

# UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS

**TESE DE DOUTORADO** 

Metodologia para a determinação das propriedades mecânicas de compósitos de poliamida 6.6 reforçados por fibras de vidro longas através da simulação de injeção

Daniel Teixeira

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Janaina da Silva Crespo Co-orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Laura Berasain Gonella

> CAXIAS DO SUL 2017

**Daniel Teixeira** 

Metodologia para a determinação das propriedades mecânicas de compósitos de poliamida 6.6 reforçados por fibras de vidro longas através da simulação de injeção

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais da Universidade de Caxias do Sul, visando a obtenção do grau de Doutor em Engenharia e Ciência dos Materiais, com a orientação da Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Janaina da Silva Crespo, e a co-orientação da Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Laura B. Gonella.

Caxias do Sul 2017

T266m Teixeira, Daniel

Metodologia para a determinação das propriedades mecânicas de compósitos de poliamida 6.6 reforçados por fibras de vidro longas através da simulação de injeção / Daniel Teixeira. – 2017. 163 f.: il.

Tese (Doutorado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais, 2017. Orientação: Janaina da Silva Crespo. Coorientação: Laura Berasain Gonella.

1. Compósito termoplástico. 2. Fibra de vidro longa. 3. Moldagem por injeção. 4. Poliamida 6.6. 5. Simulação de injeção. I. Crespo, Janaina da Silva, orient. II. Gonella, Laura Berasain, coorient. III. Título.

Elaborado pelo Sistema de Geração Automática da UCS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

# **Daniel Teixeira**

"Metodologia para a determinação das propriedades mecânicas de compósitos de poliamida 6.6 reforçados por fibras de vidro longas através da simulação de injeção"

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais da Universidade de Caxias do Sul, visando a obtenção do grau de Doutor em Engenharia e Ciência dos Materiais,

Caxias do Sul, 15 de Setembro de 2017

Banca Examinadora

Profa. Dra. Janaina da Silva Crespo (orientadora) Universidade de Caxias do Sul

Profa. Dra. Laura Berasain Gonella (co-orientadora) Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Sandro Amico Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. Rudinei Fiorio Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. André Luis Martinotto Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Otávio Bianchi Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Diego Piazza Universidade de Caxias do Sul

Prof. Dr. Matheus Polleto Universidade de Caxias do Sul



"Os computadores são incrivelmente rápidos precisos e burros; os homens são incrivelmente lentos imprecisos e brilhantes; juntos, os seus poderes ultrapassam os limites da imaginação"

Albert Einstein

# AGRADECIMENTOS

Ao programa de Pós Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais da Universidade de Caxias do Sul pela possibilidade da execução desse trabalho;

À minha orientadora, Profa. Dra. Janaina da Silva Crespo, pelas valiosas sugestões e opiniões, pela orientação na condução do trabalho e, principalmente, pela confiança em mim depositada;

À minha co-orientadora, Profa. Dra. Laura Berasain Gonella, pelas contribuições na revisão do texto, e principalmente pelo incentivo à conclusão do trabalho;

Ao Prof. Dr. Marcelo Giovanela, pelo grande auxílio na execução dos artigos e na patente;

Ao Msc. Eng. Israel Krindges do laboratório central de microscopia e ao Prof. Dr. Cesar Aguzzoli do laboratório de engenharia de superfícies pelo auxílio na preparação e nas análises das amostras de micrografia ótica;

Aos demais professores e funcionários do Programa de Pós Graduação em Materiais, em especial à Técnica Damiani Paludo e à Secretária Margarida Hens Borges;

À empresa NTC moldes e plásticos pelo apoio à realização deste trabalho, em especial ao Diretor Bernardo Shen, pela disponibilização dos recursos da NTC e, principalmente, do meu tempo;

Aos demais funcionários da empresa NTC que, em algum momento, auxiliaram na execução deste trabalho: Aline Lawniczak, Gilmauri Soares, Jair Bastian, Marciane Lazzarotto e, especialmente, Luiz Augusto Steffen;

Aos meus familiares que, direta ou indiretamente, incentivaram a conclusão deste trabalho;

À empresa CELANESE por ter disponibilizado o compósito reforçado por fibras longas utilizado neste trabalho;

A CAPES/PROSUP pelo apoio financeiro para que esse trabalho fosse conduzido;

Ao povo brasileiro, os verdadeiros financiadores;

E, em especial, para a minha esposa Janaina Piccoli Teixeira pelo enorme incentivo, por me fazer acreditar que era possível e, especialmente, pela paciência, tudo isso pela segunda vez. Sem o seu apoio esse trabalho jamais seria finalizado.

# **PUBLICAÇÕES**

#### **Artigo Publicado**

Periódico: Materials and Design, 2015; 85: 695-706

**Título:** Influence of injection molding on the flexural strength and surface quality of long glass fiber-reinforced polyamide 6.6 composites.

Autores: Daniel Teixeira, Marcelo Giovanela, Laura B. Gonella e Janaina S. Crespo.

# Artigos apresentados em congressos

**Congresso:** 12°CBPol – 12° Congresso Brasileiro de Polímeros– Florianópolis , **2013 Título:** Influência dos parâmetros de processo sobre a resistência à flexão e sobre a qualidade superficial de compósitos reforçados por fibras de vidro longas moldados por injeção **Autores:** Daniel Teixeira, Marcelo Giovanela, Laura B. Gonella e Janaina S. Crespo.

Congresso: XIV SLAP / XII CIP – Porto de Galinhas, 2014
Título: Efeito do processamento por injeção sobre a qualidade superficial e sobre a resistência mecânica de compósitos reforçados por fibras de vidro longas
Autores: Daniel Teixeira, Marcelo Giovanela, Laura B. Gonella e Janaina S. Crespo.

**Congresso:** BCCM-3  $- 3^{rd}$  Brazilian Conference on Composite Materials, **2016 Título:** Determination of the tensile strength of thermoplastic composites reinforced with long glass fibers by injection simulation **Autores:** Daniel Teixeira, Marcelo Giovanela, Laura B. Gonella e Janaina S. Crespo.

# Patente depositada

Título: Processo para a determinação da resistência à tração de compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro longas. Patente depositada em agosto de 2017
Inventores: Daniel Teixeira, Marcelo Giovanela, Laura B. Gonella e Janaina S. Crespo.

# SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS, SIGLAS E ABREVIATURAS	XII
LISTA DE FIGURAS	XVII
LISTA DE TABELAS	XX
RESUMO	XXII
ABSTRACT	XXIII
1 INTRODUÇÃO	24
2 OBJETIVOS	
2.1 Objetivo geral	
2.2 Objetivos específicos	28
3 REFERENCIAL TEÓRICO	29
3.1 Compósitos	29
3.1.1 Compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro descontínuas	30
3.1.1.1 Fibra de vidro	31
3.1.1.2 Poliamida 6.6	32
3.2 Compósitos reforçados por fibras de vidro longas	34
3.3 Mecanismo de transferência de tensão entre a fibra e a matriz	36
3.4 Modelo micromecânico para o cálculo da resistência à tração em compósitos T	RFL38
3.4.1 Determinação da resistência ao cisalhamento interfacial	40
3.5 Moldagem por injeção	41
3.6 Simulação numérica do processo de injeção de termoplásticos	42
3.7 Modelos para o cálculo da orientação das fibras durante o processo de mold	agem por
injeção	45
3.7.1 O Modelo Folgar Tucker para a previsão da orientação das fibras	47
3.7.1.1 Modelos empíricos para determinação do coeficiente de interação C <sub>i</sub> .	
3.7.2 O Modelo RSC para a previsão da orientação das fibras	49
3.7.3 O Modelo ARD-RSC para previsão da orientação das fibras	49
3.8 Modelo para o cálculo da quebra das fibras durante a moldagem por in	njeção de
compósitos TRFL	50
3.9 Método dos elementos finitos	53
3.9.1 Método dos elementos finitos aplicado à análise estrutural	53
3.9.2 Alguns critérios de falhas estáticas	56
3.9.2.1 Critério de falha da energia de distorção máxima	58

3.9.2.2 Critério de falha da tensão normal máxima	58
3.9.2.3 Critério de falha de Tsai-Hill	59
3.10 Algumas distribuições de probabilidade de interesse no estudo de compósitos TRF	Ľ59
3.10.1 Distribuição normal	60
3.10.2 Distribuição de Weibull	60
3.10.3 Distribuição lognormal	60
3.10.4 Distribuição loglogística	60
4 MATERIAIS E MÉTODOS	62
4.1 Materiais	62
4.2 Moldes para fabricação dos corpos de prova	63
4.3 Preparação dos corpos de prova	64
4.4 Avaliação da influência dos parâmetros de processo na qualidade visual e na resisté	ència
mecânica dos compósitos TRFL	65
4.4.1 Avaliação da qualidade superficial dos compósitos TRFL	67
4.5 Avaliação das propriedades mecânicas	68
4.6 Avaliação da microestrutura dos corpos de prova	69
4.6.1 Avaliação do comprimento das fibras de vidro	69
4.6.2 Avaliação da orientação das fibras de vidro	71
4.6.2.1 Modificação superficial das amostras utilizadas na microscopia ótica	72
4.6.3 Análise da morfologia da fratura por flexão via microscopia eletrônico varredura	1 de 72
4.7 Simulação do processo de injeção	73
4.7.1 Avaliação da influência dos modelos para o cálculo de orientação das fibras	74
4.7.2 Avaliação da influência dos parâmetros $C_i$ е $\kappa$ para os modelos RSC e ARD-RS	'C75
4.7.3 Avaliação da influência da resolução da malha sobre o cálculo da orientação fibras	) <i>das</i> 76
4.7.4 Determinação dos parâmetros empíricos para os modelos de orientação e qu das fibras	ebra 77
4.7.5 Determinação da orientação e distribuição de comprimento das fibras para a p quadrada	olaca 78
4.7.6 Determinação da orientação e distribuição de comprimento das fibras pa suporte do balaústre	<i>ra o</i> 78
4.8 Análise de elementos finitos para o suporte do balaústre	79
4.9 Verificação da adequação das FDP para descrição da distribuição de comprimento	) das
fibras	80

4.9.1 Correção da FDP para contemplar o comprimento máximo de fibras antes do processamento
4.9.2 Relação entre os parâmetros da FDP e o comprimento numérico médio e volumétrico das fibras presentes em um compósito TRFL
4.10 Modificação da equação de Kelly e Tyson para utilização de uma função distribuição
de comprimento de fibra contínua83
4.11 Determinação dos parâmetros micromecânicos $\sigma_{rtf}$ e $\tau_{rci}$ para o compósito TRFL85
4.11.1 Determinação da resistência ao cisalhamento interfacial85
4.11.2 Determinação da resistência à tração da fibra de vidro
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO
5.1 Caracterização do compósito87
5.2 Influência dos parâmetros de processamento sobre qualidade visual na resistência à
flexão
5.2.1 Variável de resposta resistência à flexão
5.2.2 Variável de resposta brilho90
5.2.3 Variável de resposta rugosidade91
5.2.4 Variável de resposta qualidade visual
5.2.5 Otimização das variáveis de resposta94
5.2.6 Microestrutura dos corpos de prova do ensaio à flexão95
5.3 Resultados dos ensaios de tração98
5.3.1 Resistência à tração e módulo de elasticidade99
5.3.2 Microestrutura dos corpos de prova de tração e do canal de alimentação100
5.4 Modificação da superfície do compósito através do tratamento de plasma105
5.5 FDP adequada para a descrição da distribuição de comprimento de fibras de um
compósito TRFL106
5.6 Resultados para a correlação entre os parâmetros $\alpha$ e $\beta$ da distribuição loglogística e os
comprimentos médios $L_n$ e $L_w$
5.7 Resultados obtidos para os parâmetros micromecânicos $\sigma_{rtf}$ e $\tau_{rci}$
5.8 Resultados da simulação de injeção112
5.8.1 Comparativo entre os modelos para o cálculo da orientação das fibras112
5.8.2 Influência dos parâmetros C <sub>i</sub> ек nos modelos de orientação RSC e ARD-RSC114
5.8.3 Resultados da análise da influência do tamanho da malha no cálculo da orientação das fibras116
5.8.4 Parâmetros dos modelos de orientação ajustados para o corpo de prova de tração

5.8.5 Parâmetro do modelo de quebra de fibras ajustados para o corpo de provas de tracão
5.8.6 Resumo dos parâmetros dos modelos de orientação e de quebra das fibras para a simulação do CP de tração124
5.9 Resultados da aplicação do modelo de KT <sub>mod</sub> para o CP de tração124
5.10 Resultados da aplicação do modelo de KT <sub>mod</sub> para os corpos de prova de flexão129
5.10.1 Determinação da microestrutura virtual para o CP de flexão
5.10.2 Cálculo da resistência a flexão dos CP com base na sua microestrutura virtual133
5.11 Resultados do ensaio mecânico, simulação de injeção e MEF para o suporte do
balaústre134
5.11.1 Resultados do MEF para o suporte de balaústre136
5.11.2 Microestrutura virtual do suporte do balaústre prevista pela simulação de injeção138
5.11.3 Previsão da força teórica de ruptura do suporte do balaústre140
5.12 Fluxograma geral do método proposto142
5.13 Redução de massa do suporte de balaústre em compósito TRFL comparado ao suporte
com alma metálica143
6 CONCLUSÃO
7 LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS
7.1 Limitações e dificuldades146
7.2 Sugestões para trabalhos futuros147
8 APENDICE A – escalares, vetores e tensores - breve introdução148
9 APENDICE B – Descrição do critério de falha de Tsai-Hill151
10 REFERÊNCIAS

# LISTA DE SÍMBOLOS, SIGLAS E ABREVIATURAS

$\nabla$	Operador diferencial del ou nabla
%m	Percentual em massa
%v	Percentual em volume
2,5D	Duas e meia dimensões
3D	Três dimensões
α	Parâmetro de forma de uma distribuição loglogística
β	Parâmetro de escala de uma distribuição loglogística
$\beta_v$	Coeficiente de expansão volumétrica
Ϋ́	Taxa de cisalhamento
δ	Parâmetro de forma de uma distribuição de Weibull
3	Vetor coluna que contém as deformações nos elementos
ε <sub>c</sub>	Deformação específica do compósito
E <sub>rc</sub>	Deformação específica do compósito no momento da ruptura do mesmo
η	Viscosidade do polímero
$\eta_0$	Fator de orientação das fibras
θ	Ângulo entre a fibra e eixo $1(x)$ ou zênite
κ	Fator encerramento de deformação reduzida
λ	Parâmetro de escala de uma distribuição de Weibull
μ	Média de uma função distribuição de probabilidade
$\mu_n$	Média de uma função distribuição de probabilidade normal
$\mu_{ll}$	Média de uma função distribuição de probabilidade loglogística
$\mu_{ln}$	Média de uma função distribuição de probabilidade lognormal
ξ	Parâmetro adimensional dos modelos de orientação das fibras função de $a_r$
ρ	Densidade do polímero
arphi	Ângulo entre a fibra e o eixo $3(z)$ ou azimute
$\overline{\sigma}$	Tensor tensão
σ	Vetor coluna que contém as componentes das tensões nos elementos
$\sigma_1$	Tensão principal na direção 1
$\sigma_2$	Tensão principal na direção 2
$\sigma_3$	Tensão principal na direção 3
$\sigma_{f}$	Tensão de tração na fibra

$\sigma_c(\varepsilon_c)$	Tensão no compósito em função da deformação do mesmo
$\sigma_l$	Tensão na direção <i>l</i> em uma lâmina de compósito unidirecional
$\sigma_{m}^{'}$	Tensão na matriz no momento da ruptura do compósito
$\sigma_n$	Desvio padrão de uma função distribuição de probabilidade normal
$\sigma_{ll}$	Desvio padrão de uma função distribuição de probabilidade loglogística
$\sigma_{ln}$	Desvio padrão de uma função distribuição de probabilidade lognormal
$\sigma_p$	Tensão na direção p em uma lâmina de compósito unidirecional
$\sigma_{rc}$	Resistência à compressão
$\sigma^l_{rc}$	Resistência à compressão na direção do alinhamento das fibras
$\sigma^p_{rc}$	Resistência à compressão na direção perpendicular ao plano lt (direção p)
$\sigma_{rc}^t$	Resistência à compressão na direção perpendicular ao alinhamento das fibras
$\sigma_{re}$	Limite de escoamento
$\sigma_{rfc}$	Resistência à flexão do compósito
$\sigma_{rt}^{l}$	Resistência à tração na direção do alinhamento das fibras
$\sigma^p_{rt}$	Resistência à tração na direção perpendicular ao plano <i>lt</i> (direção <i>p</i> )
$\sigma_{rt}^t$	Resistência à tração na direção perpendicular ao alinhamento das fibras
$\sigma_{rtc}$	Resistência à tração do compósito
$\sigma_{rtf}$	Resistência à tração da fibra
$\sigma_t$	Tensão na direção t em uma lâmina de compósito unidirecional
$\sigma_{xf}$	Tensão normal na direção x devido à flexão
$ au_i$	Tensão de cisalhamento na interface fibra/matriz
$ au_{lt}$	Tensão de cisalhamento no plano de alinhamento das fibras
$ au_{max}$	Tensão de cisalhamento máxima
$ au_{rci}$	Resistência ao cisalhamento interfacial
$ au_{rcp}$	Resistência ao cisalhamento no plano de alinhamento das fibras
$\psi$	Função de probabilidade para descrever a orientação de um grupo de fibras
Α	Tensor de orientação das fibras de segunda ordem
A	Tensor de orientação das fibras de quarta ordem
AD	Anderson Darling
$a_{ij}$	Componente do tensor de orientação das fibras de segunda ordem
$a_r$	Razão de aspecto
ARD-RSC	Anisotropic Rotary Diffusion – Reduced - Strain Closure – Difusão rotativa anisotrópica – encerramento de rotação reduzida

b	Largura do corpo de provas de flexão
BB	Bowyer e Bader
$BB_{mod}$	Bowyer e Bader modificada
<i>b<sub>i (1 a 5)</sub></i>	Constantes do modelo ARD-RSC
С	Tensor de segunda ordem do modelo ARD-RSC
C <sub>e</sub>	Matriz de elasticidade (ou flexibilidade) do material
CAD	Computer aided design – desenho auxiliado por computador
CAE	Computer aided engineering – engenharia assistida por computador
CFD	Computer fluid dynamics – dinâmica de fluidos computacional
$C_b$	Constante da taxa de cisalhamento do modelo de quebra de fibras
$C_i$	Coeficiente de interação
$c_p$	Calor específico do polímero a pressão constante
Cross-WFL	Cross-Williams-Landel-Ferry
d	Diâmetro da fibra
d	Vetor coluna que contém os deslocamentos nodais
D	Tensor taxa de deformação
$D_g$	Coeficiente de arrasto da fibra (coeficiente de resistência anisotrópica)
D/Dt	Derivada material ou substantiva
DCF	Distribuição de comprimento de fibras
$E_f$	Módulo de elasticidade da fibra
$E_m$	Módulo de elasticidade da matriz
EDM	Energia de distorção máxima
f	Vetor coluna que define as forças nodais
F	Força utilizada no ensaio de flexão
FDP	Função densidade de probabilidade
FEA	Finite element analysis
F <sub>crít</sub>	Resistência à flambagem da fibra
F <sub>hidr</sub>	Força de compressão hidrodinâmica
FT	Folgar Tucker
g	Vetor aceleração da gravidade
h	Espessura do corpo de provas de flexão
GL	Grau de liberdade
HDT	Temperatura de distorção térmica
Ι	Tensor unitário (identidade)
Ι	Momento de inércia da seção do CP de flexão em relação ao plano neutro

k	Condutibilidade térmica
К	Matriz de rigidez da estrutura
KT	Kelly e Tyson
$\mathrm{KT}_{\mathrm{mod}}$	Kelly e Tyson modificada
l	Largura entre apoios do ensaio de flexão
L	Tensor gradiente de velocidade
L	Tensor de quarta ordem dos autovalores do tensor A
L	Comprimento da fibra
L <sub>c</sub>	Comprimento de fibra crítico
$L_{c_{\varepsilon}}$	Comprimento de fibra crítico dependente da deformação do compósito
L <sub>i</sub>	Comprimento de uma fibra genérica $i$ presente no compósito, com comprimento menor que $L_c$
$L_j$	Comprimento de uma fibra genérica $j$ presente no compósito, com comprimento maior que $L_c$
L <sub>max</sub>	Comprimento máximo inicial de fibra presente no compósito
L <sub>min</sub>	Comprimento mínimo de fibra presente no compósito
$L_n$	Comprimento médio numérico
L <sub>nf</sub>	Comprimento de fibra que não pode ser fraturado pelo esforço hidrodinâmico
$L_w$	Comprimento médio volumétrico
Μ	Momento fletor
M	Tensor de quarta ordem dos autovetores do tensor A
MED	Mediana de uma função distribuição de probabilidade
MEF	Método dos elementos finitos
MOD	Moda de uma função distribuição de probabilidade
Ν	Nós dos elementos finitos
р	Vetor unitário alinhado com o eixo da fibra
Р	Pressão hidrostática
$p_1$	Projeção do vetor <b>p</b> no eixo $1(x)$
$p_2$	Projeção do vetor <b>p</b> no eixo $2(y)$
$p_3$	Projeção do vetor <b>p</b> no eixo <b>3</b> ( $z$ )
$P_i$	Probabilidade de uma fibra <i>i</i> quebrar sob o esforço hidrodinâmico
PA 6.6	Poliamida 6.6
PBT	Poli(tereftalato de butileno)
PET	Poli(tereftalato de etileno)
PC	Policarbonato

PP	Polipropileno
PVT	Pressão – volume – temperatura
<b></b>	Fonte externa de calor
RAM	Randon access memory – memória de acesso aleatório
RCI	Resistência ao cisalhamento interfacial
RSC	Reduced - Strain Closure – encerramento de rotação reduzida
S	Coeficiente de forma do perfil de probabilidade de quebra das fibras
$S_{TH}$	Resistência ao cisalhamento no plano <i>lt</i> do critério de Tsai-Hill
t	Tempo
Т	Temperatura
TH	Tsai-Hill
TNM	Tensão normal máxima
TRFC	Termoplástico reforçado por fibras curtas
TRFL	Termoplástico reforçado por fibras longas
ν	Volume específico
v	Vetor velocidade
Valor P	Parâmetro do teste de Anderson Darling
V <sub>i</sub>	Fração volumétrica de uma fibra de comprimento $L_i$
$V_j$	Fração volumétrica de uma fibra de comprimento $L_j$
$V_f$	Fração volumétrica total das fibras presentes no compósito
$v_x$	Componente da velocidade na direção x
$v_y$	Componente da velocidade na direção y
$v_z$	Componente da velocidade na direção z
W	Tensor vorticidade
Χ	Contribuição das fibras subcríticas na resistência à tração do compósito
X <sub>al</sub>	Variável aleatória
$X_{TH}$	Resistência na direção <i>l</i> do critério de Tsai-Hill
Y	Contribuição das fibras supercríticas na resistência à tração do compósito
$Y_{TH}$	Resistência na direção t do critério de Tsai-Hill
Ζ	Contribuição matriz na resistência à tração do compósito
$Z_{TH}$	Resistência na direção p do critério de Tsai-Hill

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação dos compósitos quanto a tipo da fase dispersa	
Figura 2 – Representação gráfica da poliamida 6.6	33
Figura 3 – Fabricação dos <i>pellets</i> de compósito TRFL	34
<b>Figura 4</b> – Variação exata de $\sigma_f$ e $\tau_i$ para uma fibra segundo a teoria de Cox	37
Figura 5 – Distribuição aproximada da tensão de tração na fibra	
Figura 6 – Equipamento e processo de injeção	42
<b>Figura 7</b> – Tipo de malhas utilizadas pelo <i>software</i> Moldflow	44
Figura 8 – Estrutura de orientação de fibras em cinco camadas e fluxo em forma de fo	onte46
Figura 9 – Sistema de coordenadas para definição da orientação da fibra	46
Figura 10 – Exemplos de tensores de orientação das fibras	47
<b>Figura 11</b> – Evolução da quebra de uma fibra em um fluxo com cisalhamento simples	s51
Figura 12 – Tipos de elementos utilizados no MEF	55
Figura 13 – Fluxograma geral do MEF	56
Figura 14 – Tensões em torno de um ponto <i>P</i>	57
Figura 15 – Exemplos de funções densidade de probabilidade normal	61
Figura 16 – Molde para injeção dos corpos de prova	63
Figura 17 – Molde suporte do balaústre	64
Figura 18 – Dimensões da rosca utilizada	65
Figura 19 – Dispositivo para fixação mecânica do suporte do balaústre	69
Figura 20 – Posições para medição do comprimento de fibra	70
Figura 21 – Posições para medição da orientação das fibras	71
Figura 22 – Cálculo da orientação da fibra de vidro	72
<b>Figura 23</b> – Relação entre a taxa de cisalhamento e a viscosidade para o co PA66-GF50-02	mpósito 73
Figura 24 – Curvas de <i>PVT</i> para o compósito PA66-GF50-02	74
Figura 25 – Fluxograma utilizado para o processo de simulação de injeção	74
Figura 26 – Modelo para análise comparativa dos modelos de orientação	75
Figura 27 – Modelo para simulação de injeção do corpo de prova de tração	77
Figura 28 – Modelo para simulação de injeção da placa	78
Figura 29 – Modelo para simulação de injeção do suporte do balaústre	79
Figura 30 – Modelo para o MEF do suporte de balaústre	79
Figura 31 – Exemplo de função densidade de probabilidade truncada	81

Figura 32 – Histograma do comprimento inicial das fibras
Figura 33 – Análise da variável de resposta resistência à Flexão
Figura 34 – Interação entre os fatores para a variável de resposta resistência à flexão89
Figura 35 – Análise da variável de resposta brilho90
Figura 36 – Interação entre os fatores para a variável de resposta brilho
Figura 37 – Análise da variável de resposta rugosidade92
Figura 38 – Interação entre os fatores para a variável de resposta rugosidade
Figura 39 – Análise da variável de resposta qualidade visual93
Figura 40 – Interação entre os fatores para a variável de resposta nota de qualidade visual94
Figura 41 – Micrografias dos corpos de prova de flexão96
Figura 42 – Orientação das fibras na direção do fluxo em função da espessura normalizada para as amostras do ensaio de flexão
Figura 43 – MEV da superfície de fratura do ensaio de flexão97
Figura 44 – Curvas tensão versus deformação típicas para o compósito TRFL
Figura 45 – Evolução da orientação média das fibras no corpo de prova de tração101
Figura 46 – Evolução do perfil de orientação das fibras no canal de alimentação102
Figura 47 – Evolução do perfil de orientação no corpo de prova de tração102
Figura 48 – Evolução do comprimento médio das fibras no corpo de prova de tração 103
Figura 49 – Histogramas da DCF para os pontos PC 0 e PC 1104
Figura 50 – Histogramas da DCF para os pontos PC 2 e PC 3104
Figura 51 – Micrografias do compósito TRFL tratado com plasma de argônio105
Figura 52 – Resultados do ajuste da FDP para a amostra Flexão T1107
Figura 53 – Resultados do ajuste da FDP para a amostra do ponto PC 3107
<b>Figura 54</b> – Gráficos de contorno para a relação entre os parâm. da FDP loglogística e $L_n.108$
<b>Figura 55</b> - Gráficos de contorno para a relação entre os parâm. da FDP loglogística e $L_w$ . 109
Figura 56 – Ajuste da equação de Bowyer e Bader modificada aos dados experimentais para a curva tensão versus deformação do ensaio de tração111
Figura 57 – Influência dos modelos matemáticos para o cálculo da orientação das fibras113
Figura 58 – Influência do parâmetro Ci no modelo de orientação RSC114
<b>Figura 59</b> – Influência do parâmetro $\kappa$ no modelo de orientação RSC
<b>Figura 60</b> – Influência do parâmetro $\kappa$ no modelo de orientação ARD-RSC
Figura 61 – Estudo de convergência da simulação de injeção116
Figura 62 – Perfil de orientação em função do tamanho a malha117
Figura 63 – Influência do tamanho da malha no número de elementos e no tempo de processamento da simulação

Figura 64 – Influência da discretização ao longo da espessura no perfil de orientação118
Figura 65 – Evolução da orientação das fibras experimental e simulada120
Figura 66 – Perfil de orientação experimental e simulado com a malha dual domain e modelo RSC
Figura 67 – Perfil de orientação experimental e simulado com a malha 3D e modelo RSC.121
Figura 68 – Evolução do comprimento médio das fibras simulado e experimental123
Figura 69 – Comparação entre os resultados do ensaio de tração do CP e os valores previstos pelos modelos matemáticos
Figura 70 – FDP resultante da simulação de injeção no plano de ruptura do CP127
Figura 71 – Orientação das fibras ao longo do CP de tração128
Figura 72 – Comprimento de fibra na seção de ruptura do CP de tração129
Figura 73 – Montagem do corpo de provas para o ensaio de flexão130
Figura 74 – Perfil de orientação experimental e simulado para o CP de flexão131
Figura 75 – Perfil dos comprimentos de fibra simulado para o CP de flexão132
Figura 76 – Suporte do balaústre injetado134
Figura 77 – Curva força versus deformação resultante do ensaio de flexão do suporte do balaústre135
Figura 78 – Resultados da análise de MEF para o suporte do balaústre
Figura 79 – Tensões principais na região mais solicitada no suporte do balaústre137
Figura 80 – Orientação das fibras no suporte do balaústre
Figura 81 – Comprimento de fibras médio numérico no suporte do balaústre
Figura 82 – Comprimento de fibras médio volumétrico no suporte do balaústre
Figura 83 – Fluxograma para determinação das propriedades mecânicas de compósitos TRFL moldados por injeção142

# LISTA DE TABELAS

# **RESUMO**

A utilização de compósitos termoplásticos reforçados por fibras longas tem crescido consideravelmente nos últimos anos. No entanto, as propriedades mecânicas desses materiais são fortemente dependentes de sua microestrutura (orientação e comprimento das fibras) e, consequentemente, das condições de processamento do material. No caso específico da moldagem por injeção, as elevadas taxas de cisalhamento provocam simultaneamente uma redução no comprimento das fibras e a orientação das mesmas no sentido do fluxo, tornando muito difícil a previsão das propriedades mecânicas desse compósito. Dentro desse contexto, o objetivo do presente trabalho é apresentar uma metodologia para calcular a resistência à tração de compósitos termoplásticos baseado somente na sua microestrutura virtual estimada pelo processo de simulação de injeção. A base da metodologia proposta é o modelo de Kelly e Tyson para o cálculo da resistência à tração de compósitos reforçados por fibras descontínuas, o qual foi modificado para utilizar uma distribuição de probabilidade que represente os comprimentos das fibras, além de utilizar elementos do tensor de orientação das mesmas. O método proposto também inclui uma sistemática indireta para determinar a resistência interfacial entre as fibras e a matriz e também a tensão de ruptura das fibras. A metodologia proposta foi avaliada no compósito de poliamida 6.6 reforçado por fibras de vidro longas (50% em massa), o qual teve a sua microestrutura simulada com o auxílio do software Moldflow, utilizando os modelos RSC e ARD-RSC para estimar a orientação das fibras, além do modelo de Phelps e colaboradores para determinar a quebra das fibras durante a moldagem por injeção. As propriedades mecânicas do compósito estudado, tais como resistência à tração e à flexão, determinadas experimentalmente foram comparadas com os resultados teóricos previstos pela metodologia apresentada. Por fim, o modelo proposto nesse trabalho foi utilizado para prever a resistência mecânica de um componente estrutural automotivo (suporte do balaústre), e esse resultado foi comparado com os dados experimentais dos ensaios mecânicos realizados nesse mesmo componente. As diferenças entre os resultados apresentados pela metodologia de cálculo proposta e os resultados experimentais ficaram abaixo de 15%. Comparado com um suporte de balaústre fabricado da forma tradicional, com alma metálica, o suporte moldado em compósito TRFL apresentou uma redução de massa de 30%.

**Palavras chave:** Compósito termoplástico, fibra de vidro longa, moldagem por injeção, poliamida 6.6, simulação de injeção, propriedades mecânicas.

# ABSTRACT

The use of long glass fiber-reinforced thermoplastic composites has increased considerably in the last years. However, the mechanical properties of these materials are strongly dependent on their microstructure (orientation and fiber length) and, consequently, of the processing conditions used in this material. In the case of processing by injection molding, the high shear rates cause, at the same time, reduction of fiber length and fiber orientation on the flow direction, making the prediction of mechanical properties of the composite a difficult task. In this context, the aim of this work was to present a methodology to calculate the tensile strength of long glass fiber-reinforced thermoplastic composites based only on the virtual microstructure estimated by injection simulation. The theoretical basis of this proposal is the Kelly and Tyson model to calculate the tensile strength of composites reinforced with discontinuous fibers, which was modified to use a probability distribution to represent the fibers lengths, in addition the use of the fiber orientation tensor elements. The proposed method also includes an indirect systematic to determine the interfacial resistance between the fibers and the matrix, and the rupture tension of the fibers too. The proposed methodology was evaluated in the composite of polyamide 6.6 reinforced by long glass fibers (50% in mass), which had its microstructure simulated with the help of Moldflow software, using the RSC and ARD-RSC models to estimate the fibers orientation, in addition to the model of Phelps et al to determine the fiber breakage during the injection molding. The mechanical properties of the composite studied, such as tensile and flexural strength, determined experimentally were compared with the theoretical results predicted by the presented methodology. Finally, the model proposed in this work was used to predict the mechanical strength of an automotive structural component (baluster support), and this result was compared with the experimental data of the mechanical tests performed on this component. The differences between the results presented by the proposed calculation methodology and the experimental results were below 15%. Compared to a traditional metal-framed baluster support, the TRFL composite molded support achieved a mass reduction of 30%.

**Keywords:** Thermoplastics composites, long glass fiber, injection molding, polyamide 6.6 injection simulation, mechanical properties.

# 1 INTRODUÇÃO

A utilização de materiais poliméricos nos veículos automotivos vem crescendo consideravelmente ao longo dos últimos anos. Esses materiais estão assumindo o lugar das tradicionais ligas metálicas, pois apresentam diversas vantagens, tais como, menor massa específica e melhor resistência à corrosão, além de proporcionar uma maior flexibilidade de *design* ao produto final [1-4]. Atualmente, o uso de componentes produzidos em polímeros para a indústria automotiva nacional está próximo a 15 kg por veículo. Esse valor ainda está muito distante da média de 30 kg utilizado nos Estados Unidos, na Europa e no Japão [2]. Levando em conta que, mesmo com a crise que assolou o setor, em 2016 foram produzidos 2,2 milhões de veículos automotores leves no Brasil nesse perído [5], percebe-se que o mercado de materiais poliméricos na indústria automotiva é bastante promissor em um futuro próximo. Desta forma, é possível estimar que haja um potencial para a utilização 33.000 t anuais desses materiais no mercado automotivo brasileiro [6].

Um importante promotor para a utilização de polímeros nos veículos automotivos é o programa federal Inovar-Auto. Esse programa, dentre outras ações, beneficiará com a redução de um ponto percentual na alíquota de impostos sobre produtos industrializados (IPI) os veículos que, a partir do ano de 2017, apresentarem uma redução no consumo de combustível de no mínimo 15,46%, ou dois pontos percentuais para uma redução de 18,84% [2, 7, 8]. Essa busca pela eficiência energética tem inspiração em programas similares utilizados em outros países [9] e passa pela natural redução da massa dos veículos automotivos. Uma redução de 100 kg na massa de um veículo leve, por exemplo, pode gerar uma economia de 0,5 L de combustível por 100 km rodados, promovendo ainda outro efeito benéfico que é a redução de aproximadamente 11 g de emissão de CO<sub>2</sub> por km rodado [2, 3]. Já no caso de veículos pesados utilizados para o transporte coletivo, uma redução de 100 kg na sua massa impede a emissão de 4.500 kg CO<sub>2</sub> durante vida útil desses veículos, que é de 10 anos em média [10, 11]. Considerando-se que a frota nacional de ônibus em 2014 era de 640 mil veículos [12], poderia ser esperada uma redução de cerca de 290 mil toneladas nas emissões de CO<sub>2</sub> por ano, se em todos os veículos fosse realizada uma redução de massa dessa magnitude. Da mesma forma, essa mesma necessidade de redução de massa é importante em veículos híbridos ou elétricos, visto que nesses casos o objetivo é o de aumentar a sua autonomia [2].

Dentre os materiais poliméricos, os compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro possuem lugar de destaque em aplicações que acarretam na redução de massa em veículos automotivos. Essa classe de material adiciona às propriedades dos polímeros outras

características importantes tais como: facilidade de processamento, possibilidade de reciclagem, elevada resistência à tração e elevada rigidez [11, 13, 14]. Os compósitos termoplásticos podem ser moldados por injeção, viabilizando a sua aplicação em componentes automotivos, visto que esse processo de fabricação é adequado à produção em larga escala, além de possuir baixo custo relativo a outros processos de fabricação de componentes poliméricos [15-18].

As propriedades dos compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro são fortemente dependentes de sua microestrutura (orientação e comprimento das fibras de vidro). E, por sua vez, a microestrutura é dependente das condições de processamento utilizadas no processo de injeção, além da geometria do molde utilizado [16, 19-22]. Especificamente, o comprimento das fibras possui um papel importante nas propriedades mecânicas, pois durante a moldagem por injeção ocorre uma redução natural do comprimento das mesmas, decorrente das elevadas tensões de cisalhamento inerentes a esse processo de fabricação [13, 22, 23]. Em vista disto, foram desenvolvidos os compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro longas (TRFL). Esses materiais são comercializados em *pellets* que possuem um comprimento inicial das fibras de vidro acima de 10 mm. Desta forma, o comprimento residual dessas fibras nos compósitos TRFL é superior aos compósitos tradicionais, aumentando a resistência à tração, o módulo de elasticidade e a resistência ao impacto desses materiais [13, 19, 24-27]. Essas propriedades permitem que os compósitos TRFL possam ser utilizados em aplicações estruturais, muitas vezes substituindo componentes fabricados em ligas metálicas [28-30].

Devido à combinação entre propriedades mecânicas e facilidade de processamento, o mercado dos compósitos TRFL em aplicações automotivas vem crescendo rapidamente [18, 20, 31, 32]. Esse crescimento é impulsionado tanto pela necessidade de redução de massa nos veículos, quanto pela redução de custo alcançado com a substituição de componentes metálicos por polímeros. Frequentemente, as partes metálicas exigem montagens complexas de muitos componentes, enquanto que os produtos plásticos podem ser moldados em uma só operação [28, 33, 34]. Esse aumento previsto para o mercado nacional propiciou a instalação de uma planta para produção desses compósitos, a qual será a pioneira na produção desse tipo de material no mercado nacional [35].

Diversas matrizes podem ser utilizadas na produção de compósitos TRFL. As mais comuns são o polipropileno (PP) e a poliamida 6.6 (PA 6.6), ressaltando que os compósitos de TRFL com matriz de PA 6.6 possuem melhores propriedades mecânicas e térmicas que os de PP [13, 20, 36].

No projeto de componentes estruturais fabricados em compósitos TRFL, a previsão do desempenho desses produtos frente aos esforços mecânicos é de fundamental interesse na fase de projeto do mesmo. Esse tipo de trabalho faz parte de um ramo da engenharia denominado engenharia preditiva, a qual visa prever o desempenho dos produtos frente às condições de uso antes de seu lançamento, através da utilização de ferramentas de simulação [37]. Para a execução de tal análise é necessário o conhecimento das propriedades mecânicas do compósito, tais como a resistência à tração, o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson [38, 39]. Já é conhecida a relação entre essas propriedades e a microestrutura dos compósitos TRFL, desta forma é possível utilizar modelos matemáticos para prever as propriedades mecânicas desses materiais utilizando dados micromecânicos do compósito, tais como orientação e distribuição do comprimento das fibras de vidro [13, 22, 40, 41]. Também é de conhecimento que há relação entre a microestrutura desses compósitos e as condições de processamento utilizadas para a moldagem do mesmo [17, 21, 22].

No processamento por injeção dos compósitos TRFL, tanto os parâmetros de processamento quanto o equipamento utilizado, além do desenho do molde (canais de distribuição e entradas do material) influenciam diretamente a microestrutura do produto moldado. As elevadas tensões de cisalhamento geradas durante o processamento podem proporcionar a quebra das fibras de vidro e promover a orientação destas, tornando a previsão de propriedades mecânicas para esse tipo de processo de fabricação uma tarefa difícil [22, 23, 42, 43]. O grande desafio para maximizar as propriedades mecânicas em compósitos TRFL moldados por injeção é manter um elevado comprimento residual da fibra de vidro e um adequado controle sobre a orientação destas. Há ainda uma dificuldade adicional quando se utiliza esse tipo de compósito em aplicações que exigem requisitos visuais, pois os parâmetros que proporcionam uma adequada qualidade visual podem não ser os mesmos que promovem uma elevada resistência mecânica no produto [44, 45].

Nesse contexto, existem na literatura algumas teorias que correlacionam as propriedades mecânicas de compóstos TRFL com a sua microestrutura, incluindo a resistência à tração e o módulo de elasticidade [13, 14, 19, 21, 40, 46]. Porém, na grande maioria dos casos, a análise da microestrutura é obtida de artefatos já moldados. Atualmente existem poucos estudos que permitam a previsão da resistência à tração de compósisto TRFL moldados por injeção baseados apenas na microestrutura virtual, obtida através da simulação numérica do processo de injeção [47]. No entanto, existem modelos matemáticos implementados em *softwares* que permitem prever a distribuição do comprimento das fibras, assim como a sua orientação, tendo como dados de entrada uma geometria virtual em três

dimensões do artefato moldado além das condições de processamento por injeção e os dados da matéria prima utilizada [43, 48-50].

Dessa forma, o objetivo central desse trabalho é unir as duas teorias descritas acima e desenvolver uma metodologia para a determinação da resisistência à tração de compósitos TRFL moldado por injeção, tendo como base somente a microestrutura virtual obtida através de um *sotware* de simulação númerica do processo injeção. O dado de entrada da metodologia proposta é a microestrutura virtual determinada pelo software de simulação de injeção e a saida é a resistência a tração em qualquer ponto do produto moldado.

A previsão da resistência à tração de compósitos TRFL, ainda na fase de projeto do artefato, pode contribuir para o desenvolvimento de compósitos termoplásticos capazes de substituir adequadamente metais em aplicações automotivas. Da mesma forma permite otimizar o processo de moldagem por injeção antes mesmo da construção final do molde, visando maximizar a resistência mecânica e a qualidade superficial do componente moldado, além de reduzir o tempo e o custo do processo de desenvolvimento de produto. Essas são as principais contribuições do presente estudo.

# **2 OBJETIVOS**

#### 2.1 Objetivo geral

Desenvolver uma metodologia para prever a resistência à tração de compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro longas (TRFL), tendo como base a microestrutura virtual calculada pela simulação numérica do processo de moldagem por injeção.

# 2.2 Objetivos específicos

- a) Aprimorar os modelos matemáticos existentes para a previsão da resistência à tração de compósitos TRFL, a fim de que os mesmos possam utilizar os parâmetros micromecânicos calculados através da simulação do processo de injeção utilizando *softwares* disponíveis no mercado;
- b) Determinar a distribuição de probabilidade que melhor represente a distribuição de comprimento de fibras presentes em compósitos TRFL com matriz em PA 6.6. Correlacionar estas distribuições com o comprimento médio numérico  $(L_n)$  e médio volumétrico  $(L_w)$  das fibras presentes no compósito;
- c) Avaliar a resistência ao cisalhamento interfacial entre a fibra de vidro e a matriz do compósito TRFL com matriz em PA 6.6, a fim de prover informações para o modelo matemático desenvolvido para o cálculo da resistência à tração;
- d) Analisar a evolução do comprimento residual das fibras durante o processamento, a fim de determinar a distribuição de comprimento de fibras presente no polímero fundido quando o mesmo inicia o preenchimento do molde;
- e) Aplicar os modelos existentes para o cálculo da orientação e o comprimento das fibras através da simulação do processo de injeção. Determinar os parâmetros empíricos desses modelos, a fim de ajustá-los ao compósito TRFL utilizado neste trabalho;
- f) Avaliar a influência dos parâmetros de injeção nas propriedades mecânicas e na qualidade visual dos compósitos TRFL. Analisar a sua microestrutura e comparar os dados de resistência mecânica obtidos das amostras com os dados previstos pelo modelo matemático proposto;
- g) Implementar o modelo matemático proposto em uma aplicação real de um artefato moldado em compósito TRFL (suporte do balaústre), a fim de prever seu desempenho quando submetido a um determinado esforço mecânico.

# **3 REFERENCIAL TEÓRICO**

Neste capítulo será apresentada a base teórica que serve de sustentação para o presente trabalho. Inicialmente, serão apresentados os materiais compósitos, focando nos compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro longas, no mecanismo de transferência de esforços entre a fibra e a matriz, e nos parâmetros micromecânicos que afetam o desempenho desses materiais. Em seguida, será abordado o processo de moldagem por injeção dos compósitos termoplásticos e o formalismo matemático utilizado pelos *softwares* que permitem simular computacionalmente esse processo de fabricação. Também serão apresentados os modelos matemáticos que possibilitam prever o estado de orientação e do comprimento das fibras presentes no compósito após a moldagem. O método dos elementos finitos também será apresentado a fim de que seja possível descrever as tensões presentes nos corpos de prova e nos componentes utilizados ao longo desse estudo, possibilitando prever a sua falha perante os esforços aplicados. Finalmente, serão discutidos os modelos estatísticos que permitem descrever matematicamente a distribuição de comprimento das fibras presentes no compósito processado por injeção.

### 3.1 Compósitos

Um compósito pode ser definido como um mistura física de dois ou mais componentes denominados fases, gerando um material multifásico com propriedades finais diferentes das propriedades dos seus constituintes. As fases devem ser fisicamente e quimicamente diferentes entre si e separadas por uma interface distinta. Frequentemente os materiais compósitos são constituídos por apenas duas fases. A fase em maior percentagem volumétrica é denominada matriz, a qual é contínua e envolve a outra fase, neste caso chamada de fase dispersa ou descontínua. As propriedades finais destes compósitos são decorrentes das propriedades das fases constituintes, de suas quantidades relativas, da geometria da fase dispersa e da interface entre a matriz e fase descontínua [38, 51].

Os compósitos podem ser classificados em três grandes grupos: compósitos reforçados por partículas, compósitos reforçados por fibras, e compósitos estruturais, como ilustra a Figura 1. Quando a fase dispersa é constituída por partículas com dimensões semelhantes em todas as direções (equiaxial) o compósito é denominado reforçado por partículas. Compósitos reforçados por fibras são os materiais em que a fase dispersa possui uma de suas dimensões (comprimento) muito maior que as demais (diâmetro, largura ou espessura), possuindo o formado de uma fibra. Já os compósitos estruturais são combinações de compósitos e materiais homogêneos [51-53].



Figura 1 – Classificação dos compósitos quanto a tipo da fase dispersa. Adaptado de [51].

Em compósitos reforçados por fibras, essas podem estar dispersas na matriz de forma organizada (orientada em uma direção), aleatória ou parcialmente orientadas. O objeto de estudo deste trabalho são os compósitos reforçados por fibras descontínuas com orientação variando desde completamente alinhada até a aleatória.

# 3.1.1 Compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro descontínuas

Os compósitos reforçados por fibras, também conhecidos por compósitos fibrosos, são os de maior importância tecnológica. Nesta classe de material, a fase dispersa é uma fibra, geralmente de seção transversal circular, em que o comprimento é muito maior que o seu diâmetro. Os compósitos fibrosos geralmente possuem baixa densidade, elevada rigidez e resistência mecânica, o que justifica sua grande utilização comercial, principalmente em aplicações onde se deseja redução de densidade e boa resposta às solicitações mecânicas [52].

No caso específico dos compósitos termoplásticos, a fase matriz é um polímero termoplástico e a fase dispersa geralmente é constituída por fibras de vidro descontínuas. Os polímeros termoplásticos possuem, de forma geral, baixa rigidez e boa ductilidade, além de possibilitar a moldagem na forma desejada com facilidade. As fibras de vidro, por sua vez, possuem elevada rigidez e excelente resistência à tração; porém são frágeis, pois possuem baixa resistência ao impacto [38, 53, 54]. Além da fibra de vidro, outros tipos de fibras podem ser utilizados nos compósitos termoplásticos, tais como: fibras de carbono, aramida, polietileno, aço, além de fibras naturais (linho, sisal, juta e curauá), porém com menor aplicação comercial [51, 54].

Desta forma, esse tipo de compósito combina a facilidade de processamento dos polímeros termoplásticos com a alta resistência mecânica das fibras de vidro. Essa combinação de propriedades, associadas ainda à baixa densidade e facilidade de reciclagem dos polímeros, credencia estes materiais para aplicações automotivas e aeroespaciais [26, 52, 55].

Nos compósitos com fibras descontínuas, as propriedades mecânicas dependem fundamentalmente da geometria da fibra (comprimento e diâmetro), assim como da sua adesão com a matriz. A concentração de fibras e sua orientação também afeta a resistência mecânica do produto final. Neste caso a matriz, além de suportar as fibras, também deve transmitir a estas a tensão recebida pelo compósito. Por esse motivo, adesão entre a fibra e a matriz é uma propriedade fundamental para a definição das propriedades mecânicas finais do compósito [13, 46, 56].

Compósitos poliméricos frequentemente são processados por injeção, o que envolve altas taxas de cisalhamento que podem contribuir para a diminuição do comprimento das fibras de vidro devido a sua quebra durante o processamento. Dessa forma, a utilização de fibras descontínuas nesses compósitos torna o comprimento destas uma variável importante a ser controlada durante a fabricação desses materiais [13, 23]. De forma geral, as fibras presentes no compósito moldado apresentam comprimentos de fibra diversos, o que resulta em uma distribuição de comprimento de fibras (DCF) não uniforme e que pode ser determinada experimentalmente via técnicas de microscopia ótica [20, 40]. Nesse tipo de compósito, as fibras podem estar alinhadas ou orientadas de forma aleatória, dependendo dos parâmetros de processamento ou da geometria do produto moldado [21, 57, 58].

As matrizes mais utilizadas para a fabricação dos compósitos termoplásticos reforçados por fibra de vidro são a poliamida 6 (PA 6), a poliamida 6.6 (PA 6.6), o polipropileno (PP), o policarbonato (PC), o poli(tereftalato de etileno) (PET) e o poli(tereftalato de butileno) (PBT) [52, 59]. As poliamidas e o polipropileno são os mais difundidos; o polipropileno pelo seu baixo custo e facilidade de processamento, e as poliamidas devido as suas propriedades mecânicas e térmicas superiores em comparação aos demais polímeros [13, 46].

# 3.1.1.1 Fibra de vidro

A fibra de vidro é a carga de reforço mais utilizada em compósitos termoplásticos. Esta ampla aplicação é justificada pelo seu baixo custo quando comparado a outras fibras, tais como fibras de carbono ou aramida. Também possui boa resistência à tração, a oxidação e excelente inércia química. Como desvantagem, a fibra de vidro possui módulo elástico relativamente baixo e baixa resistência à fadiga, é relativamente abrasiva e pode desgastar os equipamentos de processamento, principalmente quando os compósitos são processados por extrusão ou injeção. Geometricamente as fibras são caracterizadas pela sua razão de aspecto  $a_r$ , a qual é definida pela razão entre o seu comprimento (*L*) e diâmetro (*d*):  $a_r = L/d$ . Fibras, por definição, possuem elevados valores da razão de aspecto [38, 52, 53].

O tipo mais comum de fibras de vidro utilizado em compósitos termoplásticos são as fibras do tipo E (E-*glass, electrical glass*), a qual representa cerca de 80 a 90% da produção comercial de fibras de vidro devido a seu baixo custo. Originalmente o vidro tipo E foi desenvolvido para aplicações elétricas (por isso a denominação E), pois contém baixos níveis de álcalis e utiliza alumina-borosilicato na sua composição. Porém, devido às suas excelentes propriedades mecânicas e baixo custo, esse tipo de vidro se popularizou para em aplicações em compósitos [38, 52, 60]. A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas e químicas da fibra de vidro tipo E.

<b>Tabela 1</b> – Propriedades mecânicas e constituição da fibra de vidro tipo E [38, 54, 60-62]								
Propriedade				Valores para fibra de vidro tipo E				
Unidade								
Densidade			g/cm <sup>3</sup>	2,54				
Resistê	Resistência à tração a 25 °C			1800 - 3500				
Módulo o	Módulo de elasticidade a 25 °C			70.000 - 76.000				
Alongamento na ruptura a 25 °C			%	4,8				
Coeficiente de Poisson			-	0,22				
Composição química da fibra de vidro tipo E (%)								
SiO <sub>2</sub>	$Al_2O_3$	CaO	MgO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	$B_2O_3$		
55,2	14,5	18,7	4,6	0,3	0,2	6,5		

Com o intuito de melhorar a adesão interfacial da fibra com a matriz, melhorando assim a transferência das tensões, as fibras são tratadas com agentes de acoplamento. Esses agentes são, na sua maioria, silanos que possuem em sua estrutura um grupo de afinidade orgânica (que tem interação química com o polímero) e um grupo com afinidade inorgânica (que tem interação química com a fibra de vidro) [13, 46, 52, 56]. As fibras de vidro podem ser comercializadas em diversas formas: filamentos contínuos em rolos (*rovings*), na forma de tecidos, mantas, ou na forma de fibras picadas. Os diâmetros comercialmente disponíveis variam de 10 a 16 µm [38].

### 3.1.1.2 Poliamida 6.6

O desenvolvimento da poliamida 6.6 (PA 6.6) teve sua origem no ano de 1935 na empresa norte americana DuPont, por meio de pesquisas coordenadas pelo Dr. Wallace Hume Carothers. A produção inicial deste novo polímero iniciou em 1940 na unidade da DuPont em Seaford, Delaware com a designação comercial *Nylon*. Esta denominação ainda é utilizada até hoje para este tipo de material [63].

A poliamida 6.6 é caracterizada pelo grupo funcional amida (CONH) e é obtida pela polimerização em etapas partindo do ácido hexanodioico e da hexan-1,6-diamina. A poliamida 6.6 é formada por dois monômeros, cada um com 6 átomos de carbono, por isso a sua denominação PA 6.6 . Como possuem grupos funcionais amida espaçados regularmente, são polímeros polares e cristalizam com alta atração intermolecular, formando ligações de hidrogênio entre as cadeias. Este comportamento molecular justifica as elevadas propriedades mecânicas da PA 6.6 [64, 65]. A Figura 2 mostra a estrutura típica da poliamida 6.6 e a Tabela 2 apresenta um resumo das propriedades mecânicas desse material.



Figura 2 – Representação gráfica da poliamida 6.6. (a) Unidade de repetição. (b) Representação da conformação espacial. Adaptado de [64].

Tabela 2 – Propriedades típicas da PA 6.6 [64, 66-69]							
Propriedades	Valores típicos para a PA 6.6						
Descrição	Método de	Unidade	Seco conforme	Hidratado a 50% de			
Descrição	ensaio		moldado	Umidade Relativa			
Densidade	ISO 1183	g/cm <sup>3</sup>	1,14	1,14			
Tensão no escoamento à tração	ISO 527	MPa	80	50			
Deformação no escoamento	ISO 527	%	4,5	25			
Deformação na ruptura	ISO 527	%	25	>100			
Módulo de elasticidade à tração	ISO 527	MPa	3.400	1.400			
Tensão no escoamento à flexão	ISO 178	MPa	120	55			
Módulo de elasticidade à flexão	ISO 178	MPa	3.000	1.200			
Resistência ao impacto Charpy com	ISO 179	kJ/m <sup>2</sup>	5 5	15			
entalhe a 23°C			5,5	15			
Resistência à compressão <sup>a</sup>	ISO 604	MPa	100	-			
Coeficiente de Poisson	-	-	0,41	-			
Temperatura de deflexão térmica	ISO 75	(° <b>C</b> )	200				
(HDT) a 0,45 MPa		$(\mathbf{C})$	200	-			
Temperatura de fusão (T <sub>m</sub> )		(°C)	255	255			
Absorção de água a 50% de umidade	-	0/-	26	n/a			
relativa (equilíbrio)		70	2,0	11/a			
Peso molecular médio	-	g/mol	2	$2 \cdot 10^4$			
Grau de cristalinidade		%	35	35 a 45			
Nomenclatura IUPAC	-	-	poli(hexametileno-adipamida)				

<sup>a</sup> Corpos de prova em formato cilíndrico Ø8 x 16 mm, 5% de deformação específica

### 3.2 Compósitos reforçados por fibras de vidro longas

Já é conhecido o fato de que as propriedades mecânicas de compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro descontínuas são profundamente dependentes do comprimento das fibras presentes no produto moldado [13, 19, 27, 59]. Por outro lado, durante o processamento por injeção, as tensões de cisalhamento inerentes a este processo de fabricação promovem uma redução do comprimento das fibras [23]. Desta forma, é esperado que, quanto maior o comprimento inicial das fibras presentes no compósito antes da moldagem, maior será o comprimento residual no produto moldado e melhores serão suas propriedades mecânicas [59].

Comercialmente, os materiais compósitos termoplásticos para aplicações em moldagem por injeção são fornecidos em *pellets* (grãos). Usualmente os *pellets* fabricados pelo método convencional de extrusão possuem fibras com comprimento inicial da ordem de 1 mm, aleatoriamente dispersas dentro do *pellet*. Esses materiais, denominados compósitos reforçados por fibras curtas (TRFC), produzem artefatos moldados com fibras possuindo comprimento residual médio da ordem de 0,2 mm. Esse fato limita a aplicação desses produtos em componentes estruturais e automotivos [26]. Os compósitos termoplásticos reforçados por fibras longas (TRFL) foram desenvolvidos para compensar essas limitações, preenchendo uma lacuna entre os compósitos com fibras contínuas e os compósitos TRFC. Nos compósitos TRFL, as fibras de vidro presentes nos *pellets* possuem comprimento residuais médios próximos a 1 mm [16, 17, 26]. Esses materiais usualmente são fabricados através do processo de pultrusão. A Figura 3 ilustra essa rota de fabricação e os pellets de compósitos TRFL e TRFC.



**Figura 3** – Fabricação dos *pellets* de compósito TRFL. (a) Processo de pultrusão, adaptado de [59]. (b) Comparativo entre *pellets* de compósito TRFL e TRFC [45].

No processo de pultrusão, as fibras de vidro contínuas (fornecidas em *rovings*) são recobertas pelo polímero fundido formando os *pellets* que podem ser cortados no comprimento desejado (de 10 a 25 mm) [45, 59]. Esse procedimento ocorre de forma que todas as fibras fiquem alinhadas no sentido do comprimento do *pellet*, maximizando assim o seu comprimento. Além disso, as mesmas ficam totalmente recobertas pelo polímero e uniformemente distribuídas ao longo do *pellet*, o que minimiza a quebra de fibras durante a plastificação que ocorre durante o processo de injeção [45].

Não existe consenso para a classificação de compósitos TRFL e TRFC em relação ao comprimento de fibra. Alguns autores classificam estes compósitos com base no comprimento final das fibras de vidro presentes no produto final. Nesta classificação componentes moldados contendo fibras de comprimento médio abaixo de 1 mm são classificados como TRFC, enquanto que os produtos possuindo fibras com comprimento médio acima de 1 mm são classificados como compósitos TRFL [46, 70]. Outra forma de classificação encontrada na literatura utiliza como referência o método de fabricação do compósito. Compósitos cujos *pellets* são fabricados pelo processo de extrusão com fibras picadas de comprimento entre 1 a 4 mm são classificados como TRFC. Já os *pellets* fabricados pelo processo de pultrusão, a partir de *rovings* e que contenham fibras com comprimento acima 10 mm são classificados como compósitos TRFL (Figura 3a) [26, 71]. Esta última forma de classificação será adotada neste trabalho.

Diversos estudos comprovam o melhor desempenho mecânicos dos compósitos TRFL quando comparados aos compósitos TRFC. Subramanian e colaboradores [24] verificaram o desempenho superior de molas moldadas por injeção em compósito de PP reforçado com fibras de vidro longas, em relação aos compósitos de PP com fibras curtas. Seus resultados demonstram que estes componentes, sendo moldados em compósitos TRFL com matriz em PP possuem uma resistência mecânica 25% e uma resistência à fadiga 40% superiores quando comparados a componentes fabricados em TRFC. Thomason [13, 27] também demonstrou que o compósito TRFL de PA 6.6 com 40%m de fibra de vidro possui uma resistência à tração 15% e uma resistência ao impacto 44% superiores quando comparado ao compósito de TRFC de PA 6.6 equivalente. A Tabela 3 apresenta algumas propriedades mecânicas de compósitos TRFL e TRFC com matriz em PA 6.6.

Tubera 5 Comparative	s de propriedu	des de comp		[72, 73]
Propriedade	Comnósito	Compósito		
Descrição	Método de ensaio	Unidade	TRFC	TRFL
Nome comercial	-	-	SLOVAMID <sup>®</sup> 66 GF 50	PA66-GF-50-02 BLK
Fabricante	-	-	Plastcom	Celanese <sup>®</sup>
Teor de fibra de vidro	-	%m	50	50
Densidade	ISO 1183	g/cm <sup>3</sup>	1,55	1,56
Resistência à tração	ISO 527	MPa	230	265
Alongamento na ruptura (tração)	ISO 527	%	2,0	2,4
Módulo em tração	ISO 527	MPa	16.000	17.000
Resistência à flexão	ISO 178	MPa	300	415
Módulo em flexão	ISO 178	MPa	13.000	15.000
Resistência ao impacto Charpy com entalhe a 23°C	ISO 179	kJ/m <sup>2</sup>	14	47

Tabela 3 - Comparativo de propriedades de compósitos TRFC e TRFL [72, 73]

<sup>a</sup> Corpos de prova secos conforme moldados

### 3.3 Mecanismo de transferência de tensão entre a fibra e a matriz

As propriedades mecânicas dos compósitos termoplásticos reforçados por fibras descontínuas, sejam elas curtas ou longas, dependem fundamentalmente da maneira que a matriz transmite para as fibras as tensões oriundas das solicitações externas. Nesse processo, tanto o comprimento das fibras como a adesão entre essas e a matriz são importantes para determinar o comportamento mecânico do compósito [13, 52, 74, 75]. Quando o sistema fibra/matriz é submetido a uma solicitação externa, ocorre uma distribuição de tensões de tração na fibra ( $\sigma_f$ ) e de cisalhamento na interface fibra/matriz ( $\tau_i$ ). Devido à diferença entre os módulos de elasticidade da fibra e da matriz, a tensão de tração é máxima no centro da fibra e zero nas extremidades desta. Por outro lado, por esse mesmo motivo, a tensão de cisalhamento na interface é máxima nas extremidades e zero no centro da fibra, assumindo que não há deslizamento relativo entre a fibra e a matriz. A teoria de Cox descreve matematicamente esse comportamento, definindo uma expressão para  $\sigma_f$  e  $\tau_i$  como função da deformação no compósito ( $\varepsilon_c$ ), assumindo que não há deslizamento relativo entre a fibra e a matriz. A base para essa teoria está definida na Equação 1, a qual define que a taxa de variação da tensão de tração na fibra é proporcional à tensão de cisalhamento na interface [38, 62, 76].

$$\frac{d\sigma_f}{dx} = -\frac{4\tau_i}{d} \tag{1}$$

Na Equação 1  $\sigma_f e \tau_i$  são as tensões de tração na fibra e de cisalhamento na interface, respectivamente e d é o diâmetro da fibra. A Figura 4 ilustra a variação das tensões  $\sigma_f e \tau_i$ segundo a teoria de Cox (assumindo que  $\tau_i$  não é constante ao longo da fibra), para um compósito com fibras de vidro e matriz em PA 6.6 hidratado a 50%, o que significa uma razão
entre os módulos da fibra e da matriz  $(E_f/E_m)$  de 52, uma deformação específica  $\varepsilon_c$  de 1% e fibras com 15µm de diâmetro. Nessa figura, as linhas verticais vermelhas em cada extremidade da fibra identificam a posição da metade do comprimento de fibra crítico  $(L_c)$ , o qual será definido a seguir.



**Figura 4** – Variação exata de  $\sigma_f$  (esquerda) e  $\tau_i$  (direita) para uma fibra com comprimento de 1,5 mm segundo a teoria de Cox. Adaptado de [38, 62, 70, 77]

Como já descrito, a tensão de cisalhamento na interface é máxima (em módulo) nas extremidades da fibra, e é justamente nas extremidades da mesma que inicia a sua extração da matriz quando ocorre a falha no compósito [38]. Partindo do princípio que existe uma tensão máxima que a interface pode transferir para a fibra, tensão esta denominada por resistência ao cisalhamento interfacial (RCI -  $\tau_{rci}$ ), é possível definir um comprimento crítico de fibra  $L_c$ , o qual pode ser interpretado como o menor comprimento de fibra em que toda a tensão recebida pela matriz é integralmente transferida para fibra por meio de sua interface. A definição matemática de  $L_c$  está descrita na Equação 2 [16, 38, 51, 62]. No gráfico apresentado na Figura 4 também está representado o comprimento crítico no eixo horizontal.

$$L_c = \frac{\sigma_{rtf} d}{2\tau_{rci}} \tag{2}$$

Na Equação 2  $L_c$  é o comprimento de fibra crítico (mm),  $\sigma_{rtf}$  é a resistência à tração da fibra de vidro (MPa), d é o diâmetro da fibra (mm) e  $\tau_{rci}$  é a resistência ao cisalhamento interfacial (MPa). É importante ressaltar que  $\tau_{rci}$  é uma propriedade intrínseca ao tipo de

compósito em questão, e que depende do par fibra/compósito utilizado, do tipo de agente de acoplamento e da fração volumétrica das fibras presentes no compósito [13, 78].

A Equação 1 pode ser resolvida de forma simplificada, definindo-se que a tensão de cisalhamento na interface  $\tau_i$  é constante e igual a  $\tau_{rci}$  no limite de resistência do compósito. Desta forma, conforme expresso na Equação 1, a tensão na fibra  $\sigma_f$  variará linearmente ao longo do comprimento da mesma, conforme apresentado pela Figura 5 [38, 52].



Com base no raciocínio descrito na Figura 5, é possível inferir que há duas possibilidades de falha do compósito, dependendo do comprimento L da fibra. Se o comprimento da fibra em questão for menor do que o comprimento crítico  $L_c$  (Figura 6c), a fibra não romperá quando o compósito sofrer um esforço limite. O que ocorre neste caso, é que a interface entre a fibra e a matriz falhará de tal forma que a fibra será arrancada intacta da matriz, resultando numa baixa transferência de tensões entre a fibra e a matriz, resultando em uma baixa resistência do compósito. Do contrário, se o comprimento das fibras for maior ou igual a  $L_c$  (Figuras 6a e 6b), a tensão transferida às fibras alcançará a tensão de ruptura da fibra e esta deverá se partir antes que a mesma seja arrancada da matriz, proporcionando uma maior resistência do compósito, e um máximo aproveitamento do reforço [51, 52]. Para compósitos com matriz em PA 6.6 reforçado por fibras de vidro, o comprimento crítico  $L_c$  situa-se entre 0,3 a 1 mm [20].

#### 3.4 Modelo micromecânico para o cálculo da resistência à tração em compósitos TRFL

Um modelo micromecânico utiliza as propriedades dos elementos constituintes do compósito TRFL (fibra e matriz), assim como suas proporções relativas para determinar as propriedades macroscópicas do compósito, tais como resistência à tração ou módulo de elasticidade. O objetivo desse tipo de modelo é correlacionar as propriedades mecânicas do compósito com a sua microestrutura [38, 40].

Para compósitos com fibras descontínuas e com distribuição de comprimento não uniforme (fibras de diversos comprimentos presentes no compósito), o modelo adaptado da teoria de Kelly-Tyson (KT) [79] é o mais difundido. Esse modelo leva em conta a distribuição de comprimentos de fibras presentes no compósito, assim como a orientação das mesmas em relação ao esforço aplicado. A Equação 3 descreve esse modelo matemático [13, 22, 80, 81].

$$\sigma_{rtc} = \eta_0 \left( \sum_{L=L_{min}}^{L=L_c} \left[ \frac{\tau_{rci} L_i V_i}{d} \right] + \sum_{L=L_c}^{L=L_{max}} \left[ \sigma_{rtf} V_j \left( 1 - \frac{L_c}{2L_j} \right) \right] \right) + (1 - V_f) \sigma_m'$$
(3)

Na Equação 3,  $\sigma_{rtc}$  é a resistência à tração do compósito (MPa) na direção da aplicação do esforço,  $\sigma_{rtf}$  é a resistência à tração das fibras (MPa), d é o diâmetro da fibra (mm),  $\tau_{rci}$  é a resistência ao cisalhamento interfacial (MPa),  $\sigma'_m$  é a tensão na matriz no momento da ruptura do compósito (MPa) e  $L_c$  é o comprimento de fibra crítico (mm) obtido pela Equação 2. Os parâmetros  $L_i$  e  $V_i$  são, respectivamente, o comprimento de uma fibra i e a fração volumétrica dessa fibra de comprimento  $L_i$  com dimensão abaixo do comprimento crítico  $L_c$ . Analogamente,  $L_i$  e  $V_i$  são, respectivamente, o comprimento de uma fibra j e a fração volumétrica da fibra de comprimento L<sub>i</sub>, com dimensão acima do comprimento crítico  $L_c$ . O termo  $V_f$  é a fração volumétrica total das fibras presentes no compósito, e a relação entre  $V_i$ ,  $V_j$  e  $V_f$  é dada por:  $\sum V_i + \sum V_j + (1 - V_f) = 1$ . E, finalmente,  $\eta_0$  é fator de orientação das fibras, o qual leva em conta a orientação das fibras em relação à direção em que a resistência à tração do compósito é mensurada [13, 22, 40]. Em princípio,  $\eta_0$  não tem relação com nenhum parâmetro da microestrutura do compósito, sendo um parâmetro empírico calculado através de dados experimentais. Os valores médios de  $\eta_0$  encontrados na literatura situam-se entre 0,35 a 0,8, dependendo da matriz utilizada, das condições de processamento, da geometria do molde e da direção da aplicação do esforço [13, 61, 81-83].

A Equação 3 pode ser interpretada através de um modelo simplificado na forma  $\sigma_{rtc} = \eta_0(X + Y) + Z$ . Onde X é a contribuição das fibras subcríticas (primeiro somatório da Equação 3), Y é a contribuição das fibras supercríticas (segundo somatório da Equação 3) e Z é a contribuição da matriz (último termo da Equação 3). Ou seja, o valor do fator X depende somente das fibras com comprimentos menores que  $L_c$ , o fator Y das fibras com comprimentos maiores ou iguais que  $L_c$  e Z depende somente rigidez da matriz. [13, 40].

A contribuição da matriz (Z) pode ser calculada através do módulo de elasticidade da matriz ( $E_m$ ) e da deformação do compósito no momento da ruptura ( $\varepsilon_{rc}$ ) através da relação  $\sigma'_m = E_m \cdot \varepsilon_{rc}$ , assumindo que  $E_m$  é constante para todo intervalo de deformação da matriz, o que nem sempre é verdadeiro. Outra forma de determinar mais precisamente  $\sigma'_m$  é através da relação empírica entre a tensão e a deformação da matriz, obtida em um ensaio de tração simples realizado com um corpo de prova moldado somente com o material da matriz puro (sem a incorporação de fibras). Nos dois casos, assume-se que a deformação na ruptura do compósito é menor que a da matriz [61].

#### 3.4.1 Determinação da resistência ao cisalhamento interfacial

A habilidade de transferir tensão através da interface fibra/matriz é uma propriedade fundamental nos compósitos TRFL, e esta capacidade pode ser traduzida na adesão entre as fibras e a matriz. O termo "adesão" é uma forma simples de descrever os complexos fenômenos químicos e físicos que ocorrem na interação entre as fibras e a matriz. Dependendo da composição química da matriz e da fibra, eventualmente há a formação de outra fase relativamente fina envolvendo a fibra, com espessura da ordem da alguns nanômetros, denominada interfase. A interfase possui uma natureza química ou estrutura molecular e/ou cristalina muito distinta da matriz e da fibra [61, 74, 75, 82].

A intensidade e a natureza dessa adesão são decorrentes de diversos fatores tais como: presença de grupos funcionais na fibra de vidro decorrente de tratamentos superficiais, rugosidade superficial da fibra, tipo de polímero utilizado como matriz, agentes de acoplamento utilizados na formulação do compósito e da diferença entre o coeficiente de expansão térmica entre a matriz e a fibra. A manifestação macroscópica e mensurável dessa adesão é a resistência ao cisalhamento interfacial (RCI -  $\tau_{rci}$ ), a qual é uma propriedade intrínseca do compósito em questão e é utilizada para o cálculo da resistência à tração do mesmo (Equação 3) [38, 53, 61, 82].

Existem diversas técnicas para a determinação experimental dessa propriedade. As técnicas de medição direta mais comum são o ensaio de microadesão (*microbond test*) e arrancamento de fibra única (*single fiber pull-out test*) [84-86]. Essas metodologias necessitam que uma única fibra de vidro seja parcialmente embebida na matriz e posteriormente seja realizado ensaio da tração para determinar qual a força necessária para arrancar a fibra da matriz. Desta forma, é possível calcular a RCI através dos dados obtidos no ensaio e das informações oriundas da geometria do corpo de prova [38, 84]. No entanto, essas técnicas exigem equipamentos extremamente específicos para sua execução, grande dificuldade na preparação das amostras (devido pequena dimensão do corpo de prova) e eleva dispersão dos resultados [84, 85]. Dessa forma, não existe um método qualitativo normatizado nem consenso de qual é a técnica mais adequada para a utilização nos compósitos termoplásticos reforçados por fibras de vidro [38, 82]

Alternativamente, Bowyer e Bader (BB) apresentaram outra abordagem para a determinação da RCI [87]. Essa metodologia é baseada na equação de Kelly e Tyson, a qual é estendida para modelar a curva tensão *versus* deformação do compósito antes da fratura. A metodologia é baseada na premissa que, para cada valor da deformação específica do compósito ( $\varepsilon_c$ ), existe um comprimento crítico de fibra definido pela Equação 4 [78, 82].

$$L_{c_{\varepsilon}} = \frac{E_f \varepsilon_c d}{2\tau_{rci}} \tag{4}$$

Onde:  $L_{c_{\varepsilon}}$  é o comprimento crítico dependente da deformação do compósito (mm),  $E_f$ é o módulo de elasticidade da fibra (MPa),  $\varepsilon_c$  é a deformação do compósito, d é o diâmetro médio das fibras (mm) e  $\tau_{rci}$  é a resistência ao cisalhamento interfacial (MPa). Com base nessa definição, a tensão no compósito em qualquer deformação é dada pela Equação 5 [78, 82, 88].

$$\sigma_{c}(\varepsilon_{c}) = \eta_{0} \left( \sum_{L=L_{min}}^{L=L_{c\varepsilon}} \left[ \frac{\tau_{rci} L_{i} V_{i}}{d} \right] + \sum_{L=L_{c\varepsilon}}^{L=L_{max}} \left[ E_{f} \varepsilon_{c} V_{j} \left( 1 - \frac{L_{c\varepsilon}}{2L_{j}} \right) \right] \right) + (1 - V_{f}) E_{m} \varepsilon_{c}$$
(5)

Na Equação 5  $\sigma_c(\varepsilon_c)$  é a tensão no compósito função da deformação do mesmo,  $\eta_0$  é o fator orientação das fibras e  $E_m$  é o módulo de elasticidade da matriz. Os demais termos dessa equação são os mesmos que já foram definidos anteriormente. A Equação 5 pode ser resolvida numericamente utilizando como dados de entrada as informações obtidas da curva tensão versus deformação de um ensaio de tração do compósito e a distribuição de comprimento de fibras (DCF) presente no material obtida experimentalmente através de um ensaio de calcinação. A priori, essa equação possui duas incógnitas: a RCI ( $\tau_{rci}$ ) e o fator de orientação das fibras ( $\eta_0$ ). Desta forma é necessário conhecer os dois valores de tensão atuante no compósito ( $\sigma_{c1}$ ,  $\sigma_{c2}$ ) em duas deformações específicas correspondentes ( $\varepsilon_{c1}$ ,  $\varepsilon_{c2}$ ) para, através de um método interativo, determinar  $\tau_{rci}$  e  $\eta_0$ . [78, 82].

A vantagem da técnica proposta por Bowyer e Bader sobre as demais é que a mesma é mais fácil de ser executada, pois exige apenas um ensaio de tração e a determinação da DCF presente no compósito. Por outro lado, essa técnica também permite levar em consideração prováveis interações entre as fibras, assim como eventuais pontos de aglomerações das mesmas, fatos que podem diminuir a RCI quando comparado aos resultados obtidos de um ensaio com uma única fibra [59, 82].

## 3.5 Moldagem por injeção

A moldagem por injeção é um dos processos de transformação de termoplásticos mais versáteis. É adequado à produção em massa, visto que os ciclos de produção são curtos

quando comparados a outros processos de moldagem de termoplásticos, além de permitir a fabricação de artefatos de geometria complexa a custos reduzidos [89]. De forma simplificada, o processo consiste em fundir a matéria prima (fornecida em *pellets*) e pressioná-la para dentro de um molde, o qual possui o formato desejado para o produto final. Dentro do molde o material fundido é resfriado e assume a forma das cavidades do mesmo [60, 70, 89]. O processo acontece em ciclos e é dividido em várias etapas. A Figura 6 ilustra um equipamento para moldagem de termoplásticos por injeção, assim como uma descrição do ciclo de trabalho.



Figura 6 – Equipamento e processo de injeção. (a) Máquina de moldagem. (b) Ciclo de injeção [40].

Durante o processamento por injeção, diversos parâmetros devem ser monitorados para o adequado controle do processo. Em especial podem ser destacados: pressão e velocidade de injeção, tempo e pressão de recalque, temperatura do polímero fundido, temperatura do molde, rotação da rosca durante a plastificação (ou dosagem) e contrapressão durante a plastificação. Todos esses parâmetros possuem influência sobre a qualidade final do produto moldado (tanto sobre o comportamento mecânico quanto sobre o aspecto visual), pois afetam a microestrutura final do compósito [17, 23, 45, 60, 90].

#### 3.6 Simulação numérica do processo de injeção de termoplásticos

A simulação computacional do processo de moldagem por injeção de materiais termoplásticos é bastante difundida na indústria. Esse interesse está relacionado com a complexidade do processo de injeção, o qual possui um grande número de variáveis de controle que influenciam diretamente a qualidade final do produto moldado. Dessa forma, a otimização desse processo de fabricação diretamente no chão de fábrica é uma atividade extremamente onerosa em termos de tempo e custo financeiro, pois frequentemente envolve alterações no molde, ou enorme tempo desperdiçado em um processo de tentativa e erro [91].

Para resolver essa questão, diversos *softwares* foram desenvolvidos desde a década de 1970, tais como o Moldflow, Cadmould 3D-F<sup>®</sup>, e Moldex3D [91-94]. Esses pacotes permitem prever de que forma o polímero fundido fará o preenchimento do molde tendo como base um modelo matemático 3D virtual do produto, além da definição dos parâmetros de processo utilizados e das características do molde (pontos de alimentação e sistema de refrigeração) e do material. Os resultados dessas análises usualmente estão disponíveis ainda na fase de projeto do produto ou durante a definição do projeto do molde, assegurando que o produto final atenderá os requisitos previamente especificados. Esse tipo de *software* faz parte da tecnologia CAE (*computer aided engineering* – engenharia assistida por computador), especificamente a subárea denominada por CFD (*computer fluid dynamics* – dinâmica de fluidos computacional), nesse caso restrita ao fluxo de polímeros fundidos [91, 95].

Durante a moldagem virtual do produto na simulação, as fases de injeção e recalque são governadas por três leis físicas fundamentais: conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia. Essas leis são representadas por um conjunto de três equações que podem ser resolvidas por diversos métodos numéricos utilizados pelos *softwares* de simulação, utilizando-se as condições de contorno adequadas. Essas equações, em uma formatação vetorial, estão descritas abaixo [80, 96, 97].

Conservação da massa (continuidade)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{6}$$

*Conservação da quantidade de movimento*  $\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \overline{\mathbf{\sigma}} + \rho \mathbf{g}$ 

$$\rho \frac{DT}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \overline{\mathbf{\sigma}} + \rho \mathbf{g}$$
(7)  
$$\rho \frac{DT}{Dt} = \rho T \frac{DP}{DT} + \overline{\mathbf{\sigma}} \cdot \nabla \mathbf{y} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{\mathbf{O}}$$
(8)

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \beta_v T \frac{DP}{DT} + \overline{\overline{\sigma}} : \nabla \mathbf{v} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{Q}$$
(8)

Nas Equações 14, 15 e 16  $\rho$  é a densidade do polímero, v é o vetor velocidade, P é a pressão hidrostática sobre o material,  $\overline{\sigma}$  é o tensor tensão,  $c_p$  é o calor específico a pressão constante, T é a temperatura, k é a condutividade térmica e  $\beta_v$  é o coeficiente expansão volumétrica dado por  $1/v \cdot (\partial v/\partial T)_p$ , onde v é o volume específico do polímero. Por sua vez, o operador D/Dt é a derivada material ou substantiva e  $\dot{Q}$  representa uma fonte externa de calor [96]. O apêndice A apresenta um breve resumo sobre as operações com vetores e tensores utilizadas nessas e em outras equações apresentadas nesse trabalho, assim como a convenção de símbolos utilizada para representação das grandezas escalares, vetoriais e tensoriais.

È importante ressaltar que essas equações de conservação, na forma que foram apresentadas, são gerais e podem ser simplificadas dependendo da situação estudada. Por exemplo: na fase de preenchimento muitas vezes o polímero é considerado como um fluido incompressível, nessa situação a densidade do polímero ( $\rho$ ) é constante, e a equação da

continuidade fica resumida a  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$  [96, 97]. Por outro lado, em produtos moldados por injeção, a espessura geralmente é muito menor do que as outras dimensões. Desta forma é possível utilizar as simplificações propostas por Hele-Shaw, onde a componente da velocidade e da convecção térmica na direção da espessura pode ser negligenciada. Isso implica que não há variação de pressão ao longo da espessura e que o perfil de velocidade e da taxa de cisalhamento são simétricos em relação ao plano médio da espessura do produto. Esta formulação é muitas vezes definida como 2,5D (2,5 dimensões) [91, 98].

Para a solução das equações de continuidade, a geometria do produto a ser estudado (domínio) precisa ser discretizado em elementos menores gerando o que se denomina malha (*mesh*, no jargão computacional). Essa malha é geralmente formada por triângulos (análise 2,5D) ou tetraedros (análise 3D). A Figura 7 apresenta dois tipos de malhas 2,5D (plano médio e *dual domain*) e da malha 3D, todas utilizada pelo *software* Moldflow. As malhas de plano médio e *dual domain* devem ser utilizadas somente na condição em que a largura do produto é, no mínimo, igual a quatro vezes a espessura do mesmo [99, 100].



Figura 7 – Tipo de malhas utilizadas pelo *software* Moldflow: (a) Modelo matemático 3D. (b) Malha tipo plano médio. (c) Malha *dual domain*. (d) malha 3D. Adaptado de [100].

A fim de que a simulação possa ser executada, condições contorno também precisam estar definidas na forma dos parâmetros de processo, tais como: temperatura do molde, velocidade de injeção, tempo de resfriamento, tempo e pressão de recalque. Adicionalmente, o polímero precisa estar definido através de uma equação de estado que relacione a pressão, temperatura e o volume específico (v = f(P,T)). Por fim, também é necessário definir uma equação reológica de estado que relaciona o tensor tensão  $\overline{\sigma}$  e as taxas de deformação do polímero fundido. Essa relação, usualmente, é feita através da Equação 17 [96].

$$\overline{\mathbf{\sigma}} = 2\eta \mathbf{D} \tag{9}$$

Onde  $\overline{\mathbf{\sigma}}$  é o tensor tensão,  $\mathbf{D}$  é o tensor taxa de deformação, definido por  $\mathbf{D} = 1/2 (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^t) e \eta$  é a viscosidade do polímero, a qual é função da temperatura (*T*) e da taxa de cisalhamento ( $\dot{\gamma}$ ). A taxa de cisalhamento pode ser calculada através da magnitude escalar do tensor taxa de deformação (ver Apêndice A). Usualmente a viscosidade dos polímeros fundidos é calculada através de modelos Newtonianos generalizados, tais como o modelo de Cross-Williams-Landel-Ferry (Cross-WLF) [96].

Como resultado dessas equações, os *softwares* de simulação apresentam diversos resultados numéricos e gráficos, tais como velocidade do polímero no preenchimento do molde, taxa de cisalhamento, pressão na cavidade do molde, temperatura do material, dentre outros. Esses resultados podem ser utilizados para a otimização tanto do projeto molde, como do processo de injeção [91, 96].

# 3.7 Modelos para o cálculo da orientação das fibras durante o processo de moldagem por injeção

A previsão da orientação das fibras presentes em compósitos termoplásticos moldados por injeção possui um grande interesse técnico. Esse interesse é justificado, pois as propriedades térmicas e mecânicas nos produtos fabricados por meio desse processo dependem significativamente da orientação dessas fibras no produto final [49, 51, 58]. Durante a moldagem por injeção as elevadas taxas de cisalhamento inerentes a esse processo de fabricação tendem a mudar constantemente o estado de orientação dessas fibras, muitas vezes acarretando em algum tipo de orientação preferencial ou gerando um perfil de orientação muito complexo. Esse tipo de microestrutura proporciona também características anisotrópicas ao compósito moldado [49, 101].

A orientação das fibras pode variar de forma significativa ao longo da espessura do produto moldado, criando um complexo perfil de orientação difícil de ser previsto. Devido ao fluxo cisalhante próximo às paredes do molde as fibras tendem a se alinhar paralelas ao sentido do fluxo nesse local formando uma região denominada casca. Por outro lado, as fibras localizadas na linha média da espessura orientam-se preferencialmente perpendicularmente ao fluxo devido à baixa taxa de cisalhamento nessa região, criando uma região chamada de miolo. Um segundo fator atua na orientação das fibras: é o característico fluxo em forma de fonte que ocorre durante o preenchimento do molde. Quando a frente de fluxo avança entre as paredes da cavidade do molde, o fluxo do polímero fundido jorra como uma fonte e, no momento que o mesmo entra em contato com as paredes do molde que estão a uma temperatura mais baixa, solidifica rapidamente sem que as fibras tenham tempo de se alinharem nessa posição. Desta forma é criada uma pequena região imediatamente junto à parede do molde que apresentam uma menor orientação que a casca (resultando em uma orientação próxima da aleatória). Essa região é denominada pele. A Figura 8 ilustra esse perfil de orientação com cinco camadas [42, 102-104].



**Figura 8** – Estrutura de orientação de fibras em cinco camadas e fluxo em forma de fonte. Adaptado de [58, 99].

Os modelos para previsão da orientação usualmente representam uma única fibra como uma haste rígida e cilíndrica. A posição dessa fibra no espaço pode ser determinada através de dois ângulos ( $\theta \in \varphi$ ), conforme descrito na Figura 9. Uma maneira equivalente de determinar a orientação dessa fibra é associá-la a um vetor unitário **p** alinhado com o eixo da mesma. As componentes desse vetor **p** estão relacionadas com os ângulos  $\theta \in \varphi$  através das Equações 10, 11 e 12 [98, 105]. A notação dos eixos adotada na Figura 9 é a proposta adotada por Neves e colaboradores [106]. Nesta notação o eixo 1 corresponde ao sentido do fluxo de injeção; o eixo 2 ao sentido da largura e o eixo 3 está alinhado no sentido da espessura do produto. Esta é a mesma notação adotada pelo *software* Moldflow [107-109].



**Figura 9** – Sistema de coordenadas para definição da orientação da fibra. Adaptado de [98, 110].

Nas Equações 10, 11 e 12  $p_1, p_2$  e  $p_3$  representam as componentes do vetor **p** nas direções 1, 2 e 3. Os ângulos  $\theta$  (zênite) e  $\varphi$  (azimute) definem a orientação da fibra em coordenadas esféricas [98].

O estado de orientação de um grupo de fibras pode ser representado através de uma função de probabilidade  $\psi(\theta, \varphi) = \psi(\mathbf{p})$ . Porém essa notação não é indicada para cálculos

numéricos, pois é pouco prática e acarreta longos tempos de processamento [50, 98]. Desta forma Advani e Tucker [50] desenvolveram uma metodologia que utiliza tensores de segunda e quarta ordem baseados na função de densidade de probabilidade. As equações 13 e 14 definem esses tensores.

$$\mathbf{A} = a_{ij} = \oint p_1 p_j \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = \langle \mathbf{p} \mathbf{p} \rangle$$
(13)

$$\mathbb{A} = a_{ijkl} = \oint p_i p_j p_k p_l \psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = \langle \mathbf{pppp} \rangle$$
(14)

Nas equações acima o símbolo  $\langle \rangle$  representa a média ao longo do domínio analisado e **pp** é o produto diático de dois vetores unitários **p** (ver apêndice A, Equação A8). Desta forma o tensor orientação das fibras **A** pode ser considerado uma variável de estado microestrutural, a qual é função do tempo e da posição, e pode ser utilizado para caracterizar o estado de orientação das fibras em determinado ponto do compósito [105, 111]. O tensor de segunda ordem **A** possui algumas propriedades que podem ser facilmente demonstradas: é um tensor simétrico e possui traço unitário (tr **A** = 1, ver apêndice A); ou seja, a soma dos componentes da diagonal principal é igual a unidade [105, 108, 112]. A Figura 10 apresenta três estados de orientação encontrados em compósitos TRFL e seus respectivos tensores de segunda ordem **A**.



Figura 10 – Exemplos de tensores de orientação das fibras para os seguintes estados de orientação: (a) Orientação aleatória 3D. (b) Orientação aleatória planar. (c) Alinhamento na direção do fluxo. Adaptado de [112, 113].

#### 3.7.1 O Modelo Folgar Tucker para a previsão da orientação das fibras

O primeiro modelo para prever a orientação de fibras em um fluido viscoso foi proposto por Jeffery [114]. No entanto, esse modelo não levava em consideração a interação entre as fibras enquanto as mesmas escoam com o fluido no caso de soluções concentradas. Para sanar esse problema, Folgar e Tucker [115] acrescentaram ao modelo de Jeffery um termo chamado de difusividade rotativa, o qual leva em conta a interação entre as fibras e é proporcional ao gradiente de velocidade. Esse termo possui um coeficiente adimensional

empírico  $C_i$  denominado coeficiente de interação, o qual deve ser ajustado experimentalmente. Os valores típicos de  $C_i$  situam-se na faixa entre a 0,0001 a 0,03 [101, 111, 116, 117]. Esse modelo é denominado modelo de orientação de Folgar Tucker (FT) e é representado pela Equação 15 [50, 101, 115, 116].

$$\frac{D\mathbf{A}^{FT}}{Dt} = (\mathbf{W} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{W}) + \xi (\mathbf{D} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{D} - 2\mathbb{A}: \mathbf{D}) + 2C_i \dot{\gamma} (\mathbf{I} - 3\mathbf{A})$$
(15)

Na Equação 15, **A** é o tensor de orientação das fibras (segunda ordem), **W** é o tensor vorticidade dado pela relação  $\mathbf{W} = 1/2 (\mathbf{L} - \mathbf{L}^{t})$ , **D** é o tensor taxa de deformação dado por  $\mathbf{D} = 1/2 (\mathbf{L} + \mathbf{L}^{t})$ , **A** é o tensor de quarta ordem (definido na Equação 14),  $C_i$  é o coeficiente de interação,  $\dot{\gamma}$  é a magnitude escalar do tensor taxa de deformação (ver Seção 3.6) e **I** é o tensor unitário. O tensor **L** é o tensor gradiente de velocidade dado por  $\mathbf{L} = \partial v_i / \partial x_j$  (ver apêndice A). Finalmente o termo  $\xi$  é um parâmetro adimensional que é função do diâmetro e do comprimento da fibra de vidro, definido da seguinte forma:  $\xi = [a_r^2 - 1]/[a_r^2 + 1]$ . Para fibras utiliza-se a aproximação  $\xi = 1$ , devido a sua elevada razão de aspecto ( $a_r = L/d$ ) [50, 116]. Lembrando que a razão  $D\mathbf{A}/Dt$  é a derivada material do tensor de orientação **A** (ver apêndice A). Também é possível observar que, se o coeficiente de interação  $C_i$  for zero, a Equação 15 recai para o modelo definido por Jeffery; ou seja, não há interações entre as fibras.

É importante observar que a Equação 15 utiliza um tensor de quarta ordem  $\mathbb{A}$  com 81 componentes. Desta forma é necessário relacionar as componentes desse tensor com o tensor de segunda ordem  $\mathbb{A}$  (com apenas 9 componentes), a fim de produzir um sistema de equações fechado. Essa relação é chamada de aproximação de encerramento ou fechamento (*closure approximation*). Existem diversos tipos de aproximação de encerramento disponíveis. As mais utilizadas são a híbrida e a ortotrópica, pois possuem uma boa aproximação com os resultados experimentais e facilitam os cálculos matemáticos [105, 111, 118].

#### 3.7.1.1 Modelos empíricos para determinação do coeficiente de interação C<sub>i</sub>.

É esperado que o coeficiente de interação seja função tanto da razão de aspecto  $(a_r)$ das fibras quanto da sua fração em volume  $(V_f)$  quando em solução com o polímero fundido. Com base nessas premissas, alguns autores propuseram equações empíricas para a determinação do parâmetro  $C_i$ . Os primeiros estudos nesse sentido foram propostos por Bay e colaboradores [119], porém os resultados oriundos do seu modelo apresentam resultados não compatíveis com a realidade, pois o coeficiente de interação tende a zero quando  $a_r \to \infty$  ou  $V_f \to \infty$  [117]. Outro modelo, proposto por Phan-Thien e colaboradores [117], apresenta resultados mais compatíveis com os resultados experimentais observados. A Equação 16 resume esse modelo.

$$C_i = 0.03 \left[ 1 - e^{-(0.224a_r V_f)} \right]$$
(16)

Na Equação 16  $C_i$  é o coeficiente de interação,  $a_r$  e a razão de aspecto (lembrando que  $a_r = L/d$ ) e  $V_f$  é a fração em volume das fibras presentes no compósito. Todas essas grandezas são adimensionais. É possível perceber que esse modelo estabelece um limite superior para o coeficiente de interação, pois  $C_i \rightarrow 0,03$  quando  $a_r V_f \rightarrow \infty$  [117].

## 3.7.2 O Modelo RSC para a previsão da orientação das fibras

Quando comparado com os resultados experimentais avaliados em compósitos TRFC, o modelo de FT (Equação 15) normalmente apresenta uma taxa de variação do tensor de orientação **A** maior do que a efetivamente encontrada na prática. Para resolver esse problema Wang e colaboradores [120] desenvolveram o modelo RSC (*Reduced - Strain Closure –* encerramento de rotação reduzida) com o objetivo de obter um melhor ajuste do modelo aos resultados experimentais. O modelo introduz outro fator adimensional empírico  $\kappa$  no modelo FT, denominado fator encerramento de deformação reduzida, o qual possui a função de reduzir a taxa de variação do tensor **A**. O fator  $\kappa$  possui valores típicos na faixa de 0,01 a 0,2 e deve ser sempre menor que a unidade [50, 120]. O modelo também acrescenta dois tensores de quarta ordem L e M, os quais são determinados em função dos autovalores e dos autovetores do tensor **A**. A Equação 17 apresenta o modelo RSC [49, 50, 109, 120].

$$\frac{D\mathbf{A}^{RSC}}{Dt} = (\mathbf{W} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{W}) + \xi \{ (\mathbf{D} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{D}) - 2[\mathbb{A} + (1 - \kappa)(\mathbb{L} - \mathbb{M}:\mathbb{A})]: \mathbf{D} \} + 2\kappa C_i \dot{\gamma} (\mathbf{I} - 3\mathbf{A})$$
(17)

Na Equação 17 as variáveis são as mesmas definidas para a Equação 15, com o acréscimo do fator  $\kappa$  e dos tensores de quarta ordem definidos da seguinte forma:  $\mathbb{L} = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i (\mathbf{e}_i \, \mathbf{e}_i \, \mathbf{e}_i)$  e  $\mathbb{M} = \sum_{i=1}^{3} \mathbf{e}_i \, \mathbf{e}_i \, \mathbf{e}_i$ . Onde  $\lambda_i$  e  $\mathbf{e}_i$  (i = 1,2,3) são respectivamente os três autovalores e autovetores do tensor **A**. Lembrando que o tensor **A** pode ser escrito da seguinte forma  $\mathbf{A} = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \mathbf{e}_i \, \mathbf{e}_i$ , visto que o mesmo é simétrico [120].

## 3.7.3 O Modelo ARD-RSC para previsão da orientação das fibras

Quando aplicado à compósitos TRFL, o modelo RSC não produz resultados satisfatórios para todos os componentes do tensor A. Isso ocorre por que os compósitos TRFL adquirem menor orientação no sentido do fluxo que os compósitos TRFC [50]. Seguindo essa

observação prática Phelps e Tucker propuseram um modelo anisotrópico de difusão rotativa a ser incluído no modelo RSC existente. Esse modelo leva a denominação de ARD-RSC (*Anisotropic Rotary Diffusion, Reduced - Strain Closure*) e é definido pela Equação 18 [37, 50].

$$\frac{D\mathbf{A}^{ARD-RSC}}{Dt} = (\mathbf{W} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{W}) + \xi\{(\mathbf{D} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{D}) - 2[\mathbb{A} + (1 - \kappa)(\mathbb{L} - \mathbb{M}; \mathbf{A})]; \mathbf{D}\} + \dot{\gamma}\{2[\mathbf{C} - (1 - \kappa)\mathbb{M}; \mathbf{C}] - 2\kappa(\operatorname{tr} \mathbf{C})\mathbf{A} - 5(\mathbf{C} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) + [10\mathbb{A} + (1 - \kappa)(\mathbb{L} - \mathbb{M}; \mathbf{A})]; \mathbf{C}\}$$
(18)

Os termos presentes na Equação 18 já foram definidos, com exceção do tensor de segunda ordem C que é dado pela Equação 19. Lembrando que a operação tr C significa traço do tensor de segunda ordem C (ver apêndice A).

$$\mathbf{C} = b_1 \mathbf{I} + b_2 \mathbf{A} + b_3 \mathbf{A}^2 + \frac{b_4}{\dot{\gamma}} \mathbf{D} + \frac{b_5}{\dot{\gamma}^2} \mathbf{D}^2$$
(19)

As constantes escalares  $b_{1-5}$ , juntamente com o fator  $\kappa$ , são os parâmetros empíricos que devem ser ajustados aos dados experimentais para a utilização do modelo ARD-RSC. Selecionando  $b_1 = C_i$  e  $b_{2-5} = 0$ , a Equação 18 torna-se o modelo RSC (Equação 17) [50, 101].

## 3.8 Modelo para o cálculo da quebra das fibras durante a moldagem por injeção de compósitos TRFL

Conforme discutido na Seção 3.7, as propriedades dos compósitos TRFL são fortemente dependentes da orientação das fibras. Porém existe outro atributo relacionado com a microestrutura que também afeta de forma significativa as propriedades mecânicas desses compósitos: a distribuição de comprimento de fibra (DCF) [43, 121, 122].

Antes do processamento por injeção, os *pellets* do compósito TRFL possuem fibras com comprimento acima de 10 mm. Porém, após a moldagem por injeção, poucas fibras mantêm esse comprimento. As elevadas taxas de cisalhamento inerentes a esse processo de fabricação, as interações fibra/fibra e fibra/molde podem reduzir o comprimento médio destas para valores abaixo de 1 mm [22, 121]. Desta forma, a possibilidade de prever a DCF presente no compósito durante a moldagem por injeção, utilizando modelos de simulação computacional, proporciona uma valiosa ferramenta para os engenheiros que projetam componentes que utilizem tais matérias primas.

Phelps e colaboradores [37, 121] desenvolveram uma modelo matemático para o cálculo da taxa de quebra de fibras durante a moldagem por injeção. Esse modelo é baseado na expressão da força hidrodinâmica atuante ao longo do eixo da fibra calculada através da teoria de Dinh e Armostrong [48, 121]. Esse esforço hidrodinâmico é o resultado do fluxo do

polímero em torno da fibra. A metodologia proposta por Phelps assume que o mecanismo de quebra da fibra é o resultado de um esforço de compressão axial acima do limite de resistência da mesma. Esse limite é dado pela teoria clássica de flambagem de Euler [48, 121]. Em resumo: se a razão entre a força de compressão hidrodinâmica ( $F_{hidr}$  (**p**)) e a resistência à flambagem ( $F_{crit}$ ) para uma determinada fibra de comprimento *L* for maior ou igual que a unidade, é esperada que ocorra a fratura desta fibra. A Equação 20 ilustra esse modelo [37, 48, 123]. Nessa equação  $D_g$  é o coeficiente de arrasto da fibra (adimensional),  $\eta$  é a viscosidade do polímero em Pa.s, *L* é o comprimento da fibra em mm, *d* é o diâmetro da fibra em mm,  $E_f$  é o módulo de elasticidade da fibra em Pa (Ver tabela 1), **D** é o tensor taxa de deformação (Seção 3.6) e **A** é o tensor orientação das fibras, calculado através de uma das Equações 15, 17 ou 18 (Seção 3.7), lembrando que **A** = (**pp**) [37].

$$\frac{F_{hidr}\left(\mathbf{p}\right)}{F_{cr\,it}} = \frac{8D_g\eta L^4}{\pi^3 E_f d^4} \left(-\mathbf{D};\mathbf{A}\right) \ge 1 \tag{20}$$



**Figura 11** – Evolução da quebra de uma fibra em um fluxo com cisalhamento simples. Adaptado de [122].

É importante observar que  $F_{hidr}$  (**p**) é uma função da orientação da fibra em relação ao fluxo, ou seja, é função do vetor **p**. Desta forma é possível perceber que a situação de maior probabilidade de quebra da fibra ocorre quando **D**: **A** < 1, o que significa que a fibra está sob um esforço de compressão [37]. No caso de um escoamento cisalhante simples ( $v_x = \dot{\gamma}z$ ,  $v_y = 0$  e  $v_z = 0$ ), por exemplo, o esforço de compressão máximo ocorre para uma posição do vetor **p** que possua  $\theta = 135^\circ$  e  $\varphi = 0^\circ$  (ou  $\theta = 45^\circ$  e  $\varphi = 180^\circ$ ), conforme mostra a Figura 11.

Uma decorrência da Equação 20, é que é possível determinar um comprimento de fibra mínimo ( $L_{nf}$ ) que não pode ser fraturado pelo esforço hidrodinâmico. Esse comprimento mínimo é função das condições de fluxo, tais como a viscosidade do polímero fundido e a taxa de cisalhamento, além da própria geometria da fibra e da sua rigidez. Esse comprimento pode ser determinado através da Equação 21, a qual utiliza as mesmas grandezas já definidas

na Equação 20 [121]. Para uma fibra de vidro, por exemplo, imersa em um fluxo com uma taxa de cisalhamento de 5.000 1/s e uma viscosidade de 100 Pa.s, valores típicos encontrado em processamento de polímeros, o comprimento que não pode ser fraturado é da ordem de 0,7 mm.

$$L_{nf} = \left(\frac{\pi^3 E_f d^4}{4 D_g \eta \dot{\gamma}}\right)^{1/4} \tag{21}$$

A probabilidade  $P_i$  de uma única fibra de comprimento  $L_i$  se quebrar sob o esforço hidrodinâmico pode ser definida com uma função da razão  $F_{hidr}(\mathbf{p})/F_{crít}$  (Equação 20). Essa possibilidade também deve ser proporcional à taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}$  e a um fator fenomenológico  $C_b$ , utilizado para ajustar a influência da tensão de cisalhamento à taxa de quebra das fibras. A Equação 22, proposta por Phelps, descreve esse fenômeno [37, 48, 123].

$$P_{i} = \begin{cases} 0 & \text{se } F_{hidr}(\mathbf{p})/F_{crit} < 1\\ C_{b}\dot{\gamma} \left[ 1 - e^{\left(1 - \frac{F_{hidr}(\mathbf{p})}{F_{crit}}\right)} \right] & \text{se } F_{hidr}(\mathbf{p})/F_{crit} \ge 1 \end{cases}$$
(22)

Na Equação 22  $\dot{\gamma}$  é a taxa de cisalhamento calculada como sendo a magnitude escalar do tensor taxa de deformação **D** (ver Seção 3.6 e apêndice A).

O último fator da teoria proposta por Phelps é a posição em que ocorre uma fratura na fibra. Embora a maior probabilidade seja que a fratura ocorra no centro de uma fibra de comprimento  $L_i$ , numa situação real há uma probabilidade não nula que a quebra ocorra em outra posição. Essa possibilidade é simulada através de uma distribuição normal com média  $L_i/2$  e desvio padrão  $SL_i$ , onde S é um parâmetro adimensional empírico que controla a forma do perfil Gaussiano de quebra das fibras. A Equação 23 resume o que foi exposto [37, 48, 123].

$$R(L_k, L_i) = N\left(L_k, \frac{L_i}{2}, SL_i\right)$$
(23)

Onde  $R(L_k, L_i)$  é a função densidade de probabilidade para a quebra de uma fibra  $L_i$  formando uma fibra de comprimento  $L_k$  e N é função densidade de probabilidade normal (Gaussiana).

É possível perceber que o modelo para o cálculo da quebra das fibras proposto por Phelps e Tucker possuí três parâmetros empíricos que devem ser definidos para ajustar o modelo aos dados experimentais. O primeiro parâmetro é o coeficiente de arrasto  $D_g$ . Esse parâmetro tem relação com o menor comprimento de fibra que pode ser fraturado pelo esforço hidrodinâmico (Equação 21), e é proporcional à força hidrodinâmica que atua na fibra.  $D_g$ pode assumir valores da ordem de 0,25 a 0,55 [121, 124]. O parâmetro  $C_b$  influência a taxa de quebra de fibras, maiores valores de  $C_b$  aumentam a probabilidade de fratura nas fibras. Em geral  $C_b \ll 1$  e a literatura apresenta valores de 5·10<sup>-5</sup> a 0,03 para diversos processos e materiais [121, 124]. Finalmente o parâmetro *S* influencia a posição onde a fibra pode ser fraturada e acaba influenciando o formato final da DCF. Pode assumir valores de 0 a 1, sendo que a literatura descreve *S* variando de 0,25 a 1 [48, 121, 124].

#### 3.9 Método dos elementos finitos

De forma geral, o método dos elementos finitos (MEF), também conhecido por análise de elementos finitos ou FEA (*finite element analysis*) é uma metodologia numérica para a obtenção de uma solução aproximada de uma ou mais equações diferenciais ordinárias ou parciais. Dessa forma, possui aplicações em diversas áreas do conhecimento, tais como: análise de estruturas (estática e dinâmica), transferência de calor, eletromagnetismo, escoamento de fluidos e acústica. Por esse motivo, o MEF é uma das bases para os modernos aplicativos CAE (*computer aided engineering* – engenharia assistida por computador) utilizados em análises de engenharia preditiva [39, 125, 126].

Essencialmente o MEF consiste em dividir um grande e complexo problema em diversos problemas menores que possuem uma solução simplificada conhecida. Para realizar essa tarefa, o domínio analisado (problema físico) é discretizado (dividido) em um número finito de elementos menores que possuem uma geometria simples e que podem ser resolvidos individualmente. A solução completa do problema original é a soma das soluções individuais obtidas na etapa anterior. As condições de contorno do problema também devem ser levadas em consideração para o cálculo das soluções individuais [125].

## 3.9.1 Método dos elementos finitos aplicado à análise estrutural

Quando um elemento mecânico está submetido a solicitações externas, em seu interior são geradas forças internas que dão origem a tensões e deformações. A análise dessas tensões e deformações é de fundamental importância para o projeto de qualquer elemento estrutural que suportará tais solicitações. Em componentes com geometria simples, tais como barras, vigas, pórticos, prismas e cilindros é possível utilizar uma solução analítica conhecida para executar o cálculo das tensões e deformações. Todavia, componentes reais raramente são tão simples, o que impossibilita a utilização de modelos analíticos. Para essas situações o MEF pode ser utilizado para prover soluções aproximadas de problemas complexos, mas que permitam aos projetistas analisar com segurança se o produto em questão suportará as solicitações impostas a ele [127, 128].

De forma geral, MEF consiste em dividir o componente em um número finito de partes (os elementos) conectados por pontos discretos chamados nós, formando o que se denomina malha de elementos finitos (ou *mesh*). Esse modelo matemático é então traduzido em um sistema de equações que, dado um conjunto de condições de contorno pré definido, permitem calcular o deslocamento em cada nó da malha. Uma vez conhecido os deslocamentos nodais, o MEF determina as deformações específicas de cada elemento, e por sua vez a tensão atuante nos mesmos [126].

O caso mais simples de análise estrutural via MEF é a análise estática linear. Nessa situação assume-se que as cargas são aplicadas lentamente, de forma que as forças de inércia e de amortecimento tornam-se desprezíveis. Também é considerado que as deformações são pequenas de tal forma que ocorrem dentro do limite linear elástico do material; ou seja, as deformações são proporcionais às tensões, significando que o material obedece a lei de Hooke [126, 127].

Dentro da análise estática linear, o sólido analisado é discretizado em diversos elementos com uma geometria definida. Dessa forma, o MEF considera como se cada elemento estivesse conectado aos outros através de diversas molas com rigidez conhecida e dependente das propriedades do material utilizado. Basicamente, nessa metodologia relaciona as forças externas aplicadas no componente com as deformações nodais, utilizando como constante de proporcionalidade a rigidez de todos os elementos do modelo, conforme descrito na Equação 24 [126].

$$\mathbf{f} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{d} \Longrightarrow \mathbf{d} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{f} \tag{24}$$

Na Equação 24, **f** é o vetor coluna que define as forças nodais que atuam no modelo (N), **K** é a matriz rigidez da estrutura (é uma matriz quadrada, unidades em N/m) e **d** é o vetor coluna que contem todos os deslocamentos nodais (m). A Equação 24 é, na realidade, um sistema de equações lineares que pode ser resolvido para o cálculo dos deslocamentos nodais, calculando-se a matriz inversa de **K**. A Equação 24 também pode ser utilizada para o cálculo das reações nos apoios, estando as restrições de movimento definidas. A matriz de rigidez dependerá do tipo de elemento que está sendo considerado e também das propriedades elásticas desse material (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson). A informação de que o material em questão é isotrópico ou se possui algum grau de anisotropia também influi na matriz **K**. Uma vez conhecida as deformações nodais é possível calcular as deformações em cada elemento. Com base nessas deformações é possível calcular as tensões em que esses elementos estão submetidos através da lei de Hooke generalizada, conforme descrito na Equação 25 [38, 126].

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_{\mathbf{e}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \tag{25}$$

Na Equação 25,  $\sigma$  é o vetor coluna que contém as componentes das tensões agindo sobre os elementos (MPa),  $\varepsilon$  são as componentes de deformação dos elementos em um vetor coluna (adimensional) e  $C_e$  é a matriz de elasticidade (ou flexibilidade) do material (MPa). Novamente aqui a matriz de elasticidade depende da natureza elástica do material e da sua condição de isotropia ou ortotropia [38, 126].

Dependendo do tipo de estrutura utilizada para modelar o componente no MEF, é possível utilizar diversos tipos de elementos, tais como elementos do tipo treliças, vigas, cascas e sólidos. Cada um possui certa quantidade de graus de liberdade (GL), dependendo da quantidade de nós presentes em cada elemento. Para elementos planos, tais como chapas e cascas, utiliza-se normalmente o elemento triangular linear com três nós e seis GL (dois por nó). No caso de elementos sólidos em três dimensões utiliza o elemento sólido tetraédrico linear que possui quatro nós e doze GL (três por nó). Quando se deseja uma maior precisão nos cálculos do MEF, é possível incluir nós adicionais nos elementos. Nessa configuração os elementos planos e sólidos denominam-se respectivamente elemento triangular parabólico (12 GL) e elemento sólido tetraédrico parabólico (30 GL). A Figura 12 ilustra esses tipos de elementos, seus nós e respectivos graus de liberdade [126, 128, 129].



Figura 12 – Tipos de elementos utilizados no MEF. (a) Triangular plano. (b) Triangular parabólico.
(c) Tetraédrico linear. (d) Tetraédrico parabólico. Nesta figura N são os nós, *u*,*v* e *w* são os graus de liberdade. Adaptado de [128].

Atualmente existem diversos *softwares* que permitem utilizar o MEF para análises estruturais. Dentre esses se destacam o ANSYS [130] e o SOLIDWORKS *Simulation* [131]. Muitos desses pacotes possuem um módulo de CAD (*computer aided design* – desenho auxiliado por computador) permitindo que o componente seja projetado e analisado em um mesmo ambiente. A Figura 13 resume o MEF geralmente utilizado nesses pacotes comerciais.



Figura 13 – Fluxograma geral do MEF. Adaptado de [126].

## 3.9.2 Alguns critérios de falhas estáticas

Para que resultados apresentados pelo MEF tenham uma utilidade prática é necessário definir algum critério que permita afirmar se o componente em questão suportará o conjunto de tensões calculado pelo método. Ou seja, se o componente falhará ou não quando submetido ao carregamento simulado pelo MEF. Por falha entende-se que o componente quebrará ou se deformará plasticamente, impossibilitando que o mesmo seja utilizado para o fim proposto [38, 127].

Para se definir algum critério de falha, primeiramente é necessário entender como as tensões se desenvolvem no entorno de um ponto específico dentro do componente. Esse estado de tensões, na sua forma geral, é definido através de um tensor de segunda ordem  $\overline{\sigma}$  com nove componentes conforme descrito na Equação 8. O entorno desse ponto é modelado como um cubo de aresta infinitesimal (Figura 14a) em que as tensões normais às paredes do cubo são denominadas por  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$ . Já as tensões de cisalhamento são:  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$  e  $\tau_{zy}$ . Devido à condição de equilíbrio, as tensões de cisalhamento transversais são iguais, desta forma:  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$  e  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  e, por consequência, o tensor  $\overline{\sigma}$  é simétrico. A Figura 14b apresenta um caso especial que ocorre quando há somente duas tensões normais atuando, denominado estado plano de tensões [127, 128].



**Figura 14** – Tensões em torno de um ponto *P*. (a) Estado tensão tridimensional em torno do ponto *P*. (b) Mesmo elemento para um estado plano de tensões. Adaptado de [127].

Os valores de tensão apresentados na Figura 14 dependem do sistema de coordenadas escolhido. Dessa forma é possível estabelecer um determinado plano, relativo ao sistema de coordenadas escolhido, em que as tensões de cisalhamento são nulas. As tensões normais atuando nesses planos ortogonais são denominadas tensões principais. Os planos nos quais essas tensões atuam são chamados planos principais e as direções normais aos planos principais são denominadas eixos principais, os quais são mutuamente ortogonais. Por definição, para um estado tridimensional de tensões, as tensões principais são denominadas através de subíndices 1, 2 e 3 e ordenadas de tal forma que  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Existe outro sistema de eixos mutuamente ortogonais em que as tensões de cisalhamento são máximas, as quais são denominadas tensões pode ser calculada através da Equação 27, onde  $\tau_{max}$  é a tensão de cisalhamento máxima (MPa),  $\sigma_1$  é primeira tensão principal (maior) e  $\sigma_3$  é terceira tensão principal (menor), ambos em MPa. [128].

$$\tau_{max} = \tau_{13} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}$$
(27)

As definições matemáticas dos critérios de falha baseiam-se, na sua grande maioria, em informações experimentais que mostram como é o mecanismo da falha. Cada tipo de material pode falhar de uma forma diferente. Materiais dúcteis e isotrópicos, por exemplo, falham devido a tensões de cisalhamento excessivas. Materiais frágeis, no entanto, falham devido a tensões normais que excedem o limite de resistência dos mesmos. [127, 128]. Materiais anisotrópicos, como os compósitos, exibem mecanismos diferentes de falhas e necessitam de uma teoria específica. Por fim, dependendo do comportamento à tração e à compressão, os materiais podem ser ainda uniformes ou não uniformes. Materiais uniformes possuem o limite de resistência à tração igual à compressão. Já os materiais não uniformes (geralmente os materiais frágeis) possuem resistência a compressão maior que à tração [128].

## 3.9.2.1 Critério de falha da energia de distorção máxima.

O critério da energia de distorção máxima (EDM) é aplicado para materiais dúcteis e isotrópicos, e define que a falha ocorrerá quando a energia de distorção em algum ponto do material exceder a energia de distorção no escoamento sob tração desse mesmo material. Também é denominado critério de von Misses-Hencky. A Equação 28 define matematicamente esse modelo [127, 128].

$$\int \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \le \sigma_{re}$$
(28)

Na Equação 28  $\sigma_1$  a  $\sigma_3$  são as três tensões principais (MPa) e  $\sigma_{re}$  é a resistência ao escoamento do material (MPa). O sinal de menor ou igual afirma que, se o lado esquerdo da Equação 28 (denominado tensão de von Misses) for menor ou igual à tensão de escoamento do material  $\sigma_{re}$ , não ocorrerá falha. [127].

#### 3.9.2.2 Critério de falha da tensão normal máxima

A teoria da tensão normal máxima (TNM), também chamada de critério de Coulomb, afirma que a falha ocorrerá sempre que uma das três tensões principais iguala ou excede a resistência à tração ou à compressão do material. Esse critério é aplicado geralmente em materiais frágeis e em compósitos laminados. A Equação 29 apresenta esse modelo de falha para materiais isotrópicos [127].

$$\sigma_1 \le \sigma_{rt}$$
 ou  $\sigma_3 \ge -\sigma_{rc}$  (29)

Na Equação 29,  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  são as duas tensões principais (MPa),  $\sigma_{rt}$  é o limite de resistência à tração do material (MPa) e  $\sigma_{rc}$  é o limite de resistência à compressão do material (MPa), utilizado como valor positivo. Para compósitos laminados, que são materiais ortotrópicos, a teoria da TNM deve ser modifica para considerar essa característica. Para um estado plano de tensões (comum em compósitos laminados), esse modelo é descrito pela Equação 30. Nesses materiais, são definidas duas direções perpendiculares (eixos locais) l e t, onde l é a direção de alinhamento das fibras na lâmina e t é a direção perpendicular ao alinhamento das fibras (ver Figura B1 do apêndice B) [38, 39, 132].

$$-\sigma_{rc}^{l} \le \sigma_{l} \le \sigma_{rt}^{l} \quad \text{ou} \quad -\sigma_{rc}^{t} \le \sigma_{t} \le \sigma_{rt}^{t} \quad \text{ou} \quad |\tau_{lt}| \le \tau_{rcp}$$
(30)

Onde  $\sigma_{rc}^{l}$  e  $\sigma_{rt}^{l}$  são, respectivamente, a resistência à compressão e à tração na direção l, (MPa). Da mesma forma,  $\sigma_{rc}^{t}$  e  $\sigma_{rt}^{t}$  são a resistência à compressão e à tração na direção t (MPa).  $\sigma_{l}$  é a tensão na direção l e  $\sigma_{t}$  é a tensão na direção t atuando na lâmina.  $\tau_{lt}$  é a tensão de cisalhamento atuando no plano da lâmina e  $\tau_{rcp}$  é a resistência ao cisalhamento nesse plano (ambos em MPa).

#### 3.9.2.3 Critério de falha de Tsai-Hill

O critério de Tsai-Hill (TH, eventualmente denominado de critério de Azzi-Tsai-Hill) também foi desenvolvido para materiais ortotrópicos. Essa

teoria é uma ampliação do critério da EDM, mas que permite contemplar a anisotropia. A Equação 31 apresenta o modelo matemático desse critério para um estado plano de tensões aplicado a um compósito laminado com fibras unidirecionais [38, 133]. O apêndice B apresenta uma descrição detalhada desse critério de falha.

$$\left(\frac{\sigma_l}{X_{TH}}\right)^2 - \frac{\sigma_l \sigma_t}{X_{TH}^2} + \left(\frac{\sigma_t}{Y_{TH}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{lt}}{S_{TH}}\right)^2 \le 1$$
(31)

Na Equação 13,  $X_{TH}$  e  $Y_{TH}$  são definidos da seguinte forma: se  $\sigma_l > 0$  utiliza-se  $X_{TH} = \sigma_{rt}^l$ ; se  $\sigma_l < 0$  utiliza-se  $X_{TH} = \sigma_{rc}^l$ ; se  $\sigma_t > 0$  utiliza-se  $Y_{TH} = \sigma_{rt}^t$  e se  $\sigma_t < 0$  utiliza-se  $Y_{TH} = \sigma_{rc}^t$ , e  $S_{TH} = \tau_{rc}^{lt}$ , a qual é a resistência ao cisalhamento no plano *lt*. Para essa equação  $\sigma_l$ ,  $\sigma_t$ ,  $\sigma_{rt}^l$ ,  $\sigma_{rc}^l$ ,  $\sigma_{rc}^t$ ,  $\tau_{lt}$  e  $\tau_{rcp}$  são os mesmos definidos na Seção 3.9.2.2 (todos em MPa) [38, 132].

#### 3.10 Algumas distribuições de probabilidade de interesse no estudo de compósitos TRFL

De forma geral, para uma variável aleatória contínua  $X_{al}$ , a função densidade de probabilidade (FDP) é uma função f(x) tal que:  $f(x) \ge 0$  e  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ . A probabilidade da variável aleatória  $X_{al}$  estar compreendida entre um intervalo a e b é dada por [134]:

$$P(a \le X_{al} \le b) = \int_{a}^{b} f(x) dx$$
(32)

A função F(x), de uma variável aleatória contínua  $X_{al}$ , é a função de distribuição acumulada calculada através da Equação 33 [134]:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) dx$$
(33)

A média, ou valor esperado, de uma variável aleatória contínua  $X_{al}$  é dado pela Equação 34. Além da média, uma FDP possui duas outras medidas de tendência central: a moda (*MOD*) e a mediana (*MED*). A moda é o valor que ocorre com maior frequência no conjunto de dados, e é igual ao valor x em que ocorre o pico (ponto máximo) da função f(x)para uma FDP contínua. Já a mediana separa a metade maior da metade menor de um conjunto de dados; ou seja, é o ponto x que separa, exatamente pela metade, da área sob a função f(x) de uma FDP contínua [134, 135]:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \tag{34}$$

## 3.10.1 Distribuição normal

A distribuição normal  $N(\mu_n, \sigma_n)$  também é denominada distribuição de Gauss ou gaussiana, em homenagem ao matemático Carl Friedrich Gauss, e descreve diversos fenômenos aleatórios naturais. É uma das FDP mais utilizadas e pode ser calculada através de Equação 35, sendo definida pela média ( $\mu_n$ ) e pelo desvio padrão ( $\sigma_n$ ). É uma distribuição simétrica, logo o seu valor médio é igual à moda e a mediana [135].

$$N(\mu_n, \sigma_n) = f(x)_N = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu_n)^2}{2\sigma_n^2}}$$
(35)

## 3.10.2 Distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull foi apresentada em 1951 por Waloddi Weibull [136] e descreve fenômenos estatísticos em diversas áreas da ciência. A função densidade de probabilidade de Weibull de dois parâmetros  $WE(\delta, \lambda)$  é dada pela Equação 36, onde  $\delta$  é o parâmetro de forma e  $\lambda$  é o parâmetro de escala. Esse tipo de distribuição é normalmente assimétrica à direita (cauda maior a direita) [137-139].

$$WE(\delta,\lambda) = f(x)_{WE} = \frac{\delta}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\delta-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\delta}} \quad \text{para } x, \, \delta, \, \lambda > 0 \tag{36}$$

#### 3.10.3 Distribuição lognormal

A função densidade de probabilidade lognormal de dois parâmetros  $LN(\sigma_{ln}, \mu_{ln})$  é dada pela Equação 37, a qual é baseada na distribuição normal. Na Equação 37,  $\mu_{ln}$  é a média de ln(x) (parâmetro de localização) e  $\sigma_{ln}$  é o desvio padrão de ln(x) (parâmetro de escala). Essa FDP é válida somente para valores positivos de x, sendo que para x = 0 é definido que f(x) = 0. A exemplo da FPD de Weibull, essa é uma distribuição assimétrica a direita [20, 137].

$$LN(\sigma_{ln},\mu_{ln}) = f(x)_{LN} = \frac{1}{x\sigma_{ln}\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{[\ln(x)-\mu_{ln}]^2}{2\sigma_{ln}^2}} \quad \text{para } x, \sigma_{ln},\mu_{ln} > 0$$
(37)

## 3.10.4 Distribuição loglogística

Também chamada de distribuição de Fisk, a função densidade de probabilidade loglogística de dois parâmetros  $LL(\alpha,\beta)$ , onde  $\alpha$  é o parâmetro forma  $\beta$  é o parâmetro de escala, é dada pela Equação 38. Esse tipo de distribuição de probabilidade, assim como a lognormal, é utilizado frequentemente na previsão de tempo de vida de componentes mecânicos. Da mesma forma que a FDP lognormal a função loglogística é valida somente para x > 0, e é definido que f(x) = 0 para x = 0 [137, 140].

$$LL(\alpha,\beta) = f(x)_{LL} = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]^{-2} \quad \text{para } x, \, \alpha, \, \beta > 0 \tag{38}$$

Também é encontrada na literatura outra formatação da função loglogística dada pela Equação 39; onde, através de uma mudança de variáveis, os parâmetros  $\alpha \ e \ \beta$  são substituídos por  $\sigma_{ll}$  (escala) e  $\mu_{ll}$  (localização), respectivamente. A relação entre esses parâmetros é apresentada nas Equações 40 e 41 [141, 142].

$$LL(\alpha,\beta) = f(x)_{LL} = \frac{1}{\sigma_{ll}x} \frac{e^{-\left[\frac{\ln(x) - \mu_{ll}}{\sigma_{ll}}\right]}}{\left\{1 + e^{-\left[\frac{\ln(x) - \mu_{ll}}{\sigma_{ll}}\right]\right\}^{2}} \quad \text{para } x, \sigma_{ll}, \mu_{ll} > 0$$
(39)

$$\beta = e^{\mu_{ll}} \tag{40}$$

$$\alpha = \frac{1}{\sigma_{ll}} \tag{41}$$

Da mesma forma que a FDP lognormal, a loglogística também é assimétrica a direita; logo a sua média ( $\mu$ ) é maior que a mediana (*MED*) que, por sua vez, é maior que a moda (*MOD*). As Equações 42 a 44 permitem determinar esses parâmetros estatísticos da FDP loglogística.

$$MOD = \beta \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \qquad \text{para } \alpha > 1 \tag{42}$$

$$MED = \beta \tag{43}$$

$$\mu = \frac{\pi\beta}{\alpha sen(\pi/\alpha)} \qquad \text{para } \alpha > 1 \qquad (44)$$

A Figura 15 apresenta o formato de cada uma das distribuições de probabilidade discutidas aqui, com seus respectivos parâmetros. Todas foram ajustadas para um conjunto de dados com a mesma média  $\mu = 1,525$ .



Figura 15 – Exemplos de funções densidade de probabilidade normal, Weibull, lognormal e loglogística

## **4 MATERIAIS E MÉTODOS**

#### 4.1 Materiais

Para a realização deste trabalho, foi selecionado um compósito com matriz de poliamida 6.6 (PA 6.6), reforçado com 50% em massa de fibras de vidro longas fabricado pela empresa Celanese sob a referência PA 6.6-GF50-02 BLK. A definição de utilizar um compósito com esse tipo de matriz e esse teor de fibra de vidro foi baseada na disponibilidade comercial e na necessidade de maximizar as propriedades mecânicas do compósito [13, 19, 81]. A Tabela 4 apresenta a descrição técnica desse material, conforme fornecido pelo fabricante. As propriedades mecânicas (também disponibilizadas pelo fabricante) foram apresentadas na Tabela 3.

A especificação da poliamida pura (sem fibra) utilizada foi o TECHNYL A205 F fornecido pela empresa Rhodia, escolhida pela similaridade com as propriedades da matriz do compósito TRFL utilizado.

<b>Tabela 4</b> – Descrição do compósito utilizado [73].									
Descrição comercial do compósito TRFL	Matriz	Cor fornecida	Tipo da fibra de vidro	Conteúdo de fibra de vidro em massa (%m)	Comprimento inicial das fibras de vidro (mm)				
PA 66-GF50-02 BLK	PA 6.6	Preto	Tipo E	50%	11				

O conteúdo de fibra de vidro em massa real (%m) do compósito foi avaliado através da separação entre as fibras e a matriz utilizando um processo de calcinação. Essa operação foi realizada a uma temperatura de 650 °C durante 4 h com o auxílio de uma mufla (modelo EV 018). O cálculo do conteúdo em volume da fibra de vidro (%v) foi obtido através da Equação 45, tendo como base as densidades especificadas nas Tabelas 1 e 2 e o conteúdo de fibra em massa determinado experimentalmente. Na Equação 45,  $V_f$  é conteúdo de fibra em volume presente no compósito (%),  $W_f$  é o conteúdo de fibra em massa (%),  $\rho_f$  é a densidade da fibra (g/cm<sup>3</sup>) e  $\rho_m$  é a densidade da matriz (g/cm<sup>3</sup>) [19, 81].

$$V_{\rm f} = \left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_m} \frac{1 - W_f}{W_f}\right)^{-1} \tag{45}$$

O comprimento inicial médio numérico das fibras de vidro  $(L_{max})$  foi verificado experimentalmente através da medição do comprimento dos *pellets* do compósito com o auxílio de um paquímetro digital com resolução de 0,01 mm, utilizado um total de 150 *pellets* para a determinação dessa informação.

#### 4.2 Moldes para fabricação dos corpos de prova

Foram utilizados dois moldes durante o desenvolvimento desse trabalho. Um molde para injeção dos corpos de prova para tração e flexão, e outro molde para fabricação de um componente automotivo estrutural, denominado suporte do balaústre.

Para avaliação das propriedades mecânicas e visuais dos compósitos TRFL, foi utilizado um molde especialmente projetado para moldagem desse tipo de compósito [22, 40]. O molde permite a fabricação de corpos de prova para ensaios de tração conforme a norma ASTM D 638-10 (tipo 1). Além disso, no mesmo molde é possível produzir uma placa quadrada com dimensões de 128 x128 mm. Essa placa pode ser utilizada tanto para a usinagem de corpos de prova para o ensaio de flexão segundo a norma ASTM D 790-10, ou para verificação da qualidade superficial do compósito TRFL. A Figura 16 resume o conceito do molde utilizado.



Figura 16 – Molde para injeção dos corpos de prova. (a) Molde em perspectiva. (b) Detalhe das cavidades, canais, entradas e posição da usinagem dos corpos de prova de flexão. (c) Entrada de material para o corpo de prova de tração. (d) entrada de material a placa. Adaptado de [40].

O projeto do sistema de alimentação do molde foi especialmente desenvolvido para a utilização de compósitos TRFL, minimizando a quebra de fibras durante o transporte do material fundido desde a máquina injetora até as cavidades do mesmo [45]. As entradas de material foram usinadas em forma de leque (corpo de prova de tração) e uma combinação de

leque e lâmina (para o caso da placa retangular), com o intuito de proporcionar um fluxo uniforme do compósito para dentro das cavidades [17, 143].

O suporte do balaústre é um elemento estrutural, utilizado em veículos de transporte coletivo, para suportar os corrimões tubulares utilizados como apoio para os passageiros. Originalmente esse componente é fabricado em metal ou em um polímero contendo uma alma metálica interna para reforço. Para uso no presente trabalho, o molde existente atualmente para injeção de suportes do balaústre poliméricos com alma metálica foi alterado para permitir a moldagem do compósito TRFL sem a referida alma. Para tal, o canal de alimentação e a entrada de material foram aumentados para permitir o processamento desse tipo de material [45]. A Figura 17 apresenta a cavidade desse molde e o dimensional do produto.

Segundo a norma NBR 15570-2011, esse tipo de componente precisa resistir a um esforço mínimo de 1.000 N em tração, aplicado no centro do diâmetro de 32,5 mm.



Figura 17 – Molde suporte do balaústre. (a) Dimensões do componente. (b) Cavidade e canal de distribuição e entrada. (c) entrada de material em corte, (d) molde e produto em perspectiva.

#### 4.3 Preparação dos corpos de prova

Para moldagem dos corpos de prova de tração e flexão e do suporte do balaústre foi utilizada uma injetora HAIHANG-HHF128X com força de fechamento de 1255 kN. Esse equipamento possui uma rosca do tipo universal com diâmetro de 42 mm, relação L/D (comprimento/diâmetro) igual a 20 e capacidade de injeção de 263 cm<sup>3</sup> [23, 40, 42]. A rosca possui um elemento misturador na sua parte frontal conforme apresentado na Figura 18. Todos os corpos de prova foram produzidos na empresa NTC moldes e plásticos, onde está localizada a injetora.



Figura 18 – Dimensões da rosca utilizada. (a) Geometria. (b) Detalhe da válvula de não retorno.

Antes da moldagem dos corpos de prova, os *pellets* do compósito foram secos a  $80 \pm 5^{\circ}$ C por 12 h para remoção completa da umidade presente no material. Foi utilizada uma estufa de gavetas com circulação interna de ar para essa operação [40]. Os parâmetros de processo utilizados para a moldagem dos corpos de prova serão discutidos na Seção 4.4.

Os corpos de prova para ensaio de flexão (segundo a norma ASTM D 790-10) são obtidos através da usinagem da placa, conforme apresentado na Figura 16b. Para usinagem dos corpos de prova foi utilizado um centro de usinagem marca ROMI, modelo D600, utilizando uma fresa topo com diâmetro de 5 mm com os seguintes parâmetros de usinagem: 4.000 rpm de rotação e avanço de 8,3 mm/s. As superfícies usinadas foram polidas com auxílio de lixa grana 400 e 600 para diminuir a rugosidade proveniente deste processo. Os corpos de prova de tração foram moldados diretamente através do molde [40].

## 4.4 Avaliação da influência dos parâmetros de processo na qualidade visual e na resistência mecânica dos compósitos TRFL

Para verificar a influência dos parâmetros de processo na qualidade superficial e na resistência mecânica dos compósitos TRFL de PA 6.6 foi executado um projeto de experimentos do tipo fatorial 2<sup>3</sup> com três fatores a dois níveis cada [144]. Para essa avaliação, o molde apresentado na Figura 16 foi utilizado para produzir placas quadradas que permitiram a avaliação visual do compósito TRFL e a produção de corpos de prova utilizados em ensaios de flexão.

Os três fatores controlados selecionados (parâmetros de processo) foram a temperatura do canhão, a rotação da rosca e a vazão durante a fase de injeção (esse último fator está correlacionado à velocidade de injeção). Os demais fatores foram mantidos constantes. As variáveis de resposta verificadas como saídas do projeto de experimentos foram a resistência à flexão conforme norma ASTM D 790-10 e a qualidade superficial da placa moldada. Como avaliação quantitativa da qualidade superficial, três parâmetros foram mensurados: rugosidade superficial, brilho e qualidade visual. A Tabela 5 apresenta um resumo do projeto de

experimentos utilizado. Quatro repetições para cada tratamento foram executadas a fim de se obter uma informação razoável sobre o erro experimental, resultando em 32 amostras no total [144, 145]. Todos os cálculos estatísticos foram realizados com auxílio do *software* Minitab<sup>®</sup> versão 17 [146].

É importante ressaltar que a vazão utilizada no nível superior do projeto de experimentos ( $65 \text{ cm}^3/\text{s}$ ) é o limite que pode ser alcançado pela máquina injetora utilizada. Por outro lado, esse número está abaixo do valor utilizado em outros trabalhos da literatura para compósitos TRFL (83 a 142 cm<sup>3</sup>/s) [17, 42], e também é inferior ao limite sugerido pelo fabricante do compósito (105 cm<sup>3</sup>/s) [45].

O critério de escolha dos fatores controláveis listado na Tabela 5 foi baseado em informações da literatura, as quais relacionam esses parâmetros com a resistência mecânica de compósitos TRFL, assim como a qualidade superficial dos mesmos. [17, 40, 45, 147]. Da mesma forma, o nível dos parâmetros mantidos constantes foi baseado em dados da literatura e informações disponibilizadas pelo fornecedor do compósito TRFL [42, 45].

Em cada tratamento listado na Tabela 5 há um conjunto de letras minúsculas que representa o nível de cada fator utilizado nesse tratamento. Por exemplo: para o tratamento e (T4) está representada a sigla *ab* indica que os fatores A e B estão nos níveis altos e o C no nível baixo. A sigla (1) do tratamento 1, significa que todos os níveis são baixos.

Fatores controláveis		Nível baixo	Nível Alto	Parâmetros mantidos constantes					
Perfil de aquecimento do canhão (°C)		275~285	295~310	Pressão de injeção (MPa) <sup>a</sup> 120					
Rotação da rosca (rpm)		40	120	Temperatura da água de aquecimento do molde (°C) 90					
				Pressão de recalque (MPa) <sup>a</sup> 65					
Vazão na injeção (cm <sup>3</sup> /s)		32	65	Tempo de recalque (s) 4					
				Contra pressão (MPa) 0,3					
Ordem aleatorizada dos tratamentos para moldagem dos corpos de prova									
Tratamento Perfil de aqueciment		to	Rotação d	a Vazão na	Vazão na				
do canhão (A)			rosca (B)	injeção (C)					
<b>T1</b>	(1)	Baixo (-)		Baixo(-	Baixo				
<b>T7</b>	bc	Baixo (-)		Alto (+	Alto				
Т3	b Baixo (-)			Alto (+	-) Baixo	Baixo			
<b>T4</b>	ab	Alto (+)		Alto (+	Baixo				
<b>T6</b>	ac	Alto (+)		Baixo(-	Alto				
Т5	c Baixo (-)			Baixo(-	-) Alto	Alto			
<b>T2</b>	<b>T2</b> a Alto (+)			Baixo(-	-) Baixo	Baixo			
<b>T8</b>	abc	Alto (+)		Alto (+	-) Alto				

Tabela 5 – Parâmetros utilizados no projeto de experimentos para moldagem do compósito [40].

<sup>a</sup> Pressão sobre a massa de polímero fundida dentro do canhão.

#### 4.4.1 Avaliação da qualidade superficial dos compósitos TRFL

A avaliação da qualidade visual das placas moldadas foi executada através da verificação de três parâmetros: a rugosidade superficial, o brilho e a qualidade visual. A rugosidade superficial do compósito está relacionada com a sua qualidade visual; baixos índices de rugosidade significam baixos níveis de afloramento de fibra, ou de imperfeições superficiais [44, 148]. O parâmetro medido nesse caso foi a rugosidade média Ra, conforme definida na norma NBR ISO 4287-02 [147, 148]. Esse parâmetro foi medido na empresa Mitec em Caxias do Sul através de um rugosímetro modelo Surftest 211, marca Mitutoyo.

A medição dessa propriedade é realizada quando a agulha do rugosímetro percorre a amostra em um comprimento de medição denominado  $l_m$ . Dentro desse comprimento é definido um comprimento de amostragem  $l_e$  (*cutoff*), sobre o qual é calculado o parâmetro rugosidade Ra. Esse parâmetro é definido como a média aritmética dos afastamentos do perfil de rugosidade (em módulo) em relação à linha média do mesmo, conforme descreve a Equação 46. Nessa equação Ra é a rugosidade média em µm,  $l_e$  é o comprimento de amostragem em mm e y é a altura dos picos em relação à linha média do perfil de rugosidade. No presente trabalho, foram utilizados os parâmetros  $l_m = 4$  mm, e  $l_e = 0.8$  mm. Isso significa que, para cada medição cinco valores de rugosidade são obtidos. O valor final de Ra é a média desses cinco valores [149].

$$\operatorname{Ra} = \frac{1}{l_e} \int_0^{l_e} |y| dx \tag{46}$$

A rugosidade foi medida na parte central do corpo de prova de flexão na direção do comprimento do mesmo, a qual coincide com a direção do fluxo do polímero.

A medição do brilho foi executada com o auxílio do equipamento glossmeter Multigloss 268 plus fabricado pela Konica Minolta, e efetuada no laboratório de polímeros da UCS. O brilho, ou refletância especular, está relacionado com a habilidade de uma superfície refletir a luz que nela incide. Para efetuar a medição do brilho, o equipamento emite um feixe de luz com um ângulo de incidência específico  $\varphi_i$  e após, mede a quantidade de luz refletida pela superfície da amostra. O resultado é especificado na unidade de medida gloss unit (gu), sendo que a referência é um espelho perfeito, ao qual é atribuído o valor de 100 gu [150]. Nesse estudo o ângulo de incidência  $\varphi_i$  utilizado foi de 60° [44, 150]. Especificamente para os compósitos TRFL, é esperado que uma superfície de melhor qualidade, sem afloramento de fibras, possua maiores valores de brilho (gu).

A avaliação da qualidade visual dos compósitos TRFL foi executada atribuindo-se notas de zero a dez para cada placa moldada. Nessa escala, a nota dez refere-se a uma

superfície completamente limpa e sem presença de rugosidades, defeitos ou afloramento de fibras; e zero corresponde a uma superfície completamente comprometida visualmente. Essa avaliação foi executada de forma independente por três funcionários do setor de qualidade da empresa NTC moldes e plásticos, os quais trabalham rotineiramente na avaliação de peças plásticas automotivas. O objetivo da utilização dessa variável de resposta subjetiva é correlacionar a qualidade visual de uma superfície, determinada pelo seu brilho e rugosidade, com a percepção humana do usuário final do produto moldado [40].

### 4.5 Avaliação das propriedades mecânicas

Os ensaios de resistência à tração e flexão foram realizados conforme as normas ASTM D 638-10 (velocidade de 5 mm/min.), ASTM D 790-10 (velocidade de 1,5 mm/min.) respectivamente. Todos os corpos de prova foram ensaiados a seco, conforme moldados, em uma temperatura ambiente de  $23 \pm 2 \,^{\circ}$ C e  $50 \pm 5\%$  de umidade relativa. Antes dos ensaios, os corpos de prova foram condicionados nessa temperatura e umidade por 48 h [13, 19]. Para esses ensaios foi utilizado o instrumento EMIC DL 3000 instalado no Laboratório de Polímeros da UCS, possuindo uma célula de carga de 3.000 kgf para os ensaios de tração e de 200 kgf para os ensaios de flexão.

Sendo o suporte do balaústre um elemento estrutural com uma geometria muito particular, não existe uma norma que descreva a metodologia dos ensaios mecânicos a serem realizados nesse componente. Desta forma foi desenvolvido um método que seja o mais semelhante possível às condições de uso do mesmo. O suporte usualmente sofre solicitações de tração, flexão (momento fletor) ou uma combinação de ambas, sendo a flexão a mais crítica. Dessa forma foi elaborado um dispositivo para fixação do suporte do balaústre, de forma que o mesmo possa ser solicitação à flexão, conforme mostra a Figura 19.

O dispositivo de fixação para o ensaio mecânico do suporte do balaústre foi fabricado em chapas de aço ASTM A36 usinadas e soldadas, conforme apresentado na Figura 19a. O ensaio foi realizado no Laboratório de Polímeros da UCS, utilizando uma máquina de ensaios universais EMIC DL 3000 de 30 kN. O dispositivo é fixo na base da máquina através de dois parafusos M12. O suporte, por sua vez, é fixo no dispositivo através de dois parafusos M8, tendo um torque de aperto de  $10 \pm 1$  Nm. Os parafusos são apoiados em arruelas lisas com um diâmetro de 16 mm, segundo a mesma especificação utilizada na aplicação real. A garra da máquina de ensaios é fixa no local indicado na Figura 19a, de tal forma que produz um esforço de flexão na base do suporte. O esforço da garra é transmitido ao suporte através de um cilindro maciço com o mesmo diâmetro do tubo utilizado na aplicação real (ver Figura 19c).



Figura 19 – Dispositivo para fixação mecânica do suporte do balaústre. (a) dimensões. (b) vista em perspectiva. (c) detalhe do cilindro de tração

Os suportes moldados por injeção com o compósito TRFL de PA 6.6 foram ensaiados secos conforme moldados, após serem condicionados a uma temperatura de ambiente de  $23 \pm 2 \,^{\circ}$ C e  $50 \pm 5\%$  de umidade relativa por 48 h [13, 19]. A título de comparação, também foram feitos ensaios em suportes de balaústre moldados em polipropileno (PP) com alma metálica, a qual é a matéria prima usual para esse tipo de componente.

#### 4.6 Avaliação da microestrutura dos corpos de prova

#### 4.6.1 Avaliação do comprimento das fibras de vidro

A avaliação do comprimento das fibras de vidro presentes no compósito foi realizada com base na norma ISO 22314, adaptada para medição de fibras longas [17, 22]. Para os corpos de prova de flexão, amostras com uma dimensão de 20 x 12,7 mm foram cortadas da parte central do mesmo (Figura 20 - PC 4). No caso do corpo de prova de tração, foram coletadas amostras com dimensão de 20 x 13 mm, na parte central do mesmo (Figura 20 - PC 3). Por outro lado, com o intuito de verificar a evolução do comprimento das fibras dentro do canal de injeção, foram coletadas amostras na parte inicial e final do canal de injeção (Figura 20 - PC 1 e PC 2). Finalmente, para avaliar o comprimento das fibras logo na saída do canhão da injetora, foram coletas amostras da injeção livre, colhidas diretamente do bico da máquina injetora (Figura 20 - PC 0). Todos os cortes foram realizados com o auxílio

de um disco abrasivo com rotação de 5.000 rpm, e as dimensões das amostras coletadas foram estabelecidas para manter o mesmo volume de compósito, independente da geometria da mesma. A Figura 20 apresenta a localização e o tamanho das amostras coletadas para determinação do comprimento das fibras presente no compósito.



Figura 20 – Posições para medição do comprimento de fibra. (a) dimensões e locais das amostras. (b) identificação das amostras em perspectiva.

Após o corte das amostras, as fibras foram removidas da matriz por calcinação a  $650^{\circ}$ C em uma mufla (modelo EV 018) por 4 h. Em seguida essas fibras foram colocadas em um béquer com água destilada e uma pequena quantidade de surfactante. O béquer com essa solução foi colocado em um dispositivo ultrassônico modelo Maxiclean 800 durante 30 min. a 60 °C para separar as fibras sem danificá-las. Em seguida as fibras foram dispersas de forma aleatória em lâminas de vidro para posterior observação em um microscópio ótico acoplado a uma câmera (ZeissScope A1). As imagens foram tratadas em um *software* de análises de imagens (Image Pro Plus<sup>®</sup> versão 6.0.0) [22, 23, 57] para determinação do comprimento numérico médio  $L_n$  e o comprimento numérico volumétrico  $L_w$ , utilizando as Equações 47 e 48 [17, 22].

$$L_n = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} \tag{47}$$

$$L_{w} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_{i} L_{i}^{2}}{\sum_{i=1}^{n} n_{i} L_{i}}$$
(48)

Nas Equações 47 e 48  $L_i$  é o comprimento de uma fibra *i* em mm,  $n_i$  é o número de fibras de comprimento  $L_i$  e *n* é o número total de fibras. Um total entre 3.000 a 4.000 fibras foram analisados em cada amostra.

## 4.6.2 Avaliação da orientação das fibras de vidro

A orientação das fibras foi determinada a partir dos corpos de prova de tração e flexão, os quais foram cortados no sentido perpendicular ao fluxo de injeção, conforme mostrado na Figura 21 [106]. Para avaliar a evolução da orientação das fibras ao longo do corpo de prova de tração, o mesmo foi avaliado em três planos: parte central da cabeça (Figura 21 - PO 3), no final do pescoço (Figura 21 - PO 4) e no centro do corpo. (Figura 21 - PO 5). A evolução da orientação das fibras ao longo do canal de injeção também foi avaliada através da análise das secções no início do canal (Figura 21 - PO 1) e no final do mesmo (Figura 21 - PO 2). Já a orientação das fibras no corpo de prova de flexão foi avaliada no centro do mesmo (Figura 21 - PO 6). Os cortes foram feitos com um disco de corte abrasivo, e posteriormente as amostras foram embutidas em resina epóxi e polidas com lixas a partir da grana 400 até 2.000 [22, 40].



Figura 21 – Posições para medição da orientação das fibras. (a) localização das amostras. (b) identificação das amostras em perspectiva.

Cada seção polida foi então analisada em um microscópio ótico (ZeissScope A1) acoplado a uma câmera digital utilizando-se um aumento de 200x. Uma faixa possuindo largura de 700  $\mu$ m e altura correspondente a toda espessura do corpo de prova ou canal foi analisada, o que significam 2.000 a 3.000 fibras analisadas em cada seção. As imagens obtidas foram tratadas através do *software* Image Pro Plus<sup>®</sup> a fim de se obter os componentes do tensor de orientação das fibras, conforme determinado pelo método das elipses (ME) [110, 151]. Segundo essa metodologia, a componente do tensor orientação de fibras na direção do fluxo  $a_{11}$  pode ser determinada através da Equação 49 [13, 22, 110].

$$a_{11} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \cos^2{(\theta_i)} F_n}{\sum_{i=1}^{n} F_n}$$
(49)

Na Equação 49,  $\theta_i$  é o ângulo entre a direção do fluxo (eixo 1 da Figura 22a) e o vetor **p** definido ao longo do eixo da fibra *i*.  $F_n$  é uma função de ponderação proposta por Bay e Tucker, que leva em conta a baixa probabilidade de se encontrar fibras com elevado valor de  $\theta_i$ . Esta função é definida por:  $F_n = 1/\cos(\theta_i)$  [119].

O ângulo  $\theta_i$  pode ser calculado através da elipse formada pela interseção entre a fibra de vidro e o plano de corte (plano 2-3 da Figura 22b), conforme descrito na Equação 50. Nessa equação W é o menor eixo da elipse e L é o maior eixo da mesma, ambos em µm [13, 22, 110].



**Figura 22** – Cálculo da orientação da fibra de vidro. (a) Fibra de vidro *i* dentro da matriz e o ângulo  $\theta_i$  entre a direção do fluxo (eixo1) e a fibra. (b) Definição dos eixos W / L e possíveis formas da seção da fibra. Adaptado de [40].

#### 4.6.2.1 Modificação superficial das amostras utilizadas na microscopia ótica.

Com o intuito de aumentar o contraste entre as fases fibra e a matriz nas imagens captadas pelo microscópio ótico, foi realizada uma modificação superficial da amostra através de um plasma de argônio. Esse tratamento cria uma erosão seletiva na fase matriz, através de um processo de *sputtering* realizado por meio de um plasma de rádio frequência (RF) com atmosfera de argônio. O processo foi executado no laboratório de engenharia de superfícies da UCS, utilizando-se um fonte RF de 13,56 MHz com 100 W de potência, atmosfera de Argônio, pressão absoluta na câmara de 4 Pa e um tempo de tratamento de 60 min. [98, 110].

#### 4.6.3 Análise da morfologia da fratura por flexão via microscopia eletrônica de varredura

Para verificar a morfologia da fratura resultante do ensaio de flexão, essa região das amostras foi avaliada via microscopia eletrônica de varredura (MEV). Foi utilizado o microscópio eletrônico modelo Shimadzu SSX-550, localizado no laboratório de microscopia da UCS, operando com uma tensão de 15 kV e no modo de elétrons secundários. Antes das análises as amostras foram recobertas por uma fina camada de ouro através de um sistema de metalização via *sputtering*, permanecendo nesse aparelho por 10 min..
## 4.7 Simulação do processo de injeção

O processo de simulação de injeção dos corpos de prova foi simulado com o auxílio do *software* Audodesk Moldflow Insight 2013. De forma geral, esse tipo de programa resolve numericamente as Equações 6, 7 e 8 com base em condições iniciais pré definidas, fornecendo como resultado o campo de velocidades, a pressão em cada ponto e a taxa de cisalhamento, dentre outros. Os resultados de interesse, nesse caso são o tensor orientação das fibras **A**, e os comprimentos médios de fibra  $L_n$  e  $L_w$  em todos os pontos do produto simulado. Para todas as simulações, foi utilizado um microcomputador possuindo um processador de quatro núcleos AMD Phenon II – 3.200 MHz, com uma memória RAM (*randon access memory* – memória de acesso aleatório) de 6 GB.

Foram utilizadas as malhas *dual domain* e 3D disponíveis no *software*, pois são as que mais se adéquam à geometria desse tipo de produto [99]. Por simplicidade, neste momento não foram considerados os circuitos de refrigeração nas análises executadas, sendo especificada uma temperatura constante para toda a superfície do molde, esta igual à temperatura do fluido de refrigeração utilizado. Para o cálculo da orientação das fibras, foi utilizada a aproximação de encerramento ortotrópica em todos os modelos [111, 118].

O material utilizado nas simulações foi o *Celstran PA66-GF50-02*, existente na base de dados do Moldflow. A relação entre a taxa de cisalhamento e a viscosidade do material foi modelada através do modelo WLF (padrão para o Moldflow) [96]. A Figura 23 apresenta essa relação na forma gráfica. Já a equação de estado que relaciona o volume específico em função da pressão e temperatura é descrita, para esse material, conforme a Figura 24.



Figura 23 – Relação entre a taxa de cisalhamento e a viscosidade para o compósito PA66-GF50-02 [152].



**Figura 24** – Curvas de pressão x volume x temperatura (*PVT*) para o compósito PA66-GF50-02 [153].

A estratégia geral para condução das análises via simulação de injeção está descrita na Figura 25. O primeiro objetivo dessa etapa é determinar os parâmetros empíricos dos modelos de orientação e de quebra de fibras (Equações 15, 17, 18, 20, 21 e 23), utilizando como referência os dados obtidos através da microestrutura dos corpos de prova de tração. O segundo objetivo é determinar o estado de orientação final das fibras e a distribuição de comprimento (DCF) das mesmas para o corpo de prova de flexão e para o suporte do balaústre a fim de prever suas propriedades mecânicas.



Figura 25 – Fluxograma utilizado para o processo de simulação de injeção.

## 4.7.1 Avaliação da influência dos modelos para o cálculo de orientação das fibras

A título de comparação, os diversos modelos de orientação foram comparados entre si utilizando mesmos parâmetros de processo e o mesmo tipo de geometria. Foram comparados os modelos de Folgar Tucker (Equação 15), Jeffery (Equação 15, com o parâmetro  $C_i = 0$ ),

RSC (Equação 17) e ARD-RSC (Equação 18). Para essas análises foi utilizado um modelo com geometria simplificada (Figura 26), com os seguintes parâmetros de injeção: vazão na injeção de 40 cm<sup>3</sup>/s, temperatura do fundido de 310 °C, temperatura do molde de 90°C e tempo de recalque de 4 segundos a uma pressão de 55% a pressão de injeção.



Figura 26 – Modelo para análise comparativa dos modelos de orientação. (a) Dimensões. (b) Malha *dual domain*.

A geometria do modelo foi proposta a fim de proporcionar um fluxo próximo ao cisalhante simples. Para essa análise inicial foi utilizada a malha *dual domain* com 9.500 elementos (tamanho médio 1,5 mm). Os parâmetros utilizados para os modelos foram os seguintes:  $C_i = 0,03$  (modelo FT e RSC),  $\kappa = 0,1$  (modelo RSC e ARD-RSC). Esses valores foram escolhidos por serem os mais comumente encontrados na literatura [50, 101, 102, 120, 124, 138]. Já os parâmetros  $b_i$  utilizados para o modelo ARD-RSC foram os seguintes:  $b_1=1,924\cdot10^{-4}$ ;  $b_2=5,839\cdot10^{-3}$ ;  $b_3=0,04$ ;  $b_4=1,168\cdot10^{-5}$  e  $b_5=0$ , os quais são a definição padrão do *software* Moldflow. A orientação inicial das fibras, aplicada no ponto de início da injeção, utilizada para essa simulação considera as fibras paralelas ao fluxo na casca  $(a_{11}=1)$ , perpendicular ao fluxo no miolo  $(a_{11}=0)$  e orientação aleatória na pele  $(a_{11}=0,5)$ .

A orientação final das fibras (após o processo de injeção) foi analisada no ponto PM 1, conforme apresentado na Figura 26a. Também foi avaliada a evolução da orientação ao longo do comprimento do corpo de prova.

### 4.7.2 Avaliação da influência dos parâmetros c<sub>i</sub> е к para os modelos RSC e ARD-RSC

Para verificar a influência do coeficiente de interação ( $C_i$ ) e do fator de encerramento de deformação reduzida ( $\kappa$ ) sobre a orientação calculada pelos modelos RSC e ARD-RSC,

diversas simulações foram executadas variando esses parâmetros dentro de intervalos previamente definidos. Foi utilizado modelo matemático 3D descrito na Figura 26 (malha *dual domain*), com os mesmos parâmetros de processo listado na Seção 4.7.1. Foram avaliadas a orientação média das fibras nos pontos PM 1, assim como a orientação média das fibras ao longo comprimento do corpo de prova.

O intervalo avaliado para os dois parâmetros empíricos foi:  $0 \le C_i \le 0,1$  e  $0,01 \le \kappa \le 1$ . Esse intervalo foi delineado em função dos limites físicos dos respectivos parâmetros, observando os dados encontrados na literatura [50, 101, 102, 120, 124, 154, 155]. Somente os modelos RSC e ARD-RSC foram utilizados, pois os mesmos são os que se aproxima melhor aos resultados experimentais, principalmente quando se utiliza compósitos TRFL [50, 120].

A influência dos parâmetros  $b_i$ , utilizados no modelo ARD-RSC não foi avaliada, pois a convergência dos cálculos pode ser drasticamente afetada pelos valores utilizados; e, dessa forma, os resultados poderiam ser fisicamente incompatíveis ou incorretos [50]. Assim sendo, para o modelo ARD-RSC, sempre serão utilizados os parâmetros recomendados pelo programa Moldflow, os quais são compatíveis com os dados listados na literatura para o compósito utilizado [124].

# 4.7.3 Avaliação da influência da resolução da malha sobre o cálculo da orientação das fibras

É esperado que a resolução da malha (tamanho médio dos elementos) possua influência resultado da simulação, especificamente no cálculo da orientação das fibras [155]. Por outro lado é esperado que a resolução da malha também afete o tempo de processamento e o número de elementos do modelo. Dessa forma, uma avaliação desse parâmetro de simulação foi efetuada para as malhas *dual domain* e 3D, utilizando o modelo RSC como referência e os parâmetros  $C_i = 0.03$  e  $\kappa = 0.1$ .

Os parâmetros de processo para as simulações foram adaptados do Tratamento 8 descritos na Seção 4.4 (Tabela 5), conforme segue: vazão na injeção: 65 cm<sup>3</sup>/s, temperatura do molde 90 °C, temperatura do fundido 310°C, comutação da injeção para o recalque em 99,5% do volume preenchido, tempo de recalque 4 s e pressão de recalque igual a 55% da pressão de injeção. A pressão de injeção é calculada diretamente pelo *software*.

Os tamanhos de malha variaram de 0,3 a 4 mm, e o modelo utilizado foi o corpo de prova de tração, com as dimensões gerais dadas pela Figura 27. O tamanho do elemento do canal foi mantido fixo em 3 mm.



Figura 27 – Modelo para simulação de injeção do corpo de prova de tração. (a) dimensões do modelo e canal. (b) Malha tipo *dual domain* 

Para a malha *dual domain* também foi avaliada a influência do número lâminas ao longo da espessura do produto (discretização da espessura), variando de 8 a 20 lâminas. Para a malha 3D foi avaliado o número mínimo de elementos ao longo da espessura, variando de 6 a 12 elementos [124, 155].

## 4.7.4 Determinação dos parâmetros empíricos para os modelos de orientação e quebra das fibras

Uma vez definida o tamanho da malha ideal para os modelos *dual domain* e 3D, os parâmetros empíricos dos modelos RSC ( $C_i \in \kappa$ ) e ARD-RSC ( $\kappa$ ) foram definidos via simulação de injeção. O ajuste foi realizado de forma a alcançar os resultados de orientação e comprimento de fibra determinados experimentalmente para o corpo de prova de tração. Os resultados obtidos com as simulações descritas na Seção 4.7.2 serviram de guia para o ajuste final dos parâmetros. Para essa simulação, os parâmetros de processo foram os mesmos definidos na Seção 4.7.3. Da mesma forma, os parâmetros  $b_i$  do modelo ARD-RSC foram mantidos constantes conforme definidos na Seção 4.7.1. Nessa etapa também foram determinados os parâmetros para o modelo de quebra de fibras ( $D_g$ ,  $C_b \in S$ ).

O modelo utilizado foi o do corpo de prova de tração (Figura 27), utilizando as malhas *dual domain* (0,5 mm, 76.200 elementos e 20 lâminas na espessura) e 3D (0,5 mm e 1.118.000 elementos com 12 elementos ao longo da espessura). As condições de orientação e comprimento de fibras no ponto de início da injeção são àquelas determinadas experimentalmente na Seção 4.6.(ver Figura 20 – PC 0 e Figura 21 – PO 1).

# 4.7.5 Determinação da orientação e distribuição de comprimento das fibras para a placa quadrada

Com os parâmetros empíricos dos modelos de orientação e comprimento de fibras definidos, uma simulação de injeção foi executada para determinar a orientação das fibras e a DFC para o modelo da placa retangular (Figura 28). As condições de processo foram baseadas no projeto de experimentos utilizado na Seção 4.4 para o tratamento 1 e 8 (ver Tabela 5). O estado de orientação e DFC na entrada foi o mesmo utilizado na Seção 4.7.4, o qual foi determinado experimentalmente.

Foram utilizadas as malhas *dual domain* (1,2 mm, 64.900 elementos e 20 lâminas na espessura) e 3D (1,2 mm e 915.900 elementos, com 12 elementos ao longo da espessura). O objetivo dessa análise é obter subsídios para a previsão da resistência à flexão do compósito TRFL.



**Figura 28** – Modelo para simulação de injeção da placa. (a) dimensões do modelo e canal. (b) Malha tipo *dual domain*.

## 4.7.6 Determinação da orientação e distribuição de comprimento das fibras para o suporte do balaústre

Devido a sua geometria conter locais com espessura elevada, a simulação de injeção do modelo do suporte do balaústre foi feita com a utilização somente da malha 3D (1,5 mm e 561.400 elementos com 12 elementos por espessura) [99]. As condições de processamento foram definidas na Seção 4.7.4 (Tratamento 8). A condição inicial de comprimento e orientação das fibras foi determinada na Seção 4.6. Com base nos resultados de orientação das fibras de vidro e da distribuição de comprimento das mesmas, uma estimativa da resistência mecânica desse componente será executada. A Figura 29 apresenta a geometria do modelo e a malha 3D utilizada.



Figura 29 – Modelo para simulação de injeção do suporte do balaústre. (a) dimensões gerais. (b) malha 3D.

### 4.8 Análise de elementos finitos para o suporte do balaústre

A fim de determinar as tensões geradas no suporte do balaústre quando um esforço externo é aplicado, o método de elementos finitos (MEF) foi utilizado. O *software* utilizado foi o SOLIDWORKS *simulation* v2013 trabalhando com uma malha tetraédrica parabólica, conforme indica a Figura 30 (malha com 26.500 elementos, refinada na base do suporte). O modelo utilizado inclui o dispositivo de fixação a fim de proporcionar um resultado mais preciso. A fixação entre o suporte do balaústre e o dispositivo foi modelada com a utilização de dois parafusos M8 com um torque de 10 Nm. Já o contato entre a base do suporte do balaústre e o dispositivo foi modelada.



Figura 30 – Modelo para o MEF do suporte de balaústre. (a) Dimensões do modelo CAD. (b) malha tetraédrica parabólica.

A carga é aplicada na superfície do diâmetro de 32,5 mm no sentido positivo do eixo x (ver Figura 30a), e o suporte é considerado totalmente fixo na sua parte inferior (restrição de movimento em x, y e z), onde estaria apoiado na mesa do equipamento de ensaios. O objetivo

da análise via MEF é, conhecendo a resistência a tração do compósito TRFL, determinar qual é a carga de ruptura do suporte do balaústre, quando submetido a um esforço conforme descrito na Figura 30.

O material do dispositivo de fixação é o aço ASTM A36 possuindo uma resistência ao escoamento em tração de  $\sigma_{re} = 250$  MPa e um módulo de elasticidade de E = 200 GPa [156], considerado isotrópico. O material do suporte é o compósito TRFL, sendo considerado um material anisotrópico no que diz respeito à resistência à tração. Para esse material o módulo de elasticidade, simplificadamente, será considerado igual em todas as direções (material isotrópico para o módulo), sendo calculado através da média dos valores das três direções determinados pela simulação de injeção.

O critério de falha utilizado para o aço (dispositivo de fixação) é o de von Misses-Hencky (Equação 28), por esse material ser dúctil e isotrópico. Já para o caso do compósito TRFL, os critérios utilizados foram o da máxima tensão normal (Equações 29 e 30) e de Tsai Hill (Equação 31), por este ser um material frágil e anisotrópico.

# 4.9 Verificação da adequação das FDP para descrição da distribuição de comprimento das fibras

O teste de aderência de Anderson Darling foi utilizado para verificar quais são as funções densidade de probabilidade (FDP) que possuem melhor aderência aos dados experimentais para a distribuição de comprimento de fibra observados no processamento de compósitos TRFL de PA 6.6 [157]. Os cálculos estatísticos foram realizados com o auxílio do *software* Minitab<sup>®</sup> versão 17 [146]. O tamanho de amostra utilizado no teste de aderência foi de 140 dados de comprimento de fibra (n = 140), extraídos de forma aleatória de cada conjunto de dados experimentais. Esse tamanho de amostra foi determinado com base na literatura em situações semelhantes de comparação de distribuições de probabilidade [140].

O interesse na utilização das FDP para descrição da distribuição de comprimento de fibra em compósitos TRFL reside na possibilidade de utilizar muito menos informações para a descrição completa do estado do comprimento das fibras presentes no compósito quando se utiliza tal ferramenta estatística.

As FDP candidatas a representar uma DCF devem atender, primeiramente, três requisitos: ser válida apenas para valores positivos de *L*, possuir uma assimetria à direita ou positiva (cauda mais longa à direita) e apresentar f(l) = 0 para l = 0 [20, 135, 139, 158]. Para os testes de aderência foram avaliadas três FDP: Weibull, lognormal e loglogística. As duas primeiras são FDP comumente utilizada em compósitos reforçados por fibras de vidro e,

por esse motivo, foram selecionadas [20, 40, 139, 158]. Já a distribuição loglogística foi escolhida por ter um formato semelhante à lognormal.

## 4.9.1 Correção da FDP para contemplar o comprimento máximo de fibras antes do processamento

De forma geral as FDP tendem a zero quando L tende ao infinito. Mas desta forma, apresentam uma probabilidade não nula de existir fibras com comprimento maior que o comprimento máximo das fibras presente no compósito antes do processamento  $(L_{max})$ . Essa é uma impossibilidade física. Desta forma, as FDP utilizadas para representar as DCF presentes em compósitos TRFL devem ser truncadas no valor  $L = L_{max}$ , onde  $L_{max}$  é igual ao maior comprimento de fibra presente no compósito antes do processamento (máximo comprimento de fibra presente nos *pellets* antes do processamento).

Esse truncamento tem uma implicação matemática, pois a FDP sempre deve apresentar uma área total abaixo da sua curva igual à unidade (ver Seção 3.10). Desta forma, a parte remanescente da função deve ser dividida por um fator de correção igual a  $F(L_{max}) = \int_0^{L_{max}} f(L) dL$ . Onde F(L) é a função de distribuição acumulada de f(L). Assim, a apresentação geral de uma FDP aplicada a compósitos TRFL é descrita, de forma genérica, conforme a Equação 51. A Figura 31 ilustra de forma gráfica essa metodologia. A FDP modificada é denominada  $f(L)_{mod}$ .

$$f(L)_{mod} = \begin{cases} \frac{f(L)}{F(L_{max})} & para \ L \le L_{max} \\ 0 & para \ L > L_{max} \end{cases}$$
(51)



Figura 31 – Exemplo de função densidade de probabilidade truncada para  $L_{max} = 8,5$  mm.

## 4.9.2 Relação entre os parâmetros da FDP e o comprimento numérico médio e volumétrico das fibras presentes em um compósito TRFL

Para determinação dos parâmetros de uma função distribuição de probabilidade ( $\alpha \ e \ \beta$  para uma FDP loglogística, por exemplo) sendo conhecidos os dados da DCF um pacote estatístico como o software Minitab<sup>®</sup> pode ser utilizado [159]. Porém o dado de entrada para esse ajuste é a distribuição de comprimento de fibras (histograma de comprimento de fibras) obtido de forma experimental. No entanto, muitas vezes essas informações não estão disponíveis como, por exemplo, no resultado de uma simulação de injeção. Desta forma, uma relação direta entre os parâmetros de uma FDP e os comprimentos numéricos médios e volumétricos  $L_n \ e \ L_w$  é desejada.

O comprimento numérico médio  $L_n$  pode ser calculado em função da FDP através da Equação 52 [139, 160], tomando o cuidado de utilizar a FDP modificada  $f(L)_{mod}$ . Já o comprimento médio volumétrico deve ser calculado através da Equação 53, a qual é uma derivação direta da Equação 48, adequada à utilização de uma FDP contínua [139, 158].

$$L_n = \frac{1}{F(L_{max})} \int_0^{L_{max}} Lf(l) dL$$
(52)

$$L_{w} = \frac{\int_{0}^{L_{max}} L^{2} f(l) dL}{\int_{0}^{L_{max}} L f(l) dL}$$
(53)

A justificativa para utilizar os parâmetros  $L_n$  e  $L_w$  a fim de representar a distribuição loglogística é baseada na observação de que o comprimento  $L_n$  define a média dos comprimentos de fibra, portanto a localização do pico da FDP. Já o parâmetro  $L_w$  é influenciado por comprimentos de fibra de dimensões maiores, dessa forma define o comprimento da cauda da DCF e, portanto, a sua forma ou escala [139, 161].

Para determinação da relação entre os parâmetros de forma das FDP e os comprimentos de fibra  $L_n$  e  $L_w$  foi utilizado o pacote matemático Matlab R2014 para integração numérica das Equações 52 e 53, utilizando a função f(l) correspondente à FDP desejada. O resultado desse cálculo gerou uma matriz contendo os dois parâmetros da FDP relacionada com outra matriz contendo os dados de  $L_n$  e  $L_w$ . Um ajuste numérico desses dados gerou duas funções lineares de duas variáveis cada, que permitem correlacionar essas duas propriedades ( $L_n = f(\alpha, \beta)$  e  $L_w = f(\alpha, \beta)$  para a FDP loglogística, por exemplo). Esse ajuste numérico foi realizado com o auxílio do *software* Minitab. Finalmente, para o cálculo dos dois parâmetros da FDP, basta resolver o sistema de duas equações a duas variáveis, tarefa essa executada através do software Matlab. O intervalo de validade desse ajuste é o seguinte:  $0,3 \le L_n \le 1,9$  e  $0,4 \le L_n \le 4,6$ ; o qual inclui a maioria dos dados de comprimento médio encontrados na literatura [13, 17, 22, 42, 78, 121, 162].

## 4.10 Modificação da equação de Kelly e Tyson para utilização de uma função distribuição de comprimento de fibra contínua

Conforme apresentado na Seção 3.4, o modelo de Kelly e Tyson descrito através da Equação 3 pode ser utilizado para o cálculo da resistência à tração de compósitos TRFL e TRFC levando em conta as informações contidas na microestrutura do mesmo. Esse modelo, embora adequado a compósitos com distribuição não uniforme de comprimento de fibras, utiliza dados de uma distribuição de comprimento de fibra discreta, que somente pode ser obtida através de dados experimentais [13, 22, 41]. Desta forma, uma grande quantidade de dados relativa ao comprimento de fibra de vidro presente no compósito deve estar definida para a utilização da Equação 3.

Alternativamente, é possível alterar o modelo e Kelly e Tyson para a utilização de uma função distribuição de probabilidade (FDP) contínua f(L) que descreva o comprimento das fibras de vidro presentes no compósito [160]. Essa metodologia permite reduzir a quantidade de informações necessárias para o cálculo da resistência à tração, pois conforme descrito na Seção 3.10, apenas dois parâmetros são suficientes para definir uma FDP.

Para incluir uma FDP contínua no modelo de Kelly e Tyson (KT), primeiramente é necessário estabelecer a relação entre a FDP f(L) e fração volumétrica de fibras com um dado comprimento k, presente em um intervalo  $L_k + dL$ . Essa relação pode ser deduzida através da definição do termo fração volumétrica; o qual é a razão entre o volume das fibras de comprimento  $L_k$  e o volume total das fibras presente no compósito multiplicado pela fração volumétrica total de fibras no compósito ( $V_f$ ). Essa relação esta descrita na Equação 54 [160], onde  $V_k$  é a fração volumétrica de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ,  $n_k$  é o número total de fibras presentes no compósito, d é o diâmetro da fibra de vidro e  $L_n$  é o comprimento médio das fibras.

$$V_k = V_f \frac{n_k L_k \pi d^2 / 4}{N L_n \pi d^2 / 4} \qquad \Rightarrow \qquad V_k = V_f \frac{n_k L_k}{N L_n}$$
(54)

Assumindo que a distribuição de comprimento de fibras é representada por uma FDP f(L), a Equação 54 pode ser modificada resultando na Equação 55, dado que  $n_k = \int f(L) dl$  (fração de fibras no intervalo  $L_k + dL$ ) e N = 1 (a fração total de fibras, que é igual a unidade). Dessa forma, obtêm-se a Equação 55.

$$V_k = V_f \frac{\int Lf(L)dl}{L_n}$$
(55)

Substituindo a Equação 55 na Equação 3, rearranjando os termos, trocando os somatórios pela operação integral e utilizando a FDP modificada ( $f(L)_{mod}$  – Equação 51), obtém-se a equação de Kelly e Tyson modificada ( $KT_{mod}$ ) para uma DCF contínua (Equação 56).

$$\sigma_{rtc}^{i} = a_{ii} \frac{V_f}{L_n F(L_{max})} \left[ \frac{\tau_{rci}}{d} \int_0^{L_c} L^2 f(L) dL + \sigma_{rtf} \int_{L_c}^{L_{max}} L\left(1 - \frac{L_c}{2L}\right) f(L) dL \right] + (1 - V_f) \sigma_m'$$
(56)

Onde  $\sigma_{rtc}^{i}$  é a resistência à tração do compósito na direção *i* (MPa),  $\tau_{rci}$  é a resistência ao cisalhamento interfacial (MPa),  $\sigma_{rtf}$  é a resistência à tração da fibra de vidro (MPa) e  $\sigma'_{m}$  é a tensão na matriz no momento da ruptura do compósito (MPa). O termo  $L_{c}$  é comprimento de fibra crítico, dado pela Equação 2,  $L_{max}$  é o maior comprimento de fibra encontrado no compósito TRFL antes do processamento (comprimento inicial das fibras) e  $L_{n}$  é o comprimento médio das fibras dado pela Equação 52 (todos em mm). Por fim,  $F(L_{max})$  é o fator de correção para o comprimento máximo das fibras (ver Seção 4.8.1) Os demais termos são os mesmos já definidos para a Equação 2, com exceção do fator de orientação das fibras.

No modelo modificado proposto, o fator de orientação das fibras empírico  $\eta_0$  original foi substituído por uma das componentes do tensor de segunda ordem da orientação das fibras **A**. Desta forma, para conhecer a resistência à tração do compósito na direção do fluxo do material (direção 1), utiliza-se a componente  $a_{11}$  do tensor de orientação; na direção 2 a componente  $a_{22}$  e na direção 3 (espessura) a componente  $a_{33}$ . Lembrando que as componentes do tensor **A** podem ser determinadas tanto experimentalmente através do método das elipses, quanto através de uma metodologia de simulação computacional (Seção 3.7). A utilização das componentes do tensor de orientação das fibras na Equação 56, caracteriza um comportamento claramente anisotrópico para a resistência à tração dos compósitos TRFL, o que é compatível com as informações encontradas experimentalmente [14, 20, 40, 57].

Da mesma forma como foi abordado na Seção 3.4, a equação 56 também pode ser escrita no formato  $\sigma_{rtc}^{i} = a_{ii}(X + Y) + Z$ , onde X é a contribuição das fibras subcríticas (primeira integral da Equação 56), Y é a contribuição das fibras supercríticas (segunda integral da Equação 56) e Z é a contribuição da matriz (último termo da Equação 56).

A tensão na matriz na ruptura do compósito ( $\sigma'_m$ ) pode ser calculada utilizando o módulo de elasticidade da matriz (PA 6.6) através da relação  $\sigma'_m = \varepsilon_{rc} \cdot E_f$ , onde  $\varepsilon_{rc}$  é a deformação de ruptura do compósito e  $E_f$  é o módulo de elasticidade da matriz (Tabela 2).

Outra forma de calcular essa grandeza é utilizar uma relação empírica que defina  $\sigma'_m$  como função de  $\varepsilon_{rc}$ . Essa última metodologia, mais precisa, será utilizada nesse trabalho, onde a relação entre  $\sigma'_m$  e  $\varepsilon_{rc}$  será determinada através de um ensaio de tração com os corpos de prova moldados em PA 6.6 sem fibras (matriz), com os mesmos parâmetros utilizados para o processamento do compósito. Um ajuste cúbico (não linear, portanto) foi utilizado para estabelecer a relação  $\sigma'_m = f(\varepsilon_{rc})$  [61].

Naturalmente, uma das questões chave para utilização da Equação 56 para previsão da resistência à tração de compósitos TRFL, é a necessidade de se utilizar uma FDP f(L) que modele com precisão aceitável a DCF presente no compósito, assim como deve ser conhecido os parâmetros micromecânicos  $\sigma_{rtf}$  e  $\tau_{rci}$ .

### 4.11 Determinação dos parâmetros micromecânicos $\sigma_{rtf}$ e $\tau_{rci}$ para o compósito TRFL

Para a utilização da Equação 56 é necessário conhecer os parâmetros micromecânicos resistência ao cisalhamento interfacial (RCI -  $\tau_{rci}$ ) e a resistência à tração da fibra de vidro  $(\sigma_{rft})$ . É possível utilizar dados tabelados para esses dois parâmetros, porém os mesmos são fortemente dependentes da interação química e física entre a fibra e matriz (principalmente a RCI), das condições de processamento (especialmente a resistência à tração da fibra), do diâmetro da fibra e da fração volumétrica das fibras presente no compósito ( $V_f$ ) [13, 82]. Por esse motivo é importante definir uma metodologia experimental para a determinação desses parâmetros.

#### 4.11.1 Determinação da resistência ao cisalhamento interfacial

A RCI pode ser determinada através de diversas técnicas, conforme descrito na Seção 3.4.1. Nesse trabalho será utilizada a metodologia de Bowyer e Bader [61, 82, 87, 88], adaptada para considerar uma distribuição de comprimento de fibra de (DCF) contínua. Nesse caso a DCF será modelada através de uma função densidade de probabilidade (FDP) da mesma forma que foi utilizado para a dedução da equação de Kelly-Tyson modificada (Seção 4.10). Seguindo a metodologia da Seção 4.10, a equação original do método de Bowyer e Bader definida pela Equação 5 pode ser modificada para gerar a Equação 57 abaixo descrita.

$$\sigma_{c}(\varepsilon_{c}) = a_{ii} \frac{V_{f}}{L_{n}F(L_{max})} \left[ \frac{\tau_{rci}}{d} \int_{0}^{L_{\varepsilon_{c}}} L^{2}f(L)dL + E_{f}\varepsilon_{c} \int_{L_{\varepsilon_{c}}}^{L_{max}} L\left(1 - \frac{L_{\varepsilon_{c}}}{2L}\right)f(L)dL \right] + (1 - V_{f})\sigma_{m}^{\prime}$$
(57)

Na Equação 57,  $\sigma_c(\varepsilon_c)$  é a tensão (MPa) atuante no compósito em função da deformação específica do mesmo  $\varepsilon_c$  (adimensional),  $L_{\varepsilon_c}$  é o comprimento crítico de fibra dependente da deformação do compósito (Equação 4, em mm) e  $E_f$  é o módulo e elasticidade

da fibra (Tabela 1, em MPa). Os demais parâmetros são os mesmos definidos para a Equação 56.

Na Equação 57, a variável a ser calculada é a RCI ( $\tau_{rci}$ ). Uma vez conhecido a FDP para o compósito (f(L)), o fator de orientação das fibras  $a_{ii}$ , o diâmetro das fibras  $d \in V_f$ , é possível resolver numericamente a Equação 57 para a determinação de  $\tau_{rci}$ . A metodologia utilizada nesse trabalho é baseada nos dados obtidos nos ensaios dos corpos de prova de tração. Desta forma é utilizado o fator de orientação das fibras na direção do fluxo  $(a_{11})$ , e os dados de comprimento de fibra determinados para os corpos de prova utilizados nesse ensaio  $(f(L), L_n, d \in V_f)$ . Uma vez conhecido esses dados, a curva tensão versus deformação obtida experimentalmente foi ajustada através da Equação 57, utilizando como parâmetro de ajuste a RCI  $(\tau_{rci})$  e o módulo de elasticidade da fibra  $(E_f)$ . A escolha por não utilizar um valor tabelado para o módulo foi devido a existir uma grande dispersão dos dados encontrados na literatura para essa propriedade na literatura [38, 54, 60-62]. Esse ajuste foi executado numericamente com o auxílio de um código escrito no software Matlab. O intervalo de ajuste para  $E_f$  é o que está descrito na Tabela 1 (70.000 a 76.000 MPa). Para a RCI o intervalo de ajuste foi de 20 a 45 MPa, onde 45 MPa é o limite teórico para essa propriedade, cujo valor é igual à resistência ao cisalhamento da matriz (PA 6.6). O valor mínimo está baseado em dados descritos na literatura [13, 61, 82, 83].

## 4.11.2 Determinação da resistência à tração da fibra de vidro

Existem estudos na literatura que demonstram que a resistência à tração da fibra de vidro ( $\sigma_{rtf}$ ) presente no compósito moldado por injeção é inferior ao valor encontrado nos ensaios realizados com uma única fibra antes do processamento [22, 61, 82]. Desta forma, nesse trabalho não serão utilizados dados tabelados para essa propriedade, e sim dados obtidos indiretamente de resultados experimentais.

Para a determinação experimental da  $\sigma_{rtf}$ , foram utilizados os dados obtidos no ensaio de tração [22]. Uma vez conhecidos os parâmetros micromecânicos  $a_{11}$ (orientação das fibras no sentido do fluxo), a função densidade de probabilidade f(L), a fração volumétrica de fibras e a RCI (ver Seção 4.11.1) a Equação 56 pode ser resolvida para  $\sigma_{rtf}$ , uma vez que  $\sigma_{rtc}^1$  e  $\varepsilon_{rc}$  são conhecidos experimentalmente do ensaio de tração. Essa equação foi resolvida numericamente com auxílio do *software* Matlab, visto que uma solução direta não é possível, pois  $L_c$  é função de  $\sigma_{rtf}$ .

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

#### 5.1 Caracterização do compósito

A Tabela 6 apresenta os resultados do conteúdo em massa de fibra de vidro (%m), obtido experimentalmente por calcinação, para o compósito TRFL utilizado. A Tabela 6 apresenta também o diâmetro médio das fibras de vidro e o comprimento inicial das mesmas  $(L_{max})$ , obtido através da medição dos *pellets* do compósito.

**Tabela 6** – Conteúdo e comprimento inicial das fibras presentes no compósito determinados experimentalmente

	• <sub>[</sub>	••••••••		
Descrição comercial do compósito TRFL	Conteúdo de fibra em massa (%m) <sup>ª</sup>	Conteúdo de fibra em volume $(%v)^{b}$	Comprimento inicial das fibras (mm) <sup>a</sup>	Diâmetro das fibras (µm) <sup>c</sup>
PA 66-GF50-02 BLK	$49,63 \pm 0,33$	$30,65 \pm 0,28$	$11,33 \pm 0,02$	$15,03 \pm 0,03$
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	11	~ 45 6 1 1 1 6 4	

<sup>a</sup> Determinado experimentalmente. <sup>b</sup> Calculado através da Equação 45. <sup>c</sup> dados da referência [40].

Comparando os dados da Tabela 6 com os valores apresentados pela Tabela 4, observa-se que os valores experimentais se aproximam dos valores especificados pelo fabricante do compósito. A Figura 32 apresenta o histograma de  $L_{max}$ , mostrando que o mesmo pode ser ajustado à uma distribuição normal. O ajuste pode ser comprovado através do teste estatístico de Anderson Darling (AD) [157]. De forma geral, o teste de AD estabelece que, para uma função distribuição de probabilidade possa representar um determinado conjunto de dados com um nível de confiança de 95%, o parâmetro *P* calculado por esse teste (*P-value*) deve ser maior ou igual a 0,05 ( $P \ge 0,05$ ). Nesse caso específico, o valor *P* calculado é de 0,133, confirmando a normalidade do conjunto de dados.



Figura 32 – Histograma do comprimento inicial das fibras  $(L_{max})$ 

## 5.2 Influência dos parâmetros de processamento sobre qualidade visual na resistência à flexão

A influência dos parâmetros de processamento na resistência à flexão e na e qualidade visual está discutida de forma simplificada na referência [40]. No presente trabalho, essa análise será aprofundada e serão incluídas outras variáveis de resposta para analisar de forma qualitativa a qualidade visual do compósito TRFL moldado por injeção. O objetivo dessa otimização de processo é determinar um conjunto de parâmetros de injeção que maximize simultaneamente a resistência à flexão e a qualidade visual do compósito TRFL.

Os resultados da avaliação da influência dos parâmetros de processamento na resistência mecânica e no visual dos compósitos TRFL de PA 6.6 com 50%m de fibra de vidro estão resumidos na Tabela 7.

**Tabela 7** – Influência dos parâmetros de processo na resistência à flexão e na qualidade visual do compósito TRFL moldado [163] (este trabalho).

	composito TREE moleado [105] (este traballo).							
Tratamento <sup>a</sup>		Resistência à Flexão (MPa)	Brilho (gu)	Rugosidade Ra (µm)	Nota de qualidade (adimensional)			
<b>T1</b>	(1)	$226,3\pm6,5$	$2,\!33\pm0,\!33$	$4,\!46 \pm 0,\!49$	$4,0 \pm 1,0$			
T2	а	$256,3 \pm 4,8$	$3,35 \pm 0,45$	$2,30 \pm 0,61$	$4,0 \pm 1,0$			
<b>T3</b>	b	$263,3 \pm 12$	$5{,}80 \pm 0{,}65$	$4,\!26 \pm 0,\!52$	$4,0 \pm 1,0$			
<b>T4</b>	ab	$253,3 \pm 7,6$	$3,08 \pm 0,15$	$2,73 \pm 0,51$	$6,5 \pm 0,7$			
Т5	С	$231,6 \pm 7,1$	$3,55 \pm 0,48$	$2,26 \pm 0,53$	$6,3 \pm 1,2$			
<b>T6</b>	ac	$260,0 \pm 7,7$	$10,5 \pm 2,20$	$1,91 \pm 0,54$	$7,5 \pm 0,7$			
<b>T7</b>	bc	$249,0 \pm 5,7$	$3,\!38\pm0,\!78$	$2,74 \pm 0,55$	$2,0 \pm 1,0$			
<b>T8</b>	abc	$261,3 \pm 8,6$	$9,18 \pm 1,23$	$1,84 \pm 0,42$	$8,8\pm0,6$			

<sup>a</sup> Lista de fatores controláveis: A perfil de aquecimento do canhão; B rotação da rosca; C vazão durante a injeção

## 5.2.1 Variável de resposta resistência à flexão

A Figura 33a apresenta o resultado do projeto de experimentos para a variável de resposta resistência à flexão em forma de gráfico de Pareto.



Figura 33 – Análise da variável de resposta resistência à Flexão. (a) Pareto dos efeitos padronizados. (b) Efeitos dos fatores principais.

A linha vertical no gráfico de Pareto da Figura 33a, traçada com base no efeito padronizado de 2,06, identifica o ponto de corte para a determinação dos fatores cujos efeitos são significativos; ou seja, fatores ou interações com efeitos maiores que esse valor são estatisticamente significativos. Já a Figura 33b apresenta o efeito de cada fator principal na variável de resposta. Ressaltando que essa análise considera um nível de confiança de 95%.

De acordo com a Figura 33, os fatores com os efeitos mais significativos são o perfil de temperatura, a rotação da rosca e a interação entre ambos. Em menor grau está a interação entre todos os fatores. Estes resultados são compatíveis com os estudos apresentados por Lafranche e colaboradores [17]. A interação entre estes fatores também é significativa (*AB*), assim como a interação entre todos os fatores (*ABC*).

É esperado que os parâmetros de processo que reduzem a viscosidade da massa fundida sejam favoráveis a um aumento da resistência mecânica, pois diminuem a quebra das fibras durante o processamento. Este é o caso da temperatura do canhão e da rotação da rosca. Também seria esperado que a velocidade de injeção elevada apresentasse uma influência negativa nos resultados de resistência mecânica, pois poderia causar uma redução no comprimento residual das fibras de vidro. Porém, isso não foi observado nesse projeto de experimentos (Figura 35a). Uma possível justificativa para este comportamento seria o pequeno intervalo de velocidades de injeção estudado (diferença entre o nível alto e baixo do fator *C*), o qual foi limitado pela capacidade da injetora utilizada. É importante ressaltar que, mesmo no nível alto, a velocidade de injeção utilizada ainda está abaixo do limite máximo recomendado pelo fabricante do compósito que é de 105 cm<sup>3</sup>/s [45].



**Figura 34** – Interação entre os fatores para a variável de resposta resistência à flexão. (a) Interação *AB*. (b) interação *AC*. (c) Interação *BC*.

A Figura 34 demonstra que há uma forte interação entre a rotação da rosca e o perfil de temperatura (Figura 34a). A resistência à flexão apresenta uma variação considerável quando a rotação da rosca passa do nível baixo (40 rpm) para o nível alto (120 rpm), se o perfil de temperatura estiver no nível baixo (275~280 °C). Isto significa que a redução na viscosidade do polímero fundido causado pelo cisalhamento da rosca plastificadora é mais significativa quando o perfil de temperatura é mais baixo. Da mesma forma, o cisalhamento causado por uma elevada rotação da rosca aparentemente não apresenta um efeito importante sobre o comprimento residual das fibras presentes no compósito, a ponto de reduzir a sua resistência à flexão [17, 42].

#### 5.2.2 Variável de resposta brilho

A Figura 35 apresenta os resultados do projeto de experimentos de forma gráfica. Como pode ser constatado, os fatores com maior efeito sobre a variável de resposta brilho são a velocidade de injeção e o perfil de temperatura, assim como a interação entre os mesmos. A rotação da rosca, de forma isolada, não tem efeito sobre o brilho do compósito.



Figura 35 – Análise da variável de resposta brilho. (a) Pareto dos efeitos padronizados. (b) Efeitos dos fatores principais.

Os resultados encontrados estão de acordo com as recomendações dos fabricantes de compósitos TRFL [44, 45]. De forma geral, a superfície do compósito apresenta um resultado maior de brilho quando a velocidade de injeção e a temperatura do polímero fundido são maiores. Estes dois parâmetros de processo, na condição máxima, reduzem a migração das fibras de vidro para a superfície do compósito durante a fase de preenchimento do molde. Assim, a presença de menores quantidades de fibras de vidro na superfície do compósito promove menores desvios da luz refletida, proporcionando maior brilho superficial ao material.

Os valores de brilho máximo encontrados para os compósitos estudados (10,5  $\pm$  2,2 gu, tratamento T6) são significativamente mais baixos do que os valores apresentados na literatura (75 gu) [44]. Este fato pode estar relacionado com o polimento superficial do molde utilizado neste trabalho. Para efeito de comparação, foram preparadas no mesmo molde amostras de PA 6.6 pura (sem fibra). Estas amostras apresentaram um brilho de 44,6  $\pm$  3,8 gu. Desta forma, a incorporação de fibras de vidro reduziu em 76% o brilho superficial do compósito de PA 6.6, tomando por base o brilho máximo encontrado na PA 6.6 pura.

A interação entre os fatores é apresentada na Figura 36. Conforme foi previsto na Tabela 7, há interações entre todos os fatores. Porém, a interação mais forte é entre a vazão na injeção e o perfil de temperatura (Figura 36b). Quando o perfil de temperatura está no nível mais elevado (295~310 °C), a resposta de um aumento na velocidade de injeção é significativamente maior. Isto pode ser interpretado pela menor viscosidade que a PA 6.6 possui quando são utilizadas temperaturas elevadas (ver Figura 23). Desta forma, o efeito de uma maior velocidade de injeção é favorecido com uma menor viscosidade, quando o objetivo é evitar que as fibras de vidro se desloquem para a superfície do compósito.



interação *AC*. (c) Interação *BC*.

### 5.2.3 Variável de resposta rugosidade

Os fatores que possuem efeitos sobre a variável de resposta rugosidade estão apresentados na Figura 37. É possível observar que o perfil de temperatura e a vazão na injeção possuem um efeito significativo sobre a rugosidade, e ambos possuem efeitos muito similares. Da mesma forma que ocorreu para a variável de resposta brilho, o fator rotação da

rosca não possui efeito sobre a rugosidade. A única interação que é significativa para esta variável de resposta é a interação entre o perfil de temperatura e a velocidade de injeção (AC). Da mesma forma que para o brilho, maiores velocidades de injeção e de temperatura do polímero fundido elevado são favoráveis para promover uma camada de PA 6.6 na superfície do compósito, evitando o afloramento das fibras que, consequentemente aumentaria a rugosidade do compósito [44, 147, 164].



Figura 37 – Análise da variável de resposta rugosidade. (a) Pareto dos efeitos padronizados. (b) Efeitos dos fatores principais.

O valor encontrado para a rugosidade (Ra) da amostra moldada de PA 6.6 sem fibra foi de  $0,37 \pm 0,02 \mu m$ . Esta rugosidade residual é decorrente do processo de fabricação do molde utilizado para o processamento dos compósitos, pois foi possível verificar que para o compósito na melhor situação (tratamento T8), a Ra observada foi de 1,84  $\mu m$ . Assim, é possível concluir que a presença de fibra de vidro aumenta em aproximadamente cinco vezes a rugosidade dos compósitos moldados com esse material, quando comparado à amostra de PA 6.6 pura. Tanto os valores de rugosidade encontrados, quanto a sua relação com os parâmetros de processo, são compatíveis com os dados encontrados na literatura [44, 147].

A interação entre os fatores é mostrada na Figura 38. De acordo com esses resultados, é possível perceber que há interação apenas entre o perfil de temperatura e a velocidade de injeção (Figura 38b). Os demais gráficos: rotação da rosca *versus* perfil de temperatura (interação *AB*, Figura 38a) e velocidade de injeção *versus* rotação da rosca (interação *BC* Figura 38c) mostram duas linhas aproximadamente paralelas em cada um dos gráficos, excluindo a possibilidade de interação entre os fatores, conforme já demonstrado na Figura 37a. Verifica-se também que a interação AC (vazão na injeção *versus* perfil de temperatura) é mais fraca para a rugosidade que para o brilho (ver Figura 36).



**Figura 38** – Interação entre os fatores para a variável de resposta rugosidade. (a) Interação *AB*. (b) interação *AC*. (c) Interação *BC*.

### 5.2.4 Variável de resposta qualidade visual

Na Figura 39 está apresentado o resultado do projeto de experimentos da variável de resposta avaliação visual.



Figura 39 – Análise da variável de resposta qualidade visual. (a) Pareto dos efeitos padronizados. (b) Efeitos dos fatores principais.

A qualidade visual é definida com uma nota de qualidade atribuída com base na percepção visual da superfície do compósito e representa o fator humano no processo de avaliação da qualidade visual do produto moldado. Desta forma, esta variável de resposta está diretamente relacionada com o brilho e a rugosidade. Como pode ser observado na Figura 39, os fatores significativos para controle desta variável de resposta são o perfil de temperatura e a velocidade de injeção, assim como as interações entre todos os fatores. A rotação da rosca

não possui influência direta na avaliação visual, como aconteceu com as demais variáveis de resposta relacionadas com a qualidade superficial (brilho e rugosidade).

A Figura 40 apresenta a interação entre os fatores, demonstrando que há interação entre todos. É possível que a ocorrência de muitas interações estatisticamente significativas possa estar relacionada com os erros decorrentes do processo de medição (inspeção visual) que possui alto grau de subjetividade. Desta forma, esta variável de resposta não pode ser avaliada de forma isolada, mas sim em conjunto com as variáveis de resposta brilho e rugosidade.



**Figura 40** – Interação entre os fatores para a variável de resposta nota de qualidade visual. (a) Interação *AB*. (b) interação *AC*. (c) Interação *BC*.

## 5.2.5 Otimização das variáveis de resposta

O resultado ideal esperado para o processamento de compósitos reforçados por fibras de vidro é uma elevada resistência mecânica, associada a uma boa qualidade visual. Uma boa qualidade visual, por sua vez, está relacionada a um elevado brilho e a uma baixa rugosidade.

Devido à ocorrência de interação entre os fatores principais para a maioria das variáveis de resposta, o processo de otimização não é um processo óbvio. Uma das formas de executar esta atividade é com o auxílio de modelos matemáticos para as previsões das variáveis de resposta em função dos níveis dos fatores [146, 165]. Esses modelos podem ser obtidos através dos resultados do projeto de experimentos, com o auxílio do software Minitab. As Equações 58 (resistência à flexão), 59 (brilho) e 60 (rugosidade) descrevem matematicamente o projeto de experimentos.

$$RF = 3,119 \cdot A + 11,26 \cdot B + 8,967 \cdot C - 3,746 \cdot 10^{-2} \cdot A \cdot B - 2,944 \cdot 10^{-2}A \cdot C - 1,47 \cdot 10^{-1} \cdot B \cdot C + 4,907 \cdot 10^{-4} \cdot A \cdot B \cdot C - 688,788$$
(58)

$$BR = -5,152 \cdot 10^{-2} \cdot A + 1,083 \cdot B - 1,462 \cdot C - 3,553 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot B + 5,55 \cdot 10^{-2} \cdot A$$
  
$$\cdot C - 1,464 \cdot 10^{-2} \cdot B \cdot C + 4,735 \cdot 10^{-5} \cdot A \cdot B \cdot C + 12,054$$
(59)

$$RG = -0.21 \cdot A - 0.286 \cdot B - 0.971 \cdot C + 9.829 \cdot 10^{-4} \cdot A \cdot B - 3.193 \cdot 10^{-3} \cdot A \cdot C - 5.805 \cdot 10^{-3} \cdot B \cdot C - 1.98 \cdot 10^{-5} \cdot A \cdot B \cdot C + 65.908$$
(60)

Nas equações acima, *RF* é a resistência à flexão (MPa), *BR* é o brilho (gu) e *RG* é a rugosidade ( $\mu$ m). Os índices *A*, *B* e *C* são o perfil de temperatura (°C), rotação da rosca (rpm) e a vazão na injeção (cm<sup>3</sup>/s), respectivamente. Para o fator *B* deve ser utilizada a média do perfil de temperatura de cada nível: 280°C para o nível baixo e 303°C para o nível alto.

A solução para otimizar todas as variáveis de resposta simultaneamente é a utilização de todos os fatores no nível alto (T8):  $A = 303^{\circ}$ C, B = 120 rpm e C = 65 cm<sup>3</sup>/s. Com esta configuração é possível obter os seguintes valores para as variáveis de resposta utilizando as Equações 58 a 60: RF = 261,3 MPa, BR = 9,18 gu e RG = 1,86 µm. Estes valores são coerentes com os valores experimentais, obtidos com a utilização do tratamento T8 (*abc*).

## 5.2.6 Microestrutura dos corpos de prova do ensaio à flexão

A título de comparação, a microestrutura dos corpos de prova utilizados nos ensaios de flexão, processados com os parâmetros dos tratamentos 1 (T1) e 8 (T8) foram comparados. As amostras T1 apresentaram os menores resultados de resistência à flexão e de aspecto visual, ao contrário das amostras T8, o que motivou a escolha desses tratamentos.

A Figura 41 apresenta uma microscopia ótica comparando as amostras T1 e T8. Foram analisadas as seções transversais dos corpos de prova, tendo como região de interesse a interseção desta seção com a superfície do compósito (plano PO 6 da Figura 21b).

Nota-se nas micrografias que o compósito moldado com os parâmetros do tratamento T1 (Figura 41a) apresenta uma superfície muito mais irregular do que o compósito moldado com o tratamento T8 (Figura 41b). Isto justifica o baixo brilho e a elevada rugosidade apresentada pelos compósitos provenientes do tratamento T1. Esta rugosidade elevada é causada por fibras de vidro que migraram para a superfície do compósito, sendo que algumas foram removidas durante a preparação da amostra, deixando apenas um vazio próximo da superfície. A amostra T8, por outro lado, apresenta uma superfície muito mais plana e regular, com menor quantidade de fibras próximo à superfície. É possível perceber que as fibras apresentam uma maior tendência de alinhamento com o sentido do fluxo de injeção nesta amostra (ocorrência de maiores quantidades de fibras com geometria circular). Isto é resultante da maior velocidade de injeção utilizada neste tratamento, a qual causa uma elevada tensão de cisalhamento na região próxima à superfície do compósito, promovendo uma maior orientação das fibras no sentido do fluxo de injeção. Esse maior grau de orientação é responsável pela maior resistência à flexão das amostras com esse tipo de microestrutura. A maior temperatura do polímero fundido também auxilia na redução da viscosidade, facilitando a ocorrência de uma fina camada de polímero entre o molde e a superfície do compósito.



**Figura 41** – Micrografias dos corpos de prova de flexão. (a) Tratamento T1. (b) Tratamento T8. Direção do fluxo saindo da página. Aumento de 100x

A Figura 42 mostra a componente do tensor de orientação das fibras na direção do fluxo  $(a_{11})$  em função da espessura do corpo de prova medido no plano PO 6. É possível perceber claramente a estrutura em cinco camadas (pele/casca/miolo), onde o miolo apresenta uma orientação perpendicular ao fluxo e a casca alinhada com o mesmo (ver Figura 8). É possível observar também que a amostra T8 apresenta um maior alinhamento das fibras nas camadas mais externas (próximas às paredes do molde), quando comparado à orientação do corpo de prova T1. Levando em conta que, em um esforço de flexão, as camadas mais externas do corpo de prova são as mais solicitadas [127, 128], esse fato contribuiu para a maior resistência à flexão encontrada na amostra T8. A possível causa para a maior orientação da sfibras da amostra T8 é devido ao maior cisalhamento causado pela maior vazão de injeção e a menor viscosidade do polímero fundido, decorrente da maior temperatura do canhão e a maior rotação da rosca (ver Tabela 5).



Figura 42 – Orientação das fibras na direção do fluxo em função da espessura normalizada para as amostras do ensaio de flexão, demonstrando as regiões da pele, casa e miolo.

Na Figura 42 também é possível perceber que a largura do miolo da amostra T8 é maior do que a T1, isso também é decorrente da maior velocidade da injeção Esse comportamento é compatível com os resultados documentados na literatura [58].

A Figura 43 apresenta uma imagem comparativa, obtida por microscopia eletrônica de varredura (MEV) da região da fratura dos corpos de prova de flexão T1 e T8. Essa imagem é corrobora os dados de orientação observados no gráfico da Figura 42.



Figura 43 – MEV da superfície de fratura do ensaio de flexão. (a) Tratamento T1. (b) Tratamento T8.

É possível identificar claramente na Figura 43b a maior espessura do miolo encontrado na amostra do tratamento T8. Na Figura 43, a pele não está marcada, pois a mesma não pode ser identificada nas imagens devido a sua pequena espessura. A Tabela 8 apresenta os resultados da microestrutura dos corpos de prova T1 e T8 moldados por injeção medidos no centro do corpo de prova de flexão. Ou seja, no ponto PC 4 (comprimento das fibras) e no plano PO 6 (orientação) conforme determinado nas Figuras 20 e 21, respectivamente. É possível verificar que a orientação média obtida nos dois processos é muito similar. O que difere uma amostra da outra é a espessura do miolo e o nível de orientação da casca, conforme mostra a Figura 42. Por outro lado, também não há diferenças significativas nos comprimentos médios de fibra (numérico e volumétrico), mesmo tendo se utilizado uma maior velocidade de fluxo na moldagem do T8. Esses fatos reforçam a hipótese de que o fator responsável pela maior resistência à flexão dos corpos de prova T8 é a maior orientação das fibras na casca. Seguindo esse raciocínio, a Tabela 8 apresenta a orientação média da pele/casca de cada amostra. É possível perceber que a orientação nessa localização é maior na amostra T8, o que corrobora a hipótese descrita acima.

<b>Tabela 8</b> – Parâmetros	s microestruturais das	s amostras de fle	exão T1 e T8	[163]	(este trabalho).
------------------------------	------------------------	-------------------	--------------	-------	------------------

Parâmetro microes	trutural	Tratamento 1 (T1)	Tratamento 8 (T8)
$a_{11}$ (média geral) <sup>a</sup>	$(\mathbf{D}_{1}, \dots, \mathbf{D}_{Q}, \mathbf{C})$	$0,\!577 \pm 0,\!03$	$0,558 \pm 0,04$
$a_{11}$ (média casca + pele) <sup>b</sup>	(Plano PO 6)	$0{,}670 \pm 0{,}04$	$0,738 \pm 0,03$
$L_n$ (mm)		$0,35 \pm 0,01$	$0,33 \pm 0,01$
$L_w$ (mm)	(Ponto PC 4)	$0{,}55\pm0{,}02$	$0{,}56\pm0{,}02$
8		h	

<sup>a</sup> Média sobre toda a espessura do corpo de prova, <sup>b</sup> média dos seis pontos externos (três de cada lado).

Dos dados listados na Tabela 8, pode-se calcular que a diferença entre a orientação na região da casca das amostras T1 e T8 é de aproximadamente 10%. Essa diferença percentual é compatível com a encontrada na resistência à flexão entre os mesmos tratamentos (ver Tabela 7), reforçando a tese que a diferença de orientação das fibras é a maior responsável pela diferença na propriedade mecânica resistência à flexão.

## 5.3 Resultados dos ensaios de tração

Os corpos de prova de tração foram injetados com o compósito TRFL, possuindo matriz de PA 6.6 e 50% m de fibra de vidro conforme descrito na Seção 4.1. Os parâmetros de processo selecionados para a moldagem por injeção foram os valores otimizados definidos na Seção 5.2.5, os quais correspondem ao tratamento T8 do projeto de experimentos (ver Tabela 5), os quais apresentam melhores resultados mecânicos e visuais.

## 5.3.1 Resistência à tração e módulo de elasticidade

A Tabela 9 resume os resultados das propriedades mecânicas do compósito TRFL submetidos ao ensaio de tração Na Tabela 9 também são apresentados os resultados da matriz de PA 6.6 (pura, sem fibras) moldada com as mesmas condições de processo. As condições utilizadas para a realização deste ensaio estão descritas na Seção 4.5.1.

É importante destacar que foram ensaiados nove corpos de prova (CP) do compósito TRFL, e dessa quantidade, seis apresentaram a ruptura logo após o pescoço (plano PO 3 da Figura 21). Os três CP restantes romperam na parte central da cabeça no lado da injeção (Plano PO 2 da Figura 21) e, portanto, tiveram os seus resultados descartados. Nenhum CP apresentou ruptura na região central do mesmo.

**Tabela 9** – Resultados dos ensaios de tração para o compósito TRFL e para PA 6.6 pura.

Propriedade	Unidade	Compósito TRFL 50%m FV	Matriz PA 6.6
Resistência à tração	MPa	$218,\!64 \pm 11,\!69$	$77,50 \pm 0,43$
Deformação na ruptura	(%)	$1,78\pm0,15$	$4,15 \pm 0,23$
Módulo de elasticidade à tração	MPa	$17.913,2 \pm 1.520,4$	$3.375,26 \pm 82,88$

A Figura 44 apresenta os gráficos de tensão *versus* deformação para o compósito TRFL com 50%m de fibra de vidro (FV) e para a poliamida 6.6 sem fibra (pura).



Figura 44 – Curvas tensão *versus* deformação típicas para o compósito TRFL com 50% m de fibra de vidro e para a PA 6.6 sem fibra.

É possível perceber o comportamento não linear das duas curvas na Figura 44, assim como a maior deformação na ruptura da PA 6.6 pura. Ambas as curvas referem-se a corpos de prova secos, conforme moldados.

A curva tensão *versus* deformação para a matriz (PA 6.6 puro) foi ajustada através de uma equação cúbica a fim de utilizar uma função que descreva a tensão na matriz ( $\sigma_m$  - MPa) em função da deformação no compósito ( $\varepsilon_c$  - adimensional), conforme descrito na equação 61, válida para o intervalo  $0 \le \varepsilon_c \le 0.03$  [82].

 $\sigma_m = 3,731 \cdot 10^3 \varepsilon_c - 2,630 \cdot 10^4 \varepsilon_c^2 - 4,891 \cdot 10^5 \varepsilon_c^3 \qquad (R^2 = 99,98\%) \tag{61}$ 

A Equação 61 pode ser utilizada para determinar a tensão na matriz no momento da ruptura do compósito ( $\sigma'_m$ ), bastando substituir na mesma o valor da deformação na ruptura do compósito ( $\varepsilon_{rc}$ ), conforme descrito na Seção 4.10.

### 5.3.2 Microestrutura dos corpos de prova de tração e do canal de alimentação

A Tabela 10 resume os resultados dos parâmetros microestruturais mensurados no corpo de prova (CP) de tração e no canal de injeção do mesmo. As posições dos planos para medição dos comprimentos das fibras estão descritos na Figura 20, e as localizações dos planos de medição da orientação estão descritos na Figura 21. Lembrando que o parâmetro de orientação determinado neste caso é a componente  $a_{11}$  do tensor de orientação das fibras, correspondendo à orientação na direção do fluxo e representando a média ao longo da espessura do CP.

Orientação média das fibras			Comprimento médio das fibras					
Plano do corpo Comp. $a_{11}$		Comp. $a_{11}$	Ponto do corpo		$L_n$	$L_w$		
de prova (adimensional)		(adimensional)	de prova		(mm)	(mm)		
PO 1	(início canal)	$0,553 \pm 0,042$	PC 0 (injeção livre)		$0,568 \pm 0,024$	$1,045 \pm 0,024$		
PO 2	(final canal)	$0,591 \pm 0,034$	PC 1 (início canal)		$0,524 \pm 0,016$	$0,874 \pm 0,016$		
PO 3	(centro cabeça)	$0,521 \pm 0,048$	PC 2 (final do canal)		$0,505 \pm 0,014$	$0,820 \pm 0,014$		
PO 4	(final pescoço)	$0,633 \pm 0,049$	PC 3	(centro CP)	$0,\!452 \pm 0,\!010$	$0,\!678 \pm 0,\!010$		
PO 5	(centro CP)	$0,\!655 \pm 0,\!057$						

**Tabela 10** – Resultado microestrutural do corpo de prova de tração e do canal de alimentação

Segundo Lafranche e colaboradores [17, 42], o estado e a orientação das fibras em relação à direção do fluxo pode ser classificado da seguinte forma:  $a_{11} < 0.35$  significa orientação preferencialmente perpendicular,  $0.50 < a_{11} < 0.60$  corresponde a uma orientação aleatória e  $a_{11} > 0.70$  remete a uma orientação preferencialmente paralela ao fluxo.

Conforme descrito na Tabela 10, a orientação média das fibras na entrada do canal de alimentação (plano PO 1) é aleatória e tende a se alinhar na direção do fluxo no final do canal de alimentação (plano PO 2), logo antes de entrar na cavidade. Esse alinhamento é resultado de um fluxo cisalhante que ocorre ao longo do canal de alimentação. Uma vez dentro da cavidade (logo após a entrada) a orientação volta a ser aleatória (plano PO 3). Diferente do

fluxo no canal, esse comportamento é causado pelo fluxo divergente (elongacional) que ocorre logo após a entrada da cavidade, o qual ocorre devido à largura da entrada ser menor que a largura da cabeça do CP. Já no final do pescoço, as fibras tendem a se alinharem novamente com o fluxo de injeção. Esse fato também decorre do fluxo cisalhante, mas principalmente devido ao fluxo convergente que acontece devido à redução da largura do CP na região do pescoço do mesmo. Finalmente, no centro do CP, ocorre um maior alinhamento das fibras, nesse caso exclusivamente devido ao cisalhamento. A Figura 45 apresenta de forma gráfica a evolução da orientação média das fibras ao longo do fluxo.



**Figura 45** – Evolução da orientação média das fibras no corpo de prova de tração. (a) Gráfico da evolução da orientação. (b) posição dos planos de medição.

O perfil de orientação das fibras ao longo do diâmetro do canal de injeção está demonstrado na Figura 46. Nessa figura está descrita a orientação no plano PO 1, correspondente ao início do canal (estado de orientação inicial das fibras) e a orientação final do canal de injeção (plano PO 2). Ambas representadas com a componente da orientação na direção do fluxo  $(a_{11})$  como função da espessura normalizada.

Observando a Figura 46, percebe-se que os perfis são aproximadamente simétricos em relação ao ponto central, como seria de se esperar devido à geometria cilíndrica do canal de injeção. Por outro lado, devido à combinação de fluxo cisalhante através do canal de alimentação (região com diâmetro constante) e fluxo divergente através da bucha de injeção (região inicial cônica do canal), percebe-se um pequeno aumento na orientação das fibras no miolo, assim como um estreitamento do mesmo.



Figura 46 – Evolução do perfil de orientação das fibras no canal de alimentação

A Figura 47 apresenta a evolução do perfil de orientação no corpo de prova de tração, mostrando os perfis de orientação nos planos PO3, PO4 e PO5 (ver Figura 45b para identificar a posição desses planos no corpo de provas).



Figura 47 – Evolução do perfil de orientação no corpo de prova de tração

É possível identificar na Figura 47 um perfil com uma menor orientação no plano PO 3, causado pelo fluxo divergente de entrada na cavidade do molde. Em seguida, no plano PO 4 a orientação média aumenta, elevando todo o perfil de orientação como consequência do fluxo convergente após o pescoço do CP. Finalmente, na parte central do corpo de prova, a orientação sofre um incremento devido ao fluxo cisalhante que ocorre nessa região do CP, principalmente na região da casca. A evolução dos comprimentos de fibra médio numérico  $(L_n)$  e volumétrico  $(L_w)$  está descrita na Figura 48. Nessa figura também foi incluída, a título de comparação, o comprimento das fibras antes do processo de injeção (no *pellet*, conforme Tabela 6).



Figura 48 – Evolução do comprimento médio das fibras no corpo de prova de tração. (a) Gráfico da evolução do comprimento. (b) Posição dos pontos de medição.

É possível perceber, através da análise da Figura 48 e da Tabela 10, que a maior degradação do comprimento das fibras ocorre dentro do canhão, na fase de plastificação do material (cerca de 95%), reduzindo o comprimento médio volumétrico ( $L_w$ ) de 11,33 mm para 1,05 mm. Essa redução drástica é compatível com os dados encontrados na literatura [17, 23, 122] e pode estar associada, no caso do presente trabalho, ao elemento misturador posicionado no final da rosca (ver Figura 18), o qual usualmente proporciona um elevado nível de cisalhamento [89]. No restante do processo de injeção, desde o início do canal de injeção até o centro do CP, não há uma redução significativa no comprimento médio numérico ( $L_n$ ). Já o comprimento médio volumétrico ( $L_w$ ) sofre uma redução maior nesse trecho (cerca de 3 vezes maior). Isso ocorre por que esse parâmetro é mais sensível às fibras de comprimento elevado; e são justamente essas fibras maiores que quebram com mais frequência durante o fluxo do material dentro do molde [37, 121].

As Figuras 49 e 50 e apresentam os histogramas da distribuição de comprimento de fibras (DCF) para os pontos PC 0, a PC 3.Percebe-se que há pouca variação entre os histogramas, apenas pode se identificar uma pequena redução da frequência de fibras de comprimento acima de 0,8 mm no histograma PC 1 em relação ao PC 0. Isso justifica os valores próximos de  $L_n$  para essas duas amostras e o valor de  $L_w$  superior encontrado para o ponto PC 1 (ver Tabela 10).



Figura 49 – Histogramas da DCF para os pontos PC 0 e PC 1. (a) Histograma injeção livre (PC 0). (b) Histograma início do canal livre (PC 1).



**Figura 50** – Histogramas da DCF para os pontos PC 2 e PC 3. (a) Histograma do final do canal de alimentação (PC 2).(b) Histograma do centro do CP (PC 3).

A Figura 50 repete as mesmas características observadas nos histogramas da Figura 49, redução da quantidade de fibras de comprimentos maiores e um aumento de fibras menores no ponto PC 3, quando comparado ao ponto PC 2.

Em todos os histogramas mostrados nas Figuras 49 e 50, percebem-se as mesmas características de uma distribuição assimétrica: um pico agudo do lado esquerdo e uma longa cauda à esquerda. Essas características são compatíveis com os resultados encontrados na literatura para DCF de compósitos TRFL [17, 20, 121].

### 5.4 Modificação da superfície do compósito através do tratamento de plasma

A Figura 51 apresenta a evolução do contraste entre a fibra e a matriz após o tratamento superficial por plasma de argônio, observada através de um microscópio ótico. Esse tratamento foi empregado em todas as amostras utilizadas para determinação da orientação das fibras.



**Figura 51** – Micrografias do compósito TRFL tratado com plasma de argônio. (a). Sem tratamento (100x). (b) 30 min. de tratamento (100x). (c) 60 min. de tratamento (100x). (d) Detalhe de fibra tratada com 60 min. de plasma, mostrando a sua lateral exposta (500x).

É possível perceber que o tratamento por *sputtering* de Argônio promove uma limpeza da superfície da amostra, além de causar uma erosão seletiva da matriz. Esse fenômeno aumenta o contraste entre as duas fases do compósito, facilitando a determinação do tensor de orientação das fibras através do software Image Pro Plus. Além disto, devido à diferença entre o plano do compósito e o plano das fibras, a parte lateral da fibra (comprimento) fica exposta (Figura 51d). Desta forma é possível determinar a origem do ângulo  $\varphi$  que determina as componentes  $p_2$  e  $p_3$  do vetor que determina a orientação da fibra (ver Figura 9). Essa informação é especialmente útil para determinar com exatidão as componentes  $a_{13}$  e  $a_{23}$  do tensor orientação das fibras **A**, caso essa informação seja de interesse [98].

## 5.5 FDP adequada para a descrição da distribuição de comprimento de fibras de um compósito TRFL

Para a verificação da função densidade de probabilidade (FDP) que melhor descreve a distribuição de comprimento de fibras (DCF) presente em um compósito TRFL foram utilizadas as DCF obtidas dos corpos de prova do ensaio de flexão (amostras T1 e T8 – PC 6) e do corpo de prova do ensaio de tração (final do canal – PC 2 e centro do corpo de prova – PC 3). Também foi avaliado a DCF obtida através da amostra de injeção livre (PC 0). Finalmente, a título de comparação.

Foram avaliadas as FDP de Weibull, lognormal e loglogística, e o teste de aderência utilizado foi o teste de Anderson Darling (AD) [157]. Para que uma dada distribuição de probabilidade (FDP) possa representar um determinado conjunto de dados, o teste de Anderson Darling estabelece que, para um nível de confiança de 95%, o valor P deve ser maior ou igual a 0,05. Da mesma forma, quanto mais próximo de zero for o valor da estatística AD (Stat. AD), melhor a aderência da FDP [140]. A Tabela 11 resume os resultados encontrados.

	1 a.	<b>Tabela 11</b> Resultados dos testes de adelenera para as 1 D1						
Amostra	$L_n = L_w$		Weibull		Lognormal		Loglogística	
	(mm)	(mm)	Stat. AD	Valor P	Stat. AD	Valor P	Stat. AD	Valor P
Flexão T1 <sup>ª</sup>	0,35	0,55	2,308	< 0,010	0,254	0,755	0,311	> 0,250
Flexão T8 <sup>a</sup>	0,33	0,56	2,532	< 0,010	1,113	0,006	0,578	0,092
Tração PC 0 <sup>b</sup>	0,57	1,05	3,067	< 0,005	0,448	0,276	0,567	0,097
Tração PC 2 <sup>b</sup>	0,51	0,82	3,922	< 0,005	0,481	0,229	0,581	0,090
Tração PC 3 <sup>b</sup>	0,45	0,68	1.507	< 0,010	0,133	0,980	0,256	> 0,250

Tabela 11 - Resultados dos testes de aderência para as FDP

<sup>a</sup> Dados CP de flexão, ponto PC 4[163].<sup>b</sup> Dados CP tração, ver Figura 20.

Conforme apresentado pela Tabela 11, a FDP que pior representa os dados da DCF é a distribuição de Weibull. Em nenhuma das amostras estudadas, o valor P é maior que 0,05. Por outro lado, as distribuições lognormal e loglogística apresentam uma boa aderência aos dados das DCF apresentadas. Especificamente a distribuição loglogística representa adequadamente todas as amostras estudas, pois em todos os casos o valor P do teste de AD é superior a 0,05. No caso da FDP lognormal, a mesma não possuiu aderência estatística para as amostras Flexão – T8. Por apresentar uma aderência a todos as amostras analisadas, a distribuição loglogística será utilizada para representar a DCF no presente trabalho.

As Figuras 52 e 53 apresentam de forma gráfica os resultados dos testes de aderência da amostra Flexão T1 e do corpo de provas de tração (ponto CP-3) para as diversas distribuições estudadas.



**Figura 52** – Resultados do ajuste da FDP para a amostra Flexão T1. (a) Histograma e ajuste da distribuição loglogística. (b) Papel de probabilidade da FDP de Weibull. (c) Papel de probabilidade da FDP loglogística. (d) Papel de probabilidade da FDP lognormal.



**Figura 53** – Resultados do ajuste da FDP para a amostra do ponto PC 3. (a) Histograma e ajuste da distribuição loglogística. (b) Papel de probabilidade da FDP de Weibull. (c) Papel de probabilidade da FDP loglogística. (d) Papel de probabilidade da FDP lognormal.

As Figuras 52a e 53a mostram a distribuição de comprimento de fibra e a FDP loglogística ajustada aos dados. Já as figuras 52b, 52c, 52d, 53b, 53c e 3d apresentam os gráficos de papel de probabilidade, comparando-os com cada FDP estudada. Nesse tipo de

gráfico, é esperado que os dados da amostra posicionem-se sobre uma reta ou dentro dos limites estabelecidos pelo intervalo de confiança de 95% (curvas em ambos os lados da reta central) [140].

É possível verificar que as Figuras 52 e 53 corroboram os resultados apresentados na Tabela 11; ou seja, a distribuição de Weibull é que possui menor aderência aos dados experimentais. Por sua vez, as FDP lognormal e loglogística apresentam os melhores resultados no papel de probabilidade, com destaque para a distribuição loglogística.

## 5.6 Resultados para a correlação entre os parâmetros $\alpha$ e $\beta$ da distribuição loglogística e os comprimentos médios $L_n$ e $L_w$

A fim de que as funções densidade de probabilidade (FDP) tenham uma utilidade prática para a descrição da distribuição dos comprimentos de fibras (DCF) presente em compósitos TRFL, é importante estabelecer uma relação entre os parâmetros que definem essa FDP e os comprimentos médios numéricos  $L_n$  e volumétrico  $L_w$ .

A relação entre uma FDP f(L) e esses parâmetros microestruturais é dada pelas Equações 52 e 53. Resolvendo numericamente essas equações para um determinado conjunto de dados de comprimento de fibras, foi possível estabelecer dois conjuntos de dados numéricos em forma matricial correlacionando  $L_n$  e  $L_w$  com  $\alpha$  e  $\beta$  para a função  $f(L)_{LL}$ loglogística (Equação 38). Dessa forma, foi possível estabelecer duas funções de duas variáveis cada  $L_n(\alpha, \beta)$  e  $L_w(\alpha, \beta)$ .

A Figura 54a apresenta um gráfico de contorno (linhas de nível) para a relação  $L_n(\alpha, \beta)$  determinada numericamente.



**Figura 54** – Gráficos de contorno para a relação entre os parâmetros da FDP loglogística e  $L_n$ . (a)  $L_n$  com função de  $\alpha$  e  $\beta$ . (b)  $L_n$  com função de  $\sigma_{ll}$  e  $\mu_{ll}$ .

É possível perceber, através da elevada curvatura das linhas de nível, que a relação entre as variáveis é do tipo não linear. Por outro lado, se for feita uma transformação de
variáveis dos parâmetros  $\alpha \in \beta$ , transformando-os nos parâmetros  $\sigma_{ll} \in \mu_{ll}$  utilizando as Equações 40 e 41; ou seja, determinando uma nova função  $L_n(\sigma_{ll}, \mu_{ll})$ , a relação se torna aproximadamente linear. Esse fato pode se comprovado pela Figura 54b, que apresenta o gráfico de contorno para essa relação, o qual possui linhas de contorno aproximadamente lineares e paralelas. Uma relação linear entre os parâmetros  $\alpha \in \beta$  da FDP loglogística e o comprimento médio numérico de fibra  $(L_n)$  é preferível, pois facilita os cálculos matemáticos.

A Figura 55 apresenta a mesma análise para o comprimento médio volumétrico  $(L_w)$ . Novamente a transformação de variáveis dada pelas Equações 40 e 41 permite linearizar a relação entre  $L_w$  e os parâmetros da FDP loglogística.



**Figura 55** - Gráficos de contorno para a relação entre os parâmetros da FDP loglogística e  $L_w$ . (a)  $L_w$  com função de  $\alpha \in \beta$ . (b)  $L_w$  com função de  $\sigma_{ll} \in \mu_{ll}$ .

Com base nas informações apresentadas, verifica-se que é possível ajustar numericamente duas funções lineares, de duas variáveis cada ( $\sigma_{ll} \in \mu_{ll}$ ), para a determinação dos comprimentos médios  $L_n \in L_w$ . Utilizando a mudança de variável definida pelas Equações 40 e 41 é possível reescrever novamente esse ajuste em função de  $\alpha \in \beta$ , conforme as Equações 62 e 63, as quais são apresentadas juntamente com os respectivos coeficientes de determinação ( $R^2$ ) resultantes do ajuste linear. Esse ajuste numérico foi executado com o auxílio do *software* Minitab, e é válido para os intervalos  $0.3 \leq L_n \leq 1.9 \in 0.4 \leq L_w \leq 4.6$ .

$$\int L_n = 0.810 \ln(\beta) + \frac{0.839}{\alpha} + 0.930 \qquad (R^2 = 98,26\%) \qquad (62)$$

$$L_w = 1,125\ln(\beta) + \frac{4,383}{\alpha} + 0,380$$
(R<sup>2</sup> = 98,94%) (63)

Desta forma, as Equações 62 e 63 formam um sistema de equações que podem ser resolvidas simultaneamente para calcular os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  de uma distribuição loglogísitca, quando forem conhecidos os comprimentos médios  $L_n$  e  $L_w$ . A Tabela 12 apresenta o resultado da aplicação dessa equação para os comprimentos de fibra apresentados na Tabela 11. Esses cálculos foram realizados com o auxílio do software Matlab.

Amostra <sup>a</sup>	L <sub>n exp.</sub> (mm)	L <sub>w exp.</sub> (mm)	$\alpha_{\text{ calc.}}^{b}$	$\boldsymbol{\beta}_{\text{calc.}}^{\text{b}}$	$L_n$ calc. <sup>c</sup> (mm)	$L_{w \text{ calc.}}^{c}$ (mm)	Erro <i>L</i> <sub>n</sub> <sup>d</sup> (%)	Erro <i>L</i> <sub>w</sub> <sup>d</sup> (%)
Flexão T1	0,35	0,55	3,300	0,357	0,42	0,61	19,21	10,37
Flexão T8	0,33	0,56	3,177	0,344	0,41	0,61	23,40	9,54
Tração PC 0	0,57	1,05	2,751	0,440	0,55	0,95	3,45	9,69
Tração PC 2	0,51	0,82	3,146	0,429	0,51	0,77	0,31	6,30
Tração PC 3	0,45	0,68	3,330	0,405	0,47	0,68	4,87	0,02

Tabela 12 – Parâmetros da FDP loglogística calculados através dos comprimentos de fibramédios

<sup>a</sup> Dados da Tabela 11. <sup>b</sup> Calculado através das Equações 62 e 63. <sup>c</sup> Calculado utilizando a FDP loglogística e os parâmetros α e β calculados (Equações 52 e 53). <sup>d</sup> Erro entre os comprimentos médios experimentais e calculados.

Como pode ser visto na Tabela 12, o erro máximo identificado na aplicação das Equações 62 e 63 fica na faixa de 23%. A fim de melhorar os resultados encontrados, um código foi escrito no *sofware* Matlab para calcular de forma iterativa uma melhor aproximação. Para tal, os resultados das Equações 62 e 63 são utilizados como estimativa inicial e uma matriz de pontos  $\alpha \in \beta$  cercando essa localização (5.200 pontos) são utilizados para o cálculo de  $L_n \in L_w$  para cada ponto. A menor diferença quadrática entre os valores de comprimento de fibra experimental e calculado define os parâmetros  $\alpha \in \beta$  finais (otimizados).

A Tabela 13 apresenta os resultados dos parâmetros da FDP loglogística otimizados com o auxílio do processo iterativo. Percebe-se que o erro resultante desse processo é significativamente menor, situando-se abaixo de 0,5%.

Amostra <sup>a</sup>	L <sub>n exp.</sub>	L <sub>w exp.</sub>	$\alpha_{\rm otim}^{\rm b}$	<b>B</b> atim <sup>b</sup>	$L_n$ calc. <sup>c</sup>	$L_w$ calc. <sup>c</sup>	Erro L <sub>n</sub> <sup>d</sup>	Erro L <sub>w</sub> <sup>d</sup>
	(mm)	(mm)	oo otiin.	P ouni.	(mm)	(mm)	(%)	(%)
Flexão T1	0,35	0,55	3,050	0,292	0,35	0,55	0,22	0,42
Flexão T8	0,33	0,56	2,877	0,269	0,33	0,58	0,27	0,47
Tração PC 0	0,57	1,05	2,576	0,440	0,57	1,05	0,47	0,01
Tração PC 2	0,51	0,82	2,946	0,419	0,51	0,82	0,24	0,09
Tração PC 3	0,45	0,68	3,155	0,380	0,45	0,68	0,18	0,25

Tabela 13 – Parâmetros da FDP loglogística calculados pelo processo iterativo

<sup>a</sup> Dados da Tabela 11. <sup>b</sup> Calculado através de um processo iterativo. <sup>c</sup> Calculado utilizando a FDP loglogística e os parâmetros  $\alpha \in \beta$  otimizados (Equações 52 e 53). <sup>d</sup> Erro entre os comprimentos médios experimentais e calculados.

### 5.7 Resultados obtidos para os parâmetros micromecânicos $\sigma_{rtf}$ e $\tau_{rci}$

A Tabela 14 resume os resultados dos parâmetros micromecânicos  $\tau_{rci}$ ,  $\sigma_{rtf}$  e  $E_f$ , obtidos para o compósito TRFL com 50%m de fibra de vidro. A metodologia utilizada para a determinação desses parâmetros está descrita na Seção 4.11. Foram utilizados dados de seis corpos de provas utilizados no ensaio de tração para a realização dos cálculos e definição do

erro experimental. Os dados da Tabela 14 foram calculados com a utilização das Equações 56 e 57, utilizando a FDP loglogística.

<b>Tabela 14</b> – Parâmetros microestruturais determinados experimentalmente para o compósito TRFL						
Parâmetro		Unidade	Metodologia	Resultado		
Resistência ao cisalhamento interfacial	$(\tau_{rci})$	MPa	Eq. 57 $(BB_{mod})^{a}$	$29,55 \pm 0,31$		
Resistência à tração da fibra	$(\sigma_{rtf})$	MPa	Eq. 56 $(KT_{mod})^{b}$	$1.665,8 \pm 46,1$		
Módulo de elasticidade da fibra à tração	$(E_f)$	MPa	Eq. 57 $(BB_{mod})^a$	$74.300\pm1.579$		
			h			

<sup>a</sup> Equação de Bowyer e Bader modificada ajustada à curva de tração <sup>b</sup> Equação de Kelly e Tyson modifica

A Figura 56 apresenta um exemplo de ajuste da curva experimental de tensão *versus* deformação através da equação de Bowyer e Bader (BB), demonstrando um excelente ajuste  $(R^2=99,94\%)$ . A curva ajustada pela equação de BB (Equação 57) consegue capturar inclusive a curvatura não linear do gráfico. No caso do CP apresentado pelo gráfico da Figura 56, a tensão na ruptura encontrada foi de 223,6 MPa e a deformação específica nesse ponto é igual 1,81%.



Figura 56 – Ajuste da equação de Bowyer e Bader modificada aos dados experimentais para a curva tensão versus deformação do ensaio de tração

Para aplicação da Equação 57 (teoria de BB modificada) foram utilizados os dados de orientação e comprimento de fibra da parte central do CP (plano PO 5 e ponto PC 3), conforme Tabelas 10 (orientação) e 12 (comprimento de fibras e parâmetros da FPD loglogística). No caso da Equação 56 (teoria de KT modificada) foram utilizados os dados de orientação no plano de fratura do compósito (PO 4), também listado na Tabela 12. Ainda para

a Equação 56, os dados de comprimento de fibra utilizados também foram os do ponto PC 3, pois é próximo ao plano de ruptura.

Os resultados para a resistência à tração da fibra ( $\sigma_{rtf}$ ), listados na Tabela 14, são consistentes com os dados encontrados na literatura. No entanto, percebe-se que os valores determinados experimentalmente neste trabalho são inferiores aos valores tabelados para a fibra de vidro tipo E (ver Tabela 1). Essa redução na resistência à tração das fibras está relacionada possivelmente aos danos causados a estas devido ao processo de produção do compósito e ao processo de injeção, os quais são decorrentes das interações entre as fibras; entre as fibras e as paredes do molde ou da rosca plastificadora; ou ainda entre a fibra e o próprio fluxo do polímero. Levando em conta que o processo de quebra das fibras durante o processamento é causado principalmente pela flexão das fibras devido ao fluxo de polímero, pode-se supor que as fibras não fraturadas tenham sua resistência à tração afetada nesse processo. Com base nesse raciocínio, Thomason relata valores para a  $\sigma_{rtf}$  entre 1.760 a 2.100 MPa, calculados pelo método original de Bowyer e Bader para compósitos com matriz em PA 6.6 [61, 82]. Por outro lado, Thomason e Kalinka [166] encontraram dados ainda menores para a resistência a tração de fibras do tipo E (entre 1.500 a 2.000 MPa), avaliando as mesmas individualmente em um ensaio de tração, após as fibras serem extraídas do compósito após moldagem. Valores próximos a estes também foram relatados por Teixeira e colaboradores para o mesmo tipo de compósito, mas com outra abordagem de cálculo [22, 40]

No caso da resistência ao cisalhamento interfacial ( $\tau_{rci}$ ), os dados encontrados nesse trabalho também são consistentes aos valores encontrados por outros autores, ficando dentro do limite esperado de 20 a 45 MPa [13, 61, 82]. O mesmo vale para o módulo de elasticidade, pois os valores experimentais estão dentro da faixa descrita na Tabela 1.

#### 5.8 Resultados da simulação de injeção

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos através das simulações de injeção realizadas com o compósito TRFL estudado. A metodologia, assim como os parâmetros de processo e os modelos CAD em três dimensões (3D) utilizados em cada processo de simulação estão descritos na Seção 4.7

### 5.8.1 Comparativo entre os modelos para o cálculo da orientação das fibras

A fim de comparar os diversos modelos de previsão do estado de orientação das fibras descritos na literatura, foi utilizado o modelo 3D descrito na Figura 26, cujo processo de

injeção foi simulado com o auxílio do *software* Moldflow. Os resultados estão apresentados na Figura 57.



Figura 57 – Influência dos modelos matemáticos para o cálculo da orientação das fibras. (a) Perfil de orientação no sentido do fluxo no ponto PM 1. (b) Evolução da orientação média ao longo do CP.

Através dos resultados expostos na Figura 57, percebe-se que o modelo de Jefery é o que apresenta os maiores valores para a componente  $a_{11}$  do tensor de orientação de fibras, principalmente na região da casca, onde o cisalhamento é maior. Isso significa que esse modelo prevê um maior alinhamento das fibras em relação ao fluxo; o que seria esperado, visto que o mesmo considera que não existe nenhuma interação entre as fibras no processo. Por outro lado, o modelo de Folgar Tucker (FT) prevê menores níveis de orientação, justamente por considerar essa interação entre as fibras (parâmetro  $C_i$ ), e esse fato tende a diminuir a orientação das mesmas ao longo do fluxo [101, 115].

O modelo RSC apresenta valores de orientação das fibras menores do que o de FT. O que diferencia esses dois modelos é que o RSC apresenta um parâmetro  $\kappa$  que aumenta ou diminui a taxa de variação da orientação das fibras, dependendo de sua magnitude. Esse fato pode ser comprovado pelo menor aumento da orientação média prevista por esse modelo, quanto comparado ao modelo de FT, conforme pode ser visto na Figura 57b. Já o modelo ARD-RSC proporciona um menor nível de orientação das fibras ao longo do fluxo (Figura 57b), o que é compatível com os resultados encontrados nos compósitos TRFL, para o qual o modelo foi desenvolvido. É esperado que um maior comprimento das fibras dificulte a rotação das mesmas durante o fluxo, prejudicando o alinhamento destas no sentido do fluxo de injeção, tendendo a reduzir os valores do parâmetro microestrutural  $a_{11}$  [50, 120].

#### 5.8.2 Influência dos parâmetros C<sub>i</sub> e κ nos modelos de orientação RSC e ARD-RSC

A Figura 57a apresenta os resultados da simulação de injeção com o modelo RSC mantendo o parâmetro  $\kappa = 0,1$  constante e variando o coeficiente de orientação  $C_i$ . É possível perceber uma grande influência do parâmetro  $C_i$  nos resultados, principalmente na região da pele e da casca (região de maior cisalhamento no fluxo). Percebe-se que, quanto maior o coeficiente de interação, menor a orientação nessa região. Esse resultado é esperado, haja visto que, quanto maior a interação entre as fibras, maior a dificuldade das mesmas se movimentarem, ou seja, se alinharem com o fluxo. Por outro lado, levando em conta que, teoricamente, quanto maior a fração volumétrica e o comprimento das fibras, maior o valor de  $C_i$  (ver Equação 16), é esperado que os compósitos TRFL apresentem menores valores máximos para a componente  $a_{11}$  do tensor orientação. A Figura 57b também mostra que a orientação no final do produto moldado (após o desenvolvimento do fluxo) também é maior quanto menor for o valor o coeficiente de interação.



**Figura 58** – Influência do parâmetro  $C_i$  no modelo de orientação RSC. (a) Perfis de orientação das fibras para vários valores de  $C_i$  e  $\kappa = 0,1$  no ponto PM 1. (b) Evolução da orientação média das fibras ao longo do CP com as mesmas condições de parâmetros.

A Figura 59a mostra a influência do parâmetro  $\kappa$  no modelo RSC, mantendo  $C_i$ Constante e igual a 0,03. Percebe-se que a influência do parâmetro  $\kappa$  (fator encerramento de deformação reduzida) no resultado final do perfil de orientação é menor do que o do coeficiente de interação ( $C_i$ ). Além disso, esse parâmetro possui maior relação com o miolo do perfil de orientação; quanto maior o fator  $\kappa$ , mas estreito é o miolo. A Figura 59b mostra que a orientação final também é pouco influenciada por esse parâmetro.



**Figura 59** – Influência do parâmetro  $\kappa$  no modelo de orientação RSC. (a) perfis de orientação das fibras para vários valores de  $\kappa$  e  $C_i = 0,031$  no ponto PM 1. (b) evolução da orientação média das fibras ao longo do CP com as mesmas condições de parâmetros.

Por fim, a Figura 60 apresenta a influência do parâmetro  $\kappa$  para o modelo ARD-RSC. Nesse caso, os parâmetros  $b_i$  foram mantidos constantes conforme descrito na Seção 4.7.1  $(b_1=1,924\cdot10^{-4}; b_2=5,839\cdot10^{-3}; b_3=0,04; b_4=1,168\cdot10^{-5} e b_5=0).$ 



**Figura 60** – Influência do parâmetro  $\kappa$  no modelo de orientação ARD\_RSC. (a) perfis de orientação das fibras para vários valores de  $\kappa$  no ponto PM 1. (b) evolução da orientação média das fibras ao longo do CP com as mesmas condições de parâmetros.

Percebe-se que o parâmetro  $\kappa$  possui uma relação com o modelo ARD-RSC similar ao RSC, porém com uma influência maior na orientação na região pele/casca. É possível observar também que a região do miolo é mais larga nos resultados calculados pelo modelo ARD-RSC do que no modelo RSC. Esse fato é compatível com os resultados encontrados no processamento de compósitos TRFL e coerente com as informações disponíveis na literatura [50, 167].

# 5.8.3 Resultados da análise da influência do tamanho da malha no cálculo da orientação das fibras

O gráfico da Figura 61a mostra a convergência dos resultados de orientação (componente  $a_{11}$  do tensor de orientação das fibras) em função do tamanho da malha utilizada na simulação. Foram consideradas as malhas 3D e *dual domain*, com o parâmetro de orientação calculado através do modelo RSC ( $C_i = 0,03$  e  $\kappa = 0,1$ ). Em cada uma das simulações foi variado o tamanho do elemento da malha (Figura 61b) a fim de verificar a sua influência na orientação média das fibras ao longo da espessura, medida na parte central do CP virtual (ver Figura 61b)



Figura 61 – Estudo de convergência da simulação de injeção. (a) Gráfico da orientação média ao longo da espessura em função do tamanho da malha. (b) Representação do ponto de medição da orientação e do tamanho da malha.

É possível perceber que a orientação média ao longo da espessura do CP é dependente do tamanho e do tipo da malha utilizada. A malha 3D, embora menos dependente do tamanho da malha, apresenta resultados de orientação de fibra (parâmetro  $a_{11}$ ) superiores à malha *dual domain*, para o mesmo modelo de orientação. Dessa forma é possível concluir que, para obter um resultado de orientação similar entre a malha 3D e a *dual domain*, não é possível utilizar os mesmos parâmetros para os modelos de orientação. Percebe-se também, que a convergência é alcançada em uma malha com tamanho médio de 0,5 mm; tanto para a malha 3D, quanto para a malha *dual domain*. Esses resultados são compatíveis com os dados da literatura [155].

A Figura 62 mostra a influência do tamanho da malha no perfil de orientação das fibras ao longo da espessura



**Figura 62** – Perfil de orientação em função do tamanho a malha. (a) Malha *dual domain*. (b) malha 3D. Ambas com o modelo RSC ( $C_i = 0.03 / \kappa = 0.1$ )

É possível perceber que o tamanho da malha também exerce influência no perfil de orientação das fibras, principalmente na região do miolo. Também é possível entender que malhas com tamanho maior que um milímetro produzem resultados incompatíveis com a teoria e com os resultados experimentais; ou seja, a orientação no miolo (região com menor cisalhamento) é maior que da casca (maior cisalhamento). Esse efeito é decorrente da pequena quantidade de elementos contidos na largura do corpo de prova na região de análise. Como o modelo 3D do corpo de prova de tração possui uma largura reduzida (13,4 mm), o efeito da elevada orientação próximo das paredes laterais do CP acaba afetando o cálculo da orientação no centro do corpo de provas. Verifica-se que, novamente, a convergência das curvas ocorre com uma malha de 0,5 mm, tanto para a malha 3D quando para a malha *dual domain*. Dessa forma é possível concluir que, para um adequado resultado no cálculo da orientação das fibras, é necessária uma densidade de malha mínima de 27 elementos na largura.

Conforme o tamanho do elemento diminui, a malha criada pelo *software* possui mais elementos; e, por sua vez, o tempo de processamento aumenta. A Figura 63a apresenta uma relação entre o tamanho do elemento e o número total de elementos na malha para cada tipo de malha. Percebe-se que o modelo 3D, por possuir elementos ao longo da espessura, sempre utiliza mais elementos que a malha *dual domain*, a qual somente possui elementos na superfície externa do modelo 3D. A Figura 63b mostra o tempo de processamento gasto por cada simulação como função da densidade da malha. Percebe-se que o modelo 3D, apesar de ter mais elementos que a *dual domain*, não apresenta um tempo de processamento significativamente superior.



Figura 63 – Influência do tamanho da malha no número de elementos e no tempo de processamento da simulação. (a) número de elementos. (b) tempo de processamento.

Por fim, a análise da influência do número de lâminas ao longo da espessura (discretização da espessura) para a malha *dual domain* e o número de elementos ao longo da espessura para a malha 3D foi analisada. Os resultados estão apresentados na Figura 64a (Malha *dual domain*) e 67b (malha 3D). Percebe-se uma pequena influência no número de lâminas para a malha *dual domain* e uma influência razoável do número de elementos na malha 3D.



Figura 64 – Influência da discretização ao longo da espessura no perfil de orientação. (a) Influência do número de lâminas na malha dual domain. (b) influência do número de elementos ao longo da espessura na malha 3D.

Com base nos resultados apresentados, as malhas utilizadas para simular o corpo de prova de tração terão uma dimensão média de 0,5 mm, 20 lâminas para a malha *dual domain* e no mínimo12 elementos ao longo da espessura para a malha 3D.

#### 5.8.4 Parâmetros dos modelos de orientação ajustados para o corpo de prova de tração

Foram avaliados os modelos RSC e ARD-RSC para verificar quais parâmetros de cada modelo melhor se ajustam aos dados experimentais; assim como, qual é o modelo que melhor representa os resultados de orientação encontrados experimentalmente. Além disso, conforme verificado na Seção 5.8.3, há também a influência do tipo de malha, a qual também foi analisada. A Tabela 15 apresenta a comparação entre os resultados encontrados na simulação e os resultados experimentais para os planos PO 2 a PO 5 (ver Figura 21 e Tabela 10). O Plano PO 1 não será analisado, pois o mesmo foi programado durante a simulação para possuir o mesmo perfil de orientação definida nos dados experimentais (Figura 46). A Tabela 15 também apresenta os parâmetros ajustados em cada modelo, a fim de produzir resultados na simulação mais próximos possíveis aos experimentais.

fibras ao longo da espessura na direção do fluxo, CP de tração							
	<i>a</i> <sub>11</sub>	<i>a</i> <sub>11</sub>	<i>a</i> <sub>11</sub>	<i>a</i> <sub>11</sub>	<i>a</i> <sub>11</sub>		
Plano de	Experimental	Malha <i>dual</i> domain	Malha <i>dual</i> domain	Malha 3D	Malha 3D		
medição		RSC	ARD-RSC <sup>a</sup>	RSC	ARD-RSC <sup>a</sup>		
		$C_i = 0,013$	$\kappa = 0.05$	$C_i = 0,044$	$\kappa = 0.05$		
		$\kappa = 0.05$	<i>n</i> 0,05	$\kappa = 0.05$	<i>k</i> 0,05		
PO 2	$0,591 \pm 0,034$	0,596 (0,8%) <sup>b</sup>	0,543 (8,2%) <sup>b</sup>	0,540 (8,6%) <sup>b</sup>	0,619 (4,7%) <sup>b</sup>		
PO 3	$0,521 \pm 0,048$	0,564 (8,2%) <sup>b</sup>	0,551 (5,8%) <sup>b</sup>	0,590 (13%) <sup>b</sup>	0,632 (21%) <sup>b</sup>		
PO 4	$0,633 \pm 0,049$	0,617 (2,5%) <sup>b</sup>	0,592 (6,5%) <sup>b</sup>	0,632 (0,2%) <sup>b</sup>	0,698 (10%) <sup>b</sup>		
PO 5	$0,655 \pm 0,057$	0,641 (2,2%) <sup>b</sup>	0,629 (4,0%) <sup>b</sup>	0,644 (1,7%) <sup>b</sup>	0,731 (12%) <sup>b</sup>		

 Tabela 15 – Comparação entre os resultados experimentais e simulados para a orientação média das fibras ao longo da espessura na direção do fluxo, CP de tração

<sup>a</sup> Demais parâmetros do modelo ARD-RSC ( $b_i$ ) conforme definidos na Seção 4.7.1. <sup>b</sup> Diferença entre os resultados experimentais e simulados. <sup>c</sup> Ver Figura 65b para definir as localizações no CP.

Pelos resultados apresentados na Tabela 15, o modelo RSC é que melhor se adéqua para prever a orientação média das fibras; tanto para a malha *dual domain* como a 3D. Uma possível justificativa para o melhor desempenho do modelo RSC pode residir na magnitude dos comprimentos finais de fibras presentes nos CP. São valores que se situam no limiar entre os compósitos TRFL e TRFC; lembrando que o modelo ARD-RSC foi desenvolvido exclusivamente para compósitos TRFL. Além disso, lado os coeficientes  $b_i$  do modelo ARD-RSC também não foram ajustados aos dados experimentais, sendo utilizados os coeficientes listados na literatura e recomendados pelo *software*.

A Figura 65 apresenta os dados da Tabela 15 de forma gráfica, mostrando a evolução da orientação das fibras ao longo do modelo, comparando os dados experimentais com os simulados.



Figura 65 – Evolução da orientação das fibras experimental e simulada. (a) Evolução da orientação. (b) planos de medição

É possível perceber que a tendência observada nos dados experimentais é repetida pelos resultados simulados. O plano que apresenta maior diferença entre os dados é o centro da cabeça do corpo de prova (PO 3). Essa é uma região próxima ao canal de injeção logo, sujeita a um fluxo complexo do polímero fundido devido a mistura de fluxo cisalhante e elongacional (divergente). Isso poderia justificar a discrepância obtida nos dados simulados nessa região do corpo de prova (CP). Percebe-se também que os resultados dos dois tipos de malhas são semelhantes em todos os pontos.

No caso específico do modelo RSC, o parâmetro coeficiente de interação das fibras  $C_i$ , previsto pelo modelo de Phan-Thien (Equação 16) não produz resultados satisfatórios. Para a malha *dual domain* foi necessário utilizar metade do valor previsto pelo modelo de Phan-Thien, tendo como base um comprimento médio de fibras  $L_n$  de 0,45 mm (resultando  $C_i = 0,026$ ). No caso do modelo 3D foi utilizado um resultado 1,7 vezes superior ao previsto por esse modelo para o mesmo  $L_n$ .

Além da orientação média, é importante também que os modelos de orientação permitam prever de forma precisa o perfil de orientação das fibras ao longo da espessura do modelo. Essa verificação pode ser feita através da comparação entre o perfil de orientação obtido experimentalmente e o previsto pelas simulações. As Figuras 66 e 67 apresentam essa comparação nos planos PO 4 e PO 5 para as malhas *dual domain* e 3D.



Figura 66 – Perfil de orientação experimental e simulado com a malha *dual domain* e modelo RSC.
(a) Plano PO 4 (final do pescoço do CP). (b) PO 5 (Centro do CP).



Figura 67 – Perfil de orientação experimental e simulado com a malha 3D e modelo RSC. (a) Plano PO 4 (final do pescoço do CP). (b) PO 5 (Centro do CP).

É possível perceber, analisando as Figuras 66 e 67, que nos dois tipos de malhas, os perfis de orientação simulados se aproximam relativamente bem aos resultados experimentais. No caso específico da malha 3D, no entanto, percebe-se que a mesma não consegue prever corretamente a orientação na zona da pele, pois não existe nas curvas simuladas com a malha 3D uma camada com orientação aleatória próxima às paredes do molde. É possível fazer uma comparação objetiva entre os dois tipos de malha, calculando o coeficiente de determinação  $(R^2)$  para cada ajuste. Essa análise está apresentada na Tabela 16.

Percebe-se, analisando os dados da Tabela 16, que o ajuste das curvas simuladas apresentam qualidade semelhante para os dois tipos de malhas considerados, com ligeira vantagem para a malha *dual domain*, a qual possui a vantagem adicional de prever a existência de uma zona de orientação aleatória próxima à parede do molde denominada pele. Dessa forma é possível inferir que, para os cálculos de orientação, a malha dual domain deve ser preferida sempre que a geometria do produto permitir utilizá-la. Ou seja, quando a largura

do produto for igual ou superior a quatro vezes a espessura do mesmo, conforme discutido na Seção 3.6. Porém, desde que os parâmetros do modelo utilizados sejam adequados, a malha 3D também produzirá resultados satisfatórios, principalmente no que se refere à orientação média.

para o perm de orientação do CF de tração						
		Coeficiente de determinação - $R^2$	Coeficiente de determinação - $R^2$			
Local de medição <sup>b</sup>		Malha dual domain	Malha 3D			
		Modelo RSC	Modelo RSC			
		$C_i = 0,013$	$C_i = 0,044$			
		$\kappa = 0.05$	$\kappa = 0.05$			
PO 2	(final do canal)	86,17%	67,02%			
PO 3	(centro cabeça)	76,71%	62,20%			
PO 4	(final pescoço)	78,39%	80,01%			
PO 5	(centro CP)	73,80%	76,46%			
	Média <sup>a</sup>	78.77%	71.42%			

Tabela 16 – Coeficiente de determinação do ajuste dos dados simulados com os dados experimentaispara o perfil de orientação do CP de tração

<sup>a</sup> Média aritmética de *R*<sup>2</sup> nos quatro planos medidos em cada tipo de malha. <sup>b</sup> Ver Figura 65b. para definir as localizações no CP.

#### 5.8.5 Parâmetro do modelo de quebra de fibras ajustados para o corpo de provas de tração

As Tabelas 17 e 18 apresentam o comparativo entre comprimentos médios de fibra ( $L_n$  e  $L_w$ ) simulados experimentalmente para os dois tipos de malha. A simulação que gerou esses dados utilizou o modelo RSC de orientação das fibras, cujos parâmetros estão listados na Tabela 16. As Tabelas 17 e 18 também apresentam os valores ajustados dos parâmetros do modelo de quebra de fibras (Equações 20, 22 e 23), e lembrando que os dados listados referem-se à média ao longo da espessura do CP.

		para a man				
Local de medição		Experi	mental	Simulado malha dual domain $D_g = 0.55 \ C_b = 0.02$ S = 0.75		
		$L_n$ (mm)	$L_w$ (mm)	$L_n$ (mm)	$L_w$ (mm)	
PC 0	(injeção livre) <sup>b</sup>	$0,568 \pm 0,024$	$1,045 \pm 0,024$	$0,600(5,6\%)^{a}$	$0,950(9,1\%)^{a}$	
PC 1	(início canal) <sup>b</sup>	$0,524 \pm 0,016$	$0,874 \pm 0,016$	$0,570(5,6\%)^{a}$	0,911 (4,2%) <sup>a</sup>	
PC 2	(final canal) <sup>b</sup>	$0,505 \pm 0,014$	$0,820 \pm 0,014$	$0,513(1,6\%)^{a}$	$0,818(0,2\%)^{a}$	
PC 3	(centro CP) <sup>b</sup>	$0,\!452 \pm 0,\!010$	$0,\!678 \pm 0,\!010$	$0,455 (0,7\%)^{a}$	0,725 (6,9%) <sup>a</sup>	
Fina	l do pescoço <sup>b</sup>	n/	/d	0,440	0,689	

Tabela 17 – Comprimentos de fibra médios experimentais e simulados para o CP de traçãopara a malha dual domain

<sup>a</sup> Diferença entre os resultados experimentais e simulados. <sup>b</sup> Ver Figura 68b para definir as localizações no CP.

Simulado malha 3D $D_g = 0.55  C_b = 0.006$ S = 0.75		
S = 0,75		
$L_W(IIIII)$		
$(2,5\%)^{a}$ 0,985 $(5,7\%)^{a}$		
$(0,2\%)^{a}$ 0,903 $(3,3\%)^{a}$		
$(3,4\%)^{a}$ 0,821 $(0,1\%)^{a}$		
$(0,2\%)^{a}$ 0,745 $(9,9\%)^{a}$		
453 0,751		

Tabela 18 – Comprimentos de fibra médios experimentais e simulados para o CP de traçãopara a malha 3D

<sup>a</sup> Diferença entre os resultados experimentais e simulados. <sup>b</sup> Ver Figura 68b para definira as localizações no CP.

A Figura 68 mostra o comparativo entre a evolução dos comprimentos de fibra simulados e experimentais para os dois tipos de malha.



Figura 68 – Evolução do comprimento médio das fibras simulado e experimental. (a) Gráfico da evolução dos comprimentos médios. (b) Posição de medição.

Conforme pode ser analisado na Figura 68, ambos os tipos de malha conseguem representar razoavelmente bem a evolução do comprimento das fibras ao longo do processo de injeção. Pode se perceber, no entanto, que a malha *dual domain* apresenta um comportamento diferente da malha 3D após o ponto PC 2. Nessa situação, os comprimentos médios de fibra calculados pelo modelo que utiliza a malha *dual domain* são menores no final do pescoço (plano de ruptura do CP) do que no ponto PC 3 (centro do CP). Esse comportamento não é previsto pela malha 3D, mas é compatível com os dados descritos na literatura em simulações computacionais semelhantes [124]. Essa tendência também é encontrada em alguns resultados experimentais em virtude do fato das fibras com

comprimentos maiores apresentarem uma tendência de se aglutinarem nos pontos finais do fluxo de injeção [43, 121]. Da mesma forma, os parâmetros do modelo de quebra de fibra (Tabelas 17 e 18) são compatíveis com os valores utilizados por outros pesquisadores e descritos na literatura [121, 124].

# 5.8.6 Resumo dos parâmetros dos modelos de orientação e de quebra das fibras para a simulação do CP de tração

A Tabela 19 resume os parâmetros do modelo de orientação das fibras RSC (Equação 17), o qual apresentou o melhor desempenho para descrever os dados experimentais de orientação para o compósito TRFL estudado. A Tabela também resume os parâmetros do modelo de previsão de quebra de fibras (Equações 20, 22 e 23) ajustados aos dados experimentais de comprimento de fibras.

Tabela 19 – Resumo dos parâmetros dos modelos de orientação e quebra de fibras						
Tipo de malha	Modelo RSC de or (Equa	Modelo de Quebra de fibras (Equações 20, 22 e 23)				
	$C_i$	κ	$D_g$	$C_b$	S	
dual domain	0,013	0,05	0,55	0,020	0,75	
3D	0,044	0,05	0,55	0,006	0,75	

#### 5.9 Resultados da aplicação do modelo de KT<sub>mod</sub> para o CP de tração

Uma vez definidos os parâmetros microestruturais do compósito TRFL com 50%m de fibra de vidro, é possível utilizar o modelo de KT modificado (Equação 56) para prever a resistência à tração do compósito TRFL e comparar esses cálculos com os resultados obtidos do ensaio de tração. No caso específico desse ensaio, assume-se que toda a seção menor do CP está submetida a uma tensão uniforme de tração. Nesse caso, no momento da ruptura, qualquer elemento nessa seção está submetido a um estado uniaxial de tensões; onde a tensão principal é  $\sigma_1 = \sigma_{rtc}$ , e as demais tensões principais são zero ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ). Desta forma tanto o critério de falha da tensão normal máxima quanto o critério de Tsai-Hill resumem-se ao mesmo resultado: a falha ocorrerá se  $\sigma_1 \ge \sigma_{rtc}^1$ .

É desejado utilizar os dados da microestrutura virtual para prever o valor de  $\sigma_{rtc}^1$ . Assim sendo, assumindo-se que a falha ocorre preferencialmente logo após o pescoço do CP (plano PO 4 da Figura 65b), conforme descrito na Seção 5.3.1, a orientação e os comprimentos de fibras simulados para esse ponto foram utilizadas para a aplicação da equação 56 (ver Tabelas 15, 17 e 18). Os dados de orientação previstos pelo modelo RSC foram selecionados, pois foram os que melhor se ajustaram aos dados experimentais. Os resultados previstos pela teoria proposta por esse trabalho ( $KT_{mod}$ ), obtidos via microestrutura virtual simulada foram comparados com os valores experimentais, assim como o modelo de Kelly-Tyson original (KT), conforme mostrado na Tabela 20.

 Tabela 20 – Comparativo da resistência à tração do compósito TRFL calculada através dos modelos matemáticos e os dados experimentais

Modelo de cá	lculo	Experimental <sup>a</sup>	KT <sup>c</sup>	$\mathbf{KT_{mod}}^{d}$	$\mathbf{KT_{mod}}^{e}$	<b>KT</b> <sub>mod</sub> <sup>e</sup>
Tipo de DO	CF	-	Discreta	Contínua	Contínua	Contínua
Origem dos dados microestruturais		-	Exper.	Exper.	Simulação dual domain	Simulação 3D
Danâmatras	$L_n$ (mm)	-	0,452	0,452	0,440	0,453
r arametros microestruturais	$L_n$ (mm)	-	0,678	0,678	0,689	0,751
mici ocști utur aiș	<i>a</i> <sub>11</sub>	-	0,633	0,633	0,617	0,632
Parâmatras FDP	α	-	n/a	3,172	3,053	2,890
I al allieu os FDI	β	-	n/a	0,382	0,367	0,368
$\sigma_{rtc}^{1}$ (MPa)		$218,\!64 \pm 11,\!69$	225,36	223,80	217,52	225,82
<b>Diferenca para exp.</b> (%) <sup>b</sup>		-	3,1%	2,4%	0.5%	3,3%

<sup>a</sup> Resultado obtido do ensaio de tração (Tabela 9). <sup>b</sup> Diferença entre a resistência à tração calculada e experimental. <sup>c</sup> Modelo de Kelly-Tyson (Equação 3), utilizando os dados experimentais: η<sub>0</sub> do plano PO 4 e DCF do ponto PC 3. <sup>d</sup> Modelo proposto (Equação 56), utilizando os dados experimentais: a<sub>11</sub> do plano PO 4 e DCF do ponto PC 3. <sup>e</sup> Modelo proposto (Equação 56), utilizando os dados simulados: a<sub>11</sub> do plano PO 4 e DCF do plano PC 3. <sup>e</sup> Modelo proposto (Equação 56), utilizando os dados simulados: a<sub>11</sub> do plano PO 4 e DCF do plano PC 3. <sup>e</sup> Modelo proposto (Equação 56), utilizando os dados simulados: a<sub>11</sub> do plano PO 4 e DCF do plano PC 3. <sup>e</sup> Modelo proposto (Equação 56), utilizando os dados simulados: a<sub>11</sub> do plano PO 4 e DCF do plano de ruptura (final pescoço).

Os resultados apresentados na Tabela 20 foram calculados através do modelo de KT original (Equação 9) e do modelo de  $\text{KT}_{\text{mod}}$  (modelo proposto neste trabalho, Equação 56). Para aplicação dessas equações, os dados da resistência ao cisalhamento interfacial ( $\tau_{rci}$ ) e a resistência à tração da fibra ( $\sigma_{rtf}$ ) utilizados foram aqueles determinados experimentalmente (ver Tabela 14). Os demais dados do compósito (diâmetro e fração volumétrica das fibras de vidro) foram extraídos da Tabela 6. A tensão na matriz no momento da ruptura ( $\sigma'_m$ ) foi calculada através a Equação 61, utilizando a deformação de ruptura listada na Tabela 9. Essa mesma tabela mostra a resistência à tração do compósito TRFL determinada experimentalmente.

É importante destacar que, para a aplicação do modelo de KT, foi considerado a orientação no plano de ruptura (plano PO 4, conforme Figura 65b) e a distribuição de comprimento de fibras (DCF) do ponto PC 3 (centro do compósito, conforme Figura 68b), pois assume-se que a DCF é semelhante nos dois pontos (ver Figura 50b). O mesmo vale para a aplicação do modelo de  $KT_{mod}$  com esses mesmos dados experimentais. Já para os cálculos utilizando como base a microestrutura virtual, tanto a orientação das fibras ( $a_{11}$ ) como os comprimento médios da mesma ( $L_n e L_w$ ) foram considerados exatamente no plano de ruptura (Plano PO 4).

De forma geral, é possível perceber que tanto o modelo de KT original quanto o modelo do  $KT_{mod}$  conseguem prever com elevada precisão a resistência à tração do compósito TRFL. Mesmo quando se utilizam os dados obtidos da simulação de injeção (microestrutura virtual do compósito) os resultados obtidos se aproximam dos dados experimentais, independentemente do tipo de malha utilizado (*dual domain* ou 3D).

A Figura 69 apresenta os resultados da Tabela 20 de forma gráfica, demonstrando que todos os resultados obtidos pelos modelos, tendo como base as microestruturas experimentais ou simuladas, ficam dentro do intervalo previsto pela incerteza experimental do ensaio de tração.



Figura 69 – Comparação entre os resultados do ensaio de tração do CP e os valores previstos pelos modelos matemáticos

Com pode ser visto na Figura 69 e na Tabela 20, a resistência à tração calculada através dos resultados da malha *dual domain* é que melhor se ajusta aos dados experimentais. É possível detalhar os resultados dos cálculos previsto pelo modelo de  $KT_{mod}$  para conhecer melhor o funcionamento do mecanismo de reforço das fibras para esse caso. A Tabela 21 mostra essas informações para esse modelo utilizando os dados da microestrutura virtual prevista com o auxílio da malha *dual domain*.

Dados da microestrutura – (simulação malha <i>dual domain –</i> modelo RSC)							
Comprimento médio numérico	(mm)	$L_{\eta}$	n = 0,440				
Comprimento médio volumétrico	(mm)	$L_{\nu}$	$_{v} = 0,689$				
Orientação das fibras na direção 1	(adimensional)	$a_{1}$	$_{11} = 0,617$				
Resultados do modelo Kelly-Tyson <sub>mod</sub> (KT <sub>mod</sub> )							
Parâmetros distribuição loglogística	$\alpha = 3,053$	3	$\beta = 0,367$				
Comprimento de fibra crítico <sup>a</sup>	(mm)	$L_c = 0,424$					
Contribuição das fibras subcríticas <sup>b</sup>	(MPa)	X = 68,88	$(19,54\%)^{c}$				
Contribuição as fibras supercríticas <sup>b</sup>	(MPa)	Y = 221,47	$(62.82\%)^{c}$				
Contribuição da matriz <sup>b</sup>	(MPa)	<i>Z</i> =38,37	$(17.64\%)^{c}$				
Resistência à tração do compósito <sup>d</sup>	(MPa)	$\sigma_{rtc}^1 = 217,52$	(100%)				
a		-					

**Tabela 21** – Detalhamento do cálculo através do modelo de KT<sub>mod</sub> para a microestrutura simulada com a malha *dual domain* 

<sup>a</sup> Calculado através da Equação 2. <sup>b</sup> ver Seção 4.10. <sup>c</sup> Participação do termo na resistência à tração  $\sigma_{rtc}^1$ . <sup>d</sup> Calculado através da Equação 56.

Analisando a Tabela 21, percebe-se que a contribuição das fibras supercríticas, isto é, as fibras com comprimento maior que o comprimento crítico  $L_c$  é a mais relevante. Esse fato é justificado pois tanto o comprimento médio numérico quanto o volumétrico são superiores a  $L_c$ . A Figura 70 ilustra isto de forma gráfica através da FDP loglogística ajustada com os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  listados na Tabela 21.



**Figura 70** – FDP resultante da simulação de injeção no plano de ruptura do CP. (a) FDP e localização de  $L_c$ ,  $L_n$  e  $L_w$ . (b) posição do plano de ruptura no CP.

Conforme pode ser visto na Figura 70a, tanto o valor  $L_n$  como  $L_w$  são superiores ao comprimento crítico ( $L_c$ ). Verifica-se também que 39% das fibras possuem comprimentos maiores que o crítico. Isso justifica o elevado valor da contribuição das fibras supercríticas observado na Tabela 21 (Parâmetro Y), justamente por que essas fibras suportam mais tensão que as subcríticas, pois não são arrancadas da matriz antes que a fibra se rompa devido ao esforço de tração [52]. Por outro lado, o baixo valor calculado para o comprimento crítico é

decorrente da utilização da resistência à tração da fibra ( $\sigma_{rtf}$ ) calculado experimentalmente (ver Tabela 14), o qual é inferior aos valores tabelados encontrados na literatura para fibras de vidro virgens, sem passarem pelo processamento utilizado para a fabricação do compósito TRFL (ver Tabela 1).

Observando a Figura 71a, é possível entender o motivo da ruptura dos corpos de prova ocorrer preferencialmente na região correspondente ao final do pescoço (ver Seção 5.3.1); nessa região a orientação das fibras é menor do que na região central do CP.



Figura 71 – Orientação das fibras ao longo do CP de tração, demonstrando o local de fratura. (a) Orientação média resultado da simulação com a malha *dual domain*. (b) Imagem do CP fraturado. (c) Corte transversal do CP virtual mostrando a orientação das fibras resultado da simulação com a malha 3D.

Esse fato ocorre por que na região da cabeça do CP ocorre uma área de baixa orientação causada pelo fluxo divergente a partir do canal de alimentação. Essa região de baixa orientação permanece até o final do pescoço, quando o fluxo cisalhante começa a fazer efeito, e as fibras tendem a apresentar uma orientação maior no sentido do fluxo do material. Essa conclusão é corroborada pelos resultados experimentais da orientação média listados na Tabela 10, onde é possível verificar que a orientação média ao longo da espessura do plano PO 5 (centro do CP) é maior que no final do pescoço (plano PO 4).

A Figura 71c mostra o resultado da simulação com a malha 3D, demonstrando que a orientação mais baixa (transversal ao fluxo) ocorre exatamente no centro da seção transversal

do CP, e que a orientação é maior próximo das paredes laterais do CP; região onde ocorre o maior cisalhamento durante o fluxo do polímero fundido.

A variação dos comprimentos médios numéricos e volumétricos na seção onde ocorre a ruptura do compósito está apresentada na Figura 72. Percebe-se que o maior comprimento de fibras está localizado na parte central da seção, região onde há menor cisalhamento no fluxo. Por outro lado, nas regiões próximas às paredes do molde o comprimento residual é menor, justamente devido ao elevado cisalhamento nessa região.



Figura 72 – Comprimento de fibra na seção de ruptura do CP de tração. (a) Comprimento médio numérico. (b) comprimento médio volumétrico.

Verifica-se que, embora ocorra variação na orientação e nos comprimentos de fibras ao longo da seção do CP de tração, a utilização da média desses dois parâmetros para o cálculo da resistência à tração produz resultados satisfatórios. Isso ocorre porque a tensão é uniforme ao longo dessa seção no ensaio de tração.

### 5.10 Resultados da aplicação do modelo de KT<sub>mod</sub> para os corpos de prova de flexão

A resistência à flexão do compósito TRFL reforçado com 50%m de fibra de vidro também pode ser prevista através do modelo de Kelly-Tyson modificado ( $KT_{mod}$ ). No entanto, para o caso de um corpo de prova submetido a um esforço de flexão, a tensão não é constante ao longo de sua espessura como no ensaio de tração. No caso do ensaio de flexão segundo a norma ASTM D 790-10, o corpo de prova (CP) é ensaiado em três pontos (dois pontos de apoio e um ponto de aplicação da força), conforme a Figura 73a [168]. A tensão atuante no CP devido ao esforço de flexão é zero na linha neutra do CP e varia linearmente com a distância da linha neutra na direção *y*, conforme descreve a Equação 64. Desta forma, a tensão máxima ocorre nas superfícies externas do CP, sendo que a tensão é de compressão no

lado de aplicação da carga e de tração no lado oposto [127, 128]. A Figura 73b mostra a distribuição de tensões calculada via MEF por meio do *software* SOLIDWORKS para um CP com dimensões conforme a norma ASTM D 790-10 submetido a um esforço de flexão.

$$\sigma_{xf} = \frac{My}{I} \tag{64}$$

Na Equação 64,  $\sigma_{xf}$  é a tensão normal na direção x devido à flexão (MPa), M é o momento fletor que produz essa flexão em Nm (no caso do ensaio de flexão de três pontos M = Fl/4), y é a distância a partir da linha neutra onde a tensão é calculada (m) e I é o momento de inércia da seção transversal em relação ao plano neutro em m<sup>4</sup> (no caso de uma seção retangular  $I = bh^3/12$ , onde b é a largura e h a espessura do CP).



**Figura 73** – Montagem do corpo de provas para o ensaio de flexão. (a) Diagrama esquemático do ensaio de flexão por três pontos, adaptado de [168]. (b) Distribuições de tensões durante o ensaio.

Em um ensaio de flexão segundo a norma ASTM D 790-10, com um corpo de prova retangular, a tensão de cisalhamento pode ser desprezada, pois é menor que as tensões normais de tração e compressão e é igual a zero nas faces externas, onde as tensões normais são máximas [168]. Seguindo essa linha de raciocínio, os pontos mais solicitados do CP de flexão são os dois pontos localizados nas faces externas, localizados sobe a linha de aplicação da carga. Esses pontos estão submetidos a um estado uniaxial de tensões (de compreensão na face superior e de tração na inferior), de tal forma que as tensões principais nesses pontos resumem-se em:  $\sigma_1 = \sigma_{xf}$  e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ .

A literatura relata que, para a maioria dos compósitos reforçados com fibras e para o PA 66 puro, a resistência à compressão é superior à resistência à tração [68, 169-171], fato comum em materiais com comportamento frágil [128]; dessa forma o CP sempre iniciará a fratura na face inferior. Com base nesse raciocínio, o cálculo da resistência à flexão de um ensaio de três pontos para o compósito TRFL fica reduzido em calcular a resistência à tração no ponto imediatamente abaixo da aplicação da carga no CP, o qual pode ser feito através da Equação 56. O critério de falha utilizado nessa situação é mesmo do ensaio de tração, visto

que o ponto mais solicitado do CP de flexão está submetido a um estado uniaxial de tensões; desta forma a falha ocorrerá no ensaio de flexão se:  $\sigma_1 \ge \sigma_{rtc}^1$ .

#### 5.10.1 Determinação da microestrutura virtual para o CP de flexão

A fim de prever a resistência à flexão do compósito TRFL, o preenchimento da placa retangular (de onde são removidos os CP de flexão) foi simulado utilizando o software Moldflow (ver Seção 4.7.5). Foram empregados os dois conjuntos de parâmetros utilizados para moldar as amostras do tratamento 1 e 8 (T1 e T8), conforme Tabela 5. O ponto de medição utilizado é o centro da placa na localização do plano PO 6 e o ponto PC 4 (ver Figuras 20 e 21).

A Figura 74 apresenta os perfis de orientação obtidos pela simulação para os processos de injeção T1 e T8. Para essa simulação, foi utilizado somente o modelo RSC com os parâmetros listados na Tabela 19. Essa mesma tabela também descreve os parâmetros do modelo de quebra de fibras empregado.



Figura 74 – Perfil de orientação experimental e simulado para o CP de flexão. (a) Parâmetros de processo T1. (b) Parâmetros de processo T8.

Como pode ser observado na Figura 74, a malha *dual domain* consegue capturar melhor as diferenças de espessura do perfil de orientação na região do miolo para cada tipo de processamento. Por outro lado, os dois tipos de malha também conseguem prever as diferenças de orientação na região da casca e da pele decorrentes de cada tipo de processamento; e, de forma geral, apresentam uma razoável concordância com os dados experimentais.

Os gráficos da Figura 75 apresentam o perfil de comprimento de fibra ao longo da espessura do CP de flexão. Devido a dificuldade de isolar as fibras em cada camada do CP durante o processo de calcinação, o perfil de orientação das fibras ao longo da espessura não foi determinado experimentalmente.



**Figura 75** – Perfil dos comprimentos de fibra simulado para o CP de flexão. (a)  $L_n$  e  $L_w$  para o tratamento T1. (b)  $L_n$  e  $L_w$  para o tratamento T8.

Como pode ser observado na Figura 75, há uma diferença significativa entre os perfis de comprimento de fibra para as malhas *dual domain* e 3D. Esse fato, somado a necessidade de utilizar parâmetros diferentes do modelo de quebra de fibras, indica que há uma diferença no modo como cada modelo trata a evolução da quebra das fibras durante a simulação de injeção. Percebe-se que a diferença maior ocorre na região central do CP.

Como o ponto de interesse para a determinação da resistência à flexão está na superfície do CP, somente a microestrutura virtual desse ponto será determinada, e será definida como a média da orientação e dos comprimentos de fibra da região normalizada de 0,6 a 1,0 correspondendo à pele e parte da casca (linhas verticais das Figuras 74 e 75). A escolha dessa região para o cálculo da média dos parâmetros microestruturais foi feita porque esse é o ponto mais solicitado no ensaio de flexão, conforme indicado na Figura 73b. As Tabelas 22 e 23 resumem essas informações e também comparam os resultados experimentais com os dados obtidos pela simulação de injeção.

<b>Tubera 22</b> Miletoestataia e enperimentar para o er de nenao, parametros 11						
Parâmetro		Experimental <sup>d</sup>	Simulado – T1			
microestrutural		<b>T1</b>	dual domain	3D		
$a_{11}$ (média gera	l) <sup>a</sup>	$0{,}577 \pm 0{,}03$	0,627 (8,6%) <sup>°</sup>	0,639 (11%) <sup>c</sup>		
$a_{11}$ (casca + pel	e) <sup>b</sup>	$0,\!670\pm0,\!04$	0,682 (1,8%) <sup>c</sup>	0,665 (0,7%) <sup>°</sup>		
$L_n$ (média geral) <sup>a</sup>	(mm)	$0,35 \pm 0,01$	0,46 (31%) <sup>c</sup>	0,37 (5,7%) <sup>°</sup>		
$L_w$ (média geral) <sup>a</sup>	(mm)	$0,55 \pm 0,02$	0,72 (31%) <sup>c</sup>	0,61 (11%) <sup>c</sup>		
$L_n$ (casca + pele) <sup>b</sup>	(mm)	-	0,505	0,466		
$L_w$ (casca + pele) <sup>b</sup>	(mm)	-	0,792	0,760		

**Tabela 22** – Microestrutura e experimental para o CP de flexão, parâmetros T1

<sup>a</sup> Média sobre toda a espessura do corpo de prova, <sup>b</sup> média dos pontos externos (ver Figuras 74 e 75). <sup>c</sup> Diferença entre os resultados experimentais e simulados. <sup>d</sup> dados da referência [163] (este trabalho).

Tabe	<b>Tabela 23</b> – Microestrutura experimental para o CP de flexao, parametros 18							
Parâmetro		Experimental <sup>d</sup>	Simulad	lo – T8				
microestrutural		<b>T8</b>	dual domain	3D				
$a_{11}$ (média gera	l) <sup>a</sup>	$0,558 \pm 0,04$	0,629 (13%)	0,626 (12%)				
$a_{11}$ (casca + pelo	e) <sup>b</sup>	$0,738 \pm 0,03$	0,736 (0,3%)	0,735 (0,4%)				
$L_n$ (média geral) <sup>a</sup>	(mm)	$0,33 \pm 0,01$	0,47 (42%)	0,38 (15%)				
$L_w$ (média geral) <sup>a</sup>	(mm)	$0{,}56\pm0{,}02$	0,75 (34%)	0,65 (16%)				
$L_n$ (casca + pele) <sup>b</sup>	(mm)	-	0,472	0,412				
$L_w$ (casca + pele) <sup>b</sup>	(mm)	-	0,751	0,711				

0D 1 0 -

<sup>a</sup> Média sobre toda a espessura do corpo de prova, <sup>b</sup> média dos pontos externos (ver Figuras 77 e 78). <sup>c</sup> Diferença entre os resultados experimentais e simulados.<sup>d</sup> dados da referência [163] (este trabalho).

Conforme pode ser analisado nas Tabelas 22 e 23, a malha 3D apresenta melhores resultados para os comprimentos de fibra quando os mesmos forem calculados como uma média através de toda a espessura do CP. Por outro lado, de forma geral os dois tipos de malha conseguem prever de forma satisfatória a orientação média das fibras. No entanto, os resultados obtidos pela simulação para a pele e casca se ajustam muito bem aos dados experimentais, independentemente da malha utilizada.

#### 5.10.2 Cálculo da resistência a flexão dos CP com base na sua microestrutura virtual

A Tabela 24 apresenta o resultado do cálculo da resistência à flexão do compósito TRFL. É possível perceber que os resultados calculados através do modelo KT<sub>mod</sub> se aproximam dos resultados experimentais, sendo que a malha que apresenta os melhores resultados é a 3D. A possível razão da malha 3D produzir resultados mais próximos aos experimentais reside na melhor capacidade de previsão do perfil de comprimento médio das fibras. Verifica-se inclusive que a metodologia proposta consegue identificar as diferenças de microestrutura causadas por alterações do processo de injeção e sua consequência influência na resistência à flexão do compósito TRFL

matematicos e os dados experimentais									
Parâmetros de processo (tratamento)				T1		Τ8			
Tipo de malha				dual domain	<b>3D</b>	dual domain	3D		
Danâmat	roc	$L_n$	(mm)	0,505	0,466	0,472	0,412		
I al allet	uturois	$L_n$	(mm)	0,792	0,760	0,751	0,711		
inici desti u	lui ais	a <sub>11</sub>		0,682	0,665	0,736	0,735		
Parâmetros FDP <sup>d</sup>			α	3,012	2.917	2,997	2,790		
		β		0,419	0,381	0,391	0,331		
$\sigma_{rfc}$ calculad		lado <sup>a</sup>	(MPa)	251,7	238,5	260,9	247,3		
$\sigma_{rfc}$	$\sigma_{rfc}$ experimental <sup>b</sup> (MPa)		(MPa)	$226,3\pm6,5$		$261,3 \pm 8,6$			
Diferença entre exp. e sim.			(%) <sup>c</sup>	11,22	5,39	0,15	5,37		

**Tabela 24** - Comparativo da resistência à flexão do compósito TRFL calculada através dos modelos matemáticos e os dados avporimentais

<sup>a</sup> Calculado através da Equação 56. <sup>b</sup> Dados da referência [163] (esse trabalho). <sup>c</sup> Diferença entre os resultados experimentais e simulados.<sup>d</sup> Calculado conforme metodologia descrita na Seção 5.6.

.Em ultima análise, pode-se concluir que uma das causas da diferença entre a magnitude da resistência à tração e à flexão de um compósito TRFL moldado por injeção reside na maior orientação das fibras nas camadas mais externas do CP (casca e pele). Desta forma, em um ensaio de flexão são essas as regiões mais solicitadas e que produzem uma maior resposta mecânica do que o CP submetido a um ensaio de tração onde toda a área de sua seção transversal é submetida a uma tensão constante.

## 5.11 Resultados do ensaio mecânico, simulação de injeção e MEF para o suporte do balaústre

A mesma metodologia utilizada na Seção 5.10 foi repetida para a aplicação em uma geometria mais complexa. O produto escolhido foi um elemento estrutural denominado suporte do balaústre, conforme mesmo foi descrito na Seção 4.2.3.

A Figura 76a apresenta uma imagem desse produto moldado com o compósito TRFL reforçado com 50%m de fibra de vidro, utilizando as condições de processo definidas no tratamento T8 do processo de otimização. A Figura 76b apresenta a forma usual de fabricação desse produto, o qual possui uma alma metálica sobreinjetada em polipropileno sem reforço.

Os resultados do ensaio mecânico (aplicação de um momento fletor) do suporte do balaústre estão detalhados na Tabela 25. Conforme pode ser visto nas Figuras 17, 29 e 76a, a entrada de material da cavidade do suporte do balaústre está localizada na sua lateral. Levando esse fato em consideração, foram flexionadas peças com o canal de injeção tanto orientado para o lado da aplicação da carga, como para o lado oposto, a fim de confirmar a anisotropia do compósito TRFL utilizado para a moldagem do balaústre (ver Figura 77b).



Figura 76 – Suporte do balaústre injetado. (a) moldado em compósito TRFL. (b) Sobreinjetado em polipropileno com alma metálica

Propriedade	Unidade	Suporte do balaústre em compósito TRFL	Suporte do balaústre com alma metálica
Força na ruptura – canal ↑	(N)	$3.641,1 \pm 148,8$	-
Força na ruptura – canal ↓	(N)	$3.053,7 \pm 194,1$	-
Deformação na ruptura – canal ↑	(mm)	$10,96 \pm 1,29$	-
Deformação na ruptura – canal ↓	(mm)	$8,75\pm0,69$	-
Força máxima no escoamento	(N)	-	$1.988,6 \pm 47,1$
Deformação no escoamento	(mm)	-	$35,54 \pm 7,66$

Tabela 25 - Resultados do ensaio mecânico do suporte do balaústre

A Figura 77a mostra os gráficos força *versus* deformação típicos para o suportes do balaústre fabricado em compósitos TRFL, assim como para o modelo com alma metálica. Foram ensaiados ao todo oito suportes em compósito TRFL (quatro para cada lado do canal) e quatro com alma metálica.



Figura 77 – Curva força versus deformação resultante do ensaio mecânico do suporte do balaústre. (a) Curva tensão versus deformação. (b) posição dos suportes durante o ensaio.

O suporte moldado em compósito TRFL possui uma resistência mecânica significativamente superior ao seu correspondente com alma metálica, conforme pode ser visto na Figura 77a e na Tabela 25; ambos apresentam resistência superior ao especificado pela norma NBR 15570-2011 (1.000 N). É importante salientar, no entanto, que o suporte com alma metálica não apresentou ruptura durante o ensaio. O mesmo apresentou um escoamento com uma deformação de aproximadamente 40 mm, e neste ponto o ensaio foi interrompido.

Pode ser verificado também na Tabela 25 que a resistência mecânica do suporte de balaústre moldado em compósito TRFL depende da posição da realização do ensaio (Figura 77b); e, em última análise, da posição de montagem quando em uso.

#### 5.11.1 Resultados do MEF para o suporte de balaústre.

Com o intuito de entender como ocorreu o mecanismo de falha do suporte do balaústre, foi realizado um estudo com o auxílio do MEF simulando o ensaio mecânico (ver Seção 4.8). Como resultado desse estudo, verifica-se que as maiores tensões ocorrem na junção da base do suporte com o tirante, próximo aos quatro cantos do mesmo. Verificou-se que justamente essa é a região que apresentou a falha do compósito durante o ensaio mecânico real. A Figura 78 mostra um gráfico de distribuição de tensões do suporte do balaústre quanto o mesmo é ensaiado virtualmente à flexão com uma força de 3.640 N (carga de ruptura na posição canal ↑). Para essa análise foi utilizado um módulo de elasticidade para o compósito TRFL de 10.630 MPa, a qual foi obtida como resultado da simulação de injeção.



Figura 78 – Resultados da análise de MEF para o suporte do balaústre. (a) Distribuição de tensões (primeira tensão principal). (b) Vista da fratura resultante do ensaio de flexão. (c) vista lateral do ponto de máxima tensão calculada pelo MEF

Foi utilizada como forma de visualização na Figura 78 a primeira tensão principal  $(\sigma_1)$ ; a qual, por definição é a maior tensão em cada ponto analisado. Por esse motivo, foi utilizada como referência para identificar os pontos mais solicitados no compósito. Como pode ser visto na figura 78a,  $\sigma_1$  é positivo; logo, toda a região em vermelho na Figura 78a está submetida a uma tensão de tração, como seria de se esperar, considerando que o esforço

mecânico aplicado no suporte durante o ensaio mecânico proporciona uma flexão na base do mesmo.

Por simetria, o ponto imediatamente oposto ao ponto mais solicitado por tração está submetido à compressão. Assumindo-se que a resistência à compressão do compósito TRFL é superior à de tração [169], define-se que o ponto em que se deve focar as análises de tensão é justamente a região vermelha do perfil de tensão da Figura 78a. A Figura 79 mostra as tensões em uma seção transversal do suporte, paralela à base do mesmo, exatamente na altura do ponto mais solicitado (próximo à parte superior do raio).



Figura 79 – Tensões principais na região mais solicitada no suporte do balaústre. (a) Primeira tensão principal, (b) Segunda tensão principal. (c) Posição do corte utilizado para análise das tensões.
 (d) estado plano de tensões na região mais solicitada.

No ponto mais solicitado, há somente duas tensões principais atuantes ( $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ), conforme mostram as Figuras 79a e 79b. A tensão  $\sigma_3$  é praticamente nula nesses pontos, por esse motivo foi descartada. Tendo em vista que as tensões não são constantes nos pontos selecionados, para facilitar a análise foram calculadas as médias das tensões em uma área de 5 x 5 mm localizada no ponto mais solicitado (cantos da seção analisada). Através da análise dos resultados do MEF foi possível verificar que a primeira tensão principal  $\sigma_1$  está alinhada com a direção vertical do suporte do balaústre (direção *z* da Figura 79c) e a segunda direção principal está alinhada com a direção da espessura (direção *y* da Figura 78a). Esse conjunto

de solicitações resulta em um estado plano de tensões no ponto mais solicitado conforme pode ser verificado na Figura 79d.

A deformação máxima na ruptura para a situação do canal de injeção voltada para o sentido da carga (maior resistência) prevista pelo MEF foi de 9,11 mm. Esse valor é próximo ao valor experimental de 10,96 mm, demonstrando que a hipótese de assumir um módulo de elasticidade constante para o MEF não é incoerente para a análise em questão. Para a situação de ensaio com o canal de injeção voltado para o lado oposto da carga, a deformação prevista foi de 7,64 mm e valor experimental encontrado foi de 8,74 mm (ver Tabela 25).

No caso do dispositivo de fixação do suporte do balaústre utilizado para o ensaio de flexão, o mesmo apresentou tensões de Von Misses (Equação 28) máximas na ordem de 115 MPa, mesmo para o maior esforço de ruptura, estando esse valor abaixo da tensão de escoamento do aço utilizado (250 MPa, conforme Seção 4.8). Por outro, lado as deformações máximas calculadas pelo MEF para o dispositivo são da ordem de 0,2 mm, uma magnitude que não afeta os resultados do experimento.

#### 5.11.2 Microestrutura virtual do suporte do balaústre prevista pela simulação de injeção

A microestrutura virtual do suporte do balaústre foi simulada tendo como base os parâmetros de processo definidos pelo tratamento T8 do processo de otimização (ver Tabela 5). Nesse caso, devido à elevada espessura do produto, somente a malha 3D foi utilizada. O modelo utilizado para o cálculo da orientação foi o RSC, com os parâmetros definidos na Tabela 19. Essa mesma tabela resume os parâmetros do modelo de quebra de fibras utilizado na simulação.

A Figura 80 apresenta a componente do tensor de orientação das fibras na direção z (sentido do tirante), seguindo o sistema de coordenadas utilizado para essa simulação (ver Figura 80). No caso específico desse produto, devido à sua geometria complexa, é preferível definir as componentes do tensor de orientação das fibras segundo um sistema de coordenadas fixo no produto. A Figura 80a mostra a componente  $a_{zz}$  do tensor de orientação que ocorre em uma seção transversal paralela à base do suporte, na mesma posição utilizada na Figura 79a e 79b. A Figura 80b mostra a componente  $a_{zz}$  em uma seção vertical exatamente no centro do suporte, mostrando a complexa distribuição da orientação das fibras causada pela injeção na lateral do suporte.



**Figura 80** – Orientação das fibras no suporte do balaústre. (a) componente  $a_{zz}$  na seção transversal. (b) componente  $a_{zz}$  na seção vertical localizada no centro do suporte.

A Figura 80a também mostra a orientação média  $a_{zz}$  em cada canto da seção, o qual corresponde à região mais solicitada no ensaio de flexão, conforme discutido na Seção 5.11.1. Para o cálculo da orientação média, foi utilizada a mesma área de 5 x 5 mm utilizada para cálculo da tensão média.

Como existe uma tensão não nula na direção y no ponto mais solicitado (ver Figura 79d), é importante determinar também a componente  $a_{yy}$  do tensor de orientação nessa posição. Essa informação, calculada durante a simulação de injeção, resulta em  $a_{yy} = 0,206$  no lado da entrada de material  $a_{yy} = 0,216$  no lado oposto (seguindo a mesma metodologia utilizada na Figura 80).

A Figura 81 mostra os comprimentos médios na seção mais solicitada em cada vértice do tirante vertical.



**Figura 81** – Comprimento de fibras médio numérico no suporte do balaústre. (a)  $L_n$  na seção transversal. (b)  $L_n$  na seção vertical localizada no centro do suporte.

Percebe-se que, diferente da orientação das fibras, onde a orientação é simétrica em relação a um plano transversal,  $L_n$  é diferente em cada vértice do tirante. Por outro lado, percebe-se na Figura 81b, que há uma nítida segregação das fibras por comprimento quando o fluxo entra no tirante vertical. As fibras de comprimentos maiores se depositam no lado da entrada de material, enquanto as fibras menores se depositam no lado oposto.

A Figura 82 mostra os mesmos dados da Figura 81, porém para o comprimento médio numérico  $L_n$ .



**Figura 82** – Comprimento de fibras médio volumétrico no suporte do balaústre. (a)  $L_w$  na seção transversal. (b)  $L_w$  na seção vertical localizada no centro do suporte.

#### 5.11.3 Previsão da força teórica de ruptura do suporte do balaústre

Após a determinação da microestrutura virtual, via simulação de injeção, é possível determinar a esforço de ruptura do compósito TRFL em cada um dos pontos de maior solicitação de esforços. Para o cálculo das propriedades com o intuito de determinar a resistência à flexão do suporte do balaústre (esforço de ruptura), é necessário utilizar as menores propriedades obtidas pela simulação de injeção. Dessa forma, a Tabela 26 resume as informações das microestruturas virtuais dos pontos com os menores comprimentos de fibra.

 Tabela 26 – Microestrutura virtual do suporte do balaústre nos pontos de tensão máxima

			<u> </u>	
Propriedade			Lado da entrada de material	Lado oposto à entrada de material
Orientação das fibras na direção z	$a_{zz}$	-	0,556	0,621
Orientação das fibras na direção y	$a_{yy}$	-	0,206	0,216
Comprimento médio numérico	$L_n$	(mm)	0,359	0,373
Comprimento médio volumétrico	$L_w$	(mm)	0,727	0,675
Resistência à tração na direção z <sup>ª</sup>	$\sigma_{rtc}^{z}$	(MPa)	198,94	216,13
Resistência à tração na direção y <sup>a</sup>	$\sigma_{rtc}^{y}$	(MPa)	100,75	98,181

<sup>a</sup> Calculado através da Equações 56, 62 e 63 , demais parâmetros microestruturais conforme Tabela 14

Tabela 26 apresenta também os valores da resistência à tração do compósito calculado para os dois pontos mais solicitados no ensaio de flexão, tanto para o lado do canal de injeção, quanto para o lado oposto do mesmo (ver Figura 77b). A resistência à tração foi calculada nas direções *y* e *z*, pois estas são as direções das tensões principais identificadas pelo MEF (Ver Figura 79) Essas propriedades foram calculada através do método de  $KT_{mod}$  proposto nesse trabalho (Equação 56).

Percebe-se pela Tabela 26, que a resistência teórica à tração na direção z é superior no lado oposto à entrada de material, apesar do comprimento médio numérico ser menor nessa posição. Indicando que o efeito da orientação, nesse caso, é preponderante.

Uma vez determinada a resistência à tração do material, é possível estimar a força para romper o suporte na situação do ensaio determinado na Seção 4.5.2. Para realizar essa tarefa é necessário comparar as tensões determinadas pelo MEF com a resistência à tração determinada na Tabela 26. Essa comparação é feita utilizando os critérios de falha apresentados na Seção 3.9.2. Especificamente o critério da tensão normal máxima (TNM) e o critério de Tsai-Hill (TH), os quais são adequados aos materiais frágeis.

No caso do critério da TNM, a comparação é direta entre a resistência à tração  $\sigma_{rtc}^z$  e a primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ), conforme descreve a Equação 29. No caso do critério de TH, a Equação 31 deve ser modificada para que possa ser utilizada em um elemento do compósito submetido a um estado plano de tensões. Como o elemento considerado só possui as tensões principais atuantes, por definição, a tensão se cisalhamento nesse elemento é igual a zero [127, 128]. Desta forma utiliza-se  $\tau_{lt} = 0$  na Equação 29, além de considerar as tensões principais da seguinte forma:  $\sigma_l = \sigma_1 e \sigma_t = \sigma_2$ . Dentro dessa ótica, as resistências à tração a serem utilizadas na Equação 29 são as seguintes:  $X_{TH} = \sigma_{rtc}^z e Y_{TH} = \sigma_{rtc}^y$ . Consequentemente o critério de fratura de TH para um elemento submetido somente às tensões principais é dado pela Equação 65.

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{rtc}^z}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_{rtc}^z)^2} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{rtc}^y}\right)^2 \le 1$$
(65)

Para determinar a força de ruptura do suporte do balaústre, com base nos critérios de TH da TNM, um processo iterativo auxiliado pelo MEF (*software* SOLIDWORKS) foi utilizado para determinar que esforço produz as tensões necessárias para provocar as rupturas estabelecidas pelos critério da TNM (Equação 29) e de TH (Equação 65). Esse processo foi repetido para o lado do canal de alimentação e para o lado oposto, utilizando os dados da Tabela 26. O resultado desse processo iterativo está descrito na Tabela 27.

experimentalmente e os valores calculados através do método de KT <sub>mod</sub> e dos critérios de falha						
Força na ruptura		canal ↑	canal ↓			
Experimental	(N)	$3.641,1 \pm 148,8$	$3.053,7 \pm 194,1$			
Calculado pelo critério da TNM <sup>a</sup>	(N)	3.673,9 (0,9%) <sup>c</sup>	3.409,6 (11,7%) <sup>c</sup>			
Calculado pelo critério de TH <sup>b</sup>	(N)	3.721,3 (2,2%) <sup>c</sup>	3.498,3 (14,6%) <sup>c</sup>			

Tabela 27 – Comparação entre a força na ruptura do suporte do balaústre determinada

<sup>a</sup> Determinado através a Equação 29.<sup>b</sup> Determinado através da equação 65.<sup>c</sup> Diferença entre os valores experimentais e calculados através da teoria proposta nesse trabalho.

Como pode ser identificado na Tabela 27, os resultados teóricos se aproximam dos resultados experimentais. A metodologia proposta consegue inclusive prever a existência uma diferença na resistência do suporte do balaústre, dependendo do lado em que é aplicado o esforço de flexão, conforme foi identificado experimentalmente. Os dois critérios de falhas utilizados nessa abordagem produzem resultados semelhantes. Como era esperado, o critério da TNM é mais conservativo na previsão de falhas do que o critério de TH, visto que o mesmo prevê menores valores para a força de ruptura [127, 128, 172].

#### 5.12 Fluxograma geral do método proposto

A Figura 83 resume a metodologia proposta nesse trabalho em um fluxograma geral.



Figura 83 - Fluxograma para determinação das propriedades mecânicas de compósitos TRFL moldados por injeção

## 5.13 Redução de massa do suporte de balaústre em compósito TRFL comparado ao suporte com alma metálica

Conforme foi demonstrado na Seção 5.11, a resistência mecânica do suporte do balaústre moldado em compósito TRFL é significativamente superior ao modelo usual sobreinjetado com alma metálica. A utilização desse suporte totalmente em material compósito apresenta uma vantagem adicional que é a redução de massa quando comparada ao suporte usado normalmente nessas aplicações (com alma metálica). A Tabela 28 resume essas informações.

 Tabela 28 – Massa do suporte do balaústre em compósito TRFL e com alma metálica

Material do suporte do balaústre	Massa (g)	
Polipropileno com alma metálica	277,4	
Totalmente em compósito TRFL	189,7	
Redução de massa obtida	87,7 g (31,6%)	

Conforme pode ser observado na Tabela 28, a redução de massa propiciada pelo suporte moldado em compósito TRFL é da ordem de 31% por suporte. Em uma aplicação de transporte coletivo, onde tipicamente são utilizados 30 suportes desse tipo por veículo, a redução total alcançada seria de 2,6 kg.

#### 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentada uma nova metodologia para a determinação da resistência à tração de compósitos termoplásticos reforçados por fibras longas (TRFL). O modelo proposto foi baseado na metodologia de Kelly e Tyson, porém apresenta a vantagem de utilizar uma distribuição de probabilidade contínua para descrever os comprimentos de fibra presente no compósito, a qual pode ser correlacionada diretamente com os comprimentos médios numéricos e volumétricos das fibras  $(L_n \ e \ L_w)$ . O método proposto utiliza também as componentes do tensor de orientação de fibras para considerar os efeitos anisotrópicos existentes em compósitos reforçados por fibras descontínuas. Desta forma, a metodologia proposta pode ser utilizada para prever a resistência à tração de compósitos TRFL tendo como base a sua microestrutura virtual prevista por um software de simulação de injeção. A resistência à tração prevista pelo modelo proposto foi combinada com modelos de falhas conhecidos e já utilizados em compósitos, a fim de prever o comportamento mecânico de componentes estruturais moldados em compósitos TRFL.

Um projeto de experimentos foi idealizado para definir as condições de processo a fim de maximizar as propriedades mecânicas e a qualidade visual do compósito TRFL moldado por injeção. Dentro dos limites estudados, os parâmetros que afetam a resistência à flexão do compósito são a temperatura do canhão e a rotação da rosca; para a qualidade visual os parâmetros mais importantes são a velocidade de injeção e a temperatura do canhão. A fim de maximizar simultaneamente a resistência à flexão e a qualidade visual, todos os parâmetros devem ser regulados nos valores mais elevados utilizados no projeto de experimentos. As análises da microestrutura dos corpos de prova (CP) utilizados no processo de otimização demonstraram que a microestrutura resultante é dependente dos parâmetros de processo utilizados para a moldagem dos CP.

A metodologia proposta também foi utilizada par determinar de forma indireta a resistência interfacial entre a fibra de vidro e a matriz ( $\tau_{rci}$ ), assim como a resistência à tração da fibra ( $\sigma_{rtf}$ ) para o compósito utilizado nesse trabalho. O método de Bowyer e Bader foi modificado a fim de determinar esses parâmetros microestruturais utilizando resultados dos ensaios de tração e da microestrutura.

O software de simulação de injeção *Moldflow* foi utilizado para determinar a microestrutura virtual dos CP (comprimento e orientação das fibras), tendo como base as condições iniciais de orientação e comprimento médio das fibras determinadas experimentalmente nos canais de alimentação. A comparação da microestrutura virtual dos CP de tração e flexão com os resultados experimentais demonstrou que é possível obter
resultados com erros satisfatórios, desde que os modelos de orientação e os seus respectivos parâmetros sejam adequados para cada modelo. Por outro lado, os resultados da simulação de injeção demonstraram que os parâmetros, tanto dos modelos de orientação, quanto do modelo de quebra das fibras são dependentes do tipo de malha utilizado. O tamanho da malha também afeta significativamente os resultados, e é um parâmetro que deve ser considerado no processo de simulação de injeção, principalmente para a previsão do tensor de orientação das fibras. Para o compósito TRFL estudado, o modelo RSC foi o que melhor consegue prever a orientação das fibras, tanto para a malha 3D quanto para a malha *dual domain*. No caso da previsão da quebra das fibras, a malha 3D apresenta os resultados mais próximos aos experimentais.

O método proposto foi utilizado para calcular a resistência à tração teórica do compósito TRFL utilizado nesse trabalho. A microestrutura virtual que foi prevista pelo *software* de simulação de injeção serviu de base para esse cálculo. A diferença entre os resultados calculados através da metodologia proposta e os dados experimentais ficou abaixo de 4% para os dois tipos de malha simulados. Essa mesma comparação foi realizada para a resistência a flexão, sendo que a diferença entre os dados experimentais e os dados previstos pelo método proposto ficou abaixo de 6% para a malha 3D e abaixo de 12% para a malha *dual domain.* No caso específico da resistência à flexão, a metodologia aqui apresentada permitiu inclusive prever resultados diferentes para a resistência à flexão, dependendo das condições de processamento utilizadas, demonstrando que a metodologia desenvolvida é sensível aos parâmetros de processamento por injeção.

Finalmente, a metodologia proposta foi utilizada para prever o comportamento mecânico de um componente estrutural (suporte do balaústre). A microscopia virtual foi determinada por meio do *software* Moldflow. Nesse caso, um outro software de elementos finitos foi utilizado para determinar a magnitude e a localização das maiores tensões resultantes do esforço aplicado no componente. A resistência à tração do compósito TRFL foi calculada para esses pontos e comparada com as tensões atuantes através dos critérios de falha da tensão normal máxima e de Tsai-Hill. O método desenvolvido nesse trabalho conseguiu prever o esforço necessário para a ruptura do componente com erro menor do que 15%, quando comparado aos resultados experimentais. Adicionalmente, foi possível determinar que a resistência mecânica do suporte não é uniforme, e depende do sentido de aplicação do esforço, comportamento anisotrópico também percebido nos resultados experimentais.

## 7 LIMITAÇÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção serão discutidas brevemente as dificuldades e limitações encontradas durante a realização do presente trabalho, assim como as sugestões para futuras pesquisas sobre o tema ou para a continuidade desse trabalho.

## 7.1 Limitações e dificuldades

- a) Não há, até o momento, fabricação nacional de compósitos de PA 6.6 reforçados com fibras de vidro longas. Desta forma, tanto a quantidade de compósito disponível para a realização dos ensaios, assim como a fração em massa de fibra de vidro presente nesse compósito foi limitada pelas restrições de importação desse material;
- b) A máquina injetora disponível para a fabricação dos corpos de provas é uma injetora de termoplásticos, modelo padrão, disponível na NTC moldes e plásticos. Desta forma a rosca do conjunto injetor é do tipo universal. Não sendo específica para utilização em compósitos reforçados por fibras de vidro longas;
- c) Não há comunicação, pelo menos até a data em que esse trabalho foi redigido, entre os *softwares* de CAE para simulação de injeção (Moldflow) e o de elementos finitos (SOLIDWORKS).
  - O software de CAE utilizado para os cálculos de tensão via métodos dos elementos finitos (SOLIDWORKS *simulation* v2013) não possui uma interface para entrada dos dados do módulo de elasticidade em cada ponto e em cada direção. Desta forma, os cálculos das tensões e deslocamentos consideraram o compósito TRFL como um material isotrópico para o módulo de elasticidade;
  - Da mesma forma, *software* de CAE utilizado não possui uma interface para entrada dos dados de resistência à tração do material em cada ponto do modelo 3D.
     Não possui ainda a possibilidade de utilizar o critério de falha de Tsai-Hill. Desta forma, os pontos mais críticos (maior solicitação e menor resistência) foram determinados manualmente, assim como a utilização dos critérios de falha para esses pontos.
  - iii. O software de elementos finitos não possui uma saída analítica para definir as direções das tensões principais. Mostra apenas a imagem de uma seta representando a direção e o sentido das mesmas (de forma gráfica). No caso do suporte do balaústre as direções principais estavam alinhadas com os eixos do sistema de coordenadas global, o que facilitou a identificação dessas direções.

## 7.2 Sugestões para trabalhos futuros

- a) Avaliar a influência da umidade no comportamento mecânico dos compósitos TRFL de PA 6.6. E, desta forma, avaliar como os dados experimentais se ajustam as previsões teóricas previstas pela metodologia apresenta (Equação 56). Nessa ótica, verificar também como a umidade influência a resistência ao cisalhamento interfacial calculada através da Equação 57;
- b) Realizar o mesmo estudo descrito neste trabalho, porém utilizando o compósito TRFL de Polipropileno (PP), outro compósito que possui grande aplicação industrial;
- c) Avaliar a influência de uma mistura com um percentual do compósito TRFL reprocessado após injeção (moído) com o compósito virgem, verificando a influência desta mistura nas propriedades mecânicas e na microestrutura do compósito, e como se comporta com a aplicação do modelo proposto nesse trabalho;
- d) Realizar um estudo mais aprofundado com os modelos e orientação das fibras, correlacionando os seus parâmetros com as propriedades do compósito ou com os parâmetros do processo, facilitando a identificação do valor de cada parâmetro a ser utilizado em cada tipo de processamento por injeção ou compósito;
- e) Realizar um estudo mais aprofundado com o modelo de quebra de fibras, correlacionando os seus parâmetros com as propriedades do compósito ou com os parâmetros do processo, facilitando a identificação do valor de cada parâmetro a ser utilizado em cada tipo de processamento por injeção ou compósito;
- f) Estabelecer uma forma de integração entre o software de simulação de injeção e o software de elementos finitos para facilitar a determinação dos pontos mais solicitados e compará-los a resistência à tração prevista pelo método apresentado neste trabalho (integração dos modelos de falhas). Uma possível alternativa seria utilizar o *software* CAE de elementos finitos ANSYS, o qual possui essa interface.

## 8 APENDICE A – ESCALARES, VETORES E TENSORES - BREVE INTRODUÇÃO

Nesta seção será apresentada uma breve revisão sobre grandezas escalares, vetoriais e tensoriais; suas definições e operações.

## 8.1 Definições de grandezas escalares, vetoriais e tensoriais

Uma grandeza escalar é uma entidade física que precisa ser caracterizada apenas através de sua ou magnitude. Neste texto essas grandezas são representadas por letras em itálico. Exemplos de grandezas escalares são: massa (*m*), densidade ( $\rho$ ), temperatura (*T*) e pressão (*P*) [173].

Um vetor é a representação matemática de uma entidade física que deve ser caracterizada pela sua magnitude (tamanho), direção e sentido, e são representados por letras minúsculas em negrito. Exemplo de grandezas vetoriais são a velocidade (**v**) e a aceleração da gravidade (**g**). Em um espaço de três dimensões os vetores podem ser escritos em termo de suas três componentes escalares, as quais correspondem a projeção desse vetor nos três eixos coordenados x, y e z. Por exemplo, o vetor velocidade pode ser descrito na forma de:  $\mathbf{v} = v_x \vec{l} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ . Onde  $v_x$  é a componente da velocidade na direção x, e  $\vec{l}$  é o vetor unitário na direção x e assim sucessivamente para as outras duas componentes [173].

Um tensor (ou uma grandeza tensorial) é uma representação matemática de uma entidade física que necessita ser caracterizada pela sua magnitude e por múltiplas direções. Exemplo de grandezas tensoriais são a tensão agindo sobre um elemento, a taxa de deformação, o tensor campo elétrico e o tensor momento de inércia. Os tensores podem ser classificados como de segunda, terceira ou mais ordem. Dessa forma, podem ser interpretados como uma generalização das grandezas escalares e vetoriais. Enquanto um vetor deve ser representado por três componentes em um espaço tridimensional, um tensor de segunda ordem precisa de  $3^2 = 9$  componentes. Sob essa ótica, um escalar pode ser interpretado como um tensor de ordem zero ( $3^0 = 1$  componente), e um vetor como um tensor de ordem um ( $3^1 = 3$  componentes) [173].

Os tensores de segunda ordem são geralmente representados por letras maiúsculas em negrito ou por uma letra grega em negrito com dois traços acima da mesma. Já os tensores de quarta ordem são representados através de letras maiúsculas com traço duplo (por exemplo: A). A Equação A1 apresenta as componentes do tensor de segunda ordem tensão  $\overline{\sigma}$  e suas 9 componentes [97].

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$
(A1)

## 8.2 Operador diferencial $\nabla$ (nabla ou del )

Na forma cartesiana o operador nabla é representado pela Equação A2 [174].

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$
(A2)

## 8.3 Algumas operações diferenciais com escalares, vetores e tensores

Abaixo estão representadas as principais operações envolvendo campos vetoriais [96, 173, 174]. A Equação A3 apresenta a definição do gradiente de uma função escalar, o que resulta em um campo vetorial.

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$
(A3)

O gradiente de um campo vetorial  $\mathbf{v}$  é dado pela Equação A4. O resultado dessa operação é um tensor de segunda ordem.

$$\nabla \mathbf{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_y}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(A4)

O divergente de um campo vetorial resulta em um campo escalar e é dado pela Equação (A5).

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$
(A5)

Por outro lado, o divergente de um tensor  $\overline{\sigma}$  resulta em um vetor, conforme dado pela Equação (A6).

$$\nabla \cdot \overline{\overline{\sigma}} = \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) \vec{\iota} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right) \vec{j} + \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}\right) \vec{k}$$
(A6)

#### 8.4 Algumas operações com tensores

As operações com tensores utilizadas neste texto estão apresentadas pelas equações abaixo [96].

Um tensor **A** pode ser gerado através do produto diático (ou tensorial) entre dois vetores **u** e **v**, conforme definido na Equação A7. A notação dessa operação é a seguinte:  $\mathbf{A} = \mathbf{u} \otimes \mathbf{v}$  ou  $\mathbf{A} = \mathbf{u} \mathbf{v}$ .

$$\mathbf{A} = a_{ij} = u_i v_j = \begin{bmatrix} u_1 v_1 & u_1 v_2 & u_1 v_3 \\ u_2 v_1 & u_2 v_2 & u_2 v_3 \\ u_3 v_1 & u_3 v_2 & u_3 v_3 \end{bmatrix}$$
(A7)

A operação produto escalar, também chamada de contração dupla entre dois tensores de segunda ordem, resulta em um escalar. A notação dessa operação é: c = T: D, de tal forma que o escalar *c* é dado pela Equação A8.

 $c = t_{ij}d_{ji} = t_{11}d_{11} + t_{12}d_{21} + t_{13}d_{31} + t_{21}d_{12} + t_{22}d_{22} + t_{23}d_{32} + t_{31}d_{13} + t_{32}d_{23} + t_{33}d_{33}$  (A8) É importante destacar que a contração de dupla de sois tensores resulta sempre em uma grandeza de ordem igual a soma total das ordens dos dois tensores envolvidos na operação menos quatro. Ou seja, a contração dupla de dois tensores de quarta ordem resulta em um tensor de quarta ordem e a contração dupla de um tensor de quarta ordem com um de segunda ordem resulta em um tensor de segunda ordem, conforme apresentado pela Equação A9.

$$\mathbb{A}:\mathbb{B}=\mathbb{C}\qquad \mathbf{e}\qquad \mathbb{A}:\mathbf{B}=\mathbf{C} \tag{A9}$$

O tensor transposto de **A** (representado por  $A^t$ ) é calculado trocando-se ordenadamente as linhas e as colunas de cada elemento, conforme descrito na Equação A(10).

$$\mathbf{A}^{t} = \left(a_{ij}\right)^{t} = a_{ji} \tag{A10}$$

Todo o tensor **T** pode ser expresso como a soma da sua parte simétrica **D** e sua parte antisimétrica **W**, conforme definido na Equação (A11)

$$\mathbf{T} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad \text{onde} \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{T} + \mathbf{T}^t) \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2} (\mathbf{T} - \mathbf{T}^t)$$
(A11)

O traço de um tensor **T** é definido pela soma dos termos de sua diagonal principal, tal como a Equação A12

tr 
$$\mathbf{T} = \sum t_{ii} = t_{11} + t_{22} + t_{33}$$
 (A12)

A magnitude escalar de um tensor **T** é definida pela Equação (A13).

$$|\mathbf{T}| = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{T}:\mathbf{T}^t)}$$
(A13)

Em aplicações que envolvem reologia e viscoelasticidade é comum definir o tensor gradiente de velocidade L através da Equação A14.

$$\mathbf{L} \equiv (\nabla \mathbf{v})^t = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \tag{A14}$$

## 8.4 A derivada material ou substantiva

Existe uma combinação de derivadas que aparece com frequência quando se descreve taxas de variações em que ocorre o transporte convectivo em um campo de velocidades. Essa deriva especial recebe o nome de derivada material ou substantiva, e pode ser calculada para uma função escalar, vetorial ou para um tensor, conforme dado pela Equação A15 para uma função f(x, y, z) [95, 96].

$$\frac{Df}{Dt} \equiv \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{\partial f}{\partial t} = v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial t}$$
(A15)

## 9 APENDICE B – DESCRIÇÃO DO CRITÉRIO DE FALHA DE TSAI-HILL

O critério de falha Tsai-Hill (TH) é uma evolução da teoria da energia de distorção máxima desenvolvido para materiais dúcteis. A teoria de TH, no entanto, é mais ampla e contempla também materiais anisotrópicos. A Equação B8 apresenta o critério de falha de TH na sua forma mais geral, levando em conta um estado triaxial de tensões [172, 175].

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x^2}{X_{TH}^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y_{TH}^2} + \frac{\sigma_z^2}{Z_{TH}^2} - \sigma_x \sigma_y \left( \frac{1}{X_{TH}^2} + \frac{1}{Y_{TH}^2} - \frac{1}{Z_{TH}^2} \right) - \sigma_x \sigma_z \left( \frac{1}{X_{TH}^2} - \frac{1}{Y_{TH}^2} + \frac{1}{Z_{TH}^2} \right) \\ &- \sigma_y \sigma_z \left( -\frac{1}{X_{TH}^2} + \frac{1}{Y_{TH}^2} + \frac{1}{Z_{TH}^2} \right) + \frac{\tau_{yz}^2}{Q_{TH}^2} + \frac{\tau_{xz}^2}{R_{TH}^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{S_{TH}^2} \le 1 \end{aligned}$$

Para:

$$\begin{aligned} X_{TH} &= \sigma_{rc}^{x} \quad \text{se} \quad \sigma_{x} < 0 \quad \text{ou} \quad X_{TH} &= \sigma_{rt}^{x} \quad \text{se} \quad \sigma_{x} > 0 \\ Y_{TH} &= \sigma_{rc}^{y} \quad \text{se} \quad \sigma_{y} < 0 \quad \text{ou} \quad Y_{TH} &= \sigma_{rt}^{y} \quad \text{se} \quad \sigma_{y} > 0 \\ Z_{TH} &= \sigma_{rc}^{z} \quad \text{se} \quad \sigma_{z} < 0 \quad \text{ou} \quad Z_{TH} &= \sigma_{rt}^{z} \quad \text{se} \quad \sigma_{z} > 0 \\ Q_{TH} &= \tau_{rc}^{yz} \\ R_{TH} &= \tau_{rc}^{xz} \\ S_{TH} &= \tau_{rc}^{xy} \end{aligned}$$

A inequação acima afirma que, se o lado esquerdo da mesma for menor ou igual a unidade, o estado de tensões aplicados sobre o material não provocará a falha do mesmo. Na equação B1,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , e  $\sigma_z$  são as tensões normais aplicadas nas direções x,  $y \in z$ , respectivamente (MPa). As componentes  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz} \in \tau_{yz}$  são as tensões de cisalhamento aplicadas conforme descrito na Figura 10 (MPa). Os fatores  $\sigma_{rc}^x$ ,  $\sigma_{rc}^y \in \sigma_{rc}^z$  são a resistência à compressão do material nas direções x,  $y \in z$  em MPa, respectivamente. Por outro lado, os valores  $\sigma_{rt}^x$ ,  $\sigma_{rt}^y \in \sigma_{rt}^z$  são a resistência à tração nas mesmas direções (MPa). Finalmente, os termos  $\tau_{rc}^{yz}$ ,  $\tau_{rc}^{xz} \in \tau_{rc}^{xy}$  são respectivamente a resistência ao cisalhamento do material nos planos yz,  $xz \in xy$  (todos em MPa).

Em aplicações envolvendo compósitos laminados unidirecionais (UD - fibras alinhadas somente em uma direção), é comum definir um sistema de coordenadas local no compósito em que um dos eixos do mesmo esteja alinhado com a direção das fibras. As direções dos eixos mutuamente ortogonais desse sistema de coordenadas são denominadas como as direções principais do compósito, referenciadas como direção longitudinal às fibras (*l*), transversal às fibras (*t*) perpendicular ao plano das fibras (*p*). Para o caso específico de laminados UD finos (placas), é possível definir um estado plano de tensões onde  $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$ . Nessa situação, as tensões normais são referenciadas da seguinte forma:  $\sigma_x = \sigma_l$ ,  $\sigma_y = \sigma_t \ \tau_{xy} = \tau_{lt}$ . A Figura B1 apresenta a definição desse tipo de laminado [38, 175].

(B1)



Figura B1 – Direções principais de um compósito laminado unidirecional. Adaptado de [38].

Aplicando-se essas condições na Equação B1, chega-se ao critério de TH para o estado plano de tensões em uma placa de compósito UD, conforme indicado na Equação B2 [175].

$$\frac{\sigma_l^2}{X_{TH}^2} + \frac{\sigma_t^2}{Y_{TH}^2} - \sigma_l \sigma_t \left( \frac{1}{X_{TH}^2} + \frac{1}{Y_{TH}^2} - \frac{1}{Z_{TH}^2} \right) + \frac{\tau_{lt}^2}{S_{TH}^2} \le 1$$
Para:  

$$X_{TH} = \sigma_{rc}^l \text{ se } \sigma_l < 0 \text{ ou } X_{TH} = \sigma_{rt}^l \text{ se } \sigma_l > 0$$

$$Y_{TH} = \sigma_{rc}^t \text{ se } \sigma_t < 0 \text{ ou } Y_{TH} = \sigma_{rt}^t \text{ se } \sigma_t > 0$$

$$Z_{TH} = \sigma_{rc}^p \text{ se } \sigma_p < 0 \text{ ou } Z_{TH} = \sigma_{rt}^p \text{ se } \sigma_p > 0$$

$$S_{TH} = \tau_{rc}^{lt}$$
(B2)

Onde os termos de tensão são os mesmos definidos anteriormente. Adicionalmente, se considerarmos a faze matriz como um material isotrópico, podemos considerar que  $Y_{TH} = Z_{TH}$ . Dessa forma a Equação B2 fica reduzida ao formato abaixo (Equação B3), a qual é essencialmente a mesma Equação 31 apresentada na Seção 3.9.2.3 [172, 175].

$$\frac{\sigma_l^2}{X_{TH}^2} + \frac{\sigma_t^2}{Y_{TH}^2} - \frac{\sigma_l \sigma_t}{X_{TH}^2} + \frac{\tau_{lt}^2}{S_{TH}^2} \le 1$$
Para:  

$$X_{TH} = \sigma_{rc}^l \text{ se } \sigma_l < 0 \text{ ou } X_{TH} = \sigma_{rt}^l \text{ se } \sigma_l > 0$$

$$Y_{TH} = \sigma_{rc}^t \text{ se } \sigma_t < 0 \text{ ou } Y_{TH} = \sigma_{rt}^l \text{ se } \sigma_t > 0$$

$$S_{TH} = \tau_{rc}^{lt}$$
(B3)

# **10 REFERÊNCIAS**

[1] DORNELES-FILHO, A. M. L. *Critérios na selecção de plásticos de engenharia para aplicações em veículos populres no Brasil* (Mestrado em Engenharia) - Escolha Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2006.

[2] FAIRBANKS, M. Plástico nos automóveis - Uso de polímeros cresce com o Inovar-Auto. *Plástico Moderno*, v. 475, p. 30-40, 2014.

[3] FURTADO, M. Setor ajuda montadoras a construir carro econômico com plástico leve e resistente. *Plástico Moderno*, v. 469, p. 9-24, 2013.

[4] KNAB, K.-H. Técnica integra processos de união de peças plásticas e injeção. *Plástico Industrial*, v. 16, p. 88-91, 2014.

[5] Anuário Anfavea 2017 <<u>http://www.virapagina.com.br/anfavea2017/></u>. acesso em: 14 de abril de 2017.

[6] ALVES, L. A hora e a vez dos recicláveis. Autodata, v. 6, p. 86-87, 2014.

[7] SANT'ANNA, J. P. Plástico no automóvel - INOVAR-AUTO incentiva polímeros e compósitos a tirar metais dos carros. *Plástico Moderno*, v. 488, p. 18-25, 2015.

[8] Portal Inovar-Auto <<u>http://www.portalinovarauto.com.br/apresentacao></u>. acesso em: 14 de abril de 2017.

[9] AMERICAN CHEMISTRY COUNCIL. A plastic/composite car in every driveway? *Plastic Engineering - SPE*, v. 70, p. 34-35, 2014.

[10] O Alumínio nos Transportes <<u>http://www.abal.org.br/downloads/aluminio-nos-transportes.pdf></u>. acesso em: 14 de abril de 2017.

[11] THATTAIPARTHASARTHY, K. B., PILLAY, S., NING, H., VAIDYA, U. K. Process simulation, design and manufacturing of a long fiber thermoplastic composite for mass tranist application. *Composites Part A*, v. 39, p. 1512-1521, 2008.

[12]AnuárioAnfavea2016<<u>http://www.automotivebusiness.com.br/abinteligencia/pdf/Anfavea\_anuario2016.pdf>.</u>acesso em: 14 de abril de 2017.

[13] THOMASON, J. L. The influence of fibre length, diameter and concentration on the strength and strain to failure of glass fibre-reinforced polyamide 6,6. *Composites Part A*, v. 39, p. 1618-1624, 2008.

[14] BUCK, F., BRYLKA, B., MÜLLER, V., MÜLLER, T., WEIDENMANN, K. A., HRYMAK, A. N., et al. Two-scale structural mechanical modeling of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology*, v. 177, p. 159-167, 2015.

[15] FLIEGENER, S., LUKE, M., GUMBSCH, P. 3D microstructure modeling of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology*, v. 104, p. 136-145, 2014.

[16] GOEL, A., CHAWLA, K. K., VAIDYA, U. K., CHAWALA, N., KOOPMAN, M. Characterization of fatigue behavior of long fiber reinforced thermoplastic (LFT) composites. *Materials Characterization* v. 60, p. 537-544, 2008.

[17] LAFRANCHE, E., KRAWCZAK, P., CIOLCZYK, J.-P., MAUGEY, J. Injection moulding of long glass fiber reinforced polyamide 6,6: Processing conditions/Microstructure/Flexural Properties Relationship. *Advances in Polymer Technology*, v. 24, p. 114-131, 2005.

[18] FLIEGENER, S., HOHE, J., GUMBSCH, P. The creep behavior of long fiber reinforced thermoplastics examined by microstructural simulations. *Composites Science and Technology*, v. 131, p. 1 -11 2016.

[19] THOMASON, J. L. The influence of fibre length, diameter and concentration on the modulus of glass fibre reinforced polyamide 6,6. *Composites Part A*, v. 39, p. 1732-1738, 2008.

[20] CHEVALI, V. S., JANOWSKI, G. M. Flexural creep of long fiber-reinforced thermoplasti composites: Effect of processing-depebdebt fiber variables on creep response. *Composites Part A*, v. 41, p. 1253-1262, 2010.

[21] HOHE, J., BECKMANN, C., PAUL, H. Modeling of uncertainties in long fiber reinforced thermoplastics. *Materials and Design*, v. 66-Part B, p. 390-299, 2015.

[22] TEIXEIRA, D., GIOVANELA, M., GONELLA, L. B., CRESPO, J. S. Influence of flow restriction on the microstructure and mechanical properties of long glass fiber-reinforced polyamide 6.6 composites for automotive applications. *Materials and Design*, v. 47, p. 287-294, 2013.

[23] PATCHARAPHUM, S., OPASKORNKUL, G. Characterization of fiber length distribution in short and long glass fiber reinforced polypropylene during injection moulding process. *Kasetasrt J (Nat Sci)*, v. 42, p. 392-397, 2008.

[24] SUBRAMANIAN, C., SENTHILVELAN, S. Effect of reinforced fiber length on the joint performance of thermoplastic leaf spring. *Materials and Design*, v. 31, p. 3733-3741, 2010.

[25] YANG, B., LENG, J., HE, B., LIU, H., ZHANG, Y., DUAN, Z. Influence of fiber length and compatibilizer on mechanical properties of long glass fiber reinforced polyamide 6,6. *Reinforced Plastics Composites*, v. 31, p. 1103-1112, 2012.

[26] GRIZZO, L. H., HAGE, E. Desenvolvimento de PVC reforçado com fibras de vidro longas para fabricação de produtos moldados. *Polimeros: Ciência e Tecnologia*, v. 21, p. 369-375, 2011.

[27] THOMASON, J. L. The influence of fibre length, diameter and concentration on the impact performance of long glass-fibre reinforced polyamide 6,6. *Composites Part A*, v. 40, p. 114-124, 2009.

[28] Polímeros de alto desempenho para substituição de metal <<u>http://www.ima.ufrj.br/wp-content/uploads/2014/10/Polimeros-de-Alto-Desempenho-para-</u>

substitui%C3%A7%C3%A3o-de-Metais.pdf>. acesso em: 14 de abril de 2017.

[29] CASTRO, F. C. D. Alívio de peso e designs diferenciados impulsionam os polímeros nos veículos. *Plástico Moderno*, v. 444, p. 22-24, 2011.

[30] BASF. Poliamida e fibras de vidro longas na fabricação de componentes para janelas/esquadrias. *Plástico Industrial*, v. 19, p. 52, 2016.

[31] RETO, M. A. D. S. Compostos - Mercado desfruta de poucas resinas reforçadas com fibras longas ou contínuas *Plástico Moderno*, v. 465, p. 14-18, 2013.

[32] MALNATI, P. Driving examples: Greater composites use in passenger vehicles. *Plastic Engineering - SPE*, v. 70, p. 8-13, 2014.

[33] RETO, M. A. D. S. Veículo é premiado ao trocar aço por PP com fibra de vidro. *Plástico Moderno*, v. 437, p. 52-53, 2011.

[34] VALÊNCIO, N. Materiais de alto desempenho e plásticos de engenharia ganham espaços nos veículos leves e caminhões. *Plástico Moderno*, v. 444, p. 9-20, 2011.

[35] CELANESE. Celanese produzirá compósitos termoplásticos de fibra longa no Brasil. *Plástico Industrial*, v. 17, p. 8-9, 2014.

[36] Celstran® Long Fiber Reinforced Thermoplastics (LFRT) <file:///C:/Users/cliente/Downloads/lfrt\_celstraninfo\_eu\_e\_0214%20(1).pdf>. acesso em: 14 de abril de 2016.

[37] PHELPS, J. H. *Processing-microstructure models for short-and long fiber thermoplastic composites* (Doctor of Philosophy) - University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana. 2009.

[38] MARINUCCI, G. Materiais compósitos poliméricos, 1º ed. São Paulo: Artliber; 2011.

[39] SIQUEIRA, E. J. Estudo dos critérios de falhas em compósitos PPS/Fibras de carbono utilizando elementos finitos (Mestrado em Engenharia Mecânica) - UNESP, Guaratinguetá. 2009.

[40] TEIXEIRA, D. Influência da restrição do fluxo na microestrutura e nas propriedades mecânicas de compósitos de poliamida 6.6 reforçados por fibras de vidro longas obtidos por injeção (Mestrado em Engenharia de Materiais) - Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul. 2012.

[41] PATCHARAPHUM, S., MENNIG, G. Prediction of tensile strength for sandwich injection molded short-glasss-fiber reinforced thermoplastic. *Journal of metals, materials and minerals* v. 17, p. 9-16, 2007.

[42] LAFRANCHE, E., KRAWCZAK, P., CIOLCZYK, J.-P., MAUGEY, J. Injection moulding of long glass fibre reinforced polyamide 6-6: guidelines to improve flexural properties. *Express Polymer Letters*, v. 1, p. 456-466, 2007.

[43] JIN, X., WANG, J. *Fiber breakage calculation for injection molded long fiber composites.* ANTEC SPE - Annual Technical Conference SPE, Boston, 2011.

[44] Thermoplastic injection molding compounds <<u>http://kbam.geampod.com/KBAM/Reflection/Assets/Thumbnail/7122\_28.pdf</u> >. acesso em: 14 de abril de 2017.

[45]Celstran<sup>®</sup>InjectionMoldingGuide<<u>http://www.hipolymers.com.ar/pdfs/celstran/procesamiento/Celstran%20Injection%20Molding.PDF></u>. acesso em: 20 de abril de 2017.

[46] THOMASON, J. L. The influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre reinforced polypropylene: 5 Injection moulded long an short fibre PP. *Composites Part A*, v. 33, p. 1641-1652, 2002.

[47] KENIK, D., ROBBINS, D., MORRISON, A., GIES, J. Bridging the gap: asmanufactures structural simulation of injection molded plástics. 15° ACCE - Automotive Composites Conference Exhibition, Novi, 2015. [48] JIN, X., WANG, J., HAN, S. Property calculation system for injection molding and compression molding of fiber-filled polymer composites. 19° International Conference on Composite Materials - ICCM19, Montreal, 2013.

[49] FOSS, P. H., TSENG, H.-C., SNAWERDT, J., CHANG, Y.-J., YANG, W.-H. Prediction of fiber orientation distribuition in injection molded parts using Moldex3D simulation. *polymer Composites*, v. 35, p. 671–680, 2014.

[50] PHELPS, J. H., TUCKER, C. L. An anisotropic rotary diffusion model for fiber orientation in short - and long-fiber thermoplastics *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 156, p. 165-176, 2009.

[51] CALLISTER, W. D. *Ciência e engenharia dos materiais - Uma introdução*, 9° ed. Rio de Janeiro: LTC Editora Ltda; 2016.

[52] RABELLO, M., PAOLI, M. A. D. *Aditivação de termoplásticos*, 1° ed. São Paulo: Artliber; 2013.

[53] NETO, F. L., PARDINI, L. C. *Compósitos estruturais - Ciência e tecnologia*, 1° ed. Edgard Blücher LTDA; 2006.

[54] JUNIOR, H. L. O. *Caracterização mecânica e dinâmico-mecânica de compósitos híbridos vidro/sisal moldados por RTM* (Mestrado em Engenharia de Minas, Metalúrgia e Materiais) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2009.

[55] ASHBY, M. F., JONES, D. R. H. *Engenharia de materiais - Volume II*, 1° ed. Rio de Janeiro: Elsevier; 2007.

[56] LOPES, P. E., SOUZA, J. A. D. Influência das condições de processamento nas propriedades mecânicas de compósitos de polipropileno com fibras de vidro. *Polimeros: Ciência e Tecnologia*, v. jan/mar, p. 85-99, 1999.

[57] SOUZA, J. A. D. Compósitos de polipropileno com reforços híbridos fibro-particulados: Anisotropia e linhas de solda. 11° Congresso brasileiro de polímeros, Campos do Jordão 2011.

[58] BENHADOU, M., HADDOUT, A., VILLOUTREIX, G. Numerical study of distribuition and orientation of fibers during the injection of thermoplastic composites. *Reinforced Plastics Composites*, v. 33, p. 1696-1703, 2014.

[59] ZHANG, D., HE, M., QIN, S., YU, J. Effect of fiber length and dispersion on properties of long glass fiber reinforced thermoplastic composites based on poly (butylene terephthalate). *Royal Society of Chemistry*, v. 7, p. 15439-15454, 2017.

[60] GRIZZO, L. H. *Desenvolvimento de PVC reforçado com fibras de vidro longas para fabricação de produtos moldados* (Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2009.

[61] THOMASON, J. L. Micromechanical parameters from macromechanical measurments on glass reinforced polyamide 6,6. *Composties Science and technology* v. 61, p. 2007-2016, 2001.

[62] MCCRUM, N. G., BUCKLEY, C. P., BUCKANLL, C. B. Principles of polymer engineering, 2° ed. Oxford: 1997.

[63] FANTONI, R. F. Como a Poliamida substituiu a seda: Uma história da descoberta da poliamida 6.6. *Polimeros: Ciência e Tecnologia*, v. 22, p. 1-6, 2012.

[64] WIEBECK, H., HARADA, J. *Plásticos de engenharia - Tecnologia e aplicações*, 1° ed. São Paulo: Artliber; 2005.

[65] FACTORI, I. M. Processamento e propriedades de compósitos de poliamida 6.6 reforçada com particulas de vidro reciclado (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica de São Pauo, São Paulo. 2009.

[66] Zytel® FG101L NC010 - Product Information <<u>http://www2.dupont.com/Plastics/en\_US/assets/downloads/product/zytelfg/ZYTEL\_FG101</u> L\_NC010.pdf>. acesso em: 17 de abril de 2017.

[67] Durethan® A 30 S FN31 - data sheet Prospector <a href="https://materials.ulprospector.com/Profile.aspx?I=34&E=148473#DV\_DS>">https://materials.ulprospector.com/Profile.aspx?I=34&E=148473#DV\_DS></a>. acesso em: 17 de abril de 2017.

[68] Quadrant EPP Ertalon® 66 SA - data sheet Prospector <a href="https://materials.ulprospector.com/Profile.aspx?I=34&E=115249#DV\_DS>">https://materials.ulprospector.com/Profile.aspx?I=34&E=115249#DV\_DS></a>. acesso em: 17 de abril de 2017.

[69] ANDRADE, C. T., COUTINHO, F. M. B., DIAS, M. L., LUCAS, E. F., OLIVEIRA, C. M. F., TABAK, D. *Compêndio de nomenclatura macromolecular*, 1° ed. Rio de Janeiro: E-Papers; 2002.

[70] OSSWALD, T. A., MENGES, G. *Materials Science of polymers for engineers*, 2° ed. Munique: Hanser; 2003.

[71] DAI, X. Y., BATES, P. J. Mechanical properties of vibration welded short - and long glass fiber reinforced polypropylene *Composites Part A*, v. 38, p. 1159-1166, 2008.

[72] SLOVAMID® 66 GF 50 - data sheet Prospector <a href="https://materials.ulprospector.com/Profile.aspx?I=34&E=126844#DV\_DS>">https://materials.ulprospector.com/Profile.aspx?I=34&E=126844#DV\_DS></a>. acesso em: 22 de abril de 2017.

[73]Celstran®PA66GF50-02BLK<<u>http://tools.celanese.com/standard/main/quicksearch/ds/0></u>. acesso em: 22 de abril de 2017.

[74] KIM, J. K., MAI, Y. W. Engineered Interfaces in Fiber Reinforced Composites, 1° ed. Netherlands: Elsevier; 1988.

[75] BUDIMAN, B. A., TAKAHASHI, K., INABA, K., KISHIMOTO, K. Evaluation of interfacial strength between fiber and matrix based on cohesive zone modeling. *Composites Part A*, v. 90, p. 211-217, 2016.

[76] COX, H. L. The elasticity and strenght of paper and other fibrous materials. *J Appl Phys*, v. 72, p. 72-79, 1952.

[77] ERTHARD, G. Designing with plastics, 1° ed. Munique: Hanser; 2006.

[78] HASSAN, A., YAHYA, R., RAFIQ, M. I. M., HUSSIN, A., SHEIKH, M. R. K., HORNSBY, P. R. Interfacial shear strength and tensile properties of injection-molded, shortand long glass fiber-reinforced polyamide 6,6 composites. *Reinforced Plastics Composites*, v. 30, p. 1233-1242, 2011.

[79] KELLY, A., TYSON, W. R. Tensil properties of fibre-reinforced metals: Cooper/tungsten and copper/Molybdenum. *J Mech Phys Solids*, v. 13, p. 329-350, 1965.

[80] PATCHARAPHUN, S. Characterization and simulation of material distribution and fiber orientation in sandwich injection molded parts (Doctor of Philosophy) - Chemnitz University of Technology, Chemnitz. 2006.

[81] THOMASON, J. L. The influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre reinforced polypropylene. 6. The properties of injection moulded long fibre PP at high fibre content. *Composites Part A*, v. 36, p. 995-1003, 2005.

[82] THOMASON, J. L. Interfacial strength in thermoplastic composites - at last an industry friendly measurement method? *Composites Part A*, v. 33, p. 1283-1288, 2002.

[83] THOMASON, J. L. Macromechanical parameters from macromechanical measurements on glass-reinforced polybutyleneterpthalate. *Composites Part A*, v. 33, p. 331-339, 2002.

[84] YANG, L., THOMASON, J. L. Development and application of micromechanical thechniques for characterising interfacial shear strength in fibre-thermoplastic composites. *Polymer Testing*, v. 31, p. 895-903, 2012.

[85] SOCKALINGAM, S., NILAKANTAN, G. Fiber-Matrix Interface Characterization through the microbond test: A Review. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, v. 13, p. 282-295, 2012.

[86] LIU, B., LIU, Z., WANG, X., ZHANG, G., LONG, S., YANG, J. Interfacial shear strength of carbon fiber reinforced polyphenylene sulfide measured by microbond test. *Polymer Testing*, v. 32, p. 724-730, 2013.

[87] BOWYER, W. H., BADER, M. G. On the reinforcement of thermoplastics by imperfectly aligned discontinuous fibres. *Journal of Materials and Science*, v. 7, p. 1315-1321, 1972.

[88] SERRANO, A., ESPINACH, F. X., JULIAN, F., DELREY, R., MENDEZ, J. A., MUTJE, P. Estimation of the interfacial shears strength, orientation factor and mean equivalent intrinsic tensile strength in old newspaper fiber/polypropylene composites. *Composites Part B*, v. 50, p. 232-238, 2013.

[89] MANRICH, S. Processamento de termoplásticos, 1° ed. São Paulo: Artliber; 2005.

[90] HARADA, J., UEKI, M. M. *Injeção de Termoplásticos - Produtividade com qualidade*, 1° ed. São Paulo: Artliber; 2012.

[91] KENNEDY, P. K. *Pratical and scientific aspects of injection molding simulation* (Doctor of Philosophy) - Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven. 2008.

[92] Autodesk Moldflow <<u>http://www.autodesk.com/products/moldflow/overview></u>. acesso em: 24 de Abril de 2017.

[93] SIMCON - Cadmould 3D-F® <<u>http://www.simcon-worldwide.com/en/products-and-services/injection-molding-simulation/about-cadmould.html></u>. acesso em: 24 de abril de 2017.

[94] Moldex3D <<u>http://www.moldex3d.com/en/></u>. acesso em: 24 de abril de 2017.

[95] FOX, R. W., MCDONALD, A. T., PRITCHARD, P. J., LAYLEGIAN, J. C. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 8° ed. Rio de Janeiro: LTC Editora Ltda; 2014.

[96] KENNEDY, P., ZHENG, R. *Flow Analysis of Injection Molds*, 2° ed. Munique: Hanser; 2013.

[97] BRETAS, R. E. S., D'ÁVILA, M. A. *Reologia de polímeros fundidos*, 2° ed. São Carlos: EdUFSCar; 2010.

[98] VÉLEZ-GARCIA, G. M. *Experimental evaluation and simulations of fiber orientation in injection molding of polymers containing short glass fibers* (Doctor of Philosophy) - Virginia Polytechnic Institute and State university, Blacksburg. 2012.

[99] SHOEMAKER, J. *Moldflow Design Guide - A Resource for Plastics Engineers*, 1° ed. Framingham: Moldflow; 2006.

[100] Meshing (tutorial Moldflow) <<u>http://knowledge.autodesk.com/support/moldflow-insight/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2015/ENU/MoldflowInsight/files/GUID-85A4AAB0-2EB6-44C1-BDBE-B8044E2CB105-htm.html?v=2016></u>. acesso em: 24 de Abril de 2017.

[101] WANG, J., JIN, X. Comparison of recent fiber orientation models in Autodesk Moldflow Insight simulations with measured fiber orientation data. Peoceedings of the Polymer Processing 26th Annual Meeting / PPS-26, Banff, 2010.

[102] MEYER, K. J., HOFMANN, J. T., BAIRD, D. G. Prediction of short glass fiber orientation in the filling of an end-gated plaque. *Composites Part A*, v. 62, p. 77-86, 2014.

[103] KURTH, K., RAMIREZ, D., LOPEZ, I., RUDOLPH, N., OSSWALD, T. A. *Fiber motion in fountain flow and its relation to fiber free regions at the surface of injecton molded parts.* ANTEC SPE - Annual Technical Conference SPE, Boston, 2011.

[104] BERNASCONI, A., COSMI, F., HINE, P. H. Analysis of fibre orientation distribuition in short fibre reinforced polymers: A comparison between optical and tomographic methods. *Composites Science and Technology*, v. 72, p. 2002-2008, 2012.

[105] ADVANI, S. G., TUCKER, C. L. The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites. *Jounarl of Rheology*, v. 31, p. 751-784, 1987.

[106] NEVES, N. M., ISDELL, G., POUZADA, A. S. On the effect of the fiber orientation on the flexural stiffness of injection molded short fiber reinforced polycarbonate plates. *Polymer Composites*, v. 19, p. 640-651, 1998.

[107] Moldflow - Theoretical basis for fiber orientation prediction (Theory) <<u>http://knowledge.autodesk.com/support/moldflow-flex/learn-</u> explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2015/ENU/MoldflowInsight360/files/GUID-50FF496F-

<u>0E3E-43CE-B30B-4B12CC24F7DE-htm.html></u>. acesso em: 27 de abril de 2017.

[108] NABBIALEK, J. Modeling of fiber orientation during injection molding process of polymer composites. *Kompozyty*, v. 11, p. 347-351, 2011.

[109] TUCKER, C. L., WANG, J., O'GARA, J. F. Method and article of manufacture for determining a rate of change of orientation of a plurality of fibers disposed in a fluid. *United State Patent*, US 7,266,469 B1. 2007.

[110] HOFMANN, J. T., VÉLEZ-GARCIA, G. M., ORTMAN, K., BAIRD, D., WHITTINGTON, A. R. Application and evaluation of the method of ellipses for measuring the orientation of long, semi-flexible fibers. *Polymer Composites*, v. 34, p. 390-398, 2013.

[111] CINTRA, J. S., TUCKER, C. L. Orthotropic closure approximations for flow induced fiber orientation. *Journal of Rheology*, v. 39, p. 1095-1122, 1995.

[112] CHUNG, D. H., KWON, T. H. Fiber orientation in the processing of polymer composites. *Korea-Australia Rheology Journal*, v. 14, p. 175-188, 2002.

[113] SONG, Y., GANDHI, U., YOMODA, H. *Prediction of fiber orientation tensor in glass fiber reinforced polymer*. ANTEC SPE - Annual Technical Conference SPE, Ohio, 2013.

[114] JEFFERY, G. B. The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid. *Proceedings of the Royal Society of London*, v. 102, p. 161-179, 1922.

[115] FOLGAR, F., TUCKER, C. L. Orientation behavior of fibers in concentrated suspensions. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, v. 3, p. 98-119, 1984.

[116] EBERLE, A. P. E., BAIRD, D. G., WAPPEROM, P., VÉLEZ-GARCIA, G. M. Using transient shear rheology to determine material parameters in fiber suspension theory. *Journal of Rheology*, v. 53, p. 685-705, 2009.

[117] PHAN-THIEN, N., FAN, X.-J., TANNER, R. I., ZHENG, R. Folgar-Tucker constant for a fibre suspension in a Newtonian fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 103, p. 251-260, 2002.

[118] AGBOOLA, B. O., JACK, D. A., MONTGOMERY-SMITH, S. Effectiveness of recent fiber-interaction diffusion models for orientation and the part stiffness predictions in injection molded short-fiber reinforced composites. *Composites Part A*, v. 43, p. 1959-1970, 2012.

[119] BAY, R. S., TUCKER, C. L. Stereological measurement and error estimates for threedimensional fiber orientation. *Polymer Engineering & Science*, v. 32, p. 240-253, 1992.

[120] WANG, J., O'GARA, J. F., TUCKER, C. L. An objetive model for slow orientation kinetics in concentred fiber suspensions: theory and rheological evidence. *Journal of Rheology*, v. 52, p. 1179-1200, 2008.

[121] PHELPS, J. H., EL-RAHMAN, A. I. A., KUNC, V., TUCKER, C. L. A model for fiber length attrition in injection-molded long-fiber composites. *Composites Part A*, v. 51, p. 11-21, 2013.

[122] DURIN, A., MICHELI, P. D., VILLE, J., INCEOGLU, F., VALETTE, R., VERGNESS, B. A matricial approach of fibre breakage in twin-screw extrusion of glass fibres reinforced thermoplastics. *Composites Part A*, v. 48, p. 47-56, 2013.

[123] Moldflow - Fiber breakage model for long-fiber composites (Theory) <<u>http://knowledge.autodesk.com/search-</u>

<u>result/caas/CloudHelp/cloudhelp/2015/ENU/MoldflowComm/files/GUID-4FBB0674-91DE-415D-AE64-D230656C98AB-htm.html></u>. acesso em: 30 de abril de 2017.

[124] Validation of New Process Models for Large Injection-Molded Long Fiber Thermoplastic Composite Structures <<u>http://www.pnnl.gov/main/publications/external/technical\_reports/PNNL-21165.pdf></u>. acesso em: 19 de Maio de 2015.

[125] BHATTI, M. A. Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures, 1° ed. New York: John Wiley & Sons, Inc.; 2006.

[126] FILHO, A. A. *Elementos Finitos - a Base da Tecnologia CAE*, 5° ed. Editora Érica Ltda.; 2012.

[127] BUDYNAS, R. G., NISBETT, J. K. *Elementos de Máquinas de Shigley*, 10° ed. São Paulo: AMGH Editora Ltda; 2016.

[128] NORTON, R. L. *Projeto de Máquinas - uma abordagem integrada*, 4° ed. Porto Alegre: Bookman Editora Ltda.; 2013.

[129] Malha sólida - SolidWorks <<u>http://help.solidworks.com/2017/portuguese-brazilian/solidworks/cworks/c\_solid\_mesh.htm</u>>. acesso em: 08 de maio de 2017.

[130] ANSYS <<u>http://www.ansys.com/></u>. acesso em: 8 de maio de 2017.

[131] SolidWorks Simulation <<u>http://www.solidworksbrasil.com.br/sw/6457\_PTB\_HTML.htm></u>. acesso em: 8 de maio de 2017.

[132] KOC, M., FAZIL O SONMEZ, ERSOY, N., CINAR, K. Failure behavior of composite laminates under four-point bending. *Journal of Composite Materials*, v. 0, p. 1-19, 2016.

[133] CAI, D. A., TANG, J., ZHOU, G., WANG, X., LI, C., SILBERSCHMIDT, V. V. Failure analysis of plain woven glass/epoxy laminates: Comparison of off-axis and biaxial tension loadings. *Polymer Testing*, v. 60, p. 307-320, 2017.

[134] BUSSAB, W. D. O., MORETTIN, P. A. *Estatística Básica*, 8° ed. São Paulo: Editora Saraiva; 2014.

[135] WALPOLE, R. E., MYERS, R. H., MYERS, S. L., YE, K. *Probabilidade & Estatística para engenharia e ciências*, 8° ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall; 2009.

[136] WEIBULL, W. A statistical distribution function of a wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, v. 18, p. 293-296, 1951.

[137] Compendium of Common Probability Distributions <<u>http://www.causascientia.org/math\_stat/Dists/Compendium.pdf></u>. acesso em: 30 de abril de 2017.

[138] NGUYEN, B. N., KUNC, V., FRAME, B. J., PHELPS, J. H., TUCKER, C. L., BAPANAPALLI, S. K., et al. *From process modeling to elastic property prediction for long-fiber injection-molded thermoplastics*. 7° ACCE - Automotive Composites Conference Exhibition, Troy, 2007.

[139] MASUBACHI, Y., TERADA, M., YAMANAKA, A., YAMAMOTO, T., ISHIKAWA, T. Distribuition function of fiber length in thermoplastic composites. *composites Science and Technology*, v. 134, p. 43-48, 2016.

[140] ELSHERPIENY, E. A., IBRAHIM, S. A. N., RADWAN, N. M. M. Discriminating between Weibull and log-logistic distributions. *International Journal of Innovative Research in Science Engineering and Technology*, v. 2, p. 3359-3371, 2013.

[141] AKHTAR, M. T., KHAN, A. A. Log-Logistic Distribution as a Realibility model: a Bayesian analysis. *American Journal of Mathematics and Statistics* v. 4, p. 162-170, 2014.

[142] Loglogistic Distribution <a href="https://www.mathworks.com/help/stats/loglogistic-distribution.html">https://www.mathworks.com/help/stats/loglogistic-distribution.html</a>>. acesso em: 30 de abril de 2017.

[143] MENGES, G., MICHAELI, W., MOHREN, P. *How to make injection molds*, 3° ed. Munique: Hanser; 2001.

[144] MONTGOMERY, D. C. Design and Analysis of Experiments, 5° ed. New York: 2001.

[145] ANTONNY, J. Design of Experiments for Engineers and Scientists, 1° ed. Philadelphia: Elsevier; 2003.

[146] CHEN, C.-P., CHUANG, M.-T., HSIAO, Y.-H., YANG, Y.-K., TSAI, C.-H. Simulation and experimental study in determining injection molding process parameters for thin-shell plastic parts via design experiments analysis. *Expert Systems with Applications*, v. 36, p. 10752-10759, 2009.

[147] LIU, S.-J., CHANG, J.-H. The ocurrence of surface roughness in gas assist injection molded nylon composites. *Polymer Composites*, v. 21, p. 322-221, 2000.

[148] SHARMA, S. D., KAR, K. K. Surface roughness of fiber reinforced plastic laminates fabricated using rubber molding. *Polymer Composites*, v. 27, p. 504-512, 2006.

[149] CASADO, J. A., GUTIÉRRES-SOLANA, F., POLANCO, J. A., CARRASCAL, I. The assessment of fadigue damage on short fiber glass reinforced polyamides (PA) through the surface roughness evolution. *Polymer Composites*, v. 27, p. 349-359, 2006.

[150] KIM, M. W., LEE, S. H., YOUN, J. R. Effects of filler size and content on shrinkage and gloss of injection molded PBT/PET/Talc composites. *Polymer Composites*, v. 31, p. 1020-1027, 2010.

[151] HOFMANN, J. T. Extension of the method of ellipses to determining the orientation of long, semi-flexible fibers in model 2- and 3-dimensional geometries (Doctor of Philosophy) - Virgina Polytechnic Institute end State University, Blacksburg. 2013.

[152] Propriedades reológicas PA66-GF50-02 <Autodesk Moldflow Plastics Labs - Celstran PA66-GF50-02 - propriedades reológicas>. acesso em: 25 de maio de 2017.

[153] Propriedades de PVT PA66-GF50-02 <Autodesk Moldflow Plastics Labs - Celstran PA66-GF50-02 - propriedades PVT>. acesso em: 25 de maio de 2017.

[154] CIESLINSKI, M. J., WEPPEROM, P., BAIRD, D. G. Fiber orientation evolution in simple shear flow from a repeatable initial fiber orientation. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 247, p. 65-75, 2016.

[155] Implementation of New Process Models for Tailored Polymer Composite StructuresintoProcessingSoftwarePackages<<u>http://www.pnl.gov/main/publications/external/technical\_reports/PNNL-19185.pdf></u>. acessoem: 18 de Julho de 2015.

[156] PFEIL, W., PFEIL, M. *Estruturas de Aço - Dimensionamento Prático*, 8° ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos; 2009.

[157] ANDERSON, T. W., DARLING, D. A. A test of goodness of fit. *Journal of American Statistical Associattion*, v. 49, p. 765-769, 1954.

[158] NGUYEN, B. N., BAPANAPALL, S. K., HOLBERY, J. D., SMITH, M. T., KUNC, V., FRAME, B. J., et al. Fiber length and orientation in long-fiber injection-molded thermoplastics – Part I: modeling of microstructure and elastic properties. *Journal of Composite Materials*, v. 42, p. 1003-1029, 2008.

[159] Criar um histograma com uma linha de distribuição ajustada <<u>http://support.minitab.com/pt-br/minitab/17/topic-library/basic-statistics-and-</u> graphs/graphs-of-distributions/histograms/create-a-histogram-with-a-fitted-<u>distribution-line/></u>. acesso em: 06 de Junho de 2017.

[160] FU, S. Y., LAUKE, B. Effects of fiber length and fiber orientation distributions on the tensile strength of short-fiber-reinforced polymers. *composites Science and Technology*, v. 56, p. 1179-1190, 1995.

[161] KUMAR, K. S., GHOSH, A. K., BHATNAGAR, N. Mechanical properties of injection molded long fiber polypropylene composites, part 1: tensile and flexural properties. *Polymer Composites*, v. 28, p. 259-266, 2007.

[162] SUBRAMANIAN, C., SENTHILVELAN, S. Development and preliminary performance evaluation of discontinuous fibre reinforced thermoplastic leaf spring. *Journal of Materials Design and Applications*, v. 233, p. 131-142, 2009.

[163] TEIXEIRA, D., GIOVANELA, M., GONELLA, L. B., CRESPO, J. S. Influence of injection molding on the flexural strength and surface quality of long glass fiber-reinforced polyamide 6.6 composites. *Materials and Design*, v. 85, p. 695-706, 2015.

[164] CALUMBY, R. CELANESE - Termoplásticos reforçados com fibra longa – soluções inovadoras para o mercado automotivo. Painel Automotivo 2014, São Paulo, 2014.

[165] R.HICKS, C., TURNER, K. V. Fundamental Concepts in the Design of Experiments, 5° ed. New York: Oxford University Press; 1999.

[166] THOMASON, J. L., KALINKA, G. A technique for the measurement of reinforcement fibre tensile strength at sub-millimetre gauge lengths. *Composites part A*, v. 32, p. 75-90, 2001.

[167] Engineering property prediction tools for tailored polymer composite structures <<u>http://energy.gov/sites/prod/files/2014/03/f10/lm068\_nguyen\_2012\_o.pdf></u>. acesso em: 29 de novembro de 2016.

[168] GARCIA, A., SPIM, J. A., SANTOS, C. A. D. *Ensaio dos Materiais*, 2° ed. Rio de Janeiro: LTC Editora Ltda; 2015.

[169] SERBAN, D.-A., WEISSENBORN, O., GELLER, S., MARSAVINA, L., GUDE, M. Evaluation of the mechanical and morphological properties of long fibre reinforced polyurethane rigid foams. *Polymer Tersting*, v. 49, p. 121-127, 2016.

[170] MATHAPATI, S. S., MATHAPATI, S. S. Testing and analysis of mechanical properties of E-glass fiber reinforced epoxy polymer Composites. *International Journal of Research and Innovations in Science and Technology*, v. 2, p. 46-52, 2015.

[171] ALAGARRAJA, K., DHAMODHARAN, A., GOPINATHAN, K., RAJ, R. M., KUMAR, K. R. Fabrication and testing of fibre reinforced polymer composites material. *Journal of Mechanical and Civil Engineering*, v. 1, p. 27-34, 2014.

[172] TSAI, S. W. *Strength Characteristics of Composite Materials / NASA CR-224*, 1° ed. Washington, D.D.: National Aeronautics and Space Administration; 1965.

[173] FLEISCH, D. A student's Guide to Vecotrs and Tensors, 1° ed. Cambridge: Cambridge University Press; 2012.

[174] SPIEGEL, M. R., LIPSCHUTZ, S., SPELLMAN, D. Vector Analysis, 2° ed. New York: Mac Graw Hill; 2009.

[175] NPTEL courses - Composite Materials and Structures / Tsai Hill Theory <<u>http://nptel.ac.in/courses/101104010/21></u>. acesso em: 14 de maio de 2017.