unid/dia)
Produto 1	82,00	129,00	129,00
Produto 2	1830,00	0,00	0,00
Produto 3	62,00	113,00	113,00
Produto 4	18,00	0,00	0,00
Produto 5	29,00	0,00	0,00
Produto 6	790,00	0,00	0,00
Produto 7	814,00	0,00	0,00
Produto 8	82,00	97,00	97,00
Produto 9	21,00	33,00	33,00
Produto 10	25,00	33,00	33,00
Produto 11	82,00	91,00	91,00
Produto 12	36,00	105,00	0,00
Produto 13	215,00	394,00	499,76
Produto 14	23,00	49,00	49,00
Produto 15	27,00	49,00	49,00
Produto 16	19,00	48,00	48,00
Produto 17	31,00	48,00	48,00
Produto 18	25,00	49,00	49,00
Produto 19	12,00	0,00	0,00
Produto 20	41,00	69,00	51,37
Produto 21	71,00	65,00	82,00
Produto 22	63,00	110,00	110,00
Produto 23	54,00	69,00	69,00
Produto 24	27,00	33,00	33,00
Produto 25	22,00	32,00	33,00
Produto 26	32,00	0,00	0,00
Produto 27	16,00	0,00	0,00
Produto 28	35,00	33,00	33,00
Produto 29	47,00	33,00	33,00
Produto 30	10,00	0,00	0,00
Produto 31	13,00	0,00	0,00
Produto 32	18,00	23,00	23,00
Produto 33	9,00	13,00	13,00
Produto 34	26,00	36,00	36,00
Produto 35	25,00	33,00	33,00
Produto 36	22,00	26,00	26,00
Produto 37	7,00	13,00	13,00

(Continuação)

Descrição de Item	Mix Atual (unid/dia)	Mix PLI (unid/dia)	Mix PL (unid/dia)
Produto 38	6,00	10,00	10,00
Produto 39	19,00	23,00	24,00
Produto 40	11,00	13,00	13,00
Produto 41	4,00	7,00	7,00
Produto 42	7,00	7,00	7,00
Produto 43	4,00	4,00	4,00
Produto 44	4,00	4,00	4,00
Produto 45	4,00	4,00	4,00
Produto 46	8,00	10,00	10,00
Produto 47	13,00	17,00	17,00
Produto 48	15,00	17,00	17,00
Produto 49	21,00	29,00	29,00
Produto 50	14,00	29,00	29,00
Produto 51	20,00	26,00	42,05
Produto 52	8,00	17,00	0,00
Produto 53	3,00	10,00	10,00
Produto 54	3,00	10,00	10,00
Produto 55	81,00	0,00	0,00
Produto 56	42,00	0,00	0,00
Produto 57	31,00	116,00	116,00
Produto 58	33,00	65,00	65,00
Produto 59	41,00	65,00	65,00
Produto 60	14,00	23,00	23,00
Produto 61	7,00	17,00	17,00
Produto 62	14,00	20,00	20,00
Produto 63	3,00	6,00	6,00
Produto 64	4,00	6,00	6,00
Produto 65	5,00	5,00	5,00
Produto 66	17,00	17,00	17,00
Produto 67	23,00	23,00	23,00
Produto 68	6,00	10,00	10,00
Produto 69	3,00	10,00	10,00
Produto 70	2,00	10,00	10,00
Produto 71	39,00	52,00	52,00
Produto 72	14,00	17,00	17,00
Produto 73	16,00	20,00	20,00
Produto 74	53,00	97,00	97,00
Produto 75	32,00	58,00	58,00
Produto 76	16,00	29,00	29,00
Produto 77	9,00	13,00	13,00
Produto 78	5,00	7,00	7,00
Produto 79	29,00	58,00	58,00
Produto 80	31,00	45,00	45,00

(Conclusão)

Descrição de Item	Mix Atual (unid/dia)	Mix PLI (unid/dia)	Mix PL (unid/dia)
Produto 81	17,00	23,00	23,00
Produto 82	22,00	49,00	49,00
Produto 83	24,00	52,00	52,00
Produto 84	31,00	36,00	36,00
Produto 85	18,00	42,00	42,00
Produto 86	22,00	36,00	36,00
Produto 87	18,00	20,00	20,00
Produto 88	6,00	17,00	17,00
Produto 89	15,00	23,00	23,00
Produto 90	17,00	29,00	29,00
Produto 91	6,00	13,00	13,00
Produto 92	9,00	13,00	13,00