UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TECNOLOGIA CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FABIANO BORTOLUZZI

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA DE UM SUPORTE DE SINALEIRA A PARTIR DE UMA ANÁLISE DINÂMICA

CAXIAS DO SUL

FABIANO BORTOLUZZI

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA DE UM SUPORTE DE SINALEIRA A PARTIR DE UMA ANÁLISE DINÂMICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial à obtenção do grau de Engenheiro Mecânico. Área de concentração: Mecânica dos sólidos

Orientador Prof. Dr. Eng. Alexandre Vieceli

CAXIAS DO SUL 2016

FABIANO BORTOLUZZI

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA DE UM SUPORTE DE SINALEIRA A PARTIR DE UMA ANÁLISE DINÂMICA

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial à obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Área de concentração: Mecânica dos sólidos

Aprovado em: 14 /06 /16 .

Banca Examinadora

har

Prof. Dr. Eng. Alexandre Vieceli Universidade de Caxias do Sul

Lim nau

Prof. Me. Eng. Paulo Roberto Linzmaier Universidade de Caxias do Sul

Prof. Me. Eng. Joel Ciapparini Universidade de Caxias do Sul

RESUMO

Neste trabalho desenvolveu-se a avaliação computacional da durabilidade de um suporte de sinaleira com montagem suspensa em chassi de implemento rodoviário. Para tanto, realizouse uma análise dinâmica no domínio do tempo pelo método dos elementos finitos, utilizando superposição modal e posteriormente, uma análise de fadiga pelo método da vida sob deformação, aplicando o modelo de plano crítico de Brown-Miller com correção da tensão média pelo critério de Morrow. Os resultados obtidos na análise dinâmica apresentaram boa aproximação em relação a um teste de durabilidade acelerada realizado em uma bancada vibratória, cuja peça foi instrumentada com acelerômetros e extensômetros. Apesar das incertezas associadas às propriedades do material, principalmente em relação ao amortecimento e a influência no processo de soldagem, os resultados apresentaram uma boa aproximação do comportamento real do componente. Os resultados da análise de fadiga se mostraram coerentes para esta aplicação, porém em diversos pontos instrumentados a estimativa de vida obtida no software e a estimativa de vida baseada nos dados experimentais apresentaram diferenças.

Palavras-chave: Análise dinâmica, Superposição modal, Método de vida à fadiga sob deformação, Modelo de plano crítico.

ABSTRACT

In this work it was performed the life evaluation of a rear light support with cantilever assembly used in road implement chassi. A dynamic analysis in time domain with modal superposition by the finite element method was performed and then, a fatigue analysis by the strain-life method applying Brown-Miller's critical plane model with Morrow's mean-stress correction. The results of the dynamic analysis showed good relation to an accelerated durability test on a vibratory bench, whose part had been mounted with accelerometers and strain-gages. Despite the uncertainties associated with the material properties, especially in relation to damping and welding process influence, the results showed a good approach to the real behavior of the component. The fatigue analysis results were consistent for this application, but in some instrumented points the numerical life estimation and the life estimation based on experimental data showed differences.

Keywords: Dynamic analysis, Modal superposition, Strain-life fatigue method, Critical plane model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Dolly fora de estrada	14
Figura 2 – Sistema massa-mola com um GDL	16
Figura 3 – Estágios da falha por fadiga	21
Figura 4 – Ciclos de carregamentos	22
Figura 5 – Curva S-N	23
Figura 6 – Curvas E-N	27
Figura 7 – Contagem de ciclos Rainflow	29
Figura 8 – Aplicação da regra de Palmgren-Miner	30
Figura 9 – Orientações do plano crítico	33
Figura 10 – Fluxograma de atividades realizadas	37
Figura 11– Suporte de sinaleira	38
Figura 12 – Instrumentação com extensômetros	39
Figura 13 – Fluxograma do pré-processamento da análise dinâmica	40
Figura 14 – Tensão normal à superfície	40
Figura 15 – Análise de convergência de malha	41
Figura 16 – Curva de convergência	42
Figura 17 – Malha do suporte	43
Figura 18 – Aceleração – Eixo X	44
Figura 19 – Tensões experimentais	44
Figura 20 – Curva de fadiga do aço SAE 1008	45
Figura 21 – Fluxograma da análise de fadiga	46
Figura 22 – Tensão máxima principal	48
Figura 23 – Aceleração vertical – MEF x experimental	48
Figura 24 – Tensão no ponto L3 – MEF x experimental	49
Figura 25 – Tensão no ponto L4 – MEF x experimental	49
Figura 26 – Tensão no ponto L5 – MEF x experimental	49
Figura 27 – Tensão no ponto L6 – MEF x experimental	50
Figura 28 – Tensão no ponto L7 – MEF x experimental	50
Figura 29 – Tensão no ponto L8 – MEF x experimental	50
Figura 30 – Estimativa de vida – Panorama geral	52
Figura 31 – Estimativa de vida em horas	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do aço LN RAND 250	38
Tabela 2 – Resultados da análise de convergência	41
Tabela 3 – Características do sinal senoidal	43
Tabela 4 – Propriedades de fadiga do material	45
Tabela 5 – Resultados da análise modal	48
Tabela 6 – Resultados da análise dinâmica: Aceleração	52
Tabela 7 – Resultados da análise dinâmica: Tensão	52
Tabela 8 – Comparação entre as estimativas baseadas no TDA e no modelo numérico	54

LISTA DE SÍMBOLOS

$2N_{f}$	Ciclos reversos para a falha				
\sqrt{a}	Constante de Neuber				
a	Coeficiente de S _f para um ciclo				
a _e	Taxa de bi-axialidade				
А	Razão de Amplitude				
b	Coeficiente de inclinação da curva S-N ou Expoente de resistência à fadiga				
b ₀	Expoente de resistência à fadiga por cisalhamento				
c	Expoente de ductilidade à fadiga				
C _c	Amortecimento crítico				
c _i	Amortecimento generalizado para o modo i				
C ₀	Expoente de ductilidade à fadiga por cisalhamento				
С	Amortecimento ou Matriz de amortecimento da estrutura				
D	Dano acumulado				
E	Módulo de elasticidade				
f	Fração de S _{ut}				
$f_i(t)$	Força generalizada para o modo i				
F(t)	Matriz de forças nodais variáveis com o tempo				
$F(t)^{ext}$, $F(t)^{int}$	Vetor de forças externas e internas				
G	Módulo de cisalhamento				
k	Constante de rigidez ou Constante do material determinada				
experimentalme	nte				
k _{a, b,} c, d, e, f	Fatores de modificação (de condição de superfície, tamanho, carregamento,				
temperatura, con	fiabilidade e efeitos diversos, respectivamente)				
k _i	Rigidez generalizada para o modo i				
K _f , K _t	Fator de concentração de tensão em fadiga ou tensão nominal				
К	Inclinação da curva de fadiga S-N ou Matriz de rigidez da estrutura				
m	Massa ou Coeficiente de influência das tensões médias				
m _i	Massa generalizada para o modo i				
М	Matriz de massa da estrutura				
n _i	Número de ocorrências de um ciclo				
N, N _{fi}	Número de ocorrências de um ciclo até a falha				

N ₁ , N ₂	Números de ciclos da curva S-N
p(λ)	Polinômio característico de um sistema não-amortecido
r	Raio do entalhe
R	Razão de Tensão
S ₁ , S ₂	Amplitudes de tensão da curva S-N
Se	Limite de resistência à fadiga do material
S _e	Limite de resistência à fadiga corrigido
S_{f}	Resistência à fadiga para vida finita
S _{ut}	Limite de resistência à tração do material
t	Resistência à fadiga por cisalhamento
Χ̈́, Ẍ́, X	Vetor nodal (de acelerações, velocidades ou deslocamentos)
y _i	Fator de participação
γ_{f}^{\prime}	Coeficiente de ductilidade à fadiga por cisalhamento
$\frac{\Delta \mathcal{E}}{2}$, \mathcal{E}_{a}	Amplitude total de deformação
$\frac{\Delta \mathcal{E}_{e}}{2}, \frac{\Delta \mathcal{E}_{p}}{2}, \frac{\Delta \mathcal{E}_{n}}{2}$	Amplitude de deformação elástica, plástica e normal máxima
$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2}$	Amplitude de deformação máxima por cisalhamento
$\frac{\Delta\sigma_{n,max}}{2}$	Amplitude de tensão normal máxima
$\frac{\Delta \tau_{max}}{2}$	Amplitude da tensão de cisalhamento máxima
\mathcal{E}_{a1} , \mathcal{E}_{a2} , \mathcal{E}_{a3}	Deformações principais alternantes
\mathcal{E}_{eq}	Deformação alternante equivalente
${\cal E}_{ m f}^{'}$	Coeficiente de ductilidade à fadiga
ζ	Fator de amortecimento
λ	Autovalores do sistema
σ_1, σ_2	Tensões Principais
$\sigma_{a,eq}$	Amplitude de Tensão, Amplitude de tensão nominal equivalente
$\sigma_{a1},\;\sigma_{a2},\;\sigma_{a3}$	Tensões nominais principais alternantes
$\sigma_{\rm f}$	Tensão real de fratura
σ_{f}'	Coeficiente de resistência à fadiga
σ_m , σ_{min} , σ_{max}	Tensão média, mínima e máxima
σ_{mx} , σ_{my} , σ_{mz}	Tensões normais médias
$\sigma(t)$	Tensão microscópica hidrostática instantânea

$\sigma_{ut,y}$	Limite de resistência do material (à tração ou escoamento)
$\tau_{\rm f}'$	Coeficiente de resistência à fadiga por cisalhamento
τ(t)	Tensão microscópica cisalhante instantânea
$\{\Phi_i\}$	Autovetores do sistema
ω _n	Frequência natural de vibração

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	AMBIENTE DE DESENVOLVIMENTO	13
1.2	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO	13
1.3	OBJETIVO GERAL	14
1.3.1	Objetivos específicos	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	VIBRAÇÕES MECÂNICAS	15
2.1.1	Vibrações livres e forçadas	17
2.1.2	Equação de equilíbrio dinâmico	17
2.1.2.1	Solução da equação dinâmica utilizando o MEF	17
2.1.2.1.1	Integração Direta	18
2.1.2.1.2	Superposição Modal	19
2.2	FADIGA	20
2.2.1	Método da vida sob tensão	23
2.2.1.1	Efeitos da tensão média na curva S-N	25
2.2.2	Método da vida sob deformação	26
2.2.2.1	Efeitos da tensão média na curva E-N	28
2.2.3	Análise de sinais temporais	
2.2.3.1	Contagem de ciclos – Método de Rainflow	
2.2.3.2	Regra de dano linear de Palmgren-Miner	29
2.2.4	Fadiga Multiaxial	
2.2.4.1	Fadiga por carregamentos proporcionais	31
2.2.4.2	Fadiga por carregamentos não proporcionais	
2.2.4.2.1	Método do plano crítico	
2.2.4.2.2	Modelos de Fadiga baseados no método do plano crítico	34
3	MATERIAIS E MÉTODOS	37
3.1	CARACTERIZAÇÃO DO COMPONENTE	37
3.2	ANÁLISE DINÂMICA	
3.3	ANÁLISE DE FADIGA	45

RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
RESULTADOS DA ANÁLISE DINÂMICA	47
Análise modal	47
Análise dinâmica transiente	48
RESULTADOS DA ANÁLISE DE FADIGA	51
CONCLUSÃO	55
CUNCLUSAU	
SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	55
NCIAS	56
	RESULTADOS E DISCUSSÕES RESULTADOS DA ANÁLISE DINÂMICA Análise modal Análise dinâmica transiente RESULTADOS DA ANÁLISE DE FADIGA CONCLUSÃO SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS NCIAS

1 INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas enfrentados pelos fabricantes do ramo automobilístico são as vibrações mecânicas a que estão sujeitos os componentes do veículo, aliadas a grande diversidade de pistas e esforços a que são submetidos durante a sua utilização. Neste cenário destacam-se os veículos de carga, que apresentam diversos componentes com montagem suspensa.

O perfil geométrico da via de tráfego possui grande influência nos esforços sobre o veículo, pois este define a amplitude e frequência de excitação da estrutura. Segundo Purushothaman et al. (2009), os pneus e a suspensão de um veículo são responsáveis por absorver e distribuir os esforços do solo para o restante da estrutura, mantendo o veículo sob a ação de carregamentos repetitivos, podendo ocasionar falhas por fadiga.

Segundo uma pesquisa realizada pelo SEBRAE (2014), o modal rodoviário representava 61% do modal de transportes do Brasil. A pesquisa de rodovias realizada pela Confederação Nacional do Transporte (CNT), em 2014, apontou que 49,9% da extensão total do pavimento apresentou algum tipo de deficiência, de forma que 36,7% do mesmo é classificado como regular; 9,8% como ruim; e 3,4% como péssimo (CNT, 2014).

Atualmente, o mercado vem exigindo como critério final para a validação do produto, a determinação da sua vida útil, o que demanda um elevado número de protótipos e testes experimentais, que elevam o custo e prazo dos projetos. Basicamente o processo de validação de um produto é composto de duas etapas: virtual e experimental. A primeira normalmente é realizada por meio de análises estruturais empregando o método dos elementos finitos (MEF), a segunda geralmente é composta por testes em pistas de campos de provas e/ou procedimentos de laboratório. Na indústria automotiva tornou-se comum a aplicação de testes de durabilidade acelerada (TDA), os quais têm o objetivo de correlacionar condições reais de aplicação com procedimentos acelerados em laboratório, de modo a reproduzir o mesmo dano em um tempo reduzido de teste.

Assim, neste trabalho avaliou-se a durabilidade de um suporte de sinaleira utilizado em implementos rodoviários, empregando métodos computacionais para análise de fadiga em função de resultados obtidos pelo MEF, também verificou-se a sua representatividade em relação a um TDA realizado anteriormente em uma bancada vibratória.

1.1 AMBIENTE DE DESENVOLVIMENTO

O Grupo Randon é composto por empresas dos segmentos de produtos para transporte de carga por via terrestre, autopeças e serviços. Faz parte deste grupo a Randon S/A Implementos e Participações que é líder na fabricação de reboques e semirreboques na América Latina, tendo como principais produtos: graneleiros, carga seca, basculantes, tanques, silos, canavieiros, florestais, furgões, siders, frigoríficos e conta também com uma diversificada linha de produtos para o segmento ferroviário.

1.2 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

No mercado de transporte rodoviário de cargas há uma busca constante pela redução da massa dos implementos e aumento de sua capacidade de carga, o que gera uma grande demanda de otimizações e readequações de projetos. Cabe aos fabricantes definirem métodos e critérios que garantam a qualidade dos produtos sem comprometer o tempo e o custo dos projetos.

No período de janeiro de 2014 a agosto de 2015, dentre os componentes de montagem suspensa que apresentaram problemas em campo, os suportes de sinaleira representaram 11% do total de ocorrências de falha e 15% dos gastos com garantias da empresa, sendo que normalmente, a falha está associada com a fadiga causada por vibração.

Atualmente, os cálculos estruturais empregados para a validação virtual são baseados em condições estáticas e quase-estáticas. Para avaliar o comportamento sob fadiga, é necessário um melhor entendimento do comportamento dos esforços dinâmicos atuantes na estrutura (HORN et al., 2012).

Neste cenário, torna-se importante a aplicação de uma metodologia de cálculo focada em fadiga para melhorar os critérios de validação virtual dos produtos e consequentemente reduzir gastos com garantias.

O componente analisado é um suporte de sinaleira modelo *off-road*, utilizado principalmente em *dolly* para aplicação fora de estrada, o qual pode ser visto na Figura 1. Este trabalho adotou como base para comparação os resultados do TDA do mesmo componente, realizado por Pinto (2014).

Figura 1 – Dolly fora de estrada



Fonte: Randon S/A (2014)

1.3 OBJETIVO GERAL

Avaliar a durabilidade de um suporte de sinaleira sob efeito de vibrações, utilizando o método dos elementos finitos e análise computacional de fadiga.

1.3.1 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo principal, são necessários os seguintes objetivos específicos:

- realizar análise dinâmica por meio do MEF utilizando condições de contorno que possam representar o teste de durabilidade acelerada;
- analisar a resposta dinâmica obtida nas análises de elementos finitos de modo a definir os procedimentos para análise de fadiga;
- realizar análise de fadiga usando métodos computacionais;
- avaliar os resultados e comparar a estimativa de vida obtida via software e a estimativa com base no sinal experimental.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica necessária para a realização de uma análise de fadiga utilizando métodos numéricos. Referente às vibrações mecânicas, serão revisados os assuntos relacionados às vibrações livres e forçadas e os métodos de solução da equação dinâmica utilizando o MEF. Na área de fadiga serão abordados os conceitos básicos para caracterização do problema de fadiga e, por fim, métodos de análise de fadiga.

2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

Segundo Rao (2008), vibração é qualquer movimento que se repete em um intervalo de tempo. O número mínimo de coordenadas independentes necessário para representar este movimento é chamado de grau de liberdade (GDL), com o qual está associada uma frequência natural de vibração, que por sua vez, dependerá da distribuição de massa e rigidez no sistema, como definido na Equação (1).

$$\omega_{\rm n} = \sqrt{\frac{\rm k}{\rm m}} \tag{1}$$

Onde : ω_n – frequência natural; k – constante de rigidez da mola; m – massa.

Sistemas com um número finito de graus de liberdade são chamados de sistemas discretos, os que possuem infinitos graus de liberdade, são chamados de sistemas contínuos (RAO, 2008).

De acordo com Thomson (1997), a maioria dos problemas de vibrações podem ser discretizados e analisados com boa precisão, podendo ser modelados por um sistema composto por uma massa concentrada, uma mola e um amortecedor. A Figura 2 apresenta um modelo massa-mola com um grau de liberdade.

Figura 2 - Sistema massa-mola com um GDL



Fonte: Adaptado de Rao (2008)

O amortecimento possui um papel importante na caracterização do nível de vibração que o sistema irá apresentar. Podendo definir se o mesmo irá ou não vibrar. O limiar entre as duas situações é chamado de amortecimento crítico, que pode ser definido pela Equação (2) (ALVES FILHO, 2005).

$$C_{c} = 2m\omega_{n} \tag{2}$$

Onde:

C_c – amortecimento crítico; m – massa;

 ω_n – frequência natural de vibração.

O amortecimento também pode ser expresso por um número adimensional, chamado de fator de amortecimento, ζ , determinado pela Equação (3) (THOMSON, 1997).

$$\zeta = \frac{C}{C_c} \tag{3}$$

Onde:

 ζ – fator de amortecimento;

C – constante de amortecimento;

 C_c – amortecimento crítico.

2.1.1 Vibrações livres e forçadas

Segundo Thomson (1997), as vibrações podem ser divididas em duas classes gerais, livres e forçadas. Vibração livre ocorre na ausência de forças externas, quando o sistema oscila apenas sob forças internas, nesta condição o sistema irá vibrar em uma ou mais frequências naturais. Quando uma força externa é aplicada sobre a estrutura, ocorre a vibração forçada. Se esta força for oscilatória e sua frequência coincidir com uma frequência natural de vibração, ocorrerá a ressonância, causando grandes oscilações no sistema e possivelmente levando a falhas catastróficas.

2.1.2 Equação de equilíbrio dinâmico

O movimento de qualquer sistema dinâmico pode ser equacionado através da aplicação da 2ª Lei de Newton. Em um sistema discreto, com N GDL's, o meio mais eficiente para armazenamento e processamento das n equações é organizá-las em matrizes (ALVES FILHO, 2005).

A Equação (4) descreve o comportamento dinâmico de estruturas com N GDL's.

$$[M]{\ddot{X}}+[C]{\dot{X}}+[K]{X}={F(t)}$$
(4)

Onde:

[M] – Matriz de massa da estrutura;

- $\{\ddot{X}\}$ Vetor de acelerações nodais;
- [C] Matriz de amortecimento da estrutura;
- ${X} Vetor de velocidades nodais;$
- [K] Matriz de rigidez da estrutura;
- {X} Vetor de deslocamentos nodais;
- {F(t)} Matriz de forças nodais variáveis com o tempo.

2.1.2.1 Solução da equação dinâmica utilizando o MEF

Para Alves Filho (2013), o MEF é um método de discretização de sistemas contínuos, onde um corpo contínuo é dividido em um número finito de partes, chamadas de

elementos, que são unidos em pontos chamados de nós. Esta subdivisão do corpo é chamada de malha de elementos finitos e representa o modelo matemático a ser resolvido. Este método permite a solução de problemas estáticos, dinâmicos, lineares ou não-lineares.

De acordo com Bathe (1996), pelo MEF, a Integração Direta e a Superposição Modal são os meios mais eficazes para solução do sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem resultante da Equação (4).

2.1.2.1.1 Integração Direta

As equações que compõem o sistema da Equação (4), são integradas de forma direta, sem nenhum tipo de transformação, mantendo o acoplamento entre elas. Este método é baseado em duas premissas. A primeira estabelece que o equilíbrio dinâmico é satisfeito apenas em alguns instantes de tempo discretos, chamados de Δt , a segunda define que dentro de cada intervalo de tempo são assumidas variações de deslocamento, velocidade e aceleração, que irão determinar a precisão, estabilidade e custo computacional da análise. (BATHE, 1996).

Segundo Alves Filho (2005), os métodos de integração direta possuem forte aplicação em problemas não-lineares e dividem-se basicamente em: Método Explicito e Método Implícito.

No Método Explicito, o deslocamento é calculado em relação às condições de equilíbrio dos instantes anteriores e as velocidades e acelerações são determinadas no instante central t, a partir dos instantes (t+ Δ t) e (t- Δ t) (ALVES FILHO, 2005).

As soluções são obtidas pela Equação (5).

$$\{\ddot{X}(t)\} = [M]^{-1} (\{F(t)^{ext}\} - \{F(t)^{int}\})$$
(5)

Onde:

 ${F(t)^{ext}} - Vetor de forças externas;$

 ${F(t)^{int}} - Vetor de forças internas.$

O Método Implícito, que considera a condição de equilíbrio no próprio instante $(t+\Delta t)$, calcula um deslocamento a cada incremento de tempo, como pode ser observado na Equação (6) (ALVES FILHO, 2005).

$$\{X(t + \Delta t)\} = [K]^{-1}\{F(t + \Delta t)\}$$
(6)

2.1.2.1.2 Superposição Modal

Este método consiste na transformação das coordenadas físicas de um sistema em coordenadas generalizadas, permitindo o desacoplamento das N equações e a solução independente de cada uma delas. O objetivo desta transformação é obter um sistema massa, mola, amortecedor e força generalizado para cada um dos modos de vibração, tornando possível o cálculo do fator de participação de cada modo na resposta dinâmica da estrutura (ALVES FILHO, 2005).

A superposição modal exige a solução do problema de autovalores e autovetores, em seguida a solução do sistema de equações desacopladas e, por fim, a superposição da resposta dinâmica (BATHE, 1996).

A análise modal consiste na solução das Equações (7) e (8).

$$p(\lambda) = \det([K] - \lambda \cdot [M])$$
⁽⁷⁾

Onde:

 $p(\lambda)$ – Polinômio característico de um sistema não-amortecido;

 λ – autovalores do sistema, correspondem aos quadrados das N frequências naturais.

$$([K] - \lambda_i \cdot [M]) \cdot \{\Phi_i\} = \{0\}$$

$$(8)$$

Onde:

 $\{\Phi_i\}$ – Autovetores do sistema, correspondem aos modos naturais de vibração.

As propriedades de ortogonalidade entre os autovetores tornam possível escrever as Equações (9) a (12).

$$\{\Phi_i\}^{\mathrm{T}}[\mathrm{K}]\{\Phi_i\} = k_i \tag{9}$$

$$\{\Phi_i\}^T[\mathsf{M}]\{\Phi_i\} = \mathsf{m}_i \tag{10}$$

$$\{\Phi_i\}^{\mathrm{T}}[\mathsf{C}]\{\Phi_i\} = \mathsf{c}_i \tag{11}$$

20

$$\{\Phi_i\}^T\{F(t)\} = f_i(t)$$
(12)

Onde:

k_i – Rigidez generalizada para o modo i;
m_i – Massa generalizada para o modo i;
c_i – Amortecimento generalizado para o modo i;
f_i(t) – Força generalizada para o modo i.

Desta forma, o fator de participação de cada modo de vibração pode ser determinado resolvendo um sistema generalizado de um GDL, como pode ser visto na Equação (13).

$$m_{i} \cdot \ddot{y}_{i}(t) + c_{i} \cdot \dot{y}_{i}(t) + k_{i} \cdot y_{i}(t) = f_{i}(t)$$
 (13)

Onde:

y_i – Fator de participação.

A resposta dinâmica da estrutura será dada pela Equação (14).

$$\{X(t)\} = \sum_{i=1}^{n} y_i(t) \cdot \Phi_i$$
 (14)

De acordo com Bathe (1996), o resultado obtido por ambos os métodos de solução são idênticos e o método é escolhido por sua efetividade numérica.

Prakash, Nandi e Sivakumar (2006) utilizaram o método da superposição modal em uma análise de fadiga de um componente de motor automotivo.

2.2 FADIGA

Segundo Dowling (2007), fadiga é uma falha causada por carregamentos repetidos, que causam o aparecimento de trincas que crescem e se propagam até a falha completa.

De acordo com Norton (2013), a falha por fadiga divide-se em três estágios e é

ilustrada na Figura 3:

- a) 1º Estágio Início da trinca: a variação das tensões causam deformações plásticas localizadas que geram bandas de deslizamento ao longo dos contornos dos cristais do material. Estas bandas de deslizamento tendem a se agrupar e formar trincas microscópicas;
- b) 2º Estágio Propagação: o crescimento da trinca ocorre em função das tensões de tração e sua propagação se dá ao longo dos planos perpendiculares aos de tensão máxima de tração. O crescimento e propagação das trincas são proporcionais aos níveis de tensão e ao número de ciclos;
- c) 3º Estágio Fratura: pode ocorrer tanto pelo aumento da intensidade das tensões na extremidade da trinca, de modo a ultrapassar o limite de tenacidade à fratura, quanto pelo crescimento da trinca até atingir um tamanho crítico, onde as tensões nominais ultrapassam o limite de resistência do material.



Figura 3 - Estágios da falha por fadiga

Fonte: Adaptado de Callister (2001)

Para avaliar os carregamentos cíclicos em um componente, os fatores significativos são a amplitude, o valor médio da onda tensão-tempo (ou deformação-tempo) e o número total de ciclos de tensão/deformação a que a peça é submetida (NORTON, 2013).

A Figura 4 apresenta a nomenclatura básica utilizada em estudos de fadiga. As principais características de um sinal temporal podem ser determinadas pelas Equações (15) a (18).

Figura 4 – Ciclos de carregamentos



Fonte: Adaptado de Norton (2013)

$$\sigma_{a} = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| \tag{15}$$

$$\sigma_{\rm m} = \frac{\sigma_{\rm max} + \sigma_{\rm min}}{2} \tag{16}$$

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$
(17)

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$
(18)

Onde:

 σ_{max} – Tensão Máxima;

 σ_{min} – Tensão Mínima;

 σ_a – Amplitude de Tensão;

σ_m - Tensão Média;

- R-Razão de Tensão;
- A Razão de Amplitude.

Atualmente existem três métodos principais de analisar fadiga, o método da vida sob tensão (S-N), o qual é baseado em tensões nominais ajustadas pelos concentradores de tensão.

O método da vida sob deformação (\mathcal{E} -N), que permite um estudo detalhado do escoamento localizado e, por fim a mecânica da fratura linear elástica, que estuda a propagação da trinca aplicando conceitos da mecânica da fratura (DOWLING, 2007).

2.2.1 Método da vida sob tensão

Segundo Bishop e Sherratt (2000), o método S-N assume que as tensões em toda a estrutura são somente elásticas, até mesmo na região de início da trinca, esta condição indica que os níveis de tensões são baixos e o método deve ser aplicado para fadiga de alto ciclo.

De acordo com Dowling (2007), se um corpo de prova é submetido a tensões cíclicas suficientemente severas, ele irá falhar após um número de ocorrências. O número de ciclos (N) para a falha varia com o nível de tensão (S), e os dados são plotados em forma de gráfico, com escala logarítmica, dando origem à curva S-N.

Shigley, Mischke e Budynas (2005) classificam como fadiga de baixo ciclo quando o número de ciclos necessários para a falha for inferior a 1000. Quando o número de ciclos supera este nível, é denominada como fadiga de alto ciclo.

O gráfico da Figura 5 apresenta uma curva S-N que pode ser obtida matematicamente pela Equação (19), para vida finita em alto ciclo.



Figura 5 - Curva S-N

Fonte: Adaptado de Shigley, Mischke, Budynas (2005)

$$S_f = a. N^b$$
⁽¹⁹⁾

$$a = \frac{(f. S_{ut})^2}{S_e}$$
(20)

$$b = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{f. S_{ut}}{S_e} \right)$$
(21)

Onde:

S_f – Resistência à fadiga;

a-Coeficiente de Sf para um ciclo;

N – Número de ciclos até a falha;

b - Coeficiente de inclinação da curva S-N em log x log;

S_e – Limite de resistência à fadiga;

Sut – Limite de resistência à tração do material;

f – Fração de S_{ut}, pode ser adotado 0,9.

Segundo Lee et al. (2005), quando o comportamento sob fadiga em um componente é regido por um mecanismo de propagação de trincas, como por exemplo, soldas ou entalhes, conhecendo-se a inclinação da curva S-N e um ponto da curva (S₁, N₁), a Equação (22) permite determinar o número de ciclos (N₂) para o dano causado por uma amplitude de tensão (S₂). Para juntas soldadas Lee et al. (2005) sugerem (K=-1/b≈3).

$$N_{2} = N_{1} \left(\frac{S_{1}}{S_{2}}\right)^{-1/b} = N_{1} \left(\frac{S_{1}}{S_{2}}\right)^{K}$$
(22)

O limite de resistência à fadiga S_e é afetado por uma grande variedade de fatores, principalmente geometria, processos de fabricação e tipos de solicitações os quais o componente é exposto, o que, normalmente, reduzem o S_e (DOWLING, 2007).

A Equação (23) apresenta o limite de resistência à fadiga corrigido, pelo conjunto dos principais fatores.

$$S_{e} = k_{a} \cdot k_{b} \cdot k_{c} \cdot k_{d} \cdot k_{e} \cdot k_{f} \cdot S_{e}^{\prime}$$
(23)

Onde:

k_a – Fator de modificação de condição de superfície;

k_b – Fator de modificação de tamanho;

k_c - Fator de modificação associado ao carregamento;

k_d – Fator de modificação por temperatura;

ke - Fator de modificação por confiabilidade;

k_f - Fator de modificação por efeitos diversos;

 $\dot{S_e}$ – Limite de resistência à fadiga do material;

S_e – Limite de resistência à fadiga corrigido.

As tensões também podem ser afetadas por irregularidades ou defeitos, neste caso os valores de tensão nominal são multiplicados por um fator de concentração de tensão em fadiga, que pode ser definido pela Equação (24) (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2005).

$$K_{f} = 1 + \frac{K_{t} - 1}{1 + \sqrt{\frac{a}{r}}}$$
(24)

Onde:

K_f – Fator de concentração de tensão em fadiga;

 \sqrt{a} – Constante de Neuber;

r - Raio do entalhe;

Kt - Fator de concentração de tensão nominal.

2.2.1.1 Efeitos da tensão média na curva S-N

Stephens et al. (2001) afirmam que tensões médias compressivas são benéficas à estrutura, enquanto tensões médias trativas são prejudicais. À medida que as tensões médias de tração aumentam, as amplitudes de tensões suportadas diminuem junto com a resistência à fadiga.

Existem diversos modelos que buscam relacionar as tensões alternadas e médias ao comportamento do material. Alguns dos principais estão representados nas Equações (25) a (27).

• Goodman:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1$$
(25)

• Morrow:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} = 1$$
(26)

• Smith, Watson e Topper (SWT):

$$S_e = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a} \tag{27}$$

Onde: σ_f – Tensão real de fratura; σ_{max} – Tensão máxima.

De acordo com Dowling (2007), o critério de Goodman é conservador para materiais dúcteis, Morrow fornece bons resultados para aços e o modelo SWT é uma boa opção para aplicações gerais, tendo como principal vantagem não utilizar nenhum parâmetro de material.

2.2.2 Método da vida sob deformação

De acordo com Stephens et al. (2001), o método *E*-N considera que ocorre uma deformação plástica nas regiões de concentrações de tensões, onde normalmente tem início a trinca de fadiga. Por este motivo, ele caracteriza melhor o comportamento de fadiga de baixo ciclo e/ou com concentradores de tensão, onde normalmente existem deformações plásticas localizadas.

A relação entre amplitude de deformação e número de ciclos reversos, expressa em termos de amplitude de deformação, pode ser descrita matematicamente pela Equação (28) e graficamente pela Figura 6.

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{2} = \mathcal{E}_{a} = \frac{\Delta \mathcal{E}_{e}}{2} + \frac{\Delta \mathcal{E}_{p}}{2} = \frac{\sigma_{f}'}{E} (2N_{f})^{b} + \mathcal{E}'_{f} (2N_{f})^{c}$$
(28)

Onde:

 $\frac{\Delta \mathcal{E}}{2}, \mathcal{E}_{a} - \text{Amplitude total de deformação;}$ $\frac{\Delta \mathcal{E}_{e}}{2} - \text{Amplitude de deformação elástica;}$ $\frac{\Delta \mathcal{E}_{p}}{2} - \text{Amplitude de deformação plástica;}$

 $\mathcal{E}_{f}^{'}$ – Coeficiente de ductilidade à fadiga;

c – Expoente de ductilidade à fadiga;

 σ_{f}' – Coeficiente de resistência à fadiga;

b - Expoente de resistência à fadiga;

E – Módulo de elasticidade;

 $2N_{\rm f}-$ Ciclos reversos para a falha.



Fonte: Adaptado de Stephens et al. (2001)

O método \mathcal{E} -N, pode ser aplicado tanto para fadiga de baixo ciclo, onde predominam as deformações plásticas, quanto para alto ciclo, onde as deformações elásticas serão predominantes (STEPHENS et al., 2001).

De acordo com Lee et al. (2005), juntamente com o método \mathcal{E} -N, muitos critérios para correção dos efeitos da tensão média foram desenvolvidos, na indústria automobilística, normalmente os mais utilizados são o critério de Morrow e o critério de Smith, Watson e Topper (SWT), descritos pelas Equações (29) e (30).

• Critério de Morrow

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{2} = \mathcal{E}_{a} = \frac{\sigma_{f}' - \sigma_{m}}{E} (2N_{f})^{b} + \mathcal{E}_{f}' (2N_{f})^{c}$$
⁽²⁹⁾

• Critério de Smith, Watson e Topper (SWT)

$$\sigma_{max}\mathcal{E}_{a} = \frac{\left(\sigma_{f}'\right)^{2}}{E} (2N_{f})^{2b} + \sigma_{f}'\mathcal{E}_{f}'(2N_{f})^{b+c}$$
(30)

Dowling (2004) comparou os modelos de Morrow e SWT para alguns tipos de aços, alumínios e titânios. Com base nos resultados obtidos experimentalmente, observou que o critério SWT apresenta resultados precisos para alumínios e aceitáveis para aços, enquanto o critério de Morrow tem melhor aplicação em aços, mas não é recomendado para alumínios. Para aplicações gerais Dowling (2004) recomenda o critério SWT.

2.2.3 Análise de sinais temporais

Segundo Mršnik, Slavič e Boltezăr (2013), para um sinal no domínio do tempo a análise é realizada utilizando um método de contagem de ciclos e o acúmulo de dano é normalmente considerado linear. A combinação do método de contagem Rainflow e a regra de dano linear proposta por Palmgren-Miner geralmente apresenta bons resultados para estimativas de vida sob fadiga no domínio do tempo.

2.2.3.1 Contagem de ciclos – Método de Rainflow

De acordo com Stephens et al. (2001), o propósito de todos os métodos de contagem

de ciclos é comparar o efeito de um histórico de carregamentos de amplitude variável com um histórico de amplitudes constantes.

Primeiramente, o sinal é posicionado verticalmente, para ser analisado de cima para baixo, em seguida a contagem é realizada conforme as etapas abaixo:

- a) reorganizar o sinal de modo a iniciar no maior pico ou menor vale;
- b) iniciar a contagem do maior pico (ou menor vale) até a próxima reversão do sinal. A contagem segue até o pico seguinte ser igual ou maior do que o pico a partir do qual a contagem foi iniciada, ou uma contagem prévia for encontrada;
- c) repetir o procedimento para o próximo pico até a próxima reversão, cujos passos são repetidos até o final;
- d) repetir o procedimento para todos os intervalos ou partes de intervalos não contabilizados anteriormente.

O procedimento completo de contagem é apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Contagem de ciclos Rainflow. (a) Histórico Temporal. (b) Contagem Rainflow. (c) Resultado da Contagem.



Fonte: Adaptado de Stephens et al. (2001)

2.2.3.2 Regra de dano linear de Palmgren-Miner

Stephens et al. (2001) conceituam dano como sendo a fração de vida consumida em um ciclo ou uma série dos mesmos. Estas frações são somadas e quando o somatório atinge 1, considera-se a vida do componente completamente consumida e espera-se a falha.

Fatemi e Yang (1998) analisaram diversos modelos de acúmulo de dano, de onde concluíram que, nenhum modelo possui aplicação universal e todos permanecem limitados à representação de determinados fenômenos. A simplicidade de aplicação e boa capacidade de

representação dos fenômenos de fadiga, fazem com que a regra de Palmgren-Miner ainda continue sendo a mais utilizada.

A Equação (31) descreve matematicamente a regra de Palmgren-Miner.

$$D = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{N_{f_i}} = 1$$
(31)

Onde:

D – Dano acumulado;

n_i – Número de ocorrências de um ciclo;

N_{fi} – Número de ocorrências deste mesmo ciclo até a falha.

A Figura (8) representa o cálculo do dano causado por dois blocos de carregamentos com amplitudes de tensão diferentes e o respectivo número de ciclos para a falha.



Figura 8 - Aplicação da regra de Palmgren-Miner

Fonte: Adaptado de Stephens et al. (2001)

2.2.4 Fadiga Multiaxial

Segundo Mamiya et al. (2011), em condições reais de serviço, algumas regiões de um componente ou estrutura mecânica, estão sujeitas a variações de tensões multiaxiais que podem induzir a falha por fadiga.

As direções principais de um carregamento cíclico permanecem fixas em um carregamento multiaxial proporcional, enquanto as direções principais de um carregamento multiaxial não proporcional variam com o tempo (FATEMI; SHAMSAEI, 2011).

De acordo com Bishop e Sherratt (2000), o estado de tensões pode ser caracterizado por dois parâmetros, a taxa de bi-axialidade, a_e , representada pela Equação (32) e o ângulo das tensões principais, ϕ_P .

$$a_e = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \tag{32}$$

Onde:

 σ_1 , σ_2 – Tensões Principais.

Quando $a_e = 0$ e ϕ_P = constante, considera-se como estado uniaxial. Se o valor de a_e estiver entre -1 e 1, com ϕ_P = constante, tem-se uma condição de carregamento multiaxial proporcional, onde é possível aplicar critérios de tensão/deformação equivalente. O estado multiaxial não proporcional estará caracterizado quando a_e e ϕ_P apresentarem variações em função do tempo, onde pode ser utilizado o método do plano crítico (BISHOP; SHERRATT, 2001).

2.2.4.1 Fadiga por carregamentos proporcionais

Para condições de carregamento proporcionais, pode-se utilizar modelos de aproximação por tensões/deformações equivalentes para avaliar a fadiga multiaxial, uma vez calculada a tensão/deformação equivalente, o estado multiaxial é reduzido a um estado uniaxial equivalente. Geralmente os critérios de tensões/deformações equivalentes mais utilizados são as Teorias de von Mises e de Sines, representadas pela Equações (33) a (35). (STEPHENS et al., 2001).

• Teoria de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2}$$
(33)

$$\mathcal{E}_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{(\mathcal{E}_{a1} - \mathcal{E}_{a2})^2 + (\mathcal{E}_{a2} - \mathcal{E}_{a3})^2 + (\mathcal{E}_{a3} - \mathcal{E}_{a1})^2}}{(1+\upsilon)}$$
(34)

Onde:

 σ_{eq} – Amplitude de tensão nominal equivalente; σ_{a1} , σ_{a2} , σ_{a3} – Tensões nominais principais alternantes, onde $\sigma_{a1} > \sigma_{a2} > \sigma_{a3}$; \mathcal{E}_{eq} – Deformação alternante equivalente;

 \mathcal{E}_{a1} , \mathcal{E}_{a2} , \mathcal{E}_{a3} – Deformações principais alternantes, onde $\mathcal{E}_{a1} > \mathcal{E}_{a2} > \mathcal{E}_{a3}$.

O método de Sines utiliza as tensões cisalhantes octaédricas para tensões alternantes e tensões hidrostáticas para tensões médias (STEPHENS et al., 2001). Este método pode ser representado pela Equação (35).

$$\sigma_{eq} = \frac{\sqrt{(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2}}{\sqrt{2}} + m(\sigma_{mx} + \sigma_{my} + \sigma_{mz})$$
(35)

Onde:

m - Coeficiente de influência das tensões médias;

 σ_{mx} , σ_{my} , σ_{mz} – Tensões normais médias.

2.2.4.2 Fadiga por carregamentos não proporcionais

Shamsaei e McKelvey (2014) afirmam que o uso dos modelos clássicos de fadiga para casos não proporcionais, frequentemente leva a erros significativos, pois estes não consideram os efeitos da não proporcionalidade das cargas. Segundo Fatemi e Shamsaei (2011), o método do plano crítico é o mais robusto e confiável para o estudo da fadiga multiaxial.

O plano onde ocorre o início e crescimento da trinca de fadiga, também chamado de plano crítico, pode ser de cisalhamento máximo ou tração máxima. Os modelos de fadiga multiaxial capazes de representar o efeito destas tensões e/ou deformações, são chamados de modelos de plano crítico (STEPHENS et al., 2001).

Estes modelos são capazes de estimar a vida sob fadiga e a direção do início da trinca, podendo ser utilizados tanto para carregamentos proporcionais quanto não proporcionais (SHAMSAEI; McKELVEY, 2014). Os modelos de plano crítico são classificados de acordo com seu embasamento teórico, podendo ser baseados em tensão, deformação e tensão-deformação (FATEMI; SHAMSAEI, 2011).

Segundo Macha et al. (2004), todos os métodos de cálculo de vida sob fadiga, baseados em um algoritmo de contagem de ciclos, têm em sua essência a mesma metodologia. O método do plano crítico pode ser resumido da seguinte maneira:

- a) definir uma variável para contagem de ciclos, tensões e/ou deformações;
- b) escolher um modelo de plano crítico adequado, que em seguida será aplicado a cada plano do material, $P_{\vec{n}}$, que será orientado por um vetor unitário $\vec{n}(\theta, \phi)$, como pode ser visto na Figura 9;



Figura 9 - Orientações do plano crítico

Fonte: Adaptado de Macha et al. (2003)

- c) analisar todos os planos considerando o intervalo de $\theta = 45^{\circ}$ a 90° e um ϕ variando entre 0° e 180°, sendo determinadas as projeções de tensões e deformações nos planos;
- d) aplicar o método de Rainflow para contagem de ciclos;
- e) aplicar o modelo de plano crítico e calcular o dano através da regra de Palmgren-Miner. O plano crítico será aquele que apresentar o maior dano, onde será realizada a estimativa de vida sob fadiga.

De acordo com Ince (2012), os critérios de McDiarmid e Dang Van foram desenvolvidos recentemente para carregamentos não proporcionais complexos. O modelo de McDiarmid é baseado na amplitude da tensão de cisalhamento máxima e na tensão normal máxima, o plano da tensão de cisalhamento máximo é considerado o plano crítico.

O modelo de McDiarmid é definido pela Equação (36).

$$\frac{\Delta \tau_{max}}{2t} + \frac{\Delta \sigma_{n,max}}{2\sigma_{ut}} = 1$$
(36)

Onde:

$$\frac{\Delta \tau_{max}}{2} - \text{ Amplitude da tensão de cisalhamento máxima;}
\frac{\Delta \sigma_{n,max}}{2} - \text{ Amplitude da tensão normal máxima;}
t - Resistência à fadiga por cisalhamento;}
\sigma_{ut} - Limite de resistência à tração.}$$

O critério de Dang Van, representado pela Equação (37), considera que, pelo fato do início da trinca ocorrer nas bandas de deslizamento, as tensões microscópicas, tanto hidrostáticas quanto de cisalhamento, têm influência na formação da trinca (INCE, 2012).

$$\tau(t) + a\sigma(t) = b \tag{37}$$

Onde:

 $\tau(t)$ – Tensão microscópica cisalhante instantânea;

 $\sigma(t)$ – Tensão microscópica hidrostática instantânea;

a, b – Constantes do material, determinadas experimentalmente por dois testes de fadiga com carregamentos em modos diferentes.

Cowell (2006) afirma que um dos modelos mais utilizados para materiais dúcteis sob carregamento multiaxial, é o modelo Brown-Miller. De acordo com Delprete, Sesana e Vercelli (2010), este modelo propõe que tanto as deformações normais quanto as por cisalhamento que atuam no plano de cisalhamento máximo devem ser consideradas, pois o cisalhamento favorece o início da trinca e as deformações normais contribuem para o seu crescimento.

O modelo de Brown-Miller é descrito pela Equação (38).

$$\frac{\Delta\gamma_{\text{max}}}{2} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{\text{n}}}{2} = 1.65 \frac{\sigma_{\text{f}}'}{E} (2N_{\text{f}})^{\text{b}} + 1.75\mathcal{E}_{\text{f}}' (2N_{\text{f}})^{\text{c}}$$
(38)

Onde:

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2}$$
 – Amplitude de deformação máxima por cisalhamento;
 $\frac{\Delta \mathcal{E}_n}{2}$ – Amplitude de deformação normal máxima.

Draper (2004 apud COWELL, 2006) recomenda para a análise de materiais dúcteis, a utilização do critério de Brown-Miller com correção da tensão média. O modelo de Brown-Miller modificado pelo critério de Morrow é definido pela Equação (39).

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{n}}{2} = 1.65 \frac{(\sigma_{f}' - \sigma_{m})}{E} (2N_{f})^{b} + 1.75\mathcal{E}_{f}'(2N_{f})^{c}$$
(39)

Segundo Fatemi e Shamsaei (2011), modelos de plano crítico que relacionam tanto tensões quanto deformações, são os mais apropriados para utilização tanto em baixo quanto alto ciclo, estes modelos tipicamente incluem um parâmetro primário de deformação e um secundário de tensão. Exemplos destes modelos são os modelos de Fatemi-Socie, representado pela Equação (40) e o modelo de Smith, Watson e Topper (SWT), representado pela Equação (41).

$$\frac{\Delta\gamma_{\text{max}}}{2} \left(1 + k\frac{\sigma_{\text{n,max}}}{\sigma_{\text{y}}}\right) = \frac{\tau_{\text{f}}'}{G} (2N_{\text{f}})^{b_0} + \gamma_{\text{f}}'^{(2N_{\text{f}})^{c_0}}$$
(40)

Onde:

k – Constante do material determinada experimentalmente, pode ser adotado k≈1;

G – Módulo de cisalhamento;

 σ_v – Tensão limite de escoamento do material;

- τ_{f}' Coeficiente de resistência à fadiga por cisalhamento;
- γ'_f Coeficiente de ductilidade à fadiga por cisalhamento;
- b₀ Expoente de resistência à fadiga por cisalhamento;
- c₀ Expoente de ductilidade à fadiga por cisalhamento.

No critério de Fatemi-Socie, os parâmetros que governam a falha por fadiga são a amplitude de deformação máxima por cisalhamento e a tensão normal máxima, portanto este modelo torna-se aceitável para materiais onde o início e propagação da trinca ocorrem no plano de deformação máxima por cisalhamento, o que é o caso de diversos metais e ligas (STEPHENS et al., 2001).

$$\sigma_{n,\max} \frac{\Delta \mathcal{E}_{1,\max}}{2} = \frac{(\sigma_f')^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \mathcal{E}_f' (2N_f)^{b+c}$$
(41)

O modelo SWT é governado pela amplitude de deformação máxima principal, $\Delta \mathcal{E}_{1,\text{max}}/2$, e pela tensão normal máxima, que atuam no plano de deformação principal máxima. Portanto este critério pode ser aplicado em materiais onde o início e a propagação da trinca acontece ao longo dos planos de máxima tração, como por exemplo, o ferro fundido (STEPHENS et al., 2001).

De acordo com Shamsaei e McKelvey (2014), nos modelos de Fatemi-Socie e SWT, a componente de tensão normal máxima leva em conta os efeitos das tensões médias ou residuais e o encruamento causado pela não proporcionalidade do carregamento. O mesmo pode ser concluído para os modelos de Dang Van e McDiarmid.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho realizou-se a análise numérica de fadiga de um suporte de sinaleira utilizado em implementos rodoviários. A execução do trabalho foi dividida em etapas distintas, as quais contemplaram desde a caracterização do componente até a avaliação dos resultados obtidos na análise de fadiga. As etapas do procedimento estão representadas na Figura 10.





Fonte: Autor (2015)

3.1 CARACTERIZAÇÃO DO COMPONENTE

O componente estudado possui uma massa de aproximadamente 10,3 kg, sendo composto por um perfil ômega (Figura 11 (a)), com um comprimento aproximado de 764 mm e espessura de parede de 3,75 mm, o qual é soldado a uma flange com espessura de 8 mm (Figura 11 (b)) e a um reforço sobreposto com 5,25 mm de espessura (Figura 11 (c)), sendo todas as peças fabricadas em aço LN RAND 250. O suporte é fixado ao chassi por meio de parafusos M12. A sinaleira (Figura 11 (d)) por sua vez, é parafusada ao lado inferior do perfil

ômega, utilizando parafusos M8. A Figura 11 (e) ilustra a montagem completa do suporte supracitado.



Figura 11 – Suporte de sinaleira: (a) perfil ômega, (b) flange, (c) reforço sobreposto, (d) sinaleira, (e) montagem completa

Fonte: Autor (2015)

A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas e elásticas do aço LN-RAND 250 utilizado nos componentes metálicos.

Limite de escoamento (MPa)	Limite de resistência à tração (MPa)	Módulo de elasticidade (GPa)	Alongamento (%)	Coeficiente de Poisson	Densidade (g/cm³)
250	400-520	207	22	0,3	7,85

Tabela 1 - Propriedades mecânicas do aço LN-RAND 250

Fonte: Randon S/A (2014)

As propriedades do plástico da sinaleira foram adotadas como sendo as do acrílico, com densidade de 1,19 g/cm³, módulo de elasticidade de 2,4 GPa e coeficiente de Poisson de 0,4.

3.2 ANÁLISE DINÂMICA

A análise dinâmica pelo método dos elementos finitos foi realizada utilizando o *software* Abaqus 6.14, com o objetivo de representar o movimento de base forçado que o componente sofre durante o TDA realizado em bancada vibratória. O teste foi realizado de forma a representar os níveis de tensão verificados em sinais de pistas, por meio de uma excitação harmônica fornecida pela bancada. O ensaio ocorreu por aproximadamente quinze minutos, a partir dos quais obteve-se uma estimativa de vida.

O componente foi instrumentado com dois acelerômetros triaxiais, um em cada extremidade do componente e também com extensômetros uniaxiais, próximos às regiões soldadas, conforme a Figura 12.





Fonte: Randon S/A (2014)

Os resultados medidos nos extensômetros L1 e L2 foram desconsiderados por apresentarem incoerências devidas a problemas na instrumentação.

O processo de modelamento pelo método dos elementos finitos é basicamente dividido em duas etapas: pré-processamento e processamento.

A etapa de pré-processamento abrange todos os procedimentos necessários para a preparação do modelo matemático resolvido na etapa de processamento. O fluxograma da Figura 13 apresenta os principais processos realizados durante o pré-processamento da análise dinâmica.



Figura 13 - Fluxograma do pré-processamento da análise dinâmica

A malha do suporte foi gerada nas superfícies médias das chapas metálicas, utilizando elementos de casca do tipo S4R. A hipótese do estado plano de tensões foi previamente verificada por meio da realização de uma análise dinâmica preliminar, considerando o modelamento do suporte por elementos sólidos hexaédricos lineares, do tipo C3D8R, onde foram avaliadas as tensões normais à superfície, σ_3 , nas regiões equivalentes aos pontos instrumentados durante o TDA. Foram obtidos baixos valores de tensão, conforme apresentado no gráfico da Figura 14, portanto sendo válido o estado plano de tensões.



Fonte: Autor (2015)

A qualidade da malha foi avaliada com base em uma análise estática do componente, considerando seis vezes o peso próprio atuando sobre ele, com as regiões ao redor dos furos de fixação engastadas. Para analisar a malha, foi utilizado o mesmo método aplicado por Giordani (2015), verificando-se o resultado de deslocamento vertical no ponto B da Figura 15. O tamanho de elemento foi reduzido gradativamente até o resultado apresentar convergência.



Figura 15 - Análise de convergência da malha

O tamanho do elemento (TE) foi definido com base nos resultados da Tabela 2, que contém o deslocamento vertical (Y) do ponto B, a razão entre o comprimento da aresta A e o tamanho do elemento analisado (A/TE) e por fim a razão entre o deslocamento vertical do elemento atual e o último tamanho de elemento analisado (Y/Ymáx).

	n		1		
Malha	TE [mm]	Y [mm] x 10 ⁻²	A/TE	Y/Ymáx [%]	Tempo de análise [s]
1	12	4,33309	3,208333	99,0425	92,6
2	10	4,34516	3,85	99,3184	94
3	8	4,34568	4,8125	99,3303	96,9
4	6	4,35271	6,416667	99,4909	98,7
5	5	4,36032	7,7	99,6649	100,5
6	4	4,36393	9,625	99,7474	102,8
7	3	4,36847	12,833	99,8511	106,4
8	2	4,37335	19,25	99,9627	134,5
9	1,5	4,37498	25,667	100	162,4

Tabela 2 – Resultados da análise de convergência

Fonte: Autor (2015)

Fonte: Autor (2015)

A Tabela 2 possibilita a construção de uma curva de convergência de resultados, a qual pode ser observada no gráfico da Figura 16.



Com base no estudo realizado, foi definido para a modelagem do suporte, o elemento com tamanho de dois milímetros. A sinaleira foi modelada utilizando elementos sólidos, C3D8R, com o único objetivo de representar mais fielmente a massa e a rigidez da mesma. A malha gerada possui 220959 nós e 169819 elementos, sendo que 119833 são do tipo C3D8R e 49986 do tipo S4R.

Após a geração da malha de cada componente, são definidas suas respectivas propriedades mecânicas, material e espessura de chapa.

A união entre o suporte e a sinaleira foi considerada rígida, sendo representada por uma iteração restritiva do tipo *Tie*, a qual tem como característica unir rigidamente duas ou mais superfícies, garantindo que as mesmas tenham o mesmo movimento durante a simulação.

A Figura 17 (a) apresenta uma prévia da malha de elementos de casca utilizada no suporte da sinaleira, enquanto na Figura 17 (b) estão destacadas em vermelho as regiões ao redor dos furos onde foram aplicadas as condições de contorno e o movimento forçado de base.





Fonte: Autor (2015)

A análise dinâmica empregada neste trabalho foi do tipo transiente, a qual emprega o método da superposição modal. Para tanto, a análise foi dividida em duas etapas. Primeiramente, a análise modal, onde foram considerados os cinco primeiros modos naturais de vibração, testes preliminares mostraram não haver necessidade de um número maior de modos para a obtenção de uma resposta dinâmica adequada. Em seguida, a análise dinâmica transiente, onde foi realizada a superposição dos modos calculados, considerando um fator de amortecimento crítico de 0,03 e adotando o tempo de um segundo como período total de análise.

O suporte da sinaleira foi engastado nas furações da flange para a análise modal. Na análise dinâmica, foi imposto um movimento de base forçado por aceleração por meio da aplicação de um trecho de um segundo do sinal de aceleração coletado durante o TDA. O único carregamento considerado no modelo é o peso próprio do componente.

A Tabela 3 apresenta as características do sinal de aceleração senoidal que foi inserido no modelo, orientado conforme o centro de coordenadas da Figura 17.

Direção	Amplitude [g]	Frequência [Hz]
Y	22	27

Tabela 3 - Características do sinal senoidal

Fonte: Autor (2015)

Os sinais nas direções X e Z foram desconsiderados pelo fato de, na direção Z possuir uma baixa amplitude, e na direção X, as acelerações medidas na base e na ponta do suporte apresentaram valores semelhantes, como pode ser visto no gráfico da Figura 18, o que indica um movimento de corpo rígido, que pouco contribui nos esforços internos da estrutura. Isto pode ser observado nas medições dos extensômetros, Figura 19, nos dois lados do componente, as tensões de tração e compressão estão em fase para todos os sensores.



Fonte: Autor (2015)



Fonte: Autor (2015)

Os resultados obtidos na análise dinâmica foram avaliados e comparados com os resultados experimentais do TDA, como os resultados não apresentaram discrepâncias em relação ao teste, o modelo foi considerado adequado para a análise de fadiga.

3.3 ANÁLISE DE FADIGA

Os resultados provenientes da análise dinâmica foram exportados para o *software* de análise de fadiga, Fe-Safe 6.5, onde foi estimada a vida do componente para o modelo numérico e também para os trechos dos sinais experimentais que foram adotados para analise.

O método de análise definido foi o da vida sob deformação, implementado pelo método do plano crítico, utilizando o modelo de Brown-Miller com a correção de tensão média pelo critério de Morrow. Esta escolha é justificada pela capacidade do modelo para representar tanto a vida em alto ciclo como em baixo ciclo e também pela sua boa aplicação em materiais dúcteis.

Para fins de comparação entre os resultados numéricos e os sinais experimentais, foi considerada a curva ε x 2Nf do aço SAE 1008, disponível na biblioteca de materiais do Fe-Safe 6.5. A curva possui as características da Tabela 4 e pode ser observada na Figura 20.

Propriedade	Valor
$\sigma_{\rm f}{}'$	1601 MPa
$\mathcal{E}_{\mathrm{f}}^{\prime}$	0,976
b	-0,197
с	-0,595
Е	207000 MPa

Tabela 4 - Propriedades de fadiga do material

Fonte: Autor (2015)



Figura 20 - Curva de fadiga do aço SAE 1008

Fonte: Autor (2015)

O fluxograma da Figura 21 apresenta os principais procedimentos realizados na análise de fadiga.



Figura 21 – Fluxograma da análise de fadiga

Fonte: Autor (2015)

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas descritas anteriormente.

4.1 RESULTADOS DA ANÁLISE DINÂMICA

De acordo com a metodologia apresentada no capítulo anterior, os resultados da análise dinâmica serão apresentados em duas partes, análise modal e dinâmica transiente.

4.1.1 Análise modal

Nesta etapa foram calculadas as cinco primeiras frequências naturais e modos de vibração, que serão utilizados na superposição modal empregada na etapa posterior da análise. Os resultados apresentam-se na Tabela 5.



Tabela 5 – Resultados da análise modal

Fonte: Autor (2016)

4.1.2 Análise dinâmica transiente

Após a superposição dos modos previamente calculados, obtêm-se a resposta dinâmica do componente para as solicitações impostas pelo movimento forçado de base, durante o intervalo de tempo de um segundo.

A Figura 22 apresenta os resultados de tensão máxima principal no instante de tempo de 0,6 segundos, apresentando o valor máximo de 158 MPa, próximo ao cordão de solda.



Figura 22 – Tensão máxima principal

Fonte: Autor (2016)

O gráfico da Figura 23 fornece uma comparação entre os resultados de aceleração vertical, obtidos numericamente e as medições do TDA, enquanto nas Figuras 24 a 29 observa-se a comparação entre as tensões, para cada posição instrumentada do produto.



Figura 23 - Aceleração vertical - MEF x experimental

Fonte: Autor (2016)







Fonte: Autor (2016)



Figura 26 - Tensão no ponto L5 - MEF x experimental

Fonte: Autor (2016)



Fonte: Autor (2016)





Fonte: Autor (2016)



Figura 29 - Tensão no ponto L8 - MEF x experimental

Fonte: Autor (2016)

Os resultados obtidos na análise dinâmica foram considerados válidos para a avaliação da vida em fadiga. Apesar das incertezas associadas às propriedades do material, principalmente em relação ao amortecimento e a influência do processo de soldagem, os resultados apresentaram uma boa aproximação do comportamento real do componente.

As Tabelas 6 e 7 apresentam um resumo dos resultados obtidos pelo MEF e pelo TDA. Nas comparações foram avaliados os valores máximos e mínimos dos sinais, considerando apenas o regime permanente do MEF, onde a máxima diferença percentual foi de -8,8% para os resultados de acelerações e 21,9% para tensões, ambos foram considerados adequados para uma análise dinâmica.

Aceleração	MEF [g]	TDA [g]	Diferença [%]
Máx.	5,9	6,2	-3,6
Mín.	-6,1	-6,7	-8,8

Tabela 6 - Resultados da análise dinâmica: Aceleração

Fonte: Autor (2016)

	Tensão Máx. [MPa]			Tensão Mín. [MPa]		
Canal	MEF	TDA	Diferença [%]	MEF	TDA	Diferença [%]
L3	49,3	56,9	-13,3	-46,2	-54,7	-15,6
L4	72,5	61,2	18,4	-67,6	-55,5	21,9
L5	55,4	52,0	6,6	-51,6	-53,8	-4,0
L6	49,6	50,1	-1,0	-46,4	-48,1	-3,5
L7	62,8	61,0	2,9	-58,6	-61,3	-4,5
L8	56,8	47,6	19,3	-52,9	-49,3	7,2

Tabela 7 - Resultados da análise dinâmica: Tensão

Fonte: Autor (2016)

4.2 RESULTADOS DA ANÁLISE DE FADIGA

A estimativa da vida em fadiga foi realizada a partir dos resultados da etapa anterior, de acordo com os métodos e procedimentos descritos no capítulo 3. A Figura 30 apresenta os resultados da análise de fadiga considerando o número de horas na base logarítmica necessárias para atingir a falha.



Os locais que apontaram menor vida no modelo numérico foram considerados coerentes com os locais de falhas verificadas em campo. Na Figura 31 estão destacados os pontos que servirão de base para comparação com os resultados experimentais.





Fonte: Autor (2016)

A Tabela 8 apresenta uma comparação entre a estimativa de vida numérica e a estimativa de vida realizada com base nas medições de tensão do TDA. Todos os resultados estão apresentados em horas.

A diferença entre os resultados foi avaliada utilizando a diferença percentual dos logaritmos das estimativas de vida à fadiga, com base na estimativa experimental.

Para a estimativa de vida onde o número de ciclos para a falha ficou acima do limite da curva do material, neste caso vinte milhões de ciclos reversos, onde não ocorre dano à estrutura, foi considerado como Vida Infinita.

Estimativa de vida baseada no TDA x modelo numérico [h]							
Canal	Medição TDA	Computacional	Diferença log. [%]				
L3	106,9	121,48	2,7				
L4	86,84	83,89	-0,8				
L5	129,62	85,9	-8,5				
L6	Vida Infinita	158,12	-				
L7	71,83	128,8	13,7				
L8	Vida Infinita	99,1	-				

Tabela 8 - Comparação entre as estimativas baseadas no TDA e no modelo numérico

Fonte: Autor (2016)

Analisando os dados da tabela anterior, verificam-se diferenças entre os dois métodos utilizados para as estimativas. Esta condição deve-se ao fato da estimativa experimental ter sido realizada com base nos resultados coletados por extensômetros uniaxiais, o que limita o modelo de Brown-Miller apenas à avaliação das deformações normais em uma única direção, enquanto o modelo numérico permite a avaliação das deformações nas demais direções, possibilitando uma análise mais completa do comportamento sob fadiga.

Os resultados obtidos não apresentaram um padrão de desvio entre si, observa-se que no ponto L3 a diferença entre as estimativas de vida foi praticamente a diferença verificada entre as tensões máximas no mesmo local, já no ponto L4 onde os resultados estiveram mais próximos, foi o local onde ocorreu a maior diferença entre as tensões. No ponto L5, onde ocorreu a maior divergência entre as estimativas de vida, os resultados de tensões apresentaram boa aproximação, contudo o resultado estimado experimentalmente se mostrou menos conservador. O mesmo ocorre em L6, onde, de acordo com a estimativa experimental,

não ocorre dano. Em L7, observa-se o contrário do comportamento verificado em L5, onde o modelo numérico não é conservador, apesar da boa aproximação dos resultados de tensão. No ponto L8, novamente o resultado da estimativa numérica é mais conservador.

A variação dos resultados pode indicar que o plano crítico do modelo numérico está em uma direção diferente do que o extensômetro e também permite concluir que, as tensões que atuam em direções diferentes das medidas no teste, possuem influência na vida do componente. Para avaliar está hipótese, foi realizada uma análise dos resultados nos pontos L4 e L6, onde foram calculadas estimativas de vida considerando apenas os resultados numéricos nas mesmas direções que os extensômetros. Esta avaliação apresentou em L4 aproximadamente a metade do tempo de vida em relação à estimativa experimental, em L6 não ocorreu dano nesta condição. Estes resultados comprovam a influência das tensões nas demais direções que não foram instrumentadas e também demonstram a importância de uma boa calibração do modelo numérico.

Por fim, ressalta-se que, tanto a estimativa numérica quanto a experimental, não possuem validação física, visto que o TDA não foi realizado até a falha do componente e também é desconhecida a influência dos picos de tensão ocorridos no regime transiente das tensões do modelo numérico, que possuem influência nos resultados.

5 CONCLUSÃO

De acordo com os objetivos definidos inicialmente, a durabilidade do componente foi avaliada com base na metodologia e nas teorias apresentadas no decorrer do trabalho, desta forma, tanto o objetivo geral quanto os objetivos específicos foram atingidos.

A aplicação da análise dinâmica pelo método dos elementos finitos para representação do TDA apresentou resultados coerentes com os verificados no teste físico do componente, tanto para as acelerações, quanto para tensões.

Os resultados da análise de fadiga se mostraram coerentes para esta aplicação, porém durante a comparação da estimativa de vida obtida no *software* e a estimativa baseada nos sinais experimentais, em diversos pontos instrumentados observou-se divergências entre os resultados. Dentre as possíveis causas destacam-se: as propriedades mecânicas do material utilizadas para as análises, a variação do coeficiente de amortecimento do componente e também ficou clara a importância da utilização de rosetas para uma melhor análise da durabilidade de um componente, evitando que a estimativa de vida fique limitada a uma direção, ocultando o resultado adequado.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o objetivo validar os resultados de estimativa de vida e desenvolver novos conhecimentos na área de fadiga, sugere-se a execução dos seguintes trabalhos futuros:

- 1°) instrumentar o componente com rosetas, repetir o TDA até a ocorrência da falha e comparar os resultados novamente;
- 2°) avaliar diferentes modelos de plano crítico;
- 3°) realizar as análises utilizando dados coletados em vias públicas;
- 4°) repetir as análises com dados coletados em vias públicas, porém empregando métodos espectrais, para comparação entre as metodologias do domínio do tempo e frequência.

REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos:** a base da tecnologia CAE - análise dinâmica. São Paulo, SP: Érica, 2005.

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos:** a base da tecnologia CAE - análise estática. 4. ed. São Paulo, SP: Érica, 2013.

BATHE, K. J., Finite Element Procedures. Prentice-Hall, New Jersey, 1996.

BISHOP, N. W. M.; SHERRATT, F., **Finite Element Based Fatigue Calculations**, United Kingdom, Farnham: The International Association for the engineering Analysis Community, 2000.

CALLISTER, W. D. **Fundamentals of Materials Science and Engineering:** an introduction. 8.ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2001.

CNT, **Pesquisa CNT de Rodovias 2014**, Diponível em: http://pesquisarodovias.cnt.org.br/Relatorio%20Geral/Pesquisa_CNT_de_Rodovias_2014_L OW.pdf>. Acesso em: 8 ago. 2015.

COWELL, J. M. **Development of a practical fatigue analysis methodology for life prediction of rotary-wing aircraft components**. 2006. 132 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Graduate Faculty of North Carolina State University, Raleigh, 2006.

DELPRETE. C.; SESANA, R.; VERCELLI, A. Multiaxial damage assessment and life estimation: application to an automotive exhaust manifold. **Procedia Engineering**, v. 2, p. 725-734, 2010.

DOWLING, N. E. Mean Stress Effects in Stress-life and Strain-life Fatigue. SAE Technical Paper 2004-01-2227, 2004.

DOWLING, N. E. **Mechanical behavior of materials:** Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue. 3.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2007.

FATEMI, A.; YANG, L., Cumulative Fatigue Damage and Life Prediction Theories: A Survey of The State of Art for Homogeneous Materials, **International Journal of Fatigue**, v.20, N. 1, p. 9- 34, 1998.

FATEMI, A.; SHAMSAEI, N. Multiaxial Fatigue: An overview and some Aproximation models for life estimation. **International Journal of Fatigue**, v. 33, p. 948-958, 2011.

GIORDANI, F. A. **Estudo de metodologias para medir a vida em fadiga multiaxial não proporcional**. 2015. 132 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

HORN, L.A.W., et al. Semitrailer Chassis design against Fatigue on the basis of Field Test data, Heavy Vehicle Transport Technology Symposium, Estocolmo, SUE, 2012.

INCE, A. **Development of computational multiaxial fatigue modelling for notched components**. 2012. 204 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – University of Waterloo, Waterloo, 2012.

LEE, Y. L. et al. **Fatigue Testing and Analysis - Theory and Practice. 1. Ed.** United States of America – Elsevier, 2005.

MACHA. E. et al. Fatigue life under non-gaussian random loading from various models. **International Journal of Fatigue**, v. 26, p. 349-363, 2004.

MAMIYA, E.N. et al. Multiaxial Fatigue life estimation based on a piecewise ruled S-N surface. **International Journal of Fatigue**, v. 33, p. 529-540, 2011.

MRŠNIK, M.; SLAVIČ J.; BOLTEZĂR, M. Frequency-domain methods for a vibrationfatigue-life estimation – Application to real data. **International Journal of Fatigue**, v. 47, p. 8 -17, 2013.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas:** uma abordagem integrada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

PINTO, G. M. **Definição de procedimento de teste acelerado em bancada para suporte de sinaleira de semirreboque rodoviário**. Caxias do Sul: UCS, 2014.

PRAKASH, J.; NANDI, S. K.; SIVAKUMAR, J. **Dynamic Stress and Durability Analyses: Time Vs Frequency Domain Approaches**, MSC Software Corporation's 2006 Americas Virtual Product Development Conference, Califórnia, EUA, 2006.

PURUSHOTHAMAN, N., et al. **A Robust Durability Process For Military Ground Vehicles**, Proceedings of the 2009 Ground Vehicles Engineering and Technology Symposium (GVSETS), Troy, EUA, 2009.

RANDON S/A. Arquivos Diversos. Caxias do sul, 2014.

RAO, S. S. Vibrações mecânicas. 4.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

SEBRAE, Transporte de Cargas: Modais e Segmentos, Disponível em:

<http://www.sebrae2014.com.br/Sebrae/Sebrae%202014/Estudos%20e%20Pesquisas/2014_0 7_10_RT_Servi%C3%A7os_Transporte_de_cargas_modais_e_segmentos.pdf>. Acesso em: 8 ago. 2015.

SHAMSAEI, N.; McKELVEY, S, A. Multiaxial life predictions in absence of any fatigue properties. **International Journal of Fatigue**, v. 67, p. 62-72, 2014.

SHIGLEY, J. E.; MISHCKE, C. R.; BUDYNAS R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7. ed. Singapore: Ed.Bookman, 2005.

STEPHENS, R. I. et al. **Metal Fatigue in Engineering.** 2. ed. United States of America: Wiley-Interscience, 2001.

THOMSON, W. T. **Theory of Vibration with Applications**, 5. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1997.