UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

GABRIELE MOLON

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA: A RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS E A CALCULADORA

CAXIAS DO SUL

2017

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA: A RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS REAIS E A CALCULADORA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPECiMa) da Universidade de Caxias do Sul (UCS), sob a orientação da Professora Dra. Laurete Zanol Sauer e coorientação do Professor Dr. Francisco Catelli, requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

CAXIAS DO SUL

2017

M728u Molon, Gabriele
Unidade de ensino potencialmente significativa: a resolução de situações-problema envolvendo as operações com números reais e a calculadora / Gabriele Molon. – 2017.
169 f.: il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2017.
Orientação: Laurete Terezinha Zanol Sauer.
Coorientação: Francisco Catelli.

1. Unidade de ensino potencialmente significativa. 2. Operações no conjunto dos números reais. 3. Calculadora. 4. Aprendizagem significativa. 5. Resolução de situações-problema. I. Sauer, Laurete Terezinha Zanol, orient. II. Catelli, Francisco, coorient. III. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UCS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Unidade de ensino potencialmente significativa: a resolução de situações-problema envolvendo as operações com números reais e a calculadora

Gabriele Molon

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Caxias do Sul, 18 de agosto de 2017.

Banca Examinadora:

Prof.ª. Dra. Laurete Teresinha Zanol Sauer (orientadora)
Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Francisco Catelli (coorientador)
Universidade de Caxias do Sul

Prof.ª. Dra. Simone Leal Schwertl (Via videoconferência)
Universidade Regional de Blumenau

Prof. Dr. Odilon Giovannini Junior
Universidade de Caxias do Sul

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a **Deus**, porque foi Ele que me amparou e me motivou a não desistir em cada luta perdida e a seguir adiante com meu sonho.

Agradeço à minha família: minha mãe **Edite Terezinha Palandi Molon**, ao meu pai **Ivo Molon**, à minha irmã **Danieli Molon** por todo incentivo, pela motivação, alegria, pelo entusiasmo e pela preocupação que destinaram a mim, durante o andamento do meu sonho.

Ao meu namorado, **Darci Sadi Menegotto**, pelo carinho, apoio e incentivo constantes depositados em mim, mostrando-me que sou capaz de vencer mais este desafio.

A todos os colegas e amigos que fiz durante o mestrado, em especial: **Janete Maria Scopel, Marcus Vinicius Serafim, José Ricardo Ledur, Vanessa Rech Viganó** e **Cassiano S. Puhl**, os quais sempre foram motivadores e incentivadores de minhas descobertas e sempre estiveram ao meu lado em todos os momentos em que precisei de apoio.

Gostaria de agradecer também à **Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Assis Antonio Mariani**, representada pela minha querida diretora **Clair Terezinha Delfes Barcarrollo** e suas vice-diretoras **Andreza Cátia Basso** e **Nair Maria Pietski Gomes**, bem como a toda sua equipe pelo auxílio e pela compreensão destinados a mim em virtude de meus estudos. É indispensável lembrar os meus queridos(as) estudantes do **nono ano do ano letivo de 2016** pelo auxílio, pela participação e preocupação com meus estudos. Sem vocês nada disso seria possível!

Devo destacar a ajuda, o carinho, as conversas, as risadas de uma grande amiga, confidente e colega, **Denise Zampieri**, que esteve ao meu lado em todos os momentos antes e durante meu mestrado. Certamente continuará a fazer parte dos momentos que virão depois deste.

Quero agradecer imensamente o apoio, o carinho, a compreensão, a motivação e todos os ensinamentos que tive de minha orientadora, amiga e “mãe” **Professora Laurete Zanol Sauer** especialmente por sempre acreditar em mim, mostrando-me que posso ser melhor a cada dia.

Ao meu querido coorientador **Professor Francisco Catelli** pela serenidade e confiança depositada em mim a cada conversa ou ideia trocada.

Aos professores das bancas de qualificação e defesa: Dra. Marcia Notare, Dra. Valquíria Villas Boas Gomes Missel, Dra. Simone Leal Schwertl e Dr. Odilon Giovannini Junior que me proporcionaram momentos ricos de discussão e de aprendizagens.

Enfim, muito obrigada a todas as pessoas que me auxiliaram a trilhar esse caminho.

Educação não transforma o mundo.
Educação muda as pessoas.
Pessoas mudam o mundo.

Paulo Freire

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa sobre a resolução de situações-problema envolvendo o Conjunto dos Números Reais, com o apoio da calculadora, a partir de uma proposta diferenciada, desenvolvida em forma de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). (MOREIRA, 2011). A pesquisa é fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel (2003). Neste contexto, buscou-se investigar a influência da calculadora, quando utilizada visando a uma aprendizagem significativa e tendo como objetivo a elaboração, a aplicação e a análise dos resultados obtidos com a aplicação da referida UEPS, na disciplina de Matemática. Os dados analisados têm origem em diversos instrumentos aplicados durante a sua realização, por meio de situações-problema, envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais, em uma classe composta por vinte e quatro estudantes do 9º ano, de uma escola estadual de Caxias do Sul, no decorrer dos meses de junho e julho de 2016. A análise dos dados utilizou, como instrumentos, todas as resoluções e participações dos estudantes, bem como a avaliação diagnóstica e a avaliação final, apresentando resultados expressivos, no que se refere à aprendizagem significativa do conteúdo abordado. Como produto deste estudo, organizou-se a UEPS, em forma de Guia Didático, para a utilização por parte de professores interessados.

Palavras-chave: Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. Resolução de situações-problema. Operações no Conjunto dos Números Reais. Calculadora. Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This work presents a research on problem-solving involving the real numbers, with the calculator's support from a differentiated proposal, developed in the form of a Potentially Meaningful Teaching Unit (UEPS) (MOREIRA, 2011). The research is based on the Theory of Meaningful Learning, of Ausubel (2003). In this context, we sought to investigate the influence of the calculator when used aiming at meaningful learning and aiming at the elaboration, application and analysis of the results obtained with the application of the related UEPS in mathematics discipline. The analyzed data have origin in several instruments applied during its accomplishment, through situation-problems involving the operations with real numbers, in a class composed by twenty-four students of the ninth year, of a state school of Caxias do Sul, during the months of June and July 2016. The analysis of the data used as instruments all the resolutions and participation of the students, as well as the diagnostic evaluation and the final evaluation, presenting significant results regarding the meaningful learning of the addressed content. As a product of this study, it was organized a UEPS, in the form of a Didactic Guide, for use by interested teachers.

Keywords: Potentially meaningful teaching unit. Problem-solving. Operations with real numbers. Calculator. Meaningful learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

GRÁFICO

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS	Aprendizagem Significativa
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
E.E.E.M	Escola Estadual de Ensino Médio
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O início deste estudo contou com as considerações finais da Monografia apresentada no curso de Especialização em Estatística Aplicada, realizado na Universidade de Caxias do Sul (UCS). O foco central, naquele trabalho, foi a análise estatística da influência da calculadora no aprendizado de matemática. Para a realização daquele estudo, foram utilizados questionários tanto para professores quanto para estudantes da rede pública, durante os anos de 2004 e 2008.

Molon concluiu:

> Tanto para estudantes como para professores a calculadora, do modo como é usada na escola, não é vista como influenciadora do desenvolvimento cognitivo do aprendizado matemático, sendo ela apenas um instrumento facilitador que agiliza os cálculos e transmite segurança em seus resultados. Em contrapartida, a calculadora poderia sim influenciar no desenvolvimento cognitivo se fosse utilizada de maneira diferente, onde o professor preparasse atividades de forma que levasse os estudantes a refletirem sobre os resultados obtidos por ela, escrevendo esta reflexão e discutindo em sala de aula. Assim, os estudantes deixariam de utilizar a calculadora para solucionar apenas cálculos banais e começariam a apropriar-se de suas funções. (2009, p. 22).

Com base nisso, entendeu-se que a calculadora poderá colaborar no desenvolvimento cognitivo, se for utilizada juntamente com atividades ou problemas que permitam que os estudantes reflitam sobre o significado das operações realizadas, ao contrário da realização de cálculos demorados, sem a devida compreensão.

Assim sendo, propõe-se avançar, estudando como a calculadora básica pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo, a partir da análise de sua utilização na resolução de problemas envolvendo as operações no conjunto dos Números Reais. Foram considerados estudos que revelam que estudantes, ao resolverem problemas relacionados com situações do cotidiano, podem se tornar ativos na construção do próprio conhecimento, porque pensamentos, dúvidas, anseios se tornam significativos no ambiente de sala de aula. Neste sentido, Sampaio (2005) explica que a tomada de consciência fará com que o estudante desconstrua e (re)construa os conhecimentos interligando-os assim às situações-problema. Assim sendo, com a utilização da calculadora, é possibilitado ao professor abordar um determinado conteúdo analisando com maior riqueza seus detalhes.

Oliveira ressalta:

> O uso da calculadora em sala de aula de Matemática é um dos meios que o professor de Matemática pode utilizar para criar situações que levem a ele e seus estudantes a

> refletir sobre a construção do conhecimento matemático e a socialização do saber, transformando a sala de aula em um ambiente propício à discussão, troca de experiências, de elaboração de estratégias para se construir uma nova sociedade. (1999, p. 144).

Além disso, considera-se a necessidade, cada vez mais presente, das pessoas estarem conectadas com recursos, tais como a calculadora, que as auxiliem em seu cotidiano. Neste contexto, busca-se investigar a influência da calculadora na sala de aula, quando utilizada visando uma aprendizagem significativa.

Torna-se importante ressaltar que não se considera a calculadora como único recurso com tal potencial e que a hipótese é de que sua utilização, de forma adequada e em momentos oportunos, pode colaborar para a ocorrência de aprendizagens significativas.

No contexto escolar, quando se decide utilizar a calculadora básica, o aprendizado pode estar voltado para o desenvolvimento do raciocínio lógico e de algumas habilidades de estimativas e não apenas para a resolução de operações básicas. Para este desenvolvimento, a resolução de problemas é uma boa estratégia investigativa, pois faz com que o estudante crie manobras de entendimento e de resolução; execute-as, e analise-as no contexto do problema.

Desse modo, Ponte (1989) ressalta que a calculadora é, por ela própria, uma fonte natural de novos problemas e conceitos, como os que envolvem arredondamento, aproximação e convergência. Assim, seu uso pode ampliar conhecimentos já estruturados no raciocínio dos estudantes.

Segundo Bigode (2000), não cabe mais discutir se as calculadoras devem ou não ser utilizadas no ensino; o que se coloca é como utilizá-las. Cabe ao professor explorar as calculadoras e as atividades a elas associadas, propondo aos estudantes situações didáticas que os preparem verdadeiramente para enfrentar problemas reais.

Assim, cabe aos educadores a tarefa de iniciar os estudantes na compreensão e utilização de novas tecnologias, dentre as quais se encontra a calculadora. Para tanto, Guinther sugere que

> a utilização da calculadora de forma reflexiva e bem planejada pode contribuir para o aprendizado de diversos conteúdos matemáticos, desenvolvendo a capacidade de investigar ideias matemáticas, resolver problemas, formular e testar hipóteses, induzir, deduzir e generalizar, de modo que os estudantes busquem coerência em seus cálculos. (2008, p. 2).

É reconhecida a importância da calculadora, desde que a escola proporcione uma educação que a utilize de forma sistemática e consciente e, assim, auxilie a reflexão sobre o uso de novas tecnologias, de modo a viabilizar a construção de novos conhecimentos.

As calculadoras, que já fazem parte da vida corrente, são hoje instrumentos fundamentais para o desenvolvimento de aptidões ligadas ao cálculo, assim como meios facilitadores e incentivadores do espírito de pesquisa de nossos estudantes. Isso é, também, evidenciado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs):

> [...] é um instrumento que pode de imediato, contribuir para a melhoria do Ensino de Matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação, além de levar o estudante a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. (1998, p. 45).

Com tanta tecnologia disponível, é importante estudar a forma como a utilização da calculadora influencia a construção do conhecimento matemático e vice-versa, motivando estudantes e professores para a utilização produtiva da calculadora em seu cotidiano, tanto escolar como fora dele. A calculadora deixou de ser restrita a um “aparelho que calcula”. Encontram-se calculadoras associadas a diversos aparatos tecnológicos: telefones celulares, muitos dos quais apresentam até calculadoras científicas, computadores e *tablets*, para citar alguns.

Algumas vezes, os educadores sentem-se pressionados pelas exigências institucionais da utilização de ferramentas educacionais em sala de aula e, assim, as utilizam sem planejamento, prejudicando as competências que poderiam ser desenvolvidas nessas situações.

Cabe salientar que para os PCNs o ensino de Matemática deverá

> [...] prestar sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (1997, p. 31).

Uma razão pedagógica da utilização da calculadora é a sua incorporação no ambiente escolar, permitindo explorar relações matemáticas e refletindo sobre as grandezas numéricas existentes no cotidiano.

A reflexão sobre suas vivências faz com que professores estejam desafiados permanentemente a implantar novas tecnologias em sala de aula, implicando assim uma mudança na dinâmica na classe, por meio de novos conhecimentos e ações. Torna-se importante destacar que, a partir dessa apropriação da tecnologia, irão surgir discussões e conflitos, possibilitando assim mudanças reais em suas práticas.

Andrade (2006) ressalta as mudanças que estão acontecendo na contemporaneidade, por conta do grande avanço das tecnologias, sugerindo que é inaceitável que a escola se "feche" para essas novas possibilidades. Continuar com exercícios mecânicos e de simples memorização poderá levar os estudantes à desmotivação.

Esta reflexão gera muitas mudanças. Para Penteado (2000), as mudanças são inúmeras, instaurando-se uma transição entre a prática exercida costumeiramente pelo educador e controlada por ele, intitulada como "zona de conforto", e a "zona de risco", caracterizada como a vivência de novas práticas com pouco índice de certeza e controle da atividade de ensino. Além disso, o educador precisa estar seguro de que é legítimo, perante o que ele aprendeu e perante a sociedade, e proceder de maneira mais aberta, mais investigativa, mais livre.

É nessa transição que este estudo espera auxiliar, sugerindo atividades que auxiliem professores a se adaptarem e a utilizarem a calculadora em sala de aula sem receios, baseados em conhecimentos atualizados sobre o assunto.

Para Ribeiro e Ponte (2000), as novas tecnologias têm encontrado algumas dificuldades em assumir um lugar de relevo na escola. Eles defendem que sua utilização pode tornar os estudantes capazes de se envolverem ativamente na exploração das ideias matemáticas.

Aprender como a calculadora pode ser utilizada de forma produtiva em sala de aula é papel interessante do professor, porque sua experiência poderá validar sua utilização em sala de aula. Segundo Ponte (1989), é preciso saber como usá-la de forma crítica, conhecer suas limitações, desenvolver o sentido do número, e ser capaz de decidir se uma resposta faz ou não sentido, avaliando os resultados obtidos.

Diante dessas considerações, busca-se responder a seguinte questão: **De que forma a utilização da calculadora pode contribuir para uma Aprendizagem Significativa das operações no Conjunto dos Números Reais, por meio da resolução de problemas, a partir de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)?**

Com base em reflexões realizadas à luz de atividades docentes, foi necessária a elaboração de uma proposta metodológica sobre a utilização consciente da calculadora em sala de aula. Esta, por sua vez, abrange o estudo das operações no Conjunto dos Números Reais básicas, através da resolução de problemas.

Para tanto, tem-se como objetivo geral: **Promover a Aprendizagem Significativa por meio de uma UEPS que aborde situações-problema do cotidiano sobre as operações básicas realizadas no Conjunto dos Números Reais com a utilização da calculadora.**

Assim sendo, os objetivos específicos deste estudo são:

- ✓ **identificar conhecimentos prévios e dificuldades dos estudantes sobre as operações no Conjunto dos Números Reais;**
- ✓ **selecionar problemas envolvendo operações no Conjunto dos Números Reais, cuja resolução, usando a calculadora, seja produtiva;**
- ✓ **elaborar e aplicar a UEPS com uma turma do nono ano do Ensino Fundamental;**
- ✓ **analisar a UEPS buscando indícios da ocorrência de Aprendizagem Significativa por parte dos estudantes participantes;**
- ✓ **elaborar um Guia Didático, como produto final.**

Em matemática, um processo que auxilia a compreensão dos conceitos por parte dos estudantes é a problematização, ou seja, dar a forma de problemas às situações que surgem na realidade, na qual eles se descobrem, relacionando-a com a disciplina. Nesta difícil tarefa, o papel dos professores é de definir diretrizes e práticas de ensino voltadas para o desenvolvimento de estudantes e futuros cidadãos, capazes de compreender os problemas que os afetam, tanto na vida pessoal como em sociedade, e assim tomando decisões críticas frente a esses problemas, o que é apontado por Berbel:

> Os problemas são identificados pelos estudantes, pela observação da realidade, na qual as questões de estudo estão acontecendo. Observada de diferentes ângulos, a realidade manifesta-se para estudantes e professores com suas características e contradições, nos fatos concretos e daí são extraídos os problemas. A realidade é problematizada pelos estudantes. Não há restrições quanto aos aspectos incluídos na formulação dos problemas, já que são extraídos da realidade social, dinâmica e complexa. (1998, p.11).

O desenvolvimento cognitivo-matemático pode ser auxiliado pela calculadora, por meio da organização de atividades adequadas, que possam ser trabalhadas em sala de aula com os estudantes.

Como se encontra nos PCNs específicos das Ciências Naturais, da Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 1999), as novas tecnologias da comunicação e da informação permeiam o cotidiano, independentemente do espaço físico, e criam necessidades de vida e de convivência que precisam ser analisadas no espaço escolar. As mesmas devem ser utilizadas adequadamente, para que se reconheçam suas limitações e potencialidades.

Este trabalho está diretamente relacionado com o desenvolvimento de aprendizagens significativas, por meio da resolução de problemas matemáticos utilizando a calculadora como recurso tecnológico.

Além disso, contextualizar problemas matemáticos é uma das recomendações dos PCNs (1999), nos quais a contextualização é apontada como sendo um recurso para minimizar a esterilidade de um ensino isolado, com fórmulas e teorias matemáticas.

Para auxiliar na resolução de problemas, pode-se utilizar a calculadora, de maneira planejada e consciente, o que não impede o desenvolvimento do raciocínio matemático; ao contrário, pode auxiliar o cálculo mental e permitir um ambiente de constante investigação.

Nos PCNs encontram-se relatos sobre sua importância:

> Constata-se que [a calculadora] é um recurso útil para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto avaliação. A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações problema, pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses. (1998, p. 45).

Com o objetivo de proporcionar uma metodologia educativa que englobasse as preocupações sobre a forma como os estudantes estavam aprendendo as operações no Conjunto dos Números Reais, optou-se por construir uma UEPS que, além de apresentar, de forma diferenciada, o conteúdo, a partir de problemas, proporcionasse a utilização produtiva da calculadora, em sala de aula.

Dessa forma, entende-se ser possível evidenciar a relação entre a vida escolar e a realidade do estudante, visto que a calculadora, juntamente com outros recursos tecnológicos, está cada vez mais interligada e alicerçada ao nosso cotidiano, o que Godefroid (2010) entende como uma metodologia de ensino na qual o professor propõe aos estudantes a realização do estudo de um ou mais temas, que devem conduzir o olhar para a observação de situações de seu meio, de modo a levantar dúvidas e problemas.

A seguir é apresentado, no capítulo 2, uma breve discussão sobre trabalhos já realizados, com temáticas semelhantes, cujos resultados possam contribuir com esta pesquisa. A utilização da calculadora é investigada, visando a identificação de possibilidades que possam colaborar na ocorrência de Aprendizagem Significativa, acreditando-se que isto é possível, sob condições a serem esclarecidas com a pesquisa.

Assim sendo, no capítulo 3 destaca-se a necessidade de encontrar apoio em um referencial teórico capaz de fundamentar as ações planejadas, de forma condizente com a TAS, e justifica-se a importância de incluir autores que abordem as operações, no Conjunto dos Números Reais, a resolução de problemas matemáticos e a aprendizagem matemática. Neste contexto, encontra-se em pesquisas de autores, tais como Marco Antônio Moreira, Paulo Pedro da Ponte e Helena Noronha Cury, a segurança necessária para a abordagem da TAS nesta pesquisa.

No capítulo 4, o delineamento da pesquisa é realizado por meio de um tratamento de pesquisa-ação com observação participante. Uma UEPS é planejada, construída, aplicada e analisada, fornecendo, então, os indicadores para a análise interpretativa apresentada e discutida no capítulo 5.

O produto final é descrito no capítulo 6, seguido do capítulo 7, em que é retomada a caminhada, como forma de rever e reconstruir a trajetória realizada, procurando evidenciar algumas conclusões.

Todas as referências que apoiaram a pesquisa são apresentadas na listagem.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Com a intenção de levar em consideração resultados já obtidos, de trabalhos científicos relacionados à temática deste estudo, foi realizado um levantamento acerca da produção científica (artigos, dissertações e teses) sobre Resolução de Problemas envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais, auxiliados pela calculadora. Nesse levantamento destacaram-se os que são comentados a seguir.

O objetivo do trabalho de Fonceca (2011) foi a inserção de recursos tecnológicos nas aulas de matemática, em especial a calculadora. Concluiu que esta inserção implica mudanças pedagógicas tanto para professores quanto para estudantes, de forma a despertar os estudantes para uma aprendizagem significativa. Seu trabalho foi baseado em uma pesquisa bibliográfica sobre o assunto, seguida da aplicação de algumas atividades realizadas com e sem a utilização da calculadora. Dentre os resultados que obteve, destacou um interesse maior por parte dos estudantes no trabalho com a Matemática, e que a utilização da calculadora, juntamente com a aplicação de situações-problema é um caminho viável no processo de aprendizagem. Um dos objetivos do trabalho de Fonceca (2011) é a inserção da calculadora nas aulas de matemática. Como ela é um exemplo de recurso tecnológico, os professores estariam relacionando a vivência escolar ao avanço tecnológico de seu cotidiano, e, assim, auxiliariam seus estudantes a lidarem com tal avanço. A utilização da calculadora influenciou os resultados obtidos em sua pesquisa, visto que os estudantes se dedicaram com mais afinco ao poderem utilizar essa tecnologia. Desta forma, nosso estudo e os objetivos de Fonceca (2011) estão diretamente relacionados ao que se refere à preocupação de inserir a calculadora nas aulas de matemática, com o objetivo de melhorar a aprendizagem dos estudantes.

Para Arruda (2013), a calculadora é uma ferramenta que todas as pessoas possuem tornando-se assim algo de alcance popular e que auxilia em uma melhor concentração do processo para a resolução de problemas, bem como a verificação de hipóteses. E, hoje, com o acesso quase universal a telefone celulares, a calculadora passou a estar onipresente, para todos os efeitos práticos. Seu estudo foi realizado para reforçar conceitos matemáticos e mostrou apenas a utilização mecânica da calculadora, através de um procedimento passo a passo, a fim de se tornar uma ferramenta importante na aprendizagem matemática. No estudo que é objeto desta pesquisa, o foco principal é mostrar como a calculadora pode ser utilizada, a fim de auxiliar na aprendizagem dos estudantes. Porém, para que os problemas não sejam resolvidos de forma mecânica pelos estudantes, pretende-se que sejam formulados de modo que sejam privilegiadas a interpretação e a programação, pelo próprio estudante, do caminho a ser seguido para a resolução.

No estudo realizado por Souza e Santos (2007), destacam-se os problemas matemáticos abertos, que o autor considera fundamentais para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Justifica que é necessária a elaboração de questões diferenciadas, explorando melhores possibilidades de respostas. Em seu trabalho analisou a aplicação de problemas em duas etapas: a primeira sem a calculadora e a segunda com a calculadora. Realizou uma análise quantitativa de respostas, concluindo que as respostas corretas aumentaram significativamente com a calculadora e que, dessa forma, o estudante reflete mais em seu processo de resolução dos problemas do que na execução de cálculos repetitivos. Em seu estudo, Souza e Santos (2007) explicam que os problemas abertos permitem que os estudantes elaborem um processo de resolução: tentando, supondo, testando e provando a solução encontrada para determinado problema. Nesta pesquisa propõem-se problemas abertos, os quais, segundo Polya (1986), são problemas que admitem diferentes respostas e, assim, permitem aos estudantes desenvolverem um papel ativo nos processos de resolução de problemas matemáticos, visto que têm uma postura diferente da que costumeiramente utilizam para a resolução de problemas. Dessa forma os problemas abertos auxiliam o desenvolvimento do raciocínio lógico, pois não são resolvidos através de “receitas” prontas.

Para Pereira (2012), a calculadora é uma ferramenta importante para o aprendizado matemático, porém nem todos os professores se encontram aptos a trabalhar de forma produtiva com tal ferramenta. Em seu estudo realizou duas pesquisas, uma com estudantes e outra com professores, buscando conhecer a opinião que cada grupo tinha sobre a calculadora e realizou análises quantitativa e qualitativa das respostas coletadas. Concluiu que a calculadora, para muitos, é, sim, uma ferramenta importante e que os professores ou estudantes, que não a consideram dessa forma têm receio em sua utilização, porque acreditam que utilizando-a, deixarão de calcular mentalmente.

De fato, também se constata este pensamento, por parte de alguns professores entrevistados na segunda atividade preliminar deste trabalho.

Brito (2011), em seu estudo, teve como principal objetivo desenvolver uma sequência didática que contemplasse a importância do uso pedagógico da calculadora na sala de aula. A partir de uma coleção didática de Luiz Roberto Dante, organizou uma sequência de técnica de ensinar com três atividades que utilizassem a calculadora. A primeira explorou a funcionalidade da calculadora, a segunda apresentou um dos conteúdos do livro didático: A Geometria; e a terceira, uma atividade realizada a partir de um problema com dados reais.

Concluiu que o uso pedagógico da calculadora, na sala de aula, não pode mais ser desprezado, e que devemos explorar a utilização da calculadora nas aulas de matemática, através de atividades que proporcionem reflexões que façam os estudantes tomar as decisões de quando e como utilizá-la. O autor citou também que a sequência didática proposta indicou que é viável sua utilização em sala de aula, trabalhando com conteúdos diversos e com o auxílio da calculadora, melhorando a aprendizagem e facilitando que esses conteúdos possam ser aplicados em diversas situações em sala de aula. Neste trabalho também organizou-se uma sequência de atividades, baseada nos estudos de Moreira (2011) e denominada "Unidade de Ensino Potencialmente Significativa" (UEPS), buscando conhecer a influência na aprendizagem significativa dos estudantes, através de problemas a serem resolvidos com a utilização da calculadora.

Ferreira (2012) desenvolveu seu estudo com uma turma de sétimo ano, tendo como objetivo o uso da calculadora científica na resolução de tarefas matemáticas. Neste estudo, foram escolhidas tarefas com o intuito de conduzir o estudante à utilização de conhecimentos e habilidades sobre a modelação e a resolução de problemas, em situações do cotidiano. As conclusões de Ferreira foram as de que a utilização de calculadoras, em sala de aula, foi positiva e mostrou que a mesma minimiza o trabalho de "fazer contas" e privilegia o raciocínio e, assim, a aprendizagem. Este estudo vem ao encontro do presente trabalho, no que diz respeito a privilegiar o raciocínio dos estudantes e, assim, auxiliar na aprendizagem significativa dos conteúdos, envolvendo operações no Conjunto dos Números Reais com a utilização da calculadora.

Em seu estudo Matos (2016) desafiou os professores a refletirem sobre a calculadora de forma a se tornar um instrumento pedagógico em sala de aula. Para esta reflexão, utilizou questionários onde solicitava que os professores respondessem sobre a utilização da calculadora ou não. Observou-se que sua análise foi realizada de modo qualitativo. Concluiu que a calculadora, para muitos, é, uma ferramenta importante, porém outros necessitam de um suporte para trabalhar de forma adequada com tal ferramenta.

Concluindo este capítulo ressalta-se, que durante a análise realizada encontrou-se uma preocupação significativa sobre a utilização da calculadora, em alguns casos, apenas de forma mecânica. Verificou-se, também, que alguns estudiosos realizaram a aplicação de atividades ou questionários com professores e estudantes, porém analisaram-nas quantitativamente. Entende-se que o estudo aqui apresentado irá acrescentar no que diz respeito à forma como é realizada a análise dos dados coletados, que além de quantitativa é qualitativa, analisando assim, o posicionamento perante as situações problema propostas aos estudantes participantes. Um diferencial deste estudo, é o de que, todas as atividades propostas possuem o objetivo de auxiliar os estudantes a alcançarem uma AS com a utilização consciente da calculadora. No capítulo seguinte é apresentado o Referencial Teórico que dá suporte à pesquisa realizada.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA (AS)

O processo de aprendizagem consiste no desenvolvimento de estratégias de ensino, associadas ao conhecimento do cotidiano do estudante, criando, assim, oportunidades para que se torne apto a interpretar situações do dia a dia, promovendo a ocorrência de uma AS. (HARRES et al., 2005).

A TAS (AUSUBEL, 2003) é baseada na compreensão de significados e considera que a AS é um processo pelo qual uma nova informação, um novo material ou uma nova ideia se relaciona com aspectos ou conceitos relevantes, inclusivos, claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo.

É importante ressaltar que a AS não apenas modifica o conhecimento que o estudante já possui, mas também interpreta o novo de forma peculiar, para poder integrá-lo e torná-lo seu, além de produzir alterações nos subsunçores.[1] Ausubel (2003) afirma que o conhecimento também se modifica pela forma particular com que é incorporado pelo estudante.

Segundo Ausubel (2003), a TAS caracteriza-se por apresentar uma concepção de processo relacional, focada nas relações do homem com o mundo no qual está inserido, do conteúdo a ser ensinado com aquele que o aprendiz já possui.

Neste sentido, para aprender significativamente o estudante deve manifestar predisposição para relacionar, de maneira não arbitrária e não literal, à sua estrutura cognitiva, os significados que capta de materiais educativos. (MOREIRA; MASINI, 2006, p.18).

Ausubel salienta:

> Ao longo das últimas cinco décadas, introduziram-se em larga escala programas de atividades, métodos de projetos, várias formas de se maximizar a experiência não verbal na sala de aula e uma ênfase da "autodescoberta" e da aprendizagem para e através da *resolução de problemas*, em resposta à vasta insatisfação em relação às técnicas de instrução verbal. (2003, p.6).

Assim sendo, apesar da evidente preocupação da maioria dos professores com a aprendizagem dos estudantes, é necessário que se esteja embasado e preocupado com

---

[1] Subsunçor é um conhecimento estável na estrutura cognitiva do sujeito que aprende e que permite, por interação, ancorar novos conhecimentos e, ao mesmo tempo, ampliar os que serviram de apoio. Os subsunçores não se referem somente a conceitos ou operações compreendidas pelos estudantes, mas podem ser concepções, construtos, proposições já incorporadas, representações, modelos, enfim conhecimentos prévios especificamente relevantes para a compreensão de novos conhecimentos. (MOREIRA; MASINI, 2006).

propostas pedagógicas inovadoras, que auxiliem a construção do conhecimento dos estudantes. Sabe-se que elaborar propostas pedagógicas inovadoras se torna um trabalho árduo, porém recompensador ao seu término, caso sejam observadas condições importantes para a ocorrência de aprendizagem significativa. Para Ausubel

> A aprendizagem significativa exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionarem o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que apreendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimento particulares, numa base não arbitrária e não literal. (2003, p. 72).

E complementa afirmando que toda prática educativa, que evidencie a AS, deve começar pelos conhecimentos prévios dos estudantes. Cabe, pois, considerar, como papel fundamental do professor, verificar quais são os conhecimentos prévios de seus estudantes nos quais seja possível ancorar novos conhecimentos. Estes são chamados subsunçores, ou seja: a diferença entre o conhecimento prévio e o subsunçor é que este último consiste em um conceito, uma ideia, uma proposição, já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir como "ancoradouro" a uma nova informação, de modo que esta adquira, assim, significado para o sujeito. (MOREIRA, 1999).

Sendo assim, ao conhecer os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do estudante, o professor terá informações sobre como deverá organizar as atividades de aprendizagem, de modo que estes sejam levados em consideração. Para que isso ocorra com boas chances de sucesso, Ausubel sugere os organizadores prévios que entende-se como atividades a serem planejadas e propostas com base nos subsunçores identificados, salientando, também, que estes podem não existir ou serem insuficientes, ou, ainda, existirem, mas não serem identificados pelo estudante, no momento em que o novo conhecimento está sendo apresentado.

Assim, Ausubel explica que

> [...]os organizadores são mecanismos pedagógicos que ajudam a implementar os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, estabelecendo a ligação entre o que o aprendiz já sabe e o que precisa de saber, caso pretenda apreender e reter, de forma eficaz, novos materiais de instrução. [...] O uso desses organizadores é uma estratégia que visa manipular a estrutura cognitiva de modo a possibilitar a AS. A função deles após interagir com os subsunçores relevantes na estrutura cognitiva, é fornecer um apoio ideário para a incorporação e retenção estável do material mais detalhado e diferenciável que se segue à passagem de aprendizagem. (2003, p.151).

Quanto aos princípios da *diferenciação progressiva* e da *reconciliação integradora*, de acordo com TAS, trata-se de dois momentos distintos de aprendizagem.

> O processo de assimilação sequencial de novos significados, a partir de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos, resulta na *diferenciação progressiva* de conceitos ou proposições, no consequente aperfeiçoamento dos significados e numa potencialidade melhorada para se fornecer ancoragem a aprendizagens significativas posteriores. (AUSUBEL, 2003, p. 6).

E ainda:

> A *reconciliação integradora* tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, se o professor e/ou os materiais de instrução anteciparem e contra-atacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes. (AUSUBEL, 2003, p. 6).

Diante dessas considerações, entende-se que, para que haja uma AS deve ocorrer uma interação entre o novo conceito e seus subsunçores, implicando assim a utilização de materiais adequados para esse fim. Para tanto, “um mecanismo ou abordagem intencional significativos da aprendizagem, tal como já foi indicado, apenas ocorrem num processo e em resultado da aprendizagem significativa, desde que o próprio material de aprendizagem seja *potencialmente* significativo”. (AUSUBEL, 2003, p. 57).

Moreira e Masini (2006) também ressaltam que, para que a aprendizagem seja significativa, o material deve ser potencialmente significativo, fazer sentido para o estudante e estabelecer uma relação do que já se sabe com o novo conhecimento.

Por sua vez, um *material potencialmente significativo* precisa ser elaborado de forma abrangente a todo o conteúdo a ser estudo, criando possibilidades de aprendizagens de ordem crescente, a fim de serem sanadas suas dificuldades. Ausubel salienta:

> Na programação de material potencialmente significativo, é obviamente importante preservar-se uma semelhança suficiente entre tarefas de aprendizagem sucessivas, para se tirar vantagem quer da componente aprender a aprender, quer da de aquecimento da postura de aprendizagem. (2003, p. 192).

Além disso,

> materiais potencialmente significativos apresentam características importantes como a capacidade de relação não arbitrária e não literal para com ideias particulares relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz e a capacidade de relação com a estrutura cognitiva particular de um aprendiz em particular. (AUSUBEL, 2003, p. 58).

Um exemplo de material potencialmente significativo é uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Segundo Moreira (2011), as UEPS são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, voltada diretamente à sala de aula.

Entende-se, assim, que, para elaborar uma UEPS, é necessário incluir materiais que contribuam para um aprendizado de maior qualidade, que se distancie do aprendizado mecânico. Todavia, organizar um material de ensino, que seja potencialmente significativo, requer que a estrutura lógica do conhecimento e a estrutura psicológica do conhecimento sejam consideradas. (LEMOS, 2011). Assim sendo, elaboradas em níveis crescentes de dificuldade, as atividades que compõem uma UEPS buscam mobilizar e desafiar os estudantes. Dessa forma, o conhecimento prévio do estudante constitui elemento fundamental em seu desenvolvimento, uma vez que é baseado em atividades que buscam não somente o levantamento desses conhecimentos, mas também o confronto frente ao novo conceito, à reflexão e à discussão mediada pelo professor.

Assim entendidas, pode-se dizer que as UEPS nada mais são que unidades facilitadoras da aprendizagem significativa de tópicos específicos.

Para tanto, observaram-se alguns aspectos sequenciais na construção de uma UEPS, conforme sugere (MOREIRA, 2011; adaptado):

1. definição do tópico específico;
2. criação e proposta de situações em que o estudante possa expressar seu conhecimento prévio;
3. proposição de situações-problema em nível introdutório;
4. apresentação de aspectos gerais do conhecimento a ser ensinado (diferenciação progressiva), começando com aspectos mais globais, com uma visão geral do todo, do que é mais importante na unidade de ensino;
5. retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes, em uma nova apresentação em nível mais alto de complexidade;
6. visando à conclusão da unidade, retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão, sob uma perspectiva integradora, em níveis mais altos de complexidade (reconciliação integrativa)
7. avaliação da aprendizagem;
8. avaliação da UEPS.

Com tais orientações, buscando uma aprendizagem significativa, optou-se pela elaboração de uma UEPS, cujo planejamento é descrito na seção 4.2.2, como uma alternativa ao método tradicional de ensino das operações, envolvendo os números reais, através de situações-problema, utilizando a calculadora.

3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A matemática é uma ciência do conhecimento que está em constante desenvolvimento, graças à sua complexidade e ao seu potencial, como apoio ao desenvolvimento de outras ciências. Na tentativa de auxiliar os estudantes a compreenderem tal complexidade, pode-se utilizar a resolução de problemas, visando a construção do conhecimento, a partir de argumentações e justificativas.

Concorda-se com Sousa (2016) quando ressalta a importância da resolução de problemas porque permite ao estudante colocar-se diante de questões e buscar soluções por si próprio, a partir de seu raciocínio lógico. Foi o que se procurou considerar quando da aplicação da UEPS, durante os momentos em que a resolução de situações-problema foi o foco.

Para a seleção das referidas situações-problema, encontrou-se em Pozo (1998) que solucionar problemas equivale a qualquer atividade que precise ser realizada e é equivalente a propor e tentar resolver uma questão difícil ou surpreendente.

Dante, por sua vez, ressalta que

> [...]problema matemático significa toda e qualquer situação que exija dos estudantes uma maneira matemática de se pensar para solucionar uma indagação, construindo um conhecimento que modifique o conhecimento anterior, induzindo o estudante a pensar produtivamente. (2007, p. 40).

Assim sendo, entende-se como um problema matemático toda situação que requer a descoberta de informações desconhecidas para o estudante que tenta resolvê-lo. Assim, a resolução de situações-problema pode ser uma significativa contribuição para o processo de aprendizagem. Segundo Sousa (2016), utilizando esta estratégia o estudante adquire a capacidade de desenvolver o pensamento matemático rotineiro, valorizando assim o seu aprendizado.

Entretanto, é importante considerar que, para ocorrer uma investigação matemática, o problema não deve apresentar uma estratégia que forneça uma resolução imediata. Dessa forma, é possível priorizar a ação dos estudantes, fazer com que se sintam desafiados, além de incentivar a argumentação e a troca de ideias, orientando-os no registro das descobertas.

Polya (1985) ressalta que a resolução de problemas matemáticos é a atividade mais próxima do centro do pensamento do dia a dia. E afirma que, se há um problema, sempre se procura os meios para atingir um objetivo. Dessa forma, entende-se que a ligação entre os problemas matemáticos e o cotidiano dos estudantes, o que se caracteriza, nesta pesquisa, como situações-problema, é um dos caminhos para que se atinja uma AS.

Considera-se, também, que o professor, em seu planejamento, deve partir de situações-problema de simples resolução para depois chegar às mais complexas. Em algumas salas de aula, professores de matemática ainda trabalham sempre com os mesmos tipos de problemas, tornando a atividade mecânica e com pouca ou nenhuma chance de promover AS. Reitz e Contreras (2011) afirmam que a maioria dos problemas envolve a ideia de juntar, combinar e transformar; porém, é necessário apresentar outros que exijam maior compreensão e criatividade por parte do educando.

Concorda-se com Pozo quando explica que,

> [...]em matemática, entende-se por problema qualquer tipo de atividade procedimental que seja realizada dentro ou fora da sala de aula. No entanto uma tarefa qualquer (seja matemática ou não matemática) não constitui um problema. Para que possamos falar na existência de um problema, a pessoa que está resolvendo esta tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar sua meta. (1998, p. 48).

Tal explicação de Pozo está em consonância com a afirmação de que a resolução de problemas matemáticos constitui a base das experiências de aprendizagem, por meio de situações desafiadoras, que propõem questões que instigam e promovam a investigação na busca de respostas e soluções. (RIO GRANDE DO SUL, 2009).

Para Carvalho (2010), os problemas matemáticos se classificam em: problemas convencionais ou heurísticos e problemas do cotidiano ou problemas de aplicação. O autor comenta que os problemas convencionais ou heurísticos desafiam o estudante a criar estratégias possíveis para a sua resolução; já os problemas do cotidiano ou problemas de aplicação são os mais interessantes para o estudante, porque estão ligados à sua vivência e para resolvê-los é necessário contar com desenhos, gráficos, dentre outros recursos.

Já Polya classifica os problemas como sendo problemas de rotina, ou não, de forma que

> [...] o problema que não se resolve por rotina exige um certo grau de criação e originalidade por parte do estudante, enquanto o problema de rotina não exige nada disso. O problema a ser resolvido sem rotina tem alguma possibilidade de contribuir para o desenvolvimento intelectual do estudante, enquanto o problema de rotina não tem nenhuma. (1985, p. 2).

A resolução de problemas, não apenas matemáticos, baseia-se na informação de que ao resolvê-los os estudantes adquirem procedimentos que serão aplicados a qualquer campo do conhecimento ou de sua vivência. Pozo (1998) explica que a atividade matemática não contribui somente para a formação dos estudantes, no âmbito do pensamento lógico-matemático, mas em muitos outros aspectos da atividade intelectual, como a criatividade, a intuição, a capacidade de análise e de crítica, dentre outros.

Infelizmente, muitos estudantes pensam que existe apenas uma resposta correta a um problema matemático e partem da hipótese de que, para aprender, basta memorizar o método de resolução mecânico que lhes foi ensinado. Pozo comenta:

> Diante da ideia de que trabalhar em Matemática significa colocar em ação certas capacidades de inferência e de raciocínio geral e de que a instrução relacionada aos problemas matemáticos influi na nossa capacidade de raciocínio e de solução de problemas, os estudantes acreditam que existe somente uma forma correta de solucionar qualquer problema matemático e que essa forma é a regra que foi demonstrada mais recentemente pelo professor em sua aula. (1998, p. 47).

Para Polya (1986), o professor que deseja desenvolver nos estudantes o espírito de solucionar e a capacidade de resolver problemas deve incutir-lhes na mente algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de praticar. Assim, o estudante fica “curioso” e passa a interagir com os problemas propostos, sendo autor de sua aprendizagem. Encontra-se aqui um diálogo entre Polya e Ausubel, ao destacarem a importância da curiosidade, que se constitui em condição para que tenha motivação para buscar formas de resolver os problemas, tornando-se mais provável a ocorrência de uma AS.

Segundo Polya (2003, adaptado), a resolução de problemas inclui quatro etapas:

a) compreensão do problema – procurar compreender o problema até encontrar com precisão a incógnita;

b) elaboração de um plano: saber quais os cálculos ou planos/estratégias, a fim de obter a incógnita;

c) execução do plano: executar o plano que se elaborou até chegar à solução e, caso se chegar a um impasse, é necessário voltar à fase de planificação;

d) verificação dos resultados: revisão crítica do trabalho realizado, ou seja, verificação do resultado em função da situação inicial e do raciocínio.

Dentre as etapas acima citadas, podemos ressaltar o último item, por ser o procedimento mais rico e significativo de todo o processo de resolução de problemas. Os professores poderiam incentivar o hábito nos estudantes de analisarem de forma crítica o resultado encontrado, mostrando, assim, que é necessária uma interpretação do resultado e não apenas a cópia do resultado encontrado em um recurso tecnológico.

Tais etapas servem de auxílio para que os estudantes organizem seu raciocínio lógico de forma mais sistemática e foram levadas em consideração, no momento do levantamento de dados e seleção das atividades propostas na elaboração da UEPS utilizada nesta pesquisa. Além disso, encontrou-se em Brito e Oliveira (2008, p. 6) uma constatação de ocorrência comum em atividades que requerem interpretação. “Para tanto, é necessário que esse estudante seja um leitor hábil, que o linguajar empregado no enunciado seja claro e que não esteja excessivamente constituído por palavras técnicas, ou então, que o aluno conheça o linguajar técnico”.

De fato, é muito importante que o professor, interessado em proporcionar atividades que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico, tenha em mente que não se trata, apenas, de propor desafios aos estudantes, mas que estes tenham potencial para tanto, o que depende de condições que devem ser consideradas. Assim, concorda-se com Barbosa, quando afirma:

> A resolução de problemas é encarada como uma capacidade matemática fundamental, sendo esperado que os alunos resolvam problemas em diferentes contextos, matemáticos e não matemáticos, e que sejam capazes de aplicar estratégias variadas, procedendo à discussão das soluções encontradas e dos processos utilizados. O raciocínio matemático envolve a formulação e teste de conjecturas e o estabelecimento de generalizações. (2009, p. 12).

O autor prossegue ressaltando a importância da resolução de problemas e que os estudantes apresentem um raciocínio flexível, sendo capazes de compreender e utilizar diferentes tipos de estratégias, quer visuais, quer analíticas. De acordo com este entendimento, encontra-se a exploração de padrões, que podem proporcionar maior envolvimento dos alunos na resolução de problemas e promover a utilização de um raciocínio organizado, baseado na formulação e no teste de conjecturas, na generalização e na argumentação. Existem muitos padrões e generalizações que nos rodeiam. É possível identificá-los não apenas no contexto da matemática, mas também na natureza, na arquitetura, na arte, dentre outros, o que é enfatizado por Delvin, quando afirma:

> O que o matemático faz é examinar padrões abstratos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Pode seguir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades mais ocultas da mente humana. (2002, p. 9).

Para Borralho et al. (2007), um padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou a um arranjo de números, de formas, cores ou sons, onde se detectam regularidades.

Dentre as questões envolvendo padrões, destaca-se que seu estudo constitui uma oportunidade para os estudantes observarem, proporem hipóteses, experimentarem e criarem hipóteses de resolução. Barbosa (2009) ressalta que a compreensão dessas regularidades, com base nos dados estudados, permitem prever o próximo passo a ser dado e que o fazer-matemática envolve descoberta, a procura de padrões, o que potencializa a utilização de processos não rotineiros, tais como: explorar, conjecturar, provar, modelar, simbolizar e comunicar.

Para a elaboração da UEPS foram preferencialmente escolhidos problemas não rotineiros, entendendo-se, como Polya (1985), que, para aprender o estudante deve descobrir, por si só, uma parte tão grande da matéria ensinada e quanto possível respeitadas as circunstâncias. Desta forma entende-se ser possível, por parte do estudante, a identificação de oportunidades de utilização dos conceitos matemáticos, para resolver e interpretar contextos e soluções de problemas.

Nesse estudo, destacou-se a interpretação como a principal dificuldade na resolução de problemas matemáticos. Segundo Brito e Oliveira (2008), uma hipótese para tal dificuldade é a falta de hábitos de leitura e também a falta de contextualização adequada de problemas matemáticos. Acrescenta-se a isto a utilização e a compreensão da linguagem matemática, muitas vezes necessária na formulação de situações-problema, o que tem-se mostrado um empecilho na interpretação adequada de muitas delas.

Os PCNs (1999) destacam que a linguagem matemática deve ser compreendida como organizadora de visão de mundo e ressaltam que o enfoque da contextualização dos esquemas de seus padrões lógicos é entendida pelas suas intersecções que se aproximam da linguagem verbal.

Brito e Oliveira (2008) também comentam que a manutenção da aproximação entre língua materna e matemática pode melhorar a percepção do modo de articulação da informação em ambas. Se o objetivo da escolarização é a aquisição sistematizada do conhecimento, e a principal atividade do estudante na escola é a aprendizagem para a vida, deve-se pensar em linguagens e textos que se inter-relacionam na organização dos saberes.

3.3 APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

A civilização, desde os primórdios, teve a necessidade de evoluir. Nesta evolução muitas ciências foram descobertas e outras aprofundadas, como é o caso da Matemática.

Segundo o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul – Lições do Rio Grande: Matemática (RIO GRANDE DO SUL, 2009) a Matemática constitui um patrimônio cultural da humanidade, compondo-se de ideias, métodos e procedimentos, que devem ser utilizados para analisar e resolver situações-problema e raciocinar, bem como para representar e comunicar.

Continuando a análise do pensamento encontrado nesse Referencial, a Matemática também é considerada a ciência dos padrões, ou seja, é uma forma de contemplar o mundo em que se vive, tanto em nível físico como biológico e sociológico, bem como o mundo oculto nas mentes e nos pensamentos.

A aprendizagem em Matemática ocorre desde o momento em que o estudante se depara com tal ciência, até que ocorra uma AS de determinado conhecimento. Para tanto, o estudante deve ser desafiado a desenvolver o pensamento lógico-matemático através de comparação, classificação, ordenação e correspondência. (RIO GRANDE DO SUL, 2009).

Os PCNs explicitam que

> o papel da matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância do estudante valorizá-la como instrumento para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o estudante desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções. (1998, p. 15).

Assim sendo, a aprendizagem não é resultado do desenvolvimento; a aprendizagem é o próprio desenvolvimento. Ela requer invenção e auto-organização por parte do estudante. Deste modo, os professores precisam permitir que os estudantes levantem suas próprias questões, gerem suas próprias hipóteses e modelos como possibilidades e testem suas viabilidades. (FOSNOT, 1996, p. 29).

A aprendizagem de matemática ocorre em diversos momentos, tanto em sala de aula como fora dela. Dentre os momentos em sala de aula, pode-se citar a resolução de situações-problema, a partir da troca de ideias entre os estudantes, incluindo a mediação do professor, dentre outros. É válido lembrar que a aprendizagem de matemática se torna mais enriquecedora, se for realizada como um trabalho coletivo em sala de aula. Os Referenciais citados acima afirmam ainda que a aprendizagem matemática “valoriza o trabalho coletivo, as discussões e as trocas entre iguais, a promoção da autoconfiança para que o estudante levante hipóteses, argumente e defenda oralmente e por escrito suas ideias bem como respeite as dos outros”. (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 39).

Infelizmente, uma grande parcela dos professores, em especial de Matemática, acabam acomodando-se nas suas experiências anteriores e repetindo aulas preocupam-se menos com o aprendizado dos estudantes e mais com cargas de trabalho menores, o que acaba por desmotivá-los; esses fatores (aliados a outros) tornam a ocorrência de uma AS cada vez menos provável. Isto porque, conforme já mencionado, a motivação é condição indispensável para tanto.

Assim sendo, se faz necessária uma constante atualização por parte dos professores, para que compreendam a importância de atividades e materiais potencialmente significativos, como é o caso de UEPS, que evidenciem os conceitos necessários à formação dos estudantes, em cada etapa da formação escolar. A partir dessa atualização, os professores, na medida do possível, devem levar para as salas de aula as tecnologias existentes no cotidiano, como é o caso da calculadora.

Cabe destacar a utilização de recursos tecnológicos como apoio a estratégias potencialmente favorecedoras do desenvolvimento de aprendizagens, pois as mesmas permitem criar ambientes de aprendizagem que sugerem novas formas de pensar e de aprender. (BARIN; BASTOS; MARSHALL, 2013). Isso foi o que se procurou contemplar, durante a seleção das situações-problema que constam da UEPS, foco desta pesquisa.

3.4 OPERAÇÕES NO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

O número, por ser um dos conceitos que estruturam a matemática, merece, ao longo do Ensino Fundamental, uma atenção especial quanto à sua natureza e caracterização. Isto é destacado por Ponte, quando afirma:

> [...] os **números** têm um papel decisivo nas aprendizagens matemáticas nos primeiros anos de escolaridade e a Álgebra surge como um tema matemático fundamental a partir dos anos intermédios. Quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem

> abstrata fica seriamente limitado nas suas opções escolares e profissionais e no seu exercício da cidadania democrática. (2006, p. 2, grifo nosso).

Primeiramente, os programas de matemática incentivam que os estudantes trabalhem com diversos conjuntos numéricos, ao longo de sua vida escolar, culminando com o Conjunto dos **Números Reais**. Esse processo se inicia logo no primeiro ciclo do Ensino Fundamental estudando, muitas vezes de forma concreta, dando ênfase para os números naturais e os números inteiros, bem como suas operações.

Já no segundo ciclo do Ensino Fundamental, quando os estudantes, em sua maioria, já possuem certa bagagem a respeito dos números, é introduzido o estudo dos números racionais e irracionais.

Entende-se que o ensino e a aprendizagem dos números racionais faz uso de subsunçores a respeito dos números naturais e inteiros. A identificação e a consideração de tais subsunçores é muito importante para que os estudantes possam assimilar corretamente o significado dos números racionais, bem como dos irracionais. No caso dos números racionais, é muito importante que o numerador e denominador tenham seus significados bem claros. A inversão das posições já foi detectada nos estudos de Bezerra (2001), que ressalta a confusão que os estudantes fazem com as partes envolvidas nas frações, por não compreenderem o significado do número racional.

Segundo a BNCC:

> Com referência a unidade de conhecimento Números e Operações, a expectativa é de que os/as estudantes, ao final dessa etapa, resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as quatro operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, entre elas o cálculo por estimativa, o cálculo mental, o cálculo por algoritmos, com compreensão dos processos neles envolvidos. O/a estudante deve também dominar o cálculo de porcentagem, de porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. No tocante aos números reais, espera-se que os/as estudantes saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. (BRASIL, 2016, p. 424).

É importante ressaltar que o Conjunto dos Números Reais não termina de ser estudado, pois ancora muitos estudos de matemática, seja do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, seja do Superior.

Quanto à resolução de situações-problema, na BNCC (2016) também se encontra que os estudantes devem, no nono ano do Ensino Fundamental, saber resolver e elaborar problemas, relacionando a representação decimal e incluindo o uso de tecnologias digitais.

No nono ano, final do Ensino Fundamental, os estudantes já tiveram a oportunidade de trabalhar com todos os tipos de conjuntos numéricos, culminando com o Conjunto dos Números Reais, mas infelizmente alguns estudantes têm bastante dificuldades a respeito.

De fato,

> embora o estudo dos números e das operações seja um tema importante nos currículos do ensino fundamental, constata-se, com frequência, que muitos estudantes chegam ao final desse curso com um conhecimento insuficiente dos números, de como eles são utilizados e sem ter desenvolvido uma ampla compreensão dos diferentes significados das operações. (BRASIL, 1998, p .95).

Com isso, dificuldades de interpretação, resolução e análise de resultados obtidos ficam comprometidos, prejudicando a compreensão dos conceitos e das aplicações da matemática, no Ensino Médio, cujas consequências, em termos de dificuldades, só tendem a aumentar.

Diante dessas considerações, justifica-se a importância atribuída ao tema desta pesquisa e destaca-se o que os PCNs comentam sobre o ensino dos diferentes conjuntos numéricos e suas características, por meio da resolução de situações-problema:

> Ao longo do ensino fundamental o conhecimento sobre os números é constituído e assimilado pelo estudante num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas, e também como objeto de estudo em si mesmos, considerando-se, nesta dimensão, suas propriedades, suas inter-relações e o modo como historicamente foram constituídos. Nesse processo, o estudante perceberá a existência de diversos tipos de números (números naturais, negativos, racionais e irracionais) bem como seus diferentes significados, à medida que se deparar com situações-problema envolvendo operações ou medidas de grandezas, como também ao estudar algumas das questões que compõem a história do desenvolvimento do conhecimento matemático. (BRASIL, 1998, p. 50).

Na próxima seção, descreve-se o percurso metodológico, realizado, levando em consideração o que foi discutido nos capítulos anteriores. A seção 4.1 é destinada à apresentação de antecedentes da pesquisa, que considerou-se importante mencionar, uma vez que forneceram informações relevantes, utilizadas no seu planejamento.

Já as demais seções do capítulo 4 referem-se à pesquisa, que é objeto desta dissertação, em que são apresentados os sujeitos participantes, bem como a UEPS planejada, aplicada e avaliada, em todos os seus momentos, no contexto apresentado.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

A primeira seção deste capítulo, que se passa a apresentar, é dedicada aos antecedentes da proposta, constituídos de atividades preliminares, que justificaram o interesse e a forma como foi conduzida a pesquisa. Com efeito, a preocupação com a aprendizagem significativa das operações no Conjunto dos Números Reais, por parte dos estudantes, marcou o início das reflexões necessárias para a constituição desta pesquisa. Além disso, tendo realizado estudos anteriores sobre a utilização da calculadora, já havia a constatação, com base nos resultados da pesquisa quantitativa, realizada naquela ocasião, dos benefícios de sua utilização, sob condições a serem observadas pelo professor. Tais condições, conforme discutido nos capítulos 1 e 2 estão relacionadas com o desenvolvimento do raciocínio do estudante, de forma a operar com o Conjuntos dos Números Reais, durante a resolução de situações-problema. Para tanto, é imprescindível que o professor esteja atento ao processo, desde a interpretação, por parte do estudante, do contexto em que tal situação está inserida, passando pelo planejamento dos passos necessários para a resolução, até o resultado final e sua devida interpretação.

Com tais pressupostos, os estudos preliminares constituíram-se de diversas atividades, dentre as quais selecionaram-se quatro para apresentar, justificando-as, como *situações de aprendizagem da pesquisadora*, na busca do melhor caminho a seguir, quando da realização da pesquisa propriamente dita.

4.1 ANTECEDENTES DA PROPOSTA

A pesquisa aqui relatada foi, inicialmente, desencadeada pela realização de três atividades baseadas em resoluções de problemas, com a utilização da calculadora, por estudantes, além de uma entrevista realizada com professores de diversas áreas do Ensino Fundamental e Médio. Ressalta-se que tais atividades foram selecionadas e utilizadas para levantamento de dados e para uma reflexão inicial sobre a resolução de problemas matemáticos, com o apoio da calculadora.

A pesquisadora eximiu-se de externar opiniões pessoais sobre as questões propostas aos professores e estudantes que participaram dessas atividades. Considerando a oportunidade de realizar um levantamento prévio com algumas turmas em que a pesquisadora atuava, no ano de 2015, foram quatro os momentos selecionados naquela fase preliminar da pesquisa, os quais são apresentados a seguir.

4.1.1 Primeira atividade preliminar: resolução de problemas por uma turma de 6º ano

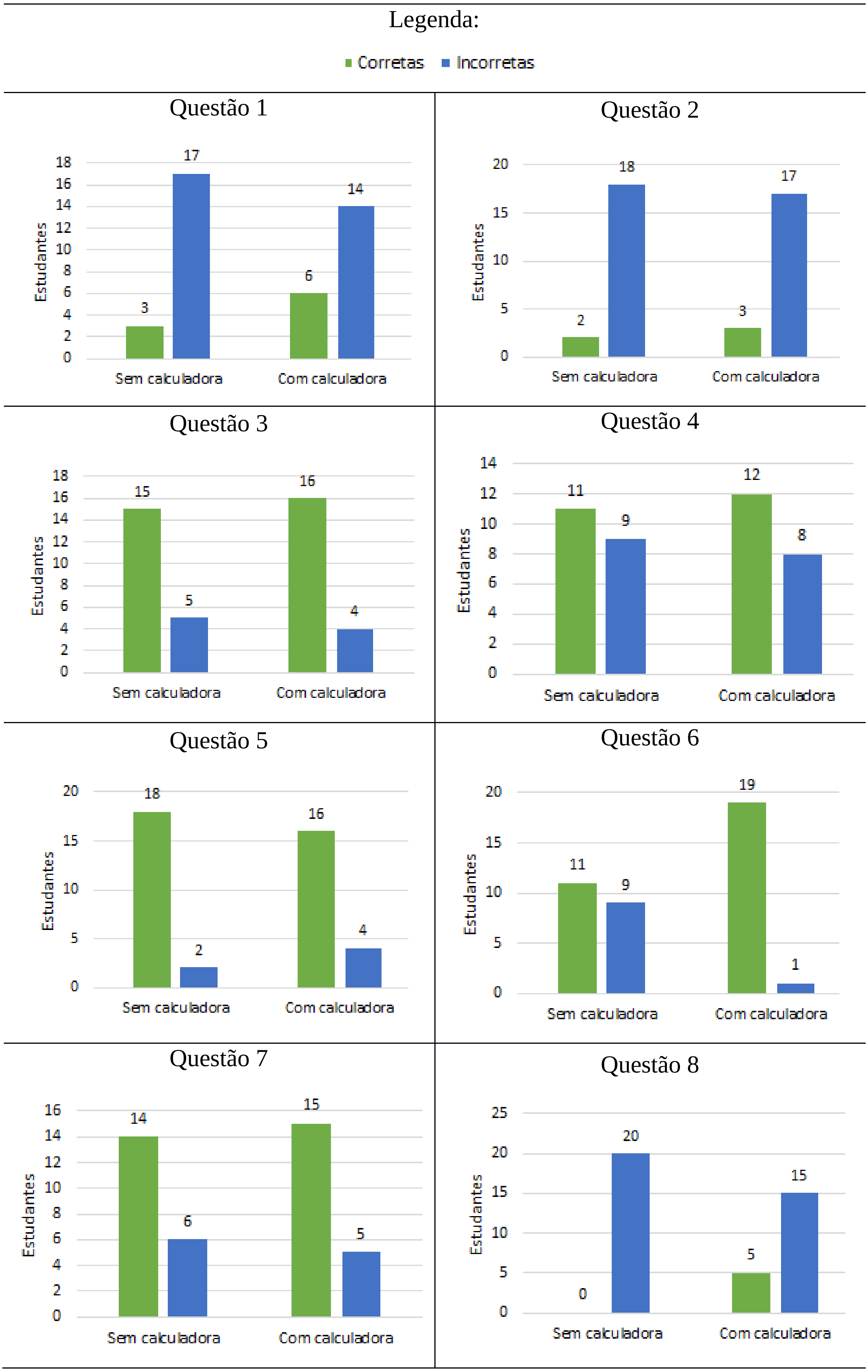
Foi elaborada uma lista contendo oito problemas (Apêndice A) envolvendo as operações com o Conjunto dos **Números Naturais**, visando à aplicação em uma turma de vinte estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental da rede privada da cidade de Caxias do Sul. Para a aplicação destes problemas foi solicitada autorização à direção da escola, informando sobre a finalidade da pesquisa, o que foi aceito prontamente.

Esta lista de problemas foi aplicada em dois períodos/aula, na disciplina de Matemática, pela professora titular da turma. Sua realização ocorreu em duas etapas: a primeira, sem a utilização da calculadora e a segunda, com a utilização da calculadora, a fim de ser analisado o desempenho dos estudantes em ambos os casos. Cumpre destacar que a mesma lista de problemas foi utilizada, em ambas as etapas, que ocorreram, num intervalo de duas semanas. Nas aulas que ocorreram na semana intermediária, foram trabalhados os temas em discussão na disciplina, sem que fossem comentados os problemas resolvidos na última aula da semana anterior. Ao ser perguntada sobre o teste, a professora informou que estava analisando e que daria retorno, tão logo concluísse a análise. Além disso, é importante observar as **orientações** fornecidas no cabeçalho da lista, e lidas pela professora, no início do trabalho, em cada etapa, que, dentre outras recomendações, solicitava que apresentassem a resolução de forma organizada.

Após a aplicação da referida lista, considerou-se importante observar a quantidade de questões corretas (com e sem a utilização da calculadora) e também as incorretas, nas resoluções apresentadas, cuja análise se revelou expressiva, no contexto do interesse. Em primeiro lugar, chama a atenção o fato de que o número de respostas corretas aumentou em sete, das oito questões formuladas.

A seguir, na Tabela 1, apresenta-se a quantidade de questões corretas e de questões incorretas, com e sem a utilização da calculadora, para cada uma das questões aplicadas.

Tabela 1 – Resultados da resolução dos problemas pelo 6º ano



Fonte: Produção da autora.

De fato, com exceção da questão cinco, em que o número de acertos sem a calculadora foi maior do que com a sua utilização, todas as demais questões contaram com um maior número de acertos com a utilização da calculadora. Com a preocupação de compreender as resoluções apresentadas, passou-se à análise daquelas que se considerou como fonte de informações relacionadas com as preocupações iniciais.

Na Figura 1, retomou-se o enunciado da questão 2 da primeira atividade preliminar.

Figura 1 – Enunciado da questão 2 da primeira atividade preliminar

Questão 2:

Qual é o resultado de 100 – 72 + 4 × 2 x 2 x 2 – 72: 6 x 6?

Fonte: Produção da autora.

Assim sendo, a questão acima foi objeto de nossa análise, no que diz respeito à falta de conhecimento para a resolução de uma expressão numérica. Para sua resolução, era necessário o conhecimento da ordem de realização de operações em uma expressão numérica, o que é uma dificuldade comumente identificada. Isto porque nem todos os estudantes possuem o conhecimento do modo como as expressões numéricas devem ser digitadas em uma calculadora, uma vez que há operações que prevalecem perante as outras. Assim, os estudantes que acertaram a questão, utilizando a calculadora como ferramenta de auxílio, certamente conheciam a ordem de realização das operações. Caso não estivessem cientes quanto a isso, a calculadora não teria sido útil. Como ressalta Magalhães (1995), não basta que os estudantes usem a calculadora; é necessário que saibam como usá-la, como explorá-la, além de interpretar corretamente o que está sendo solicitado.

Na Figura 2, retomou-se a questão 3.

Figura 2 – Enunciado da questão 3 da primeira atividade preliminar

Questão 3:

Se preenchermos a tabela abaixo a partir do número 63, qual será o resultado final?

Dividir por 7?	É igual?	Multiplicar por ele mesmo	Adicionar 63	O resultado é?

Fonte: Produção da autora.

Já para esta questão, o número de acertos com a calculadora foi bastante próximo do número de acertos sem a calculadora. Por se tratar de uma questão envolvendo uma expressão numérica, utilizando a linguagem natural, os erros foram classificados como sendo “de cálculo” ou “de interpretação”, além das questões deixadas em branco. Quando analisados, chegou-se ao mesmo número de erros em cada uma das possibilidades, encontrando-se erros de cálculo como: 9 x 9 = 18 (mesmo com a calculadora) e erros de interpretação, como partir da divisão por 63 e não por 7, como solicitado, dentre outros.

Quanto à utilização da calculadora, observou-se que alguns estudantes a utilizaram erroneamente, sem a devida interpretação da questão; simplesmente para uma tentativa de resolução, agindo de forma que a calculadora conseguisse resolver o problema. Quanto a isto, considera-se importante destacar, como sugere Ponte (1989), que não se deve atribuir à calculadora nenhum caráter milagroso. Lembra-se também que a calculadora é apenas um instrumento auxiliar e que sua utilização será melhor, de acordo com a participação ativa e crítica do estudante.

Continuando a análise desta atividade preliminar, retomaram-se as questões 4 e 7. Seus enunciados se encontram na Figura 3 abaixo.

Figura 3 – Enunciados das questões 4 e 7 da primeira atividade preliminar

Questão 4

Leila e Bernardo reúnem-se, com regularidade, com seus estudantes, para desenvolver um projeto. Leila tem reuniões com seus estudantes a cada oito dias. O professor Bernardo reúne-se a cada dez dias. Hoje eles fizeram a reunião conjunta. Determine a quantidade de dias em que ocorrerá a próxima reunião conjunta dos dois grupos.

Questão 7

Um homem ganha 4.105 reais e gasta 680 reais de aluguel, 550 reais com alimentação, 330 reais com transporte e 2.000 reais com saúde e educação. Quanto lhe sobra para outros gastos?

Fonte: Produção da autora.

Nas questões 4 e 7 acima, observou-se uma pequena mudança em relação aos acertos nas duas aplicações, o que demonstra aqui, também, que a dificuldade maior estava na interpretação correta da questão e não na utilização da calculadora. Este pensamento é justificado por Lima e Lopes (2008) que afirmam que a leitura e a escrita, quando articuladas às aulas de matemática, contribuem para o desenvolvimento de habilidades necessárias à resolução de problemas.

D’Ambrósio explica que:

> A calculadora deve ser usada nas aulas do Ensino Fundamental e Médio, pois pode contribuir com o estudante para: liberar tempo e energia gastos em operações repetitivas; permitir a resolução de problemas reais; propiciar maior atenção ao significado dos dados e à situação descrita no problema. (2004, p. 52).

Por fim, cabe analisar a questões 8. Na Figura 4 a seguir encontra-se o enunciado da questão.

Figura 4 – Enunciado da questão 8 da primeira atividade preliminar

Questão 8

Os malefícios do tabaco!

Sabe-se que o tabaco prejudica a saúde e que o fumante gasta muito dinheiro. Quanto teria gasto um fumante, em tabaco, nos últimos dois anos, sabendo que fuma um maço e meio de cigarro por dia e que cada maço (20 cigarros) custa R$ 1,50? (O preço do cigarro teria se mantido igual nos últimos dois anos).

Fonte: Produção da autora.

Comparando as aplicações, temos que, sem a calculadora, nenhum estudante a acertou e, na etapa seguinte, com a calculadora, houve um percentual de 25% de estudantes que acertaram a mesma. Em primeiro lugar, observou-se que, em ambas as aplicações das questões, a quantidade de estudantes demonstrando dificuldade de interpretação foi significativa. No caso desta questão, em especial, o número de questões em branco, quando foi utilizada a calculadora, foi menor do que na aplicação anterior. Talvez, pelo fato de que, com a calculadora, tenham maior disposição de *tentar*. De fato, já há estudos sobre isto e encontrou-se em D'Ambrósio (2004) que, "utilizando uma metodologia que inclua as tecnologias damos ao aluno a autoconfiança na sua capacidade de criar e fazer matemática". Classificaram-se como erros de interpretação, por exemplo:

- ✓ ao invés de calcular o gasto de 1 maço e meio por dia, em 2 anos, calculou o gasto de 1 maço em 2 anos e meio;
- ✓ considerar o consumo diário de 20 cigarros (ao invés de 30, como era informado: 1 maço e meio) ou seja, ao invés de calcular o gasto de 1 maço e meio por dia, calculou o gasto de 1 maço por dia, em 2 anos; (4 ocorrências)
- ✓ ao invés de calcular o gasto de 1 maço e meio por dia, calculou o gasto de 2 maços por dia, em 2 anos; (2 ocorrências)
- ✓ cálculos corretos, porém, na resposta final, escreve "economizou", ao invés de "gastou", como foi o que calculou, conforme a pergunta feita;

- ✓ interpretação parcialmente correta: cálculo do número total de cigarros em dois anos; porém, ao calcular o gasto, utiliza 1,50 como se fosse o preço de 1 cigarro e não de 1 maço; (4 ocorrências).

Chamam a atenção, em especial, erros como:

- ✓ realizar adição ao invés de multiplicação, para calcular o gasto em 2 anos (730 + 1,50);
- ✓ ao invés de multiplicar 365 por 20 (o correto seria por 30 cigarros/dia), dividiu 365 por 20.

Encontraram-se, ainda, desenvolvimentos que não foram possíveis de interpretar, devido ao fato de terem apresentado cálculos desprovidos de significado, ainda que envolvendo os números mencionados no enunciado. Neste sentido, destacam-se alguns estudantes que resolveram a questão apresentado respostas como “aumentou” ou “economizou”, dando a entender que não compreenderam o que estavam procurando responder. Neste sentido, vale lembrar uma das recomendações de Polya (1986), quando destaca que um dos primeiros passos para resolver um problema é “compreender o problema”. Isto também foi bastante observado em respostas com valores totalmente desprovidos de significado, no contexto do problema.

Na análise desta atividade preliminar, foi possível compreender a validade de promover, em sala de aula, o convívio dos estudantes com a calculadora, já no Ensino Fundamental. Desta forma, o professor já pode começar a levar seus estudantes a avaliarem criticamente os resultados obtidos com a calculadora, aproveitando, desta forma, uma tecnologia disponível, porém, com o conhecimento necessário, tanto em relação ao conteúdo, quanto em relação ao recurso tecnológico. Este foi o fator de destaque desta atividade preliminar, ao considerar seus resultados no planejamento da UEPS, objeto da pesquisa realizada. Com efeito, uma atenção especial deve ser dada à leitura e interpretação de situações-problema. De fato, pode-se dizer que muitos erros expressivos foram claramente revelados pela dificuldade de interpretação.

Acredita-se, como Brito e Oliveira (2008), que as dificuldades de interpretação estão diretamente ligadas à falta de hábitos de leitura, tornando-se necessário promover atividades que auxiliem neste sentido.

4.1.2 Segunda atividade preliminar: entrevistas com professores

Com o objetivo de conhecer as visões/opiniões de professores a respeito do uso da calculadora em aulas de matemática, foi elaborada uma entrevista para os professores das diversas áreas do conhecimento, que as ministram tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

A entrevista (Apêndice B) foi feita a quatorze professores da rede estadual, da Escola Estadual de Ensino Médio (E.E.E.M) Dr. Assis Antônio Mariani, aos quais foi informada a intenção da pesquisa, apresentando-se o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice D), que foi assinado por todos os professores participantes.

Os professores foram questionados sobre sua opinião a respeito da utilização da calculadora nas aulas de matemática. No grupo de entrevistados, tem-se:

Em relação à disciplina que ministra:

- ✓ 1 professor da disciplina de História;
- ✓ 1 professor da disciplina de Ciências e/ou Biologia;
- ✓ 1 professor da disciplina de Arte;
- ✓ 1 professor da disciplina de Inglês;
- ✓ 2 professores da disciplina de Química;
- ✓ 3 professores da disciplina de Física;
- ✓ 4 professores da disciplina de Língua Portuguesa;
- ✓ 2 professores da disciplina de Literatura;
- ✓ 1 professor de Educação Física;
- ✓ 2 professores da disciplina de matemática.

Em relação ao nível de ensino em que ministra aulas:

- ✓ 13 professores ministram aulas para o Ensino Médio;
- ✓ 5 professores ministram aulas para o Ensino Fundamental.

É importante ressaltar que alguns professores ministram mais de uma disciplina e atuam no Ensino Fundamental e também no Ensino Médio.

Em relação às opiniões quanto à utilização da calculadora nas aulas de matemática, no Ensino Fundamental:

- ✓ 02 professores manifestaram-se a favor;
- ✓ 11 professores manifestaram-se contra;
- ✓ 01 professor não se posicionou, porém, apresentou argumentos pró e contra a utilização da calculadora em aulas de matemática do Ensino Fundamental.

Os dois professores que se manifestaram a favor justificaram a importância da utilização de novas tecnologias, argumentando com base no estudo dos PCNs, que ressaltam:

> Ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o estudante a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. A calculadora é também um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto avaliação. (1997, p. 34).

Isto também pode ser observado nos estudos realizados por Vieira (2009), que salienta que a aprendizagem é facilitada com o uso das tecnologias, visto que é um recurso de fácil acesso, presente em objetos como celulares, relógios e agendas, e na maioria dos casos a calculadora acaba se tornando um objeto, ou melhor, um recurso didático.

Nesta análise, os professores, que comentaram que são contra a utilização da calculadora nas aulas de matemática, ressaltaram que não há necessidade de sua utilização, porque os cálculos do Ensino Fundamental são relativamente fáceis e que se for utilizada nos anos iniciais acabam comprometendo o raciocínio lógico pleno do estudante, deixando-o assim mais preguiçoso e dependente da mesma.

Pode-se verificar que esse argumento, na resposta do Professor 12, salienta que algumas regras e conceitos são ensinados aos estudantes, para que eles desenvolvam seus cálculos, mas com o uso frequente da calculadora isso vem sendo esquecido, como, por exemplo, a regra da divisão de frações, potenciação e radiciação, dentre outras.

O Professor 3 e o Professor 7 também têm o mesmo pensamento do Professor 4, no que diz respeito à inserção e a utilização das tecnologias em sala de aula, porque estão preocupados com o futuro desses estudantes. O Professor 3 cita que, como resultado, haverá adultos que não conseguirão conferir o troco no mercado; já o Professor 7 salienta que se utilizarem frequentemente a máquina se tornarão reféns da mesma e com diminuída capacidade de análise crítica, quando lhes for oferecido um cartão de crédito, um empréstimo ou uma compra em inúmeras parcelas.

Vieira (2009), em seus estudos, ressaltou que a calculadora causa dependência do uso de tecnologias e acarreta “preguiça mental” pelo fato de o estudante não mais armar a conta.

Esta opinião está de acordo com Araújo e Soares (2002), quando sugerem que o uso de calculadoras seria adequado para estudantes com adiantado conhecimento matemático, devendo ser vetado aos menores.

O fato mais curioso nesta análise é o depoimento de professor entrevistado, que apresentou argumentos a favor da utilização da calculadora, salientando a necessidade de que seja utilizada em momentos específicos e com orientações, bem como posicionando-se contra a sua utilização, se for de forma continuada, porque limita o raciocínio lógico. De fato, este depoimento vem ao encontro da hipótese formulada neste estudo.

Andrade (2006) enfatiza que há que se construir um conhecimento mais apurado acerca de potencialidades e riscos na utilização da calculadora e é preciso registrar, avaliar, debater e divulgar experiências para construir tal conhecimento.

Destaca-se que esta atividade preliminar foi importante neste estudo, no sentido de reforçar a pertinência da realização de uma pesquisa que esclareça quanto às divergências reveladas nas respostas dos professores, bem como de fornecer argumentos fundamentados em pesquisa, que permitam que nos posicionemos de forma segura quanto à utilização da calculadora para a resolução de problemas, envolvendo operações no Conjunto dos Números Reais. Com a entrevista realizada, foi possível concluir que a maioria dos professores, assim como a pesquisadora, encontra-se preocupadas com a forma como a calculadora vem sendo utilizada em sala de aula.

4.1.3 Terceira atividade preliminar: discussões com uma turma de nono ano

Tendo identificado como uma etapa importante para a programação de uma UEPS, a investigação sobre conhecimentos prévios dos estudantes, optou-se, inicialmente, pela realização de uma atividade, a título de exercício da pesquisadora. Para tanto, elaborou-se uma atividade a ser realizada na forma de "conversa com os estudantes", que os levasse a externalizar seus conhecimentos a respeito das operações no Conjunto dos Números Reais.

Optou-se, assim, por promover uma troca de ideias para o levantamento de dados, registrados no quadro da sala de aula, onde pudesse ser promovida a interação e uma visualização da interligação de vários conceitos relacionados ao Conjunto dos Números Reais, contando com a mediação da professora. Assim sendo, com base nas discussões ocorridas, foram registrados os destaques apresentados pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, do ano letivo de 2015, da E.E.E.M. Dr. Assis Antônio Mariani.

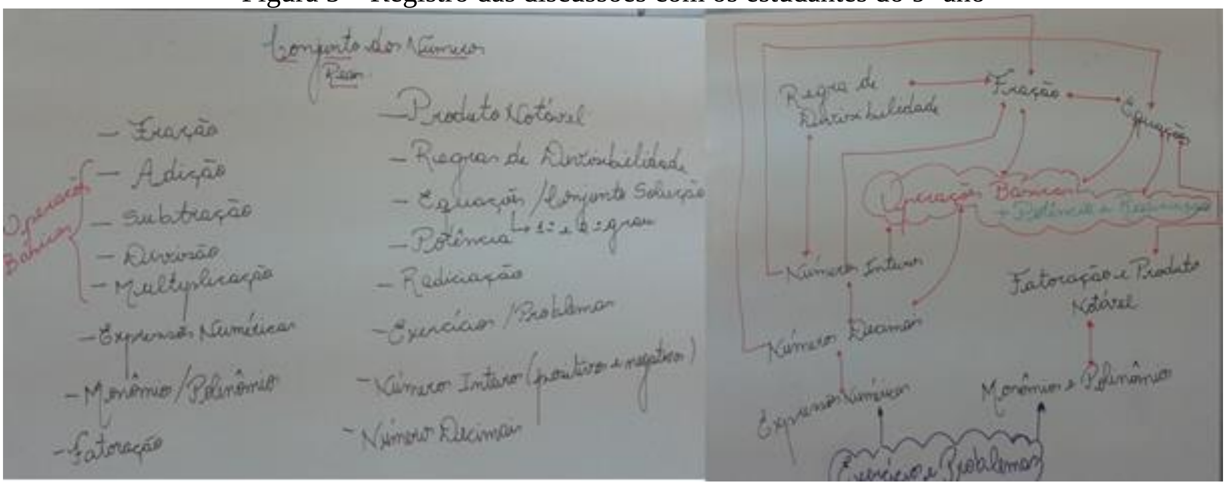
A turma, juntamente com a professora de matemática, elaborou uma lista de assuntos/conteúdos/conceitos, na qual pudessem visualizar aplicações, operações e propriedades relacionadas aos números reais.

No primeiro momento, muitos estudantes demonstraram insegurança em envolver-se nas discussões, causando a impressão de que estavam preocupados em emitir suas opiniões temendo que pudessem estar erradas e isso lhes causasse constrangimentos. É muito frequente este tipo de reação, especialmente entre adolescentes. Cabe ao professor, nestes casos, a tarefa de deixá-los à vontade, justificando a importância da participação como um benefício próprio, mas, também, aos colegas. Ao longo dessa conversa, foi possível perceber que determinados estudantes fizeram algumas relações do tipo: “agora entendi por que tenho dificuldade em tal matéria, é que não sei a outra que é a base dela”. O que chamou muito a atenção foi a importância que deram, inicialmente, para o que chamaram de *Operações Básicas* (adição, subtração, divisão e multiplicação), com comentários do tipo: essas a gente estuda desde pequeno.

De fato, essas discussões preliminares mostraram-se bastante produtivas, especialmente no que diz respeito ao interesse demonstrado pelos estudantes, que, pouco a pouco, deixavam transparecer maior segurança ao referirem-se sobre os assuntos que os colegas apontavam.

A partir desta lista, os estudantes, juntamente com a professora, organizaram uma síntese das discussões, no qual foi registrado tudo o que foi citado e comentado por eles. Na Figura 5, apresenta-se o registro das anotações feitas pela pesquisadora, no quadro, ao conduzir a discussão.

Figura 5 – Registro das discussões com os estudantes do 9º ano



Fonte: Produção da autora.

Durante a elaboração da referida síntese, foi possível perceber a facilidade de alguns estudantes em fazer a associação dos conhecimentos, o que pode ser interpretado como uma boa bagagem, em termos de conhecimentos prévios sobre as operações no Conjunto dos

Números Reais, além de alguns conceitos importantes da Álgebra, lembrados durante a discussão.

Foi unânime a opinião da turma de que exercícios e problemas envolvendo operações, no Conjunto dos Números Reais, deveriam estar ligados a todos os conhecimentos prévios e que, para tanto, necessitam das operações básicas. Porém, no final, agregaram também a potenciação e a radiciação, justificando a importância de mencionarem todas as operações envolvendo o Conjunto dos Números Reais, no contexto da discussão realizada.

Essa atividade preliminar foi muito importante, no sentido de confirmar a pertinência de tal investigação **nesta etapa do Ensino Fundamental**, quando os estudantes já conhecem todas as operações básicas, no Conjunto dos Números Reais, quais sejam: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, ainda que, nem sempre tenha havido uma aprendizagem significativa, que lhes permita realizarem corretamente cálculos envolvendo tais operações.

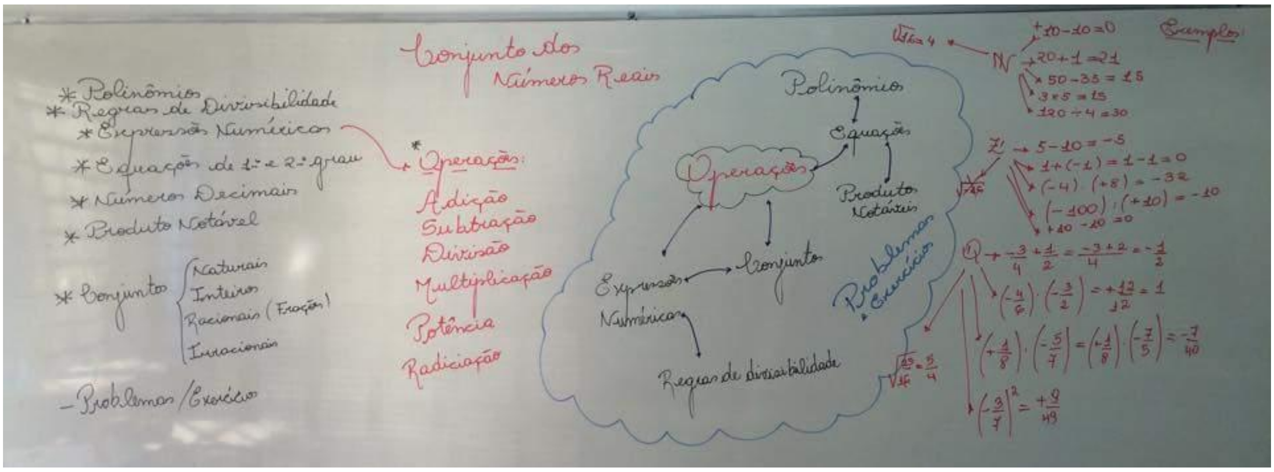
No que diz respeito à importância dada a esta atividade preliminar, no contexto da pesquisa de interesse desta dissertação, ressalta-se a decisão tomada, no final do que foi considerado como atividades preliminares, de trabalhar com este mesmo ano do Ensino Fundamental, quando, de fato, todas as operações com o Conjunto dos Números Reais devem ter sido estudadas e constituem a base para os estudos no Ensino Médio.

4.1.4 Quarta atividade preliminar: discussão seguida de resolução de problemas por uma turma do 1º ano do Ensino Médio

Nesta atividade, foi solicitado aos 22 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, do ano letivo de 2015, que elaborassem uma lista de assuntos/conteúdos/conceitos, na qual pudessem visualizar a importância das aplicações do Conjunto dos Números Reais, com a mediação da pesquisadora.

Já de início, foi possível perceber que esses estudantes possuíam uma bagagem maior de conhecimentos prévios do que os estudantes do Ensino Fundamental, demonstrando um bom conhecimento sobre números reais, evidenciado nos argumentos apresentados, bem como na organização e disposição dos conteúdos na “síntese” registrada pela pesquisadora, no quadro, durante a discussão promovida. Com os conhecimentos prévios demonstrados, os estudantes foram incentivados, também, a elaborar e resolver alguns exemplos de operações envolvendo alguns conjuntos numéricos específicos. Na Figura 6 apresentam-se os tópicos mencionados nessas discussões.

Figura 6 – Registro das discussões com os estudantes da turma de 1º ano



Fonte: Produção da autora.

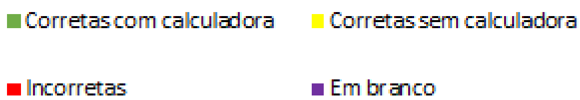
Para a aula seguinte, com base em tais discussões, a pesquisadora elaborou um conjunto de nove problemas, cuja resolução requeria interpretação e conhecimento das operações, no Conjunto dos Números Reais (Apêndice C). Para a resolução desses problemas, os estudantes-participantes poderiam **optar por resolvê-los com ou sem a calculadora**, tendo sido solicitado, como de extrema importância, que informassem sua opção em cada um deles, para que posteriormente fosse possível realizar uma análise adequada de cada opção. De modo geral, observou-se que esta solicitação foi atendida, o que permitiu comparar o número de acertos com e sem a calculadora.

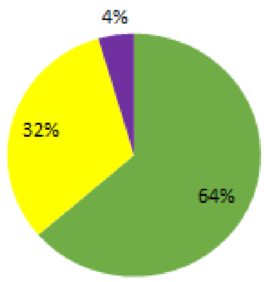
Esta atividade preliminar possibilitou formalizar um mapeamento das dificuldades encontradas pelos estudantes deste ano, para que assim o estudo pudesse auxiliar a sanar as lacunas relacionadas com dificuldades encontradas em anos anteriores, em especial ao nono ano, que é a base deste estudo.

Apresentam-se, na Tabela 2, os resultados da avaliação da resolução dos referidos problemas, com a quantidade de acertos com e sem a calculadora, bem como a quantidade de erros e de respostas em branco.

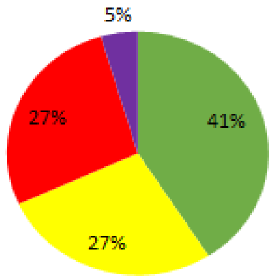
Tabela 2 – Resultados da atividade resolução de problemas no 1º ano do EM

Legenda:

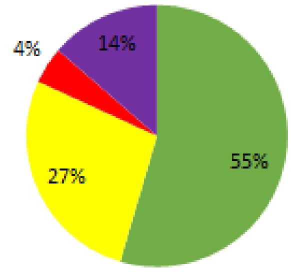




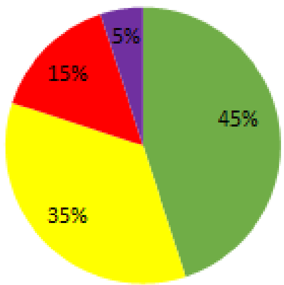
Questão 1a



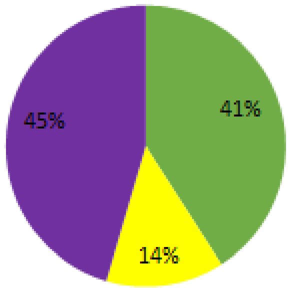
Questão 1b



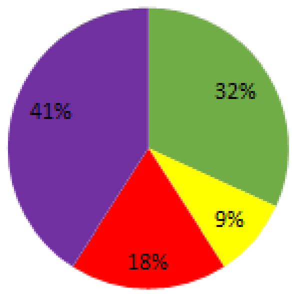
Questão 1c



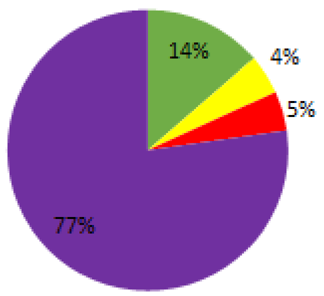
Questão 2



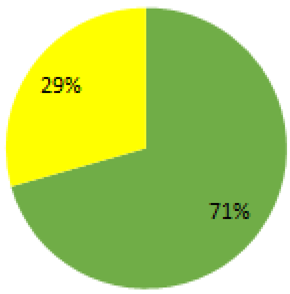
Questão 3a



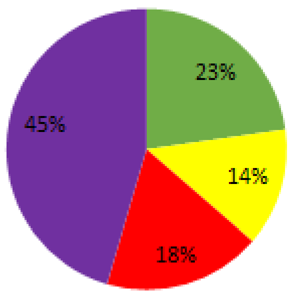
Questão 3b



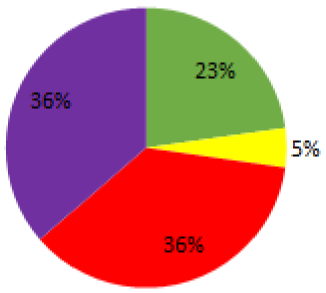
Questão 3c



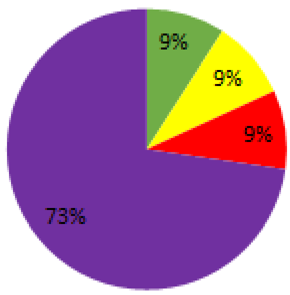
Questão 4a



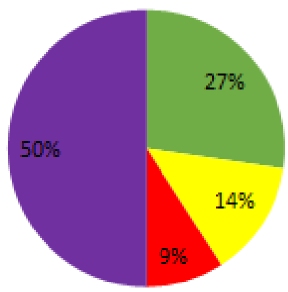
Questão 4b



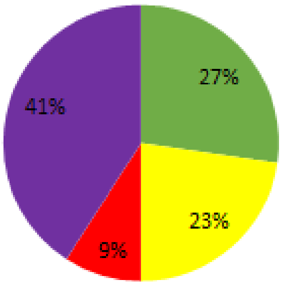
Questão 4c



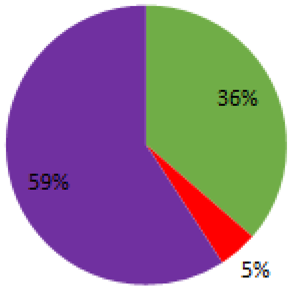
Questão 5a



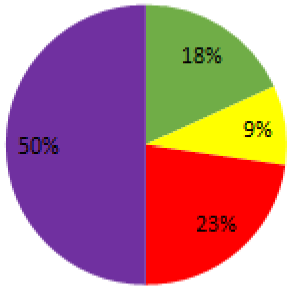
Questão 5b



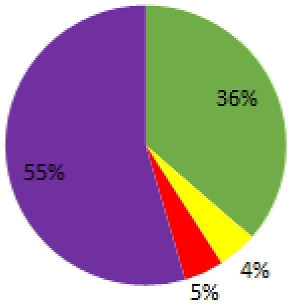
Questão 5c



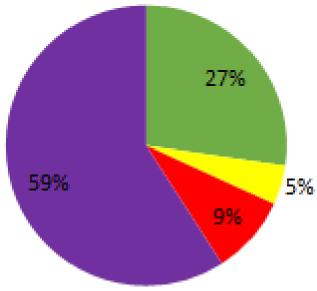
Questão 6



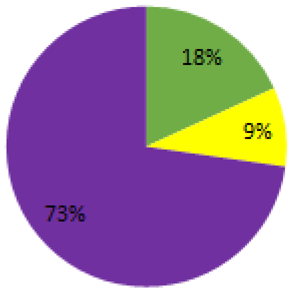
Questão 7a/7b



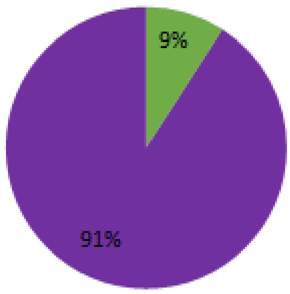
Questão 8a



Questão 8b



Questão 8c



Questão 9a/ 9b

Fonte: Produção da autora.

Quanto às questões em branco, foram analisadas, também, justificativas apresentadas para o fato de terem deixado de tentar resolver a questão. De modo geral, em uma análise desta atividade preliminar, observou-se:

1. **Quanto ao número de questões corretas e incorretas utilizando a calculadora:**
   - ✓ todos acertaram a questão 4a e a maioria utilizou a calculadora;
   - ✓ além da questão 4a, apenas as questões 1, 2 e 3a tiveram maior número de acertos do que de erros; nestes casos, também com a utilização da calculadora.
2. **Quanto às questões em branco:**
   - ✓ somente na questão 1b predominou a falta de compreensão, como motivo apontado pelos estudantes que deixaram em branco; em todas as demais questões, houve as em

branco, e o motivo apontado foi não saber como resolver, embora tenha compreendido;

- ✓ o maior número de questões em branco (superior a 50%) foi nas questões 3c, 5a, 6, 8 e 9; uma análise breve de tais questões leva a possíveis razões para tal: para resolver as questões 3c e 6, é necessário um raciocínio mais elaborado, que requer a comparação entre grandezas; as questões 5a e 8 envolvem operações com frações e números decimais, e a questão 9 envolve o conceito de volume; tratam-se de números e grandezas, que requerem boa compreensão para que os estudantes possam utilizá-los na resolução de problemas.

De modo geral, a partir da análise realizada na Tabela 2, pode-se concluir que, em todas as questões, o número de acertos utilizando a calculadora foi maior do que quando não foi utilizada, exceto na questão 5a, em que o percentual de ambas as formas de resolução é o mesmo.

Todas as atividades preliminares tiveram como objetivo verificar a realidade dos estudantes sobre sua aprendizagem, bem como a forma como os professores analisam a utilização da calculadora em sala de aula. Após essa prévia de informações, a pesquisadora pôde tomar decisões coerentes baseadas na realidade escolar, sobre a escolha das atividades, da série, bem como do conteúdo a ser trabalhado na UEPS.

O Quadro 1 abaixo mostra a síntese de cada uma das atividades preliminares vivenciadas, a descrição, o público alvo e os destaques.

Quadro 1 – Descrição das atividades preliminares

	Descrição	**Público-alvo**	**Destaques**
1ª	Resolução de problemas	Estudantes (sexto ano)	Convívio com a calculadora. Dificuldades de interpretação.
2ª	Entrevistas	Professores	Conhecer a opinião dos professores sobre a utilização da calculadora. Os professores encontram-se preocupados com a forma de utilização da calculadora.
3ª	Discussão	Estudantes (nono ano)	Investigação dos conhecimentos prévios. Troca de ideias sobre o conteúdo. Confirmar a pertinência da investigação neste ano e deste assunto.

4ª	Discussão e resolução de problemas	Estudantes (1º ano E.M)	Verificar a realidade dos estudantes sobre sua aprendizagem após o termino do ensino fundamental.

Fonte: Produção da autora.

Finalmente, cabe registrar que todas as informações obtidas, nesta etapa preliminar, foram consideradas na elaboração da UEPS, programada, aplicada e analisada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, do ano letivo de 2016.

4.2 A PESQUISA

Todas as informações levantadas e relatadas na seção 4.1 foram determinantes, também, no sentido de proporcionar a reflexão e conscientização da própria pesquisadora quanto à importância de promover atividades de ensino e aprendizagem colaboradoras de aprendizagem significativa. Ao levar em conta conhecimentos demonstrados pelos estudantes, bem como opiniões de colegas-professores, foi possível compreender que é preciso enfrentar o desafio de pesquisar. Somente assim, será possível ter argumentos consistentes para lidar com maior segurança em sala de aula, buscando melhor qualidade para a aprendizagem. Para tanto, é necessário planejar, aplicar, analisar situações de aprendizagem para, então, conhecer condições sob as quais se deseja prosseguir.

Neste sentido, refletindo sobre o estudo preliminar realizado, entendeu-se que uma proposta fundamentada na TAS poderá esclarecer quanto ao potencial da calculadora, como elemento favorecedor de aprendizagem significativa das operações com o Conjunto dos Números Reais, através da resolução de situações-problema.

Diante dessas considerações, entende-se ser importante destacar, neste ponto, o significado de pesquisa. Para Minayo:

> [...] a pesquisa é uma atividade básica das ciências na sua indagação e descoberta da realidade. É uma atividade e uma prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente. É uma atividade de aproximação sucessiva da realidade que nunca se esgota, fazendo uma combinação particular entre teoria e dados. (1993, p. 23).

Assim sendo, planejou-se uma pesquisa aplicada, porque objetiva gerar conhecimentos práticos para a aplicação e resolução de problemas envolvendo o Conjunto dos Números Reais com o auxílio da calculadora. Além disso, é também uma pesquisa qualitativa, conforme Silva e Menezes (2001, p. 20), que consideram que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito, que não pode ser traduzido em números.

Além disso, esta pesquisa é caracterizada como sendo um estudo de caso, entendendo-se, como Ponte (2006), que ressalta que os estudos de caso têm sido utilizados com sucesso na Educação Matemática, para investigar questões de aprendizagem dos estudantes. Concorda-se com este autor, quando refere:

> O objetivo do estudo de caso é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse. (2006, p. 2).

Quanto à caracterização, planejou-se uma pesquisa-ação, na qual a pesquisadora está inserida no contexto estudado, em que, além de observar, compreender os fenômenos estudados, intervém, provocando mudanças, em algum grau. Este delineamento também vem sendo utilizado frequentemente em estudos da área da educação. (THIOLLENT, 2004). Ainda, segundo Borba e Araújo:

> A denominação pesquisa-ação tem sido utilizada com frequência para fazer referência a uma modalidade de pesquisa de intervenção na prática. A pesquisa-ação, nesse sentido, é um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa. Ou seja, a prática educativa, ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são imediatamente utilizadas na transformação dessa mesma prática, gerando novas situações de investigação. (2013, p. 77).

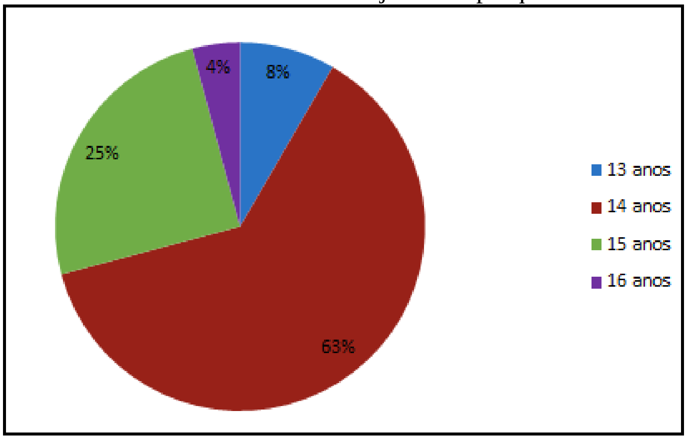
Desta forma, este estudo vem ao encontro dos anseios da pesquisadora por mudanças nas aulas de matemática, visando uma AS sobre o Conjunto dos Números Reais, com a utilização da calculadora, na resolução de situações-problema. Acredita-se que a aplicação da pesquisa-ação, no contexto educativo, converge para a promoção do aperfeiçoamento de práticas em sala de aula e na resolução de problemas. E, para tanto, é essencial uma mudança do perfil de professor passivo e expositivo, para um docente ativo, reflexivo e interveniente. (ALARCÃO, 2009).

4.2.1 O contexto

O tema contemplado na elaboração da UEPS é: **A resolução de situações-problema envolvendo as operações no Conjunto dos Números reais e a calculadora**.

Os sujeitos envolvidos no estudo foram os 24 estudantes da disciplina de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, do ano letivo de 2016, matriculados na Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Assis Antônio Mariani, com idades entre 13 e 16 anos, conforme a distribuição apresentada no Gráfico 1.

Gráfico 1 – Idade dos sujeitos da pesquisa



Fonte: Produção da autora.

A instituição educacional, na qual esses estudantes estão inseridos, é uma escola estadual, que atende o Bairro Jardim Eldorado e bairros vizinhos, como Serrano, Jardim Iracema, Adorado e Capivari, com um total de 690 estudantes, divididos em 24 turmas, entre os turnos da manhã, tarde e noite, distribuídas em: nove turmas do 1º ano, oito turmas do 2º ano e seis turmas do 3º ano, todas do Ensino Médio e apenas uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

4.2.2 A Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)

Após a realização das atividades preliminares, acompanhadas de estudos e análises de relatos de pesquisadores, com preocupações relacionadas à aprendizagem de Matemática na educação básica, passou-se à elaboração da UEPS: **A resolução de situações-problema envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais, com a utilização da calculadora**, com base em Moreira (2011). Conforme já apresentado na seção 3.1, uma UEPS é uma alternativa para a construção de materiais potencialmente significativos, ou seja, materiais que carregam em si uma boa estrutura e desencadeamento lógico (coerência de argumentos) e, ainda, que façam sentido ao grupo ao qual se pretende apresentar determinado conteúdo.

Quanto ao **planejamento** da referida UEPS, tem-se a convicção de que, quanto mais o professor estudar, quanto melhor preparar as aulas e colocá-las em conformidade com a predisposição e os subsunçores dos estudantes, mais facilmente acompanhará os conceitos assimilados; provocará mais respostas e perguntas e será mais fácil para o estudante aprender. (VASCONCELLOS, 2001). Dessa forma o ato de planejar é de grande importância para que as aulas ocorram de forma dinâmica, com o objetivo de que o estudante participe de sua aprendizagem, tornando-se um sujeito crítico e ativo. Para tanto, estabeleceu-se, como objetivo geral da UEPS, o desenvolvimento da capacidade de o estudante de identificar oportunidades de utilização dos conceitos de Matemática, para analisar e resolver situações-problema.

No documento da BNCC, encontra-se:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do *letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas*. [...] O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático: *raciocínio, representação, comunicação e argumentação*. (BRASIL, 2016, p. 222, grifos da pesquisadora).

Além disso, a BNCC (BRASIL, 2016) propõe unidades temáticas correlacionadas, visando o desenvolvimento de habilidades com diferentes ênfases, dependendo do ano de escolarização. A unidade temática no Conjunto dos **Números Reais**, relacionada com a UEPS planejada neste estudo, tem como objetivo desenvolver o pensamento numérico, o que implica o processo de construção de número. Para tanto, os estudantes

> [...] precisam desenvolver, dentre outras, as ideias de *aproximação*, *proporcionalidade*, *equivalência* e *ordem*, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos [...] A expectativa em relação a essa

> temática é que os alunos *resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados*. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por *estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras*. [...] Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. [...] a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais. Os alunos devem dominar também o cálculo de *porcentagem*, *juros*, *descontos* e *acréscimos*, incluindo o uso de *tecnologias digitais*. No tocante a esse tema, espera-se que saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. (BRASIL, 2016, p. 224-225, grifos nosso).

Todas essas orientações foram consideradas nas atividades planejadas para o desenvolvimento da UEPS, especialmente nas situações-problema selecionadas. Entendeu-se, desta forma, ser possível contemplar o desenvolvimento das competências e habilidades mencionadas, bem como os conteúdos relacionados com a referida unidade temática do Conjunto dos Números Reais. Considerou-se, também, a recomendação de que as ideias de regularidade e generalização de padrões estejam presentes nas situações-problema, tendo em vista que, em muitas situações, a observação de padrões é que permitirá a construção do caminho até a solução. (BRASIL, 2016).

Cabe, ainda, destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico pretendido não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade: Conjunto dos Números Reais. Esse pensamento é ampliado e aprofundado, quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (BRASIL, 2016, p. 226).

Com esse planejamento considerado por Moreira, o primeiro passo, foram definidos os demais *aspectos sequenciais*, ou *passos* da UEPS, sendo o último a avaliação. A seguir são apresentados os sete momentos realizados com os estudantes. É importante ressaltar que a calculadora utilizada para a elaboração e aplicação das atividades desta unidade de ensino, foi a calculadora básica.

Primeiro Momento (3/6/2016): Avaliação diagnóstica

Com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre operações, no Conjunto dos Números Reais, foram selecionadas dez situações-problema (Apêndice E), conforme o planejamento realizado e apresentado na introdução desta seção, para que fossem resolvidas com o auxílio da calculadora. As mesmas foram escolhidas, também levando em consideração a intenção, mencionada na seção 3.2, de que fossem desafiadoras, requerendo interpretação, descoberta de informações, de resoluções não imediatas e incentivassem a argumentação, a troca de ideias, na forma de problemas não rotineiros, assim como explica Polya (1985). Questões envolvendo padrões também constaram nesta atividade diagnóstica, porque elas estão diretamente ligadas aos problemas, visto que a generalização de um padrão é uma poderosa estratégia de resolução de problemas. (BORRALHO, 2007). Além destas, constaram também questões envolvendo relações entre grandezas.

Lembrou-se, conforme recomenda Ausubel (2003), de que os conhecimentos prévios são fatores determinantes do processo de aprendizagem, pois o estudante precisa encontrar alguma informação na sua estrutura cognitiva, para que possa relacionar e armazenar o novo conteúdo de maneira não arbitrária. Assim, no decorrer de duas horas-aula (1h40min), os estudantes procuraram resolvê-los, individualmente, sem qualquer intervenção da professora, que destacou a importância de que todos procurassem registrar como pensaram, ao resolver cada um dos problemas. As resoluções foram entregues para serem analisadas. É válido destacar que a aplicação da UEPS pela professora pesquisadora ocorreu de forma simultânea à continuidade do andamento do ano letivo da turma.

Segundo Momento (10/6/2016): Resolução de situações-problema, considerando os conhecimentos prévios evidenciados na sondagem inicial

Seguindo o planejamento, observou-se que, nesse encontro, as atividades a serem promovidas deviam levar em consideração os conhecimentos prévios observados, o que foi feito, então, com base na análise das resoluções das questões propostas no primeiro momento.

Assim sendo, tal análise foi realizada e mostrou que os estudantes tiveram maior facilidade, revelada pelo maior número de acertos, na resolução das situações-problema: 1a, 1b, 2, 3a, 5a, 6, 8a, 8b e 9. Com isso, foi possível identificar alguns conhecimentos prévios, relacionados com a adição, a subtração, a multiplicação, a matemática financeira, a média de valores, a ideia de repetições e a ideia intuitiva sobre a relação entre duas grandezas. Neste caso, entenderam-se tais conhecimentos prévios demonstrados, assim como Moreira (2009) ressalta, em seus estudos, como sendo subsunçores específicos, na estrutura cognitiva, o que se constitui um dos pré-requisitos para a elaboração de material potencialmente significativo, para dar sequência à UEPS.

Ao mesmo tempo, observou-se a necessidade de esclarecer dúvidas relacionadas às operações envolvendo frações; operações envolvendo números decimais e a ideia de padrões, o que pode ser feito por meio de organizadores prévios. Estes, como esclarece Ausubel (2003), têm a principal função de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender significativamente, por meio da tarefa com a qual se depara. Dessa forma, o estudo dos organizadores prévios facilita a construção da aprendizagem significativa. Observou-se que os erros identificados nas questões 5, 7, 8 e 10 estão relacionados com padrões.

Com base nisso, foram propostas novas questões envolvendo padrões com o objetivo de que os estudantes pudessem observar, experimentar e propor hipóteses, como participantes ativos da própria aprendizagem. Foram selecionadas seis questões (Apêndice F), em nível bem introdutório, envolvendo padrões observáveis em sequências numéricas ou geométricas.

Assim sendo, nesse encontro o objetivo principal era que os estudantes resolvessem as situações-problema, procurando detectar as regularidades presentes. Durante duas horas-aula (1h40min), os 20 estudantes participantes, em duplas, debateram sobre as questões apresentadas, também sem nenhuma intervenção da professora. Novamente foi recomendado que procurassem resolvê-las, com o auxílio da calculadora quando necessário, apresentando todos os passos realizados para a obtenção das respostas.

Terceiro Momento (17/6/2016): Breve exposição oral da professora, seguida de atividade colaborativa, em trios e discussão no grande grupo

No terceiro encontro é importante levar em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, dando uma visão inicial do todo, do que é mais significativo, mas logo a seguir exemplificando, abordando aspectos mais específicos.

Segundo Moreira,

> [...] diferenciação progressiva é o princípio programático da matéria de ensino, significa que ideias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivos do conteúdo devem ser apresentados no início do ensino e, progressivamente, diferenciados, ao

> longo do processo, em termos de detalhes e especificidades. Já do ponto de vista cognitivo, é o que ocorre com determinado subsunçor à medida que serve de ancoradouro para novos conhecimentos em um processo interativo e dialético. (2011, p. 9).

Este encontro teve duração de duas horas-aula (1h40min). Para seu início, foi programada uma breve exposição da professora sobre alguns conceitos gerais e necessários para o avanço das atividades. Essa exposição foi realizada, levando em consideração questionamentos sobre padrões que iam sendo apresentados e sanados com outros exemplos. Após, foi proposta uma sequência de cinco situações-problema, incluindo atividades envolvendo padrões (Apêndice G), para que os estudantes, em oito trios, debatessem, resolvendo-as de forma colaborativa. Cada uma delas era projetada com o auxílio do *datashow*, e lida para o grande grupo. Feito isso, a orientação era de que os grupos resolvessem e, quando considerassem concluídas, fossem ao quadro e apresentassem a resolução, bem como a explicação detalhada adotada pelo grupo. Foi sugerido que as atividades fossem resolvidas com o auxílio da calculadora, sempre que julgassem necessário.

De modo geral, inicialmente, observou-se que os estudantes se sentiram receosos de irem ao quadro. Para evitar qualquer insegurança, a professora procurou incentivá-los, dispondo-se a ajudar, o que foi exitoso, pois logo percebeu uma motivação. Cada resolução foi fotografada após o respectivo término, para ser apresentada no capítulo seguinte, destinado à apresentação e discussão dos resultados.

Durante as explicações dos grupos para o restante da turma, os demais estudantes acompanharam atentamente e, em alguns casos, complementaram o raciocínio do grupo.

O tempo não foi suficiente para a realização completa do que foi programado e, assim, foram resolvidas e discutidas apenas duas situações-problema nesse encontro.

Quarto Momento (24/6/2016): Retomada de aspectos mais significativos dos encontros anteriores

Nesse encontro, o objetivo principal era promover a reconciliação integradora, ou seja, retomar o assunto, porém em níveis mais altos de complexidade.

Segundo Moreira:

> Reconciliação Integradora é do ponto de vista instrucional, um princípio programático da matéria de ensino segundo o qual o ensino deve explorar relações entre ideias, conceitos, proposições e apontar similaridades e diferenças importantes, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes. Em termos cognitivos, no curso de

> novas aprendizagens, conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva podem ser reconhecidos como relacionados, reorganizarem-se e adquirir novos significados. (2011, p. 11).

Em continuidade à elaboração da UEPS no quarto encontro, a professora preparou uma apresentação no *powerpoint* com o objetivo de retomar com comentários todas as atividades já trabalhadas nos encontros anteriores. Ressaltou-se a importância de que todas as dúvidas ou dificuldades que os estudantes pudessem ter encontrado deveriam ser apresentadas e que este era um momento oportuno para realizarem questionamentos. Com o auxílio de *slides*, a professora foi discutindo, juntamente com os estudantes, as situações-problema, desafios ou tarefas que já haviam sido trabalhadas, perguntando sobre dúvidas que teriam sido encontradas durante os momentos de resolução. Foram as seguintes as questões solicitadas pelos estudantes: do primeiro momento as questões 3, 4 e 5, e do segundo, as questões 2 e 3. As mesmas serão detalhadas no capítulo 5, destinado à apresentação de resultados e discussões. À medida que os questionamentos iam sendo apresentados, a professora discutia o raciocínio da situação-problema envolvida com o grande grupo e, sempre que possível, trazia novos exemplos que viessem a auxiliar na resolução, pelos próprios estudantes da referida situação-problema, até que a mesma fosse devidamente esclarecida a todos os interessados.

Quinto Momento (1º/7/2016): Novas situações-problema em nível mais alto de complexidade. Atividade colaborativa, em trios e discussão no grande grupo

Para o quinto encontro, dando continuidade à elaboração da UEPS, a professora planejou novas situações-problema, agora em nível mais alto de complexidade, em relação às situações anteriores. Esta atividade foi proposta para ser realizada de forma colaborativa, em trios, e com a mediação da professora. Ainda com a intenção de contemplar o princípio da reconciliação integradora, considerou-se como Ausubel:

> A reconciliação integradora tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, se o professor e/ou os materiais de instrução anteciparem e contra-atacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes. (2003, p. 6).

Durante duas horas-aula (1h40min), os estudantes foram orientados a resolver as situações-problema apresentadas no Apêndice H, em trios, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram. Nesse momento, também foi proposto pela professora e aceito pelos estudantes que, após a discussão e resolução pelos grupos, cada grupo iria ao quadro resolver uma das questões, a fim de propiciar a análise e discussão com a turma.

Sexto Momento (8/7/2016): Resolução de situações-problema em forma de desafios e buscando a reconciliação integrativa

No sexto encontro foi importante levar em conta a reconciliação integrativa objetivando a avaliação final.

Esse encontro teve a duração de duas horas-aula (1h40min). Para este encontro foram programadas situações-problema em forma de desafios (Apêndice I). Cada grupo composto por três integrantes recebia um desafio diferente, e, após terem debatido e concluído seu desafio, o grupo ia para o quadro apresentá-lo ao grande grupo.

Sétimo Momento (15/7/2016): Avaliação final

Com o objetivo de buscar evidências sobre o conhecimento construído pelos estudantes ao longo da aplicação da UEPS, foi realizada uma avaliação somativa. Para tanto, foram apresentadas dez situações-problema, para que fossem resolvidas pelos estudantes, individualmente (Apêndice J).

Segundo Moreira (2011), a avaliação final ou somativa é aquela que busca avaliar o alcance de determinados objetivos de aprendizagem, no final de uma fase de aprendizagem. Neste caso, buscou-se avaliar o desenvolvimento do *letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas, com a utilização da calculadora*, conforme o planejamento realizado e apresentado na introdução desta seção.

No decorrer de duas horas-aula (1h40min), os estudantes procuraram resolvê-las, individualmente, sem qualquer intervenção da professora, que destacou a importância de que todos procurassem registrar como pensaram, ao resolver cada um dos problemas. As resoluções foram entregues para serem analisadas.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, apresentam-se os dados coletados durante a aplicação da UEPS. Os mesmos foram analisados, com base na teoria da aprendizagem significativa, que valida este estudo e que teve como objetivo **"promover a Aprendizagem Significativa por meio de uma UEPS que aborde situações-problema do cotidiano sobre as operações básicas realizadas no Conjunto dos Números Reais com a utilização da calculadora".** Relembra-se, aqui, que a UEPS foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio Dr. Assis Antônio Mariani, em uma turma de 9º ano, do turno da tarde, com 24 estudantes e que o estudo realizado foi promovido pela docente titular da disciplina. A aplicação foi realizada em sete momentos, que ocuparam 14 períodos de aula (duas horas-aula em cada momento), nos meses de junho e julho de 2016. O Quadro 2 abaixo mostra a síntese de cada um dos momentos vivenciados durante a UEPS, a data em que ocorreram, bem como o assunto trabalhado.

Quadro 2 – Descrição dos momentos da UEPS

Momento	Data	Assunto
1	3/6/16	Avaliação diagnóstica
2	10/6/16	Resolução de situações-problema considerando os conhecimentos prévios (atividades envolvendo padrões – organizadores prévios)
3	17/6/16	Exposição oral, seguida de atividade de resolução colaborativa de situações-problema mais complexas (diferenciação progressiva)
4	24/6/16	Retomada de aspectos mais significativos (reconciliação integradora)
5	1º/7/16	Exposição oral visando à diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, seguida de novas situações-problema em nível mais alto de complexidade
6	8/7/16	Exposição oral para a conclusão da unidade seguida da resolução de desafios a serem discutidos em grande grupo, com mediação da professora
7	15/7/16	Avaliação final

Fonte: Produção da autora.

A seguir, apresenta-se a análise individual de cada um dos sete momentos da UEPS com considerações relevantes, no que diz respeito aos objetivos propostos para cada um dos momentos, conforme o planejamento apresentado na subseção 4.2.2.

5.1 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO PRIMEIRO MOMENTO

A avaliação diagnóstica, planejada para o primeiro momento da UEPS, teve como objetivo a identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes participantes, acerca das operações envolvendo números reais, na resolução de situações-problema, com a utilização da calculadora. Segundo Moreira e Masini (2006), a identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes é de grande importância, porque é por meio deles que as novas informações irão se ancorar e, desse modo, a AS poderá ocorrer quando novas ideias e/ou conceitos interagem com conceitos já existentes na estrutura cognitiva do estudante.

Para esta verificação, cada estudante respondeu, individualmente, a uma lista de situações-problema com a calculadora (Apêndice E) contendo 10 questões. Neste momento, contou-se com a participação de 23 estudantes.

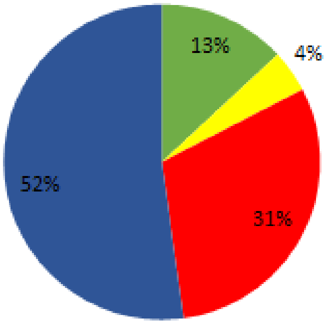
Na análise dos resultados, as respostas foram separadas em corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco, conforme adaptação dos critérios apresentados.

Dessa forma:

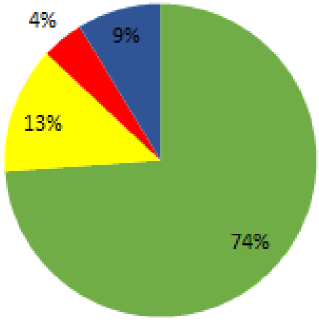
> **a resposta é correta (C)** quando o aluno compreende a questão, mostra conhecer o conteúdo e usa estratégias adequadas para a solução; também é considerada correta a resposta em que é cometido apenas um erro de cálculo final ou um erro na cópia dos dados da questão, desde que as estratégias tenham sidos bem escolhidas e implementadas.
> **a resposta é parcialmente correta (PC)**, quando há evidências de o aluno ter selecionado a estratégia adequada, mas sua implementação não está totalmente explicada; ou quando usa estratégias adequadas, desenvolvimento correto, mas chega a uma resposta final incorreta.
> **a resposta é incorreta (I)**, quando o aluno usa estratégia inadequada e chega a uma resposta incorreta; ou quando usa uma estratégia adequada, entretanto não a implementa corretamente e assim não chega a uma solução correta.
> **resposta em branco (EB)**, é quando o aluno, efetivamente, não apresenta resposta ou apenas copia os dados do enunciado, sem qualquer tentativa de solucionar. (CURY, 2016 apud PONTE et al. 1997).

Com base em tais critérios, foi elaborada a Tabela 3, em que são apresentados os percentuais de questões corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco, na avaliação diagnóstica.

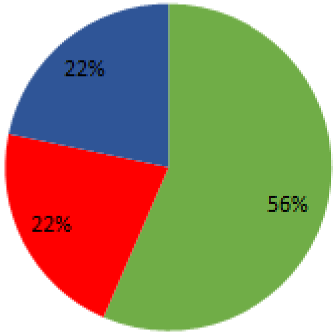
Tabela 3 – Percentuais na avaliação diagnóstica



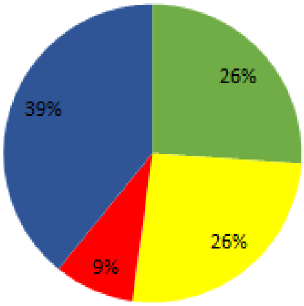
Questão 7b



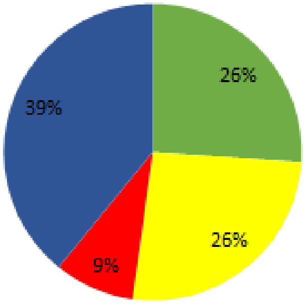
Questão 8a



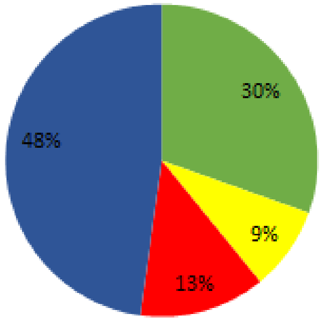
Questão 8b



Questão 9



Questão 10a



Questão 10b

Fonte: Produção da autora.

A partir da análise das questões, conforme percentuais apresentados nos gráficos da Tabela 3, algumas observações foram possíveis e são apresentadas a seguir.

Quanto ao número de questões corretas:

✓ não houve nenhuma questão que ninguém soubesse resolver; isto demonstra um indício da boa validade do teste, com questões ao alcance de todos;

✓ as questões 1a, 1b, 2, 3a, 5a, 6, 8a e 8b tiveram maior número de acertos (superior a 50%).

Destaca-se, aqui, que tais questões envolveram relações entre grandezas, operações de adição, subtração e multiplicação entre números decimais e um exercício envolvendo padrões em sua forma mais simples.

Quanto às questões parcialmente corretas:

✓ não houve um número significativo (superior a 50%) de incidências, que merecesse maior atenção.

Quanto às questões incorretas:

✓ neste caso, embora não tenha havido um número significativo (superior a 50%) nesta categoria, procedeu-se à análise dos erros, a fim de levá-los em consideração na elaboração dos organizadores prévios. Estes, conforme Moreira (2011), devem constituir o material a ser utilizado na sequência das atividades da UEPS, para que sirvam como ponte entre o que o estudante já sabe e o que precisa saber, a fim de que ocorra aprendizagem significativa.

Quanto às questões em branco:

- ✓ o maior número de questões em branco (superior a 50%) foi nas questões 5c e 7b;
- ✓ todos os estudantes procuraram resolver as questões 2 e 6, sem que, no entanto, tais questões tenham sido as mais acertadas.

As questões incorretas, bem como as questões em branco, que devem ser objeto de maior atenção para o prosseguimento da UEPS, foram as que envolveram operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão), bem como interpretações e identificação de padrões.

Observou-se que todos os estudantes utilizaram a calculadora, em diferentes oportunidades, enquanto resolviam as questões.

5.2 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO SEGUNDO MOMENTO

Diante das evidências destacadas no primeiro momento, foi organizada a atividade para o segundo momento da UEPS, contemplando situações-problema com ênfase na identificação de padrões.

Para este momento, foi sugerido que trabalhassem em duplas, o que foi acolhido pelos estudantes, que se organizaram em dez duplas, conforme afinidades existentes entre os mesmos. A intenção da pesquisadora, compartilhada com os estudantes, foi de que todos se sentissem confortáveis para a realização da atividade, a fim de que as discussões fossem espontâneas, sem medo de errar mas, sim, com a exposição das próprias ideias, aliada à consideração das ideias do(a) colega. Após estas orientações, foi solicitado que cada dupla tivesse em mãos pelo menos uma calculadora, informando-os que poderiam utilizá-la para a resolução desta atividade, sempre que julgassem conveniente. A Figura 7, abaixo, mostra os estudantes realizando a atividade programada para este momento da UEPS.

Figura 7 – Realização das atividades do segundo momento

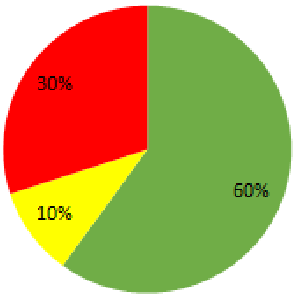
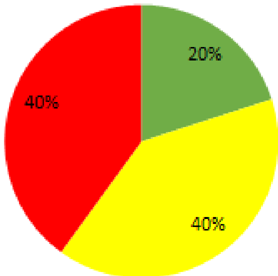
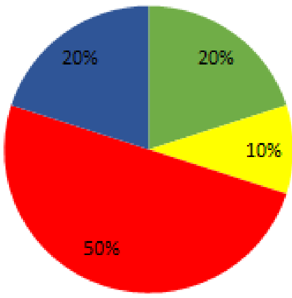
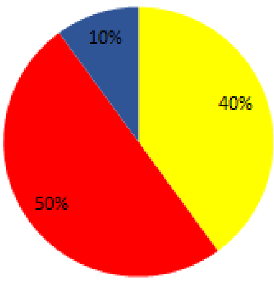
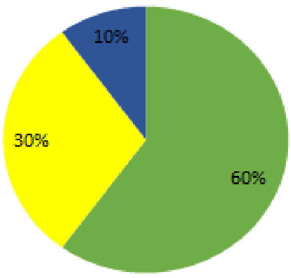
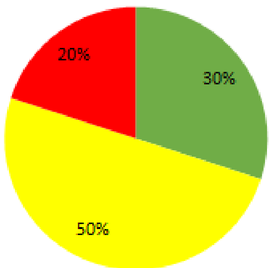
Fonte: Produção da autora.

A referida atividade (Apêndice F) constituiu-se de seis questões, cuja análise está sintetizada na Tabela 4, apresentada a seguir.

Tabela 4 – Percentuais do segundo momento

Legenda:

Corretas | Parcialmente corretas | Incorretas | Em branco

 Questão 1	 Questão 2	 Questão 3
 Questão 4	 Questão 5	 Questão 6

Fonte: Produção da autora.

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4, pode-se destacar algumas informações que se considerou importantes:

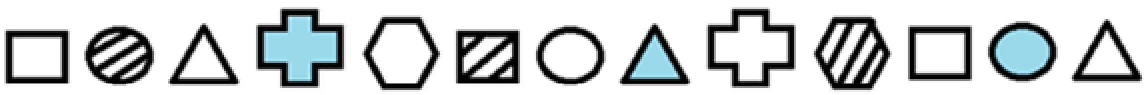
a) de maneira geral, a quantidade de questões corretas é igual à das incorretas, e o índice de questões em branco pode ser considerado baixo, tendo ocorrido na metade das questões, isto é, em três das questões propostas, quais sejam: 3, 4 e 5;
b) na questão 1, todas as duplas resolveram o proposto, obtendo-se um bom índice de resoluções corretas (60%);
c) na questão 2, todas as duplas a resolveram, porém com um índice baixo de acertos (20%);
d) as questões 3 e 4 foram as que tiveram o maior índice de incorretas;
e) nenhuma dupla acertou a questão 4;
f) nenhuma dupla errou a questão 5;
g) nenhuma dupla deixou a questão 6 em branco, e obteve-se um alto índice de resoluções parcialmente corretas, nesta questão.

Nesta atividade, acredita-se que o fato de trabalharem em duplas contribuiu para que o índice de questões em branco fosse baixo. Porém, isso não contribui para que o número de questões corretas fosse maior do que o de incorretas, evidenciando assim que os estudantes ainda não têm os subsunçores necessários para que ocorra uma AS.

Continuando a análise deste momento, retoma-se a questão 4, e seu enunciado encontra-se na Figura 8 abaixo.

Figura 8 – Enunciado da questão 4 do segundo momento

4) Observe a sequência de figuras desenhadas: (adaptado de Iezzi, 2005)



Procure entender a lógica dessa sequência e aponte qual será a 100ª figura.

Fonte: Produção da autora.

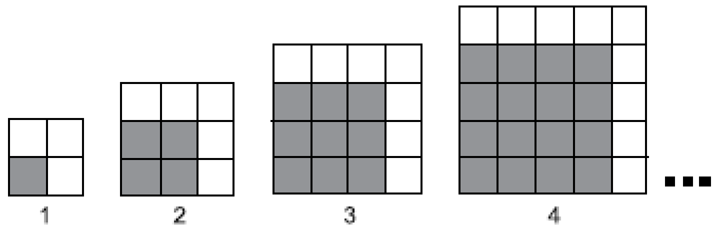
A partir da resolução das duplas, tem-se a seguinte análise:

- ✓ acertaram parcialmente a questão, quando determinaram a figura geométrica correta; porém não a forma de seu preenchimento (4 ocorrências);
- ✓ erraram a questão quando interpretaram erroneamente os padrões envolvidos, imaginando que fosse um único padrão ou simplesmente realizaram a contagem até o algarismo desejado, verificando qual figura seria (5 ocorrências).

Já retomando a questão 3, segue na Figura 9 o seu enunciado.

Figura 9 – Enunciado da questão 3 do segundo momento

3) Cada figura da sequência é composta de quadradinhos escuros e de quadradinho claro. (adaptado de Concurso SP Urbanismo, 2014)



Admita que o padrão observado nessa sequência de quatro figuras se mantenha para as figuras seguintes. Assim, quantos quadradinhos brancos terá a figura que contém 169 quadradinhos escuros?

Fonte: Produção da autora.

Nesta questão verificou-se que:

- ✓ acertou, parcialmente, a dupla que resolveu a questão para 144 quadradinhos escuros e não para 169, como era o solicitado (1 ocorrência);
- ✓ erraram as duplas que realizaram a interpretação errônea e, consequentemente, os cálculos, como, por exemplo, dividir a totalidade de quadradinhos escuros por dois ao invés de determinar sua raiz quadrada, porque estava relacionado com o conceito de área (5 ocorrências).

Após as análises das questões 3 e 4, pode-se citar, como fatores determinantes para sua resolução, as dificuldades de interpretação de padrões e de raciocínio lógico.

De acordo com Stacey (1989), as questões que envolvem padrões possuem dois tipos de generalização:

a) *generalização próxima* que se refere à descoberta do termo seguinte e que pode ser obtido por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela e que, normalmente, envolve relações recursivas;

b) *generalização distante* que envolve a descoberta do padrão e que requer uma compreensão da lei de formação, ou seja, uma regra geral através de uma expressão matemática, e requer a procura de relações funcionais.

Com base nisso, pode-se classificar a questão 3 como de generalização próxima e a questão 4 como de generalização distante. Os estudantes tiveram dificuldade para realizar as generalizações corretas dos padrões envolvidos em cada questão.

Observou-se que a calculadora foi utilizada, ocasionalmente, uma vez que todas as situações-problema requeriam interpretações que, naturalmente, receberam maior atenção dos estudantes. Isto já foi entendido como um indício de conscientização, por parte dos estudantes, que já começam a compreender que a calculadora não poderá substituir os respectivos raciocínios lógicos. Da mesma forma, como professora, entende-se as atividades promovidas como possibilidade de utilização da mesma como apoio e, de forma alguma, como substituto do raciocínio do estudante.

5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO TERCEIRO MOMENTO

Com base nas constatações anteriores, foi organizado o terceiro momento da UEPS, contemplando situações-problema a serem realizadas em trios para, após, serem apresentadas, por meio de leitura para o grande grupo.

Moreira (2011) recomenda que, no terceiro momento da UEPS, sejam propostas situações-problema, em nível bem-introdutório, ainda levando em conta o conhecimento prévio dos estudantes, além de prepararem o "terreno" para a introdução do conhecimento a ser estudado.

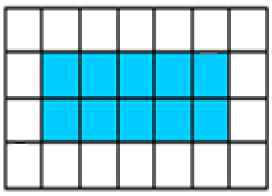
Assim sendo, para este momento foram propostas duas questões, adaptadas de Barbosa (2009), envolvendo padrões, mas com questionamentos que requerem, além da interpretação dos mesmos, a de uma situação-problema.

Analisar-se-á a primeira situação-problema. Na Figura 10, abaixo, encontra-se seu enunciado.

Figura 10 – Enunciado da primeira situação-problema do terceiro momento

1) Piscinas (adaptado de Barbosa, 2009)

A empresa Queda d'Água constrói piscinas de fundo retangular. Na construção de cada piscina, são utilizados azulejos azuis para o fundo, e azulejos brancos para colocar na borda. A figura mostra uma piscina de dimensões 7 x 4 construída pela empresa Queda d'Água.



a) Determine o número de azulejos de cada cor para uma piscina de dimensões 10 azulejos x 6 azulejos.

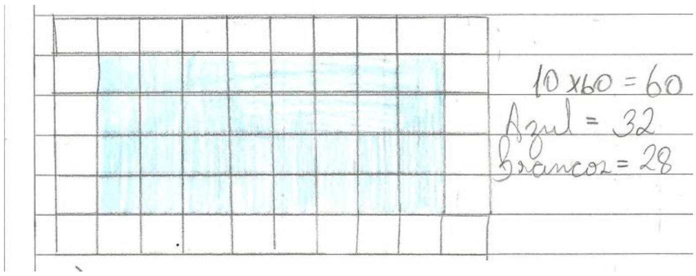
b) Suponha agora que a empresa construiu uma piscina de dimensões 30 x 90; determine o número de azulejos necessários de cada cor.

c) Imagine que a empresa dispõe de 361 azulejos azuis para construir a piscina de um cliente. Sabendo que ele gostaria de uma piscina quadrangular, determine as dimensões máximas dessa piscina e o número de azulejos de cada tipo necessários à sua construção.

Fonte: Produção da autora.

O objetivo nessa atividade é que os estudantes identifiquem, com base no desenho apresentado, a relação entre o comprimento e a largura de uma piscina, para, então, calcular o número de azulejos de cada cor, utilizados na respectiva construção. Esta questão permite relacionar conceitos geométricos e numéricos, podendo ser resolvida por contagem, dependendo de como os estudantes veem e interpretam o padrão, bem como por tentativa e erro. Na Figura 11, abaixo, segue o desenho de um dos trios para a resolução da questão 1.

Figura 11 – Resolução da questão 1 (letra a) do terceiro momento

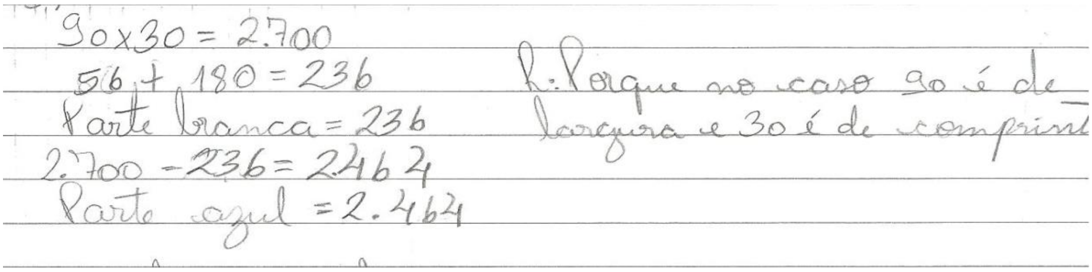


Fonte: Produção dos estudantes.

Entende-se que este trio, a partir do desenho da piscina, compreendeu o padrão utilizado, mas, ainda utilizando uma representação visual, adaptou-o às dimensões solicitadas e verificou a quantidade de azulejos necessários de cada cor. Partindo da área total da piscina, bem como a quantidade total de azulejos, por raciocínio lógico conseguiram determinar a quantidade necessária de azulejos de cada cor.

Porém, para a resolução da letra b, o mesmo trio utilizou uma forma diferente de resolução, sem a necessidade de representação visual. Ocorre que, neste caso, os estudantes são confrontados com a generalização distante. Apesar de se poder considerar como uma estratégia aplicável, a contagem, nestes casos, não constitui uma abordagem eficaz, já que, à medida que as dimensões da piscina aumentam, o cálculo do número de azulejos torna-se um processo bastante exaustivo. A resolução que apresentaram segue na Figura 12.

Figura 12 – Resolução da questão 1 (letra b) do terceiro momento



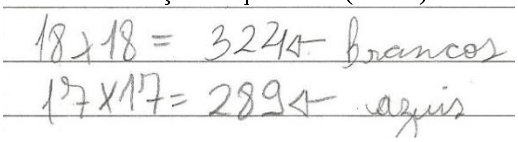
Fonte: Produção dos estudantes.

Para esta resolução, o trio, entendendo já o raciocínio da quantidade de azulejos de cada cor, apenas determinou a quantidade de azulejos brancos que ficam ao redor da piscina, totalizando, 90 + 90 + 28+ 28 = 236 e, assim, subtraindo do total, que corresponde à área da piscina, 90 x 30 = 2700, obtendo, conforme se esperava, 2.464 azulejos azuis.

Por fim, na letra (c), depois de determinar as dimensões do quadrado com área mais próxima de 300, e tendo reconhecido o padrão, na resolução das questões anteriores, poderiam deduzir o número de azulejos de cada cor, bem como as dimensões da piscina, usando o raciocínio inverso. Ou seja, por tentativa e erro, poderiam determinar as dimensões máximas de um quadrado com área próxima de 300.

Segue, na Figura 13, a resolução apresentada pelo mesmo trio, para a pergunta feita na letra c.

Figura 13 – Resolução da questão 1 (letra c) do terceiro momento



Fonte: Produção do estudantes.

De fato, o número máximo de azulejos azuis, nas condições apresentadas, é 289. Porém, parecem não ter "generalizado" o padrão existente, que implica que a largura contém 2 unidades a mais do que o comprimento. Dessa forma, a resolução correta seria: 19 x 19 = 361 azulejos brancos e não 18 x 18 = 324.

Na Figura 14, abaixo, encontra-se o enunciado da questão 2.

Figura 14 – Enunciado da segunda situação-problema do terceiro momento

2) <u>Sequência Numérica.</u> (adaptado de Barbosa, 2009)

Considere a seguinte distribuição numérica:

	1	2	3	4
8	7	6	5	
	9	10	11	12
16	15	14	13	
	17	18	19	20
...				

a) Continue a sequência por mais duas linhas.

b) Explique a regra que lhe permitiu continuar a sequência, nas últimas duas linhas.

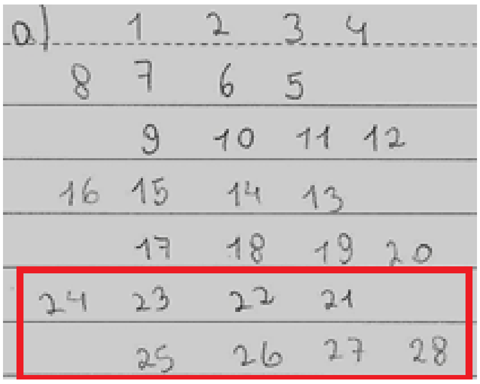
c) Em que posição aparecerá o número 40 na sequência dada? E o número 81?

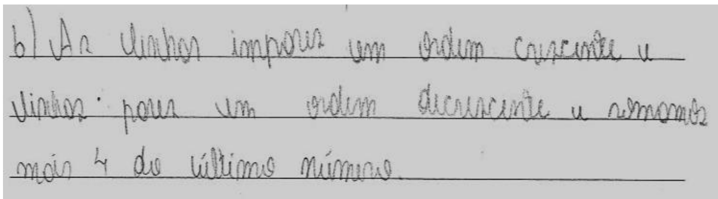
Fonte: Produção da autora.

Nesta questão foi apresentada uma sequência numérica. Diferente da primeira questão, neste caso não há um componente visual, cuja influência é comprovada em estudos como o de Barbosa (2009). Para responder às perguntas, é necessário estudar a distribuição dos números, para tentar descobrir a posição de determinados números.

Nas letras a e b foi solicitado que completassem a sequência com mais duas linhas, as quais se encontram em destaque na Figura 15.

Figura 15 – Resolução da questão 2 (letras a e b) do terceiro momento

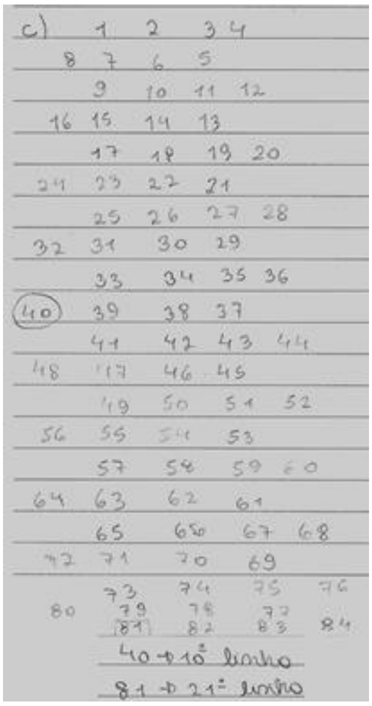




Fonte: Produção dos estudantes.

Já para a letra c foi solicitado que determinassem a posição a ser ocupada pelos números 40 e 81. A Figura 16 abaixo retrata a resolução apresentada por um dos trios.

Figura 16 – Resolução da questão 2 (letra c) do terceiro momento



Fonte: Produção dos estudantes.

Para responder à questão, completaram todas as linhas, até chegar a cada um dos números solicitados.

Após as resoluções, os trios foram convidados a irem para o quadro, para explicar como pensaram, ao procurar resolver as questões. Observou-se, em alguns casos, que os demais estudantes contribuíram para uma melhor explicação ou resolução da tarefa apresentada. Lembra-se, aqui, da importância da mediação do professor, quando são promovidas atividades que facilitam a socialização de ideias, especialmente na faixa etária em que esta foi realizada. É preciso que os estudantes sintam-se à vontade e entendam suas intervenções como colaboradoras, talvez mais para si mesmos, do que para os outros.

Durante a realização das atividades deste terceiro momento, foi percebida uma utilização menor da calculadora, uma vez que a maioria optou por resolver a questão completando todas as linhas. Mesmo assim, observou-se que a mesma foi utilizada, ocasionalmente.

5.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO QUARTO MOMENTO

Com base no planejamento da UEPS e levando em consideração observações registradas nos encontros realizados anteriormente, foi organizada a atividade para o quarto momento da UEPS. Foi promovida uma retomada de todas as atividades já realizadas, através de uma apresentação no *datashow* e organizada em *powerpoint*, com os respectivos enunciados, visando o esclarecimento de dúvidas dos interessados, além de conhecer aspectos relevantes para os estudantes.

A professora, como mediadora, foi comentando cada uma das situações-problema, com os respectivos questionamentos e, ao mesmo tempo, levantando possibilidades de resolução que os estudantes apresentavam. Observou-se a atenção e disposição dos mesmos, com relação à discussão que estava sendo promovida, declarando suas dúvidas ou questionando sobre diferentes possibilidades de resolução.

Quanto às dúvidas encontradas no **primeiro momento**, mereceram destaque as questões 3, 4, 5 e 10, que se passa a comentar. Para relembrar, na Figura 17 abaixo, segue o enunciado da questão 3.

Figura 17 – Enunciado da questão 3 do primeiro momento

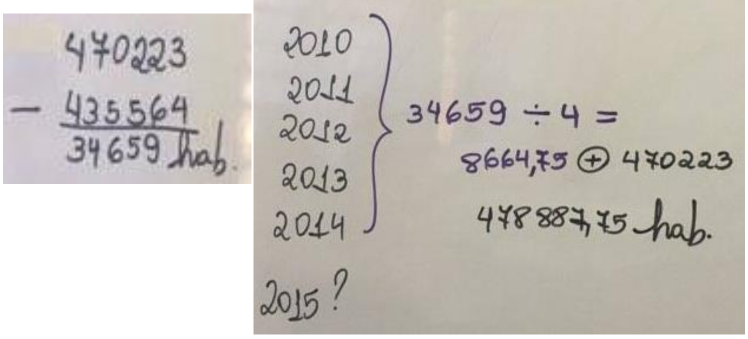
3) Tendo como base os estudos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), no ano de 2010 a população da cidade de Caxias do Sul era de 435.564 habitantes e sua estimativa para o ano de 2014 era de 470.223 habitantes.
a) Calcule o aumento estimado do número de habitantes entre os anos de 2010 a 2014.
b) Se o aumento anual da população de Caxias do Sul fosse sempre o mesmo, qual seria a quantidade de habitantes em 2015?

Fonte: Produção da autora.

A dúvida apresentada na questão 3 foi em relação a como poderia ser encontrado o total de habitantes em 2015, se foi apenas dado o valor de habitantes dos anos de 2010 e 2014. Muitos estudantes não compreenderam a suposição “se o aumento anual fosse sempre o mesmo”, o que os levou a pensar que faltavam informações, ou mesmo que não era possível fazer uma estimativa da população em 2015. Segue, na Figura 18, a resolução sugerida para a questão 3, como produto da discussão.

Figura 18 – Resolução para a questão 3 do primeiro momento

a) **b)**



Fonte: Produção dos estudantes.

Cabe ressaltar que a resolução apresentada no quadro foi realizada pelos estudantes que, à medida que iam compreendendo o contexto, com base nas discussões, já sugeriam as operações a serem realizadas. Isto permitiu comentários interessantes, como, por exemplo, sobre o fato de que populações humanas não apresentam crescimento constante, dentre outros.

Na Figura 19, relembra-se o enunciado da questão 4 do primeiro momento.

Figura 19 – Enunciado da questão 4 do primeiro momento

4) A prática esportiva é cada vez mais valorizada, não apenas por ser saudável, mas, também, por ajudar no relacionamento com as demais pessoas, o que é possível observar na frase de Gustavo Borges, grande nadador brasileiro, ao afirmar:

A prática esportiva também ajuda num mundo melhor com tudo de bom que traz para nós: saúde, autoestima, espírito de equipe, entre outros atributos que, com certeza, vêm junto com o esporte.

Com essa visão, uma turma de 48 estudantes de uma escola resolveu que todos iriam praticar algum esporte com a seguinte distribuição: $\frac{1}{4}$ optou pelo futebol, $\frac{1}{6}$ escolheu o handebol e o restante da turma faz natação.

a) Que fração representa a quantidade de estudantes que escolheu futebol e handebol?

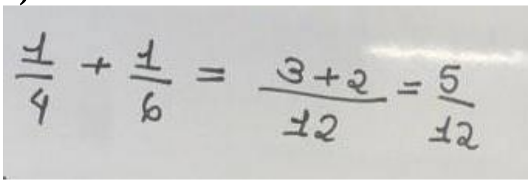
b) Qual a quantidade de estudantes que praticam cada esporte?

Fonte: Produção da autora.

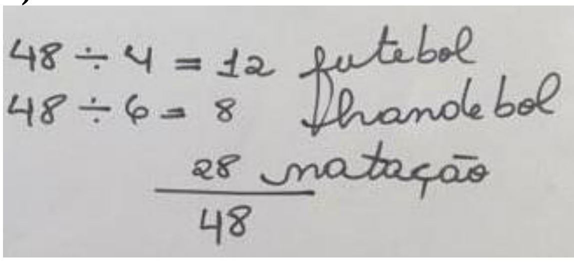
Nesta questão, a dúvida de alguns estava em como interpretar as frações envolvidas em termos de número de estudantes adeptos a cada modalidade esportiva. Alguns estudantes, inclusive, apontaram as frações como a sua maior dificuldade em matemática. A professora lembrou que o conceito de fração, estudado normalmente no 6º ano, geralmente é construído a partir de desenhos e que, sempre que necessário, podemos utilizar esse artifício para interpretar frações. Os estudantes interessados foram incentivados a interpretar cada uma das frações envolvidas, em relação ao número total de estudantes, por meio de desenhos em seus cadernos. A resolução, feita de forma colaborativa, foi reproduzida no quadro pela professora e é apresentada na Figura 20.

Figura 20 – Resolução da questão 4 do primeiro momento

a)



b)



Fonte: Produção dos estudantes.

Na Figura 21 abaixo, segue o enunciado da questão 5 do primeiro momento.

Figura 21 – Enunciado da questão 5 do primeiro momento

5) Uma casa lotérica, nos últimos dias, está atendendo um número maior de pessoas, o que se deve ao fato de estarmos próximos do final do ano e, com isso, muitas pessoas arriscarem sua sorte em jogos lotéricos, na esperança de melhorar financeiramente. Com tamanha demanda, a casa lotérica se encontra sem troco. A dona da lotérica precisa trocar R$ 2.000,00 o mais rapidamente possível.

a) Cite quatro possibilidades de trocas se, naquele momento, o banco tiver à disposição moedas, em número suficiente, de R$ 0,05, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

b) Determine o número máximo e o número mínimo de moedas utilizadas, se o banco possuir moedas, em número suficiente, de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

c) Determine uma possibilidade envolvendo todas as moedas existentes no banco, conforme o item (b).

Fonte: Produção da autora.

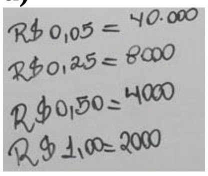
A questão 5 foi bastante discutida. Os estudantes (a maioria deles) comentaram que entenderam a questão, mas não sabiam como proceder para a resolução, principalmente para responder à pergunta feita na letra c. Para a letra *a*, com diversas possibilidades de resoluções identificadas, ocorreu a participação de quase todos os estudantes, com as respectivas interpretações. Na Figura 21, a professora apresentou uma das possíveis resoluções sugeridas, talvez a mais simples, que considera a troca de R$ 2.000,00 por moedas de um mesmo valor. Ou seja, nesse caso, as quatro possibilidades solicitadas podem ser obtidas apenas dividindo-se o número 2000 por 0,05, 0,25, 0,50 e 1,00 e, com isso, obtendo, respectivamente, 40.000, 8.000, 4.000 e 2.000 moedas de cada um dos valores.

Na letra b, os estudantes não compreenderam que, para calcular o número máximo de moedas de cada valor, bastava dividir 2.000 pelo valor da menor moeda e, para determinar o número mínimo, dividir pelo valor da maior moeda. Abaixo, na Figura 22, segue a resolução feita pela professora, acompanhada pelos estudantes, à medida que iam compreendendo a situação.

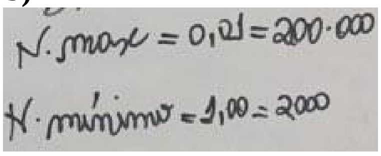
Já para a letra c, os estudantes demonstraram não ter percebido que era possível mais de uma resolução, e que dessa forma poderiam ter utilizado todas as moedas disponíveis. A Figura 22 apresenta um esquema que foi compreendido pelos estudantes.

Figura 22 – Resolução da questão 5 do primeiro momento

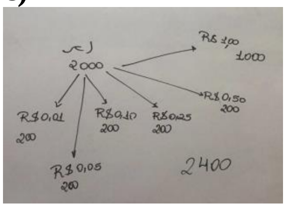
a)



b)



c)



Fonte: Produção dos estudantes.

Na Figura 23 abaixo, recorda-se o enunciado da questão 10 do primeiro momento.

Figura 23 – Enunciado da questão 10 do primeiro momento

10) *Sobre o número* π

Ao longo da história da invenção e utilização dos números, como forma de expressão, interpretação e criação matemática, algumas situações despertavam a maior atenção dos matemáticos. Entre elas pode-se destacar a que envolve o número π.

Inúmeras foram as tentativas e os desafios enfrentados pelos matemáticos, de várias épocas, de diversos locais do planeta, na tentativa de descrever analiticamente as relações numéricas que envolviam e envolvem, até hoje, o número π. Esse número é comumente visto como a razão (divisão) entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro.

Os povos da Antiguidade (egípcios, chineses, babilônios e hindus) envolveram-se com esses problemas ligados à razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, chegando a resultados variados e polêmicos. Os judeus, por exemplo, aproximaram o resultado dessa razão ao número 3, ou seja, consideraram que o comprimento da circunferência era o triplo do seu diâmetro. Tal razão numérica foi efetivamente invalidada experimentalmente.

Fonte: MENDES, Iran Abreu. **Números**: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

Uma célebre série, obtida por Leibniz, famoso matemático alemão, em 1674, consiste de um procedimento para aproximar o valor de π. Trata-se da expressão:

$$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)$$

a) Calcule o valor da expressão acima, com duas casas decimais.

b) Agora calcule a mesma expressão, porém com mais parcelas, também com duas casas decimais.

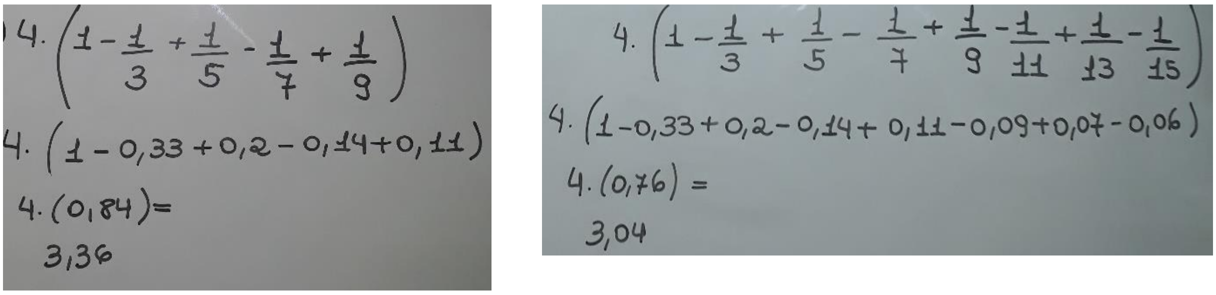
$$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right).$$ Qual foi seu resultado?

Fonte: Produção da autora.

Na questão 10, do primeiro momento, os estudantes se mostraram confusos sobre a forma de transformar uma fração em um número decimal. Mesmo com a possibilidade de utilizar a calculadora, alguns aproveitaram para comentar que não lembravam como se realizava a divisão neste caso. Com isso, além de resolver a questão, foi possível relembrar a divisão que gera um número decimal e, com isso, concluindo com a colaboração dos estudantes, que $\frac{1}{3} \cong 0{,}33$, $\frac{1}{5} = 0{,}2$, $\frac{1}{7} \cong 0{,}14$ e $\frac{1}{9} \cong 0{,}11$. Comentários sobre "aproximações" também foram possíveis e se mostraram do interesse de alguns estudantes. A resolução escrita no quadro, pelos estudantes, é apresentada na Figura 24.

Figura 24 – Resolução da questão 10 do primeiro momento

a) **b)**



Fonte: Produção dos estudantes.

Após a resolução de ambas as letras, os estudantes foram incentivados a calcular as somas indicadas, acrescentando mais parcelas, seguindo o padrão observado, o que permitiu concluir que, cada vez que acrescentarmos mais parcelas, o resultado encontrado será mais próximo do número π, já conhecido por todos como um número aproximado de 3,14.

As **questões do segundo momento**, que mereceram uma atenção especial, foram as 2, 3 e 4, que se passa a relatar.

Recorda-se, na Figura 25, o enunciado da questão 2 do segundo momento.

Figura 25 – Enunciado da questão 2 do segundo momento

2) Observe a tabela. (adaptado de Concurso no Ministério Público/RS -2012)

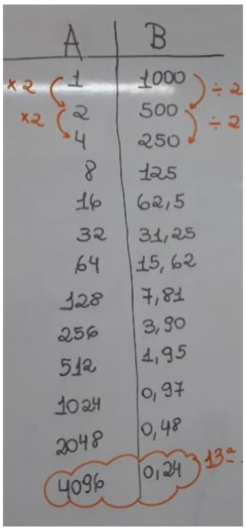
A	**B**
1	1000
2	500
4	250

Suponha que as linhas das colunas A e B prossigam sendo formadas pela mesma lógica usada até então, que é o dobro do elemento anterior para os elementos da coluna A, a partir do número 1 arbitrariamente escolhido, e a metade do elemento anterior para os elementos da coluna B, a partir do número 1000 arbitrariamente escolhido. Determine os elementos que pertencem a 13ª linha.

Fonte: Produção da autora.

No caso da questão 2, a dúvida ocorreu pelo fato de terem relacionado colunas e linhas, diferentemente da informação dada, que relacionava os elementos de cada coluna entre si, isso os impediu de calcular qualquer outra linha; em particular, a décima terceira, que era solicitada. Na Figura 26, a seguir, está a resolução apresentada pelos próprios estudantes, ao compreenderem a situação. A professora escreveu no quadro, acompanhando-os no raciocínio que apresentavam. De fato, pode-se também observar que, na coluna **A**, tem-se como **primeiro termo:** $\mathbf{2^0}$, como **segundo termo:** $\mathbf{2^1}$, como **terceiro termo:** $\mathbf{2^2}$, e assim por diante. E que na coluna **B** tem-se como **primeiro termo:** $\mathbf{1000/2^0}$, como **segundo termo:** $\mathbf{1000/2^1}$, como **terceiro termo:** $\mathbf{1000/2^2}$, e assim por diante. Consequentemente, haverá, na décima terceira linha, a dupla: $\mathbf{2^{12}}$ **e** $\mathbf{1000/2^{12}}$. Porém, esta possibilidade não foi explorada, pois nem todas as calculadoras disponíveis tinham a operação de potenciação.

Figura 26 – Resolução da questão 2 do segundo momento

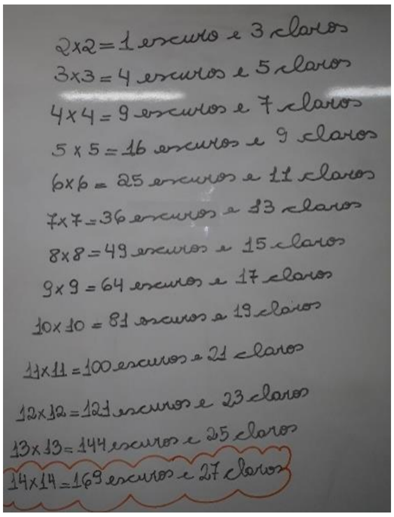


Fonte: Produção da autora.

As questões 3 e 4 do segundo momento, encontram-se no Apêndice F.

Na questão 3, muitos estudantes comentaram que tiveram dúvidas em sua resolução. Observou-se que as dificuldades encontradas estavam diretamente ligadas à interpretação do padrão. Alguns comentaram que não conseguiam formular uma relação entre os quadradinhos escuros e os claros e, para outros, os quadradinhos eram pintados de forma aleatória. Ou seja, a representação visual não foi suficiente para a identificação do padrão apresentado na sequência de figuras geométricas. As discussões que ocorreram foram transcritas pela professora, no quadro, e sua síntese está na Figura 27.

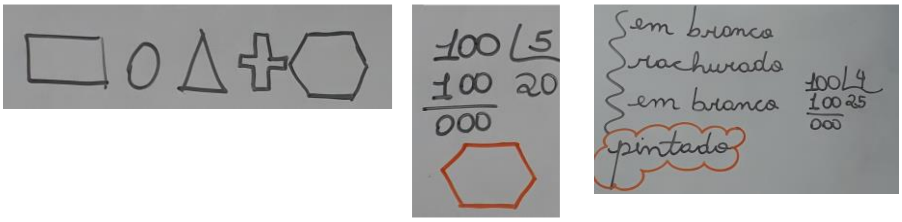
Figura 27 – Resolução da questão 3 do segundo momento



Fonte: Produção da autora.

Na última questão trabalhada neste encontro, a questão 4 do segundo momento, a maior dificuldade encontrada pelos estudantes foi a de identificar a estrutura do padrão da sequência, a fim de poder continuá-la. Uma possibilidade pode ser separando o padrão dos desenhos do padrão da pintura e analisá-los separadamente, juntando-os, após, para encontrar a resposta desejada. Após terem percebido isso, mostraram compreender e interagiram, colaborando para a resolução da questão. A professora escreveu no quadro o que é apresentado na Figura 28, a seguir.

Figura 28 – Resolução da questão 4 do segundo momento



Fonte: Produção da autora.

É importante destacar que este momento da UEPS foi muito rico, em termos das discussões realizadas, contando com a mediação da professora que, para responder a cada questionamento apresentado, pôde aproveitar para problematizar, o que permitiu ampliar as discussões, em cada caso. Além disso e, talvez, mais importante, foi a disposição manifestada pelos estudantes, que participaram ativamente, respondendo aos colegas e à professora, apresentando diferentes formas de resolução, sempre que possível, bem como as respectivas interpretações. A calculadora foi um recurso durante todas as discussões, tendo sido utilizada conforme a situação, na maioria das vezes para conferir resultados.

5.5 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO QUINTO MOMENTO

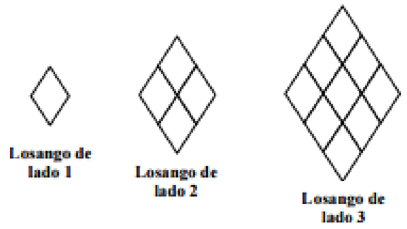
A partir disso, foram organizadas as atividades para o quinto momento da UEPS. Para esse momento, foi proposto que os estudantes se organizassem em trios, por afinidade, a fim de discutirem e resolverem juntos três situações-problema.

Para relembrar, segue na Figura 29 o enunciado da questão 1 do quinto momento.

Figura 29 – Enunciado da questão 1 do quinto momento

1) Sequência de Losangos: (adaptada de Barbosa, 2009)

Considere a seguinte sequência de losangos:



Sabendo que são utilizadas peças de lado 1 (o mesmo que losangos de lado 1) na construção de qualquer losango da sequência dada:

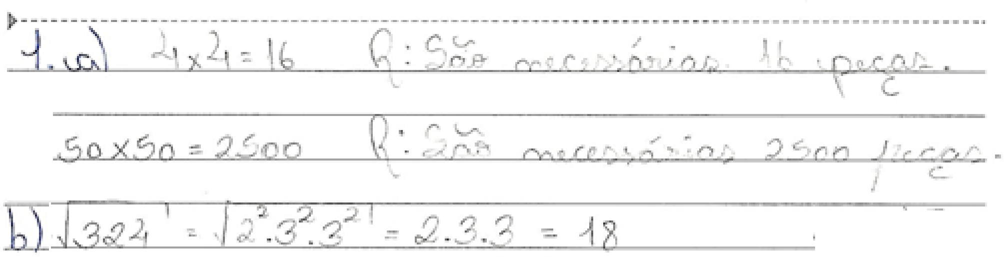
a) Quantas peças são necessárias para construir um losango de lado 4? E de lado 50?

b) Supondo que foram utilizadas 324 peças na construção de um dado losango da sequência, determine a medida do seu lado.

Fonte: Produção da autora.

A primeira, sobre uma sequência de losangos, solicita a continuação de um tipo de padrão, que envolve conceitos numéricos e algébricos, como propriedades de polígonos, áreas, perímetros, expressões numéricas, quadrados perfeitos. Pretende-se essencialmente que os estudantes descubram a relação entre o comprimento do lado de qualquer losango da sequência e o número de peças utilizadas na sua construção. No enunciado são apresentadas figuras representativas dos três primeiros termos da sequência, permitindo assim que os alunos criem uma imagem mental dos elementos que a constituem. Uma possibilidade de resolução foi dada por um dos trios e é apresentada, parcialmente correta, na Figura 30.

Figura 30 – Resolução da questão 1 do quinto momento



1. a) $4 \times 4 = 16$ R: São necessárias 16 peças.

$50 \times 50 = 2500$ R: São necessárias 2500 peças.

b) $\sqrt{324} = \sqrt{2^2.3^2.3^2} = 2.3.3 = 18$

Fonte: Produção dos estudantes.

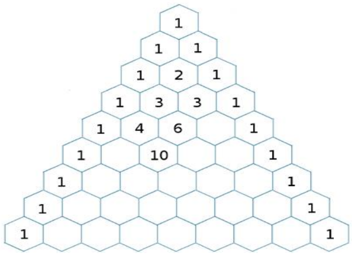
Observa-se que compreenderam e calcularam, corretamente, utilizando o conceito de área. Ou seja, no losango de lado 1, há 1 peça, no losango de lado 2, há 4 peças e no losango de lado 3, há 9 peças. Assim sendo, no losango de lado n haverá n^2 peças.

Já quanto à pergunta feita na parte b, foi necessária a intervenção de colegas, contando com a mediação da professora, que observaram que 18 é o valor do lado do losango construído com 324 peças. Sendo assim, seu perímetro será 18 x 4 = 72 unidades de comprimento.

Segue, na Figura 31, o enunciado da questão 2 do quinto momento.

Figura 31 – Enunciado da questão 2 do quinto momento

2) Triângulo de Pascal. (adaptado de Vale et al., 2007)



Observe a figura ao lado.

a) Complete as linhas seguintes.

b) Mencione alguma propriedade que caracterize o Triângulo de Pascal.

Fonte: Produção da autora.

Já para a resolução da questão 2, os estudantes completaram o triângulo de Pascal e tiveram dificuldade para descrever as características que encontravam no triângulo construído e completo. Com o auxílio da professora, os estudantes chegaram a algumas conclusões, como por exemplo qual seria o número subsequente da linha estudada, e assim:

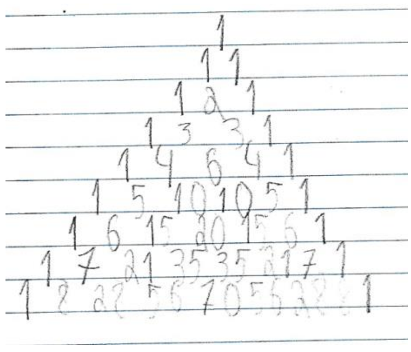
a) o primeiro elemento de cada linha é sempre o número 1;

b) o último elemento de cada linha é sempre o número 1;

c) o número abaixo é composto pela soma dos dois números anteriores.

Segue, na Figura 32, a resolução de uma dupla para a tarefa.

Figura 32 – Resolução da questão 2 do quinto momento



Fonte: Produção dos estudantes.

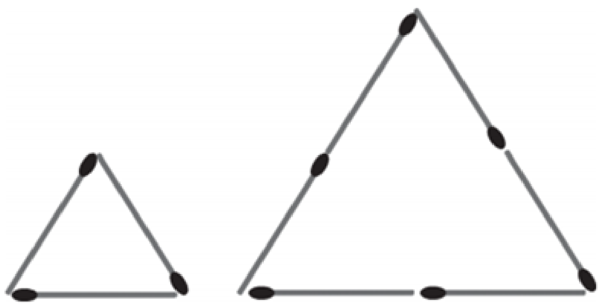
É interessante observar que, em muitos casos, pode-se pensar em “dependência” da confirmação do professor. Ou seja, demonstram dificuldade para descrever, com as próprias palavras, conjecturas ou observações. Neste caso, foi o que ocorreu, pois algumas suposições mencionadas pela professora já bastaram, para que demonstrassem confiança quanto ao que estavam observando.

Quanto à questão 3, seu enunciado encontra-se na Figura 33 abaixo.

Figura 33 – Enunciado da questão 3 do quinto momento

3) Triângulos: (adaptados do Clube de Matemática da OBMEP)

Veja a sequência de triângulos abaixo:



Complete a tabela seguinte:

Lado do triângulo	1	2	3	4
Total de palitos	3	6		

a) Qual é o número de palitos necessários para fazer um triângulo com seis palitos de lado?

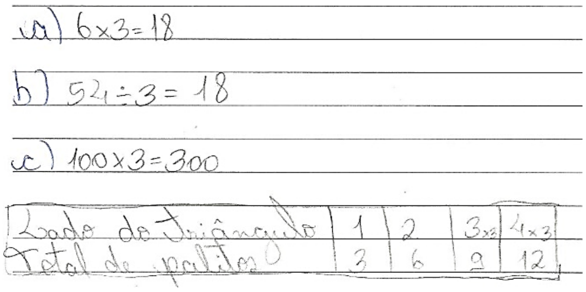
b) Qual deve ser o lado do triângulo em que sejam gastos 54 palitos?

c) Qual é o número de palitos necessários para fazer um triângulo com 100 palitos de lado?

Fonte: Produção da autora.

Os estudantes resolveram-na e comentaram que o total de palitos de cada triângulo é sempre determinado pelo lado do triângulo multiplicado por 3; compreenderam, também, que, inversamente, o lado do triângulo é igual ao número total de palitos dividido por três. Segue na Figura 34, a resolução apresentada por um trio.

Figura 34 – Resolução da questão 3 do quinto momento



Fonte: Produção dos estudantes.

Cabe destacar que, assim como no terceiro momento, neste encontro a calculadora foi utilizada ocasionalmente, percebendo-se maior atenção às interpretações necessárias. De qualquer forma, observou-se que a mesma fez parte do material utilizado durante o trabalho.

5.6 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO SEXTO MOMENTO

Diante das evidências encontradas ao longo do quinto momento, foram organizadas atividades envolvendo desafios para o sexto momento da UEPS.

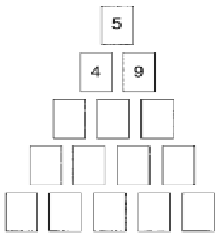
As atividades foram realizadas em quartetos e, após, discutidas no grande grupo. Moreira (2011) recomenda que, nesse momento, é necessário buscar a reconciliação integrativa, o que pode ser feito através de nova apresentação dos significados, por meio de breve exposição, seguida de desafios, em níveis mais altos de complexidade. Seguem, abaixo, as resoluções de cada desafio proposto. Os componentes dos grupos conversaram, discutiram e utilizaram a calculadora, sempre que necessário, para a resolução destes desafios.

Relembra-se, na Figura 35, o enunciado do desafio 1.

Figura 35 – Enunciado do desafio 1 do sexto momento

Desafio 1:

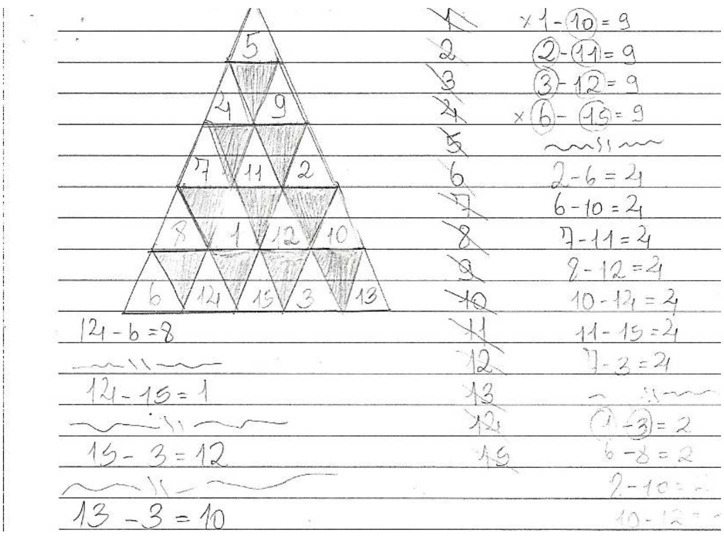
Tenho 15 cartas, numeradas consecutivamente de 1 a 15. Quero dispô-las em um triângulo. Escrevi os números das primeiras três como referência. No entanto, não quero uma disposição qualquer. Quero que cada carta seja igual à diferença entre as duas cartas logo abaixo dela, à esquerda e à direita. Por exemplo, 5 é a diferença entre 4 e 9 (a subtração é sempre calculada de modo que o resultado seja positivo). Perceba que essa condição não se aplica às cartas da última fileira. As primeiras três cartas já estão em seus lugares corretos. Você consegue descobrir o modo de colocar as 12 cartas restantes? Os matemáticos já encontraram "triângulos de diferença" como este, com 2, 3 ou 4 fileiras de cartas, usando números inteiros consecutivos, a partir do 1. Foi provado que nenhum "triângulo de diferença" poderá ter seis ou mais fileiras.



Fonte: Produção da autora.

O grupo que apresentou a resolução do primeiro desafio aos colegas mostrou dificuldade em sua interpretação. Após a professora auxiliá-los neste entendimento, puderam solucioná-lo. É importante ressaltar que a calculadora foi utilizada em alguns momentos. A Figura 36 mostra a resolução apresentada pelo grupo.

Figura 36 – Resolução do desafio 1 do sexto momento



Fonte: Produção dos estudantes.

Já o desafio 2 se encontra na Figura 37, abaixo.

Figura 37 – Enunciado do desafio 2 do sexto momento

Desafio 2:

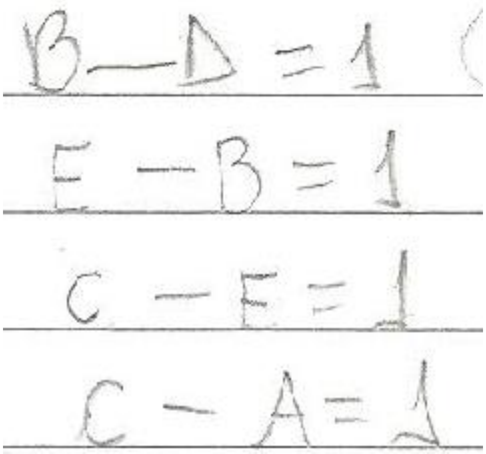
A tabela abaixo mostra o preço em reais das passagens para viagens entre duas das cidades A, B, C, D e E. Note que o preço de ida e o preço de volta entre duas das mesmas cidades podem ser diferentes. Pablo quer sair de uma dessas cidades e visitar todas as demais gastando o mínimo possível. Quanto Pablo irá gastar?

	A	B	C	D	E
A		3	1	2	5
B	2		2	1	4
C	1	3		2	1
D	2	5	4		3
E	5	2	1	4	

Fonte: Produção da autora.

O grupo que resolveu o segundo desafio não utilizou a calculadora; porém, o entendimento da questão e sua interpretação é que foram os dados mais significativos desse desafio. Segue na Figura 38 a resolução apresentada pelo grupo.

Figura 38 – Resolução do desafio 2 do sexto momento



B — D = 1

E — B = 1

C — E = 1

C — A = 1

Fonte: Produção dos estudantes.

Na Figura 39, segue o enunciado do desafio 3.

Figura 39 – Enunciado do desafio 3 do sexto momento

Desafio 3:

Colocar exatamente três símbolos matemáticos entre os algarismos abaixo, de modo que o resultado seja 100. Se quiser você pode repetir o mesmo símbolo, mas cada repetição conta no seu limite de três. Não é permitido reorganizar os números.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Fonte: Produção da autora.

A resolução do terceiro desafio ocorreu a partir da metodologia de tentativa e erro, com o auxílio da calculadora. A Figura 40 a seguir mostra a resolução apresentada pelo grupo.

Figura 40 – Resolução do desafio 3 do sexto momento

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

Fonte: Produção dos estudantes.

Segue, na Figura 41, o enunciado do desafio 4.

Figura 41 – Enunciado do desafio 4 do sexto momento

Desafio 4:

Joana foi comprar 20 canetas e comparou os preços em duas lojas: na loja A, cada caneta custa 3 reais, mas há uma promoção de cinco canetas pelo preço de quatro, e na loja B, cada caneta custa 4 reais, mas a cada cinco canetas compradas, como brinde ela pode levar até mais duas de graça. Tentando fazer a melhor escolha entre comprar somente na loja A ou somente na loja B, quanto ela pode economizar?

(A) nada (B) R$ 6,00 (C) R$ 8,00 (D) R$ 10,00 (E) R$ 12,00

Fonte: Produção da autora.

O desafio quatro solicitava aos estudantes que analisassem duas lojas que vendiam canetas com valores diferenciados, numa promoção. Este grupo, além do raciocínio lógico, utilizou ocasionalmente a calculadora, a fim de obter os gastos em cada loja, e sua resolução se encontra na Figura 42.

Figura 42 – Resolução do desafio 4 do sexto momento

Loja A = promoção 48 reais
Preço padrão: 60 reais / 20 canetas

Loja B promoção 60 reais
Preço padrão: 80 reais

Fonte: Produção dos estudantes.

Na Figura 43, relembra-se o enunciado do desafio 5.

Figura 43 – Enunciado do desafio 5 do sexto momento

Desafio 5: Festa de família

– Foi uma ótima festa – diz Lúcia à sua amiga Edite.

– Quem estava lá?

– Bem, tinha um avô, um avó, dois pais, duas mães, quatro filhos (dois homens, duas mulheres), 3 netos, 1 irmão, duas irmãs, um sogro, uma sogra, uma nora.

– Nossa! 23 pessoas!

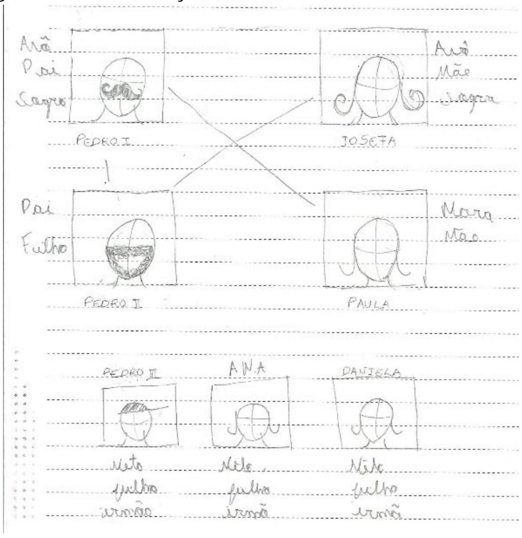
Não! Era menos que isso. Muito menos!

Qual é o menor número possível de pessoas na festa que seja consistente com a descrição de Lúcia?

Fonte: Produção da autora.

O grupo que apresentou o desafio 5 utilizou o desenho, apresentado na Figura 44, entendendo que, dessa maneira, seria mais fácil identificar a quantidade de pessoas que havia na festa.

Figura 44 – Resolução do desafio 5 do sexto momento



Fonte: Produção dos estudantes.

Relembra-se, na Figura 45, o enunciado do último desafio proposto.

Figura 45 – Enunciado do desafio 6 do sexto momento

Desafio 6:

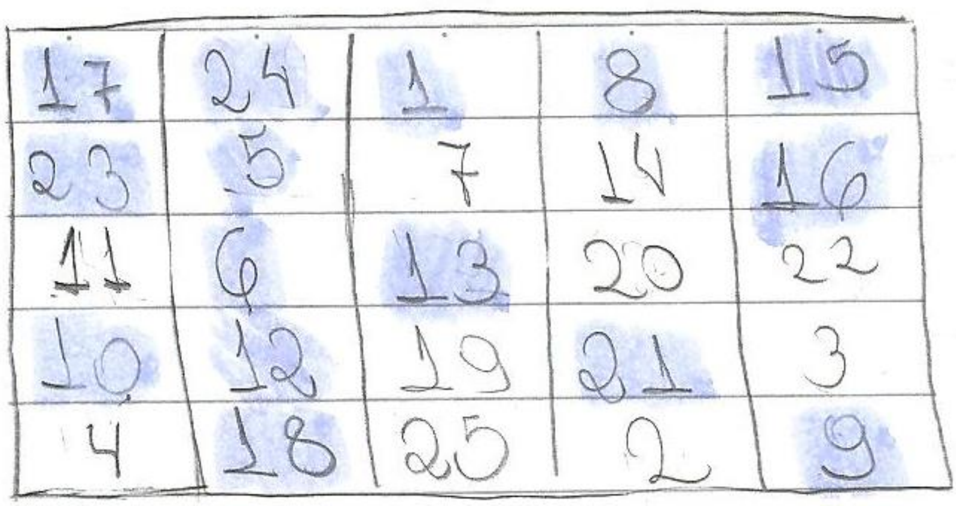
Dado um quadrado, formado por 25 quadradinhos, pede-se que o mesmo seja completado com os números de 1 a 25, sem repeti-los, de tal forma que a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal seja igual a 65.

17		1		
23				16
	6			
			21	
				9

Fonte: Produção da autora.

Para a resolução do sexto desafio, os integrantes do grupo que o apresentou, depois de terem realizado diversas tentativas sem êxito, solicitaram ajuda dos demais colegas e da professora, porque, por meio da tentativa e erro, não haviam conseguido resolvê-lo. Em alguns casos, apenas uma linha ou uma coluna não chegava ao resultado necessário, fazendo com que toda a atividade tivesse que ser recomeçada. Para este desafio, tanto o grupo como os demais colegas utilizaram com frequência a calculadora, na linha ou na coluna em que estava sendo objeto de estudo. A Figura 46, a seguir, mostra a resolução apresentada pelo grupo, com o auxílio dos colegas.

Figura 46 – Resolução do desafio 6 do sexto momento



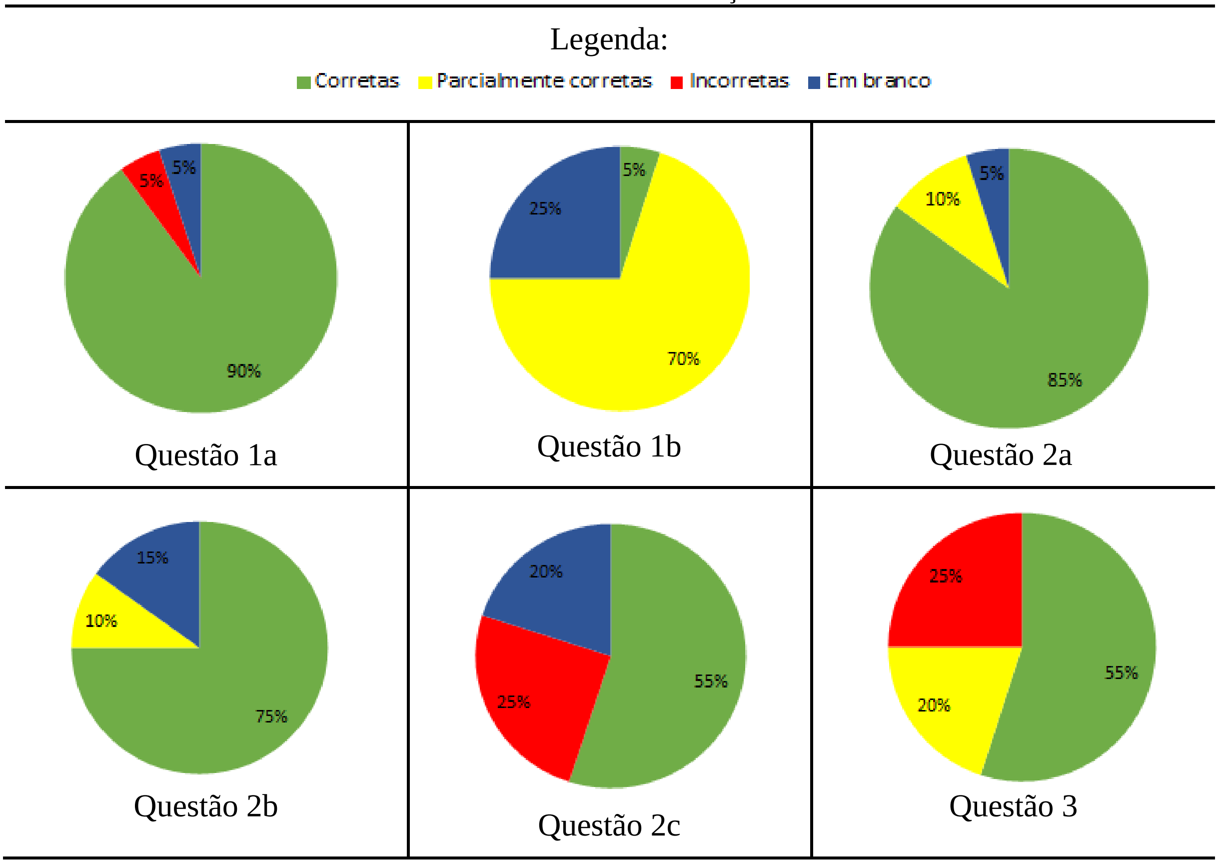
17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
11	6	13	20	22
10	12	19	21	3
4	18	25	2	9

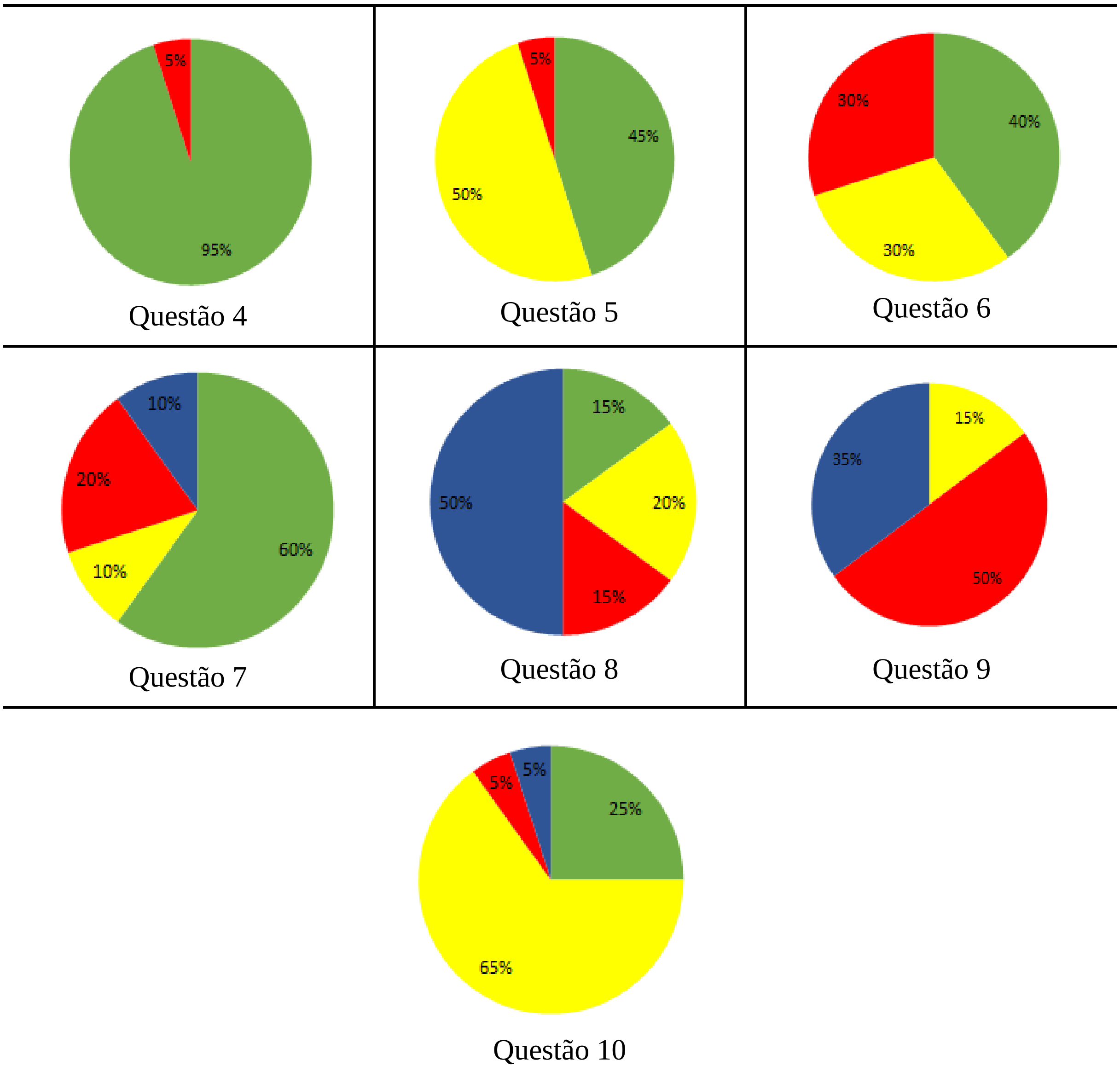
Fonte: Produção dos estudantes.

5.7 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO SÉTIMO MOMENTO

Para o sétimo momento da UEPS, foi organizada a Avaliação Final. A mesma (Apêndice J) constituiu-se de dez questões, que foram aplicadas a 20 estudantes. A escolha das situações-problema baseou-se no estudo realizado até então e, também, nas questões da Avaliação Diagnóstica, com base nas quais foi possível a identificação de conhecimentos prévios dos estudantes. A avaliação final constou de algumas das questões da avaliação diagnóstica, além de questões trabalhadas em outros encontros, procurando-se modificar os contextos. Para análise, calcularam-se os percentuais de questões corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco na avaliação diagnóstica, os mesmos critérios utilizados na análise da avaliação diagnóstica. Na Tabela 5 são apresentados tais resultados.

Tabela 5 – Percentuais da avaliação final





Fonte: Produção da autora.

Analisando os dados apresentados na Tabela 5, pode-se destacar algumas informações que foram consideradas importantes. Uma delas refere-se ao aumento do número de acertos, em relação às atividades realizadas anteriormente, o que ocorreu nas questões 1a, 2a, 2b, 4 e 7, que tiveram mais de 60% de acertos.

Na análise das dificuldades apresentadas, em sua maioria, não somente na avaliação final, confirmou-se, como a principal dificuldade, a interpretação das situações-problema pelos estudantes, o que pode ser observado na questão 9, que nenhum estudantes acertou. Entretanto, é possível dizer que houve crescimento, por parte deles, nesses termos, pois demonstraram compreender um caminho viável para o desenvolvimento do raciocínio lógico, com base na leitura e discussão de situações-problema, cujas resoluções, aos poucos, passaram a ser apresentadas de forma oral, explicando aos colegas, e não apenas por meio de cálculos com resultados de operações.

6 PRODUTO FINAL

O produto final desta dissertação de Mestrado é um **Guia Didático**, para a utilização da Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre o Conjunto dos Números Reais: operações e resolução de problemas aplicados ao cotidiano dos estudantes, utilizando a calculadora. Esta UEPS, cujas atividades são apresentadas e descritas no referido Guia Didático, poderá ser inserida em um determinado momento do ano letivo, quando os estudantes já estejam aptos a utilizarem a calculadora e já tiveram estudado os conteúdos abordados nas situações-problema, que fazem parte da mesma. A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) ancorou o planejamento, a elaboração e a validação da UEPS.

A mesma foi aplicada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública, e propõe uma retomada sobre as operações envolvendo o Conjunto dos Números Reais, alicerçada com a utilização da calculadora.

Todo seu planejamento foi fundamentado no estudo de Moreira (2011), contemplando princípios de aprendizagem significativa, quais sejam: diferenciação progressiva, reconciliação integrativa e consolidação do conhecimento.

As situações-problema, realizadas no desenvolvimento das etapas da UEPS, estão organizadas no **Guia Didático**, que tem como objetivo orientar ou auxiliar o professor em seu cotidiano docente, possibilitando, assim, que o estudante desenvolva capacidades e habilidades com as operações envolvendo o Conjunto dos Números Reais utilizando a calculadora.

É válido lembrar que essas situações-problema são apenas sugestões e que podem ser adaptadas a quaisquer contextos e realidades escolares.

O produto desta dissertação, o **Guia Didático**, encontra-se no Apêndice K.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inicia-se este capítulo com a retomada de todas as etapas, considerando sua importância na revisão e reconstrução do plano, procurando concluí-lo da melhor forma. Com isso em mente, procurou-se retomar e descrever, brevemente, as fases que marcaram os antecedentes, bem como o início, a evolução e a conclusão desta pesquisa. A mesma teve origem na preocupação, decorrente de estudo realizado pela pesquisadora (MOLON, 2009), sobre a utilização da calculadora, com base no qual concluiu que este recurso tecnológico pode colaborar no desenvolvimento cognitivo, se for utilizado juntamente com atividades ou problemas que permitam que os estudantes reflitam sobre o significado das operações realizadas, evitando, assim, a realização de cálculos demorados, sem a devida compreensão. Com essa preocupação, como professora da disciplina de Matemática, no Ensino Fundamental e Médio, algumas atividades foram promovidas, concomitantemente aos estudos necessários para a realização da pesquisa. Tais atividades foram determinantes para a programação de algumas das ações, em função de resultados que vinham sendo obtidos.

A primeira dessas atividades consistiu na proposição da resolução de situações-problema com e sem a utilização da calculadora, por uma turma de 6º ano. Na análise desta atividade, foi possível compreender a validade de se promover, em sala de aula, o convívio dos estudantes com a calculadora, já no Ensino Fundamental. De fato, ao analisar acertos e erros, concluiu-se quanto à importância de se promover a crítica dos estudantes, ao visualizarem resultados obtidos com a calculadora, aproveitando, desta forma, uma tecnologia disponível, porém, com o conhecimento necessário, tanto em relação ao conteúdo quanto em relação ao recurso tecnológico. Além disso, ficou evidente a importância da seleção de situações-problema, cuja interpretação, que independe da calculadora, motive os estudantes para a realização de desafios, que propiciem o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

Na segunda atividade preliminar, ao entrevistar professores de Ensino Fundamental e Médio, de diversas áreas do conhecimento, observaram-se algumas posições consolidadas *contra* a utilização da calculadora, que foram motivo de inquietação por parte da pesquisadora. De fato, os professores não estão habituados a pensar em recursos tecnológicos como mecanismos que podem promover aprendizagem, mas, sim, como “facilitadores”, no sentido de que podem substituir o raciocínio do estudante. Com efeito, mais uma vez, cientes de que já não se trata de discutir sobre sua utilização, ou não, a hipótese de que é preciso estudar e planejar situações, visando os benefícios que sua utilização pode promover, foi confirmada. A calculadora vista por alguns dos professores entrevistados como um "aparelho" que induz a preguiça mental pode se tornar um elemento indutor do raciocínio do estudante ou em outro viés um elemento de motivação para os estudantes. Além de induzir a novos raciocínios, a calculadora pode se revelar um novo elemento de motivação, justamente por propiciar soluções de problemas, antes inimaginadas.

A terceira atividade preliminar já foi feita tendo em vista a realização da pesquisa por meio de uma UEPS. Com isto em mente, tendo compreendido a importância da identificação de conhecimentos prévios dos estudantes, pensou-se em uma forma de fazê-la por meio de uma abordagem geral, em que todos os participantes, de uma turma de 9º ano, do Ensino Fundamental, se envolvesse em uma discussão coletiva, "conversando" sobre as operações, no Conjunto dos Números Reais, suas propriedades e aplicações, bem como sobre sua importância na resolução de situações-problema. De fato, entendeu-se que, para a realização da UEPS, seria necessária de uma sondagem individual, uma vez que, da forma como foi realizada, todos os conhecimentos prévios *apareceram*, o que não é uma realidade para todos os participantes, quando o interesse é a aprendizagem significativa. Além disso, outra informação relevante para a pesquisa, obtida com a realização desta atividade, foi a decisão de trabalhar a UEPS neste mesmo ano do Ensino Fundamental, quando, de fato, todas as operações, no Conjunto dos Números Reais, devem ter sido estudadas e constituem a base para os estudos subsequentes, no Ensino Médio, o que justifica a importância de que tenham sido, de fato, compreendidas.

Quanto à quarta e última atividade preliminar, cujos resultados influenciaram no planejamento da pesquisa, foi a discussão e proposição de resolução de situações-problema, com ou sem a utilização da calculadora, em uma turma do 1º. ano do Ensino Médio. Neste caso, o que justificou a sua discussão, nesta dissertação, foi o grande número de questões em branco, o que confirmou a importância de se trabalhar, no sentido de promover o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, por meio da interpretação de situações-problema, que requer, especialmente, a realização de exercícios de leitura e interpretação de textos, com a utilização da linguagem matemática. Ou seja, confirmou-se que a utilização da calculadora não é um recurso que, por si só, melhore as condições, tampouco os resultados de aprendizagem. Para que isto ocorra, é preciso capacidade de interpretação, além do conhecimento das operações matemáticas e de suas propriedades.

Diante disso, retoma-se, aqui, a questão norteadora, apresentada na introdução deste trabalho, como: **De que forma a utilização da calculadora pode contribuir para uma Aprendizagem Significativa das operações no Conjunto dos Números Reais, por meio da**

resolução de problemas, a partir de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)?

Entendeu-se, então, que, para respondê-la, seria necessário o desenvolvimento das ações descritas nos capítulos 4 e 5 desta dissertação, devidamente acompanhada dos estudos realizados, visando o alcance do objetivo geral: **Promover a Aprendizagem Significativa por meio de uma UEPS que aborde situações-problema do cotidiano sobre as operações básicas realizadas no Conjunto dos Números Reais com a utilização da calculadora.**.

Para tanto, de acordo com a fundamentação teórica selecionada para este estudo, foi realizada uma **avaliação inicial**, visando a identificação de *conhecimentos prévios* dos estudantes participantes. Na análise realizada, apresentada no capítulo 5 desta dissertação, verificou-se que os mesmos estão relacionados a relações entre grandezas, operações de adição, subtração e multiplicação entre números inteiros ou decimais e a identificações de padrões, em sua forma mais simples. Também confirmou-se a necessidade de maior atenção, para o prosseguimento da UEPS, às operações envolvendo frações, bem como interpretações de textos e identificação de padrões, além de informações sobre a utilização da calculadora, que pareceu ser vista, inicialmente, como a chave para a resolução de todos os problemas apresentados.

Com base nisso, foram programados os momentos subsequentes da UEPS, todos levando em consideração a importância de que os conhecimentos prévios fossem utilizados, de forma que, a cada momento, as atividades promovidas fossem auxiliando na compreensão e superação das dificuldades evidenciadas. Entretanto, à medida que algumas aprendizagens se evidenciavam, outras dificuldades apareciam, relacionadas ao aumento da complexidade das atividades, intencionalmente programadas.

Os *organizadores prévios* foram considerados, nestes momentos, em que a intenção deve ser, ainda conforme Moreira (2011), de preparação, para que seja possível aumentar a complexidade das situações-problema e, com isso, dar sentido a novos conhecimentos. Assim, no **segundo momento**, as situações-problema foram propostas com ênfase na identificação de padrões. Entendeu-se, desta forma, poder relacionar conhecimentos já existentes, identificados, com situações-problema que exigissem generalização, flexibilização do raciocínio, em contextos visuais, o que pode promover a opção por estratégias variadas para sua resolução e, com isso, o desenvolvimento da capacidade de interpretação, conforme Barbosa (2009). Ainda, de acordo com a autora, aquilo que os alunos sabem e o que resulta da sua percepção visual contribuem significativamente para a forma como constroem e desenvolvem o próprio conhecimento. De fato, na análise das resoluções apresentadas pelas duplas, constatou-se o benefício dos organizadores prévios programados por meio das atividades envolvendo padrões, uma vez que as mesmas promoveram avanços, tanto em relação à conscientização sobre a calculadora como um recurso que não substitui o raciocínio lógico, como em relação à generalização de padrões, como atividade com potencial para o seu desenvolvimento.

Com base nisto, o **terceiro momento** ocorreu, conforme o planejamento, com a previsão de uma exposição inicial, por parte da professora, seguida de resolução de duas situações-problema, em trios, e da apresentação das resoluções pensadas pelos mesmos. A exposição da professora foi conduzida pelos estudantes, curiosos em relação às situações-problema resolvidas na aula anterior, possibilitando, assim, contemplar diferentes meios de resolução. Com isso, acredita-se ter promovido reflexões que podem contribuir com o desenvolvimento da capacidade de interpretação. De acordo com o princípio da *diferenciação progressiva*, recomendado para esse momento da UEPS, as dúvidas apresentadas pelos estudantes e esclarecidas durante a discussão serviram como apoio para a construção de novos conhecimentos. A resolução das situações-problema propostas teve êxito, pois contou com a colaboração entre colegas e a mediação da professora, durante e após as resoluções pelos trios, que precisaram contar aos colegas como pensaram. A calculadora auxiliou na resolução da primeira situação-problema, especialmente, uma vez que a segunda foi resolvida completando-se as linhas, por grande parte dos estudantes. Isto foi discutido durante a apresentação dos trios, quando a professora procurou promover a reflexão de todos sobre a possibilidade de generalização do comportamento da sequência, de forma que fosse possível responder às perguntas feitas, sem a necessidade de completar a sequência.

No **quarto momento**, foram retomadas todas as situações-problema propostas nos encontros anteriores. Por meio da apresentação do enunciado de cada uma delas, em *slides*, a professora iniciava, solicitando que algum estudante procurasse explicar como resolveu. Esta estratégia mostrou-se produtiva, uma vez que contou com a participação de colegas, sempre que alguém se manifestava, comentando a própria resolução. Em algumas das questões, cálculos foram considerados necessários durante a explicação, porém, observou-se que, na maioria delas, a resolução foi totalmente *comentada*, o que entende-se como demonstração de compreensão. A *reconciliação integradora*, recomendada para este momento, pôde ser observada durante tais discussões, quando alguns estudantes, com diferentes pontos de vista sobre o modo de resolução de determinada situação-problema, interagiam e, até mesmo, *negociavam significados, com a mediação da professora*. (MOREIRA, 2011). Além disso, alguns estudantes, mesmo com a calculadora em mãos, já demonstravam menor dependência ou maior consciência de seu valor como recurso que não dispensa o raciocínio lógico.

No **quinto momento**, ainda buscando promover a *reconciliação integradora*, foi proposta a resolução de situações-problema em nível mais alto de complexidade, de forma colaborativa e posterior discussão entre todos, com a mediação da professora. O destaque, neste momento da UEPS, foi a demonstração de satisfação dos estudantes, já à vontade com a metodologia que vinha sendo adotada, discutindo, argumentando, perguntando e respondendo aos colegas. A calculadora sempre à mão, porém, conforme foi possível observar, foi utilizada somente em momentos adequados. Ainda, pelo fato de ter sido solicitada a apresentação das resoluções no quadro, foi possível observar, pelas discussões que ocorreram, que todos tiveram êxito ao final. De fato, a mediação da professora, contando com a colaboração de colegas, propiciou a compreensão de todas as situações-problema propostas.

O **sexto momento** foi planejado com a proposta de resolução de uma situação-problema, na forma de desafios, para cada grupo de quatro estudantes. A atividade dos grupos foi precedida de breve apresentação oral da professora, que promoveu a oportunidade de que os estudantes se manifestassem, através de relato do que tinham aprendido durante a realização da UEPS, até aquele momento. Novamente foi possível observar a disposição dos estudantes, ao comentarem sobre determinados problemas resolvidos, além de mencionarem o que haviam aprendido quanto ao uso da calculadora. Com efeito, foi possível observar que alguns poucos tinham feito uso de tal recurso e manifestado satisfação por terem aprendido a utilizá-la. Nesse encontro, todos os desafios foram compreendidos, uma vez que cada um dos grupos atendeu à solicitação de explicar aos colegas como procederam para a sua resolução. Para o primeiro e o sexto desafios foi necessária a ajuda dos colegas, já que os grupos demonstraram certa dificuldade, conforme foi comentado no capítulo 5. Novamente a *reconciliação integradora* foi promovida, na medida em que, ao lidar com situações-problema mais complexas, foi necessária a recombinação de conhecimentos prévios, com os novos conhecimentos, adquirindo outros significados. E assim foi promovida uma **avaliação final** para finalizar a UEPS. Nesta avaliação foi possível observar que a principal dificuldade dos estudantes, ao longo da UEPS e culminando neste momento, é a interpretação de situações-problema. É valido destacar que ocorreu um crescimento em seu aprendizado quando demonstraram compreender uma forma de desenvolver as situações-problemas apresentadas.

De fato, durante o desenvolvimento da UEPS foram selecionadas e propostas questões, com grau de complexidade crescente, à medida que as discussões iam ocorrendo. Além disso, no que se refere à utilização da calculadora, houve uma conscientização, com base, também, em análises de resultados, realizadas conjuntamente, durante as discussões. Isto foi promovido, considerando conclusões que os estudantes faziam, de forma precipitada, quanto aos valores obtidos, quando utilizavam a calculadora. Em alguns momentos, a pesquisadora presenciou os estudantes realizando as operações e copiando as respostas, sem nenhum tipo de questionamento perante aquele resultado encontrado. Já nos últimos encontros e, principalmente, no último, os estudantes se mostravam críticos em relação aos valores encontrados. Comentários como: *não basta apenas usar a calculadora, é necessário **analisar** o resultado*; *a calculadora não **faz milagre** e não é porque estou utilizando que vou acertar o problema*; *a calculadora pode ajudar, mas o pensamento é **meu***; dentre outros, foram observados, o que entendeu-se como uma mudança de pensamento em relação à utilização da calculadora. De fato, no cotidiano, a tecnologia se faz cada vez mais presente, e a sala de aula, juntamente com o auxílio dos professores, deve contribuir para sua inserção consciente.

Procurou-se, durante a realização de toda a UEPS, proporcionar atividades que se mostraram diferenciadas, visto que os estudantes estiveram atentos, concentrados e preocupados e, em sua maioria, curiosos em relação ao próximo momento, declarando que a resolução de desafios e a respectiva resolução, bem como a utilização da calculadora, como um recurso que, unicamente, não resolverá os desafios, não são frequentes no cotidiano escolar. A partir dos dados analisados, pôde-se perceber que a calculadora não é um recurso que, por si só, melhore as condições de aprendizagem dos estudantes. De fato, para que isso ocorra é preciso proporcionar momentos e oportunidades diferenciadas. Espera-se que as que foram vivenciadas, por meio da UEPS planejada, apresentada e analisada nesta dissertação, sirvam como material a ser utilizado, adequado e aperfeiçoado por colegas professores, não somente de Matemática, mas de outras áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. Formação e supervisão de professores: uma nova abrangência. **Sísifo, Revista de Ciências da Educação**, n. 8, p.119-128, 2009.

ARAÚJO, Denise Alves; SOARES, Eduardo Sarquis. Calculadoras e outras geringonças na escola. ***Presença Pedagógica***, n. 8, 2002.

ARRUDA, Dilermando Honório de. **O uso da calculadora simples em sala de aula**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.

ANDRADE, Bruna Vanessa de. **Ensinar matemática num mundo eminentemente tecnológico**. Recife, 2006.

AUSUBEL, David. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BARBOSA, Ana Cristina Coelho. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais**: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico. 2009. Tese (Doutorado em Estudos da Criança) – Instituto de estudos da criança, Universidade do Minho, Portugal, 2009.

BARIN, Cláudia Smaniotto; BASTOS, Giséli Duarte; MARSHALL, Débora. A elaboração de material didático em ambientes virtuais de ensino-aprendizagem: o desafio da transposição didática. **Renote**, Porto Alegre, v. 11, n. 1, jul. 2013.

BEZERRA, F. J. **Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações:** uma abordagem criativa para a sala de aula. 2001 Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2001

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas. **Interface Comum Saúde Educ.**, v. 2, n. 2, p. 139-154, 1998.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 5. ed. rev. e ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. (Coleção tendências em educação matemática, 9).

BORRALHO, António et al. **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem Álgebra**. 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação, 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Brasília: Ministério da Educação, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 1997.

BRITO, Frederico Reis Marques de; OLIVEIRA, Leni Nobre de. As dificuldades da interpretação de textos matemáticos: algumas reflexões. In: **CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL**, 2008. Vol. 15. p. 1-9.

BRITO, Lumena Oliveira. **A importância do uso pedagógico da calculadora no ensino de matemática**. 2011. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal da Paraíba, Universidade Aberta do Brasil, João Pessoa, 2011.

CARVALHO, Mercedes. **Problemas? Mas que problemas? Estratégias de resolução de Problemas matemáticos em sala de aula**. 4. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

CURY, Helena Noronha. **Erros na aprendizagem de matemática:** relatos de pesquisas e reflexões. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2016.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Instituto de Matemática e Arte**. 2004. Disponível em: <http://www.ima.mat.br>. Acesso em: 13 jun. 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas**. São Paulo: Ática, 2007.

DEVLIN, Keith. **Matemática:** a ciência dos padrões. Porto: Porto Editora. 2002.

FOSNOT, Catherine T. **Construtivismo**: uma teoria psicológica da aprendizagem. Porto Alegre: ArtMed, 1996.

FERREIRA, Carla Alexandra Biléu. **O uso da calculadora na resolução de tarefas matemáticas:** um estudo no 3. º ciclo do ensino básico. 2012. Tese (Doutorado) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2012.

FONCECA, Ronnylson Cesar de Oliveira. **Utilizando a calculadora científica para a resolução de problemas na 1ª série do ensino médio**. 2011. Monografia (Especialização) – Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2011.

GODEFROID, Vera Lucia dos Anjos. **Problematização**: reflexões sobre uma experiência com uma turma do ensino médio. 2010.

GUINTHER, A. **O uso das calculadoras nas aulas de Matemática:** concepções de professores, estudantes e mães de estudantes. In: EBRAPEM – ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2008, Rio Claro. Caderno de Resumos, 2008.

HARRES, João Batista Siqueira; PIZZATO, Michelle Camara; SEBASTIANY, Ana Paula; PREDEBON, Flaviane; FONSECA, Magda Cristiane. Laboratórios de ensino: inovação curricular na formação de professores de ciências. **ESETec**. Santo André, 2005.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade**: 8ª série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA Felisberto de, Kátia G.; LOPES, Celi Espasandin. **O processo de leitura e escrita na resolução de problemas matemáticos**, 2008.

LEMOS, Evelyse dos Santos. A aprendizagem significativa: estratégias facilitadoras e avaliação. **Aprendizagem Significativa em Revista,** Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 28-29, 2011. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID3/v1_n1_a2011.pdf>. Acesso em: 5 jan. 2017.

MAGALHÃES, Gildásio Nogueira. **Minicurso:** uso didático da calculadora. Campus Rio Claro, 1995.

MATOS, Claudivaneis Martins. **O uso da calculadora nas aulas de matemática:** O que pensam os professores de matemática de Conceição do Araguaia – PA. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2016.

MENDES, Iran Abreu. **Números**: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**. São Paulo: Hucitec, 1993.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

______. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências:** a teoria da aprendizagem significativa. Porto Alegre, 2009.

______. **Potentially meaningful teaching units-PMTU**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Fortes Salzano. A**prendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro. 2006.

MOLON, Gabriele. **Influência da calculadora no desenvolvimento cognitivo no aprendizado matemático.** 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Estatística Aplicada) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul. 2009.

OLIVEIRA, J.C.G. **A visão dos professores de matemática do Estado do Paraná em relação ao uso de calculadoras nas aulas de Matemática.** 1999. Tese (Doutorado) – Campinas, SP, 1999.

PENTEADO, Miriam G. Possibilidades para a formação de professores de matemática. In: PENTEADO, M.; BORBA, M.C (Org.). **A informática em ação:** formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho-d'Água, 2000.

PEREIRA, Francivaldo da Silva. **Uma reflexão sobre o uso da calculadora em sala de aula.** 2012. Monografia. Patos, 2012.

POLYA, G. O ensino por meio de problemas. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 7, p. 11-16, 1985.

______. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1986.

______. **Como resolver problemas.** Trad. do original inglês de 1945. Lisboa: Gradiva, 2003.

PONTE, João Pedro et al. **Didactica da Matemática**. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministérios da Educação, 1997.

PONTE, João Pedro. A calculadora e o processo de ensino aprendizagem. **Educação Matemática**, Lisboa – Portugal, n. 11, 3º bim. 1989.

______. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, p. 105-132, 2006.

POZO, J. I. **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

REITZ, Maria Dorotéia de Carvalho; CONTRERAS, Humberto Silvano Herrera. Resolução de problemas matemáticos: desafio na aprendizagem. **Revista Chão da Escola**, Curitiba, 2011.

RIBEIRO, Maria José Bahia; PONTE, José Pedro. **A formação em novas tecnologias e as concepções e práticas dos professores de matemática**. Lisboa: Quadrante, 2000.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico (Org.). **Referencial Curricular do Rio Grande do Sul – Lições do Rio Grande:** Matemática. Porto Alegre: Secretaria de Estado da Educação do Rio Grande do Sul, 2009. v. 3.

SAMPAIO, Maria Laura Fipe Bugarín. **O trabalho com situações-problema:** um processo de conscientização. 2005. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2005.

SILVA, Edna Lúcia; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** Florianópolis: UFSC, 2001.

SOUZA, Luciane Paula; SANTOS, Sandro Aparecido dos. **Problemas matemáticos abertos e o predomínio da calculadora.** 2007.

SOUSA, Ariana Bezerra. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Disponível em: <www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000024>. Acesso em: 23 jul. 2016

STACEY, Kaye. Finding and using patterns in linear generalising problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 2, p. 147-164, 1989.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 13. ed. São Paulo: Cortez, 2004.

VALE, Isabel et al. **Matemática no 1º Ciclo**: propostas para a sala de aula. Viana do Castelo: Escola Superior, 2007.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, v. 8, n. 20, 2012.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. **Avaliação**: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar. 13. ed. São Paulo: Libertad, 2001.

VIEIRA, Corina de Fátima Moreira; DUTRA, Roberto Alves; SILVA, Romaro Antonio. **O Uso da Calculadora em Sala de Aulas nas controvérsias entre professores**. Lavras, 2009.

APÊNDICE A

PRIMEIRA ATIVIDADE PRELIMINAR: PROBLEMAS APLICADOS NO 6º ANO

Orientações:

- ✓ leia atentamente todas as questões a seguir, a fim de que sua interpretação seja coerente;
- ✓ retire todas as informações (dados) importantes de cada questão;
- ✓ apresente de forma organizada sua proposta de solução;
- ✓ no final de cada questão, analise sua resposta, verificando se ela faz sentido em relação à questão.

Questão 1 (Simulado Prova Brasil). Para passar um recado para várias escolas, com maior rapidez, foi montada uma rede da seguinte forma:

1º grupo – um diretor avisa seis escolas.

2º grupo – cada uma dessas seis escolas avisa outras seis escolas e assim sucessivamente.

Quantas escolas receberão o recado no 4º grupo?

Questão 2 (Simulado Prova Brasil). Qual é o resultado de 100 – 72 + 4 × 2 x 2 x 2 – 72: 6 x 6?

Questão 3 (Simulado Prova Brasil). Se preenchermos o quadro abaixo, a partir do número 63, qual será o resultado final?

Dividir por 7?	É igual?	Multiplicar por ele mesmo	Adicionar 63	O resultado é?

Questão 4 (Simulado Prova Brasil). Leila e Bernardo reúnem-se, com regularidade, com seus estudantes, para desenvolver um projeto. Leila tem reuniões com seus estudantes a cada oito dias. O professor Bernardo reúne-se a cada dez dias. Hoje eles fizeram a reunião conjunta. Determine a quantidade de dias em que ocorrerá a próxima reunião conjunta dos dois grupos.

Questão 5 (Simulado Prova Brasil). O percurso que Pedro faz de sua casa até seu trabalho é de 4 km. Determine o trajeto total de ida e volta que Pedro faz em cinco dias.

Questão 6: A aula da Rosana começa às 7 horas e termina às 11h30min. De quantos minutos é o tempo de duração da aula de Rosana?

Questão 7: Um homem ganha 4.105 reais e gasta 680 reais de aluguel, 550 reais com alimentação, 330 reais com transporte e 2.000 reais com saúde e educação. Quanto lhe sobra para outros gastos?

Questão 8: Os malefícios do tabaco!

Sabe-se que o tabaco prejudica a saúde e que o fumante gasta muito dinheiro. Quanto teria gasto um fumante, em tabaco, nos últimos dois anos, sabendo que fuma um maço e meio de cigarro por dia e que cada maço (20 cigarros) custa R$ 1,50? (O preço do cigarro teria se mantido igual nos últimos dois anos).

APÊNDICE B

SEGUNDA ATIVIDADE PRELIMINAR: ENTREVISTAS COM PROFESSORES

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

UCS

Mestranda	Gabriele Molon
Professora	Prof.ª. Dra. Laurete Zanol Sauer

Disciplina que ministra: ____

( ) Ensino Fundamental ( ) Ensino Médio

Qual é a sua opinião sobre a utilização da calculadora nas aulas de Matemática, no Ensino Fundamental? Apresente argumentos que justifiquem sua opinião.

____

____

____

____

____

____

____

____

Muito obrigada por sua colaboração!

APÊNDICE C
QUARTA ATIVIDADE PRELIMINAR: SITUAÇÕES-PROBLEMA PROPOSTAS AOS ESTUDANTES DO PRIMEIRO ANO

Resolva os seguintes problemas envolvendo o Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade, além de verificar o seu grau de compreensão deste conteúdo, é, também, colaborar para que o mesmo seja desenvolvido, entendendo-se que, para a resolução dos problemas propostos, você procurará utilizar todos os conhecimentos que já adquiriu até o momento. Tais problemas podem ser resolvidos com ou sem a calculadora. Assim sendo, pede-se que, em cada problema, você preencha com (S) se utilizou a calculadora para a resolução daquela questão, ou (N), caso não tenha utilizado a calculadora.

Você pode decidir por não resolver algum problema pelos seguintes motivos:

a) Não compreendi o problema;

b) Compreendi o problema e não sei resolver.

Obrigada por sua participação!

1) O colégio Santo Estudo, está organizando sua Festa Junina para este ano letivo, porém o caixa destinado para tal festividade encontra-se sem troco. Os organizadores precisam trocar R$ 52,00 que possuem em notas, por moedas.

a) Cite cinco possibilidades de trocas, sabendo que tem-se, à disposição no banco, moedas, em número suficiente, de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25 e R$ 0,50.

b) Determine o número máximo e o número mínimo de moedas utilizadas.

c) Determine uma possibilidade envolvendo todos os valores de moedas existentes no banco.

2) Giovana, aluna do 9º ano foi a uma livraria onde gastou R$ 51,00 e pagou com uma nota de R$100,00. O vendedor dispunha apenas de notas de R$ 20,00 e R$ 10,00 e dois sabores de balas que custavam RS 2,00, a de morango e R$ 1,50, a de chocolate. Giovana aceitou que parte de seu troco fosse dado nos dois sabores de balas, recebendo assim cinco balas. Determine a quantidade de balas de cada sabor que Giovana recebeu como troco.

3) Atividade física e a procura por qualidade de vida

> Atividade física é definida como “qualquer movimento corporal” que resulte em gasto energético maior que os níveis de repouso. Modernamente, o termo refere-se em especial aos exercícios executados para manter a saúde física, mental e espiritual; em outras palavras, a “boa forma física e mental”. Toda e qualquer atividade deve ser controlada por profissionais da área de Educação Física, que está associada diretamente a melhorias da saúde e condições físicas dos praticantes. Podemos considerar uma inatividade física aquela associada a dietas inadequadas, ao tabagismo, ao uso do álcool e outras drogas são determinantes na ocorrência e progressão de doenças crônicas que trazem vários prejuízos ao ser humano, como, por exemplo, redução na qualidade de vida e morte prematura nas sociedades contemporâneas, principalmente nos países industrializados. Por que a preocupação com o sedentarismo? Na maioria dos países em desenvolvimento, grupo do qual faz parte o Brasil, mais de 60% dos adultos que vivem em áreas urbanas não praticam um nível adequado de exercício físico.
> Fonte: *Site* Médico, disponível em: <http://www.sitemedico.com.br/site/boa-forma/fitness/7368-atividade-fisica-e-a-procura-de-uma-qualidade-de-vida>.

Uma pessoa, refletindo sobre sua qualidade de vida, bem como sobre sua saúde chegou à conclusão de que deveria procurar uma academia para se exercitar. Realizou um levantamento de preços, em duas academias:

- ✓ “Peso em Excesso” cobra uma taxa fixa de R$ 110,00 e uma mensalidade de R$ 55,00.
- ✓ A academia “Gorduras & Gorduras” cobra uma taxa fixa de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 60,00.

Determine:

a) As funções matemáticas que representam a cobrança das duas academias, sabendo que x é a variável mês e que f(x) é o valor pago por mês a cada academia.

b) Quais são os custos cobrados pelas academias após seis meses de treinos?

c) Em quantos meses o valor pago será igual em ambas as academias? Justifique.

4) Tendo como base os estudos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, no ano de 2010 a população da cidade de Caxias do Sul era de 435.564 habitantes e sua estimativa para o ano de 2014 era de 470.223 habitantes.

a) Determine o aumento estimado do número de habitantes entre os anos de 2010 a 2014.

b) Determine a densidade demográfica estimada da cidade de Caxias do Sul para os anos de 2010 e 2014, sabendo que sua área é de 1.644,296 km^2.

c) Se o aumento da população de Caxias do Sul fosse constante, qual seria a quantidade de habitantes em 2015?

5) Sobre o número π

> Ao longo da história da invenção e utilização dos números, como forma de expressão, interpretação e criação matemática, algumas dessas situações despertavam a maior atenção dos matemáticos. Entre elas pode-se destacar o número π.
>
> Inúmeras foram as tentativas e os desafios enfrentados pelos matemáticos, de várias épocas, de diversos locais do planeta, na tentativa de descrever analiticamente as relações numéricas que envolviam e envolvem, até hoje, o número π. Esse número é comumente visto como a razão (divisão) entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro.
>
> Os povos da Antiguidade (egípcios, chineses, babilônios e hindus) envolveram-se com esses problemas ligados à razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, chegando a resultados variados e polêmicos. Os judeus, por exemplo, aproximaram o resultado dessa razão ao número 3, ou seja, consideraram que o comprimento da circunferência era o triplo do seu diâmetro. Tal razão numérica foi efetivamente invalidada experimentalmente.
>
> Fonte: MENDES, Iran Abreu. **Números**: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

Considerando a expressão:

$$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)$$

a) determine o seu valor;

b) o Conjunto dos Números Reais é formado por números pertencentes a outros conjuntos numéricos. O número encontrado como resposta no item anterior pertence a que conjunto numérico?

( ) Conjunto dos Números Naturais

( ) Conjunto dos Números Inteiros

( ) Conjunto dos Números Racionais

( ) Conjunto dos Números Irracionais

c) se acrescentar mais três termos a essa expressão, pode-se encontrar um valor mais preciso. Qual é o resultado dessa expressão acrescentando estas três parcelas?

6) Buscando melhorar o atendimento ao usuário do sistema de saúde de um município, a prefeitura realizou uma pesquisa de satisfação com 500 pacientes. As notas poderiam variar de 1 a 10, e os resultados da avaliação feita pelos pacientes são mostrados no quadro ao lado. Calcule a nota média dada pelos entrevistados.

Nota	**Número de pacientes**
1	05
2	15
3	40
4	128
5	150
6	90
7	35
8	25
9	10
10	02
Total	500

7) Sabe-se que, em dias de sol, apetece tomar um sorvete e, também, que o faturamento das sorveterias, nesses dias, é maior do que em dias de chuva. Em um dia de sol, a Sorveteria Picolé & Sorvetes fatura R$ 170,00 a mais que em dias de chuva. Em quatro dias de sol e três dias de chuva ela faturou R$ 2.780,00.

a) Quanto ela fatura em dia de chuva?

b) Quanto ela fatura em dia de sol?

8) A prática esportiva é cada vez mais valorizada, não apenas por ser saudável, mas, também, por ajudar no relacionamento com as demais pessoas, o que é possível observar na frase de Gustavo Borges, grande nadador brasileiro ao afirmar:

A prática esportiva também ajuda num mundo melhor com tudo de bom que traz para nós: saúde, autoestima, espírito de equipe, objetivos, entre outros atributos que, com certeza, vêm junto com o esporte.

Com essa visão, uma turma de 48 estudantes de uma escola pública resolveu que todos os estudantes iriam praticar algum esporte, com a seguinte distribuição: $\frac{1}{4}$ pratica futebol, $\frac{1}{6}$ pratica handebol e o restante da turma faz natação.

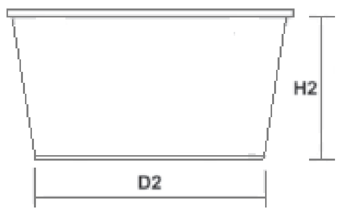
a) Que fração representa a quantidade de estudantes que optou por futebol e handebol?

b) Determine a quantidade de estudantes que praticam cada esporte.

c) Que fração representa a quantidade de estudantes que optou pela natação? Se achar conveniente pode demonstrar através de desenho.

9) (Fonte: adaptado de <http://www.tigre.com.br)>. Uma família de classe média está preocupada com os gastos em relação à conta de água de sua residência. Tentando amenizá-los, ela resolveu investir em uma caixa d'água que armazene a água da chuva, através de canos ligados às calhas da casa. Conforme a figura abaixo, as dimensões da caixa-d'água são: H2 = 1,1241m e D2 = 1,7217m (diâmetro da base da caixa-d'água). Determine:

a) o volume dessa caixa-d'água em m^3;
(Lembre-se que $V = \pi . r^2 . h$, e que o raio é metade do diâmetro da circunferência.)



b) a medida da altura (H2) e da largura (D2) se a caixa-d'água tivesse o mesmo volume encontrado na letra a, porém com formato cúbico. (Utilize $\pi = 3{,}14$).

APÊNDICE D
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Visando desenvolver uma pesquisa que é parte da dissertação de Mestrado: **Unidade de ensino potencialmente significativa: a calculadora na resolução de situações-problema envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais,** coordenada por mim, Gabriele Molon (mestranda orientada pela Prof.ª Dra. Laurete Zanol Sauer), no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, convido você a participar desta pesquisa, que tem como finalidade investigar se a calculadora pode contribuir na aprendizagem, no que diz respeito à resolução de problemas de Matemática. Para tanto, é importante assinar abaixo, tomando ciência de que as informações serão tratadas somente para fins de pesquisa e que sua identidade, enquanto participante, será preservada. Não serão divulgados nome ou informações que possam identificar o participante da pesquisa. Os dados obtidos serão utilizados apenas para fins de investigação, e o participante pode desistir a qualquer momento sem prejuízo algum. O participante pode obter informações sobre o andamento da pesquisa, quando achar necessário.

Desde já agradeço a sua colaboração e coloco-me à disposição para esclarecimentos pelo telefone (54)999840756 ou por *e-mail*: gmolon@hotmail.com

Eu, ____, RG ______________________________, declaro que estou ciente das informações acima e autorizo a utilização de minhas interações no contexto de aprendizagem para fins da pesquisa.

Caxias do Sul, _____ de _______________ de 2015.

____

Assinatura do sujeito da pesquisa

____

Assinatura da pesquisadora

APÊNDICE E
ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PRIMEIRO MOMENTO DA UEPS: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Resolva os seguintes problemas envolvendo o Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade, além de verificar o seu grau de compreensão deste conteúdo, é colaborar para que o mesmo seja desenvolvido, entendendo que, para a resolução dos problemas propostos, você procurará utilizar seus conhecimentos prévios.

Tais problemas devem ser resolvidos <u>com a utilização da calculadora</u>. É importante que você procure explicar como pensou, ao resolver cada um dos problemas.

Obrigada por sua participação!

<u>*Situações-problema propostas:*</u>

1) *Atividade física e a procura por qualidade de vida*

Uma pessoa refletindo sobre sua qualidade de vida, bem como sobre sua saúde, chegou à conclusão de que deveria procurar uma academia para se exercitar. Realizou um levantamento de preços, em duas academias:

- ✓ a primeira academia que procurou cobra uma taxa fixa de R$ 110,00 e uma mensalidade de R$ 55,00.
- ✓ a segunda academia cobra uma taxa fixa de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 60,00.

Determine:

a) os valores cobrados em cada uma das academias, se a pessoa realizar atividade física durante cinco meses;

b) qual a academia mais barata se a pessoa realizar atividade física durante um ano?

2) Uma menina foi a uma livraria onde gastou R$ 51,00 e pagou com uma nota de R$100,00. O vendedor dispunha apenas de notas de R$ 20,00 e R$ 10,00 e dois sabores de balas que custavam: RS 2,00, a de morango e R$ 1,50, a de chocolate. A menina aceitou receber parte de seu troco em balas, nos dois sabores, recebendo assim cinco balas. Determine a quantidade de balas de cada sabor que ela recebeu como troco.

3) Tendo como base os estudos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), no ano de 2010 a população da cidade de Caxias do Sul era de 435.564 habitantes e sua estimativa para o ano de 2014 era de 470.223 habitantes.

a) Calcule o aumento estimado do número de habitantes entre os anos de 2010 a 2014.

b) Se o aumento anual da população de Caxias do Sul fosse sempre o mesmo, qual seria a quantidade de habitantes em 2015?

4) A prática esportiva é cada vez mais valorizada, não apenas por ser saudável, mas, também, por ajudar no relacionamento com as demais pessoas, o que é possível observar na frase de Gustavo Borges, grande nadador brasileiro ao afirmar:

A prática esportiva também ajuda num mundo melhor com tudo de bom que traz para nós: saúde, autoestima, espírito de equipe, entre outros atributos que, com certeza, vêm junto com o esporte.

Com essa visão, uma turma de 48 estudantes de uma escola resolveu que todos iriam praticar algum esporte com a seguinte distribuição: $\frac{1}{4}$ optou pelo futebol, $\frac{1}{6}$ escolheu o handebol e o restante da turma faz natação.

a) Que fração representa a quantidade de estudantes que escolheu futebol e handebol?

b) Qual a quantidade de estudantes que praticam cada esporte?

5) Uma casa lotérica, nos últimos dias, está atendendo um número maior de pessoas, o que se deve ao fato de estarmos próximos do final do ano e, com isso, muitas pessoas arriscarem sua sorte em jogos lotéricos, na esperança de melhorar financeiramente. Com tamanha demanda, a casa lotérica se encontra sem troco. A dona da lotérica precisa trocar R$ 2.000,00 o mais rapidamente possível.

a) Cite quatro possibilidades de trocas se, naquele momento, o banco tiver à disposição moedas, em número suficiente, de R$ 0,05, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

b) Determine o número máximo e o número mínimo de moedas utilizadas, se o banco possuir moedas, em número suficiente, de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

c) Determine <u>uma</u> possibilidade envolvendo todas as moedas existentes no banco, conforme o item (b).

6) Em uma cidade operam duas empresas de táxis. A empresa A cobra R$ 12,00 pela bandeirada inicial e R$ 4,00 por quilômetro rodado. A empresa B cobra, apenas por quilômetro rodado, o valor de R$10,00. Determine o valor a ser pago por um passageiro, se percorrer 14 km utilizando a empresa A? E se utilizar a empresa B?

7) Utilize a calculadora para realizar as seguintes multiplicações por 11:

Observe que há um padrão nos resultados.

- ✓ 13 x 11 =
- ✓ 24 x 11 =
- ✓ 35 x 11 =
- ✓ 46 x 11 =
- ✓ 57 x 11 =

a) Descreva o padrão observado.

b) Explique o padrão, com base em seus conhecimentos sobre a multiplicação.

8) Digite em sua calculadora 3 + 4. Em seguida, tecle no sinal de igual (=) várias vezes.

a) Anote os 10 primeiros números que vão aparecendo na tela.

b) Descreva os cálculos efetuados pela calculadora.

9) Buscando melhorar o atendimento ao usuário do sistema de saúde de um município, a prefeitura realizou uma pesquisa de satisfação com 500 pacientes. As notas poderiam variar de 1 a 10, e os resultados da avaliação feita pelos pacientes são mostrados no quadro ao lado. Calcule a nota média dada pelos entrevistados.

Nota	**Número de pacientes**
1	05
2	15
3	40
4	128
5	150
6	90
7	35
8	25
9	10
10	02
Total	500

10) *Sobre o número* π

Ao longo da história da invenção e utilização dos números, como forma de expressão, interpretação e criação matemática, algumas situações despertavam a maior atenção dos matemáticos. Entre elas pode-se destacar a que envolve o número π.

Inúmeras foram as tentativas e os desafios enfrentados pelos matemáticos, de várias épocas, de diversos locais do planeta, na tentativa de descrever analiticamente as relações numéricas que envolviam e envolvem, até hoje, o número π. Esse número é comumente visto como a razão (divisão) entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro.

Os povos da Antiguidade (egípcios, chineses, babilônios e hindus) envolveram-se com esses problemas ligados à razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, chegando a resultados variados e polêmicos. Os judeus, por exemplo, aproximaram o resultado dessa razão ao número 3, ou seja, consideraram que o comprimento da circunferência era o triplo do seu diâmetro. Tal razão numérica foi efetivamente invalidada experimentalmente.

Fonte: MENDES, Iran Abreu. **Números**: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

Uma célebre série, obtida por Leibniz, famoso matemático alemão, em 1674, consiste de um procedimento para aproximar o valor de π. Trata-se da expressão:

$$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)$$

a) Calcule o valor da expressão acima, com duas casas decimais.

b) Agora calcule a mesma expressão, porém com mais parcelas, também com duas casas decimais.

$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)$. Qual foi seu resultado?

APÊNDICE F

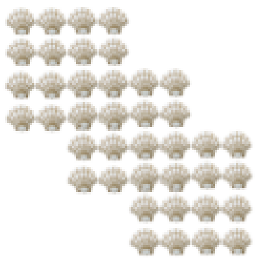
ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O SEGUNDO MOMENTO DA UEPS

Em duplas, resolvam os seguintes problemas envolvendo padrões ou sequências numéricas. O objetivo desta atividade é o de reconhecer padrões em sequências geométricas e sequências que envolvam números. Tais problemas podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que procurem explicar como pensaram, ao resolverem cada um dos problemas.

Obrigada por sua participação!

1) Problema das conchinhas: (adaptado de Vale 2012)

A menina do mar organizou as conchas que apanhou ontem na praia no modo como a figura ao lado mostra. Descubra um processo rápido para sua resolução. Explique-o.

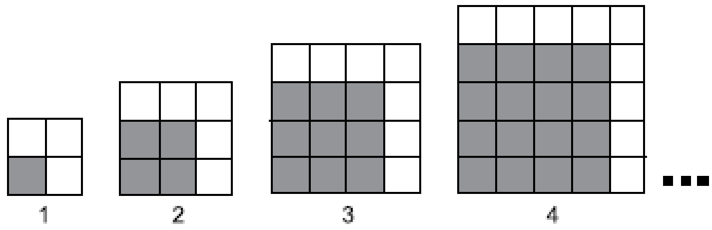


2) Observe o quadro. (adaptado de Concurso Ministério Público/RS, 2012)

A	B
1	1000
2	500
4	250

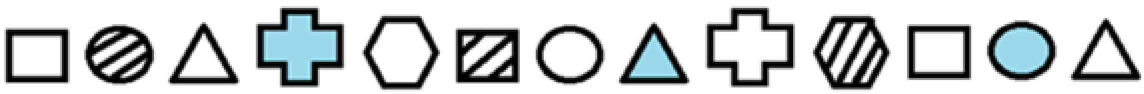
Suponha que as linhas das colunas A e B prossigam sendo formadas pela mesma lógica usada até então, que é o dobro do elemento anterior para os elementos da coluna A, a partir do número 1 arbitrariamente escolhido, e a metade do elemento anterior para os elementos da coluna B, a partir do número 1000 arbitrariamente escolhido. Determine os elementos que pertencem à 13ª linha.

3) Cada figura da sequência é composta de quadradinhos escuros e de quadradinhos brancos. (adaptado de Concurso SP/Urbanismo, 2014)



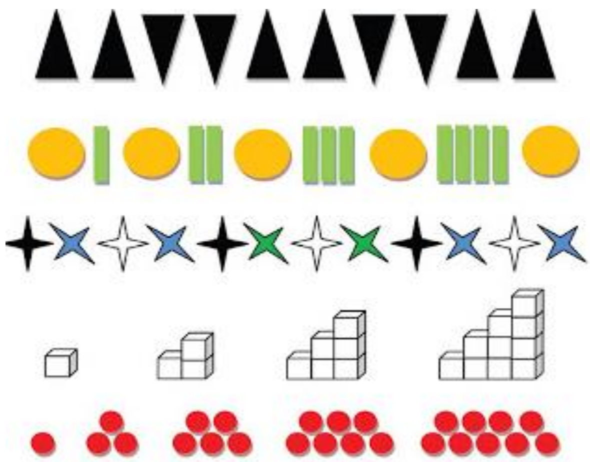
Admita que o padrão observado nessa sequência de quatro figuras se mantenha para as figuras seguintes. Assim, quantos quadradinhos brancos terá a figura que contém 169 quadradinhos escuros?

4) Observe a sequência de figuras desenhadas: (adaptado de Iezzi, 2005)



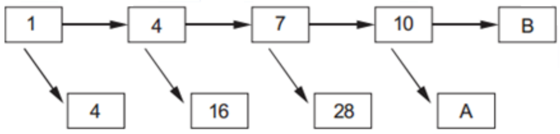
Procure entender a lógica dessa sequência e aponte qual será a 100ª figura.

5) Observe a cartela com formas geométricas e responda às questões: (adaptado de Iezzi, 2005)



- Observe a primeira linha da cartela. Você consegue perceber algum padrão entre os triângulos? Explique esse padrão.
- Agora analise a segunda linha. A distribuição das figuras são as mesmas que na linha anterior? Qual o padrão que podemos perceber entre os círculos e os retângulos?
- Na terceira linha da cartela, você seria capaz de continuar a sequência de figuras geométricas? Tente continuar também as sequências de figuras geométricas da 4ª e 5ª linhas da cartela.

6) Observe o diagrama e seu padrão de organização. Determine o padrão e os valores de A e B. (adaptado de Concurso Sergipe Gás S.A., 2013)



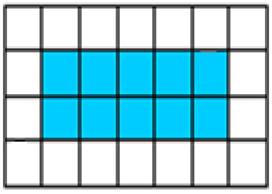
APÊNDICE G
ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O TERCEIRO MOMENTO DA UEPS

Em trios, resolvam os seguintes problemas envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade é o de reconhecer as operações envolvidas em cada tarefa. Tais problemas podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que o trio explique seu raciocínio, ao resolver cada um dos problemas.

Obrigada por sua participação!

1) Piscinas (adaptado de Barbosa, 2009)

A empresa Queda d'Água constrói piscinas de fundo retangular. Na construção de cada piscina são utilizados azulejos azuis, para o fundo, e azulejos brancos, para colocar na borda. A figura mostra uma piscina de dimensões 7 x 4 construída pela empresa Queda d'Água.



a) Determine o número de azulejos de cada cor para uma piscina de dimensões 10 azulejos x 6 azulejos.

b) Suponha agora que a empresa construiu uma piscina de dimensões 30 x 90; determine o número de azulejos necessários de cada cor.

c) Imagine que a empresa dispõe de 361 azulejos azuis para construir a piscina de um cliente. Sabendo que ele gostaria de uma piscina quadrangular, determine as dimensões máximas dessa piscina e o número de azulejos de cada tipo necessários à sua construção.

2) Sequência numérica (adaptado de Barbosa, 2009)

Considere a seguinte distribuição numérica:

	1	2	3	4
8	7	6	5	
	9	10	11	12
16	15	14	13	
	17	18	19	20
...				

a) Continue a sequência por mais duas linhas.

b) Explique a regra que lhe permitiu continuar a sequência, nas últimas duas linhas.

c) Em que posição aparecerá o número 40 na sequência dada? E o número 81?

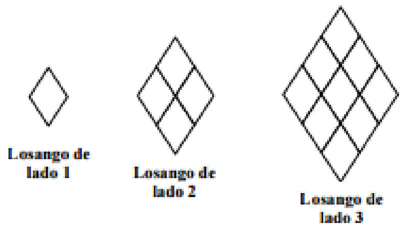
APÊNDICE H
ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O QUINTO MOMENTO DA UEPS

Em trios, resolvam os seguintes problemas envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade é o de reconhecerem as operações envolvidas em cada tarefa. Tais problemas podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que o trio explique seu raciocínio, ao resolver cada um dos problemas.

Obrigada por sua participação!

1) Sequência de Losangos: (adaptado de Barbosa, 2009)

Considere a seguinte sequência de losangos:

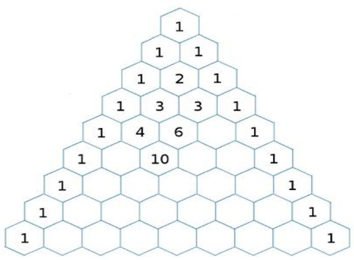


Sabendo que são utilizadas peças de lado 1 (o mesmo que losangos de lado 1) na construção de qualquer losango da sequência dada:

a) Quantas peças são necessárias para construir um losango de lado 4? E de lado 50?

b) Supondo que foram utilizadas 324 peças na construção de um dado losango da sequência, determine a medida do seu lado.

2) Triângulo de Pascal (adaptado de Vale, 2007)



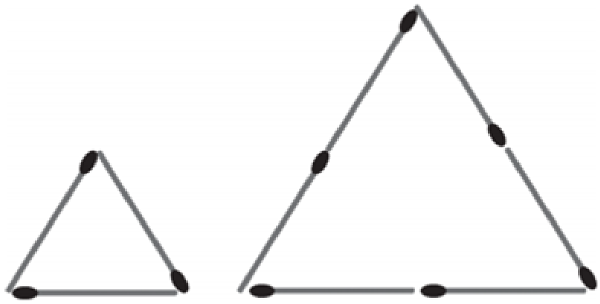
Observe a figura ao lado.

a) Complete as linhas seguintes.

b) Mencione alguma propriedade que caracterize o Triângulo de Pascal.

3) Triângulos: (adaptados do Clube de Matemática da OBMEP)

Veja a sequência de triângulos abaixo:



Complete o quadro seguinte:

Lado do triângulo	1	2	3	4
Total de palitos	3	6		

a) Qual é o número de palitos necessários para fazer um triângulo com seis palitos de lado?

b) Qual deve ser o lado do triângulo em que sejam gastos 54 palitos?

c) Qual é o número de palitos necessários para fazer um triângulo com 100 palitos de lado?

APÊNDICE I

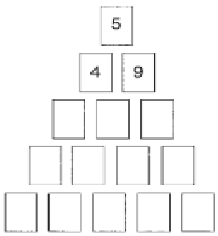
ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O SEXTO MOMENTO DA UEPS

Em quartetos, resolvam os seguintes problemas em forma de desafios. Tais desafios podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que procurem explicar como pensaram, ao resolverem cada um dos problemas.

Obrigada por sua participação!

Desafio 1:

Tenho 15 cartas numeradas consecutivamente de 1 a 15. Quero dispô-las em um triângulo. Escrevi os números das primeiras três como referência. No entanto, não quero uma disposição qualquer. Quero que cada carta seja igual à diferença entre as 2 cartas logo abaixo dela, à esquerda e à direita. Por exemplo, 5 é a diferença entre 4 e 9 (a subtração é sempre calculada de modo que o resultado seja positivo). Perceba que essa condição não se aplica às cartas da última fileira. As primeiras três cartas já estão em seus lugares corretos. Você consegue descobrir o modo de colocar as 12 cartas restantes? Os matemáticos já encontraram “triângulos de diferença” como este com 2, 3 ou 4 fileiras de cartas, usando números inteiros consecutivos a partir do 1. Foi provado que nenhum “triângulo de diferença” poderá ter 6 ou mais fileiras.



Desafio 2:

O quadro abaixo mostra o preço em reais das passagens para viagens entre duas das cidades A, B, C, D e E. Note que o preço de ida e o preço de volta entre duas dessas mesmas cidades podem ser diferentes. Pablo quer sair de uma dessas cidades e visitar todas as demais gastando o mínimo possível. Quanto Pablo irá gastar?

	A	B	C	D	E
A		3	1	2	5
B	2		2	1	4
C	1	3		2	1
D	2	5	4		3
E	5	2	1	4	

Desafio 3:

Colocar exatamente três símbolos matemáticos entre os algarismos abaixo, de modo que o resultado seja 100. Se quiser você pode repetir o mesmo símbolo, mas cada repetição conta no seu limite de três. Não é permitido reorganizar os números.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Desafio 4:

Joana foi comprar 20 canetas e comparou os preços em duas lojas: na loja A, cada caneta custa 3 reais, mas há uma promoção de cinco canetas pelo preço de quatro, e na loja B, cada caneta custa 4 reais, mas a cada cinco canetas compradas, como brinde ela pode levar até mais duas de graça. Tentando fazer a melhor escolha entre comprar somente na loja A ou somente na loja B, quanto ela pode economizar?

(A) nada (B) R$ 6,00 (C) R$ 8,00 (D) R$ 10,00 (E) R$ 12,00

Desafio 5: Festa de família

– Foi uma ótima festa – diz Lúcia à sua amiga Edite.

– Quem estava lá?

– Bem, tinha um avô, uma avó, dois pais, duas mães, quatro filhos (dois homens, duas mulheres), três netos, um irmão, duas irmãs, um sogro, uma sogra, uma nora.

– Nossa! 23 pessoas!

Não! Era menos que isso. Muito menos.

Qual é o menor número possível de pessoas na festa, que seja consistente com a descrição de Lúcia?

Desafio 6:

Dado um quadrado, formado por 25 quadradinhos, pede-se que o mesmo seja completado com os números de 1 a 25, sem repeti-los, de tal forma que a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal seja igual a 65.

17		1		
23				16
	6			
			21	
				9

APÊNDICE J

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O SÉTIMO MOMENTO DA UEPS

Resolva os seguintes problemas envolvendo o Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade é verificar o seu grau de compreensão deste conteúdo, com base no que estudamos nos encontros anteriores.
Utilize a calculadora conforme seu interesse ou necessidade. É importante que procure explicar como pensou, ao resolver cada um dos problemas, inclusive informando ao utilizar a calculadora, quando for o caso.

Obrigada por sua participação!

1) Utilize a calculadora para realizar as seguintes multiplicações por 202:

a)

- ✓ 21 x 202 = _____
- ✓ 48 x 202 = _____
- ✓ 35 x 202 = _____
- ✓ 17 x 202 = _____

b) Descreva o padrão observado. ____

2) Uma turma do Ensino Médio, com o objetivo de arrecadar dinheiro para sua formatura, irá organizar um bar na escola. Para tanto, os estudantes da turma solicitaram, na secretaria, a troca de R$ 300,00 em moedas, a fim de facilitar o troco.

a) Cite três possibilidades de trocas se, na secretaria da escola estivessem à disposição moedas, em número suficiente, de R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

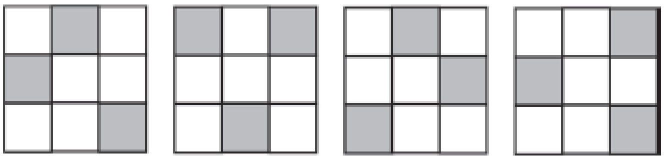
b) Determine o número máximo e o número mínimo de moedas utilizadas, se os estudantes fossem em um banco que possui moedas, em número suficiente, de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

Número Máximo: ______________________

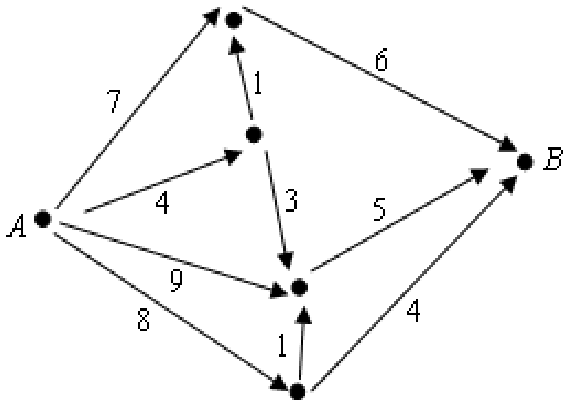
Número Mínimo: ______________________

c) Determine <u>uma</u> possibilidade envolvendo todas as moedas existentes no banco, conforme o item (b).

3) Observe a sequência de figuras desenhadas e desenhe, ao lado, a próxima figura. Explique como pensou.



4) (Adaptado de OBM, 2011). A figura ao lado representa um mapa de estradas. Os números escritos nas setas indicam quanto de pedágio um viajante deve pagar ao passar pela estrada. Todas as estradas são de mão única, como indicam as setas. Qual o valor mínimo de pedágio pago por um viajante que sai da cidade *A* e chega na cidade *B*?



5) Observe o quadro.

Suponha que as linhas das colunas A e B prossigam sendo formadas pela mesma lógica usada até então, que é:

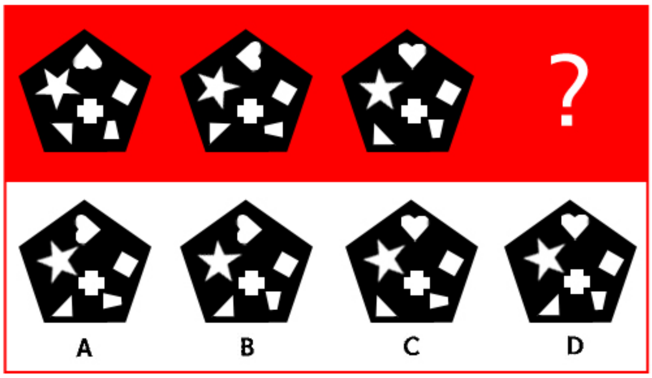
***** o triplo do elemento anterior para os elementos da coluna A, a partir do número 1, arbitrariamente escolhido;

***** e a metade do elemento anterior para os elementos da coluna B, a partir do número 1000, arbitrariamente escolhido.

Determine os elementos que pertencem à 10ª linha.

A	**B**
1	1000
3	500
9	250

6) Alguém separou um monte de retalhos em quatro grupos e os arrumou de acordo com uma sequência lógica. Qual dos grupos da segunda fila completa corretamente a sequência da primeira fila? Explique ao lado.



7) Um estudante numerou todas as casas do tabuleiro quadrado abaixo, da esquerda para a direita e de cima para baixo, começando com o número 1. A casa central recebeu o número 5. Se ele fizer o mesmo com outro tabuleiro quadrado com 49 casas, qual número será escrito em sua casa central?

3	2	1
6	**5**	4
9	8	7

8) Manuel, Antônio e Joaquim começam a pintar, no mesmo instante, três muros iguais de 60 metros de comprimento, um muro para cada um. Nos 10 primeiros minutos de trabalho, Manuel pinta 2 metros, Antônio 3 metros e Joaquim, 5 metros. Quem termina a sua parte, imediatamente passa a ajudar os outros, até que os três juntos terminem todo o trabalho, cada um mantendo o seu ritmo até o final. Quanto tempo levou para o trabalho ser feito?

9) (OBM, 2014). Em uma calculadora muito simples, não é possível digitar dois dígitos sem apertar algumas operações *mais*, *menos*, *vezes* ou *dividido* entre as apertadas dos dígitos. Também não é possível apertar duas operações seguidas. Ao apertar o dígito, a calculadora faz a operação imediatamente. A calculadora começa com o 0 no visor, e a primeira apertada tem que ser uma operação. Ou seja, primeiro se aperta uma operação, depois um dígito, depois uma operação e assim por diante. Por exemplo, um jeito de aparecer 29 no visor é apertar **+** e depois **7**, fazendo aparecer **0 + 7 = 7** no visor; em seguida apertar **x** e **5**, passando a ter **7 x 5 = 35** no visor, e concluir apertando – e **6** tendo como resultado **35 – 6 = 29**. Assim é possível obter 29 com seis apertadas de botão. Pedro quer que apareça o número 100 no visor. Qual o número mínimo de apertadas, contando operações e dígitos que Pedro tem que fazer na calculadora?

e) 10 d) 8 c) 6 b) 4 a) 2

10) Em uma cidade operam dois estacionamentos de carros. O estacionamento A cobra R$ 10,00 pela primeira hora e R$ 4,00 por hora adicional. O estacionamento B cobra apenas R$12,00 por hora. Determine o valor a ser pago por um motorista, se demorar duas horas utilizando o estacionamento A? E se utilizar o estacionamento B?

APÊNDICE K

GUIA DIDÁTICO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIENCIAS E MATEMATICA

MESTRADO PROFISSIONAL

GUIA DIDÁTICO

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA:

A RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA ENVOLVENDO OPERAÇÕES COM O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS E A CALCULADORA

GABRIELE MOLON

LAURETE ZANOL SAUER

FRANCISCO CATELLI

Caro(a) Professor(a)

Na pesquisa que deu origem a este **Guia Didático**, estudou-se a possibilidade de promover aprendizagem significativa por meio da resolução de situações-problema envolvendo o Conjunto dos Números Reais, com o apoio da calculadora básica. Por meio dessa proposta, desenvolvida na forma de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa – UEPS (MOREIRA, 2011), fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel (2003), buscou-se promover o desenvolvimento do raciocínio lógico, da habilidade de encontrar e descrever padrões, da argumentação e da utilização correta da linguagem matemática. Os dados analisados têm origem em diversos instrumentos aplicados durante a sua realização, além das referidas situações-problema, tais como participações dos estudantes, avaliação diagnóstica e avaliação final, apresentando resultados expressivos, no que se refere à aprendizagem significativa do conteúdo abordado e da metodologia utilizada.

Especificamente, no que diz respeito à utilização da calculadora, quando houver interesse em utilizá-la em sala de aula, destaca-se a importância do professor refletir sobre seu planejamento e cotidiano docente.

Aqui você encontrará sugestões de atividades promovidas com este propósito.

Espera-se que sejam exitosas para você também!

Bom trabalho!

SUMÁRIO

Introdução: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS)

Com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, Ausubel (2003) explica que, para aprender significativamente, o estudante deve manifestar predisposição para aprender. O autor considera também que, apesar da evidente preocupação da maioria dos professores com a aprendizagem dos estudantes, é necessário que se esteja embasado e preocupado com propostas pedagógicas inovadoras, que auxiliem a construção do conhecimento dos estudantes. Sabe-se que elaborar propostas pedagógicas inovadoras se torna um trabalho árduo, porém recompensador no seu término, caso sejam observadas condições importantes para a ocorrência de aprendizagem significativa. Para Ausubel, tais condições, além da **pré-disposição do estudante para aprender**, devem levar em conta seus **conhecimentos prévios**, nos quais seja possível ancorar novos conhecimentos. Estes são chamados **subsunçores**, conceito(s) ou ideia(s), já existente(s) na estrutura cognitiva, capazes de servirem como "ancoradouro" a uma nova informação, de modo que esta adquira, assim, significado para o sujeito. Além disso, Ausubel sugere os **organizadores prévios** que, entende-se, como atividades a serem planejadas e propostas com base nos subsunçores identificados.

Moreira e Masini (2006) também ressaltam que, para que a aprendizagem seja significativa, o **material deve ser potencialmente significativo**; é fazer sentido para o estudante e estabelecer uma relação do que já se sabe com o novo conhecimento.

Um exemplo de material potencialmente significativo é uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Segundo Moreira (2011), as **UEPS** são sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula.

Assim sendo, elaboradas em níveis crescentes de dificuldade, as atividades que compõem uma UEPS buscam mobilizar e desafiar os estudantes, de forma que o conhecimento prévio se constitui como elemento fundamental em seu desenvolvimento, uma vez que são baseadas em atividades que buscam não somente o levantamento desses conhecimentos, como também o confronto frente ao novo conceito, à reflexão e à discussão mediada pelo professor.

Assim entendidas, pode-se dizer que as UEPS nada mais são que unidades facilitadoras da aprendizagem significativa de tópicos específicos.

Para tanto, observaram-se alguns aspectos sequenciais na construção de uma UEPS, conforme sugere (MOREIRA, 2011; adaptado):

1. definição do tópico específico;

2. criação e proposta de situações em que o estudante possa expressar seu conhecimento prévio;

3. proposição de situações-problema em nível introdutório;

4. apresentação de aspectos gerais do conhecimento a ser ensinado (diferenciação progressiva) começando com aspectos mais gerais, com uma visão geral do todo, do que é mais importante na unidade de ensino;

5. retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes em uma nova apresentação, em nível mais alto de complexidade;

6. visando à conclusão da unidade, retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão, sob uma perspectiva integradora, em níveis mais altos de complexidade (reconciliação integrativa);

7. avaliação da aprendizagem;

8. avaliação da UEPS.

Com tais orientações, buscando uma aprendizagem significativa, optou-se pela elaboração de uma UEPS, cujo planejamento é descrito na próxima seção, como uma alternativa ao método tradicional de ensino das operações, envolvendo o Conjunto dos Números Reais, através de situações-problema, utilizando a calculadora.

Planejamento da UEPS

"A resolução de situações-problema envolvendo operações com o Conjunto dos Números Reais e a calculadora"

Concomitantemente à realização de estudos e análises de relatos de pesquisadores, com preocupações relacionadas à aprendizagem de Matemática, na educação básica, buscou-se responder à questão de pesquisa: **De que forma a utilização da calculadora pode contribuir para uma Aprendizagem Significativa das operações no Conjunto dos Números Reais, por meio da resolução de problemas, a partir de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS)?**

Para tanto, optou-se pela elaboração da UEPS "A resolução de situações-problema envolvendo operações com o Conjunto dos Números Reais e a calculadora", com o objetivo de **promover a Aprendizagem Significativa por meio de uma UEPS que aborde situações-problema do cotidiano sobre as operações básicas realizadas no Conjunto dos Números Reais com a utilização da calculadora.**

Dessa forma, foi necessário:

- identificar conhecimentos prévios e dificuldades dos estudantes sobre operações com o Conjunto dos Números Reais;
- selecionar problemas envolvendo operações com o Conjunto dos Números Reais, cuja resolução, usando a calculadora, seja produtiva;
- elaborar e aplicar a UEPS com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental;
- analisar a UEPS buscando indícios da ocorrência de Aprendizagem Significativa por parte dos estudantes participantes.

Assim sendo, quanto ao **planejamento** da UEPS, tem-se a convicção de que, quanto mais o professor estudar, quanto melhor preparar as aulas e colocá-las em conformidade com a predisposição e os subsunçores dos estudantes, mais facilmente acompanhará os conceitos assimilados; provocará mais respostas e perguntas; será mais fácil para o estudante aprender. (VASCONCELLOS, 2001). Dessa forma, o ato de planejar é de grande importância para que as aulas ocorram de forma dinâmica, com o objetivo de que o estudante participe de sua aprendizagem, tornando-se um sujeito crítico e ativo. Para tanto, estabeleceu-se, como objetivo geral desta UEPS, o desenvolvimento da capacidade do estudante de identificar oportunidades de utilização dos conceitos de Matemática, para resolver e analisar resoluções de situações-problema, utilizando a calculadora, de forma consciente, quando necessário.

Com base nesse planejamento, foram definidos os demais aspectos sequenciais, ou passos da UEPS, aqui chamados momentos, sendo o último, a avaliação.

Como resultado, elaborou-se este **Guia Didático**, que apresenta os referidos momentos, nas próximas seções.

Primeiro Momento: Avaliação Diagnóstica

Objetivo: identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre operações no Conjunto dos Números Reais, na resolução de situações-problema, com a utilização da calculadora.

Tempo:duas horas-aula (1h40min)

Atividade:resolução de dez situações-problema

Dinâmica: os estudantes são orientados a propor soluções, individualmente, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram, a fim de chegar a cada uma das respostas.

Comentários com sugestões para este momento:

- Antes de iniciar as atividades, neste encontro, sugere-se que a UEPS seja apresentada aos estudantes: seus objetivos, a forma como será realizada e avaliada, bem como o tempo de duração da mesma.
- No caso aqui apresentado, deve ser ressaltada a importância da utilização da calculadora, no decorrer das atividades, sempre que necessário. É importante destacar que para alguns estudantes esta proposta didático-pedagógica será bem aceita; porém, outros poderão ter dificuldades em compreender seu real significado, motivo pelo qual sugere-se que esta explicação seja a mais detalhada e clara possível.
- Sugere-se, aqui, duas possibilidades de aplicação da UEPS: (i) de forma contínua, como uma unidade do programa da disciplina; ou (ii) no mesmo dia da semana, em datas contínuas e, assim, podendo dar andamento aos demais assuntos programados na disciplina.
- Para a realização da atividade destinada ao **primeiro momento,** sugere-se que a turma seja organizada da mesma maneira que para as avaliações: sem consulta ao material, aos colegas e ao professor(a).
- Sugere-se, também, anotar, fotografar, enfim, registrar de alguma forma todas as situações relevantes que os estudantes demonstraram ao longo desta atividade. Isso ajudará na identificação de conhecimentos prévios, recomendada para este momento.

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O PRIMEIRO MOMENTO DA UEPS: AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Resolva os seguintes problemas envolvendo o Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade, além de verificar o seu grau de compreensão deste conteúdo, é colaborar para que o mesmo seja desenvolvido, entendendo que, para a resolução dos problemas propostos, você procurará utilizar seus conhecimentos prévios.

Tais problemas devem ser resolvidos <u>com a utilização da calculadora</u>. É importante que você procure explicar como pensou, ao resolver cada um dos problemas.

<u>*Situações-problema propostas:*</u>

1) *Atividade física e a procura por qualidade de vida*

Uma pessoa refletindo sobre sua qualidade de vida, bem como sobre sua saúde, chegou à conclusão de que deveria procurar uma academia para se exercitar. Realizou um levantamento de preços, em duas academias:

- ✓ a primeira academia que procurou cobra uma taxa fixa de R$ 110,00 e uma mensalidade de R$ 55,00.
- ✓ a segunda academia cobra uma taxa fixa de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 60,00.

Determine:

a) os valores cobrados em cada uma das academias, se a pessoa realizar atividade física durante cinco meses.

b) qual a academia mais barata se a pessoa realizar atividade física durante um ano?

2) Uma menina foi a uma livraria onde gastou R$ 51,00 e pagou com uma nota de R$100,00. O vendedor dispunha apenas de notas de R$ 20,00 e R$ 10,00 e dois sabores de balas que custavam: RS 2,00, a de morango e R$ 1,50, a de chocolate. A menina aceitou receber parte de seu troco em balas, nos dois sabores, recebendo assim cinco balas. Determine a quantidade de balas de cada sabor que ela recebeu como troco.

3) Tendo como base os estudos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

(IBGE), no ano de 2010 a população da cidade de Caxias do Sul era de 435.564 habitantes e sua estimativa para o ano de 2014 era de 470.223 habitantes.

a) Calcule o aumento estimado do número de habitantes entre os anos de 2010 a 2014.

b) Se o aumento anual da população de Caxias do Sul fosse sempre o mesmo, qual seria a quantidade de habitantes em 2015?

4) A prática esportiva é cada vez mais valorizada, não apenas por ser saudável, mas, também, por ajudar no relacionamento com as demais pessoas, o que é possível observar na frase de Gustavo Borges, grande nadador brasileiro ao afirmar:

A prática esportiva também ajuda num mundo melhor com tudo de bom que traz para nós: saúde, autoestima, espírito de equipe, entre outros atributos que com certeza, vêm junto com o esporte.

Com essa visão, uma turma de 48 estudantes de uma escola resolveu que todos iriam praticar algum esporte com a seguinte distribuição: $\frac{1}{4}$ optou pelo futebol, $\frac{1}{6}$ escolheu o handebol e o restante da turma faz natação.

a) Que fração representa a quantidade de estudantes que escolheu futebol e handebol?

b) Qual a quantidade de estudantes que praticam cada esporte?

5) Uma casa lotérica, nos últimos dias, está atendendo um número maior de pessoas, o que se deve ao fato de estarmos próximos do final do ano e, com isso, muitas pessoas arriscarem sua sorte em jogos lotéricos, na esperança de melhorar financeiramente. Com tamanha demanda, a casa lotérica se encontra sem troco. A dona da lotérica precisa trocar R$ 2.000,00 o mais rapidamente possível.

a) Cite quatro possibilidades de trocas se, naquele momento, o banco tiver à disposição moedas, em número suficiente, de R$ 0,05, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

b) Determine o número máximo e o número mínimo de moedas utilizadas, se o banco tiver moedas, em número suficiente, de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

c) Determine <u>uma</u> possibilidade envolvendo todas as moedas existentes no banco, conforme o item (b).

6) Em uma cidade operam duas empresas de táxis. A empresa A cobra R$ 12,00 pela bandeirada inicial e R$ 4,00 por quilômetro rodado.A empresa B cobra, apenas por quilômetro rodado, o valor de R$10,00. Determine o valor a ser pago por um passageiro, se percorrer 14 km utilizando a empresa A? E se utilizar a empresa B?

7) Utilize a calculadora para realizar as seguintes multiplicações por 11:

Observe que há um padrão nos resultados.

- ✓ 13 x 11 =
- ✓ 24 x 11 =
- ✓ 35 x 11 =
- ✓ 46 x 11 =
- ✓ 57 x 11 =

a) Descreva o padrão observado.

b) Explique o padrão, com base em seus conhecimentos sobre a multiplicação.

8) Digite em sua calculadora 3 + 4. Em seguida, tecle no sinal de igual (=) várias vezes.

a) Anote os 10 primeiros números que vão aparecendo na tela.

b) Descreva os cálculos efetuados pela calculadora.

9) Buscando melhorar o atendimento ao usuário do sistema de saúde de um município, a prefeitura realizou uma pesquisa de satisfação com 500 pacientes. As notas poderiam variar de 1 a 10, e os resultados da avaliação feita pelos pacientes são mostrados no quadro ao lado. Calcule a nota média dada pelos entrevistados.

Nota	**Número de pacientes**
1	05
2	15
3	40
4	128
5	150
6	90
7	35
8	25
9	10
10	02
Total	500

10) *Sobre o número π*

Ao longo da história da invenção e utilização dos números, como forma de expressão, interpretação e criação matemática, algumas situações despertavam a maior atenção dos matemáticos. Entre elas pode-se destacar a que envolve o número π.

Inúmeras foram as tentativas e os desafios enfrentados pelos matemáticos, de várias épocas, de diversos locais do planeta, na tentativa de descrever analiticamente as relações numéricas que envolviam e envolvem, até hoje, o número π. Esse número é comumente visto como a razão (divisão) entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro.

Os povos da Antiguidade (egípcios, chineses, babilônios e hindus) envolveram-se com esses problemas ligados à razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, chegando a resultados variados e polêmicos. Os judeus, por exemplo, aproximaram o resultado dessa razão ao número 3, ou seja, consideraram que o comprimento da circunferência era o triplo do seu diâmetro. Tal razão numérica foi efetivamente invalidada experimentalmente.

Fonte: MENDES, Iran Abreu. **Números**: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

Uma famosa série, obtida por Leibniz, renomado matemático alemão, em 1674, consiste de um procedimento para aproximar o valor de π. Trata-se da expressão:

$$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\right)$$

a) Calcule o valor da expressão acima, com duas casas decimais.

b) Agora calcule a mesma expressão, porém com mais parcelas, também com duas casas decimais.

$4.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\frac{1}{13}-\frac{1}{15}\right)$. Qual foi seu resultado?

Na análise dos resultados, sugere-se separar as respostas em corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco, conforme adaptação dos critérios apresentados em Cury (2016, apud PONTE et al., 1997). Dessa forma:

> **a resposta é correta (C)** quando o aluno compreende a questão, mostra conhecer o conteúdo e usa estratégias adequadas para a solução; também é considerada correta a resposta em que é cometido apenas um erro de cálculo final ou um erro na cópia dos dados da questão, desde que as estratégias tenham sido bem escolhidas e implementadas.
> **a resposta é parcialmente correta (PC)**, quando há evidências de o aluno ter selecionado a estratégia adequada, mas sua implementação não está totalmente explicada; ou quando usa estratégias adequadas, desenvolvimento correto, mas chega a uma resposta final incorreta.
> **a resposta é incorreta (I)**, quando o aluno usa estratégia inadequada e chega a uma resposta incorreta; ou quando usa uma estratégia adequada, entretanto não a implementa corretamente e assim não chega a uma solução correta.
> **resposta em branco (EB)** é quando o aluno, efetivamente, não apresenta resposta ou apenas copia os dados do enunciado, sem qualquer tentativa de solucionar.

Com base em tais critérios, foi elaborada uma tabela, com os percentuais de questões corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco na avaliação diagnóstica, a fim de identificar conhecimentos prévios e subsunçores, com base nos quais foi programado o segundo momento. As questões propostas para o segundo momento foram selecionadas, após a conclusão de que a maior dificuldade dos estudantes estava na resolução de questões envolvendo padrões.

Segundo Momento: Resolução de situações-problema considerando os conhecimentos prévios evidenciados na avaliação diagnóstica

Objetivo: considerando os conhecimentos prévios identificados, resolver novas situações-problema envolvendo padrões e sequências numéricas

Tempo:duas horas-aula (1h40min)

Atividade: resolução de seis situações-problema, envolvendo padrões e sequências numéricas

Dinâmica: os estudantes foram orientados a resolver em duplas, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram, a fim de chegar à resposta.

Comentários com sugestões para este momento:

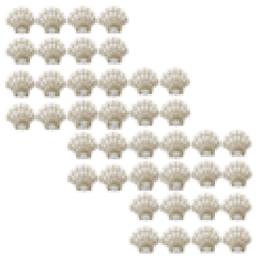
- Seguindo o planejamento, no segundo encontro as atividades precisam levar em consideração os conhecimentos prévios observados, o que deverá ser feito com base na análise das resoluções das questões propostas no primeiro momento.
- Com base nisso são propostas novas questões com o objetivo de que os estudantes possam observar, experimentar e propor hipóteses, como participantes ativos da própria aprendizagem.
- As novas questões, em nível bem introdutório, devem ser relacionadas às dificuldades observadas, tendo a função de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber, para que possa aprender significativamente, por meio da tarefa com que se depara.
- Esta pode ser proposta para ser resolvida em duplas, a fim de que possam debater sobre as questões apresentadas, também sem nenhuma intervenção do(a) professor (a).
- Novamente é sugerido o auxílio da calculadora quando necessário, apresentando todos os passos realizados para a obtenção das respostas, devendo entregá-las para análise do(a) professor(a).

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O SEGUNDO MOMENTO DA UEPS

Em duplas, resolvam os seguintes problemas envolvendo padrões ou sequências numéricas. O objetivo desta atividade é o de reconhecerem padrões em sequências geométricas e sequências que envolvam números. Tais problemas podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que procurem explicar como pensaram, ao resolver cada um dos problemas.

1) Problema das conchinhas: (adaptado de Vale, 2012)

A menina do mar organizou as conchas que apanhou ontem na praia, do modo que a figura ao lado mostra. Descubra um processo rápido. Explique-o.

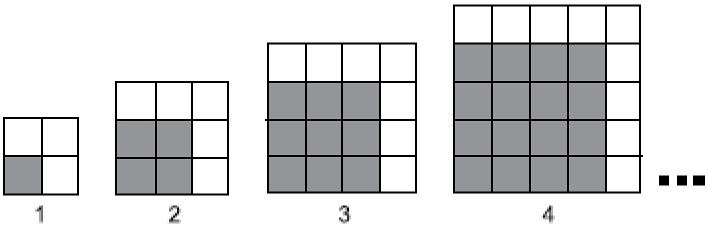


2) Observe o quadro (adaptado de Concurso Ministério Público/RS, 2012)

A	**B**
1	1000
2	500
4	250

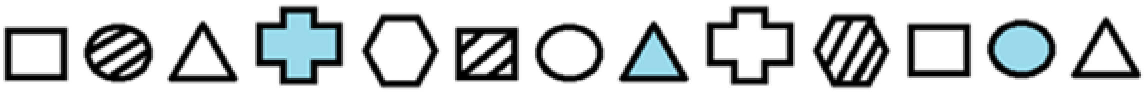
Suponha que as linhas das colunas A e B prossigam sendo formadas pela mesma lógica usada até então, que é o dobro do elemento anterior para os elementos da coluna A, a partir do número 1 arbitrariamente escolhido, e a metade do elemento anterior para os elementos da coluna B, a partir do número 1000 arbitrariamente escolhido. Determine os elementos que pertencem à 13ª linha.

3) Cada figura da sequência é composta de quadradinhos escuros e de quadradinhos claros. (adaptado de Concurso SP Urbanismo, 2014)



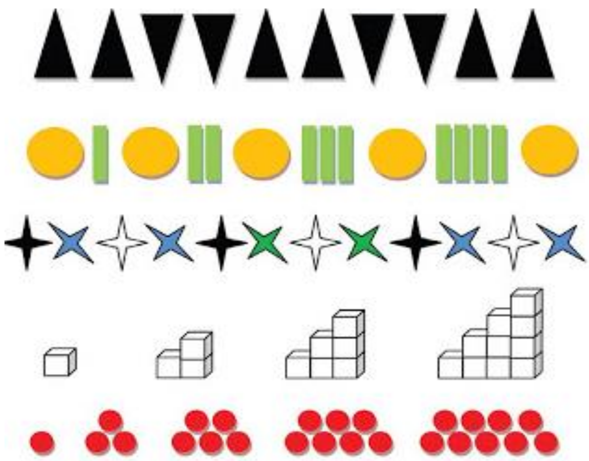
Admita que o padrão observado nessa sequência de quatro figuras se mantenha para as figuras seguintes. Assim, quantos quadradinhos brancos terá a figura que contém 169 quadradinhos escuros?

4) Observe a sequência de figuras desenhadas: (adaptado de Iezzi, 2005)



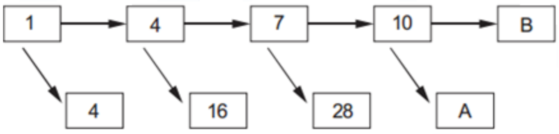
Procure entender a lógica dessa sequência e aponte qual será a 100ª figura.

5) Observe a cartela com formas geométricas e responda às questões: (adaptado de Iezzi, 2005)



- Observe a primeira linha da cartela. Você consegue perceber algum padrão entre os triângulos? Explique esse padrão.
- Agora analise a segunda linha. A distribuição das figuras é a mesma que na linha anterior? Qual o padrão que podemos perceber entre os círculos e os retângulos?
- Na terceira linha da cartela, você seria capaz de continuar a sequência de figuras geométricas? Tente continuar também as sequências de figuras geométricas da 4ª e 5ª linhas da cartela.

6) Observe o diagrama e seu padrão de organização. Determine o padrão e os valores de A e B. (adaptado de Concurso Sergipe Gás S.A., 2013)



Observou-se que a calculadora foi utilizada ocasionalmente, uma vez que todas as situações-problema requeriam interpretações que, naquele momento, receberam maior atenção dos estudantes. Isto pode ser entendido como um indício de conscientização, por parte dos estudantes, que já começam a compreender que a calculadora não poderá substituir os respectivos raciocínios lógicos. De fato, na análise das resoluções apresentadas pelas duplas, constatou-se o benefício dos organizadores prévios programados por meio das atividades envolvendo padrões, uma vez que as mesmas promoveram avanços, tanto em relação à conscientização sobre a calculadora, como um recurso que não substitui o raciocínio lógico, quanto em relação à generalização de padrões, como atividade com potencial para o seu desenvolvimento.

Terceiro Momento: Breve exposição oral da professora, seguida de atividade colaborativa

Objetivo: a partir das situações-problema trabalhadas anteriormente, serão retomados os aspectos mais gerais e específicos, levando em conta a diferenciação progressiva.

Tempo:duas horas-aula (1h40min)

Atividade: apresentação oral do(a) professor(a); resolução de duas situações-problema

Dinâmica: os estudantes são orientados a resolverem em trios, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram, e após um grupo vai ao quadro resolver uma das questões para o grande grupo.

Comentários com sugestões para este momento:

- Neste encontro é recomendada breve exposição do(a) professor(a) sobre alguns conceitos gerais, necessários para o avanço das atividades.
- Esta exposição deve ser realizada, levando em consideração as dificuldades observadas e analisadas, nas atividades promovidas nos dois primeiros encontros, dando espaço para questionamentos dos estudantes, ou apresentados pelo(a) professor(a), procurando esclarecer e apresentar novos exemplos.
- É importante levar em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, dando uma visão inicial do todo, do que é mais significativo, mas logo a seguir exemplificando, abordando aspectos mais específicos.
- Após, propor uma sequência de duas situações-problema, para que os estudantes, em trios, possam debater, resolvendo-as de forma colaborativa.
- Cada uma delas pode ser projetada, com o auxílio do *datashow*, e lida para o grande grupo.
- Feito isso, a orientação é de que os grupos resolvam e, ao concluir, apresentem a resolução, bem como a explicação detalhada, adotada pelo grupo. A utilização da calculadora continua sendo sugerida, sempre que necessário.

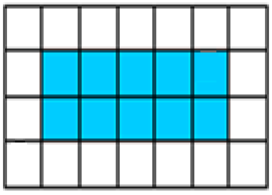
Moreira (2011) recomenda que no terceiro momento da UEPS sejam propostas situações-problema, em nível bem-introdutório, ainda levando em conta o conhecimento prévio dos estudantes, além de prepararem o terreno para a introdução do conhecimento a ser estudado. Assim sendo, foram propostas duas questões, adaptadas de Barbosa (2009), envolvendo padrões, mas com questionamentos que requerem, além da interpretação dos mesmos, a interpretação de uma situação-problema.

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O TERCEIRO MOMENTO DA UEPS

Em trios resolvam os seguintes problemas envolvendo as operações, no Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade é o de reconhecerem as operações envolvidas em cada tarefa. Tais problemas podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que o trio explique seu raciocínio, ao resolver cada um dos problemas.

1) Piscinas (adaptado de Barbosa, 2009)

A empresa Queda d'Água constrói piscinas de fundo retangular. Na construção de cada piscina, são utilizados azulejos azuis para o fundo, e azulejos brancos para colocar na borda. A figura mostra uma piscina de dimensões 7 x 4 construída pela empresa Queda d'Água.



a) Determine o número de azulejos de cada cor para uma piscina de dimensões 10 azulejos x 6 azulejos.

b) Suponha agora que a empresa construiu uma piscina de dimensões 30 x 90; determine o número de azulejos necessários de cada cor.

c) Imagine que a empresa dispõe de 361 azulejos azuis, para construir a piscina de um cliente. Sabendo que ele gostaria de uma piscina quadrangular, determine as dimensões máximas dessa piscina e o número de azulejos de cada tipo necessários à sua construção.

2) <u>Sequência numérica.</u> (adaptado de Barbosa, 2009)

Considere a seguinte distribuição numérica:

	1	2	3	4
8	7	6	5	
	9	10	11	12
16	15	14	13	
	17	18	19	20
...				

a) Continue a sequência por mais duas linhas.

b) Explique a regra que lhe permitiu continuar a sequência, nas últimas duas linhas.

c) Em que posição aparecerá o número 40 na sequência dada? E o número 81?

Na primeira atividade do terceiro momento, o objetivo é que os estudantes identifiquem, com base no desenho apresentado, a relação entre o comprimento e a largura de uma piscina, para, então, calcular o número de azulejos de cada cor, utilizados na respectiva construção. Esta questão permite relacionar conceitos geométricos e numéricos, podendo ser resolvida por contagem, dependendo de como os estudantes veem e interpretam o padrão, bem como por tentativa e erro.

Já para a segunda atividade, foi apresentada uma sequência numérica. Diferente da primeira, neste caso não há um componente visual. Para responder às perguntas, é necessário estudar a distribuição dos números, para tentar descobrir a posição de determinados números.

Durante a explanação dos trios, para o grande grupo, observou-se, em alguns casos, que os demais estudantes contribuíram para uma melhor explicação ou resolução da tarefa apresentada. Lembra-se da importância da mediação do professor, quando são promovidas atividades que desenvolvem a socialização de ideias. É preciso que os estudantes sintam-se à vontade e entendam suas intervenções como colaboradores, talvez mais para si mesmos, do que para os outros.

Durante a realização das atividades deste momento, foi percebida uma utilização menor da calculadora, uma vez que a maioria dos estudantes optou por resolver a questão completando todas as linhas. Mesmo assim, observou-se que a mesma foi utilizada, ocasionalmente.

Quarto Momento: Retomada de aspectos significativos encontrados nos momentos anteriores

Objetivo: sanar as dúvidas que tenham surgido ao longo dos encontros anteriores, promovendo a reconciliação integradora.

Tempo:duas horas-aula (1h40min)

Atividade: apresentação oral do(a) professor(a); analisar com os estudantes as dificuldades encontradas.

Dinâmica: com o auxílio de *slides*, repassar todas as situações-problema que os estudantes já trabalharam, procurando sanar dúvidas encontradas.

Comentários ou sugestões para este momento:

- Neste encontro, o objetivo principal é promover a reconciliação integradora, ou seja, retomar o assunto, porém em níveis mais altos de complexidade.
- Preparar uma apresentação em *powerpoint,* com o objetivo de retomar, com comentários, todas as atividades já trabalhadas nos encontros anteriores.
- Retomar as dúvidas ou dificuldades encontradas. Com o auxílio de *slides* o(a) professor(a) discute, juntamente com os estudantes, as situações-problema, os desafios ou as tarefas que já foram trabalhadas. Sempre que possível, apresentar novos exemplos que possam auxiliar na resolução, pelos próprios estudantes, das situações-problema abordadas.

Com base no planejamento da UEPS e levando em consideração observações registradas nos encontros realizados, procura-se promover uma retomada de todas as atividades já realizadas, através de uma apresentação em *powerpoint*, com os respectivos enunciados, visando ao esclarecimento de dúvidas dos interessados, além de conhecer aspectos relevantes para os estudantes. O(a) professor(a), como mediador(a), comenta cada uma das situações-problema, com os respectivos questionamentos e, ao mesmo tempo, levantando possibilidades de resolução que os estudantes apresentam. Observar a atenção e disposição dos mesmos, com relação à discussão promovida, apresentando dúvidas ou questionando sobre diferentes possibilidades de resolução.

Quinto Momento: Continuidade de aplicação de situações-problema em níveis mais altos de complexidade

Objetivo: a partir das situações-problema trabalhadas anteriormente, são retomados os aspectos mais gerais e específicos, levando em conta a reconciliação integradora.

Tempo:duas horas-aula (1h40min)

Atividade: resolução de três situações-problema

Dinâmica: os estudantes são orientados a resolverem em trios, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram, e após um grupo vai ao quadro resolver uma das questões para o grande grupo.

Comentários com sugestões para este momento:

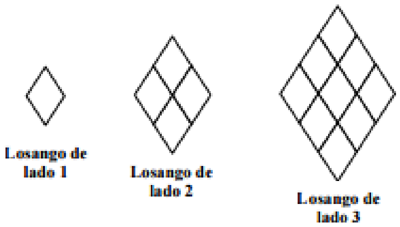
- Para o quinto encontro, dando continuidade à programação da UEPS, o(a) professor(a) planeja novas situações-problema, agora em nível mais alto de complexidade, em relação às situações anteriores.
- Esta atividade é proposta para ser realizada de forma colaborativa, em trios, e com a mediação do(a) professor(a).
- Ainda com a intenção de contemplar o princípio da reconciliação integradora, considerar como Ausubel (2003, p. 6): A reconciliação integradora tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, se o(a) professor (a) e/ou os materiais de instrução anteciparem e contra-atacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas entre novas ideias e ideias relevantes existentes e já estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes.
- Neste encontro é proposto que, após a discussão e resolução pelos grupos, cada grupo apresente, no quadro, uma das questões, a fim de propiciar a análise e discussão com a turma.

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O QUINTO MOMENTO DA UEPS

Em trios, resolvam os seguintes problemas envolvendo as operações no Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade é o de reconhecer as operações envolvidas em cada tarefa. Tais problemas podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que o trio explique seu raciocínio, ao resolver cada um dos problemas.

1) Sequência de losangos: (adaptado de Barbosa, 2009)

Considere a seguinte sequência de losangos:

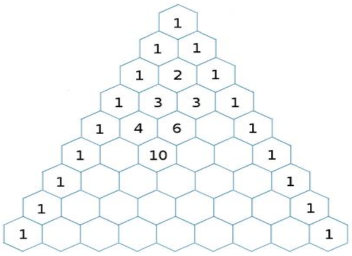


Sabendo que são utilizadas peças de lado 1 (o mesmo que losangos de lado 1) na construção de qualquer losango da sequência, dada:

a) Quantas peças são necessárias para construir um losango de lado 4? E de lado 50?

b) Supondo que foram utilizadas 324 peças na construção de um dado losango da sequência, determine a medida do seu lado.

2) Triângulo de Pascal. (adaptado de Vale et al., 2007)



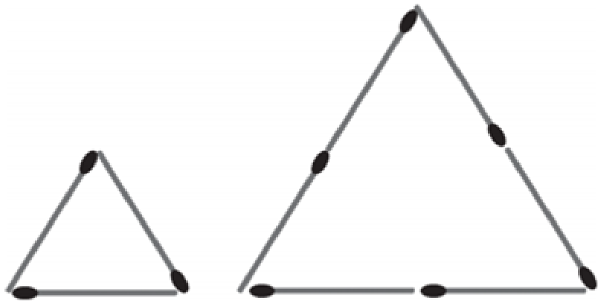
Observe a figura ao lado.

a) Complete as linhas seguintes.

b) Mencione alguma propriedade que caracterize o Triângulo de Pascal.

3) Triângulos: (adaptados do Clube de Matemática da OBMEP)

Veja a sequência de triângulos abaixo:



Complete a tabela seguinte:

Lado do triângulo	1	2	3	4
Total de palitos	3	6		

a) Qual é o número de palitos necessários para fazer um triângulo com seis palitos de lado?

b) Qual deve ser o lado do triângulo em que sejam gastos 54 palitos?

c) Qual é o número de palitos necessários para fazer um triângulo com 100 palitos de lado?

Ainda buscando promover a reconciliação integradora, foi proposta a resolução de situações-problema em nível mais alto de complexidade, de forma colaborativa e posterior discussão entre todos, com a mediação da professora. O destaque, neste momento da UEPS, foi a demonstração de satisfação dos estudantes, já à vontade com a metodologia que vinha sendo adotada, discutindo, argumentando, perguntando e respondendo aos colegas. A calculadora sempre à mão, porém, conforme foi possível observar, sendo utilizada somente em momentos adequados. Ainda, pelo fato de ter sido solicitada a apresentação das resoluções, no quadro foi possível observar, pelas discussões que ocorreram, que todos tiveram êxito no final.

A primeira, de uma sequência de losangos, solicita a continuação de um tipo de padrão, que envolve conceitos numéricos e algébricos, como propriedades de polígonos, áreas, perímetros, expressões numéricas, quadrados perfeitos. No enunciado são apresentadas figuras representativas dos três primeiros termos da sequência, permitindo assim que os alunos criem uma imagem mental dos elementos que a constituem. Já para a resolução da questão 2, os estudantes completaram o Triângulo de Pascal, e tiveram dificuldade para descrever as características que encontravam no triângulo construído e completo. Quanto à questão 3, os estudantes resolveram-na e comentaram que o total de palitos de cada triângulo é sempre determinado pelo lado do triângulo multiplicado por 3; compreenderam, também, que, inversamente, o lado do triângulo é igual ao número total de palitos dividido por três.

Sexto Momento: Resolução de situações-problema em forma de desafios

Objetivo: identificar os conhecimentos prévios dos estudantes, a partir da análise de situações-problema envolvendo desafios.

Tempo:duas horas-aula (1h40min)

Atividade: resolução de seis situações-problema em forma de desafios

Dinâmica: os estudantes são orientados a resolverem em quartetos, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram, e após um grupo vai ao quadro resolver a questão para o grande grupo.

Comentários com sugestões para este momento:

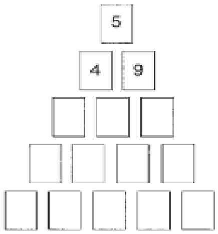
- No sexto momento, é importante levar em conta a reconciliação integradora, objetivando a avaliação somativa.
- Para este encontro, são programadas situações-problema em forma de desafios.
- Cada grupo composto por quatro integrantes recebe um desafio diferente e, após terem debatido e concluído, apresentam, no quadro, ao grande grupo.

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O SEXTO MOMENTO DA UEPS

Em quartetos, resolvam os seguintes problemas em forma de desafios. Tais desafios podem ser resolvidos com a utilização da calculadora. É importante que você procure explicar como pensou, ao resolver cada um dos problemas.

Desafio 1:

Tenho 15 cartas, numeradas consecutivamente de 1 a 15. Quero dispô-las em um triângulo. Escrevi os números das primeiras três como referência. No entanto, não quero uma disposição qualquer. Quero que cada carta seja igual à diferença entre as 2 cartas logo abaixo dela, à esquerda e à direita. Por exemplo, 5 é a diferença entre 4 e 9 (a subtração é sempre calculada de modo que o resultado seja positivo). Perceba que essa condição não se aplica às cartas da última fileira. As primeiras três cartas já estão em seus lugares corretos. Você consegue descobrir o modo de colocar as 12 cartas restantes? Os matemáticos já encontraram “triângulos de diferença” como este com 2, 3 ou 4 fileiras de cartas, usando números inteiros consecutivos a partir do 1. Foi provado que nenhum “triângulo de diferença” poderá ter 6 ou mais fileiras.



Desafio 2:

O quadro abaixo mostra o preço em reais das passagens para viagens entre duas das cidades A, B, C, D e E. Note que o preço de ida e o preço de volta entre duas das mesmas cidades podem ser diferentes. Pablo quer sair de uma dessas cidades e visitar todas as demais, gastando o mínimo possível. Quanto Pablo irá gastar?

	A	B	C	D	E
A		3	1	2	5
B	2		2	1	4
C	1	3		2	1
D	2	5	4		3
E	5	2	1	4	

Desafio 3:

Colocar exatamente três símbolos matemáticos entre os algarismos abaixo, de modo que o resultado seja 100. Se quiser você pode repetir o mesmo símbolo, mas cada repetição conta no seu limite de três. Não é permitido reorganizar os números.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Desafio 4:

Joana foi comprar 20 canetas e comparou os preços em duas lojas: na loja A, cada caneta custa 3 reais, mas há uma promoção de cinco canetas pelo preço de quatro, e na loja B, cada caneta custa 4 reais, mas a cada cinco canetas compradas, como brinde ela pode levar até mais duas de graça. Tentando fazer a melhor escolha entre comprar somente na loja A ou somente na loja B, quanto ela pode economizar?

(A) nada (B) R$ 6,00 (C) R$ 8,00 (D) R$ 10,00 (E) R$ 12,00

Desafio 5:

Festa de família

– Foi uma ótima festa – diz Lúcia à sua amiga Edite.

– Quem estava lá?

– Bem, tinha um avô, uma avó, dois pais, duas mães, quatro filhos (dois homens, duas mulheres), três netos, um irmão, duas irmãs, um sogro, uma sogra, uma nora.

– Nossa! 23 pessoas!

– Não! Era menos que isso. Muito menos!

Qual é o menor número possível de pessoas na festa, que seja consistente com a descrição de Lúcia?

Desafio 6:

Dado um quadrado, formado por 25 quadradinhos, pede-se que o mesmo seja completado com os números de 1 a 25, sem repeti-los, de tal forma que a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal seja igual a 65.

17		1		
23				16
	6			
			21	
				9

Para este momento foi planejada a resolução de uma situação-problema, na forma de desafio, para cada grupo de quatro estudantes. Novamente foi possível observar a disposição dos estudantes ao comentarem sobre determinados problemas resolvidos, além de mencionar o que haviam aprendido quanto ao uso da calculadora. Com efeito, foi possível observar que alguns pouco tinham feito uso de tal recurso, e manifestando satisfação por terem aprendido a utilizá-la. Para o primeiro e o sexto desafios, foi necessária a ajuda dos colegas e da professora, já que os grupos demonstraram dificuldade. O grupo que resolveu o segundo desafio não utilizou a calculadora, porém o entendimento da questão e sua interpretação é que foram os dados mais significativos desse desafio. A resolução do terceiro desafio ocorreu a partir da metodologia de tentativa e erro, com o auxílio da calculadora. O desafio quatro solicitava aos estudantes que analisassem duas lojas que vendiam canetas com valores diferenciados, numa promoção. Este grupo, além do raciocínio lógico, utilizou bastante a calculadora, a fim de obter os gastos em cada loja. O grupo que apresentou o desafio 5 utilizou o desenho, entendendo que, dessa maneira, seria mais fácil identificar a quantidade de pessoas que tinha na festa. Para a resolução do sexto desafio, os integrantes do grupo, depois de terem realizado diversas tentativas sem êxito, solicitaram a ajuda dos demais colegas e da professora, porque, por meio da tentativa e erro, não haviam conseguido resolvê-lo. Em alguns casos apenas uma linha ou uma coluna não chegava ao resultado necessário, fazendo com que toda a atividade tivesse que ser recomeçada. Para este desafio, tanto o grupo como os demais colegas utilizaram com frequência a calculadora para chegarem ao resultado correto. Nesse encontro, todos os desafios foram compreendidos, uma vez que cada um dos grupos atendeu à solicitação de explicar aos colegas como procedeu para a sua resolução.

Sétimo Momento: Avaliação Final ou Somativa

Objetivo: aplicação da Avaliação Somativa, a fim de buscar evidências da ocorrência de aprendizagem significativa.

Tempo:duas horas-aulas (1h40min)

Atividade: resolução de dez situações-problema

Dinâmica: os estudantes são orientados a propor soluções, individualmente, com o auxílio da calculadora, registrando sempre como pensaram, a fim de chegar a cada uma das respostas.

Comentários com sugestões para este momento:

- Com o objetivo de buscar evidências sobre o conhecimento construído pelos estudantes ao longo da aplicação da UEPS, deve ser realizada uma avaliação somativa. Para tanto, são apresentadas dez situações-problema para serem resolvidas pelos estudantes, individualmente.
- Segundo Moreira (2011), avaliação somativa é aquela que busca avaliar o alcance de determinados objetivos de aprendizagem, no final de uma fase de aprendizagem.
- Neste caso, busca-se avaliar o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas, com a utilização da calculadora, conforme o planejamento realizado.
- O(a) professor(a) destaca a importância de que todos procurem registrar como pensaram, ao resolver cada um dos problemas. As resoluções são entregues para serem analisadas.

Para o sétimo momento da UEPS foi organizada a Avaliação Final. A escolha das situações-problema baseou-se no estudo realizado até então e, também, nas questões da Avaliação Diagnóstica, com base nas quais foi possível a identificação de conhecimentos prévios dos estudantes. A avaliação final constou de algumas das questões da avaliação diagnóstica, além de questões trabalhadas em outros encontros, procurando-se modificar os contextos.

ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O SÉTIMO MOMENTO DA UEP

Resolva os seguintes problemas envolvendo o Conjunto dos Números Reais. O objetivo desta atividade é verificar o seu grau de compreensão deste conteúdo, com base no que estudamos nos encontros anteriores.
Utilize a calculadora conforme seu interesse ou sua necessidade. É importante que você procure explicar como pensou, ao resolver cada um dos problemas, inclusive informando ao utilizar a calculadora, quando for o caso.

1) Utilize a calculadora para realizar as seguintes multiplicações por 202:

a)

- ✓ 21 x 202 = _____
- ✓ 48 x 202 = _____
- ✓ 35 x 202 = _____
- ✓ 17 x 202 = _____

b) Descreva o padrão observado. ____

2) Uma turma do Ensino Médio, com o objetivo de arrecadar dinheiro para sua formatura, irá organizar um bar na escola. Para tanto, os estudantes da turma solicitaram, na secretaria, a troca de R$ 300,00 em moedas, a fim de facilitar o troco.

a) Cite três possibilidades de trocas se, na secretaria da escola estivessem à disposição moedas, em número suficiente, de R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

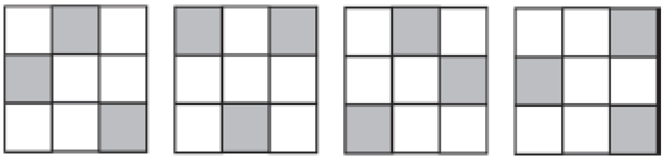
b) Determine o número máximo e o número mínimo de moedas utilizadas, se os estudantes fossem em um banco que possui moedas, em número suficiente, de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00.

Número Máximo: ________________________

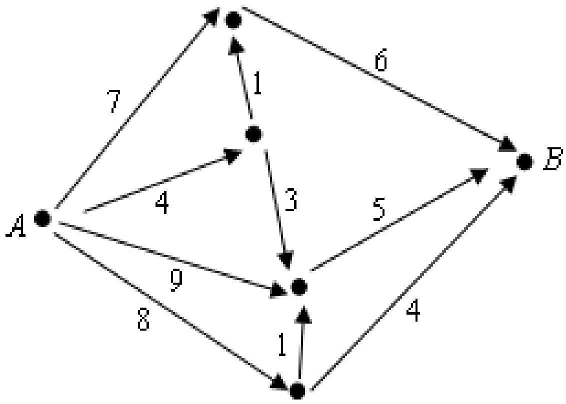
Número Mínimo: ________________________

c) Determine <u>uma</u> possibilidade envolvendo todas as moedas existentes no banco, conforme o item (b).

3) Observe a sequência de figuras desenhadas e desenhe, ao lado, a próxima figura. Explique como pensou.



4) (Adaptado de OBM, 2011) A figura ao lado representa um mapa de estradas. Os números escritos nas setas indicam quanto de pedágio um viajante deve pagar ao passar pela estrada. Todas as estradas são de mão única, como indicam as setas. Qual o valor mínimo de pedágio pago por um viajante que sai da cidade *A* e chega na cidade *B*?



5) Observe o quadro.

Suponha que as linhas das colunas A e B prossigam sendo formadas pela mesma lógica usada até então, que é:

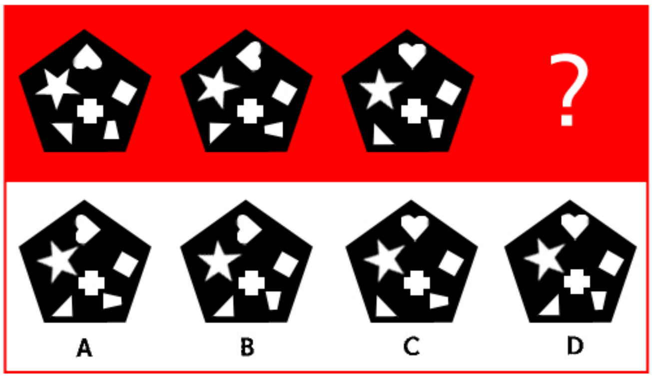
***** o triplo do elemento anterior para os elementos da coluna A, a partir do número 1, arbitrariamente escolhido;

***** e a metade do elemento anterior para os elementos da coluna B, a partir do número 1000, arbitrariamente escolhido.

Determine os elementos que pertencem à 10ª linha.

A	**B**
1	1000
3	500
9	250

6) Alguém separou um monte de retalhos em quatro grupos e os arrumou de acordo com uma sequência lógica. Qual dos grupos da segunda fila completa corretamente a sequência da primeira fila? Explique ao lado.



7) Um estudante numerou todas as casas do tabuleiro quadrado abaixo, da esquerda para a direita e de cima para baixo, começando com o número 1. A casa central recebeu o número 5. Se ele fizer o mesmo com outro tabuleiro quadrado com 49 casas, qual número será escrito em sua casa central?

3	2	1
6	**5**	4
9	8	7

8) Manuel, Antônio e Joaquim começam a pintar, no mesmo instante, três muros iguais de 60 metros de comprimento, um muro para cada um. Nos 10 primeiros minutos de trabalho, Manuel pinta 2 metros, Antônio 3 metros e Joaquim, 5 metros. Quem termina a sua parte, imediatamente passa a ajudar os outros, até que os três juntos terminem todo o trabalho, cada um mantendo o seu ritmo até o final. Quanto tempo levou para o trabalho ser feito?

9) (OBM, 2014) Em uma calculadora muito simples, não é possível digitar dois dígitos sem apertar algumas operações *mais*, *menos*, *vezes* ou *dividido* entre as apertadas dos dígitos. Também não é possível apertar duas operações seguidas. Ao apertar o dígito, a calculadora faz a operação imediatamente. A calculadora começa com o 0 no visor, e a primeira apertada tem que ser uma operação. Ou seja, primeiro se aperta uma operação, depois um dígito, depois uma operação e assim por diante. Por exemplo, um jeito de aparecer 29 no visor é apertar **+** e depois **7**, fazendo aparecer **0 + 7 = 7** no visor; em seguida apertar **x** e **5**, passando a ter **7 x 5 = 35** no visor, e concluir apertando **–** e **6** tendo como resultado **35 – 6 = 29**. Assim é possível obter 29 com seis apertadas de botão. Pedro quer que apareça o número 100 no visor.

Qual o número mínimo de apertadas, contando operações e dígitos que Pedro tem que fazer na calculadora?

e) 10 d) 8 c) 6 b) 4 a) 2

10) Em uma cidade operam dois estacionamentos de carros. O estacionamento A cobra R$ 10,00 pela primeira hora e R$ 4,00 por hora adicional. O estacionamento B cobra apenas R$12,00 por hora. Determine o valor a ser pago por um motorista, se demorar duas horas utilizando o estacionamento A? E se utilizar o estacionamento B?

Na análise das dificuldades apresentadas, em sua maioria, não somente na avaliação final, confirmou-se a principal dificuldade como sendo de interpretação das situações-problema por parte dos estudantes. Entretanto é possível dizer que houve crescimento nesses termos, tendo demonstrado compreender possibilidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico, com base na leitura e discussão de situações-problema, cujas resoluções, aos poucos, passaram a ser apresentadas de forma oral, explicando aos colegas, e não apenas por meio de cálculos com resultados de operações. Além disso, no que se refere à utilização da calculadora, houve uma conscientização, com base, também, em análises de resultados, realizadas conjuntamente, durante as discussões. Isto foi promovido, considerando conclusões que os estudantes faziam, de forma precipitada, quanto aos valores obtidos quando utilizavam a calculadora. A partir dos dados analisados, pôde-se perceber que a calculadora não é um recurso que, por si só, melhore as condições de aprendizagem dos estudantes. De fato, para que isso ocorra é preciso proporcionar momentos e oportunidades diferenciadas. Espera-se que as que foram vivenciadas por meio desta UEPS planejada, apresentada e analisada, sirvam como material a ser utilizado, adequado e aperfeiçoado por colegas professores, não somente de Matemática, mas de outras áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BARBOSA, Ana Cristina Coelho. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais:** um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico. 2009. Tese (Doutorado em Estudos da Criança) – Instituto de Estudos da Criança, Universidade do Minho, Portugal, 2009.

CURY, Helena Noronha. **Erros na aprendizagem de matemática**: relatos de pesquisas e reflexões. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2016.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade**: 8ª série. 5. ed. São Paulo: Atual.2005.

MOREIRA, Marco Antonio. **Potentially meaningful teaching units – PMTU**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Fortes Salzano. A**prendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2006.

PONTE, João Pedro et al. **Didactica da Matemática**. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministérios da Educação, 1997.

VALE, Isabel et al. **Matemática no 1º Ciclo**: propostas para a sala de aula. Viana do Castelo: Escola Superior, 2007.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interacções**, v. 8, n. 20, 2012.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. **Avaliação**: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar. 13. ed. São Paulo: Libertad, 2001.