

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

SAMANTA CRISTIANE SANDER

**ANÁLISE E PROJETO DE LEIS DE CONTROLE PARA SISTEMAS DE ORDEM
LIMITADA COM AMPLIFICADORES OPERACIONAIS**

**CAXIAS DO SUL
2015**

SAMANTA CRISTIANE SANDER

**ANÁLISE E PROJETO DE LEIS DE CONTROLE PARA SISTEMAS DE ORDEM
LIMITADA COM AMPLIFICADORES OPERACIONAIS**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como parte dos requisitos para
obtenção da aprovação na disciplina de
Trabalho de Conclusão de Curso do curso de
Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Zardo
Oliveira.

**CAXIAS DO SUL
2015**

SAMANTA CRISTIANE SANDER

**ANÁLISE E PROJETO DE LEIS DE CONTROLE PARA SISTEMAS DE ORDEM
LIMITADA COM AMPLIFICADORES OPERACIONAIS**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como parte dos requisitos para
obtenção da aprovação na disciplina de
Trabalho de Conclusão de Curso do curso de
Engenharia de Controle e Automação.

Aprovada em 10/ 12/ 2015.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Maurício Zardo Oliveira
Universidade de Caxias do Sul- UCS

Prof^a. Me. Andréa Cantarelli Morales
Universidade de Caxias do Sul- UCS

Prof. Dr. Guilherme Holsbach Costa
Universidade de Caxias do Sul- UCS

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por ser a base das minhas conquistas.

Aos meus pais Derly Jorge Sander e Elaine Sander, à minha irmã Amanda Cristina Sander e ao meu esposo Daniel Wichmann Kaufmann, por acreditarem em minhas escolhas, apoiando-me e esforçando-se junto a mim, para que eu suprisse todas elas.

Ao Prof. Dr. Maurício Zardo Oliveira pela dedicação em suas orientações prestadas na elaboração deste trabalho, me incentivando e colaborando no desenvolvimento de minhas ideias.

À Universidade de Caxias do Sul por disponibilizar os Laboratórios de Tecnologia e Pesquisa.

A todos os colegas que me acompanharam durante o período do curso.

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso trata sobre o desenvolvimento de um projeto para a implementação prática de um sistema de controle, contemplando controlador PID analógico e plantas de ordem limitadas. Para tanto foram elaborados capítulos, sendo o primeiro a introdução contendo a justificativa, os objetivos a área de trabalho e os limites. No segundo, encontra-se uma revisão da literatura, abordando a base teórico-conceitual, oferecendo um panorama da tecnologia utilizada e uma visão geral dos estudos na área de sistemas de controle. O terceiro capítulo apresenta o projeto de desenvolvimento do sistema, onde são apresentados os estudos realizados para definição dos modelos, a etapa de testes para validação dos mesmos e o projeto do sistema final. No quarto capítulo constam os comentários finais acerca do trabalho desenvolvido e são expostas as sugestões para trabalhos futuros. Após esta implementação foi constatado que representação de leis de controle para sistemas de ordem limitada com amplificadores operacionais é uma prática válida e empregável no ensino de sistemas de controle.

Palavras-chave: Circuitos; amplificadores operacionais; sistemas de controle; controlador PID.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Sistema de controle em malha aberta.	14
Figura 2- Sistema de controle em malha fechada.....	15
Figura 3- Sistema massa-mola-amortecedor.	18
Figura 4- Procedimento para resolução de equações diferenciais.....	19
Figura 5- Circuito RC de Primeira Ordem	22
Figura 6- Resposta ao degrau do sistema de primeira ordem.....	23
Figura 7- Mapa dos polos no plano S.....	25
Figura 8- Respostas transitórias para um sistema de segunda ordem.....	26
Figura 9- Características da resposta de sistema de segunda ordem.....	27
Figura 10- Sistema de controle completo	27
Figura 11- Banda proporcional.....	28
Figura 12- Controle proporcional em malha fechada.....	29
Figura 13- Controle integral em malha fechada.	30
Figura 14 - Controle derivativo em malha fechada.	31
Figura 15- Estrutura ideal de um controlador PID	32
Figura 16- Estrutura série de controlador PID.....	32
Figura 17- Estrutura paralela de um controlador PID	32
Figura 18- Curva de resposta em forma de S	34
Figura 19- Oscilação sustentada com período crítico.....	35
Figura 20- Símbolo de um amplificador operacional.....	37
Figura 21- Amplificador operacional em malha aberta.....	39
Figura 22- Amplificador operacional com realimentação positiva	39
Figura 23- Amplificador operacional com realimentação negativa	39
Figura 24- Amplificador inversor.....	40
Figura 25- Amplificador Somador	40
Figura 26- Amplificador de diferenças.....	41
Figura 27- Amplificador Integrador	42
Figura 28- Amplificador derivador.....	42
Figura 29- Circuito inversor com topologia genérica.....	43
Figura 30- Sistema mecânico e elétrico analógicos	45
Figura 31- Analogia circuito RC e AmpOp	45
Figura 32- Circuito RC de segunda ordem.....	49
Figura 33- Circuito de segunda ordem com AmpOp	49

Figura 34- Comparação das respostas das plantas um degrau unitário	50
Figura 35- Cálculo dos parâmetros por Ziegler-Nichols – 1º método.....	51
Figura 36- Circuito com amplificadores operacionais – controlador P.....	52
Figura 37- Comparação controlador proporcional	52
Figura 38- Diferença entre resultado dos simuladores	53
Figura 39- Circuito com amplificadores operacionais- controlador PI.....	54
Figura 40- Comparação controlador proporcional integral	55
Figura 41- Circuito com amplificadores operacionais- controlador PID	56
Figura 42- Comparação controlador proporcional-integral-derivativo	57
Figura 43- Circuito de primeira ordem com amplificador operacional.....	58
Figura 44- Comparação das respostas circuito com amplificador operacional e função de transferência	59
Figura 45- Circuito de segunda ordem com amplificador operacional	59
Figura 46- Comparação das respostas circuito com amplificador operacional e função de transferência	61
Figura 47- Circuito PID ideal com amplificadores operacionais	62
Figura 48 – Planta Configurável.....	63
Figura 49- Estrutura configurável para controlador	66
Figura 50- Amplificador de diferenças, conector da realimentação.....	67
Figura 51- Protótipo desenvolvido	68
Figura 52- Comparação controlador proporcional planta de 1ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência.....	69
Figura 53- Controlador proporcional planta de 1ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.....	69
Figura 54- Comparação controlador proporcional integral planta de 1ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência	70
Figura 55- Controlador proporcional integral planta de 1ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.....	70
Figura 56- Comparação controlador proporcional integral derivativo planta de 1ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência	71
Figura 57- Controlador proporcional integral derivativo planta de 1ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.....	71
Figura 58- Comparação controlador planta de 2ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência.....	72

Figura 59- Controlador proporcional planta de 2ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.....	72
Figura 60- Comparação controlador proporcional integral planta de 2ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência	73
Figura 61- Comparação controlador proporcional integral planta de 2ª ordem- circuito com AmOp real e função de transferência	73
Figura 62- Comparação controlador proporcional integral derivativo planta de 2ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência	74
Figura 63- Comparação controlador proporcional integral derivativo planta de 2ª ordem- circuito com AmOp real e função de transferência	74
Figura 64- Esquema elétrico final sistema de controle.....	75
Figura 65- Projeto da placa do sistema de controle.....	76
Figura 66 – Imagem 3D da placa.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Teoremas para transformada de Laplace.....	17
Tabela 2- Influência dos parâmetros controle PID.....	33
Tabela 3- Tabela de sintonia Ziegler- Nichols 1º método – malha aberta.....	35
Tabela 4- Tabela de sintonia de Ziegler e Nichols 2º metodo – Ganho limite.....	36
Tabela 5- Funções de transferência para amplificadores operacionais.....	44
Tabela 6- Compensadores representados por circuitos com amplificadores operacionais.	48
Tabela 7 – Configuração da planta.....	63
Tabela 8- Avaliação de valores para planta de 1ª ordem.....	64
Tabela 9- Avaliação de valores para componentes da planta 2ª ordem.....	65
Tabela 10 – Configuração de diferentes controladores.....	66

SÍMBOLOS

t	- Tempo em segundos
K_p	- Ganho proporcional
K_i	- Ganho integral
K_d	- Ganho derivativo
$u(t)$	- Ganho do controlador em função do tempo
$e(t)$	- Erro em função do tempo
$U(s)$	- Ganho do controlador
$E(s)$	- Erro em função
u_0	- Bias
T_i	- Tempo de integração
T_d	- Tempo de derivação
$G(s)$	- Função de transferência
G_c	- Controlador
G_p	- Processo a ser controlado
u	- Ação de controle
y	- Saída do sistema

SIGLAS, TERMOS E ABREVIACOES

Amp-Op	- Amplificador Operacional
CCET	- Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
PID	- Proporcional, Integral e Derivativo
UCS	- Universidade de Caxias do Sul

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	JUSTIFICATIVA.....	11
1.2	OBJETIVOS.....	11
1.2.1	Objetivo Geral	11
1.2.2	Objetivos Específicos	11
1.3	ÁREA DE TRABALHO	12
1.4	LIMITES DO TRABALHO.....	12
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	SISTEMAS DE CONTROLE.....	13
2.1.1	Estruturas e Definições Básicas	14
2.1.2	Modelagem de Sistemas.....	15
2.1.3	Transformada de Laplace	16
2.1.4	Função de Transferência	20
2.1.5	Sistemas de Primeira Ordem	22
2.1.6	Sistemas de Segunda Ordem	24
2.2	CONTROLADOR PID	27
2.2.1	Controle Proporcional	28
2.2.2	Controle Integral.....	29
2.2.3	Controle Derivativo.....	30
2.2.4	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo.....	31
2.2.5	Métodos de Sintonia de PID de Ziegler-Nichols.....	34
2.2.5.1	Primeiro Método ou Método em Malha Aberta	34
2.2.5.2	Segundo Método ou Método em Malha Fechada.....	35
2.3	AMPLIFICADORES OPERACIONAIS	37
2.3.1	Amplificador Inversor	40
2.3.2	Amplificador Somador	40
2.3.3	Amplificador de Diferenças	41
2.3.4	Amplificador Integrador.....	41
2.3.5	Amplificador Derivador	42
2.3.6	O Uso de Amplificadores Operacionais em Sistemas de Controle.....	43
3	DESENVOLVIMENTO	47
3.1	ESTUDO DE ANALOGIAS CONHECIDAS.....	47

3.1.1	Estudo de Sistemas de Primeira e Segunda Ordem.....	57
3.2	DESENVOLVIMENTO E TESTE DOS MODELOS COM AMPLIFICADORES OPERACIONAIS.....	62
3.2.1	Especificação da Planta.....	63
3.2.2	Especificação do Controlador.....	65
3.2.3	Análise de Resultados.....	68
3.3	PROJETO DA PLACA DE CIRCUITO IMPRESSO.....	75
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
4.1	TRABALHOS FUTUROS.....	77
	REFERÊNCIAS.....	78
	ANEXO A- FOLHA DE DADOS LM358.....	0
	ANEXO B- FOLHA DE DADOS LM324.....	1

1 INTRODUÇÃO

Na atualidade, com todos os avanços tecnológicos, é difícil encontrar equipamentos ou tarefas que não utilizem sistemas de controle, sendo assim, estes são considerados parte integrante da sociedade moderna (NISE, 2012). Também pode-se dizer que são indispensáveis para produção com qualidade de bens e serviços na indústria em escala global. Distintos processos dentro da indústria utilizam sistemas de controle automático para regulação de variáveis, como, controlar temperatura e ou umidade de ambientes, vazão de fluídos, níveis de tanques, velocidade e ou posição de sistemas de movimento e processos de inspeção de produtos através de sensores de imagem.

Particularmente no setor industrial, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (popularmente conhecido como PID) é o controlador mais utilizado (OGATA, 2010). Cerca de 90% a 95% das aplicações de controle utilizam este controlador (LEVINE, 1996). As primeiras estruturas desse controlador eram mecânicas, com a evolução da eletrônica as implementações analógicas ganharam espaço até que nos dias atuais foram parcialmente substituídas pelas digitais, que são realizadas por circuitos microcontrolados. Estes sistemas são chamados PID digitais (FACCIN, 2004).

O controlador PID quando ajustado adequadamente, permite controle satisfatório do processo na maior parte das aplicações. Ele pode ser utilizado em diversos tipos de plantas, atende a especificações de desempenho como: erro aproximadamente nulo em regime estacionário, pequeno tempo de resposta (acomodação) e níveis aceitáveis de sobressinal (CARDOSO, 2002). Ainda de acordo com autor, algumas das mais comuns aplicações deste tipo de controlador são a regulação de temperatura de fornos e a regulação de velocidade de geradores hidráulicos.

O trabalho propõe a implementação prática de um sistema de controle, contemplando controlador PID analógico e plantas de ordem limitada. Esta é uma forma motivadora de reforçar os conceitos físicos e desenvolvimentos matemáticos vistos em aulas teóricas e simuladores. Além de ser uma montagem, após a sua conclusão, o sistema possui potencial para ser utilizado em diversas aplicações.

Este trabalho de conclusão de curso contém quatro capítulos distintos, considerando este como introdutório. No segundo, encontra-se uma revisão da literatura, abordando a base teórico-conceitual, oferecendo um panorama da tecnologia utilizada e uma visão geral dos estudos na área de sistemas de controle. O terceiro capítulo apresenta o projeto de desenvolvimento do sistema, onde são apresentados os estudos realizados para definição dos

modelos, a etapa de testes para validação dos mesmos e o projeto do sistema final. No quarto capítulo constam os comentários finais acerca do trabalho desenvolvido e são expostas as sugestões para trabalhos futuros.

1.1 JUSTIFICATIVA

Sabe-se que, a partir de circuitos com amplificadores operacionais (AmpOp), é possível realizar o projeto de compensadores analógicos a fim de controlar sistemas (OGATA,2010). Além disto, é possível simular plantas lineares (na forma de funções de transferência) utilizando a mesma abordagem. Desta forma, para fins de aprendizado e utilização do resultado deste trabalho de conclusão para fins gerais, pretende-se realizar análise da utilização de tais circuitos para verificação e simulação de plantas e controladores simples (PID, avanço, atraso, etc).

As implementações práticas possuem um papel importante e fundamental no aprendizado dos estudantes de engenharia de controle e automação. O presente trabalho visa a confecção de uma planta que propicie o desenvolvimento de um sistema, onde conceitos de sistemas de controle possam ser aplicados em um arranjo real.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 **Objetivo Geral**

Análise e desenvolvimento de sistema de controle a partir de amplificadores operacionais, para simulação de plantas e controladores lineares de ordem limitada.

1.2.2 **Objetivos Específicos**

- Estudo e verificação de analogias conhecidas.
- Comparação de resultados com circuitos RC e circuitos com amplificadores operacionais.
- Ajuste e processamento de sinais para o caso específico.
- Projeto de placa de circuito impresso para fins diversos.

1.3 ÁREA DE TRABALHO

O trabalho foi desenvolvido no Centro de Ciências Exatas e Tecnologias (CCET) da Universidade de Caxias do Sul (UCS), que caracteriza-se por ser uma instituição de ensino superior, de caráter comunitário e regional, com atuação direta na região nordeste do estado do Rio Grande do Sul.

A Universidade de Caxias do Sul é mantida pelo compromisso de diferentes segmentos da sociedade, sendo eles: representantes do poder público municipal, estadual e federal e de entidades da sociedade civil, através da Câmara de Indústria Comércio e Serviços, Mitra Diocesana e Associação Cultural e Científica Virvi Ramos. Com atuação no campo do ensino, pesquisa, inovação e extensão, a UCS mantém unidades em nove cidades, atingindo diretamente uma população de mais de 1 milhão de habitantes. Seu *campus* sede está localizado na cidade de Caxias do Sul, considerada um grande polo de desenvolvimento industrial. As demais unidades universitárias estão localizadas nas cidades de Bento Gonçalves, Vacaria, Canela, Farroupilha, Guaporé, Nova Prata, Veranópolis e São Sebastião do Caí.

O CCET conta com diversos laboratórios em suas dependências, sendo que para o desenvolvimento desta pesquisa foram utilizados os de eletrônica. Estes espaços são equipados com ferramentas e instrumentos como: geradores de sinais, fontes de alimentação, osciloscópios, multímetros e diversos outros aparatos necessários para pesquisas na área.

1.4 LIMITES DO TRABALHO

Este trabalho visa a análise e projeto de leis de controle para sistemas de ordem limitadas utilizando amplificadores operacionais. Estão contemplados no escopo da solução apenas plantas de primeira e segunda ordem, visto que a maior parte dos sistemas podem ser aproximados por estes (OGATA, 2010). Também estão inclusos os controladores dos tipos proporcional, integral, derivativo e suas variações.

A concepção desta solução prevê o projeto de placa de circuito impresso com possibilidade de configuração da planta e controlador, de acordo com os valores necessários através do ajuste de resistências e interligação ou desligamento de partes do circuito através de chaves.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Com a finalidade de obter definições adequadas dos termos e métodos utilizados, este capítulo apresenta uma revisão da literatura dividida em três subcapítulos. O primeiro sobre sistemas de controle aborda estruturas de definições básicas, modelagem de sistemas, transformada de Laplace, função de transferência, sistemas de primeira ordem e sistemas de segunda ordem. O segundo contempla o controlador proporcional-integral-derivativo e métodos de sintonia de PID. O último subcapítulo investiga amplificadores operacionais e suas distintas topologias: inversor, somador, de diferenças, integrador, derivador, além do uso de amplificadores operacionais em sistemas de controle.

2.1 SISTEMAS DE CONTROLE

Os sistemas de controle estão presentes nas mais diversas áreas, por exemplo: aplicações em ciência e engenharia, máquinas, equipamentos, veículos, etc (NISE, 2012). O desenvolvimento de teorias para sistemas de controle surgiu da necessidade de executar atividades que exigiam domínio de características do processo que não podiam ser realizadas ou dependiam de excessiva habilidade de mão de obra. Aplicações como o controle do fluxo de vapor, escoamento de fluidos em dutos, temperatura e umidade de ambientes, velocidade e posição, são diferentes aplicações comuns em indústrias de distintos segmentos (DORF & BISHOP, 2013). Neste sentido, a partir da manipulação do sinal de controle com base em uma entrada especificada e conhecida, buscam-se objetivos pré-determinados com desempenho definido (OGATA, 2010). Particularmente, segundo Dorf & Bishop (2013), sistemas de controle são formados por componentes interligados que operam de forma estruturada para produzir uma resposta satisfatória a uma entrada. Desta forma, a estratégia definida para obter a resposta desejada determina a forma como o controlador manipulará o sinal visando atingir o estado ou valor desejado para a saída.

O controle pode ser realizado através de um dispositivo atuador diretamente sobre o processo de maneira constante ou sequencial, sem analisar o produto do sistema (DORF & BISHOP, 2013). Os autores explicam que outra forma seria atuando na planta a partir da comparação do estado atual da saída com o desejado, assim alterando os valores ou o estado do sinal do controlador de acordo com o resultado desta comparação.

Visto que alguns termos utilizados para descrição das partes envolvidas em um sistema de controle são próprias da área, estes devem ser definidos, pois serão largamente utilizados no decorrer deste trabalho. A seção a seguir apresenta breves explicações sobre estes.

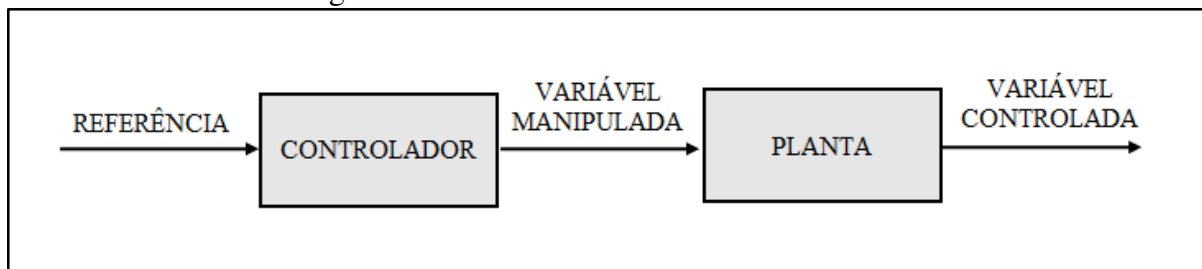
2.1.1 Estruturas e Definições Básicas

Esta subseção conceitua os sistemas de controle em malha aberta e fechada, apresentando suas partes e relações.

Sistemas de controle em malha aberta são aqueles nos quais os valores ou estados da saída não influenciam as ações do controlador, que é o responsável por controlar e corrigir a saída (BOLTON, 1995). A variável controlada, que é a saída do sistema ou grandeza de interesse, não é monitorada, nem comparada à referência, o valor ou estado que se deseja atingir (NISE, 2012). As ações de controle são diretamente uma função do tempo. Desta forma, tornando-se suscetível a interferência de distúrbios, que são sinais que perturbam o controle, ruídos, pois a saída é correspondente ao estímulo recebido (OGATA, 2003).

Geralmente utilizados quando se conhece a entrada e sua relação com a saída. Com inexistência de ruídos, sejam internos ou externos, ou quando a influência destes seja aceitável (DORF & BISHOP, 2013). A Figura 1 demonstra um sistema em malha aberta.

Figura 1- Sistema de controle em malha aberta.



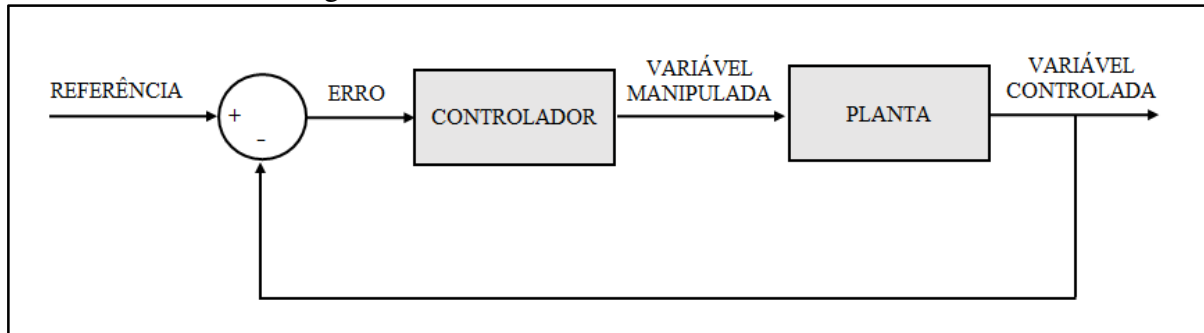
Fonte: Adaptado de Dorf & Bishop (2013).

Sistemas em malha fechada são também chamados sistemas com realimentação, pois possuem uma interligação com a saída, que é monitorada e comparada à referência (DORF & BISHOP, 2013). O sinal gerado por este procedimento, também denominado erro, alimenta o controlador que ajusta a variável manipulada, que é a condição alterada pelo controlador afim de levar a saída do sistema ao valor ou estado desejado, para agir sobre a planta, objeto ou conjunto de componentes em meio físico a ser controlado (OGATA, 2010). Com isso, interferências externas e internas são neutralizadas. Porém, se o processo demonstrar correção

frequente, ou além do necessário, sua saída pode apresentar oscilações, acarretando em problemas de estabilidade (DORF & BISHOP, 2013).

São empregados em grande parte das aplicações de sistemas de controle, sobretudo em áreas industriais, onde há diversas fontes de interferências distintas (DORF & BISHOP, 2013). Na Figura 2 é apresentada a estrutura básica de um sistema em malha fechada.

Figura 2- Sistema de controle em malha fechada



Fonte: Adaptado de Dorf & Bishop (2013).

Para projetar um controlador para um processo é necessário desenvolver modelos para representá-lo, de forma que possibilite a análise e estabelecimento das relações entre subsistemas e dinâmicas envolvidos. Este pode ser uma descrição matemática ou qualitativa do comportamento de um processo. A seção a seguir apresenta alguns métodos para obtenção de modelos matemáticos para representação de sistemas.

2.1.2 Modelagem de Sistemas

Modelos matemáticos são formas de representar sistemas. Estes devem contemplar as variáveis envolvidas e suas inter-relações, respeitando as leis que regem cada sistema (OGATA, 2010). Existem diferentes maneiras de denotar matematicamente um conjunto. As equações descritivas da dinâmica usualmente são equações diferenciais (DORF & BISHOP, 2013). Estas descrevem como um sistema se comporta ao longo do tempo, ou seja, estão no domínio do tempo. Devido a isso, são utilizadas para descrever a evolução da resposta de um sistema à aplicação de uma entrada (OGATA, 2010).

As maneiras mais conhecidas de modelar sistemas são através de equações descritivas. No entanto, quando não são conhecidas as relações e as variáveis do sistema, métodos de identificação podem ser empregados, baseados na aplicação de um sinal conhecido a entrada e

análise da resposta na saída, assim o comportamento do sistema pode ser descrito (AGUIRRE, SILVA, CAMPOS, & AMARAL, 2007).

A partir da definição da representação de um sistema (modelo), distintas análises podem ser realizadas. Para observação de respostas transitórias ou respostas em frequência, algumas formas são mais funcionais. Se o sistema for linear¹, ou possível linearizar e invariante no tempo², o modelo de função de transferência mostra-se o mais pertinente. Neste formato, diferentes ferramentas de análise e síntese podem ser facilmente utilizadas (OGATA, 2010).

Em sistemas de controle, é comum analisar a dinâmica de um processo a partir de funções de transferência no domínio da frequência. Para obtenção deste modelo a partir de equações temporais, é necessária a aplicação da transformada de Laplace (DORF & BISHOP, 2013).

2.1.3 Transformada de Laplace

Modelar sistemas apresentados como equações diferenciais requer manipulações matemáticas, pois estas representações dificultam analisar a entrada, a saída e o sistema separadamente (NISE, 2012). Uma das ferramentas matemáticas mais utilizadas para análise de sistemas lineares invariantes no tempo é a transformada de Laplace, por simplificar o método de solução (DORF & BISHOP, 2013).

Com a aplicação de Laplace, equações temporais são transladadas para o domínio s , também chamado domínio da frequência (BOLTON, 1995). Empregando este método, obtemos funções algébricas em função da variável s , que é uma variável complexa. Onde σ representa a parte real e ω a imaginária.

$$s = \sigma + j\omega \quad (1)$$

A transformada de Laplace é definida na equação:

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dt [f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (2)$$

¹ Sistemas lineares são aqueles nos quais a alteração ou mudança de amplitude na entrada resulta em uma alteração igual na saída, e a soma de dois sinais aplicados a entrada deve resultar na saída uma composição das soma das respostas de cada sinal (OGATA, 2003).

² Sistemas invariantes no tempo são aqueles no qual o sinal precisa apresentar igual deslocamento no tempo para entrada e saída (OGATA, 2003).

onde:

L - símbolo operacional que indica que a grandeza que ele antecede vai ser transformada por

meio da integral de Laplace $\int_0^{\infty} e^{-st} dt$,

$f(t)$ - função no domínio do tempo, em que $f(t) = 0$ para $t < 0$,

s - variável complexa,

$F(s)$ - transformada de Laplace $f(t)$.

A aplicação da transformada de Laplace pode ser facilitada pela utilização de alguns teoremas, estes são apresentados na Tabela 1.

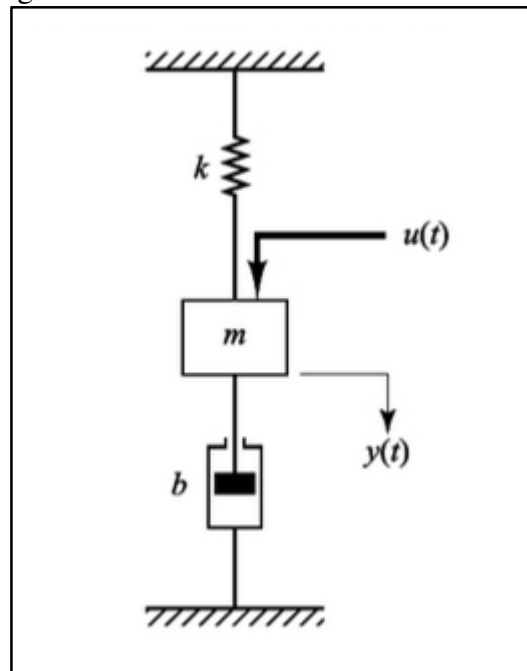
Tabela 1- Teoremas para transformada de Laplace

TEOREMA	TRANSFORMADA
Multiplicação por constante	$L[kf(t)] = kF(s)$
Soma e subtração	$L[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$
Diferenciação	$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0)$ Onde $f(0)$ representa as condições iniciais do sistema.
Integração	$L\left[\int_0^t f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s}$
Desvio Temporal	$L[f(t-T)u_s(t-T)] = e^{-Ts} F(s)$
Valor Inicial	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
Valor Final	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$, se $sF(s)$ não possuir polos sobre o eixo imaginário e nem no semi-plano direito.

Fonte: Adaptado de Golnaraghi & Kuo (2012).

Para exemplificar o método, a seguir é demonstrado a aplicação para um sistema mecânico do tipo massa-mola-amortecedor na Figura 3.

Figura 3- Sistema massa-mola-amortecedor.



Fonte: Adaptado de Ogata (2003).

Considerando o sistema apresentado acima, a equação (3) expressa a equação diferencial que o representa simplificadamente (OGATA, 2003).

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky(t) = u(t) \quad (3)$$

onde:

m = massa,

b = coeficiente de atrito,

k = constante da mola,

$u(t)$ = entrada do sistema,

$y(t)$ = posição,

$\frac{dy(t)}{dt}$ = velocidade,

$\frac{d^2 y(t)}{dt^2}$ = aceleração,

Condições iniciais: $y(0) = 1$ e $\frac{dy(0)}{dt} = 0$.

Aplicando a transformada de Laplace na equação (3), supondo entrada $u(t)=0$, temos:

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) \quad (4)$$

$$m[s^2 Y(s) - sy(0) - \dot{y}(0)] + b[sY(s) - y(0)] + kY(s) = 0 \quad (5)$$

$$(ms^2 + bs + k)Y(s) = ms + b \quad (6)$$

$$Y(s) = \frac{ms + b}{ms^2 + bs + k} \quad (7)$$

Com a aplicação da transformada, obtém-se a expressão que representa a saída do sistema no domínio da frequência. A partir desta, é possível calcular a resposta temporal, utilizando a transformada inversa de Laplace.

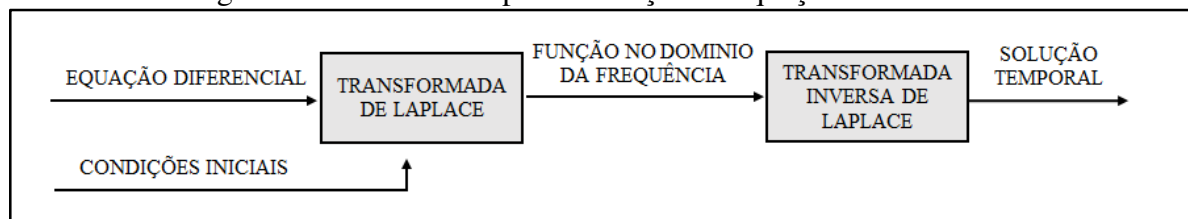
A integral da transformada inversa de Laplace é demonstrada na equação:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds = L^{-1}\{F(s)\} \quad (8)$$

onde c é uma constante real maior que as partes reais de todas as singularidades³ de $F(s)$ (GOLNARAGHI & KUO, 2012).

Aliando as técnicas de transformada de Laplace e Laplace inversa, equações diferenciais podem ser resolvidas através de manipulações algébricas menos complexas. O procedimento para resolução das expressões de diferenças com a aplicação da Transformada de Laplace é demonstrado no diagrama apresentado na Figura 4.

Figura 4- Procedimento para resolução de equações diferenciais



Fonte: Adaptado Bolton (1995).

Aplicação da transformada inversa de Laplace, em muitos casos, utiliza soluções definidas em tabelas que apresentam as equivalências entre funções nos domínios do tempo e frequência. Quando não é possível utilizar uma função predefinida, pode ser aplicada a técnica de expansão por frações parciais para adequar a equação de forma que expressões equivalentes da tabela de Laplace possam ser empregadas (GOLNARAGHI & KUO, 2012).

³ Singularidades ou pontos singulares são pontos onde a função $F(s)$ não é analítica (OGATA, 2003).

Para elucidar a aplicação da transformada inversa de Laplace, a partir da equação no domínio da frequência para o sistema massa-mola-amortecedor, representada pela equação (7), é obtida a resposta temporal para este sistema.

$$Y(s) = \frac{ms + b}{ms^2 + bs + k} \quad (7)$$

Considerando, $m=1\text{kg}$, $b=52\text{ N.s/m}$, $k= 100\text{ N.m}$:

$$Y(s) = \frac{s + 52}{s^2 + 52s + 100} \quad (9)$$

A equação (9) é expandida por meio de frações parciais da seguinte forma:

$$Y(s) = \frac{s + 52}{s^2 + 52s + 100} = \frac{-0,04}{s + 50} + \frac{1}{s + 2} \quad (10)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace a equação (10), tem-se:

$$y(t) = -0,04e^{-50t} + e^{-2t} \quad (11)$$

A solução temporal permite analisar o comportamento dinâmico do sistema no domínio do tempo. Esta função fornece a solução para o regime permanente, representada pelo primeiro termo da resposta temporal, e a solução para o regime transitório, dada pelo último termo (GOLNARAGHI & KUO, 2012). Logo, para o sistema descrito pela equação (10), é possível verificar que a resposta temporal é formada pela soma de duas exponenciais.

O método da transformada de Laplace, também permite prever o desempenho do sistema, sem a necessidade de solucionar sistemas de equações diferenciais. Além de possibilitar a determinação da função de transferência, definida como sendo a razão da transformada de Laplace da saída do sistema, pela da entrada (OGATA, 2003). Mais detalhes sobre o modelo de função de transferência são apresentados na seção a seguir.

2.1.4 Função de Transferência

A função de transferência é definida como a razão da transformada de Laplace da saída, com a Laplace da entrada, com as condições consideradas nulas (DORF & BISHOP, 2013). Este modelo, descreve o comportamento do sistema, ou seja, quando é aplicada uma entrada conhecida e realizada a medição da saída, tem-se condições de conhecer como o sinal de entrada foi modificado pelo sistema.

Como motivação para utilização da modelo do sistema na forma de função de transferência, pode-se citar a possibilidade de avaliar qualitativamente o comportamento do sistema, com base nos polos e nos zeros da função de transferência, feita através do

posicionamento destes no plano complexo s . Sendo polos as raízes da expressão do denominador, que são os pontos onde a função de transferência, $G(s)$, tende ao infinito. E zeros as raízes do numerador, ou seja são pontos singulares onde a função de transferência é nula (OGATA, 2003).

Para obter a função de transferência no domínio da frequência, através da transformada de Laplace, é necessário conhecer as condições iniciais do sistema, pois este modelo corresponde a relação da saída pela da entrada, somente quando as condições iniciais são zero ou nulas (OGATA, 2003).

Na equação

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0)}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0)} \quad (12)$$

Onde:

$U(s)$ - sinal de entrada.

$Y(s)$ - sinal de saída.

$G(s)$ - função de transferência para o sistema.

m – expoente do numerador, representa que o sistema tem m zeros.

n - expoente denominador , representa que o sistema tem n polos.

b - coeficientes do numerador

a - coeficientes do denominador

Com base na relação entre o maior coeficiente do numerador e o do denominador, na equação acima representados por m e n respectivamente, é possível avaliar se o sistema é fisicamente realizável. Para isso $n \geq m$, estas funções de transferência são denominadas próprias e estritamente próprias (GOLNARAGHI & KUO, 2012). Ainda segundo autor, as que possuem $n < m$, são definidas como impróprias, pois a saída do sistema depende de um valor futuro da entrada.

Através do modelo de um sistema, também é possível prever características de seu comportamento, de acordo com a ordem que possui. Esta classificação é dada pelo grau do polinômio no denominador da função de transferência (DORF & BISHOP, 2013).

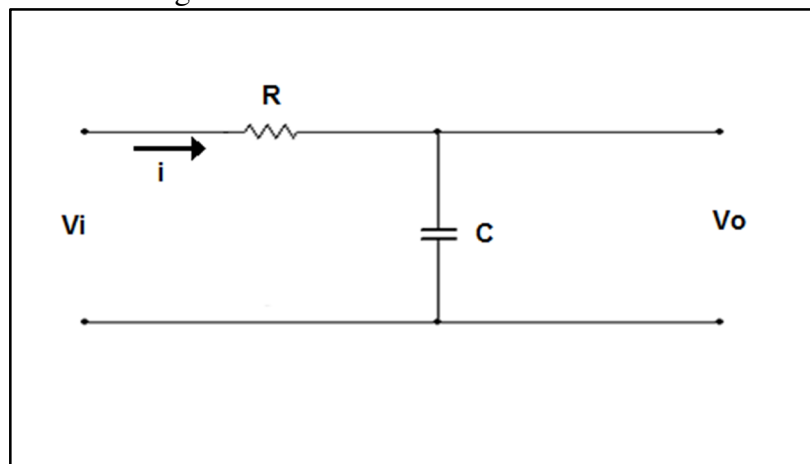
Embora sistemas de controle possam ter ordem elevada, a maior parte dos reais são representados por funções de primeira e segunda ordem, sendo aproximados pela dinâmica dos polos destas ordens (GOLNARAGHI & KUO, 2012). Visto que as plantas que serão projetadas neste trabalho representam dinâmicas de primeira e segunda ordem, a seguir serão apresentadas as respostas destes no domínio do tempo e domínio da frequência.

2.1.5 Sistemas de Primeira Ordem

Os sistemas cujas funções de transferências são constituídas apenas por um polo são classificados como sistemas de primeira ordem. Para estes, considerar n da equação (12) igual a um.

A fim de exemplificar esta classe de sistemas, considere a Figura 5 que apresenta um circuito RC. A partir de sua modelagem serão esclarecidos conceitos de sistemas de primeira ordem.

Figura 5- Circuito RC de Primeira Ordem



Fonte: Adaptado de Dorf & Bishop (2013).

A equação que representa este sistema pode ser obtida de forma simples a partir da análise das malhas, e é apresentada a seguir:

$$Ri(t) + V_o(t) = V_i(t). \quad (13)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando as condições iniciais nulas:

$$RI(s) + V_o(s) = V_i(s) \quad (14)$$

$$I(s) = sCV_o(s) \quad (15)$$

Substituindo a equação (15) na equação (14), tem-se:

$$sRCV_o(s) + V_o(s) = V_i(s). \quad (16)$$

Assumindo que a entrada $U(s)=V_i(s)$ e a saída $Y(s)=V_o(s)$, defini-se a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1/RC}{s + 1/RC}, \quad (17)$$

onde $\tau=RC$, que é a constante de tempo do sistema.

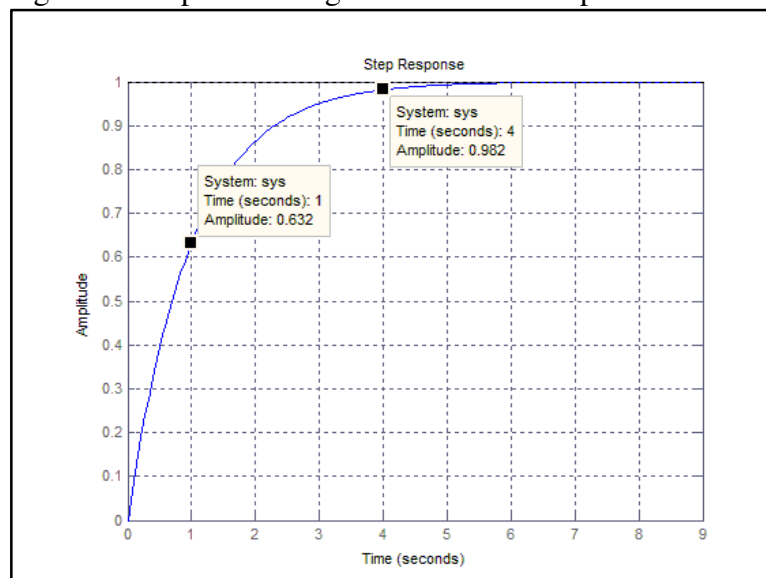
Considerando a função de transferência dada na equação (17) e uma entrada do tipo degrau unitário $\frac{1}{s}$, obtemos a solução temporal para o sistema, aplicando a transformada de

Laplace :

$$y(t) = \frac{1/RC}{1/RC} \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) = 1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \quad (18)$$

Utilizando o modelo calculado é possível gerar um gráfico de resposta temporal. Para a simulação, os elementos do circuito RC receberam os valores $R=1K\Omega$ e $C=1000\mu F$. Na Figura 6, pode ser visualizada a resposta do sistema quando aplicado um sinal de entrada degrau unitário, que é definido como $\frac{1}{s}$.

Figura 6- Resposta ao degrau do sistema de primeira ordem



Fonte: Autor.

A partir do gráfico da resposta ao degrau, é possível expor algumas características importantes sobre a resposta de sistemas de primeira ordem, como constante de tempo, o tempo de estabilização ou acomodação e o tempo de resposta.

- Constante de tempo (τ): período de tempo necessário para que o sistema atinja 63% do valor de regime, que é o valor desejado na saída (NISE, 2012).
- Tempo de resposta (T_r): intervalo de tempo necessário para que a forma de onda percorra de 1% a 99% do valor final. (NISE, 2012).
- Tempo de estabilização (T_s): é o tempo para que a resposta alcance e fique em uma faixa de 2% do valor de regime, geralmente definido em torno de 4τ (NISE, 2012).

2.1.6 Sistemas de Segunda Ordem

A função de transferência de um sistema de segunda ordem é composta por dois polos. Estes podem ser reais ou imaginários e a composição destes determina a resposta do sistema. Para o estudo de um sistema de segunda ordem padrão, utiliza-se da construção genérica de função de transferência de segunda ordem, descrita conforme a equação:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (19)$$

onde:

$G(s)$ - função de transferência para o sistema,

ζ - taxa de amortecimento,

ω_n - frequência natural.

Os polos de um sistema são:

$$p_{1,2} = \zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, \quad (20)$$

$\zeta\omega_n$ - parte real,

$j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ - parte imaginária.

A partir destas definições, cabe destacar que se um dos polos for dominante, ou seja, se a parte real estiver mais próxima do eixo imaginário que o outro, a resposta inicial apresentará a contribuição dos dois polos. Mas a influência associada à constante de tempo mais rápida logo desaparece, permanecendo somente a contribuição de um único polo. A resposta do sistema de segunda ordem será bem semelhante a uma resposta do tipo primeira ordem (OGATA, 2010).

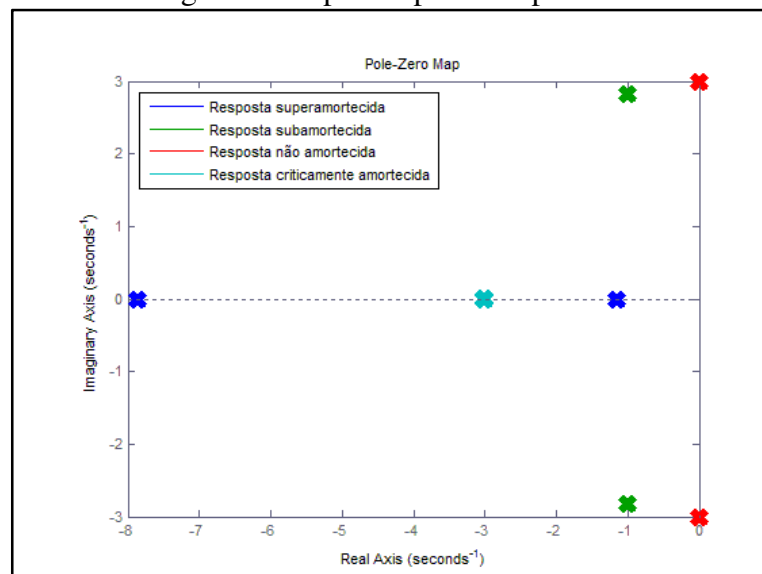
Essas grandezas podem ser utilizadas para descrever características da resposta transitória de sistemas de segunda ordem, assim como as constantes de tempo descrevem a resposta de sistemas de primeira ordem (NISE, 2012). Pode-se definir a taxa de amortecimento (ζ) como uma indicação do decaimento da resposta com o tempo, e a frequência natural (ω_n) como a oscilação natural do sistema sem amortecimento, ou seja, é a frequência na qual o sistema oscila quando o amortecimento é zero.

Segundo Nise (2012), de acordo com a localização dos polos, ou seja, os valores das partes reais e imaginárias, as respostas são classificadas em:

- Resposta superamortecida: possui dois polos reais distintos, e resposta natural formada por duas exponenciais com constantes de tempo iguais ao inverso dos polos.
- Resposta subamortecida: dois polos complexos, e resposta natural formada por uma senoidal com envoltório exponencial, de constante de tempo correspondente ao inverso da parte real dos polos.
- Resposta não amortecida: polos puramente imaginários e resposta natural na forma de uma senóide não amortecida, com frequência dada pelos polos.
- Resposta criticamente amortecida: dois polos reais idênticos e resposta natural formada por duas exponenciais com constante de tempo dada pelo inverso do polo, porém uma está multiplicada pelo tempo.

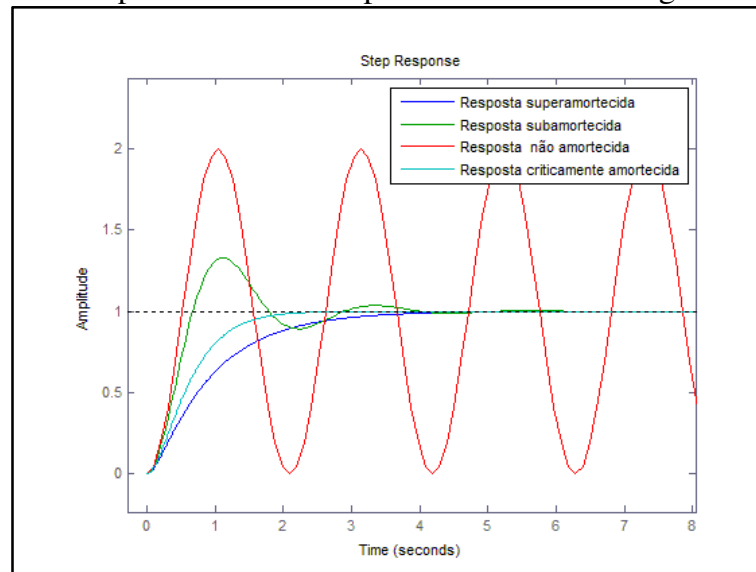
Com base na composição dos polos, em consequência dos valores de ω_n e ξ , é possível representar as respostas transitórias para um sistema de segunda ordem. Na Figura 7, são apresentadas as posições dos polos e na Figura 8, o comportamento dos tipos de sistemas definidos acima correspondentes.

Figura 7- Mapa dos polos no plano S



Fonte: Autor.

Figura 8- Respostas transitórias para um sistema de segunda ordem



Fonte: Autor.

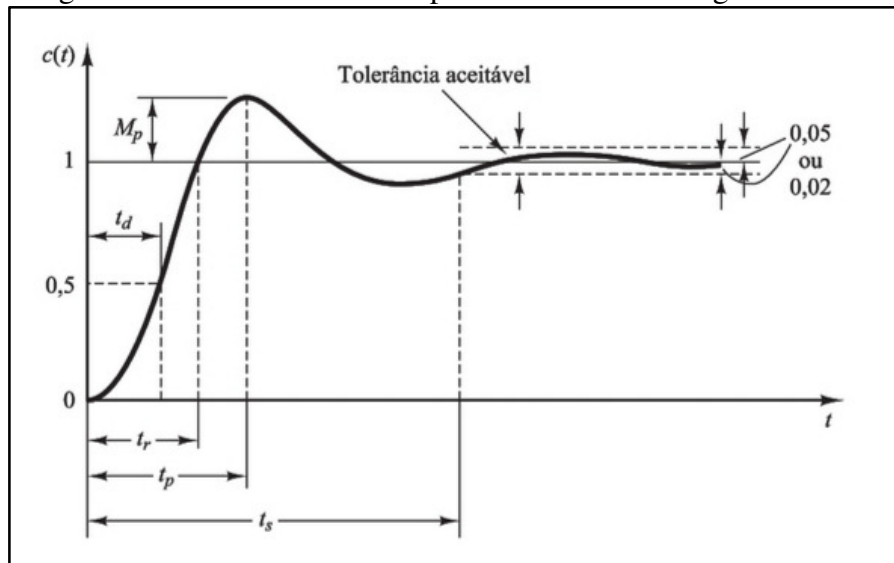
Com base no afirmado por Nise(2012) e nas imagens acima, é possível perceber que quanto maior a parcela imaginária de um polo em comparação a parte real, mais oscilatória a resposta do sistema. Assim como sistemas com polos reais localizados próximos ao eixo imaginário, a resposta assemelha-se a de um sistema de primeira ordem.

Assim como nos sistemas de primeira ordem, alguns aspectos dão indicações sobre a resposta do sistema. Para sistemas de segunda ordem, as seguintes características são definidas (OGATA, 2010):

- Tempo de atraso (t_d)- tempo necessário para que a resposta atinja metade de seu valor final, pela primeira vez.
- Tempo de subida (t_r)- tempo requerido para que a resposta do sistema passe de 10% a 90% do valor final.
- Tempo de pico (t_p)- é o tempo para que o sinal alcance o primeiro pico de sobressinal.
- Máximo sobressinal (M_p)- é o valor máximo de pico da curva de resposta, medido a partir do valor de referência, medido em percentual.
- Tempo de acomodação (t_s)- é o tempo para que a resposta alcance e fique em uma faixa, geralmente 5% ou 2%, do valor de regime.

É importante esclarecer que essas especificações não se aplicam necessariamente a todos os tipos de sistema de segunda ordem. A representação destas características para um sistema com resposta subamortecida, é apresentado na Figura 9.

Figura 9- Características da resposta de sistema de segunda ordem



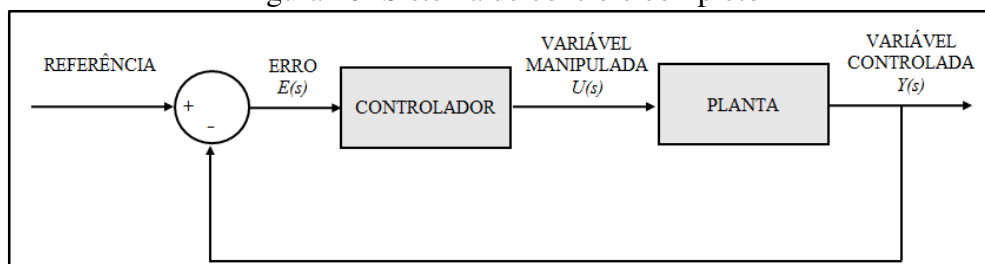
Fonte: Ogata (2010).

Após a análise das plantas para obtenção de seus modelos, que neste trabalho serão apresentados na forma de função de transferência, e das respostas para uma entrada conhecida, é possível projetar um controle para o processo com o objetivo de melhorar a resposta do sistema. Uma estratégia de controle amplamente utilizada em processos industriais é apresentada a seguir (DORF & BISHOP, 2013).

2.2 CONTROLADOR PID

Atualmente as aplicações industriais utilizam, predominantemente controladores do tipo PID ou PID modificado. Isso deve-se em parte pela empregabilidade em sistemas de controle de diversas naturezas e as diferentes possibilidades de ajuste, o que facilita de forma considerável o ajuste do controlador em campo (OGATA, 2010). Usualmente pode-se utilizar este controlador em malha fechada conforme Figura 10, onde $E(s)$ é o sinal resultante da comparação entre a saída do sistema $Y(s)$ e a referência, e $U(s)$ a saída do controlador.

Figura 10- Sistema de controle completo



Fonte: Autor.

De acordo com os requisitos e características do sistema, diferentes configurações de controladores podem ser usados. Cada elemento possui diferente ação sobre o sinal de saída. Com o conhecimento da influência de cada componente, é possível compor distintos modos de controle como: P - proporcional, PI – proporcional integral PD- proporcional derivativo e PID- proporcional integral derivativo.

2.2.1 Controle Proporcional

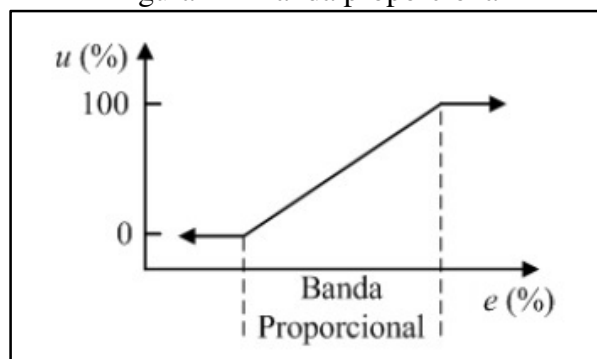
Este controlador possui saída proporcional a sua entrada, ou seja, a saída do compensador depende somente da amplitude do erro que recebe a cada instante de tempo. (BOLTON, 1995). A equação (21) ilustra a definição:

$$U(s) = K_p E(s) + u_0 \quad , \quad (21)$$

onde a constante K_p é definida como ganho proporcional e relaciona a amplitude da correção com o erro, a variável de controle u_0 é uma denominada *bias*.

Para controladores que operam no modo proporcional somente, adicionam este valor à saída para garantir que na condição onde o erro seja zero, alguma energia seja entregue ao sistema. Geralmente 50% da média dos sinais de entrada, podendo também ser regulado manualmente, de modo que o erro seja zero para um determinado valor de entrada (ASTRÖM & HÄGGLUND, 1995). A Figura 11 demonstra a relação entre o sinal de erro e a resposta do controlador, onde cada valor de entrada corresponde a um valor distinto de saída.

Figura 11- Banda proporcional

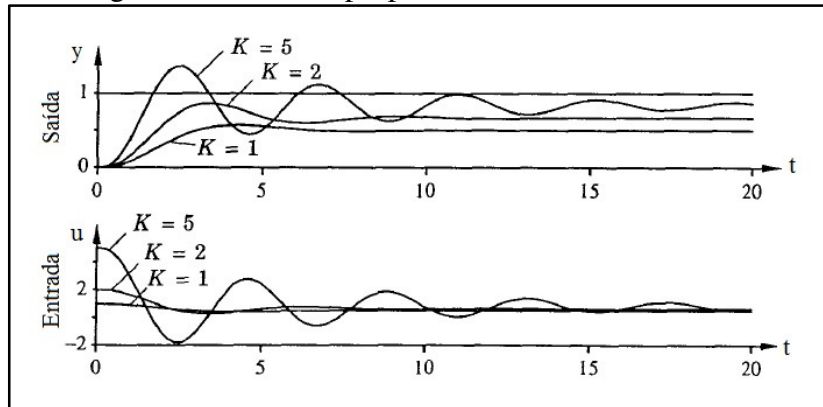


Fonte: Faccin (2010).

Este controle possui fácil implementação, necessitando apenas de um módulo de amplificação do sinal de entrada. Onde um erro muito alto leva a saída um valor de atuação também elevado, propiciando a rápida resposta do sistema. Porém, não apresenta correção

adequada próxima a condição de regime permanente, pois como a ação do compensador diminui com a redução do erro, a atuação nesta região é baixa, causando erro em regime permanente. Isso resulta em redução na faixa da banda proporcional, tornando a resposta oscilatória (BOLTON, 1995). A Figura 12 demonstra o comportamento de um controle proporcional, considerando diferentes ganhos.

Figura 12- Controle proporcional em malha fechada.



Fonte: Aström & Häggglund (1995)

A análise das respostas do sistema apresentadas na imagem acima, leva à conclusão que este controlador somente é aplicável como módulo único, quando o ganho proporcional for suficiente para reduzir o erro estacionário a um nível aceitável. Pois o aumento deste parâmetro conduz a elevação do tempo de acomodação e possível instabilidade.

2.2.2 Controle Integral

A saída deste controle é correspondente a integral do sinal de erro, de t_0 (instante inicial, acionamentos do controle) a t (instante atual), ou seja, a resposta em qualquer período de tempo é proporcional ao acúmulo dos efeitos do erro em momentos anteriores. Esta relação é comprovada pela equação:

$$U(s) = \frac{K_i}{s} E(s) + u_0, \quad (22)$$

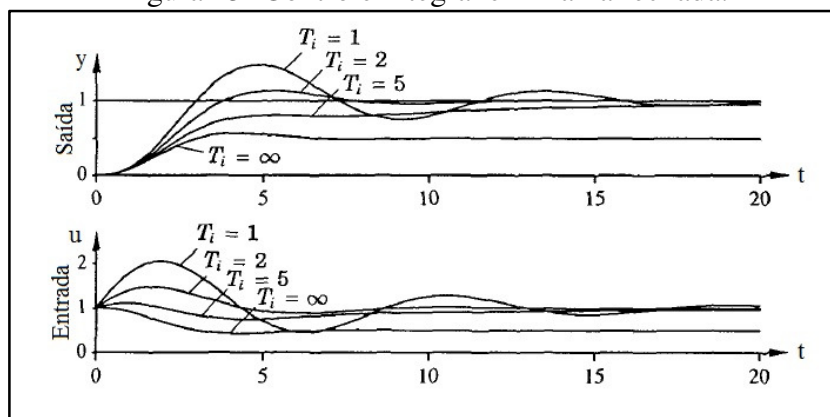
A constante K_i desta expressão é o ganho integral, que também pode ser representada por $\frac{K_p}{T_i s}$, onde T_i é o tempo integral.

A inclusão de termo integral, acrescenta um polo à origem da função de transferência do sistema de controle, o que elimina o erro em regime permanente em relação ao sinal de

referência. Mas em contra ponto, a estabilidade da malha de controle é reduzida se o componente integral estiver excessivamente atuante. Porém, também não é desejável uma ação integral lenta, pois está atrasa a estabilização do sistema (BOLTON, 1995).

Para uso deste controlador, geralmente é associada a função proporcional, com objetivo de unir as contribuições destes para melhora na resposta do sistema. A Figura 13 apresenta a resposta de um sistema em malha fechada com controle proporcional integral, com diferentes valores de T_i .

Figura 13- Controle integral em malha fechada.



Fonte: Aström & Hägglund (1995)

O modo integral apesar de reduzir o erro em regime, possui contribuição no aumento do sobressinal. Conforme a imagem exposta acima, quanto maior o tempo integral, maior a instabilidade da malha de controle e sobre sinal.

2.2.3 Controle Derivativo

A resposta deste controlador é proporcional a taxa de variação do erro com o tempo, ou seja, a derivada deste sinal. Como a ação derivativa atua com relação a taxa de variação do sinal de erro, quando são detectadas, a saída do controlador sofre grande mudança. Assim o controle age antecipadamente, não sendo necessário que um erro realmente ocorra, em

A equação a seguir descreve o comportamento, onde K_d é o ganho derivativo que também pode ser representado por $K_p T_d s$, onde T_d é o tempo derivativo:

$$U(s) = K_d s E(s) + u_0 \quad (23)$$

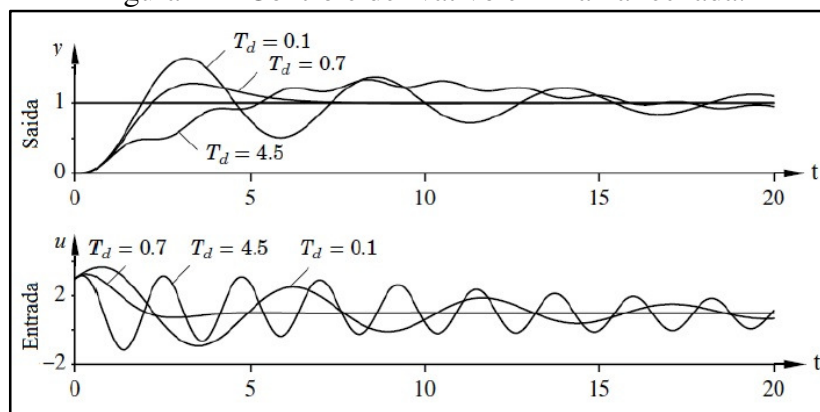
Entretanto, se o sinal de erro se mantiver constante ou tiver variações lentas, mesmo que de valor elevado, o controle se mostra insensível. Devido a isso não é utilizado sozinho,

mas combinado com outras formas de controle, consequência disto, a ação de controle é extremamente sensível a ruídos e mudanças na referência como o proporcional.

Pela sua característica de antecipar as variações do sinal de erro, aumenta a velocidade de correção da resposta de um sistema ao erro (BOLTON, 1995). A

Figura 14 apresenta a resposta de um sistema em malha fechada com controle proporcional derivativo, com diferentes valores de T_d .

Figura 14 - Controle derivativo em malha fechada.



Fonte: Aström & Häggglund (1995)

A representação das respostas do sistema para diferentes ganhos, demonstra a correção do erro no sistema. A principal contribuição associada a este parâmetro é a redução do sobressinal.

2.2.4 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo

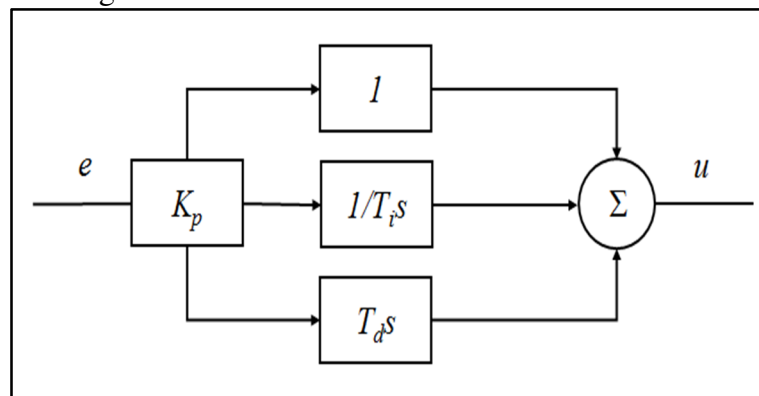
A união das três ações de controle resulta em um dos mais eficientes e difundidos controladores, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Isso devido a sua adaptação as diversas aplicações industriais. Porém, a maneira como ocorre esta configuração pode alterar de forma significativa os algoritmos dos controladores PID, uma estratégia comum entre diferentes fabricantes.

Apesar de existirem distintas formas de compensadores PID, de maneira geral são baseadas nas estruturas: ideal, série e paralela, sendo que as formas série e paralela são modificações da estrutura ideal (ASTRÖM & HÄGGLUND, 1995) . Há muita confusão nas literaturas e trabalhos publicados quanto a nomenclatura e empregabilidade de cada composição. Segundo Faccin (2004) duas delas são mais difundidas: a forma série ou interativa

e a paralela ou não-interativa, sendo que a maioria das derivações são constituídas a partir destas duas formas. Porém, Cologni (2008), afirma que as duas mais utilizadas são a ideal e a série. As estruturas ideal, série e paralela podem ser visualizadas nas Figura 15, Figura 16 e Figura 17 respectivamente.

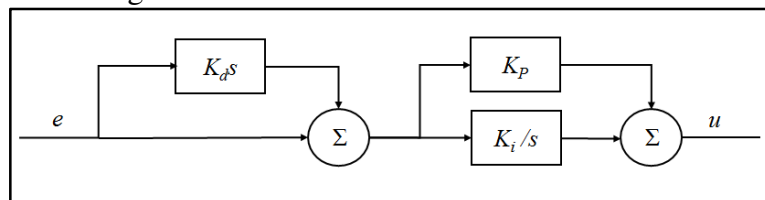
Os termos interativa e não-interativa para as estruturas de controladores PID, são com respeito a influência dos parâmetros uns nos outros. Na forma interativa, o ajuste de qualquer um dos termos influencia nos demais. Enquanto na não-interativa, os valores dos componentes são independentes. A estrutura ideal também é denominada não-interativa.

Figura 15- Estrutura ideal de um controlador PID



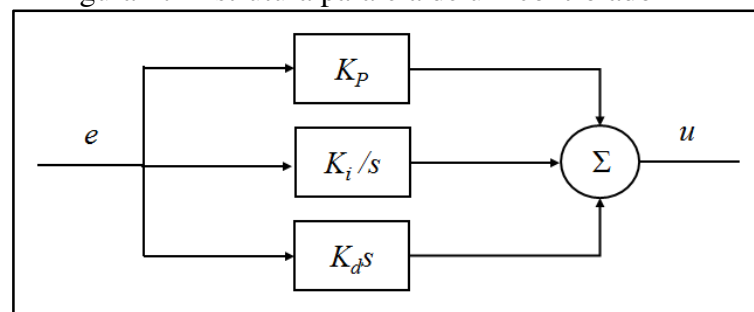
Fonte: Adaptado de Aström & Hägglund (1995)

Figura 16- Estrutura série de controlador PID



Fonte: Adaptado de Aström & Hägglund (1995)

Figura 17- Estrutura paralela de um controlador PID



Fonte: Adaptado de Aström & Hägglund (1995)

Quando visto do aspecto funcional, a estrutura ideal tende a ser a mais geral dentre as apresentadas. A estrutura série atingiu grande utilização na era analógica pneumática devido ao menor custo de implementação, pois utiliza menos amplificadores, os quais representavam alto custo naquela época. Também, mesmo após a evolução tecnológica, os fabricantes ainda mantêm as estruturas originais e patenteadas, devido a adequação que os usuários já possuem na base instalada. Recentemente, a estrutura ideal tem sido cada vez mais utilizada em sistemas de controle modernos (COLOGNI, 2008).

Neste trabalho é dada ênfase à estrutura ideal, por se tratar da estrutura mais didática e que possibilita a visualização separada de cada parâmetro. A equação (24) é a função de transferência para o controlador PID com estrutura ideal.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (24)$$

Resumidamente, a funcionalidade dos termos *P* (proporcional), *I* (integral) e *D* (derivativo) pode ser observada na Tabela 2.

Tabela 2- Influência dos parâmetros controle PID

Parâmetros	Tempo de Subida	Sobressinal	Tempo de Estabilização	Erro Estacionário
Proporcional	Diminui	Aumenta	Pequena alteração	Diminui
Integral	Diminui	Aumenta	Aumenta	Elimina
Derivativo	Pequena alteração	Diminui	Diminui	Pequena Alteração

Fonte: Adaptado de Bolton (1995).

Quando projetado um controle, deseja-se atender alguns requisitos de desempenho e comportamento. Para atendimento destes de forma equilibrada, busca-se o correto estabelecimento dos parâmetros do controlador. O ajuste dos componentes do controlador pode ser realizado manualmente, onde os parâmetros são definidos independentemente por tentativa-e-erro. Porém, para obtenção de melhor desempenho, faz-se necessário o uso de algum método de definição dos parâmetros do PID (FACCIN, 2004).

O processo de definir parâmetros que assegurem o atendimento das especificações de desempenho de um controlador é denominado sintonia. Os mais conhecidos métodos para sintonia de controladores PID foram propostos por Ziegler e Nichols em 1942 (BOLTON, 1995).

2.2.5 Métodos de Sintonia de PID de Ziegler-Nichols

As regras propostas por Ziegler e Nichols para ajustar os parâmetros do controlador (K_p , T_i , T_d), sugerem valores para estes com base na resposta ao degrau ou em um valor de K_p que leva o sistema a uma oscilação sustentada, quando somente a ação proporcional está ativa (OGATA, 2010).

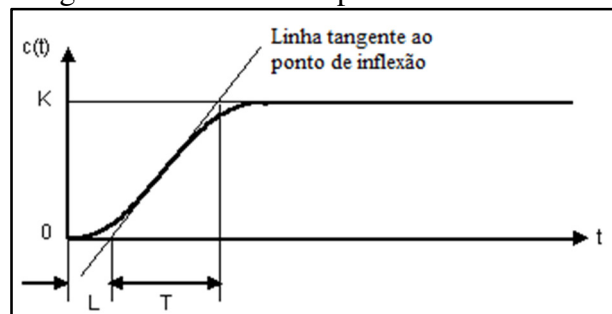
Os valores definidos levam o sistema a uma operação estável, porém pode apresentar características indesejáveis como sobressinal quando submetidos a um degrau unitário. Nestes casos, são recomendados ajustes nos parâmetros para o atingimento dos requisitos desejados para a resposta do sistema (OGATA, 2010).

Um diferencial para estes métodos é a possibilidade de aplicação mesmo quando não é conhecido o modelo da planta ou em campo, sem necessidade de modelagem matemática. O método é baseado em duas ideias: caracterizar a dinâmica do processo por dois parâmetros e calcular os ganhos do controlador por meio de fórmulas simples, a partir dos parâmetros do processo (ASTRÖM & HÄGGLUND, 1995). Existem dois métodos denominados regras de sintonia de Ziegler-Nichols: o primeiro e o segundo métodos. Estes serão apresentados a seguir.

2.2.5.1 Primeiro Método ou Método em Malha Aberta

No primeiro método, com o sistema em malha aberta, é obtida a resposta da planta ao degrau unitário. Essa curva de resposta normalmente tem o formato de um S, conforme Figura 18, que pode ser gerada por meio experimental ou em simulação da dinâmica da planta.

Figura 18- Curva de resposta em forma de S



Fonte: Ogata (2010)

A partir da curva pode-se obter duas constantes, o atraso (L) e a constante de tempo (T). Estas são obtidas traçando uma linha tangente ao ponto de inflexão da curva com formato de S, e determinando a intersecção da linha tangente com o eixo do tempo e a linha do valor

esperado (K). Então, o sistema, a partir dos valores de atraso e a constante de tempo, obtém os valores para os parâmetros do controlador, com base nas relações definidas pela Tabela 3.

Tabela 3- Tabela de sintonia Ziegler- Nichols 1º método – malha aberta

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2\frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

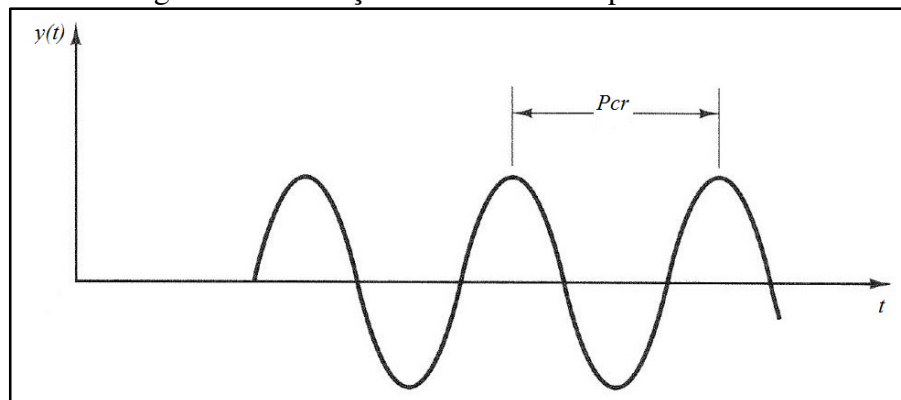
Fonte: Adaptado de Ogata (2010)

É importante salientar que este método somente é válido para sistemas que não possuem integradores ou polos complexos, pois, para estes, o comportamento do transitório da resposta ao degrau não corresponde ao formato de S.

2.2.5.2 Segundo Método ou Método em Malha Fechada

Com o sistema em malha fechada, usando apenas o controle proporcional ($T_i=\infty$ e $T_d=0$), aumenta-se o ganho proporcional (K_p) de zero ao valor crítico (K_{cr}), que é o ganho K_p que leva a saída a exibir uma oscilação sustentada entorno do valor de referência, pela primeira vez. Obtém-se então o ganho crítico (K_{cr}) e o período crítico (P_{cr}), que é o período da oscilação sustentada (OGATA, 2010). Conforme apresentado na Figura 19.

Figura 19- Oscilação sustentada com período crítico



Fonte: Ogata (2010)

Tendo em posse os valores das variáveis, pode-se calcular os parâmetros do controlador, utilizando as relações disponíveis na Tabela 4.

Tabela 4- Tabela de sintonia de Ziegler e Nichols 2º metodo – Ganho limite

Tipo de Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{1}{1,2}P_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

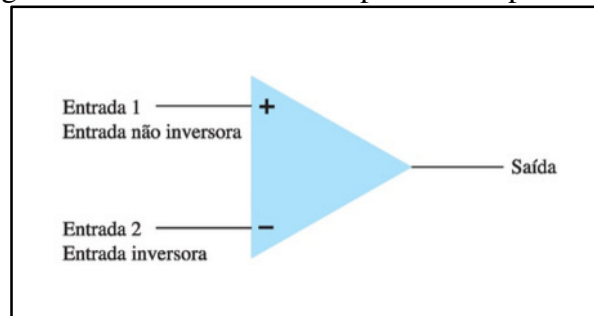
Fonte: Adaptado de Ogata (2010)

2.3 AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

Os primeiros amplificadores operacionais na forma de circuitos integrados, surgiram na metade da década de 60. O nome operacional devia-se ao seu uso na implementação de operações matemáticas. Hoje a nomenclatura continua, mas este componente é usado em uma grande quantidade de aplicações (SEDRA & SMITH, 2007).

Um amplificador operacional (ou AmpOp) é um amplificador diferencial com ganho elevado, impedâncias de entrada alta e de saída baixa, que usam realimentação para controle de suas características (BOYLESTAD & NASHELSKY, 2013). Estas o aproximam muito de um amplificador ideal. A Figura 20, apresenta a simbologia do amplificador operacional.

Figura 20- Símbolo de um amplificador operacional



Fonte: Boylestad & Nashelsky (2013)

A estrutura básica possui três terminais, duas entradas diferenciais e uma saída. Quando um sinal é aplicado na entrada inversora, na saída, a resultante é um sinal amplificado com polaridade invertida em relação ao de entrada. Já quando aplicado a entrada não inversora, a saída apresenta mesma polaridade. Porém, se são aplicadas entradas nos dois terminais, a resposta na saída respeita a equação a seguir:

$$V_0 = A(V_{i_1} - V_{i_2}) \quad (9)$$

Onde:

V_{i_1} = entrada não inversora;

V_{i_2} = entrada inversora;

V_0 = saída;

A = ganho do amplificador.

Algumas características são desejáveis em um amplificador operacional, pois evitam limitações de projeto e utilização, além de facilitar a análise matemática. As definições a seguir são baseadas em Pertence Júnior (2007).

- Impedância de entrada infinita: para reduzir a atenuação de sinal, deseja-se que a resistência de entrada seja mais alta, tanto quanto possível.
- Impedância de saída nula: para possibilitar a máxima transferência de potência do dispositivo amplificador para carga, a impedância de saída deve ser nula ou ordens de grandeza menor que o dispositivo conectado.
- Ganho de tensão infinito: de forma permitir a amplificação de sinais de baixa amplitude, como os provenientes de transdutores e sensores, é desejável ganho idealmente infinito.
- Resposta de frequência infinita: é necessário que o amplificador tenha largura de faixa suficiente para amplificar sinais de qualquer frequência sem atenuação ou cortes.
- Insensibilidade a temperatura: alterações de temperatura alteram drasticamente as características destes dispositivos. Para aplicações com comportamento constante independente na temperatura, é esperada estabilidade das especificações em ampla faixa de temperatura.

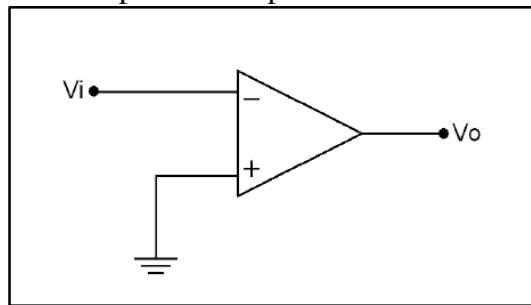
Para critérios de análise teórica, considera-se o AmpOp ideal, ou seja, que nenhuma corrente flui pelos terminais de entrada, que a tensão de saída não é afetada pela carga, devido a impedância de entrada infinita e de saída nula (SEDRA & SMITH, 2007).

Outra característica a ser observada diz respeito a alimentação. A maior parte dos amplificadores operacionais foi projetada para trabalhar com alimentação simétrica, apesar de muitos preferirem a utilização de alimentação simples. Porém, é importante salientar que topologias inversoras necessitam da alimentação simétrica, ou a criação de um valor de referência, pois o dispositivo não excursiona além de sua tensão de alimentação, tanto positiva quanto negativamente, pois entra em saturação (PERTENCE JÚNIOR, 2007).

Antes de discutir as topologias de amplificadores operacionais é necessário o esclarecer conceitos de modo de operação, que podem ser: sem realimentação, realimentação positiva e realimentação negativa.

O modo de operação sem realimentação, também é chamado de modo malha aberta, conforme Figura 21, e o ganho da aplicação, é somente o do dispositivo, ou seja, o estipulado pelo fabricante do amplificador operacional. Geralmente é utilizado em topologias comparadoras, onde não há necessidade de amplificação considerável do sinal.

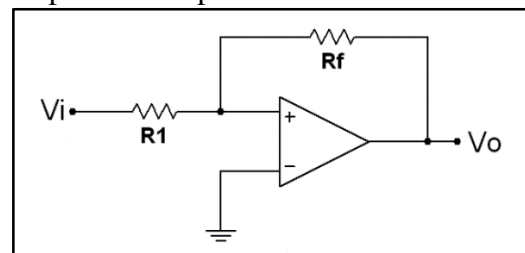
Figura 21- Amplificador operacional em malha aberta



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

Já o modo de operação com realimentação positiva, também denominado malha fechada, apresenta a característica indesejada de conduzir o circuito a instabilidade. Tem aplicação comum em topologias de osciladores com amplificadores operacionais. A Figura 22 demonstra o operacional submetido a realimentação positiva.

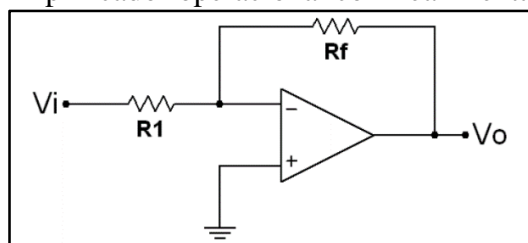
Figura 22- Amplificador operacional com realimentação positiva



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

A operação com realimentação negativa, também é em malha fechada, é o mais importante e utilizado, pois possibilita ao projetista controlar o ganho de tensão, obtendo resposta linear. A Figura 23 demonstra a configuração.

Figura 23- Amplificador operacional com realimentação negativa



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

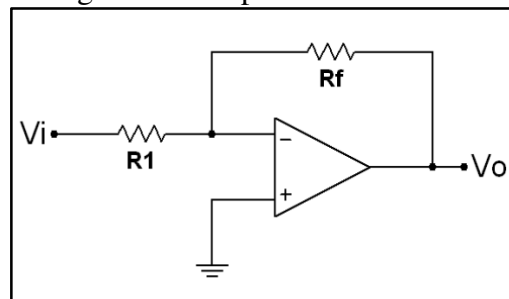
A seguir serão apresentadas topologias com realimentação negativa, com foco especial a apresentação dos modelos que serão utilizados para montagem do sistema, que são

amplificador inversor, amplificador somador, amplificador de diferenças ou subtrator, amplificador integrador, amplificador derivador e amplificador integrador.

2.3.1 Amplificador Inversor

É o amplificador de ganho constante mais utilizado para simples tarefas de amplificação. Denomina-se inversor pois o sinal de saída do circuito apresenta defasagem de 180° em relação a entrada. A Figura 24, apresenta a topologia inversora e a distribuição das correntes no arranjo.

Figura 24- Amplificador inversor



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

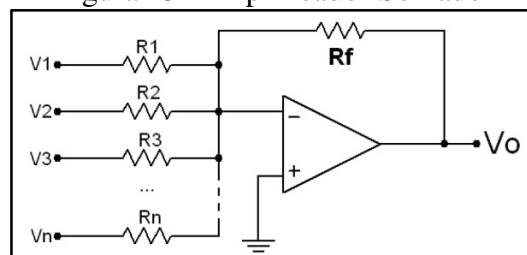
A equação de ganho do amplificador é dada pela equação (27).

$$A = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_1} \quad (26)$$

2.3.2 Amplificador Somador

Esta configuração possui n entradas, e efetua a soma algébrica das tensões adicionadas a cada uma destas, e as multiplica com um ganho que pode ser distinto, caso se deseje ponderar as entradas. A Figura 25, demonstra a estrutura de um amplificador somador genérico.

Figura 25- Amplificador Somador



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

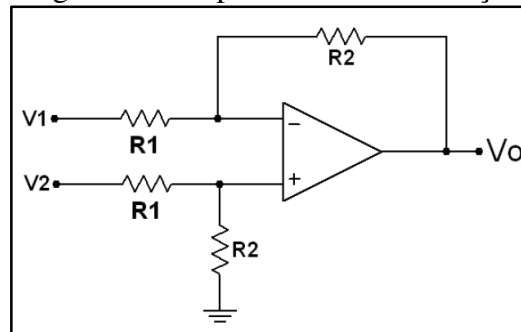
A saída do sistema é dada por:

$$V_o = -\sum_{i=1}^n \left(\frac{R_f}{R_i} V_i \right) = -\left(\frac{R_f}{R_1} V_1 + \frac{R_f}{R_2} V_2 + \frac{R_f}{R_3} V_3 + \dots + \frac{R_f}{R_n} V_n \right) \quad (10)$$

2.3.3 Amplificador de Diferenças

Ao contrário da topologia descrita acima, este amplificador realiza a subtração algébrica dos sinais adicionados a suas entradas, devido a esta ação, algumas literaturas o denominam subtrator. É uma estrutura de diferentes aplicações, principalmente nas áreas de controle e instrumentação (SEDRA & SMITH, 2007).

Figura 26- Amplificador de diferenças



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

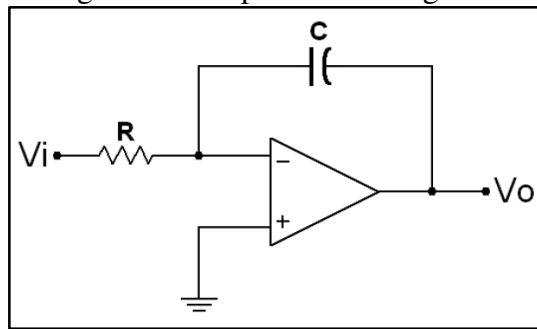
A resposta desta operação é dada por:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1) \quad (28)$$

2.3.4 Amplificador Integrador

O circuito integrador executa a operação de integração, de maneira semelhante a soma. Desta forma, realiza a soma da área sobre a forma de onda do sinal aplicado a entrada durante determinado período de tempo.

Figura 27- Amplificador Integrador



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

Se a entrada for por um valor constante, a saída será uma rampa com polaridade inversa ao sinal de entrada. Este comportamento é validado pela equação que descreve o comportamento da saída,

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_i(t) dt, \quad (29)$$

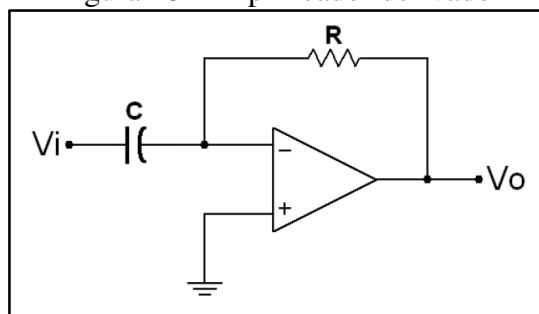
E pela função de transferência do circuito:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{1}{RCs} \quad (30)$$

2.3.5 Amplificador Derivador

Esta estrutura apresenta uma saída proporcional a taxa de variação de sinal na entrada. Em outras palavras, executa uma operação derivativa. Apresenta uma estrutura de um amplificador diferencial.

Figura 28- Amplificador derivador



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007)

A equação característica da saída é apresentada abaixo:

$$V_o = -RC \frac{dV_i(t)}{dt}, \quad (31)$$

A partir desta é possível definir a função de transferência para o circuito:

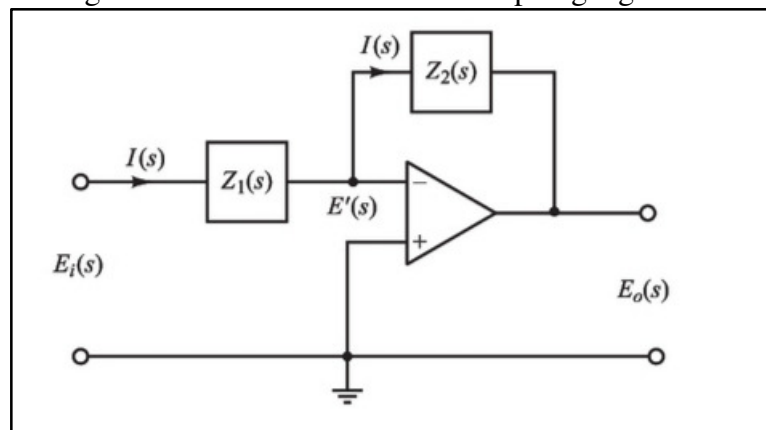
$$G(s) = \frac{V_o}{V_i} = -RCs \quad (32)$$

2.3.6 O Uso de Amplificadores Operacionais em Sistemas de Controle

Em sistemas de controle os amplificadores são utilizados para implementar controladores, amplificação de sinais de sensores e transdutores. Mas também, podem ser utilizados para implementar outros sistemas, que também são representados por funções de transferência de dados contínuos ou no domínio da frequência (GOLNARAGHI & KUO, 2012).

Partindo de uma configuração de primeira ordem, utilizando a configuração inversor, é possível representar diversos elementos de sistemas de controle. Para este fim, adota-se uma estrutura considerando impedâncias para obtenção da função de transferência genérica (OGATA, 2010). Conforme demonstra a Figura 29.

Figura 29- Circuito inversor com topologia genérica



Fonte: Ogata (2010)

A função de transferência para estrutura apresentada é obtida aplicando a lei de Kirchhoff:

$$\frac{E_i(s) - E'(s)}{Z_1} = \frac{E'(s) - E_o(s)}{Z_2}, \quad (33)$$

considerando que $E'(s)$ é aproximadamente zero, pois o AmpOp é ideal, temos:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}. \quad (34)$$

Utilizando da função de transferência definida e as relações definidas na Tabela 5, é possível implementar zeros e polos em posições específicas, incluindo a origem do plano s. A representação de sistemas de maior complexidade pode ser realizada através da conexão em cascata de blocos de primeira ordem (GOLNARAGHI & KUO, 2012).

Tabela 5- Funções de transferência para amplificadores operacionais

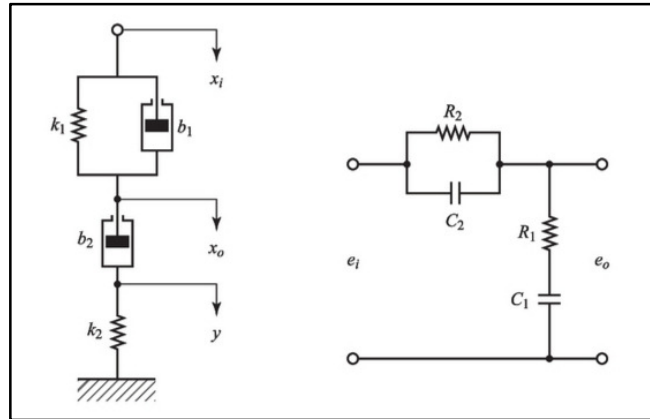
Elemento de entrada (Z ₁)	Elemento da realimentação (Z ₂)	Função de transferência	Comentários
Resistor (R ₁)	Resistor (R ₂)	$-\frac{R_2}{R_1}$	Ganho
Resistor (R ₁)	Capacitor (C ₂)	$-\left(\frac{1}{R_1 C_2}\right)\frac{1}{s}$	Polo na origem, isto é um integrador.
Capacitor (C ₁)	Resistor (R ₂)	$-R_2 C_1 s$	Zero na origem, isto é um derivador.
Resistor (R ₁)	Paralelo de Resistor (R ₂) e Capacitor (C ₂)	$-\left(\frac{\frac{1}{R_1 C_2}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}}\right)$	Polo em $-\frac{1}{R_2 C_2}$
Resistor (R ₁)	Série de Resistor (R ₂) e Capacitor (C ₂)	$-\frac{R_2}{R_1} \left(\frac{s + \frac{1}{R_2 C_2}}{s}\right)$	Zero em $-\frac{1}{R_2 C_2}$ compensador PI
Paralelo de Resistor (R ₁) e Capacitor (C ₁)	Resistor (R ₂)	$-R_2 C_1 \left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right)$	Zero em $-\frac{1}{R_1 C_1}$ compensador PD
Paralelo de Resistor (R ₁) e Capacitor (C ₁)	Paralelo de Resistor (R ₂) e Capacitor (C ₂)	$-\left(\frac{\frac{C_1}{C_2} \left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right)}{s + \frac{1}{R_2 C_2}}\right)$	Polo em $-\frac{1}{R_2 C_2}$ zero em $-\frac{1}{R_1 C_1}$ controlador em avanço ou atraso

Fonte: Adaptado de Golnaraghi & Kuo (2012)

Sabe-se também que, é possível modelar diferentes tipos de sistemas a partir de circuitos elétricos (OGATA, 2010). Esta representação é válida quando os sistemas são

análogos, ou seja, as formas de suas funções de transferência são idênticas (OGATA, 2010). A Figura 30, apresenta a analogia entre um sistema mecânico e elétrico.

Figura 30- Sistema mecânico e elétrico análogos



Fonte: Ogata (2010).

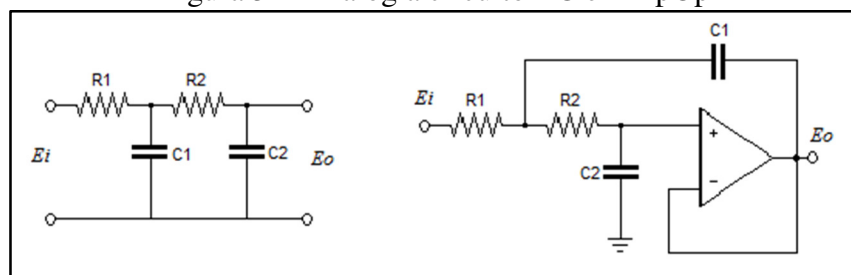
Os sistemas apresentados na imagem acima são equivalentes, pois, possuem funções de transferência com mesmo aspecto, o que pode ser comprovado a partir da comparação dos modelos destes:

$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{\left(\frac{b_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{b_2}{k_2}s + 1\right)}{\left(\frac{b_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{b_2}{k_2}s + 1\right) + \frac{b_2}{k_1}s}, \quad (35)$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{(R_1C_1s + 1)(R_2C_2s + 1)}{(R_1C_1s + 1)(R_2C_2s + 1) + R_2C_1s} \quad (36)$$

De maneira semelhante é possível realizar analogias entre sistemas de distintas naturezas e circuitos com amplificadores operacionais, desde que estes possuam funções de transferência análogas (GOLNARAGHI & KUO, 2012). Para exemplificar, é apresentada a analogia entre um sistema elétrico com elementos passivos (resistores e capacitores) e um com amplificadores operacionais, conforme Figura 31.

Figura 31- Analogia circuito RC e AmpOp



Fonte: Adaptado de Ogata (2010).

Ambos os sistemas podem ser representados pela função de transferência:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}{s^2 + \left(\frac{C_1 R_1 + C_2 R_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (37)$$

A abordagem por circuitos análogos, também pode ser empregada para representação de elementos de sistemas de controle, quando as relações apresentadas na Tabela 5 não forem aplicáveis ou inadequadas.

Com base nos conceitos apresentados neste capítulo, o que segue demonstra o desenvolvimento do sistema de controle.

3 DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento prático da solução proposta é apresentado nesse capítulo, sendo este iniciado pelo estudo realizado para definição do sistema. Nesta seção, são apresentadas as analogias conhecidas para sistemas de controle com amplificadores operacionais e a definição das topologias utilizadas para implementação, demonstrando os critérios avaliados que levaram a escolha de tais.

Na segunda seção é descrita a definição dos componentes eletrônicos a serem utilizados, bem como os fatores de decisão utilizados. Também são apresentados resultados de testes realizados em *proto-board*.

Na terceira seção é detalhado o projeto do sistema proposto. Demonstrando os testes realizados para validação do protótipo desenvolvido, o projeto da placa de circuito impresso e o custo para implementação.

3.1 ESTUDO DE ANALOGIAS CONHECIDAS

Conforme apresentado na parte introdutória, este trabalho propõe a implementação prática de um sistema de controle, contemplando controlador PID analógico e plantas de ordem limitadas. Para o ensino das ações básicas de controle e do próprio controlador e suas derivações.

Para construção desta aplicação são utilizados circuitos com amplificadores operacionais análogos a controladores e demais sistemas representados por funções de transferência. Para este fim, foram realizados estudos das topologias capazes de implementar sistemas de controle completos. Sendo que para controladores existem circuitos definidos na literatura e largamente aplicados na indústria, enquanto para as plantas existem distintas características que devem ser observadas, como existência e localização das singularidades para seleção de uma topologia que a melhor represente.

Visto que para controladores existem estruturas definidas, o estudo para definir os modelos a serem utilizados no projeto iniciou com a simulação destes, afim de validar a equivalência de comportamento entre o sistema representado por função de transferência e o respectivo circuito com Amp-Op. A Tabela 6, apresenta alguns circuitos com amplificadores operacionais utilizados como compensadores.

Tabela 6- Compensadores representados por circuitos com amplificadores operacionais.

	Ação de controle	$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)}$	Circuitos amplificadores operacionais
1	P	$\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1}$	
2	I	$\frac{R_4}{R_3} \frac{1}{R_1 C_2 s}$	
3	PD	$\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} (R_1 C_1 s + 1)$	
4	PI	$\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_2 s}$	
5	PID	$\frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{R_2 C_2 s}$	

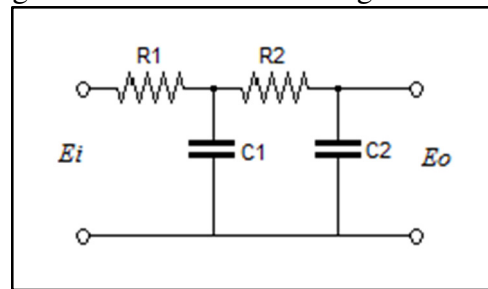
Fonte: Adaptado de Ogata (2010).

Para a validação torna-se necessário definir uma planta, e conseqüentemente uma estrutura que a represente. A função de transferência selecionada para as simulações é apresentada na equação (38). Esta planta foi escolhida por possuir dois polos distintos, com constantes de tempo significativamente diferentes, permitindo aproximação para sistemas de 1ª ordem.

$$G(s) = \frac{10}{(s+10)(s+1)} = \frac{10}{s^2 + 11s + 10}, \quad (38)$$

O circuito com amplificadores operacionais que representa uma função de transferência de segunda ordem sem zeros, é um circuito RC, também conhecido como filtro passa-baixa passivo. A Figura 32, apresenta um circuito de segunda ordem.

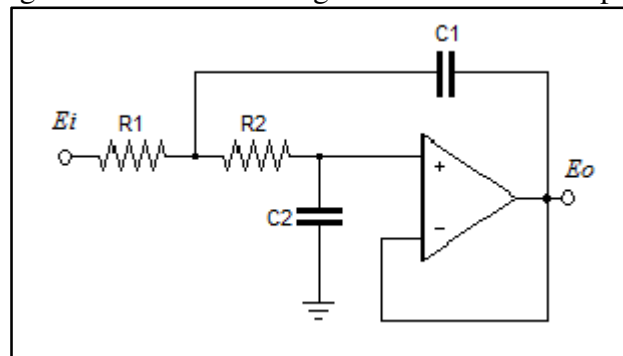
Figura 32- Circuito RC de segunda ordem



Fonte: Autor

O circuito com amplificadores operacionais análogo é um filtro passa-baixa ativo de segunda ordem, conforme demonstrado na Figura 33.

Figura 33- Circuito de segunda ordem com AmpOp



Fonte: Autor.

Esta topologia é considerada equivalente, pois a função de transferência deste é de forma idêntica a selecionada para as simulações, a equação (39) apresenta o modelo para o sistema.

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} \frac{1}{s^2 + \left(\frac{C_1 R_1 + C_2 R_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}}, \quad (39)$$

para igualar os modelos dos sistemas é necessário definir os valores dos componentes, de forma que:

$$\left(\frac{C_1 R_1 + C_2 R_2}{R_1 C_1 R_2 C_2} \right) s = 11s \quad \text{e} \quad (40)$$

$$\frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} = 10, \quad (41)$$

definindo C_1 e $C_2 = 1000 \mu F$ e substituindo em (42), é possível calcular os valores de R_1 e R_2 :

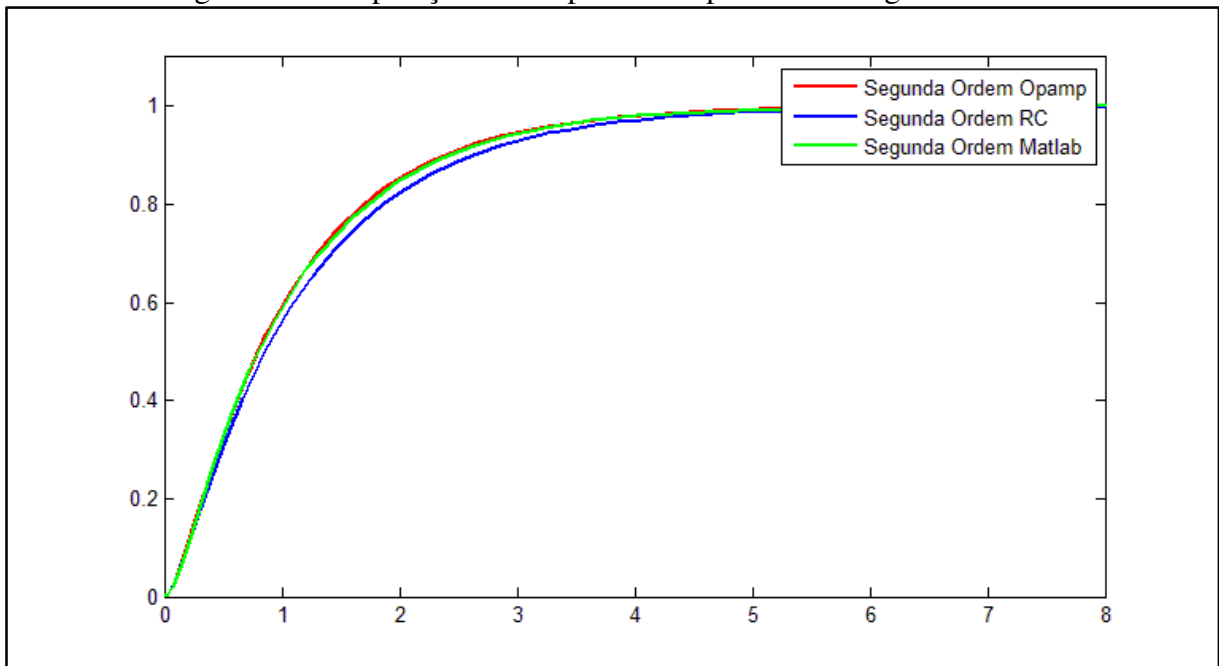
$$\frac{1}{R_1 0,001 R_2 0,001} = 10 \Rightarrow \frac{1}{0,000001 R_1 R_2} = 10(0,000001 R_1 R_2) \Rightarrow R_2 = \frac{100000}{R_1},$$

substituindo R_2 na equação (41):

$$\left(\frac{0,001R_1 + 0,001 \frac{100000}{R_1}}{R_1 0,001 \frac{100000}{R_1} 0,001} \right) s = 11s \Rightarrow R_1 = 1000\Omega \text{ e } R_2 = 100\Omega. \quad (42)$$

Com intuito de avaliar a equivalência entre as estruturas, realizou-se simulação dos circuitos elétricos RC e com Ampo-Op no *software* Proteus, exportando o resultado na forma de vetor (tempo, tensão). Após a resposta do sistema representado pela função de transferência da equação (40), é simulada com auxílio da ferramenta Simulink do *software* MATLAB® e exportada como vetor. A comparação entre os resultados é realizada com gráfico gerado no MATLAB®. Como sinal de entrada é considerado um degrau unitário, para ambas as configurações. A Figura 34 apresenta a equivalência entre as respostas das estruturas.

Figura 34- Comparação das respostas das plantas um degrau unitário



Fonte: Autor.

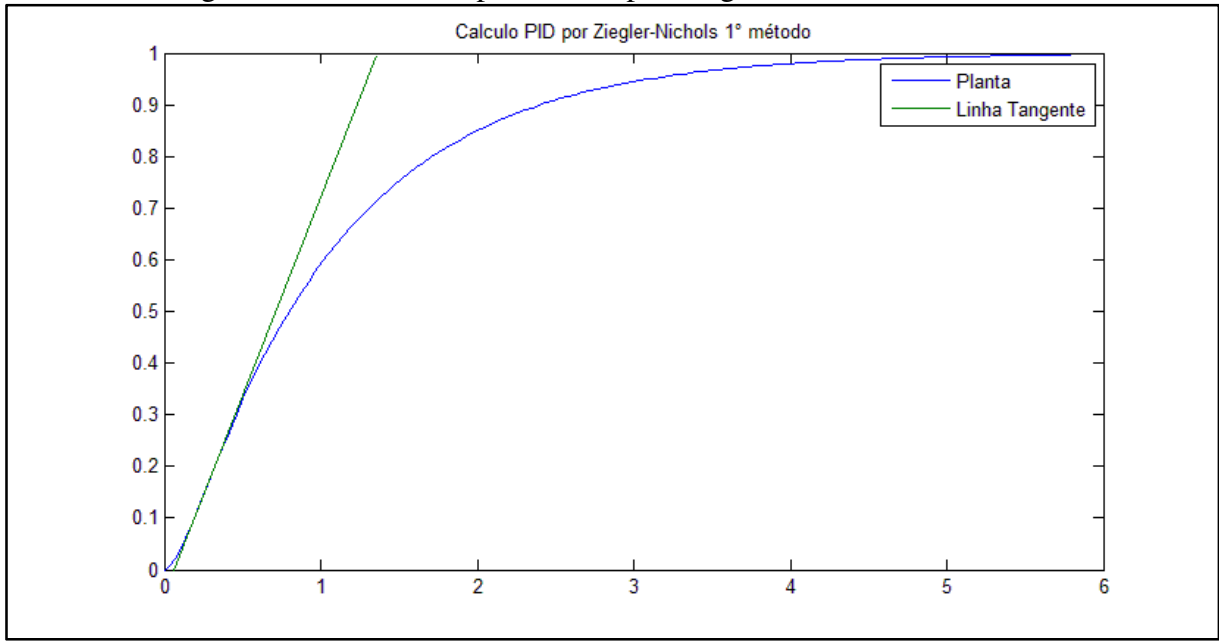
Avaliando os resultados obtidos, pode-se validar a analogia concebida para a planta em questão. Dado que os modelos matemáticos e respostas a uma mesma entrada são semelhantes considerando a diferença aceitável.

A partir da definição da topologia da planta, torna-se possível calcular os parâmetros para os controladores P, PI e PID, para assim possibilitar a avaliação das analogias conhecidas.

Com finalidade de sintonizar os compensadores é utilizado a técnica de Ziegler-Nichols primeiro método. A Figura 35, apresenta a avaliação da curva de reação do sistema

para obtenção das variáveis T e L . O atraso (L) e a constante de tempo (T) são obtidas traçando uma linha tangente ao ponto de inflexão da curva com formato de S, e determinando a intersecção da linha tangente com o eixo do tempo e a linha do valor esperado.

Figura 35- Cálculo dos parâmetros por Ziegler-Nichols – 1º método



Fonte: Autor

Os valores obtidos para $T=1,284$ e $L=0,0641$, tornam possível calcular os parâmetros para os controladores que serão avaliados. A validação das analogias será realizada com a comparação entre a resposta do circuito simulado com amplificadores operacionais no *software* Proteus e a obtida para o modelo simulado na ferramenta Simulink, da mesma forma como realizada para validação da analogia da planta.

Iniciando com o controlador proporcional, o cálculo do parâmetro é demonstrado a seguir:

$$P = \frac{T}{L} = \frac{1,2884}{0,0641} = 20,9 \quad , \quad (4311)$$

Os componentes para o circuito são calculados com base na função de transferência fornecida:

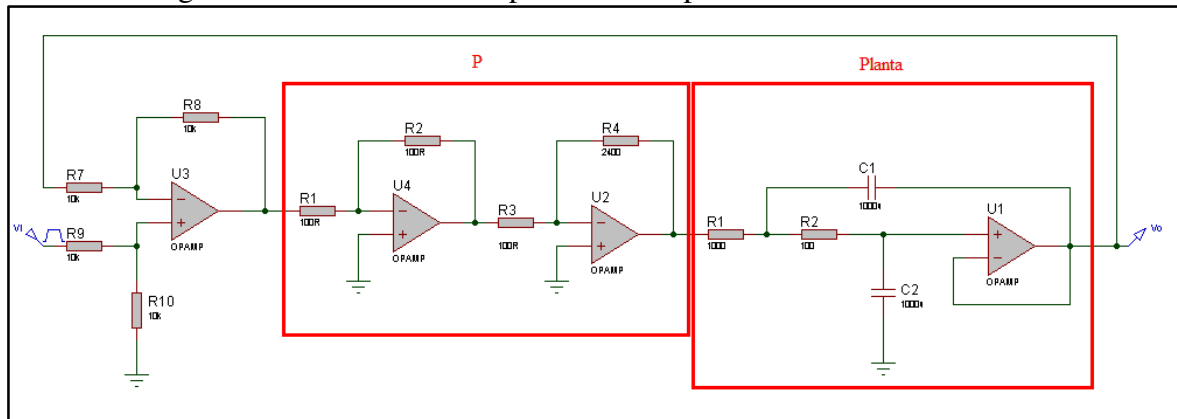
$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \quad , \quad (12)$$

onde:

$$K_p = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \quad . \quad (45)$$

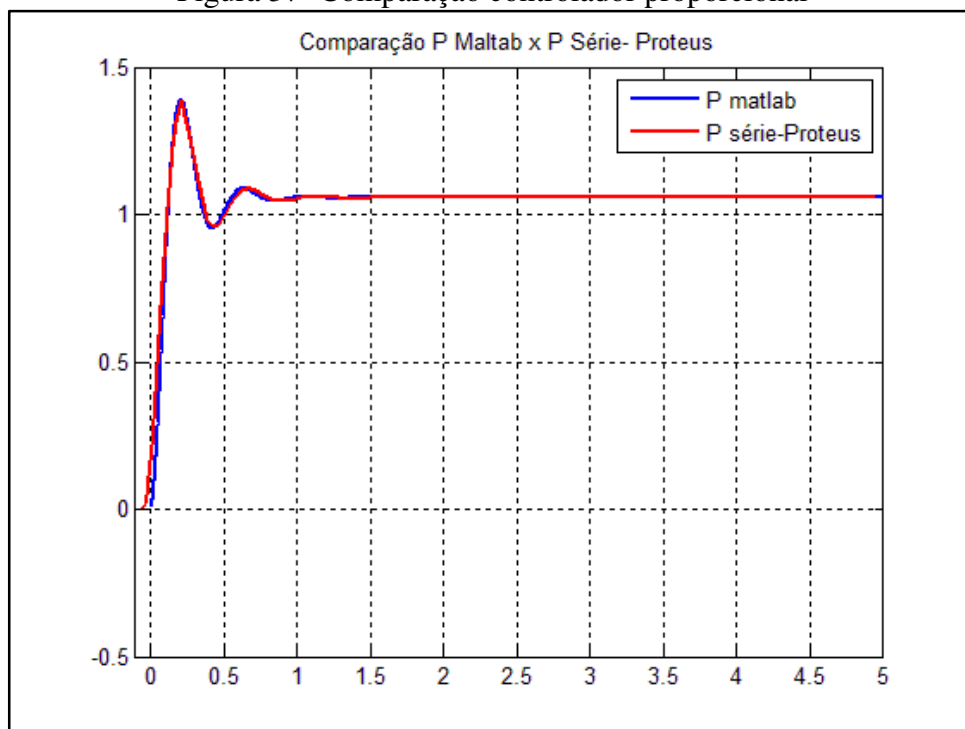
Para simulação é utilizada analogia do controlador proporcional apresentada na Figura 36 **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, considerando como entrada um degrau com amplitude de 1,1V. O circuito simulado pode ser visualizado na Figura 36, resultado é apresentado na Figura 37.

Figura 36- Circuito com amplificadores operacionais – controlador P



Fonte: Autor

Figura 37- Comparação controlador proporcional

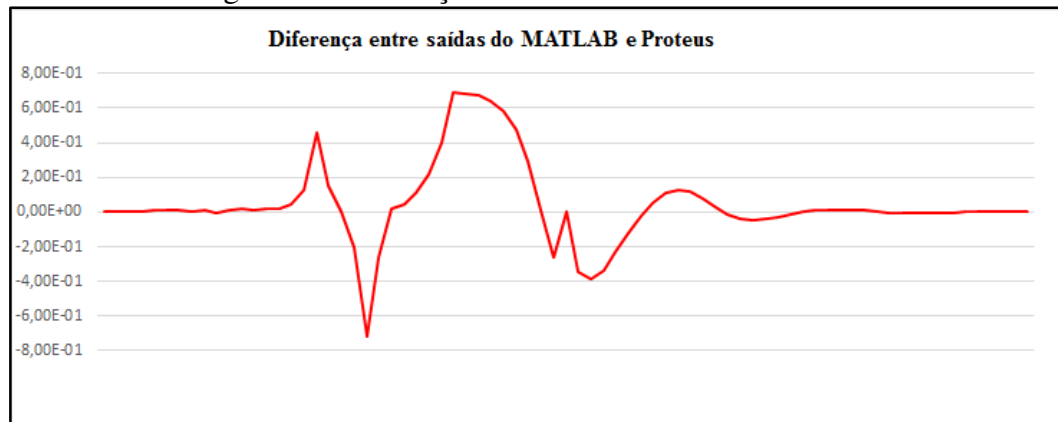


Fonte: Autor.

Apresentadas as respostas, pode-se validar a analogia proposta pela literatura, visto que o comportamento dos sistemas é semelhante, apresentando características idênticas. Neste contexto, é apresentada a diferença entre os sinais, ou seja, a saída obtida em MATLAB

subtraída pela proveniente do Proteus. Como pode ser observado na Figura 38, os sinais possuem diferença aceitável.

Figura 38- Diferença entre resultado dos simuladores



Fonte: Autor.

Seguindo, é realizada a avaliação do controlador proporcional-integral, os cálculos dos parâmetros são apresentados a seguir:

$$P = 0,9 \frac{T}{L} = 18,08 \quad e \quad (13)$$

$$I = \frac{L}{0,3} = 0,21 \quad . \quad (47)$$

Como o método de sintonia de Ziegler-Nichols nem sempre fornece valores otimizados para os parâmetros, estes foram ajustados através de simulação, com auxílio do *simulink*, afim de obter uma resposta com menores sobressinal e tempo de subida. Os novos valores definidos foram:

$$P = 15 \text{ e} \quad (48)$$

$$I = 0,7, \quad (149)$$

Os componentes para o circuito são calculados com base na função de transferência fornecida:

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_2 s}, \quad (50)$$

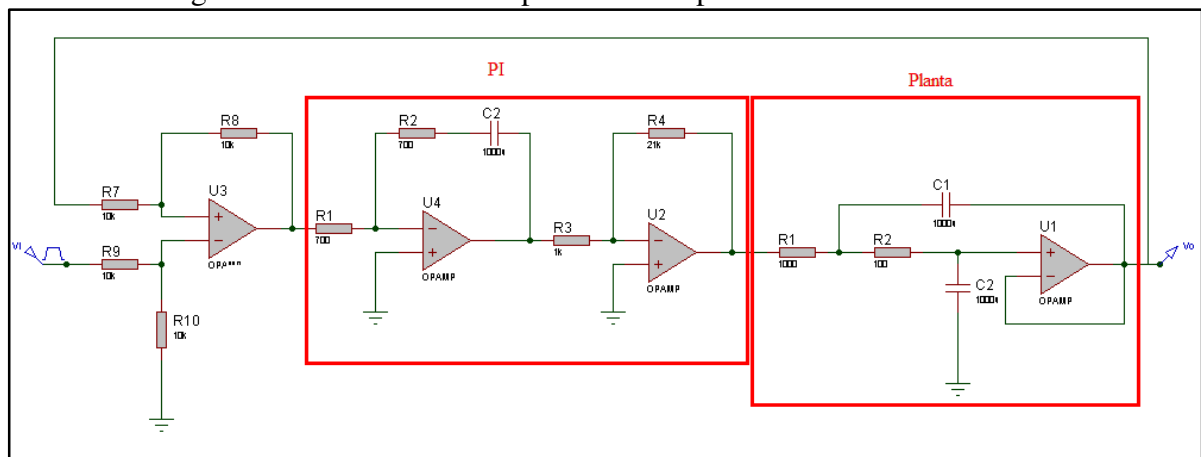
onde:

$$K_p = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} R_2 C_2 s \text{ e} \quad (51)$$

$$T_i = R_2 C_2 s. \quad (52)$$

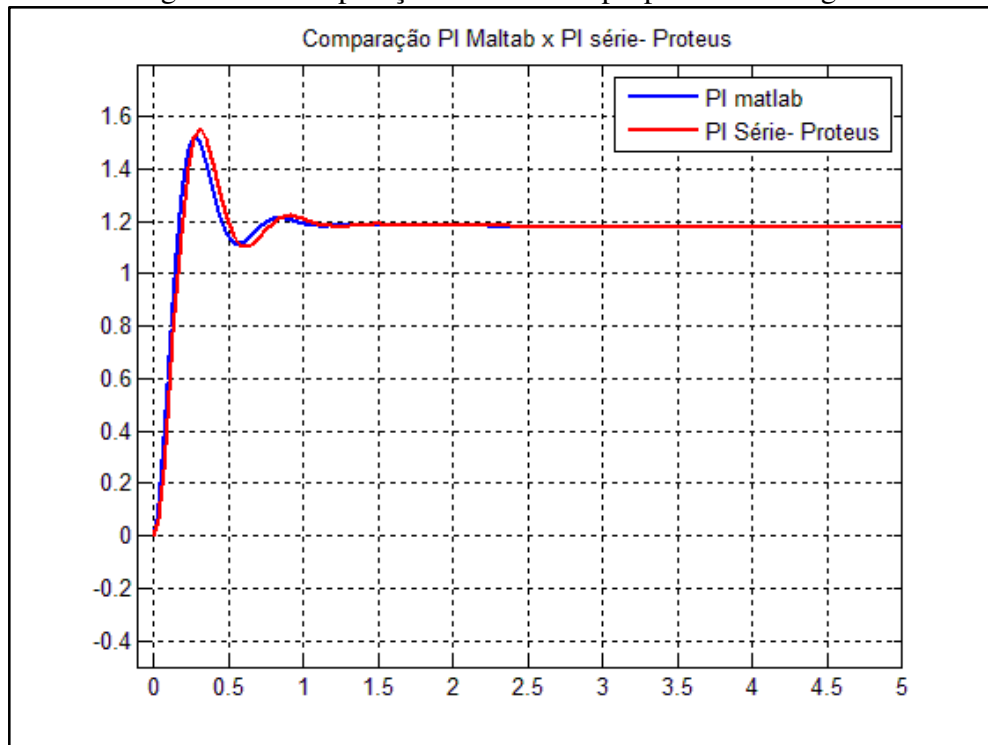
Para simulação é utilizada analogia do controlador proporcional integral, apresentada na Tabela 6, considerando como entrada um degrau com amplitude de 1,2V. O circuito simulado pode ser visualizado na Figura 39 e o resultado é apresentado na Figura 40.

Figura 39- Circuito com amplificadores operacionais- controlador PI



Fonte: Autor.

Figura 40- Comparação controlador proporcional integral



Fonte: Autor.

Demonstradas as respostas, pode-se validar a analogia proposta pela literatura, visto que o comportamento dos sistemas é semelhante, apresentando características idênticas, exceto ao sobressinal e no tempo de acomodação que possuem pequenas diferenças. Mas estas podem ser desprezadas, pois, as características de sobressinal e pequenos atrasos na saída do sinal são características comuns em amplificadores operacionais. Visto que todas as simulações são utilizadas componentes não ideais, possibilitando resposta aproximada a real.

Após é realizada a avaliação do controlador proporcional-integral-derivativo, os cálculos dos parâmetros são apresentados a seguir, utilizando as variáveis obtidos pelo método de Ziegler-Nichols:

$$K_p = 1,2 \frac{T}{L} = 24,11 \quad , \quad (53)$$

$$T_i = 2L = 0,1282 \quad e \quad (54)$$

$$T_d = 0,5L = 0,032 \quad . \quad (55)$$

Da mesma forma que para o controlador proporcional-integral, os valores dos parâmetros do controlador PID foram reajustados, sendo definidos em:

$$K_p = 24 \quad , \quad (56)$$

$$T_i = 0,24 \quad e \quad (57)$$

$$T_d = 0,1 \quad , \quad (58)$$

Os componentes para o circuito são calculados com base na função de transferência fornecida:

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_4 R_2 (R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{R_3 R_1 R_2 C_2 s} \quad , \quad (59)$$

onde:

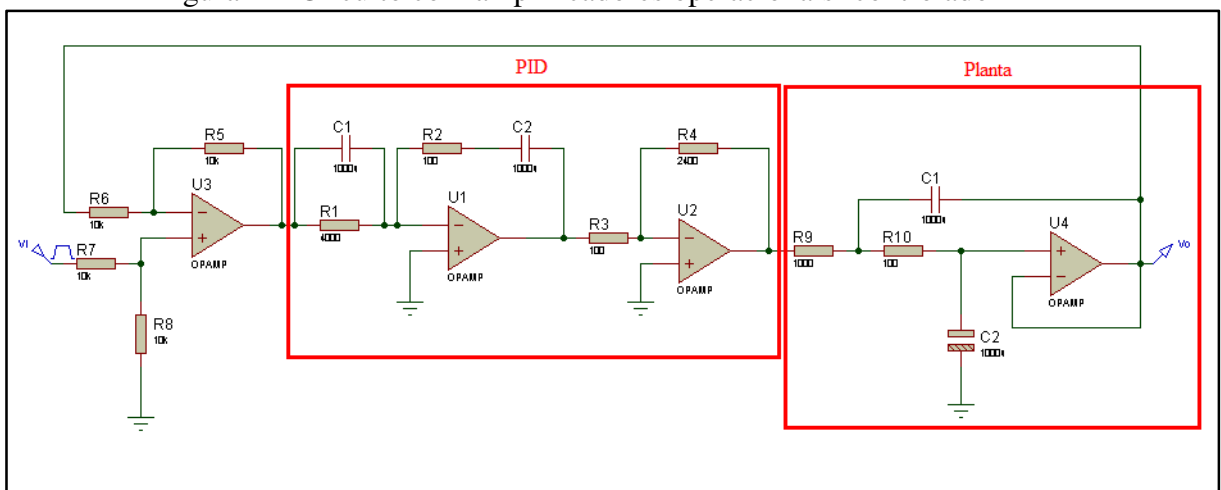
$$K_p = \frac{R_4 (R_1 C_1 + R_2 C_2)}{R_3 R_1 C_2} \quad , \quad (60)$$

$$T_i = \frac{1}{(R_1 C_1 + R_2 C_2)} e \quad (61)$$

$$T_d = \frac{(R_1 C_1 R_2 C_2)}{(R_1 C_1 + R_2 C_2)} \quad . \quad (62)$$

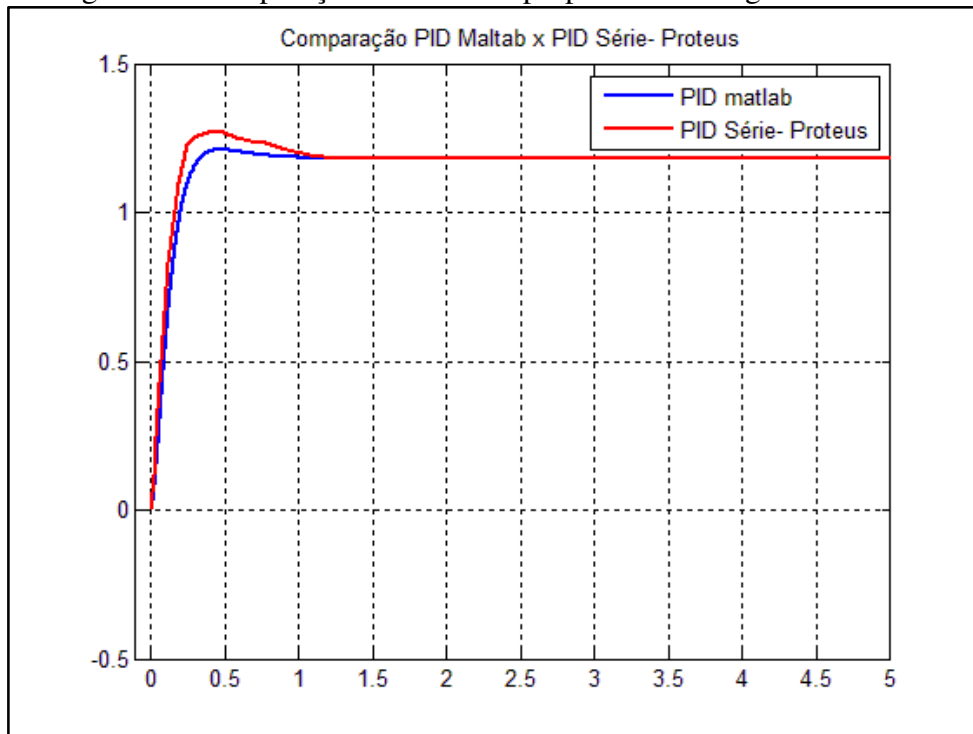
Para simulação é utilizada analogia do controlador proporcional integral, apresentada na Tabela 6, considerando como entrada um degrau com amplitude de 1,2V. O circuito simulado pode ser visualizado na Figura 41, e o resultado é apresentado na Figura 42.

Figura 41- Circuito com amplificadores operacionais- controlador PID



Fonte: Autor.

Figura 42- Comparação controlador proporcional-integral-derivativo



Fonte: Autor

A partir da exposição das respostas dos sistemas análogos, é possível validá-las, pois apesar do sobressinal apresentado, as demais características como tempo de acomodação e resposta, são semelhantes considerando diferenças toleráveis.

Desta forma, pode-se concluir que é realizável a aproximação de sistemas representando funções de transferência por circuitos com amplificadores operacionais. Sendo assim, para execução do proposto, por este trabalho, é necessário desenvolver plantas de primeira e segunda ordem e um controlador PID.

3.1.1 Estudo de Sistemas de Primeira e Segunda Ordem

Para a planta é desejável a configuração de distintos valores de polos, incluindo complexos. Não são consideradas a representação de plantas com zeros, sejam reais ou complexos. Em relação ao controlador, é necessária a possibilidade de configurar diferentes ganhos e estruturas de controladores, como: proporcional, proporcional integral, proporcional derivativo e proporcional-integral-derivativo.

Com base nas definições realizadas e validação da hipótese inicial, são definidas topologias para as plantas de primeira e segunda ordem. Como não são consideradas a representação de plantas com zeros, pode-se utilizar inúmeras topologias de circuitos com AmpOp análogos. Para denotar os sistemas de primeira e segunda ordem com as características

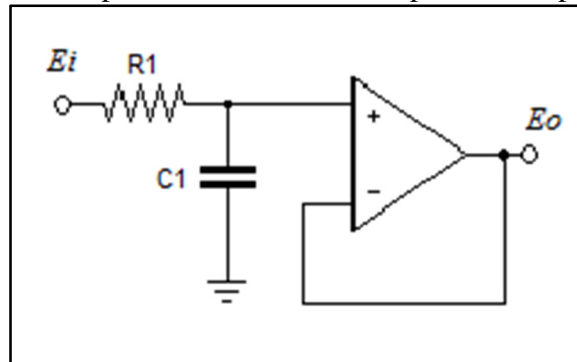
definidas é justificável utilizar estruturas de filtros passa-baixas ativos, pois suas funções de transferência se equivalem as das plantas que se deseja modelar.

Uma configuração de primeira para o sistema é representada por uma estrutura com modelo conforme equação (63), logo o circuito com amplificadores operacionais deve possuir função de transferência equivalente.

$$G(s) = \frac{p}{s + p} \quad (63)$$

O circuito apresentado na Figura 43, denota um sistema de primeira ordem com função de transferência correspondente a representação definida para planta de mesma ordem do sistema que deseja-se projetar, conforme equação (64).

Figura 43- Circuito de primeira ordem com amplificador operacional



Fonte: Pertence Júnior (2007).

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{s + \frac{1}{R_1 C_1}} \quad (64)$$

Com intuito de avaliar a semelhança entre estas, realizou-se um ensaio comparando a resposta do circuito com amplificador operacional e sistema representado pela função de transferência, apresentada a seguir:

$$G(s) = \frac{1}{s + 1}, \quad (65)$$

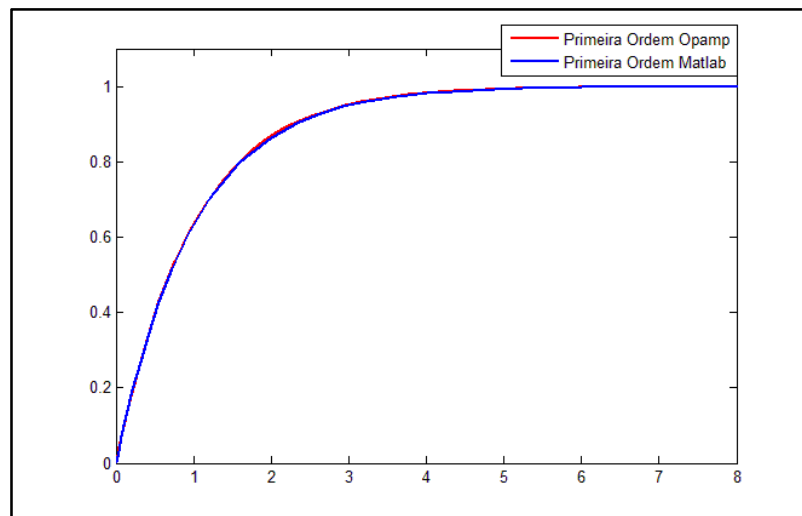
Para que o circuito com amplificadores operacionais seja análogo ao sistema definido, é necessário que as funções de transferência tornem-se idênticas para isso:

$$\frac{1}{R_1 C_1} = 1, \quad (66)$$

definindo $C_1 = 1000 \mu F$, tem-se $R_1 = 1000 \Omega$.

Com a definição das topologias, é realizada a avaliação da equivalência das respostas dos sistemas, quando submetidos a uma entrada do tipo degrau unitário. O circuito com AmpOp é simulado no *software* Proteus e a saída do sistema salvo em forma de vetor [tempo, tensão]. Procedimento semelhante ocorre com a planta no *simulink*. Após as respostas são compiladas e expressas de forma gráfica, conforme Figura 44.

Figura 44- Comparação das respostas circuito com amplificador operacional e função de transferência



Fonte: Autor.

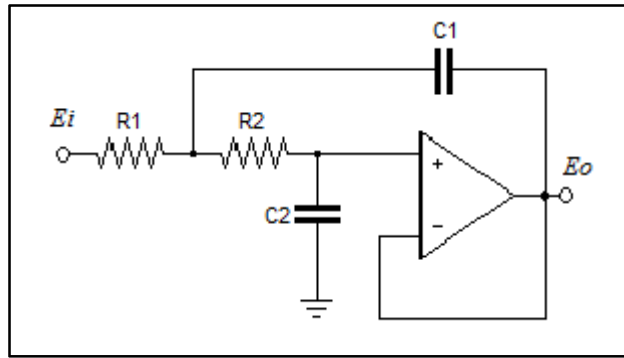
Com a análise da imagem, é visível que as respostas se sobrepõem, o que significa que estas possuem o mesmo comportamento quando expostas a sinais de entrada idênticos. Desta forma, pode-se validar a topologia selecionada para representação de plantas de primeira ordem.

Um sistema de segunda ordem é representado por uma função de transferência conforme equação (67), logo para o circuito com amplificadores operacionais ser considerado análogo, deve possuir função de transferência equivalente.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (67)$$

O circuito apresentado na Figura 45, implementa um filtro passa-baixa de segunda ordem, e equivale a um sistema de segunda ordem com função de transferência correspondente a representação definida para planta de mesma ordem do sistema que deseja-se projetar, conforme equação (68).

Figura 45- Circuito de segunda ordem com amplificador operacional



Fonte: Pertence Júnior (2007).

$$G(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} \frac{1}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (68)$$

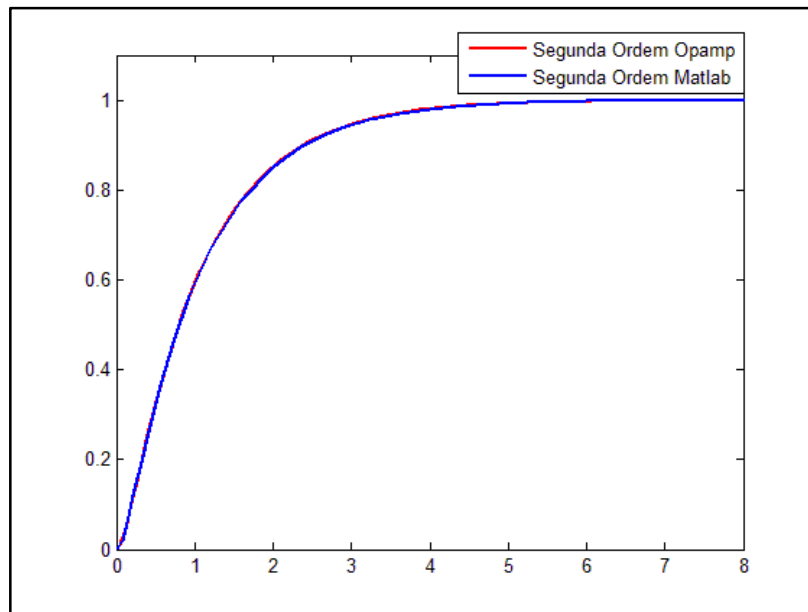
Com intuito de avaliar a semelhança entre estas, realizou-se um ensaio comparando a resposta do circuito com amplificador operacional e o sistema representado pela função de transferência, apresentada a seguir:

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 11s + 10} \quad (69)$$

Como esta função de transferência é a mesma utilizada para validação das estruturas de controladores, o cálculo dos componentes para equivalência entre estas já foi apresentado. Sendo estes definidos como: $C_1 = 1000\mu F$, $C_2 = 1000\mu F$, $R_1 = 1000\Omega$ e $R_2 = 100\Omega$.

Então, a partir da definição da topologia, é realizada a avaliação da equivalência das respostas dos sistemas, quando submetidos a uma entrada do tipo degrau unitário. Da mesma forma como executado para planta de primeira ordem, o circuito com AmpOp é simulado no *software* Proteus e a saída do sistema salvo em forma de vetor [tempo,tensão]. Procedimento semelhante ocorre com a planta no *simulink*. Após, as respostas são compiladas e expressas de forma gráfica, conforme Figura 46.

Figura 46- Comparação das respostas circuito com amplificador operacional e função de transferência



Fonte: Autor.

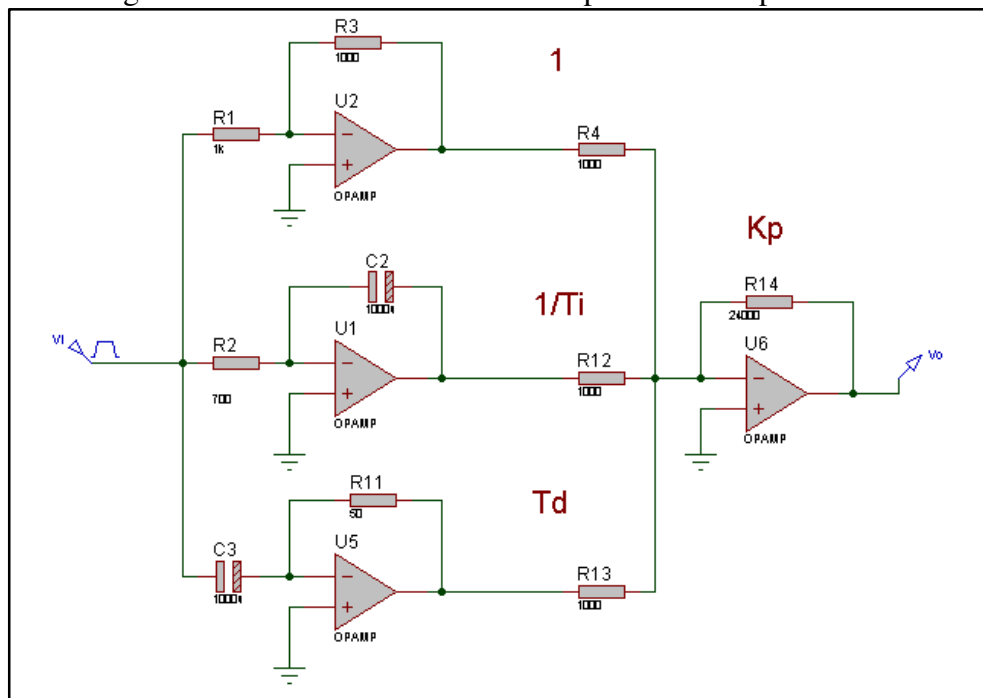
A partir do resultado do ensaio comparando a resposta do circuito com AmpOp simulado no *software* Proteus, e a obtida com simulação da planta na ferramenta *simulink*, pode-se validar a topologia selecionada para representação de plantas de segunda ordem. Pois, segundo a análise do gráfico, é visível que as respostas das plantas se sobrepõem, o que significa que estas possuem comportamento equivalente quando expostas aos mesmos sinais de entrada idênticos.

Em relação ao controlador, apesar da validação das estruturas dos controladores definidos pela literatura, estes não apresentaram boas características para aplicações didáticas. Pois, como a topologia é em série, não permite o ajuste e visualização individual dos parâmetros do controlador, o que não é desejável para esta aplicação. Sendo assim, a Figura 47 apresenta a topologia de PID definida para o sistema.

A estrutura do controlador contempla: um módulo integrador, um módulo derivativo, e um módulo responsável por implementar a função proporcional.

Para interligação do sistema em malha fechada é necessário um circuito que realize a comparação entre estado atual da saída e o de referência, subtraindo estes sinais.

Figura 47- Circuito PID ideal com amplificadores operacionais



Fonte: Adaptado de Pertence Júnior (2007).

3.2 DESENVOLVIMENTO E TESTE DOS MODELOS COM AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

Com base na definição dos modelos e estrutura para o sistema de controle, é possível determinar os componentes a serem utilizados. Com este objetivo, alguns requisitos são definidos:

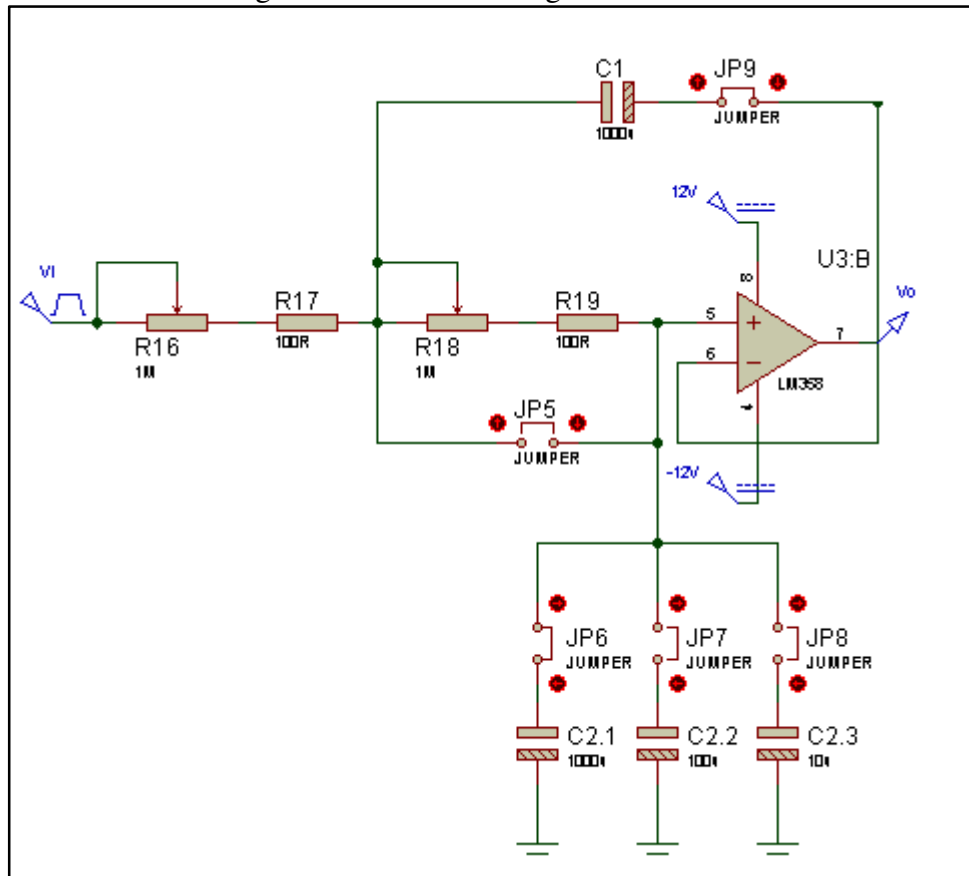
- A planta deve permitir configuração de ordem, ou seja, precisa ser mutável entre primeira e segunda ordem;
- O ajuste de polos necessita alcançar um range amplo, inclusive para o caso de polos complexos;
- O controlador deve possibilitar a configuração de larga faixa de ganhos, assim como o modo de controle.

A fim de estabelecer os componentes para o sistema, a seguir é apresentada a especificação de cada módulo, divididos em: planta e controlador. Após uma subseção, apresenta os resultados para o sistema projetado.

3.2.1 Especificação da Planta

Com objetivo de unir as duas topologias de forma que possibilite configurar a ordem desta, o circuito desenvolvido pode ser visualizado na Figura 48.

Figura 48 – Planta Configurável



Fonte: Autor.

A configuração da planta pode ser visualizada de forma simples na Tabela 7.

Tabela 7 – Configuração da planta

JP5	JP9	Planta
Fechada	Aberta	1ª ordem
Aberta	Fechada	2ª ordem

Fonte: Autor

Para determinar os componentes, foram realizados cálculos com base na função de transferência para de cada planta, para definir a faixa de valores que os polos assumiriam.

Para o modelo de 1ª ordem, os valores foram definidos com base na equação (70).

$$G(s) = \frac{1}{(R_{16} + R_{17})C_2} \frac{1}{s + \frac{1}{(R_{16} + R_{17})C_2}} \quad (70)$$

Para primeira ordem, foram selecionados os valores descritos a seguir, proporcionando a obtenção de polos com variação entre -0,001e -1000, conforme apresentado na Tabela 8.

R_{16} - trimpot linear multivoltas $1M\Omega$, para proporcionar alteração dos valores do polo,

R_{17} - resistor 100Ω , adicionado para garantir resistência mínima e evitar a queima do operacional por sobre corrente na entrada,

C_2 - Capacitor de $1000\mu F$, para isso JP6 deve estar fechada.

Tabela 8- Avaliação de valores para planta de 1ª ordem

$R_{16}+R_{17}$	C_2	Polo
$1M\Omega$	$100nF$	-10,0000
1Ω		-10000000,0000
$1M\Omega$	$1\mu F$	-1,0000
1Ω		-1000000,0000
$1M\Omega$	$10\mu F$	-0,1000
1Ω		-100000,0000
$1M\Omega$	$100\mu F$	-0.0100
1Ω		-10000
$1M\Omega$	$1000\mu F$	-0,001
1Ω		-1000

Fonte: Autor.

O mesmo procedimento foi adotado para obtenção dos valores de componentes para planta de segunda ordem. Considerando a função de transferência descrita na equação (71).

$$G(s) = \frac{1}{(R_{16} + R_{17})C_1(R_{18} + R_{19})C_2} \frac{1}{s^2 + \left(\frac{C_1(R_{16} + R_{17}) + C_2(R_{18} + R_{19})}{(R_{16} + R_{17})C_1(R_{18} + R_{19})C_2} \right) s + \frac{1}{(R_{16} + R_{17})C_1(R_{18} + R_{19})C_2}} \quad (71)$$

Tabela 9- Avaliação de valores para componentes da planta 2ª ordem

$R_{16} + R_{17}$	$R_{18} + R_{19}$	C_1	C_2	Polo 1	Polo 2
1M Ω	1 Ω	1000 μ F	10 μ F	-9.9999e+02	-0.10000
1M Ω	1M Ω			-0.0010 + 0.0099i	-0.0010 - 0.0099i
1 Ω	1 Ω			-9.9999e+02 + 9.9498e+03i	-9.9999e+02 - 9.9498e+03i
1 Ω	1M Ω			-9.9990e+02	-0.1000
1M Ω	1 Ω		100 μ F	-9.999e+02	-0.0100
1M Ω	1M Ω			-0.0010 + 0.0030i	-0.0010 - 0.0030i
1 Ω	1 Ω			-9.9999e+02 + 3.0000e+03i	-9.9999e+02 - 3.0000e+03i
1 Ω	1M Ω			-9.9999e+02	-0.0100
1M Ω	1 Ω		1000 μ F	-1000	-1.0000e-03
1M Ω	1M Ω			-1.0000e-03	-1.0000e-03
1 Ω	1 Ω			-9.9999e+02	-1.0000e+03
1 Ω	1M Ω			-1000	-1.0000e-03

Fonte: Autor

Para segunda ordem foram selecionados os valores descritos a seguir, proporcionando a obtenção de polos reais e complexos com ampla variação, conforme apresentado na Tabela 9.

R_{16} - trimpot linear multivoltas 1M Ω , para proporcionar alteração dos valores dos polos,

R_{17} - resistor 100 Ω , adicionado para garantir resistência mínima e evitar a queima do operacional por sobre corrente na entrada,

R_{18} - trimpot linear multivoltas 1M Ω , para proporcionar alteração dos valores dos polos,

R_{19} - resistor 100 Ω , adicionado para garantir resistência mínima e evitar a queima do operacional por sobre corrente na entrada,

C_2 - é composto por três capacitores ($C_{2.1}$, $C_{2.2}$ e $C_{2.3}$), que podem ser selecionados de acordo com necessidade.

C_1 - Capacitor de 1000 μ F.

O amplificador operacional selecionado para implementação da planta é o LM358, pois possui características adequadas a montagem de circuitos que implementem filtros ativos.

3.2.2 Especificação do Controlador

O controlador projetado é composto por quatro circuitos com operacionais, um amplificador inversor de ganho unitário, um modulo integrador, um derivador e um somador com ganho variável para implementação do bloco proporcional, conforme Figura 49. Também

possui quatro chaves de configuração, estas permitem configurar o controlador de diferentes formas, como pode ser visualizado na

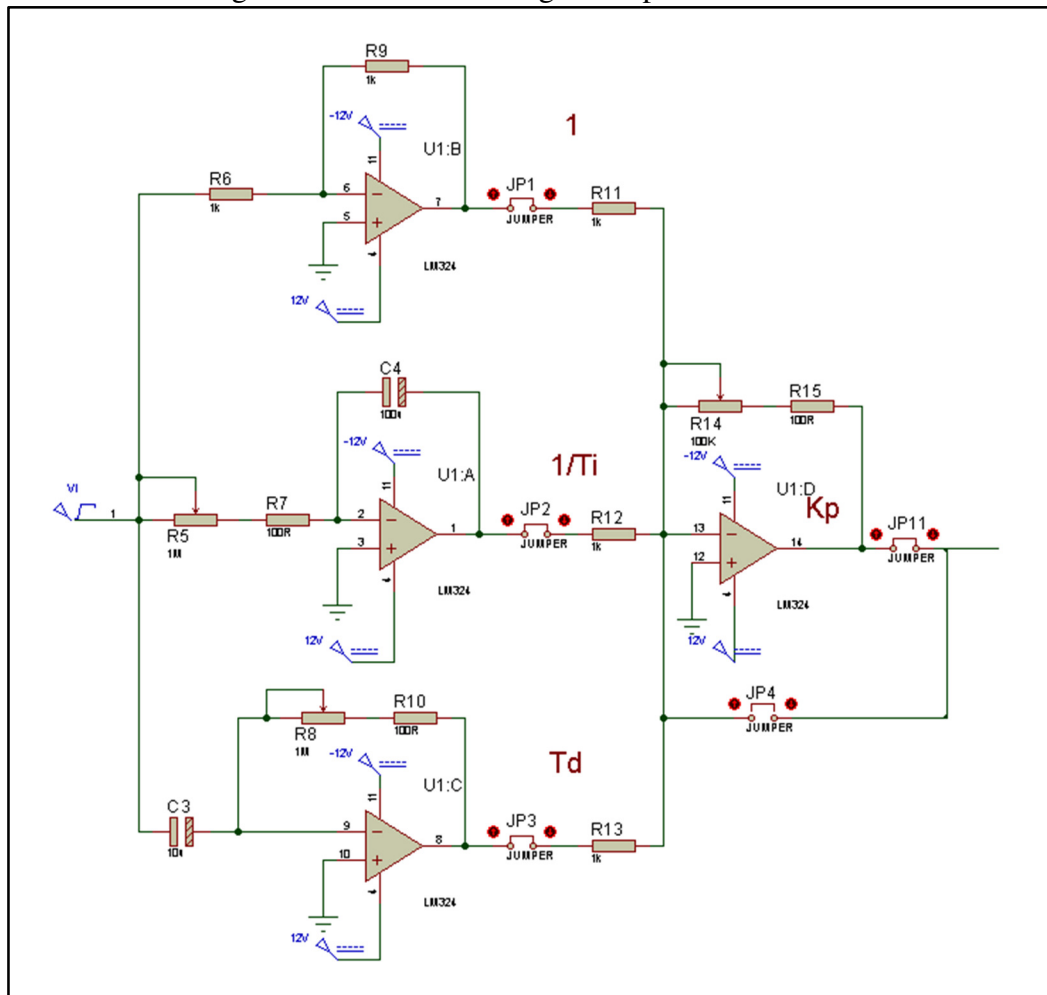
Tabela 10.

Tabela 10 – Configuração de diferentes controladores

JP1	JP2	JP3	JP4	Controlador
Fechada	Fechada	Fechada	Aberta	PID
Fechada	Fechada	Aberta	Aberta	PI
Fechada	Aberta	Fechada	Aberta	PD
Fechada	Aberta	Aberta	Aberta	P
Aberta	-	-	Fechada	I / D

Fonte: Autor

Figura 49- Estrutura configurável para controlador



Fonte: Autor.

O cálculo para definição de valores para cada bloco do controlador foi considerado separadamente, com objetivo de proporcionar amplo ajuste para os parâmetros.

O módulo proporcional é composto por um circuito amplificador inversor com ganho unitário e uma configuração somador, com ganho ajustável entre 0,1 e 100. Esta variação é dada pelo alteração do valor de R_{14} , definido como *trimpot linear multivoltas* de $100K\Omega$. A função de transferência deste módulo é dada por:

$$G(s) = -\frac{(R_{14} + R_{15})}{R_{11}} \left((-1) + \left(-\frac{1}{T_i s} \right) + (-T_d s) \right). \quad (72)$$

O módulo integral é composto por um circuito amplificador integrador, com T_i ajustável entre 0,01 e 100. Este ajuste é dado através da alteração de R_5 , definido como *trimpot linear multivoltas* de $1M\Omega$, em relação a um capacitor, C_4 definido como $100\mu F$. A função de transferência deste bloco é definida por:

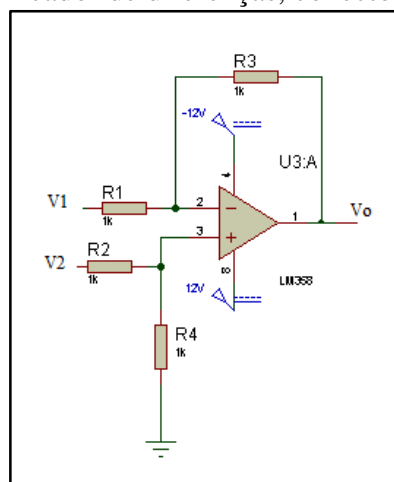
$$G(s) = -\left(\frac{1}{T_i s} \right) = -\left(\frac{1}{(R_5 + R_7) C_4 s} \right). \quad (15)$$

Já o bloco derivador é composto por um circuito amplificador derivador, com T_d configurável entre 0,001e 10. Esta variação é realizada a partir do ajuste de R_8 , definido como um *trimpot* linear multivoltas de $1M\Omega$, em relação a um capacitor, C_2 de $10\mu F$. A função de transferência que define este bloco é:

$$G(s) = -(T_d s) = -((R_8 + R_7) C_3 s) \quad (74)$$

Além dos blocos do controlador e planta, também é utilizado um amplificador de diferenças com ganho unitário para comparação entre o sinal atual da saída e a referência. Esta estrutura pode ser visualizada em Figura 50, e a equação da saída dada pela expressão (75).

Figura 50- Amplificador de diferenças, conector da realimentação



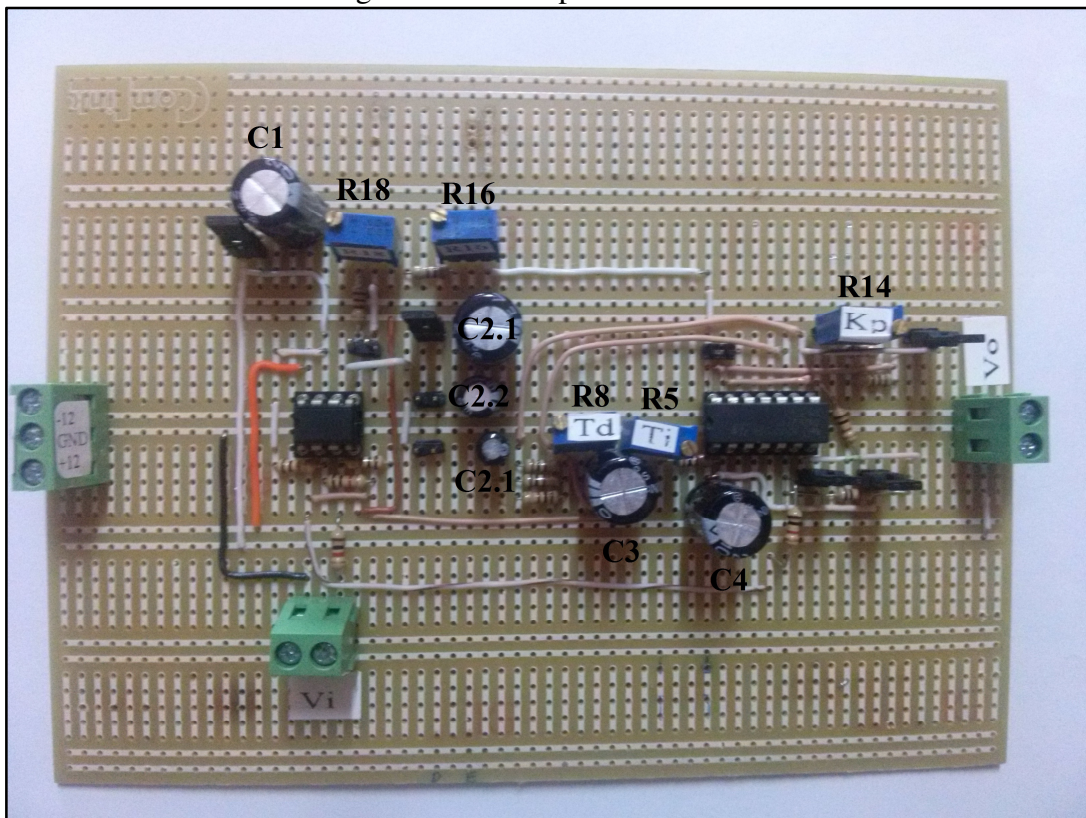
Fonte: Autor.

$$V_0 = \left(\left(\frac{R_4}{R_3} V_2 \right) - \left(\frac{R_3}{R_1} V_1 \right) \right) \quad (75)$$

3.2.3 Análise de Resultados

A fim de validar o sistema desenvolvido, realizou-se a montagem de um protótipo para realização de ensaios. Este foi executado utilizando uma placa de circuito padrão, que possui interligações em lugares específicos, as demais precisam ser realizadas com solda ou cabos, conforme Figura 51.

Figura 51- Protótipo desenvolvido

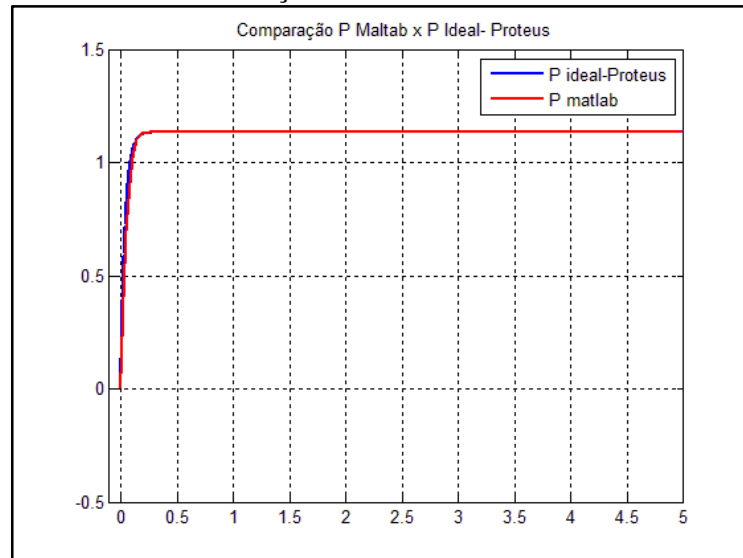


Fonte: Autor.

Então, com o sistema implementado na forma de protótipo, é realizada a avaliação da equivalência das respostas dos sistemas, quando submetidos a mesma entrada. Da mesma forma como executado para na validação das analogias conhecidas, o circuito com AmpOp é simulado no *software* Proteus e a saída do sistema salvo em forma de vetor (tempo,tensão). Procedimento semelhante ocorre com a planta no *simulink* e com o circuito real. Após, as respostas são compiladas e expressas de forma gráfica.

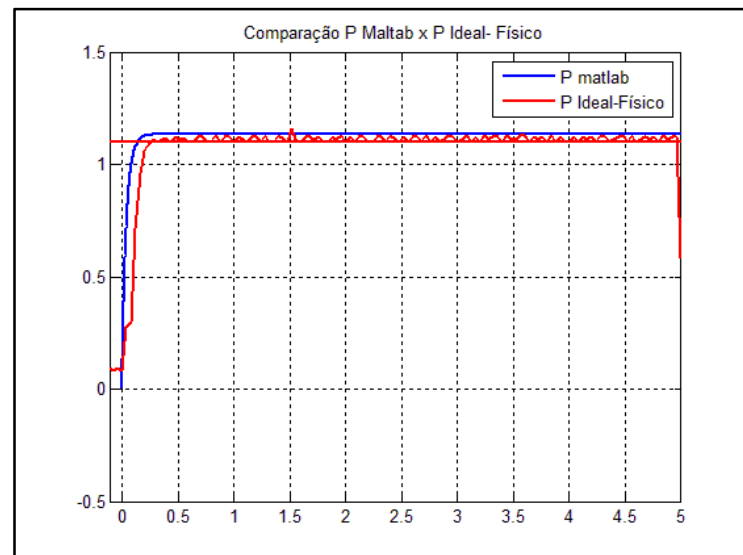
O para simulação do controlador P com a planta de primeira ordem, são considerados ganho $K_p=24$, sinal de entrada do tipo pulso com amplitude de 1,2V e frequência de 100mHz.

Figura 52- Comparação controlador proporcional planta de 1ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência



Fonte: Autor.

Figura 53- Controlador proporcional planta de 1ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.

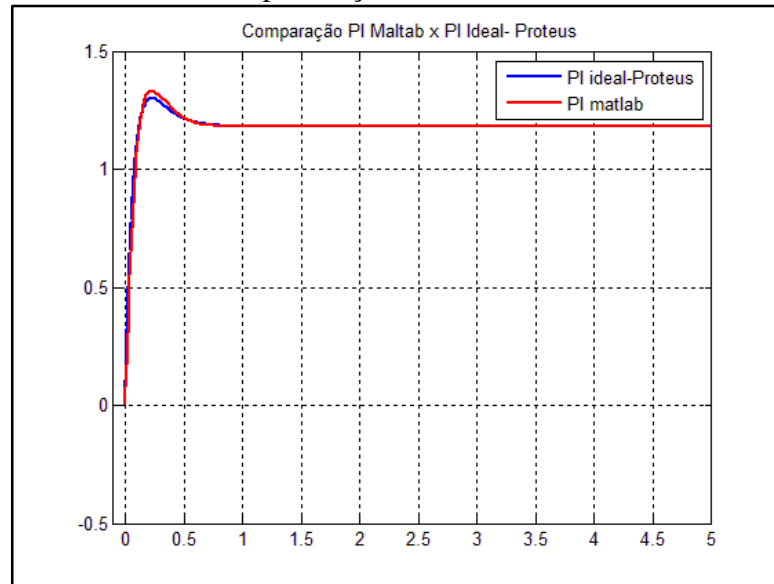


Fonte: Autor.

A resposta deste sistema real apresentou comportamento semelhante ao simulado. Porém é perceptível que o sinal não parte de 0V, este foi um problema encontrado durante a prática, não foi possível ajustar *offset* do gerador de sinal de forma que o sinal iniciasse em 0V exatamente. Também em alguns momentos o sinal de entrada apresentava ruído, e isso era refletido pela saída, como demonstrado na imagem.

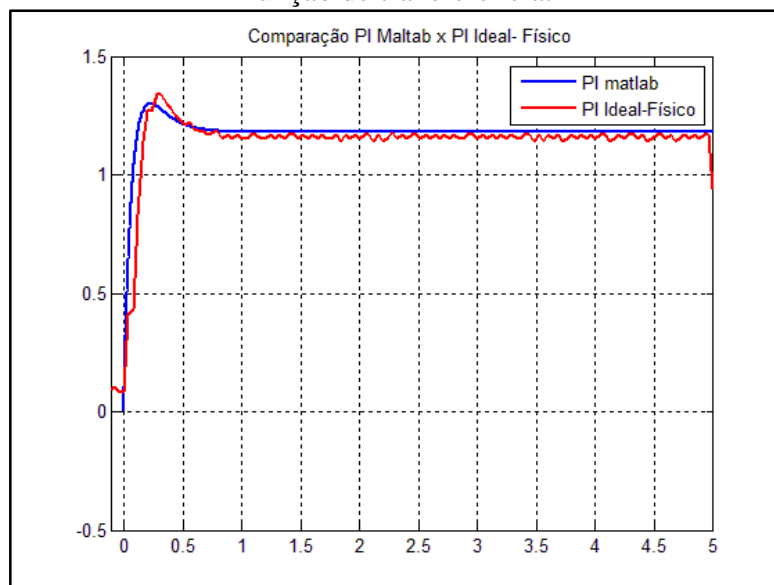
O para simulação do controlador proporcional integral com a planta de primeira ordem, são considerados ganho $K_p=18$, $T_i=0,21$, sinal de entrada do tipo pulso com amplitude de 1,2V, *offset* de 60mV e frequência de 100mHz.

Figura 54- Comparação controlador proporcional integral planta de 1ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência



Fonte: Autor

Figura 55- Controlador proporcional integral planta de 1ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.

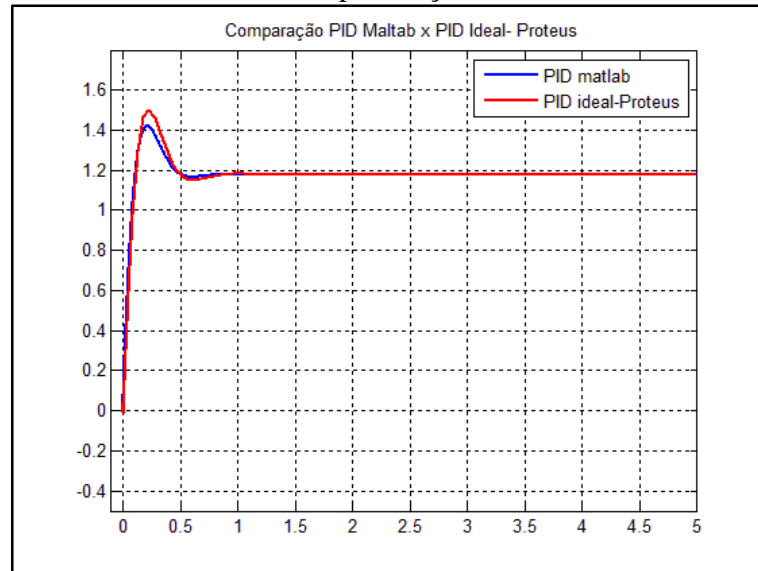


Fonte:Autor.

A resposta deste sistema real apresentou comportamento semelhante ao simulado, desprezando diferenças aceitáveis.

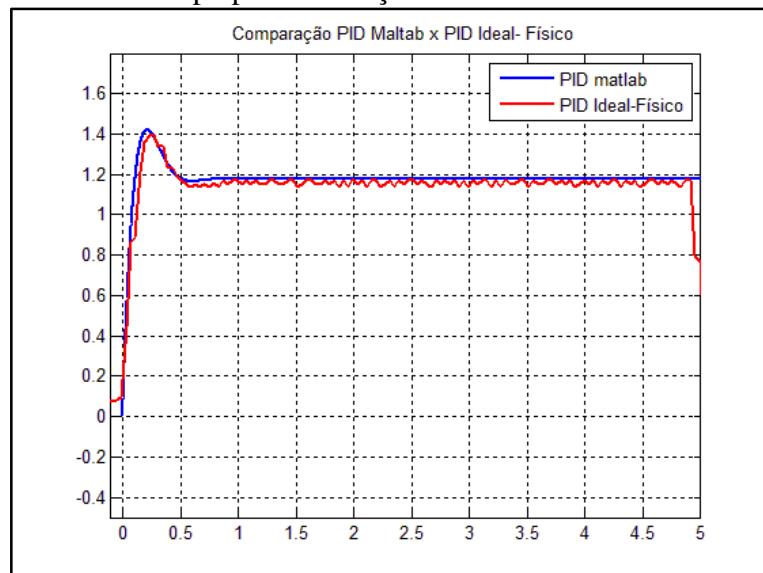
O para simulação do controlador proporcional integral derivativo, com a planta de primeira ordem, são considerados ganho $K_p=24$, $T_i=0,12$, $T_d=0,03$, sinal de entrada do tipo pulso com amplitude de 1,2V, *offset* de 60mV e frequência de 100mHz.

Figura 56- Comparação controlador proporcional integral derivativo planta de 1ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência



Fonte: Autor

Figura 57- Controlador proporcional integral derivativo planta de 1ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.

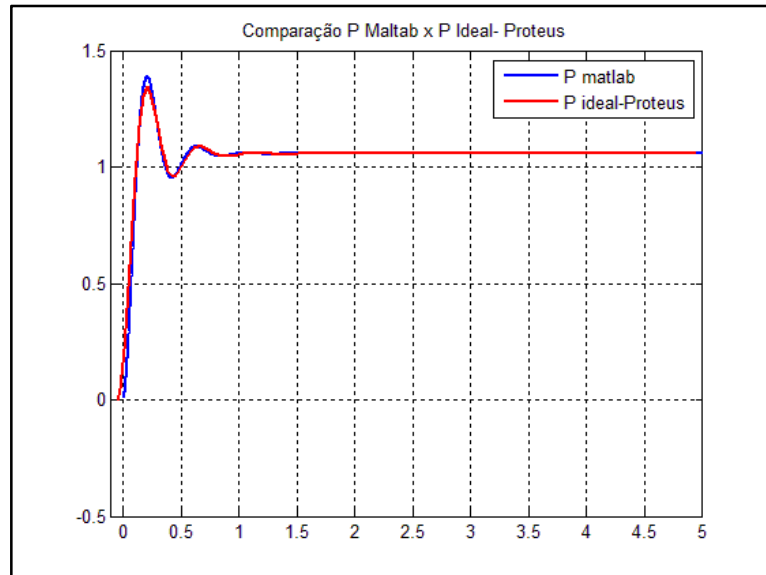


Fonte: Autor.

A resposta deste sistema real apresentou comportamento equivalente ao simulado. Pois, segundo a análise do gráfico, é visível que as respostas se sobrepõem, o que significa que estas possuem comportamento equivalente quando expostas aos mesmos sinais de entrada idênticos.

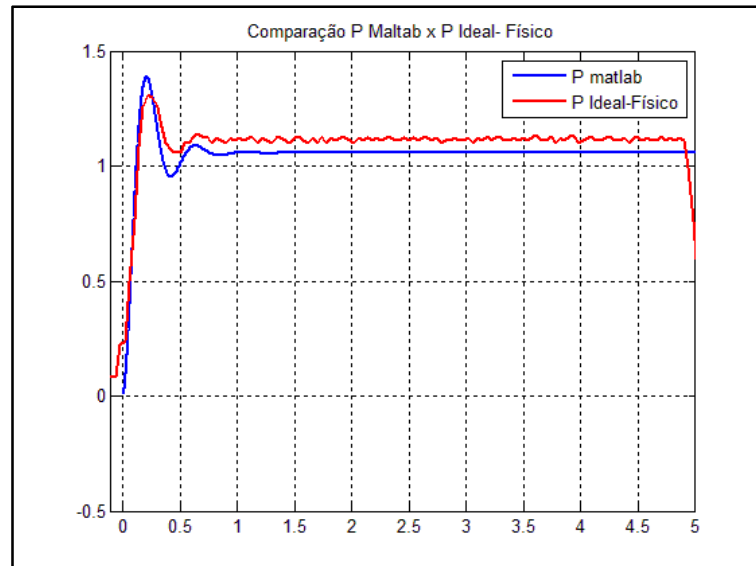
O para simulação do controlador proporcional com a planta de segunda ordem, são considerados ganho $K_p=24$, sinal de entrada do tipo pulso com amplitude de $1,2V$, *offset* de $60mV$ e frequência de $100mHz$.

Figura 58- Comparação controlador planta de 2ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência



Fonte: Autor

Figura 59- Controlador proporcional planta de 2ª ordem – circuito com AmpOp real e função de transferência.



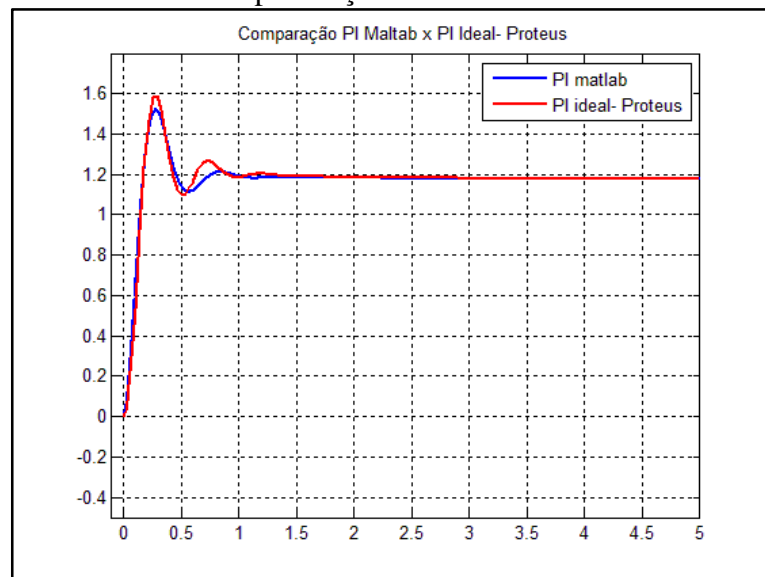
Fonte: Autor.

A resposta deste sistema real não apresentou comportamento equivalente ao simulado. Pois, segundo a análise do gráfico, é visível que as respostas não se sobrepõem, mas como

circuito simulado está coerente, e a forma do sinal é semelhante, a distorção no resultado pode ser explicada por erro na coleta do sinal.

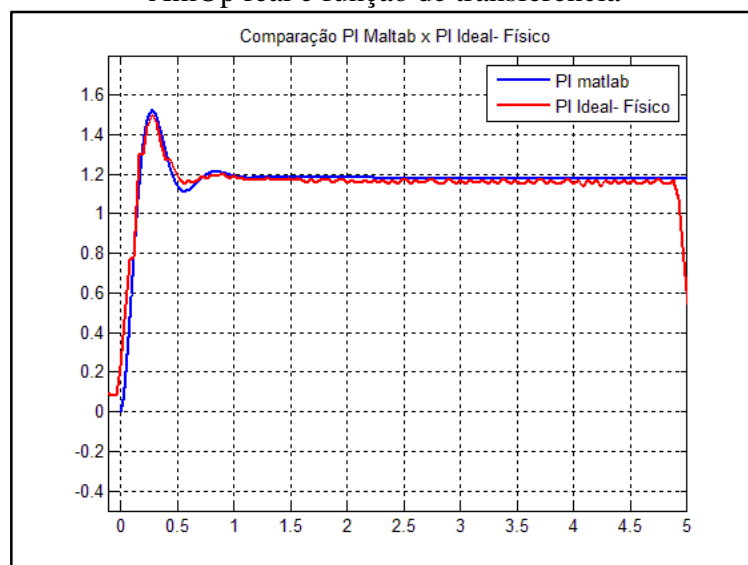
O para simulação do controlador proporcional integral com a planta de segunda ordem, são considerados ganho $K_p=15$, $T_i=0,7$, sinal de entrada do tipo pulso com amplitude de 1,2V, *offset* de 60mV e frequência de 100mHz.

Figura 60- Comparação controlador proporcional integral planta de 2ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência



Fonte: Autor.

Figura 61- Comparação controlador proporcional integral planta de 2ª ordem- circuito com AmOp real e função de transferência

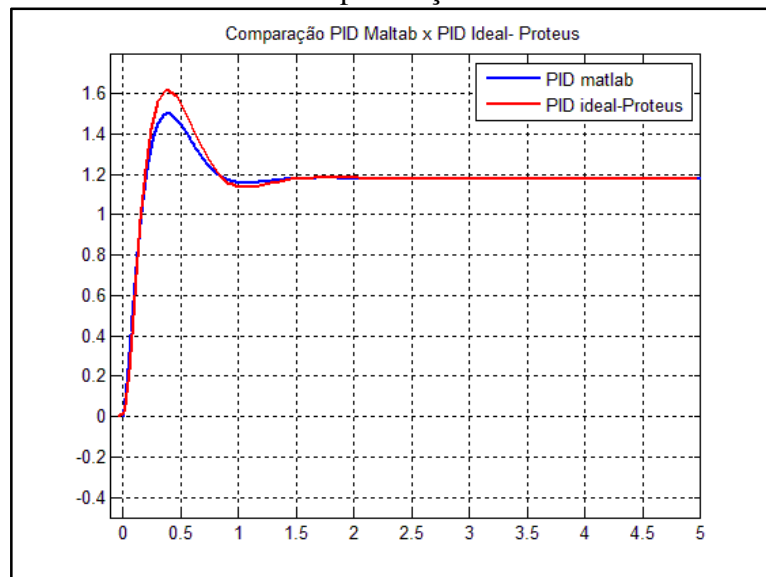


Fonte: Autor.

A resposta deste sistema real apresentou comportamento equivalente ao simulado. Pois, segundo a análise do gráfico, é visível que as respostas se sobrepõem, o que significa que estas possuem comportamento análogo quando expostas aos mesmos sinais de entrada idênticos.

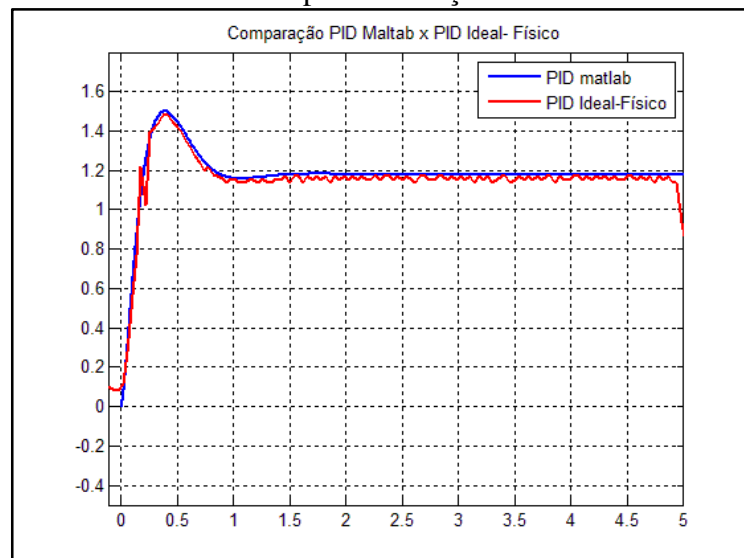
O para simulação do controlador proporcional integral derivativo, com a planta de primeira ordem, são considerados ganho $K_p=24$, $T_i=0,24$, $T_d=0,1$, sinal de entrada do tipo pulso com amplitude de $1,2V$, *offset* de $60mV$ e frequência de $100mHz$.

Figura 62- Comparação controlador proporcional integral derivativo planta de 2ª ordem- circuito com AmOp e função de transferência



Fonte: Autor

Figura 63- Comparação controlador proporcional integral derivativo planta de 2ª ordem- circuito com AmOp real e função de transferência



Fonte: Autor.

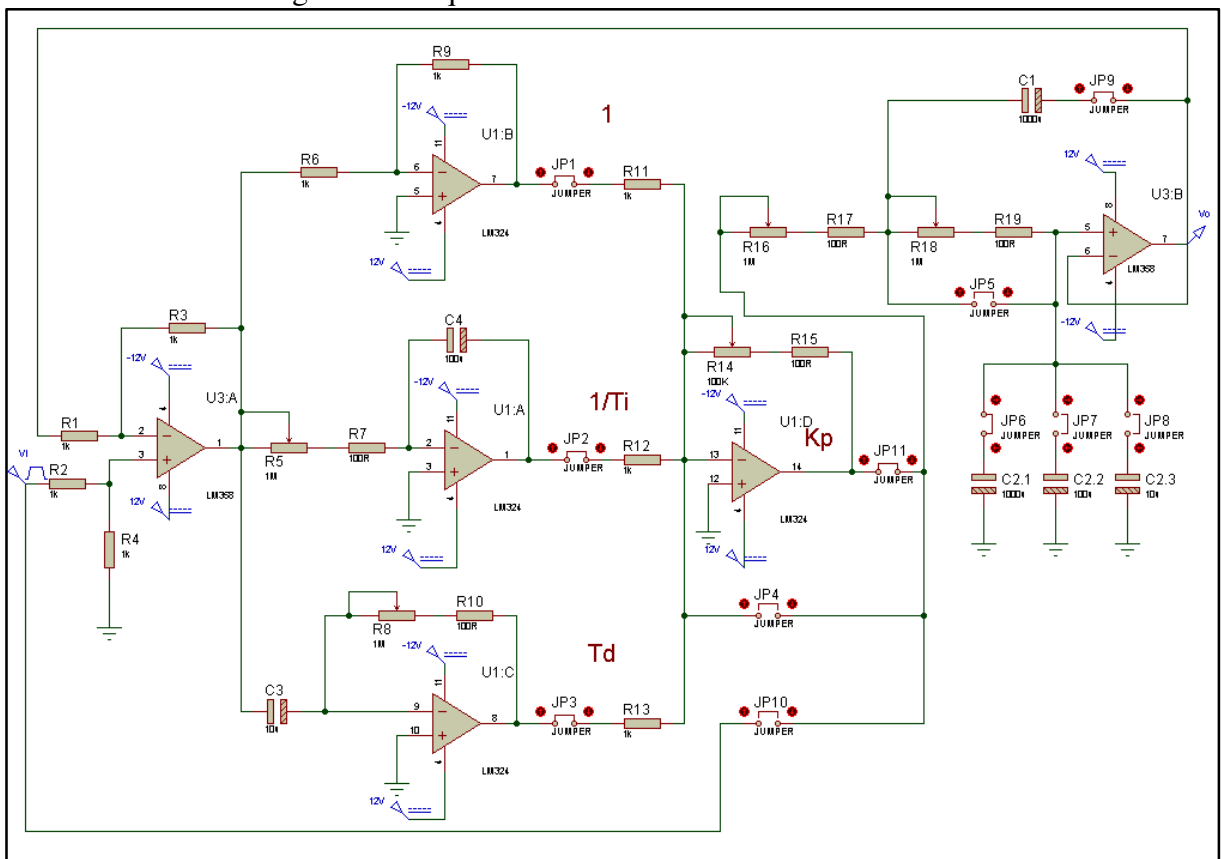
Segundo a análise dos gráficos apresentados na Figura 62 e Figura 63, é visível que as respostas se sobrepõem, o que significa que estas possuem comportamento análogo quando expostas aos mesmos sinais de entrada idênticos.

Dados os resultados expostos até as topologias de controladores e plantas, o sistema projetado do está aprovado e validado.

3.3 PROJETO DA PLACA DE CIRCUITO IMPRESSO

Com a validação do sistema projetado, para melhor desempenho do circuito e oi realizado o projeto definitivo para placa de circuito impresso. Este foi realizado com base no esquema elétrico apresentado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

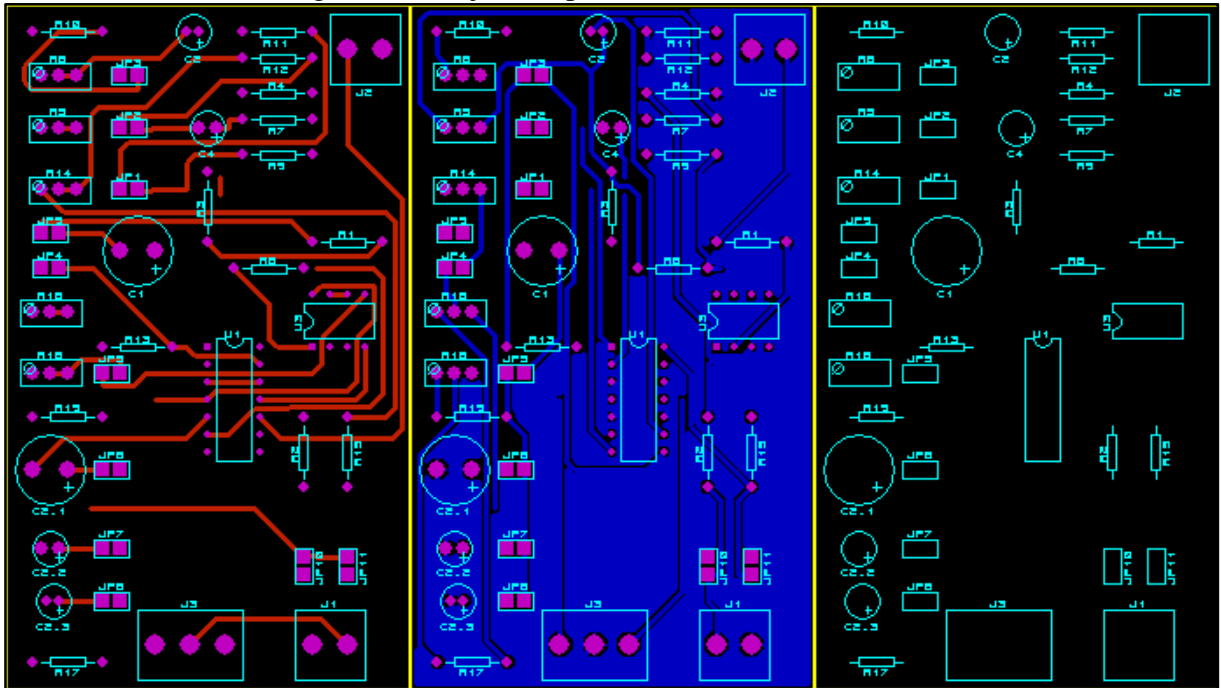
Figura 64- Esquema elétrico final sistema de controle



Fonte: Autor.

A placa de circuito impresso possui 80mm de largura e 100mm de comprimento, 2mm de espessura e duas faces de cobre, sendo que uma destas é utilizada em maior parte para plano de terra, que é uma estratégia para reduzir a interferência de ruídos dos nos sinais internos da placa. Na Figura 65, são apresentadas as faces de cobre e a máscara de componentes.

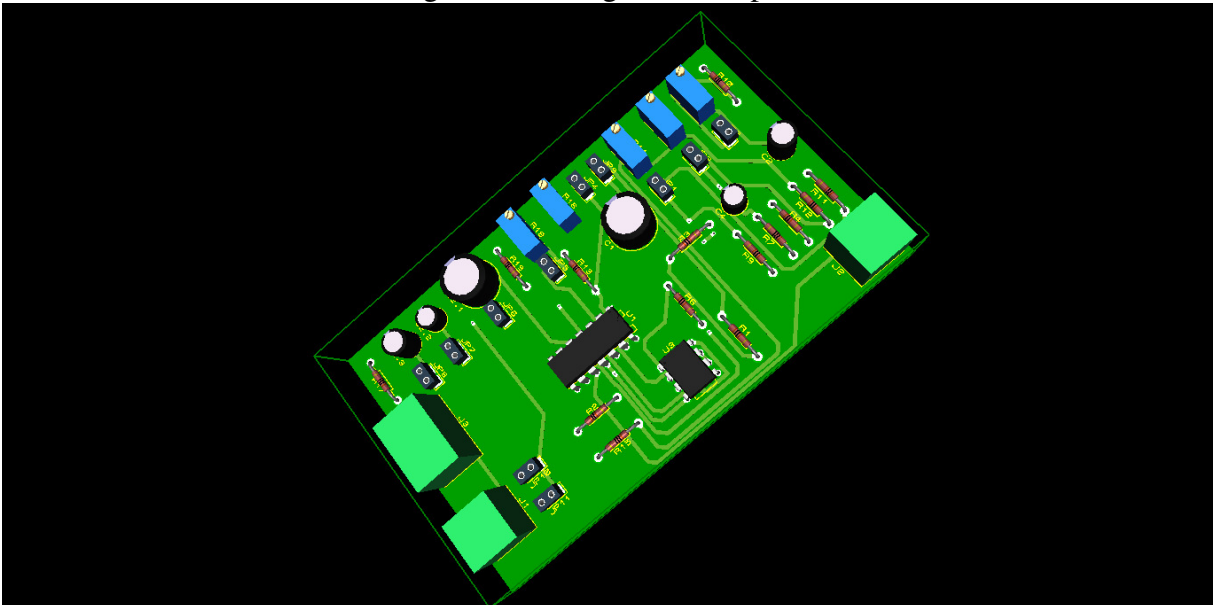
Figura 65- Projeto da placa do sistema de controle



Fonte: Autor.

A seguir é apresentada a projeção da placa para facilitar a visualização do sistema após realizada a montagem dos componentes, conforme Figura 66

Figura 66 – Imagem 3D da placa



Fonte: Autor.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um projeto para a implementação prática de um sistema de controle, contemplando controlador PID analógico e plantas de ordem limitadas. Também foram elencados como objetivos específicos o estudo e verificação de analogias conhecidas, a comparação de resultados com circuitos RC e circuitos com amplificadores operacionais, o ajuste e processamento de sinais para o caso específico e o projeto de placa de circuito impresso.

Visando a elaboração do proposto acima descrito, o estudo iniciou com um capítulo introdutório, contendo a justificativa, os objetivos a área de trabalho e os limites. Na sequência, foi desenvolvida uma subseção com a revisão da literatura. Nesta parte foi abordando a base teórico-conceitual, oferecendo um panorama da tecnologia utilizada e uma visão geral dos estudos na área de sistemas de controle. O terceiro capítulo teve foco no projeto de desenvolvimento do sistema. Foram apresentados os estudos realizados para definição dos modelos, a etapa de testes para validação dos mesmos e o projeto do sistema final. Os comentários finais acerca do trabalho desenvolvido e a exposição de sugestões para trabalhos futuros foram demonstradas no quarto capítulo.

Após o término do trabalho foi constatado que representação de leis de controle para sistemas de ordem limitada com amplificadores operacionais é uma prática válida e empregável no ensino de sistemas de controle.

4.1 TRABALHOS FUTUROS

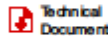
Como trabalhos futuros sugere-se:

- a) Desenvolver outras topologias de controlador, como avanço, atraso, etc;
Desenvolver estruturas de plantas que permitam a zeros a implementação de zeros;
- b) Adaptar a planta de forma que permita interligar outros módulos, de forma a implementar plantas de ordem superior a segunda.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A., SILVA, A. P., CAMPOS, M. F., & AMARAL, W. C. **Enciclopédia de Autmática: Controle e Automação**. São Paulo: Blucher, 2007.
- ASTRÖM, K., & HÄGGLUND, T. **PID Controllers: Theory, Design and Tuning**. USA: Instrument Society of America, 1995.
- BOLTON, W. **Engenharia de Controle**. São Paulo: Makron Books, 1995.
- BOYLESTAD, R. L., & NASHELSKY. **Dispositivos Eletrônicos e teoria de circuitos**. São paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.
- CARDOSO, P. M. **Estudo, Proposta e Avaliação de Novas Metodologias de Sintonia Automática de Controladores PID Baseados no Ensaio do Relé Realimentado**. Dissertação de Metrado, Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2002.
- COLOGNI, M. A. **Estudo e Avaliação de Metodologias de Auto-Sintonia de Controladores Visando uma Implementação em Controlador Industrial**. Dissertação de Mestrado, Engenharia de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2008.
- DORF, R. C., & BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- FACCIN, F. **Abordagem Inovadora no Projeto de Controladores PID**. Dissertação de Mestrado, Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto alegre, 2004.
- GOLNARAGHI, F., & KUO, B. C. **Sistemas de Controle Automático**. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- LEVINE, W. S. **The Control Handbook**. Boca Raton: CRC Press, 1996.
- NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 2003.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- PERTENCE JÚNIOR, A. **Amplificadores Operacionais e Filtros Ativos**. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- RHINEHART, R. R. **Control Modes – PID Variations**. Em B. G. LIPTÁK, Instrument Engineers' Handbook (3ª ed., pp. 30-33). Boca Raton: CRC Press, 1999.
- SEDRA, A. S., & SMITH, K. C. **Microeletrônica**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

ANEXO A- FOLHA DE DADOS LM358

Product
FolderSample &
BuyTechnical
DocumentsTools &
SoftwareSupport &
Community

LM158-N, LM258-N, LM2904-N, LM358-N

SNOSBT31 – JANUARY 2000 – REVISED DECEMBER 2014

LMx58-N Low-Power, Dual-Operational Amplifiers

1 Features

- Available in 8-Bump DSBGA Chip-Sized Package, (See AN-1112, [SNVA009](#))
- Internally Frequency Compensated for Unity Gain
- Large DC Voltage Gain: 100 dB
- Wide Bandwidth (Unity Gain): 1 MHz (Temperature Compensated)
- Wide Power Supply Range:
 - Single Supply: 3V to 32V
 - Or Dual Supplies: $\pm 1.5V$ to $\pm 16V$
- Very Low Supply Current Drain (500 μA)—Essentially Independent of Supply Voltage
- Low Input Offset Voltage: 2 mV
- Input Common-Mode Voltage Range Includes Ground
- Differential Input Voltage Range Equal to the Power Supply Voltage
- Large Output Voltage Swing
- Unique Characteristics:
 - In the Linear Mode the Input Common-Mode Voltage Range Includes Ground and the Output Voltage Can Also Swing to Ground, even though Operated from Only a Single Power Supply Voltage.
 - The Unity Gain Cross Frequency is Temperature Compensated.
 - The Input Bias Current is also Temperature Compensated.
- Advantages:
 - Two Internally Compensated Op Amps
 - Eliminates Need for Dual Supplies
 - Allows Direct Sensing Near GND and V_{OUT} Also Goes to GND
 - Compatible with All Forms of Logic
 - Power Drain Suitable for Battery Operation

2 Applications

- Active Filters
- General Signal Conditioning and Amplification
- 4- to 20-mA Current Loop Transmitters

3 Description

The LM158 series consists of two independent, high gain, internally frequency compensated operational amplifiers which were designed specifically to operate from a single power supply over a wide range of voltages. Operation from split power supplies is also possible and the low power supply current drain is independent of the magnitude of the power supply voltage.

Application areas include transducer amplifiers, dc gain blocks and all the conventional op-amp circuits which now can be more easily implemented in single power supply systems. For example, the LM158 series can be directly operated off of the standard 3.3-V power supply voltage which is used in digital systems and will easily provide the required interface electronics without requiring the additional $\pm 15V$ power supplies.

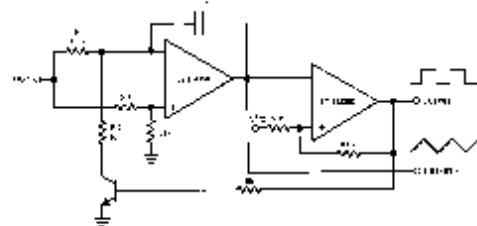
The LM358 and LM2904 are available in a chip sized package (8-Bump DSBGA) using TI's DSBGA package technology.

Device Information⁽¹⁾

PART NUMBER	PACKAGE	BODY SIZE (NOM)
LM158-N	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm
	CDIP (8)	10.16 mm x 6.502 mm
LM258-N	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm
	DSBGA (8)	1.31 mm x 1.31 mm
LM2904-N	SOIC (8)	4.90 mm x 3.91 mm
	PDIP (8)	9.81 mm x 6.35 mm
	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm
LM358-N	DSBGA (8)	1.31 mm x 1.31 mm
	SOIC (8)	4.90 mm x 3.91 mm
	PDIP (8)	9.81 mm x 6.35 mm
	TO-CAN (8)	9.08 mm x 9.09 mm

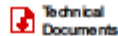
(1) For all available packages, see the orderable addendum at the end of the datasheet.

Voltage Controlled Oscillator (VCO)



An IMPORTANT NOTICE at the end of this data sheet addresses availability, warranty, changes, use in safety-critical applications, intellectual property matters and other important disclaimers. PRODUCTION DATA.

ANEXO B- FOLHA DE DADOS LM324



LM124-N, LM224-N
LM2902-N, LM324-N

SNOSC16D –MARCH 2000–REVISED JANUARY 2015

LMx24-N, LM2902-N Low-Power, Quad-Operational Amplifiers

1 Features

- Internally Frequency Compensated for Unity Gain
- Large DC Voltage Gain 100 dB
- Wide Bandwidth (Unity Gain) 1 MHz (Temperature Compensated)
- Wide Power Supply Range:
 - Single Supply 3 V to 32 V
 - or Dual Supplies ± 1.5 V to ± 16 V
- Very Low Supply Current Drain (700 μ A)
—Essentially Independent of Supply Voltage
- Low Input Biasing Current 45 nA (Temperature Compensated)
- Low Input Offset Voltage 2 mV and Offset Current: 5 nA
- Input Common-Mode Voltage Range Includes Ground
- Differential Input Voltage Range Equal to the Power Supply Voltage
- Large Output Voltage Swing 0 V to $V^+ - 1.5$ V
- **Advantages:**
 - Eliminates Need for Dual Supplies
 - Four Internally Compensated Op Amps in a Single Package
 - Allows Direct Sensing Near GND and V_{OUT} also Goes to GND
 - Compatible With All Forms of Logic
 - Power Drain Suitable for Battery Operation
 - In the Linear Mode the Input Common-Mode Voltage Range Includes Ground and the Output Voltage
 - Can Swing to Ground, Even Though Operated from Only a Single Power Supply Voltage
 - Unity Gain Cross Frequency is Temperature Compensated
 - Input Bias Current is Also Temperature Compensated

2 Applications

- Transducer Amplifiers
- DC Gain Blocks
- Conventional Op Amp Circuits

3 Description

The LM124-N series consists of four independent, high-gain, internally frequency compensated operational amplifiers designed to operate from a single power supply over a wide range of voltages. Operation from split-power supplies is also possible and the low-power supply current drain is independent of the magnitude of the power supply voltage.

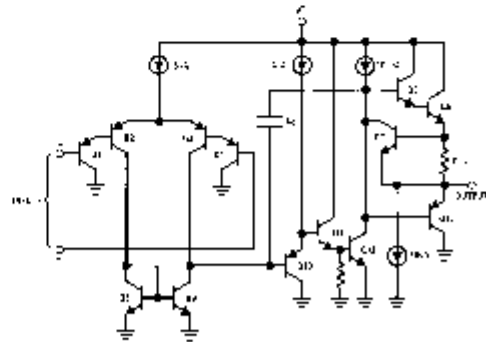
Application areas include transducer amplifiers, DC gain blocks and all the conventional op amp circuits which now can be more easily implemented in single power supply systems. For example, the LM124-N series can directly operate off of the standard 5-V power supply voltage which is used in digital systems and easily provides the required interface electronics without requiring the additional ± 15 V power supplies.

Device Information⁽¹⁾

PART NUMBER	PACKAGE	BODY SIZE (NOM)
LM124-N	CDIP (14)	19.56 mm x 6.67 mm
LM224-N	CDIP (14)	19.56 mm x 6.67 mm
LM324-N	CDIP (14)	19.56 mm x 6.67 mm
	PDIP (14)	19.177 mm x 6.35 mm
	SOIC (14)	8.65 mm x 3.91 mm
	TSSOP (14)	5.00 mm x 4.40 mm
LM2902-N	PDIP (14)	19.177 mm x 6.35 mm
	SOIC (14)	8.65 mm x 3.91 mm
	TSSOP (14)	5.00 mm x 4.40 mm

(1) For all available packages, see the orderable addendum at the end of the datasheet.

Schematic Diagram



An IMPORTANT NOTICE at the end of this data sheet addresses availability, warranty, changes, use in safety-critical applications, intellectual property matters and other important disclaimers. PRODUCTION DATA.