UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

BRUNA CAVAGNOLI BOFF

MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica

CAXIAS DO SUL – RS

MARÇO

2017

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECiMa), Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul (UCS), sob orientação da Professora Dra. Valquíria Villas Boas Gomes Missell e coorientação da Professora Dra. Laurete Teresinha Zanol Sauer, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

CAXIAS DO SUL – RS

2017

B673mBoff, Bruna Cavagnoli
Matemática para Engenharia: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica / Bruna Cavagnoli Boff. – 2017.
136 f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2017.
Orientação: Valquíria Villas Boas Gomes Missell.
Coorientação: Laurete Teresinha Zanol Sauer.

1. UEPS. 2. Aprendizagem Significativa. 3. Ensino de Funções. 4. Educação em Engenharia.. I. Missell, Valquíria Villas Boas Gomes, orient. II. Sauer, Laurete Teresinha Zanol, coorient. III. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UCS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Matemática para engenharia: unidades de ensino potencialmente significativas para superar lacunas em matemática básica

Bruna Cavagnoli Boff

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Caxias do Sul, 17 de março de 2017.

Banca Examinadora:

Profª. Drª. Valquíria Villas Boas Gomes Missell (orientadora)

Universidade de Caxias do Sul

Profª. Drª. Laurete Teresinha Zanol Sauer (coorientadora)

Universidade de Caxias do Sul

Profª. Drª. Liane Ludwig Loder

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima

Universidade de Caxias do Sul

AGRADECIMENTOS

Inicio meus agradecimentos por DEUS, por ele sempre iluminar a minha vida, por me dar força para superar as dificuldades e por ter colocado pessoas tão especiais ao meu lado, sem as quais certamente não teria dado conta.

À minha orientadora Profa. Valquíria meu profundo agradecimento, pelo estímulo e atenção que me concedeu durante o curso de mestrado. Só tenho a agradecer aos seus ensinamentos (pessoais e acadêmicos), orientações, palavras de incentivo, paciência e dedicação. Profa. Valquíria gostaria de lhe dizer que você não foi somente minha orientadora, mas, em muitos momentos, conselheira, confidente, mãe e amiga. Você é uma pessoa ímpar, onde busco inspirações para me tornar melhor em tudo que faço e irei fazer daqui para frente. Tenho orgulho em dizer que um dia fui sua orientanda. Obrigada por ter acreditado em mim!

Aos professores do mestrado e à minha coorientadora Profa. Laurete pelas contribuições realizadas a esse trabalho, pelo incentivo e troca de experiências. Agradeço também à estimada Profa. Ana Cristina Possapp Cesa pelo incentivo e colaboração recebidos nos momentos que precisei.

Aos meus pais, Vanderlei e Leda, meu infinito agradecimento. Sempre acreditando em minha capacidade. Incentivando-me a jamais desistir de meus sonhos, isso me fortaleceu. Obrigada pela vida, pela educação e pelo apoio que me deram e sempre me dão, sem isso não teria chegado aqui. À minha irmã Vitória, a profunda gratidão pelo estímulo e apoio em todos os momentos, que sempre me fortaleceu com suas doces palavras de incentivo.

Ao meu amor Mauricio, por ter se tornado tão importante na minha vida. Que soube suportar pacientemente a minha ausência. Sempre ao meu lado, me pondo para cima e me fazendo acreditar que podia. Devido a seu companheirismo, amizade, paciência, compreensão, apoio, alegria e amor, este trabalho pôde ser concretizado.

À minha amiga Caroline, amizade que a Matemática me deu, obrigada pelo apoio e por acreditar tanto em mim, suas palavras de incentivo sempre vinham em momentos de desespero, onde acabava acalmando meu coração.

Agradeço também a todas as pessoas amigas que estiveram de alguma forma presentes na minha vida durante esse processo de aprendizagem, me incentivando, me dando força para a conclusão desse trabalho.

Obrigada!

RESUMO

Este trabalho apresenta a construção, a aplicação e a avaliação de uma unidade de ensino potencialmente significativa em uma turma da disciplina de Pré-Cálculo, de cursos de Engenharia, visando à ocorrência de uma aprendizagem significativa de conceitos relacionados a funções matemáticas. A escolha dos conteúdos “Função de Primeiro Grau”, “Função Exponencial” e “Função Logarítmica”, nessa unidade de ensino, deve-se, primordialmente, ao fato de que o conceito de função é um dos conceitos fundamentais da Matemática, dadas suas inúmeras aplicações na Engenharia. Nesse contexto, trata-se do ponto de partida para a construção dos conceitos de derivada e de integral, que são a base do Cálculo Diferencial e Integral. Além disso, dificuldades em relação às funções aqui abordadas têm sido expressivas, também, em outras disciplinas dos cursos de Engenharia, o que motivou a escolha para este trabalho de pesquisa. A pesquisa realizou-se por meio de uma abordagem qualitativa; de natureza aplicada; descritiva, quanto aos objetivos; participante, quanto aos procedimentos. A unidade de ensino foi organizada em oito momentos com atividades específicas para cada tipo de função. A análise dos resultados da aplicação da proposta foi feita por meio de instrumentos de avaliação inicial e final, além da construção de mapas conceituais. A pesquisa foi realizada com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, com a análise dos mapas conceituais fundamentada em uma adaptação da Taxonomia Topológica de Novak e Cañas, e os resultados apontaram que a metodologia adotada é um método de ensino com potencial para promover a aprendizagem significativa, reduzir a evasão e diminuir a retenção no contexto da educação em Engenharia.

Palavras-chave: Unidade de ensino potencialmente significativa. Aprendizagem significativa. Ensino de funções. Situações-problemas. Educação em Engenharia.

ABSTRACT

This work presents the elaboration, the application and the evaluation of a potentially meaningful teaching unit in a Pre-Calculus course of engineering courses, aiming at the occurrence of a meaningful learning of concepts related to mathematical functions. The choice of the "first degree function", "exponential function" and "logarithmic function" contents in this teaching unit is primarily due to the fact that the concept of function is one of the fundamental concepts of mathematics, given its many applications in Engineering. In this context, it is the starting point for the construction of the derivative and integral concepts, which are the basis of Differential and Integral Calculus. In addition, difficulties in relation to the functions discussed here have been significant, also, in other Engineering courses, which motivated the choice for this research work. The research was carried out through a qualitative approach; of applied nature; descriptive in relation to the objectives; participant, regarding the procedures. The teaching unit was organized in eight steps with specific activities for each type of function. The results analysis of the application of the proposal was done through instruments of initial and final evaluation, besides the construction of conceptual maps. The research was carried out based on the Ausubel's Theory of Meaningful Learning, with the analysis of the conceptual maps based on an adaptation of the Topological Taxonomy of Novak and Cañas, and the results pointed out that the adopted methodology is a methodological strategy with potential to promote meaningful learning, reduce evasion and increase retention rates in the context of engineering education.

Keywords: Potentially meaningful teaching unit. Meaningful learning. Teaching functions. Problematic situations. Engineering Education

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCET	Centro de Ciências Exatas e da Tecnologia
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
NAEM	Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática
pH	Potencial Hidrogeniônico
PPGECiMa	Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
SD	Sequência Didática
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
UCS	Universidade de Caxias do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Problemas com a aprendizagem escolar nas áreas de Ciências e Matemática, segundo Lopes (2007), parecem estar relacionados com a forma como os conteúdos são selecionados, organizados, planejados e desenvolvidos em aula.

Os estudantes, na educação básica passam ao menos oito anos tendo entre quatro a cinco períodos semanais de aulas de Matemática do Ensino Fundamental e Médio. Nesse tempo da escola, os estudantes têm contato com conteúdos, alguns em momentos únicos e outros sendo retomados outras vezes por serem aplicados e, consequentemente, revisados, em outros estudos. Assim, seria de se supor que os conteúdos de Matemática básica fossem de domínio dos estudantes. Porém, isso não se verifica na prática (TEIXEIRA; PEREIRA, 2012).

Por sua vez, os estudantes do Ensino Superior apresentam dificuldades muito elementares na Matemática, como por exemplo, operar com frações, realizar fatoração de expressões algébricas, multiplicar e dividir números expressos em potências de dez, dentre outras. Assim, no decorrer da vida acadêmica, novos conteúdos vão surgindo e dificuldades e lacunas de aprendizagem, que ficam de conteúdos anteriores acabam ocasionando novas defasagens (ARAÚJO, 2007; SARUBBI; SOARES, 2009; FLEGG; MALLET; LUPTON, 2012; NASSER et al., 2012; SOUZA, et al., 2016). Essa falta de conhecimentos básicos de Matemática, que muitos estudantes de cursos de Engenharia apresentam, vem sendo discutida por educadores, do país e do mundo, em congressos, workshops e eventos da área da Educação em Engenharia, pois tem sido considerada um importante fator como causa da grande evasão e retenção em tais cursos (VALENTE et al., 2014; TERRIBELE et al., 2014; CARR et al., 2014; HARRIS et al., 2014; NITE et al., 2015).

Araújo e Moreira (2005), ao realizar experiências com a monitoria de Cálculo observaram que muitos estudantes chegam à universidade sem terem desenvolvido estruturas cognitivas em nível da Educação Básica, correlacionado-as a dificuldades de interpretação da linguagem matemática e a dificuldades de abstração, exploração e dedução. De fato, as disciplinas de Cálculo, em particular, têm apresentado elevados índices de reprovação, evasão e insucesso, e desconsiderando outros fatores, esses problemas têm afastado das universidades vários estudantes que conseguiram alcançar o Ensino Superior (CABRAL, 1992; FRANCHI, 1993; HARRIS et al., 2014; PALIS, 1995). Com efeito, as dificuldades implicam em desestímulo, por gerar angústia e o sentimento de incapacidade de aprender, provocando baixos desempenhos dos estudantes em disciplinas de cursos de Engenharia (ARMSTRONG; CROFT, 1999; SOARES; SAUER, 2004; ARAÚJO, 2007; CARR et al., 2014; NITE et al., 2015). Aliado a isto, sabe-se que disciplinas de Cálculo, são alvos de críticas e preocupações de estudantes e professores dos mais diversos cursos de graduação, seja da área de exatas, biológicas ou humanas (FRANCHI, 1993; BALDINO, 1995; BIEMBENGUT; HEIN, 1995; AGUILAR-MOLINA; JUNIOR, 2015; ALVES et al., 2016).

Procurando compreender, para intervir nessa situação problemática, observamos que a proposta didático-pedagógica frequentemente utilizada no ensino de Matemática não se alicerça em situações-problemas, compatíveis com a realidade dos estudantes o que pode ser uma justificativa para as dificuldades encontradas (REZENDE; BARROS e ARAÚJO, 2003; CARDOSO, 2003; NASSER et al., 2012).

Segundo Boyer (1996, p. 14), em tempos remotos, os conhecimentos revelados nos papiros eram quase todos práticos e o elemento principal nas questões eram cálculos. No entanto, ao se dar prioridade a elementos teóricos e ao se propor problemas não relacionados à realidade dos estudantes, que não os compreendem, gera-se dificuldades em Matemática, levando muitos ao desinteresse pela mesma.

Em muitos ambientes escolares, ainda nos deparamos com um ensino de Matemática repleto de fórmulas e expressões algébricas apresentadas prontas, sem construção de relações e significados promovendo, como consequência, aulas desestimulantes, carentes de desafios, sem atrativos e que acabam incentivando a memorização de fórmulas, que logo após as provas são esquecidas. Publicações, em Educação Matemática têm mostrado que, em nível nacional, as práticas de ensino continuam a ser dominadas por um modelo pedagógico tradicional (BARBOSA; MEZZOMO; LODER, 2011; CALDEIRA; BRASIL, 2012; RESENDE et al., 2013). Infelizmente, tal modelo, que ainda predomina em muitas escolas de Ensino Fundamental, Médio e Superior, constitui-se com ênfase na apresentação de conteúdos com a centralização em exposições do professor. Ensinar apenas por meio de exposição de informações na lousa, em transparências, em slides, por meio de *datashow*, e por uma prática de resolução de exercícios ou problemas padronizados, que requerem a aplicação imediata de fórmulas, não é suficiente para desencadear ações com envolvimento intelectual (SOARES; LIMA; SAUER, 2004; RESENDE et al., 2013). Assim sendo, como causa de dificuldades em Matemática, questiona-se, especialmente, a prática de ensinar (PERES, 2017).

De fato, a Matemática não deve ser vista ou apresentada como uma disciplina à parte ou desconectada da realidade. O seu entendimento ocorre com base em relações estruturais, resultantes de operações mentais. Assim, é bastante provável que, os estudantes que estão em contato com conteúdos matemáticos, que lhes foram apenas apresentados de forma concluída, sintam-se incapazes de construir novos conceitos ou de realizar abstrações, dificultando excessivamente suas aplicações em outras circunstâncias (CARDOSO, 2003; NASSER et al., 2012). Ao contrário, para aqueles que compreendem seus conceitos básicos e visualizam as aplicações dessa área do conhecimento.

Além disso, atualmente, as instituições de Ensino Superior possuem um grande número de estudantes que são trabalhadores e que estão em busca de qualificação profissional e aquisição de conhecimento científico, visando tornarem-se capazes de competir com êxito no mercado de trabalho (REIS; CUNHA; SPRITZER, 2012; BOFF et al., 2014).

Na Universidade de Caxias do Sul (UCS), a fim de minimizar índices de reprovação nas disciplinas iniciais de Matemática, foi inserida no currículo dos cursos de Engenharia, a disciplina de Pré-Cálculo, com carga horária de 30 horas. Nessa disciplina são retomados conceitos de Matemática básica, relacionados a funções elementares e seus gráficos, tais como: funções lineares, quadráticas, outras polinomiais, racionais, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, além de modelos matemáticos, visando promover melhores condições de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, que tem as funções como objetos de conceituação e aplicação.

Além disso, para auxiliar os estudantes nas suas dificuldades em Matemática básica, o Centro de Ciências Exatas e da Tecnologia (CCET)[1] da UCS oferece apoio ao estudo de conteúdos básicos de Matemática, que compreende atividades de monitoria e de assessoria por meio do Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática (NAEM). O NAEM foi fundado em 1999 e desenvolve atividades que auxiliam os estudantes dos cursos de Engenharia, e de outros cursos em que há disciplinas que envolvem conteúdos matemáticos, assim como os cursos de Licenciatura em Matemática, Física e Química, Administração, Ciências Contábeis e Economia. O Núcleo conta com um professor coordenador e acadêmicos bolsistas do curso de Licenciatura em Matemática que, em constante interação com alguns professores de

[1] A partir de março de 2017, com base em uma reestruturação administrativa ocorrida na UCS, o Centro de Ciências Exatas e Tecnologia foi extinto e toda sua estrutura passou a integrar a Área do Conhecimento de Ciências Exatas e Engenharia.

Matemática do CCET, desenvolvem atividades que assessoram os estudantes com dificuldades em Matemática oriundas da Educação Básica. Essas dificuldades são detectadas pelos próprios estudantes ou por professores de disciplinas de Matemática.

Os principais objetivos do NAEM são: sanar deficiências conceituais, relacionadas a conteúdos do Ensino Fundamental ou Médio, de estudantes de diferentes cursos de graduação em disciplinas de Matemática; auxiliar na aprendizagem dos conteúdos de Matemática básica em disciplinas da graduação, por meio de atendimentos individualizados, acompanhar grupos de estudos e realizar minicursos abertos a todos os estudantes da UCS; organizar e emprestar kits de materiais didáticos, livros e filmes com temas de Matemática (BOFF et al., 2014). Esse suporte é de grande ajuda para os estudantes e também é oferecido em outras universidades do Brasil e de outros países (FULLER, 2002).

Tendo esta pesquisadora atuado no NAEM, na qualidade de bolsista, durante a graduação no curso de Licenciatura em Matemática, foi possível observar que poucos estudantes têm se beneficiado dos apoios oferecidos, o que motivou a realização deste trabalho. De fato, não temos a intenção de substituir as ações do NAEM, ao contrário, pretendemos apresentar uma metodologia que também possa servir de apoio aos estudantes, para desenvolver os conteúdos matemáticos básicos para o estudo do Cálculo, de modo interdisciplinar e contextualizado, trazendo questões e situações do contexto da Engenharia ou do dia a dia de um engenheiro.

Com efeito, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) para os cursos de Engenharia (2001) e o INOVA Engenharia[2] (2006) afirmam que o estudante que conclui uma graduação em Engenharia deve ter sólido conhecimento nas áreas básicas e estar capacitado a:

- apropriar-se de novos conhecimentos de forma autônoma e independente;
- projetar e analisar sistemas, produtos e processos;
- planejar, conduzir experimentos, analisar e compreender resultados;
- trabalhar em equipes multidisciplinares e coordenar grupos multidisciplinares;
- ter uma comunicação eficaz e domínio de línguas estrangeiras;
- estimar a viabilidade econômica de projetos e o embate de atividades da Engenharia no âmbito social e ambiental;

[2] O Inova Engenharia é um programa que teve como objetivo apresentar propostas para a modernização da educação em engenharia no Brasil, idealizando cursos flexíveis a partir de uma visão de futuro. Acesso: http://admin.cni.org.br/portal/data/pages/FF808081314EB36201314F8360AC671D.htm

- dentre outras competências e habilidades.

Partindo de reflexões e constatações, como as que foram apresentadas construiu-se, experimentou-se e analisou-se uma proposta pedagógica por meio da qual se pretende, ao final desta dissertação, responder às seguintes questões: **a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) que foi construída tem potencial como recurso de aprendizagem das funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica? O material e experimentos desenvolvidos são potencialmente significativos, auxiliando os estudantes na ocorrência da aprendizagem significativa?**

Com os resultados obtidos busca-se evidenciar e compreender os processos de aprendizagem, com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, no contexto de aplicação da proposta pedagógica. Apresenta-se, portanto, uma pesquisa empírica e qualitativa que articula a relação entre teoria e prática no processo de construção do conhecimento. Os dados de análise foram coletados de observações durante os encontros, de resultados de atividades em sala de aula e de experimentos em laboratório, além das evidências apresentadas na construção de mapas conceituais e de respostas do questionário diagnóstico e outras avaliações respondidas pelos estudantes. Os mesmos foram analisados adotando a fundamentação teórica da Aprendizagem Significativa.

Com tais pressupostos, neste trabalho, o objeto de estudo é a aprendizagem significativa das funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica, no Ensino Superior, de estudantes de cursos de Engenharia. Para tanto, temos como objetivo geral "**verificar a contribuição de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para a ocorrência da aprendizagem significativa de funções matemáticas, para estudantes de cursos de Engenharia, através de situações-problemas dos contextos dessa área de atuação**".

Os objetivos específicos que constituíram a pesquisa são:

- ✓ Identificar as dificuldades frequentes que os estudantes apresentam ao utilizarem os conteúdos básicos de Matemática em disciplinas iniciais de Matemática para Engenharia
- ✓ Elaborar problemas que se relacionam com situações rotineiras da Engenharia.

- ✓ Planejar uma UEPS – uma sequência didática com problemas para motivar e auxiliar na compreensão de conceitos essenciais de disciplinas iniciais de Matemática para Engenharia;
- ✓ Aplicar a UEPS elaborada com problemas para motivar e favorecer a compreensão dos conteúdos das disciplinas iniciais de Matemática para Engenharia;
- ✓ Identificar e analisar relações entre a aprendizagem significativa e as atividades promovidas no desenvolvimento da UEPS.
- ✓ Elaborar, como produto final, uma proposta de minicurso para superar lacunas relacionadas às funções matemáticas para estudantes ingressantes em cursos de Engenharia.

Para tanto, a presente dissertação está organizada de forma que, no próximo capítulo apresentamos o referencial teórico, onde procuramos destacar alguns aspectos fundamentais sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa, sobre a Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), e a utilização de mapas conceituais como ferramenta de avaliação. No capítulo três detalhamos os procedimentos metodológicos para a aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como proposta por Moreira (2011). Na sequência, no capítulo quatro, apresentamos os resultados de aplicação da metodologia, que se dividem em análise dos mapas conceituais produzidos pelos estudantes ao vivenciarem a metodologia, análise dos resultados das avaliações individuais feitas antes e depois da aplicação da metodologia, e material produzido pelos mesmos ao realizarem os experimentos propostos nos encontros. Após, apresentamos o capítulo de considerações finais, seguido do capítulo destinado ao produto final da pesquisa como uma nova proposta de curso que pode ser oferecido pelo NAEM aos ingressantes em cursos de Engenharia, ou mesmo, paralelamente à primeira disciplina de Matemática em tais cursos. E também como um novo método a ser utilizado pelos professores das disciplinas de Matemática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Fazendo uma análise de minha formação como discente verifico que o conhecimento construído sobre teorias de aprendizagem foi insuficiente para promover uma conscientização fundamentada sobre a prática docente. Além disso, eu poderia dizer que o estudo das teorias de aprendizagem se tratou de um estudo desprovido de significado, servindo apenas como um componente curricular da licenciatura. Hoje, conscientizo-me de que não houve a devida compreensão do significado de refletir sobre a prática docente, ou até mesmo, maturidade cognitiva para tal.

No entanto, ao ingressar no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional (PPGECiMa) tive novamente a oportunidade de cursar disciplinas onde foram trabalhadas as teorias de aprendizagem e que promoveram um estudo aprofundado de algumas delas que, hoje, com a experiência em sala de aula, fazem todo o sentido e auxiliam significativamente na reflexão sobre a prática docente. Esse estudo sobre as teorias de aprendizagem possibilitou uma melhor percepção da relação entre ensino e aprendizagem e assim serviu de embasamento teórico para a construção de uma proposta pedagógica para uma aprendizagem significativa dos conceitos básicos de Matemática necessários nas disciplinas de Cálculo.

Em tempos atuais, observei a indispensabilidade de se empregar em sala de aula estratégias e métodos de ensino que possibilitem uma aprendizagem com significado para o estudante, onde este se sinta interessado, motivado e participe ativamente do processo de ensino e aprendizagem sendo autor de sua história na construção do conhecimento.

Prestes e Silva (2009, p. 9) apontam que:

> Apesar das mudanças sócio-tecnológicas e comportamentais, a maioria dos professores continua ministrando suas disciplinas de forma tradicional. Os cursos são estruturados a partir de conteúdos programáticos organizados de forma sequencial, fixa, desconectados entre si e distantes da realidade. Uma parte significativa dos professores apresenta dificuldade em desenvolver estratégias didáticas que desenvolvam competências e habilidades, com atividades problematizadoras contextualizadas, utilizando a abordagem de projetos interdisciplinares.

Com os avanços acelerados da tecnologia não podemos ignorar recursos da era tecnológica que estão ao nosso dispor, pois já não se consegue ter a atenção e interesse dos estudantes em aulas completamente tradicionais e sem significado real para eles. Observa-se que estudar Matemática no Ensino Fundamental e Médio está sendo, um “sacrifício”, para muitos estudantes, especialmente para aqueles estudantes que estão preocupados apenas com fórmulas.

Para Masini (2011), a Aprendizagem Significativa de David Ausubel é uma teoria cognitivista e construtivista sobre o processo de aquisição do conhecimento, que é concebida como processo de compreensão, reflexão e atribuição de significados do sujeito, em interação com o meio social, ao constituir a cultura e por ela ser constituído. Dessa forma procurou-se, neste trabalho, propor uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) como metodologia de ensino apoiada na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Segundo Brooks e Brooks (1997), o professor que trabalha com procedimentos construtivistas, no sentido mais amplo, coloca-se como um dos muitos recursos de onde os estudantes podem aprender, mas não é o recurso mais importante. Para estes autores, os estudantes devem ser envolvidos em experiências em que manifestem conhecimentos prévios, sendo as suas respostas valorizadas e incentivadas e as aulas elaboradas a partir dessas primeiras respostas.

No presente referencial teórico apresenta-se, em um primeiro momento, a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel; em seguida, discutimos a metodologia da UEPS de Marco Antonio Moreira, bem como as etapas para o seu desenvolvimento desta metodologia. Para concluir o referencial, apresenta-se a fundamentação de mapas conceituais, pois esses serão um dos instrumentos para a avaliação da aprendizagem dos estudantes.

2.1. APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Alguns professores de Ensino Fundamental e Médio apresentam os conteúdos aos estudantes, esperando que esses, por meio das relações que fazem, entre os conceitos e a realidade, entendam tais conceitos. Os estudantes copiam em seus cadernos os conteúdos, com o objetivo de serem memorizados e reproduzidos nas avaliações. Porém, logo após, são esquecidos, ou seja, “a nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva e pouco ou nada contribuindo para sua elaboração e diferenciação” (MOREIRA, 2009, p. 9). Esta é uma forma tradicional de ensinar, apenas pela explanação do professor visando à memorização do estudante, o que caracteriza o processo de aprendizagem mecânica.

É consenso para muitos autores, que o estudante precisa ser estimulado a estudar, e a aprender a aprender (NOVAK; GOWIN, 1999; POZO; FONT, 1999; HOLBROOK; RANNIKMAE, 2007; VILLAS-BOAS et al., 2011). Os estudantes precisam compreender que disciplinas da área das Ciências Exatas, como Matemática, Física, Química e Biologia, ajudam a explicar o mundo em que vivem, a conhecer e a descobrir as tecnologias existentes e servem de base para tecnologias futuras.

Assim, para oferecer uma alternativa a um ensino que tradicionalmente promove uma aprendizagem mecânica, a unidade de ensino, neste trabalho, foi inspirada e baseada teoricamente na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel. Um dos princípios mais importantes da TAS, segundo Ausubel e colaboradores (1980 apud Moreira, 2006, p.7) pode ser resumido na seguinte proposição:

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.

Quando Ausubel refere-se ao que o estudante já sabe, ele está se reportando à estrutura cognitiva já construída, à organização das ideias e ao conhecimento prévio que o indivíduo traz consigo. Também se refere a aspectos da estrutura cognitiva que apoiam a aprendizagem de um novo conhecimento. Fazer a averiguação do que o estudante já sabe, não é algo simples, pois implica em desvendar quais conceitos, ideias, e conhecimentos estão disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e suas inter-relações e organizações.

Esse conhecimento prévio do indivíduo é denominado por Ausubel (2003) de "subsunçor". O subsunçor é o conteúdo cognitivo que o estudante constrói no decorrer de sua vida, capaz de exercer um papel de ancoradouro a um novo conhecimento de modo que este tenha significado para o indivíduo. Através da interação dos conceitos mais relevantes da estrutura cognitiva, que são os subsunçores, com a nova informação é que ocorre a aprendizagem significativa.

Na medida em que um subsunçor não é utilizado frequentemente ocorre a obliteração, que é a perda de discriminação entre significados. Mas tratando-se de aprendizagem significativa a reaprendizagem é possível e relativamente rápida. Portanto, "aprendizagem significativa não é, como se possa pensar, aquela que o indivíduo nunca esquece" (MOREIRA, 2012a, p. 8).

Considerando que os conhecimentos prévios são essenciais para a ocorrência da aprendizagem significativa, é plausível o questionamento sobre situações de falta dos subsunçores (PELIZZARI et al., 2002). Fazendo uma análise da concepção ausubeliana, a aprendizagem mecânica é entendida como uma memorização, um processo de aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com os conceitos relevantes já existentes.

São justamente esses conhecimentos derivados de aprendizagem mecânica que podem ser os subsunçores para a ocorrência da aprendizagem significativa, assim considerando até que alguns elementos de conhecimentos relevantes às novas informações existam na estrutura cognitiva, ainda que pouco elaborados (MOREIRA; MASINI, 2006).

Com efeito, segundo Moreira (1999, p.26), "o conceito central da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa, processo através do quais novas informações adquirem significado por interação (não associação) com aspectos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva, os quais, por sua vez, são também modificados durante esse processo". Em outras palavras, é a relação do novo conteúdo (conceito, ideia, proposição) com os subsunçores que o estudante possui que pode possibilitar a construção de novos conceitos.

Mas para ocorrer a aprendizagem significativa são necessárias duas condições. A primeira delas é dispor de material instrucional potencialmente significativo, isto é, que o material instrucional seja relacionável com a estrutura cognitiva do estudante. A condição para este material ser potencialmente significativo inclui dois fatores: a natureza do material e a natureza da estrutura cognitiva do estudante. Para Moreira (2009, p. 12):

> [...] quanto à natureza do material, ele deve ser "logicamente significativo" ou ter "significado lógico", e no que se refere à estrutura cognitiva do aprendiz, nela devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material é relacionável.

A segunda condição, que talvez seja mais difícil de ser satisfeita do que a primeira, é que o estudante manifeste disposição para aprender e assim tenha interesse em relacionar o novo material à sua estrutura cognitiva. Segundo a visão de Novak e Gowin (1999), a importância da predisposição do estudante para a aprendizagem, está interligada com a integração de pensamentos, sentimentos e ações. Não se trata exatamente de gostar da matéria ou de estar motivado, o estudante deve se predispor a relacionar interativamente os novos conhecimentos aos que já possui na sua estrutura cognitiva, modificando, enriquecendo e dando significado a esses conhecimentos. Sendo assim, o estudante deve ter consciência de que sem compreensão não terá bons resultados na aprendizagem.

De acordo com Ferraz e Belhot (2010, p.423), “Ainda que o desenvolvimento dos três domínios (cognitivo, afetivo e psicomotor) tenha sido amplamente discutido e divulgado, em momentos diferenciados e por pesquisadores diferentes, o conhecimento cognitivo é o mais conhecido e utilizado”. Muitos educadores embasam seus pressupostos teóricos nesse domínio para estabelecerem, em seus planejamentos educacionais, objetivos, estratégias e sistemas de avaliação.

Dentre todas as formas de aprendizagem significativa, que são a aprendizagem subordinada, aprendizagem superordenada e aprendizagem combinatória, esta pesquisa tem traços da aprendizagem subordinada onde à nova informação adquire significado através da interação com subsunçores. Segundo Ausubel (2003, p. 93):

> Uma vez que a própria estrutura cognitiva tem tendência a ser organizada, em termos hierárquicos, no que toca ao nível de abstracção, generalidade e inclusão de ideias, a emergência de novos significados proposicionais reflecte, de um modo geral, uma relação subordinada do novo material a ideias mais subordinantes existentes na estrutura cognitiva.

De acordo com a teoria ausubeliana, à medida que a aprendizagem significativa acontece, dois processos importantes estão relacionados: a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa.

De acordo com essa teoria, quando o novo conceito é aprendido por subordinação, isto é, por um processo de interação e ancoragem em um conceito subsunçor, esse também é modificado. “A conjuntura desse processo uma ou mais vezes, leva a uma diferenciação progressiva do conceito subsunçor” (AUSUBEL, NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 124) que nada mais é que a modificação e aquisição de novos significados dos subsunçores. A diferenciação progressiva ocorre por meio de um mecanismo de diferenciação de conceitos, fundamentado no princípio da relação de inclusão estabelecida entre um conceito mais geral já assimilado e os conceitos mais específicos, os quais se integram e se subordinam a ele (MOREIRA; MASINI, 2006).

Já a reconciliação integrativa é a recombinação de elementos previamente existentes na estrutura cognitiva, um delineamento de diferenças e similaridades entre ideias relacionadas. Na aquisição de novas informações os elementos já existentes podem se reorganizar e adquirir novos significados. Portanto, cabe ressaltar que em toda aprendizagem que proceder em reconciliação integrativa procederá, semelhantemente, em diferenciação progressiva adicional de conceitos ou proposições. “A reconciliação integrativa é uma forma de diferenciação progressiva da estrutura cognitiva que ocorre na aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK HANESIAN, 1980, p. 125)”.

Uma forma de organização dos conceitos são as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), que transpõem os pressupostos teóricos e a prática docente. Por isso, uma UEPS pode ser entendida como uma “sequência didática fundamentada em teorias de aprendizagem, particularmente a da aprendizagem significativa” (MOREIRA, 2011, p. 1).

2.2. UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS)

É crescente o reconhecimento da importância do estudo da Matemática de forma estruturada, relacionando conteúdos e interagindo em situações que possibilitem a aprendizagem baseada em conceitos com significado para os estudantes. É possível compreender que uma explicação dessas condições, vinculada à metodologia da UEPS, conforme mencionado acima, segundo Moreira (2011), está na compreensão de que o ensino é meio, e a aprendizagem significativa é o fim, e que materiais de ensino que busquem essa aprendizagem devem ser potencialmente significativos. Nesse sentido, a ampliação das concepções de ensinar e de aprender, encontra nos fundamentos da teoria da aprendizagem significativa, referenciais relevantes para o professor e seus estudantes superarem equívocos e impropriedades no ensinar e aprender na Educação em Engenharia.

Situações problematizadoras são indicadas como potencializadoras de aprendizagem em atividades de ensino e de aprendizagem para comporem sequências didáticas (SDs). Firme, Ribeiro e Barbosa (2008) destacam a importância dessa situação por evocar um ensino contextualizado, com situações-problema relativas a contextos reais, tanto no âmbito social como ambiental. Fundamentam as SDs de ensino aprendizagem (do inglês "teaching-learning sequences" (TLS)), as bases teóricas de Méheut e Psillos (2004). Esses autores salientam que a SD ajuda na aprendizagem, pois é possível observar um melhor desempenho dos estudantes em comparação àqueles que tiveram abordagens mais tradicionais de ensino. Situações problematizadoras permitem questionamentos contextualizados e com dimensões diferenciadas como: objetivos de ensino, recursos variados, problemas reais, atividades experimentais, questões de natureza tecnológica, ambiental, sociocultural, dentre outras. Tais ações são estratégicas para desenvolver habilidades novas, com o objetivo de tornar o processo de ensinar, um instrumento de construção humana comprometido com as necessidades da sociedade, assim como recomendam a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) para os cursos de Engenharia (2001) e o INOVA Engenharia (2006).

Estratégias de aprendizagem, utilizando sequências didáticas (SDs), entendidas como conjuntos de atividades planejadas, experimentadas e analisadas, podem constituir meios favoráveis para a aquisição de significados. Zabala (1998) destaca que para compreender o valor educacional de uma sequência didática, e as razões que a justificam, é necessário identificar suas etapas, definindo atividades e as relações que se estabelecem nesse espaço de construção. A partir desse contexto, é possível propor mudanças ou atividades novas que a melhorem, tendo em vista atender às reais necessidades dos estudantes. Segundo esse mesmo autor, uma sequência didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos estudantes. Com a intenção de contribuir nesse novo cenário educacional, surge a proposta de construção de UEPS (MOREIRA, 2011). As UEPS são sequências didáticas teoricamente fundamentadas, direcionadas para a aprendizagem não mecânica, e assim, por ambos os motivos têm um maior potencial de êxito na ocorrência da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011).

Essas possuem princípios norteadoras tais como: identificação de conhecimentos prévios ou subsunçores, organizadores prévios, situações-problema, diferenciação progressiva, reconciliação integradora e consolidação.

Conforme Moreira (2011), os princípios relevantes que devem ser considerados para a construção de uma UEPS são:

- ✓ o que mais influencia na aprendizagem significativa é o conhecimento prévio;
- ✓ quando a aprendizagem é significativa, a integração entre pensamentos, sentimentos e ações é positiva em quem aprende;
- ✓ quem aprende decide se quer aprender significativamente;
- ✓ a relação entre os novos conhecimentos e os prévios é revelada pelos organizadores prévios;
- ✓ as situações-problema, que são papel do professor criar, dão sentido aos novos conhecimentos, despertam a intencionalidade de quem aprende, podem ser

organizadores prévios[3] e devem ser apresentadas em níveis crescentes de complexidade;

- ✓ devem ser consideradas a diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação;
- ✓ a busca de evidências deve ser feita de forma progressiva para avaliação da AS;
- ✓ um episódio de ensino envolve uma relação entre quem aprende, o professor e materiais educativos, com o objetivo de que o estudante capte e compartilhe significados aceitos;
- ✓ o processo de aprendizagem não deve ser mecânico, mas sim significativo e crítico;
- ✓ a busca por respostas, o uso de diferentes materiais e estratégias e o abandono da narrativa, estimulam a AS crítica, considerando assim, o ensino centrado em quem aprende.

Sendo uma sequência didática, alguns passos sequenciais devem ser observados na construção de uma UEPS, que Moreira apresenta como:

1. Definição do tópico específico;

2. Criação e proposta de situações em que o estudante possa expressar seu conhecimento prévio;

3. Proposição de situações-problema em nível introdutório, preparando a introdução do conhecimento que se pretende ensinar;

4. Apresentação de aspectos gerais do conhecimento a ser ensinado, levando em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, com uma visão geral do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, por exemplo: uma exposição oral, seguida de atividade colaborativa em pequenos grupos e complementada com uma atividade de apresentação;

5. Retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes em uma nova apresentação em nível mais alto de complexidade;

6. Para conclusão da unidade, retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão sob uma perspectiva integradora, em níveis mais altos de complexidade em relação às situações anteriores, buscando a reconciliação integrativa. Isso consiste no fato

[3] "Organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si. Contrariamente a sumários que são de um modo geral, apresentados ao mesmo nível de abstração, generalidade e abrangência, simplesmente destacando certos aspectos do assunto, organizadores prévios são apresentados em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade." (MOREIRA, 2008, p. 24).

de relacionar conceitos e apontar similaridades e diferenças relevantes, possibilitando a descrição de uma nova realidade perceptível;

7. Avaliação da aprendizagem dos estudantes;

8. Avaliação da UEPS.

Também é importante mencionar que Moreira (2011) estabelece aspectos transversais na elaboração de uma UEPS, destacando que:

i. Em todos os passos da construção devem ser utilizados materiais e estratégias de ensino diversificados. O questionamento, por sua vez, deve ser estimulado e privilegiado em relação às respostas prontas e deve haver estímulo ao diálogo e à crítica, situações-problema propostas ao longo do trabalho; valorização das atividades coletivas e individuais.

ii. Em determinadas atividades desenvolvidas ao longo da unidade, pode-se solicitar aos estudantes que proponham situações-problema relativas ao conteúdo em estudo, como tarefa de aprendizagem.

iii. Mesmo que a unidade privilegie as atividades colaborativas, as individuais também podem ser consideradas.

Baseando-se nos referenciais teóricos e nos princípios norteadores descritos acima, procurou-se, neste trabalho, elaborar uma UEPS com o tema central "Funções matemáticas na Educação em Engenharia", abordando os conteúdos função de primeiro grau, função exponencial e função logarítmica.

De acordo com Moreira (1999), a aprendizagem associa-se a um determinado *corpus* de conhecimento, sendo que a ação de ensinar e de aprender é caracterizada pela relação de diferentes representações sobre um mesmo conhecimento: a do professor, a do estudante e a do material de ensino. O conjunto dessas representações determina a identidade do evento educativo, cujo objetivo, a ocorrência da aprendizagem significativa, está atrelado aos significados, os quais devem ser previamente captados e compartilhados. Tal aspecto evidencia o caráter complexo e dinâmico do ensino e aponta para a importância da avaliação nas suas diferentes etapas: o planejamento, o ensino propriamente dito e a avaliação final.

O professor pode ter expectativas e diretrizes para o processo de ensino que não são explicitadas aos estudantes, mas que serão componentes do processo de avaliação da aprendizagem. É evidente que é mais plausível atingir objetivos quando esses estão bem determinados, e, ao contrário, fica mais improvável, para os estudantes, alcançarem o nível de desenvolvimento cognitivo, por não saberem precisamente o que deles é esperado durante e após o processo de ensino.

Muitos dos objetivos implícitos estão vinculados a aspectos cognitivos de alta abstração; em outras palavras, os educadores anseiam que seus estudantes alcancem um nível de maturidade de conhecimento muitas vezes antagônico com os objetivos compartilhados e com os procedimentos e estratégias utilizados para os conteúdos ministrados. De acordo com Ferraz e Belhot (2010, p.422):

> Alguns educadores esquecem que é mais fácil e adequado atingir altos graus de abstração de um conteúdo a partir do estímulo do desenvolvimento cognitivo linear, ou seja, a partir de conceitos mais simples para os mais elaborados (estratégia indutiva) ou do concreto/real para o abstrato.

Inerentemente na educação de Engenharia, com frequência é requisitado aos estudantes a capacidade de elaborar hipóteses e formular soluções na realização de algumas atividades acadêmicas que simulam a realidade, e pode-se observar que uma proporção muito pequena de estudantes consegue realizar essas atividades de forma satisfatória. Desenvolver essa capacidade de abstração e utilização de um conhecimento específico de forma multidisciplinar é um processo que deve ser bem planejado, definido e organizadamente estimulado durante o período de formação no caso, a graduação (BELHOT; FREITAS; VASCONCELLOS, 2006).

2.3. MAPAS CONCEITUAIS

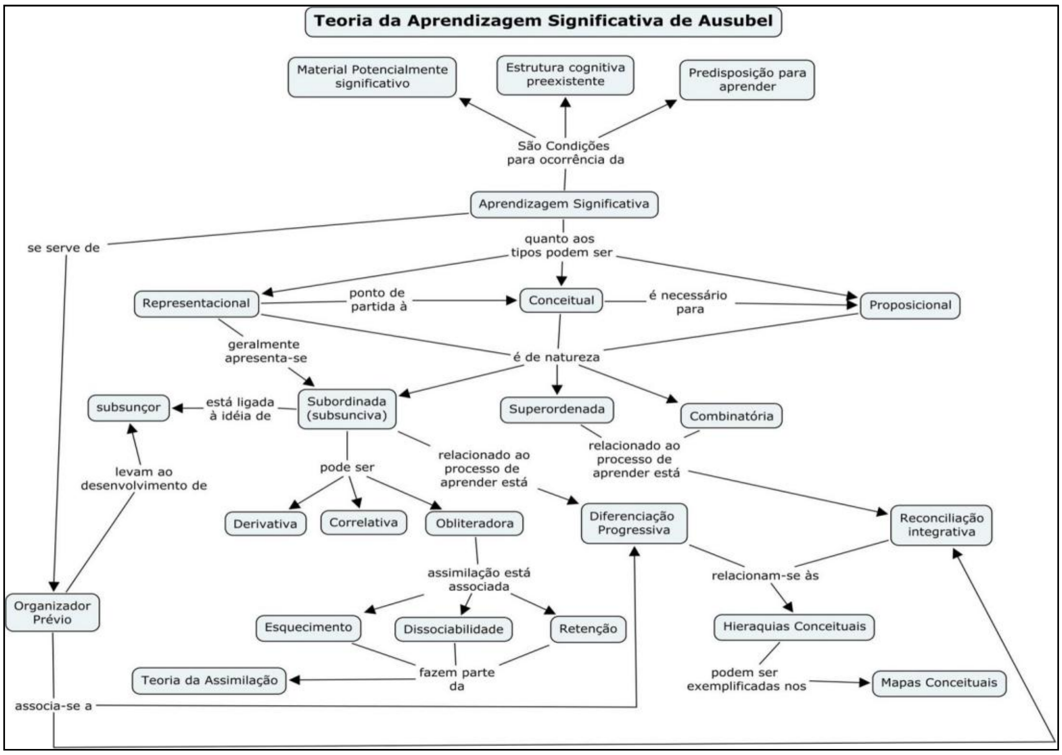
No âmbito de uma UEPS, a avaliação é entendida como a busca de evidências da ocorrência da aprendizagem significativa, devendo-se considerar que a avaliação é um processo progressivo e que não ocorre apenas ao final da aplicação da UEPS (MOREIRA, 2011). Para isso, o papel do professor é o de mediador dessa avaliação, focado na captação de significados, sempre visando à aprendizagem não mecânica, e, consequentemente, tendo a possibilidade de êxito na ocorrência da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011).

Joseph Novak baseou-se nas ideias de David Ausubel sobre Aprendizagem Significativa para elaborar os fundamentos da utilização de mapas conceituais, em meados da década de 1970 (NOVAL, 2000). Segundo Moreira (2013), é evidente a potencialidade de mapas conceituais como estratégia que favorece a aprendizagem significativa em situação formal de ensino, como instrumento de avaliação da aprendizagem e de análise do conteúdo curricular.

Conceitos são essenciais para a compreensão humana e um mapa conceitual é um estruturador de conceitos. Os mapas conceituais propostos por Novak e Gowin (1999) são instrumentos para representar relações significativas na forma de proposições; portanto, podem servir como materiais instrucionais e como instrumentos de avaliação, pois são representações externas que de alguma forma refletem representações internas (mentais) de quem fez o mapa (MOREIRA, 2011). Assim, ao elaborar um mapa, o estudante estará elucidando e explicitando seu conhecimento, ou seja, além de externar o que sabe e como sabe, aprende com o esforço intelectual de fazer esta representação (TRINDADE; HARTWING, 2012).

De acordo com Novak e Cañas (2008) os mapas conceituais apresentam os conceitos de forma hierárquica ligando-se secundariamente a outros conceitos estabelecendo significado entre eles. Nessa concepção, os mapas conceituais estão restritos ao uso de conceitos.

Figura 1: Exemplo de mapa conceitual.



Fonte: Extraído de: REIS, 2017.

Apesar de mapas conceituais normalmente terem uma sistematização hierárquica e incluírem setas, não devem ser confundidos com organogramas ou diagramas de fluxo, pois não implicam sequência, temporalidade, nem hierarquias organizacionais ou de poder. Segundo Moreira (2012b, p.1), "mapas conceituais são diagramas de significados, de relações significativas; de hierarquias conceituais, se for o caso. Mapas conceituais não buscam classificar conceitos, mas sim relacioná-los e hierarquizá-los." Na Figura 1 há uma exemplificação de mapa conceitual cujo assunto é a Teoria da Aprendizagem Significativa.

As proposições, que são as unidades fundamentais dos mapas conceituais, são constituídas pelos elementos indicados na equação da Figura 2.

Figura 2: Estrutura de uma proposição.

Conceito inicial + termo de ligação + **conceito final** → Proposição

Fonte: Elaborado pela autora.

A inserção obrigatória de um termo de ligação, que evidencie claramente a relação entre dois conceitos, é o que confere ao mapa conceitual sua característica fundamental da busca de significado e o difere dos demais organizadores visuais de conhecimento (NOVAK; CAÑAS, 2006a).

Neste trabalho, utiliza-se como um dos principais métodos de avaliação, mapas conceituais, que segundo Moreira (2012b):

> Como instrumento de avaliação da aprendizagem, mapas conceituais podem ser usados para se obter uma visualização da organização conceitual que o aprendiz atribui a um dado conhecimento. Trata-se basicamente de uma técnica não tradicional de avaliação que busca informações sobre os significados e relações significativas entre conceitos-chave da matéria de ensino segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem.

Como a aprendizagem significativa implica, necessariamente, na atribuição de significados idiossincráticos, os mapas conceituais, representados por professores e alunos, refletem os significados atribuídos por eles mesmos às suas ideias. Quer dizer, tanto mapas usados por professores, como recurso didático, quanto mapas feitos por alunos, como atividade de aprendizagem ou de avaliação, têm componentes idiossincráticas. Isso significa que não existe mapa conceitual "correto". Um professor nunca deve apresentar aos alunos um mapa conceitual de certo conteúdo como se fosse a forma final desta representação e sim como uma de muitas representações que podem ser feitas para o mesmo conteúdo, segundo os significados que são atribuídos aos conceitos e às relações significativas entre esses, na interpretação e entendimento de quem os representa. De maneira análoga, o professor não deve esperar que o estudante apresente o mapa conceitual “correto” de um certo conteúdo. O que o aluno apresenta é o seu mapa e o importante não é se está certo ou não, mas se ele dá evidências de que o aluno está aprendendo significativamente o conteúdo.

De tudo isso, depreende-se que mapas conceituais são instrumentos de avaliação com características muito próprias e que não faz sentido querer avaliá-los como se avalia um teste de escolha múltipla ou um problema numérico. A análise de mapas conceituais é essencialmente qualitativa. O professor, ao invés de preocupar-se em atribuir um escore ao mapa traçado pelo aluno, deve se procurar em interpretar a informação dada pelo aluno no mapa a fim de obter evidências da ocorrência de uma aprendizagem significativa. Explicações do aluno, orais ou escritas, em relação a seu mapa facilitam muito a tarefa do professor nesse sentido.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo são apresentados o delineamento da pesquisa e o percurso metodológico, esclarecendo o contexto da pesquisa, os procedimentos (planejamento e desenvolvimento) para a construção e execução da UEPS, os instrumentos de coleta de dados e as técnicas de análise de dados.

3.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

A pesquisa desenvolvida neste trabalho é de natureza aplicada, por se entender que a mesma gera conhecimentos para aplicações práticas. Ela é voltada para a solução de problemas específicos e envolve interesses locais (MORESI, 2003).

Quanto aos objetivos, a pesquisa pode ser classificada como descritiva, pois retrata fatos e fenômenos de determinada realidade e evidencia suas características (MORESI, 2003; TRIVIÑOS, 1987 apud GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Quanto à abordagem, a pesquisa é qualitativa, pois busca descrever, compreender e explicar a complexidade da interpretação, ou seja, a descrição da aplicação de uma UEPS. A pesquisa qualitativa tem como objetivo aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise criteriosa desse tipo de informação (MORESI, 2003) e dá ênfase à fala e à escrita dos participantes com aprofundamento da compreensão do grupo de sujeitos envolvidos (SANTANA, 2014). O pesquisador qualitativo não está preocupado em fazer inferências estatísticas, seu enfoque é descritivo e interpretativo ao invés de explanatório ou preditivo.

Quanto aos procedimentos, trata-se de uma pesquisa participante, pelo envolvimento e identificação da pesquisadora com as pessoas investigadas (FONSECA, 2002, THIOLLENT, 1988 apud GERHARDT; SILVEIRA, 2009). A pesquisa participante é associada a várias formas coletivas de colaboração, com o objetivo de se pensar possíveis soluções para dificuldades e problemas que ocorrem em determinados campos de atuação (ESTEBAN, 2010). As soluções podem trazer mudanças significativas em diferentes contextos, melhorando sistemas sociais, técnicos e educacionais, podendo envolver, neste caso, o professor e os seus estudantes.

No contexto educacional, esse modelo de pesquisa possibilita ao professor pesquisador um maior envolvimento e comprometimento em ações que visam novas formas de ensinar e aprender, em lugar, especialmente, da prática de transmitir conhecimentos, e um dos fundamentos desse fato "consiste na constatação de uma desilusão para com a metodologia convencional, cujos resultados, apesar da aparente precisão, estão muito afastados dos problemas urgentes da situação atual da educação" (THIOLLENT, 1997, p. 75).

3.2 PERCURSO METODOLÓGICO

O objetivo desta pesquisa é "verificar a contribuição de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) na ocorrência da aprendizagem significativa de funções matemáticas, para estudantes de cursos de Engenharia, através de situações-problema dos contextos dessa área de atuação". O tema "Funções" foi escolhido pelo fato de ser um conceito fundamental da Matemática nos cursos de Engenharia, já que pode ser considerado o ponto de partida para a construção dos conceitos de limite, derivada e de integral, que são a base do Cálculo Diferencial e Integral. As funções do primeiro grau, exponencial e logarítmica foram selecionadas para esta pesquisa, também por termos um número expressivo de reprovações e evasão nas disciplinas iniciais dos cursos de Engenharias, nas quais, as deficiências relacionadas a esses conteúdos se destacam, interferindo, também, na aprendizagem em outras disciplinas dos cursos de Engenharia.

A partir de um estudo preliminar, em que realizamos uma avaliação diagnóstica, com uma turma de estudantes de Pré-Cálculo, uma das disciplinas iniciais de Matemática da Engenharia, colhemos evidências de que um grande percentual dos estudantes que um grande percentual dos estudantes que apresentam dificuldades na Matemática básica são estudantes que retomam os estudos após longos períodos sem estudar. Outro fator que foi possível identificar é que grande parte dos estudantes trabalham o dia todo, chegando cansados nas aulas e, com isso, não conseguem desenvolver uma rotina de estudos, o que os prejudica na aprendizagem e, por consequência, no desempenho das avaliações a que são submetidos.

A partir desse estudo, com base na avaliação realizada, iniciamos a construção da UEPS, buscando, também, propor um ambiente de ensino e aprendizagem diferenciado, que propiciasse mais envolvimento e interesse, concebido à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa. Para tanto, planejamos situações contextualizadas para que os estudantes compreendessem a relação e a aplicabilidade da Matemática em situações rotineiras da Engenharia.

Neste trabalho, busca-se evidências da ocorrência de uma aprendizagem significativa, com base na aplicação e na análise de diversos instrumentos de avaliação tais como mapas conceituais, resolução de exercícios, e outras produções dos estudantes durante o desenvolvimento da UEPS.

As produções escritas pelos estudantes sujeitos desta pesquisa foram analisadas de forma cuidadosa, pois como se trata de uma pesquisa qualitativa pretendeu-se aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga. A intenção foi aprofundar a compreensão dos temas investigados (MORESI, 2003).

3.3 O CONTEXTO E OS SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada no CCET/UCS, com uma turma da disciplina de Pré-Cálculo, do primeiro semestre do ano de 2016, com estudantes dos cursos de Engenharia Ambiental, Engenharia Automotiva, Engenharia Civil, Engenharia de Computação, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Mecânica, Engenharia de Produção e Engenharia Química.

A disciplina de Pré-Cálculo é um componente curricular de todos os cursos de Engenharia da UCS e está alocada como a primeira disciplina de Matemática das grades curriculares, com carga horária de trinta horas semestrais. Tem como objetivo promover condições para que o estudante (re)construa conhecimentos de Matemática básica para o estudo de conceitos no contexto de nível superior, tanto no que refere à própria Matemática quanto à sua utilização na resolução de problemas da Engenharia. Destaca-se, pois, que o programa da disciplina consiste de conteúdos abordados no Ensino Médio. Conforme consta na ementa da disciplina, a metodologia utilizada está descrita a seguir:

> O conteúdo previsto será desenvolvido ao longo do semestre e abordado através de discussões baseadas em textos elaborados especialmente para a disciplina ou na bibliografia recomendada. Serão promovidas atividades de leituras orientadas, de resolução de exercícios e de problemas, além de exposições verbais por parte do professor, buscando resgatar os conhecimentos já existentes no grupo e incentivar a participação de todos os interessados. Os problemas/atividades de aprendizagem serão elaborados com ênfase na utilização de funções que aparecem nas aplicações de outras disciplinas dos cursos de Engenharia, bem como em situações abordadas na bibliografia do Curso. As estratégias propostas deverão considerar a construção de conceitos que estejam relacionados com situações da Engenharia, além de

> contemplar o desenvolvimento de habilidades e atitudes. O ambiente da disciplina no UCS Virtual será utilizado com foco na interação e como forma de registrar as produções decorrentes dos estudos, bem como o percurso de aprendizagem desenvolvido. É importante que os estudantes participem efetivamente dos fóruns de discussão organizados no AVA, como forma de compartilhar suas dúvidas ou auxiliar os colegas nas deles. As intervenções do professor, com vistas à qualificação da aprendizagem, terão como objetivo organizar o trabalho a ser realizado através da indicação de textos, de orientações de estudo e do incentivo à pesquisa bibliográfica, às discussões colaborativas e à reflexão sobre a importância de desenvolver uma atitude autônoma. Todas as tarefas propostas, para serem realizadas individualmente ou em grupos de estudo, constituem atividades de aprendizagem e são, portanto, de caráter obrigatório. As mesmas serão programadas oportunamente no decorrer da disciplina. Além disso, é fundamental que os estudantes também participem de atividades de estudo que serão orientados por bolsistas do NAEM – Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática ou por monitores selecionados, em horários a serem definidos, e também das atividades programadas para o Sabadão do Pré-Cálculo (dois encontros com datas já agendadas no Cronograma). As atividades poderão ser relativas à resolução de exercícios, em especial aqueles caracterizados como “exercícios complementares”, ao esclarecimento de dúvidas relativas ao conteúdo ou, simplesmente, à retomada de questões de matemática elementar. (UCS, 2016)

Tendo como base as informações da ementa, os objetivos de aprendizagem e a metodologia da disciplina de Pré-Cálculo, construímos uma UEPS e aplicamos em um grupo de estudantes voluntários na forma de atividades complementares cujos encontros ocorriam aos sábados.

A pesquisa iniciou com uma turma de quarenta e nove estudantes da disciplina de Pré-Cálculo, que receberam no primeiro dia de aula um convite para participar de uma unidade de ensino com limite de 15 vagas (APÊNDICE I). Assim, nossa amostragem é composta por estudantes dessa turma de Pré-Cálculo que vivenciaram a aplicação da UEPS.

Também no primeiro dia de aula todos os estudantes levaram um questionário diagnóstico (APÊNDICE II) para responder em casa, com o compromisso de devolverem na aula da semana seguinte. Desses quarenta e nove estudantes que receberam o questionário vinte e oito devolveram conforme o combinado. E das 15 vagas disponíveis, cinco inscreveram-se para participar da UEPS. A partir do segundo encontro quatro estudantes participaram efetivamente. Ao se inscreverem, receberam e preencheram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE III).

Consideramos importante esclarecer que, quanto ao baixo número de estudantes inscritos para participar da UEPS, em termos percentuais, observamos que o mesmo ocorre, de forma geral, com todas as formas de apoio oferecidas pelo CCET/UCS, quais sejam monitorias e assessorias, minicursos e grupos de estudo promovidos pelo NAEM. De fato, entendemos que nosso compromisso é garantir o apoio aos estudantes que demonstram interesse e disposição para participar das atividades oferecidas.

Quanto ao perfil dos cinco estudantes que participaram das atividades propostas na UEPS, nenhum deles foi reprovado no Ensino Médio, três estudaram em escola pública e os outros dois em escola privada. Três concluíram o Ensino Médio no ano de 2015 e ingressaram no Ensino Superior no ano de 2016, um no ano de 2014 e o outro no ano de 2004, tendo ambos retomado os estudos no ano de 2015. O estudante que passou 11 anos afastado dos estudos estava cursando a disciplina de Pré-Cálculo pela segunda vez; os demais estudantes estavam cursando a disciplina pela primeira vez.

Desses cinco estudantes, três trabalham em empresas da região cumprindo uma carga horária de 40 horas e 45 horas; os outros dois não estavam trabalhando até aquele momento.

3.4 PLANEJAMENTO DA UEPS

Nesta seção descrevemos o planejamento e a organização da UEPS, salientando que, na seção 3.5 é descrita a sua execução, em detalhes. Enfatizamos, também, que este estudo privilegiou investigar, no contexto da pesquisa, duas questões, conforme mencionado na introdução deste documento:

(i) A Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) que foi construída tem potencial como recurso de aprendizagem das funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica?

(ii) O material e experimentos desenvolvidos são potencialmente significativos, auxiliando os estudantes na ocorrência da aprendizagem significativa?

Para responder essas questões e no que se refere ao trabalho pedagógico elaborado, foi preparada uma sequência didática, na forma de uma UEPS, que foi aplicada como uma atividade extracurricular de ensino, a cinco estudantes da disciplina de Pré-Cálculo dos cursos de Engenharia da Universidade de Caxias Sul, como descrito na seção anterior.

Baseada em Moreira (2011), conforme descrito na seção 2.2, a UEPS foi organizada em oito etapas, cujo planejamento inicial é descrito a seguir.

Etapa 1: Definição do tópico/conteúdo a ser desenvolvido e proposição dos objetivos conceituais e procedimentais a serem alcançados, levando em consideração os depoimentos de alguns professores da disciplina de Pré-Cálculo, conforme estudo preliminar descrito na seção 3.2, bem como os objetivos educacionais de aprendizagem.

Etapa 2: Aplicação de questionário diagnóstico a fim de conhecer o perfil dos estudantes e os subsunçores presentes nas respectivas estruturas cognitivas.

Etapa 3: Planejamento das situações-problema e atividades, com base na análise do questionário diagnóstico, levando em consideração o perfil dos estudantes e os respectivos subsunçores.

Etapa 4: Seleção e estudo da primeira situação-problema. Planejamento de questionamentos sobre os conteúdos conceituais, a serem feitos ao longo da resolução da situação-problema/experimento, seleção de textos e slides sobre o assunto estudado para retomada de aspectos estruturadores. Seleção de exercícios a serem propostos.

Etapa 5: Seleção e estudo da segunda situação-problema, em nível crescente de dificuldade em relação à primeira, a ser proposta aos estudantes com o mesmo assunto e formato da etapa quatro.

Etapa 6: Seleção e estudo da terceira situação-problema mais complexa a ser proposta aos estudantes para finalizar o assunto trabalhado nas etapas quatro e cinco, tendo em vista que essa situação requer comparações e novas relações com o conhecimento a ser construído visando promover a reconciliação integradora.

Etapa 7: Retomada de aspectos estruturantes dos conteúdos da UEPS em nova apresentação por meio de exposição dialogada.

Etapa 8: Planejamento da avaliação da aprendizagem, a ser realizada em vários momentos e de diferentes formas. Planejamento de produção de mapas conceituais antes e depois da aplicação da UEPS, a fim de analisar se os estudantes conseguiram organizar seus conhecimentos na estrutura cognitiva. Programação da realização de registros das manifestações dos estudantes em relação à compreensão ou dificuldades encontradas durante a realização das situações-problema vivenciadas na UEPS. Além desses registros, foi planejada uma avaliação final individual a ser realizada com questões dissertativas contextualizadas relacionadas com os fenômenos estudados. Esse processo avaliativo perpassa todas as etapas da UEPS.

Com base neste planejamento, a partir da etapa 4, essa UEPS foi realizada em um cronograma de seis encontros quinzenais, de duas horas e quarenta e cinco minutos cada um, aos sábados, de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: Cronograma dos encontros promovidos no desenvolvimento da UEPS

Encontro	Momentos das etapas da UEPS
1	Função Linear: primeira situação-problema **- Etapa 4**
2	Função Afim: segunda situação-problema **- Etapa 5**
3	Função Afim: terceira situação-problema e avaliação **- Etapas 6, 7 e 8**
4	Função Exponencial e Logarítmica: primeira situação-problema **- Etapa 4**
5	Função Exponencial e Logarítmica: segunda situação-problema **- Etapa 5**
6	Função Exponencial e Logarítmica: terceira situação-problema e avaliação - **Etapas 6, 7 e 8**

3.5 COLETA DE DADOS

Ao longo da aplicação da UEPS, para cada situação-problema, foram promovidos experimentos que tinham um roteiro de atividades a ser realizado, tais como: construção de tabelas e gráficos; equações matemáticas, que representassem o fenômeno estudado no experimento, a serem escritas e resolvidas; além de resolução de exercícios. Todo esse material foi produzido individualmente pelos estudantes ou em colaboração com os colegas, o que possibilitou que interagissem, de acordo com o interesse. Esse material era recolhido, a fim de ser analisado, ao final de cada encontro.

Os alunos elaboraram mapas conceituais no início e no final de cada função estudada na UEPS, os quais foram denominados mapa conceitual inicial e mapa conceitual final. Os dois mapas conceituais foram analisados e comparados.

3.5.1 Mapa conceitual inicial

No primeiro encontro destinado ao estudo de cada função, foi solicitado aos estudantes que individualmente elaborassem um mapa conceitual sobre a mesma. Para isso receberam a orientação de fazer uma reflexão sobre aquela função e elaborar um mapa conceitual que contemplasse o conhecimento que eles tinham sobre o assunto, ou seja, utilizando o que eles já haviam estudado no Ensino Médio e nas aulas de Pré-Cálculo.

A elaboração dos mapas iniciais teve como objetivo avançar na identificação dos subsunçores, iniciada com a análise das respostas do questionário inicial para, ao final, ter um comparativo no processo na busca de evidências do conhecimento construído pelos estudantes após vivenciarem as atividades da UEPS. Além disto, como destacado no referencial teórico desta pesquisa, a elaboração do mapa conceitual favorece a aprendizagem significativa por promover a expressão das relações existentes entre os conceitos na estrutura cognitiva dos estudantes.

3.5.2 Mapa conceitual final

No último encontro de cada função estudada, foi solicitado novamente para os estudantes que individualmente elaborassem um mapa conceitual sobre o tema. Para isso receberam a mesma orientação que tiveram para a elaboração dos mapas conceituais iniciais, acrescentando-se que deveriam fazer associações do tema com os diversos assuntos abordados durante a UEPS, como experimentos, situações-problema discutidas, exercícios trabalhados e explicações promovidas pela pesquisadora.

O objetivo da elaboração deste mapa conceitual foi de verificar uma possível mudança conceitual, se houve um acréscimo de significados em relação ao tema estudado e buscar evidências da ocorrência da aprendizagem significativa.

3.6 DESCRIÇÃO DAS ETAPAS DA APLICAÇÃO DA UEPS

Nesta seção, descrevemos as atividades realizadas em cada uma das etapas de aplicação da UEPS. Inicialmente, são detalhadas as atividades de planejamento, realizadas nas etapas 1, 2 e 3. Na sequência são descritas as atividades realizadas junto aos estudantes, nas etapas seguintes, já no contexto de cada uma das funções matemáticas abordadas neste estudo, ou seja, das funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica, selecionadas considerando justificativa apresentada na seção 3.2.

Etapa 1: Como já mencionado, a primeira etapa foi de seleção e organização dos tópicos escolhidos. Para este planejamento, foi dada ênfase à aplicação dos estudos sobre as funções matemáticas selecionadas, em fenômenos químicos como densidades e cálculo do potencial hidrogeniônico (pH), fenômenos físicos como lei de Ohm, movimento retilíneo uniformemente variado, fenômenos da astronomia e outras áreas afins das Engenharias.

Os conteúdos conceituais programados para serem desenvolvidos a partir das definições das funções, foram: domínio e imagem, crescimento e decrescimento e as formas de representar uma função (verbalmente, algebricamente, numericamente e graficamente), operações básicas entre números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação), zeros de funções, taxas de variação, resolução de equações e de inequações. Conteúdos procedimentais, tais como: construção de gráficos, organização de tabelas, leitura de instrumentos de medida, entre outros, foram explorados nas aplicações das funções em experimentos focados no trabalho em equipe, nas áreas da Física, Química e outras áreas afins das Engenharias.

A função de primeiro grau (linear e afim) foi a primeira função estudada, por constar assim no cronograma da disciplina de Pré-Cálculo (Anexo II). Para este estudo planejamos questões numéricas e algébricas básicas, como operações com frações, resolução de equações e de inequações, entre outras, por ser uma função com várias aplicações nas diversas áreas da Engenharia.

Para o estudo das funções exponenciais e logarítmicas foram planejadas questões algébricas mais complexas, envolvendo as operações de potenciação e radiciação, consideradas mais difíceis pelos estudantes, que apresentam muitas dificuldades de compreensão dos conceitos relacionados, como mencionado anteriormente na seção 3.2.

Etapa 2: Para essa etapa foi preparado um questionário diagnóstico (Apêndice II) visando levantar o perfil dos estudantes, com questões de cunho pessoal, que abordavam assuntos sobre a trajetória escolar, ingresso no Ensino Superior e perfil atual. Além destas, havia questões que abordavam o conteúdo matemático sobre as funções a serem estudadas, a fim de propiciar que os estudantes exteriorizassem seus subsunçores. Estas foram divididas em dois tipos: resolução de exercícios conceituais, sobre domínio, imagem, crescimento e decrescimento de funções, cálculo de zeros de funções, com base nas respectivas equações; além de exercícios envolvendo tais funções em situações-problema relacionadas a diferentes áreas da Engenharia.

O questionário foi entregue no primeiro dia de aula da referida turma da disciplina de Pré-Cálculo. Os estudantes puderam respondê-lo em casa, e entregá-lo na segunda aula, que ocorreu uma semana depois. Ao entregarem os questionários, os estudantes foram convidados a participar da aplicação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), que aconteceria quinzenalmente aos sábados, em um horário extracurricular da disciplina de Pré-Cálculo.

Importante destacar que essa avaliação também visou auxiliar a pesquisadora na organização das atividades que seriam oferecidas aos estudantes, situando-a quanto à forma de iniciar a abordagem dos conceitos a serem trabalhados.

Os estudantes receberam o cronograma definitivo da UEPS pelo ambiente virtual da disciplina de Pré-Cálculo, com datas, horário, local e os conteúdos que seriam abordados. Os interessados em participar da UEPS tiveram uma semana para confirmar a sua participação, comunicando a professora da disciplina de Pré-Cálculo, como forma de inscrição.

Etapa 3: Nesta etapa a pesquisadora coletou os dados obtidos, para conhecer o perfil dos estudantes e analisar as resoluções das questões sobre as funções escolhidas. Com esta análise, foi possível conhecer alguns subsunçores apresentados pelos estudantes. Os mesmos são discutidos no capítulo destinado à análise da aplicação da UEPS.

Com base nesses resultados, foi feita uma pesquisa de situações-problema que tivessem um nível crescente de complexidade e que abordassem assuntos ligados à Engenharia. Na sequência, foi feito o planejamento das situações-problema e atividades a serem realizadas e foi organizado o material didático.

A sequência didática iniciou com os cinco participantes, conforme já foi mencionado, os quais, no questionário diagnóstico, revelaram muitas dificuldades com a Matemática básica. O questionário continha três questões sobre função de primeiro grau, três questões sobre função exponencial e duas questões sobre função logarítmica.

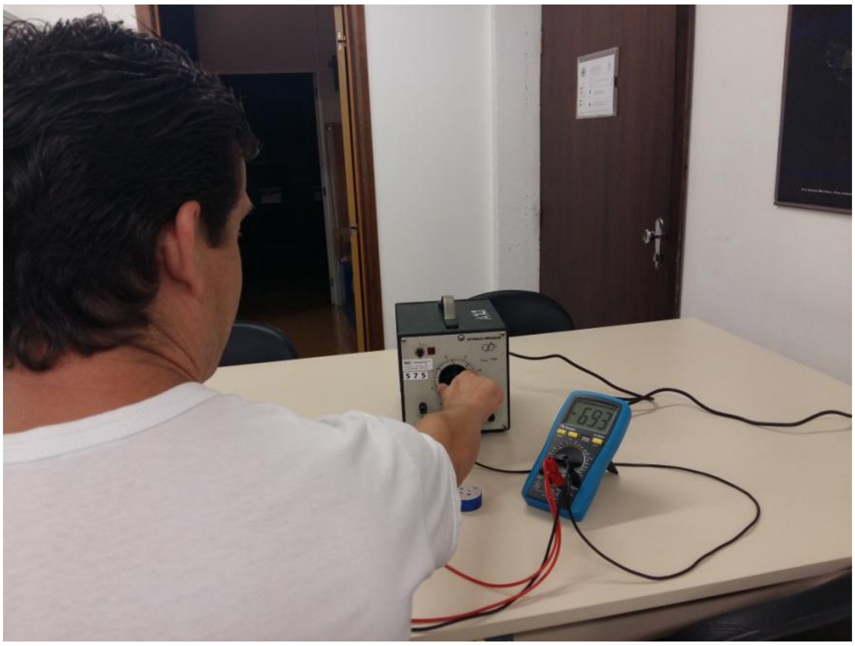
3.6.1 Função de primeiro grau

Nesta seção, serão descritas as atividades promovidas sobre função de primeiro grau, distribuídas nas etapas 4, 5 e 6, referidas na seção 3.3, referente ao Planejamento da UEPS. Assim sendo, aqui, inicia-se a descrição das etapas, a partir da etapa 4, pois as etapas 1, 2 e 3 são comuns às três funções estudadas.

Etapa 4: No primeiro encontro com os estudantes, para o desenvolvimento de estudos que ocorreu quatro semanas após o início das aulas de Pré-Cálculo, o conteúdo abordado foi função de primeiro grau, mais especificamente função linear. Inicialmente, foi solicitada a construção de um mapa conceitual da função de primeiro grau, com o intuito de contemplar os subsunçores presentes na estrutura cognitiva de cada estudante.

Assim, neste encontro, foi trabalhada a função linear, expressa por: $y = ax$, onde y é a variável dependente, x é a variável independente e a é um número real diferente de zero denominado coeficiente angular da função. Inicialmente, no laboratório de Física, foi entregue aos estudantes um roteiro para realizarem um experimento sobre a lei de Ohm (Apêndice IV), pois esta lei empírica da Física é uma função linear que relaciona a tensão elétrica (V), a resistência elétrica (R) e a corrente elétrica (i) na forma $V = Ri$, onde V é a variável dependente e i a variável independente. Para a realização deste experimento, os estudantes utilizaram uma fonte de tensão, resistores de carbono, fios elétricos para fazer as conexões, um voltímetro e um amperímetro, conforme ilustrado na Figura 3.

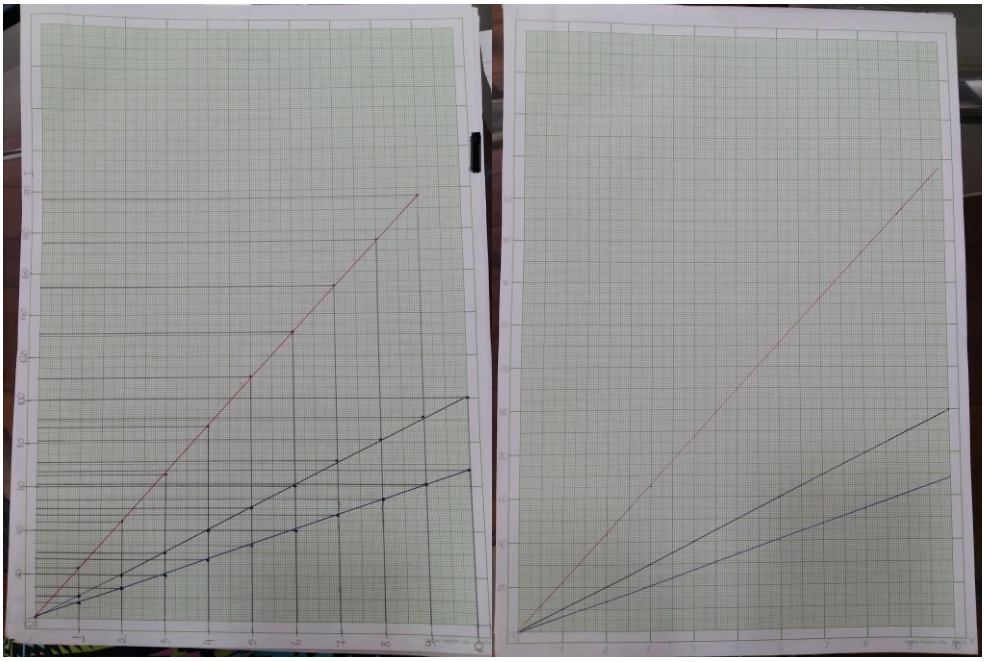
Figura 3: Estudante realizando o experimento sobre a lei de Ohm.



Fonte: Autora, 2016.

Com os dados obtidos para a tensão e para a corrente elétrica, os estudantes construíram gráficos e puderam confirmar a dependência entre essas grandezas físicas, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4: Gráficos construídos pelos estudantes com dados obtidos do experimento.



Fonte: Elaborado pelos estudantes, 2016.

Após o experimento, foi promovida uma discussão, na forma de aula expositiva dialogada sobre funções lineares, para formalizar o conceito e suas várias representações, levando em consideração os subsunçores identificados nas respostas apresentadas ao questionário diagnóstico, bem como nas atividades realizadas e no aproveitamento demonstrado pelos estudantes.

O domínio de um campo de conhecimentos, bem como a aprendizagem significativa, é progressivo; assim, um dos objetivos da UEPS é a evolução da aprendizagem do estudante, ao longo do processo. Visando à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa, ao final do encontro, uma lista com exercícios (Apêndice V) sobre a função linear foi proposta e resolvida pelos participantes. Três desses exercícios envolviam questões contextualizadas da área de Engenharia.

O objetivo deste trabalho de pesquisa, ao abordar tais questões, logo após a realização do experimento e discussões relacionadas, foi o de apresentar situações-problema contextualizadas, junto às questões conceituais, conforme o referencial teórico que subsidia esta pesquisa.

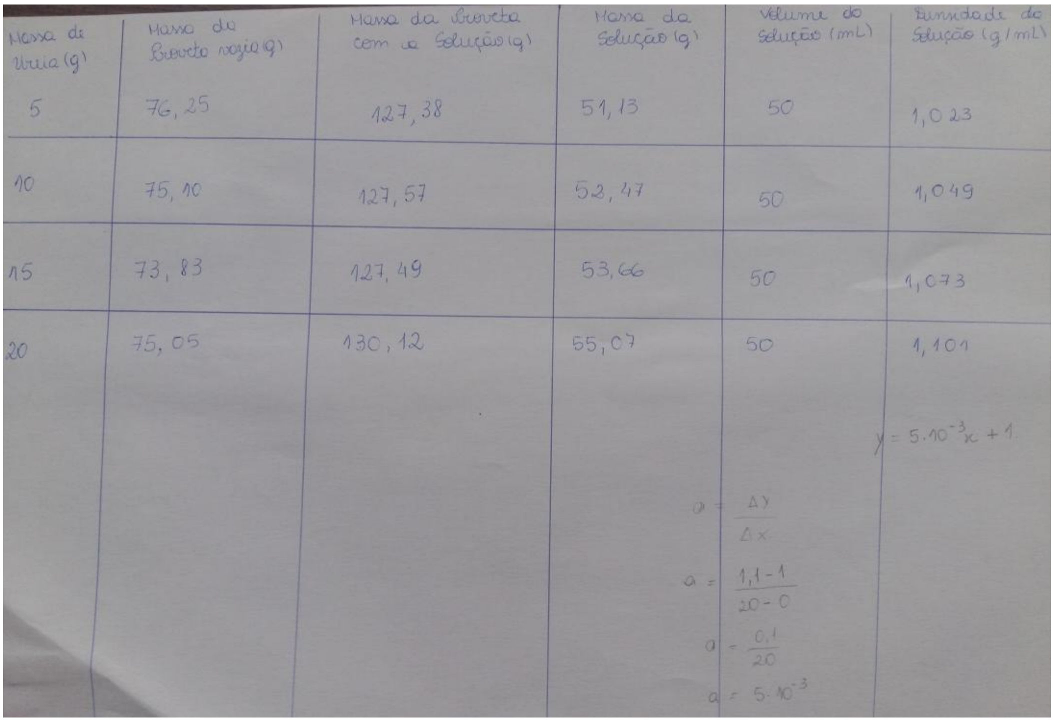
Etapa 5: No segundo encontro, foi estudada a função afim, representada por: $y = ax + b$, em que y é a variável dependente, x é a variável independente e a e b são números reais diferentes de zero denominados respectivamente coeficiente angular e coeficiente linear da função. Seguiu-se, desta forma, de acordo com a recomendação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Este encontro teve início no laboratório de Química, onde foi realizado um experimento sobre a solubilidade da ureia na água (Figura 5), cujo roteiro encontra-se no Apêndice IV. Esta lei empírica da Química é uma função afim que relaciona a densidade da mistura (D), a quantidade de massa em gramas da ureia (g) e densidade da água destilada (d), sendo expressa por $D(g) = (g/50) + d$, onde D é a variável dependente e g a variável independente.

Figura 5: Estudantes realizando o experimento da Solubilidade da Ureia.

Fonte: Autora, 2016.

Com os dados obtidos, os estudantes construíram uma tabela com as informações coletadas conforme ilustrado na Figura 6, e após construíram gráficos da densidade em função da quantidade de ureia (Figura 7). Com isso, foi possível ilustrar a definição da função afim, bem como de seus termos e respectivos significados matemáticos no contexto do experimento.

Figura 6: Tabela de dados do experimento construído por um estudante.



Massa de ureia (g)	Massa da Bureta vazia (g)	Massa da Bureta com a Solução (g)	Massa da Solução (g)	Volume da Solução (mL)	Densidade da Solução (g/mL)
5	76,25	127,38	51,13	50	1,023
10	75,10	127,57	52,47	50	1,049
15	73,83	127,49	53,66	50	1,073
20	75,05	130,12	55,07	50	1,101

$y = 5.10^{-3}x + 1$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

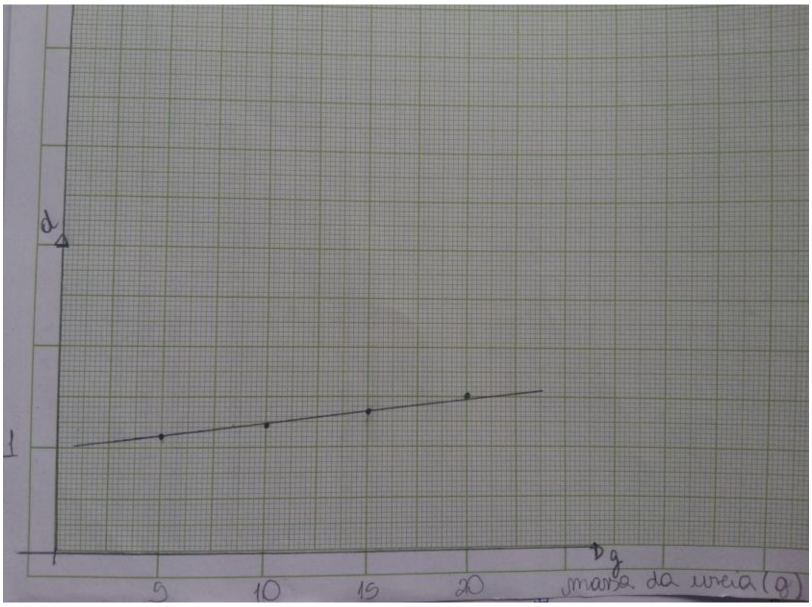
$a = \frac{1,1-1}{20-0}$

$a = \frac{0,1}{20}$

$a = 5 \cdot 10^{-3}$

Fonte: Elaborado pelos estudantes, 2016.

Figura 7: Gráfico construído com os dados da tabela anterior.



Fonte: Elaborado pelos estudantes, 2016.

Como no caso da função linear, após o experimento, foi promovida uma discussão para formalizar o conceito, suas várias representações com base nas atividades realizadas e verificar o aproveitamento dos estudantes no experimento realizado. Também ao final do encontro, uma lista de oito exercícios sobre a função afim foi proposta e resolvida pelos participantes. Da mesma forma que para a função linear, dois desses exercícios envolviam questões contextualizadas da área de Engenharia.

Etapa 6: O terceiro encontro foi dividido em duas partes. Primeiramente, deu-se continuidade ao estudo da função afim, mais uma vez seguindo a recomendação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a UEPS vai sendo desenvolvida. Para tanto, foi realizado um experimento sobre Movimento Retilíneo Uniformemente Variado, regido pela equação $v = v_o + at$, que relaciona a velocidade final (v), a velocidade inicial (v_o), a aceleração (a) e o tempo (t), onde v é a variável dependente, t a variável independente, e v_o e a são, respectivamente, o coeficiente linear e o coeficiente angular da função. Foram utilizados recursos da Web 2.0[4], mais especificamente, os seguintes aplicativos: Cálculo da função horária da velocidade da Microsoft Corporation, um aplicativo para ser usado no computador conforme ilustra a Figura 8; e Fiza MRUV - App para Física, aplicativo gratuito disponível no sistema Android Play Store.

Figura 8: Aplicativo disponível na Microsoft Corporation.

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

[4] Web 2.0 é um termo usado para designar uma segunda geração de comunidades e serviços oferecidos na internet, tendo como conceito a Web e por meio de aplicativos baseados em redes sociais e tecnologia da informação. Com o aparecimento da Web 2.0, muitos websites deixaram de ser estruturas rígidas e estáticas e passaram a ser plataformas onde pessoas podem contribuir com o seu conhecimento para o benefício de outros utilizadores e visitantes. Assim, a Web 2.0 potencia e facilita a construção de conhecimento, tendo um impacto na educação.

O conceito de velocidade foi explorado como função do tempo, por meio de abordagens algébrica, numérica, verbal e gráfica, o que permitiu aos estudantes, comprovar experimentalmente que a velocidade em um movimento retilíneo uniformemente variado é uma função afim.

Na segunda parte desse encontro, de acordo com o cronograma apresentado, foram trabalhadas as etapas 7 e 8, com a realização das atividades conforme segue.

Etapa 7: Dando continuidade às atividades realizadas no terceiro encontro, foram retomadas outras questões relevantes e aspectos dessas funções. Na sequência, alguns aspectos estruturantes dos conteúdos da UEPS foram retomados por meio de exposição dialogada. Todas as situações-problema foram propostas em níveis crescentes de complexidade, destacando semelhanças e diferenças, propiciando a ocorrência de conflitos cognitivos, por meio das situações e exemplos trabalhados, os quais visaram promover a reconciliação integradora, bem como a consolidação do conhecimento sobre a função linear e a função afim.

Etapa 8: A avaliação da aprendizagem foi realizada em vários momentos e utilizando diferentes instrumentos de avaliação. Foram realizados registros das participações e das contribuições dos estudantes em relação ao grau de compreensão dos modelos explicativos e das ações para intervir nas situações-problema. Além desses registros, na finalização do terceiro encontro, uma avaliação final individual, que continha questões dissertativas contextualizadas relacionadas com os fenômenos estudados, foi realizada, e novos mapas conceituais foram produzidos sobre função de primeiro grau.

3.6.2 Função exponencial e logarítmica

Nesta seção, descrevemos as etapas da UEPS, relacionadas às funções exponencial e logarítmica. Como justificado na seção anterior, são descrita as etapas, a partir da etapa quatro. Nos encontros que são descritos a seguir, os conteúdos de funções exponencial e logarítmica foram trabalhados juntos por serem funções inversas entre si, o que favorece o estudo comparativo das respectivas propriedades e definições.

Destacamos, aqui, que, a partir dos encontros que abordaram este assunto, a Estudante 4 não conseguiu mais participar das atividades, devido a uma mudança ocorrida em seus horários de trabalho. Apesar de ter manifestado interesse em continuar participando e solicitado à pesquisadora uma troca de horário na aplicação da UEPS ou um atendimento individual, infelizmente não foi possível atendê-la; assim os encontros seguiram com três estudantes.

Etapa 4: No quarto encontro da UEPS, foram trabalhadas as funções exponencial e logarítmica. Inicialmente foi solicitada a construção de dois mapas conceituais, um sobre função exponencial e outro sobre função logarítmica, com o intuito de confirmar ou mesmo identificar novos subsunçores, alguns dos quais, já levantados por meio do questionário diagnóstico.

Na sequência, por meio de uma breve aula expositiva-dialogada foi feita uma apresentação de slides sobre as funções exponencial e logarítmica, abordando aplicações dessas funções nas diferentes áreas do conhecimento, tais como: Computação, Economia, Música, Biologia, Engenharia, Física, Química, entre outras.

Neste encontro, foram explorados fenômenos e conceitos descritos pela função logarítmica, envolvendo as áreas de Geofísica e Astronomia. A pesquisadora fez uma breve explanação sobre a relação do fenômeno terremoto com a função logarítmica com o intuito de motivar os estudantes para as atividades que viriam a seguir. Terremoto é um fenômeno natural caracterizado por um forte tremor de terra resultante de fatores como o encontro de diferentes placas tectônicas (blocos que formam a crosta terrestre), falhas geológicas, ou ainda, atividade vulcânica. A magnitude de um terremoto é medida em graus utilizando a escala Richter. Esta magnitude é uma medida quantitativa do "tamanho" de um terremoto. Ela está relacionada com a amplitude das ondas registradas por um equipamento adequado e também com a energia liberada. A energia liberada em um abalo sísmico é um fiel indicador do poder destrutivo de um terremoto. A relação entre a magnitude M (graus) de Richter e a energia liberada (E) é dada por $M = 2/3log(E/E_o)$, sendo $E_o = 7.10^{-3}kWh$.

Em seguida, a pesquisadora fez uma breve exposição sobre Astronomia relacionada com a função logarítmica. Na relação feita, o conceito abordado foi de magnitude[5] dos corpos celestes. Esses corpos celestes, por exemplo, as estrelas, emitem uma grande quantidade de energia. A energia emitida pelo corpo celeste e que chega ao observador na Terra é denominada "intensidade". Ao observarmos a intensidade de uma "estrela", o nosso olho

[5] Magnitude é a escala logarítmica da intensidade de um objeto celeste. É medida em um determinado comprimento de onda ou banda passante, geralmente em comprimentos de onda óticos ou infravermelho próximo.

percebe a energia em uma escala logarítmica. Para que os estudantes conhecessem um pouco mais destes conceitos foi solicitado que procurassem na internet alguns corpos celestes e sua intensidade e calculassem a magnitude de cada um utilizando a relação apresentada pela equação $m = -2{,}5\log I + C$ onde m refere-se à magnitude do corpo celeste, I à intensidade desse corpo e C é uma constante em função do mecanismo utilizado para se obter a informação da intensidade. Com os dados obtidos, os estudantes construíram gráficos de magnitude dos corpos celestes em função do brilho e puderam confirmar e determinar a dependência entre essas grandezas. Após o experimento, foi realizada uma aula expositiva dialogada sobre funções logarítmicas para formalizar o conceito e suas várias representações e exemplos na área das Engenharias.

Etapa 5: No quinto encontro, deu-se continuidade à UEPS com o estudo da Função Exponencial, mais uma vez de acordo com a orientação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Para tal, esse encontro ocorreu no laboratório de Física, onde foi realizado um experimento sobre carga e descarga de capacitores.

Nesse experimento, o objetivo era investigar o comportamento de carga e descarga de um capacitor, visando, em primeiro lugar, a determinação da constante RC do circuito, bem como a análise gráfica das curvas de carga e descarga, utilizando o programa Data Studio. Para cada circuito RC (Circuito Resistivo – Capacitivo) há um tempo característico, $\tau = RC$, denominado constante de tempo capacitiva. Quando $t = \tau = RC$ a carga do capacitor atinge 63% do seu valor máximo. As equações que descrevem o comportamento da carga e da corrente elétrica neste circuito são as seguintes:

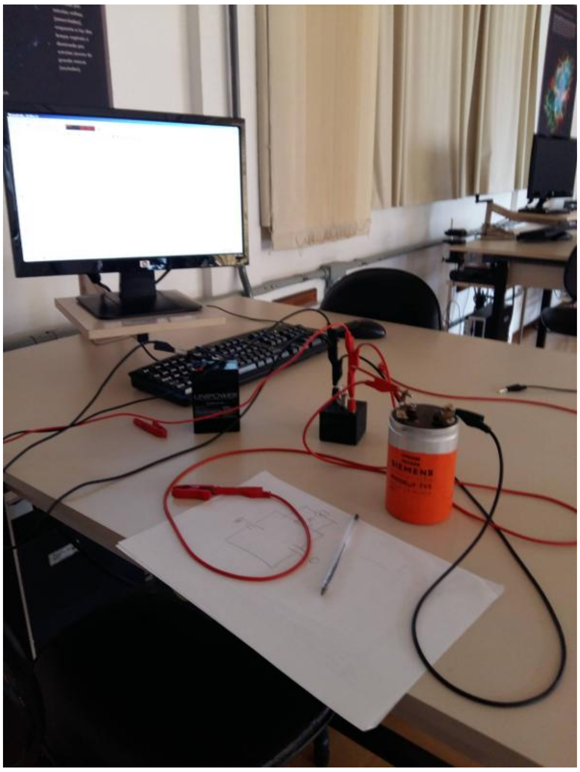
$$q(t) = \varepsilon C(1 - e^{-t/RC})$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}$$

Ou seja, trata-se de funções com componentes exponenciais, onde a variável independente nas duas equações é o tempo t e as variáveis dependentes são a carga no capacitor q e a corrente elétrica i (UFRGS, 2017).

Como pode ser visto na Figura 9, o material utilizado foi: o programa DataStudio[6], um capacitor, uma lâmpada de 5 volts, uma bateria de 6 volts, um sensor do cabo tipo banana-banana com interface, dois cabos pretos do tipo banana-banana, dois cabos vermelhos do tipo banana-banana e duas garras jacarés. O roteiro deste experimento encontra-se no Apêndice IV.

Figura 9: Material do experimento sobre carga e descarga de capacitores.



Fonte: Autora, 2016.

Com os dados obtidos, os estudantes observaram os gráficos da carga e descarga do capacitor em função da tensão elétrica que o programa DataStudio reproduziu, o que favoreceu o reconhecimento da função exponencial.

Após o experimento, foi realizada uma aula expositiva dialogada sobre funções exponenciais, para formalizar o conceito e suas várias propriedades como interceptos com os eixos, os fatores que influenciam nos deslocamentos da função no gráfico, assíntota, domínio, conjunto imagem e classificação da função em crescente ou decrescente. Visando à

[6] O DataStudio é um programa de aquisição, exibição e análise de dados. O software trabalha com sensores e interfaces PASCO para coletar e analisar dados. O DataStudio pode ser usado para criar e realizar experimentos de Ciências em geral, Biologia, Química e Física para todos os graus escolares.

diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa, ao final dos encontros quatro e cinco, uma lista de oito exercícios (Apêndice V) sobre as funções estudadas foi proposta e resolvida pelos participantes. Da mesma forma que para a função de primeiro grau, sete desses exercícios envolviam questões contextualizadas da área de Engenharia.

Etapa 6: O sexto encontro foi dividido em duas partes. Inicialmente, foi realizado um experimento sobre o potencial hidrogeniônico de algumas substâncias. A pesquisadora utilizou uma vídeo aula disponível na internet com o título "Aplicação de Logaritmos na Química: Cálculo do pH | Matemática Rio[7]" para a explicação do fenômeno químico Potencial Hidrogeniônico, e após interveio com a questão da função logarítmica utilizada na fórmula $pH = - log(H^+)$, para o cálculo do pH (potencial hidrogeniônico). Foi explorado o conceito de pH, por meio de abordagens algébrica, numérica, verbal e gráfica, o que permitiu aos estudantes relacionar este conceito com o de Função Logarítmica.

A segunda parte do sexto encontro, conforme o cronograma apresentado, contemplou, também as etapas 7 e 8 do planejamento. As mesmas são descritas a seguir.

Etapa 7: Na sequência, visando à reconciliação integrativa e consolidação do conhecimento, a pesquisadora recapitulou os principais elementos da função exponencial e da função logarítmica em nova apresentação em que foram destacados os conceitos e propriedades das funções estudadas. Assim como no estudo das funções de primeiro grau, foram destacados o domínio e a imagem das funções exponencial e logarítmica; suas diferentes representações (algébrica, numérica, verbal e geométrica); propriedades das potencias, crescimento/decrescimento, deslocamentos de gráficos, intercepto horizontal e vertical.

Etapa 8: Conforme já mencionado na descrição do terceiro encontro, quando da finalização do estudo da função de primeiro grau, lembramos que a avaliação da aprendizagem foi realizada em diversos momentos e utilizando diferentes instrumentos, tais como: registros das contribuições dos estudantes enquanto se realizava os experimentos. Assim sendo, no final do sexto encontro, foi realizada uma avaliação individual final contendo questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados, além da produção dos mapas conceituais finais sobre função exponencial e logarítmica.

[7] Link para acesso: https://www.youtube.com/watch?v=JzUxtqtb3JU

Consideramos importante ressaltar, aqui, a atenção dada, nesta pesquisa ao referencial teórico que a fundamenta, no que diz respeito às atividades planejadas e realizadas durante os encontros, de acordo com as Etapas de desenvolvimento da UEPS, conforme Moreira (2011). Especialmente quanto aos organizadores prévios, aos princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa e às situações-problema, para este autor, "na diferenciação progressiva, ideias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivos do conteúdo devem ser apresentados e, progressivamente diferenciados, ao longo do processo." Entendemos que isso é potencializado por atividades que considerem os subsunçores, como apoio à construção de novos conhecimentos. Quanto à reconciliação integrativa, Moreira explica que o ensino deve explorar relações entre ideias, conceitos, proposições, relacionando-os, reorganizando-os, propiciando a compreensão de novos significados. Trata-se, aqui também, da recombinação dos subsunçores existentes na estrutura cognitiva. As situações-problema, por sua vez, não foram propostas na condição de exercícios de aplicação de fórmulas, mas, sim, de situações que visavam dar a oportunidade de dar sentido aos conceitos, em nível crescente de complexidade, porém, nunca antes de nos certificarmos do domínio do que foi trabalhado anteriormente.

Diante do exposto, uma avaliação do potencial da UEPS como um todo foi realizada em um último encontro. Além disso, o potencial da mesma será considerado em função da análise comparativa dos mapas conceituais iniciais e finais de cada função, que foram produzidos pelos estudantes, além dos resultados numéricos de acertos da avaliação individual que os estudantes realizaram ao final do estudo de cada função.

Com isso, esperamos apresentar evidências da ocorrência de aprendizagem significativa, no próximo capítulo.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, são analisados os dados e apresentadas as principais evidências de que a UEPS favoreceu a ocorrência da aprendizagem significativa dos estudantes que participaram da sua aplicação. São consideradas as análises dos dados oriundos das avaliações, bem como os mapas conceituais elaborados pelos estudantes, antes e após o estudo de cada tipo de função.

4.1 SOBRE A AVALIAÇÃO INICIAL

A avaliação inicial continha questões que delineavam o perfil do estudante e questões de conhecimento matemático sobre as funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica. Dificuldades com esses conteúdos apareceram em todos os vinte oito questionários entregues, mas serão aqui analisados e comentados apenas aqueles dos cinco estudantes que se inscreveram para participar das atividades da UEPS.

Na parte do questionário diagnóstico que solicitava a resolução das questões de Matemática, foi orientado que os estudantes apresentassem a resolução detalhada de cada questão e caso não conseguissem responder alguma questão que justificassem o motivo, como por exemplo: não me lembro de ter visto este conteúdo no ensino médio; lembro-me de ter visto este conteúdo, porém não tão aprofundado; etc.. Os dados provenientes dos cinco questionários serão referidos ao Estudante 1, Estudante 2, Estudante 3, Estudante 4 e Estudante 5.

As questões que se referiam à função de primeiro grau contabilizavam quatro acertos possíveis, as questões sobre função exponencial sete acertos possíveis e as sobre função logarítmica cinco acertos possíveis. Na tabela 1 está representado o rendimento dos cinco estudantes que participaram da UEPS.

Tabela 1: Rendimento dos estudantes na avaliação inicial

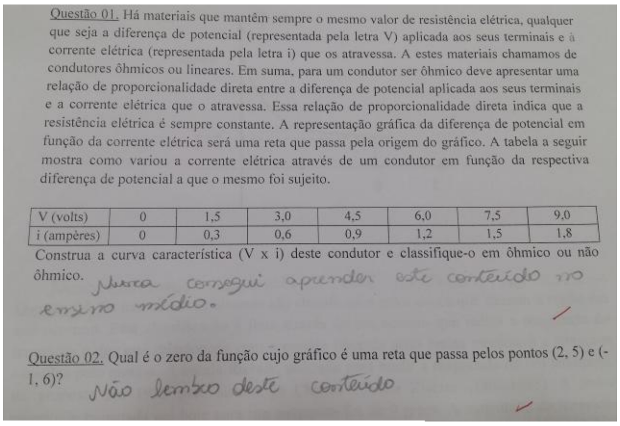
	Número de acertos		
	Função de 1º grau	Função exponencial	Função logarítmica
Estudante 1	0	0	0
Estudante 2	1,5	2	0
Estudante 3	1	2	4
Estudante 4	0	3	0
Estudante 5	1	4	0

Dentre os cinco questionários, um foi entregue totalmente em branco. O Estudante 1 respondeu apenas as questões de cunho pessoal, sem justificar ou argumentar o porquê as questões de Matemática não foram respondidas.

Os demais estudantes, como se pode observar na Tabela 1, tiveram um rendimento muito baixo considerando que os conteúdos abordados são estudados no Ensino Médio, e são cobrados em provas como ENEM e vestibulares.

Nos questionários dos Estudantes 2, 3, 4 e 5 todas as questões foram respondidas ou tiveram uma justificativa para estarem em branco. Como se pode observar na Figura 10, o Estudante 4 ao justificar porque não resolveu a questão número 1 escreveu: “Nunca consegui aprender este conteúdo no ensino médio.”, demonstrando ter dificuldade com conceitos da função de primeiro grau. Na questão seguinte, o mesmo estudante afirmou não se lembrar do conteúdo.

Figura 10: Justificativa do Estudante 4 na avaliação diagnóstica.


Questão 01. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

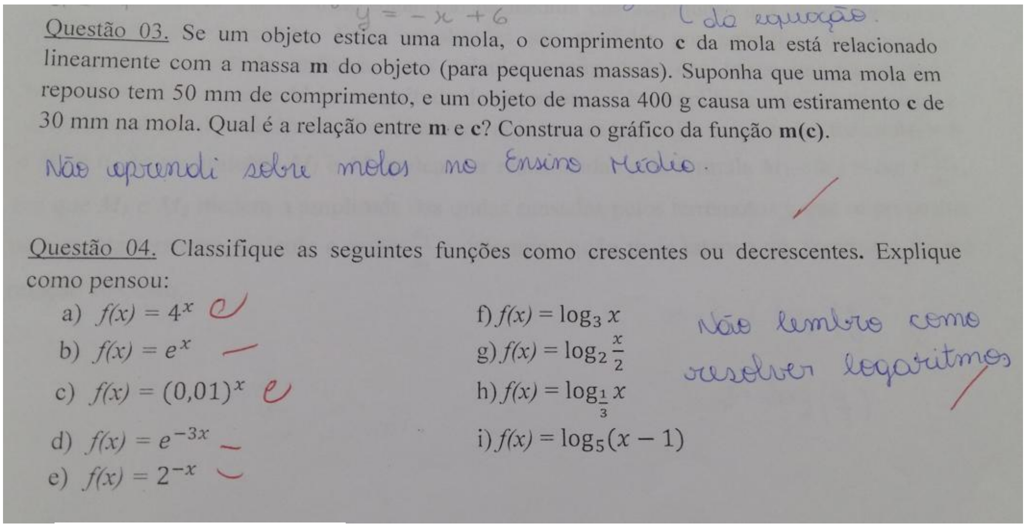
Construa a curva característica (V x i) deste condutor e classifique-o em ôhmico ou não ôhmico. Nunca consegui aprender este conteúdo no ensino médio.

Questão 02. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)? Não lembro deste conteúdo

Fonte: Elaborado pelos estudantes, 2016.

Outra justificativa que apareceu, em mais de um questionário, foi de que os estudantes mencionaram ter visto o conteúdo, porém não lembravam como utilizá-lo para resolver os problemas, dando indicativos de que, para estes estudantes, no Ensino Fundamental e Médio não houve aprendizagem significativa. Estes resultados são apresentados nas Figuras 11 e 12.

Figura 11: Justificativa do Estudante 5 na avaliação diagnóstica.



$y = -x + 6$ (da equação.

Questão 03. Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

Não aprendi sobre molas no Ensino Médio.

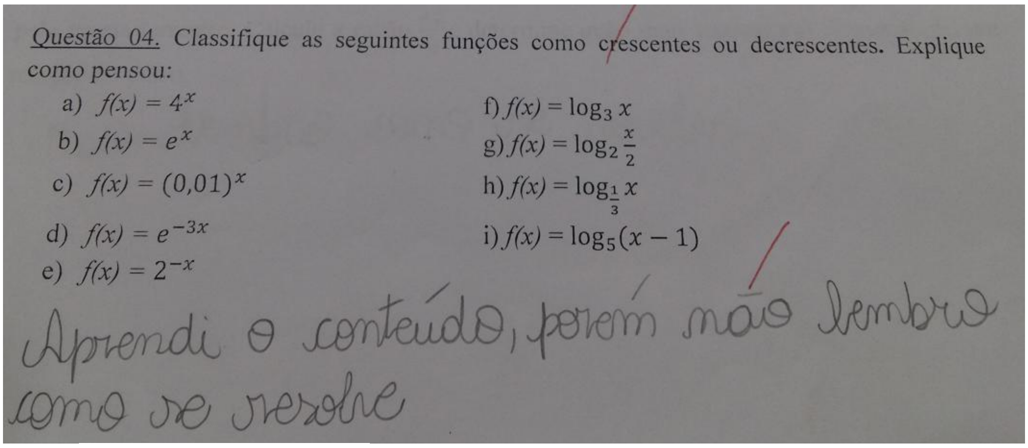
Questão 04. Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes. Explique como pensou:

a) $f(x) = 4^x$
b) $f(x) = e^x$
c) $f(x) = (0{,}01)^x$
d) $f(x) = e^{-3x}$
e) $f(x) = 2^{-x}$
f) $f(x) = \log_3 x$
g) $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$
h) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$
i) $f(x) = \log_5 (x-1)$

Não lembro como resolver logaritmos

Fonte: Elaborado pelos estudantes, 2016.

Figura 12: Justificativa do Estudante 2 na avaliação diagnóstica.



Questão 04. Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes. Explique como pensou:

a) $f(x) = 4^x$
b) $f(x) = e^x$
c) $f(x) = (0{,}01)^x$
d) $f(x) = e^{-3x}$
e) $f(x) = 2^{-x}$
f) $f(x) = \log_3 x$
g) $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$
h) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$
i) $f(x) = \log_5 (x-1)$

Aprendi o conteúdo, porém não lembro como se resolve

Fonte: Elaborado pelos estudantes, 2016.

Com os resultados desse questionário inicial, a pesquisadora conseguiu diagnosticar alguns subsunçores dos estudantes para poder considerá-los ao elaborar as atividades que foram propostas na UEPS, além de conhecer melhor os estudantes com os quais iria trabalhar.

Com efeito, ao analisar as respostas apresentadas, identificamos a ausência de conhecimentos prévios relacionados ao conceito de função e sua classificação, interpretação das informações contidas nos enunciados, tanto de exercícios quanto de problemas aplicados, além de dificuldades envolvendo as operações básicas com números reais, elaboração e interpretação de gráficos, resolução de equações e de inequações. Todas essas informações foram consideradas na elaboração das atividades contendo os organizadores prévios necessários.

Isto nos permitiu a programação das etapas e respectivos encontros levando em consideração os subsunçores identificados, além de nos orientar quanto às atividades a serem propostas, a fim de contemplar os organizadores prévios. Conforme Moreira (2011), os mesmos devem "servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que deveria saber, a fim de que o novo conhecimento possa ser aprendido significativamente". O autor explica, ainda, que os organizadores prévios funcionam melhor quando as atividades propostas propiciam relacionar os novos conhecimentos com aqueles já existentes e que muitas vezes o estudante tem o conhecimento prévio, mas não o relaciona com aquilo que está sendo apresentado.

De fato, nossa atenção foi dada a tais princípios, conforme denominação dada por Moreira (2011), também na análise dos mapas conceituais, que passamos a apresentar.

4.2 SOBRE OS MAPAS CONCEITUAIS

Os mapas conceituais iniciais e finais foram utilizados, respectivamente, para o conhecimento de subsunçores, já iniciado com o questionário diagnóstico, e para evidenciar conhecimentos construídos pelos estudantes ao longo da aplicação da UEPS. Comparando os mapas conceituais dos estudantes nos Encontros 1 e 4 com aqueles confeccionados nos Encontros 3 e 6, pode-se observar que houve uma evolução nas ideias representadas nos mesmos. Em um mapa conceitual, os conceitos contextualmente mais importantes estão sinalizados por setas, as quais se relacionam com conceitos secundários ou específicos. Quando analisamos um mapa conceitual, o mais importante não é se está correto ou não, mas, sim, se ele fornece evidências de que o estudante está aprendendo significativamente o conteúdo. Isto é possível observar através do número de ramificações e da qualidade como os conceitos são apresentados. Ou seja, um mapa pode apresentar apenas conceitos relevantes, interligados ou não, bem como apresentá-los com as respectivas definições, que podem estar corretas, parcialmente corretas ou incorretas. Todas estas possibilidades são analisadas e classificadas de formas diferentes.

Além de evidenciar o conhecimento construído pelos estudantes, os mapas conceituais foram utilizados como forma de avaliar se houve alguma mudança na organização do pensamento dos estudantes e também para avaliar a efetividade da UEPS na ocorrência da aprendizagem significativa.

Para tanto, os mapas conceituais, para cada tipo de função, foram analisados considerando suas características gerais de estrutura e de conceitos, com a finalidade de comparar o primeiro mapa conceitual construído antes do estudo, com aquele construído após a realização das atividades da UEPS.

Para a análise dos mapas, quanto à estrutura, utilizamos como base, a taxonomia topológica proposta e validada por Novak e Cañas (2006b). Trata-se de uma maneira de classificar e avaliar estruturalmente a diversidade de mapas conceituais através do uso de parâmetros comuns que viabilizem a medição de avanços no processo de construção de mapas.

Na análise que fizemos dos primeiros mapas conceituais, levamos em conta, assim como considera a taxonomia topológica, a complexidade estrutural dos mapas, que é valorizada, mesmo sem a apresentação correta dos significados de conceitos e proposições. Com isso em mente, foi possível, na análise dos mapas finais, medir o progresso do estudante, no decorrer do processo, iniciado com o uso de conceitos formados por poucas palavras, proposições e ligações cruzadas, que, aos poucos, foi revelando o acréscimo de definições corretas, interligações e novos conceitos.

A topologia é composta por cinco critérios relacionados aos: conceitos, termos de ligação e relação entre conceitos, grau de ramificações, profundidade hierárquica e ligações cruzadas. Cada um desses critérios é avaliado em um nível de 0 a 6, onde 0 (zero) é o mais simples e 6 é o mais elaborado. A seguir, a descrição dos critérios:

- ✓ Critério C1 (utilização de conceitos): este critério tem uma natureza mais semântica do que estrutural, no entanto a presença de trechos de textos no lugar de conceitos formados por poucas palavras pode ser indício de uma aprendizagem por memorização (característica da aprendizagem mecânica), pobre, rígida e isolada. A habilidade de apresentar conceitos por meio de textos resumidos é um ponto de partida para a construção de estruturas cognitivas cada vez mais complexas e sofisticadas. Mapas conceituais que não apresentam conceitos podem ser classificados como sendo nível 0 (o mais baixo). Se os assuntos abordados nos mapas conceituais são da área da Matemática, no que diz respeito às funções, leva-se em consideração as formas algébrica, geométrica, numérica e verbal. No caso desta última, textos resumidos ou frases explicativas também são considerados.

- ✓ Critério C2 (termos de ligação e relações entre conceitos): faz-se a observação da presença ou não de termos de ligação, e não das próprias palavras que são utilizadas. Deste modo qualquer símbolo colocado intencionalmente pelo autor, com a finalidade de estabelecer uma relação adequada entre os conceitos, deve ser considerado.
- ✓ Critério C3 (grau de ramificação): a ramificação de um mapa conceitual está associada ao número de pontos de ramificações. Um ponto de ramificação ocorre quando, a partir de um conceito ou termo de ligação, saem duas ou mais linhas de conexão (o número exato não importa). Este critério refere-se ao número de conceitos que apresentam mais de uma ramificação e não ao número de ramificações que emergem de um conceito.
- ✓ Critério C4 (profundidade hierárquica): é determinado contando-se o número de ligações entre o conceito raiz e o conceito mais afastado deste. Este é um critério que só tem sentido se o mapa possui pelos menos um conceito raiz.
- ✓ Critério C5 (presença de ligações cruzadas): uma ligação cruzada é essencialmente uma proposição entre conceitos que usualmente estão localizados em diferentes setores de um mapa conceitual, de modo que formem um circuito fechado.

Com base nisso, um quadro foi organizado para realizar a análise estrutural dos mapas conceituais, no qual são apresentadas as relações entre critérios e os níveis dessa taxonomia topológica (Quadro 1).

Quadro 1: Relação entre critérios e níveis na análise estrutural dos mapas conceituais.

NÍVEL	CRITÉRIO				
	C1 **Conceitos**	**C2** **Termos e ligação**	**C3** **Grau de ramificação**	**C4** **Profundidade hierárquica**	**C5** **Ligações cruzadas**
0	Nenhuma associação com conceitos relacionados ao tema.	Não apresenta	Linear (0 ou 1 ponto)	Nenhuma	Nenhuma
1	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, inferior a 50%	Apresenta menos de 50%	Linear (0 ou 1 ponto)	Nenhuma	Nenhuma
2	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, inferior a 50%	Apresenta menos de 50%	Ramificação baixa (2 pontos)	1 nível	Nenhuma
3	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, igual a 50%	Apresenta 50%	Ramificação média (3 ou 4 pontos)	2 níveis	Nenhuma
4	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, igual a 50%	Apresenta 50%	Ramificação alta (5 ou 6 pontos)	3 níveis	Nenhuma
5	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, superior a 50%	Apresenta mais de 50%	Ramificação alta (5 ou 6 pontos)	4 níveis	1 ou 2 ligações
6	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, superior a 50%.	Apresenta mais de 50%	Ramificação altíssima (7 ou mais pontos)	5 ou mais níveis	Mais de 2 ligações

Fonte: Elaborado pela Autora.

É importante ressaltar que os níveis, para cada critério, foram adaptados pela pesquisadora para este estudo, considerando os seguintes conceitos presentes no estudo de funções, de modo geral: *definição*; *variável dependente* e *variável independente*; *domínio* e *imagem*; *representação numérica*; *representação algébrica*; *representação geométrica*; *representação verbal*; *crescimento/decrescimento*; *zero*(*s*) e *intercepto*(*s*). Além destes, dependendo da função, foram consideradas as seguintes especificidades: para a função de primeiro grau: *coeficiente angular* e *coeficiente linear*; *função linear* e *função afim*; para a função exponencial: *número e*; *condições para a base* e *assíntota*(*s*); para a função logarítmica: *base e*, *condições para a base* e *assíntota*(*s*) (ANTON, 2014; HUGHES-HALLETT et al., 2014; STEWART, 2006).

O Quadro 2, abaixo, mostra de forma sintetizada, a apresentação de símbolos representativos para cada critério e nível.

Quadro 2: Quadro para avaliação estrutural dos mapas conceituais.

Nível	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Fonte: Elaborado pela autora.

A seguir, apresenta-se o Quadro 3, na forma descritiva, com os significados atribuídos a cada uma das siglas.

Quadro 3: Significado das siglas utilizadas no critério C1.

Sigla	**Significado**
NC	Nenhuma associação com conceitos relacionados ao tema.
$PC_1 < 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *inferior a 50%.*
$PC_2 < 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *inferior a 50%*.
$PC_1 = 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *igual a 50%.*
$PC_2 = 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *igual a 50%.*
$PC_1 > 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *superior a 50%.*
$PC_2 > 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *superior a 50%.*

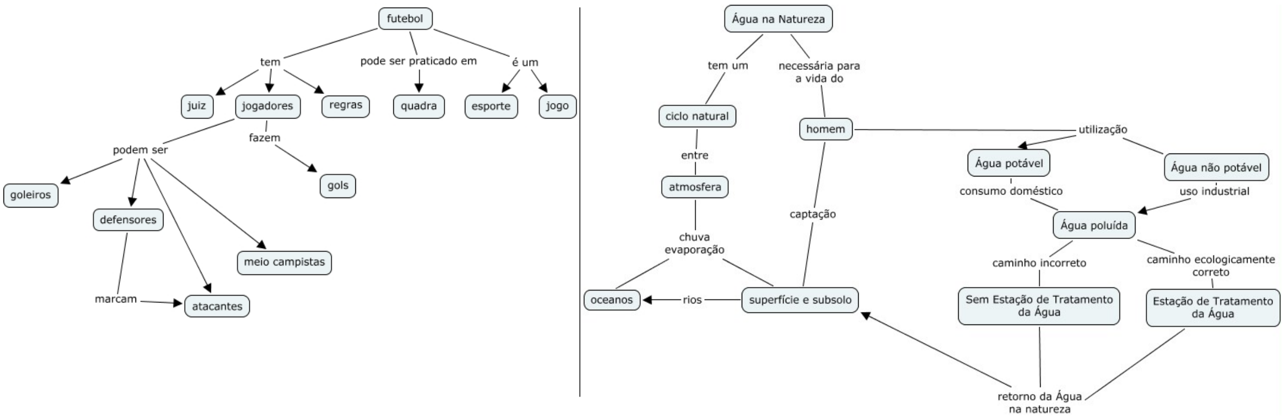
Fonte: Autora.

Quanto ao critério C2, a ausência de termos de ligação é representada por (0), a presença de metade ou menos de termos de ligação entre os conceitos por (< 0,5), a presença de mais da metade por (> 0,5) e o número (1) representa a presença de termos de ligações em todos os conceitos apresentados no mapa conceitual.

Quanto aos critérios C3, C4 e C5, os números indicam a quantidade de pontos de ramificações, os números de ligações entre conceito raiz e o mais afastado, e os números de ligações cruzadas, respectivamente, presentes no mapa conceitual.

Para a produção dos mapas conceituais pelos estudantes, no primeiro encontro, após as apresentações iniciais, a pesquisadora questionou-os sobre se eles já haviam ouvido falar de mapas conceituais e se sabiam o que eram. Apenas dois se manifestaram afirmativamente com a cabeça, e os outros permaneceram em silêncio. Por se tratar de um instrumento de avaliação da UEPS, e para garantir que todos pudessem construir os seus mapas, foi feita uma breve explicação de forma dialogada sobre o que é um mapa conceitual e para que serve, com a utilização de alguns como exemplos. Os exemplos apresentados eram sobre temas bem conhecidos dos estudantes, tais como futebol e água na natureza, conforme estão apresentados na Figura 13.

Figura 13: Exemplos de mapas conceituais que foram mostrados para os estudantes.



Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

Com base no exposto acima, os estudantes foram orientados, no início do estudo de cada uma das funções, a produzirem mapas conceituais, alicerçando-se no conhecimento já construído durante o Ensino Médio ou nas aulas de Pré-Cálculo em que os temas já haviam sido abordados.

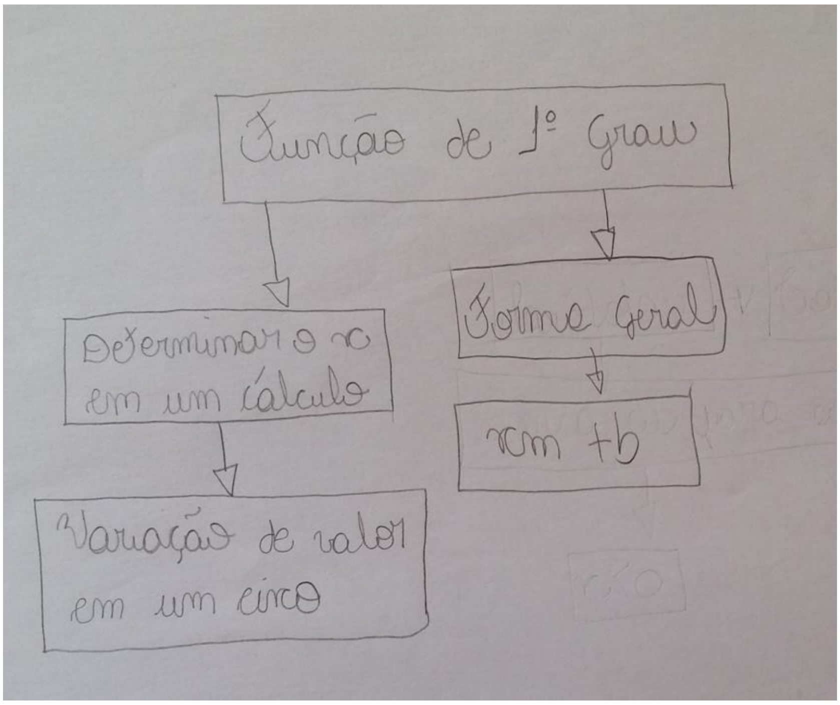
A seguir, apresenta-se a análise dos mapas conceituais construídos antes de vivenciarem a UEPS, comparados com os que foram construídos após concluírem a UEPS. Para cada função foram selecionados os mapas de um dos estudantes para análise.

Relembramos aqui que a UEPS iniciou com cinco participantes os quais, no questionário diagnóstico, apresentaram muitas dificuldades com a Matemática básica. Como mencionado anteriormente, esses participantes estão sendo designados durante a análise dos materiais por eles produzidos como: Estudante 1, Estudante 2, Estudante 3, Estudante 4 e Estudante 5.

4.2.1 Mapas conceituais para a função de primeiro grau

Para o estudo da função de primeiro grau foram realizados três encontros. A primeira atividade proposta no primeiro encontro foi a elaboração dos mapas conceituais sobre a função a ser estudada. Assim sendo, na Figura 14, é apresentado o mapa conceitual inicial sobre função de primeiro grau elaborado pelo Estudante 2.

Figura 14: Mapa conceitual inicial do Estudante 2 para a função de primeiro grau



Fonte: Elaborado pelo Estudante 2, 2016.

Em uma análise qualitativa deste mapa inicial, produzido pelo Estudante 2, é possível observar a presença de subsunçores, como o que denominou corretamente de "*forma geral*", escrevendo-a parcialmente como *"xm + b"*. O fato de se referir à "*forma geral*" e representá-la, ainda que, de forma incompleta, é relevante para a aprendizagem significativa, pois trata-se de um apoio que pode ser levado em consideração, pelo professor, ao organizar as atividades com os organizadores prévios.

Quanto à referida expressão "*forma geral*", apresentada no mapa, aborda-se aqui um problema comumente evidenciado no início dos estudos de graduação em Engenharia, relacionado com a falta de familiarização do estudante com a linguagem matemática. Esse é um exemplo disto e, ao utilizá-la, entende-se que o Estudante 2 já apresenta este conhecimento prévio, que vale a pena ser considerado como subsunçor nas discussões promovidas, o que foi registrado e, de fato, ocorreu no desenvolvimento da UEPS.

Outras expressões utilizadas na linguagem matemática, tais como "*valor numérico*", "*interceptos*", "*variável*", "*variável dependente*", "*variável independente*", "*representação verbal*", "*representação algébrica*", "*representação numérica*", "*representação gráfica*" ou "*representação geométrica*", dentre outras, foram encontradas nesta pesquisa em outros mapas conceituais produzidos pelos outros alunos. As mesmas são utilizadas, de modo geral, porém não se tratam de conceitos matemáticos e, consequentemente, poderiam ser referidas com outras palavras. Assim sendo, a sua utilização já merece ser considerada, quando se busca promover aprendizagem significativa, visto que a linguagem é fundamental para a captação de significados. (MOREIRA, 2011)

Do ponto de vista da taxonomia topológica, a análise do mapa conceitual inicial do Estudante 2, é apresentada no Quadro 4.

Quadro 4: Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 2.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

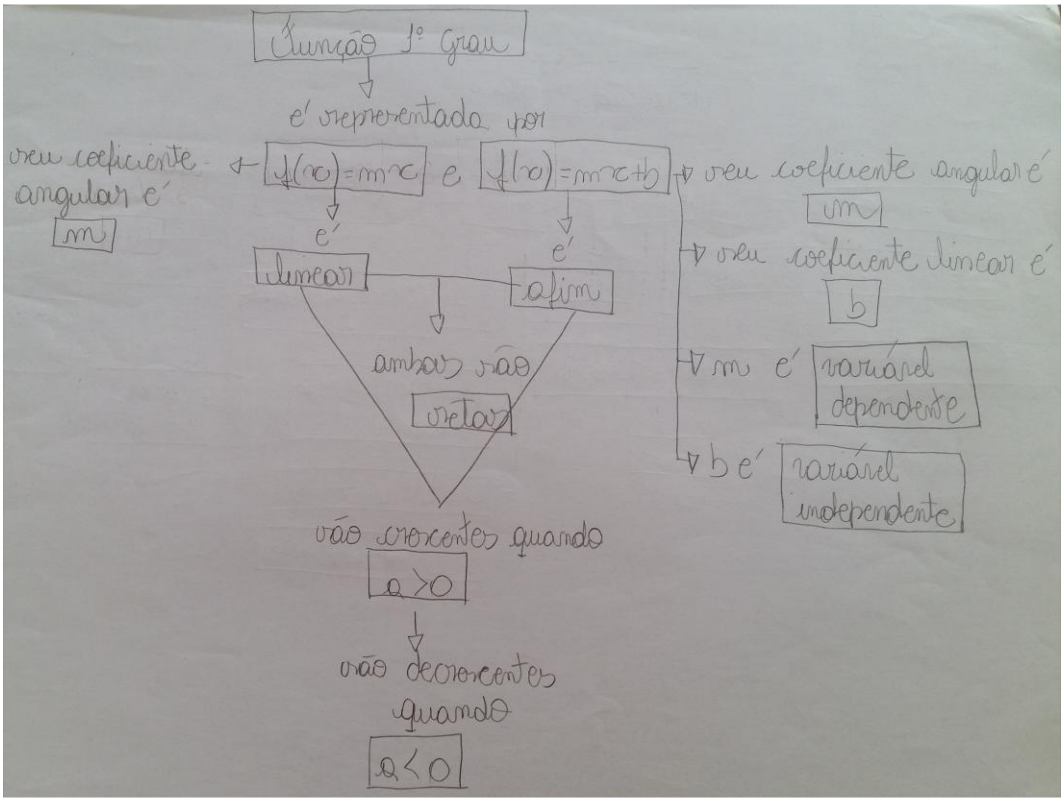
Fonte: Autora.

De acordo com o Quadro 4: em C1 foi marcado o nível 1, pelo fato de que o Estudante 2 apresenta menos da metade dos conceitos relevantes ao assunto. No critério C2, foi marcado o nível 0, pois não há termos de ligação no mapa conceitual. Quanto ao critério C3, foi marcado o nível 2, pois o mapa apresenta duas ramificações. Já em relação ao critério C4, o nível marcado foi 2, pois, como se pode observar o mapa conceitual apresenta uma certa hierarquia nos conceitos que ele coloca. Por fim, no critério C5, como não possui ligação cruzada foi marcado os níveis que contêm 0.

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 2, este mapa conceitual foi classificado como nível 2 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Após vivenciar todas as atividades propostas na UEPS sobre função de primeiro grau, o Estudante 2 elaborou o mapa conceitual apresentado na Figura 15.

Figura 15: Mapa conceitual final do Estudante 2 para a função de primeiro grau.



Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

Embora ainda apresente algumas informações equivocadas como considerar a variável independente “b” e a variável dependente “m”, ao invés de “x” e “y”, respectivamente, pode-se observar que houve atribuição de significados ao conseguir diferenciar as funções linear e afim, definições essas que nem foram mencionadas no mapa conceitual inicial produzido por este estudante. Além disso, no que tange a evidências da ocorrência de aprendizagem significativa, observa-se a diferenciação progressiva, ao escrever corretamente as formas gerais da função afim e da função linear, distinguindo-as corretamente, além de apresentar seus principais termos, respectivamente, também de forma correta e com os respectivos significados. Com efeito, o subsunçor "Forma geral → xm + b", apresentado pelo Estudante 2, no mapa inicial, pode ter sido o ponto de apoio para que os organizadores prévios, planejados para fazerem parte do material de estudo, servissem de ponte para a ampliação, com significado, dos conceitos relacionados às funções do primeiro grau. E a recombinação daqueles elementos pré-existentes na estrutura cognitiva, demonstrados ao escrever corretamente função primeiro grau → representada por → f(x) = mx ou f(x) = mx + b, destacando o significado dos termos m e b, pode ser entendida, aqui, como a reconciliação integrativa. Cabe, pois, ao professor, no decorrer dos estudos, promover a integração dos conceitos abordados, resolvendo diferentes questões, considerando os conhecimentos construídos, por meio das atividades propostas. A aprendizagem significativa poderá, assim, ser reconhecida, como consequência desta organização, nas avaliações promovidas.

Considerando a taxonomia topológica, a análise do mapa conceitual final é apresentada no Quadro 5.

Quadro 5: Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 2.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0{,}5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0{,}5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0{,}5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0{,}5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0{,}5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0{,}5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Fonte: Autora.

Na análise deste mapa conceitual pode-se observar que o Estudante 2 apresentou mais da metade dos conceitos relevantes ao assunto, e assim, em C1 foi marcado o nível 5. Em relação ao critério C2, foram marcados os níveis que contêm 1 (níveis 3 a 6), pois há termos de ligação no mapa conceitual. Quanto ao critério C3, foi marcado o nível 6, por apresentar mais do que sete ramificações. Já em relação ao critério C4, o nível marcado foi o

4, pois, como pode-se observar, há três ligações entre o conceito raiz, função de primeiro grau, e o conceito mais distante dele. Por fim, no critério C5, como o mapa apresenta uma ligação cruzada foi marcado o nível 5. A combinação destes resultados, para esse estudante resulta em um mapa conceitual de nível 5.

Na comparação, entre o mapa conceitual inicial produzido pelo Estudante 2, classificado como de nível 2, e o mapa final, de nível 5 fica evidenciado que houve uma aquisição de significados sobre o assunto trabalhado na UEPS.

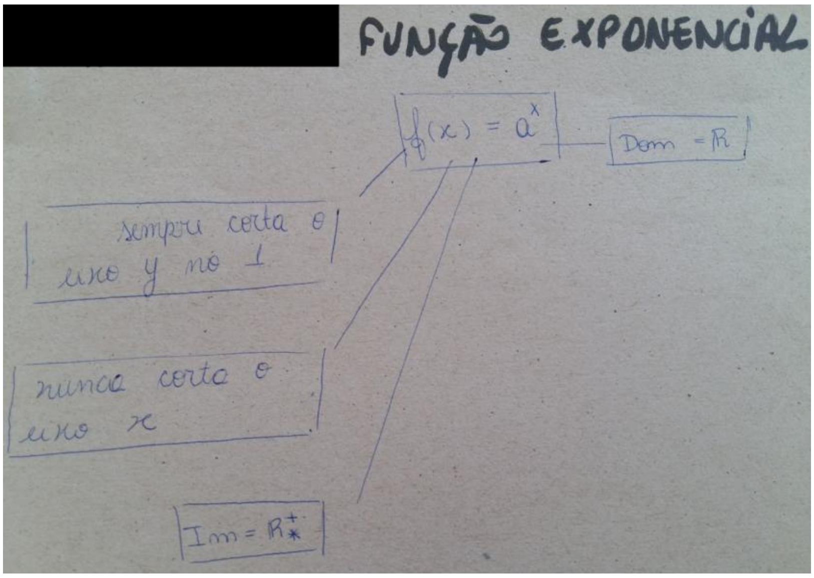
Os mapas conceituais inicial e final, sobre função de primeiro grau, produzidos pelos Estudantes 3, 4 e 5 também foram avaliados e apresentam evidências de ocorrência de aprendizagem significativa. Estes mapas conceituais estão apresentados no Apêndice VI para consulta.

4.2.2 Mapas conceituais para a função exponencial

Novamente ressalta-se que os estudantes, ao produzirem o mapa conceitual inicial sobre função exponencial já haviam estudado este conteúdo nas aulas de Pré-Cálculo e, muito provavelmente, também, no Ensino Médio.

Na Figura 16, é apresentado o mapa conceitual inicial elaborado pelo Estudante 5, sobre função exponencial, no primeiro encontro da UEPS que abordava este assunto.

Figura 16: Mapa conceitual inicial do Estudante 5 para a função exponencial.



Fonte: Elaborado pelo Estudante 5, 2016.

Uma análise dos elementos presentes no mapa conceitual da Figura 16 revela que tudo o que foi apresentado tem alguma relação com a função exponencial, embora, com exceção de $f(x) = a^x$, parecem ser expressões sem sentido, naquele momento, para o Estudante 5, pela forma como foram escritas. Porém, se devidamente consideradas pelo professor, como *subsunçores* que são, poderão facilitar o reconhecimento e a integração dos conceitos na estrutura cognitiva do estudante. Isto pode ser justificado, pois: $f(x) = a^x$ é uma expressão comumente associada à definição da função exponencial; *sempre corta o eixo y no 1* está associada à ideia de que o gráfico de tal função contém o ponto (0, 1); *nunca corta o eixo x* significa que a referida função, na forma como foi escrita, não contém zero e, finalmente, $Im = \mathbf{IR}_*^+$ está relacionada com a imagem da função, aqui apresentada de forma incorreta, quanto à notação utilizada. Porém, tratam-se de ideias que o Estudante 5 tinha como conhecimentos prévios e que, reconhecidas pelo professor, podem dar sentido aos conhecimentos a serem construídos.

Assim sendo, a análise deste mapa conceitual foi feita de acordo com os mesmos critérios observados na análise dos mapas sobre função de primeiro grau produzidos pelo Estudante 2, ou seja, foi baseada nos critérios apresentados no Quadro 3, resultando no Quadro 6.

Quadro 6: Avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 5.

Nível	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0{,}5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0{,}5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0{,}5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0{,}5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0{,}5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0{,}5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

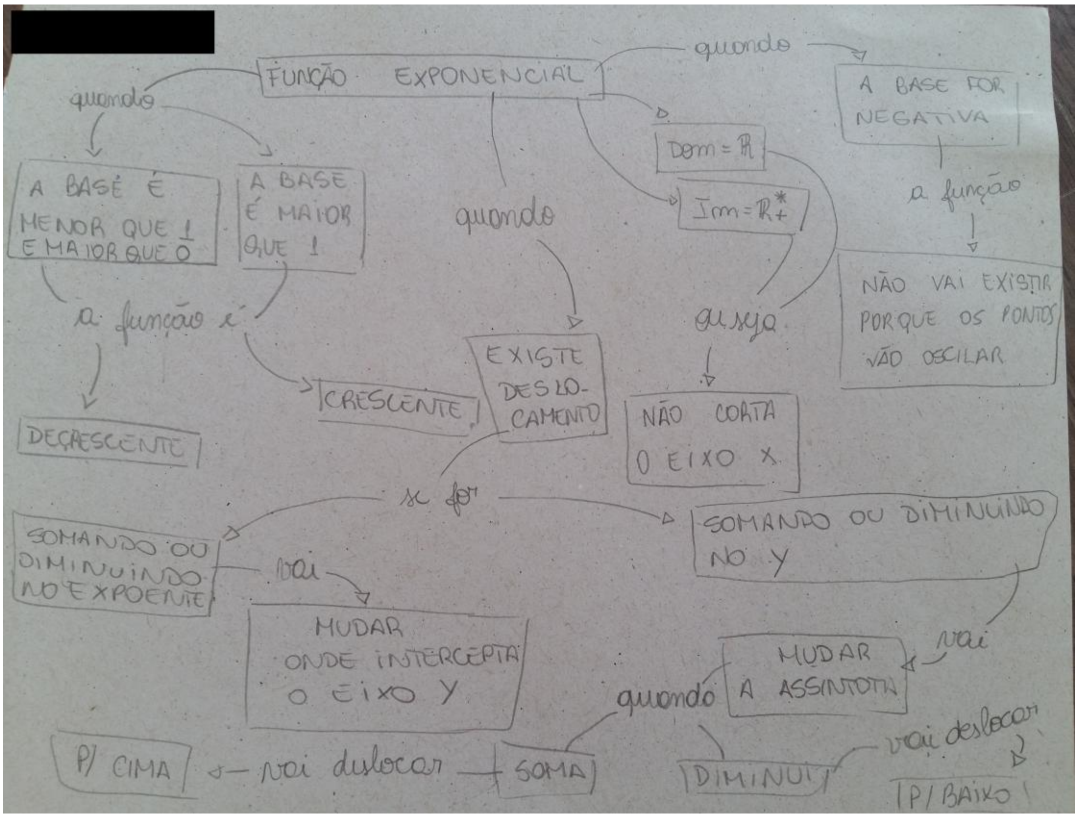
Fonte: Autora.

Como podemos observar no Quadro 6: em C1 foi marcado o nível 2, pelo fato de que o Estudante 5 apresenta menos da metade dos conceitos relevantes ao assunto. No critério C2, foi marcado o nível 0, pois não há termos de ligação no mapa conceitual. Quanto ao critério C3, foi marcado o nível 3, pois o mapa apresenta quatro ramificações. Já em relação ao critério C4, o nível marcado foi o 2, pois, como se pode observar o mapa conceitual não apresenta ligações cruzadas assim, todas as ramificações ficaram em um mesmo nível hierárquico. Por fim, no critério C5, como não possui ligação cruzada foi marcado os níveis que contêm 0.

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 2, este mapa conceitual foi classificado como nível 2 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Após vivenciar todas as atividades propostas na UEPS, o Estudante 5 elaborou o mapa conceitual, apresentado na Figura 17.

Figura 17: Mapa conceitual final do Estudante 5 para a função exponencial.



Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

Na análise deste mapa conceitual final pode-se observar que o Estudante 5 apresentou mais de 50% conceitos relevantes ao assunto, e assim, em C1 foi marcado o nível 6. Quanto ao critério C2, foram marcados os níveis que contêm 1 (níveis 3 a 6), pois há termos de ligação neste mapa conceitual. Em relação ao critério C3, foi marcado o nível 6, pelo fato do mapa apresentar um número superior a 7 ramificações. No que diz respeito ao critério C4 o nível marcado foi o nível 4, pois, como se pode observar, há ligações entre o conceito raiz, função exponencial, e o conceito mais distante que são os deslocamentos do gráfico. Por fim, quanto ao critério C5, como o mapa apresenta mais de duas ligações cruzadas foi marcado o nível 6.

Quadro 7: Avaliação estrutural do segundo mapa conceitual do Estudante 5.

Nível	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Fonte: Autora.

Considerando o Quadro 7, pode-se observar que o maior número de marcações é no nível 6. Portanto, o nível definido para o mapa conceitual final produzido por este estudante foi o nível 6, o que demonstra uma grande evolução nos significados sobre o assunto abordado, quando comparado ao mapa conceitual inicial produzido pelo mesmo.

Na elaboração do mapa conceitual final sobre função exponencial, o Estudante 5 apresenta uma expressiva variedade de conceitos. Nesse aspecto,

> [...] a quantidade de conceitos presentes em relação à quantidade pretendida pelo professor pode sinalizar se a aprendizagem está mais próxima da memorística ou mais próxima da significativa. A presença de linhas de ligação entre conceitos e as palavras adequadas para indicar a relação envolvida são sinais de que ocorreu

aprendizagem significativa, demonstrando que o aprendiz percebeu a relação entre os conceitos (NOVAK, 2000, p. 58).

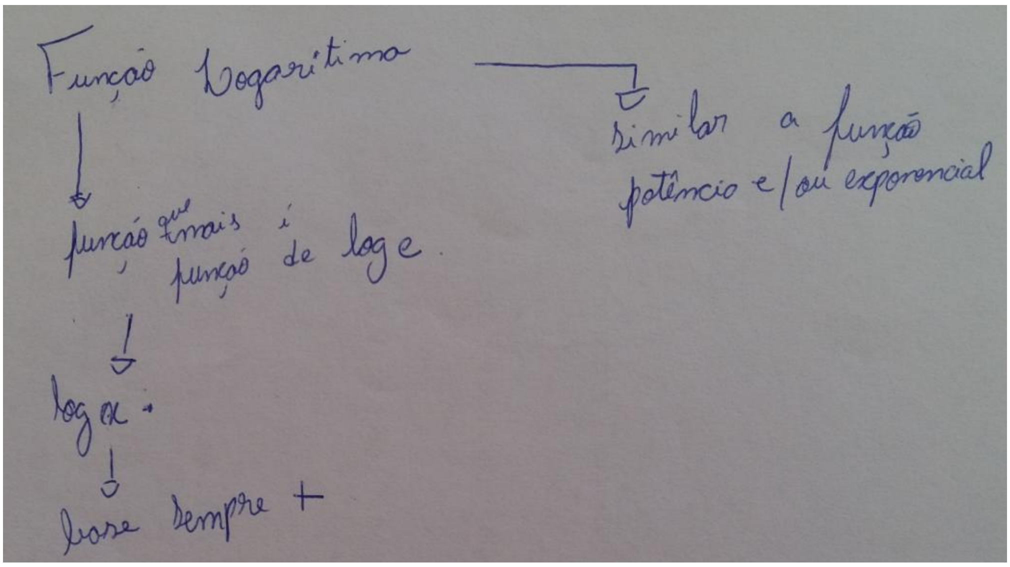
Levando em consideração os principais conceitos da TAS, não há dúvida de que os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora estão presentes na estrutura cognitiva do Estudante 5, pois não teria sido possível a elaboração deste mapa (Figura 17), logo após o anterior (Figura 16), sem que tais princípios tivessem ocorrido, com base em organizadores prévios, considerando a forma como as atividades foram organizadas.

Os mapas conceituais finais, sobre função exponencial, elaborados pelos Estudantes 2, 3, 4 e 5 sugerem que uma parte relevante dos conceitos estudados foi incorporada à estrutura cognitiva desses estudantes, pois estes conceitos foram considerados importantes de modo a serem incluídos nas construções realizadas, apresentando assim evidências de ocorrência de aprendizagem significativa dos mesmos. Os mapas conceituais dos estudantes 2, 3 e 4 estão apresentados no Apêndice VI para consulta.

4.2.3 Mapas conceituais para a função logarítmica

No primeiro encontro que abordou a função logarítmica, os estudantes elaboraram os mapas conceituais relativos à mesma. Na Figura 18, é apresentado o mapa conceitual inicial elaborado pelo Estudante 3.

Figura 18: Mapa conceitual inicial do Estudante 3 para a função logarítmica.



Fonte: Elaborado pelo Estudante 3, 2016.

Na análise deste mapa, podem ser considerados como subsunçores: o símbolo comumente utilizado para a função logarítmica, *log x*, o número "e", mencionado na expressão *log e*, a expressão "*base sempre* +", que é associada à condição para a existência do logaritmo de um número, e, ainda, a expressão "*similar à função potência e/ou exponencial*" que, apesar de confusa e até sem sentido, na forma como foi escrita, deve ser valorizada como subsunçor a ser utilizado na programação das atividades, a fim de que o estudante possa relacionar o que entendia, a respeito da expressão escrita, com os novos conhecimentos. O que o professor tem à disposição, neste caso, são ideias que, se bem exploradas, por meio de organizadores prévios condizentes com os conceitos a serem construídos, poderão levar à ocorrência da aprendizagem significativa.

A seguir, apresenta-se o Quadro 8 com a análise do mapa conceitual inicial do Estudante 3 para a função logarítmica, baseada nos critérios de avaliação estrutural que se encontra no Quadro 3.

Quadro 8: Avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 3.

Nível	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

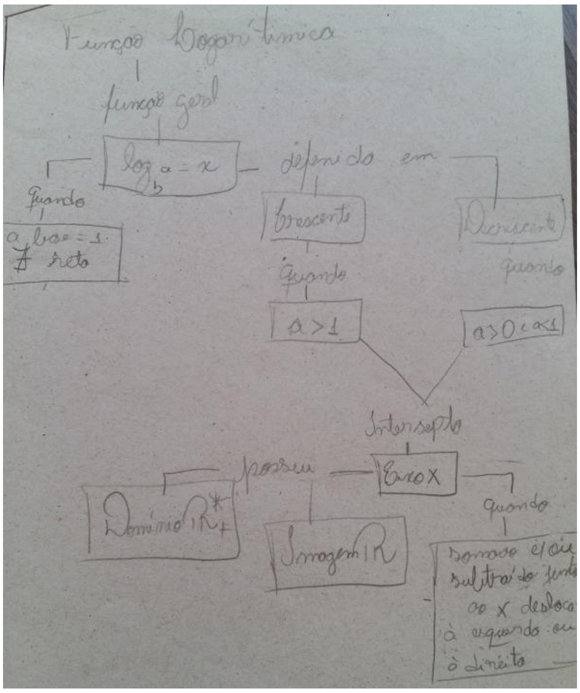
Fonte: Autora.

De acordo com o Quadro 8: em C1 foi marcado o nível 1, pelo fato de que o Estudante 5 apresenta menos da metade dos conceitos relevantes ao assunto e de que fez a apresentação dos mesmos apenas de uma forma, a verbal. No critério C2, foi marcado o nível 0, pois não há termos de ligação no mapa conceitual. Quanto ao critério C3, foi marcado o nível 3, pois o mapa apresenta quatro ramificações. Já em relação ao critério C4, o nível marcado foi 0 e 1, pois, como se pode observar o mapa conceitual não apresenta nenhuma hierarquia. Por fim, no critério C5, como não possui ligação cruzada foram marcados os níveis que contêm 0 (níveis de 1 a 4).

Nota-se que houve um empate entre os níveis 0 e 1, pois os dois tiveram três critérios marcados, como se pode observar no Quadro 8. A medida empregada para desempatar a avaliação deste mapa conceitual, foi a utilização do critério C1, pois os conceitos relativos ao assunto são parte essencial na construção de um mapa conceitual. Assim o nível definido para o mapa conceitual final produzido pelo Estudante 3 foi o nível 1.

Após vivenciar todas as atividades propostas na UEPS, o Estudante 3 elaborou o mapa conceitual final sobre a função logarítmica, apresentado na Figura 19.

Figura 19: Mapa conceitual final do Estudante 3 para a função logarítmica.



Fonte: Elaborado pelo Estudante 3, 2016.

Na análise deste mapa conceitual final pode-se observar que o Estudante 3 apresentou mais de 50% conceitos relevantes ao assunto, e assim, em C1 foi marcado o nível 5. Quanto ao critério C2, foram marcados os níveis que contêm 1 (níveis 3 a 6), pois há termos de ligação neste mapa conceitual. Em relação ao critério C3, foi marcado o nível 6, pelo fato do mapa apresentar um número superior a 7 ramificações. No que diz respeito ao critério C4 o nível marcado foi o nível 4, pois, como se pode observar, há ligações entre o conceito raiz, função exponencial, e o conceito mais distante que são os deslocamentos do gráfico. Por fim, quanto ao critério C5, como o mapa apresenta uma ligação cruzada foi marcado o nível 5.

Quadro 9: Avaliação estrutural do segundo mapa conceitual do Estudante 3.

Nível	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Fonte: Autora.

Observa-se que o maior número de marcações é no nível 5. Então, o nível definido para o mapa conceitual final produzido por este estudante foi o nível 5, o que mostra uma grande evolução nos significados construídos sobre o assunto abordado, quando comparado ao mapa conceitual inicial produzido pelo mesmo.

Os mapas conceituais finais, sobre função logarítmica, elaborados pelos Estudantes 2, 3 e 5 sugerem que uma parte relevante dos conceitos estudados foi incorporada à estrutura cognitiva desses estudantes, pois estes conceitos foram considerados importantes de modo a serem incluídos nas construções realizadas, apresentando assim evidências de ocorrência de aprendizagem significativa dos mesmos. Os mapas conceituais dos estudantes 2 e 5 estão apresentados no Apêndice VII para consulta.

4.3 SOBRE AS AVALIAÇÕES INICIAL E FINAL

A avaliação inicial e a avaliação final também foram analisadas para buscar evidências de conhecimento construído pelos estudantes ao longo da aplicação da UEPS. Cabe destacar a intenção da realização da avaliação final, como mais um instrumento que, juntamente com as observações realizadas, além da elaboração de mapas conceituais, possibilitou a confirmação de evidências de ocorrência da aprendizagem significativa dos estudantes participantes.

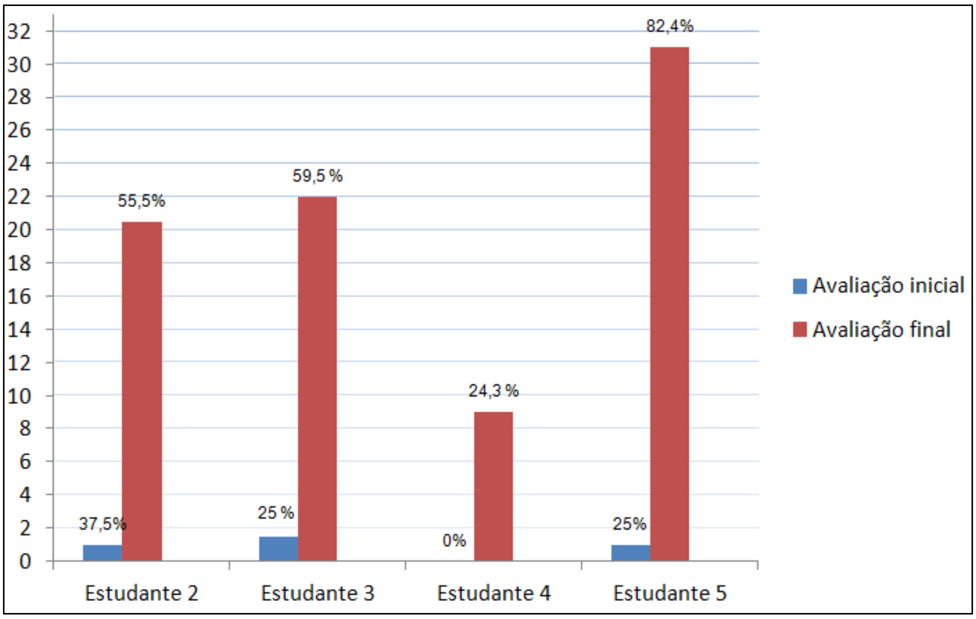
Assim sendo, a avaliação inicial foi realizada individualmente, conforme orientações de Moreira (2013) para o planejamento e aplicação da UEPS, com a intenção de que os estudantes pudessem expressar seus conhecimentos prévios, a fim de conhecer subsunçores a serem utilizados no planejamento das demais atividades. Por sua vez, a avaliação final buscou evidências de aprendizagens de cada estudante. O intervalo de aplicação desses dois instrumentos foi de dez semanas, período em que foram realizadas as atividades programadas para a UEPS. A avaliação final constou de todas as questões da avaliação inicial, além de algumas questões trabalhadas nos dois primeiros encontros de cada função estudada. Um critério definido para verificar avanços, comparando as produções iniciais e finais dos estudantes, foi em relação às questões da avaliação inicial, que não foram discutidas nos encontros seguintes, como também não foram feitos quaisquer comentários sobre as respectivas resoluções. A investigação da ocorrência de evolução conceitual foi feita mediante uma análise das respostas dos estudantes ao conjunto de questões contextualizadas.

Com efeito, a análise da avaliação inicial, que revelou a presença de conhecimentos prévios e subsunçores a serem considerados na programação da UEPS, foi feita com base na definição dos tópicos a serem estudados. Para tanto, conforme mencionado no capítulo 3, seção 3.1, as questões propostas (Apêndice V) contemplaram conteúdos conceituais programados para serem desenvolvidos a partir das definições das funções, quais sejam: domínio e imagem, crescimento e decrescimento e as formas de representar uma função (verbalmente, algebricamente, numericamente e graficamente), operações básicas entre números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação), zeros de funções, taxas de variação, resolução de equações e de inequações; além destes, conteúdos procedimentais, tais como: construção de gráficos e organização de tabelas também constaram da referida avaliação inicial.

A partir de sua análise, apresentada no capítulo 4, realizou-se a análise das resoluções apresentadas na avaliação final, visando à comparação dos resultados.

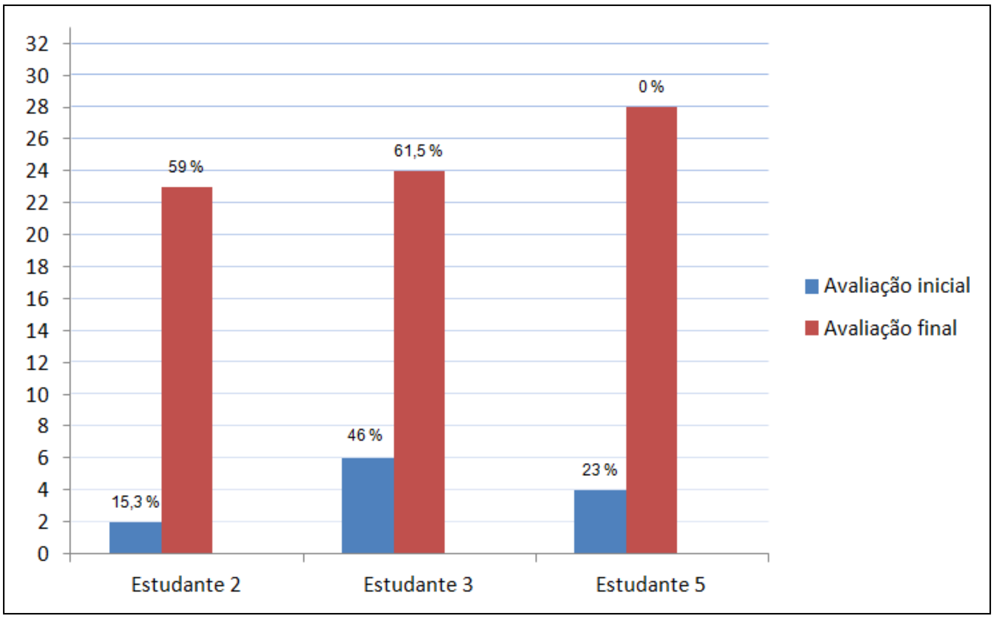
No Gráfico 1, são apresentados os resultados da avaliação inicial e da avaliação final dos quatro estudantes que concluíram todas as atividades propostas para a função de primeiro grau.

Gráfico 1: Resultado das avaliações inicial e final sobre função de primeiro grau.



A seguir no Gráfico 2, são apresentados os resultados da avaliação inicial e da avaliação final dos três estudantes que concluíram todas as atividades propostas para a função exponencial e logarítmica.

Gráfico 2: Resultado das avaliações inicial e final sobre função exponencial e função logarítmica.



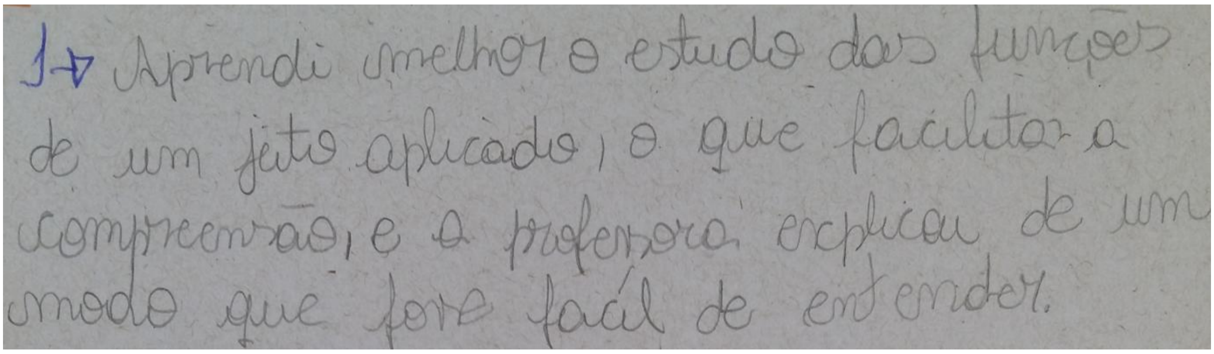
As evidências de ocorrência da aprendizagem significativa, já constatadas na análise dos mapas conceituais, conforme apresentado na seção 4.2.1, também se revelaram na análise comparativa das avaliações inicial e final. Observou-se que houve evolução conceitual por parte de todos os estudantes participantes. Cabe, entretanto, ressaltar que a utilização de conceitos matemáticos em situações do cotidiano faz parte de um processo que requer a atenção dos professores, em todos os níveis de escolaridade. Em particular, na graduação em Engenharia, em que as aplicações dos conceitos de Matemática nas demais disciplinas do curso serão abordadas e trabalhadas com ênfase na prática. Por isso, o processo de aprendizagem, no que diz respeito à interpretação e resolução de situações-problemas, deve ser contínuo e deve merecer a devida atenção nas demais disciplinas do curso.

4.4 AVALIAÇÃO DA UEPS PELOS ESTUDANTES

As produções e as manifestações dos estudantes reforçam uma das hipóteses desta pesquisa onde está dito: as atividades propostas na UEPS propiciam a construção do conhecimento de maneira prazerosa e ativa, e esse prazer se manifesta com bastante intensidade quando os estudantes compreendem algum significado no que está sendo proposto em sala de aula. Essas manifestações ocorreram nas respostas a três perguntas feitas no último encontro.

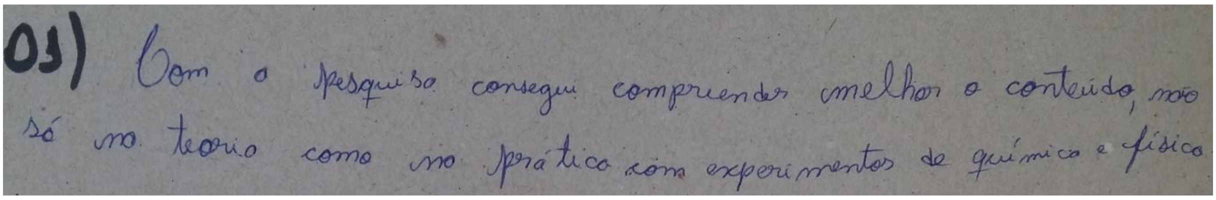
Para a primeira pergunta, “De que forma a UEPS foi positiva na sua vida acadêmica?”, são apresentadas as respostas nas figuras 20, 21 e 22:

Figura 20: Depoimento do Estudante 2 para a pergunta 1.


1- Aprendi melhor o estudo das funções de um jeito aplicado, o que facilitou a compreensão, e a professora explicou de um modo que fosse fácil de entender.

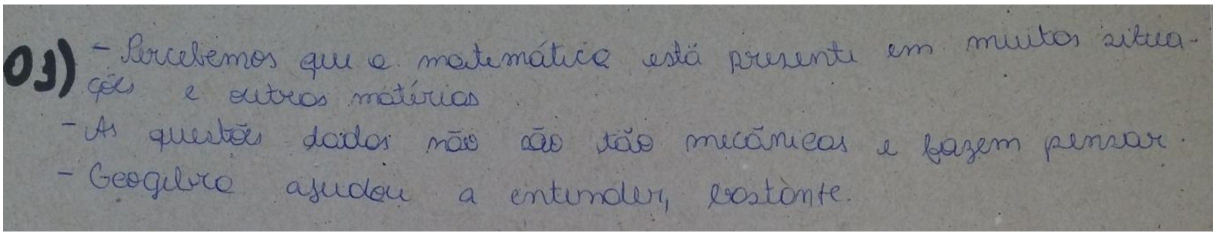
Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

Figura 21: Depoimento do Estudante 3 para a pergunta 1.


01) Com a pesquisa consegui compreender melhor o conteúdo, não só na teoria como na prática com experimentos de química e física

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

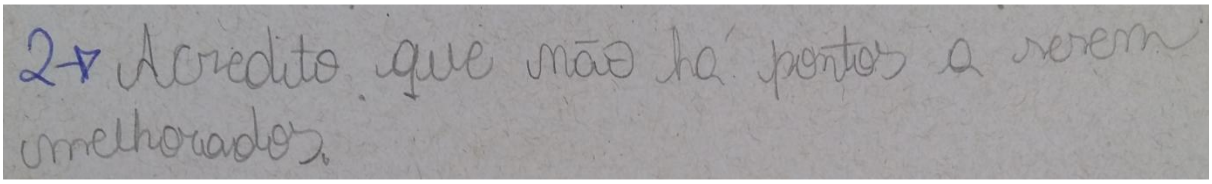
Figura 22: Depoimento do Estudante 5 para a pergunta 1.


01) - Percebemos que a matemática está presente em muitas situações e outras matérias.
- As questões dadas não são tão mecânicas e fazem pensar.
- Geogebra ajudou a entender, bastante.

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

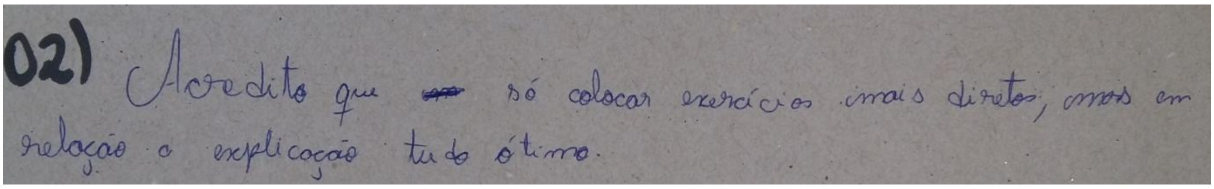
Para a segunda pergunta, “Cite pontos a serem melhorados no desenvolvimento da UEPS”, são apresentadas as respostas nas figuras 23, 24 e 25:

Figura 23: Depoimento do Estudante 2 para a pergunta 2.


2- Acredito que não há pontos a serem melhorados.

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

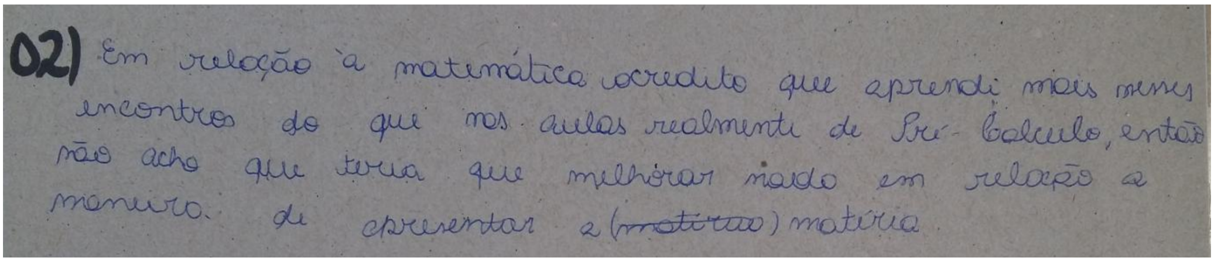
Figura 24: Depoimento do Estudante 3 para a pergunta 2.


02) Acredito que só colocar exercícios mais diretos, mas em relação a explicação tudo ótimo.

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

Quando o Estudante 3 afirma, em seu depoimento, que se deveria “colocar exercícios mais diretos”, pode-se inferir que há uma certa resistência por parte deste estudante em trabalhar com problemas contextualizados, ou seja, este depoimento pode ser indicativo de que ele provavelmente prefere os exercícios que enunciam apenas calcule ou determine, em relação aos que abordam os conteúdos matemáticos em situações-problema contextualizadas. De fato, segundo MOREIRA (2006), há evidências de que o modelo tradicional está presente, também, nas concepções de estudantes, não somente de professores. Infelizmente, como sabemos, o modelo tradicional privilegia a aprendizagem mecânica, que não é suficiente para promover uma aprendizagem significativa. Isto porque, os efeitos da aprendizagem mecânica também podem dificultar a aquisição de conhecimentos, pois “os estudantes quando habituados ao sistema tradicional de ensino, geralmente apresentam resistência a novas formas de aprender” (MÜLLER; MOREIRA, 2013, p. 26).

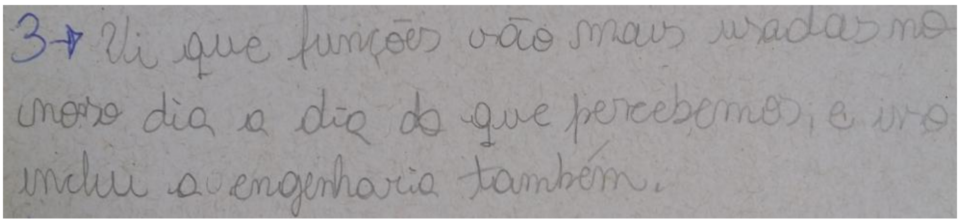
Figura 25: Depoimento do Estudante 5 para a pergunta 2.


02) Em relação à matemática acredito que aprendi mais nos encontros do que nas aulas realmente de Pré-Cálculo, então não acho que teria que melhorar nada em relação a maneira de apresentar a (~~matéria~~) matéria.

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

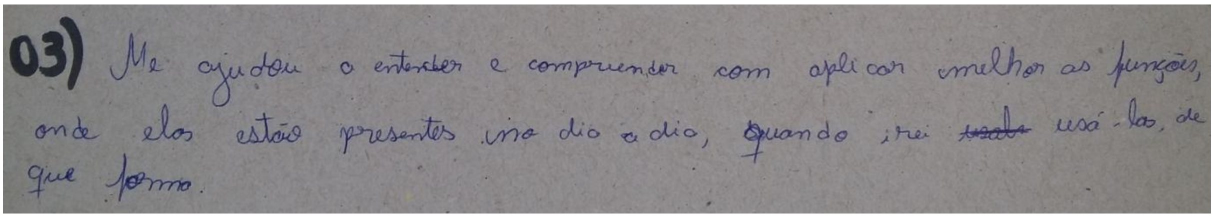
Para a terceira pergunta, “No que a UEPS lhe ajudou como acadêmico em Engenharia?”, são apresentadas as respostas nas figuras 26, 27 e 28:

Figura 26: Depoimento do Estudante 2 para a pergunta 3.


3→ Vi que funções vão mais usadas no nosso dia a dia do que percebemos, e isso inclui a engenharia também.

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

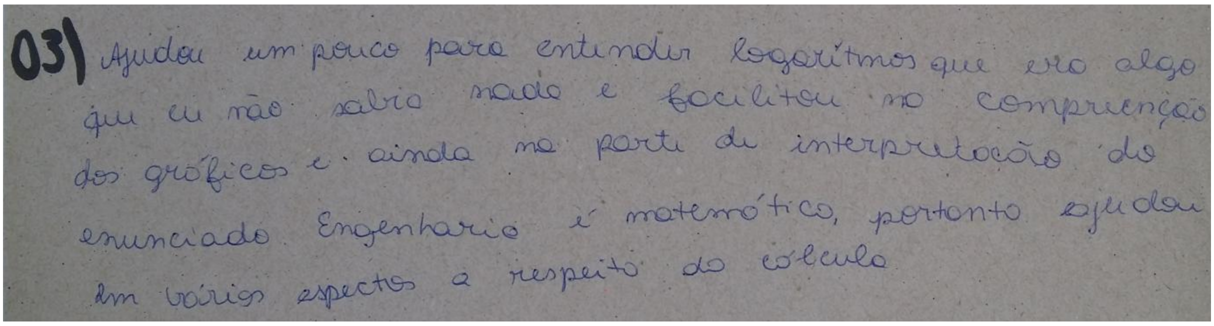
Figura 27: Depoimento do Estudante 3 para a pergunta 3.



03) Me ajudou a entender e compreender com aplicar melhor as funções, onde elas estão presentes no dia a dia, quando irei ~~usab~~ usá-las, de que forma.

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

Figura 28: Depoimento do Estudante 5 para a pergunta 3.



03) Ajudou um pouco para entender logaritmos que era algo que eu não sabia nada e facilitou na compreensão dos gráficos e ainda na parte de interpretação do enunciado. Engenharia é matemática, portanto ajudou em vários aspectos a respeito do cálculo

Fonte: Elaborado pelo estudante, 2016.

Pode-se observar nas respostas dos estudantes que a aplicação desta UEPS promoveu significado para as funções estudadas, contribuindo para uma melhor compreensão dos conceitos envolvidos e na motivação para o estudo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse estudo foi realizado com a preocupação de enfrentar a dificuldade, no ensino de Ciências e Matemática, relacionada com a transposição do modelo tradicional de ensino, que favorece, por muitas vezes, uma aprendizagem mecânica, para um modelo em que o estudante é mais autônomo e, assim, constrói o seu conhecimento (MOREIRA; MASINI, 2006). Segundo Castro e Costa (2011), o ensino tradicional pode apresentar muitas desvantagens, e destacam a transmissão de conhecimento unidirecional, onde o professor expõe o conteúdo de forma que os estudantes não possam ser críticos, mas somente ouvintes. Sendo assim, ainda segundo Castro e Costa (2011), eles recebem e armazenam informações de maneira mecânica e memorística, não sendo capazes de reproduzi-las em diferentes situações.

Para Santos (2008, p.76), no ensino que tradicionalmente é ministrado,

> [...] os professores dedicam-se a explicações exaustivas em definições, conceitos, fórmulas, e fazem uso da linguagem voltada para a racionalidade tecnocientífica. A fragmentação traz como conseqüência a idéia de neutralidade e objetividade do conhecimento. Com esse viés, o conhecimento referido em sala de aula perde sentido existencial ao não trabalhar a relação com o todo e com o sujeito do processo cognitivo.

Estas constatações, aliadas aos altos índices de reprovações e desistências em disciplinas de Matemática para a graduação, constituíram uma etapa de observação da realidade, acompanhada de estudos, visando à busca de alternativas metodológicas que pudessem fazer frente a esse problema, reconhecido mundialmente, conforme mencionado na introdução deste trabalho.

Compreendemos que as ações no sentido de melhorar o aproveitamento dos estudantes em disciplinas de Matemática para a Engenharia, devem levar em consideração a implementação de estratégias diferenciadas, que favoreçam o desenvolvimento de competências e habilidades esperadas desses estudantes. Com tais condições, entendemos ser possível a criação de ambientes de aprendizagem cujo foco seja promover a ocorrência de uma aprendizagem significativa.

Processos de ensino e aprendizagem, coerentes com esta tendência, necessitam estar focados, cada vez mais, em ações dos estudantes diante de situações que favoreçam a interação, a colaboração, a troca de conhecimentos e o desenvolvimento de aprendizagens significativas (AUSUBEL, 2003). Estratégias de aprendizagem, utilizando sequências didáticas (SD), entendidas como conjuntos de atividades planejadas, experimentadas e analisadas, à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa, podem constituir meios favoráveis para aquisição de significados e promover as competências e habilidades apontadas tanto na LDB (2001) quanto nos estudos que resultaram no INOVA (2006).

Assim sendo, com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, que fundamentou esta pesquisa, planejou-se uma UEPS, com o propósito de verificar seu potencial para a construção de conhecimento relacionado às funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica, em disciplinas de Matemática para cursos de Engenharia, por meio de situações-problema contextualizadas. Além disso, a aplicação da UEPS teve como objetivo proporcionar a inserção de conhecimentos contextualizados e uma aproximação dos conhecimentos científicos à prática pedagógica, assim como uma diversificação de práticas educativas, buscando contribuir na apresentação dos conhecimentos que os estudantes devem saber acerca dos assuntos trabalhados.

A aplicação da UEPS estimulou o desenvolvimento de posturas críticas e reflexivas sobre o estudo das funções matemáticas. Os estudantes tiveram a oportunidade de ser mais ativos no processo de ensino e aprendizagem. Foram capazes de buscar soluções para dúvidas que surgiram no decorrer do desenvolvimento da UEPS. Tiveram maior autonomia frente às diversas situações que foram propostas. Os estudantes, claramente, na maioria dos casos, desenvolveram e aperfeiçoaram suas habilidades de comunicação oral e escrita e de expressão gráfica.

Com exceção do Estudante 1, os demais participantes tiveram bom desempenho em todas as atividades promovidas. Com relação ao Estudante 1, que desistiu logo após o primeiro encontro, observou-se, através do seu comportamento, que ele estava "perdido" e que não tinha ideia do que estava sendo proposto. De fato, ao final do semestre em que a UEPS foi promovida, verificou-se com a coordenação do respectivo curso de Engenharia que este estudante havia solicitado sua transferência para outro curso que não era da área das Ciências Exatas. O que se considera relevante comentar, em relação à sua rápida participação é a ausência da predisposição para aprender, o que é uma das condições mais importantes para a ocorrência da aprendizagem significativa, segundo Ausubel (2003).

A abordagem de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, por meio da UEPS, possibilitou a resolução de situações-problema contextualizadas, favorecendo, assim, a construção de conhecimento e a compreensão do mundo, como apregoam QUARTIERI e colaboradores (2014).

A elaboração dos mapas conceituais demonstrou a potencialidade desse recurso para demonstra a ocorrência da aprendizagem significativa e favoreceu a diferenciação progressiva, conforme mencionado no capítulo 4. Ainda que nenhum dos mapas conceituais finais tenha apresentado todos os conceitos esperados, em relação a cada uma das funções estudadas, consideramos como indício positivo a quantidade de conceitos presentes nos referidos mapas, em relação à quantidade encontrada nos mapas iniciais. Esta constatação baseia-se no que apresentamos no capítulo 4, onde consta a análise e discussão dos resultados.

Segundo Novak (2000), o número expressivo de conceitos e ramificações utilizados em um mapa conceitual sinaliza a aproximação com a aprendizagem significativa. Além disso, Moreira (2011) enfatiza que se, na explicação do mapa, o aprendiz sobe e desce nas hierarquias conceituais, esse é um indício de reconciliação integradora e pode ser encontrado nos mapas conceituais finais, sobre a função de primeiro grau, dos Estudantes 2, 3, 4 e 5. No caso das funções exponencial e logarítmica, os mapas conceituais finais dos Estudantes 2, 3 e 5, também atestam isso.

Tornar a sala de aula um ambiente de aprendizagem dinâmico, no qual os estudantes e o professor estejam em constante diálogo, por meio de um processo crítico e reflexivo, quanto às suas práticas e ao compartilhamento de ideias, é essencial para a aprendizagem e é condição de construção e conhecimento. O processo de ensino e aprendizagem utilizando uma UEPS – com o embasamento teórico de Moreira (2011) e os conceitos de aprendizagem significativa de Ausubel (2003) – proporcionou um ambiente favorável para o desenvolvimento de novas aprendizagens.

A realização dos experimentos e das atividades em pequenos grupos estimulou a interação social, aspecto relevante da Teoria da Aprendizagem Significativa. Com efeito, Ausubel (2003) confirma a importância do intercâmbio e da troca de significados como fator importante para a ocorrência da aprendizagem significativa.

Os resultados desta pesquisa demonstram a importância da verificação e da consideração dos conhecimentos prévios dos estudantes (MOREIRA; MASINI, 2006), pois, a partir da averiguação dos mesmos, podem ser destacados os subsunçores presentes na estrutura cognitiva de cada estudante. Assim é que o professor consegue planejar, organizar e propor atividades que possam fazer sentido para seus estudantes, o que, de fato, ocorreu no desenvolvimento da UEPS.

Esta pesquisa demonstrou que se faz necessário dar novo significado aos termos aprendizagem e ensino, uma vez que sem aprendizagem não há ensino (MOREIRA, 2011). De forma geral, a aprendizagem dos estudantes participantes da UEPS foi considerada significativa, visto que os estudantes estabeleceram relações entre os conceitos estudados e os conhecimentos previamente construídos. Portanto, foi verificado que o trabalho e o material produzido atenderam às expectativas, às intenções e aos propósitos da pesquisa.

A mediação permitiu que a pesquisadora realizasse intervenções imediatas frente às dificuldades e necessidades dos estudantes, detectadas durante a aplicação da UEPS. As mensagens produzidas e comunicadas pelos estudantes, de modo constante, permitiram que estas fossem processadas pela pesquisadora para que, a partir desse conhecimento, pudesse oferecer, a cada aprendiz, o auxílio necessário para melhorar sua aprendizagem.

É possível afirmar, portanto, que as funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica, uma vez que trabalhadas de forma contextualizada, auxiliam na compreensão de diferentes conceitos e contribuem para a ocorrência de uma aprendizagem significativa, sempre que houver condições de aprendizagem para tal, o que requer a consideração dos conhecimentos prévios dos estudantes, além do interesse em aprender.

Segundo Moreira (2011), a avaliação do desempenho da UEPS é considerada satisfatória quando fornecer evidências de aprendizagem significativa, como captação de significados, compreensão, capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema. O domínio de um campo conceitual é progressivo, por isso, a ênfase em evidências do processo, não somente em comportamentos finais. Esta UEPS pode ser considerada um material potencialmente significativo, pois, entre outros fatores, observou-se nos estudantes pesquisados uma predisposição para aprender desde o início de sua aplicação e durante a realização de todas as atividades propostas por todos.

O processo de ensino e aprendizagem utilizando as UEPS possibilita ao professor uma avaliação formativa, ao longo do processo, não restringindo a uma prova final somente, favorecendo, assim, mais de uma forma de abordagem de cada conteúdo, de maneira progressiva e integradora, além de ser realizada com etapas individuais e coletivas entre estudante-estudante, estudante-classe e estudante-professor.

O processo avaliativo representou um rompimento de paradigma ao abandonar a postura tradicional de aferir resultados por meio de provas (HOFFMANN, 2014) para utilizar outros elementos e instrumentos que possibilitaram aos estudantes expressar seus avanços na aprendizagem.

Os resultados desta pesquisa reforçam a necessidade de uma continuação nos estudos das UEPS, com novas implementações no ensino de Engenharia e também na elaboração de UEPS sobre diferentes conteúdos, para diferentes níveis escolares e para diferentes estilos cognitivos. Assim sendo, o tema dessa pesquisa não foi esgotado nesta discussão, o que motiva a realização de novos estudos, podendo ser adaptado e modificado conforme as características do contexto a ser considerado para sua aplicação.

6 PRODUTO FINAL

A pesquisa, objeto desta dissertação, fundamentou a elaboração de um produto que consiste em uma apostila/guia didático com planos de ensino de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) baseada em problemas geradores que envolvam a função de primeiro grau, a função exponencial e a função logarítmica. Este material considerado potencialmente significativo, poderá ser usado como uma nova proposta de Minicursos oferecidos pelo Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática (NAEM), também como forma de um material alternativo aos livros clássicos disponíveis na bibliografia sugerida na ementa da disciplina de Pré-Cálculo, e que poderá ser compartilhado com professores e com estudantes da mesma disciplina ou interessados nos temas abordados.

O desenvolvimento de todo o trabalho está ancorado na Teoria da Aprendizagem Significativa e em estratégias por meio das quais o estudante pode construir o seu conhecimento realizando atividades que resultarão em conceitos que lhes sejam significativos. Na concepção de Polya (1977) "para aprender eficazmente o estudante deve descobrir por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada quanto possível, dadas as circunstâncias". Nessa concepção, o professor deve proporcionar subsídios para que o estudante construa o conhecimento, com distintas estratégias e com atividades e materiais potencialmente significativos.

A UEPS foi aplicada em uma turma da disciplina de Pré-Cálculo na Universidade de Caxias do Sul e propõe articulações de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais. O planejamento dos encontros foi fundamentado na sequência de etapas proposta por Moreira (2011), de modo a favorecer a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa e a consolidação do conhecimento.

As atividades realizadas no desenvolvimento das etapas da UEPS estão organizadas no Guia Didático, elaborado com o objetivo de orientar as ações didáticas no desenvolvimento da Unidade. Constitui-se em uma proposta-sugestão que pode ser adaptada para diferentes contextos e realidades, considerando a diversidade de materiais (vídeos, textos, experimentos e objetos de aprendizagem) disponíveis nas diferentes mídias.

Os recursos, atividades e procedimentos descrito podem ser adaptados para o ensino de Ciências em outras séries tanto do Ensino Fundamental como do Médio.

7 TRABALHOS FUTUROS

No âmbito dos cursos de Engenharia encontramos diversas disciplinas e conteúdos que poderiam ser ensinados de uma forma não tradicional, utilizando métodos e estratégias que promovam a aprendizagem significativa, como a estratégia proposta neste trabalho.

Outros aspectos importantes no desenvolvimento do tema relativo às funções matemáticas, cujo estudo é indispensável na Matemática para a Engenharia, quer seja na disciplina de Pré-Cálculo, ou outra, não foram abordados ou aprofundados neste trabalho. Assim, apresentamos a seguir algumas sugestões de temas para a construção de outras UEPS:

- ✓ Função de Segundo Grau;
- ✓ Funções Polinomiais;
- ✓ Funções Trigonométricas;
- ✓ Função Modular;
- ✓ Função Inversa.

Estas, dentre outras, podem também ser trabalhadas em um contexto aplicado à realidade do estudante.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUILAR-MOLINA, M. L.; JUNIOR, W. A. O Ensino/Aprendizado do BIM no Curso de Engenharia Civil da UFJF. Blucher Engineering Proceedings, v. 2, n. 2, p. 589-599, 2015.

ALVES, M.; COUTINHO, C.; ROCHA, A. M., RODRIGUES, C. Fatores que influenciam a aprendizagem de conceitos matemáticos em cursos de engenharia: Um estudo exploratório com estudantes da Universidade do Minho. Revista Portuguesa de Educação, v. 29, n. 1, p. 259-293, 2016.

ANTON, H., BIVENS, I.R.L; DAVIS, S. Cálculo. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014.

ARAÚJO, M. A. V. Dificuldades encontradas por iniciantes nos cursos de engenharia da escola politécnica da Universidade de Pernambuco. CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2007, Curitiba – PR.

ARAÚJO, R.; MOREIRA, L. F. N. Monitoria da disciplina de Cálculo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 33, 2005, Campina Grande. Anais.... Campina Grande: UFPB, 2005. CD-ROM.

ARMSTRONG, P.K. & CROFT, A.C. Identifying the Learning Needs in Mathematics of Entrants to Undergraduate Engineering Programmes in an English University, European Journal of Engineering Education, 24:1, 59-71, 1999.

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. Educational psychology: a cognitive view. 2ª edição. New York, Holt Rinehart na Winston, 1980.

AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BALDINO, R.R. Editorial. Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, 6ª edição, p. 03, 1995.

BARBOSA, P. V.; MEZZOMO, F.; LODER, L. L. Motivos de Evasão no curso de Engenharia Elétrica: Realidade e perspectivas. Anais do CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2011, Blumenau – Santa Catarina.

BELHOT, R. V.; FREITAS, A. A.; VASCONCELLOS D. D. Requisitos profissionais do estudante de engenharia de produção: uma visão através dos estilos de aprendizagem. Revista Gestão da Produção e Sistemas, v. 1, n. 2, p. 125-135, 2006.

BIEMBENGUT, M.S. & HEIN, N. Uma proposta para o ensino de Cálculo. Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, 6ª edição, p. 44 – 69, 1995.

BOYER, Carl B. História da matemática / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2.ed. São Paulo: Edgard Blücler, 1996.

BOFF, B. C.; BOOTH, I. A. S.; MARTINS, J. A.; VILLAS-BOAS, V. Núcleos de Apoio ao Ensino de Engenharia: superando dificuldades para prevenir a evasão. CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2014, Juiz de Fora – Minas Gerais.

BRASIL. Diretrizes curriculares para os cursos de engenharia. Brasília, DF, 12 de dezembro 2001.

BROOKS, J. G. e BROOKS, G. M. Construtivismo em sala de aula. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

CABRAL, T.C.B. Vicissitudes da Aprendizagem em um Curso de Cálculo. Rio Claro: UNESP, 1992 (Dissertação, Mestrado).

CALDEIRA, R. R.; BRASIL, M. A. Modelagem tecnomatemática em cursos de Engenharia: possibilidades para o rompimento da Encapsulação das disciplinas de cálculo. CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2012, Belém – Pará.

CARDOSO, M. C. Os estágios de desenvolvimento e as representações semióticas no contexto do processo ensino aprendizagem da matemática. SC – Tubarão. UNISUL, 2003. (Dissertação, Mestrado).

CARR, M., FIDALGO, C., ALMEIDA, M.E. B., BRANCO, J.R., SANTOS, V., MURPHY, E., FHLOINN, E. N. Mathematics diagnostic testing in engineering: an international comparison between Ireland and Portugal, European Journal of Engineering Education, 2014.

CASTRO, B. J.; COSTA, P. C. F. Contribuições de um jogo didático para o processo de ensino e aprendizagem de Química no Ensino Fundamental segundo o contexto da Aprendizagem Significativa. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, vol. 6, n. 1, dez. 2011, p. 1-13. Disponível em: http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v6n2/v6n2a02.pdf. Acesso em: 2 fev. 2017.

ESTEBAN, M. P. S. Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições. Porto Alegre: Artmed, 2010.

FERRAZ, A. P. C. M; BELHOT, R. V. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. Gest. Prod., São Carlos, v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010.

FIRME, R. N.; RIBEIRO, E. M.; BARBOSA, R. M. N. Análise de uma sequencia didática sobre pilhas e baterias: uma abordagem CTS em sala de aula de química. XIV Encontro Nacional de Ensino de Química. Curitiba-PR: [s.n.]. 2008.

FLEGG, J.,MALLET, D., LUPTON, M. Students' perceptions of the relevance of mathematics in engineering, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 43:6, 717-732, 2012.

FRANCHI, R.H.O.L. A Modelagem Matemática como Estratégia de Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia. Rio Claro: UNESP, 1993 (Dissertação, Mestrado).

FULLER, M. The role of mathematics learning centres in engineering education, European Journal of Engineering Education, 27:3, 241-247, 2002.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). Métodos de pesquisa. Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural. SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

HARRIS, D., BLACK, L., HERNANDEZ-MARTINEZ, P., PEPIN, B., WILLIAMS, J. & with the TransMaths Team: Mathematics and its value for engineering students: what are the implications for teaching?, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 2014.

HOFFMANN, J. Avaliar para promover, não para reprovar. Jornal Mundo Jovem. Ano 52, n451. Porto Alege: EdiPUCRS. 2014.

HOLBROOK, J.; RANNIKMAE, M.The nature of science education for enhancing scientific literacy.InternationalJournalof Science Education, 29(11), 1347-1362, 2007.

INOVA Engenharia: Propostas para a modernização da educação em engenharia no Brasil. Brasília: IEL.NC/SENAI.DN, 103 p.; ISBN 85-87257-21-8, 2006.

HUGHES-HALLETT, D. GLEASON, A. M. et al. 4.ed. Cálculo e Aplicações. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2014.

LOPES, A. C. Currículo e Epistemologia. Ijuí-RS: Ed. Unijuí, 2007.

MASINI, E. F. S. Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V1(1), pp. 16-24, 2011.

MÉHEUT, M.; PSILLOS, D. Teaching-learning sequences: aims and tools for science education research. International Journal of Science Education, v.26, n. 5, 2004. p.515-535.

MOREIRA, Marco. A. Aprendizagem significativa. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

MOREIRA, M. A., MASINI, E. F. S. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.

São Paulo: Ed. Centauro. 2006.

MOREIRA, M. A. Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa. in Revista Chilena de Educación Científica, ISSN 0717-9618, Vol. 7, Nº. 2, 2008 , pp. 23-30.

MOREIRA, M. A. Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências: A teoria da Aprendizagem Significativa. Instituto de Física, UFRGS. Porto Alegre, 2009.

MOREIRA, M. A. Unidades de ensenanza potencialmente significativas. Aprendizagem Significativa em Revista, V1(2) p.43-63, 2011.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? Revista Qurriculum, La Laguna, 25: 29-56, 2012a.

MOREIRA, M. A. Mapas conceituais e aprendizagem significativa. 2012b. Disponível em: http://www.if.UFRGS.br/~moreira/mapasport.pdf. Acesso em 28 jan 2017.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa em mapas conceituais. Texto de apoio ao professor de física. Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, 2013. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v24_n6_moreira_.pdf. Acesso em 29 jan 2017.

MORESI, E. Metodologia da pesquisa. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.

MÜLLER, Angela Denise Eich; MOREIRA, Marco Antonio. O uso de mapas e esquemas conceituais em sala de aula. Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, 2013.

NASSER, L; SOUSA, G. A.; TORRAZA, M. A. Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em cálculo. V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis, RJ, 2012. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT04/CC18595006768_A.pdf. Acesso em 28 jan 2017.

NITE, S. B., CAPRARO, R. M., CAPRARO, M. M., ALLEN, G. D., PILANT, M., MORGAN, J. A bridge to engineering: A personalized precalculus (bridge) program. Em Frontiers in Education Conference (FIE), IEEE, p. 1-6, 2015.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. Aprender a Aprender. 2ª ed. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1999.

NOVAK, J. D. Aprender, criar e utilizar o conhecimento: mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas. Lisboa: Plátano, 2000.

NOVAK, A. J.; CAÑAS, J. D. Re-examining the foundations for effective use of concept maps. Proceedings of the Second International Conference on Concept Mapping. Universidad de Costa Rica, San Jose: vo. 1, p. 247-255, 2006a.

NOVAK, A. J.; CAÑAS, J. D. Confiabilidad de una taxonomia topológica para mapas conceptuales. Proceedings of the Second International Conference on Concept Mapping. Universidad de Costa Rica, San Jose: vo. 1, p. 494-502, 2006b.

NOVAK, A. J.; CAÑAS, J. D.The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them, Technical Report IHMC CmapTools 2006-01 Rev 01-2008, Florida Institute for Human and Machine Cognition, 2008, available at: http://cmap.ihmc.us/docs/pdf/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf

PALIS, G.R. Computadores em Cálculo uma alternativa que não se justifica por si mesma, Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, 6ª edição, p. 22 – 38, 1995.

PELIZZARI, A.; KRIEGL, M. L.; BARON, M. P.; FINCK, N. T. L.; DOROCINSK, S. I. Teoria da aprendizagem significativa Segundo Ausubel. Rev. PEC, Curitiba, v.2, n.1, p.37-42, jul. 2001-jul. 2002.

PERES, P. Matemática: em busca de sentido. Nova Escola. Fundação Lemann. São Paulo, ano 31, no. 298, p. 30-37, dezembro 2016/janeiro 2017.

POLYA, George. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

POZO, J. I.; FONT, C. M. El aprendizaje estratégico : enseñar a aprender desde el currículo. Espanha: Santillana, 1999.

PRESTES, R. F.; SILVA, A. M. M. As contribuições do educar pela pesquisa no estudo das questões energéticas. Experiências em Ensino de Ciências, v. 4, n. 2, p. 7-20, 2009.

QUARTIERI, M.T.; GIONGO, I.M.; REHFELDT, M.J.H.; HAUSCHILD, C.A.; ROCKENBACH, V.R.; ZANON, R. Estudantes da escola básica e pesquisa em Ciências Exatas: algumas possibilidades. Congresso Ibero-Americano de Ciência, Tecnologia, Inovação e Educação. Buenos Aires, novembro de 2014. Disponível em <http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/308.pdf>. Acesso em 5 fev 2017.

REIS, R. Mapa conceitual da teoria da aprendizagem significativa. Disponível em: http://profrogerioreis.blogspot.com.br/p/mapa-conceitual-da-teoria-da.html. Acesso em: 4 jan. 2017.

REIS, V. W.; CUNHA, P. J. M.; SPRITZER, I. M. P. A. Evasão no ensino superior de engenharia no Brasil: um estudo de caso no CEFET/RJ. CONGRESSO BRASILIERO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2012. Belém – Pará.

RESENDE, L. P., VIVEIROS, P. A. C., ALVES, A. N., TEMOTEO, A. S., JÚNIOR, L. O. A. Levantamento e análise de dados sobre a evasão no curso de engenharia de controle e automação do cefet-mg/Leopoldina. Anais do CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2013, Gramado – Rio Grande do Sul.

REZENDE, F., BARROS, S. S., ARAÚJO, R. S. Interage: um ambiente virtual construtivista para formação continuada de professores de física. Cad.Bras.Ens.Fís., v.20, n.3: p. 372-390, dez. 2003.

SANTANA, I. S. Elaboração de uma unidade de ensino potencialmente significativa em química para abordar a temática água. 2014. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e da Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal, 2014.

SANTOS, A. Complexidade e transdisciplinaridade em educação: cinco princípios para resgatar o elo perdido. In: Revista Brasileira de Educação. v. 13, n. 37, jan/abr 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ rbedu/v13n37/07.pdf/>. Acesso em 5 fev 2017.

SARUBBI, P. A.; SOARES, F. *Investigando dificuldades de alunos de cálculo em problemas de taxas relacionadas.* CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2009, Recife – Pernambuco.

SOARES, E. M. do S.; SAUER, L. Z. Um novo olhar sobre a aprendizagem de matemática para a engenharia. In: CURY, H. N. (Org.) Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p. 245-270.

SOARES E.M.S., LIMA, I.G., SAUER, L.Z. Discutindo alternativas para ambientes de aprendizagem de matemática para cursos de engenharia. World Congress on Engineering and Technology Education. March 14 - 17, 2004, São Paulo, Brasil.

SOUZA, C. T.; DA SILVA, C.; GESSINGER, R. M. Um estudo sobre evasão no ensino superior do Brasil nos últimos dez anos. Congresso CLABES. 2016.

STEWART, J. Cálculo. Tradução de Cyro C. Patarra et al. 5. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

TEIXEIRA, K. C. B.; PEREIRA, A. C. C. *Os conhecimentos prévios de matemática trazidos pelos alunos ingressantes nos cursos de engenharia do UNIFOR: atual cenário.* CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2012, Belém, PA.

TERRIBELE, A. B.; SIVIDINI, A.; GASQUES, E. G. F.; BERTUOL, S. C.; OLIVEIRA, R. R. *Índice de reprovações no curso de engenharia civil da unioeste e sua ligação com as dificuldades encontradas pelos alunos ingressantes*. CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2014, Juiz de Fora – Minas Gerais.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2000.

THIOLLENT, M. Pesquisa-ação nas organizações. São Paulo: Atlas, 1997.

TRINDADE, José Odair da; HARTWIG, Dácio Rodney. Uso Combinado de Mapas Conceituais e Estratégias Diversificadas de Ensino: Uma Análise inicial das Ligações Químicas. Química Nova na Escola. v.34, n.2, p. 83-91. maio 2012.

UFRGS, Circuito RC Série. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/tex/fis142/mod07/m_s06.html. Acesso em: 12 jan. 2017.

UCS, Universidade de Caxias do Sul, Projeto Político Pedagógico dos cursos de Engenharias, 2016, p. 12.

VALENTE, P. S; MORAES, R. L; PAIVA, R. R; GARCIA, B. C. A; BAIA, F. P; SILVA, R. C. C.; SOARES, R. P. O. Fundamentos de matemática: uma análise das dificuldades apresentadas pelos ingressantes nos cursos de engenharia da ufpa em 2014. CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 2014, Juiz de Fora – Minas Gerais.

VILLAS-BOAS, V.; MARTINS, J. A.; BOOTH, I. A. S.; GIOVANNINI, O.; CATELLI, F.; SAUER, L. Z. (2011). Novas Metodologias para o Ensino Médio em Ciências, Matemática e Tecnologia. In: Valquiria Villas-Boas, Fernanda Miotto, José Arthur Martins (Org.). Novas Metodologias para o Ensino Médio em Ciências, Matemática e Tecnologia. Brasília: Editora ABENGE, 2011.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE I - Convite aos estudantes

Caros estudantes,

Convidamos a todos os interessados em participar da pesquisa intitulada “Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na educação em engenharia: planejamento, aplicação e avaliação”, durante o primeiro semestre de 2016. A referida pesquisa está sendo realizada pela Professora Bruna Cavagnoli Boff, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação da Professora Valquíria Villas Boas Gomes Missell e co-orientação da Professora Laurete Teresinha Zanol Sauer.

A pesquisa contém duas etapas, na primeira etapa será a aplicado um questionário diagnóstico com questões sobre o perfil do estudante e questões sobre função de primeiro grau, função exponencial e função logarítmica.

Na segunda etapa será aplicada uma unidade de ensino potencialmente significativa – UEPS, com atividades práticas e acompanhamento da pesquisadora, visando ao aprendizado de algumas das funções estudadas na disciplina de Pré-Cálculo. Essas atividades ocorrerão na sala 216 – Bl G, que é o espaço do Engenheiro do Futuro, aos sábados pela manhã, das 8 horas às 11 horas, conforme tabela abaixo:

Dia	Assunto
19/03	Função de Primeiro Grau
02/04	Função de Primeiro Grau
16/04	Função de Primeiro Grau
30/04	Sabadão do Pré-Cálculo
07/05	Função Exponencial e Logarítmica
21/05	Função Exponencial e Logarítmica
04/06	Função Exponencial e Logarítmica
18/06	Função Exponencial e Logarítmica

Finalmente esclarecemos que para obter o certificado de conclusão da atividade, que lhes dará direito há horas complementares, será necessário participar de todos os encontros.

Desde já agradecemos a vossa participação na primeira fase da pesquisa e contamos com sua participação nessa nova fase. Sua participação será de grande importância para este trabalho.

9 APÊNDICE II: Questionário Diagnóstico

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECiMa

QUESTIONÁRIO

Nome:____

E-mail:____

Curso de graduação em que está matriculado na UCS:______________________________

Onde você cursou o ensino fundamental?

____

Onde você cursou o ensino médio?

____

Em que turno você estudou no ensino médio? Diurno ou Noturno?

____

Você foi reprovado em algum ano no ensino médio? Se sim, em qual ano?

____

Em que ano concluiu o ensino médio?

____

Em que ano você ingressou na UCS?

____

Esta é a primeira vez que você cursa Pré Cálculo? Se não é a primeira vez, quantas vezes você já cursou Pré Cálculo, anteriormente?

____

Você trabalha? Onde? Quantas horas por semana?

____

QUESTÕES DE MATEMÁTICA

IMPORTANTE - Para cada uma das questões a seguir apresente a resolução *detalhada* no verso das páginas. Caso você não consiga responder alguma das questões a seguir justifique o motivo (por exemplo, não me lembro deste conteúdo, nunca aprendi este conteúdo no ensino médio, lembro-me de ter visto este conteúdo no ensino médio, porém não tão aprofundado, ou outro).

Questão 01. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

Construa a curva característica (V x i) deste condutor e classifique-o em ôhmico ou não ôhmico.

Questão 02. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

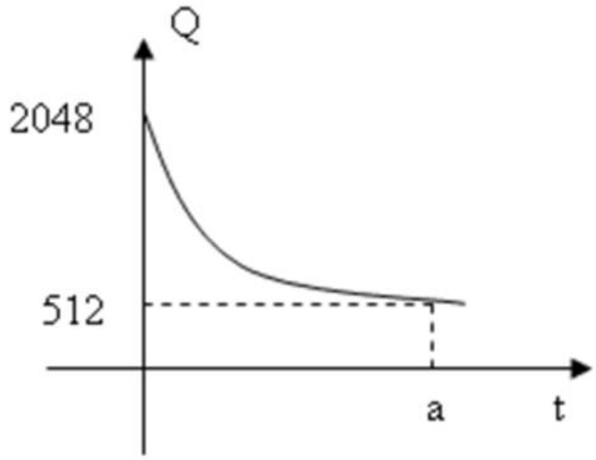
Questão 03. Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

Questão 04. Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes**.** Explique como pensou:

a) $f(x) = 4^x$
b) $f(x) = e^x$
c) $f(x) = (0{,}01)^x$
d) $f(x) = e^{-3x}$
e) $f(x) = 2^{-x}$
f) $f(x) = \log_3 x$
g) $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$
h) $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$
i) $f(x) = \log_5(x-1)$

<u>Questão 05.</u> O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

<u>Questão 06.</u> Certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei **Q(t) = K.**$2^{-0,5t}$, em que **K** é uma constante, *t* indica o tempo em minutos e *Q(t)* indica a quantidade da substância, em gramas, no instante *t*. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de *K* e de *a*.



<u>Questão 07.</u> Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde *M* é a magnitude do terremoto, *A* é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $\boldsymbol{M_1}$ = 8 e $\boldsymbol{M_2}$ = 6. As magnitudes $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log \left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

10 APÊNDICE III - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, _______________________________, abaixo assinado(a), aceito participar da pesquisa intitulada: "Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na educação em engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.", realizada pela Professora Bruna Cavagnoli Boff, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação da Professora Valquíria Villas Boas Gomes Missell e co-orientação da Professora Laurete Teresinha Zanol Sauer, durante o primeiro semestre de 2016. Declaro estar ciente de que a pesquisa tem por objetivo planejar, elaborar e analisar atividades de ensino e aprendizagem de funções, com base nas dificuldades apresentadas pelos estudantes de Pré-Cálculo. Ao assinar este Termo de Consentimento, estou ciente de que a pesquisa consistirá de duas etapas, todas desenvolvidas em horários extra-classe, nas dependências da UCS e com duração máxima prevista de duas horas e cinquenta minutos.

1) A primeira etapa consistirá da aplicação de um questionário com perguntas sobre o perfil do estudante e questões de matemática básica, a ser respondido individualmente, fora do horário de aula, e entregue na aula de Pré-Cálculo do dia 29/02/2016.

2) Na segunda etapa, será aplicada uma unidade de ensino potencialmente significativa – UEPS, com atividades práticas e acompanhamento da pesquisadora, visando ao aprendizado de algumas das funções estudadas na disciplina de Pré-Cálculo. A participação nessas atividades será documentada por um certificado que dará direito há horas complementar. A quantidade de horas complementares está sendo negociada com os coordenadores de curso.

3) Os dados pessoais dos acadêmicos participantes da pesquisa serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos serão utilizados somente para atender os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada.

4) Poderei entrar em contato com as pesquisadoras sempre que julgar necessário.

5) Declaro que me foram fornecidas todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre a minha participação na referida pesquisa.

6) Este termo de consentimento é feito em duas vias, de maneira que uma permanecerá em meu poder e a outra com as pesquisadoras responsáveis.

Caxias do Sul, 29 de fevereiro de 2016.

Assinatura do(a) Acadêmico(a) :_____________________________________

Assinatura da pesquisadora: ____

11 APÊNDICE IV – Roteiro dos Experimentos

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) – Mestrado Profissional

PESQUISA

Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 2 do Encontro 1: **Experimento sobre a Lei de Ohm**

I. Objetivo:

Determinar, através de curvas I em função de V, características físicas dos resistores de carbono.

II. Material

3 resistores de carbono

1 fonte de tensão variável

2 multímetros (a serem usados como voltímetro e amperímetro)

III. Procedimento Experimental

1. Varie a tensão da fonte, anotando os valores da diferença de potencial V e respectivos valores da corrente elétrica I para o resistor vermelho. Registre 10 pares de (V, I).

2. Após registrar 10 pares de (V, I), substitua o resistor vermelho pelo resistor azul e obtenha 10 pares de (V, I) para este resistor.

3. Finalmente, substitua o resistor azul pelo resistor verde e obtenha 10 pares de (V, I).

IV. Questões

1. Em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, faça um gráfico de I em função de V com os dados obtidos para os três resistores, usando a mesma escala para os três.
2. Comente sobre os gráficos obtidos: (a) há algo comum entre eles? (b) em caso afirmativo, você saberia justificar o “modelo” dos gráficos obtidos?
3. A partir dos gráficos obtidos, por meio dos pares ordenados (V,I), em cada caso, tente enunciar uma “fórmula” que descreva os resultados desses experimentos.

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) – Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 1 do Encontro 2: **Experimento sobre a Densidade da Solução**

I. Objetivo:

Determinar, através dos dados de densidade, massa e volume extraídos da mistura da água com a ureia, a curva d em função de m, características químicas da densidade dessa solução.

II. Material

- 1 Balança
- 4 Provetas – 50 mL
- 4 Becker
- 4 Bastões de Vidro
- 200 mL de Água Destilada
- 50 g de Ureia

III. Procedimento Experimental

1. Inicialmente pese as massas de ureia (5g, 10g, 15g e 20g) para realizar as medidas, reserve as quantidades para a experimentação em diferentes recipientes (Becker) identificados de acordo com a massa contida.

2. Identificar as provetas para cada experimento. Pesar as provetas vazias e anotar os valores.

3. Em seguida, adicione a porção reservada de 5g de ureia no Becker e acrescente um pouco de água (até 30mL) para dissolver toda a ureia, utilize o bastão de vidro para misturar a solução. Após colocar a mistura em uma proveta, complete com a água destilada até atingir um volume equivalente a 50mL.

4. Pesar a massa da solução desta proveta. E fazer as anotações.
5. Repetir os procedimentos 3 e 4 para 10g, 15g e 20g de ureia.

6. A partir dos dados obtidos experimentalmente e dos conhecimentos de Química os estudantes deverão preencher a tabela que segue:

Massa de Ureia (*g*)	Massa da Proveta vazia (*g*)	Massa da Proveta com a Solução (*g*)	Massa da Solução (*g*)	Volume da Solução (*mL*)	Densidade da Solução (*g/ mL*)
5					
10					
15					
20					

IV. Questões

1. Em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, faça um gráfico de d em função de m com os dados obtidos para as quatros soluções, usando a mesma escala para os três.

2. Comente sobre os gráficos obtidos:

(a) passa na origem?

(b) existem interceptos com os eixos?

(c) se sim, qual o ponto que expressa esse intercepto?

(d) você saberia identificar qual função representa o "modelo" do gráfico obtido?

3. A partir do gráfico obtido, por meio dos pares ordenados (m,d), em cada caso, tente enunciar uma "fórmula" que descreva o resultado desse experimento.

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) –
Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 1 do Encontro 5: **Experimento sobre Carga e Descarga de um Capacitor.**

I. Objetivo:

Neste experimento, investiga-se o comportamento de carga e descarga de um capacitor, visando em primeiro lugar a determinação da constante RC do circuito, bem como análise gráfica das curvas de carga e descarga, utilizando o programa Data Studio.

II. Material

- Programa DataStudio
- 1 capacitor
- 1 lâmpada 5V
- 1 bateria 6V
- 1 sensor de banana banana com interface
- 2 cabo preto banana banana
- 2 cabo vermelho banana banana
- 2 jacarés

III. Procedimento Experimental

1. Monte um circuito capacitor-bateria tomando o cuidado de ligar o terminal negativo da bateria ao polo negativo do capacitor. Os cabos do sensor devem ser conectados em paralelo com o capacitor. Faça o registro do processo de carregamento do capacitor.

2. Monte um circuito RC onde a lâmpada e o capacitor estão associados em série entre eles. Os cabos do sensor devem continuar conectados em paralelo com o capacitor. Faça o registro do processo de descarga do capacitor.

3. Anote alguns pontos desta curva, tanto no processo de carga e de descarga do capacitor.

IV. Questões

1. Ao executar o experimento e analisar o comportamento do fenômeno no programa DataStudio, que função matemática representa melhor a carga e descarga do capacitor?
2. Dentro do que você conhece sobre essa função matemática quais características são perceptíveis no gráfico construído pelo programa DataStudio?
3. Escreva uma equação que represente este experimento.

12 APÊNDICE V – Atividades realizadas em cada encontro.

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) –
Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 3 do Encontro 1: **Exercícios.**

Questão 01. Em um mesmo sistema cartesiano, construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $g(x) = -2x$
c) $h(x) = \frac{x}{2}$
d) $q(x) = 6x$

Questão 02. Considerando as funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

Questão 03. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

Construa a curva característica (V x i) deste condutor, determine a lei da função que a representa e identifique a resistência.

<u>Questão 04</u>. Um automóvel passa por um ponto A, dirigindo-se a um ponto B, distante 330 km de A. A função que mede a distância (em quilômetros) em função do tempo (em horas) do automóvel ao ponto A é s(t) = 120 t.

a) Após 30 min de ter passado pelo ponto A, a que distância o automóvel estará desse ponto?
b) Quanto tempo levará o automóvel para ir de A até B?

<u>Questão 05.</u> Considere a seguinte tabela de preções de uma empresa de fotocópia:

Até 40 cópias	R$ 0,08 por cópia
Acima de 40 cópias	R$ 0,04 por cópia

a) Determine o valor a ser pago pela reprodução de 20, 40, 41 e 80 cópias do mesmo original.
b) Escreva uma expressão para a função P que defina o preço pago pela reprodução de x cópias do mesmo original.

c) Desenhe o gráfico da função P(x).

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) –
Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 2 do Encontro 2: **Exercícios.**

Questão 01. Em um mesmo sistema cartesiano, construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $g(x) = -2x + 3$
c) $h(x) = \frac{x}{4} - 1$
d) $q(x) = -3x + \frac{4}{5}$
e) $t(x) = 6x - 5$

Questão 02. Considerando as funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

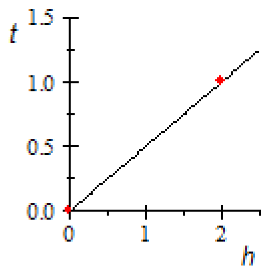
Questão 03. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

Questão 04. Um experimento da área de Agronomia mostra que a temperatura mínima da superfície do solo *t(x)*, em °C, é determinada em função do resíduo *x* de planta e biomassa na superfície, em g/m^2, conforme registrado na tabela seguinte:

x (g/m²)	10	20	30	40	50	60	70
$t(x)$ (°C)	7,24	7,30	7,36	7,42	7,48	7,54	7,60

Analisando os dados acima, qual a lei da função que melhor representa este experimento?

<u>Questão 05.</u> Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetro, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico, resulta a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo (t) e altura (h), qual será a altura da planta no trigésimo dia?



Universidade de Caxias do Sul

Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) – Mestrado Profissional

PESQUISA

Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 2 do Encontro 3: **Avaliação Final.**

Questão 01. Construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $h(x) = \frac{x}{2}$
c) $i(x) = 6x$
d) $g(x) = \frac{x}{4} - 1$
e) $t(x) = -3x + \frac{4}{5}$
f) $q(x) = 6x - 5$

Questão 02. Considerando cada uma das funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

Questão 03. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8
V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0

Construa a curva característica (V x i) deste condutor, determine a lei da função que a representa e determine a resistência.

Questão 04. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

Questão 05. Um automóvel passa por um ponto *A*, dirigindo-se a um ponto *B*, distante 330 *km* de *A*. A função que representa a distância (em quilômetros) em função do tempo (em horas) do automóvel ao ponto *A* é $s(t) = 120\, t$.

a) Após 30 min de ter passado pelo ponto *A*, a que distância o automóvel estará desse ponto?
b) Quanto tempo levará o automóvel para ir de *A* até *B*?

Questão 06. Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

Questão 07. Um biólogo cultiva duas folhagens *A* e *B* de mesma espécie usando um vaso para cada uma, contendo adubos distintos. O crescimento das plantas é dado respectivamente pelas funções $h_A = t + 1$ e $h_B = 2t + 1$, onde *t* repeseta o tempo em dias e *h* representa a altura em centímetros.

a) Desenhe o gráfico de ambas as funções no mesmo plano cartesiano.
b) Qual é a altura atingida pelas plantas em dois dias?
c) Em algum momento as plantas possuem a mesma altura? Quando?
d) Em qual momento a diferença entre as alturas é de 4 centímetros?

Questão 08. Um fio de alumínio tem 90,0855 m de comprimento à temperatura de 60°C e 90,1197 m à temperatura de 80°C.

a) Encontre uma expressão linear para a função *L(T)*.
b) Determine *m*, o coeficiente de dilatação linear do alumínio.

<u>Questão 09</u>. A razão entre a tensão de saída e a tensão de entrada de um amplificador transistorizado é denominada *ganho G* e depende da temperatura de funcionamento *T*. um estudante do curso de Engenharia de Automação verifica que o ganho para certo amplificador é 30,2 à temperatura de 15°C e 37,7 à temperatura de 65°C. Supondo que, nessa faixa de temperatura, o comportamento do ganho *G* em função da temperatura *T* é modelado por uma função linear, determine:

a) Uma expressão para *G* em função de *T*;
b) O ganho do amplificador quando sua temperatura é de 30°C;
c) A temperatura do amplificador quando o ganho é 36,2.

<u>Questão 10.</u> Identifique qual (is) das tabelas a seguir representa(m) uma função do 1º grau. Justifique ao lado.

Tabela 01

x	f(x)
-1	10
0	11
1	14
2	12
3	16

Tabela 02

x	f(x)
-1	-1,2
0	-2,2
1	-3,2
2	-4,2
3	-5,2

Tabela 03

x	f(x)
-1	-2
0	0
1	2
2	6
3	8

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) –
Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 2 do Encontro 4: **Exercícios.**

Questão 01. Construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as como crescentes ou decrescentes**.** Explique como pensou:

a) $f(x) = \log x$

b) $g(x) = \log_2 \frac{x}{2}$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

d) $i(x) = 2.\log_5 x$

e) $j(x) = 1 + \log x$

Questão 02. Estabeleça o domínio de cada uma das funções seguintes, definidas por:

a) $y = \log_5(x-1)$
b) $y = \log_{\frac{1}{2}}(3x-2)$
c) $y = \log_x(x+3)$
d) $y = \log_{x-1}(-3x+4)$

Questão 03. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde M é a magnitude do terremoto, A é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $\boldsymbol{M_1} = 8$ e $\boldsymbol{M_2} = 6$. As magnitudes $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

<u>Questão 03.</u> O nível sonoro N (em decibéis) e a intensidade I (em watts por centímetros quadrado) estão relacionados por $N = 1{,}6 + \frac{1}{10}\log(I)$.

- **a)** Calcule o nível sonoro N correspondente ao barulho provocado por tráfego pesado de veículos, cuja intensidade é estimada em 10^{-8} W/cm².
- **b)** Calcule a intensidade sonora I correspondente ao liminar de dor, que é cerca de 120 dB.

<u>Questão 04.</u> A lei seguinte representa uma estimativa sobre o número de funcionários de uma empresa, em função do tempo t, em anos ($t = 0, 1, 2, \ldots$), de existência da empresa: $f(t) = 400 + 50.\log_4(t+2)$.

a) Quantos funcionários a empresa possuía na sua fundação?
b) Quantos funcionários foram incorporados à empresa do 2º ao 6º ano? (Admita que nenhum funcionário tenha saído.)
c) Calcule a taxa média de variação do número de funcionários da empresa do 6º ao 14º ano.

<u>Questão 05.</u> Para determinar a rapidez com que se esquece de uma informação, foi efetuado um teste em que listas de palavras eram lidas a um grupo de pessoas e, num momento posterior, verificava-se quantas dessas palavras eram lembradas. Uma análise mostrou que, de maneira aproximada, o percentual S de palavras lembradas, em função do tempo t, em minutos, após o teste ter sido aplicado, era dado pela expressão: $S = -18.\log(t+1) + 86$.

a) Após 9 minutos, que percentual da informação inicial era lembrado?
b) Depois de quanto tempo o percentual S alcançou 50%?

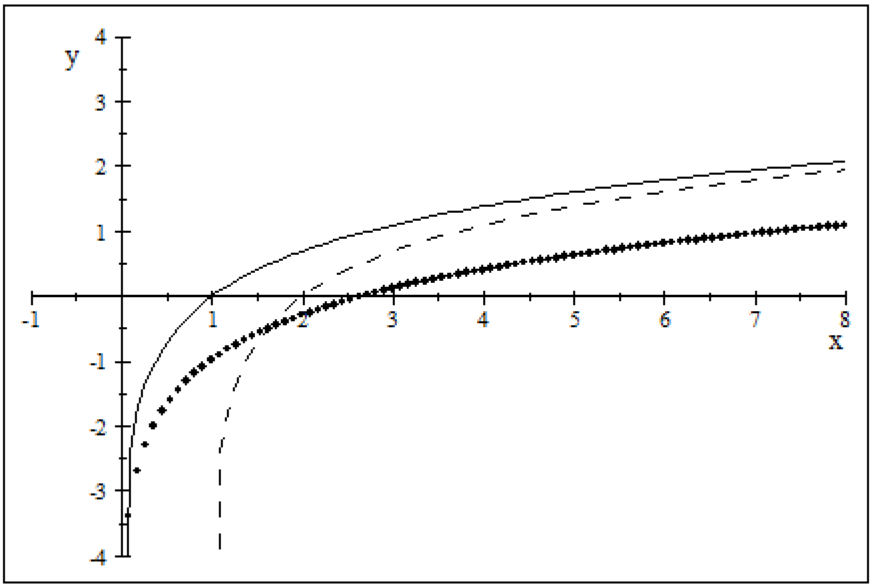
<u>Questão 06.</u> Uma unidade de medida muito utilizada, proposta originalmente por Alexandre Graham Bell (1847 – 1922) para comparar as intensidades de duas ocorrências de um fenômeno é decibel (dB). Em um sistema de áudio, por exemplo um sinal de entrada, com potência P_1, resulta em um sinal de saída, com potência P_2. Quando $P_2 > P_1$, como em um amplificador de áudio, diz-se que o sistema apresenta um ganho, em decibéis, de:$G = 10.\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$.

Quando $P_2 < P_1$, a expressão acima resulta em um ganho negativo, e diz-se houve uma atenuação do sinal. Desse modo:

a) Para um amplificador que fornece uma potência P_2 de saída igual a 80 vezes a potência P_1 de entrada, qual é o ganho em dB?

b) Em uma linha de transmissão, na qual há uma atenuação de 20 dB, qual a razão entre as potências de saída e de entrada, nesta ordem? Dado: log 2 = 0,30.

Questão 07. Considere no mesmo sistema de eixos os gráficos das funções $f(x) = logx,\ g(x) = \log(x-1)\ e\ \log x - 1$, conforme ilustra a figura abaixo. Identifique cada função no gráfico, justificando sua resposta.



Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) –
Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 2 do Encontro 5: **Exercícios.**

Questão 01. Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes. Explique qual foi seu raciocínio na resolução de cada uma das alternativas:

f) *f(x)* = 4^x
g) *f(x)* = e^x
h) *f(x)* = $(0{,}01)^x$
i) *f(x)* = 2^{-x}

e) ***f(x)*** = $\log_3 x$
f) ***f(x)*** = $\log_2 \frac{x}{2}$
g) ***f(x)*** = $\log_{\frac{1}{8}} x$
h) ***f(x)*** = $\log_5(x-1)$

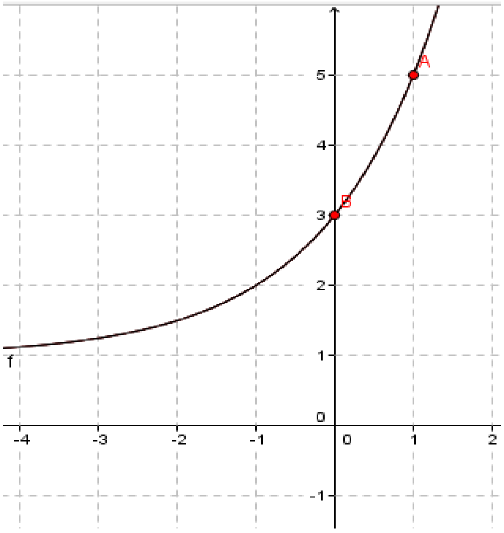
Questão 02. Construa o gráfico das seguintes funções e determine o domínio e imagem.

a) *f(x)* = $\log x$
b) *g(x)* = $\log(x-1)$
c) $j(x) = \log x - 1$
d) m(x) = $\log_2 x$

e) $o(x) = \frac{1^x}{2}$
f) $l(x) = 2^x$
g) $i(x) = 2^x - 1$
h) $h(x) = 2^x + 1$

Questão 03. O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

Questão 04. O gráfico abaixo representa a função *f*: R→R cuja lei é $f(x) = a + b.2^x$, sendo *a* e *b* constantes positivas:



a) Determine *a* e *b*.
b) Qual é o conjunto imagem de *f*?
c) Calcule *f(-2)*?

<u>Questão 05.</u> O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: $T(t) = T_A + \alpha. 3^{\beta t}$, onde:

- *T(t)* é a temperatura do corpo em graus Celsius, no instante *t*, dado em minutos;
- T_A é a temperatura ambiente, suposta constante;
- α e β são constantes.

O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de -18°C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0°C após 90 minutos e chegou a -16°C após 2770 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes α e β.
b) Determine o valor de *t* para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $(\frac{2}{3})$°C superior à temperatura ambiente.

<u>Questão 06.</u> A pressão atmosférica *P* (em qualquer unidade de medida) na altura *h* (em metros), acima da superfície da Terra, pode ser aproximada por $P(h) = P_0 e^{-1{,}25.10^{-4}h}$, onde P_0 é a pressão atmosférica, no nível do mar.

a) Se você for ao topo do Pico da Neblina (AM), ponto mais alto do Brasil, com altura de 2.994 m, qual será a pressão atmosférica, em percentual, com relação à pressão no nível do mar? Considere $P_0 = 1\ atm$.

b) A pressão atmosférica na altitude de cruzeiro de um avião comercial é de 22% da pressão ao nível do mar. Qual é sua altitude?

<u>Questão 07.</u> Um ciclista decide descer uma ladeira sem acionar os freios. A velocidade *v* (em metros por segundo) do ciclista é monitorada e é dada por $v(t) = 20{,}83(1 - e^{-1{,}875t})$, onde *t* é o tempo (em segundos).

a) Calcule a velocidade nos instantes t = 0,1 e t = 3 segundos.

b) Calcule exatamente o instante em que a velocidade é de 20 m/s.

c) Confirme os seus cálculos assinalando os elementos obtidos na figura acima.

d) Descreva o que acontece com a velocidade do ciclista à medida que o tempo passa.

<u>Questão 08.</u> Quando uma tensão elétrica constante U (em volts) é aplicada a um circuito constituído por um resistor (de resistência R, em ohms) e um capacitor (de capacitância C, em farads) ligados em série, a corrente elétrica i (em ampères) é dada por: $\boldsymbol{i(t) = \frac{U}{R}e^{-RCt}}$, onde t é o tempo (em segundos) transcorrido desde o momento da aplicação da tensão.

a) Dado que U = 300V, R = 1500Ω e C = 3.10^{-6}F, substitua esses valores na expressão e simplifique o que for possível.

b) Calcule o valor de i nos instantes t = 0, 200, 400 e 600 segundos e desenhe o gráfico de *i(t).*

c) Em qual instante de tempo a corrente atinge a fração de 10% da corrente inicial?

<u>Questão 09.</u> Do estudo da Química, sabemos que alguns elementos têm a tendência natural de emitir radiação e transformar-se em elementos diferentes. Eles são chamados de elementos *radioativos*. Com o passar do tempo, a quantidade do elemento original presente em uma amostra diminui de acordo com a função: $\boldsymbol{Q(t) = Q_0 e^{-kt}}$, onde Q é a quantidade do elemento presente na amostra (medido em unidade de massa), Q_0 é a quantidade inicial, t é o tempo transcorrido desde a medição inicial e k é uma constante positiva característica de cada elemento. Para o iodo-128 (usado como *contraste* em diagnóstico por imagem) o valor de k é 0,0275 min^{-1}.

a) **S**uponha que 5 mg de iodo-128 seja injetado em um paciente. Desenhe o gráfico mostrando a quantidade de contraste presente no paciente até 2 horas após sua injeção.

b) Qual é a taxa de decaimento durante a primeira hora? E durante a segunda hora?

Universidade de Caxias do Sul
Pró-Reitoria de Pesquisa Inovação e Desenvolvimento Tecnológico
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) –
Mestrado Profissional

PESQUISA
Unidade de ensino potencialmente significativa sobre funções matemáticas na Educação em Engenharia: planejamento, aplicação e avaliação.

Nome do aluno:____

Atividade 2 do Encontro 6: **Avaliação Final.**

Questão 01. Construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as como crescentes ou decrescentes**.** Explique qual foi seu raciocínio na resolução de cada uma das alternativas.

j) ***f(x)*** = 5^x
k) ***f(x)*** = e^x
l) ***f(x)*** = $(0{,}03)^x$
m) ***f(x)*** = 3^{-x}

f) ***f(x)*** = $\log_5 x$
g) ***f(x)*** = $\log_3 \frac{x}{3}$
h) ***f(x)*** = $\log_{\frac{1}{2}} x$
i) ***f(x)*** = $\log_5(x-1)$

Questão 02. Determine o domínio e imagem de cada uma das funções a seguir:

a) *f(x)* = $\log x$

b) *g(x)* = $\log_2 \frac{x}{2}$

c) *h(x)* = $\log_{\frac{1}{5}} x$

d) *i(x)* = $2.\log_5 x$

e) $j(x) = 1 + \log x$

f) $o(x) = \frac{1^x}{2}$

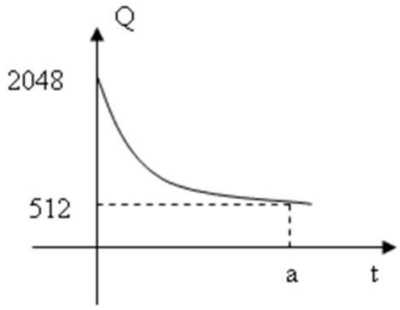
g) $l(x) = 2^x$

h) $i(x) = 2^x - 1$

i) $h(x) = 2^x + 1$

Questão 03. O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0{,}4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

Questão 04. Certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei **Q(t) = K.**$2^{-0,5t}$, em que **K** é uma constante, *t* indica o tempo em minutos e *Q(t)* indica a quantidade da substância, em gramas, no instante *t*. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de *K* e de *a*.



Questão 05. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde *M* é a magnitude do terremoto, *A* é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $M_1 = 8$ e $M_2 = 6$. As magnitudes M_1 e M_2 podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que M_1 e M_2 medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

Questão 06. O nível sonoro *N* (em decibéis) e a intensidade sonora *I* (em watts por centímetros quadrado) estão relacionados por $N = 1{,}6 + \frac{1}{10}\log(I)$.

a) Calcule o nível sonoro *N* correspondente ao barulho provocado por tráfego pesado de veículos, cuja intensidade sonora é estimada em 10^{-8} W/cm².

b) Calcule a intensidade sonora *I* correspondente ao limiar de dor, que ocorre para o nível sonoro de 120 dB aproximadamente.

Questão 07. A lei seguinte representa uma estimativa sobre o número de funcionários de uma empresa, em função do tempo *t*, em anos de existência da empresa (t = 0, 1, 2,...):

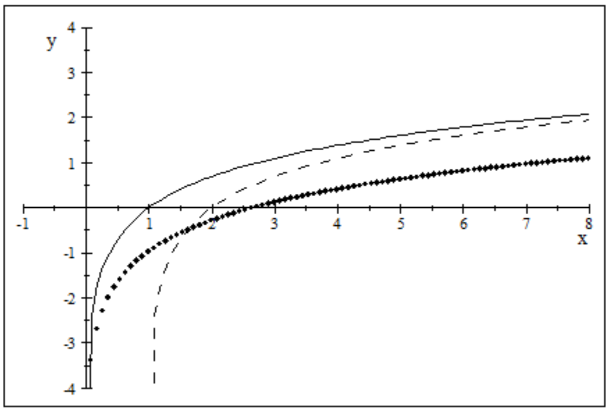
$$f(t) = 400 + 50.\log_4(t+2).$$

a) Quantos funcionários a empresa possuía na sua fundação?
b) Quantos funcionários foram incorporados à empresa do 2º ao 6º ano? (Admita que nenhum funcionário tenha saído.)
c) Calcule a taxa média de variação do número de funcionários da empresa do 6º ao 14º ano.

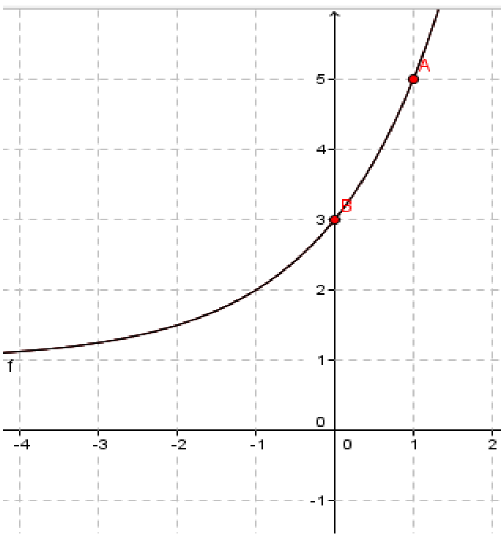
Questão 08. Para determinar a rapidez com que se esquece de uma informação, foi efetuado um teste em que listas de palavras eram lidas a um grupo de pessoas e, em um momento posterior, verificava-se quantas dessas palavras eram lembradas. Uma análise mostrou que, de maneira aproximada, o percentual *S* de palavras lembradas, em função do tempo *t*, em minutos, após o teste ter sido aplicado, era dado pela expressão: $S = -18.\log(t+1) + 86$.

a) Após 9 minutos, que percentual da informação inicial era lembrado?
b) Depois de quanto tempo o percentual *S* alcançou 50%?

Questão 09. Na figura abaixo, estão representados os gráficos das funções $f(x) = logx,\ g(x) = \log(x-1)\ e\ \log x - 1$. Identifique cada uma delas na figura, justificando sua resposta.



Questão 10. O gráfico ao lado representa a função *f*: R→R cuja lei é $f(x) = a + b.2^x$, sendo *a* e *b* constantes positivas:



d) Determine *a* e *b*.
e) Qual é o conjunto imagem de *f*?
f) Calcule *f(-3)*?

Questão 11. O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: $T(t) = T_A + \alpha.3^{\beta t}$, onde:

- *T(t)* é a temperatura do corpo em graus Celsius, no instante *t*, dado em minutos;
- T_A é a temperatura ambiente, suposta constante;
- α e β são constantes.

O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de -18°C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0°C após 90 minutos e chegou a -16°C após 2770 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes α e β.

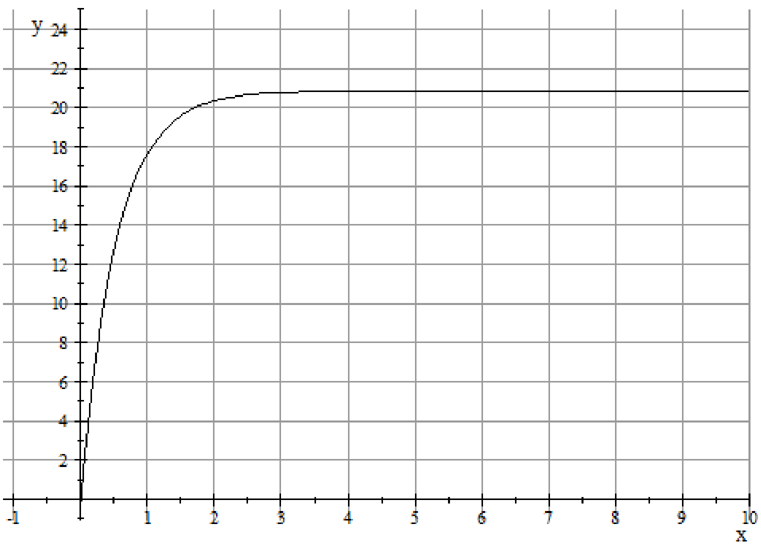
b) Determine o valor de *t* para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $(\frac{2}{3})$°C superior à temperatura ambiente.

Questão 12. A pressão atmosférica *P* (em qualquer unidade de medida) na altura *h* (em metros), acima da superfície da Terra, pode ser aproximada por $P(h) = P_0 e^{-1{,}25.10^{-4}h}$, onde P_0 é a pressão atmosférica, no nível do mar.

a) Se você for ao topo do Pico da Neblina (AM), ponto mais alto do Brasil, com altura de 2.994 m, qual será a pressão atmosférica, em percentual, com relação à pressão no nível do mar? Considere $P_0 = 1\ atm$.

b) A pressão atmosférica na altitude de cruzeiro de um avião comercial é de 22% da pressão ao nível do mar. Qual é sua altitude?

Questão 13. Um ciclista decide descer uma ladeira sem acionar os freios. A velocidade *v* (em metros por segundo) do ciclista é monitorada e é dada por $\boldsymbol{v(t) = 20{,}83(1 - e^{-1{,}875t})}$, onde *t* é o tempo (em segundos).



a) Calcule a velocidade nos instantes *t* = 2 e *t* = 5 segundos.

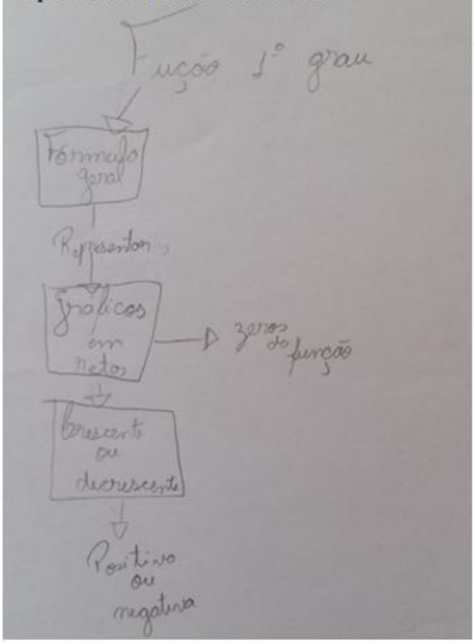
b) Calcule exatamente o instante em que a velocidade é de 10 m/s.

c) Confirme os seus cálculos assinalando os elementos obtidos na figura acima.

d) Descreva o que acontece com a velocidade do ciclista à medida que o tempo passa.

13 APÊNDICE VI – Mapas conceituais produzidos pelos estudantes.

Mapa conceitual inicial - Estudante 3

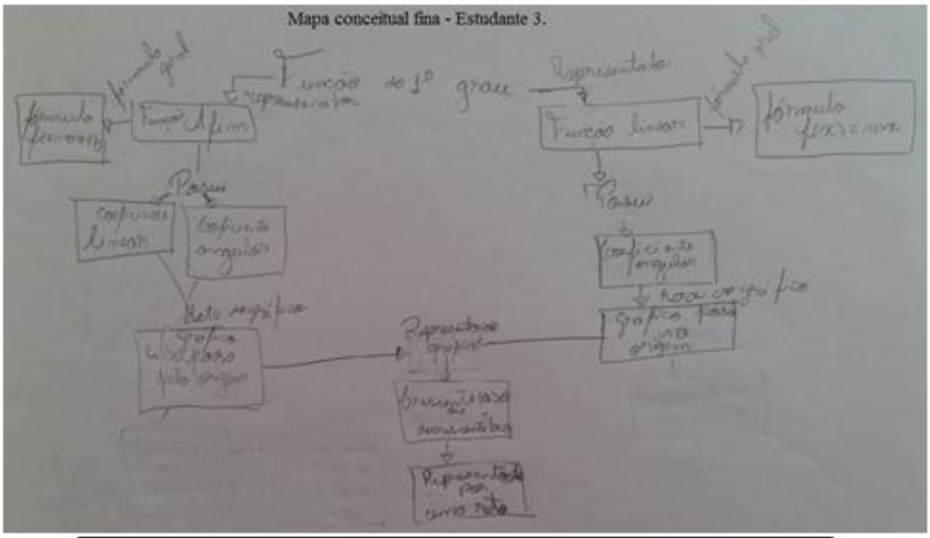


Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 3.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0{,}5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0{,}5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0{,}5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0{,}5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0{,}5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0{,}5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 3, este mapa conceitual foi classificado como nível 3 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Mapa conceitual fina - Estudante 3.

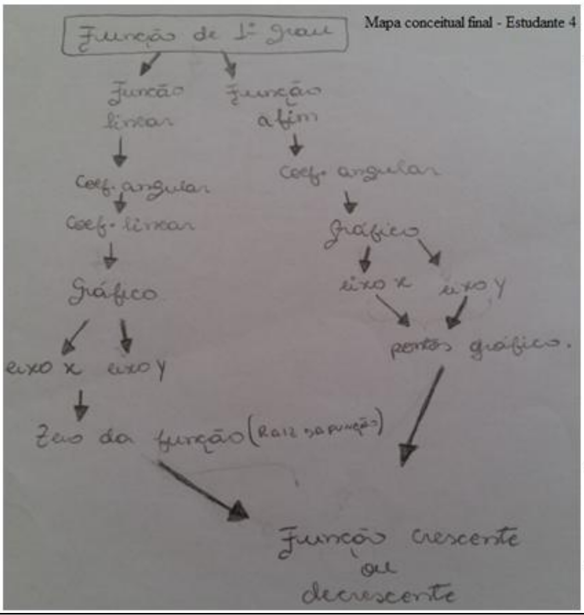


Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 3.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0{,}5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0{,}5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0{,}5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0{,}5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0{,}5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0{,}5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 5, este mapa conceitual foi classificado como nível 5 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Mapa conceitual final - Estudante 4

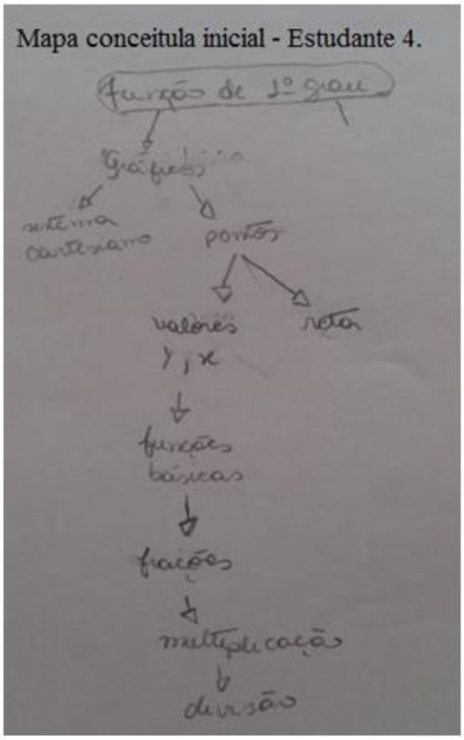


Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 4.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 3, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 3 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Mapa conceitula inicial - Estudante 4.

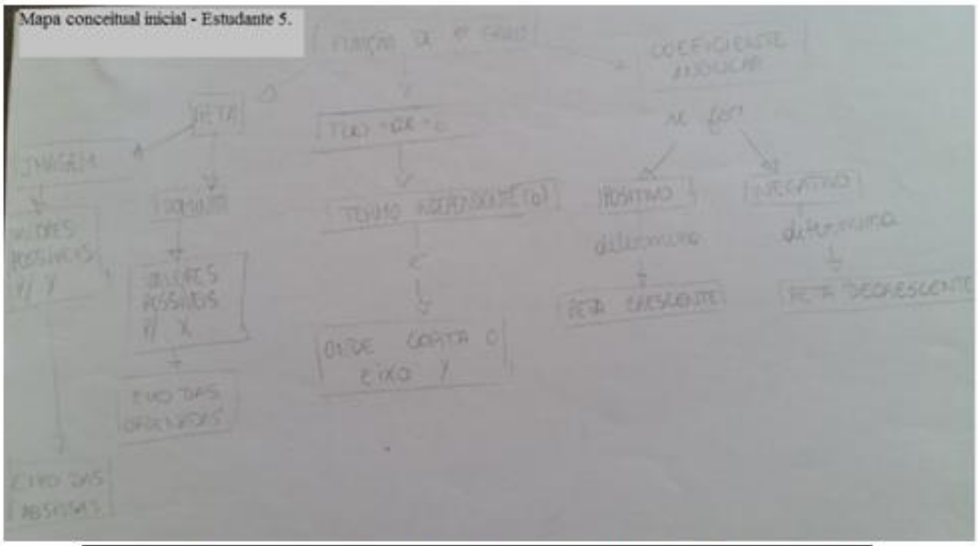


Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 4.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, houve um empate entre os níveis 0 e 1, o C1 por tratar de conceitos sobre o assunto é considerado um critério de desempate, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 1 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

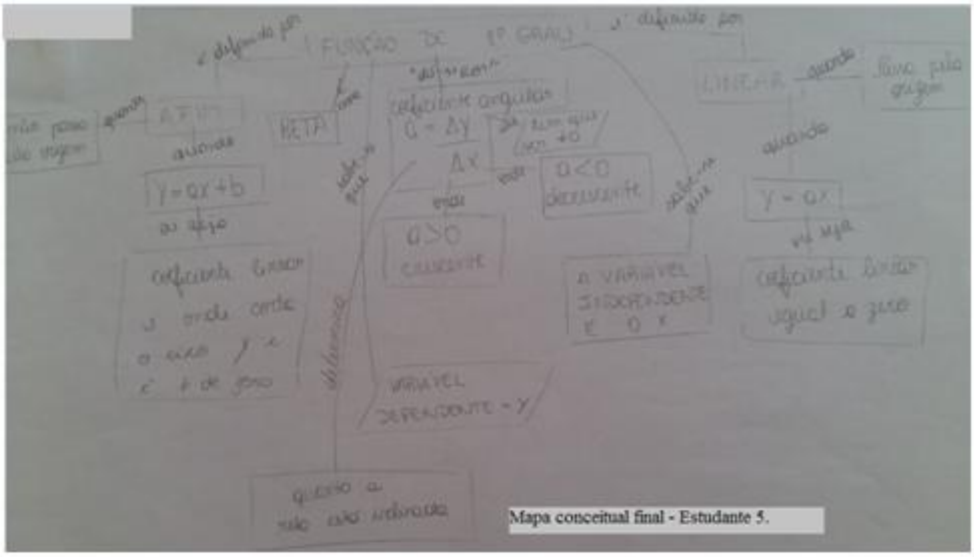
Mapa conceitual inicial - Estudante 5.



Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 5.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 3, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 3 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.



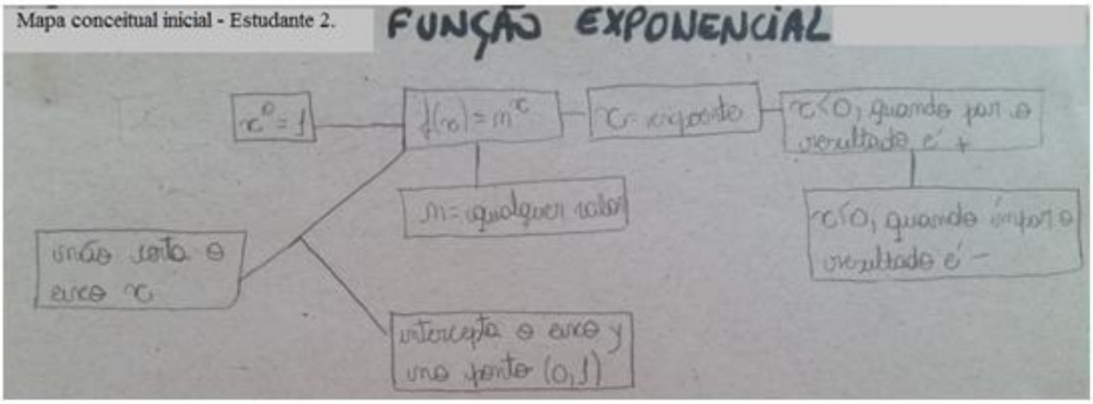
Mapa conceitual final - Estudante 5.

Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 5.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadramno nível 6, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 6 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Mapa conceitual inicial - Estudante 2.

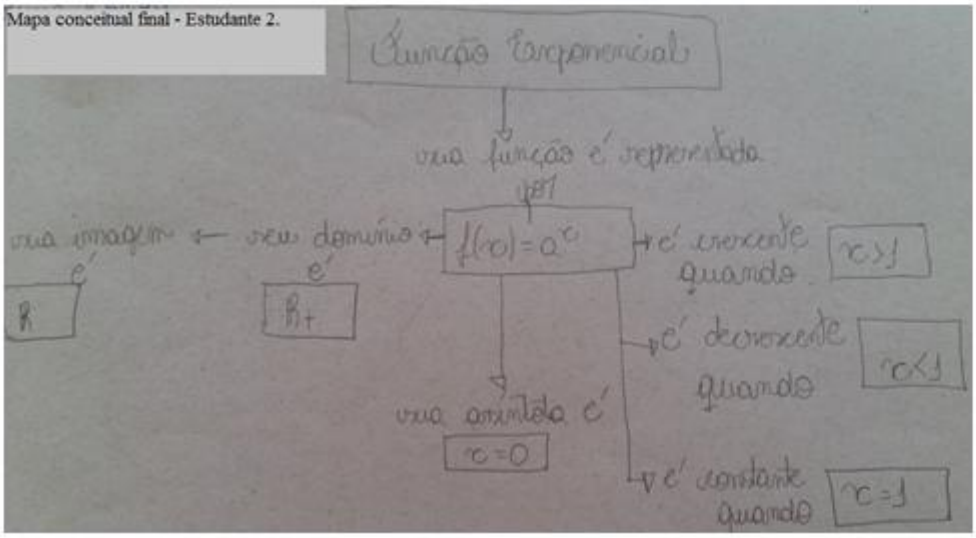


Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 2.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 2, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 2 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

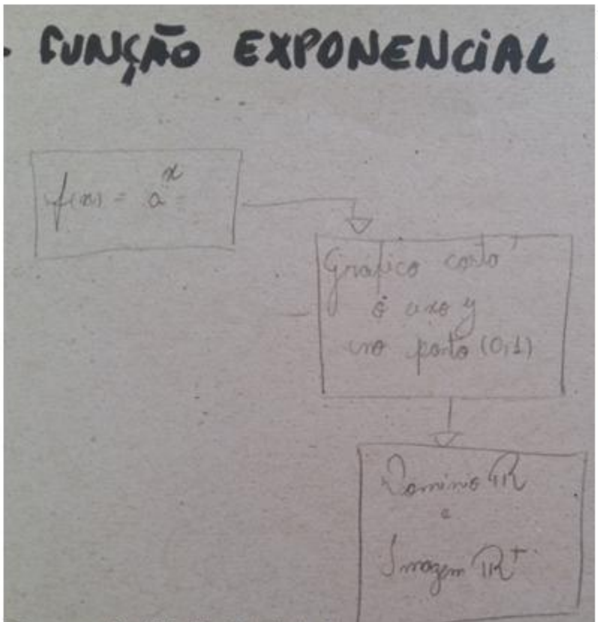
Mapa conceitual final - Estudante 2.



Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 2.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0{,}5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0{,}5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0{,}5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0{,}5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0{,}5$	1	5 – 6	4	1 - 2
6	$PC_2 > 0{,}5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 5, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 5 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

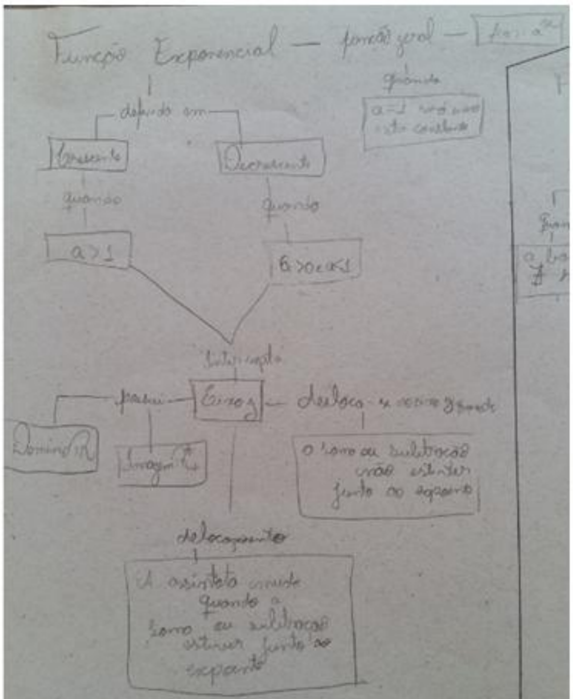


Mapa conceitual inicial - Estudante 3.

Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 3.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 - 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 1, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 1 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.



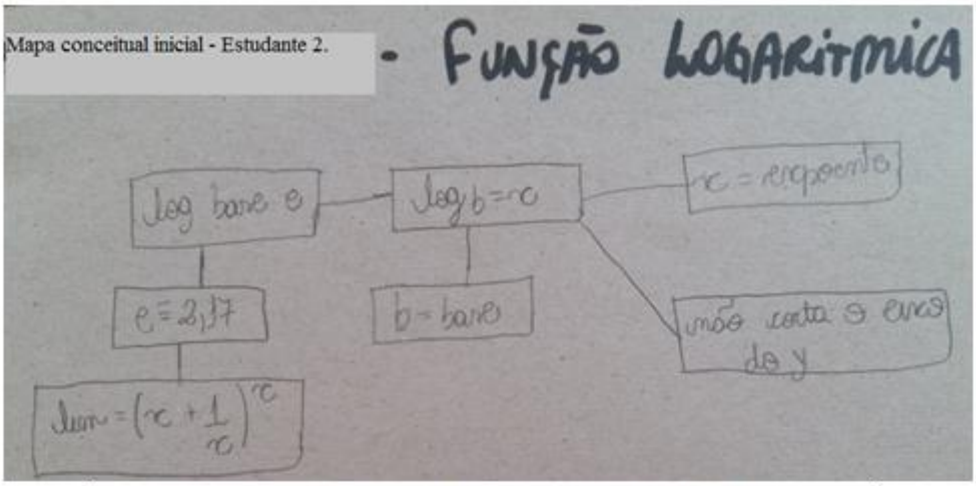
Mapa conceitual final - Estudante 3.

Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 3.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 - 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 4, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 4 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

Mapa conceitual inicial - Estudante 2.

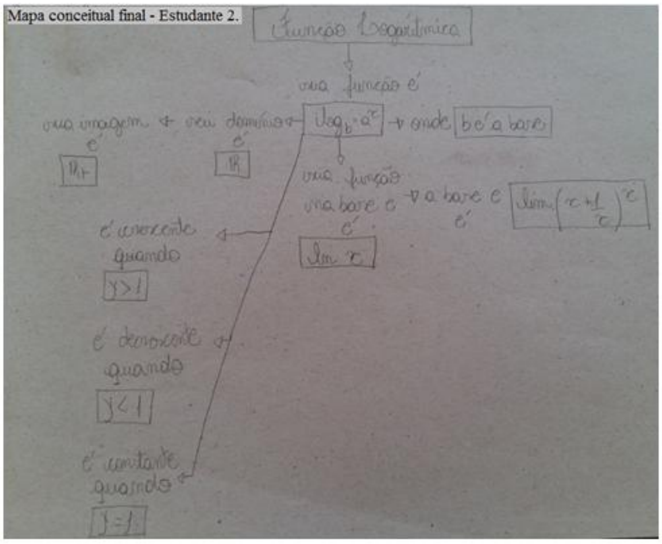


Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 2.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	$< 0,5$	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	$> 0,5$	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 - 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 2, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 2 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

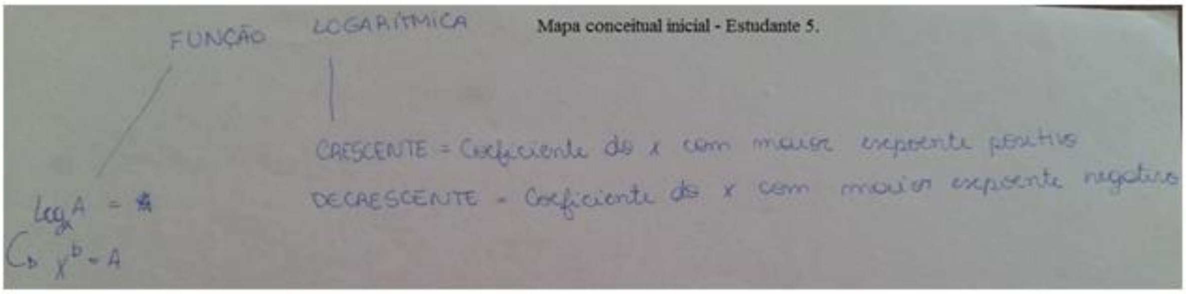
Mapa conceitual final - Estudante 2.



Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 2.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	$< 0,5$	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	$> 0,5$	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 - 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, houve um empate entre os níveis 3 e 5, o C1 por tratar de conceitos sobre o assunto é considerado um critério de desempate, sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 5 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

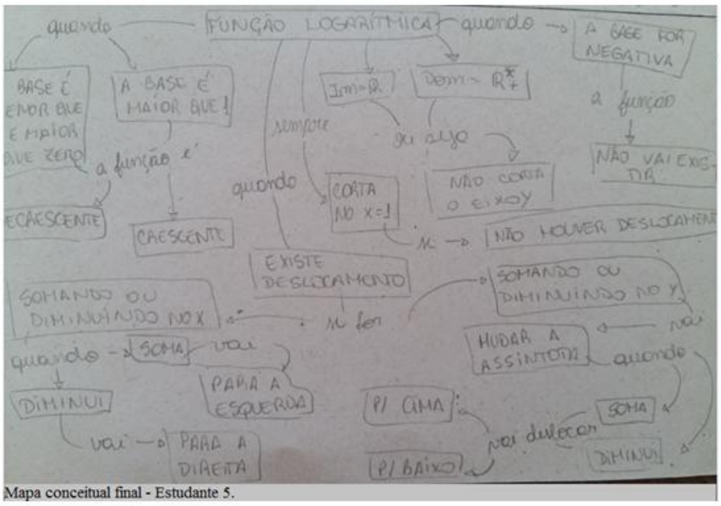


Mapa conceitual inicial - Estudante 5.

Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual inicial do Estudante 5.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 3 , sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 3 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.



Mapa conceitual final - Estudante 5.

Quadro de avaliação estrutural do mapa conceitual final do Estudante 5.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1- 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Nota-se que, pelo fato de que a maior parte dos critérios se enquadram no nível 6 , sendo assim o mapa conceitual foi classificado como nível 6 na escala topológica utilizada para sua avaliação estrutural.

14 ANEXO I – Ementa da disciplina Pré-Cálculo

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TECNOLOGIA

Disciplina: Pré-Cálculo **Código: MAT0356** **Período: 16.2**

Ementa

Estudo de funções básicas visando ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral.

Objetivos

Promover condições para que o aluno (re)construa conhecimentos de Matemática básica para o estudo de conceitos no contexto de nível superior, tanto no que refere à própria Matemática quanto à sua utilização na resolução de problemas da Engenharia.

Conteúdo

- Funções: abordagens numérica, algébrica, geométrica e verbal;

- Funções novas a partir de antigas;

- Funções essenciais: Lineares, Quadráticas, outras Polinomiais, Racionais, Trigonométricas, Exponenciais, Logarítmicas e combinações envolvendo as Funções Exponenciais e Seno e Cosseno;

- Gráficos de funções utilizando recursos computacionais;

- Modelos Matemáticos.

Metodologia

O conteúdo previsto será desenvolvido ao longo do semestre e abordado através de discussões baseadas em textos elaborados especialmente para a disciplina ou na bibliografia recomendada. Serão promovidas atividades de leituras orientadas, de resolução de exercícios e de problemas, além de exposições verbais por parte do professor, buscando resgatar os conhecimentos já existentes no grupo e incentivar a participação de todos os interessados. Os problemas/atividades de aprendizagem serão elaborados com ênfase na utilização de funções que aparecem nas aplicações de outras disciplinas dos cursos de Engenharia, bem como em situações abordadas na bibliografia do Curso. As estratégias propostas deverão considerar a construção de conceitos que estejam relacionados com situações da Engenharia, além de contemplar o desenvolvimento de habilidades e atitudes. O ambiente da disciplina no UCSVirtual será utilizado com foco na interação e como forma de registrar as produções decorrentes dos estudos, bem como o percurso de aprendizagem desenvolvido. É importante que os estudantes participem efetivamente dos fóruns de discussão organizados no AVA, como forma de compartilhar suas dúvidas ou auxiliar os colegas nas deles. As intervenções do professor, com vistas à qualificação da aprendizagem, terão como objetivo organizar o trabalho a ser realizado através da indicação de textos, de orientações de estudo e do incentivo à pesquisa bibliográfica, às discussões colaborativas e à reflexão sobre a importância de desenvolver uma atitude autônoma. Todas as tarefas propostas, para serem realizadas individualmente ou em grupos de estudo, constituem atividades de aprendizagem e são, portanto, de caráter obrigatório. As mesmas serão programadas oportunamente no decorrer da disciplina. Além disso, é fundamental que os estudantes também participem de atividades de estudo que serão orientados por bolsistas do NAEM – Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática ou por monitores selecionados, em horários a serem definidos, e também das atividades programadas para o Sabadão do Pré-Cálculo (dois encontros com datas já agendadas no Cronograma). As atividades poderão ser relativas à resolução de exercícios, em especial àqueles caracterizados como "exercícios complementares", ao esclarecimento de dúvidas relativas ao conteúdo ou, simplesmente, à retomada de questões de matemática elementar.

Avaliação

A avaliação, como um processo formativo, acontecerá continuamente no decorrer do semestre. Será considerada, como indicador desse processo, a produção do estudante observável através de provas ou outras tarefas de estudo. A avaliação do desempenho do estudante terá por base duas notas, N1 e N2. N1 será proveniente da soma das notas de duas provas cumulativas, N1 – prova 1 e N1 – prova 2, ambas com valor 5,0 (cinco). A prova N1 – prova 1 será individual e sem consulta e a prova N1 – prova 2 será individual e com consulta a um resumo a ser elaborado pelo estudante contendo uma síntese do conteúdo estudado nesse período. N2 será proveniente da soma das notas de duas provas cumulativas, N2 – prova 1 e N2 – prova 2, ambas com valor 5,0 (cinco). A prova N2 – prova 1 será individual e sem consulta e a prova N2 – prova 2 será individual e com consulta a um resumo a ser elaborado pelo estudante contendo uma síntese do conteúdo estudado nesse período. Em relação ao resumo a ser consultado nas provas N1 – prova 2 e N2 – prova 2, salientase que o texto deve ser de próprio punho, à caneta e, de nenhuma forma, cópia Xerox, ocupando, no máximo, uma folha A4, frente e verso. O resumo não poderá conter exemplos ou exercícios resolvidos e deverá ser entregue junto com a prova, devidamente identificado. Para aprovação na Disciplina, o aluno deverá obter média harmônica das notas N1 e N2 igual ou superior a 6,0 (seis) e, no mínimo, 75% de presença nas aulas. A média harmônica referida é calculada pela fórmula: MH = 2/(1/N1 + 1/N2).

Ao aluno que não atingir média mínima para aprovação, será oportunizada a recuperação de UMA das notas, N1 ou N2, da que for menor, através da realização de nova prova, com valor 10,0 (dez), na última aula do período letivo. O aluno que, por motivo justificado e comprovado (atestado médico ou atestado da empresa), não realizar uma das provas parciais, poderá obter a nota correspondente N1 ou N2 (apenas uma) através da realização da nova prova no final do semestre, no dia destinado às recuperações. Caso o professor seja informado do não comparecimento, antes da data destinada à prova, havendo disponibilidade por parte do professor, aplicar-se-á a prova em outro horário e turma em que o professor esteja aplicando prova. A calculadora, apesar de importante recurso, não poderá ser utilizada durante as provas. Qualquer caso não expresso aqui deverá ser resolvido entre aluno e professor, com o conhecimento da coordenação do Curso e da direção do CCET.

Bibliografia Básica

ADAMI, A. M. et al. Pré-cálculo. Porto Alegre: Bookman, 2015.

DEMANA, F. D. et al. Pré-cálculo. São Paulo: Addison Wesley, 2009.

PAIVA, M. R. Matemática. V. 1, 2 e 3. São Paulo: Moderna, 1995.

Bibliografia Complementar

ANTON, H.; BIVENS I.; DAVIS, S. Cálculo, um novo horizonte. V. 1, 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

CALDEIRA, A. M. et al. Pré-Cálculo. São Paulo, SP: Thomson, 2006.

DANTE, L. R. Matemática: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2000-2004.

CASTRO BARBOSA, A. C. de, CONCORDIDO, C. F. R. Tutorial de pré-cálculo. Disponível em: <http://www.ime.uerj.br/cake/ensinoepesquisas/publicacoes/>. Acesso em: 18 jul. 2011.
STEWART, J. Cálculo. V. 1, 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, c2010.

15 ANEXO II – Cronograma da disciplina Pré-Cálculo

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL – CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TECNOLOGIA

MAT 0356 – PRÉ-CÁLCULO Profa. Laurete Zanol Sauer (lzsauer@ucs.br)
semestre: 16.2 horário: 27

Apresentamos, no quadro a seguir, o Cronograma de atividades previstas para a Disciplina. Em seguida, apresentamos também os procedimentos para a avaliação da aprendizagem.

No Ambiente Virtual de Aprendizagem, no UCSvirtual, está disponibilizado o Programa completo da Disciplina (no Acervo da Disciplina) contendo informações importantes sobre a mesma. Além disso, no próprio ambiente, há um Cronograma que será atualizado ao longo do semestre, apresentando, inclusive, orientações para atividades a serem realizadas em cada encontro. Assim, mesmo se você precisar faltar uma aula, poderá acompanhar no AVA o que foi feito.

Mantenha-se sempre informado, consultando o Programa e o Cronograma.

As notas de aula estarão disponíveis no Acervo da Disciplina, na pasta 2016/2, na pasta Aulas. O material poderá ser acessado durante as aulas ou impresso, de acordo com a opção de cada estudante. Os que optarem por imprimir o material devem estar cientes que o custo de impressão é por sua conta, uma vez que as cotas de impressão, gerenciadas pelo professor, serão reservadas para provas e trabalhos.

Destacamos que a consulta aos livros indicados na Bibliografia, a participação nas atividades programadas pelo NAEM – Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática especificamente para a Disciplina, a participação nas monitorias e a participação no Sabadão do Pré-Cálculo é muito importante para um bom aproveitamento.

Cronograma de Atividades

	Data	Conteúdos/Atividades de aula
01	22/02	Apresentação da proposta da Disciplina. Funções do 1º grau.
02	29/02	Funções do 2º grau.
03	07/03	Função modular.
04	14/03	Aula de exercícios.
05	21/03	**N1 – prova 1** (Funções do 1º grau; Funções do 2º grau; Função modular)
06	28/03	Funções potência.
07	04/04	Funções polinomiais de grau maior que 2.
08	11/04	Funções polinomiais de grau maior que 2 – continuação.
09	18/04	Composição de Funções e Funções Inversas.
10	25/04	Aula de Exercícios.
	30/04	**(Sabadão do Pré-Cálculo) Exercícios Complementares – atividade presencial, em grupos, com orientação de professores e monitores.**
11	02/05	**N1 – prova 2** (Funções do 1º grau; Funções do 2º grau; Função modular; Funções potência; Funções polinomiais de grau maior que 2; Composição e Funções Inversas)
12	09/05	Funções exponenciais.
13	16/05	Funções logarítmicas.
14	23/05	**N2 – prova 1** (Funções exponenciais; Funções logarítmicas)

15	30/05	**Participação na Semana Acadêmica do CCET.**
16	06/06	Fundamentos de Trigonometria
17	13/06	Funções trigonométricas – seno, cosseno e tangente.
18	20/06	Funções trigonométricas – gráficos de funções trigonométricas obtidas de seno, cosseno e tangente.
19	27/06	Aula de exercícios.
	02/07	**(Sabadão do Pré-Cálculo) Exercícios Complementares – atividade presencial, em grupos, com orientação de professores e monitores.**
20	04/07	**N2 – prova 2** (Funções exponenciais; Funções logarítmicas; Funções trigonométricas; gráficos de funções trigonométricas obtidas de seno, cosseno e tangente)
21	11/07	**Recuperação – atividades de avaliação**

Avaliação

A avaliação, como um processo formativo, acontecerá continuamente no decorrer do semestre. Será considerada, como indicador desse processo, a produção do estudante, observável em provas ou outras tarefas de estudo.

A avaliação do desempenho do estudante terá por base duas notas, **N1** e **N2**.

N1 será proveniente da soma das notas de duas provas cumulativas, N1 – prova 1 e N1 – prova 2, ambas com valor 5,0 (cinco). A prova N1 – prova 1 será individual e sem consulta e a prova N1 – prova 2 será individual e com consulta a um resumo a ser elaborado pelo estudante contendo uma síntese do conteúdo estudado nesse período.

N2 será proveniente da soma das notas de duas provas cumulativas, N2 – prova 1 e N2 – prova 2, ambas com valor 5,0 (cinco). A prova N2 – prova 1 será individual e sem consulta e a prova N2 – prova 2 será individual e com consulta a um resumo a ser elaborado pelo estudante contendo uma síntese do conteúdo estudado nesse período.

Em relação ao resumo a ser consultado nas provas N1 – prova 2 e N2 – prova 2, salienta-se que o texto deve ser de próprio punho, à caneta e, de nenhuma forma, cópia Xerox, ocupando, no máximo, uma folha A4, frente e verso. O resumo não poderá conter exemplos ou exercícios resolvidos e deverá ser entregue junto com a prova, devidamente identificado.

Para aprovação na Disciplina, o aluno deverá obter média harmônica das notas N1 e N2 igual ou superior a 6,0 (seis) e, no mínimo, 75% de presença nas aulas. A média harmônica referida é calculada pela fórmula:

MH = 2/(1/N1 + 1/N2).

O estudante que não atingir média mínima para aprovação, poderá realizar a recuperação de UMA das notas, N1 ou N2, a que for menor, por meio da realização de nova prova, com valor 10,0 (dez), na última aula do período letivo.

O estudante que, por motivo justificado e comprovado (atestado médico ou atestado da empresa), não realizar uma das provas parciais, poderá obter a nota correspondente N1 ou N2 (apenas uma) por meio da realização da nova prova no final do semestre, no dia destinado às recuperações. Caso o professor seja informado do não comparecimento, antes da data destinada à prova, havendo disponibilidade, poderá aplicar a prova em outro horário e turma em que esteja aplicando prova.

A calculadora, apesar de importante recurso, não poderá ser utilizada durante as provas.

Qualquer caso não expresso aqui deverá ser resolvido entre estudante e professor, com o conhecimento da coordenação do Curso e da direção do CCET.

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FUNÇÕES MATEMÁTICAS

BRUNA CAVAGNOLI BOFF

Orientadora: Profª. Drª. Valquíria Villas Boas Gomes Missell
Coorientadora: Profª. Drª. Laurete Zanol Sauer

APRESENTAÇÃO

Caro (a) Professor (a),

Esse material foi preparado para orientar o professor (a) na elaboração de material didático a ser utilizado em aulas e cursos. O texto que constitui este Guia foi escrito a partir de partes da dissertação de mestrado cujo título é "MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica".

Nossa intenção é compartilhar as etapas de elaboração e utilização do mesmo, destacando que, para sua elaboração, procuramos atender necessidades da Educação, principalmente no que diz respeito ao uso estratégias e métodos de ensino. Nesse sentido, optamos por uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), embasada na Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel.

Assim sendo, o Guia está dividido em duas partes. Na primeira parte – Introdução – apresentamos brevemente a Teoria da Aprendizagem Significativa, o que é uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa e mapas conceituais como um instrumento avaliativo. Na segunda parte – Planejamento da UEPS – apresentamos a descrição das etapas que a constituem, bem como um cronograma para a realização das mesmas, seguido da descrição das atividades, experimentos e avaliações realizadas. Esperamos que essas atividades sirvam para nortear o trabalho do professor que quer implementar a UEPS como estratégia de ensino. Essa UEPS pode ser adaptada para qualquer grau de escolaridade ou mesmo para abordar outros temas. Cabe ao professor lapidá-la como julgar melhor.

Ainda, é importante destacar que os prazos estipulados para a realização das tarefas são aproximados, podendo ser maiores ou menores, de acordo com a complexidade ou com o tamanho do material original apresentado ou programado pelo professor. Da mesma forma, os materiais sugeridos podem ser substituídos por materiais alternativos que os laboratórios disponibilizem.

Esperamos que este Guia contribua com novas possibilidades para colegas que desejam encontrar caminhos que qualifiquem o processo de ensino e aprendizagem e, consequentemente melhorem o desempenho de nossos estudantes. Eis aqui nosso principal desafio!

INTRODUÇÃO

Em tempos atuais, é crescente a preocupação de educadores com o interesse, a motivação e a participação ativa do estudante no processo de ensino e aprendizagem sendo autor de sua história na construção do conhecimento.

Prestes e Silva (2009, p. 9) já apontavam que:

> Apesar das mudanças sócio-tecnológicas e comportamentais, a maioria dos professores continua ministrando suas disciplinas de forma tradicional. Os cursos são estruturados a partir de conteúdos programáticos organizados de forma sequencial, fixa, desconectados entre si e distantes da realidade. Uma parte significativa dos professores apresenta dificuldade em desenvolver estratégias didáticas que desenvolvam competências e habilidades, com atividades problematizadoras contextualizadas, utilizando a abordagem de projetos interdisciplinares.

Assim, para oferecer uma alternativa que supere o ensino que tradicionalmente promove uma aprendizagem mecânica, a unidade de ensino, neste trabalho, foi inspirada e baseada teoricamente na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Um dos princípios mais importantes da TAS, segundo Ausubel e colaboradores (1980 apud Moreira, 2006, p.7) pode ser resumido na seguinte proposição:

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.

Quando Ausubel se refere ao que o estudante já sabe, ele está se reportando à estrutura cognitiva já construída, à organização das ideias e ao conhecimento prévio que o indivíduo traz consigo. Também se refere a aspectos da estrutura cognitiva que apoiam a aprendizagem de um novo conhecimento. Fazer a averiguação do que o estudante já sabe não é algo simples, pois implica em desvendar quais conceitos, ideias e conhecimentos estão disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e suas inter-relações e organizações.

Esse conhecimento prévio do indivíduo é denominado por Ausubel (2003) de “subsunçor”. O subsunçor é o conteúdo cognitivo que o estudante constrói no decorrer de sua vida, capaz de exercer um papel de ancoradouro a um novo conhecimento de modo que este tenha significado para o indivíduo. Através da interação dos conceitos mais relevantes da estrutura cognitiva, que são os subsunçores, com a nova informação, é que ocorre a aprendizagem significativa.

Na medida em que um subsunçor não é utilizado frequentemente ocorre a obliteração, que é a perda de discriminação entre significados. Mas, tratando-se de aprendizagem significativa, a reaprendizagem é possível e relativamente rápida. Portanto, "aprendizagem significativa não é, como se possa pensar, aquela que o indivíduo nunca esquece" (MOREIRA, 2012, p. 8).

Mas, para ocorrer a aprendizagem significativa, são necessárias duas condições. A primeira delas é dispor de material instrucional potencialmente significativo, isto é, que o material instrucional seja relacionável com a estrutura cognitiva do estudante. Para que este material seja potencialmente significativo devem ser considerados dois fatores: a natureza do material e a natureza da estrutura cognitiva do estudante. Para Moreira (2009, p. 12):

> [...] quanto à natureza do material, ele deve ser "logicamente significativo" ou ter "significado lógico", e no que se refere à estrutura cognitiva do aprendiz, nela devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material é relacionável.

A segunda condição, que talvez seja mais difícil de ser satisfeita do que a primeira, é que o estudante manifeste disposição para aprende e, assim, tenha interesse em relacionar o novo material à sua estrutura cognitiva. Segundo a visão de Novak e Gowin (1995), a importância da predisposição do estudante para a aprendizagem significativa, está interligada com a integração de pensamentos, sentimentos e ações. Não se trata exatamente de gostar da matéria ou de estar motivado; o estudante deve se predispor a relacionar interativamente os novos conhecimentos aos que já possui na sua estrutura cognitiva, modificando, enriquecendo e dando significado aos mesmos. Sendo assim, o estudante deve ter consciência de que sem compreensão não terá bons resultados na aprendizagem.

Com a intenção de contribuir nesse novo cenário educacional, surge a proposta de construção de UEPS (MOREIRA, 2011). AS UEPS são sequências didáticas teoricamente fundamentadas e direcionadas para a aprendizagem não mecânica e, assim, por ambos os motivos e têm um maior potencial de êxito na ocorrência da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011).

Essas possuem princípios norteadoras tais como: identificação de conhecimentos prévios ou subsunçores, organizadores prévios, situações-problema, diferenciação progressiva, reconciliação integradora e consolidação.

Sendo uma sequência didática, alguns passos devem ser observados na construção de uma UEPS, que Moreira apresenta como:

1. Definição do tópico específico;

2. Criação e proposta de situações em que o estudante possa expressar seu conhecimento prévio;

3. Proposição de situações-problema em nível introdutório, preparando a introdução do conhecimento que pretendemos ensinar;

4. Apresentação de aspectos gerais do conhecimento a ser ensinado, levando em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, com uma visão geral do todo e do que é mais importante na unidade de ensino, por exemplo: uma exposição oral, seguida de atividade colaborativa em pequenos grupos e complementada com uma atividade de apresentação;

5. Retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes em uma nova apresentação em nível mais alto de complexidade;

6. Para conclusão da unidade, retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão, sob uma perspectiva integradora, em níveis mais altos de complexidade em relação às situações anteriores, buscando a reconciliação integrativa. Isso consiste em relacionar conceitos e apontar similaridades e diferenças relevantes, possibilitando a descrição de uma nova realidade perceptível;

7. Avaliação da aprendizagem dos estudantes;

8. Avaliação da UEPS.

Também é importante mencionar que Moreira (2011) estabelece aspectos transversais na elaboração de uma UEPS, destacando que:

i. Em todos os passos da construção devem ser utilizados materiais e estratégias de ensino diversificados. O questionamento, por sua vez, deve ser estimulado e privilegiado, em relação às respostas prontas e deve haver estímulo ao diálogo e à crítica situações-problema, ao longo do trabalho além de valorização das atividades coletivas e individuais.

ii. Em determinadas atividades desenvolvidas ao longo da unidade, podemos solicitar aos estudantes que proponham situações-problema relativas ao conteúdo em estudo, como tarefa de aprendizagem.

iii. Mesmo que a unidade privilegie as atividades colaborativas, as individuais também podem ser consideradas.

Na avaliação de uma UPES devemos buscar evidências da aprendizagem significativa, considerando que este é um processo progressivo e não ocorre apenas no final dessa trajetória (MOREIRA, 2011).

No âmbito de uma UEPS, a avaliação é entendida como busca de evidências da ocorrência da aprendizagem e, para isso, o papel do professor é o de mediador dessa avaliação, focado na captação de significados, visando à aprendizagem não mecânica e, consequentemente, com possibilidade de êxito na ocorrência da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011).

Segundo Moreira (2013), é evidente a potencialidade dos mapas conceituais como estratégia que favorece a aprendizagem significativa, em situação formal de ensino, como instrumento de avaliação da aprendizagem e de análise do conteúdo curricular.

De acordo com Novak e Cañas (2008) os mapas conceituais apresentam os conceitos de forma hierárquica, ligando-se secundariamente a outros conceitos e estabelecendo significado entre eles. Nessa concepção, os mapas conceituais estão restritos ao uso de conceitos.

Este trabalho utiliza como um dos principais métodos de avaliação, mapas conceituais. Segundo Moreira (2012):

> Como instrumento de avaliação da aprendizagem, mapas conceituais podem ser usados para se obter uma visualização da organização conceitual que o aprendiz atribui a um dado conhecimento. Trata-se basicamente de uma técnica não tradicional de avaliação que busca informações sobre os significados e relações significativas entre conceitos-chave da matéria de ensino segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem.

A seguir é apresentado o planejamento da UEPS, com a relação e a descrição das etapas, experimentos, exercícios e avaliações.

PLANEJAMENTO DA UEPS

Descrevemos as atividades realizadas em cada uma das etapas de aplicação da UEPS. Inicialmente, são detalhadas as atividades de planejamento, realizadas nas etapas 1, 2 e 3. Na sequência são descritas as atividades realizadas junto aos estudantes, nas etapas seguintes, já no contexto de cada uma das funções matemáticas abordadas neste estudo, ou seja, das funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica.

Etapa 1: Definição do tópico/conteúdo a ser desenvolvido e proposição dos objetivos conceituais e procedimentais a serem alcançados, conforme os objetivos educacionais de aprendizagem. Neste caso, foram selecionadas as funções de primeiro grau (linear e afim), funções exponenciais e funções logarítmicas.

Como já mencionado na Introdução deste material, a primeira etapa é de seleção e organização dos tópicos escolhidos. Para este planejamento, foi dada ênfase à aplicação dos estudos sobre as funções matemáticas selecionadas, em fenômenos químicos como densidades e cálculo do potencial hidrogeniônico (pH), fenômenos físicos como lei de Ohm, movimento retilíneo uniformemente variado, fenômenos da astronomia e outras áreas afins das Engenharias.

Os conteúdos conceituais programados para serem desenvolvidos a partir das definições das funções, foram: domínio e imagem, crescimento e decrescimento e as formas de representar uma função (verbalmente, algebricamente, numericamente e graficamente), operações básicas entre números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação), zeros de funções, taxas de variação, resolução de equações e de inequações. Conteúdos procedimentais, tais como: construção de gráficos, organização de tabelas, leitura de instrumentos de medida, entre outros, foram explorados nas aplicações das funções, em experimentos em que foi incentivado o trabalho em equipe, nas áreas da Física, Química e outras áreas afins das Engenharias.

As questões mencionadas encontram-se listadas, junto às descrições das etapas em que foram estudadas as função de primeiro grau a função exponencial e a função logarítmica.

Etapa 2: Aplicação de questionário diagnóstico a fim de conhecer o perfil dos estudantes e os subsunçores presentes nas respectivas estruturas cognitivas.

Para essa etapa foi preparado um questionário diagnóstico visando levantar o perfil dos estudantes, com questões de cunho pessoal, que abordavam assuntos sobre a trajetória escolar e perfil atual. Além destas, foram apresentado questões que abordam o conteúdo matemático sobre as funções a serem estudadas, a fim de propiciar que os estudantes exteriorizassem seus subsunçores. Estas foram divididas em dois tipos: resolução de exercícios conceituais, sobre domínio, imagem, crescimento e decrescimento de funções, cálculo de zeros de funções, com base nas respectivas equações; além de exercícios envolvendo tais funções em situações-problema relacionadas a diferentes áreas da Engenharia.

Segue abaixo um modelo de Questionário Diagnóstico:

QUESTIONÁRIO

Nome:____
E-mail:____
Curso de graduação em que está matriculado na UCS:________________________
Onde você cursou o ensino fundamental? ____________________________
Onde você cursou o ensino médio? ________________________________
Em que turno você estudou no ensino médio? Diurno ou Noturno?__________________
Você foi reprovado em algum ano no ensino médio? Se sim, em qual ano?______________
Em que ano concluiu o ensino médio?________________________________
Em que ano você ingressou na UCS?_________________________________
Esta é a primeira vez que você cursa Pré Cálculo? Se não é a primeira vez, quantas vezes você já cursou Pré Cálculo, anteriormente?_____________________________________
Você trabalha? Onde? Quantas horas por semana?__________________________

QUESTÕES DE MATEMÁTICA

IMPORTANTE - Para cada uma das questões a seguir apresente a resolução *detalhada* no verso das páginas. Caso você não consiga responder alguma das questões a seguir justifique o motivo (por exemplo, não me lembro deste conteúdo, nunca aprendi este conteúdo no ensino médio, lembro de ter visto este conteúdo no ensino médio, porém não tão aprofundado, ou outro).

Questão 01. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

Construa a curva característica (V x i) deste condutor e classifique-o em ôhmico ou não ôhmico.

Questão 02. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

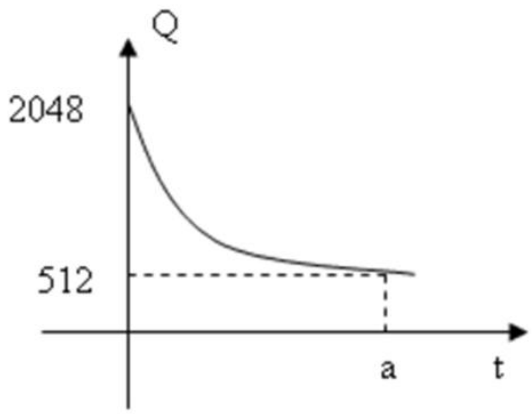
<u>Questão 03.</u> Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

<u>Questão 04.</u> Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes**.** Explique como pensou:

a) $f(x) = 4^x$
b) $f(x) = e^x$
c) $f(x) = (0{,}01)^x$
d) $f(x) = e^{-3x}$
e) $f(x) = 2^{-x}$
f) $f(x) = \log_3 x$
g) $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$
h) $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$
i) $f(x) = \log_5(x-1)$

<u>Questão 05.</u> O número de bactérias em uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

<u>Questão 06.</u> Certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei **Q(t) = K.**$2^{-0,5t}$, em que **K** é uma constante, *t* indica o tempo em minutos e *Q(t)* indica a quantidade da substância, em gramas, no instante *t*. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de *K* e de *a*.



<u>Questão 07</u>. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde M é a magnitude do terremoto, A é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $\boldsymbol{M_1}$ = 8 e $\boldsymbol{M_2}$ = 6. As magnitudes $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

O questionário deve ser entregue no primeiro dia de aula sobre o tema escolhido. Os estudantes podem respondê-lo em casa, e entregá-lo na segunda aula, bem como respondê-lo durante a primeira aula.

Importante destacar que essa avaliação também visa auxiliar a pesquisadora na organização das atividades que serão oferecidas aos estudantes, situando-a quanto à forma de iniciar a abordagem dos conceitos a serem trabalhados.

Etapa 3: Planejamento das situações-problema/ experimentos e atividades, com base na análise do questionário diagnóstico, levando em consideração o perfil dos estudantes e os respectivos subsunçores.

Nesta etapa o/a professor/a coleta os dados obtidos, para conhecer o perfil dos estudantes e analisar as resoluções das questões sobre as funções escolhidas.

Com esta análise, é possível conhecer alguns subsunçores apresentados pelos estudantes. Os que foram identificados na pesquisa realizada são discutidos no capítulo destinado à análise da aplicação da UEPS.

Com base nesses resultados, é feita uma pesquisa de situações-problemas/experimentos em nível crescente de complexidade e que abordem assuntos de interesse, neste caso, assuntos ligados à Engenharia. Na sequência, é feito o planejamento das situações-problema/experimentos e atividades a serem realizadas e é organizado o material didático.

Etapa 4: Seleção e estudo da primeira situação-problema/experimento. Planejamento de questionamentos sobre os conteúdos conceituais, a serem feitos ao longo da resolução da situação-problema/experimento, seleção de textos e slides sobre o assunto estudado para retomada de aspectos estruturadores. Seleção de exercícios a serem propostos.

Etapa 5: Seleção e estudo da segunda situação-problema/experimento, em nível crescente de dificuldade em relação à primeira, a ser proposta aos estudantes com o mesmo assunto e formato da etapa quatro.

Etapa 6: Seleção e estudo da terceira situação-problema/experimento mais complexa a ser proposta aos estudantes para finalizar o assunto trabalhado nas etapas quatro e cinco, tendo em vista que essa situação requer comparações e novas relações com o conhecimento a ser construído visando promover a reconciliação integradora.

Etapa 7: Retomada de aspectos estruturantes dos conteúdos da UEPS em nova apresentação por meio de exposição dialogada.

Etapa 8: Planejamento da avaliação da aprendizagem, a ser realizada em vários momentos e de diferentes formas. Planejamento de produção de mapas conceituais antes e depois da aplicação da UEPS, a fim de analisar se os estudantes conseguiram organizar seus conhecimentos na estrutura cognitiva. Programação da realização de registros das manifestações dos estudantes em relação à compreensão ou dificuldades encontradas durante a realização das situações-problema vivenciadas na UEPS. Avaliação final individual a ser realizada com questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados.

Com base nesse planejamento, a partir da etapa 4, essa UEPS pode ser realizada em um cronograma de seis encontros, de duas horas e quarenta e cinco minutos cada um, de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: Cronograma sugestivo dos encontros promovidos para o desenvolvimento da UEPS

Encontro	**Momentos das etapas da UEPS**
1	Função Linear: primeira situação-problema **- Etapa 4**
2	Função Afim: segunda situação-problema **- Etapa 5**
3	Função Afim: terceira situação-problema e avaliação **- Etapas 6, 7 e 8**
4	Função Exponencial e Logarítmica: primeira situação-problema **- Etapa 4**
5	Função Exponencial e Logarítmica: segunda situação-problema **- Etapa 5**
6	Função Exponencial e Logarítmica: terceira situação-problema e avaliação **- Etapas 6, 7 e 8**

A seguir, são apresentadas e detalhadas todas as atividades promovidas em cada um dos encontros nos quais foram cumpridas as etapas 4, 5, 6, 7 e 8, que são as de execução.

Encontro 1 – Função Linear: primeira situação-problema - Etapa 4

No primeiro encontro com os estudantes, o conteúdo abordado foi Função de Primeiro Grau, mais especificamente função linear. Inicialmente foi solicitada a construção de um mapa conceitual da Função de Primeiro Grau, com o intuito de contemplar os subsunçores presentes na estrutura cognitiva de cada estudante.

Assim, neste encontro, foi trabalhada a função linear, expressa por: $y = ax$, onde y é a variável dependente, x é a variável independente e a é um número real diferente de zero denominado coeficiente angular da função. Inicialmente, no laboratório de Física, foi entregue aos estudantes o seguinte roteiro para realizarem um experimento sobre a lei de Ohm:

Experimento sobre a Lei de Ohm

I. Objetivo:

Determinar, através de curvas I em função de V, características físicas dos resistores de carbono.

II. Material

3 resistores de carbono

1 fonte de tensão variável

2 multímetros (a serem usados como voltímetro e amperímetro)

III. Procedimento Experimental

1. Varie a tensão da fonte, anotando os valores da diferença de potencial V e respectivos valores da corrente elétrica I para o resistor vermelho. Registre 10 pares de (V, I).
2. Após registrar 10 pares de (V, I), substitua o resistor vermelho pelo resistor azul e obtenha 10 pares de (V, I) para este resistor.
3. Finalmente, substitua o resistor azul pelo resistor verde e obtenha 10 pares de (V, I).

IV. Questões

1. Em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, faça um gráfico de I em função de V com os dados obtidos para os três resistores, usando a mesma escala para os três.
2. Comente sobre os gráficos obtidos: (a) há algo comum entre eles? (b) em caso afirmativo, você saberia justificar o "modelo" dos gráficos obtidos?
3. A partir dos gráficos obtidos, por meio dos pares ordenados (V,I), em cada caso, tente enunciar uma "fórmula" que descreva os resultados desses experimentos.

A lei de Ohm é uma lei empírica da Física, na forma de uma função linear que relaciona a tensão elétrica (*V*), a resistência elétrica (*R*) e a corrente elétrica (*i*) na forma $V = Ri$, onde *V* é a variável dependente e *i* a variável independente. Para a realização deste roteiro, os estudantes utilizaram uma fonte de tensão, resistores de carbono, fios elétricos para fazer as conexões, um voltímetro e um amperímetro.

Com os dados obtidos para a tensão e para a corrente elétrica, os estudantes constroem gráficos e podem confirmar a dependência entre essas grandezas físicas.

Após o experimento, é sugerida uma discussão, na forma de aula expositiva dialogada sobre funções lineares, para formalizar o conceito e suas várias representações, levando em consideração os subsunçores identificados nas respostas apresentadas ao questionário diagnóstico, bem como nas atividades realizadas e no aproveitamento demonstrado pelos estudantes.

Visando à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa, ao final do encontro, uma lista com exercícios sobre a função linear pode ser proposta e resolvida pelos participantes.

Nosso objetivo, ao abordar tais questões, logo após a realização do experimento e discussões relacionadas, foi o de apresentar situações-problema contextualizadas, junto às questões conceituais, conforme o referencial teórico que subsidia esta pesquisa.

Questões propostas:

<u>Questão 01.</u> Em um mesmo sistema cartesiano, construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $g(x) = -2x$
c) $h(x) = \frac{x}{2}$
d) $q(x) = 6x$

<u>Questão 02.</u> Considerando as funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

<u>Questão 03.</u> Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

Construa a curva característica (V x i) deste condutor, determine a lei da função que a representa e identifique a resistência.

Questão 04. Um automóvel passa por um ponto A, dirigindo-se a um ponto B, distante 330 km de A. A função que mede a distância (em quilômetros) em função do tempo (em horas) do automóvel ao ponto A é s(t) = 120 t.

a) Após 30 min de ter passado pelo ponto A, a que distância o automóvel estará desse ponto?

b) Quanto tempo levará o automóvel para ir de A até B?

Questão 05. Considere a seguinte tabela de preções de uma empresa de fotocópia:

Até 40 cópias	R$ 0,08 por cópia
Acima de 40 cópias	R$ 0,04 por cópia

a) Determine o valor a ser pago pela reprodução de 20, 40, 41 e 80 cópias do mesmo original.

b) Escreva uma expressão para a função P que defina o preço pago pela reprodução de x cópias do mesmo original.

c) Desenhe o gráfico da função P(x).

Encontro 2 – Função Afim: segunda situação-problema - Etapa 5

Neste segundo encontro, foi estudada a função afim, representada por: $y = ax + b$, em que y é a variável dependente, x é a variável independente e a e b são números reais diferentes de zero denominados, respectivamente, coeficiente angular e coeficiente linear da função. Seguiu-se, desta forma, de acordo com a recomendação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Este encontro teve início no laboratório de Química, onde foi realizado um experimento sobre a solubilidade da ureia na água, cujo roteiro apresentamos a seguir.

<u>Experimento sobre a Densidade da Solução</u>

I. Objetivo:

Determinar, através dos dados de densidade, massa e volume extraídos da mistura da água com a ureia, a curva d em função de m, características químicas da densidade dessa solução.

II. Material

- 1 Balança
- 4 Provetas – 50 mL
- 4 Becker
- 4 Bastões de Vidro
- 200 mL de Água Destilada
- 50 g de Ureia

III. Procedimento Experimental

1. Inicialmente pese as massas de ureia (5g, 10g, 15g e 20g) para realizar as medidas, reserve as quantidades para a experimentação em diferentes recipientes (Becker) identificados de acordo com a massa contida.

2. Identificar as provetas para cada experimento. Pesar as provetas vazias e anotar os valores.

3. Em seguida, adicione a porção reservada de 5g de ureia no Becker e acrescente um pouco de água (até 30mL) para dissolver toda a ureia, utilize o bastão de vidro para misturar a solução. Após colocar a mistura em uma proveta, complete com a água destilada até atingir um volume equivalente a 50mL.

4. Pesar a massa da solução desta proveta. E fazer as anotações.

5. Repetir os procedimentos 3 e 4 para 10g, 15g e 20g de ureia.

6. A partir dos dados obtidos experimentalmente e dos conhecimentos de Química os estudantes deverão preencher a tabela que segue:

Massa de Ureia (*g*)	Massa da Proveta vazia (*g*)	Massa da Proveta com a Solução (*g*)	Massa da Solução (*g*)	Volume da Solução (*mL*)	D Sol
5					
10					
15					
20					

IV. Questões

1. Em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, faça um gráfico de d em função de m com os dados obtidos para as quatros soluções, usando a mesma escala para os três.

2. Comente sobre os gráficos obtidos:

(a) passa na origem?
(b) existem interceptos com os eixos?
(c) se sim, qual o ponto que expressa esse intercepto?
(d) você saberia identificar qual função representa o “modelo” do gráfico obtido?

3. A partir do gráfico obtido, por meio dos pares ordenados (m,d), em cada caso, tente enunciar uma “fórmula” que descreva o resultado desse experimento.

Esta lei empírica da Química é uma função afim que relaciona a densidade da mistura (*D*), a quantidade de massa em gramas da ureia (*g*) e densidade da água destilada (*d*), sendo expressa por $D(g) = (g/50) + d$, onde *D* é a variável dependente e *g* a variável independente.

Com os dados obtidos, os estudantes constroem uma tabela com as informações coletadas e, após, os respectivos gráficos da densidade em função da quantidade de ureia. Com isso, obtemos uma ilustração da função afim, bem como de seus termos e respectivos significados matemáticos no contexto do experimento.

Como no caso da função linear, após o experimento, sugerimos promover uma discussão para formalizar o conceito, suas várias representações, com base nas atividades realizadas e verificar o aproveitamento dos estudantes no experimento realizado. Também ao final do encontro, uma lista de oito exercícios sobre a função afim é proposta para ser resolvida pelos participantes.

Exercícios sugeridos:

Exercícios

Questão 01. Em um mesmo sistema cartesiano, construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$

b) $g(x) = -2x + 3$

c) $h(x) = \frac{x}{4} - 1$

d) $q(x) = -3x + \frac{4}{5}$

e) $t(x) = 6x - 5$

Questão 02. Considerando as funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

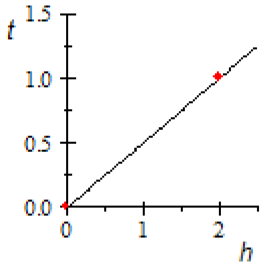
Questão 03. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

Questão 04. Um experimento da área de Agronomia mostra que a temperatura mínima da superfície do solo *t(x)*, em °C, é determinada em função do resíduo *x* de planta e biomassa na superfície, em g/m^2, conforme registrado na tabela seguinte:

x (g/m²)	10	20	30	40	50	60	70
$t(x)$ (°C)	7,24	7,30	7,36	7,42	7,48	7,54	7,60

Analisando os dados acima, qual a lei da função que melhor representa este experimento?

Questão 05. Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetro, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico, resulta a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo (*t*) e altura (*h*), qual será a altura da planta no trigésimo dia?



Encontro 3 – Função Afim: terceira situação-problema e avaliação – Etapas 6, 7 e 8

O terceiro encontro é dividido em duas partes. Primeiramente, damos continuidade ao estudo da função afim, mais uma vez seguindo a recomendação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a UEPS vai sendo desenvolvida. Para tanto, foi realizado um experimento sobre Movimento Retilíneo Uniformemente Variado, regido pela equação $v = v_o + at$, que relaciona a velocidade final (v), a velocidade inicial (v_o), a aceleração (a) e o tempo (t), onde v é a variável dependente, t a variável independente, e v_o e a são, respectivamente, o coeficiente linear e o coeficiente angular da função. Foram sugeridos recursos da Web 2.0[1], mais especificamente, os seguintes aplicativos: Cálculo da função horária da velocidade da Microsoft Corporation, um aplicativo para ser usado no computador conforme ilustra a Figura 1; e Fiza MRUV - App para Física, aplicativo gratuito disponível no sistema Android Play Store.

Figura 1: Aplicativo disponível na Microsoft Corporation.

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

O conceito de velocidade foi explorado como função do tempo, por meio de abordagens algébrica, numérica, verbal e gráfica, o que permitiu aos estudantes, comprovar experimentalmente que a velocidade em um movimento retilíneo uniformemente variado é uma função afim.

Na segunda parte desse encontro, de acordo com o cronograma apresentado, foram trabalhadas as etapas 7 e 8, com a realização das atividades conforme segue.

[1] Web 2.0 é um termo usado para designar uma segunda geração de comunidades e serviços oferecidos na internet, tendo como conceito a Web e por meio de aplicativos baseados em redes sociais e tecnologia da informação**.** Com o aparecimento da Web 2.0, muitos websites deixaram de ser estruturas rígidas e estáticas e passaram a ser plataformas onde pessoas podem contribuir com o seu conhecimento para o benefício de outros utilizadores e visitantes. Assim, a Web 2.0 potencia e facilita a construção de conhecimento, tendo um impacto na educação.

Etapa 7: Dando continuidade ás atividades realizadas no terceiro encontro, devem ser retomadas questões relevantes e aspectos dessas funções, por meio de exposição dialogada, levando em consideração dúvidas e questionamentos apresentados. Todas as situações-problema foram propostas em níveis crescentes de complexidade, destacando semelhanças e diferenças, propiciando a ocorrência de conflitos cognitivos, por meio das situações e exemplos trabalhados, os quais visaram promover a reconciliação integradora, bem como a consolidação do conhecimento sobre a função linear e a função afim.

Etapa 8: Uma avaliação final individual, contendo questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados, foi realizada, e novos mapas conceituais foram solicitados sobre função de primeiro grau.

Questões propostas na avaliação:

AVALIAÇÃO

Questão 01. Construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $h(x) = \frac{x}{2}$
c) $i(x) = 6x$
d) $g(x) = \frac{x}{4} - 1$
e) $t(x) = -3x + \frac{4}{5}$
f) $q(x) = 6x - 5$

Questão 02. Considerando cada uma das funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

Questão 03. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8
V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0

Construa a curva característica (V x i) deste condutor, determine a lei da função que a representa e determine a resistência.

Questão 04. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

Questão 05. Um automóvel passa por um ponto *A*, dirigindo-se a um ponto *B*, distante 330 *km* de *A*. A função que representa a distância (em quilômetros) em função do tempo (em horas) do automóvel ao ponto *A* é $s(t) = 120\,t$.

a) Após 30 min de ter passado pelo ponto *A*, a que distância o automóvel estará desse ponto?
b) Quanto tempo levará o automóvel para ir de *A* até *B*?

Questão 06. Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

Questão 07. Um biólogo cultiva duas folhagens *A* e *B* de mesma espécie usando um vaso para cada uma, contendo adubos distintos. O crescimento das plantas é dado respectivamente pelas funções $h_A = t + 1$ e $h_B = 2t + 1$, onde *t* repeseta o tempo em dias e *h* representa a altura em centímetros.

a) Desenhe o gráfico de ambas as funções no mesmo plano cartesiano.
b) Qual é a altura atingida pelas plantas em dois dias?
c) Em algum momento as plantas possuem a mesma altura? Quando?
d) Em qual momento a diferença entre as alturas é de 4 centímetros?

Questão 08. Um fio de alumínio tem 90,0855 m de comprimento à temperatura de 60°C e 90,1197 m à temperatura de 80°C.

a) Encontre uma expressão linear para a função *L(T)*.
b) Determine *m*, o coeficiente de dilatação linear do alumínio.

Questão 09. A razão entre a tensão de saída e a tensão de entrada de um amplificador transistorizado é denominada *ganho G* e depende da temperatura de funcionamento *T*. um estudante do curso de Engenharia de Automação verifica que o ganho para certo amplificador é 30,2 à temperatura de 15°C e 37,7 à temperatura de 65°C. Supondo que, nessa faixa de temperatura, o comportamento do ganho *G* em função da temperatura *T* é modelado por uma função linear, determine:

a) Uma expressão para *G* em função de *T*;
b) O ganho do amplificador quando sua temperatura é de 30°C;

Tabela 01

x	f(x)
-1	10
0	11
1	14
2	12
3	16

Tabela 02

x	f(x)
-1	-1,2
0	-2,2
1	-3,2
2	-4,2
3	-5,2

Tabela 03

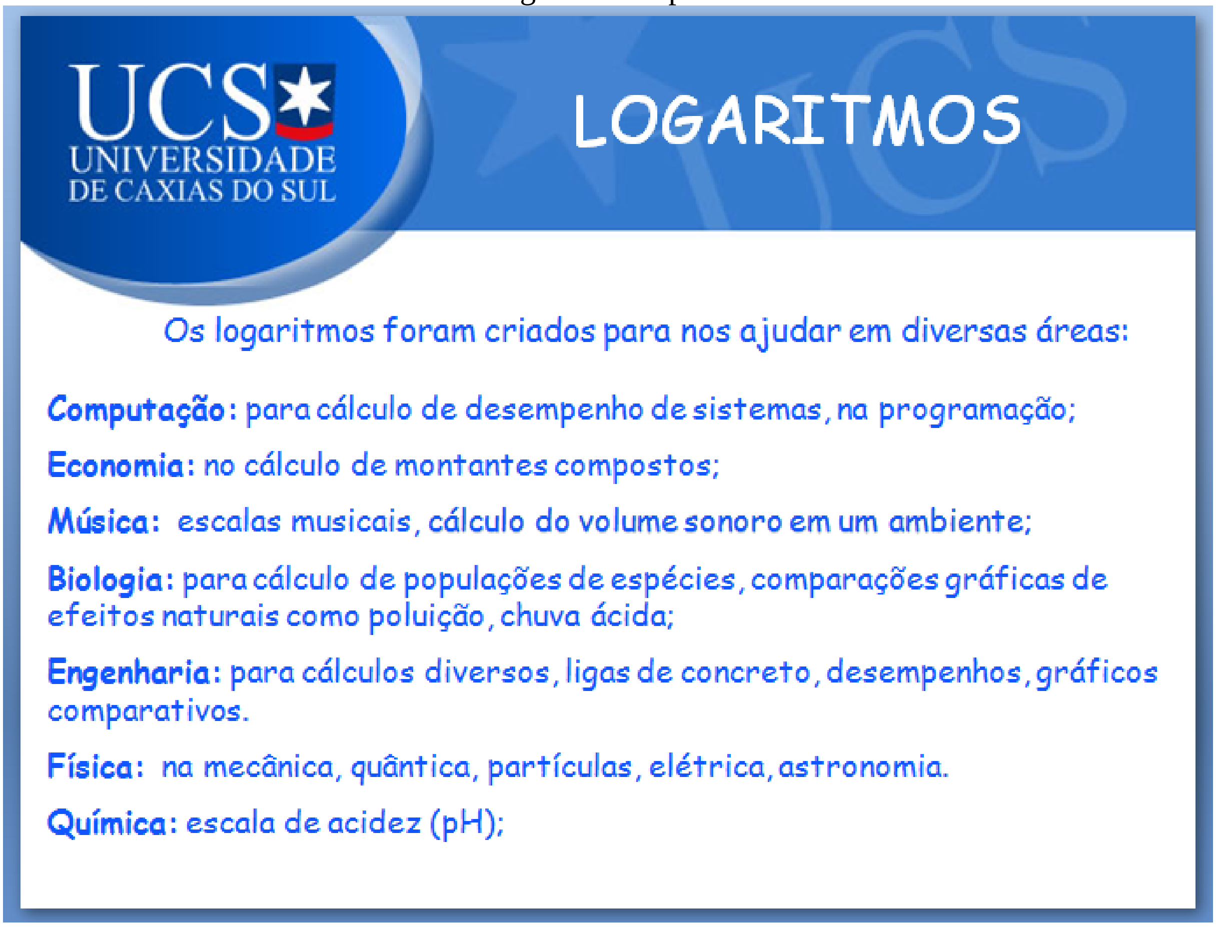
x	f(x)
-1	-2
0	0
1	2
2	6
3	8

Encontro 4 – Função Exponencial e Logarítmica: primeira situação-problema - Etapa 4

No quarto encontro da UEPS, foram trabalhadas as funções exponencial e logarítmica. Inicialmente foi solicitada a construção de dois mapas conceituais, um sobre função exponencial e outro sobre função logarítmica, com o intuito de confirmar, ou mesmo identificar novos subsunçores, alguns dos quais, já levantados por meio do questionário diagnóstico.

Na sequência, por meio de uma breve aula expositiva-dialogada foi feita uma apresentação de slides sobre as funções exponenciais e logarítmicas, abordando aplicações dessas funções nas diferentes áreas do conhecimento, tais como: Computação, Economia, Música, Biologia, Engenharia, Física, Química, entre outras. Na Figura, mostramos um dos slides apresentados.

Figura: Exemplo de slides.



Fonte: Elaborado pela Autora, 2016

Nesse encontro, foram explorados fenômenos e conceitos descritos pela função logarítmica, envolvendo as áreas de Geofísica e Astronomia. Houve breve explanação sobre a relação do fenômeno terremoto com a função logarítmica, com o intuito de motivar os estudantes para as atividades que viriam a seguir. Terremoto é um fenômeno natural, caracterizado por um forte tremor de terra, resultante de fatores como o encontro de diferentes placas tectônicas (blocos que formam a crosta terrestre), falhas geológicas, ou ainda, atividade vulcânica. A magnitude de um terremoto é medida em graus, utilizando a escala Richter. Esta magnitude é uma medida quantitativa do "tamanho" de um terremoto. Ela está relacionada com a amplitude das ondas registradas por um equipamento adequado e também com a energia liberada. A energia liberada em um abalo sísmico é um fiel indicador do poder destrutivo de um terremoto. A relação entre a magnitude M (graus) de Richter e a energia liberada (E) é dada por $M = 2/3log(E/E_o)$, sendo $E_o = 7.10^{-3}kWh$.

Em seguida, breve exposição sobre Astronomia relacionada com a função logarítmica. Na relação feita, o conceito abordado foi de magnitude[2] dos corpos celestes. Estes, por exemplo, as estrelas, emitem uma grande quantidade de energia. A energia emitida pelo corpo celeste e que chega ao observador na Terra é denominada "intensidade". Ao observarmos a intensidade de uma "estrela", o nosso olho percebe a energia em uma escala logarítmica. Para que os estudantes conhecessem um pouco mais destes conceitos foi solicitado que procurassem na internet alguns corpos celestes e sua intensidade e calculassem a magnitude de cada um utilizando a relação apresentada pela equação $m = -2,5log\ I + C$, onde m refere-se à magnitude do corpo celeste, I à intensidade desse corpo e C é uma constante em função do mecanismo utilizado para obtermos a informação da intensidade. Com os dados obtidos, os estudantes são incentivados a construir gráficos de magnitude dos corpos celestes, em função do brilho e podem confirmar e determinar a dependência entre essas grandezas. Após o experimento, sugerimos aula expositiva dialogada sobre funções logarítmicas para formalizar o conceito e suas várias representações e exemplos, complementados pela realização de exercícios de aprendizagem.

---

[2] Magnitude é a escala logarítmica da intensidade de um objeto celeste. É medida em um determinado comprimento de onda ou banda passante, geralmente em comprimentos de onda óticos ou infravermelho próximo.

Exercícios sugeridos:

EXERCÍCIOS

Questão 01. Construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as como crescentes ou decrescentes**.** Explique como pensou:

a) $f(x) = \log x$

b) $g(x) = \log_2 \frac{x}{2}$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$

d) $i(x) = 2.\log_5 x$

e) $j(x) = 1 + \log x$

Questão 02. Estabeleça o domínio de cada uma das funções seguintes, definidas por:

α) $y = \log_5(x-1)$

β) $y = \log_{\frac{1}{2}}(3x-2)$

χ) $y = \log_x(x+3)$

δ) $y = \log_{x-1}(-3x+4)$

Questão 03. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde M é a magnitude do terremoto, A é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $\boldsymbol{M_1} = 8$ e $\boldsymbol{M_2} = 6$. As magnitudes $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

Questão 03. O nível sonoro N (em decibéis) e a intensidade I (em watts por centímetros quadrado) estão relacionados por $N = 1{,}6 + \frac{1}{10}\log(I)$.

a) Calcule o nível sonoro N correspondente ao barulho provocado por tráfego pesado de veículos, cuja intensidade é estimada em 10^{-8} W/cm².

b) Calcule a intensidade sonora I correspondente ao liminar de dor, que é cerca de 120 dB.

Questão 04. A lei seguinte representa uma estimativa sobre o número de funcionários de uma empresa, em função do tempo t, em anos (t = 0, 1, 2,...), de existência da empresa: $f(t) = 400 + 50.\log_4(t+2)$.

a) Quantos funcionários a empresa possuía na sua fundação?

b) Quantos funcionários foram incorporados à empresa do 2º ao 6º ano? (Admita que nenhum funcionário tenha saído.)

c) Calcule a taxa média de variação do número de funcionários da empresa do 6º ao 14º ano.

Questão 05. Para determinar a rapidez com que se esquece de uma informação, foi efetuado um teste em que listas de palavras eram lidas a um grupo de pessoas e, num momento posterior, verificava-se quantas dessas palavras eram lembradas. Uma análise mostrou que, de maneira aproximada, o percentual *S* de palavras lembradas, em função do tempo *t*, em minutos, após o teste ter sido aplicado, era dado pela expressão: $S = -18.\log(t+1) + 86.$

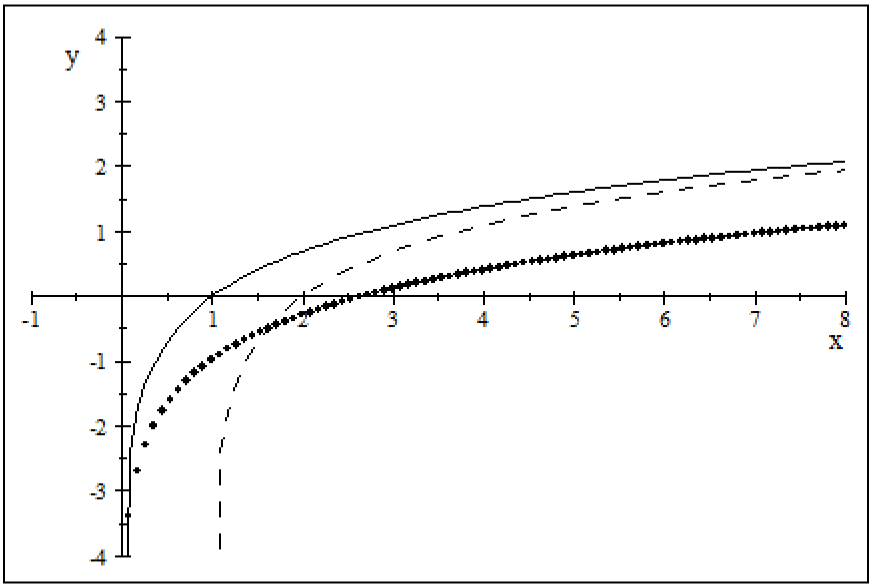
a) Após 9 minutos, que percentual da informação inicial era lembrado?
b) Depois de quanto tempo o percentual *S* alcançou 50%?

Questão 06. Uma unidade de medida muito utilizada, proposta originalmente por Alexandre Graham Bell (1847 – 1922) para comparar as intensidades de duas ocorrências de um fenômeno é decibel (dB). Em um sistema de áudio, por exemplo um sinal de entrada, com potência P_1, resulta em um sinal de saída, com potência P_2. Quando $P_2 > P_1$, como em um amplificador de áudio, diz-se que o sistema apresenta um ganho, em decibéis, de: $G = 10.\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$.

Quando $P_2 < P_1$, a expressão acima resulta em um ganho negativo, e diz-se houve uma atenuação do sinal. Desse modo:

a) Para um amplificador que fornece uma potência P_2 de saída igual a 80 vezes a potência P_1 de entrada, qual é o ganho em dB?
b) Em uma linha de transmissão, na qual há uma atenuação de 20 dB, qual a razão entre as potências de saída e de entrada, nesta ordem? Dado: log 2 = 0,30.

Questão 07. Considere no mesmo sistema de eixos os gráficos das funções $f(x) = \log x$, $g(x) = \log(x-1)$ e $\log x - 1$, conforme ilustra a figura abaixo. Identifique cada função no gráfico, justificando sua resposta.



Encontro 5 – Função Exponencial e Logarítmica: segunda situação-problema - Etapa 5

No quinto encontro, damos continuidade à UEPS, com o estudo da Função Exponencial, mais uma vez de acordo com a orientação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando, à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Para tal, esse encontro pode ser no laboratório de Física, com a realização de um experimento sobre carga e descarga de capacitores.

Nesse experimento, o objetivo foi o de investigar o comportamento de carga e descarga de um capacitor, visando, em primeiro lugar, à determinação das constantes R e C do circuito, bem como à análise gráfica das curvas de carga e descarga, utilizando o programa Data Studio. Para cada circuito RC (Circuito Resistivo – Capacitivo) há um tempo característico, $\tau = RC$, denominado constante de tempo capacitiva. Quando $t = \tau = RC$ a carga do capacitor atinge 63% do seu valor máximo. As equações que descrevem o comportamento da carga e da corrente elétrica neste circuito são as seguintes:

$$q(t) = \varepsilon C(1 - e^{-t/RC})$$
$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}$$

Ou seja, trata-se de funções com componentes exponenciais, onde a variável independente, nas duas equações, é o tempo *t* e as variáveis dependentes são a carga *q*, no capacitor, e a corrente elétrica *i*.

O material utilizado é o programa DataStudio[3], um capacitor, uma lâmpada de 5 volts, uma bateria de 6 volts, um sensor do cabo tipo banana-banana com interface, dois cabos pretos do tipo banana-banana, dois cabos vermelhos do tipo banana-banana e duas garras jacarés. O roteiro deste experimento é descrito a seguir:

Experimento sobre Carga e Descarga de um Capacitor.

I. Objetivo:

Neste experimento, investigamos o comportamento de carga e descarga de um capacitor, visando, em primeiro lugar, à determinação das constantes R e C, do circuito, bem como análise gráfica das curvas de carga e descarga, utilizando o programa Data Studio.

[3] O DataStudio é um programa de aquisição, exibição e análise de dados. O software trabalha com sensores e interfaces PASCO para coletar e analisar dados. O DataStudio pode ser usado para criar e realizar experimentos de ciências em geral, biologia, química e física para todos os graus escolares.

II. Material

- Programa DataStudio
- 1 capacitor
- 1 lâmpada 5V
- 1 bateria 6V
- 1 sensor de banana banana com interface
- 2 cabo preto banana banana
- 2 cabo vermelho banana banana
- 2 jacarés

III. Procedimento Experimental

1. Monte um circuito capacitor-bateria tomando o cuidado de ligar o terminal negativo da bateria ao polo negativo do capacitor. Os cabos do sensor devem ser conectados em paralelo com o capacitor. Faça o registro do processo de carregamento do capacitor.
2. Monte um circuito RC onde a lâmpada e o capacitor estão associados em série entre eles. Os cabos do sensor devem continuar conectados em paralelo com o capacitor. Faça o registro do processo de descarga do capacitor.
3. Anote alguns pontos desta curva de tanto no processo de carga e de descarga do capacitor.

IV. Questão para discussão

1. Ao executar o experimento e analisar o comportamento do fenômeno no programa DataStudio, que função matemática representa melhor a carga e descarga do capacitor?

2. Do que você conhece sobre essa função matemática quais características são perceptíveis no gráfico construído pelo programa DataStudio?

3. Escreva uma equação que represente este experimento.

Com os dados obtidos, os estudantes observaram os gráficos da carga e descarga do capacitor em função da tensão elétrica que o programa DataStudio reproduziu, o que favoreceu o reconhecimento da função exponencial.

Após o experimento, sugerimos aula expositiva dialogada sobre funções exponenciais, para formalizar o conceito e suas várias propriedades como interceptos com os eixos, os fatores que influenciam nos deslocamentos da função no gráfico, assíntota, domínio, conjunto imagem e classificação da função em crescente ou decrescente. Visando à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa, ao final dos encontros, uma lista de oito exercícios sobre as funções estudadas foi proposta e resolvida pelos participantes.

Exercícios propostos:

<u>Questão 01.</u> Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes. Explique qual foi seu raciocínio na resolução de cada uma das alternativas:

a) $f(x) = 4^x$

b) $f(x) = e^x$

c) $f(x) = (0{,}01)^x$

d) $f(x) = 2^{-x}$

e) $f(x) = \log_3 x$

f) $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$

g) $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$

h) $f(x) = \log_5(x-1)$

<u>Questão 02.</u> Construa o gráfico das seguintes funções e determine o domínio e imagem.

a) $f(x) = \log x$

b) $g(x) = \log(x-1)$

c) $j(x) = \log x - 1$

d) $m(x) = \log_2 x$

e) $o(x) = \frac{1^x}{2}$

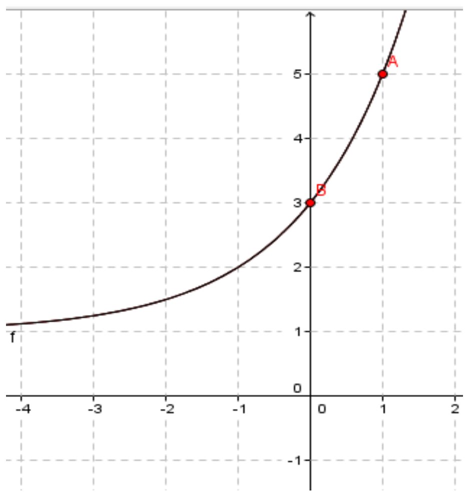
f) $l(x) = 2^x$

g) $i(x) = 2^x - 1$

h) $h(x) = 2^x + 1$

<u>Questão 03.</u> O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão $N(t) = 1200.\ 2^{0{,}4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

<u>Questão 04.</u> O gráfico abaixo representa a função *f*: R→R cuja lei é $f(x) = a + b.2^x$, sendo *a* e *b* constantes positivas:



a) Determine *a* e *b*.

b) Qual é o conjunto imagem de *f*?

c) Calcule *f(-2)*?

<u>Questão 05.</u> O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: $T(t) = T_A + \alpha.3^{\beta t}$, onde:

- *T(t)* é a temperatura do corpo em graus Celsius, no instante *t*, dado em minutos;
- T_A é a temperatura ambiente, suposta constante;
- α e β são constantes.

O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de -18°C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0°C após 90 minutos e chegou a -16°C após 2770 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes α e β.

b) Determine o valor de *t* para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $(\frac{2}{3})$°C superior à temperatura ambiente.

Questão 06. A pressão atmosférica *P* (em qualquer unidade de medida) na altura *h* (em metros), acima da superfície da Terra, pode ser aproximada por $P(h) = P_0 e^{-1{,}25.10^{-4}h}$, onde P_0 é a pressão atmosférica, no nível do mar.

a) Se você for ao topo do Pico da Neblina (AM), ponto mais alto do Brasil, com altura de 2.994 m, qual será a pressão atmosférica, em percentual, com relação à pressão no nível do mar? Considere $P_0 = 1\ atm$.

b) A pressão atmosférica na altitude de cruzeiro de um avião comercial é de 22% da pressão ao nível do mar. Qual é sua altitude?

Questão 07. Um ciclista decide descer uma ladeira sem acionar os freios. A velocidade *v* (em metros por segundo) do ciclista é monitorada e é dada por $\boldsymbol{v(t) = 20{,}83(1 - e^{-1{,}875t})}$, onde *t* é o tempo (em segundos).

a) Calcule a velocidade nos instantes *t* = 0,1 e *t* = 3 segundos.

b) Calcule exatamente o instante em que a velocidade é de 20 m/s.

c) Confirme os seus cálculos assinalando os elementos obtidos na figura acima.

d) Descreva o que acontece com a velocidade do ciclista à medida que o tempo passa.

Questão 08. Quando uma tensão elétrica constante *U* (em volts) é aplicada a um circuito constituído por um resistor (de resistência *R*, em ohms) e um capacitor (de capacitância *C*, em farads) ligados em série, a corrente elétrica *i* (em ampères) é dada por: $\boldsymbol{i(t) = \frac{U}{R} e^{-RCt}}$, onde *t* é o tempo (em segundos) transcorrido desde o momento da aplicação da tensão.

a) Dado que *U* = 300V, *R* = 1500Ω e *C* = 3.10^{-6}F, substitua esses valores na expressão e simplifique o que for possível.

b) Calcule o valor de *i* nos instantes *t* = 0, 200, 400 e 600 segundos e desenhe o gráfico de *i(t)*.

c) Em qual instante de tempo a corrente atinge a fração de 10% da corrente inicial?

Questão 09. Do estudo da Química, sabemos que alguns elementos têm a tendência natural de emitir radiação e transformar-se em elementos diferentes. Eles são chamados de elementos *radioativos*. Com o passar do tempo, a quantidade do elemento original presente em uma amostra diminui de acordo com a função: $\boldsymbol{Q(t) = Q_0 e^{-kt}}$, onde *Q* é a quantidade do elemento presente na amostra (medido em unidade de massa), Q_0 é a quantidade inicial, *t* é o tempo transcorrido desde a medição inicial e *k* é uma constante positiva característica de cada elemento. Para o iodo-128 (usado como *contraste* em diagnóstico por imagem) o valor de *k* é 0,0275 min^{-1}.

a) Suponha que 5 mg de iodo-128 seja injetado em um paciente. Desenhe o gráfico mostrando a quantidade de contraste presente no paciente até 2 horas após sua injeção.

b) Qual é a taxa de decaimento durante a primeira hora? E durante a segunda hora?

Encontro 6 – Função Exponencial e Logarítmica: terceira situação-problema e avaliação

Etapas 6, 7 e 8

O sexto encontro foi dividido em duas partes. Inicialmente, foi realizado um experimento sobre o potencial hidrogeniônico de algumas substâncias, com base em uma vídeo aula disponível na internet com o título "Aplicação de Logaritmos na Química: Cálculo do pH | Matemática Rio[4]", para a explicação do fenômeno químico Potencial Hidrogeniônico. Por meio desta atividade, abordamos a função logarítmica utilizada na fórmula $pH = -\log(H^+)$, para o cálculo do pH (potencial hidrogeniônico). Exploramos o conceito de pH, por meio de abordagens algébrica, numérica, verbal e gráfica, o que permite aos estudantes relacionar este conceito com o de Função Logarítmica.

A segunda parte do sexto encontro, conforme o cronograma apresentado, contemplou, também as etapas 7 e 8 do planejamento. As mesmas são descritas a seguir.

Etapa 7: Na sequência, visando à reconciliação integrativa e consolidação do conhecimento, a pesquisadora recapitulou os principais elementos da função exponencial e da função logarítmica em nova apresentação em que foram destacados os conceitos e propriedades das funções estudadas. Assim como no estudo das funções de primeiro grau, foram destacados o domínio e a imagem das funções exponencial e logarítmica; suas diferentes representações (algébrica, numérica, verbal e geométrica); propriedades das potencias, crescimento/decrescimento, deslocamentos de gráficos, interceptos horizontal e vertical.

Etapa 8: Assim como no terceiro encontro, quando da finalização do estudo da função de primeiro grau, foi realizada uma avaliação individual final, contendo questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados, além da produção dos mapas conceituais finais sobre função exponencial e logarítmica.

AVALIAÇÃO

Questão 01. Construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as como crescentes ou decrescentes. Explique qual foi seu raciocínio na resolução de cada uma das alternativas.

a) $f(x) = 5^x$	f) $f(x) = \log_5 x$
b) $f(x) = e^x$	g) $f(x) = \log_3 \frac{x}{3}$
c) $f(x) = (0{,}03)^x$	h) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
d) $f(x) = 3^{-x}$	i) $f(x) = \log_5(x-1)$

4 Link para acesso: https://www.youtube.com/watch?v=JzUxtqtb3JU

<u>Questão 02.</u> Determine o domínio e imagem de cada uma das funções a seguir:

a) $f(x) = \log x$

b) $g(x) = \log_2 \frac{x}{2}$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

d) $i(x) = 2.\log_5 x$

e) $j(x) = 1 + \log x$

f) $o(x) = \frac{1}{2}^x$

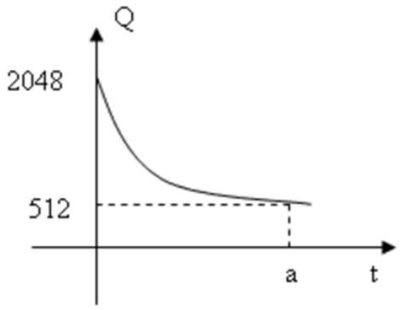
g) $l(x) = 2^x$

h) $i(x) = 2^x - 1$

i) $h(x) = 2^x + 1$

<u>Questão 03.</u> O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

<u>Questão 04.</u> Certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei **Q(t) = K.**$2^{-0,5t}$, em que **K** é uma constante, *t* indica o tempo em minutos e *Q(t)* indica a quantidade da substância, em gramas, no instante *t*. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de *K* e de *a*.



<u>Questão 05.</u> Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde M é a magnitude do terremoto, A é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $\boldsymbol{M_1}$ = 8 e $\boldsymbol{M_2}$ = 6. As magnitudes $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

Questão 06. O nível sonoro *N* (em decibéis) e a intensidade sonora *I* (em watts por centímetros quadrado) estão relacionados por $N = 1{,}6 + \frac{1}{10}\log(I)$.

a) Calcule o nível sonoro *N* correspondente ao barulho provocado por tráfego pesado de veículos, cuja intensidade sonora é estimada em 10^{-8} W/cm².

b) Calcule a intensidade sonora *I* correspondente ao limiar de dor, que ocorre para o nível sonoro de 120 dB aproximadamente.

Questão 07. A lei seguinte representa uma estimativa sobre o número de funcionários de uma empresa, em função do tempo *t*, em anos de existência da empresa (t = 0, 1, 2,...):

$$f(t) = 400 + 50.\log_4(t+2).$$

a) Quantos funcionários a empresa possuía na sua fundação?

b) Quantos funcionários foram incorporados à empresa do 2º ao 6º ano? (Admita que nenhum funcionário tenha saído.)

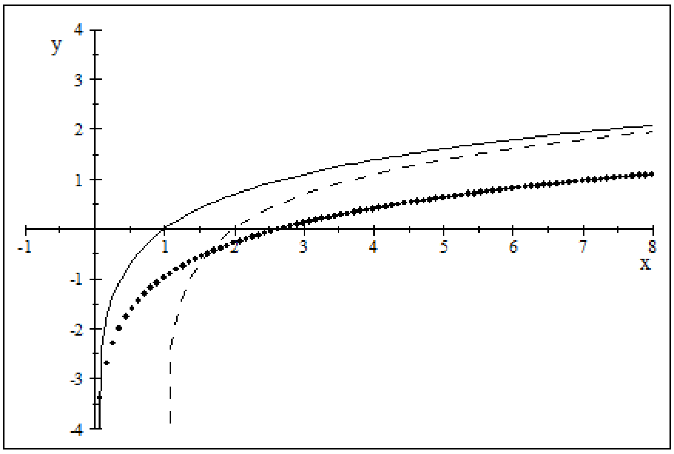
c) Calcule a taxa média de variação do número de funcionários da empresa do 6º ao 14º ano.

Questão 08. Para determinar a rapidez com que se esquece de uma informação, foi efetuado um teste em que listas de palavras eram lidas a um grupo de pessoas e, em um momento posterior, verificava-se quantas dessas palavras eram lembradas. Uma análise mostrou que, de maneira aproximada, o percentual *S* de palavras lembradas, em função do tempo *t*, em minutos, após o teste ter sido aplicado, era dado pela expressão: $S = -18.\log(t+1) + 86$.

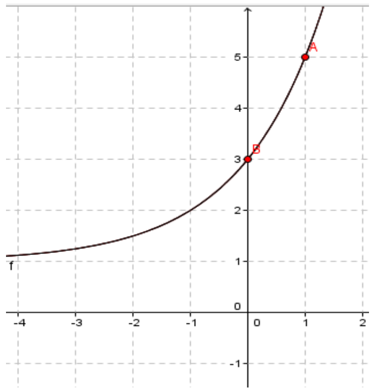
a) Após 9 minutos, que percentual da informação inicial era lembrado?

b) Depois de quanto tempo o percentual *S* alcançou 50%?

Questão 09. Na figura abaixo, estão representados os gráficos das funções $f(x) = logx$, $g(x) = \log(x-1)$ e $\log x - 1$. Identifique cada uma delas na figura, justificando sua resposta.



Questão 10. O gráfico ao lado representa a função *f*: R→R cuja lei é $f(x) = a + b.2^x$, sendo *a* e *b* constantes positivas:



a) Determine *a* e *b*.
b) Qual é o conjunto imagem de *f*?
c) Calcule *f(-3)*?

Questão 11. O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: $T(t) = T_A + \alpha.3^{\beta t}$, onde:

- *T(t)* é a temperatura do corpo em graus Celsius, no instante *t*, dado em minutos;
- T_A é a temperatura ambiente, suposta constante;
- α e β são constantes.

O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de -18°C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0°C após 90 minutos e chegou a -16°C após 2770 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes α e β.
b) Determine o valor de *t* para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $(\frac{2}{3})$°C superior à temperatura ambiente.

Questão 12. A pressão atmosférica *P* (em qualquer unidade de medida) na altura *h* (em metros), acima da superfície da Terra, pode ser aproximada por $P(h) = P_0 e^{-1{,}25.10^{-4}h}$, onde P_0 é a pressão atmosférica, no nível do mar.

a) Se você for ao topo do Pico da Neblina (AM), ponto mais alto do Brasil, com altura de 2.994 m, qual será a pressão atmosférica, em percentual, com relação à pressão no nível do mar? Considere $P_0 = 1\ atm.$
b) A pressão atmosférica na altitude de cruzeiro de um avião comercial é de 22% da pressão ao nível do mar. Qual é sua altitude?

Questão 13. Um ciclista decide descer uma ladeira sem acionar os freios. A velocidade *v* (em metros por segundo) do ciclista é monitorada e é dada por $\boldsymbol{v(t) = 20{,}83(1 - e^{-1{,}875t})}$, onde *t* é o tempo (em segundos).

a) Calcule a velocidade nos instantes *t* = 2 e *t* = 5 segundos.
b) Calcule exatamente o instante em que a velocidade é de 10 m/s.
c) Descreva o que acontece com a velocidade do ciclista à medida que o tempo passa.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

A avaliação da aprendizagem foi realizada em vários momentos e utilizando diferentes instrumentos de avaliação. Foram realizados registros das participações e das contribuições dos estudantes em relação ao grau de compreensão dos modelos explicativos e das ações para intervir nas situações-problema.

Para os professores que desejarem utilizar o mapa conceitual, como recurso de avaliação, segue a adaptação da Taxonomia topológica de Novak e Cañas (2009), utilizada na dissertação.

A topologia é composta por cinco critérios relacionados aos: conceitos, termos de ligação e relação entre conceitos, grau de ramificações, profundidade hierárquica e ligações cruzadas. Cada um desses critérios é avaliado em um nível de 0 a 6, onde 0 (zero) é o mais simples e 6 é o mais elaborado. A seguir, a descrição dos critérios:

- ✓ Critério C1 (utilização de conceitos): este critério tem uma natureza mais semântica do que estrutural; no entanto a presença de trechos de textos, no lugar de conceitos formados por poucas palavras, pode ser indício de uma aprendizagem por memorização (característica da aprendizagem mecânica), pobre, rígida e isolada. A habilidade de apresentar conceitos, por meio de textos resumidos, é um ponto de partida para a construção de estruturas cognitivas cada vez mais complexas e sofisticadas. Mapas conceituais que não apresentam conceitos podem ser classificados como sendo nível 0 (o mais baixo). Se os assuntos abordados nos mapas conceituais são da área da Matemática, no que diz respeito às funções, levamos em consideração as formas algébrica, geométrica, numérica e verbal. No caso desta última, textos resumidos ou frases explicativas também são considerados.
- ✓ Critério C2 (termos de ligação e relações entre conceitos): fazemos a observação da presença, ou não, de termos de ligação, e não das próprias palavras que são utilizadas. Deste modo, qualquer símbolo colocado intencionalmente pelo autor, com a finalidade de estabelecer uma relação adequada entre os conceitos, deve ser considerado.
- ✓ Critério C3 (grau de ramificação): a ramificação de um mapa conceitual está associada ao número de pontos de ramificações. Um ponto de ramificação ocorre quando, a partir de um conceito ou termo de ligação, saem duas ou mais linhas de conexão (o número exato não importa). Este critério refere-se

ao número de conceitos que apresentam mais de uma ramificação e não ao número de ramificações que emergem de um conceito.

- ✓ Critério C4 (profundidade hierárquica): é determinado contando-se o número de ligações entre o conceito raiz e o conceito mais afastado deste. Este é um critério que só tem sentido se o mapa possui pelos menos um conceito raiz.
- ✓ Critério C5 (presença de ligações cruzadas): uma ligação cruzada é essencialmente uma proposição entre conceitos que usualmente estão localizados em diferentes setores de um mapa conceitual, de modo que formem um circuito fechado.

Com base nisso, um quadro foi organizado para realizar a análise estrutural dos mapas conceituais, no qual são apresentadas as relações entre critérios e os níveis dessa taxonomia topológica (Quadro 1).

Quadro 1: Relação entre critérios e níveis na análise estrutural dos mapas conceituais.

NÍVEL	**CRITÉRIO**				
	C1 Conceitos	**C2 Termos e ligação**	**C3 Grau de ramificação**	**C4 Profundidade hierárquica**	**C5 Ligações cruzadas**
0	Nenhuma associação com conceitos relacionados ao tema.	Não apresenta	Linear (0 ou 1 ponto)	Nenhuma	Nenhuma
1	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, inferior a 50%	Apresenta menos de 50%	Linear (0 ou 1 ponto)	Nenhuma	Nenhuma
2	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, inferior a 50%	Apresenta menos de 50%	Ramificação baixa (2 pontos)	1 nível	Nenhuma
3	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, igual a 50%	Apresenta 50%	Ramificação média (3 ou 4 pontos)	2 níveis	Nenhuma
4	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, igual a 50%	Apresenta 50%	Ramificação alta (5 ou 6 pontos)	3 níveis	Nenhuma

5	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, superior a 50%	Apresenta mais de 50%	Ramificação alta (5 ou 6 pontos)	4 níveis	1 ou 2 ligações
6	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, superior a 50%.	Apresenta mais de 50%	Ramificação altíssima (7 ou mais pontos)	5 ou mais níveis	Mais de 2 ligações

Fonte: Elaborado pela Autora.

É importante ressaltar que os níveis, para cada critério, foram adaptados pela pesquisadora para este estudo, considerando os seguintes conceitos presentes no estudo de funções, de modo geral: *definição*; *variável dependente* e *variável independente*; *domínio* e *imagem*; *representação numérica*; *representação algébrica*; *representação geométrica*; *representação verbal*; *crescimento/decrescimento*; *zero*(*s*) e *intercepto*(*s*). Além destes, dependendo da função, foram consideradas as seguintes especificidades: para a função de primeiro grau: *coeficiente angular* e *coeficiente linear*; *função linear* e *função afim*; para a função exponencial: *número e*; *condições para a base* e *assíntota*(*s*); para a função logarítmica: *base e*, *condições para a base* e *assíntota*(*s*) (ANTON, 2014; HUGHES-HALLETT et al., 2014; STEWART, 2006).

O Quadro 2, abaixo, mostra de forma sintetizada, a apresentação de símbolos representativos para cada critério e nível.

Quadro 2: Quadro para avaliação estrutural dos mapas conceituais.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Fonte: Elaborado pela autora, 2016

A seguir, apresentamos o Quadro 3, na forma descritiva, com os significados atribuídos a cada uma das siglas.

Quadro 3: Significado das siglas utilizadas no critério C1.

Sigla	**Significado**
NC	Nenhuma associação com conceitos relacionados ao tema.
$PC_1 < 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *inferior a 50%*.
$PC_2 < 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *inferior a 50%*.
$PC_1 = 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *igual a 50%*.
$PC_2 = 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *igual a 50%*.
$PC_1 > 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *superior a 50%*.
$PC_2 > 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *superior a 50%*.

Fonte: Autora.

Quanto ao critério C2, a ausência de termos de ligação é representada por (0), a presença de metade ou menos de termos de ligação entre os conceitos por (< 0,5), a presença de mais da metade por (> 0,5) e o número (1) representa a presença de termos de ligações em todos os conceitos apresentados no mapa conceitual.

Quanto aos critérios C3, C4 e C5, os números indicam a quantidade de pontos de ramificações, os números de ligações entre conceito raiz e o mais afastado, e os números de ligações cruzadas, respectivamente, presentes no mapa conceitual.

Para conhecer como os mapas apresentados na pesquisa foram analisados, com base nos critérios apresentados, conheça a dissertação "MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica", disponível em: http://www.ucs.br/site/pos-graduacao/formacao-stricto-sensu/ensino-de-ciencias-e-matematica/dissertacoes/.