

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO**

TOMAZ DE JESUS DA SILVA FERNANDES JUNIOR

**ANÁLISE ESTATÍSTICA E DINÂMICA DO IBOVESPA
COMO FUNÇÃO DO DÓLAR E DO DOW JONES IV**

CAXIAS DO SUL

2016

TOMAZ DE JESUS DA SILVA FERNANDES JUNIOR

**ANÁLISE ESTATÍSTICA E DINÂMICA DO IBOVESPA
COMO FUNÇÃO DO DÓLAR E DO DOW JONES IV**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de graduação em
Engenharia de Controle e Automação da
Universidade de Caxias do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto
Bender

CAXIAS DO SUL

2016

TOMAZ DE JESUS DA SILVA FERNANDES JUNIOR

**ANÁLISE ESTATÍSTICA E DINÂMICA DO IBOVESPA
COMO FUNÇÃO DO DÓLAR E DO DOW JONES IV**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de graduação em
Engenharia de Controle e Automação da
Universidade de Caxias do Sul

Orientador: Prof. Doutor Fernando
Augusto Bender

Aprovado (a) em ____/____/____

Banca Examinadora:

Presidente

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Augusto Bender
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Prof. Dr. Sandro Rogério dos Santos
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Prof. PhD. Leandro Luis Corso
Universidade de Caxias do Sul – UCS

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero agradecer a Deus, por me dar força e saúde para conseguir alcançar mais esta etapa.

A esta instituição, seu corpo docente, direção e administração, que oportunizaram eu estar vivenciado esta nova etapa de minha carreira.

Agradeço também, ao colega Guilherme Leite, por disponibilizar parte do seu tempo para me explicar detalhadamente o seu trabalho, dando melhores condições para que eu pudesse desenvolver melhor este trabalho.

A minha esposa Débora, por todos os momentos de felicidade que passamos juntos, pelo seu apoio, por compreender a minha ausência em diversos momentos e, principalmente, por ter dado a luz a meu filho Guilherme, o qual modificou a minha vida completamente há dois anos e me mostrou que uma das maiores alegrias da vida está nos gestos mais simples de uma criança.

A meus pais Carmen e Tomaz, por todo amor que sempre demonstraram, além da educação e apoio que me deram.

Por fim, a todos que direta ou indiretamente fizeram parte de minha formação.

*“Faça as coisas o mais simples que puder,
porém não as mais simples.”*

Albert Einstein

RESUMO

Este trabalho é a sequência de Identificação de Processos Geradores de Séries Temporais Financeiras III, segundo Leite (2016). Com base nisso, esta edição procurou realizar todos os testes possíveis para verificar a existência de um modelo ideal para realizar a projeção em determinadas faixas de correlação. Este trabalho realizou também diversos testes com a classe de modelo Arix, fazendo a varredura completa de diversas possibilidades, alterando o número de coeficientes tanto autoregressivos bem com os do sinal exógeno, avaliando, por sua vez, o erro médio e erro máximo de todos os modelos. Além disso, a sua principal contribuição foi a verificação da degradação de cada modelo ao longo do período, através da análise dos erros, isto foi realizado com o objetivo de diminuir o custo computacional para a realização da projeção.

Palavras-chave: Séries temporais, Arix, exógeno, autoregressivos, coeficientes.

ABSTRACT

This work is the sequence of Identification of Processes Generating Financial Time Séries III, according to Leite (2016). Based on this, this work tried to perform all the possible tests to verify the existence of an ideal model to realize the projection in certain correlation bands. This work also performed several tests to deplete the Arix model class, making a complete scan of all possibilities, changing the number of both autoregressive coefficients as well as those of the exogenous signal, evaluating, in turn, the mean error and maximum error of all models. In addition, its main contribution will be the verification of the degradation of each model over the period, through the analysis of the errors, with the purpose of reducing the computational cost for the realization of the projection.

Keywords: Time séries, Arix, exogenous, autoregressive, coefficients.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Exemplo de Série Estacionária	18
Figura 2- Exemplo de Série não Estacionária	18
Figura 3- Correlação do Ibovespa com o Dólar	21
Figura 4- Correlação do Ibovespa com o Dow Jones.....	22
Figura 5– Análise de Correlação por Período	27
Figura 6- Erro Médio Dow Jones janela de 600 amostras.....	30
Figura 7- Erro Máximo Dow Jones janela de 600 amostras	30
Figura 8- Erro Médio Dow Jones janela de 300 amostras.....	31
Figura 9- Erro Máximo Dow Jones janela de 300 amostras	32
Figura 10- Erro Médio Dow Jones janela de 900 amostras.....	33
Figura 11- Erro Máximo Dow Jones janela de 900 amostras	33
Figura 12- Erro Médio Dow Jones janela de 1200 amostras.....	34
Figura 13- Erro Máximo Dow Jones janela de 1200 amostras	34
Figura 14- Erro Médio Dow Jones janela de 1500 amostras.....	35
Figura 15- Erro Máximo Dow Jones janela de 1500 amostras	35
Figura 16- Erro Médio Dólar janela de 300 amostras	36
Figura 17- Erro Máximo Dólar janela de 300 amostras	37
Figura 18- Erro Médio Dólar janela de 600 amostras.....	37
Figura 19- Erro Máximo Dólar janela de 600 amostras	38
Figura 20- Erro Médio Dólar janela de 900 amostras.....	38
Figura 21- Erro Máximo Dólar janela de 900 amostras	39
Figura 22- Erro Médio Dólar janela de 1200 amostras.....	39
Figura 23- Erro Máximo Dólar janela de 1200 amostras	40
Figura 24- Erro Médio Dólar janela de 1500 amostras.....	40
Figura 25- Erro Máximo Dólar janela de 1500 amostras	41
Figura 27- Degradação do Erro de um Modelo (Dólar)	45
Figura 28- Degradação do Erro de um Modelo 2 (Dólar)	47
Figura 29 – Erro Médio Coeficientes Variáveis Dow Jones.....	49
Figura 30 - Erro máximo coeficientes variáveis Dow Jones	49
Figura 31- Erro Médio Coeficientes Variáveis Dólar.....	50
Figura 32- Erro máximo coeficientes variáveis Dólar	51

LISTA DE ABREVIATURAS

AR	Modelo Autorregressivo
ARX	Modelo Autorregressivo com Entradas Exógenas
ARI	Modelo Autorregressivo Integrado
ARIX	Modelo Autorregressivo Integrado com Entradas Exógenas
ARiX#	Função Arix com o Dow Jones como entrada exógena
ARiX\$	Função Arix com o Dólar como entrada exógena
EMA	Erro Médio Absoluto
EMAX	Erro Máximo Absoluto
Ibovespa	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
$u(t)$	Série principal
$v(t)$	Série exógena

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO	13
1.2	OBJETIVOS	13
1.2.1	Objetivo geral	13
1.2.2	Objetivos específicos	14
2	EMBASAMENTO TEÓRICO	15
2.1	IBOVESPA	15
2.2	DOW JONES	15
2.3	COTAÇÃO DO DÓLAR	16
2.4	SÉRIES TEMPORAIS	16
2.5	ESTACIONARIEDADE	17
2.6	DEPENDÊNCIA EXTERNA	19
2.6.1	Teste de dependência externa	19
2.6.2	Resultados obtidos no teste de dependência externa	20
2.7	MODELOS LINEARES DE ENTRADA E SAÍDA	23
2.7.3	Modelo Autorregressivo com entrada exógena	24
2.7.4	Modelo Autorregressivo Integrador com entrada Exógena	25
3	CONSIDERAÇÕES	26
3.1	ANÁLISE REGIÕES DE CORRELAÇÃO	29
3.2	VALIDADE DE UM MODELO	42
3.3	SINTONIA DA FUNÇÃO ARIX	48
4	CONCLUSÃO	52
	REFERÊNCIAS	53

1 INTRODUÇÃO

O estudo de predição de séries temporal é de extrema importância, pois, a partir de valores passados, é possível estimar o comportamento de uma série temporal antes que os mesmos aconteçam. Esta possibilidade de previsão sempre encantou o ser humano, pois, dessa forma, é possível reagir antes que um determinado evento ocorra. Além disso, a predição de séries temporais tem aplicação em inúmeras áreas, como na meteorologia, na astrofísica, nas ciências sociais e médicas, no tratamento e transmissão de sinais, na área da engenharia, no acompanhamento da taxa de câmbio de moedas e do mercado de ações.

Este trabalho é a quarta edição de uma sequência de estudos sobre o comportamento do índice da Ibovespa e sua relação com as cotações do Dólar e do Dow Jones. No primeiro trabalho, foram verificados testes de estacionaridade, onde se determinou, através dos testes realizados, que a série da Ibovespa não é estacionaria. Também se verificou a correlação entre a série da Ibovespa entre as cotações do Dólar e do Dow Jones, onde a princípio se verificou somente correlações positivas. A principal contribuição deste trabalho foi a de definir a classe de modelo que seria estudada, ou seja, através dos testes referentes à dependência externa e estacionaridade, verificou-se que a classe de modelo a ser usada seria a ARIX (Modelo Autorregressivo Integrador com entrada exógena).

No segundo trabalho, foi feita uma revisão dos resultados da primeira edição e verificou-se que existiam correlações negativas e não apenas positivas, o que foi dado o nome de mapa de correlações, onde se percebeu uma variação de correlação de -1 a $+1$, do Ibovespa com o Dólar e do Ibovespa com o Dow Jones. A principal contribuição da segunda edição foi justamente levantar esse mapa de correlações que nos permitiu para diferentes janelas, ou seja, horizontes de amostras passadas (dias anteriores), determinar em que momento, dentro de um determinado horizonte (tamanho da janela), o Ibovespa tinha qual correlação com o Dólar e com o Dow Jones. O segundo trabalho contribui ainda no desenvolvimento de um algoritmo simples para ponderar tamanho de janela e o valor de correlação, para a escolha de modelos que seriam utilizados em cada momento do Ibovespa.

Dando continuidade, a terceira edição explorou os modelos abordados na versão anterior, verificando o erro médio absoluto e erro máximo absoluto que cada

modelo tinha em cada momento do Ibovespa. Ainda nessa edição, foram realizados testes, onde se procurou determinar qual era o peso de cada coeficiente, devido ao alto custo computacional, já que estavam sendo utilizadas janelas de 600 amostras com 200 coeficientes. Percebeu-se haver a possibilidade de diminuir o tempo necessário para realização da projeção da série (custo computacional) através da diminuição do número de coeficientes.

A partir disso, esta edição realizará diversos testes para esgotar a classe de modelo Arix, fazendo a varredura completa, ou seja, realizando todas as variações dos coeficientes, tanto autoregressivos como os dos sinais exógenos, e avaliar o EMA e EMAX para cada configuração, mas não aplicando em toda a série, mas apenas em regiões específicas com determinadas correlações, buscando determinar quais modelos melhor se adequam às devidas correlações, ou seja, será segmentado a série temporal por intervalos de correlação com o Dólar e com o Dow Jones, para verificar se a correlação entre as séries possui um peso maior em relação ao número de coeficientes utilizados para a projeção.

Além disso, a principal contribuição desta quarta edição será determinar a validade de um modelo, ou seja, quantas vezes ou quantas amostras são possíveis utilizar o mesmo modelo para fins de predição e como é a deterioração do erro para determinados números de coeficientes.

1.1 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

Os modelos utilizados para a predição de séries temporais possuem uma grande importância nos resultados de uma determinada série. A escolha desse modelo necessita de um estudo prévio de acordo com as características da série, como o grau de correlação e verificação de estacionaridade da série, para que seja possível representar, da melhor maneira possível, o comportamento de uma série.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral desse trabalho é o de obter e aplicar os modelos de projeção da função Arix que expliquem as variações do Ibovespa no período do ano

de 2000 até o ano de 2014, utilizando ferramentas de matemática e estatísticas. Dessa forma, pretende-se determinar quais pontos a série possui uma maior correlação com o Dólar ou com o Dow Jones, e verificar a validade de um modelo quando aplicado a outras janelas através da análise do erro.

1.2.2 Objetivos específicos

- a) Determinar em que momentos a variação do índice depende de sinais externos ou não;
- b) Verificar o erro médio e máximo de cada período de acordo com sua correlação;
- c) Aplicar diferentes modelos em determinados períodos da série, de acordo com a sua correlação;
- d) Verificar a validade de um modelo no decorrer da série.

1.3 ÁREA DO TRABALHO

O trabalho é realizado utilizando os dados do índice da Ibovespa do período de 2000 a 2014 para efetivar a validação dos modelos. De cunho conceitual, embasa estatisticamente as escolhas dos modelos e de seus devidos parâmetros. Desta forma, com objetivo de alargar a abrangência das análises realizadas, serão realizados testes com diversos modelos com metodologia para projeção Arix, sendo os dados analisados antes de aplicar o modelo correto.

1.4 LIMITES DO TRABALHO

Sem a pretensão de determinar os próximos valores da série, esse trabalho pretende identificar um modelo que o melhor represente. Entende-se que a compreensão da evolução de uma série temporal é condição necessária para realizar os prognósticos acerca da mesma.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

Primeiramente, antes de detalhar os processos estatísticos abordados neste trabalho, será feita uma breve descrição das séries, ressaltando a importância do seu estudo. Em seguida, serão apresentados os conceitos estatísticos abordados nos trabalhos anteriores, e que são necessários para o entendimento das análises e dos testes realizados no decorrer desta edição.

2.1 IBOVESPA

O Índice Ibovespa (Indicador das Movimentações da Bovespa) é o indicador de maior importância no desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sendo de extrema confiança e contendo uma sistemática de fácil supervisão pelo mercado, o Índice Ibovespa pode ser considerado como o índice que melhor representa o comportamento médio das principais ações transacionadas. Ou seja, o objetivo principal do Ibovespa é o de auxiliar se mostrando como indicador médio do comportamento do mercado (BM&FBOVESPA, 2016).

Analisando o índice detalhadamente, verifica-se que ele reflete não apenas as variações dos preços das ações, mas também o impacto da distribuição dos proventos, sendo considerado um indicador que avalia o retorno total de suas ações componentes (BM&FBOVESPA, 2016).

As ações negociadas na BOVESPA geram um índice em tempo real, considerando os preços dos últimos negócios efetuados no mercado à vista (lote-padrão) com ações componentes de sua carteira. O índice da bolsa é divulgado pela rede de difusão interna da Bovespa. Dessa maneira, torna-se possível acompanhar seu comportamento em tempo real em qualquer lugar do Brasil ou do mundo (NETO, 2006).

2.2 DOW JONES

Atualmente, sendo uma referência para investidores e administradores de recursos estrangeiros do mundo inteiro, o Dow Jones é um dos indicadores de maior confiabilidade, sendo de extrema importância para a tomada de decisões de investimento. Este indicador tem sido amplamente acompanhado desde 1º de

outubro de 1928. O índice Dow Jones Industrial Average (DJIA) representa a New York Stock Exchange (NYSE) e, atualmente, pode ser considerado praticamente como um termômetro do mercado acionário norte americano. É composto por cerca de 30 ações industriais, tais como as da General-Motors e da Boeing, e seu valor é dado pela média ponderada dos valores das ações desse grupo (BM&FBOVESPA, 2016).

2.3 COTAÇÃO DO DÓLAR

De acordo com o Banco Central, a cotação do dólar é formada pelo saldo das operações de câmbio (compra e venda da moeda estrangeira e de títulos) registradas no Sisbacen ou o Sistema de Operações, Registro e Controle do Banco Central. Portanto, é o instrumento de comunicação computadorizado que interliga o Banco Central com as instituições financeiras, onde diariamente é feito o ajuste de posição, conforme o resultado das variações decorrentes das alterações das correlações paritárias utilizadas na conversão a dólares dos Estados Unidos das posições registradas na demais moedas (VECHIA, 2008).

2.4 SÉRIES TEMPORAIS

Uma série temporal é um conjunto de observações ou medidas realizadas de forma sequencial de algum fenômeno durante um intervalo de tempo. Conforme já comentado, a utilização de séries temporais se dá em diversas áreas do conhecimento, como, por exemplo:

- a) Meteorologia: temperatura diária, registro de marés;
- b) Medicina: níveis de eletrocardiograma ou eletroencefalograma;
- c) Economia: preços diário de ações, taxa de desemprego.
- d) Epidemiologia: casos semanais de sarampo, casos mensais de AIDS.

Como a maior parte dos procedimentos estatísticos tem sua principal utilização para a análise de observações independentes, o estudo de séries temporais exige, dessa forma, a utilização de técnicas específicas. Como este tema é muito amplo, e possui muitas áreas distintas, no decorrer deste trabalho, será abordado com maior profundidade o estudo da predição linear. Embora a predição da série esteja além dos limites deste trabalho, a abordagem da mesma apresenta a

literatura onde são feitas diversas considerações importantes sobre a aquisição de um modelo que esclareça a variação do sistema de interesse.

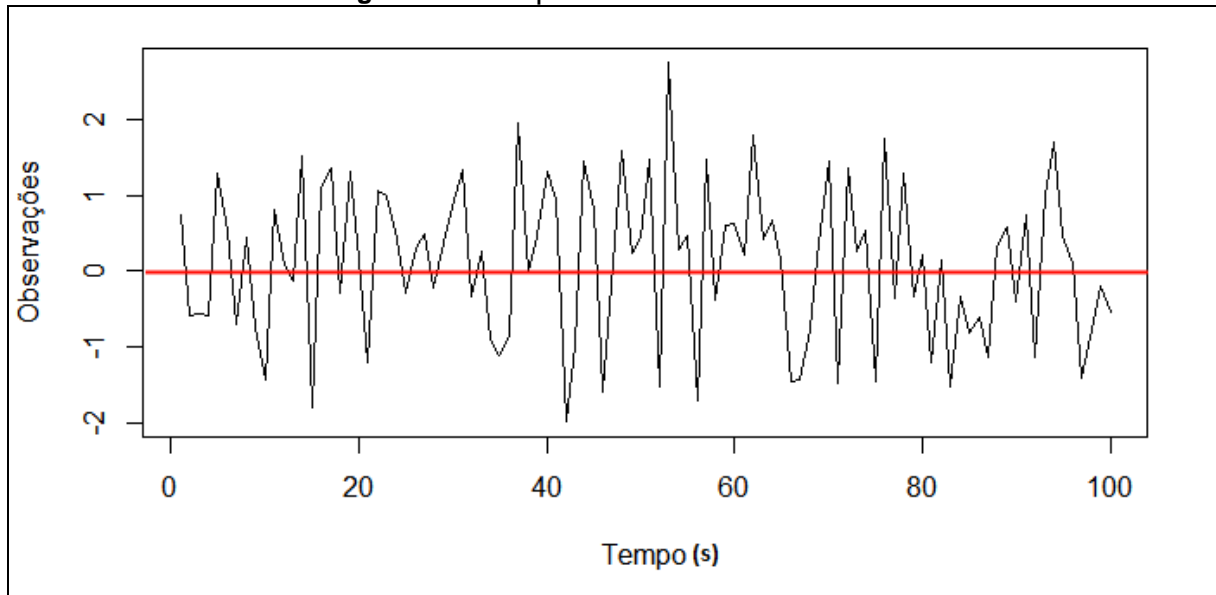
Além da área econômica e financeira, a predição linear pode ser utilizada em diversas áreas do conhecimento, como nas ciências da saúde, nas geociências e na engenharia. Por exemplo, na área da saúde, desde os batimentos cardíacos até os impulsos elétricos que percorrem o cérebro podem ser representados por séries temporais. Algumas séries, como as obtidas através do eletroencefalograma, apresentam comportamento periódico, o que faz com que a aplicação de métodos de predição linear tenha um bom resultado (OLIVEIRA, 2014).

Na área de vendas, por exemplo, pode se determinar os meses ou períodos do ano em que há maior quantidade de vendas de veículos, podendo, dessa forma, realizar o planejamento e a previsão da produção de determinado veículo a ser vendido em uma região. Na engenharia elétrica, principalmente em processamento digital de sinais, a análise de séries é amplamente utilizada (MAKHOUL, 1975). Na área da economia, a análise de séries pode ser utilizada para prever o comportamento de uma moeda, uma ação ou outro índice econômico que tenha uma variação (HILDEBRAND; LAING; ROSENTHAL, 1980).

2.5 ESTACIONARIEDADE

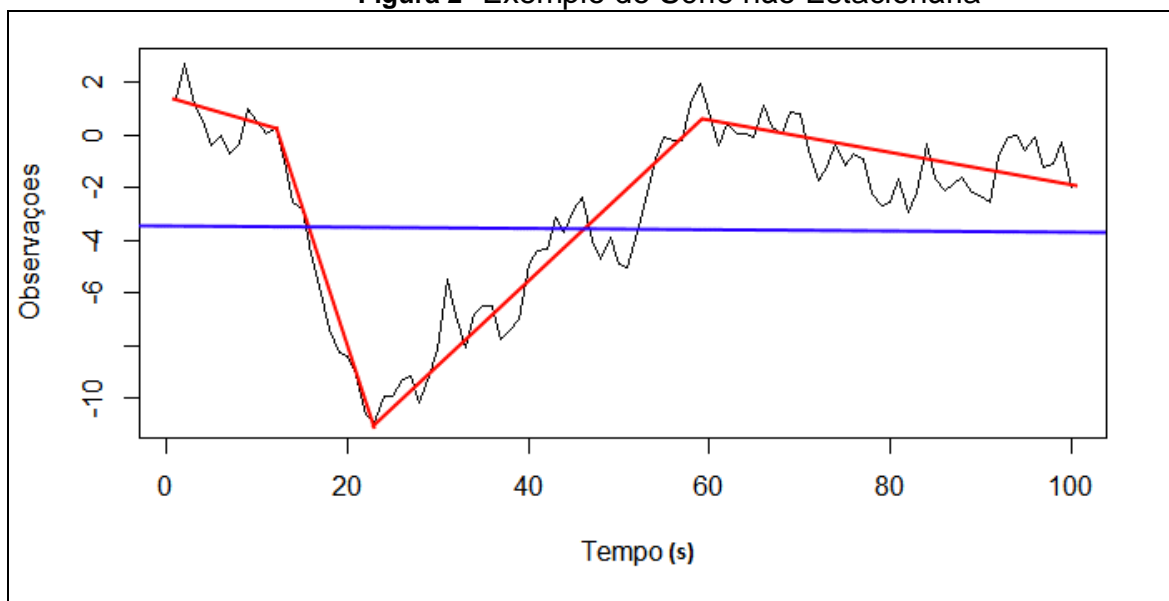
Um processo estacionário, rigorosamente é um processo estocástico, cuja distribuição de probabilidade não sofre variação ao longo do tempo. Características básicas como a média e a variância permanecem constantes ao longo do tempo. Séries temporais estacionárias são mais fáceis de se analisar e prever. Processos não-estacionários apresentam uma tendência que é um componente sistemático, linear ou não, que muda ao longo do tempo e não se repete, pelo menos durante a faixa de tempo em que ocorre a captura dos dados. Neste trabalho, serão consideradas estacionárias as amostras que apresentam características amplamente estacionárias (NALON, 2009).

Conforme já comentado, para ser considerada estacionário, os valores das amostras de uma série necessitam ficar em torno da média das mesmas, conforme podemos verificar no exemplo da Figura 1.

Figura 1- Exemplo de Série Estacionária

Fonte: Oliveira (2014)

Dessa forma, em uma série considerada não-estacionária, as observações seguem uma tendência, ou seja, as amostras da série não convergem para a média da série, como pode ser visto na Figura 2. Entretanto, assume-se que a variação máxima permitida de seus itens é de 1% em relação à média. Esse é o caso de séries amplamente estacionárias que consideram a média como característica estacionária utilizada para a caracterização da estacionaridade (SILVA; ANJOS; LIMA, 2011).

Figura 2- Exemplo de Série não Estacionária

Fonte: Oliveira (2014)

2.6 DEPENDÊNCIA EXTERNA

Uma forma de entender o comportamento de uma série é verificando se o seu comportamento não depende de valores de outra série externa. Quando isso acontece, dizemos que a série possui características exógenas. Para verificar se a série base deste trabalho pode ser considerada exógena, serão realizados testes de correlação do Ibovespa com dólar e com o valor da cotação do Dow Jones nos mesmos períodos. Os algoritmos foram programados utilizando o software Matlab, de forma a obter os resultados para cada teste.

Primeiramente, o objetivo principal de realizar uma análise de correlação é o de verificar a existência de um relacionamento entre as variáveis analisadas. Porém, não é apenas a informação que a análise de correlação nos apresenta. Com ela é possível, também, determinar a direção do relacionamento, para ver se se é positiva, negativa ou zero. Ou seja, a correlação pode variar entre os valores de 0 (nenhuma relação entre as variáveis), de -1 (relação inversa entre as variáveis) e de 1 (relação perfeita entre as variáveis) (DANCEY; REIDY, 2006).

2.6.1 Teste de dependência externa

Primeiramente, é necessário fazer a aquisição dos dados da série que se deseja analisar, como, por exemplo, as cotações da Ibovespa em um determinado período e atribuí-las a um vetor ($u(t)$). Da mesma forma, coletamos amostras das cotações Dow Jones no mesmo período e atribuímos a outro vetor de mesmo tamanho ($v(t)$), conforme nos mostra as equações 1 e 2.

$$u(t) = [i1, \dots, in] \quad (1)$$

$$v(t) = [d1, \dots, dn] \quad (2)$$

Seguidamente, obtemos a matriz de covariância ($r(t)$), conforme demonstrado na Equação 3 e, logo após isso, é encontrada a raiz da diagonal principal da matriz de covariância calculada na equação anterior ($d(t)$), como demonstrado na Equação 4.

$$r(t) = cov(z(t)) \quad (3)$$

$$d(t) = \sqrt{diag(r(t))} \quad (4)$$

Posteriormente é feito uma divisão, elemento a elemento, entre a matriz de covariância e sua diagonal principal ($c(t)$). Para fazermos isso, é necessário que seja multiplicada a diagonal principal pela sua transposta, para que obtenhamos as mesmas dimensões da matriz de covariância, conforme Equação 5.

$$c(t) = d(t) * d(t)' \quad (5)$$

Com a matriz de covariância obtida, realizamos a divisão, elemento a elemento, entre a matriz de covariância e a matriz com a diagonal principal ($b(t)$). Assim, obtem-se uma matriz com o coeficiente de correlação entre as duas séries no intervalo das amostras definidas, conforme Equações 6 e 7, respectivamente.

$$b(t) = r(t)/c(t) \quad (6)$$

$$b(t) = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.6.2 Resultados obtidos no teste de dependência externa

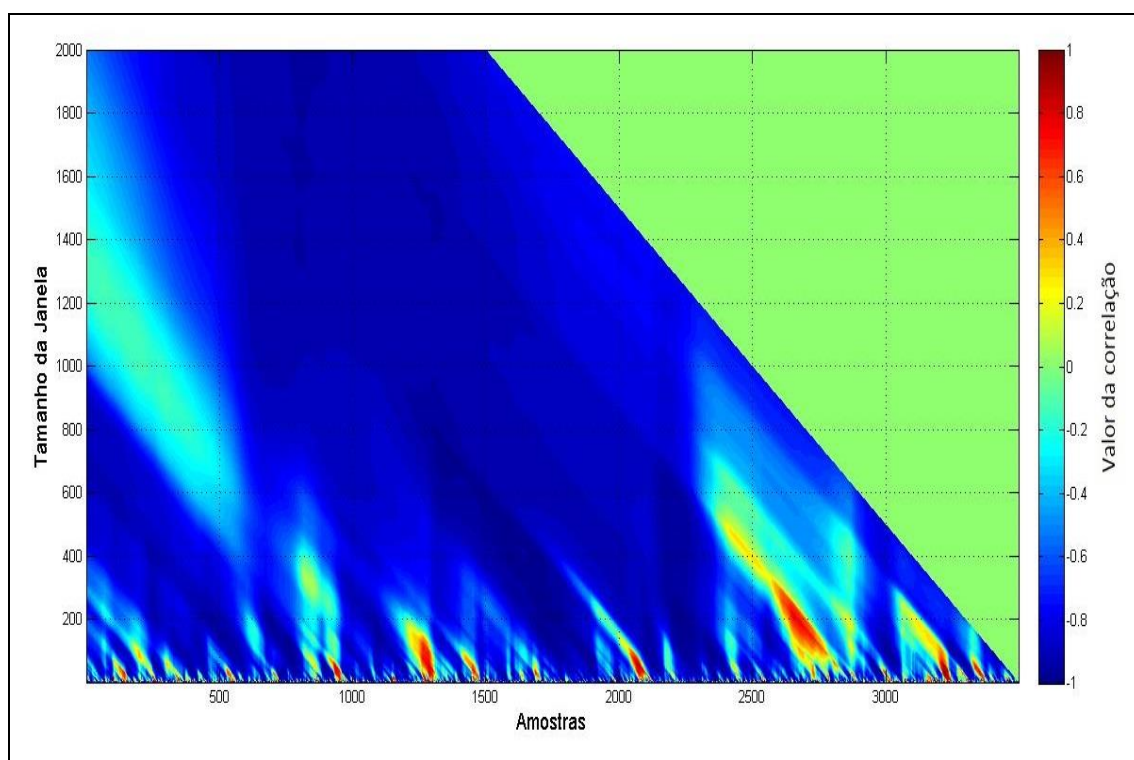
Para verificarmos os índices de correlação do Ibovespa com o Dolar e com as cotações do Dow Jones, foram realizados testes de dependência externa seguindo o processo citado acima. Dessa forma, serão apresentados os gráficos gerados pelo Matlab, com base nos valores calculados. Foram testadas janelas de 2 até 2000 amostras.

2.6.2.1 Gráfico de correlação

Conforme comentado, serão apresentados os gráficos de correlação, contendo os resultados dos cálculos dos coeficientes de correlação entre as séries em estudo. Será demonstrada a análise da janela de 2 até 2000. No gráfico apresentado, cada ponto refere-se a um coeficiente, representado por um ponto, onde o valor está associado às cores referentes ao índice de correlação, que variam de -1 a 1. As cores são apresentadas na barra lateral em conjunto de uma escala indicando o índice. A cor azul indica correlações negativas variando até o vermelho, que representa os valores positivos.

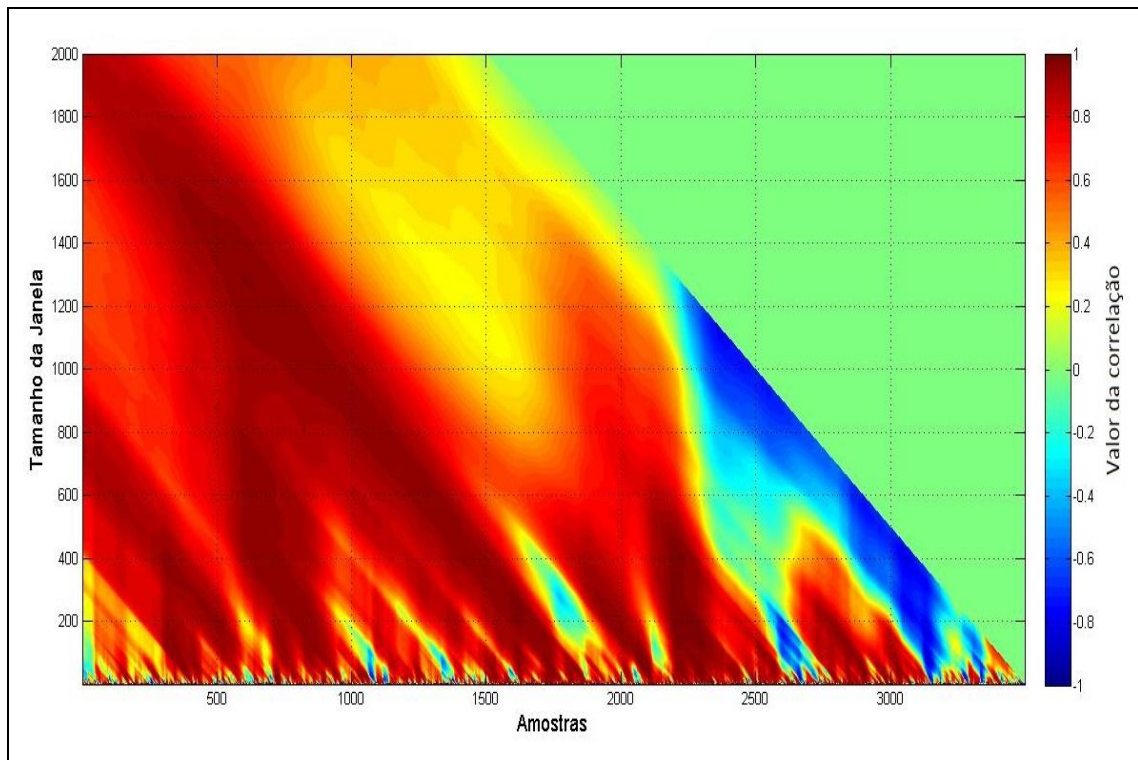
Na Figura 3 está representada a correlação entre o Ibovespa e o dólar e na Figura 4, entre o Ibovespa e o Dow Jones.

Figura 3- Correlação do Ibovespa com o Dólar



Fonte: Borsatti (2015)

Figura 4- Correlação do Ibovespa com o Dow Jones



Fonte: Borsatti (2015)

A região em verde, no canto superior direito, são pontos onde não temos respostas, devido ao tamanho da janela analisada. Como a quantidade de amostras possui um valor finito, elas limitam o avanço da série conforme o tamanho da janela aumenta, por exemplo, para uma série de 3 mil amostras, para janelas de 500, é possível fazer a análise de correlação até a amostra 2.500. Por conseguinte, para uma janela de 600 amostras aplicada na mesma série, somente seria possível verificar até a amostra 2400 da série. Isso está claramente expresso no gráfico.

Nota-se claramente que as séries externas analisadas em comparação ao Ibovespa possuem um comportamento predominante. Por exemplo, na série Dow Jones, observou-se uma predominância de valores positivos, ao contrário da série do Dólar, que apresentou uma predominância de valores negativos. Ambas as séries apresentam fortes correlações em algumas regiões com ponto forte de correlação atingindo valores próximos a 1 para o Dow Jones, e -1 para o dólar.

Mesmo assim, em determinadas regiões, há um comportamento inverso do restante da série, ou seja, apresentando baixa correlação e chegando a valores inversos da predominância: o Dow Jones, com uma região negativa e o dólar, com pequenas faixas positivas. De acordo com esses resultados, percebemos que a

série não depende somente do Dólar ou do Dow Jones, ou seja, por algum motivo, neste caso econômico ou financeiro, os índices das séries analisadas nem sempre seguem as mesmas tendências. Notamos, dessa forma, a real necessidade de utilizar modelos diferentes, para obter uma melhor explicação do comportamento da série ou até mesmo para realizar uma modelagem da mesma (LEITE, 2016).

2.7 MODELOS LINEARES DE ENTRADA E SAÍDA

Ao analisarmos o comportamento de uma série, notamos que podemos descrevê-la através de uma ou de diversas funções. As séries não-estacionárias necessitam de modelos diferentes dos disponíveis para as séries estacionárias (KAISER; MARAVALL, 2001).

Desta forma, como foi possível perceber que a série da Ibovespa não é estacionária, então, serão analisados somente os modelos que se aplicam a mesma. Os modelos utilizados para obter a autorregressão em modelos de predição linear são conhecidos como modelos autorregressivos (KANEMOTO, 1983). Esses modelos podem ser apresentados em algumas variações como AR, ARI, ARX e ARIX.

2.7.1 Modelo Autorregressivo

O modelo autorregressivo, também conhecido como AR, é o modelo utilizado para se obter uma autoregressão linear da forma mais simples dos modelos de predição linear. O AR pode ser representado conforme Equação 8.

$$A(q)y(t) = e(t) \quad (8)$$

Onde $y(t)$ é a saída do sistema, $A(q)$ é o polinômio com os coeficientes de regressão aplicada ao sistema, $e(t)$ é o ruído e q é o coeficiente da série. Com base nisso, o polinômio pode ser expandido das seguintes formas demonstradas nas Equações 9 e 10.

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \quad (9)$$

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-na) = e(t) \quad (10)$$

2.7.2 Modelo Autorregressivo Integrador

Como o modelo AR limita a sua aplicação a séries estacionárias, é necessário obter um modelo que possibilite a sua aplicação em séries não-estacionárias. O modelo Autorregressivo Integrador se baseia no modelo estudado anteriormente, porém esse modelo é conhecido como ARI. A diferença do modelo anterior para este é a inclusão de um integrador no ruído, gerando o modelo que pode ser visto na Equação 11.

$$A(q)y(t) = \frac{1}{1-q^{-1}} e(t) \quad (11)$$

2.7.3 Modelo Autorregressivo com entrada exógena

Embora a estacionaridade seja uma propriedade importante, além dela, é preciso levar em consideração se o comportamento da série não depende de valores de outras séries, conforme analisado no índice 2.6 deste trabalho, onde nota-se que, em algumas séries, o seu comportamento está diretamente ligado ao comportamento de outra série, ou seja, esta série pode ser tida como entrada e admitida como parte que explica o comportamento de $y(t)$.

Desta forma, o valor futuro da série não pode ser explicado somente pelos seus valores atrasados, mas pelos valores de outra variável (CARVALHO, 2008). A essa variável de entrada dá-se o nome de exógena. O modelo de autorregressão utilizado nessas séries é chamado de ARX. O modelo ARX pode ser representado conforme Equação 12.

$$A(q)y(t) = B(q)u(t-nk)e(t) \quad (12)$$

Onde $B(q)$ pode ser escrito como a Equação 13.

$$B(q) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb+1} \quad (13)$$

Enfim, o modelo ARX expandido segue conforme Equação 14.

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_1 u(t-nk) + b_2 u(t-nk-1) \\ + \dots + b_{nb} u(t-nk-nb+1) + e(t) \quad (14)$$

Onde na e nb são as ordens dos polinômios $A(q)$ e $B(q)$ e nk é o número de atrasos da saída para a entrada.

2.7.4 Modelo Autorregressivo Integrador com entrada Exógena

Seguindo o mesmo conceito abordado nos modelos dos índices anteriores, o modelo ARIX (Modelo Autorregressivo Integrador com entrada exógena) tem sua aplicação em séries não-estacionaridade e que possuem dependência de uma série externa.

Da mesma forma, como apresentado o modelo sem dependência exógena (ARI), o modelo ARIX inclui um integrador no ruído para representar uma série não estacionária, conforme Equação 15.

$$A(q)y(t) = B(q)u(t-nk) + \frac{1}{1-q^{-1}}e(t) \quad (15)$$

Onde $A(q)$ e $B(q)$ são os polinômios para a projeção da série, nk é o número de atrasos da saída para a entrada, $e(t)$ é o ruído, q é o coeficiente da série e $y(t)$ é a saída do sistema.

3 CONSIDERAÇÕES

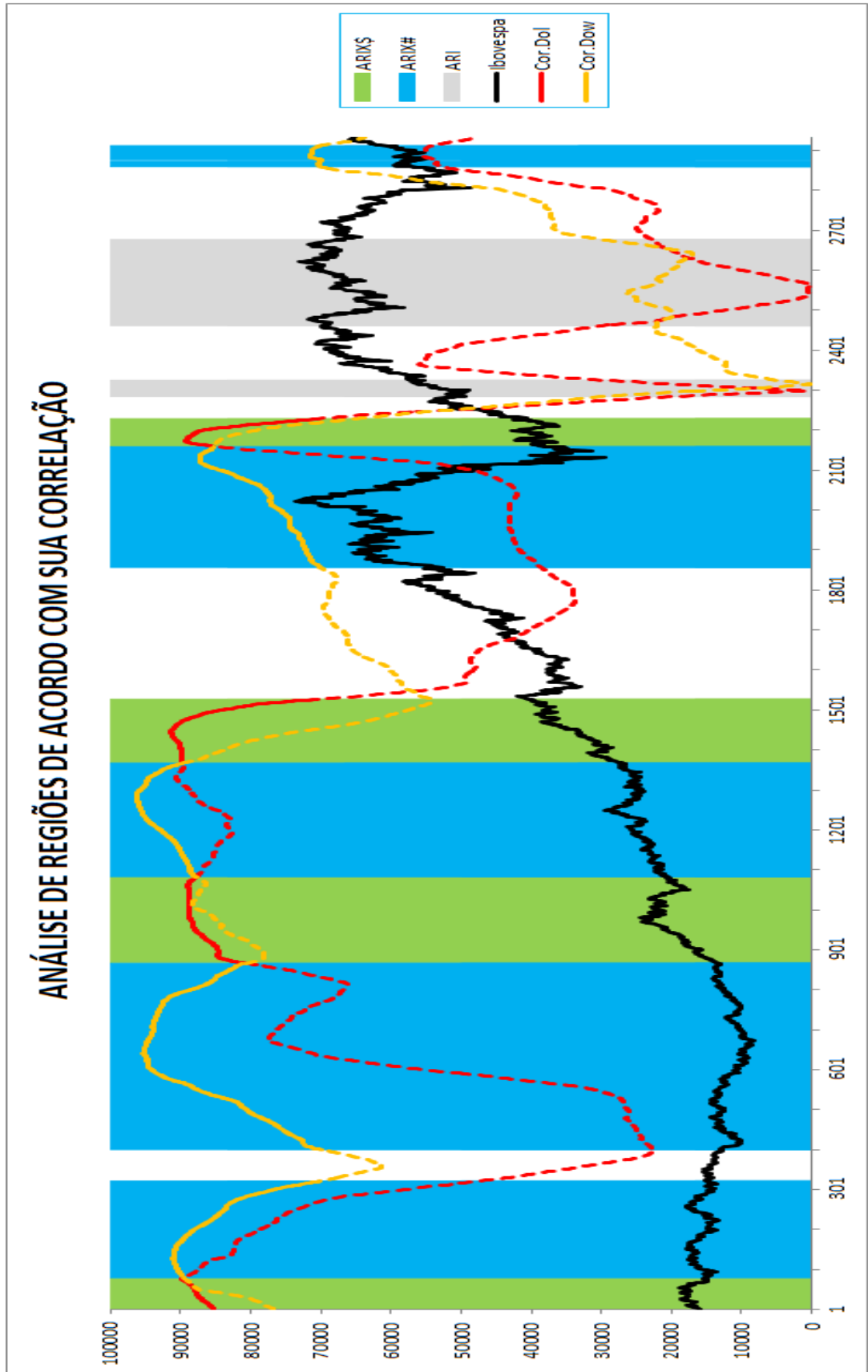
Com base no embasamento teórico apresentado anteriormente, a partir deste ponto, serão apresentados os diversos testes para ilustrar as características da série analisada. Desta forma, será realizada a análise de diferentes períodos para se obter um modelo de predição que represente a série apresentada. É interessante ressaltar que não é objetivo do trabalho realizar a predição, mas embasar estatisticamente a escolha dos modelos.

Os resultados que serão apresentados a seguir foram obtidos utilizando os comandos nativos do Matlab, onde, por meio da criação de um algoritmo, foi possível determinar os polinômios do modelo.

Desta forma, alguns dos resultados que serão apresentados, serão apresentados somente para determinadas regiões da série do Ibovespa que contenham uma característica que se deseja avaliar. Já em outros testes, será feita uma análise para toda a série, sempre comparando os resultados obtidos referentes ao Dólar e ao Dow Jones. A escolha dessas regiões foi determinada em conjunto com o orientador deste trabalho e de acordo com as correlações existentes em cada região.

Primeiramente, foi analisada toda a série da Ibovespa disponível (cerca de 3.000 amostras), ou seja, as cotações entre o período de 2000 a 2014, onde se procurou determinar em quais períodos as cotações do Ibovespa tiveram uma maior influência das cotações do Dow Jones ou do Dólar. O critério utilizado para determinar essa dependência foi a correlação, conforme pode se analisar na Figura 5.

Figura 5– Análise de Correlação por Período



Fonte: O Autor (2016)

Como já comentado, a correlação entre as séries determinou o método a ser utilizado. Neste gráfico, por exemplo, foi utilizado o método de projeção ARIX, para correlações maiores ou iguais a 0,7, e o método ARI, para projeções de períodos que obtiveram uma correlação menor ou igual a 0,3. Conseqüentemente, os valores intermediários a estes não foram aplicados nenhum método de projeção.

Desta forma, os períodos que possuem uma correlação igual ou maior que 0,7 com o Dow Jones e que sejam superiores à correlação com o Dólar, foram utilizados o método de projeção ARIX, tendo o Dow Jones como entrada exógena e sendo representada a região de aplicação do método pela cor azul e descritos pela legenda como ARIX#. Já os períodos em que o Dólar teve uma correlação maior ou igual a 0,7 em relação à série da Ibovespa e, conseqüentemente, teve uma correlação superior ao do Dow Jones. Estes períodos são caracterizados pelas regiões de cor verde no gráfico e são descritos na legenda como ARIX\$.

Com relação às correlações, são apresentadas no gráfico de acordo com método utilizado, ou seja, nos períodos onde foram utilizados os métodos ARIX e que a Ibovespa que possuía uma maior relação com o Dow Jones a correlação é representada no gráfico por uma linha continua de cor amarela e nos períodos onde não foi utilizado o Dow Jones como dependência externa a correlação é representada por uma linha tracejada da mesma cor. Da mesma forma, os períodos onde foram aplicados o método de projeção ARIX utilizando o Dólar como entrada exógena, as correlações são apresentadas no gráfico por uma linha continua e quando o Dólar não foi utilizado como dependência externa é representado por uma linha tracejada na cor vermelha (Fig. 5).

A partir dos resultados apresentados no gráfico, foram determinados períodos para aprofundar as análises usando outros métodos para entender melhor o comportamento da série em estudo, podendo, portanto, aperfeiçoar o modelo escolhido.

3.1 ANÁLISE REGIÕES DE CORRELAÇÃO

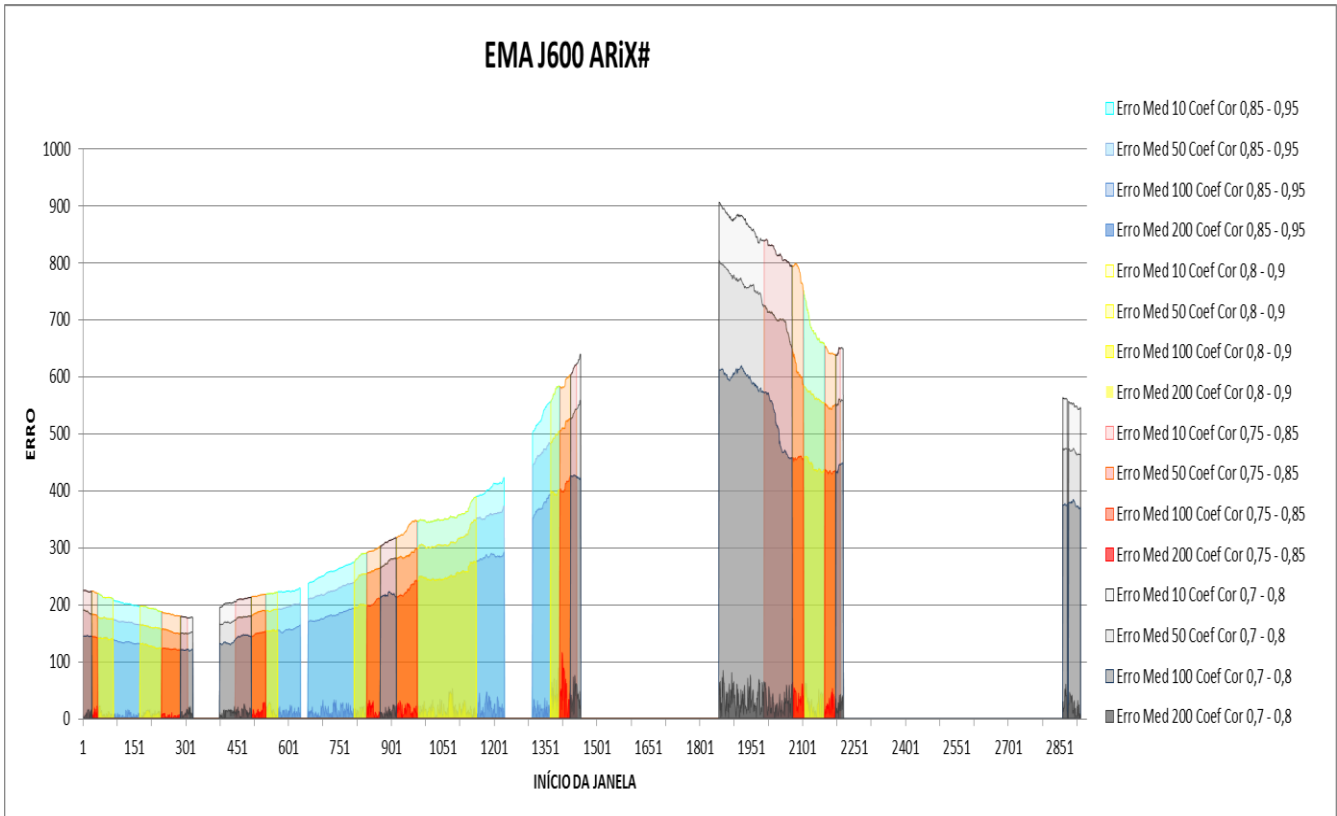
A partir deste ponto, foi feita uma análise da série de acordo com a suas correlações entre o Ibovespa e Dólar e Ibovespa e Dow Jones, onde se irá segmentar a série temporal por intervalos de correlação com o Dólar e com o Dow Jones. Serão aplicados diferentes modelos e verificado o erro médio absoluto (EMA) e o erro máximo absoluto (EMAX) para diferentes áreas de correlações.

O objetivo é o de verificar como se degrada a qualidade do modelo, ou seja, como o erro médio absoluto de previsão do Ibovespa, com base no Dow Jones e no Dólar, aumenta à medida que a correlação com o Ibovespa cai. Para não utilizar divisões abruptas, foram analisados os intervalos de correlações que se sobrepõem, como, por exemplo, correlações de 0,7 a 0,8, de 0,75 a 0,85, de 0,8 a 0,9 e de 0,85 a 0,95 entre o Ibovespa e Dow Jones.

Primeiramente, foram verificadas quais amostras são as iniciais de janelas de 600 amostras as quais têm correlações entre 0,7 a 0,8 entre o Dow Jones e o Ibovespa. Essas foram demarcadas no gráfico com uma determinada cor. Desta forma, dentro dessas janelas, foram obtidos modelos de 10, 50, 100 e 200 coeficientes sendo calculado o EMA e EMAX. Como esperado, quanto maior o número de coeficientes, menor o erro.

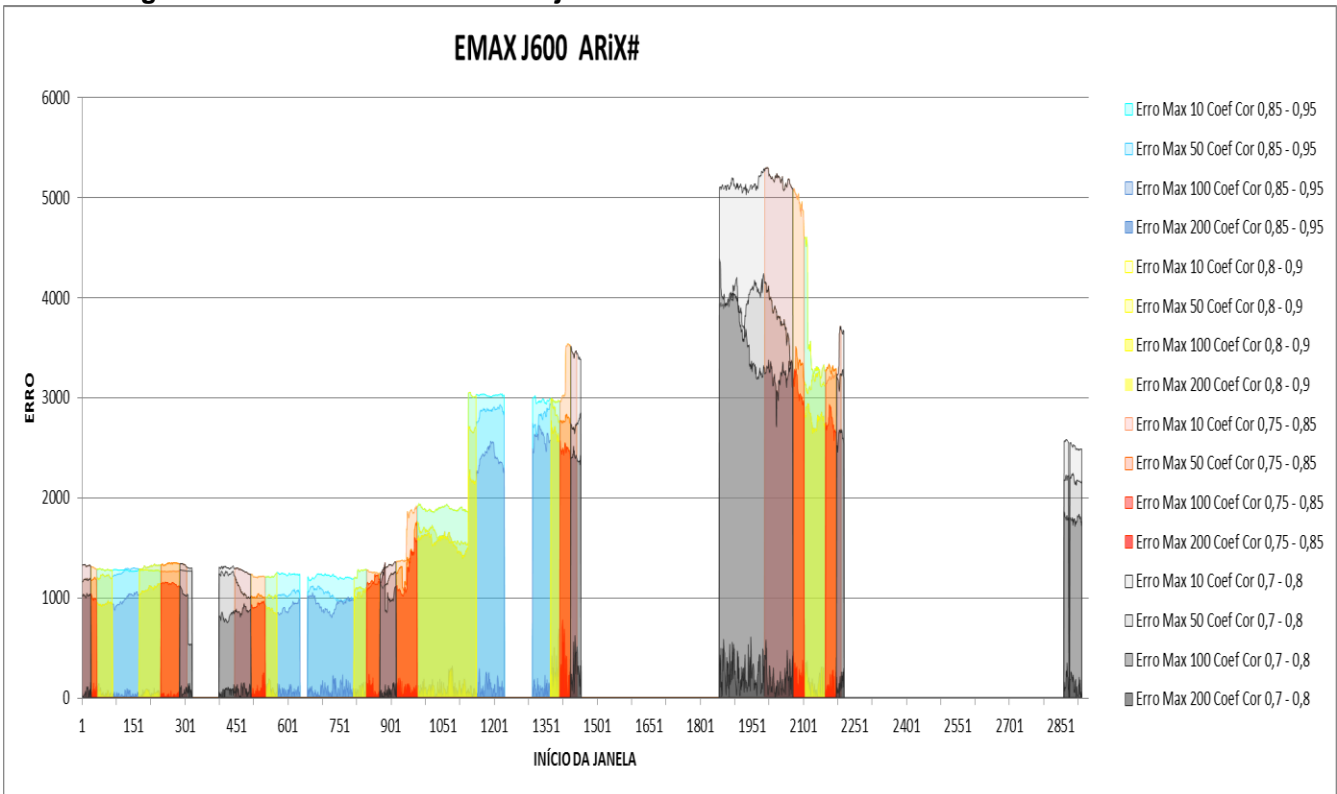
Posteriormente, com esse mesmo número de amostra do Ibovespa foi verificado a amostra inicial de janelas de 600 amostras que têm correlações entre 0,75 a 0,85 com o Dow Jones, e essas foram marcadas no gráfico com outra tonalidade. Evidentemente existe sobreposição, pois o intervalo entre 0,75 a 0,85 coincide em parte com o intervalo de 0,7 a 0,8. Para todas as regiões em que a correlação de 0,75 a 0,85 entre o Dow Jones e Ibovespa foi determinado os modelos dentro de cada uma das janelas e foi calculado o EMA e EMAX desses modelos, para a estimativa do Ibovespa onde os modelo tinham 10, 50, 100 e 200 coeficientes. A partir disso, foi repetido o processo para correlações entre 0,8 e 0,9 e 0,85 e 0,95, sendo cada intervalo representado no gráfico com uma tonalidade diferente. As Figuras 6 e 7 apresentam o EMA e EMAX, separados por período de correlação.

Figura 6- Erro Médio Dow Jones janela de 600 amostras



Fonte: O Autor(2016)

Figura 7- Erro Máximo Dow Jones janela de 600 amostras

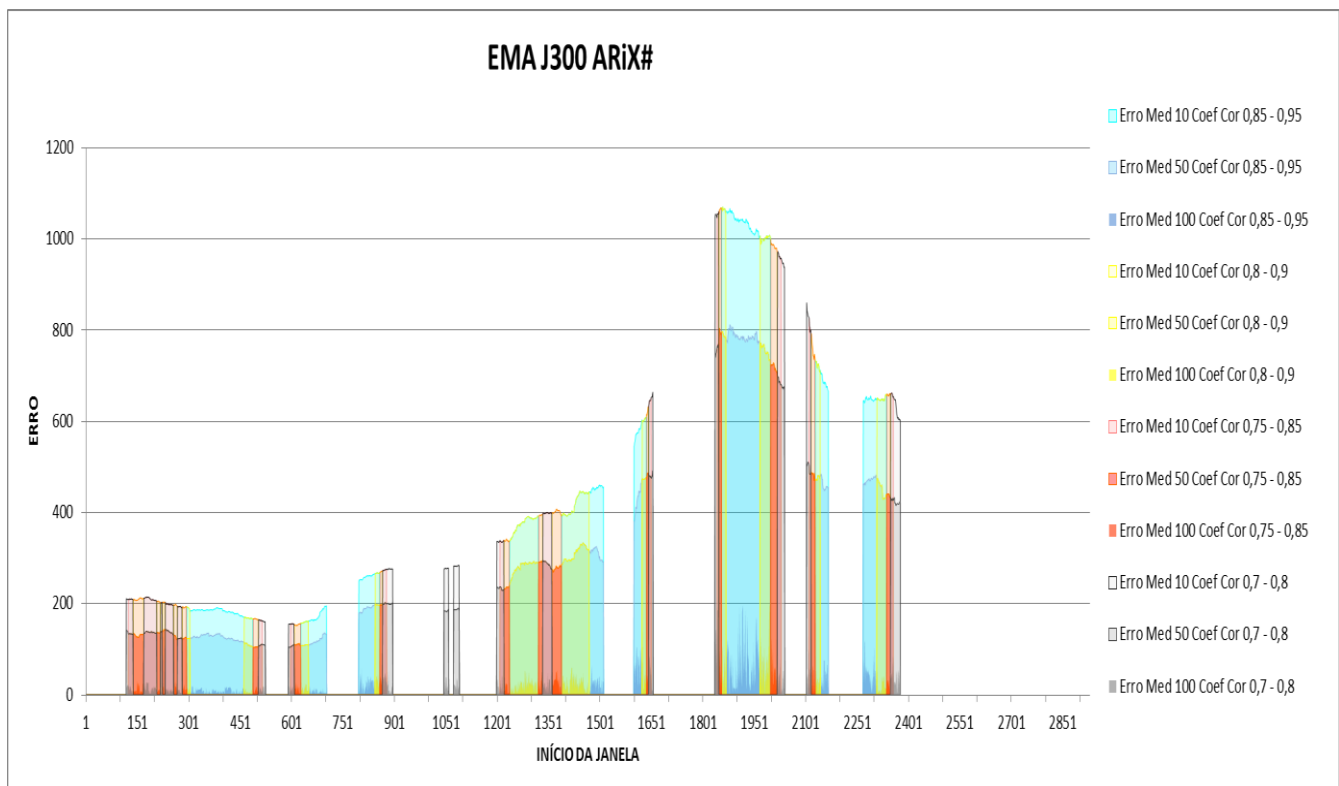


Fonte: O Autor(2016)

Foi verificado, a partir destes testes que, quanto maior o número de coeficientes, menor é o erro médio e que, a partir de 100 coeficientes, o erro diminui drasticamente quando comparado com os demais modelos. Entretanto, verificou-se, por exemplo, que correlações entre 0,7 e 0,8 entre Dow Jones e Ibovespa, por vezes, tem o erro médio maior e, em outros momentos, o erro médio é menor, quando comparado com as janelas de maior correlação com Dow Jones.

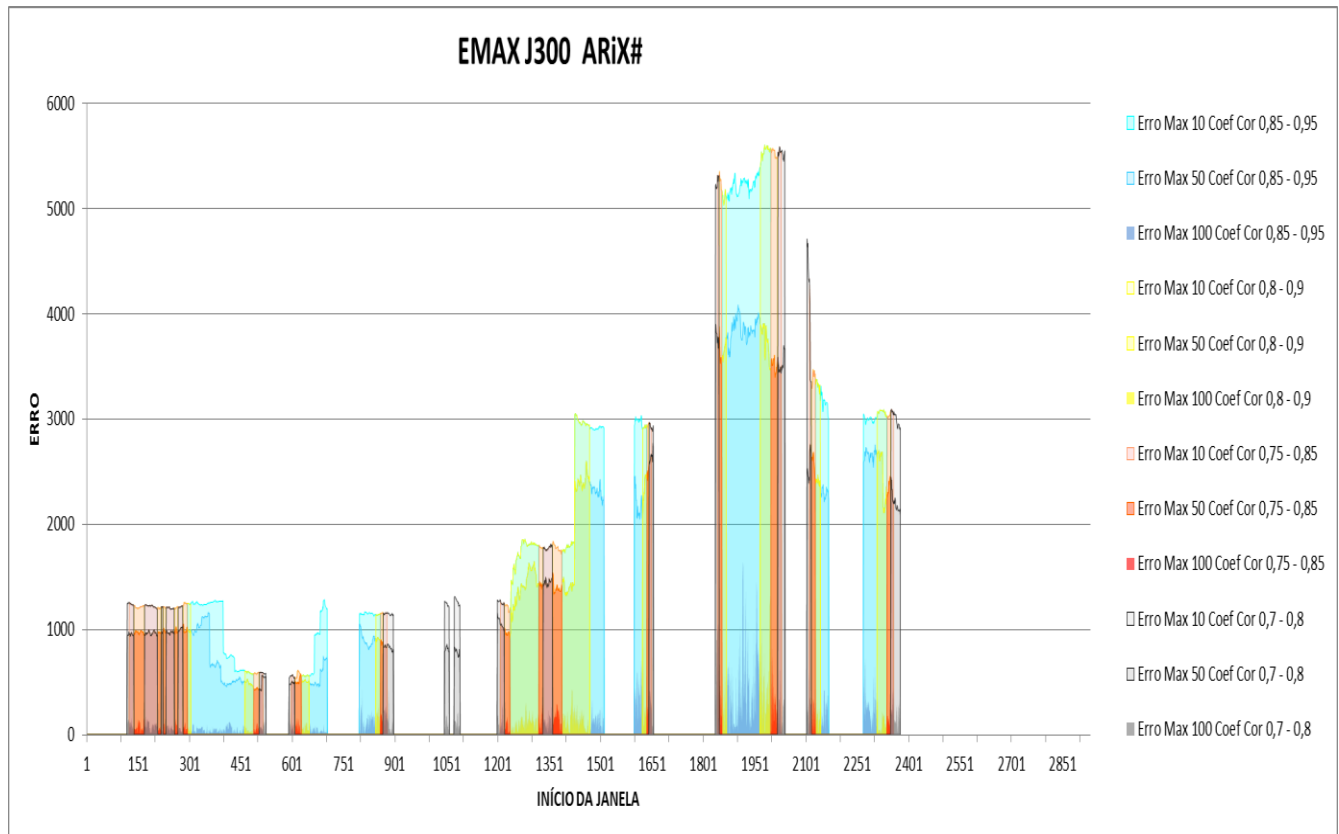
A expectativa era que, em janelas com maior correlação, o erro médio seria menor, mas, na verdade o que acontece é que, em determinadas regiões das amostras, o erro médio é menor, independentemente da correlação. A seguir, apresentado os gráficos referente a janela de 300 amostras (Figuras 8 e 9). É interessante ressaltar que as regiões para determinadas correlações, por exemplo, as que possuem correlações entre 0,7 e 0,8 para as janelas de 600 não serão obrigatoriamente as mesmas regiões para uma janela de 300 amostras, ou seja, as regiões de correlação são alteradas de acordo com o tamanho de cada janela.

Figura 8- Erro Médio Dow Jones janela de 300 amostras



Fonte: O Autor(2016)

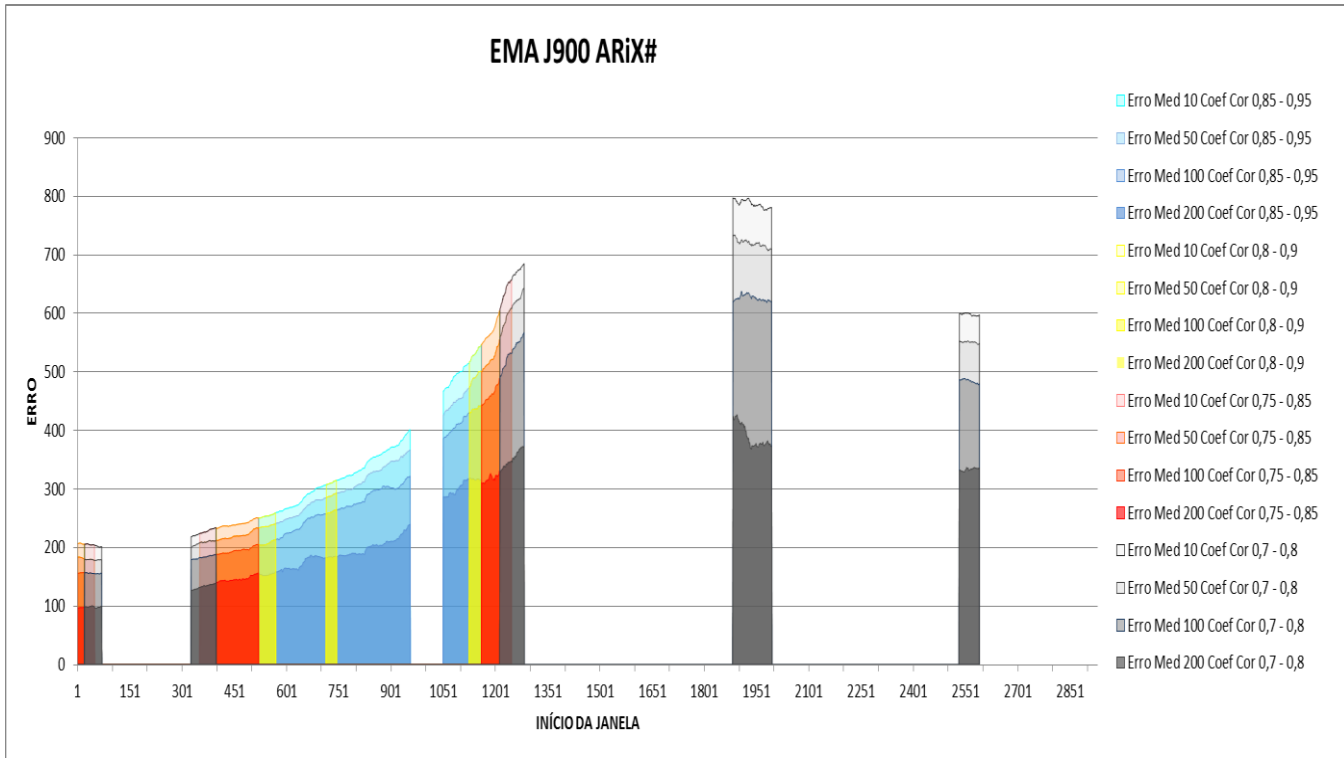
Figura 9- Erro Máximo Dow Jones janela de 300 amostras



Fonte: O Autor(2016)

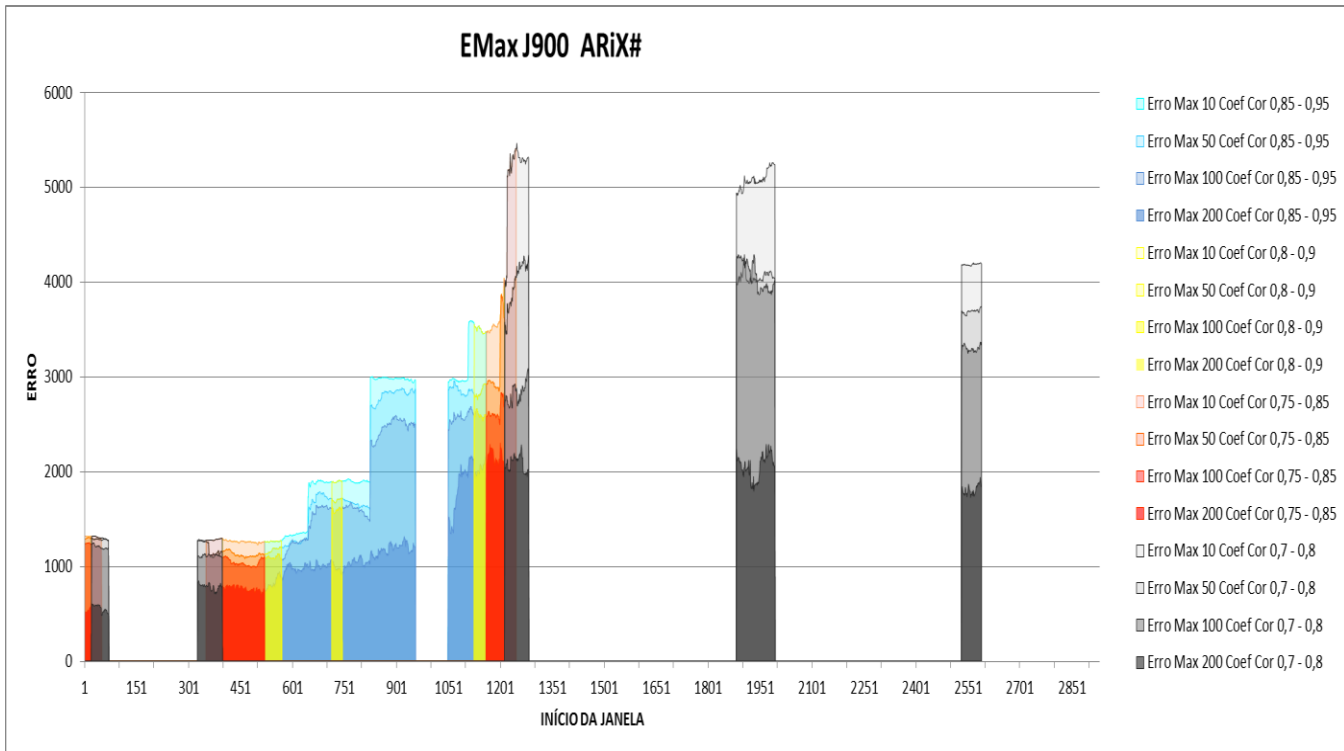
É possível verificar que o comportamento da série continua o mesmo, embora tenha sido alterado o tamanho da janela. Esse processo foi repetido para janelas de 900, 1200 e 1500 amostras e são apresentados nas Figuras 10 a 15.

Figura 10- Erro Médio Dow Jones janela de 900 amostras



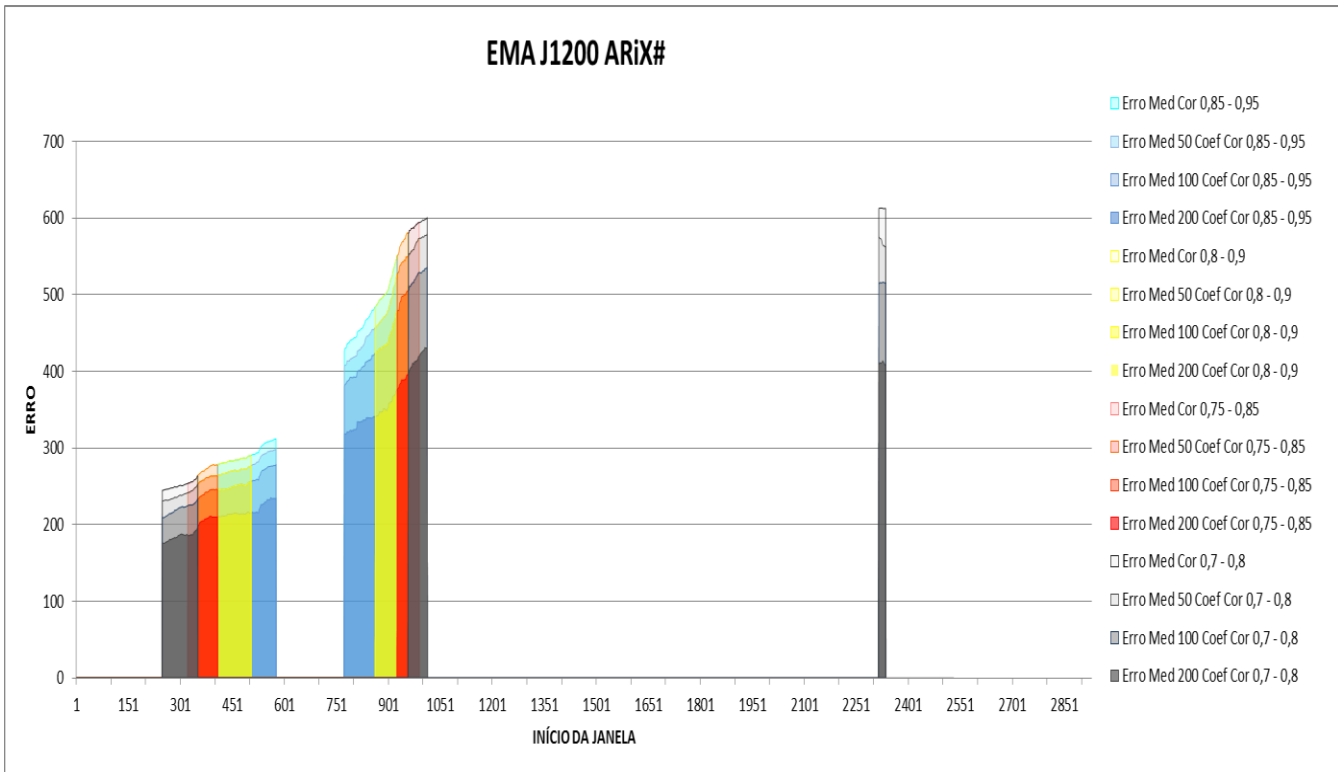
Fonte: O Autor(2016)

Figura 11- Erro Máximo Dow Jones janela de 900 amostras



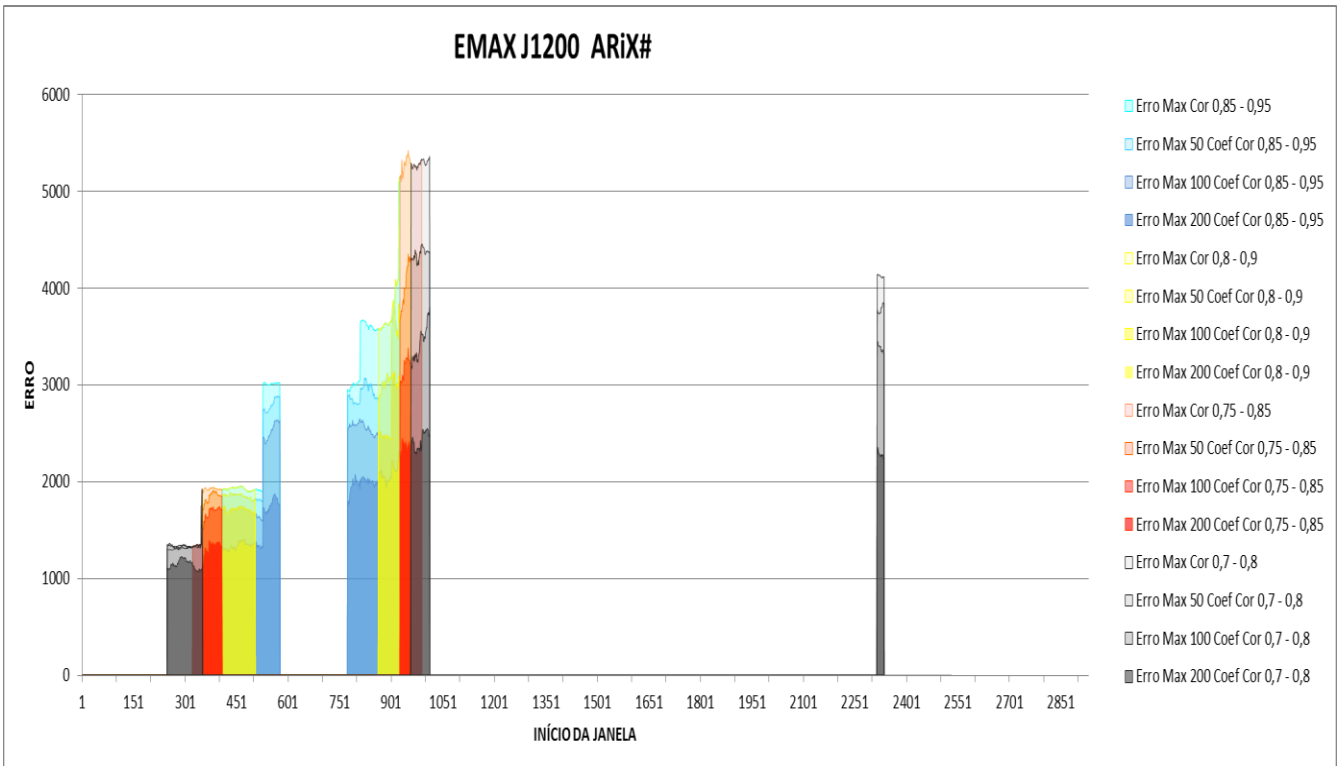
Fonte: O Autor(2016)

Figura 12- Erro Médio Dow Jones janela de 1200 amostras



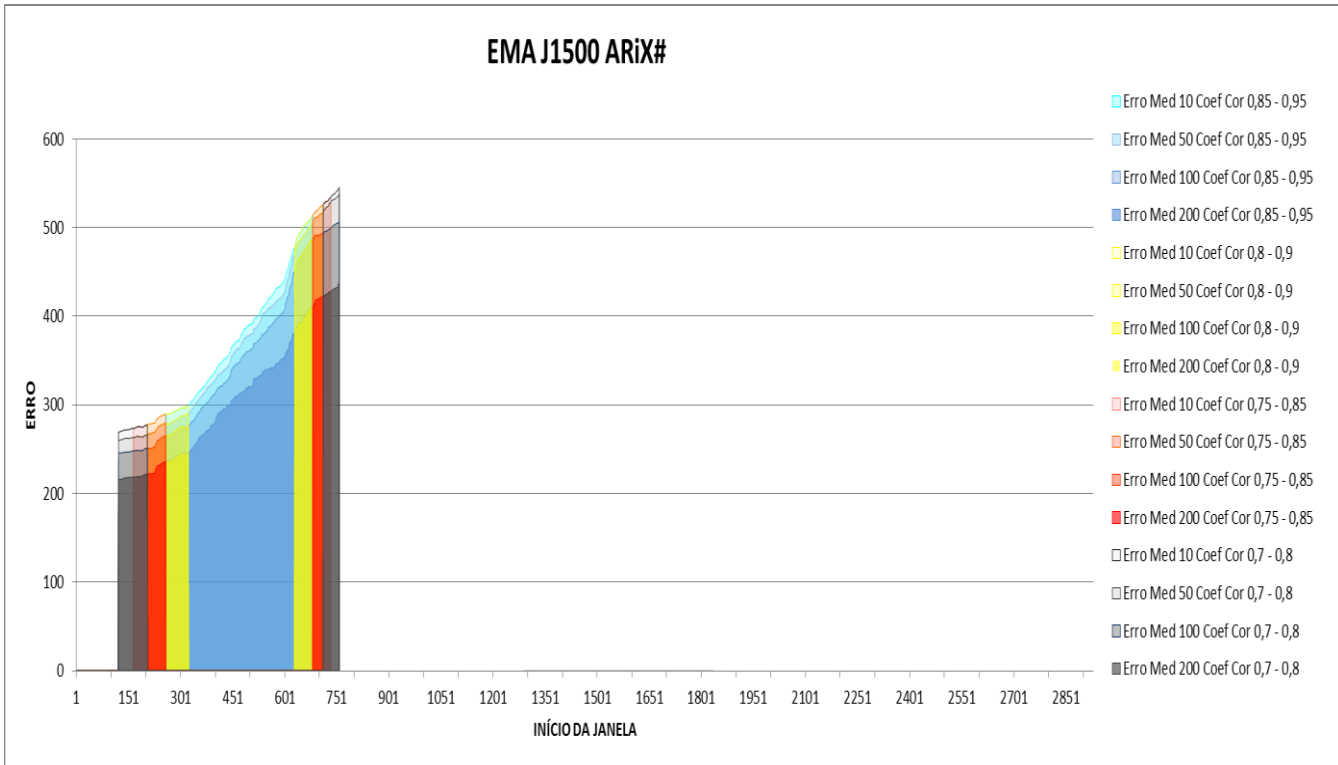
Fonte: O Autor(2016)

Figura 13- Erro Máximo Dow Jones janela de 1200 amostras



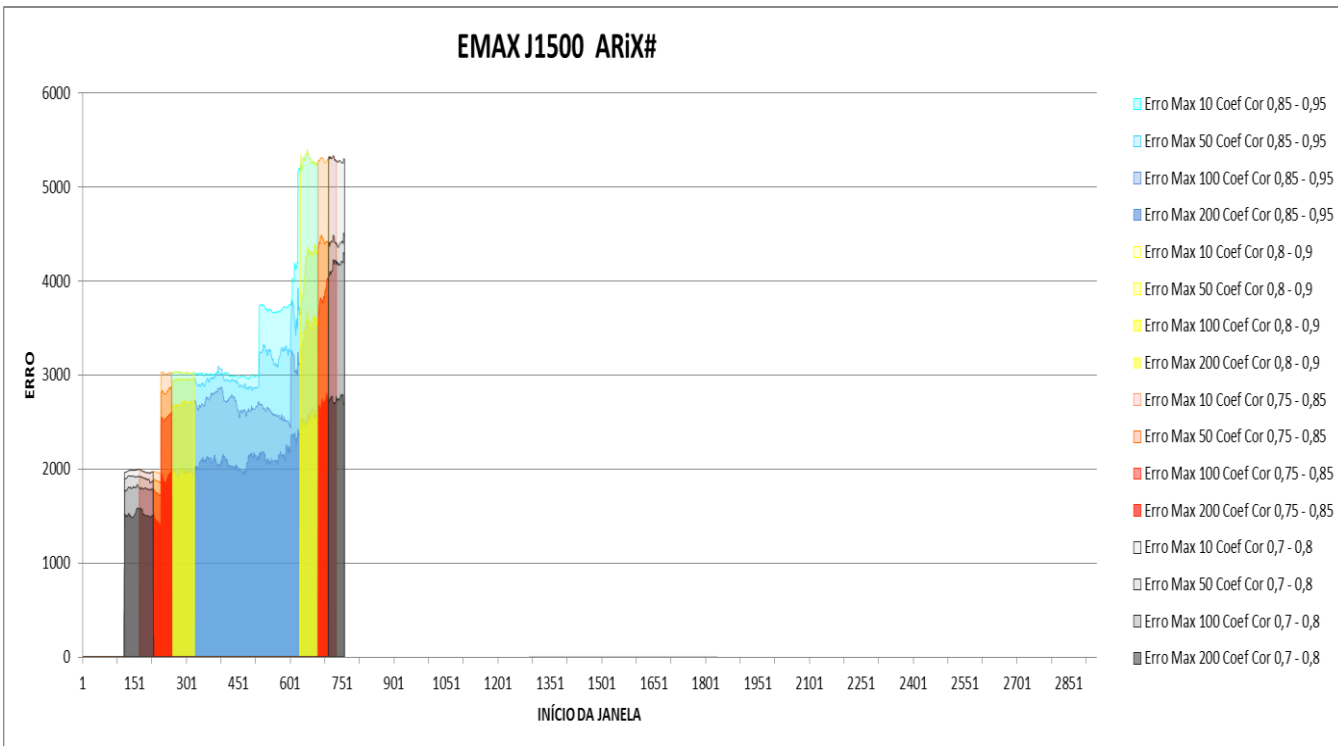
Fonte: O Autor(2016)

Figura 14- Erro Médio Dow Jones janela de 1500 amostras



Fonte: O Autor(2016)

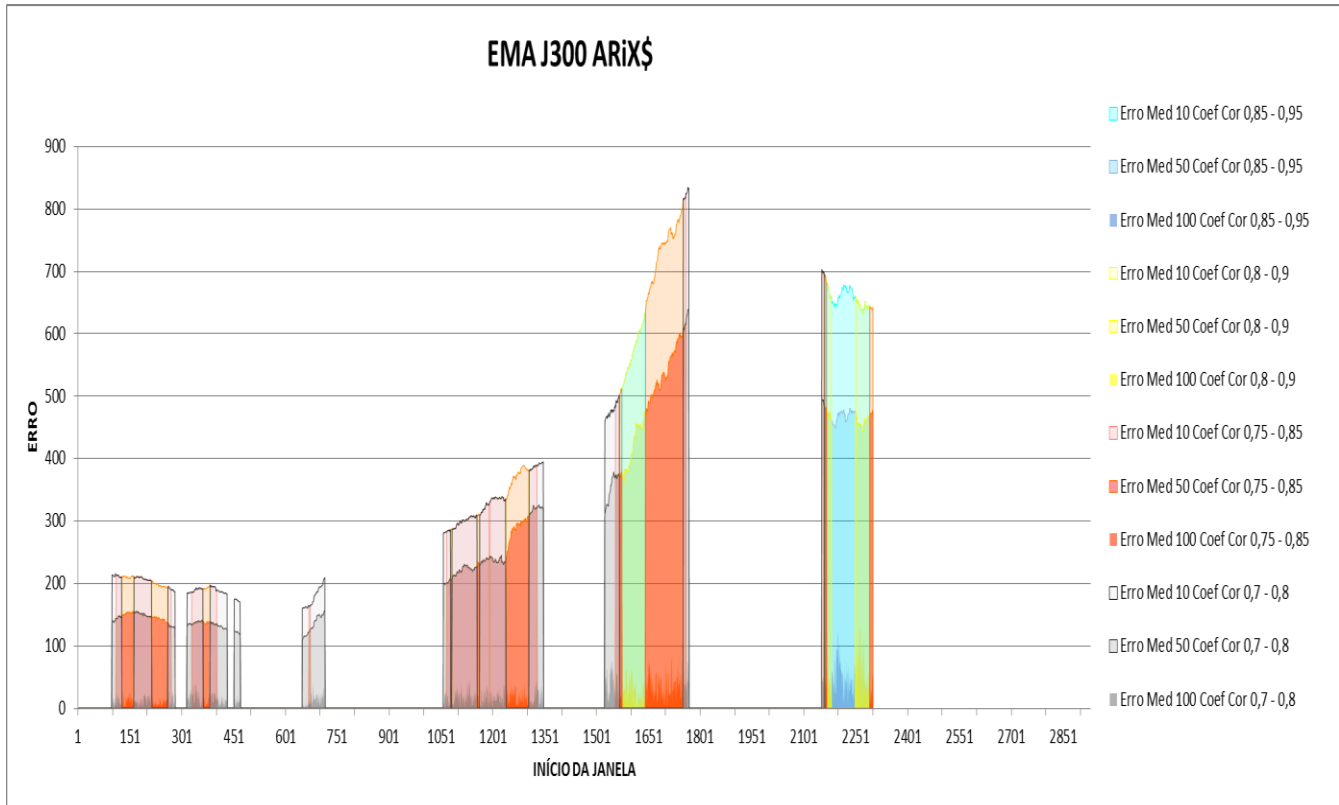
Figura 15- Erro Máximo Dow Jones janela de 1500 amostras



Fonte: O Autor(2016)

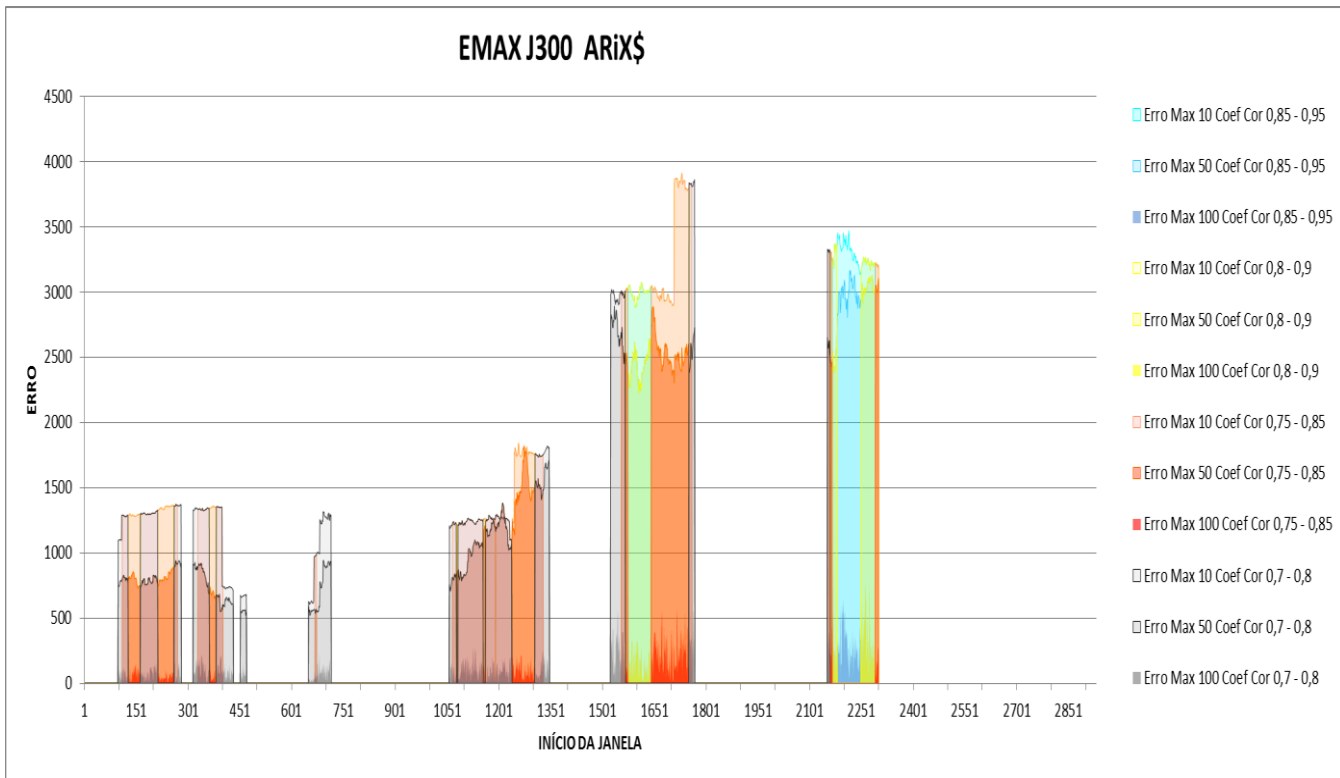
Conforme comentado no início desta edição, onde foi determinado que para todos os testes seriam apresentados os resultados tanto para o Dow Jones como para o Dólar, desta forma, foi repetido todos os testes para janelas de 300, 600, 900,1200 e 1500 amostras tendo o Dólar como dependência externa, sendo apresentados nas Figuras 16 a 25.

Figura 16- Erro Médio Dólar janela de 300 amostras



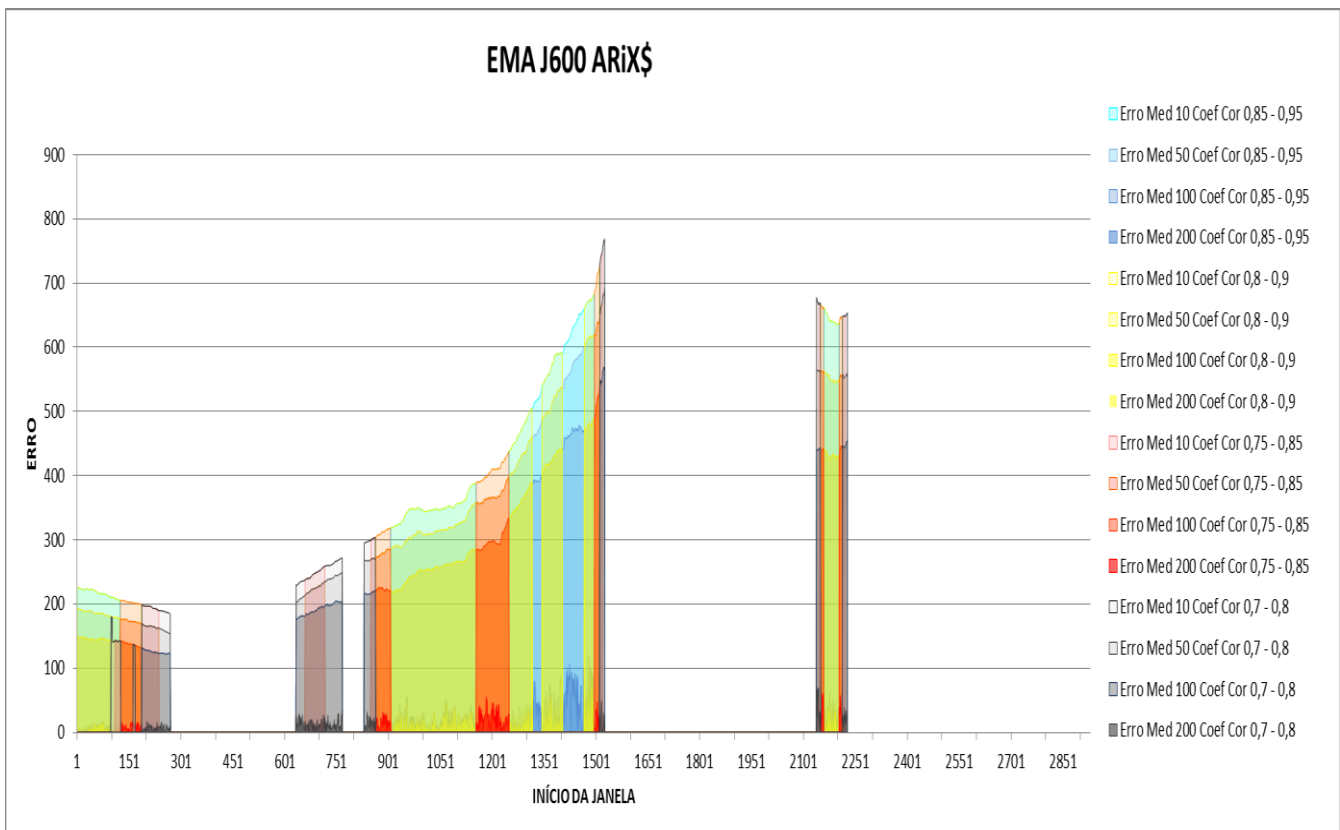
Fonte: O Autor(2016)

Figura 17- Erro Máximo Dólar janela de 300 amostras



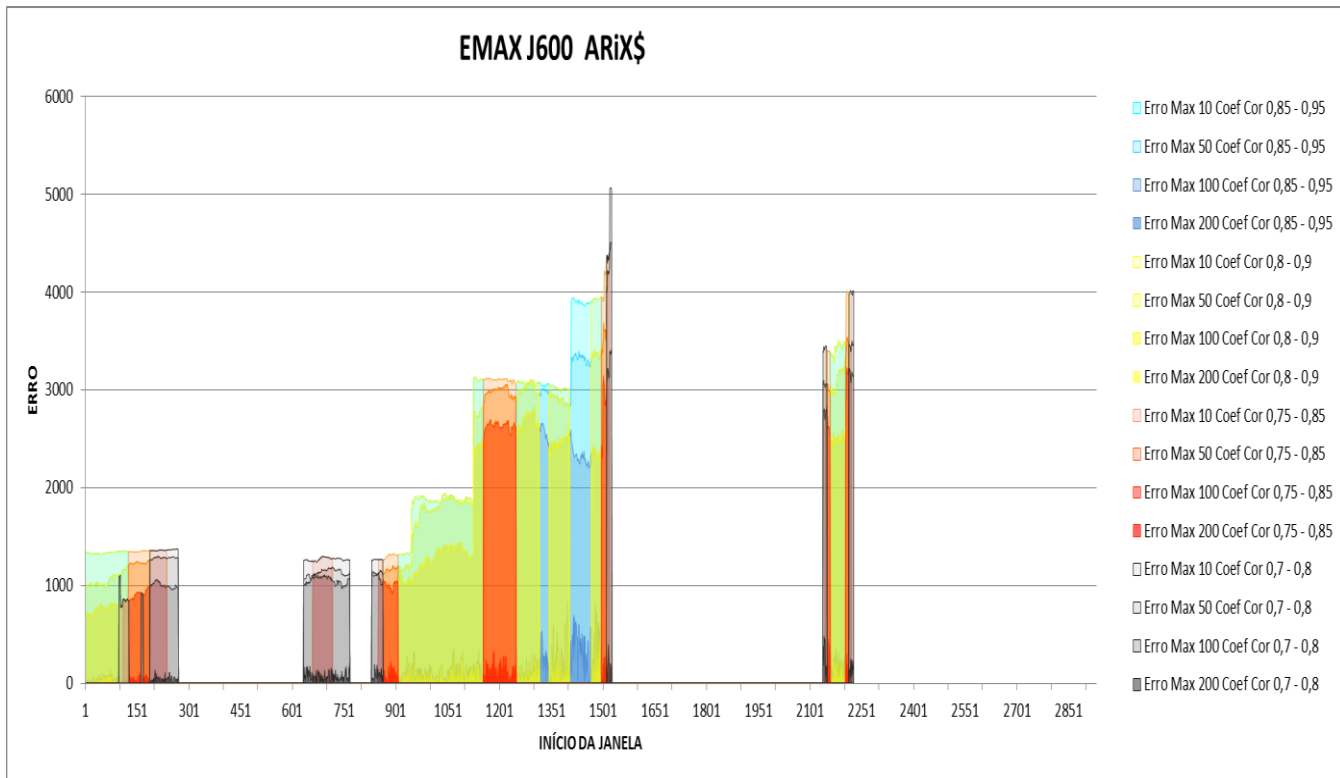
Fonte: O Autor(2016)

Figura 18- Erro Médio Dólar janela de 600 amostras



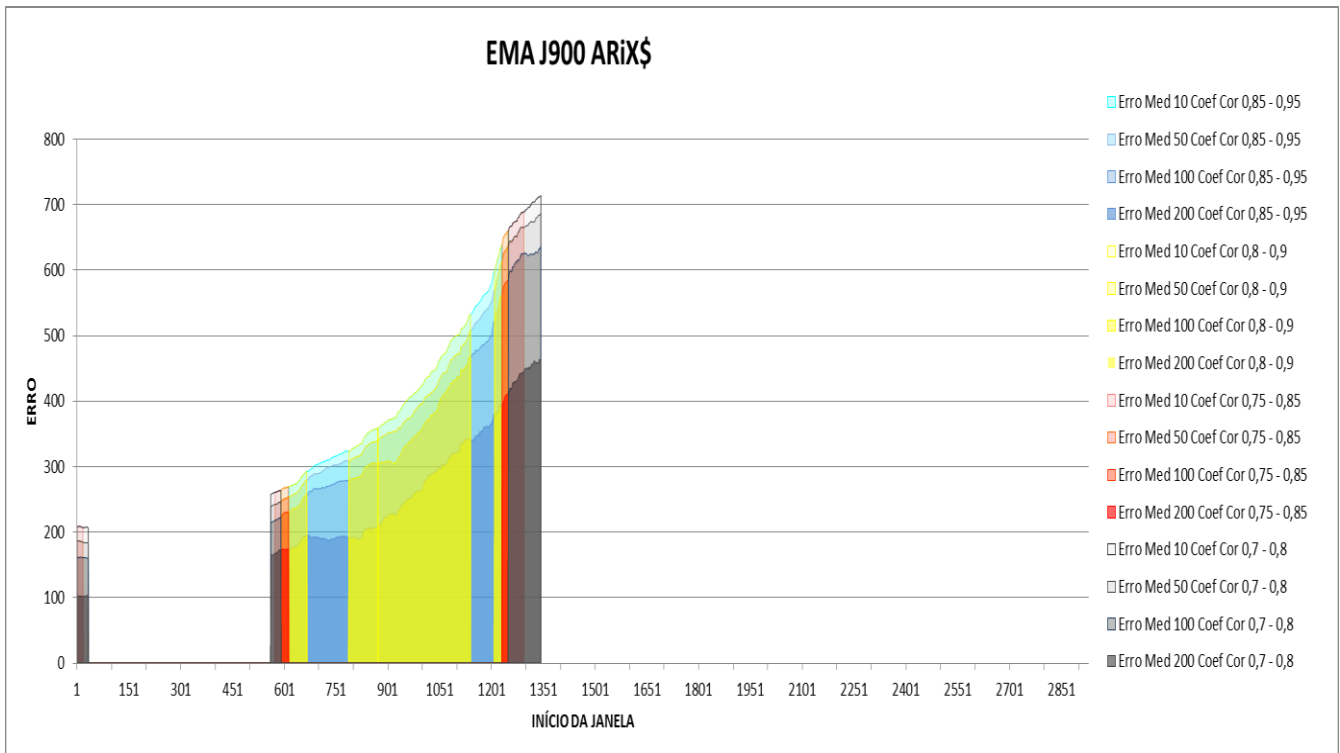
Fonte: O Autor(2016)

Figura 19- Erro Máximo Dólar janela de 600 amostras



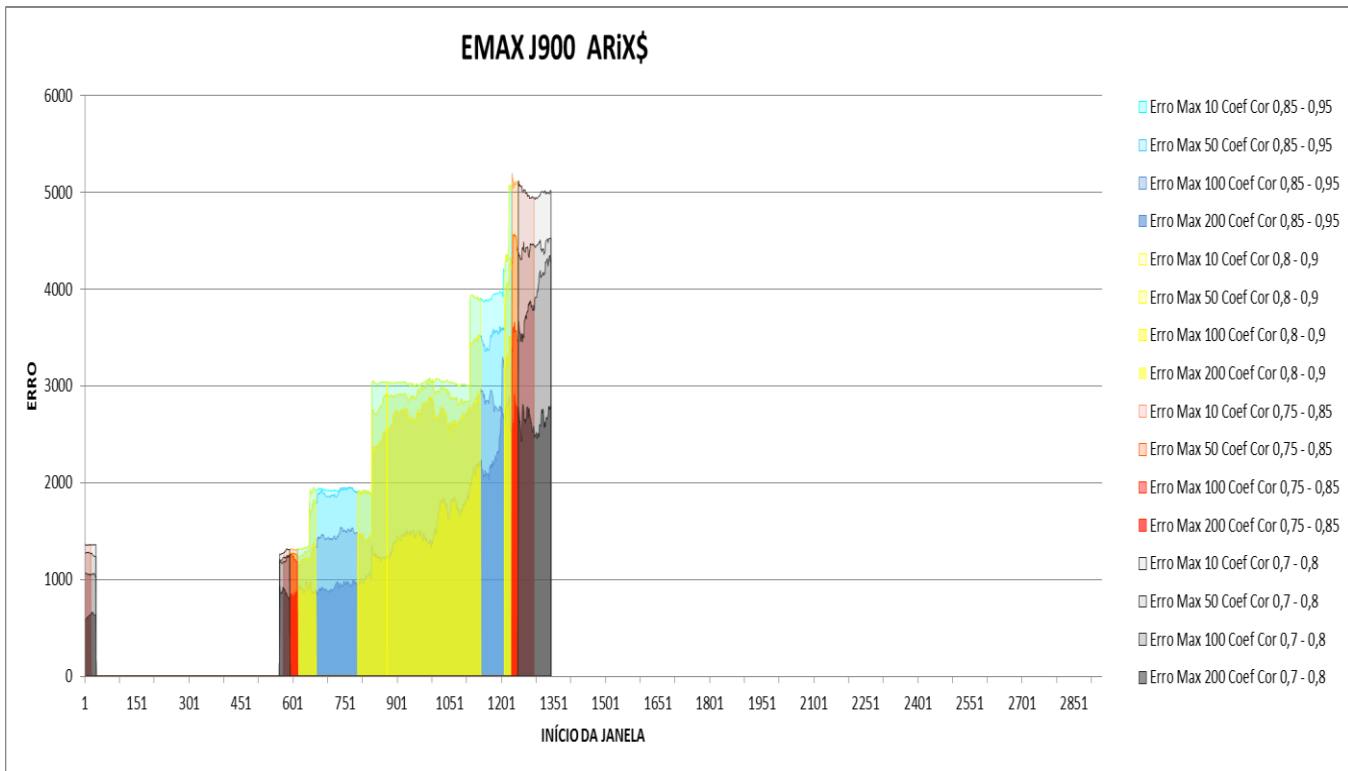
Fonte: O Autor(2016)

Figura 20- Erro Médio Dólar janela de 900 amostras



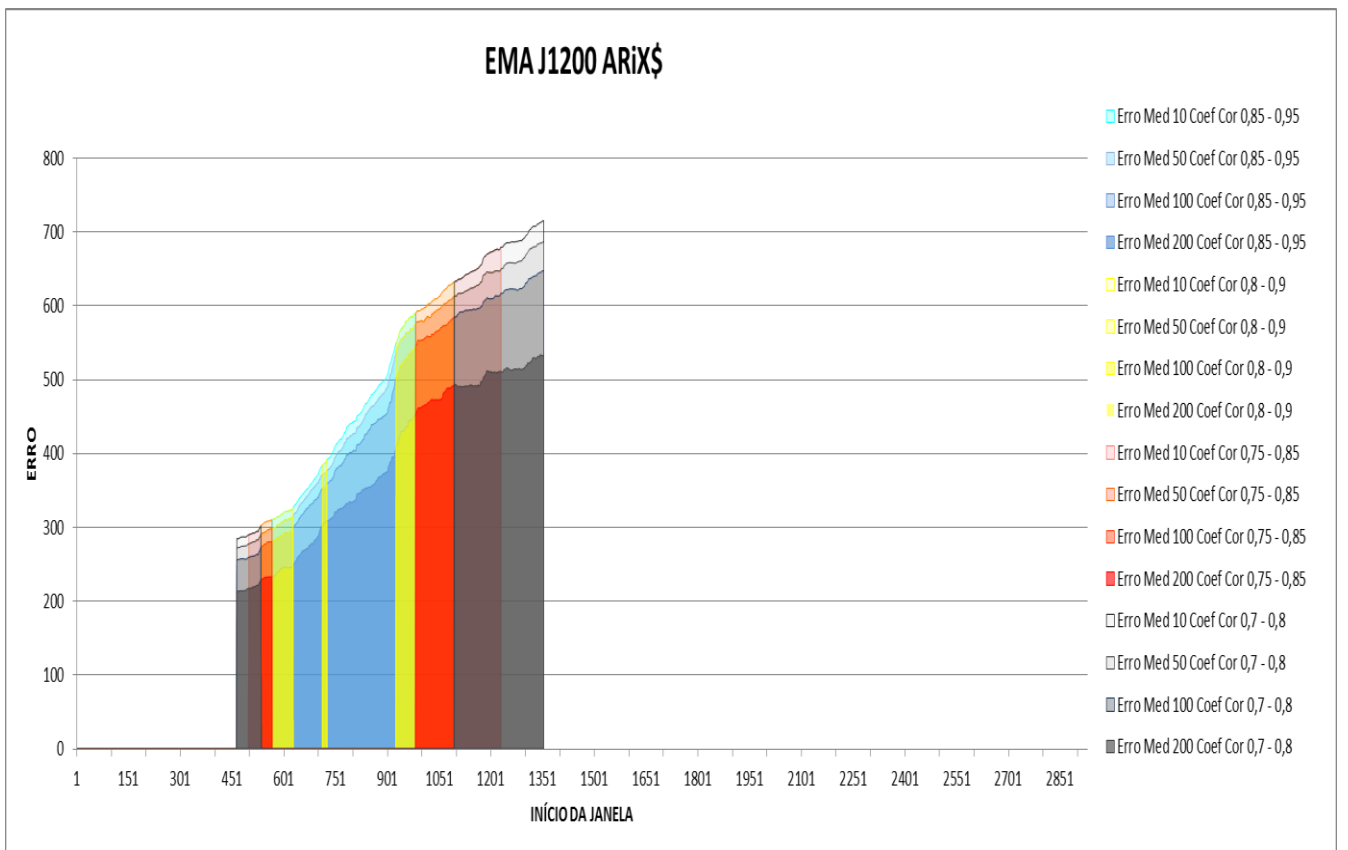
Fonte: O Autor(2016)

Figura 21- Erro Máximo Dólar janela de 900 amostras



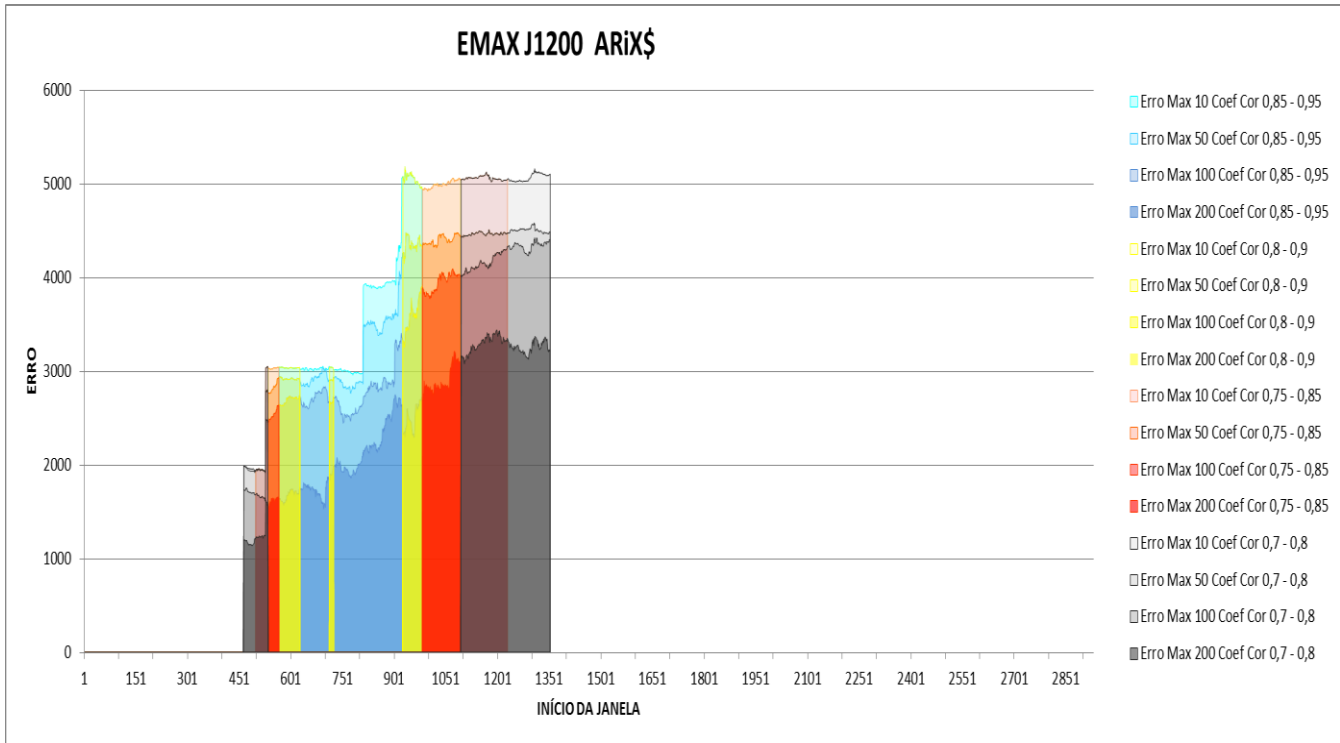
Fonte: O Autor(2016)

Figura 22- Erro Médio Dólar janela de 1200 amostras



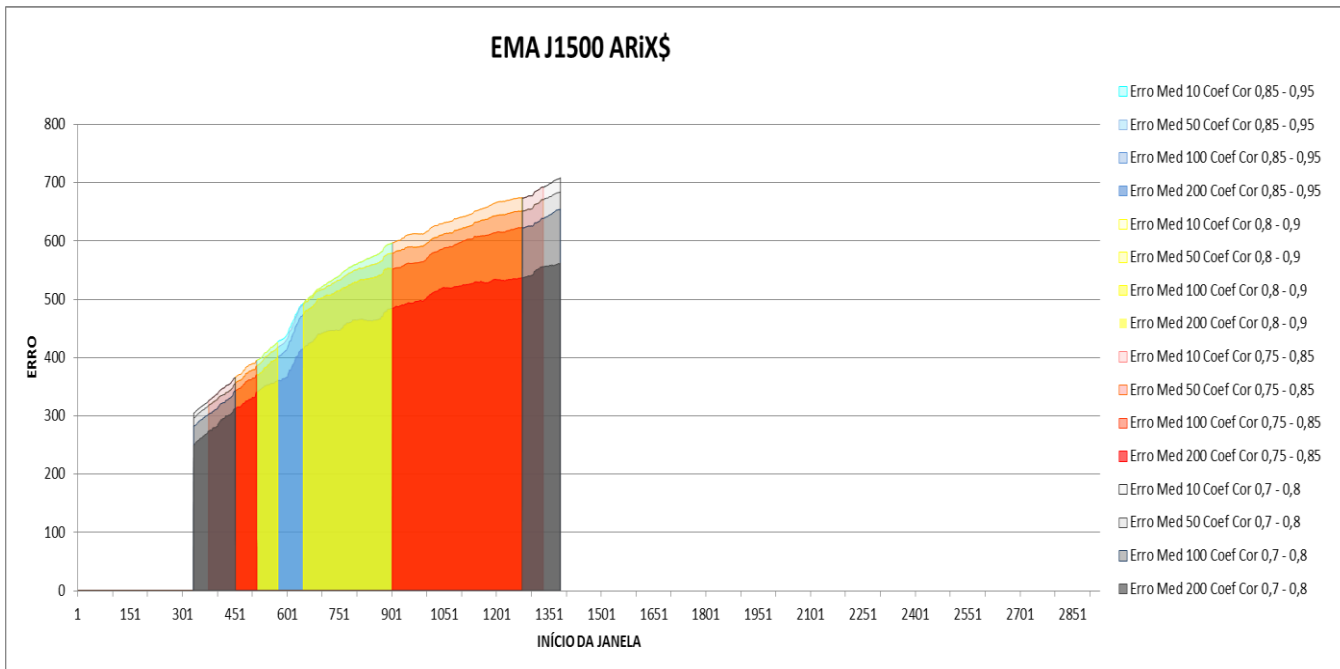
Fonte: O Autor(2016)

Figura 23- Erro Máximo Dólar janela de 1200 amostras



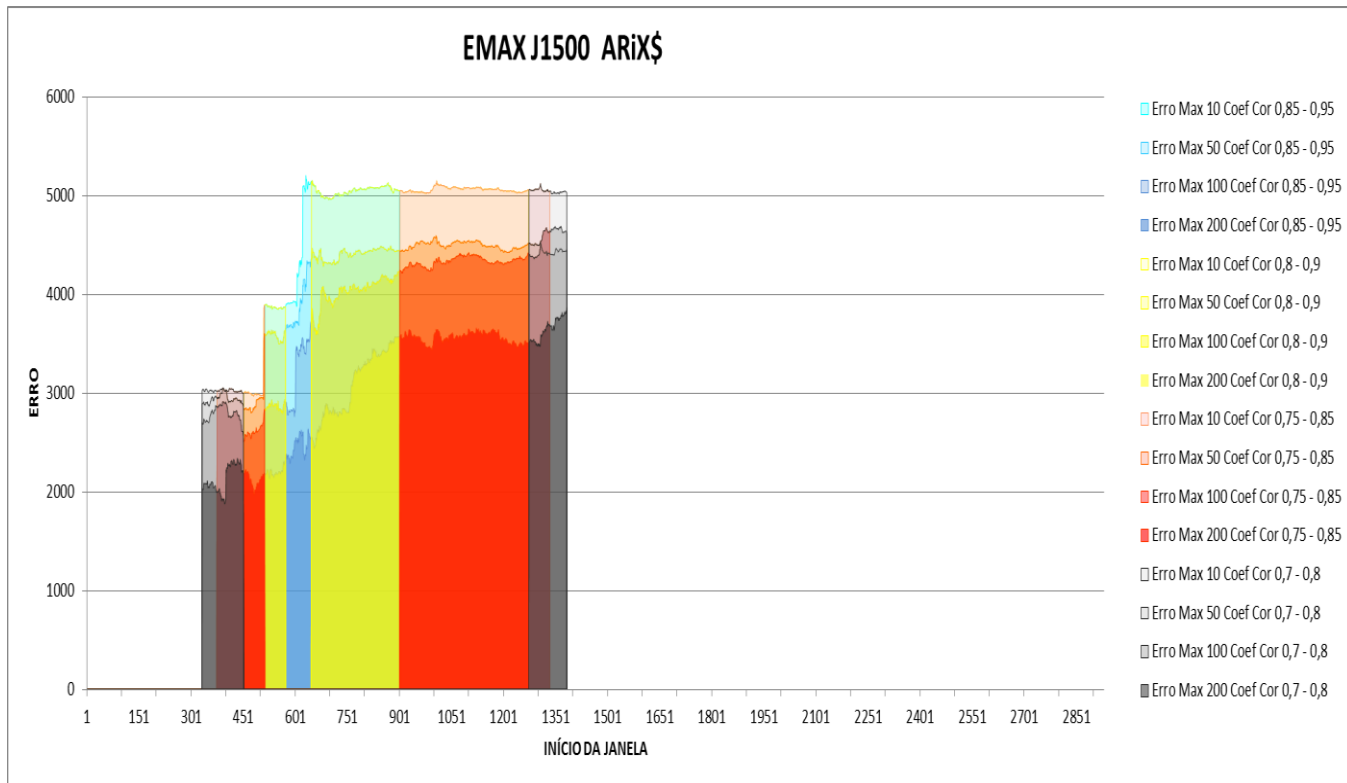
Fonte: O Autor(2016)

Figura 24- Erro Médio Dólar janela de 1500 amostras



Fonte: O Autor(2016)

Figura 25- Erro Máximo Dólar janela de 1500 amostras



Fonte: O Autor(2016)

Analisando os gráficos das projeções utilizando o dólar como entrada exógena, verifica-se que o erro se comporta de maneira similar quando utilizado o Dow Jones, como entrada exógena, ou seja, em determinadas regiões a outros fatores que determinam o erro não somente o índice de correlação.

3.2 VALIDADE DE UM MODELO

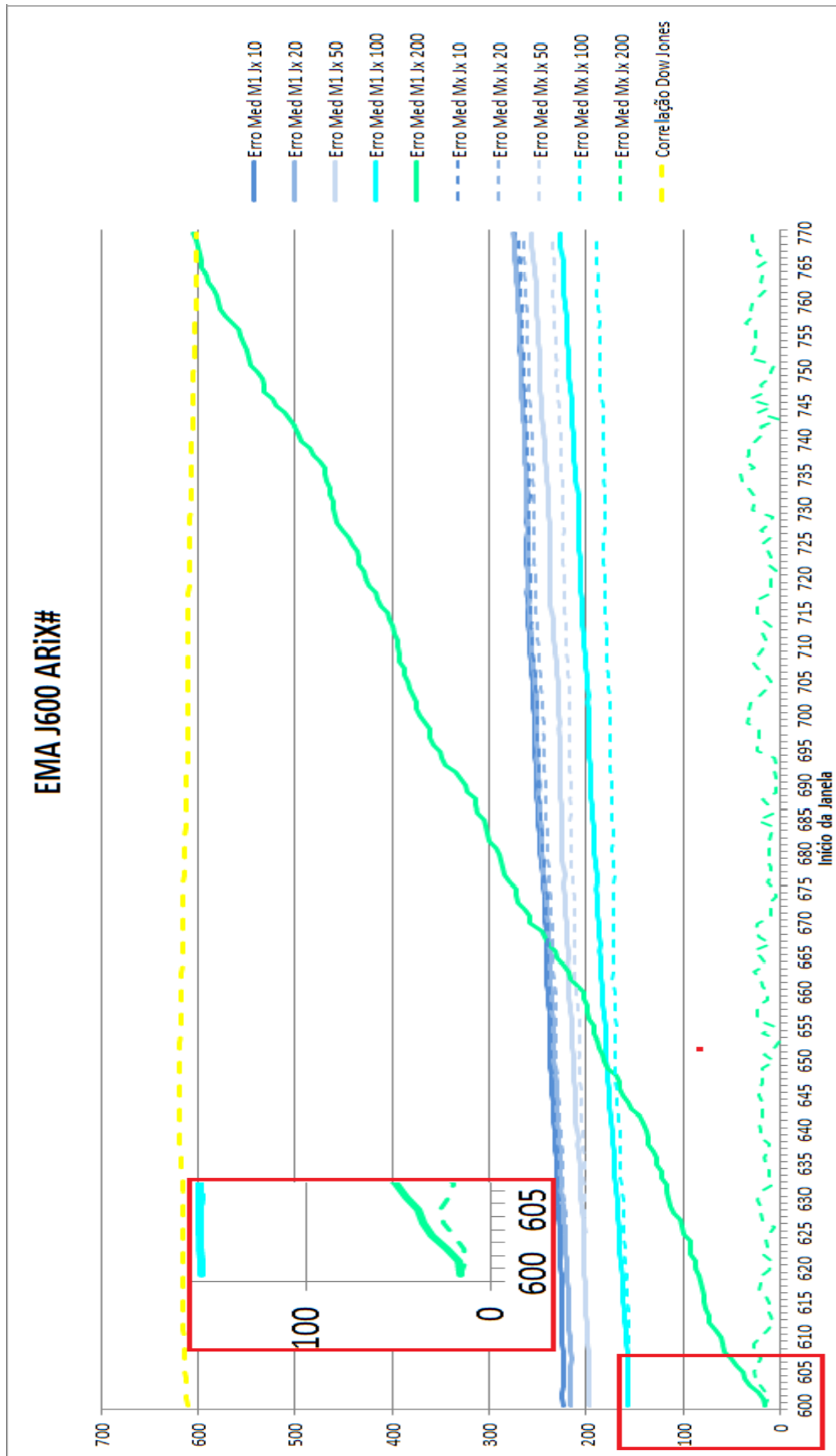
Embora seja possível alcançar bons resultados na projeção de uma série aumentando o número de coeficientes, algo que necessita ser levado em conta é o custo computacional, até mesmo se for aplicável a outro processo que exija uma maior dinâmica para a projeção de valores.

Através dos testes realizados, percebe-se que o custo computacional da função Arix é muito elevado, e que esse custo aumenta proporcionalmente com o aumento do número de coeficientes. Isso acontece, devido a uma grande quantidade de cálculos aritméticos para realizar a projeção. Em consequência disso, o custo computacional torna-se um fator impactante para a realização de uma projeção, principalmente quando se deseja aplicar a uma série que necessite de uma resposta mais rápida.

Em vista disso, serão realizados testes para verificar a longevidade de um modelo, ou seja, quantas amostras além do conjunto de treinamento onde o modelo foi obtido tal modelo pode ser utilizado sem que tenha um EMA ou EMAX exageradamente grande. A partir disso, foram comparadas todas as janelas de 600 amostras a partir da amostra de número 600 até a amostra 770. Para todas essas janelas de 600 amostras, foi obtido um modelo chamado de Mx (modelo x), relativo à Jx (Janela x), ou seja, o modelo 1, relativo à janela 1, o modelo 2 obtido para a janela 2 e assim por diante. Para cada um desses modelos, dentro de suas respectivas janela, foi obtido o EMA e o EMAX aplicando o método Arix, utilizando o Dow Jones, como entrada exógena, comparando-os com os valores reais do Ibovespa.

Posteriormente, foi usado o primeiro modelo (M1) obtido na janela 1 (J1). Aplicamos esse modelo na janela 2 (J2) e calculamos o EMA e EMAX. Da mesma forma aplicamos o modelo 1 na janela 3 e assim por diante. Com isso, foi possível verificar a deterioração do EMA e EMAX à medida que foi deslocado o modelo M1 para as janelas adjacentes, conforme apresentado na Figura 26.

Figura 26 - Degradação do Erro de um Modelo (Dow Jones)

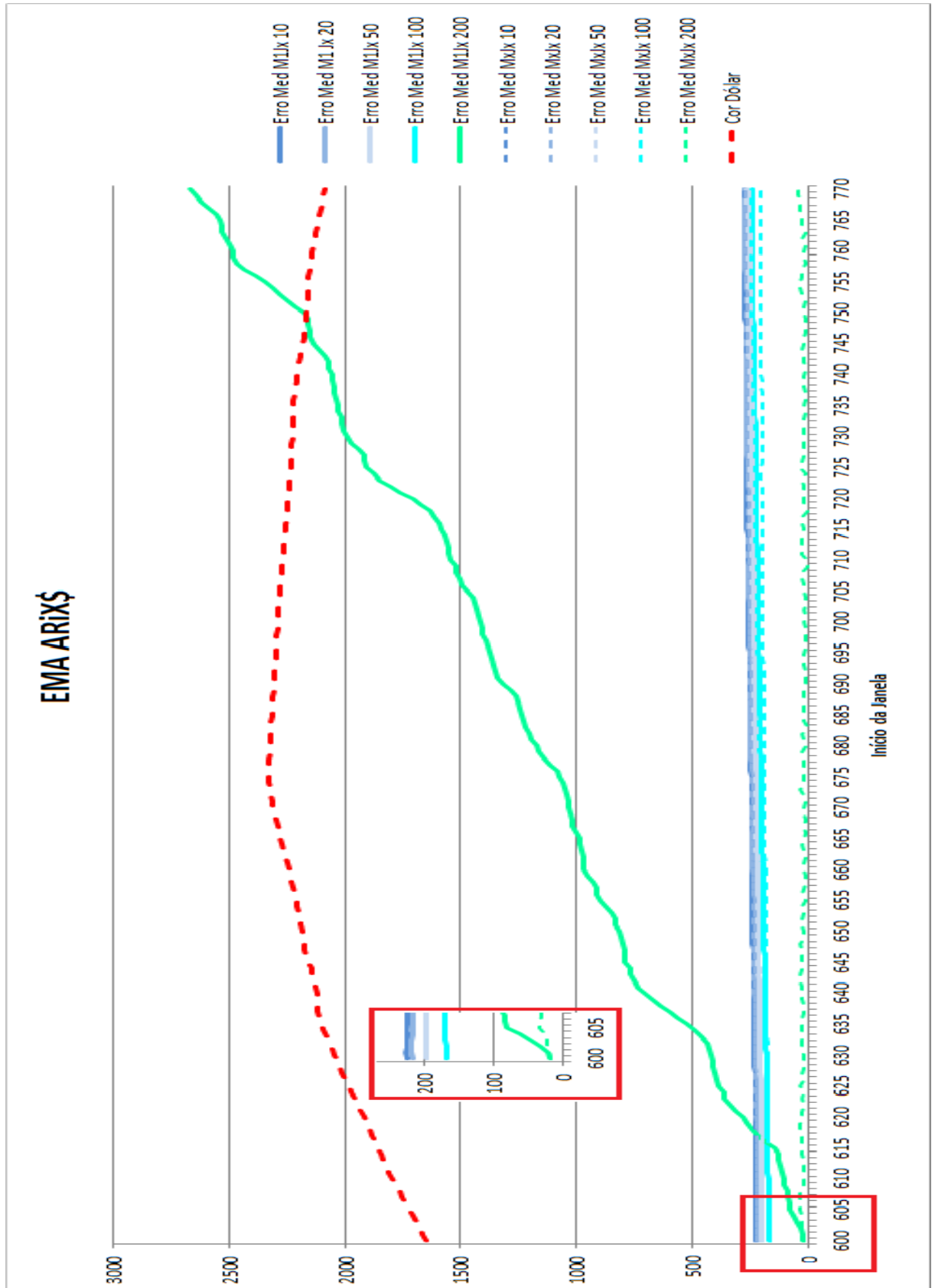


Fonte: O Autor (2016)

Analisando o gráfico da Figura 26, percebe-se que o erro do primeiro modelo (M1Jx) é apresentado por uma linha contínua da mesma cor do erro para cada modelo (MxJx), este sendo representado por uma linha tracejada, sendo a correlação no período representada por uma linha tracejada na cor amarela, onde a mesma necessitou ser normalizada para ficar aparente no gráfico, a qual possui uma variação entre 0,92 a 0,94. Para verificar a degradação do erro, foi realizada a projeção para diferentes números de coeficientes (10,20,50,100 e 200) e aplicado no intervalo de 600 a 770 com uma janela de 600 amostras. Percebe-se que o erro mantém um índice aceitável por um período de cerca de cinco amostras para o pior caso.

Outro ponto interessante é a degradação do modelo ao aumentar o número de coeficientes. Percebe-se que a curva do M1Jx para o modelo de 200 coeficientes, após as cinco primeiras amostras, tem um aumento significativo de erro, quando comparado às demais projeções, onde se percebe, gradativamente, um aumento do erro conforme o aumento do número coeficientes. Da mesma forma, foi feita a mesma análise para o Dólar neste mesmo período conforme pode ser verificado na Figura 26.

Figura 26- Degradação do Erro de um Modelo (Dólar)

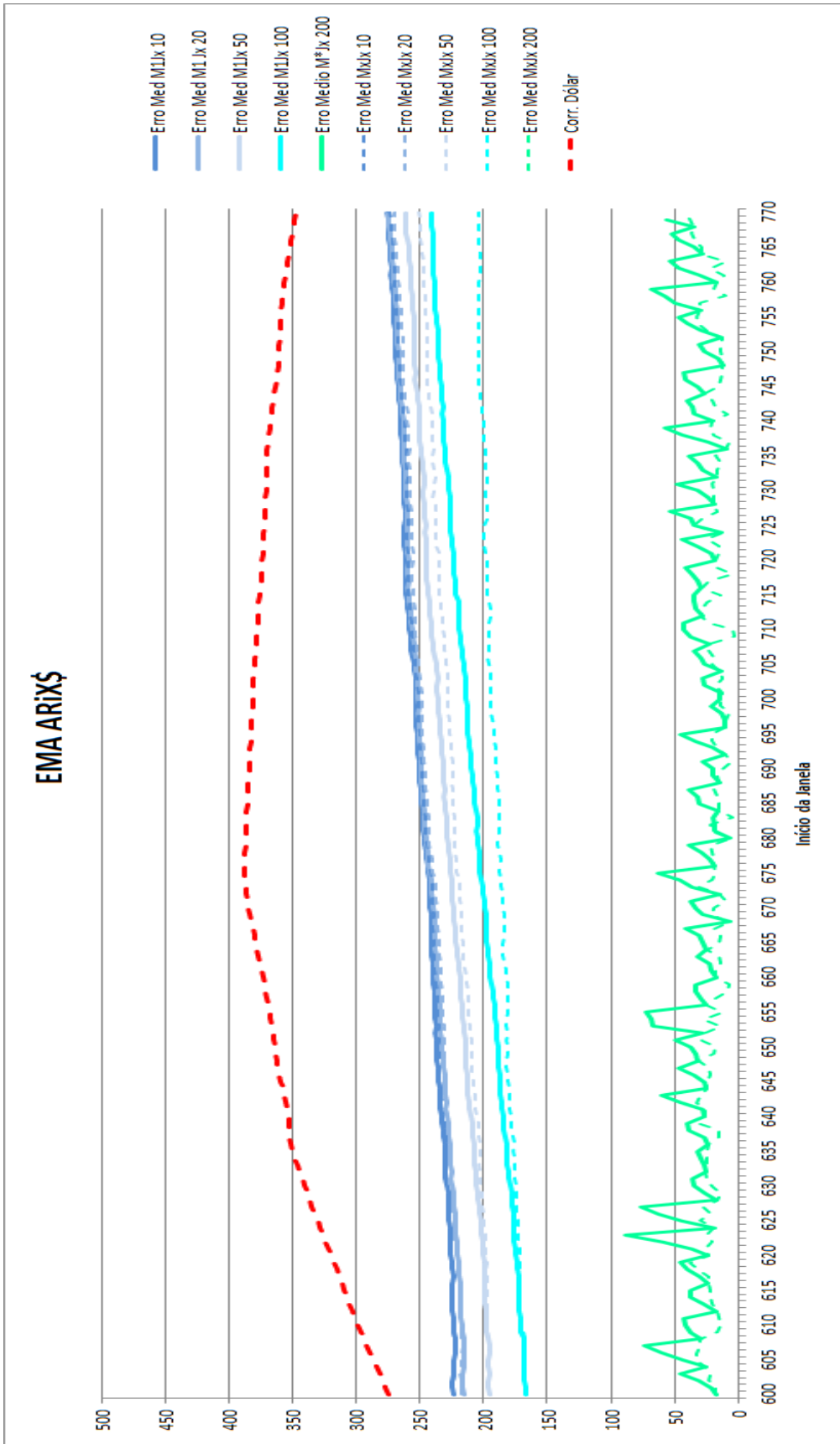


Fonte: O Autor(2016)

Analisando gráfico do Dólar, percebe-se um comportamento similar ao do Dow Jones, porém com uma degradação muito maior do erro para as séries M1Jx principalmente para 200 coeficientes. Isto possivelmente ocorre devido à correlação que varia de -0,54 a -0,77 entre o Dólar e o Ibovespa neste período ser menor quando comparado com a correlação do Ibovespa com o Dow Jones, porém, para se confirmar se realmente é isso que acontece se tornam necessário que seja realizado mais estudos e testes.

A partir disso, foi desenvolvido um algoritmo para que um mesmo modelo fosse aplicado nas 5 janelas seguintes, ou seja, o modelo 1 (M1) é aplicado até a Janela 5 (J5), na janela 6 é obtido novamente um modelo e aplicado nas próximas 4 janelas, e assim por diante. Para fins de teste será apresentados os resultados somente do EMA utilizando o Dólar como entrada exógena e para a serie que tem 200 coeficientes, já que foi onde se obteve o pior resultado, ou seja, o maior erro para a projeção, sendo representado pela série de nome M*Jx . Os resultados gerados são apresentados na Figura 27.

Figura 27- Degradação do Erro de um Modelo 2 (Dólar)



Fonte: O Autor (2016)

Analisando detalhadamente o gráfico, é possível verificar que um mesmo modelo pode ser aplicado nas janelas vizinhas sem que haja um erro elevado na sua projeção, ou seja, é possível diminuir o custo computacional consideravelmente, obtendo somente um modelo para cada 5 amostras e se tendo como resultado um erro médio consideravelmente baixo para a projeção da série.

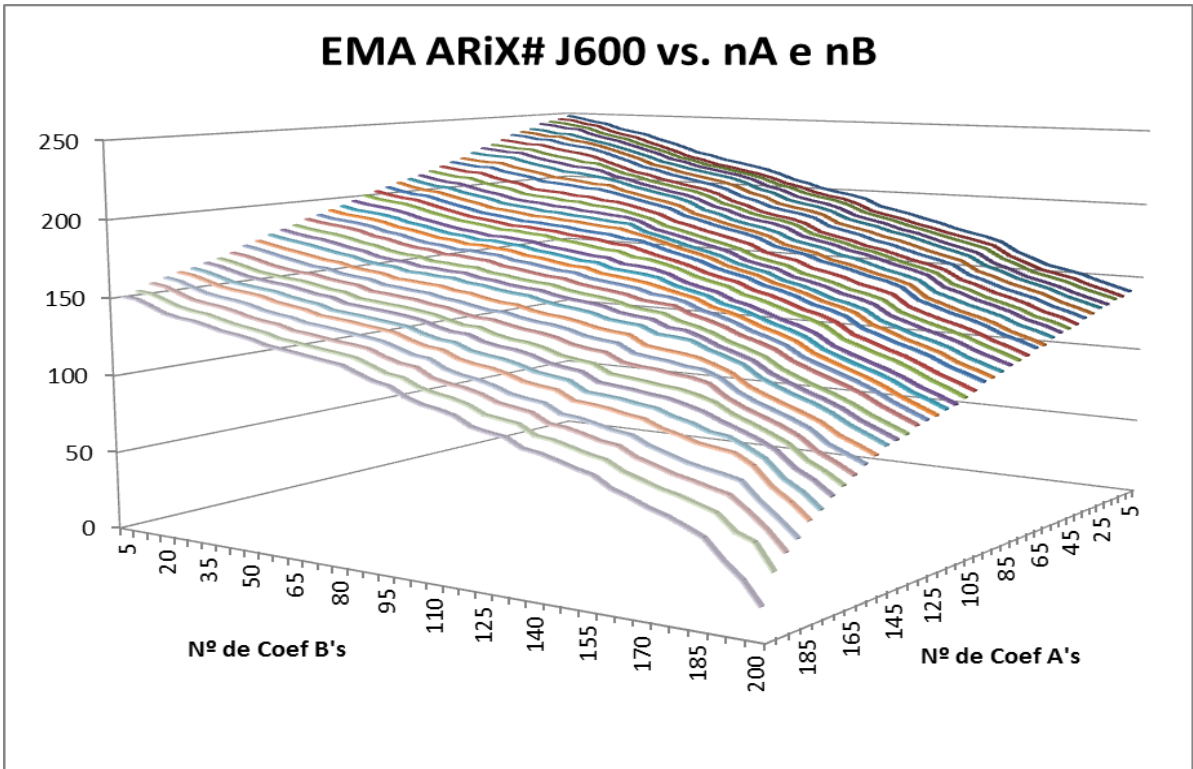
Para ter uma real dimensão da diminuição do custo computacional, seria necessário elaborar um software para a aquisição dos modelos, porém somente com os testes realizados no software Matlab percebeu-se claramente que o tempo de processamento está diretamente associado ao número de coeficientes da projeção.

3.3 SINTONIA DA FUNÇÃO ARIX

Outro fator importante é verificar o comportamento do erro médio e máximo, de acordo com a variação do número de coeficientes, tanto dos autoregressivos e exógenos. Ou seja, é necessário verificar se realmente o menor erro ocorre quando é utilizado o mesmo número de coeficientes para ambas as séries e também qual das séries analisadas tem maior influência sobre o valor da projeção, ou seja qual das séries quando aumentado o número de coeficientes ocasiona uma maior atenuação do erro.

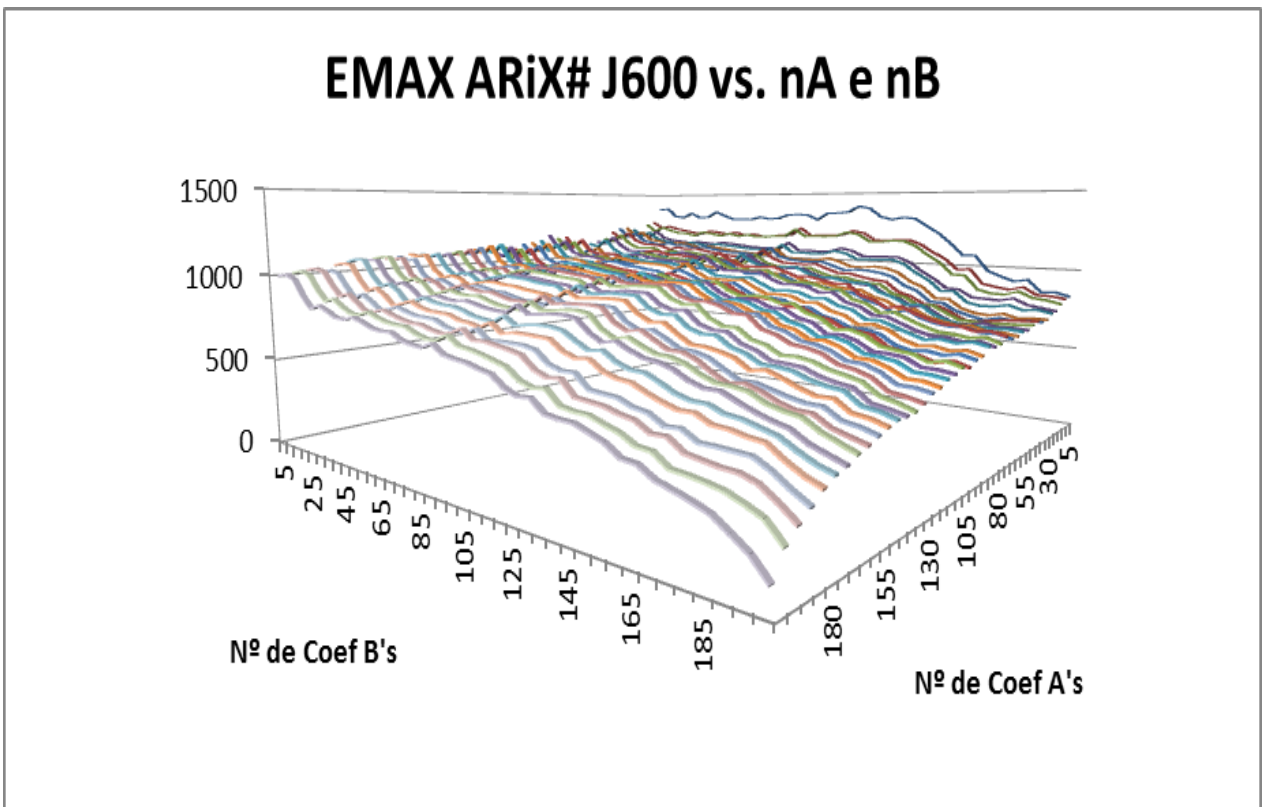
Desta forma, foi implementado um algoritmo que possibilitasse essa variação sendo possível verificar o erro médio e máximo para todas as configurações possíveis. Por conseguinte, foram utilizadas janelas de 600 amostras dentro do período de 600 a 770, o qual foi escolhido em conjunto com o orientador deste trabalho, devido a ser um período em que houve uma alta correlação com o Dow Jones, onde foram realizadas praticamente todas as configurações possíveis, onde foram obtidos os EMA e EMAX para cada análise variando o número de coeficientes de 5 em 5. Nas Figuras 29 e 30, são apresentados os erros médios e máximos, obtidos para cada configuração possível para a projeção do período utilizando o Dow Jones, como entrada exógena.

Figura 28 – Erro Médio Coeficientes Variáveis Dow Jones



Fonte: O Autor (2016)

Figura 29 - Erro máximo coeficientes variáveis Dow Jones

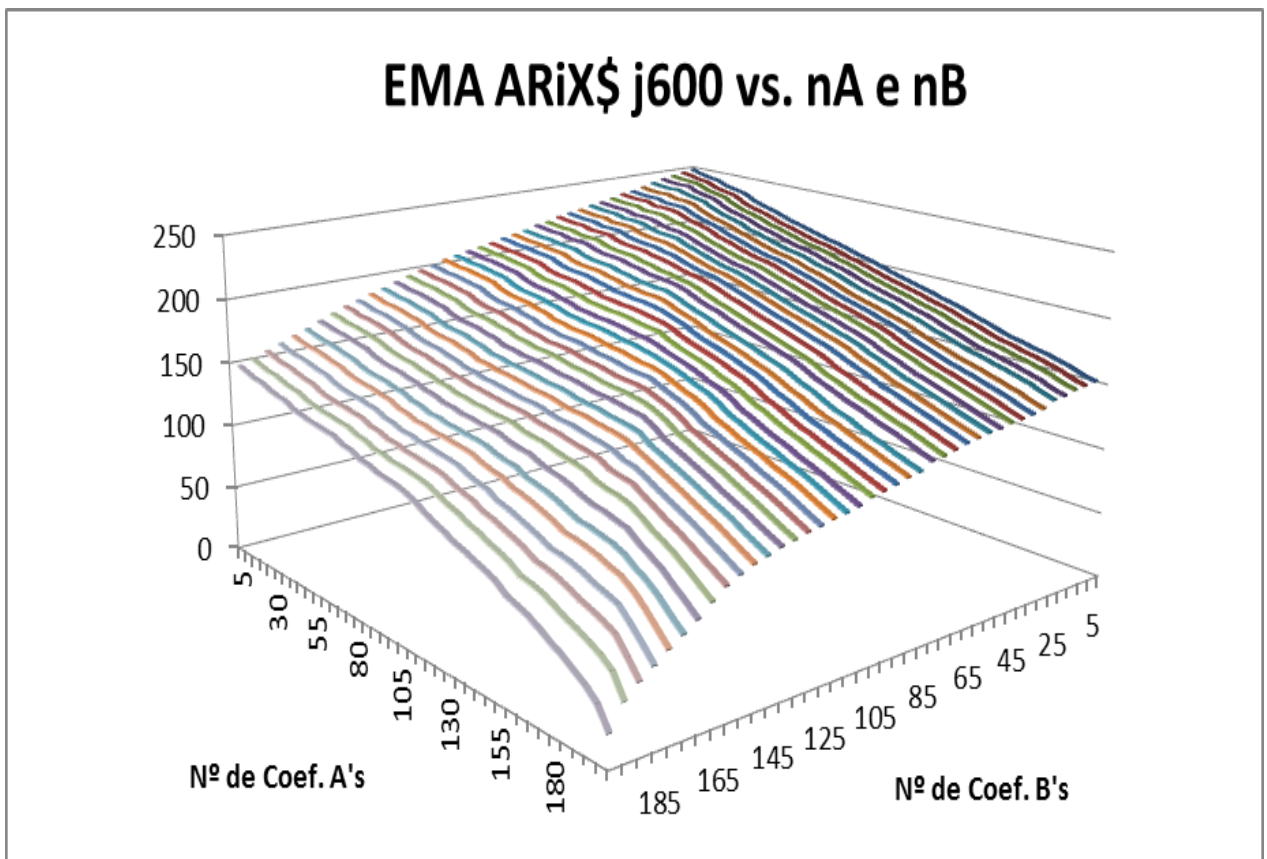


Fonte: O Autor(2016)

Verificando os gráficos, percebe-se uma atenuação constante do erro conforme aumenta a quantidade de coeficientes possíveis tanto autoregressivos com os exógenos. Embora que analisando detalhadamente os valores resultantes percebe-se que os coeficientes A's (autoregressivos) possuem uma importância levemente maior quando comparado com os B's (sinal exógeno), percebe-se que ambos coeficientes tem um peso similar para a projeção.

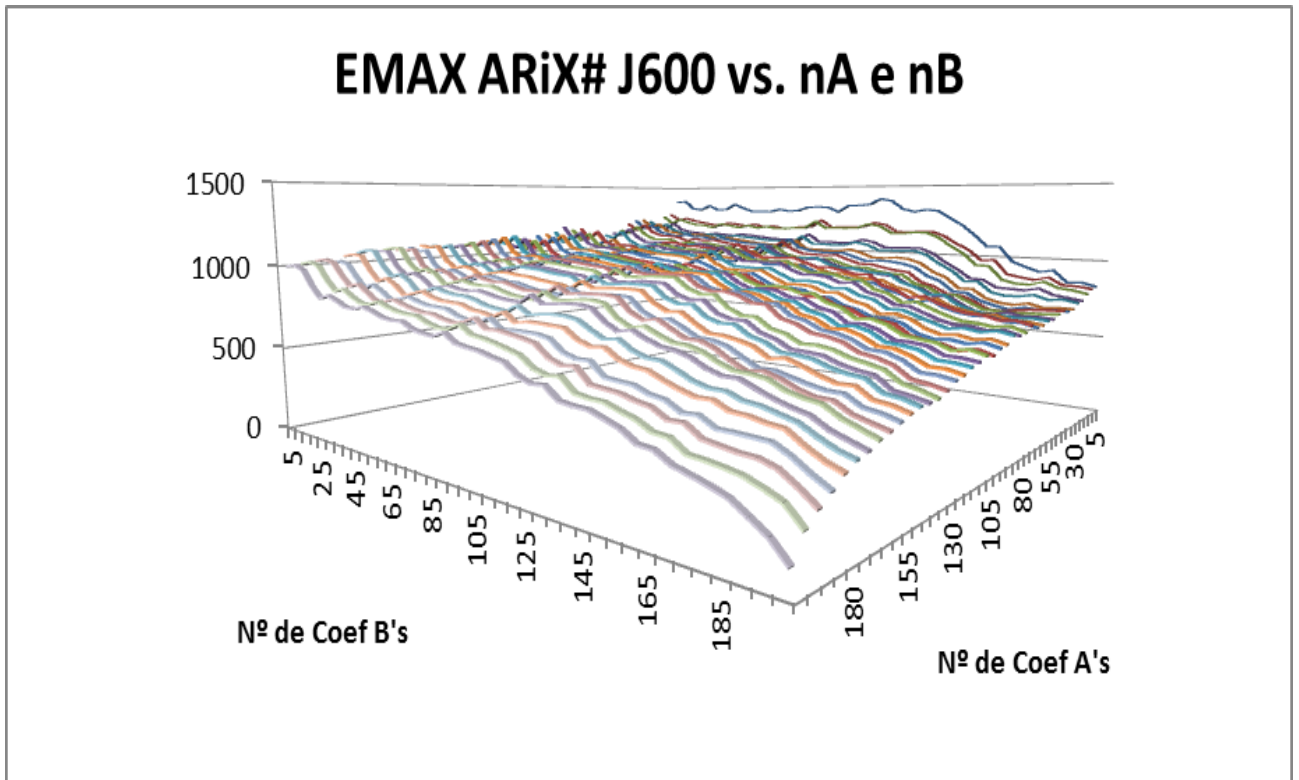
Esta mesma análise foi realizada utilizando o Dólar como entrada exógena, os quais são apresentados nas Figuras 31 e 32.

Figura 30- Erro Médio Coeficientes Variáveis Dólar



Fonte: O Autor (2016)

Figura 31- Erro máximo coeficientes variáveis Dólar



Fonte: O Autor (2016)

De maneira similar, a sintonia da função Arix tendo o Dólar como entrada exógena tem um comportamento similar ao Dow Jones. Tendo uma atenuação do erro maior conforme o aumento de ambos os coeficientes, culminando realmente, conforme esperado, o seu menor erro médio e erro máximo com 200 coeficientes cada. Mais estudos são necessários para comprovar e constatar se os resultados referentes a quantidade de cada coeficientes são definitivos, para outros momentos da série da Ibovespa, bem como sua aplicação para outras séries.

4 CONCLUSÃO

Portanto, conclui-se através dos testes realizados que o número de coeficientes utilizados para realizar a projeção tem um maior peso do que o índice de correlação existente no decorrer da série. Pois, embora existam regiões na série estudada (Ibovespa), que tenham uma forte correlação, verificou-se que este índice não determina o tamanho do erro da projeção, ou seja, em regiões que tenham baixa correlação podem ter um erro menor quando comparado a regiões com forte correlação.

A principal colaboração desta edição foi verificar a validade de um modelo adquirido em uma determinada janela e aplicar para as janelas vizinhas, com objetivo de diminuir o custo computacional do levantamento de polinômios para cada janela. Além disso, foi apresentado o resultado onde aplicou o mesmo modelo para 5 janelas, onde o erro mostrou um comportamento muito próximo do erro obtido quando realizado a aquisição do modelo para cada janela.

Por fim, foi realizada a sintonia do método de projeção Arix, realizando todas as variações possíveis alterando o número de coeficientes, tanto autoregressivos como exógenas, embora o menor erro tenha sido adquirido quando utilizou um número elevado de coeficientes para ambas as series. Percebeu-se, ambos os coeficientes tem um peso similar na projeção da série e que é possível se for necessário utilizar números diferentes de coeficientes.

REFERÊNCIAS

- BM & FBOVESPA. **Índice Bovespa**. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm>. Acesso em: 15 out. 2016.
- BORSATTI, M. V. F. **Identificação de Processos Geradores de Séries temporais Financeiras II**. Estágio Obrigatório do Curso (Automação Industrial) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2015.
- CARVALHO, A. S. **Modelagem de Colunas de Destilação através de Modelos Auto-Regressivos**. Tese de Mestrado em Engenharia de Produção. Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2008.
- DANCEY, C.; REIDY, J. **Estatística Sem Matemática para Psicologia: Usando SPSS para Windows**. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- HILDEBRAND, D. K.; LAING, J. D.; ROSENTHAL, H. **Prediction analysis of conomicmodels**. 1980.
- KAISER, R.; MARAVALL, A. **Measuring Business Cycles in Economic Time Séries**. [S.l.: s.n.], 2001.
- KANEMOTO, S. et al. Identification of BWR feedwater control system using autoregressive integrated model. **Journal of Nuclear Science and Technology**, GY, v. 20, n. 2, pp. 105-116, fev. 1983.
- LEITE, Guilherme. **Identificação de processos geradores de séries temporais financeiras III**. 51 f. TCC (Graduação) - Curso de Curso de Tecnologia em Automação Industrial, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2016.
- MAKHOUL, J. **Linear prediction: A tutorial review**. 1975.
- NALON, J. A. **Processamento Digital de Sinais**. [S.l.: s.n.], 2009.
- OLIVEIRA, E. S. de. **Identificação de Processos Geradores de Séries temporais Financeiras**. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia em Controle e Automação) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2014.
- SILVA, C. S. B. Da. ANJOS, S. L. dos; LIMA, C. H. R. **Análise e modelagem estatística não estacionária de cheias sazonais**. 2011.
- VECHIA, Daniela Dalla. **Análise de fatores econômicos no desempenho de ações da Bovespa**. Curso de Escola de Administração, Ciências Administrativa, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.