

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

RODRIGO DIOGO VERGANI

**ANÁLISE CONCEITUAL, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DA
AEROELASTICIDADE UTILIZANDO MODELO DE ASA RÍGIDA**

CAXIAS DO SUL

2017

RODRIGO DIOGO VERGANI

**ANÁLISE CONCEITUAL, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DA
AEROELASTICIDADE UTILIZANDO MODELO DE ASA RÍGIDA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade de Caxias do Sul como requisito
parcial à obtenção do grau de Engenheiro
Mecânico. Área de concentração:
Aeroelasticidade.

Orientador: Prof. Me. Paulo R. Linzmaier

CAXIAS DO SUL

2017

RODRIGO DIOGO VERGANI

**ANÁLISE CONCEITUAL, NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO FENÔMENO DA
AEROELASTICIDADE UTILIZANDO MODELO DE ASA RÍGIDA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade de Caxias do Sul como requisito
parcial à obtenção do grau de Engenheiro
Mecânico. Área de concentração:
Aeroelasticidade.

Aprovado (a) em 30/6/2017

Banca Examinadora



Prof. Me. Paulo R. Linzmaier
Universidade de Caxias do Sul – UCS



Prof. Me. Eduardo Nabinguer
Universidade de Caxias do Sul – UCS



Prof. Dr. Oscar Alfredo Garcia de Suarez
Universidade de Caxias do Sul – UCS

AGRADECIMENTOS

Ao professor Paulo Linzmaier pela sua dedicação exemplar em suas orientações, pelo aprendizado e experiências compartilhadas para a realização deste trabalho.

Aos professores Eduardo Nabinger, Carlos Alberto Costa e Vagner Grison pelo apoio e contribuições fundamentais, por tornar viável a elaboração desse trabalho.

Aos laboratórios de máquinas de fluxo e prototipagem rápida da Universidade, os quais foram de extrema importância para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

RESUMO

Aeroelasticidade é definida como uma ciência que estuda a interação mútua entre forças aerodinâmicas e forças elásticas, na influência no projeto do avião. Entre os fenômenos aeroelásticos, o que mais se destaca é o *flutter*. O *flutter* é uma instabilidade dinâmica que ocorre em um avião em vôo, podendo resultar em uma falha catastrófica, a uma velocidade chamada de velocidade de *flutter*. O projeto de qualquer nova estrutura aeronáutica deve demonstrar que ela é segura e livre da ocorrência deste fenômeno. Por isso, foi desenvolvido um método analítico através da equação do movimento para uma seção típica com dois graus de liberdade, torção e flexão, combinadas com o modelo aerodinâmico não estacionário de Theodorsen. A solução do problema de *flutter* foi resolvida pelo método *V-g*. O software MATLAB® foi utilizado para obter a velocidade crítica do *flutter*. Foi obtido a velocidade crítica de 12,67 m/s. Para a comparação com resultados analíticos, foi projetado e fabricado um dispositivo experimental, onde a velocidade crítica foi encontrada através de ensaios no túnel de vento da Universidade foi de 12 m/s. Um erro de 5,29 %, entre as velocidades foi encontrado. Pode-se concluir, que o dispositivo experimental fabricado atendeu as expectativas iniciais e atingiu as características esperadas, onde foi possível evidenciar o fenômeno de *flutter*.

Palavras-chave: Aeroelasticidade, *Flutter*, Método analítico, Modelo experimental, Túnel de vento.

ABSTRACT

Aeroelasticity is defined as a science which studies the mutual interaction between aerodynamic forces and elastic forces in interaction on airplane design. Among the aeroelastic phenomena, what stands out most is the flutter. The flutter is a dynamic instability that occurs in an airplane in flight and can result in a catastrophic failure, at a speed called flutter speed. The design of any new aeronautical structure must demonstrate that it is safe and free from the occurrence of this phenomenon. Therefore, an analytical method was developed through the equation of motion for a typical aeroelastic section with two degrees of freedom, torsion and bending, combined with unsteady aerodynamic model given by Theodorsen. The solution of the flutter problem was solved by the *V-g* method. The MATLAB[®] software was used to obtain the critical flutter speed. The critical velocity of 12.67 m/s was obtained. For the comparison with analytical results, an experimental device was designed and manufactured, where the critical velocity was 12m/s, through tests in the wind tunnel of the University. An error of 5.29% between speeds was found. It can be concluded that the experimental device met the initial expectations and reached the expected characteristics, where it was possible to evidence the flutter.

Keywords: Aeroelasticity, Flutter, Analytical method, Experimental model, Wind tunnel.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Forças atuantes em um avião em vôo	18
Figura 02 – Escoamento sobre uma asa.....	19
Figura 03 – Características geométricas de um perfil aerodinâmico.....	20
Figura 04 – Diagrama de Collar	21
Figura 05 – Situações de aplicação da carga aerodinâmica sobre uma superfície aeronáutica	24
Figura 06 – Geometria de uma seção típica de um aerofólio.	25
Figura 07 – Seção típica com dois graus de liberdade	28
Figura 08 – Etapas necessárias em cada metodologia	35
Figura 09 – Dispositivo proposto por De Marqui (2005).....	40
Figura 10 – Dispositivo proposto por Heeg (1993).....	41
Figura 11 – Dispositivo proposto por Tavares (2009).....	41
Figura 12 – Projeto do dispositivo de teste	42
Figura 13 – Massa rígida suportada por um único membro flexível.....	43
Figura 14 – Detalhe do dispositivo de flexão projetado.....	45
Figura 15 – Modelo esquemático da viga.....	45
Figura 16 – Linha elástica	46
Figura 17 – Viga em balanço.....	46
Figura 18 – Detalhe do dispositivo de flexão fabricado	47
Figura 19 – Detalhe do dispositivo de torção projetado.....	48
Figura 20 – Modelo esquemático do dispositivo de torção	48
Figura 21 – Linha elástica	49
Figura 22 – Metade da linha elástica	49
Figura 23 – Forças de reação.....	49
Figura 24 – Detalhe do dispositivo de torção fabricado.	51
Figura 25 – Impressão do perfil da asa.....	52
Figura 26 – Pinos guias para montagem da asa.....	52
Figura 27 – Asa colada e montada no eixo	53
Figura 28 – Manômetro digital de pressão diferencial MP-120 Kimo	54
Figura 29 – Acelerômetro ADXL355	54
Figura 30 – Posição do acelerômetro na asa	55
Figura 31 – Amplificador universal QuantumX MX840B	55
Figura 32 – Hand-Held Shacker Modelo 394C06	56

Figura 33 – Teste frequência 159 Hz	56
Figura 34 – Posicionamento do túnel de vento na sala	57
Figura 35 – Posicionamento do túnel de vento na sala	57
Figura 36 – Variação do amortecimento artificial, g , com o aumento da velocidade.....	60
Figura 37 – Evolução das frequências naturais com o aumento da velocidade.....	61
Figura 38 – Resposta no tempo sem escoamento de ar, $V = 0$ m/s	61
Figura 39 – Resposta da frequência sem escoamento de ar, $V = 0$ m/s	62
Figura 40 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 4$ m/s.....	63
Figura 41 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 4$ m/s	63
Figura 42 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 8$ m/s	64
Figura 43 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 8$ m/s	64
Figura 44 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 10$ m/s.....	65
Figura 45 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 10$ m/s	65
Figura 46 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 11$ m/s.....	66
Figura 47 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 11$ m/s	66
Figura 48 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 12$ m/s.....	67
Figura 49 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 12$ m/s	67
Figura 50 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 13$ m/s.....	68
Figura 51 – Diagrama $V-g-f$	69

LISTA DE QUADRO E TABELAS

Quadro 01 – Classificação dos problemas aeroelásticos	22
Tabela 1 – Massa de cada elemento	44
Tabela 2 – Parâmetros iniciais	44
Tabela 3 – Especificações da viga	47
Tabela 4 – Especificações do fio de mola	50
Tabela 5 – Dimensões da asa.....	51
Tabela 6 – Condições ambientais dos testes.....	53
Tabela 7 – Dados referentes ao dispositivo	58
Tabela 8 – Dados referentes à seção típica.....	58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DCTA	Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial
FAR	<i>Federal Aviation Regulations</i>
FFT	Transformada rápida de <i>Fourier</i>
GVT	<i>Ground vibration tests</i>
PLA	Ácido Polilático
RBHA	Regulamento Brasileiro de Homologação Aeronáutico
SAE	Sociedade de Engenheiros da Mobilidade
UCS	Universidade de Caxias do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ_e	Pressão estática
ρ	Densidade do ar
V	Velocidade de escoamento
V_{div}	Velocidade de divergência
L	Sustentação por unidade de comprimento no centro aerodinâmico
M_{ac}	Momento de arfagem no centro aerodinâmico
K_α	Constante elástica do modo de torção
e	Distância do centro aerodinâmico e do eixo elástico
α_0	Ângulo de ataque inicial do aerofólio
α	Ângulo de ataque do aerofólio
α_T	Ângulo de ataque total do aerofólio
C_L	Coefficiente de sustentação
c	Corda do aerofólio
q	Pressão dinâmica
$C_{L\alpha}$	Derivada de sustentação da seção típica em relação a α
C_{mac}	Coefficiente de momento em torno do centro aerodinâmico
M_a	Momento aerodinâmico em torno do eixo elástico
M_α	Momento elástico em torno do eixo elástico
q_{div}	Pressão dinâmica de divergência
K_h	Constante elástica do modo de flexão
K_α	Constante elástica do modo de torção
GC	Centro Gravitacional
x, y	Variáveis do plano cartesiano
z	Deslocamento vertical em qualquer ponto do aerofólio
a	Fornece a posição do eixo elástico
b	Semi-corda
M	Momento aerodinâmico
m	Massa do aerofólio
h	Deslocamento vertical do eixo elástico
\dot{h}	Velocidade vertical
\ddot{h}	Aceleração vertical

S_α	Momento estático
$\dot{\alpha}$	Velocidade angular
$\ddot{\alpha}$	Aceleração angular
I_α	Momento de inércia do perfil aerodinâmico em torno do eixo elástico
$[M]$	Matriz de massa
$\{u(t)\}$	Vetor de deslocamentos
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{C_a\}$	Carregamentos aerodinâmicos
$[A]$	Matriz dos coeficientes de influência
$\{\bar{u}(s)\}$	Vetor de posições no domínio de Laplace
p	Variável de Laplace adimensionalizada
s	Variável de Laplace
k	Frequência reduzida
d	Taxa de decaimento
i	Unidade imaginária
ω	Frequência angular
g	Amortecimento artificial
λ	Autovalor complexo
ω_f	Frequência de <i>flutter</i>
λ_{Im}	Parte imaginária do autovalor
λ_{Re}	Parte real do autovalor
V_{crit}	Velocidade crítica de <i>flutter</i>
$[A(ik)]$	Matriz aerodinâmica
$[A_{Re}]$	Parte real da matriz aerodinâmica
$[A_{Im}]$	Parte imaginária da matriz aerodinâmica
$C, C(k)$	Função de Theodorsen
$H_0(k)$	Funções de Hankel
$H_1(k)$	Funções de Hankel
x_α	Distância da coordenada até o centro gravitacional
r_α	Raio de giração
C_m	Coefficiente de momento aerodinâmico
ω_h	Frequência natural de flexão
ω_α	Frequência natural de torção

e	Número de Euler (2,71...)
t	Tempo
L_h	Sustentação referente ao modo de flexão
L_α	Sustentação referente ao modo de torção
M_h	Momento referente ao modo de flexão
M_α	Momento referente ao modo de torção
μ	Razão de massa
Ω	Razão entre as frequências de excitação e de flexão
$R_{h\alpha}$	Razão entre as frequências de flexão e de torção
m_{eq}	Massa total
m_1	Massa do membro flexível
M_2	Massa rígida
L_v	Comprimento da viga
P	Força de reação
E	Módulo de elasticidade
I	Momento de inercia da área da seção transversal da viga
K_h	Rigidez do grau de flexão do dispositivo
R	Raio do eixo
L_f	Distância do apoio do fio de mola até o eixo
M_t	Momento fletor total que o eixo sofre
M_{t1}	Momento fletor do lado direito do eixo
M_{t2}	Momento fletor do lado esquerdo do eixo
θ	Ângulo de deformação do fio de mola
K_α	Rigidez do grau de torção do dispositivo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	AMBIENTE DO TCC	15
1.2	JUSTIFICATIVA	16
1.3	OBJETIVOS	16
1.3.1	Objetivo geral	16
1.3.2	Objetivos específicos	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	FUNDAMENTOS DE AERODINÂMICA	18
2.2	A FÍSICA DA FORÇA DE SUSTENTAÇÃO	18
2.3	PERFIL AERODINÂMICO	20
2.4	AEROELASTICIDADE	21
2.4.1	Problemas aeroelásticos de resposta	22
2.4.2	Problemas aeroelásticos de estabilidade	23
2.5	DIVERGÊNCIA DE UMA SEÇÃO TÍPICA	24
2.6	<i>FLUTTER</i>	26
2.6.1	<i>Flutter</i> de uma seção típica	27
2.7	MÉTODOS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE <i>FLUTTER</i>	28
2.7.1	Método <i>p</i>	29
2.7.2	Método <i>k</i>	30
2.7.3	Método <i>k-p</i>	31
2.8	FORÇAS AERODINÂMICAS NÃO ESTACIONÁRIAS	32
2.9	ENSAIOS DE <i>FLUTTER</i>	33
3	MATERIAIS E MÉTODOS	35
3.1	EQUACIONAMENTO DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE <i>FLUTTER</i>	35
3.1.1	Método <i>k</i> para Análise de <i>Flutter</i>	38
3.2	PROPOSTA DO DISPOSITIVO EXPERIMENTAL	39
3.2.1	Projeto do Dispositivo	42
3.2.2	Dados da Matriz Massa	43
3.2.3	Dados para a Matriz de Rigidez	44
3.2.3.1	Modo de flexão	44

3.2.3.2	Modo para Torção	48
3.2.4	Projeto do Asa	51
3.2.5	Equipamentos	53
3.2.5.1	Calibração do acelerômetro	55
3.2.6	Ensaio experimental	57
4	RESULTADOS	59
4.1	RESULTADOS TEÓRICOS	60
4.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	61
5	CONCLUSÕES.....	70
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71
	APÊNDICE A – DESENHO DO DISPOSITIVO PROJETADO	73
	APÊNDICE B – PROGRAMA UTILIZADO NO MATLAB	74

1 INTRODUÇÃO

Desde os primórdios da aviação, fenômenos aeroelásticos são observados, conforme relatado em Garrick e Reed (1981). De acordo com Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1955), aeroelasticidade é definida como uma ciência que estuda a interação mútua entre forças aerodinâmicas e forças elásticas, e a influência no projeto do avião. Problemas aeroelásticos não existiriam se as estruturas do avião fossem perfeitamente rígidas. Entretanto, estruturas de aviões modernos são muito flexíveis, e esta flexibilidade é fundamentalmente responsável para os vários tipos de fenômenos aeroelásticos.

Entre os fenômenos aeroelásticos, o que mais se destaca é o *flutter*, uma instabilidade dinâmica que ocorre em um avião em vôo, a uma velocidade chamada a velocidade de *flutter* (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1955). O *flutter* é o problema aeroelástico mais estudado, devido a sua dificuldade de prevê-lo e evitá-lo. O primeiro registro documentado de *flutter* em uma aeronave ocorreu em 1916, no início da I Guerra Mundial. O avião Handley O/400 experimentou oscilações violentas na cauda resultando em uma falha catastrófica. (GARICK; REED, 1981).

Apenas nos primeiros anos da II Guerra Mundial, problemas na aeroelasticidade começaram a serem vistos com uma maior frequência. Anteriormente, as velocidades dos aviões eram parcialmente baixas e suas estruturas eram rígidas o bastante para impedir a maioria dos fenômenos aeroelásticos. Nos anos seguintes, devido aos aumentos de velocidade e a diminuição de rigidez da estrutura, encontrou-se um aumento da susceptibilidade da ocorrência dos problemas aeroelásticos. A busca por métodos de análise do fenômeno da aeroelasticidade mais precisos tem sido uma grande preocupação para engenheiros da aeronáutica na atualidade.

Neste trabalho será realizado uma análise conceitual, numérica e experimental deste fenômeno utilizando o modelo de asa rígida. Este trabalho será desenvolvido em conjunto com a equipe de *Aerodesign* da Universidade. A competição do *Aerodesign* estimula estudantes de engenharia a conhecerem e experimentarem os conceitos básicos do avião, desafiando-os a criarem aeronaves com a menor massa estrutural transportando a maior carga paga possível.

1.1 AMBIENTE DO TCC

O projeto *Aerodesign*, é organizado pela sociedade de engenheiros da mobilidade SAE BRASIL, onde consiste de uma competição entre estudantes de engenharia. A Competição

ocorre desde 1986 nos Estados Unidos, onde é organizada pela SAE *International - Society of Automotive Engineers*, sociedade que deu origem a SAE BRASIL em 1991 onde é afiliada, com o nome de SAE *Aerodesign*. De 1999 em diante, esta competição passou a fazer parte do calendário de eventos estudantis da SAE BRASIL.

O projeto *Aerodesign* está inserido no âmbito da UCS - Universidade de Caxias do Sul, desde o ano de 2007, proporcionando aos estudantes das áreas de engenharia a oportunidade de aplicar conceitos e conhecimentos adquiridos no decorrer da sua graduação, no desenvolvimento e construção de um aeromodelo. Atualmente a UCS oferece a esses estudantes um local estruturado para a elaboração e construção do projeto. A UCS é representada pela equipe AEROSUL, a qual vem participando das competições SAE BRASIL ao longo dos anos.

Devido a crescente disputa da competição do *Aerodesign* realizada anualmente pela SAE BRASIL, foi visto uma necessidade de otimizar o projeto do aeromodelo desenvolvido pela equipe AEROSUL de *Aerodesign* da UCS, estudando conceitos mais elaborados. O constante desafio de diminuir a massa estrutural da aeronave e aumentar a carga transportada pela mesma, recai sérios problemas aeroelásticos para o projeto do aeromodelo.

1.2 JUSTIFICATIVA

A aeronave desenvolvida pela equipe AEROSUL em 2014, apresentou fortes indícios de problemas de estabilidade e controle provenientes da baixa rigidez da asa. Este problema foi contornado em 2016, com uma asa mesclando vigas e treliças na sua estrutura. Entretanto, ainda não existe um parâmetro ou mesmo um estudo capaz de orientar a equipe quanto a necessidade de maior ou menor rigidez do ponto de vista da aeroelasticidade.

Portanto, a justificativa deste trabalho é de abrir portas para o estudo do fenômeno da aeroelasticidade aplicado ao *Aerodesign*.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

Investigar o comportamento do fenômeno da aeroelasticidade, baseando-se em modelos numéricos e experimentais de uma asa rígida.

1.3.2 Objetivo específico

Para viabilizar o cumprimento do objetivo geral, faz-se necessário:

- a) desenvolver cálculos baseados no equacionamento clássico proposto pela literatura para obter limites de estabilidade baseados na aeroelasticidade;
- b) projetar e construir um dispositivo experimental que possibilite a realização de testes para comparar com resultados teóricos;
- c) propor um modelo de asa rígida sensível ao *flutter* e com dimensões compatíveis ao túnel de vento da UCS, a fim de realizar ensaios.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos fundamentais para o entendimento dos fenômenos físicos envolvidos no problema estudado, partindo de conceitos fundamentais de aerodinâmica até estudos mais avançados de interações mútuas entre forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais. Cabe ressaltar que o objeto deste estudo é realizar uma análise conceitual e numérica do fenômeno da aeroelasticidade aplicada ao *Aerodesign*.

2.1 FUNDAMENTOS DE AERODINÂMICA

Aerodinâmica é a área dentro da mecânica dos fluidos que estuda os efeitos das cargas atuantes sobre corpos imersos em um escoamento de fluido, particularmente o ar (SOUSA, 2008). Ao projetar aeronaves e automóveis, os engenheiros tiveram que estudar os princípios básicos de aerodinâmica, para criar modelos onde pudessem se locomover dispondo de um menor atrito com o ar pois assim gastariam menos combustíveis e seriam mais rápidos. Os desenvolvidos em novos perfis aerodinâmicos, ou aerofólios, provocaram um grande impulso no estudo da aerodinâmica.

2.2 A FÍSICA DA FORÇA DE SUSTENTAÇÃO

De acordo com Rodrigues (2013), a força de sustentação define a habilidade de um avião se manter no ar. Fundamentalmente, a força de sustentação é a força que vence o peso da aeronave garantindo assim o voo.

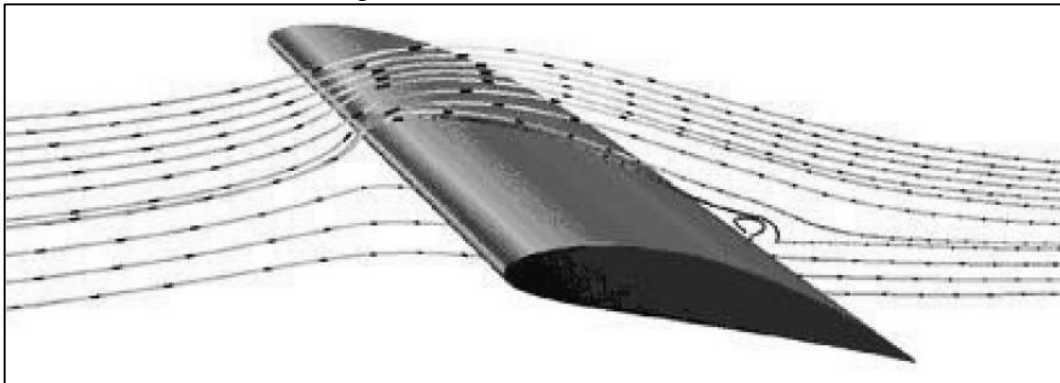
Figura 01 – Forças atuantes em um avião em voo.



Fonte: o autor (2017).

Pode-se aplicar alguns princípios físicos fundamentais, assim como a terceira lei de Newton e o princípio de Bernoulli, para se compreender como a força de sustentação é criada. Quando uma asa está se deslocando através do ar, o escoamento se divide em duas parcelas, uma direcionada para a parte superior e a outra para a parte inferior, conforme a Figura 02.

Figura 02 – Escoamento sobre uma asa.



Fonte: adaptado de Rodrigues (2013).

A força de sustentação da asa pode ser explicada pela terceira lei de Newton, na qual, para uma força de ação existe uma força de reação com mesma intensidade, direção e sentido oposto. Rodrigues (2013) esclarece que quando há um ângulo positivo entre a asa e a direção do escoamento, o ar muda de direção, fazendo com que a parcela de escoamento na parte inferior da asa seja forçada para baixo. Em reação a essa mudança na direção do escoamento na parte inferior da asa, a mesma é forçada para cima. Ou seja, a asa aplica uma força para baixo na direção do ar e o ar aplica uma força de mesma magnitude no sentido de empurrar a asa para cima.

A força de sustentação pode ser explicada também pelo princípio de Bernoulli, onde é definido da seguinte forma: "Se a velocidade de uma partícula de um fluido aumenta enquanto ela escoar ao longo de uma linha de corrente, a pressão dinâmica do fluido deve aumentar e vice-versa".

Os aviões conseguem voar a partir do entendimento princípio. Na parte superior da asa a velocidade do ar é maior (as partículas percorrem uma distância maior no mesmo intervalo de tempo quando comparadas à superfície inferior da asa), logo, a pressão estática na superfície superior é menor do que na superfície inferior, o que acaba por criar uma força de sustentação de baixo para cima.

O princípio de Bernoulli pode ser expresso pela Equação 1 apresentada a seguir:

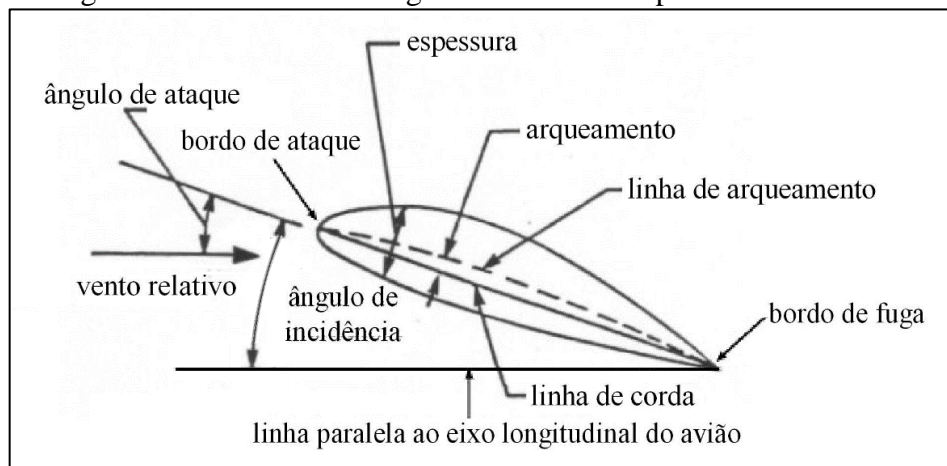
$$p_e + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 = cte \quad (\text{eq. 1})$$

onde, p_e representa a pressão estática que o ar exerce sobre a superfície da asa; ρ é a densidade do ar; e V a velocidade do escoamento.

2.3 PERFIL AERODINÂMICO

De acordo com Sousa (2008), os aerofólios são superfícies aerodinâmicas com finalidade de causar uma diferença de pressões e, por meio desta, gerar um efeito aerodinâmico. A Figura 03 mostra um perfil aerodinâmico típico e suas principais características geométricas.

Figura 03 – Características geométricas de um perfil aerodinâmico.



Fonte: adaptado de Rodrigues (2013).

A linha de arqueamento média é representada por uma linha na qual define o ponto médio entre todos os pontos que formam as superfícies superior e inferior do perfil. A linha da corda representa uma linha reta unindo suas extremidades, bordo de ataque e bordo de fuga, respectivamente. A espessura é definida pela altura do perfil medida perpendicularmente à linha da corda. A razão entre a máxima espessura do perfil e o comprimento da corda é chamada de razão de espessura do perfil. O arqueamento é interpretado como a máxima distância que existe entre a linha de arqueamento média e a linha da corda do perfil. (RODRIGUES, 2013).

O ângulo de ataque é definido através do ângulo formado entre a linha de corda do perfil e a direção do vento relativo. Influi fortemente na capacidade de geração de sustentação do perfil. Geralmente, o aumento do ângulo de ataque propicia um aumento da força de sustentação até um certo ponto no qual está diminuído bruscamente, este chamado de estol. O estol é provocado pelo descolamento do escoamento na superfície superior fazendo com que o coeficiente de sustentação decresça drasticamente.

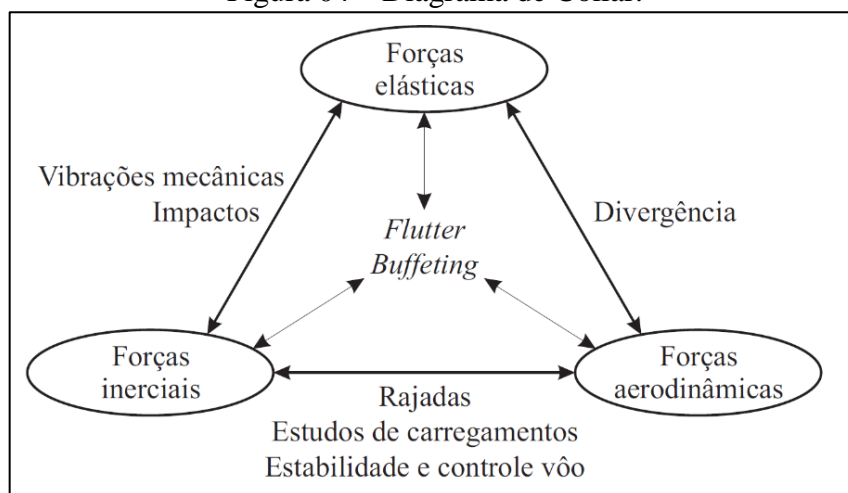
2.4 AEROELASTICIDADE

De acordo com Collar (1946), aeroelasticidade é a ciência que estuda as interações mútuas entre forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais. Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1955) explicam que a aeroelasticidade ocorre por causa das estruturas serem muito flexíveis, sejam aeronáuticas ou não. Segundo eles, a carga aerodinâmica gera uma deformação, produzindo uma distribuição aerodinâmica diferente, originando outro tipo de deformação. Para um caso estável, essas interações são cada vez menores, até que se encontre um ponto de equilíbrio. Em caso de instabilidade, essas interações divergem causando a falha estrutural.

Se uma estrutura, quando exposta a um escoamento de ar, permanecesse perfeitamente rígida, não existiriam problemas aeroelásticos. No entanto, estruturas flexíveis, quando expostas a um escoamento de ar, sofrem diversos tipos de problemas aeroelásticos. Para minimizar esses fenômenos aeroelásticos em aeronaves, Rocha (2003) apresenta algumas possíveis soluções, como por exemplo de adicionar mais massa ou uma maior rigidez, de forma a diminuir ou aumentar as frequências naturais ou aumentar o amortecimento. No entanto estas soluções apresentadas, em geral aumentam o peso da aeronave, o que não é aconselhado.

Inicialmente, Collar (1946) identificou os fenômenos aeroelásticos como um triângulo de forças, como representado na Figura 04. Os três tipos de forças, elástica, inercial e aerodinâmica são representadas pelos vértices do triângulo. Cada fenômeno aeroelástico pode ser localizado no diagrama de acordo com a sua relação com os três vértices.

Figura 04 – Diagrama de Collar.



Fonte: adaptado de Costa (2007).

De Marqui (2004) afirma que os fenômenos podem ser divididos em problemas de estabilidade e problemas de resposta, dividindo-os segundo o Quadro 01.

Quadro 01 – Classificação dos problemas aeroelásticos.

	Estático	Dinâmico
Estabilidade	<ul style="list-style-type: none"> • Divergência 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Flutter</i>
Resposta	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuição de carregamento • Eficiência de comando • Reversão de comando 	<ul style="list-style-type: none"> • Respostas a rajadas • Respostas a comandos • <i>Buffeting</i>

Fonte: adaptado de Marqui (2004).

Por estarem sujeitas a ocorrência desses fenômenos, o projeto de qualquer nova estrutura aeronáutica deve demonstrar que ela é segura e livre da ocorrência destes fenômenos. Para demonstrar isso, é necessário a realização de cálculos analíticos, simulações computacionais, ensaios em solo (incluindo testes em túnel de vento) e ensaios em vôo dentro das condições de operação previstas. Normas como a FAR – *Federal Aviation Regulations*, americana, ou RBHA – Regulamento Brasileiro de Homologação Aeronáutica, brasileira, apresentam diversos requisitos para que as aeronaves sejam homologadas para voar. (BIDINOTTO, 2004).

2.4.1 Problemas aeroelásticos de resposta

Cada um dos fenômenos aeroelásticos conhecidos serão brevemente apresentados a seguir. Como visto anteriormente, estes problemas são classificados como estáticos ou dinâmicos. Esses fenômenos influenciam na vida útil da estrutura, causando fadiga ou outros efeitos indesejados. Como os problemas aeroelásticos de resposta não são o objetivo principal de estudo deste trabalho, serão retratadas pequenas definições sugeridas por Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1955) e Bidinotto (2004).

a) distribuição de Carregamento: influência das deformações elásticas da estrutura na distribuição de pressões aerodinâmicas pela sua superfície.

b) eficiência de Comando: influência das deformações elásticas da estrutura causadas por altas incidências aerodinâmicas, afetando a eficiência aerodinâmica.

c) reversão de Comando: condição que ocorre em vôo, a uma determinada velocidade, onde os efeitos causados pela deformação da estrutura fazem com que a carga aerodinâmica aplicada por um comando tenha efeito inverso ao esperado na resposta da aeronave.

d) resposta a rajadas: resposta dinâmica da aeronave a uma carga aplicada repentinamente resultante de uma rajada, levando em conta os efeitos da deformação da estrutura devido à pressão aerodinâmica.

e) resposta a comandos: resposta dos componentes estruturais da aeronave a impulsos aerodinâmicos provocados por movimentos abruptos dos comandos de vôo.

f) *buffeting*: resposta estrutural à uma excitação produzida pelo choque induzido por separação do escoamento, ou seja, a separação causada por movimentos turbulentos das camadas de ar em torno da própria aeronave. O *Buffeting* pode aparecer durante as manobras em velocidade de cruzeiro (velocidade em que a aeronave tem a maior relação entre sustentação e arrasto). Dependendo do ângulo de ataque, o fluxo pode conter separações, que constituem uma excitação aerodinâmica que podem pôr em perigo a estabilidade do voo.

2.4.2 Problemas aeroelásticos de estabilidade

Para os problemas aeroelásticos de estabilidades, pode-se considerar a existência de dois principais fenômenos, sendo um dinâmico e o outro estático. Esses fenômenos tem uma maior importância no estudo do fenômeno da aeroelasticidade, pois causam a falha imediata da estrutura ocorrendo em situações de vôo típicas. Por esse motivo, serão apresentadas definições mais detalhadas sugeridas por Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1955) e Bidinotto (2004).

a) *flutter*: instabilidade dinâmica que ocorre em vôo na chamada “velocidade de *flutter*”. Pelo diagrama de Collar, Figura 04, observa-se que a elasticidade, a inércia e a carga aerodinâmica influenciam na sua ocorrência. Devido ao fato de ser o objetivo principal de estudo deste trabalho, este fenômeno será explicado detalhadamente em uma seção à parte.

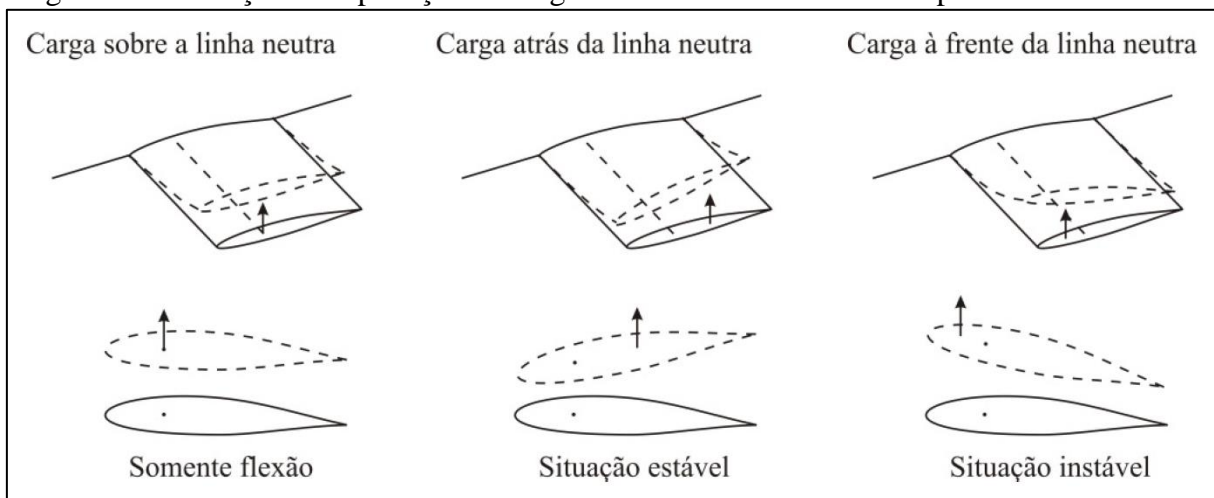
b) divergência: instabilidade estática de uma superfície aerodinâmica que ocorre na denominada “velocidade de divergência”, onde a elasticidade da estrutura, aliada à carga aerodinâmica aplicada, tem papel fundamental na sua ocorrência.

Suponha-se uma asa em um fluxo instituído é submetida a um pequeno distúrbio de sua posição de equilíbrio. Deste pequeno distúrbio, surge um momento aerodinâmico, o qual é balanceado por um momento elástico, restabelecendo-se o equilíbrio. Se a resultante da carga aerodinâmica é aplicada sobre a linha neutra da asa, ela irá apenas fletir, como visto na Figura 05. Contudo se for aplicada em qualquer outro ponto, além de fletir, a asa sofrerá também uma torção.

Se a linha neutra estiver à frente da resultante da carga, a asa tende-se a deformar diminuindo seu ângulo de ataque. Dessa maneira, a interação destas duas cargas levará a uma condição estável ou de equilíbrio, em função da torção que estará agindo no sentido contrário à sustentação da asa.

Se a resultante da carga aerodinâmica, estiver à frente da linha neutra, o momento torsional atuará de forma a aumentar o ângulo de ataque, resultando num aumento de sustentação, conseqüentemente aumentando o momento torsional da asa. Dessa maneira a deformação aumentará, fazendo com que a situação seja realimentada, agravando o fenômeno e gerando uma situação de instabilidade. Se esta carga ultrapassar o limite estrutural, ocorrerá o rompimento da estrutura.

Figura 05 – Situações de aplicação da carga aerodinâmica sobre uma superfície aeronáutica.



Fonte: Bidinotto (2004).

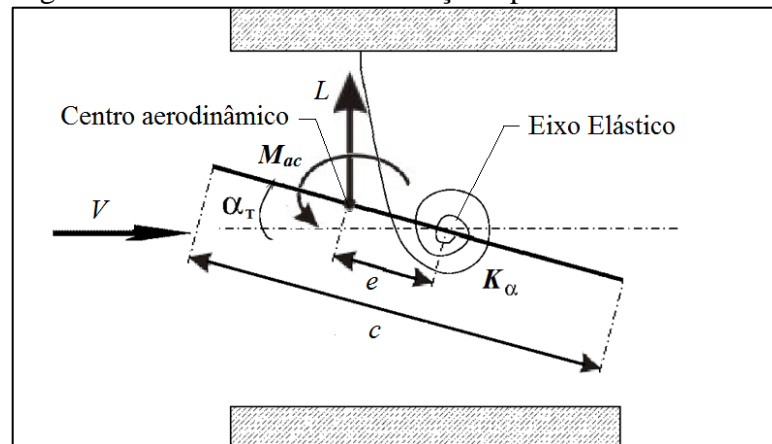
A sustentação e o momento aerodinâmico são funções da pressão dinâmica. Desta maneira, há uma velocidade onde o momento torsional se iguala ao momento restaurador, onde é definida como a velocidade crítica de divergência (V_{div}).

2.5 DIVERGÊNCIA DE UMA SEÇÃO TÍPICA

Um modelo típico de divergência aplicada em uma seção de aerofólio foi retirado de Dowell et. al. (1995) e é mostrado na Figura 06. Nela apresenta-se um aerofólio com uma força de sustentação L aplicada no centro aerodinâmico, que sofre um momento M_{ac} e é engastado por uma mola torsional na linha elástica, com uma constante K_{α} .

A distância do centro aerodinâmico e do eixo elástico é definido por e e o ângulo de ataque do aerofólio se divide em duas partes: ataque inicial α_0 (com a mola rotacional não deformada) e um ângulo de ataque adicional α (ângulo causado pela torção no aerofólio). No equilíbrio, a soma do momento aerodinâmico com relação à linha elástica deve ser igual ao momento restaurador, $K_{\alpha} \alpha$.

Figura 06 – Geometria de uma seção típica de um aerofólio.



Fonte: adaptado de Dowell et. al. (1995).

Define-se o ângulo de ataque total α_T como:

$$\alpha_T = \alpha_0 + \alpha \quad (\text{eq. 2})$$

A força de sustentação e o momento agindo no centro aerodinâmico são expressos nas Equações 3 e 4.

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L c = q C_L c$$

$$L' = qc \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \alpha) \quad (\text{eq. 3})$$

$$M'_{ac} = q C_{mac} c^2 \quad (\text{eq. 4})$$

onde o C_L é o coeficiente de sustentação; $\partial C_L / \partial \alpha \equiv C_{L\alpha}$ é a derivada com relação a α da sustentação da seção típica; $q = \rho V^2 / 2$ é a pressão dinâmica, com ρ sendo a densidade do ar e V a velocidade do escoamento; C_{mac} se refere ao coeficiente de momento em torno do centro aerodinâmico. O momento aerodinâmico, por unidade de comprimento, em torno do eixo elástico será:

$$M'_a = M'_{ac} + L'ec = qc^2 C_{mac} + qec C_{L\alpha} (\alpha_0 + \alpha) \quad (\text{eq. 5})$$

O momento elástico por unidade de comprimento é definido pela Equação 6.

$$M'_\alpha = K_\alpha \alpha \quad (\text{eq. 6})$$

Assim a condição de equilíbrio é verificada se $M'_a = M'_\alpha$. Resolvendo-se esta igualdade para o ângulo de torção α obtém-se a Equação 7.

$$qc^2C_{mac} + qecC_{L\alpha}(\alpha_0 + \alpha) - K_\alpha \alpha = 0 \quad (\text{eq. 7})$$

Onde Equação 7 é a equação do equilíbrio estático para a secção típica de um aerofólio. Resolvendo pela torção elástica (assumindo $C_{mac} = 0$ para simplificar) obtém-se a Equação 8.

$$\alpha = \frac{qec^2C_{L\alpha} \alpha_0}{K_\alpha - qecC_{L\alpha}} \quad (\text{eq. 8})$$

A deformação elástica torna-se infinita quando o denominador se iguala a zero. Assim a pressão dinâmica de divergência (q_{div}) será:

$$q_{div} = \frac{K_\alpha}{ecC_{L\alpha}} \quad (\text{eq. 9})$$

e a partir da definição da pressão dinâmica de divergência determina-se a velocidade de divergência, como na Equação 10.

$$V_{div} = \sqrt{\frac{2K_\alpha}{\rho ecC_{L\alpha}}} \quad (\text{eq. 10})$$

De acordo com a *National Test Pilots School* (1995), o modelo matemático apresentado é simplório, entretanto fornece uma boa ideia dos parâmetros e como eles atuam na velocidade de divergência.

2.6 FLUTTER

O *flutter*, no meio aeronáutico, é o fenômeno aeroelástico mais estudado, devido à dificuldade de prevê-lo e evitá-lo. Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1955) definem *flutter* como um fenômeno aeroelástico vibratório que ocorre quando há o acoplamento de dois ou mais modos de vibração, tornando a estrutura instável. A oscilação apresentada durante o *flutter* é autossustentada, ou seja, nenhum agente externo é necessário para que ela se mantenha. Pode vir a causar oscilações de amplitude que crescem exponencialmente levando a estrutura a uma falha dinâmica.

Marqui (2004) descreve fisicamente o fenômeno *flutter*, considerando o exemplo de uma asa engastada montada em um túnel de vento. Quando o modelo é excitado no túnel de vento desligado, as oscilações que acontecem são gradualmente amortecidas devido ao efeito

do amortecimento estrutural. Quando o túnel de vento é ligado e a velocidade do escoamento é aumentada gradativamente, o amortecimento do sistema aeroelástico varia. O que acontece é que o amortecimento estrutural não é modificado, entretanto uma nova parcela de amortecimento aerodinâmico é adicionada ao amortecimento da estrutura.

Ainda de acordo com Marqui (2004), através do aumento progressivo da velocidade do escoamento, o amortecimento aerodinâmico é aumentado. Numa certa velocidade, um ponto de máximo é atingido e após este ponto, o amortecimento decai muito rapidamente. A velocidade encontrada é a velocidade crítica de *flutter*. Neste ponto a amplitude se mantém fixa. A velocidade crítica de *flutter* ou velocidade de *flutter* é definida como a velocidade onde o amortecimento é zero. Em velocidades superiores, qualquer perturbação, mesmo que pequena, provocará o início de violentas oscilações instáveis, evidenciando o *flutter*.

O *flutter* também é uma preocupação para o ramo da engenharia civil na construção de pontes e edifícios esbeltos. Um caso clássico do problema de *flutter* na engenharia civil foi o acidente da ponte Tacoma Narrows, ocorrido em 1940, em Washington, Estados Unidos. Onde ventos com velocidade de aproximadamente 68 km/h, fizeram com que a estrutura da ponte entrasse em colapso e caísse dentro da água. (EVANGELISTA, 2011).

Atualmente, métodos experimentais em túneis de vento e softwares de simulação têm sido tradicionalmente empregados na engenharia civil como ferramentas fundamentais para avaliação dos efeitos aerodinâmicos e aeroelásticos causados pela ação do vento, como mostrado em estudos apresentados por Awruch, Brauna e Greco (2015) e Mannini e Bartoli (2015).

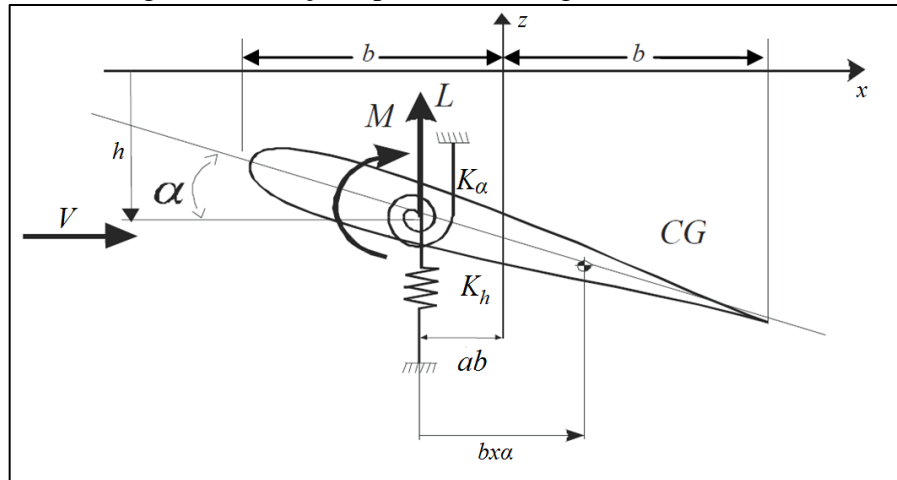
Já para o caso de superfícies aerodinâmicas típicas, como por exemplo uma asa reta engastada, o movimento oscilatório, durante o *flutter*, apresenta componentes de torção e de flexão. Em sistemas onde existem somente flexão o *flutter* não ocorrerá. Já para um sistema onde exista somente torção, o *flutter* poderá ocorrer em ângulos muito próximos ao ângulo de estol. Logo, a vinculação entre dois ou mais graus de liberdade é fundamental para que o *flutter* ocorra. (TAVARES, 2009).

2.6.1 Flutter de uma seção típica

A Figura 07 mostra uma seção típica com dois graus de liberdade, torção e flexão. Verifica-se o deslocamento vertical h (assumido positivo para baixo) e a variação angular α (positivo no sentido horário). A rigidez relativa ao grau de liberdade de deslocamento vertical

por uma mola linear K_h , e por uma mola de torção K_α para a variação angular, fixadas no eixo elástico do sistema.

Figura 07 – Seção típica com dois graus de liberdade.



Fonte: adaptado de Tavares (2009).

A equação de movimento de uma seção típica para dois graus de liberdade, de acordo com Hodges, D. H.; Pierce, G.(2002), é:

$$m\ddot{h} + K_h h + S_\alpha \ddot{\alpha} = -L \quad (\text{eq. 11})$$

$$S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha = M$$

onde m é a massa do aerofólio; I_α é o momento de inércia do perfil aerodinâmico em torno do eixo elástico; S_α é o momento estático da estrutura; \ddot{h} se refere a aceleração vertical; e $\ddot{\alpha}$ é a aceleração angular.

2.7 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUTTER

Os métodos para a solução de problemas de *flutter* se dividem em dois grupos: os métodos que analisam o problema pelo domínio de tempo, como por exemplo o estudo realizado em Benini (2002), ou os métodos que analisam pelo problema da frequência, onde teve um início com a formulação de Theodorsen (1935), para a seção típica.

O *flutter* no domínio da frequência permite uma melhor precisão na determinação da velocidade de *flutter*, são computacionalmente mais baratos e facilitam a análise de estabilidade no sistema. Já o método no domínio do tempo permite a interpretação física do comportamento

da estrutura para qualquer velocidade de vôo e a inclusão de fenômenos de não-linearidades. (BENINI, 2002).

Diferentes métodos para a solução de problemas de *flutter* são encontrados na literatura. Os métodos conhecidos mais utilizados são os métodos p , k (ou método $V-g$) e o método $p-k$. Através da aplicação desses métodos, autovalores são encontrados onde é possível se obter a frequência e o amortecimento de cada modo aeroelástico estudado. Após os cálculos, são traçados gráficos de frequência e amortecimento em função da velocidade, conhecidos como diagramas $V-g-f$.

Considerando um sistema aeroelástico genérico obtido em Tavares (2009):

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{C_a\} \quad (\text{eq. 12})$$

onde $[M]$ é a matriz de massa; $[K]$ é a matriz rigidez; $\{u(t)\}$ é o vetor dos deslocamentos; e $\{C_a\}$ é o vetor de carregamentos aerodinâmicos.

O desenvolvimento desses três métodos é realizado a partir da transformação das equações aeroelásticas para o domínio da variável de Laplace:

$$\left[s^2[M] + [K] - q \left[A \left(\frac{sb}{V} \right) \right] \right] \{\bar{u}(s)\} = 0 \quad (\text{eq. 13})$$

onde, s é a variável de Laplace; $[A]$ é a matriz de coeficientes de influência aerodinâmica geral; b é a semi-corda; e $\{\bar{u}(s)\}$ é o vetor de posições no domínio de Laplace.

Abaixo serão apresentadas definições mais detalhadas destes métodos sugeridos por Hodges e Pierce (2002), Silva (1994) e Tavares (2009).

2.7.1 Método p

O método p é caro computacionalmente, uma vez que a ordem do sistema é elevada. Sua precisão depende da ordem e confiabilidade do modelo aerodinâmico utilizado na solução. Entretanto, é possível apresentar valores fisicamente mais apropriados para o amortecimento em comparação com os demais métodos. (SILVA, 1994).

De acordo com Tavares (2009), para encontrar a variável de Laplace adimensionalizada p é necessário multiplicar a variável de Laplace s pela semi-corda b e dividir pela velocidade encontrando a equação:

$$p = \left[A \left(\frac{sb}{V} \right) \right] = (k(d + i))$$

onde k é a frequência reduzida; d é a taxa de decaimento; e i é a unidade imaginária.

Substituindo s na Equação 13 obtém-se a equação para a solução do problema aeroelástico utilizada pelo método p :

$$\left[\left(\frac{V}{b} \right)^2 [M]p^2 + [K] - q[A(p)] \right] \{\bar{u}(p)\} = 0 \quad (\text{eq. 14})$$

2.7.2 Método k

O método k , ou método V - g , dentre os métodos de solução do problema de *flutter*, apresenta uma grande praticidade, além de ser o mais barato computacionalmente. Este método se baseia na solução do sistema aeroelástico (determinação de autovalores) para cada valor de frequência reduzida dentro de um intervalo escolhido. Assume-se a solução harmônica simples para o sistema aeroelástico e um amortecimento artificial é adicionado ao problema.

De acordo com Silva (2009), uma desvantagem para este método é que a solução só possui significado físico quando o amortecimento assumido for nulo, ou seja, solução harmônica simples. Além disso, outra desvantagem seria a simplificação adotada para resolver por este método. De acordo com Tavares (2009), substitui-se p por ik na Equação 14, além disso, é adicionado o termo de amortecimento artificial estrutural complexo ig multiplicando a matriz de rigidez para que se obtenha a Equação 15:

$$[\omega^2[M] + (1 + ig)[K] - q[A(ik)]]\{\bar{u}(ik)\} = 0 \quad (\text{eq. 15})$$

A pressão dinâmica q é dada pela equação abaixo:

$$q = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\omega b}{k} \right)^2$$

onde ρ é a densidade do ar; b é a semi-corda; e ω é a frequência angular.

Substituindo a pressão dinâmica na Equação 15, encontra-se:

$$\left[\omega^2 [M] + (1 + ig)[K] - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\omega b}{k} \right)^2 [A(ik)] \right] \{\bar{u}(ik)\} = 0 \quad (\text{eq. 16})$$

Dividindo a Equação 16 por ω^2 a equação para a solução do problema de *flutter* pelo método k é obtida:

$$\left[[M] + \lambda [K] - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{b}{k} \right)^2 [A(ik)] \right] \{\bar{u}(ik)\} = 0 \quad (\text{eq. 17})$$

onde λ é o autovalor complexo.

$$\lambda = \frac{(1 + ig)}{\omega^2} \quad (\text{eq. 18})$$

Este método calcula para cada valor da frequência reduzida k escolhido, os autovalores do sistema aeroelástico, encontrando o valor ideal para quando o amortecimento artificial g for zero:

$$g = \omega_f^2 \lambda_{Im} = \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}}$$

onde ω_f é a frequência de *flutter*; λ_{Im} é a parte imaginária do autovalor; e λ_{Re} é a parte real do autovalor.

Sabendo que ω_f é dada pela equação abaixo, é possível encontrar a velocidade crítica de *flutter* V_{crit} pela Equação 19:

$$\omega_f = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{Re}}}$$

$$V_{crit} = \frac{\omega_f b}{k} \quad (\text{eq. 19})$$

2.7.3 Método p - k

A partir do método p - k , é possível chegar a resultados muito mais eficientes associados ao significado físico dos autovalores aeroelásticos, entretanto este método é computacionalmente mais caro dentre os três. O método é muito preciso a qualquer velocidade,

enquanto que o método k possui sua melhor aproximação somente próximo da velocidade de *flutter*. O método $p-k$ agrega vantagens de ambos os métodos citados anteriormente. Ele possui a precisão do método p e fornece resultados mais próximos da realidade do que o método k .

O desenvolvimento de método $p-k$ parte da Equação 20 encontrado em Tavares (2009):

$$\left[\left(\frac{V}{b} \right)^2 [M]p^2 + [K] - q[A(ik)] \right] u = 0 \quad (\text{eq. 20})$$

Separando a matriz aerodinâmica $[A(ik)]$ em uma parte real $[A_{Re}]$ e uma parte imaginária $[A_{Im}]$ obtém-se:

$$[A(ik)] = [A_{Re}] + [A_{Im}]i \quad (\text{eq. 21})$$

multiplicando-se a parte imaginária por (p / ik) tem-se uma matriz de amortecimento aerodinâmico na equação:

$$\left[\left(\frac{V}{b} \right)^2 [M]p^2 + [K] - q[A_{Re}] - q \frac{[A_{Im}]}{k} g \right] u = 0 \quad (\text{eq. 22})$$

Substituindo $p = g + ik$, onde $g = \gamma k$ na quarta parcela da Equação 22 obtém-se:

$$\left[\left(\frac{V}{b} \right)^2 [M]p^2 + [K] - q[A_{ik}] - q \frac{[A_{Im}]}{k} g \right] u = 0 \quad (\text{eq. 23})$$

onde $[A(ik)]$ é a matriz aerodinâmica;

Destacando-se o termo de amortecimento aerodinâmico adicionado:

$$-q \frac{[A_{Im}]}{k} g \quad (\text{eq. 24})$$

Essa equação é resolvida para valores de V e de p através de um modo iterativo, onde regula o valor da frequência reduzida k para o valor da parte imaginária de p para cada modo estrutural.

2.8 FORÇAS AERODINÂMICAS NÃO ESTACIONÁRIAS EM UMA SEÇÃO TÍPICA

As forças aerodinâmicas não estacionárias são calculadas a partir de uma teoria

desenvolvida por Theodorsen, com base na solução harmônica para um aerofólio-fino em um escoamento potencial (THEODORSEN, 1935). O escoamento não estacionário é composto pelo escoamento não circulatório e escoamento circulatório. A sustentação e o momento totais resultantes para escoamentos não circulatório e circulatório de acordo com a teoria de Theodorsen são expressos como:

$$\begin{aligned}
 L &= -2\pi\rho VbC(k) \left[\dot{h} + V \alpha + b \dot{\alpha} \left(\frac{1}{2} - a \right) \right] - \pi\rho b^s [\ddot{h} + V \dot{\alpha} - ba \ddot{\alpha}] \\
 M &= \pi\rho b^2 \left[ba\ddot{h} - Vb \left(\frac{1}{2} - a \right) \dot{\alpha} - b^2 \left(\frac{1}{8} - a^2 \right) \ddot{\alpha} \right] \\
 &+ 2\pi\rho Vb^2 \left(a + \frac{1}{2} \right) \left[\dot{h} + V \alpha + b \dot{\alpha} \left(\frac{1}{2} - a \right) \right] C(k)
 \end{aligned} \tag{eq. 25}$$

A função $C(k)$ definida como a função de Theodorsen

$$C(k) = \frac{H_1(k)}{H_1(k) + iH_0(k)} \tag{eq. 26}$$

onde $H_1(k)$ e $H_0(k)$ são funções de Hankel.

A função de Theodorsen pode ser substituída por aproximações algébricas simples. Estas aproximações são apresentadas por R. T. Jones encontradas em Fung (1955):

$$C(k) = 1 - \frac{0,165}{1 - \frac{0,0455i}{k}} - \frac{0,335}{1 - \frac{0,3i}{k}} \tag{eq. 27}$$

Dessa maneira, a frequência reduzida k proporciona a referência de quão não estacionário é o sistema aeroelástico. A função de Theodorsen inclui nas expressões de sustentação e momento aerodinâmico os atrasos associados ao efeito da parte escoamentos não circulatório e circulatório do escoamento sobre os mesmos. Onde, estes efeitos são de extrema importância no entendimento do incidente de *flutter* no sistema. (TAVARES, 2009).

2.9 ENSAIOS DE FLUTTER

Atualmente as empresas fazem os testes de *flutter*, através de um método iterativo integrando modelos analíticos, ensaios em solo e ensaios em vôo. A *National Test Pilots School*

(1995) descreve que primeiramente são analisados o comportamento das aeronaves através de modelos teóricos, onde são validados com modelos feitos em escala, investigando os modos de vibração e frequências naturais. Após são feitos testes de GVT (*ground vibration tests*) e de medidas de rigidez. Estes testes consistem em excitar a aeronave em determinadas frequências, utilizando *shakers* ou martelos de impacto, fazendo a medição com auxílio de acelerômetros ou de *strain-gages*. Todos os dados obtidos são utilizados para comprovação e refinamento do modelo matemático, para que logo após seja feito os ensaios em vôo.

Bidinotto (2004) reforça que ensaios em túnel de vento, com modelos em escala, são utilizados para o colhimento de dados das cargas aerodinâmicas e assim aperfeiçoar o modelo matemático. Por isso, ensaios de *flutter* são caros, consomem um tempo muito grande e, mesmo com uma instrumentação apropriada, podem possuir um alto risco de incerteza envolvido.

De acordo com Ramdenee et al. (2011), para propositos acadêmicas de ensaios da velocidade de *flutter*, modelos desenvolvidos em MATLAB® e em ANSYS® revelam-se muito interessantes. O modelo desenvolvido no ANSYS® pode fornecer a visualização dos diferentes campos de fluxo ao longo do aerofólio em todos os tempos, entretanto requer uma capacidade computacional muito grande, enquanto o modelo utilizando MATLAB® é teórico e não leva em conta de uma forma rigorosa os efeitos do fluido sobre a estrutura.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Para a conclusão de estudo deste trabalho necessitou que diversas ações fossem realizadas, visando a obtenção de dados confiáveis, onde fosse possível a comparação com os resultados obtidos. Dividiu-se as atividades em etapas, tendo em vista uma maior organização dos resultados.

Na Figura 08 apresenta-se um fluxograma com as tarefas desenvolvidas em cada atividade.

Figura 08 – Etapas necessárias em cada metodologia.



Fonte: o autor (2017)

3.1 EQUACIONAMENTO DA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE *FLUTTER*

A equação de movimento de uma seção típica para dois graus de liberdade, pode ser encontrada na Equação 11. Considerando o momento estático da estrutura como $S_\alpha = mb^2x_\alpha$, e transformando a equação em matriz, se obtém:

$$\begin{bmatrix} m & mb^2x_\alpha \\ mb^2x_\alpha & mbr_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_L \\ C_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 28})$$

Adimensionalizando a Equação 28 pelo fator $1/mb$, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h}/b \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L/mb \\ M/mb^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 29})$$

onde:

$$\omega_h^2 = \frac{K_h}{m} \text{ é a frequência natural de flexão;}$$

$$\omega_\alpha^2 = \frac{K_\alpha}{I_\alpha} \text{ é a frequência natural de torção;}$$

$$x_\alpha = \frac{S_\alpha}{mb} \text{ é a posição do eixo elástico;}$$

$$r_\alpha^2 = \frac{I}{mb^2} \text{ é o raio de giração.}$$

Considerando-se o movimento harmônico $h = h_0 e^{i\omega t}$, $\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}$, a equação de movimento torna-se:

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L/mb \\ M/mb^2 \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 30})$$

As forças aerodinâmicas não estacionárias, sustentação e momento, dadas para a solução harmônica de Theodorsen serão respectivamente:

$$\begin{aligned} L &= -2\pi\rho V b C(k) \left[\dot{h} + V \alpha + b \dot{\alpha} \left(\frac{1}{2} - a \right) \right] - \pi\rho b^s [\ddot{h} + V \dot{\alpha} - ba \ddot{\alpha}] \\ L &= 2\pi\rho b^3 \omega^2 \left[\frac{h}{b} \left(1 - i2C \frac{1}{k} \right) + \alpha \left(-a - i \frac{1}{k} - 2C \frac{1}{k^2} - i2 \left(\frac{1}{2} - a \right) \frac{C}{k} \right) \right] \\ L &= 2\pi\rho b^3 \omega^2 \left[\frac{h}{b} L_h + \alpha \left(L_\alpha - \left(\frac{1}{2} - a \right) L_h \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{eq. 31})$$

onde:

$$k = \frac{\omega b}{V} \text{ é a frequência reduzida;}$$

$$L_h = 1 - i2C \frac{1}{k} \text{ é a sustentação referente ao modo de flexão;}$$

$$L_\alpha = \frac{1}{2} - i \frac{1+2C}{k} - \frac{2C}{k^2} \text{ é a sustentação referente ao modo de torção.}$$

Do mesmo modo o momento aerodinâmico será dado por:

$$\begin{aligned} M &= \pi\rho b^4 \omega^2 \left[\left\{ M_h - \left(\frac{1}{2} + a \right) L_h \right\} \frac{h}{b} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ M_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a \right) (L_\alpha + M_h) + \left(\frac{1}{2} + a \right)^2 L_h \right\} \alpha \right] \end{aligned} \quad (\text{eq. 32})$$

onde:

$M_h = \frac{1}{2}$ é o momento referente ao modo de flexão;

$M_\alpha = \frac{3}{8} - i \frac{1}{k}$ é o momento referente ao modo de torção.

Por isso, a equação de movimento pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 & -\omega^2 \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \\
 & = \frac{\omega^2}{\mu} \begin{bmatrix} L_h & L_\alpha - \left(\frac{1}{2} - a\right) L_h \\ M_h - \left(\frac{1}{2} + a\right) L_h & M_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a\right) (L_\alpha + M_h) + \left(\frac{1}{2} + a\right)^2 L_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 33})
 \end{aligned}$$

onde:

$\mu = \frac{m}{\pi \rho b^2}$ é a razão de massa;

m é a massa do aerofólio.

A razão entre a frequência de excitação e frequência do modo de torção é definido por Ω e a razão de frequências como $R_{h\alpha}$. Substituindo na equação obtêm-se:

$$\begin{aligned}
 & -\Omega^2 \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{h\alpha}^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \\
 & = \frac{\Omega^2}{\mu} \begin{bmatrix} L_h & L_\alpha - \left(\frac{1}{2} - a\right) L_h \\ M_h - \left(\frac{1}{2} + a\right) L_h & M_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a\right) (L_\alpha + M_h) + \left(\frac{1}{2} + a\right)^2 L_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 34})
 \end{aligned}$$

onde:

$\Omega^2 = \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2}$ é a razão entre as frequências de excitação e de flexão;

$R_{h\alpha}^2 = \frac{\omega_h^2}{\omega_\alpha^2}$, é a razão entre as frequências de flexão e de torção.

Então a matriz do primeiro termo do lado esquerdo é a matriz de massa do sistema acoplado (termos fora da diagonal principal diferentes de zero), a matriz do segundo termo é a matriz de rigidez do sistema aeroelástico e a matriz do lado direito da equação é a matriz aerodinâmica. Esta equação representa o comportamento aeroelástico da seção típica.

3.1.1 Método k para Análise de *Flutter*

O método escolhido para resolução de *flutter* foi o método k ou método $V-g$. Este método, como explicado anteriormente, é barato computacionalmente e apresenta uma implementação mais simples que os demais. Além disso o método atende às necessidades do estudo em questão, ou seja, a determinação da velocidade crítica de *flutter* do sistema experimental projetado para ser utilizado no túnel de vento disponível pela Universidade.

A equação de movimento representando a seção típica aeroelástica, Equação 34, pode ser representada na forma de equação matricial, resultando na expressão:

$$[K_{ij}] \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \Omega^2 [A_{ij} + M_{ij}] \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \quad (\text{eq. 35})$$

onde K_{ij} é a matriz de rigidez, M_{ij} é a matriz de massa, e A_{ij} é a matriz aerodinâmica multiplicada pelo inverso da razão de massa. É importante ressaltar que a matriz aerodinâmica é função da frequência reduzida k , como obtido por Theodorsen (1935).

A solução da Equação 35 utilizando-se o método k assume primeiramente o amortecimento estrutural artificial g , modificando a matriz de rigidez do sistema de $[K_{ij}]$ para:

$$(1 + ig)[K_{ij}] \quad (\text{eq. 36})$$

Este amortecimento artificial mostra a quantidade de amortecimento necessária para que em frequência reduzida analisada seja satisfeita a condição de movimento harmônico. Os autovalores da equação de movimento representam um ponto na fronteira do *flutter* se o valor correspondente de g for igual ao valor assumido de g .

Para a frequência reduzida k , este será um problema de autovalor complexo dado pela equação:

$$\begin{aligned} \frac{(1 + ig)}{\Omega^2} [K_{ij}] \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} &= [A_{ij} + M_{ij}] \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \\ \frac{(1 + ig)}{\Omega^2} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} &= [K_{ij}]^{-1} [A_{ij} + M_{ij}] \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{eq. 37})$$

onde:

$$k = \frac{\omega b}{V} \text{ é a frequência reduzida.}$$

O autovalor do sistema para cada k é dado por:

$$\lambda = \frac{(1 + ig)}{\Omega^2} \quad (\text{eq. 38})$$

Para este autovalor tem-se as relações:

$$\frac{1}{\lambda_{Re}} = \frac{\omega_i^2}{\omega_\alpha^2} \quad (\text{eq. 39})$$

$$g = \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}} \quad (\text{eq. 40})$$

que fornecem as informações de amortecimento e frequência natural de cada grau de liberdade do sistema. Resolve-se o problema de autovalores complexos para as equações, para diversos valores de frequência reduzida k . Adotam-se valores altos para k decrescendo até valores próximos a zero.

Para cada valor de entrada k_i consegue-se determinar um valor de saída através da parte real do autovalor, o qual traz informação sobre a frequência do *flutter*. Então dada a relação abaixo consegue-se determinar a velocidade.

$$V = \frac{\omega b}{k} \quad (\text{eq. 41})$$

De acordo com Tavares (2009), a parte imaginária do autovalor mostra a quantidade de amortecimento artificial necessária para a condição de movimento harmônico. A velocidade crítica em que realmente acontece o *flutter* é quando não existe a necessidade de amortecimento artificial, ou seja, quando g for zero.

3.2 PROPOSTA DO DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

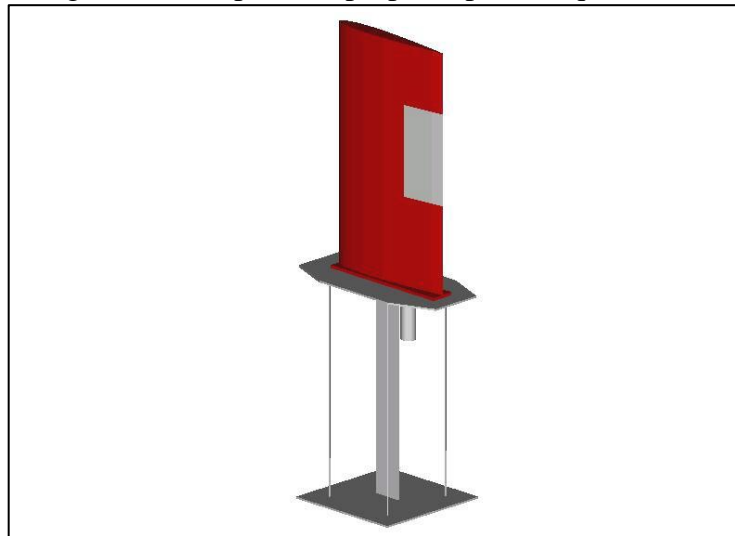
A proposta para a construção do dispositivo experimental tem como objetivo principal possibilitar a observação da ocorrência do fenômeno aeroelástico conhecido como *flutter*. Assim este dispositivo deve mostrar experimentalmente as propriedades determinadas em uma seção típica verificada com o modelo aeroelástico anteriormente apresentado. A seguir, serão mostrados alguns dispositivos propostos por outros autores, com diferentes configurações de

testes aeroelásticos em túneis de vento, a fim de ajudar na proposta de construção do dispositivo.

O dispositivo desenvolvido por Marqui (2005) apresentado na Figura 09, realiza uma montagem para testes de controladores ativos para a supressão de *flutter* com uma superfície de comando acionada por um motor elétrico como atuador. Este dispositivo é composto por uma asa rígida com uma superfície de controle e uma suspensão elástica atribuindo ao sistema dois graus de liberdade ao sistema, flexão e torção.

As características estruturais do sistema são dadas por uma placa central e um conjunto de quatro eixos, onde esses influenciam simultaneamente a rigidez dos graus de liberdade de flexão e torção. O dispositivo apresenta dificuldades para o seu ajuste a um túnel de vento, pois sempre que algum elemento da suspensão é modificado altera-se simultaneamente as características dinâmicas de ambos os graus de liberdade. Além disso, sua construção é muito complexa tornando-se cara.

Figura 09 - Dispositivo proposto por Marqui (2005).

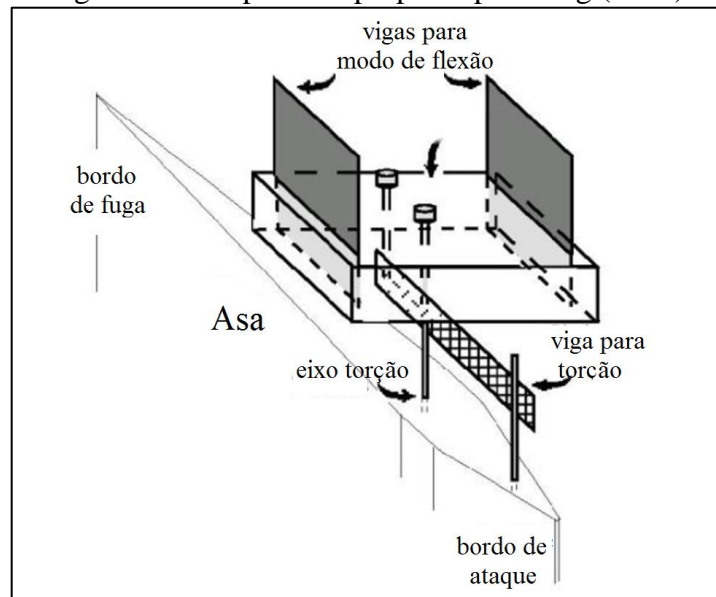


Fonte: Marqui (2005).

Heeg (1993) realiza experimentos propondo duas vigas paralelas onde são responsáveis pelas características estruturais do modo de flexão e uma viga normal responsável pelas características do modo de torção, obtendo um dispositivo com dois graus de liberdade como se pode observar na Figura 10.

Estas características permitem uma facilidade na modificação das características estruturais, através da modificação das laminas. Um ponto negativo é que o sistema tem que ser montado de forma invertida (pendurado), o que dificulta sua adaptação em alguns túneis de vento.

Figura 10 - Dispositivo proposto por Heeg (1993).

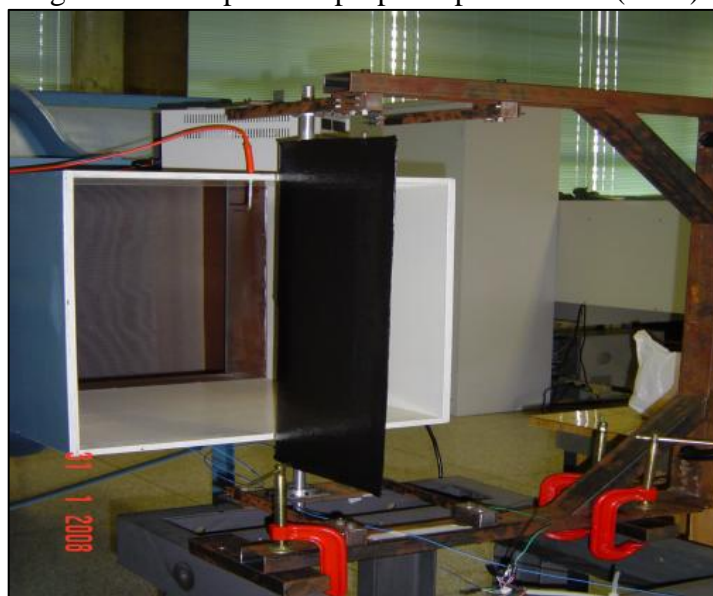


Fonte: adaptado de Heeg (1993).

Tavares (2009) realiza experimentos propondo um dispositivo de dois graus de liberdade, mostrado na Figura 11, onde consiste de uma asa rígida, montada verticalmente, em um eixo de alumínio. Em suas extremidades o eixo está conectado através de rolamentos e flanges às placas, possibilitando assim o deslocamento angular.

Devido a necessidade de se obter uma rigidez de flexão, a solução adotada foi um conjunto de vigas em paralelo, duas em paralelo na parte superior e duas em paralelo na parte inferior. Um suporte em C engasta as extremidades das vigas. Na parte superior um fio-mola atravessa o eixo apoiado em suas extremidades, garantindo a rigidez do grau de liberdade de torção.

Figura 11 – Dispositivo proposto por Tavares (2009).



Fonte: Tavares (2009).

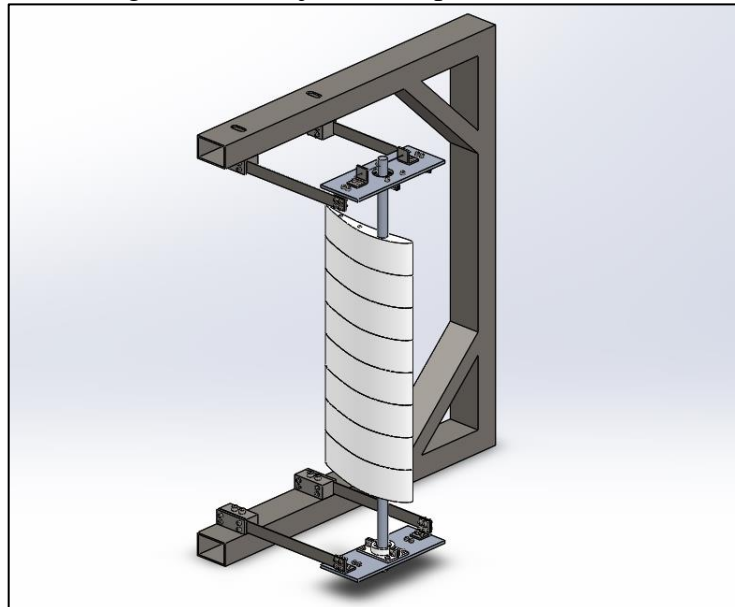
3.2.1 Projeto do Dispositivo

O conceito do dispositivo utilizado neste trabalho baseia-se no modelo apresentado por Tavares (2009). Esta configuração pode ser facilmente fabricada, não necessitando grandes investimentos, além de permitir com que as características dos dois graus de liberdade, torção e flexão, sejam devidamente alterados de acordo com o modelo analisado. O projeto foi totalmente desenvolvido no software SOLIDWORKS® 2016.

O dispositivo foi projetado com um eixo central de 15mm de diâmetro localizado a $\frac{1}{4}$ da corda de uma asa rígida, montada verticalmente. Nas extremidades dos eixos, há dois rolamentos montados por interferência mecânica e conectados a uma placa por mancais, possibilitando assim o deslocamento angular da asa. Montadas a essas placas, estão suportes em “L”, nos quais, estão engastados a uma das extremidades das quatro vigas de flexão. Uma base fixa com formato em “C” engasta a outra extremidade dessas vigas.

Na placa superior existe ainda apoios para a utilização de um fio de arame reto, com diâmetro de 1mm, passando através da extremidade do eixo central. Possibilitando calcular a rigidez necessária para o grau de torção do dispositivo.

Figura 12 – Projeto do dispositivo de teste.



Fonte: o autor (2017).

Após fabricado, o dispositivo de teste foi ensaiado no túnel de vento da Universidade de Caxias do Sul, onde foi possível obter a velocidade crítica de *flutter* experimental. Alguns parâmetros inerciais necessários para a realização dos cálculos analíticos da matriz massa,

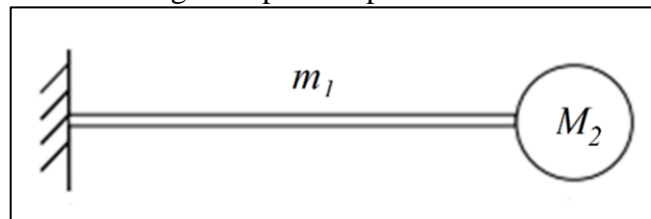
foram estimados a partir da geometria das peças juntamente com os materiais utilizados para a fabricação. Os dados obtidos a seguir, foram utilizados para a realização das simulações no MATLAB®.

3.2.2 Dados da Matriz Massa

Através de uma análise da matriz massa da equação de movimento de uma seção típica para dois graus de liberdade, Equação 28, podemos visualizar como os elementos desta matriz contribuem para os deslocamentos verticais e angulares. A massa m está acompanhada dos elementos que sofreram um deslocamento vertical h . O m é a massa do dispositivo experimental na qual está sujeita a flexão. Ela é formada pela soma das massas dos perfis, a placa superior e inferior, o eixo, os rolamentos, os mancais, os suportes e uma parcela da massa da viga de flexão.

A soma de uma parcela da massa da viga de flexão vai ao encontro com que afirma Dimarogonas (1996), onde um sistema no qual consiste em massa rígida suportada por um único membro flexível, cuja massa não seja desprezível, a parte elástica do sistema deve ser tratada como uma mola equivalente, ou seja, uma parte de sua massa é agrupada com a massa rígida.

Figura 13 – Massa rígida suportada por um único membro flexível.



Fonte: o autor (2017).

A equação para este tipo de configuração é apresentada a seguir:

$$m_{eq} = 0,23m_1 + M_2 \quad (\text{eq. 42})$$

onde m_{eq} é a massa total; m_1 é a massa do membro flexível; e M_2 é a massa rígida.

Os elementos que compõem o dispositivo que está sujeito a flexão foram pesados, após sua fabricação, e apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Massa de cada elemento.

Peça	Quantidade	Peso (g)
Placa	2	400 g
Eixo alumínio	1	372 g
Mancal	4	120 g
Perfil asa	8	480 g
Rolamento	2	58 g
Fio mola	1	10 g
Viga flexão	4	45,6 g
Suporte L fio mola	2	46 g
Suporte em L	4	88 g
Parafusos M4	44	80 g
Porcas M4	44	33 g
Massa do dispositivo de flexão (m)		1732,6 g

Fonte: o autor (2017).

O projeto foi desenvolvido para ter um peso relativamente pequeno, exceto os elementos inercias, neste caso a base fixa. Por esse motivo, o eixo e a placa foram projetados em alumínio 6063, os mancais e a asa foram impressos em uma impressora 3D em material PLA (ácido polilático) e as demais peças por serem relativamente pequenas e não terem um grande volume, foram fabricadas em chapas de aço 1020 laminado a quente.

Os valores para o momento de inércia I_{α} e o momento estático S_{α} são correspondentes a parcela do dispositivo de teste que há deslocamento angular, nesse caso a asa e seu eixo. Esses dados foram extraídos pelo software de desenho.

Tabela 2 – Parâmetros iniciais.

Parâmetro	Valores
Momento de inércia	0.00238 kg.m ²
Momento estático	0.0387 kg.m

Fonte: o autor (2017).

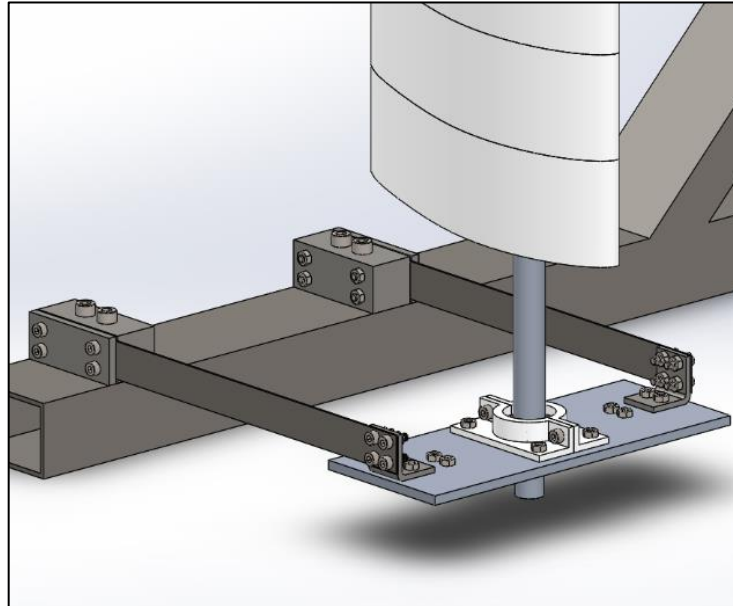
3.2.3 Dados para a Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez pode ser dividida em duas partes, a parte equivalente ao modo de flexão e a outra parte equivalente ao modo de torção.

3.2.3.1 Modo de flexão

A solução utilizada para se obter uma rigidez para flexão, foi um uso de vigas em paralelo. Foi projetado duas vigas em paralelo na parte superior do dispositivo e duas na parte inferior, visando diminuir os efeitos torcionais que poderia ocorrer. Estas vigas foram projetadas para que quando houver uma força aplicando um deslocamento y na asa, as mesmas trabalhariam gerando forças de reação contrárias ao sentido deste deslocamento.

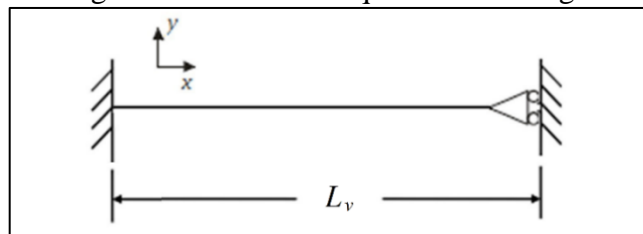
Figura 14 – Detalhe do dispositivo de flexão projetado.



Fonte: o autor (2017).

Para o cálculo analítico da rigidez de flexão, a configuração de viga de Euler-Bernoulli biengastada foi utilizada. Com liberdade de movimento na direção y em seu lado direito, conforme mostrado na Figura 15.

Figura 15 – Modelo esquemático da viga.



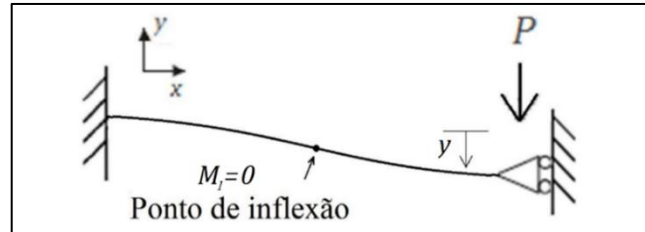
Fonte: o autor (2017).

Nesta configuração de viga, após uma força P ser aplicada, a extremidade do lado esquerdo não apresenta inclinação e deslocamento transversal. Entretanto, em sua outra extremidade, apresenta deslocamento transversal y , conforme apresentado na Figura 16. Além do mais, este tipo de configuração de viga impossibilita obtenção de momento no lado direito.

Ao analisarmos este tipo de viga podemos considerar a hipótese de simetria e realizar o

estudo somente de sua metade. Através da linha elástica, podemos notar a existência de um ponto de inflexão, conforme mostrado na Figura 16.

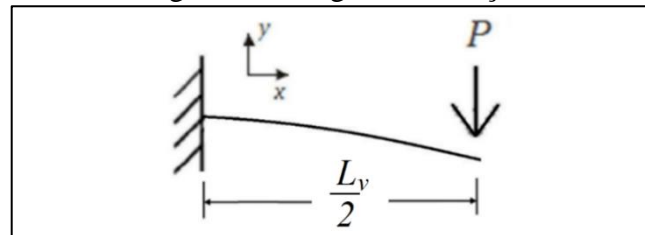
Figura 16 – Linha elástica.



Fonte: o autor (2017).

Este ponto se encontra no centro da viga, onde o momento fletor interno M_1 recai para zero. Com isso, podemos considerar o estudo de inclinações e deslocamentos em uma viga em balanço.

Figura 17 – Viga em balanço.



Fonte: o autor (2017).

De acordo com Hibbeler (2010), a fórmula para o deslocamento nesta configuração de viga é dada pela equação a seguir:

$$y_1 = \frac{PL_v^3}{3EI} \quad (\text{eq. 43})$$

onde P é a força de reação; L_v é o comprimento da viga; E é o módulo de elasticidade do material; e I o momento de inercia da área da seção transversal da viga.

Conforme a condição de simetria utilizamos $y_1 = y/2$ e $L_v = L_v/2$, para então obtermos a equação da deformação e a rigidez da viga:

$$y = \frac{PL_v^3}{12EI} \quad (\text{eq. 44})$$

$$K = \frac{12EI}{L_v^3} \quad (\text{eq. 45})$$

Como o dispositivo apresenta quatro vigas, sendo dois conjuntos em paralelo. A rigidez de flexão é equivalente a soma da rigidez de cada viga. Então a rigidez total do disposto pode ser obtida pela equação abaixo:

$$K_h = \frac{48EI}{L_v^3} \quad (\text{eq. 46})$$

Para a fabricação destas vigas foi utilizado em chapas de aço 1020 laminado a quente. De acordo com tabela de características dos materiais encontradas em Hibbeler (2010) o módulo de elasticidade deste aço é de $E = 205\text{GPa}$.

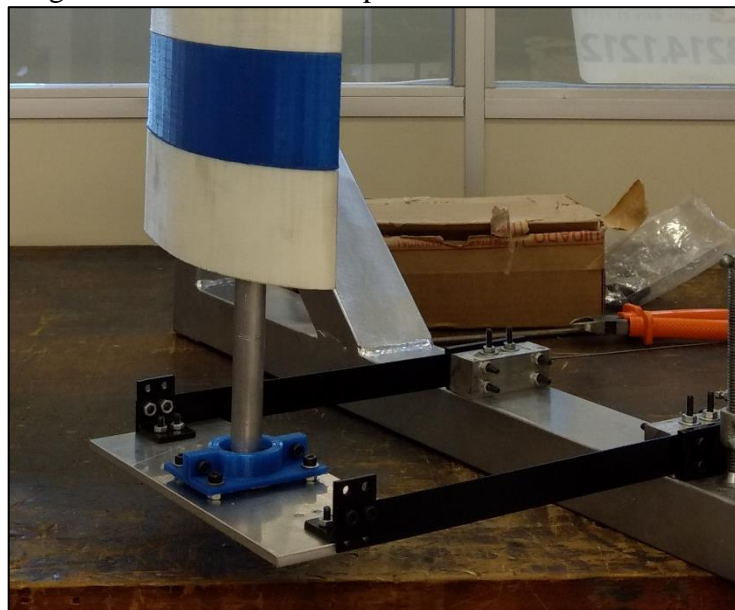
Tabela 3 – Especificações da viga.

Peça	Dados
Viga de flexão	<p>Espessura 1 mm</p> <p>Altura 20 mm</p> <p>Comprimento 200 mm</p> <p>Módulo de elasticidade 205 GPa</p>

Fonte: o autor (2017).

Substituindo na Equação 46 os dados da viga, a rigidez de flexão do dispositivo encontrada é de 2050 Nm . Na Figura 18 é possível ver o detalhe do dispositivo de flexão fabricado.

Figura 18 – Detalhe do dispositivo de flexão fabricado.

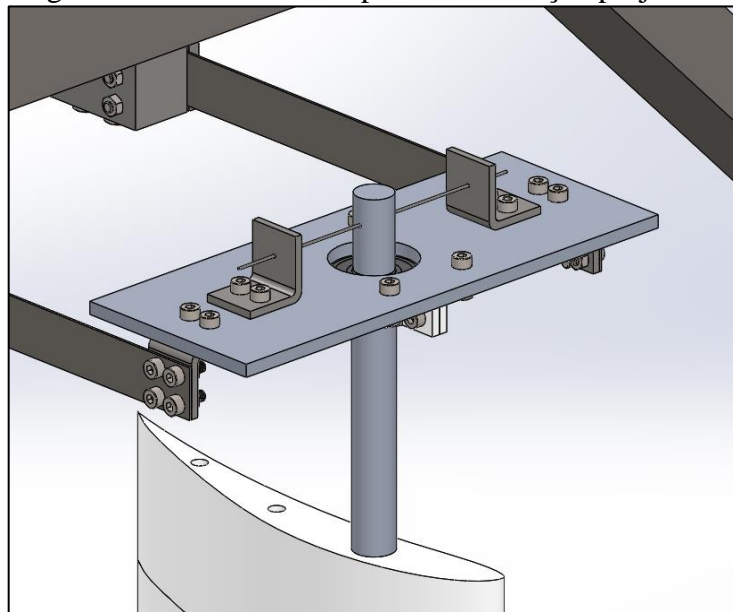


Fonte: o autor (2017).

3.2.3.2 Modo para Torção

A solução utilizada para se obter uma rigidez para torção, foi um projetar um fio de arame atravessando o eixo central apoiado por dois suportes afastado do centro por uma medida conhecida. Onde o princípio de funcionamento deste mecanismo é que quando houver um deslocamento angular devido a torção do eixo, momentos contrários a esta variação angular são originados.

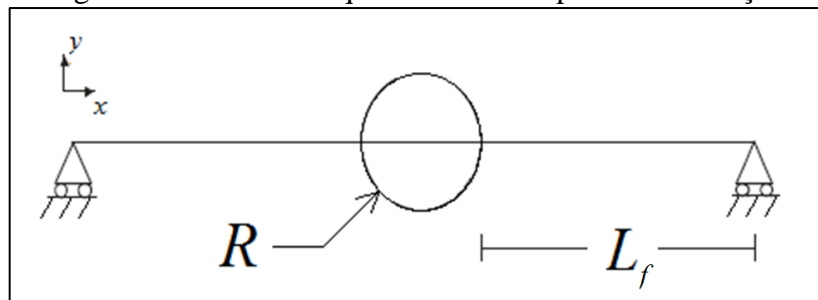
Figura 19 – Detalhe do dispositivo de torção projetado.



Fonte: o autor (2017).

Para o cálculo analítico da rigidez de torção, foi utilizada a mesma teoria de *Euler-Bernoulli* contemplada por alguns autores como em Beer e Jhonston (2012) e Hibbeler (2010). A Figura 20 mostra o modelo esquemático do dispositivo de tração que foi projetado, onde o R é o raio do eixo, L_f é a distância onde o fio de mola está apoiado até onde atravessa o eixo.

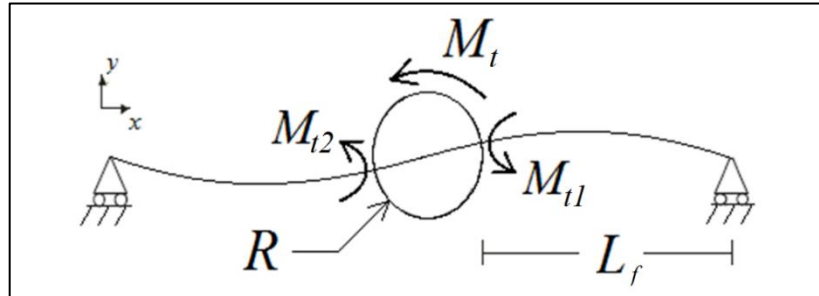
Figura 20 – Modelo esquemático do dispositivo de torção.



Fonte: o autor (2017).

Nesta configuração, após o eixo sofrer um momento M_t , o fio mola acaba se deformando, gerando momentos fletores M_{t1} e M_{t2} , em ambos os lados.

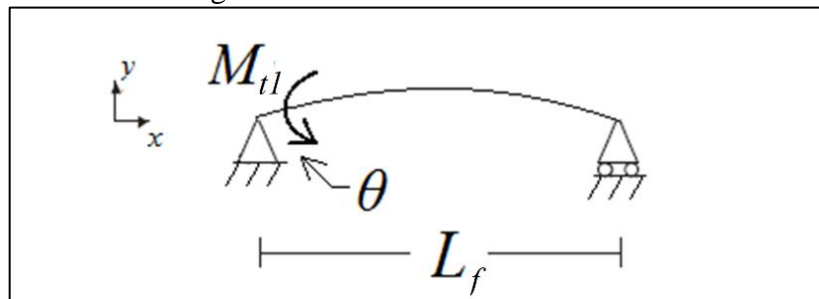
Figura 21 – Linha elástica.



Fonte: o autor (2017).

Assim como a flexão, podemos considerar a hipótese de antissimetria, podendo realizar apenas a análise de sua metade.

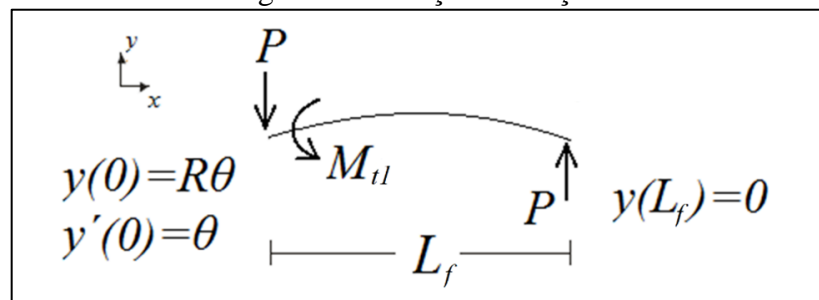
Figura 22 – Metade da linha elástica.



Fonte: o autor (2017).

Além disso podemos considerar a hipótese de pequenos ângulos. Substituindo os apoios pelas forças de reação P do dispositivo obtém-se:

Figura 23 – Forças de reação.



Fonte: o autor (2017).

Integra-se a equação da linha elástica $M = -EIy''$ duas vezes em x , com $M = PL_f$ obtido do diagrama de forças de reação, aplicando as condições de contorno adequadas. As

condições de contorno são condições impostas à viga pelos seus apoios. Neste caso, na extremidade a esquerda apresentará deslocamento angular $y'(0) = \alpha$ e deslocamento transversal $y(0) = R\alpha$. Já na sua extremidade direita não apresentará deslocamento na direção transversal $y(L_f) = 0$. Encontrando assim:

$$\alpha = \frac{M_{t1}L_f (L_f + R)}{3EI (L_f)} \quad (\text{eq. 47})$$

onde ; o R é o raio do eixo, L_f é a distância onde o fio de mola está apoiado até onde atravessa o eixo; E é o módulo de elasticidade do material; e I o momento de inercia da viga.

Conforme a condição de antissimetria utilizada, realizamos a soma dos dois momentos fletores, ou seja, $M_t = M_{t1} + M_{t2}$ para a obtenção da equação da deformação e a rigidez da torção do dispositivo de teste:

$$\alpha = \frac{M_t L_f (L_f + R)}{6EI (L_f)} \quad (\text{eq. 48})$$

$$K_\alpha = \frac{6EI (L_f + R)}{L_f (L_f)} \quad (\text{eq. 49})$$

Para a fabricação deste fio de mola foi comprado um arame recozido de baixo carbono diâmetro de 1 mm. De acordo com tabela de características do material obtida com o fabricante, o módulo de elasticidade deste arame é de $E = 207\text{GPa}$.

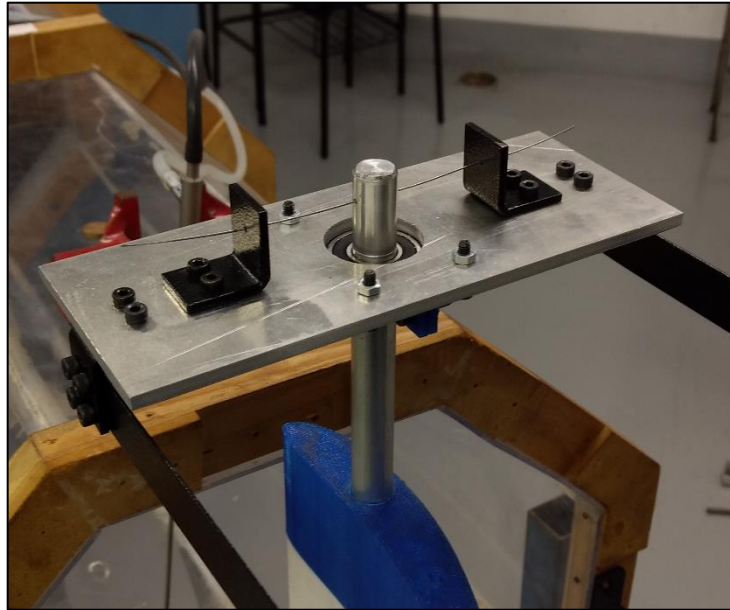
Tabela 4 – Especificações do fio de mola.

Peça	Dados
Fio de mola	Diâmetro 0,8 mm Distância do apoio até o eixo 38,11 mm Raio do eixo 7,5 mm Módulo de elasticidade 207 GPa

Fonte: o autor (2017).

Substituindo na Equação 49 os dados do fio de mola, a rigidez de torção do dispositivo encontrado é de 0.6683 Nm . Na Figura 24 é possível ver o detalhe do dispositivo de torção fabricado.

Figura 24 – Detalhe do dispositivo de torção fabricado.



Fonte: o autor (2017).

3.2.4 Projeto da Asa

A asa foi dimensionada utilizando o aerofólio da equipe AEROSUL do ano de 2017, o qual irá participar da competição *SAE Aerodesign 2017* realizada no DCTA (Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial) em São José dos Campos. Trata-se de um perfil EPPLER 423. A asa foi projetada com dimensões de corda de 200mm e 450 mm de envergadura. A envergadura da asa foi projetada para ser maior que o diâmetro de saída do túnel de vento da Universidade (400 mm), a fim de minimizar os efeitos aerodinâmicos de ponta de asa que poderiam ocorrer.

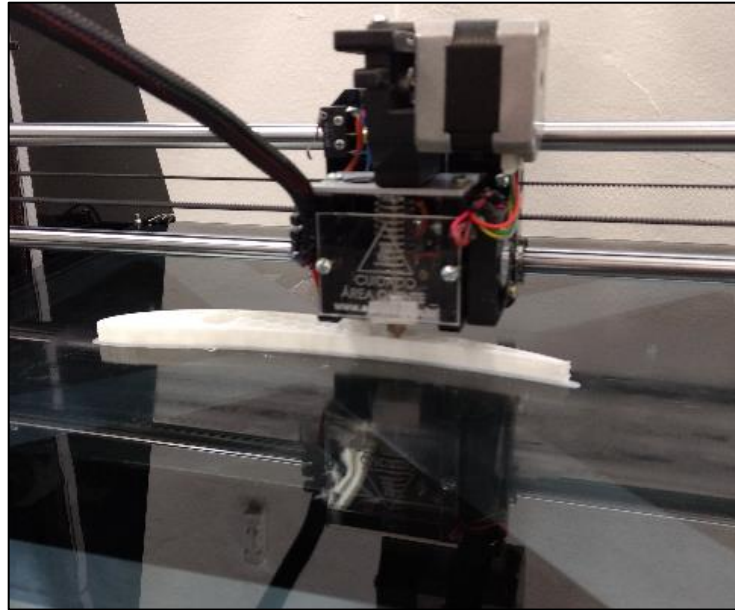
Tabela 5 – Dimensões da asa.

Peça	Dimensões
Asa perfil EPPLER 423	Corda 200 mm Envergadura 450 mm

Fonte: o autor (2017).

A asa foi fabricada em uma impressora 3D da Universidade de Caxias do Sul, modelo Sethi3D BB. O material utilizado na impressão da asa foi o PLA. Devido a limitações de peso, comentado anteriormente neste trabalho, foi utilizado no processo de impressão uma densidade de 8%. O diâmetro de parede e altura das camadas foram de 0,8 mm e de 0.3 mm, respectivamente.

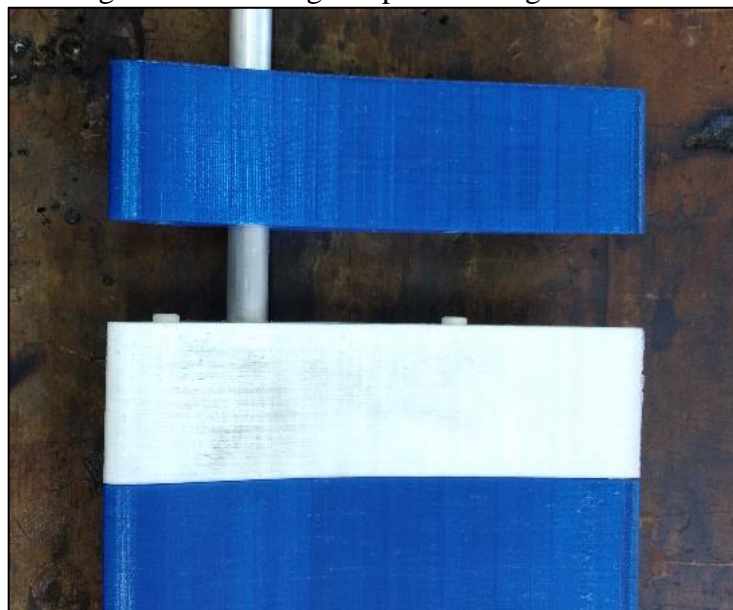
Figura 25 – Impressão do perfil da asa.



Fonte: o autor (2017).

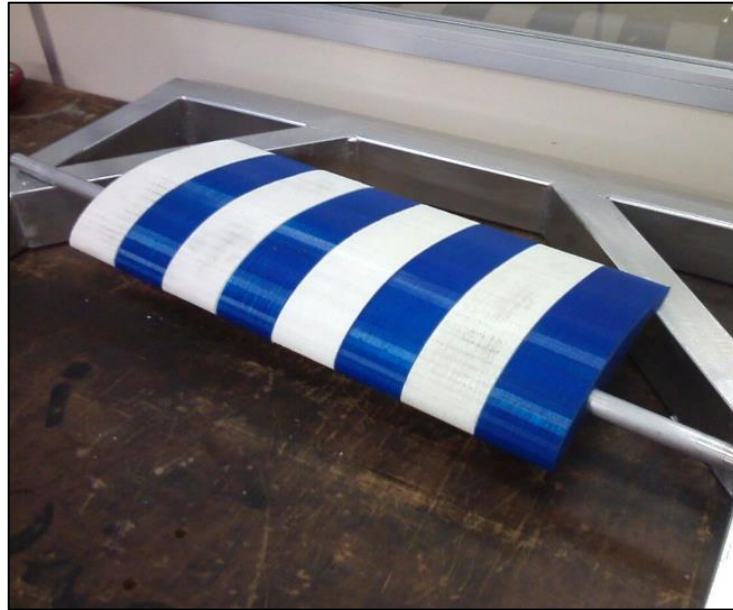
Devido algumas limitações da impressora, por exemplo, de ser impossível a impressão do comprimento total da envergadura da asa (450 mm) somente em uma única peça e ainda mais que o tempo de impressão por peça ser relativamente alto, o perfil teve que ser dividido em oito partes de alturas de 56,25 mm cada. Foram projetados pinos guias nos perfis, facilitando assim a montagem e a fixação das oito peças. Para a fixação dos perfis se utilizou cola Super Bonder.

Figura 26 – Pinos guias para montagem da asa.



Fonte: o autor (2017).

Figura 27 – Asa colada e montada no eixo.



Fonte: o autor (2017).

3.2.5 Equipamentos

Para a realização dos ensaios experimentais do dispositivo de testes fabricado, foi utilizado o túnel de vento da Universidade de Caxias do Sul disponível no laboratório de máquinas de fluido. O túnel de vento possui uma saída de fluxo de ar com diâmetro de 400 mm, comprimento para seção de teste de 1 m, e velocidade máxima de 34 m/s (para densidade do ar a 24°C).

Medições de temperatura, umidade relativa do ar e pressão atmosférica foram realizadas no início do ensaio experimental, afim de garantir maiores precisões ao manômetro digital utilizado para as medições de velocidade de escoamento.

Tabela 6 – Condições ambientais dos testes.

Condições ambientais	
Temperatura	17,9 °C
Umidade	78 %
Pressão Atmosférica	931 Pa

Fonte: o autor (2017).

O equipamento utilizado para a medição da velocidade do fluxo foi o manômetro digital, apresentado na Figura 28.

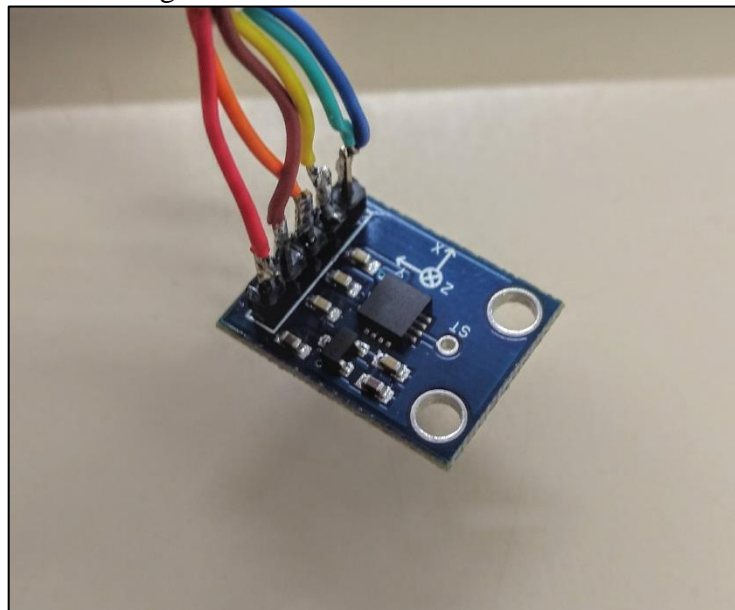
Figura 28 – Manômetro digital de pressão diferencial MP-120 Kimo



Fonte: o autor (2017).

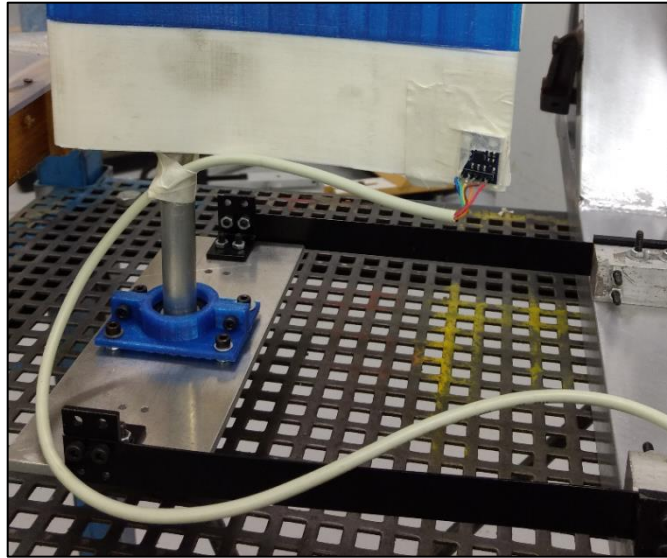
Diversas velocidades foram ensaiadas no experimento realizado no túnel de vento, onde foi possível obter a velocidade crítica de *flutter* experimental. Um acelerômetro, modelo ADXL355, foi instalado na borda de fuga da asa, Figura 30, possibilitando obter leituras através de um gravador de sinais, modelo IBM-CX22BW, referentes aos movimentos de flexão e de torção do dispositivo.

Figura 29 – Acelerômetro ADXL355.



Fonte: o autor (2017).

Figura 30 – Posição do acelerômetro na asa.



Fonte: o autor (2017).

O sistema utilizado para a aquisição de dados do acelerômetro foi o amplificador da marca HBM, modelo QuantumX MX840B.

Figura 31 – Amplificador universal QuantumX MX840B.



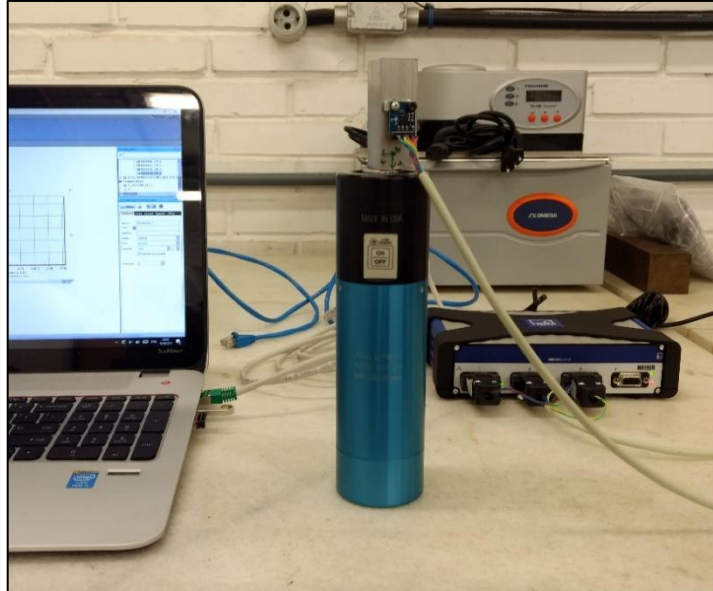
Fonte: o autor (2017).

3.2.5.1 Calibração do acelerômetro

Antes da utilização do acelerômetro para a coleta de dados da velocidade crítica de *flutter*, foi visto a necessidade de verificar o correto funcionamento do mesmo. Por isso, foi efetuado um ensaio de calibração, a fim de evitar possíveis erros de medição, que poderiam ser provocados pelo próprio sensor.

O Shaker da marca PCB Piezoelectronics, Modelo Hand-Held 394C06, Figura 32, emite uma vibração a 159,2 Hz.

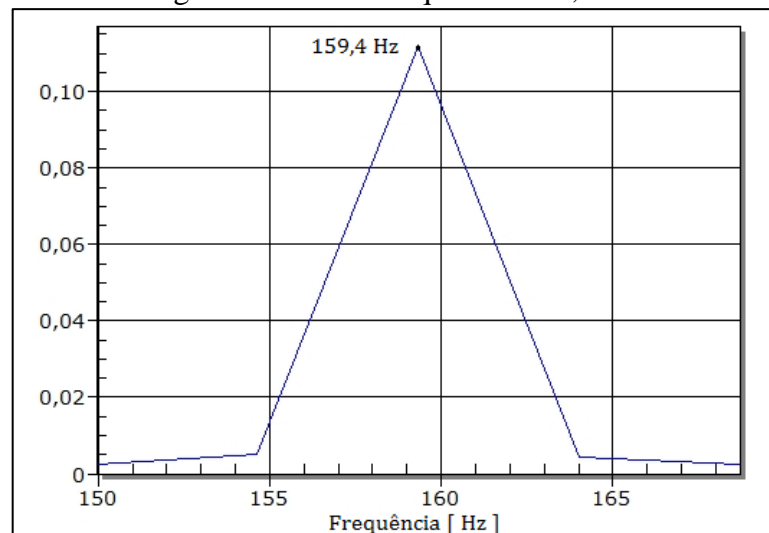
Figura 32 – Shaker Hand-Held Shacker, Modelo 394C06.



Fonte: o autor (2017).

Este Shaker foi utilizado para uma medição de frequência utilizando o acelerômetro adquirido, a fim de descobrir seu erro percentual, para garantir que este acelerômetro pudesse ser utilizado.

Figura 33 – Teste frequência 159,2 Hz.



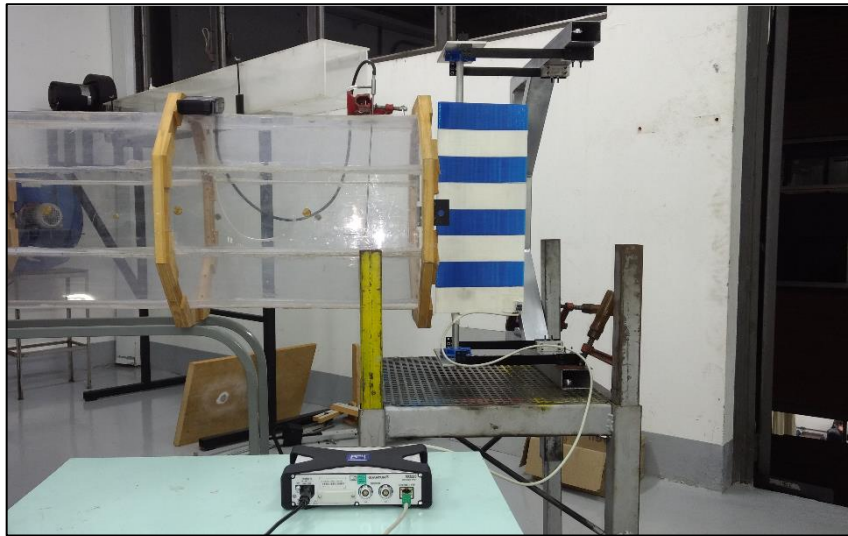
Fonte: o autor (2017).

A frequência encontrada, utilizando o acelerômetro, foi de 159,4 Hz. Seu erro percentual foi de 0,99%. Pode-se concluir que o acelerômetro escolhido atende satisfatoriamente a aplicação para os ensaios experimentais.

3.2.6 Ensaio experimental

Para começar os ensaios experimentais, foi necessário fixar o dispositivo de testes numa plataforma metálica em frente ao túnel de vento, de modo que a asa estivesse centralizada com a saída de fluxo de ar da seção de testes. O dispositivo foi posicionado o mais próximo desta saída. Em seguida, foi montado o acelerômetro na borda de fuga da asa, realizada as ligações elétricas do gravador de sinais e calibração do software no notebook.

Figura 34 – Posicionamento do dispositivo no túnel de vento.



Fonte: o autor (2017).

O túnel de vento foi posicionado com a boca de descarga virada para fora da sala, Figura 35, evitando que ocorresse recirculação de ar ou algo que afetasse os resultados dos ensaios.

Figura 35 – Posicionamento do túnel de vento na sala.



Fonte: o autor (2017).

Foram realizadas medições de amortecimento estrutural e frequência para diversas velocidades de escoamento do ar do túnel de vento. Foram realizados testes para valores de velocidades de 0, 4, 8, 10, 11, 12 e 13 m/s. Para cada velocidade, foi necessário gerar uma pequena perturbação inicial para que o dispositivo começasse a vibrar. Após esta perturbação inicial, o dispositivo gerava uma resposta oscilatória do sistema aeroelástico de dois graus de liberdade. Conforme foi visto que o dispositivo ia amortecendo a perturbação inicial gerada, as velocidades foram aumentadas, até o momento onde o amortecimento é zero e foi possível evidenciar o *flutter*.

4 RESULTADOS

Este capítulo exhibe os resultados obtidos com as simulações numéricas e simulações experimentais realizadas no túnel de vento, utilizando o modelo aeroelástico da seção típica. Primeiramente são demonstrados, valores referentes aos parâmetros inerciais e elásticos. Estes valores foram obtidos através do software SolidWorks e das equações do modo de rigidez das vigas e do fio de mola apresentadas no capítulo anterior. A Tabela 7 exhibe os dados referentes ao dispositivo experimental.

Tabela 7 - Dados referentes ao dispositivo.

Parâmetros	Dados
m	1,7326 kg
S_{α}	0,01525 kg.m
I_{α}	0,002704 kg.m ²
K_{α}	0,6683 Nm
K_h	2050 Nm
ω_h	34,39 rad/s
ω_{α}	16,76 rad/s
l	400 mm
b	100 mm
ρ	1,1 kg/m ³
a	-0,5

Fonte: o autor (2017).

Utilizando dados apresentados na Tabela 7, pode-se determinar outros valores, como a massa do dispositivo por unidade de comprimento, o raio de giração da asa, distância entre o centro de gravidade e o eixo elástico, razão das frequências e razão das massas onde foram necessários para o desenvolvimento dos cálculos analíticos através das equações aeroelásticas obtidas anteriormente. Alguns dados da Tabela 7, tiveram que ser divididos pela largura da saída do túnel de vento, fazendo com que se tornassem consistentes com a representação por parâmetros concentrados, ou seja, seção típica aeroelástica.

Tabela 8 - Dados referentes à seção típica.

Parâmetros	Dados
m'	4,315 kg/m
\bar{r}_{α}^2	0,0371
\bar{x}_{α}	0,0088
$R_{h\alpha}$	4,2125
μ	63,6620

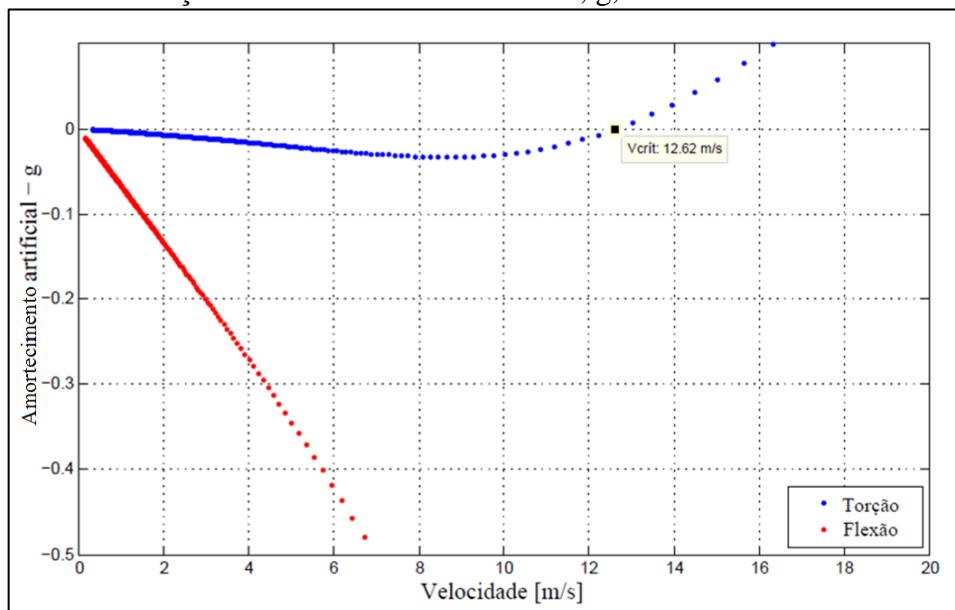
Fonte: o autor (2017).

4.1 RESULTADOS TEÓRICOS

Para se obter o valor da velocidade crítica de *flutter*, V_{crit} , o software MATLAB® foi utilizado. Os dados obtidos através da Tabela 08 foram utilizados na para resolver a equação matricial aeroelástica apresentada no capítulo anterior. Através do método V-g, foi possível verificar o resultado da evolução do amortecimento artificial (g) e o comportamento das frequências naturais do modelo aeroelástico dos dois graus de liberdade considerado, torção e flexão, devido ao aumento da velocidade de escoamento.

Cabe ressaltar que devido a escolha deste método para solucionar o problema de *flutter*, o resultado só possui significado físico quando o amortecimento artificial g for nulo, ou seja, apresenta solução harmônica simples. Observa-se na Figura 35, a variação do amortecimento artificial com o aumento da velocidade para os dois graus de liberdade, flexão e torção. Através do gráfico é possível obter a velocidade crítica de *flutter* sendo 12,62 m/s.

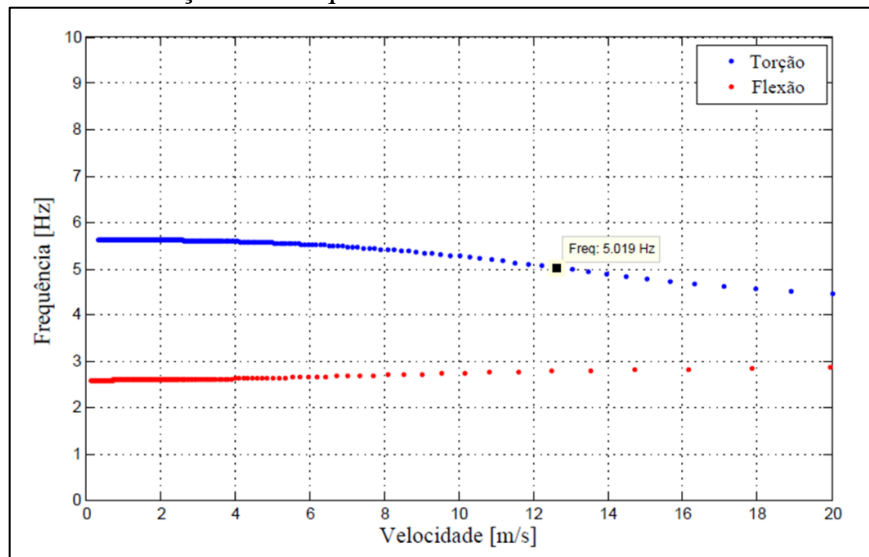
Figura 36 - Variação do amortecimento artificial, g , com o aumento da velocidade.



Fonte: o autor (2017).

Na Figura 36 pode-se observar a evolução das frequências naturais dos dois graus de liberdade devido ao aumento de velocidade de escoamento. Observa-se que as frequências de ambos os modos tendem ao acoplamento, um comportamento típico de sistemas aeroelástico que apresentam apenas dois graus de liberdade. Podemos perceber uma coalescência das frequências, entretanto elas não se encontram. De acordo com o gráfico é possível obter a frequência de *flutter* como 5,019 Hz.

Figura 37 – Evolução das frequências naturais com o aumento da velocidade.

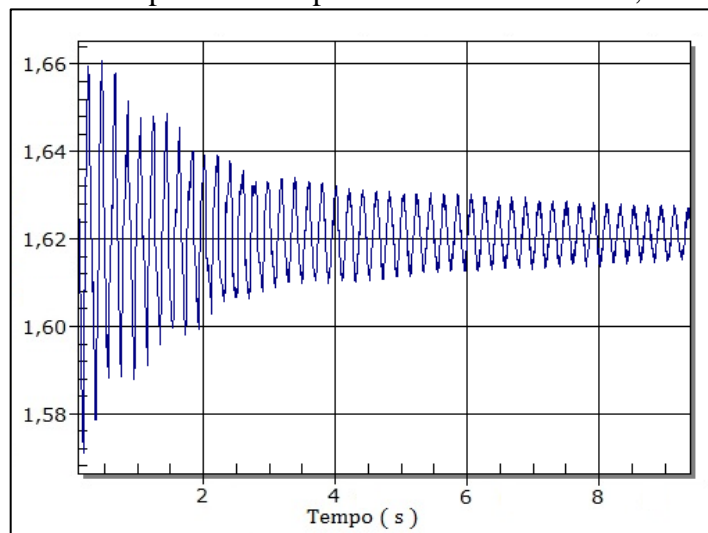


Fonte: o autor (2017).

4.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os gráficos a seguir, foram obtidos através do uso do dispositivo de aquisição de dados e pós processados no *software* CatmanEasy-AP. Observa-se na Figura 38, a resposta no tempo sem escoamento de ar. O eixo das ordenadas é o valor em tensão medido através do acelerômetro. Após uma pequena perturbação inicial, verifica-se que a resposta oscilatória do dispositivo, foi amortecida com o passar do tempo. Sem o efeito do escoamento de ar, todo o efeito do amortecimento veio da própria estrutura do dispositivo. Foi desconsiderado a perturbação inicial para gerar os gráficos das respostas no tempo.

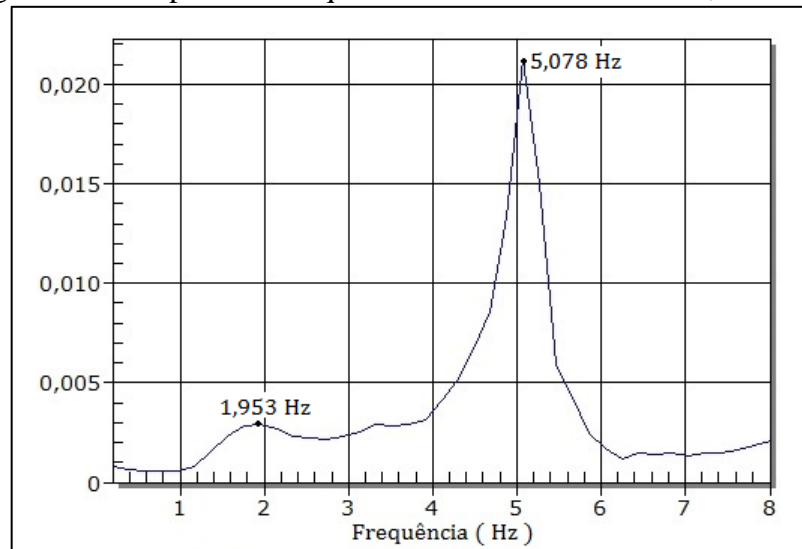
Figura 38 – Resposta no tempo sem escoamento de ar, $V = 0$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

A Figura 39 ilustra os resultados da resposta para o domínio da frequência sem a ação do escoamento. Para o processamento dos dados, foi feito a FFT – Transformada rápida de *Fourier* no próprio *software* onde foi coletado os dados, a fim de encontrar as respostas para a frequência. Pode-se notar dois picos no gráfico, sendo o primeiro relativo ao grau de flexão e o segundo ao grau de torção. Para o modo de flexão a frequência encontrada foi 1,953 Hz e a para o modo de torção a frequência encontrada foi de 5,078 Hz.

Figura 39 – Resposta da frequência sem escoamento de ar, $V = 0$ m/s.

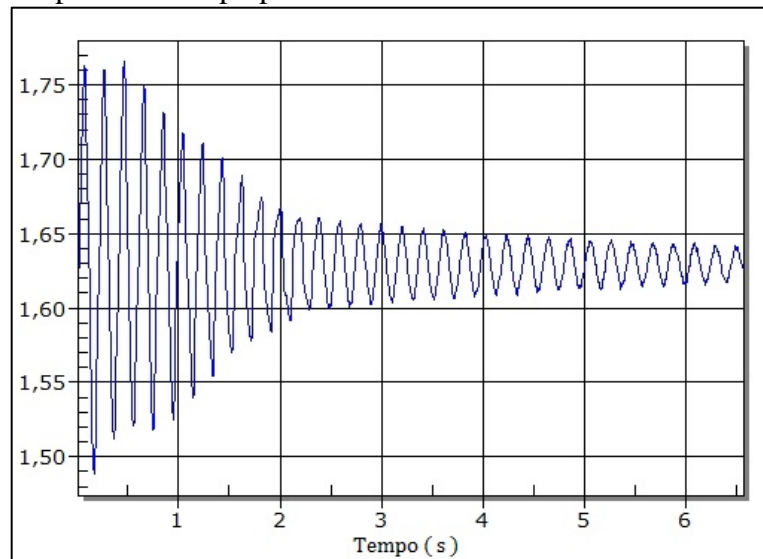


Fonte: o autor (2017).

Observa-se na Figura 40, a resposta no tempo para a velocidade de escoamento do ar de 4 m/s. Observa-se que as amplitudes das oscilações foram maiores do que nas respostas sem a ação do escoamento de ar. Kehoe (1995) mostra que os primeiros ensaios de flutter foram realizados em 1935, e consistia de excitar a aeronave em frequências ressonantes em velocidades cada vez mais altas, plotando a amplitude em função das velocidades. Ou seja, com o aumento da amplitude da frequência podia ser comparada com a diminuição do amortecimento.

As oscilações perduraram por praticamente o mesmo tempo. Já o amortecimento aeroelástico é levemente maior que o amortecimento observado sem a ação do escoamento de ar.

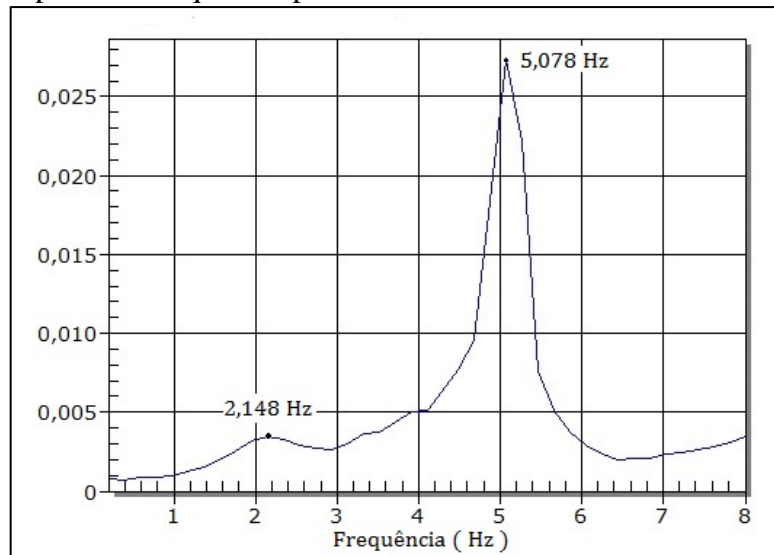
Figura 40 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 4$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

A Figura 41 ilustra os resultados da resposta para o domínio da frequência para a velocidade de escoamento de 4 m/s. Pode-se notar que o valor para o modo de vibrar da flexão teve uma mudança enquanto o para o modo de torção se manteve o mesmo.

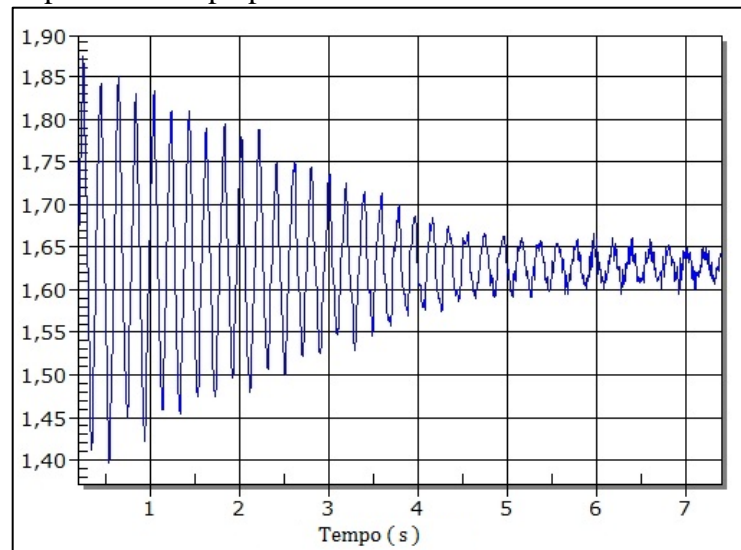
Figura 41 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 4$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

Observa-se na Figura 42, a resposta no tempo para a velocidade de escoamento do ar de 8 m/s. Observa-se que a amplitude das oscilações foram maiores do que nas respostas no tempo anteriores. Já o amortecimento aeroelástico é menor que o amortecimento observado sem a ação do escoamento de ar, pois as oscilações perduraram por mais tempo.

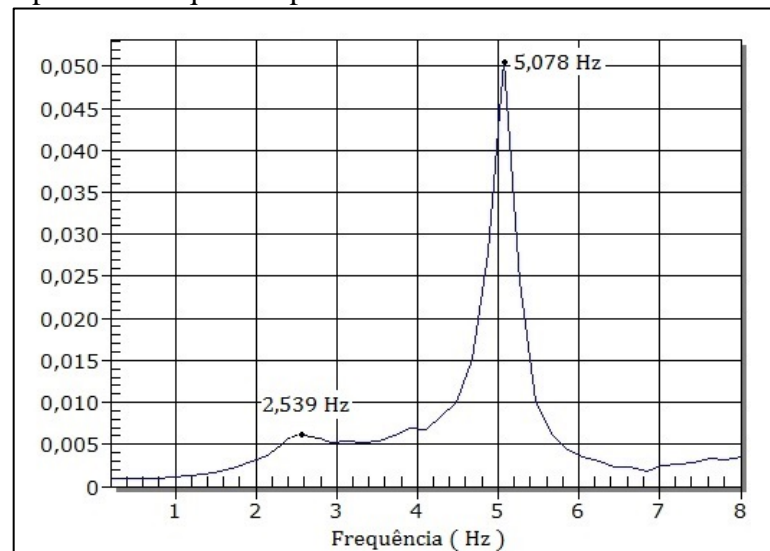
Figura 42 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 8$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

A Figura 43 ilustra os resultados da resposta para o domínio da frequência para a velocidade de escoamento de 8 m/s. Pode-se notar que o valor para o modo de vibrar da flexão teve uma mudança enquanto o para o modo de torção se manteve o mesmo. O pico do modo de flexão está menos evidente do que anteriormente, devido ao efeito de amortecimento. Já a amplitude do pico do modo de torção foi aumentada.

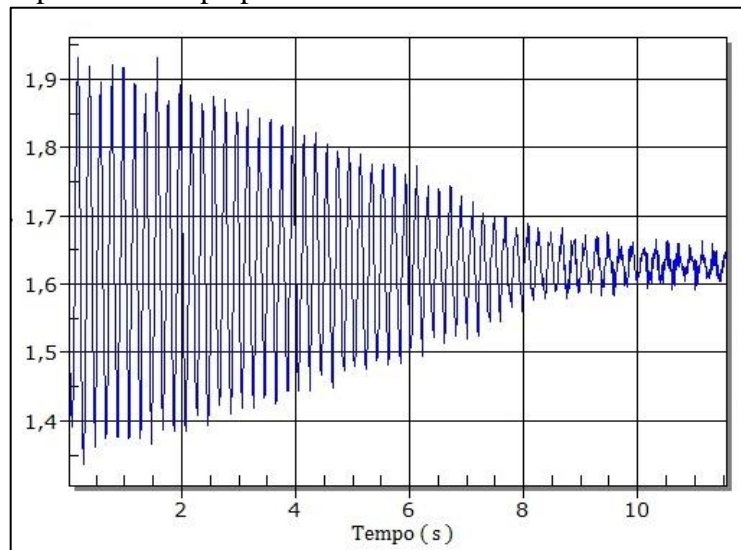
Figura 43 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 8$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

Observa-se na Figura 44, a resposta no tempo para a velocidade de escoamento do ar de 10 m/s. Observa-se que a amplitude das oscilações foram maiores do que nas respostas no tempo anteriores. Já o amortecimento aeroelástico é menor que o amortecimento observado sem anteriormente, pois as oscilações perduraram por mais tempo.

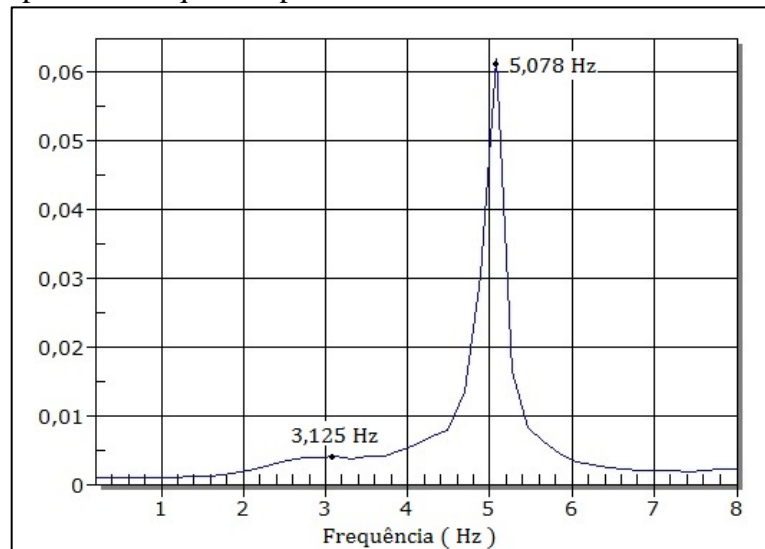
Figura 44 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 10$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

A Figura 45 ilustra os resultados da resposta para o domínio da frequência para a velocidade de escoamento de 10 m/s. Pode-se notar que o valor para o modo de vibrar da flexão teve uma mudança enquanto o para o modo de torção se manteve o mesmo. O pico do modo de flexão está muito menos evidente do que anteriormente, podendo ver claramente a diminuição do efeito de amortecimento. Já a amplitude do pico do modo de torção foi aumentada.

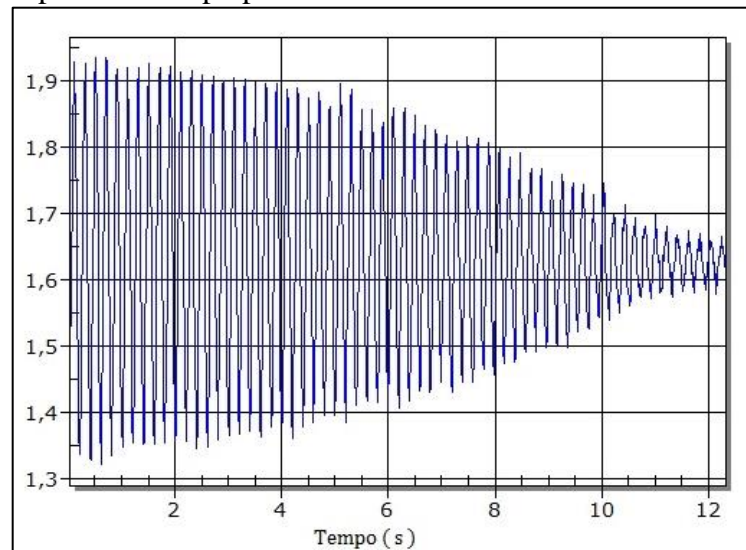
Figura 45 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 10$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

Observa-se na Figura 46 a resposta no tempo para a velocidade de escoamento do ar de 11 m/s. Observa-se que as amplitudes das oscilações foram maiores do que nas respostas no tempo anteriores. Já o amortecimento aerolástico o menor observado até agora, podendo observar que as oscilações perduraram por mais de 10 segundos.

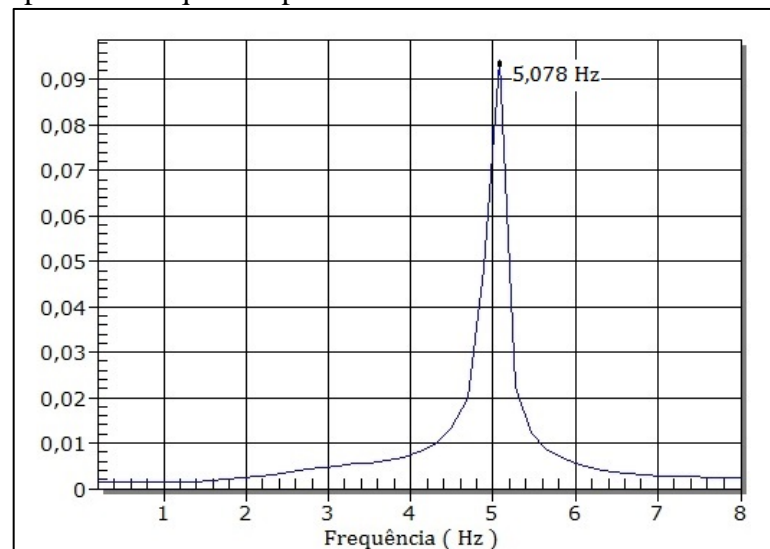
Figura 46 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 11$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

A Figura 47 ilustra os resultados da resposta para o domínio da frequência para a velocidade de escoamento de 11 m/s. O pico do modo de flexão está descaracterizado, enquanto a amplitude do pico do modo de torção foi aumentada.

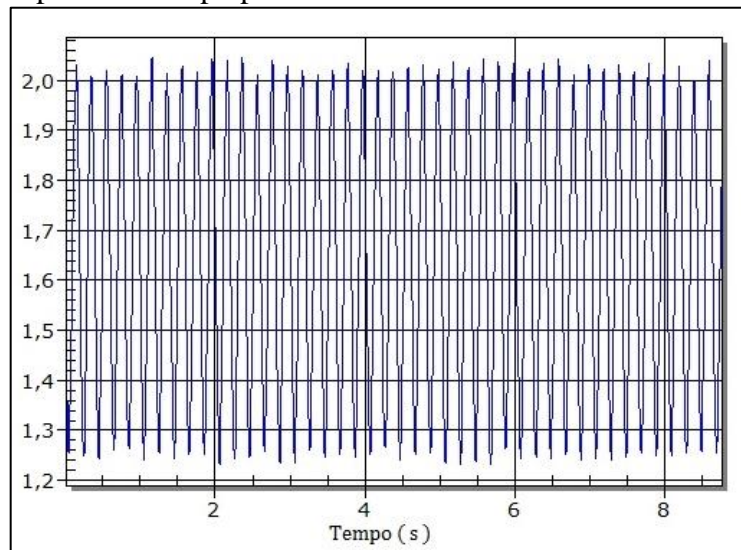
Figura 47 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 11$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

Observa-se na Figura 48, a resposta no tempo para a velocidade de escoamento do ar de 12 m/s. Observa-se que a resposta oscila de forma auto excitada, mantendo o mesmo valor de amplitude, caracterizando o *flutter*.

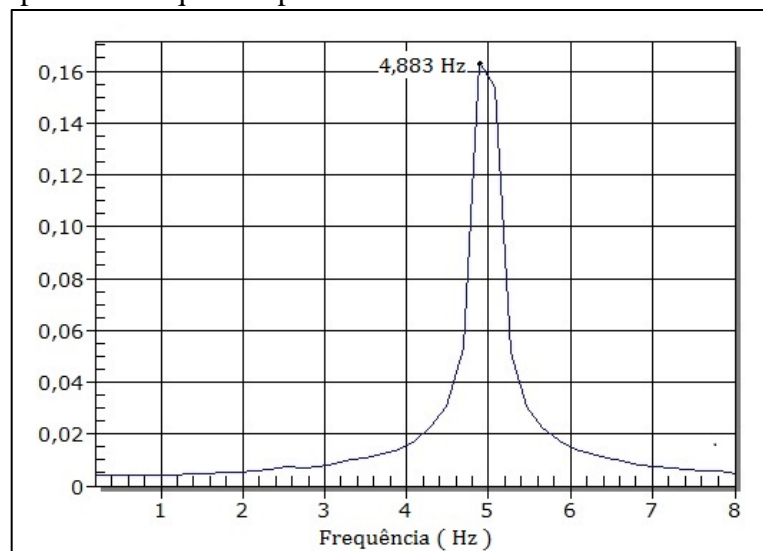
Figura 48 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 12$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

A Figura 49 ilustra os resultados da resposta para o domínio da frequência para a velocidade de escoamento de 12 m/s. Verifica-se que o valor do modo de flexão e de torção é de 4,883 Hz. O amortecimento é zero na velocidade crítica de *flutter*.

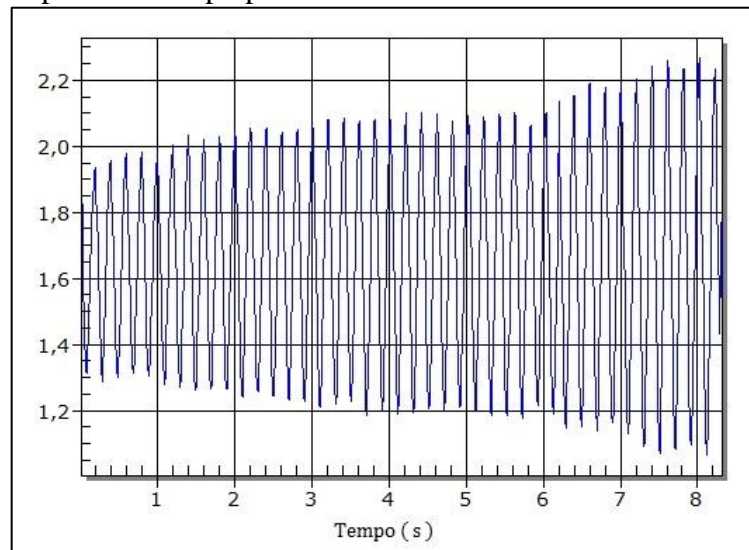
Figura 49 – Resposta da frequência para a velocidade de escoamento de ar de $V = 12$ m/s.



Fonte: o autor (2017).

Observa-se na Figura 50, a resposta no tempo para a velocidade de escoamento do ar de 13 m/s. Esta velocidade é acima da velocidade crítica de *flutter*. Observa-se que a resposta oscila de forma auto excitada, apresentando oscilações crescentes, determinadas como um sistema tipicamente instável.

Figura 50 – Resposta no tempo para a velocidade de escoamento de ar de $V = 13$ m/s.



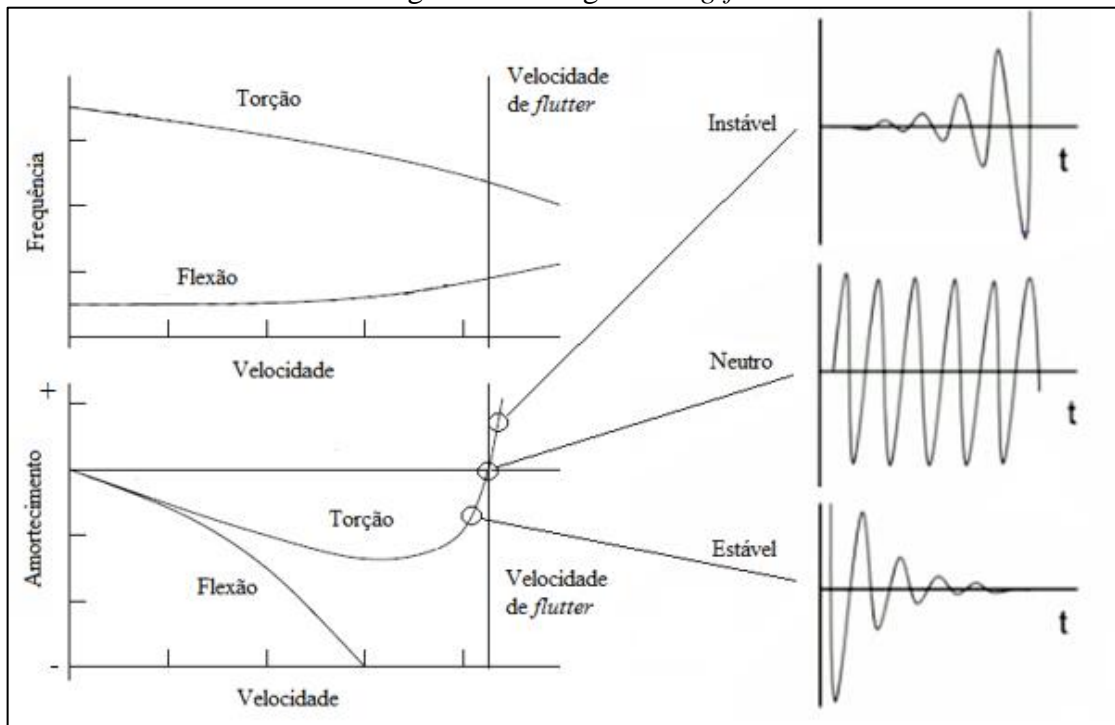
Fonte: o autor (2017).

Neste modo a velocidade crítica de *flutter* encontrada experimentalmente foi de aproximadamente 12m/s. Já a velocidade crítica de *flutter* encontrada utilizando o modelo analítico foi de 12,67 m/s. O erro percentual encontrado entre a velocidade previamente calculada analiticamente e a velocidade medida experimentalmente é de 5,29 %.

Ao analisar a evolução das frequências medidas analiticamente e experimentalmente, são observadas algumas similaridades. Podemos notar o aumento da frequência de torção e a diminuição da frequência de torção conforme o aumento da velocidade, observado através dos diagramas obtido no resultado teórico.

Estes gráficos encontrados através dos resultados teóricos, podem ser comparados com diagramas $V-g-f$ presentes na literatura, como por exemplo em Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1955), Dowell et al.(1995) e Hodges, D. H.; Pierce, G.(2002). Na Figura 52, é apresentado gráficos na forma de amortecimento versus velocidade e frequência versus velocidade, para dois graus de liberdade utilizando o método k , encontrado na literatura. No gráfico superior da Figura 51, a velocidade na qual a curva inferior passa por $g = 0$ corresponde à velocidade do *flutter* do modelo, ou seja, quando o amortecimento estrutural é zero. (DOWELL et al, 1995)

Ainda de acordo com Dowell et al (1995), o método k é utilizado apenas uma representação aproximada do amortecimento em uma estrutura. Apesar de fornecer um valor próximo para a velocidade crítica de *flutter*, $g = 0$, devido a estar associado a uma condição de movimento harmônico simples, a capacidade de interpretação física do resultado torna-se questionável.

Figura 51 – Diagrama *V-g-f*.

Fonte: adaptado de Dowell et. al. (1995).

Já o gráfico superior da Figura 51, é possível determinar a frequência de flutter. Somente através da análise deste gráfico, não é possível descobrir a velocidade de *flutter*. Podemos notar que as frequências apresentam um acoplamento ao aumento das velocidades.

Os valores de frequência sem o escoamento, $v=0$, correspondem aos modos de vibração do sistema dinâmico estrutural. À medida que a velocidade aumenta, ou seja, a medida que a aerodinâmica começa a entrar em ação, começa a ocorrer a transferência de energia de um modo para outro. Tais observações podem sugerir uma maneira de atrasar o início da instabilidade (HODGES; PIERCE, 2002).

Ao analisar os gráficos da resposta em função do tempo obtidos através do ensaio experimental, podemos ver claramente a evolução da instabilidade. Antes de obter o *flutter*, o sistema apresentava estável, entretanto após o *flutter* o sistema se transformou em instável. Estes resultados apresentados, vão de encontro a pesquisa realizado por Tavares (2009).

5 CONCLUSÕES

Pode-se concluir, primeiramente, que mediante a elaboração deste trabalho o dispositivo experimental fabricado atendeu as expectativas iniciais e atingiu as características esperadas, onde foi possível evidenciar o fenômeno de *flutter*. Foi desenvolvido equações do movimento para uma seção típica combinado com o modelo de forças aerodinâmicas não estacionarias desenvolvidos por Theodorsen para a comparação com os resultados experimentais.

O diagrama $V-g-f$ foi obtido analiticamente, onde se encontrou a velocidade crítica como sendo 12,67 m/s. Experimentalmente, foi analisado a evolução do comportamento aeroelástico do dispositivo desenvolvido, através de respostas do domínio do tempo e da frequência. A velocidade de *flutter* experimental foi encontrada quando a resposta do tempo oscilou de forma auto excitada, mantendo o mesmo valor de amplitude, ou seja, aproximadamente 12 m/s.

Estes resultados, analíticos e experimentais, foram comparados com a literatura e pesquisas realizadas. Onde foi possível observar grandes similaridades dos resultados encontrados, concluindo que o experimente obteve sucesso. Através do método k , foi possível evidenciar a velocidade de *flutter* aproximada em comparação com o resultado experimental, entretanto, este método não se mostrou o mais indicado para se analisar comportamento físico do sistema aeroelástico com o aumento da velocidade.

Algumas sugestões de trabalhos futuros:

- a) Comparar os resultados com outros métodos de solução de *flutter*;
- b) Analisar outros perfis aerodinâmicos;
- c) Transformar sistema para um dispositivo de três grau de liberdade;
- d) Incluir uma superfície de comando no bordo de fuga da asa;
- e) Aplicar o estudo de *flutter* no Aerodesign.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AWRUCH, A. M.; BRAUN, A. L.; GRECO, M. Engenharia do vento computacional e suas aplicações na engenharia civil: Análise aerodinâmica e aeroelástica. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño um Ingeniería**, Barcelona, v. 31, n. 1, p. 55-64, 2015.
- BEER, F. P.; JHONSTON, E. R. **Resistência dos materiais**. 8 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.
- BENINI, G. R. **Modelo Numérico para Simulação da Resposta Aeroelástica de Asas Fixas**. 2002. 97 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2002.
- BIDINOTTO, Jorge Henrique. **Proposta Conceitual de Excitador de “Flutter” Alternativo para Ensaios em Vôo**. 2007. 111 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007.
- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. **Aeroelasticity**. 1 ed. New York: Addinon-Wesley Publishing Co., 1955.
- COLLAR, A.R. The Expanding Domain of Aeroelasticity. **The Journal of the Royal Aeronautical Society**, Reino Unido, v. 50, p. 613-636, 1946.
- COSTA, Tiago F. G. **Estudo Numérico de uma Asa com Controle Ativo de Flutter por Realimentação da Pressão Medida num Ponto**. 2007. 144 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007.
- MARQUI, Carlos de. **Estudo Teórico e Experimental de um Controlador para Supressão de ‘Flutter’**. 2004. 159 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2004.
- DIMAROGONAS, A.D., **Vibration for Engineers**. 2 ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1996.
- DOWELL, E. H., et al. **A Modern Course in Aeroelasticity**, 1 ed. Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- EVANGELISTA, A. C. Novos Aspectos Diferenciais do Colapso da Ponte Suspensa Tacoma Narrows. In: CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 2011, Uberlândia. **Anais...** Uberlândia: Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, 2011, p. 150-153.
- FUNG, I. C. **An Introduction to the Theory of Aeroelasticity**. 1 ed. New York: Dover, 1955.
- GARRICK, I. E.; REED, W.H. Historical Development of Aircraft Flutter. **Journal of Aircraft**, Atlanta, v. 8, n.11, p.897-912, 1981.

- HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- HEEG, J. Analytical and Experimental Investigation of Flutter Suppression by Piezoelectric Actuation. **NASA Technical Paper**, Hampton, n. 3241, 1993.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. **Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity**. 1 ed. New York: Cambridge, 2002.
- KEHOE, M. W. A Historical Overview of Flight Flutter Testing. **NASA Technical Memorandum, Washington**, n. 4720, 1995.
- MANNINI, C.; BARTOLI, G. Aerodynamic uncertainty propagation in bridge flutter analysis. **Structural Safety**, Florence, v. 52, n. 8, p. 29-39, 2015.
- NATIONAL TEST PILOTS SCHOOL. **Introduction to Performance and Flying Qualities Flight Testing**. 2 ed. California: Mojave, 1995.
- RAMDENE, D. et al. Modeling of Aerodynamic Flutter on a NACA 4412 Airfoil Wind Blade. In: 5TH CONFERENCE ON INTEGRATED MODELING AND ANALYSIS IN APPLIED CONTROL AND AUTOMATION, 2011, Italy. **Anais...** Italy: Diptem – University Of Genoa, 2011. P. 118-124.
- RODRIGUES, L. E. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica**. 1 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
- SAE BRASIL. Aerodesign. Disponível em: <<http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/sae-brasil-aerodesign>> Acesso em: 20 agosto de 2016.
- SILVA, R. G. A. **Análise Aeroelástica no Espaço de Estados Aplicada a Aeronaves de Asa Fixa**. 1994. 194 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, USP. São Carlos, 1994.
- SOUSA, B. S. **Projeto de Perfis Aerodinâmicos Utilizando Otimização Mono e Multiobjetivos**. 2008. 154 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica). Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, 2008.
- TAVARES, E. J. **Modelo Experimental para Ensaios de Flutter de uma Seção Típica Aeroelástica**. 2009. 101 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- THEODORSEN, T. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter. **NACA Technical Report**, Washington, n. 496, 1935.

APÊNDICE A – DESENHO DO DISPOSITIVO PROJETADO

ITEM NO.	DESCRIPTION	QTY.
17	Suporte_L_fio_mola	2
16	Rolamento	2
15	Eixo_aluminio	1
14	Perfil	8
13	Suporte_L	4
12	Mancal_flange	4
11	Base_placa	2
10	Porca M4	60
9	Parafuso M4x8mm	44
8	Suporte_placa_viga	4
7	Suporte_bloco_viga	4
6	Parafuso M6x35mm	8
5	Viga_flexão	4
4	ParafusoM4x35mm	16
3	Porca M6	8
2	Fio_mola	1
1	Viga C	1

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: TOLERANCES: FRACTIONS: ±0.10mm DECIMALS: ±0.05mm ANGLES: ±0.5°		FINISH: SURFACE: 320 EDGES: 100		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
DESIGN	NAME	SIGNATURE	DATE	TITLE			
APP'D	Rodrigo			Dispositivo Experimental			
CHK'D				Montagem			
APP'VD				DWG NO. A3			
IMG				SCALE: 1:1			
QA				SHEET 01			
				MATERIAL			
				WIDCH:			

APÊNDICE B – PROGRAMA UTILIZADO NO MATLAB

```

% Modelo Teorico de uma secao 74unção para analise de um dispositivo
experimental
% programa 74unção74rio7474 por TAVARES, (2009) adaptado pelo o
autor, (2017).

% Obs(1): As unidades utilizadas nesse programa 74unçã no SI
% Obs(2): Acerca da nomenclatura de 74unção74ri com as mesmas iniciais

% Geralmente: As 74unção74rio74 em d referem-se aos dados do conjunto
% As 74unção74rio74 em v referem-se aos dados da viga
% As 74unção74rio74 em m referem-se aos dados do spring wire/fio-mola
% As 74unção74rio74 em f referem-se aos dados de 74unção do sistema
% As 74unção74rio74 em th referem-se aos dados de torcao do sistema
% As 74unção74rio74 sem letras complementares referem-se aos dados de uma
secao
% 74unção 2-D de 74unção74rio concentrados
% As 74unção74rio74 em s referem-se as matrizes
% As 74unção74rio74 em h referem-se à algumas 74unção74ri
74unção74rio747474
% As 74unção74rio74 em k referem-se as 74unção74ri 74unção74rio7474 pelos
loops do programa

% Entrada de dados do dispositivo experimental (Dados obtidos 74unção74 do
SolidWorks)

x1=0.01733; % x1 ; distancia do cg ao eixo elástico do conjunto asa e eixo
m1d=0.880; % m1 ; massa do conjunto asa e eixo
md=1.7326; % md ; massa do dispositivo experimental onde sofre ação de
torção e flexão
rgd= 0.052; % rfg ; raio de giração do dispositivo
Id=m1d*(rgd)^2; % Id ; momento de Inércia do conjunto asa e eixo

% Entrada dos dados das Vigas (Flexão)

ev=0.001;% ev ; espessura da viga
lv=0.20; % lv ; comprimento da viga
hv=0.02;% hv ; altura da viga
Ev=205*10^9; % Ev ; Modulo de elasticidade transversal da viga
Iv=((hv*(ev^3))/12);% Iv ; Momento de 74unç de cada viga

% Calculo 74unção74rio de 74unção

kfd=4*(12*Ev*Iv)/(lv^3); % kfd ; rigidez do modo de 74unção do dispositivo
wf=(kfd/md)^(1/2); % wf ; 74unção74rio angular do modo de 74unção
ff=wf/(2*pi); % ff ; 74unção74rio do modo de 74unção (Hz)

% Entrada dos dados do fio de mola (Torção)

re=0.0075; % re ; raio do eixo no qual passa o fio-mola
Em=207*10^9; % Em ; Modulo de elasticidade transversal do aco-mola
Dm=0.001; % Dm ; 74unção74r do fio-mola
lm=0.03811; % lm ; distancia do eixo ao anel que fixa o fio-mola
simplesmente apoiado
Im=(pi*Dm^4)/64; % Im ; momento de 74unç do fio-mola

% Calculo da 74unção74rio de torcao

```

```

kthd=1*(3*Em*Im)*((lm)/(lm+re))*(1/lm); % kthd ; rigidez do modo de torção
do dispositivo
wth=(kthd/Id)^(1/2); % wth ; 75unção75rio angular do modo de torção
fth=wth/(2*pi); % fth ; 75unção75rio do modo de torção (Hz)

% Dados concentrados da secao 75unção

ld=0.4; % ld ; largura do 75unçã de vento da UCS
b=0.100; % b ; semi-corda
a=-0.5; % a ; 75unção75rio75 do centro de cisalhamento
p=1.1; % p ; densidade do ar
m1=md/ld; % m1 ; massa do conjunto de asa e eixo por unidade de
comprimento
m=md/ld; % m' ; massa do dispositivo por unidade de comprimento
I=Id/ld; % I' ; momento de Inercia asa e eixo por unidade de comprimento
S=x1*m1; % S' ; momento 75unção75r da asa e eixo por unidade de comprimento
r=sqrt(I/m); % r ; raio de giracao
x=S/m; % x ; distancia do cg ao centro de cisalhamento
um=m1/(pi*p*b^2); % um ; 75unçã de massa
R2=(wf/wth)^2; % R2 ; razão entre as 75unção75rio75 ao quadrado

% Adimensionalizacao dos 75unção75rio e 75unção75ri do Metodo V-G

rth2=(r/b)^2; % rth2 ; raio de giracao adimensionalizado ao quadrado
xth=x/b; % xth ; distancia adimensionalizada do cg ate o cc
i=sqrt(-1); % número 75unção75rio
result1=zeros(2,1000);
result2=zeros(2,1000);
veloci=zeros(2,1000);
for kk=1000:-1:1; rk=kk*0.01;

    % Calculo da 75unção de Theordosen

    C=0.5+0.0075/(i*rk+0.0455)+0.10055/(i*rk+0.3); % C; Função de
Theordosen1

    % C = 1-(0.165/(1-((0.0455*i)/rk)))-(0.335/(1-((0.3*i)/rk)));

    % Matriz de massa

    ms=[ 1 xth
         xth rth2];

    % Matriz de rigidez

    ks=[ R2 0
         0 rth2];

    % Matriz aerodinamica

    lh=1-i*2*C/rk; % sustentação referente ao modo de flexao
    la=.5-i*(1+2*C)/rk-2*C/rk/rk; % sustentação referente ao modo de
torção
    mh=0.5; % momento referente ao modo de flexão
    ma=3/8-i/rk; %momento referente ao modo de torção
    aero=[ lh la-(.5-a)*lh

```

```

                mh-(.5+a)*lh ma-(.5+a)*(1a+mh)+(.5+a)*(.5+a)*lh]/mu; % matriz
aerodinâmica

% aplicação do Método V-G

    ddd=eig(inv(ks)*(aero+ms));
    rrr=real(ddd); % parte real do autovalor
    iii=imag(ddd); % parte imaginaria do autovalor
    rst1(:,kk)=sqrt(1./rrr);
    rst2(:,kk)=iii./rrr;
    rstt(:,kk)=rst1(:,kk)*fth;
    vel(:,kk)=sqrt(1./rrr)/rk;
    vell(:,kk)=vel(:,kk)*b*wth;

end

% Gráficos e apresentacao dos resultados

figure(1);
plot(vell(1,:),rstt(1:,'.b',vell(2,:),rstt(2:),'r'),
axis([0.0 20.0 0 10]),xlabel('Velocidade [m/s]'),ylabel('Frequência
[Hz]'),grid;

figure(2);
plot(vell(1,:),rst2(1:,'.b',vell(2,:),rst2(2:),'r'),
axis([0 20 -0.5 0.1]),xlabel('Velocidade [m/s]'),ylabel('Amortecimento
artificial - g'),grid;

```