

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

KAUÊ TORRESINI DE BARROS

**IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAR A
DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DE UM SUPERMERCADO**

CAXIAS DO SUL

2017

KAUÊ TORRESINI DE BARROS

**IMPLEMENTAÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA OTIMIZAR A
DISTÂNCIA PERCORRIDA DENTRO DE UM SUPERMERCADO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado
como requisito para a conclusão do curso de
Engenharia de Produção da Universidade de
Caxias do Sul.

Supervisor: Prof. Dr. Leandro Luís Corso

CAXIAS DO SUL

2017

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar aos meus avós, Roni e Zuleida Torresini e a minha mãe, Valéria Torresini por todo o empenho e dedicação que tiveram na minha formação pessoal e que sempre serviram de exemplo de honestidade e integridade. Sem vocês, principalmente no início desta jornada, não seria possível a realização deste sonho. Meu muito obrigado a todo apoio que sempre me deram.

A minha namorada e amiga, Marília V. Pereira, que se mostrou uma verdadeira companheira nesta caminhada de muitos desafios. Muito obrigado pela paciência e compreensão que tiveste comigo e pelo apoio que sempre me deste.

Ao professor Leandro L. Corso por todo auxílio, explicações e orientações que foram fornecidas ao longo desta jornada, fazendo-me acreditar em momentos de dúvida. A todos os professores, por transmitirem conhecimento e sabedoria ao longo da minha graduação.

E a todos que de alguma forma auxiliaram-me e apoiaram-me para que o trabalho pudesse ser concluído e por consequência na conclusão desta graduação.

"Faça o teu melhor, na condição que você tem, enquanto você não tem condições melhores, para fazer melhor ainda!"

Mario Sergio Cortella

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia para otimização de distâncias percorridas dentro de um supermercado na cidade de Caxias do Sul a partir de uma lista de compras pré-definida. Com o auxílio de técnicas de Programação Linear, Método *Simplex*, Problema do Caixeiro Viajante e do Problema de Otimização de Rotas foi possível elaborar um Modelo Matemático que visa obter a minimização da distância percorrida. Foram utilizados recursos computacionais para a geração dos resultados e a partir destes resultados pode-se realizar uma comparação para avaliar a rota percorrida pelo cliente e para a rota otimizada. Três categorias de clientes foram avaliadas, sendo elas: não frequenta o supermercado, frequenta eventualmente e é frequentador assíduo do supermercado. Destas três categorias a que se obteve o melhor resultado foi a que não frequenta o supermercado, obtendo uma redução em torno de 40% da distância percorrida. Na média geral entre as três categorias a redução foi de 22,3%, demonstrando assim que a metodologia é eficaz quando aplicada a um problema real.

Palavras-chaves: Programação Linear. Método *Simplex*. Problema do Caixeiro Viajante. Otimização.

ABSTRACT

The current assignment presents a methodology to optimize distances traveled within a supermarket in Caxias do Sul with a predefined shopping list. Using Linear Programming techniques, Simplex Method, Travelling Salesman Problem and Route Optimization Problem it was possible to elaborate a Mathematical Model which aims to reduce those distances. Provided with computer resources to generate the results, and from those, it has been feasible to establish a comparison report on the client's route and on the optimized route. Three clients categories were evaluated, being them: not a frequent customer, casual customer and active customer of the supermarket. From these three categories the one with the best results were obtained from the not frequent customers, who showed a 40% decrease in the distance covered. In a general outlook between these three categories the average reduction was 22.3%, therefore it has been proved that the presented methodology is effective when applied to a real problem.

Key-words: Linear Programming. Simplex Method. Travelling Salesman Problem. Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Dimensões da complexidade do modelo	19
Figura 2 - Processo de construção de modelos	20
Figura 3 - Processo de modelagem matemática	21
Figura 4 - Situação inicial Simplex	26
Figura 5 - Identificação das matrizes e variáveis	26
Figura 6 - Quadro geral do Simplex	27
Figura 7 - Estratégias de divisão	29
Figura 8 - Jogo de Hamilton.....	31
Figura 9 - Processo de compra em um supermercado	36
Figura 10 - Parâmetros do <i>Solver</i>	45
Figura 11 - Resultado	46
Figura 12 - Resultados das listas 1 e 6.....	48
Figura 13 - Sequência de produtos para caminho otimizado.....	48
Figura 14 - Resultados das listas 2, 3, 5, 7, 8 e 10.....	49
Figura 15 - Sequência de produtos para caminho otimizado.....	50
Figura 16 - Resultados das listas 4 e 9.....	51
Figura 17 - Sequência de produtos para caminho otimizado.....	51
Figura 18 - Resumo dos resultados das distâncias	52
Figura 19 - Resumo dos resultados dos tempos	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Turnos de trabalho.....	35
Quadro 2 - Distância entre as categorias	37
Quadro 3 - Distâncias percorridas	38
Quadro 4 - Coordenadas das categorias de produtos.....	40
Quadro 5 - Matriz de distâncias global.....	41
Quadro 6 - Exemplo de lista de compras.....	42
Quadro 7 - Matriz de distâncias entre produtos.....	42
Quadro 8 - Matriz binária X	43
Quadro 9 - Matriz binária X	43
Quadro 10 - Matriz Y	44
Quadro 11 - Matriz Z.....	44
Quadro 12 - Listas de compras	46
Quadro 13 - Resumo do resultados	51

LISTA DE SIGLAS E ABREVIACOES

B&B	<i>Branch and Bound</i>
FIFO	<i>First in First out</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
LIFO	<i>Last in First out</i>
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PO	Pesquisa Operacional
PRV	Problema de Roteirização de Veículos
UCS	Universidade de Caxias do Sul

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	13
1.2	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO	14
1.3	OBJETIVOS	16
1.3.1	Objetivo geral	16
1.3.2	Objetivos específicos	16
1.4	AMBIENTE DE TRABALHO.....	16
1.5	DELIMITAÇÃO DO TRABALHO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	INTRODUÇÃO	18
2.2	MODELO	19
2.2.1	Modelos de otimização	19
2.2.2	Modelos matemáticos	21
2.3	PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	22
2.3.1	Formas de apresentação dos modelos de PL	23
2.4	MÉTODO SIMPLEX	25
2.5	PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA.....	27
2.5.1	Método <i>Branch and Bound</i>	28
2.6	PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO DE ROTAS	30
2.6.1	Problema do Caixeiro Viajante	31
3	PROPOSTA DE TRABALHO	34
3.1	CENÁRIO ATUAL	34
3.2	ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO	36
3.2.1	Etapa 1 – Definir a estratégia e realizar a coleta de dados	36
3.2.2	Etapa 2 – Implementar o modelo matemático	37
3.2.3	Etapa 3 – Comparar processos e avaliar com a otimização	38
4	APLICAÇÃO E AVALIAÇÃO DA PROPOSTA DE TRABALHO	39
4.1	DEFINIR A ESTRATÉGIA E REALIZAR A COLETA DE DADOS	39
4.2	IMPLEMENTAR O MODELO MATEMÁTICO	41
4.3	COMPARAR PROCESSOS E AVALIAR COM A OTIMIZAÇÃO.....	46

5	CONCLUSÃO.....	54
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	56
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	57
	APÊNDICE A - LAYOUT DO SUPERMERCADO	59
	APÊNDICE B - CATEGORIAS DE PRODUTOS DO SUPERMERCADO	60
	APÊNDICE C - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 1	66
	APÊNDICE D - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 6	67
	APÊNDICE E - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 2	68
	APÊNDICE F - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 10	69
	APÊNDICE G - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 3	70
	APÊNDICE H - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 7	71
	APÊNDICE I - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 5	72
	APÊNDICE J - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 8	73
	APÊNDICE K - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 4	74
	APÊNDICE L - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 9	75

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho realizou um estudo de minimização de distâncias com aplicação em supermercados por meio de um modelo matemático de Programação Linear (PL). O trabalho teve seu desenvolvimento na Universidade de Caxias do Sul (UCS) para ser apresentado como Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Engenharia de Produção. Foi realizado um levantamento bibliográfico, coleta de dados e análise dos dados coletados. A pesquisa para analisar as distâncias entre as mercadorias deu-se em um supermercado de grande porte situado na cidade de Caxias do Sul - RS.

A PL é uma técnica de otimização da Pesquisa Operacional (PO) que segundo Passos (2008), é aplicada em sistemas de equações (ou inequações) lineares. Um problema de programação linear busca maximizar ou minimizar uma função linear, sujeita a algumas restrições lineares, ou seja, em PL procura-se determinar os valores das variáveis que maximizam ou minimizam uma função objetivo, que deve satisfazer a certas restrições, que são as equações (igualdades) ou inequações (desigualdades) lineares.

Segundo Taha (2008), para auxiliar na tomada de decisões, foi desenvolvido na PO à modelagem de problemas com programação linear, que utiliza recursos computacionais, como *softwares* específicos e planilha eletrônica, que dão suporte para resolver problemas de diversas naturezas como: planejamento urbano, arbitragem de moedas, investimento, planejamento de produção, controle de estoque, planejamento de mão de obra, entre outros. Estes problemas começaram a ser resolvidos com o desenvolvimento do método Simplex por George Dantzig em 1947, que elaborou um algoritmo que é aplicado para determinação da solução ótima do modelo matemático. Para Passos (2008), um modelo matemático retrata uma situação idealizada da realidade, simplificada o bastante para permitir cálculos matemáticos, e tem como objetivo o entendimento do fenômeno e possíveis previsões de seu comportamento futuro.

De acordo com Arenales et al. (2007), as primeiras atividades formais da PO surgiram na Inglaterra durante a segunda guerra mundial, onde cientistas passaram a tomar decisões sobre a forma mais eficiente de utilizar os materiais de guerra com base científica. Com o final da guerra, a PO evoluiu rapidamente nos Estados Unidos com o objetivo de apoiar as decisões na força aérea americana. Após este período essas ideias oriundas dos estudos das operações militares foram adaptadas para abranger as áreas de administração, produção, planejamento e organização.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O aumento da população nas grandes cidades é iminente, de acordo com um estudo realizado pela Organização das Nações Unidas (2014), a população brasileira que vive na área urbana compreende aproximadamente 173 milhões de pessoas e a expectativa para o ano de 2050 é que esse número chegue a 210 milhões de habitantes vivendo nas cidades brasileiras. Baseado neste contexto pode-se prever que possa haver uma demanda alta para o planejamento de infraestrutura, transporte, energia, educação e saúde principalmente para as grandes cidades. Um dos motivos para o aumento da densidade demográfica nos grandes centros se dá por causa do acesso a universidades, melhores propostas de emprego, maiores recursos da área da saúde, fazendo com que a população da zona rural e/ou das cidades menores mude-se em busca destas oportunidades.

Muitos destes problemas relacionados ao aumento da população nas grandes cidades podem ter seu impacto minimizado ou até mesmo resolvido por meio da aplicação de recursos da PO.

Como fonte para a tomada de decisões, a PO surge para auxiliar os gestores do sistema público e privado a tomarem as medidas que podem produzir os melhores resultados nas organizações ou nas cidades. Conforme Arenales (2007), pode-se citar como aplicação no setor público a coleta de lixo, transporte, policiamento entre outros. Para Passos (2008), o processo de decisão é formalizado em uma aproximação qualitativa ou quantitativa, com a utilização da modelagem matemática, que expressa situações-problemas reais.

Desta forma, com o auxílio deste recurso, é possível realizar análises que contribuem para o bom desenvolvimento das cidades. Porém, o investimento que os órgãos públicos disponibilizam para as melhorias na área urbana bem como o tempo para a execução de obras é bem inferior ao crescimento da população e com isso os cidadãos acabam se deparando com congestionamento, filas, probabilidades maiores de ocorrer acidentes entre outros aspectos que é possível ser verificado diariamente, seja em fontes de notícias ou por experiência própria.

Com uma população cada vez mais atarefada e com os problemas que o crescimento demográfico trás para as cidades, o cidadão acaba por não ter tempo para realizar tarefas que são de necessidades básicas, como por exemplo, realizar compras em supermercados, fazer atividades físicas, entre outros. É neste contexto que uma otimização na hora de realizar as compras em um supermercado se faz necessária, uma vez que, o tempo tem se tornado cada vez mais escasso.

Para Morabito e Lima (2000), os consumidores fazem a relação com o tempo gasto para realizar as compras com a desorganização geral do supermercado. Ainda para Morabito e Lima (2000), os clientes consideram uma economia de tempo uma boa disposição dos produtos nas gôndolas, presença de preço nos produtos e atendimentos mais automatizado nos caixas.

Neste contexto, o presente trabalho procura abordar de forma quantitativa uma possível solução para minimizar o tempo de permanência dentro de um supermercado fazendo com que realizar compras não seja uma atividade que tome mais tempo do que o necessário para o cidadão. A primeira etapa deste trabalho refere-se à introdução ao tema, suas justificativas, seus objetivos gerais e específicos. A segunda etapa apresenta a fundamentação teórica ao que foi analisado, como a contribuição de autores, artigos científicos e teses sobre o assunto. A terceira etapa apresenta a proposta do trabalho demonstrando a situação real e visando seus objetivos. Por fim, apresentam-se a quarta e última etapa, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

1.2 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

A constante busca do ser humano em obter tempo livre após suas atividades laborais, que na sociedade atual tem preenchido de forma consistente pelo menos a metade do dia de qualquer cidadão entre as horas trabalhadas e o deslocamento para ir até a empresa, faz com que surjam alternativas e tecnologias para auxiliar na otimização de tempo de qualquer pessoa. Nesta nova era, segundo Aquino e Martins (2007) a pressa surge como fenômeno típico e os avanços tecnológicos servem como molas propulsoras para se poder ganhar mais tempo. Neste contexto, os celulares, o e-mail, a internet, os métodos de comunicação, entre outros recursos, são artifícios que a sociedade moderna utiliza para dispor de tempo livre. Como forma de colaborar para este novo cenário que se revela atualmente, a minimização de distância torna-se imprescindível para o cidadão que busca ganhar tempo com atividades rotineiras.

Dentre as técnicas disponíveis, a PL, analisa matematicamente os dados coletados e procura encontrar o valor ótimo do objetivo estabelecido, que neste caso é obter a menor distância a se percorrer. Para Andrade (1998), um problema de otimização é caracterizado por possuir um objetivo que pode ser demonstrado em termos de variáveis de decisão do problema, e a existência de restrições à aplicação dos recursos, sejam elas em relação às quantidades disponíveis como também com relação à forma de emprego.

De forma a minimizar a distância percorrida dentro de um supermercado a partir de uma lista de compras, tem-se como objetivo analisar quantitativamente a menor distância que se deve percorrer para que as compras sejam realizadas. É fundamental que haja um roteiro a ser seguido e que o consumidor passe apenas uma vez no corredor que possui as mercadorias que deseja comprar. Neste contexto, pode-se citar o problema do caixeiro viajante, que se trata de um problema de otimização combinatória que pode ter a sua solução por meio da PL. O problema do caixeiro viajante é um exemplo, onde um caixeiro deve visitar um número específico de cidades passando apenas uma vez em cada cidade de forma que volte para o ponto inicial percorrendo a menor distância possível.

A partir da rota criada é possível estabelecer também um tempo médio de permanência dentro do supermercado bem como uma redução nos custos nas compras, uma vez que, se for seguido exatamente a rota especificada a possibilidade para compra de produtos excedentes é nula. De acordo com uma matéria do site Proteste (2015), todos os sentidos do ser humano são incentivados para aumentar o consumo desnecessário de produtos, seja por meio de promoções, a decoração do supermercado, realização de feiras temáticas de itens específicos, como por exemplo, festa junina, entre outros métodos. Ainda de acordo com a matéria, com a frequente alta dos preços dos produtos, as compras mensais tendem a pesar no orçamento familiar, ou seja, é necessário que se faça uma lista de compras do que realmente precisa ser comprado e que o consumidor se mantenha fiel a ela.

Desta forma, o presente trabalho, efetuou a coleta das distâncias entre as mercadorias de um supermercado situado em Caxias do Sul – RS, permitindo montar um banco de dados que foi possível de ser analisado e que foi possível aplicar a técnica de PL. O objetivo desta técnica é minimizar a distância percorrida dentro do supermercado a partir da lista de compras, e que neste contexto também, visa diminuir o tempo para realização das compras bem como ser uma fonte de economia para o orçamento familiar que tem sofrido gradativamente devido ao cenário econômico nacional. Este trabalho foi desenvolvido por meio da disciplina de Trabalho de Conclusão do Curso I e II durante o período de 2016/4 e 2017/2.

1.3 OBJETIVOS

O trabalho foi desenvolvido de acordo com os objetivos geral e específicos que constam neste capítulo.

1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho teve como objetivo geral propor um algoritmo para minimizar a distância percorrida dentro de um supermercado a partir de uma lista de compras utilizando Programação Linear.

1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram determinados os seguintes objetivos específicos:

- a) Definir a estratégia e realizar a coleta de dados medindo a distância entre as mercadorias;
- b) Implementar um modelo matemático;
- c) Comparar processos e avaliar com a otimização;

1.4 AMBIENTE DE TRABALHO

O trabalho foi desenvolvido com o auxílio da Universidade de Caxias do Sul (UCS), caracterizando-se pela realização uma pesquisa quantitativa. A UCS é uma Instituição Comunitária de Ensino Superior, localizada na região Nordeste do Rio Grande do Sul (RS). Tendo sido fundada em 1967, oferece atualmente diversos cursos de graduação e diferentes modalidades de Pós-Graduação, incluindo Especializações, MBAs, Mestrados e Doutorados. A sede está localizada em Caxias do Sul – RS, sendo que possui outras unidades em outras cidades do estado (UCS, 2016). A pesquisa foi desenvolvida em um local externo à UCS e não fez referência a processos ou ferramentas que a mesma tenha controle. Entretanto, o trabalho pode ser utilizado pela instituição caso tenha interesse. O papel da UCS para a realização do trabalho foi na prestação de suporte tecnológico e como ambiente de consultas ao professor orientador e aquisição de conhecimento.

A pesquisa foi aplicada em um supermercado situado na cidade de Caxias do Sul. O supermercado escolhido para realização deste trabalho possui um fluxo intenso de pessoas, principalmente nos finais de semana.

Durante o segundo semestre de 2016 se deu início as pesquisas teóricas e práticas e se finalizou em meados de 2017. O ambiente do trabalho foram as instalações físicas da UCS para que possa ser realizada a pesquisa teórica neste primeiro momento. Num segundo momento foi realizada a observação no local definido, bem como foram coletadas as distâncias para que posteriormente, pudessem ser feitos os cálculos com o auxílio de computador.

Portanto, o trabalho foi desenvolvido na Universidade com o aporte do supermercado onde foi possível extrair os dados para que se tenha uma resolução fiel quanto à minimização da distância percorrida para a realização da lista de compras.

1.5 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

A proposta de implantação do trabalho delimita-se a elaborar um algoritmo para que possa ser minimizada a distância percorrida dentro de um supermercado a partir de uma lista de compras. Como recurso da PO foi utilizado a PL que gerou como resultado a menor distância a se percorrer e que, com este intuito, o algoritmo apresentou de forma ilustrativa o melhor caminho a ser percorrido para a realização das compras de forma mais rápida. Embora existam diversos tipos de algoritmos que minimizem distâncias a serem percorridas, o conceito do problema do caixeiro viajante foi utilizado como suporte para o desenvolvimento do algoritmo. A elaboração do algoritmo foi baseada em coleta de informações extraídas do ambiente real de um supermercado, onde estes dados foram coletados em datas e horários específicos definidos. O presente trabalho está baseado em apenas um supermercado e as listas de compras são referentes a este local. Para que seja possível aplicar o algoritmo para outros supermercados novas coletas de distâncias serão necessárias, bem como a elaboração de listas de compras baseadas nestas novas coletas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo tem por objetivo reunir uma revisão bibliográfica dos assuntos que fazem parte da Pesquisa Operacional e que servem de referência para o estudo da otimização de distâncias: Modelagem matemática, Programação Linear, Método Simplex, Programação Linear Inteira, Branch and Bound e Algoritmos de rota.

2.1 INTRODUÇÃO

O conceito de PO é considerado amplo por tratar-se de uma disciplina que abrange diversos ramos de estudo, porém, possui um objetivo bem definido em todas as áreas que atua que é servir de apoio a tomada de decisão. O termo ‘Pesquisa Operacional’ foi utilizado pela primeira vez durante a Segunda Guerra Mundial, quando pesquisadores buscavam desenvolver métodos para resolver problemas de operações militares, sendo assim, iniciava-se a utilização da análise científica de recursos militares de maneira sistemática. (ARENALES ET AL. et al., 2007). De acordo com o mesmo autor, a PO possui enfoque científico – voltado para o auxílio na tomada de decisão; enfoque matemático – voltado à construção de modelos matemáticos; e enfoque tecnológico – voltado ao tratamento de informações com uso de tecnologias de *software* e *hardware*.

A partir da década de 1950, na economia do pós-guerra, esta ciência teve grande aplicação nas empresas. Seu sucesso neste ramo se dá na sua objetividade de tratar de problemas complexos por meio de modelos que traduzem de forma clara, objetiva e estruturada as situações vivenciadas nas organizações. (LONGARAY, 2013).

Segundo Andrade (2015), uma característica importante da PO é a utilização de modelos matemáticos para facilitar o processo de análise de decisão. Este método permite que possa ser experimentada uma situação, ou seja, dá a possibilidade de uma tomada de decisão ser mais bem avaliada e testada antes de ser implementada. Atualmente, com os recursos computacionais cada vez mais versáteis, é possível resolver problemas de forma mais rápida. Este recurso dá às empresas que o adotam um diferencial competitivo que se mostra cada vez mais satisfatório na tomada de decisão.

Portanto, a utilização da PO se traduz em dois enfoques distintos: o clássico e o atual, onde o enfoque clássico provém da análise quantitativa dos dados, utilizando os recursos matemáticos e estatísticos para a solução ótima dos problemas, e para complementar há o

enfoque atual que busca uma solução qualitativa dos dados. Neste enfoque a modelagem do problema ganha destaque e desvia-se do foco matemático com o intuito de favorecer o pensamento crítico sobre os fatores mais e menos importantes na tomada de decisão. (ANDRADE, 2015).

2.2 MODELO

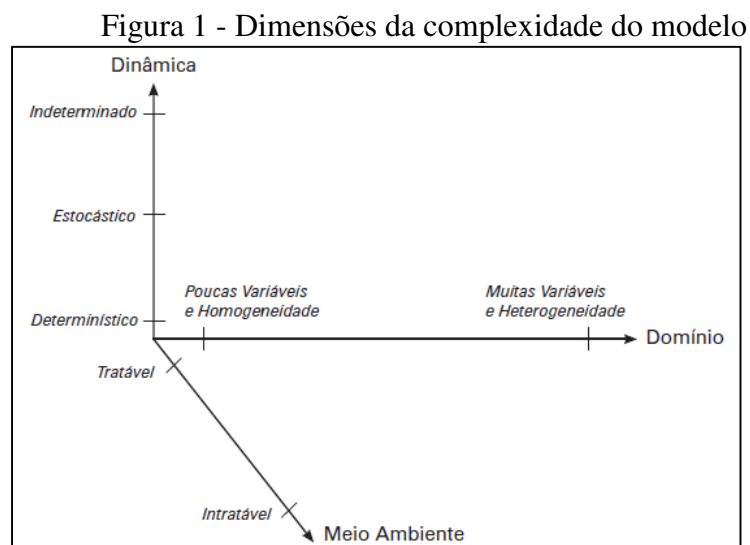
Para Goldberg e Luna (2005, p. 11), “Os modelos são representações simplificadas da realidade que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada.” Um modelo é uma forma que o homem encontrou para ver a realidade de maneira estruturada. Quando se explica algo para alguém por meio de fotografias ou gráficos, ou também através de equações matemáticas está se transmitindo e interpretando a realidade através de um modelo.

2.2.1 Modelos de otimização

De acordo com Goldberg e Luna (2005), para se formalizar um modelo que seja similar a uma representação da realidade deve-se definir:

- a) a estrutura relacional do sistema representado;
- b) o comportamento funcional de cada subsistema ou componente atômico;
- c) os fluxos de inter-relacionamento.

Conforme a Figura 1 é possível verificar as condições factíveis para se modelar um problema devido a sua complexidade.

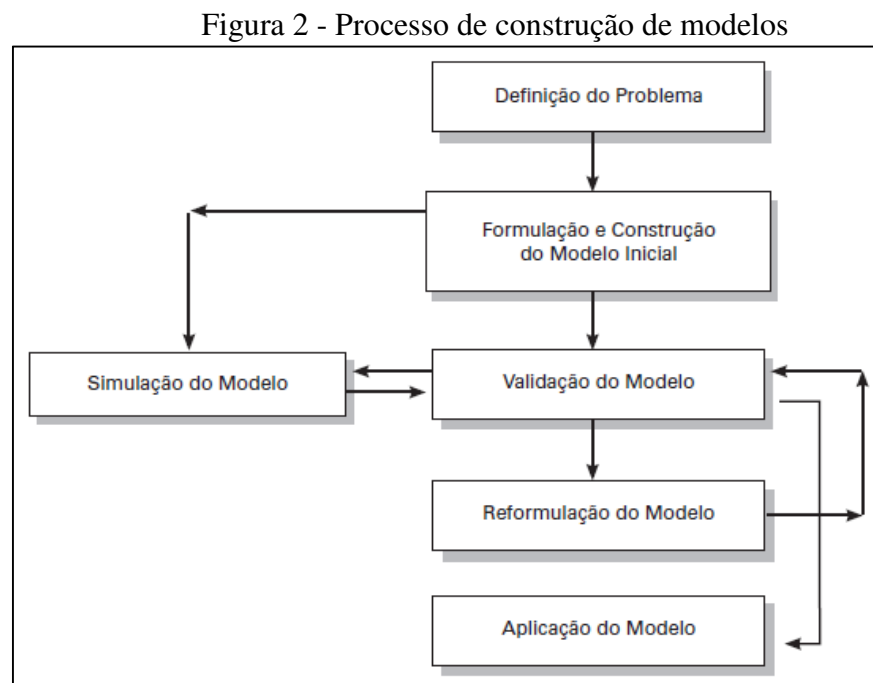


Fonte: Adaptado de Goldberg e Luna (2005, p. 14)

As principais características dos modelos de otimização são (GOLDBARG; LUNA, 2005):

- a) obtenção das propriedades analíticas do modelo;
- b) ênfase em uma melhoria mensurável no processo;
- c) reconhecimento explícito das interações no modelo e sobre o modelo.

A Figura 2 mostra de forma resumida o processo de modelagem ou de construção de modelos na ótica operacional levando em consideração os elementos fundamentais para um problema ser traduzido, que são: objetivos, variáveis de decisão e controle e níveis de detalhe.



Fonte: Adaptado de Goldbarg; Luna (2005, p. 17)

Para um modelo de otimização ter sucesso o mesmo depende da adequação de sua formulação. Os modelos de otimização trazem consigo uma carga quantitativa e matemática enorme, porém, existe uma percepção do elaborador do modelo que podem ser traduzidas em: intuição, experiência, criatividade, poder de síntese, etc. que escapam ao conteúdo estritamente técnico (GOLDBARG; LUNA, 2005).

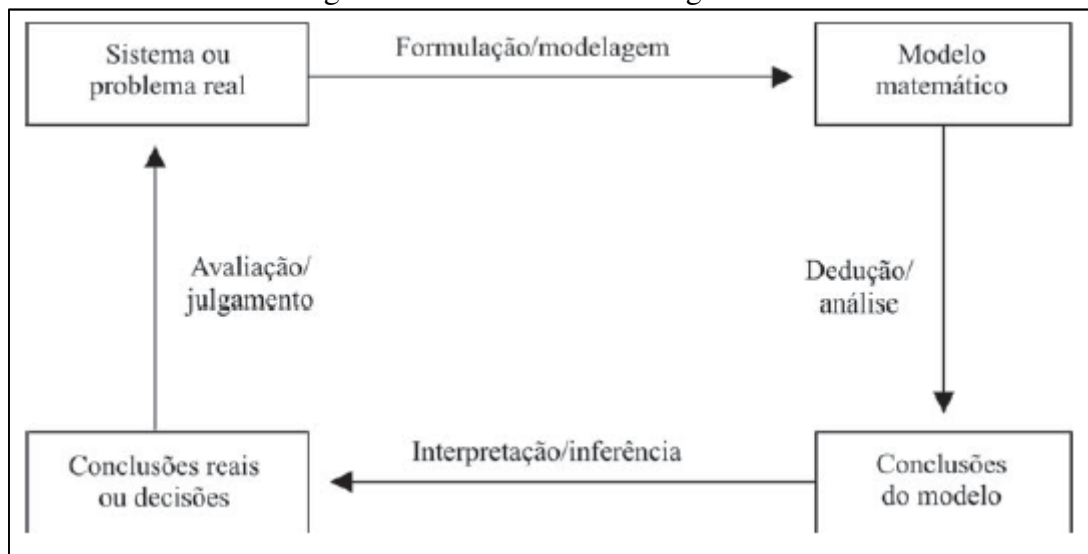
2.2.2 Modelos matemáticos

Conforme os autores Arenales et al. (2007), é através da observação de fenômenos, processos ou sistemas, que se tende a buscar leis que os regem. Se essas leis forem passíveis de serem descritas por relações matemáticas, as mesmas dão origem aos modelos matemáticos. Os modelos neste contexto procuram imitar as principais características de um objeto real para fim de representá-lo.

Em geral, para formular um modelo matemático, simplificações razoáveis do sistema ou problema real precisam ser consideradas (em diferentes níveis) e a validação do modelo depende de a solução do modelo matemático ser coerente com o contexto original. Com isso, o modelo matemático é uma representação simplificada do problema real (ARENALES ET AL., 2007, p. 3).

O diagrama da Figura 3 ilustra de forma simplificada a solução de um problema usando a modelagem matemática.

Figura 3 - Processo de modelagem matemática



Fonte: Adaptado de Arenales et al. (2007)

De acordo com o diagrama acima, Taha (2008) define as principais fases de implementação do modelo matemático:

- a) definição do problema: envolve definir o escopo do problema sob investigação. A meta é identificar os três elementos principais de um problema de decisão: (1) descrição das alternativas de decisão, (2) determinação do objetivo do estudo e (3) especificação das limitações sob as quais o sistema modelado funciona;

- b) construção do modelo: implica uma tentativa de traduzir a definição do problema em relações matemáticas. Se o modelo resultante se ajustar a um dos métodos matemáticos padrões, tal como programação linear, é possível chegar a uma solução utilizando algoritmos disponíveis;
- c) solução do modelo: baseia-se na utilização de algoritmos de otimização bem definidos. Um aspecto importante da fase de solução do modelo é a análise de sensibilidade, que trata de obter informações adicionais sobre o comportamento da solução ótima quando o modelo passa por algumas mudanças de parâmetro. Nesses casos, é importante estudar o comportamento da solução ótima na vizinhança dos parâmetros estimados;
- d) validação do modelo: verifica se o modelo proposto faz ou não o que diz fazer – isto é, ele prevê adequadamente o comportamento do sistema em estudo? A solução faz sentido? Os resultados são intuitivamente aceitáveis? Uma forma de verificar a validade de um modelo é comparando com os resultados de dados históricos;
- e) implementação da solução: de um modelo validado envolve a tradução dos resultados em instruções operacionais inteligíveis que são emitidas para as pessoas que administrarão o sistema.

Segundo Goldbarg e Luna (2005), é através de um conjunto de equações ou expressões matemáticas que os modelos matemáticos são representados. Para cada decisão quantificada a ser tomada, pode-se associar uma variável de decisão, cujos valores o próprio modelo deve determinar.

2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR

De acordo com Passos (2008), os primeiros estudos sobre Programação Linear datam do século XVII com os matemáticos Newton, Bernoulli e Lagrange, mas foi a partir do século XX que nomes como Leonid Kantorovitch, George Stigler, Tjalling Koopmans, Janos Von Neumann e George Dantzig desenvolveram de forma mais estruturada esta técnica de otimização. Ainda segundo o autor, um modelo de programação linear baseia-se no comportamento de um sistema, que pode ser composto por equipamentos, tempo, funcionários, materiais disponíveis, etc. e deve ilustrar o inter-relacionamento entre seus componentes.

Segundo Goldbarg; Luna (2005), um sistema só pode ser representado por meio de um modelo de PL se possuir as seguintes características:

- a) proporcionalidade: a quantidade de recurso consumido por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final do problema. Além disso, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade;
- b) não negatividade: deve ser sempre possível desenvolver dada atividade em qualquer nível não-negativo, e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado;
- c) aditividade: o custo total é a soma das parcelas associadas a cada atividade;
- d) separabilidade: pode-se identificar de forma separada o custo (ou consumo de recursos) específico das operações de cada atividade.

Algumas etapas devem ser levadas em consideração para se chegar a um modelo que utilize os recursos disponíveis de forma viável. Nos modelos de PL a função objetivo e as restrições são combinações lineares das variáveis de decisão. Para construir esses modelos devem-se considerar (PASSOS, 2008):

- a) variável de decisão: primeiro passo na construção do modelo. A modelagem é realizada a partir delas e também se dá o nível de atividade que se está querendo maximizar ou minimizar. Depois de nomeadas, as mesmas devem permanecer até o final do modelo;
- b) função objetivo: esta função demonstra o que se quer otimizar, ou seja, indica o objetivo que se quer atingir. Ela é composta pelas variáveis de decisão e a partir delas procura-se achar o valor ótimo derivado de uma maximização ou minimização;
- c) restrições: também podem ser chamadas de condições, são elas que limitam o problema. Elas impõem os valores que poderão ser assumidos pelas variáveis de decisão formando um sistema de equações ou inequações cuja resolução indica os valores das variáveis de decisão;
- d) condição de não-negatividade: esta condição diz que os valores das variáveis de decisão não são negativos.

2.3.1 Formas de apresentação dos modelos de PL

De acordo com Passos (2008), os modelos de Programação Linear podem ser de três formas, padrão, canônica e matricial.

- a) forma padrão: as restrições são escritas como equações matemáticas:

$$\text{Max (ou Min)} Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + C_nX_n - \text{Função objetivo}$$

$$\text{Sujeito a: } \begin{array}{cccccc} A_{11}X_1 & + & A_{12}X_2 & + & A_{13}X_3 & + & A_{1n}X_n & = & b_1 \\ A_{21}X_1 & + & A_{22}X_2 & + & A_{23}X_3 & + & A_{2n}X_n & = & b_2 \\ A_{31}X_1 & + & A_{32}X_2 & + & A_{33}X_3 & + & A_{3n}X_n & = & b_3 \\ A_{m1}X_1 & + & A_{m2}X_2 & + & A_{m3}X_3 & + & A_{mn}X_n & = & b_n \end{array} - \text{Restrições}$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, \dots, X_n \geq 0 - \text{Condição de não - negatividade}$$

Onde: $X: \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$: são as variáveis de decisão

$A: \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_m\}$: são os coeficientes das variáveis;

$B: \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_m\}$: são os termos independentes.

b) forma canônica: as restrições são apresentadas na forma de inequações:

$$\text{Max (ou Min)} Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + C_nX_n - \text{Função objetivo}$$

$$\text{Sujeito a: } \begin{array}{cccccc} A_{11}X_1 & + & A_{12}X_2 & + & A_{13}X_3 & + & A_{1n}X_n & \leq (\text{ou } \geq) & b_1 \\ A_{21}X_1 & + & A_{22}X_2 & + & A_{23}X_3 & + & A_{2n}X_n & \leq (\text{ou } \geq) & b_2 \\ A_{31}X_1 & + & A_{32}X_2 & + & A_{33}X_3 & + & A_{3n}X_n & \leq (\text{ou } \geq) & b_3 \\ A_{m1}X_1 & + & A_{m2}X_2 & + & A_{m3}X_3 & + & A_{mn}X_n & \leq (\text{ou } \geq) & b_n \end{array} - \text{Restrições}$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, \dots, X_n \geq 0 - \text{Condição de não - negatividade}$$

c) forma matricial: o sistema é apresentado em forma de matrizes:

$$\text{Max (Min)} Z$$

$$[C_1, C_2, C_3, \dots, C_n] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_n \end{bmatrix} - \text{Função objetivo}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_n \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_n \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_n \\ A_{m1} & A_{m2} & A_{m3} & A_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_n \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leq \\ \geq \\ = \end{array} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_n \end{bmatrix} - \text{Restrições}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} - \text{Condição de não-negatividade}$$

$$\text{Max (Min) } Z = CX$$

$$AX \leq (= \text{ ou } \geq) B$$

$$X \geq 0$$

Onde: Max (Min): otimização da função objetivo;

C: coeficientes da função objetivo;

A: matriz tecnológica;

B: recursos disponíveis;

X: variáveis de decisão.

Taha (2008) defende que para se chegar a um modelo não há um método padronizado, o que importa é o conhecimento e a experiência do profissional que está desenvolvendo este modelo. Segundo o autor, alguns princípios básicos devem ser obedecidos para que se obtenha um modelo com qualidade, são eles:

- a) escolher as variáveis de decisão mantendo-as até completar o modelo, ou seja, no decorrer da construção atentar para não trocar essas variáveis;
- b) especificar na função objetivo o que se quer, se é maximização ou minimização;
- c) verificar todos os dados que limitam o problema, classificando-os por espécie ou padrão, isto é, separando cada tipo de restrição;
- d) as variáveis de decisão só assumem valores não negativos.

2.4 MÉTODO SIMPLEX

O método Simplex, conhecido também como algoritmo Simplex, foi uma das grandes contribuições do século XX à programação matemática. É um algoritmo eficiente para solução de sistemas lineares e que pode ser adaptável ao cálculo computacional. Baseado nos princípios da Álgebra Linear, o Simplex utiliza um método iterativo para encontrar a solução ótima de um problema de PL. Desta forma, o algoritmo parte de uma solução viável do sistema de equações que constituem as restrições do modelo, e a partir desta solução busca identificar novas soluções viáveis de valor igual ou melhor que a corrente. Portanto, este método possui um critério de

escolha que permite encontrar sempre novos e melhores vértices do problema analisando se o vértice escolhido é ou não um vértice ótimo (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Passos (2008) considera ainda que:

- a) o método Simplex fundamenta-se em determinar pontos extremos;
- b) o método consiste em mover-se de um ponto qualquer para outro ponto (adjacente) que seja melhor, transformando uma variável não básica em uma variável básica. Variável básica é aquela que faz parte da base do sistema;
- c) o ponto encontrado é ótimo se não for possível levantar outros pontos extremos factíveis melhores. Esta é a condição de paragem.

Conforme a Figura 4, é possível verificar o quadro inicial do Simplex para a resolução de modelos matemáticos.

Figura 4 - Situação inicial Simplex

		$x_1 \dots\dots\dots x_k \dots\dots\dots x_s$	$x_{s+1} \dots\dots\dots x_{s+r} \dots\dots\dots x_n$	
	z	$c_1 \dots\dots\dots c_{1k} \dots\dots\dots c_s$	$c_{s+1} \dots\dots\dots c_{s+r} \dots\dots\dots c_n$	
x_{s+1}	b_1	$a_{11} \dots\dots\dots a_{1k} \dots\dots\dots a_{1s}$	$1 \dots 0 \dots 0$	$\frac{\bar{b}_s}{a_{sk}}$
\vdots	\vdots	$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$	$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$	
x_{s+r}	b_r	$a_{r1} \dots\dots\dots a_{rk} \dots\dots\dots a_{rs}$	$0 \dots 1 \dots 0$	
\vdots	\vdots	$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$	$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$	
x_n	b_m	$a_{m1} \dots\dots\dots a_{mk} \dots\dots\dots a_{ms}$	$0 \dots 0 \dots 1$	
	Termo Ind.	Matriz de Restrições ($m \times m - n$)	Variáveis de Folga ($m \times m$)	

Fonte: Adaptado de Goldbarg e Luna (2005).

O mesmo quadro pode ser interpretado de forma matemática para identificação das matrizes e variáveis conforme a Figura 5.

Figura 5 - Identificação das matrizes e variáveis

		Índice das Variáveis		
	Valor da F.O.	Valor de $z_j - c_j$		
Índice das Variáveis Básicas	\bar{x}_B	$Y = B^{-1} R$	B^{-1}	Área de Cálculos
		Variáveis Não Básicas	Variáveis Básicas	

Fonte: Adaptado de Goldbarg e Luna (2005).

A Figura 6 mostra o quadro geral na forma canônica ao longo das iterações do algoritmo.

Figura 6 - Quadro geral do Simplex

		$x_1 \dots x_k \dots x_s \quad x_{s+1} \dots x_{s+r} \dots x_n$	
	z	$z_1 - c_1 \dots z_k - c_k \dots z_s - c_s \quad z_{s+1} - c_{s+1} \dots z_{s+r} - c_{s+r} \dots z_n - c_n$	
x_{B_1}	\bar{b}_1	$y_{11} \dots y_{1k} \dots y_{1s}$	B^{-1}
\vdots	\vdots	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	
x_{B_r}	\bar{b}_r	$y_{r1} \dots y_{rk} \dots y_{rs}$	
\vdots	\vdots	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	
x_{B_m}	\bar{b}_m	$y_{m1} \dots y_{mk} \dots y_{ms}$	$\frac{\bar{b}_s}{y_{sk}}$

Fonte: Adaptado de Goldberg e Luna (2005).

De acordo com Goldberg e Luna (2005), os passos a seguir são fundamentais para a solução do sistema de inequações lineares que estão sujeitas a uma função objetivo:

- a) organizar o quadro inicial partindo de um problema de programação linear na forma canônica;
- b) realizar o teste de parada, ou seja: se todos os $Z_j - C_j \leq 0$ ($j \in J$) então a solução ótima foi alcançada; caso contrário, deve-se escolher o maior $Z_j - C_j \geq 0$, escolhendo o vetor X_k para entrar na base;
- c) definir a variável que sai da base: se $Y_{ik} \leq 0$ para todo $i = 1, \dots, m$, então a variável X_k pode ser diminuída indefinidamente e o valor de Z tende ao infinito negativo. Neste caso, a solução é ilimitada. Se $Y_{ik} > 0$ para algum $i = 1, \dots, m$, então deve-se calcular r , onde r é a variável básica relacionada ao mínimo entre os coeficientes $\frac{\bar{b}_i}{y_{ik}}$. O elemento Y_{rk} é denominado pivô.
- d) substituir a r -ésima variável, correspondente a r -ésima equação pela variável X_k , que passa a integrar a nova base, e recalculer as matrizes B^{-1} , Y e os vetores $Z_j - C_j$, \bar{X}_B e Z_0 . Retomar ao passo b.

2.5 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

De acordo com Lachtermacher (2016), um problema de programação linear pode ser chamado de inteiro se a função objetivo e as restrições forem lineares e uma ou mais variáveis de decisão são representadas apenas por valores inteiros. Para o autor, a diferença entre programação linear e programação linear inteira (PLI) é a inclusão de uma restrição que limita o espectro de variação de uma variável de decisão.

Este tipo de problema pode apresentar dois tipos básicos:

- a) programação inteira total: onde todas as variáveis de decisão são do tipo inteiro;
- b) programação linear inteira mista: onde apenas uma parte das variáveis é do tipo inteiro, enquanto outras são do tipo real.

Portanto, o surgimento deste método de resolução deve-se a necessidade de se obter soluções inteiras e não fracionárias.

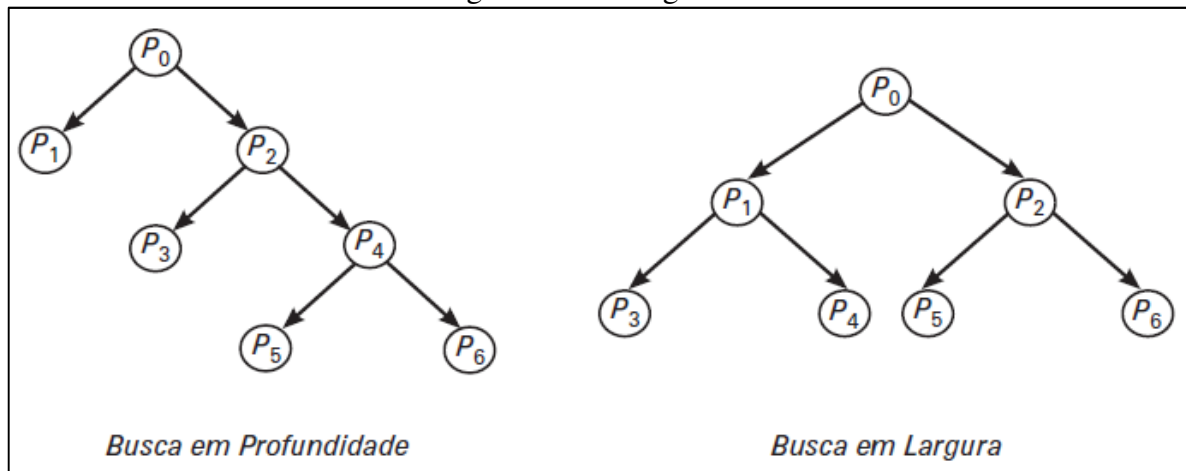
Conforme Souto (2008), para resolver um problema de PLI basta resolver o problema de PL, e caso exista solução, encontrar na vizinhança o ponto mais próximo com componentes inteiras. Esta maneira de resolução obtém um valor satisfatório se a solução x esperada contém valores inteiros grandes, que, por conseguinte forem insensíveis ao arredondamento. Ainda segundo o autor, essa abordagem traz sérias limitações, como por exemplo, quando a solução desejada seja zero ou um, onde os problemas possuem propriedades que as variáveis inteiras sejam apenas um dos dois valores.

2.5.1 Método *Branch and Bound*

Este método é o mais utilizado atualmente para a resolução de problemas do tipo PLI. Apesar da variedade de formas para resolver problemas utilizando este método devido aos diversos tipos de problemas específicos, de maneira geral, o objetivo do *Branch and Bound* (B&B) é dividir o conjunto de soluções viáveis, em subconjuntos sem interseções entre si, calculando-se os limites superiores e inferiores para cada subconjunto (LACHTERMACHER, 2016).

Segundo Goldberg e Luna (2005), para se obter sucesso neste algoritmo um dos pontos fundamentais é a qualidade do limite gerado pela solução inteira. Essa qualidade é atingida dependendo da estratégia de desdobramento da árvore de busca que pode ser de duas formas, busca em profundidade ou busca em largura. A Figura 7 apresenta o aspecto das árvores desenvolvidas pelas duas estratégias.

Figura 7 - Estratégias de divisão



Fonte: Adaptado de Goldberg e Luna (2005).

Para Coutinho (2014), as três fases de iteração do algoritmo são: seleção do nó a explorar, cálculo dos *bounds*, e o *branching*.

O *branch* do (B&B) refere-se ao processo de particionamento sucessivo do problema inicial, enquanto do *bound* refere-se aos valores de soluções intermediárias, usados para limitar a decomposição de subproblemas inviáveis, garantindo que a solução final é ótima sem a necessidade de uma busca cansativa, ou então que não há solução para o problema (FARIAS, 2000).

Segundo Farias (2000), um algoritmo de B&B pode ser dividido em quatro partes, são elas:

- a) regra de particionamento: esta regra é responsável pela divisão do problema em subproblemas. **Para cada subproblema $P(i)$ de P ; *Branch and Bound* ($P(i)$),** ou seja, os nós intermediários da árvore de estados, que representam as possíveis soluções de ($P(i)$) a serem analisadas, são normalmente mantidos em uma estrutura de dados tipo lista, onde a escolha do método para ordenação determina a estratégia a ser adotada na regra de seleção do (B&B);
- b) regra de seleção: verifica os subproblemas ainda não analisados, e seleciona um deles para a próxima expansão. Para escolher o próximo subproblema existem quatro diferentes abordagens que são elas: Busca em largura: quando a lista de nós a serem examinados é mantida em uma lista do tipo *first in first out* (FIFO); Busca em profundidade: quando a lista de nós é mantida como uma lista do tipo *last in first out* (LIFO); melhores primeiro: se a lista é ordenada com as melhores soluções parciais primeiro; Aleatório: se a seleção de nós é arbitrária;

- c) regra de eliminação: esta regra especifica quais subproblemas não podem gerar uma solução ótima, melhor do que a solução atual encontrada durante as operações de particionamento e seleção, e os elimina da árvore de estados;
- d) condição de término: ocorre quando não há mais subproblemas na árvore de estados para decomposição, encerrando o processo. Se os subproblemas são mantidos em uma lista, a condição de lista vazia indica o final do processo.

Ainda segundo o autor, as principais vantagens em se usar o B&B na busca de soluções ótimas em problemas combinatoriais são:

- a) não é necessário o processamento de todas as possíveis combinações;
- b) a computação de cada nó da árvore de estados é totalmente independente dos outros nós, permitindo que ramos diferentes da árvore de estados possam ser processados concorrentemente;

2.6 PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO DE ROTAS

O presente trabalho tem como intuito utilizar o conceito introduzido por Dantzig e Ramser em 1959 conhecido como o problema de roteirização de veículos (PRV). O conceito foi adaptado para que o objetivo do trabalho fosse atendido, ou seja, otimizar as distâncias percorridas por pessoas dentro de um supermercado.

De acordo com Wu (2007), o PRV pode ser entendido como o atendimento de nós de demanda em localizações diversas no espaço, que para cada ligação entre um par de nós, tenha distâncias e custos associados. Com o objetivo de atendê-los, uma frota de veículos disponíveis é utilizada para que partam e retornem a um depósito central. Ainda conforme a autora, o intuito é determinar o conjunto de rotas de menor custo para que as necessidades dos nós sejam atendidas, respeitando as restrições operacionais.

Conforme Chong (2001), o PRV foi inicialmente apresentado para auxiliar no processo de distribuição de gasolina em postos de serviços, utilizando uma frota de veículos com capacidade variada. Segundo o autor foi utilizado o modelo de Programação Linear para a resolução de inúmeros problemas nas áreas de produção, distribuição da indústria petroquímica e marketing.

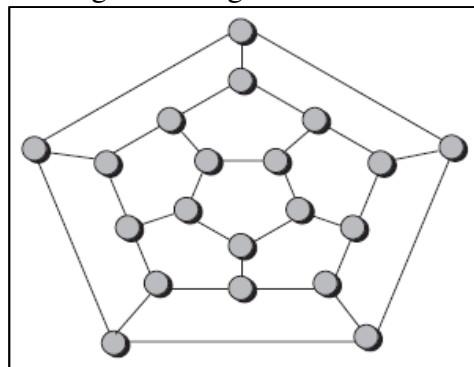
Como dito anteriormente, o foco do trabalho está em utilizar o conceito de otimização de distâncias, porém, não foram utilizadas as variáveis de custos para a resolução do modelo, conforme é proposto no problema de roteirização de veículos.

2.6.1 Problema do Caixeiro Viajante

Segundo Arenales et al. (2007) o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) engloba diversas cidades, em que o caixeiro se desloca de uma cidade base ou depósito, visita todas as cidades ou um subconjunto delas somente uma vez e retorna à cidade de origem otimizando um ou mais objetivos, que podem ser de distância, custo, entre outros. Ao longo de anos de estudos, novas restrições foram e estão sendo incorporadas ao caixeiro viajante, de modo a melhor representar os diferentes problemas envolvendo roteiros de pessoas, veículos e cargas (WU, 2007).

As origens deste problema datam de 1857 quando Willian Rowan Hamilton propôs um jogo conhecido com *Around the World*. Este jogo era feito sobre um dodecaedro¹ em que cada vértice representava uma importante cidade da época. O objetivo deste jogo era encontrar uma rota em que se iniciasse e terminasse em uma mesma cidade sem repetir uma visita. A Figura 8 apresenta um grafo do problema (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Figura 8 - Jogo de Hamilton



Fonte: Adaptado de Goldberg e Luna (2005).

Segundo Wu (2007), o PCV pode ser resolvido utilizando o conceito de Programação Linear Inteira, e pertence a categoria de problemas NP-Difícil, o que significa, à medida que o tamanho do problema aumenta, o esforço computacional para resolvê-lo cresce exponencialmente. Ainda de acordo com a autora, apesar do avanço da tecnologia dos computadores, para resolver problemas de maior porte com aplicações práticas que apresentam muitas variáveis e restrições que devem ser consideradas, os computadores atuais não conseguem atender de forma satisfatória o tempo de processamento.

¹ Poliedro que possui 12 faces planas.

Para Prestes (2006), uma forma natural e intuitiva para obter soluções ótimas do PCV seria testar todas as possibilidades, porém sabe-se que, para problemas de otimização combinatória, esta abordagem é impraticável em função do crescimento exponencial das possibilidades em relação ao tamanho do problema. No entanto, existem outros métodos baseados na Programação Inteira que podem garantir a obtenção de uma solução ótima. Tais como, os algoritmos, ditos exatos, garantem a solução ótima e provam a otimização da solução obtida em um tempo de execução finito ou provam que uma solução viável não existe.

Em conformidade com Arenales et al. (2007), considerando um grafo não orientado $G = (N, E)$ em que o conjunto N consiste de n cidades e E representa o conjunto de arestas entre cidades onde G é um grafo completo, ou seja, para cada par de cidades $i, j \in N, i \neq j$, existe uma aresta (i, j) o problema é simétrico se a distância entre as cidades i e j é $c_{ij} = c_{ji}$, caso contrário o problema é dito assimétrico. De acordo com o autor, este percurso é denominado ciclo hamiltoniano do grafo G , e o problema tem como objetivo determinar o ciclo hamiltoniano, ou rota, de distância mínima.

Segundo Goldberg (2005, p. 332), a forma geral da formulação de Dantzig Fulkerson-Johnson é dada por:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n C_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_{i,j \in S} X_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset N \quad (4)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N \quad (5)$$

Onde:

- a) $X_{ij} = 1$, se o arco $(i,j) \in A$ for escolhido para integrar a solução;
- b) $X_{ij} = 0$, caso contrário;
- c) S é um sub-grafo de G ;
- d) $|S|$: número de vértices do subgrafo S ;

- e) nessa formulação assume-se que: X_{ii} não existe
- f) $n(n-1)$ é o número de variáveis;
- g) as variáveis são inteiras e binárias;
- h) o problema possui número de restrições na ordem (2^n) .

3 PROPOSTA DE TRABALHO

Este capítulo tem o intuito de apresentar o atual cenário de compras em supermercado e também as etapas que foram necessárias para desenvolver a proposta de otimização para a conclusão do estudo.

3.1 CENÁRIO ATUAL

O trabalho foi realizado na Universidade de Caxias do Sul e teve como local de aplicação um supermercado na mesma cidade. No local foram coletados os dados que serviram de base para a otimização que são as distâncias entre as mercadorias. Atualmente o supermercado escolhido para a realização do trabalho conta com mais de 80 anos de história com diversas lojas no estado do Rio Grande do Sul e uma unidade na cidade de São Paulo. Na cidade de Caxias do Sul a rede opera com quatro unidades, sendo uma delas o objeto de estudo. Por questão de sigilo a empresa não quer ter seu nome revelado no presente trabalho, porém, concordou que os dados fossem coletados nas suas dependências.

Na unidade onde foi proposta a análise, a estrutura é dividida de forma a atender a demanda dos clientes contando com 13 caixas de pagamento, sendo três deles caixas rápidos (caixas 11, 12 e 13), para clientes com até 10 itens comprados, um caixa preferencial (caixa 10), para idosos, gestantes e portadores de necessidades especiais e o restante são caixas para uso comum (caixas 1 ao 9). Para cada dois caixas em funcionamento há um empacotador que atende os clientes que estão realizando as compras. A unidade ainda conta com vinte e três gôndolas de mercadorias além dos balcões de açougue, padaria, confeitaria e fiabreria. Os setores são identificados com placas localizadas na parte superior de cada gôndola, onde cada placa sinaliza o tipo de mercadoria que pode ser encontrada naquele corredor. Existem consultores eletrônicos de preço distribuídos pelos corredores a fim de facilitar a visualização do preço de alguma mercadoria que por ventura não tenha seu preço fixado na gôndola. De modo geral, os preços das mercadorias estão localizados na parte inferior de cada nível da gôndola facilitando assim, a identificação do valor dos produtos.

Como foi dito anteriormente, a empresa não quer ter seu nome revelado, portanto, não foi possível tirar fotos de dentro do supermercado. De forma a ilustrar o que foi dito antes, o apêndice A possibilita o entendimento do *layout*, bem como a disposição dos caixas e das gôndolas distribuídas no interior da loja.

De segunda-feira a sábado o horário de funcionamento da loja é das 08h00min até as 21h00min, e nos domingos e feriados o horário é das 09h00min às 20h00min sem fechar ao meio dia em nenhum dia da semana. Existem três turnos de trabalho programados de forma que no horário das 17h00min às 21h00min a empresa conte com mais pessoas trabalhando, devido ser o horário de maior fluxo de clientes, segundo afirmação do gerente da unidade. De segunda a sexta, no horário das 08h00min às 17h00min existem oito caixas em funcionamento e das 17h00min às 21h00min são dez caixas funcionando. Nos finais de semana, épocas festivas e primeira semana de cada mês, devido ao aumento de clientes, o supermercado geralmente trabalha com seus treze caixas. Independente do dia ou horário, sempre existe caixas rápidos, prioritários e comuns abertos. Os turnos de trabalho e seus respectivos horários estão descritos na Quadro 1.

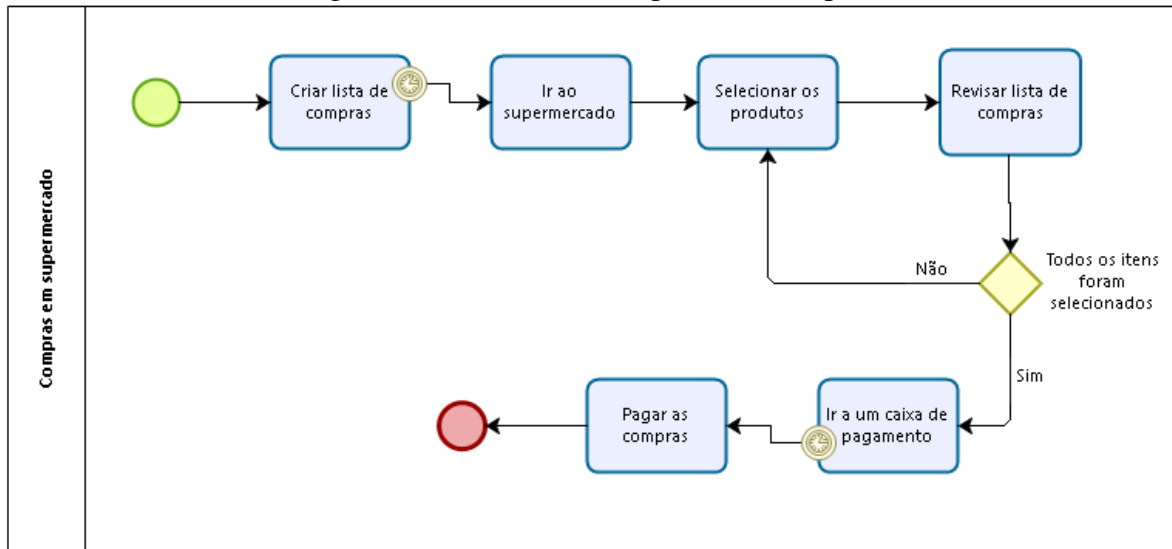
Quadro 1 - Turnos de trabalho

Turno	Início	Término
1	08h	16h
2	09h	17h
3	13h30min	21h

Fonte: O autor (2017)

De maneira geral, os clientes que realizam suas compras no supermercado geralmente criam uma lista dos produtos que desejam comprar, esta lista, na grande parte das vezes, é criada de forma aleatória de acordo com as necessidades de cada consumidor. Portanto, por não existir uma ordenação dos itens da lista que facilitem a compra no interior da loja, pode ocorrer que o cliente precise se deslocar diversas vezes entre os corredores para satisfazer a lista de compras. Em seguida, o cliente dirige-se para o supermercado, seleciona os produtos nas gôndolas conforme a sequência da lista criada. Revisa se todos os itens foram comprados e encaminha-se para algum dos caixas, de acordo com os critérios de caixa rápido e prioritários. Caso algum item não tenha sido selecionado ainda, o cliente desloca-se até o corredor que possui o produto e o seleciona. Após passar todas as compras pelo caixa e realizar o pagamento o cliente conclui sua lista de compras. A Figura 9 representa o fluxo conforme descrito. Este fluxo pode ser considerado como o que acontece na grande maioria das vezes, porém, sabe-se que muitas vezes não há esse planejamento para realizar as compras, portanto, a figura a seguir representa apenas uma das possibilidades de fazer compras no supermercado.

Figura 9 - Processo de compra em um supermercado



Fonte: O autor (2017)

Desta forma, é proposto um algoritmo que facilite as compras do cliente, uma vez que, o mesmo não possui uma ordenação para realizar as compras.

3.2 ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO

Neste item são apresentados os quatro passos necessários para o desenvolvimento do trabalho.

3.2.1 Etapa 1 – Definir a estratégia e realizar a coleta de dados

Primeiramente foi necessário agendar um horário com o responsável pela unidade do supermercado para que fosse possível realizar as coletas dos dados em horário alternativo, onde este processo não interferisse no funcionamento da loja. Foi sugerido realizar a coleta das distâncias entre as mercadorias nas terças-feiras e quartas-feiras nas duas primeiras semanas do mês de março de 2017 no horário das 20h às 21h, e também aos domingos das 8h às 10h.

O equipamento que foi utilizado para a coleta das distâncias foi uma trena a laser, modelo GLM40, que possui capacidade de medição de até 40 metros. Para as distâncias internas que superaram esta medida foi medido em duas ou mais etapas. A utilização deste recurso foi muito importante para o dinamismo da obtenção dos dados, pois para que a trena meça uma distância basta apoiá-la em uma extremidade e apontar a mira laser para a outra extremidade apertando o botão central do equipamento. Instantaneamente a distância é exibida no visor.

Em um primeiro momento foram medidas as distâncias entre as categorias de produtos de maneira que facilitou a implementação do algoritmo. O Apêndice B traz a relação entre as categorias que foram analisadas.

No Quadro 2 estão demonstradas às distâncias entre as categorias. Os valores atribuídos no quadro foram coletados no *in loco*.

Quadro 2 - Distância entre as categorias

De\Para	Categoria 1	Categoria 2	Categoria 3	Categoria 4	Categoria n
Categoria 1	D11	D12	D13	D14	Dn
Categoria 2	D21	D22	D23	D24	Dn
Categoria 3	D31	D32	D33	D34	Dn
Categoria 4	D41	D42	D43	D44	Dn
Categoria n	Dn	Dn	Dn	Dn	Dn

Fonte: O autor (2017)

Após ter obtido todas as distâncias foi possível aplicar um algoritmo que apresente o menor caminho a ser percorrido dentro do supermercado a partir de uma lista de compras pré-definida.

3.2.2 Etapa 2 – Implementar o modelo matemático

Uma vez que os dados foram coletados no supermercado e a matriz de distâncias entre as categorias foi preenchida, um algoritmo de minimização de distâncias para rotas foi aplicado em uma planilha no Microsoft Excel utilizando a ferramenta *Solver* disponível no *software*. O objetivo de utilizar este *software* foi pelo seu baixo custo de aquisição se comparado com *softwares* dedicados à otimização, além de ser amplamente utilizada em empresas de todos os portes.

A matriz de distâncias obtida na etapa anterior foi utilizada neste algoritmo para que o menor caminho fosse encontrado. A variável $X_{ij} = 1$, onde i representa as linhas e j as colunas $\in \{ \text{Categoria 1, Categoria 2, Categoria 3, Categoria 4, Categoria n} \}$, sendo representado os

pontos por meio dos nós i e j , definindo a função objetivo. A implementação seguiu o equacionamento proposto na seção 2.6.1.

3.2.3 Etapa 3 – Comparar processos e avaliar com a otimização

Com o intuito de verificar de maneira quantitativa o algoritmo proposto, foi desenvolvida uma atividade de compras no supermercado com cinco pessoas, onde cada uma delas teve duas listas de compras diferentes e para cada lista foi realizada uma comparação entre utilizar a rota do cliente e utilizar a rota do cliente otimizada. Para que cada pessoa pudesse ter sua distância percorrida conhecida, foi utilizado um aplicativo para celular conhecido como “Pedômetro”. Este aplicativo é encontrado gratuitamente na loja do sistema operacional de cada celular e fornece a distância percorrida em um percurso de acordo com a quantidade de passos que determinada pessoa realiza, bem como o tempo realizado. Em paralelo a isso, foi impresso o *layout* do supermercado e foi traçado com uma caneta o caminho que cada pessoa percorreu. Desta forma foi possível registrar os dados para a comparação com o algoritmo de otimização. O Quadro 3 serviu de registro para as distâncias percorridas em cada processo por cada pessoa.

Quadro 3 - Distâncias percorridas

Pessoa	Processo 1		Processo 2	
	Distância Percorrida (m)	Tempo (min.)	Distância Percorrida (m)	Tempo (min.)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Fonte: O autor (2017)

O processo 1 é referente às compras utilizando a rota do cliente e o processo 2 é para as compras realizadas utilizando a rota do cliente otimizada. A partir desta tabela, se construiu um gráfico que permitiu visualizar as diferenças entre utilizar ou não o algoritmo, e desta forma comparar os dois processos. Esta análise ocorreu no período de 31/03/2017 a 30/05/2017.

4 APLICAÇÃO E AVALIAÇÃO DA PROPOSTA DE TRABALHO

Apresentam-se neste capítulo as etapas sequenciais necessárias para a evolução deste trabalho, totalizadas em quatro, que por meio da Programação linear e com o auxílio do Problema do Caixeiro Viajante, foi possível analisar a otimização da distância percorrida dentro do supermercado.

4.1 DEFINIR A ESTRATÉGIA E REALIZAR A COLETA DE DADOS

A estratégia para realizar a coleta de dados foi definida junto com o gerente geral do supermercado para que as medições entre as mercadorias não interferissem na dinâmica de compras dos clientes, portanto, foram escolhidos horários de menor movimento para a realização das medições. Ficou definido que as coletas seriam feitas nas terças-feiras e quartas-feiras nas duas primeiras semanas do mês de março de 2017 no horário das 20h às 21h, e também aos domingos das 8h às 10h. Portanto, foram utilizadas oito horas para o mapeamento completo das distâncias entre as mercadorias dentro do supermercado.

Para auxiliar na organização da matriz de distâncias foram criados códigos para cada categoria de produtos. Esse código é composto por dois números e uma letra, onde o primeiro número representa o corredor dentro do supermercado, a letra representa qual o lado do corredor, sendo A para lado esquerdo e B para lado direito a partir da entrada da loja e o segundo número representa a categoria de produto em si. Desta forma, o Apêndice B demonstra o código e sua respectiva descrição.

Após ter definido todas as categorias, foi utilizado uma trena a laser modelo GLM40 com capacidade de medição de 40 metros para obter as distâncias entre cada uma das categorias listadas. Para auxiliar na construção da matriz global de distâncias, foi desenhado o *layout* do supermercado identificando cada uma das categorias de produtos em seu devido lugar, conforme Apêndice A. O *software* utilizado para desenhar o *layout* foi o AutoCad 2015 versão do estudante, que se trata de uma licença *free* disponível no site do fabricante. Com o *layout* desenhado em escala 1:1 foi possível obter as coordenadas X e Y em metros de cada um dos produtos dentro das gôndolas. O Quadro 4 apresenta os valores encontrados para as categorias de produtos. Vale ressaltar que o ponto P00 trata-se da posição onde estão posicionados os carrinhos enfileirados, e desta forma se assumiu como ponto de entrada do supermercado e

possui coordenada $X = 0$ e $Y = 0$, ou seja, todos os demais pontos têm como referência este ponto de partida.

Quadro 4 – Coordenadas das categorias de produtos

Corredor	Lado	Produto	Cód.	Coordenada	
				X (m)	Y (m)
P	0	0	P00	0,0	0,0
1	A	1	1A1	5,1	0,0
1	A	2	1A2	11,7	0,0
1	A	3	1A3	16,9	0,0
1	A	4	1A4	20,1	0,0
1	A	5	1A5	22,7	0,0
1	A	6	1A6	28,8	0,0
1	A	7	1A7	33,7	0,0
1	A	8	1A8	36,1	0,0
1	A	9	1A9	43,0	0,0
1	A	10	1A10	50,0	0,0
1	A	11	1A11	53,1	0,0
1	B	1	1B1	9,0	2,2
1	B	2	1B2	13,6	2,2
1	B	3	1B3	16,3	2,2
1	B	4	1B4	14,5	2,2
1	B	5	1B5	27,0	2,2
1	B	6	1B6	31,0	2,2
1	B	7	1B7	32,9	2,2
1	B	8	1B8	34,2	2,2
1	B	9	1B9	40,5	3,0
1	B	10	1B10	43,7	3,0
...
12	B	14	12B14	52,2	33,2

Fonte: O Autor (2017)

Com base nestas coordenadas foi possível criar a matriz de distâncias global, onde cada posição dentro da matriz é a distância entre uma categoria e outra dentro do supermercado. O Quadro 5 apresenta de forma resumida a matriz de distâncias global, uma vez que, a matriz gerada possui 237 linhas e 237 colunas, ou seja, são 56.169 pontos que serviram de base para a resolução do problema.

Quadro 5 – Matriz de distâncias global

	P00	1A1	1A2	1A3	1A4	1A5	1A6	1A7	1A8	1A9	1A10	...	12B14
P00	-	5,07	11,67	16,86	20,06	22,68	28,75	33,73	36,13	42,97	50,00	...	84,73
1A1	5,07	-	6,60	11,79	14,99	17,61	23,68	28,66	31,06	37,90	44,93	...	79,66
1A2	11,67	6,60	-	5,20	8,40	11,02	17,09	22,07	24,46	31,30	38,34	...	74,41
1A3	16,86	11,79	5,20	-	3,20	5,82	11,89	16,87	19,26	26,11	33,14	...	70,50
1A4	20,06	14,99	8,40	3,20	-	2,62	8,69	13,67	16,06	22,91	29,94	...	68,22
1A5	22,68	17,61	11,02	5,82	2,62	-	6,07	11,05	13,44	20,29	27,32	...	66,44
1A6	28,75	23,68	17,09	11,89	8,69	6,07	-	4,98	7,38	14,22	21,25	...	62,67
1A7	33,73	28,66	22,07	16,87	13,67	11,05	4,98	-	2,39	9,24	16,27	...	60,02
1A8	36,13	31,06	24,46	19,26	16,06	13,44	7,38	2,39	-	6,84	13,88	...	58,92
1A9	42,97	37,90	31,30	26,11	22,91	20,29	14,22	9,24	6,84	-	7,03	...	56,49
1A10	50,00	44,93	38,34	33,14	29,94	27,32	21,25	16,27	13,88	7,03	-	...	55,31
...	-	...
12B14	84,73	79,66	74,41	70,50	68,22	66,44	62,67	60,02	58,92	56,49	55,31	...	-

Fonte: O autor (2017)

Todas as distâncias estão em metros e a partir destes resultados foi aplicado o modelo matemático apresentado na seção 2.6.1 para encontrar a menor distância a ser percorrida a partir de uma lista de compras pré-determinada.

4.2 IMPLEMENTAR O MODELO MATEMÁTICO

A ferramenta *Solver* disponibilizada com o *software* Excel possui uma restrição de quantidade de variáveis de decisão para processamento, esse número pode ser de até duzentas variáveis, o que limita o desenvolvimento do algoritmo com uma matriz de 14x14 totalizando cento e noventa e seis variáveis. Porém, como foi necessário a criação de uma matriz binária para encontrar a solução ótima do problema, além das matrizes auxiliares que garantem que o cálculo da otimização inicie sempre no ponto P00 e que não haja sub-regiões, ou seja, o problema inicie no ponto P00 em seguida vá até o próximo ponto de coleta e retorne para o ponto P00 e desta forma ficando em *looping*, o número de variáveis para o processamento é reduzido para sessenta e quatro, ou seja, é gerada uma matriz 8x8. Devido a esta limitação do *software*, foi criada uma lista de compras com 7 itens mais 1 que se refere a posição inicial dentro do supermercado, ou seja, o algoritmo considera sempre como ponto de partida a posição 1 da lista de compras. O Quadro 6 apresenta um exemplo de como foi montada as posições para os itens da lista de compras.

Quadro 6 – Exemplo de lista de compras

Lista de compras	
1	<i>Início</i>
2	Feijão
3	Arroz branco
4	Ovos
5	Massas frescas
6	Refrigerantes 2L
7	Manteiga
8	Pães

Fonte: O autor (2017)

A partir desta lista de compras é criado uma matriz de distâncias entre estes produtos. Os valores são obtidos da matriz de distâncias global. Para se obter esses valores é feito uma procura pelo código correspondente de cada item na matriz de distâncias global, ou seja, conforme o Quadro 7, a distância entre o ponto P00 (Início) e o ponto 4A3 (Feijão) é de 22,11 metros, a distância entre o ponto P00 (Início) e o ponto 4A4 (Arroz branco) é de 25,73 metros e assim sucessivamente. Os valores da diagonal principal são sempre zero, pois está sempre comparando a distância entre um ponto e ele mesmo.

Quadro 7 – Matriz de distâncias entre produtos

Lista de compras			P00	4A3	4A4	8A15	10B2	10B1	11A4	6A5
1	<i>Início</i>	P00	-	22,11	25,73	67,80	61,49	56,73	67,11	55,37
2	Feijão	4A3	22,11	-	5,63	47,87	39,42	35,17	45,04	35,99
3	Arroz branco	4A4	25,73	5,63	-	42,61	36,63	35,11	42,14	30,55
4	Ovos	8A15	67,80	47,87	42,61	-	27,84	39,92	28,97	12,78
5	Massas frescas	10B2	61,49	39,42	36,63	27,84	-	12,62	5,64	29,73
6	Refrigerantes 2L	10B1	56,73	35,17	35,11	39,92	12,62	-	17,17	40,20
7	Manteiga	11A4	67,11	45,04	42,14	28,97	5,64	17,17	-	32,26
8	Pães	6A5	55,37	35,99	30,55	12,78	29,73	40,20	32,26	-

Fonte: O autor (2017)

Os códigos correspondentes a cada um dos produtos da lista são obtidos a partir do quadro do Apêndice B.

Uma matriz binária chamada de **X** foi criada para informar que se foi feito uma rota do item um para o item dois isso significa que a rota do produto um para o produto dois já foi utilizada e o caixeiro viajante não pode mais passar por esses dois pontos. Para que isso seja possível, é realizado um somatório tanto dos valores das linhas quanto o valor das colunas e esses somatórios foram utilizados como restrições do problema onde se informa na ferramenta

Solver que o valor tem que ser igual a um, garantindo assim que o caixeiro viajante passe somente uma vez em cada um dos produtos. O Quadro 8 apresenta a matriz binária na sua forma original, ou seja, todos os valores são zero. Após a execução do *Solver* a matriz é preenchida com números um (1) nos campos necessários para que se obtenha a melhor rota entre uma mercadoria e outra utilizando como base por exemplo as distâncias informadas no Quadro 7.

Quadro 8 – Matriz binária X

X	P00	4A3	4A4	8A15	10B2	10B1	11A4	6A5	ROTA
P00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4A3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4A4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8A15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10B2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10B1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11A4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6A5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ROTA	0	0	0	0	0	0	0	0	

Fonte: O autor (2017)

O Quadro 9 apresenta a matriz binária preenchida após a execução do *Solver* mostrando assim que todos os produtos foram percorridos sem que nenhum deles fosse repetido de acordo com os somatórios “ROTA” que identifica que foi passado pelo produto somente uma vez.

Quadro 9 – Matriz binária X

X	P00	4A3	4A4	8A15	10B2	10B1	11A4	6A5	ROTA
P00	0	1	0	0	0	0	0	0	1
4A3	0	0	0	0	0	1	0	0	1
4A4	1	0	0	0	0	0	0	0	1
8A15	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10B2	0	0	0	0	0	0	1	0	1
10B1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
11A4	0	0	0	1	0	0	0	0	1
6A5	0	0	1	0	0	0	0	0	1
ROTA	1	1	1	1	1	1	1	1	

Fonte: O autor (2017)

Uma matriz chamada de **Y** foi criada para garantir que o caixeiro viajante saia sempre da posição P00 e percorra todos os produtos sem que nenhum deles seja repetido. Além disso, a sequência dos produtos que devem ser coletados em ordem é mostrada conforme o Quadro

10, ou seja, a sequência dos números se dá de forma decrescente onde o primeiro produto a ser coletado é o que está na linha da posição P00 que recebe o número sete. O próximo produto a ser coletado é o que está na linha do produto correspondente ao sete, ou seja, a partir do ponto P00 o primeiro produto a ser coletado é o item 4A3 (Feijão), o próximo produto a ser coletado é o item 10B1 (Refrigerantes 2L) que recebe o número seis, o terceiro produto a ser pego é o item 10B2 (Massas frescas) que recebe o número cinco. Desta forma toda matriz é percorrida para garantir que todos os produtos sejam coletados.

Quadro 10 – Matriz Y

Y	P00	1°	7°	5°	3°	2°	4°	6°
		4A3	4A4	8A15	10B2	10B1	11A4	6A5
P00	0	7	0	0	0	0	0	0
4A3	0	0	0	0	0	6	0	0
4A4	0	0	0	0	0	0	0	0
8A15	0	0	0	0	0	0	0	2
10B2	0	0	0	0	0	0	4	0
10B1	0	0	0	0	5	0	0	0
11A4	0	0	0	3	0	0	0	0
6A5	0	0	1	0	0	0	0	0
ROTA	-7	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: O autor (2017)

Por fim, a matriz **Z** conforme o Quadro 11, trata-se de uma redundância matemática que tem como função garantir que todos os pontos sejam percorridos e passe somente uma vez em cada um deles. Essa matriz é construída fazendo a multiplicação de cada uma das posições da matriz X binária pelo valor máximo de posições da lista de compras, ou seja, oito.

Quadro 11 – Matriz Z

Z	P00	4A3	4A4	8A15	10B2	10B1	11A4	6A5
P00	0	0	8	0	0	0	0	0
4A3	8	0	0	0	0	0	0	0
4A4	0	0	0	0	0	0	0	8
8A15	0	0	0	0	0	0	8	0
10B2	0	0	0	0	0	8	0	0
10B1	0	8	0	0	0	0	0	0
11A4	0	0	0	0	8	0	0	0
6A5	0	0	0	8	0	0	0	0

Fonte: O autor (2017)

Para utilizar o solver do Excel, é necessário que se tenha como função objetivo uma fórmula para que ele possa calcular qual a menor distância a ser percorrida, para isso, foi utilizada a fórmula conhecida como “SOMAPRODUTO” do Excel, ou seja, a otimização da distância foi feita entre a matriz de distâncias e a matriz **X** binária, onde para cada posição na matriz **X** binária que teve como resultado o número um (1) foi multiplicado pelo valor que se encontra na posição correspondente na matriz de distâncias, e por fim é feito a soma de cada um desses valores multiplicados, resultando na menor distância a ser percorrida. Como o problema se trata de uma minimização de distâncias, deve-se selecionar nos parâmetros do *Solver* a opção “Mín.”.

Como variáveis do problema, foram consideradas as matrizes **X** e **Y**. E para completar, as restrições do problema são:

- Matriz **X**: todos os valores são binários
- Matriz **X**: valores da rota horizontal são iguais a um
- Matriz **X**: valores da rota vertical são iguais a um
- Matriz **Y**: valores da rota horizontal, exceto o primeiro termo, são iguais a um
- Matriz **Y**: todos os valores são inteiros
- Matriz **Y**: deve ser menor ou igual a Matriz **Z**

Estes parâmetros podem ser confirmados conforme a Figura 10.

Figura 10 – Parâmetros do *Solver*

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: Máx. Mín. Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

-
-
-
-
-
-

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Fechar

Fonte: O autor (2017)

Para que a otimização seja feita utilizando o método de Programação Linear (LP) é necessário selecionar o método “LP Simplex” nos parâmetros do *Solver*. Ao clicar no botão “Resolver” o Excel encontra a melhor rota a ser percorrida de acordo com os parâmetros configurados. A Figura 11 apresenta o resultado obtido pelo *Solver*.

Figura 11 – Resultado

Melhor caminho																
P00	→	4A3	→	10B1	→	10B2	→	11A4	→	8A15	→	6A5	→	4A4	→	P00
Início		Feijão		Refrigerantes 2L		Massas frescas		Manteiga		Ovos		Pães		Arroz branco		Início

Fonte: O autor (2017)

De acordo com o resultado da otimização, é possível verificar a sequência de produtos que devem ser coletados de acordo com a lista de compras mostrada no Quadro 3. Esta sequência garante que todos os produtos sejam coletados percorrendo a menor distância possível.

4.3 COMPARAR PROCESSOS E AVALIAR COM A OTIMIZAÇÃO

De acordo com a terceira etapa do trabalho proposto, para que se pudesse realizar uma comparação entre fazer as compras percorrendo um caminho não otimizado e utilizando a rota proposta pelo algoritmo, foram criadas dez listas de compras conforme o Quadro 12. As listas foram geradas aleatoriamente.

Quadro 12 - Listas de compras

(Continua)

1ª Lista		2ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola	Produto	Cód. Gôndola
Saco aspirador de pó	8B1	Panelas	9B5
Acampamento	8B3	Picanha	1B15
Cabides	9A4	Produtos orgânicos	1B8
Pizzas congeladas	9B8	Biscoito recheado	3B1
Sacos	7B5	Cream cracker	3A6
Escova de cabelo	5A7	Ferramentas	8A3
Goiabada	4B7	Cerveja em lata	11A1
3ª Lista		4ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola	Produto	Cód. Gôndola
Ovos	8A15	Leite sem lactose	12B11
Pão de alho	6B11	Frutas cristalizadas	12B13
Arroz branco	4A4	Pipoca	4A1
Salgadinho	3A8	Tapetes	8A10
Destilados	12B5	Ração para cães	7A8
Sacos	7B5	Prato descartável	9A11
Cera	7A1	Qboa	6B1

(Conclusão)

5ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola
Feijão	4A3
Vinhos nacionais	12B3
Farinha de trigo e multigrãos	4B5
Refrigerantes 600 ml e Lata	10A3
Sucos em garrafa	10A2
Desodorantes	5A3
Material escolar	8B5

6ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola
Filtro de café	2B1
Cabides	9A4
Sucrilhos	2B5
Desinfetante	6B3
Lixeiras	9A6
Doces enlatados	4A9
Desengordurante	6B4

7ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola
Nata	11A5
Queijo ralado	1A7
Filé de peixe	1B13
Areia higiênica	7B9
Todinho	2A4
Fósforo e velas	8A6
Esponjas	7B6

8ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola
Carnes congeladas	1B12
Cesta básica	4A5
Chocolates	3B5
Limpeza em geral	6B5
Pó de café	2B2
Cerveja Long-neck	11A2
Margarina	11A3

9ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola
Água com gás 500 ml	12A2
Nata	11A5
Areia higiênica	7B9
Biscoito recheado	3B1
Componentes elétricos	8A2
Padaria	5A11
Cerveja garrafa importada	11B2

10ª Lista	
Produto	Cód. Gôndola
Sal	4B1
Comida congelada	10A6
Pão de alho	6B11
Biscoito diet	1B5
Farinha de milho	4B4
Palmito	1A2
Zero glúten	1B7

Fonte: O autor (2017)

Foram escolhidas cinco pessoas, onde cada uma delas ficou com duas listas de compras. Para se ter uma visão mais assertiva do processo de compras do supermercado, as pessoas foram escolhidas de acordo com as categorias listadas abaixo, bem como a utilização das listas de compras que foram de forma aleatórias:

- a) 1 pessoa que não frequenta o supermercado;
- b) 3 pessoas que frequentam eventualmente o supermercado;
- c) 1 pessoa que é frequentador assíduo do supermercado.

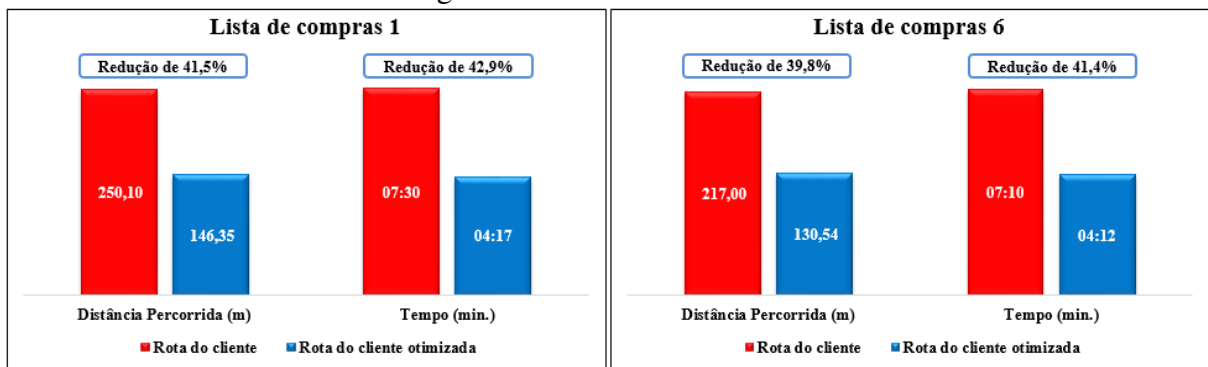
Sendo que, para as pessoas que frequentam eventualmente o supermercado foi considerado que realizam as compras no máximo duas vezes por mês e para os frequentadores assíduos foi considerado que realizam as compras pelo menos uma vez por semana.

Desta forma pode-se realizar uma comparação entre os dois processos de compras para verificar se a metodologia utilizada é realmente eficaz quando aplicada a uma situação real de

acordo com o conhecimento da disposição das mercadorias nas gôndolas dentro do supermercado por diferentes pessoas.

O experimento teve início no dia 02/04/2017 e seu término no dia 16/04/2017 onde as cinco pessoas realizaram as compras de acordo com o processo 1 (rota do cliente) e processo 2 (rota do cliente otimizada). A Figura 12 apresenta os resultados obtidos por uma pessoa que não frequenta o supermercado realizando as compras das listas 1 e 6. De acordo com os resultados, nota-se que para selecionar os produtos utilizando o processo 1 foi percorrido uma distância de 250,10 metros para a lista de compras 1 e 217,00 metros para a lista 6. Entretanto, quando foi apresentado um caminho otimizado, a distância percorrida foi de 146,35 metros para a lista 1 e 130,54 metros para a lista 2, ou seja, em ambos os casos houve uma redução em torno de 40% do percurso percorrido. Em relação ao tempo de permanência dentro do supermercado, houve uma redução proporcional ficando em torno de 42%.

Figura 12 – Resultados das listas 1 e 6



Fonte: O autor (2017)

De acordo com os resultados, percebe-se que não conhecer a disposição das mercadorias nas gôndolas dentro do supermercado afeta o processo de compras tornando-o mais demorado e também se percorre uma distância maior que a necessária devido ao fato de ter que procurar os produtos.

A Figura 13 apresenta a sequência de compras para se obter a menor distância percorrida tanto para a lista 1 quanto para a lista 6.

Figura 13 – Sequência de produtos para caminho otimizado

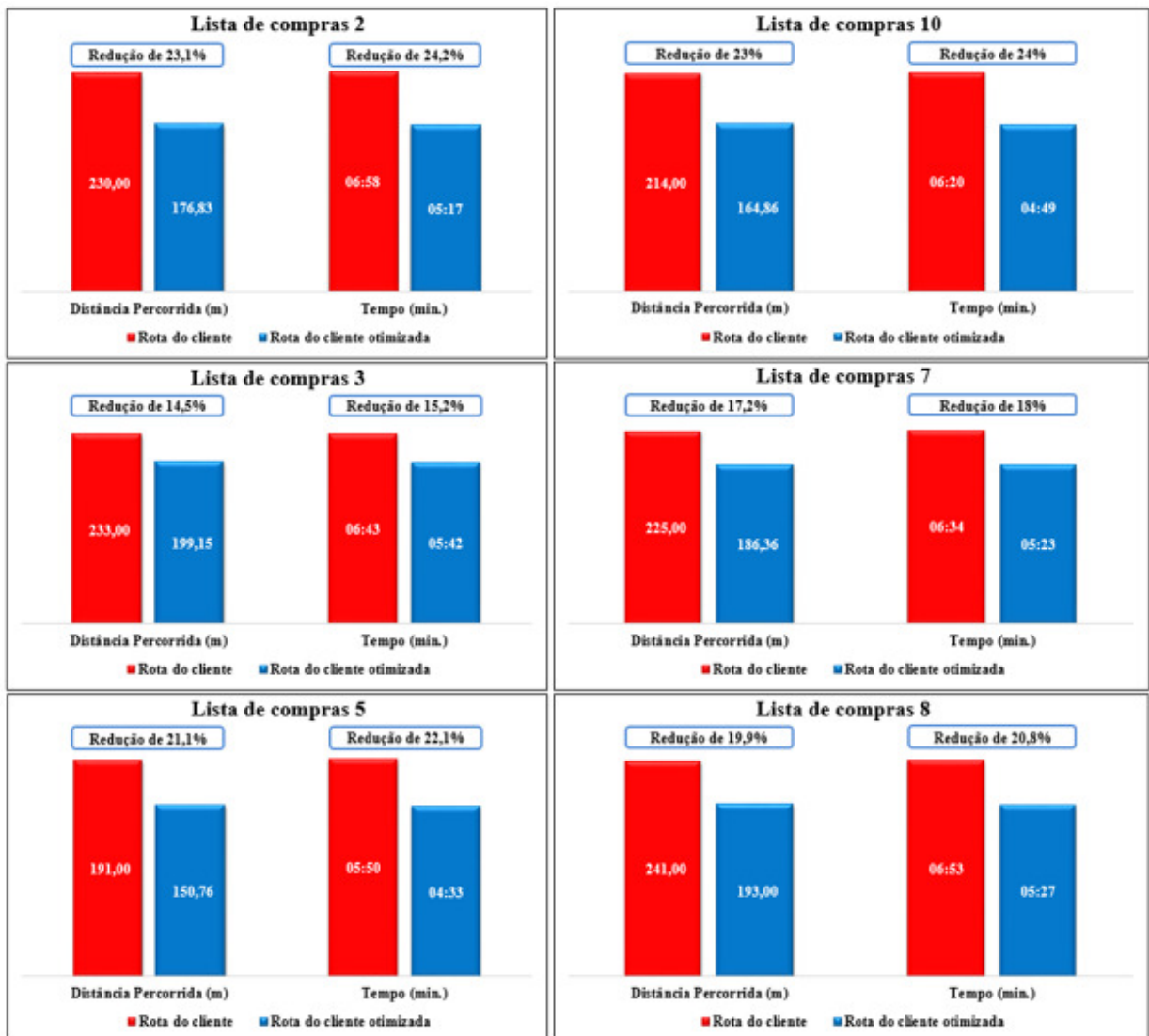
Lista de compras 1									
P00	7B5	8B1	8B3	9A4	9B8	5A7	4B7	P00	
Início	→ Sacos	→ Saco aspirador de pó	→ Acampamento	→ Cabides	→ Pizzas congeladas	→ Escova de cabelo	→ Goiabada	→ Início	
Lista de compras 6									
P00	2B5	4A9	9A6	9A4	6B4	6B3	2B1	P00	
Início	→ Suerilhos	→ Doces enlatados	→ Lixeiras	→ Cabides	→ Desengordurante	→ Desinfetante	→ Filtro de café	→ Início	

Fonte: O autor (2017)

De acordo com os apêndices C e D pode-se verificar o caminho percorrido pelo cliente em ambos os processos. A linha traçada em vermelho representa o percurso utilizando o processo 1 e a linha traçada em azul representa o percurso utilizando o processo 2.

Os resultados apresentados na Figura 14 são referentes as listas de compras 2, 3, 5, 7, 8 e 10. As compras destas listas foram realizadas por três pessoas que frequentam o supermercado eventualmente, onde uma pessoa realizou as compras das listas 2 e 10, outra pessoa realizou as compras das listas 3 e 7 e outra pessoa realizou as compras das listas 5 e 8.

Figura 14 – Resultados das listas 2, 3, 5, 7, 8 e 10



Fonte: O autor (2017)

Percebe-se, por meio dos resultados apresentados, que a pessoa que realizou as compras das listas 2 e 10 obteve uma redução em torno de 23% da distância percorrida e uma redução em torno de 24% do tempo de permanência dentro do supermercado. Já a pessoa que realizou as compras das listas 3 e 7 obteve uma redução média em torno de 16% da distância percorrida

e uma redução média em torno de 16,5% do tempo de permanência dentro do supermercado. Por fim, a pessoa que realizou as compras das listas 5 e 8 alcançou uma redução média em torno de 20% da distância percorrida e uma redução média em torno de 21% do tempo de permanência dentro do supermercado.

A Figura 15 apresenta a melhor rota para realizar as compras e obter a distância otimizada bem como o menor tempo para todas as listas apresentadas na Figura 14.

Figura 15 - Sequência de produtos para caminho otimizado

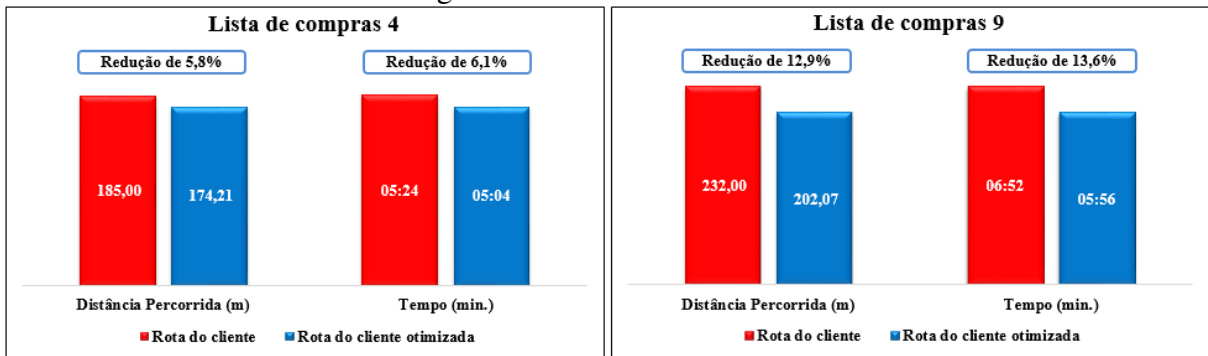
Lista de compras 2																
P00	→	3B1	→	8A3	→	11A1	→	9B5	→	1B15	→	1B8	→	3A6	→	P00
Início		Biscoito recheado		Ferramentas		Cerveja em lata		Panelas		Picanha		Produtos orgânicos		Cream cracker		Início
Lista de compras 3																
P00	→	4A4	→	3A8	→	6B11	→	8A15	→	12B5	→	7B5	→	7A1	→	P00
Início		Arroz branco		Salgadinho		Pão de alho		Ovos		Destilados		Sacos		Cera		Início
Lista de compras 5																
P00	→	4A3	→	5A3	→	10A2	→	12B3	→	10A3	→	8B5	→	4B5	→	P00
Início		Feijão		Desodorantes		Sucos em garrafa		Vinhos nacionais		Refrigerantes 600 ml e Lata		Material escolar		Farinha de trigo e		Início
Lista de compras 7																
P00	→	1A7	→	1B13	→	7B9	→	11A5	→	8A6	→	7B6	→	2A4	→	P00
Início		Oueijo		Filé de peixe		Areia higiênica		Nata		Fósforo e velas		Esponjas		Todinho		Início
Lista de compras 8																
P00	→	2B2	→	4A5	→	6B5	→	11A2	→	11A3	→	3B5	→	1B12	→	P00
Início		Pó de café		Cesta básica		Limpeza em geral		Cerveja Long-neck		Margarina		Chocolates		Carnes congeladas		Início
Lista de compras 10																
P00	→	1A2	→	1B5	→	1B7	→	6B11	→	10A6	→	4B4	→	4B1	→	P00
Início		Palmito		Biscoito diet		Zero glúten		Pão de alho		Comida congelada		Farinha de milho		Sal		Início

Fonte: O autor (2017)

De acordo com os apêndices E, F, G, H, I e J pode-se verificar o caminho percorrido pelos clientes em ambos os processos. A linha traçada em vermelho representa o percurso utilizando o processo 1 e a linha traçada em azul representa o percurso utilizando o processo 2.

Os resultados mostrados na Figura 16 são referentes as listas de compras 4 e 9 e foram obtidos por uma pessoa que é frequentador assíduo do supermercado. Percebe-se que o fato de frequentar o supermercado periodicamente é fator determinante para se obter a menor diferença entre as distâncias percorridas utilizando o processo 1 e o processo 2. Desta forma, tanto distância percorrida quanto o tempo de permanência dentro do supermercado para a lista 4 teve uma redução de aproximadamente 6%. Já para a lista 9, a redução para a distância e o tempo foram de aproximadamente 13%. Desta forma é possível concluir que a pessoa que realizou estas compras possui um conhecimento da disposição das mercadorias nas gôndolas.

Figura 16 – Resultados das listas 4 e 9



Fonte: O autor (2017)

A Figura 17 apresenta a sequência de compras para se obter a menor distância percorrida tanto para a lista 4 quanto para a lista 9.

Figura 17 - Sequência de produtos para caminho otimizado

Lista de compras 4																
P00	→	7A8	→	12B13	→	12B11	→	9A11	→	8A10	→	6B1	→	4A1	→	P00
Início		Ração para cães		Frutas cristalizadas		Leite sem lactose		Prato descartável		Tapetes		Qboa		Pipoca		Início

Lista de compras 9																
P00	→	3B1	→	8A2	→	12A2	→	11B2	→	11A5	→	7B9	→	5A11	→	P00
Início		Biscoito recheado		Componentes elétricos		Água com gás 500 ml		Cerveja garrafa		Nata		Areia higiênica		Padaria		Início

Fonte: O autor (2017)

De acordo com os apêndices K e L pode-se verificar o caminho percorrido pelo cliente em ambos os processos. A linha traçada em vermelho representa o percurso utilizando o processo 1 e a linha traçada em azul representa o percurso utilizando o processo 2.

O Quadro 13 apresenta de forma resumida os resultados obtidos. De maneira a identificar as listas de compras realizar pelas 3 categorias de clientes citados anteriormente, as linhas em azul representam o cliente que não frequenta o supermercado, as linhas em amarelo claro são os clientes que frequentam eventualmente e as linhas em verde representam o cliente que frequenta o supermercado periodicamente.

Quadro 13 – Resumo do resultados

(Continua)

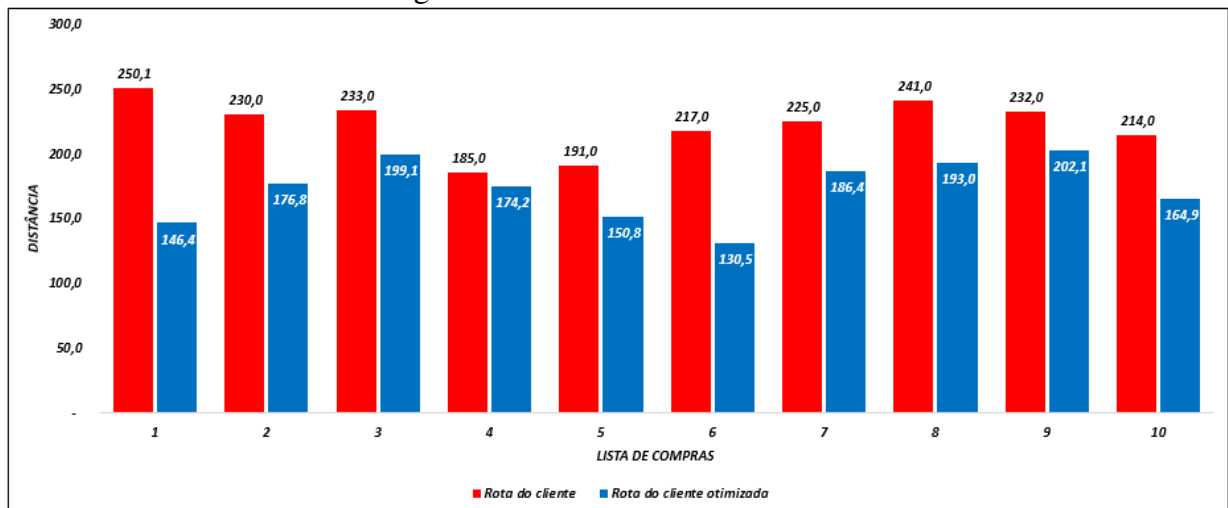
Categoria de cliente	Lista de compras	Rota do cliente		Rota do cliente otimizada	
		Distância Percorrida (m)	Tempo (min.)	Distância Percorrida (m)	Tempo (min.)
a	Lista 1	250,10	07:30	146,35	04:17
b	Lista 2	230,00	06:58	176,83	05:17
b	Lista 3	233,00	06:43	199,15	05:42
c	Lista 4	185,00	05:24	174,21	05:04

(Conclusão)

b	Lista 5	191,00	05:50	150,76	04:33
a	Lista 6	217,00	07:10	130,54	04:12
b	Lista 7	225,00	06:34	186,36	05:23
b	Lista 8	241,00	06:53	193,00	05:27
c	Lista 9	232,00	06:52	202,07	05:56
b	Lista 10	214,00	06:20	164,86	04:49

De modo a facilitar a visualização dos resultados foi criado o gráfico da Figura 18 mostrando a comparação entre as distâncias da rota do cliente e da rota do cliente otimizada.

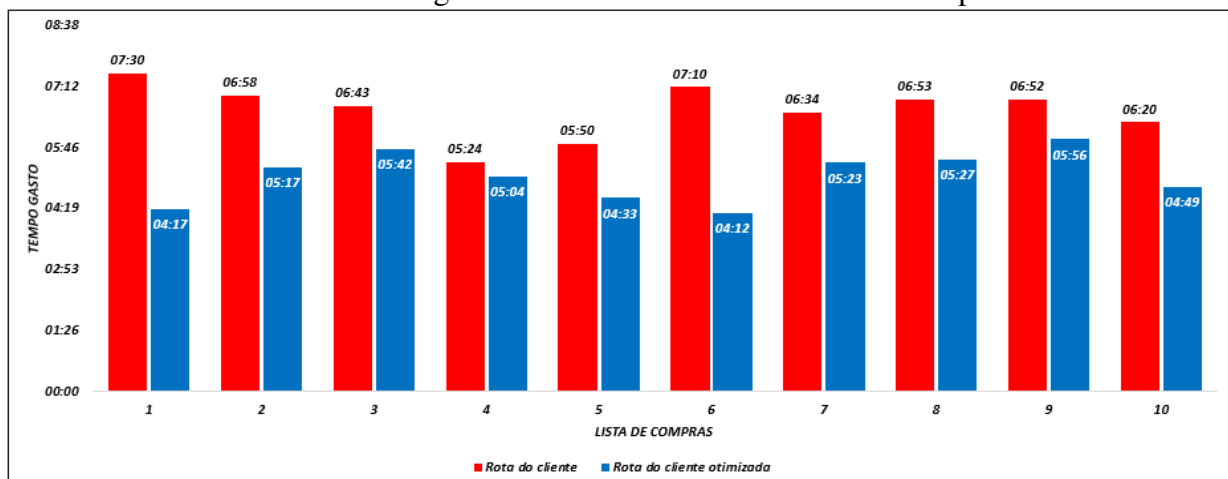
Figura 18 – Resumo dos resultados das distâncias



Fonte: O autor (2017)

A comparação do tempo gasto entre a rota do cliente e a rota do cliente otimizada é apresentada na Figura 19.

Figura 19– Resumo dos resultados dos tempos



Fonte: O autor (2017)

De acordo com os resultados obtidos, pode-se concluir que utilizando a roteirização das listas de compras é possível obter uma redução de distâncias, e conseqüentemente de tempo, dentro do supermercado. Na média, a distância percorrida pela rota do cliente foi de 221,81 metros, já na rota do cliente otimizada a média foi de 172,41 metros, isto considerando todas as listas de compras, portanto, houve uma redução média de 22,3% no total da distância percorrida.

Em paralelo a isso, pode-se concluir também que há uma diferença considerável em conhecer a disposição das mercadorias dentro da loja para aqueles que nunca fizeram compras no supermercado que desta forma facilita na realização das compras, reduzindo a procura pelos itens.

5 CONCLUSÃO

Com a crescente falta de tempo nos dias atuais, realizar compras em supermercado tem se tornado cada vez mais uma tarefa que demanda tempo na agenda das pessoas nas médias e grandes cidades. Muitas vezes o cidadão opta por fazer compras nos mercados de bairro por serem mais próximos de suas residências e não ter que se deslocar até um hipermercado e acabam por despende um valor monetário maior do que se fosse realizado as compras em grandes redes de supermercados que conseguem junto a seus fornecedores melhores negociações e com isso disponibilizar para seus clientes produtos mais baratos. Desta forma, o cidadão acaba por comprometer um valor maior da sua renda mensal para evitar a ida até um supermercado de grande porte devido à falta de tempo.

Sendo assim, o presente trabalho teve como objetivo a redução da distância percorrida e conseqüentemente do tempo gasto para a realização das compras em um supermercado de grande porte localizado na cidade de Caxias do Sul - RS. Baseado nos resultados obtidos, a partir da utilização das técnicas de Programação Linear e do Problema do Caixeiro Viajante, pode-se concluir que estas técnicas foram fundamentais para se obter o melhor resultado a partir dos dados coletados *in loco* e cumpriu de forma satisfatória a proposta do trabalho. Desta forma, foi possível otimizar a rota percorrida por um cliente dentro de um supermercado seguindo uma lista de compras pré-definida.

O uso do *software* Excel teve papel importante para a realização dos cálculos de otimização, uma vez que, ele possui a ferramenta *Solver* que efetua os cálculos utilizando o método *Simplex* buscando a minimização ou a maximização de determinado problema. Sua utilização foi fundamental também para a realização das comparações entre as distâncias percorridas e para a apresentação dos resultados. Como ponto negativo encontrado na utilização deste *software* foi o número máximo de variáveis para se considerar na matriz de distâncias, onde foi possível utilizar uma matriz 8x8 para a geração de variáveis. Esta restrição do software não permitiu que fosse realizado um estudo mais amplo considerando mais itens nas listas de compras.

A utilização do Problema do Caixeiro Viajante se mostrou adequada para a solução da otimização da rota, porém, como limitação do algoritmo, não foi possível considerar que o ponto de saída fosse um dos caixas, pois a lógica deste algoritmo é percorrer todos os pontos e voltar ao ponto inicial.

Além das dificuldades já apresentadas, pode-se citar ainda a coleta das distâncias dentro do supermercado, uma vez que foi necessário medir a distância entre cada uma das categorias

de produtos para que fosse possível desenhar o *layout* do supermercado, e com isso obter as coordenadas de cada um dos pontos para construir a matriz de distâncias global.

Um ponto positivo que pode ser considerado é utilizar este mesmo modelo matemático para ser aplicado aos repositores de mercadorias nas gôndolas.

De toda forma, pode-se verificar que a metodologia é eficaz quanto ao problema de minimização de distâncias e atende de maneira satisfatória ao que foi proposto.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como continuidade deste trabalho, sugere-se a utilização de outro *software*, como por exemplo, o Matlab para implementar esta derivação do Problema do Caixeiro Viajante para a otimização das distâncias percorridas visando ser possível criar uma lista de compras com mais itens e até mesmo realizar os procedimentos de cálculo de forma automática. Outra sugestão é verificar a aplicação de outros algoritmos de resolução que busquem a minimização do problema, como por exemplo, O Vizinho Mais Próximo, Programação Dinâmica, etc. e que se faça a comparação entre os algoritmos propostos e o utilizado para determinar qual deles é mais efetivo. Além disso, verificar a possibilidade de fazer com que o ponto de saída do algoritmo seja um dos caixas ao invés de o problema retornar ao ponto inicial.

Por fim, uma outra sugestão para o presente trabalho é desenvolver um aplicativo para celular que funcione de forma semelhante a um GPS, onde se utilize a mesma metodologia para a otimização de distâncias e que o cliente do supermercado possa criar sua lista de compras neste aplicativo e o mesmo irá informar qual o melhor trajeto a ser percorrido considerando uma rota otimizada. Para que seja possível o desenvolvimento deste aplicativo será buscado uma parceria para transformar esta ideia em negócio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Eduardo Leopoldino. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para a Análise de decisão**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1998.

ANDRADE, Eduardo Leopoldino. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para a Análise de decisão**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2015.

AQUINO, Cássio Adriano Braz; MARTINS, José Clerton de Oliveira. **Ócio, lazer e tempo livre na sociedade do consumo e do trabalho**. Mal-estar e Subjetividade. Fortaleza, v. 7, n. 2, p. 579-500, set. 2007.

ARENALES, Marcos Nereu et al. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

CHONG, Yen Nie. **Heuristic Algorithms For Routing Problems**. Ph. D. thesis, School of Mathematics and Statistics, Curtin University of Technology, 2001.

COUTINHO, Walton Pereira. **Um algoritmo Branch and Bound para o problema do caixeiro viajante suficientemente próximo**. 2014. 61 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal da Paraíba – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, João Pessoa, 2014.

FARIAS, Denilson Atilio Godry. **Paralelização da técnica Branch and Bound com PVM**. 2000. 109 f. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Paraná – Programa de Pós-Graduação em Informática, Curitiba, 2000.

GOLDBARG, Marco Cesar.; LUNA, Henrique Pacca Loureiro. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2005.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

LIMA, Flavio C. R. de; MORABITO, Reinaldo. **Um modelo para analisar o problema de filas em caixas de supermercado: um estudo de caso**. Departamento de Engenharia de Produção. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, v. 20, n. 1, jun. 2000.

LONGARAY, André Andrade. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2013.

PASSOS, Eduardo José Pedreira Franco dos. **Programação Linear: Como instrumento da Pesquisa Operacional**. São Paulo: ATLAS, 2008. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books>>. Acesso em: 12 ago. 2016.

PRESTES, Álvaro Nunes. **Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante**. 2006. 85 f. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Programa de Pós-Graduação em Sistemas e Computação, Natal, 2006.

SOUTO, Gilberto. **Visualização de poliedros em algoritmos de programação linear e inteira**. 2008. 147 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Santa Catarina – Programa de Pós-Graduação em Matemática e Computação Científica, Florianópolis, 2008.

SUPERMERCADOS: Dicas para economizar e agilizar suas compras. Disponível em: <<https://www.proteste.org.br/suas-contas/supermercado/noticia/supermercado-dicas-para-economizar-e-agilizar-suas-compras>> Acesso em: 13 ago. 2016.

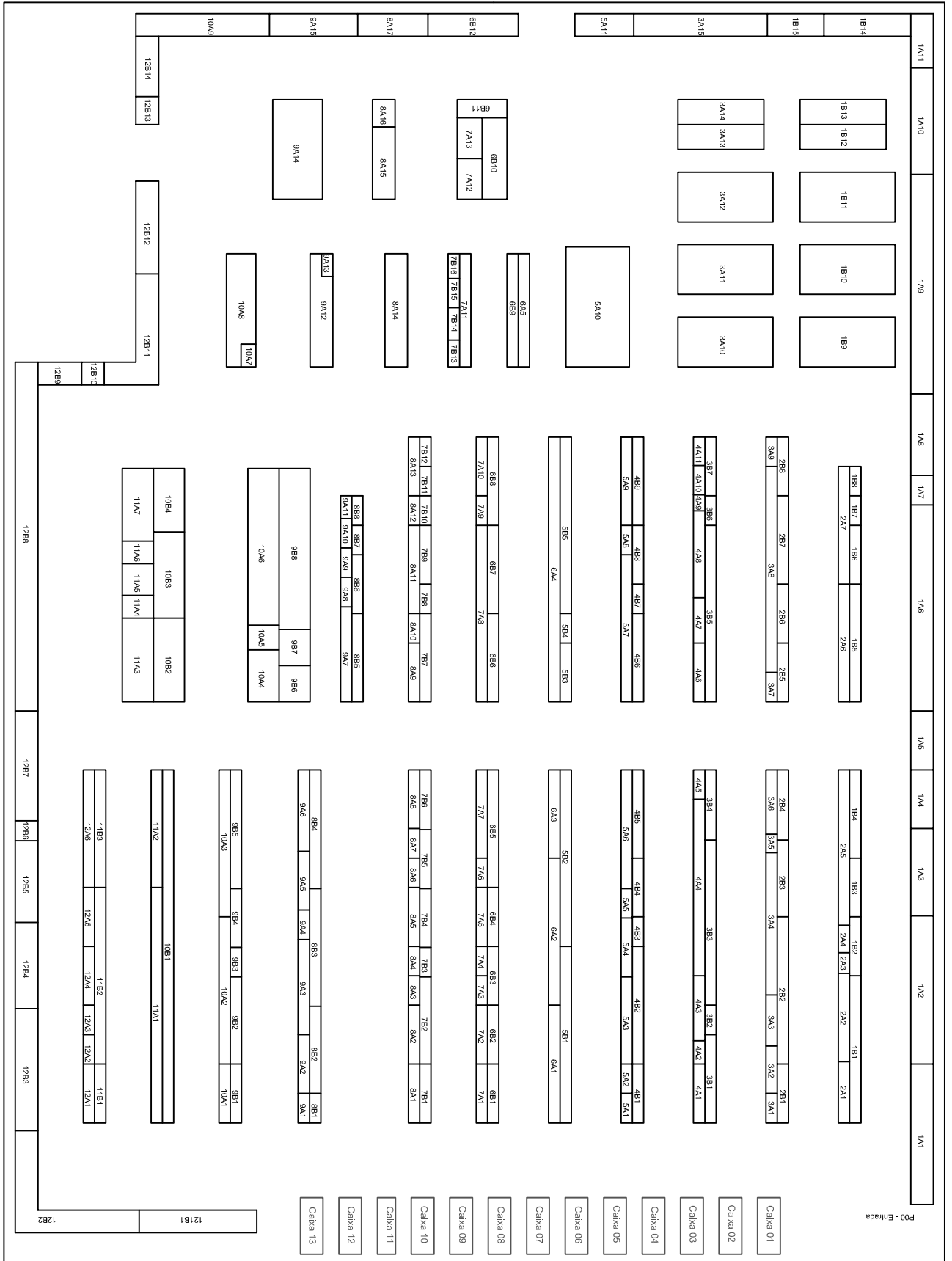
TAHA, Hamdy A. **Pesquisa operacional**. 8^a ed. São Paulo, Person Prentice Hall, 2008.

UCS. Universidade de Caxias do Sul. **Institucional**. Disponível em: <<https://www.ucs.br/site/institucional/>>. Acesso em: 17 ago. 2016.

UNITED NATIONS. **World urbanization prospects: The 2014 revision**. New York, 2014. Disponível em: <<https://esa.un.org/unpd/wup/>>. Acesso em: 13 ago. 2016.

WU, Luciele. **O problema de roteirização periódica de veículos**. 2007. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transporte) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

APÊNDICE A - LAYOUT DO SUPERMERCADO



APÊNDICE B – CATEGORIAS DE PRODUTOS DO SUPERMERCADO

(Continua)

Corredor	Lado	Produto	Cód.	Descrição
P	0	0	P00	Entrada
1	A	1	1A1	Azeites
1	A	2	1A2	Conservas
1	A	3	1A3	Enlatados
1	A	4	1A4	Maionese
1	A	5	1A5	Caldos e sopas
1	A	6	1A6	Massas
1	A	7	1A7	Queijo ralado
1	A	8	1A8	Macarrão instantâneo
1	A	9	1A9	Verduras e legumes embalados
1	A	10	1A10	Frutos do mar congelado
1	A	11	1A11	Carvão
1	B	1	1B1	Massa de tomate
1	B	2	1B2	Molhos
1	B	3	1B3	Vinagres
1	B	4	1B4	Condimentos
1	B	5	1B5	Produtos diet
1	B	6	1B6	Produtos naturais
1	B	7	1B7	Zero glúten
1	B	8	1B8	Produtos orgânicos
1	B	9	1B9	Frutas
1	B	10	1B10	Frutas
1	B	11	1B11	Legumes frescos
1	B	12	1B12	Carnes congeladas
1	B	13	1B13	Peixes congelados
1	B	14	1B14	Frango resfriado
1	B	15	1B15	Carnes de gado embaladas
2	A	1	2A1	Farelos
2	A	2	2A2	Leite em pó
2	A	3	2A3	Creme de leite e leite condensado
2	A	4	2A4	Achocolatado líquido
2	A	5	2A5	Achocolatado em pó
2	A	6	2A6	Chás
2	A	7	2A7	Ervas
2	B	1	2B1	Filtro de café
2	B	2	2B2	Café em pó

(Continua)

2	B	3	2B3	Café em cápsula
2	B	4	2B4	Café solúvel
2	B	5	2B5	Cereais
2	B	6	2B6	Granolas
2	B	7	2B7	Barra de cereal
2	B	8	2B8	Merengue pipoca doce e pão de mel
3	A	1	3A1	Biscoito lata
3	A	2	3A2	Torradas
3	A	3	3A3	Biscoito polvilho
3	A	4	3A4	Biscoito doce
3	A	5	3A5	Biscoito integral
3	A	6	3A6	Biscoito salgado
3	A	7	3A7	Batata palha
3	A	8	3A8	Salgadinho
3	A	9	3A9	Petiscos e aperitivos
3	A	10	3A10	Frutas
3	A	11	3A11	Frutas
3	A	12	3A12	Legumes frescos
3	A	13	3A13	Frango congelado
3	A	14	3A14	Frango congelado
3	A	15	3A15	Açougue
3	B	1	3B1	Biscoito recheado
3	B	2	3B2	Wafer
3	B	3	3B3	Biscoitos doces
3	B	4	3B4	Biscoitos salgados
3	B	5	3B5	Chocolates
3	B	6	3B6	Paçoca e amendoim
3	B	7	3B7	Balas e chicletes
4	A	1	4A1	Pipoca
4	A	2	4A2	Canjica lentilha grão de bico
4	A	3	4A3	Feijão
4	A	4	4A4	Arroz
4	A	5	4A5	Cesta básica
4	A	6	4A6	Pão de queijo Sorvete em pó Gelatina
4	A	7	4A7	Farinha de tapioca
4	A	8	4A8	Massa para bolo Polvilho Açúcar refinado
4	A	9	4A9	Doces enlatados e Açúcar mascavo
4	A	10	4A10	Condimentos Doces e Fermento
4	A	11	4A11	Leite de coco

(Continua)

4	B	1	4B1	Sal
4	B	2	4B2	Açúcar
4	B	3	4B3	Farinha de mandioca
4	B	4	4B4	Farinha de milho
4	B	5	4B5	Farinha de trigo e multigrãos
4	B	6	4B6	Doces enlatados
4	B	7	4B7	Mel e Goiabada
4	B	8	4B8	Nutella Pasta de amendoim Mu mu
4	B	9	4B9	Geléias Chimias
5	A	1	5A1	Barba
5	A	2	5A2	Depilação e preservativos
5	A	3	5A3	Desodorantes
5	A	4	5A4	Cremes
5	A	5	5A5	Tintas para cabelo
5	A	6	5A6	Higiene bucal
5	A	7	5A7	Absorvente
5	A	8	5A8	Cotonete e lenço
5	A	9	5A9	Fralda geriátrica
5	A	10	5A10	Flores
5	A	11	5A11	Padaria
5	B	1	5B1	Shampoo
5	B	2	5B2	Sabonete
5	B	3	5B3	Infantil
5	B	4	5B4	Lenço umedecido
5	B	5	5B5	Fralda
6	A	1	6A1	Amaciante
6	A	2	6A2	Sabão em pó
6	A	3	6A3	Sabão líquido
6	A	4	6A4	Papel higiênico
6	A	5	6A5	Pães
6	B	1	6B1	Qboa
6	B	2	6B2	Alvejante
6	B	3	6B3	Desinfetante
6	B	4	6B4	Desengordurante
6	B	5	6B5	Limpeza em geral
6	B	6	6B6	Guardanapo
6	B	7	6B7	Papel toalha
6	B	8	6B8	Papel higiênico
6	B	9	6B9	Pão integral e colonial

(Continua)

6	B	10	6B10	Pão de alho
6	B	11	6B11	Tortas
6	B	12	6B12	Padaria
7	A	1	7A1	Cera
7	A	2	7A2	Álcool e lustra móveis
7	A	3	7A3	Limpa vidros
7	A	4	7A4	Anti mofo
7	A	5	7A5	Aromatizantes de banheiro e ambiente
7	A	6	7A6	Sapólio
7	A	7	7A7	Detergentes
7	A	8	7A8	Ração para cães
7	A	9	7A9	Ração em sachê para cães
7	A	10	7A10	Biscoito para cães
7	A	11	7A11	Pão fatiado e bolos
7	A	12	7A12	Sucos naturais
7	A	13	7A13	Pizzas e sanduíches
7	B	1	7B1	Inseticida
7	B	2	7B2	Vassoura
7	B	3	7B3	Luvras
7	B	4	7B4	Panos
7	B	5	7B5	Sacos
7	B	6	7B6	Esponjas
7	B	7	7B7	Ração para gatos
7	B	8	7B8	Ração em sachê para gatos
7	B	9	7B9	Areia higiênica
7	B	10	7B10	Tapete higiênico
7	B	11	7B11	Higiene canina
7	B	12	7B12	Roupas para cães e alpiste
7	B	13	7B13	Barquetes
7	B	14	7B14	Massa para pizza
7	B	15	7B15	Pão torrado Aperitivo Canudinho
7	B	16	7B16	Biscoitos artesanais
8	A	1	8A1	Chuveiros
8	A	2	8A2	Componentes elétricos
8	A	3	8A3	Ferramentas
8	A	4	8A4	Pintura
8	A	5	8A5	Limpeza automotiva
8	A	6	8A6	Fósforo e velas
8	A	7	8A7	Pilhas
8	A	8	8A8	Lâmpadas

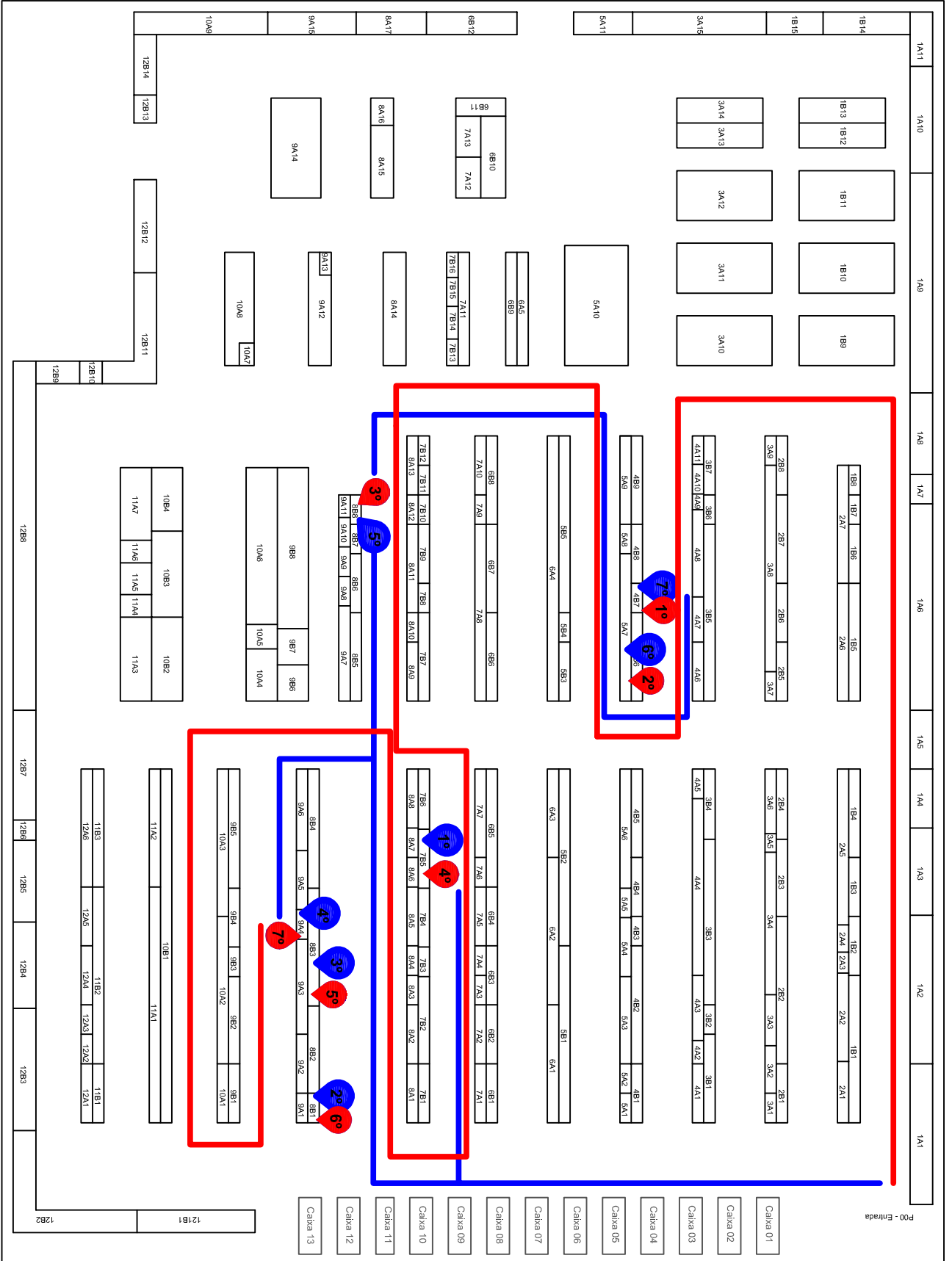
(Continua)

8	A	9	8A9	Toalhas
8	A	10	8A10	Tapetes
8	A	11	8A11	Cama
8	A	12	8A12	Pano de prato e Meia
8	A	13	8A13	Chinelos
8	A	14	8A14	Sucos em caixa
8	A	15	8A15	Ovos
8	A	16	8A16	Goiabada
8	A	17	8A17	Confeitaria
8	B	1	8B1	Saco aspirador de pó
8	B	2	8B2	Varal
8	B	3	8B3	Acampamento
8	B	4	8B4	Jardinagem
8	B	5	8B5	Material escolar
8	B	6	8B6	Brinquedos
8	B	7	8B7	Manta Edredon Guarda-chuva
8	B	8	8B8	Chinelos
9	A	1	9A1	Garrafa térmica e Cuias
9	A	2	9A2	Jarras
9	A	3	9A3	Potes
9	A	4	9A4	Cabides
9	A	5	9A5	Baldes
9	A	6	9A6	Lixeiras
9	A	7	9A7	Organizadores
9	A	8	9A8	Festa
9	A	9	9A9	Saco plástico
9	A	10	9A10	Copo plástico
9	A	11	9A11	Prato descartável
9	A	12	9A12	Suco caixa
9	A	13	9A13	Chá gelado
9	A	14	9A14	Queijos
9	A	15	9A15	Rotisseria
9	B	1	9B1	Louças
9	B	2	9B2	Copos
9	B	3	9B3	Travessas
9	B	4	9B4	Talheres
9	B	5	9B5	Panelas
9	B	6	9B6	Legumes e Aipim congelado
9	B	7	9B7	Batata frita congelada
9	B	8	9B8	Pizzas congeladas
10	A	1	10A1	Sucos em pó
10	A	2	10A2	Sucos em garrafa

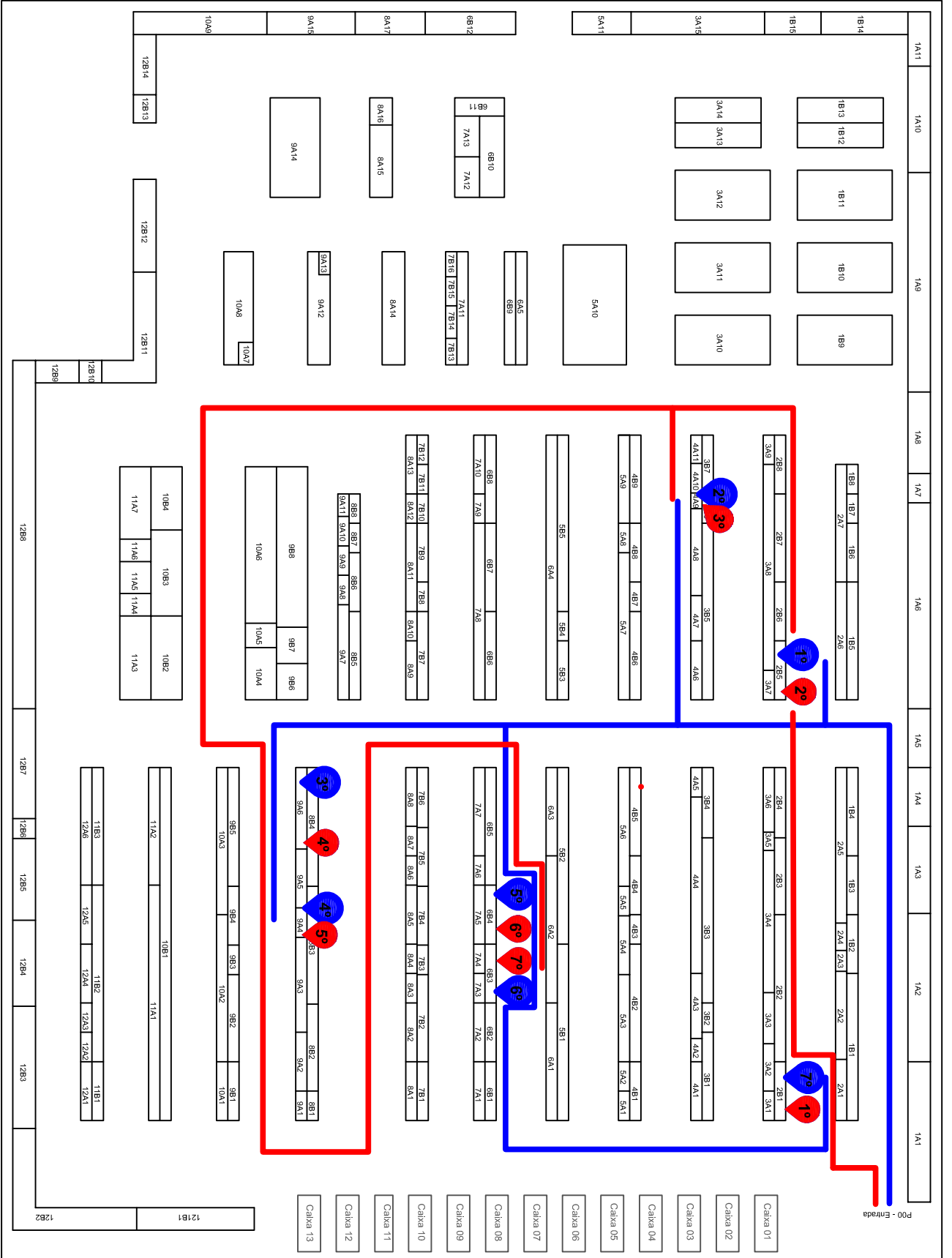
(Conclusão)

10	A	3	10A3	Refrigerantes 600 ml e Lata
10	A	4	10A4	Empanados
10	A	5	10A5	Hamburgueres
10	A	6	10A6	Comida congelada
10	A	7	10A7	Achocolatado líquido
10	A	8	10A8	Leite
10	A	9	10A9	Fiambreteria
10	B	1	10B1	Refrigerantes 2L
10	B	2	10B2	Massas frescas
10	B	3	10B3	Embutidos
10	B	4	10B4	Frios embalados
11	A	1	11A1	Cerveja em lata
11	A	2	11A2	Cerveja Long-neck
11	A	3	11A3	Margarina
11	A	4	11A4	Manteiga
11	A	5	11A5	Nata
11	A	6	11A6	Ricota
11	A	7	11A7	Requeijão
11	B	1	11B1	Cerveja lata importada
11	B	2	11B2	Cerveja garrafa importada
11	B	3	11B3	Cerveja garrafa nacional
12	A	1	12A1	Água de coco
12	A	2	12A2	Água com gás 500 ml
12	A	3	12A3	Água sem gás 500 ml
12	A	4	12A4	Água sem gás 1,5 L
12	A	5	12A5	Água com gás 2 L
12	A	6	12A6	Água sem gás 5 L
12	B	1	12B1	Energéticos
12	B	2	12B2	Vinhos importados
12	B	3	12B3	Vinhos nacionais
12	B	4	12B4	Espumantes
12	B	5	12B5	Destilados
12	B	6	12B6	Gelo
12	B	7	12B7	Sorvete
12	B	8	12B8	Iogurte
12	B	9	12B9	Leite de arroz
12	B	10	12B10	Leite de cabra
12	B	11	12B11	Leite sem lactose Integral e Desnatado
12	B	12	12B12	Embutidos suínos
12	B	13	12B13	Frutas cristalizadas
12	B	14	12B14	Castanhas

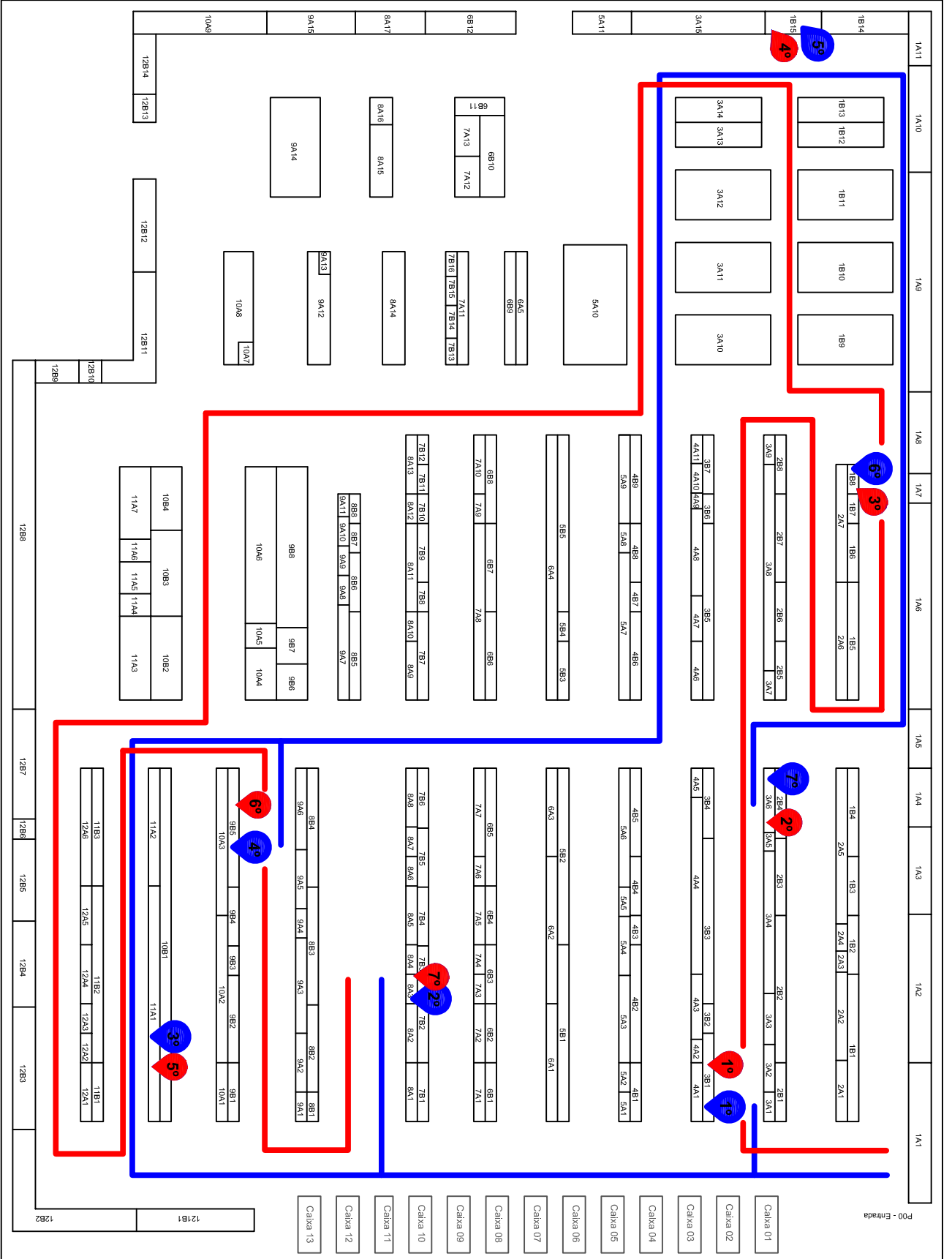
APÊNDICE C - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 1



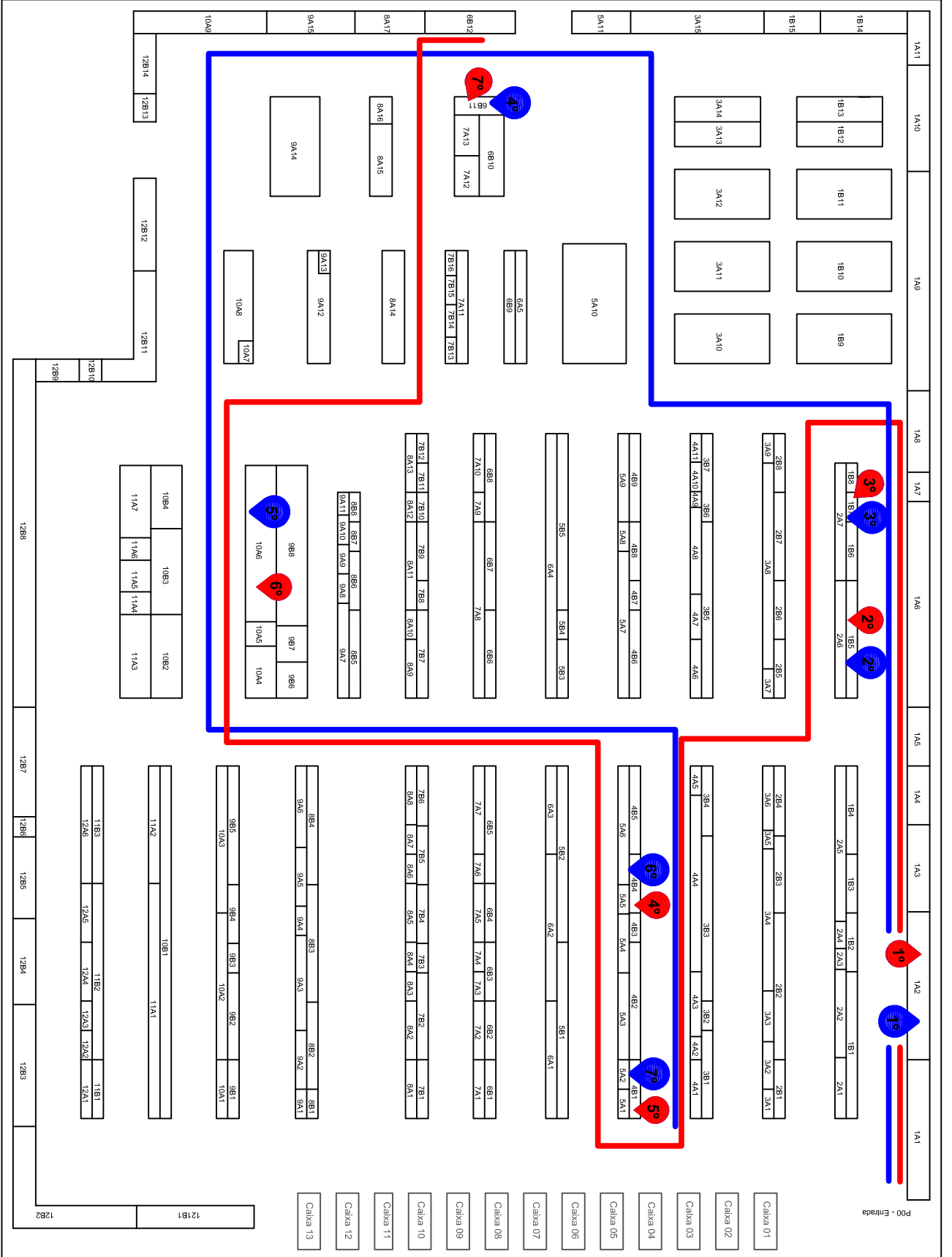
APÊNDICE D - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 6



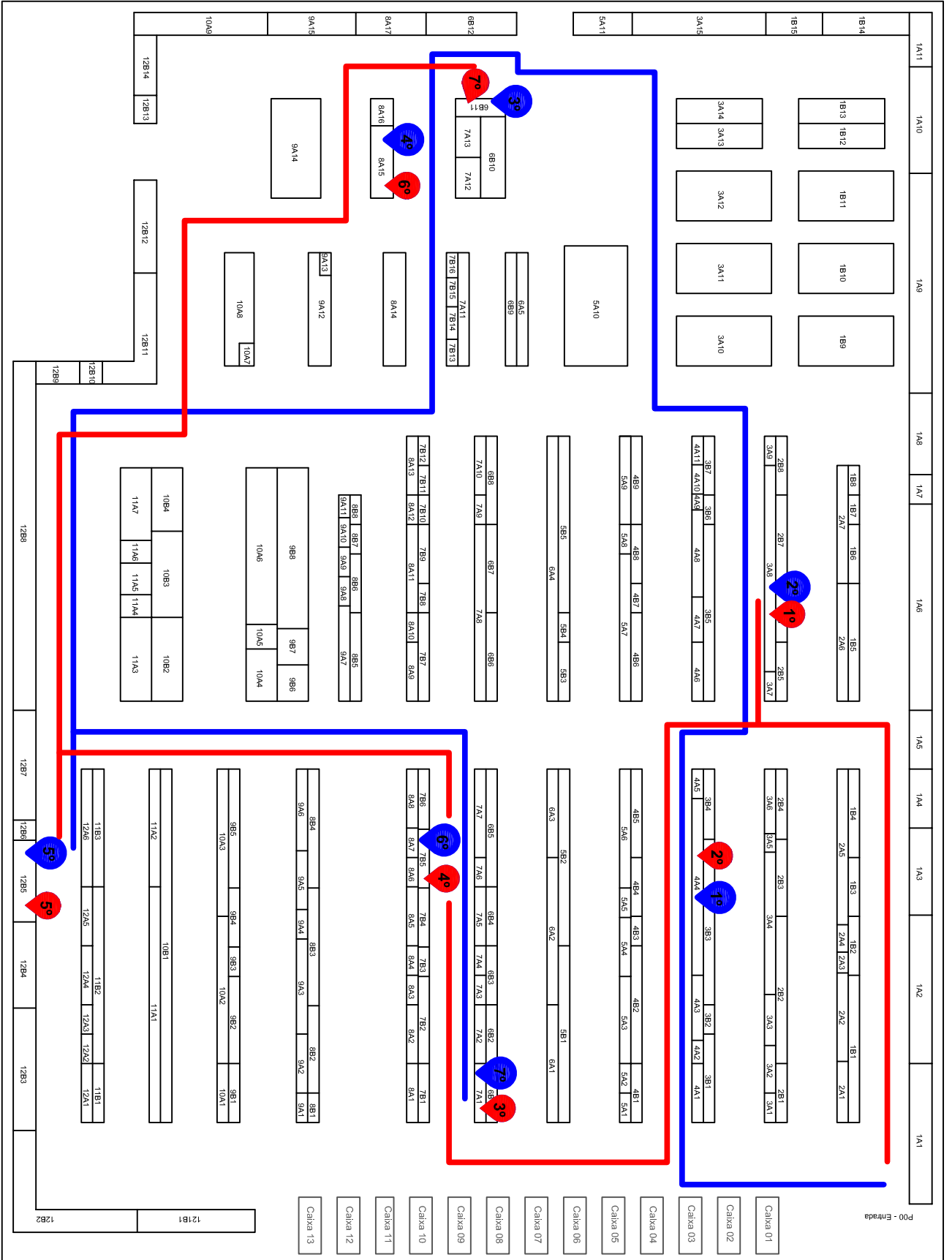
APÊNDICE E - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 2



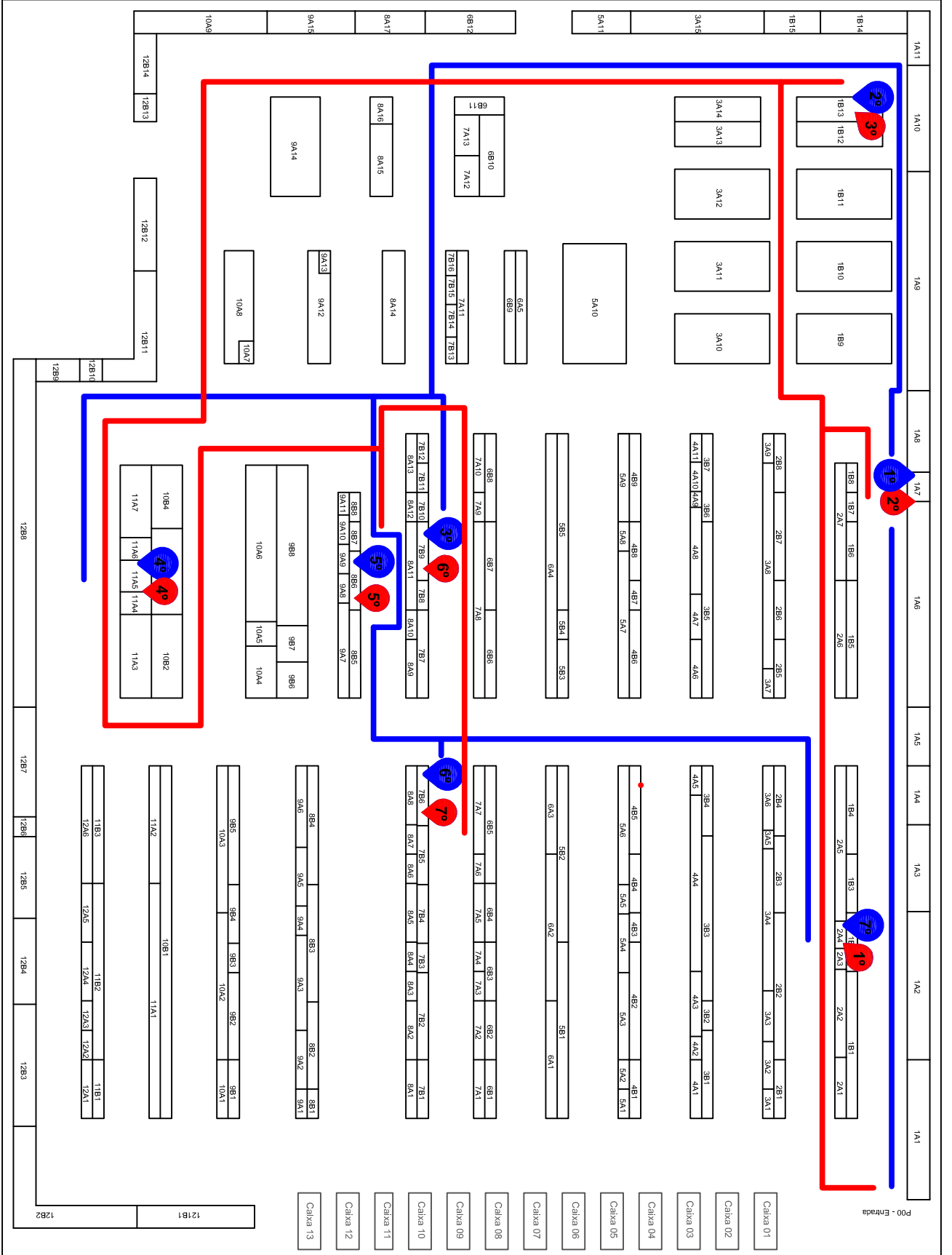
APÊNDICE F - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 10



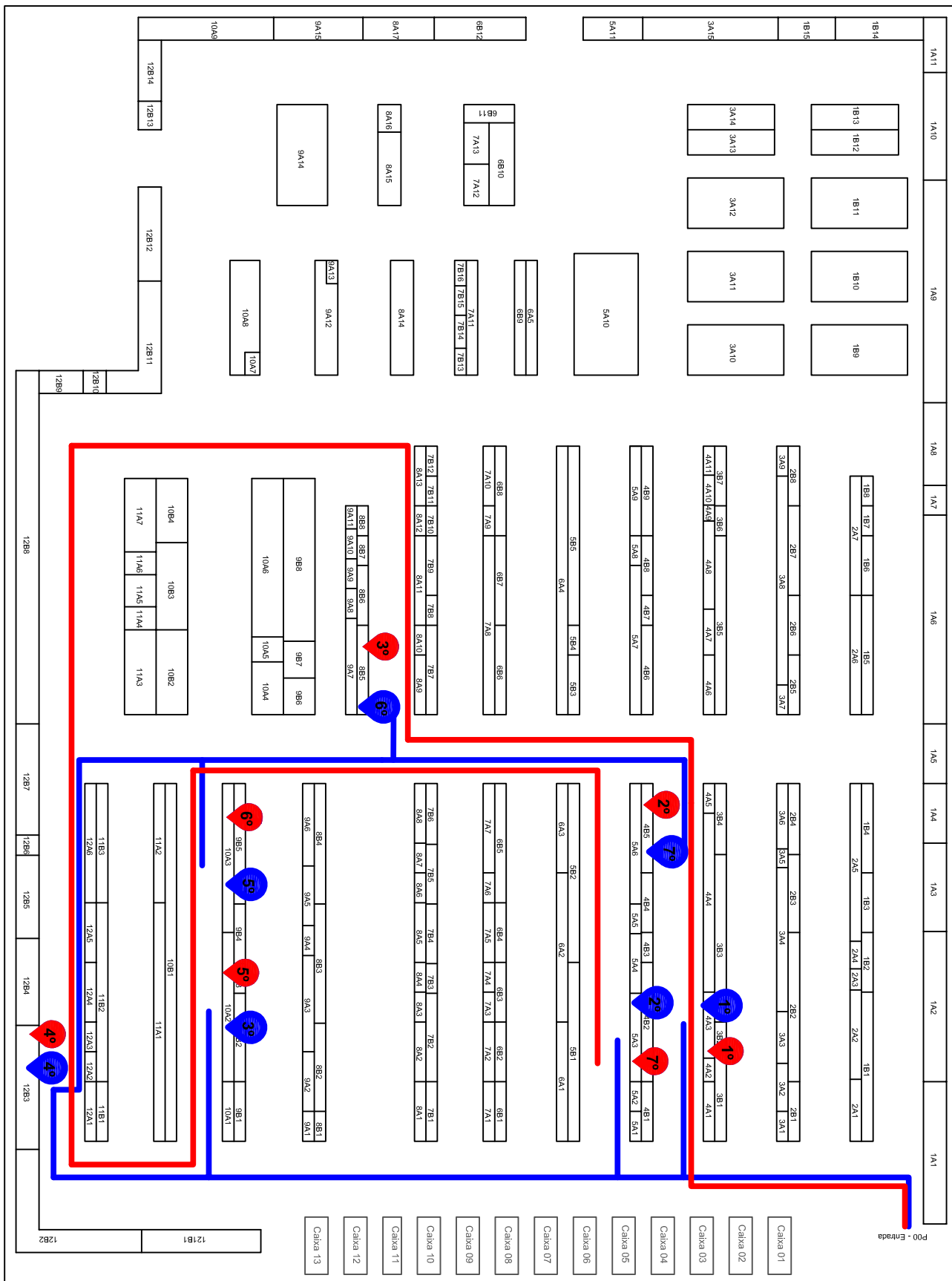
APÊNDICE G - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 3



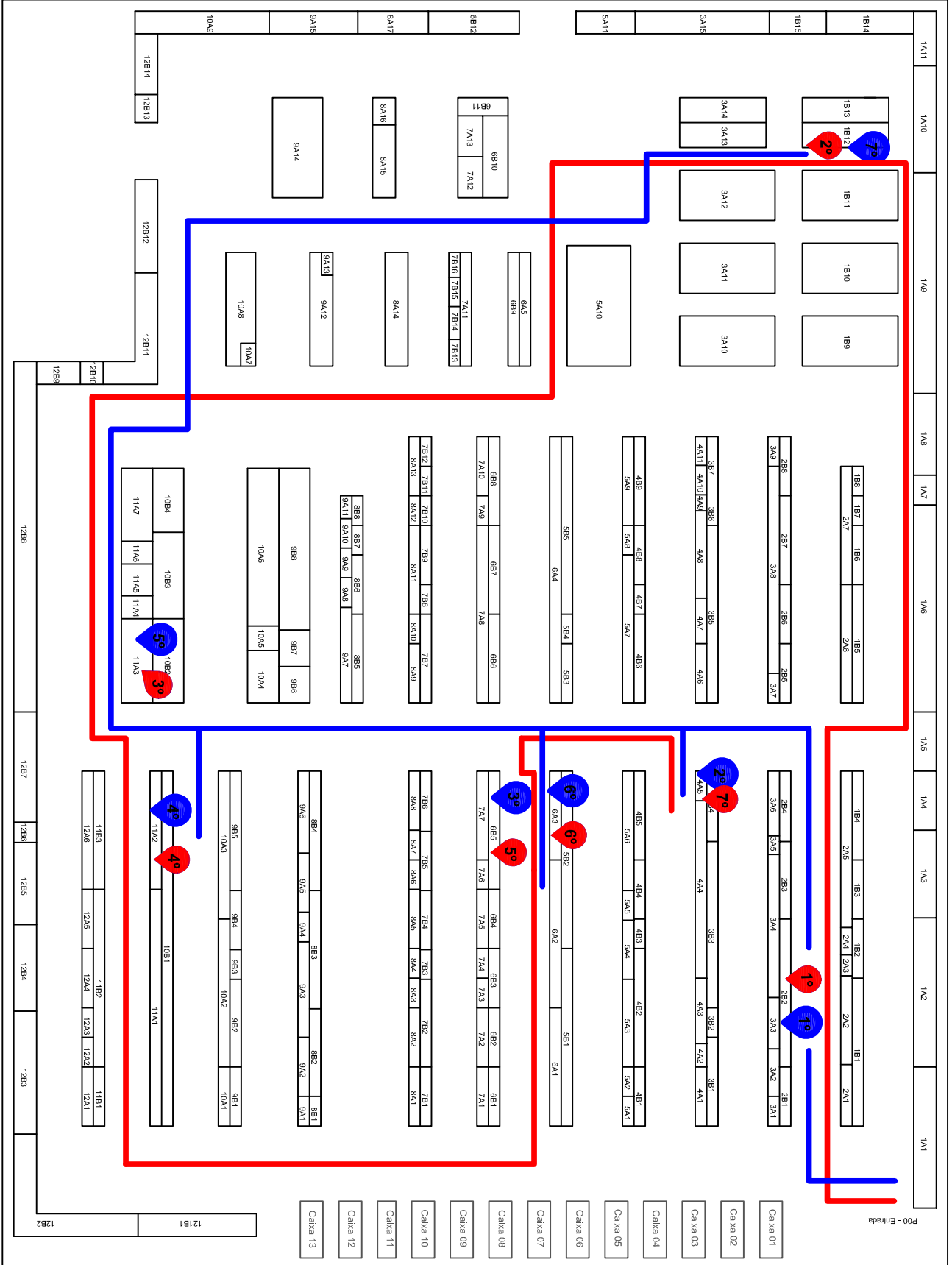
APÊNDICE H - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 7



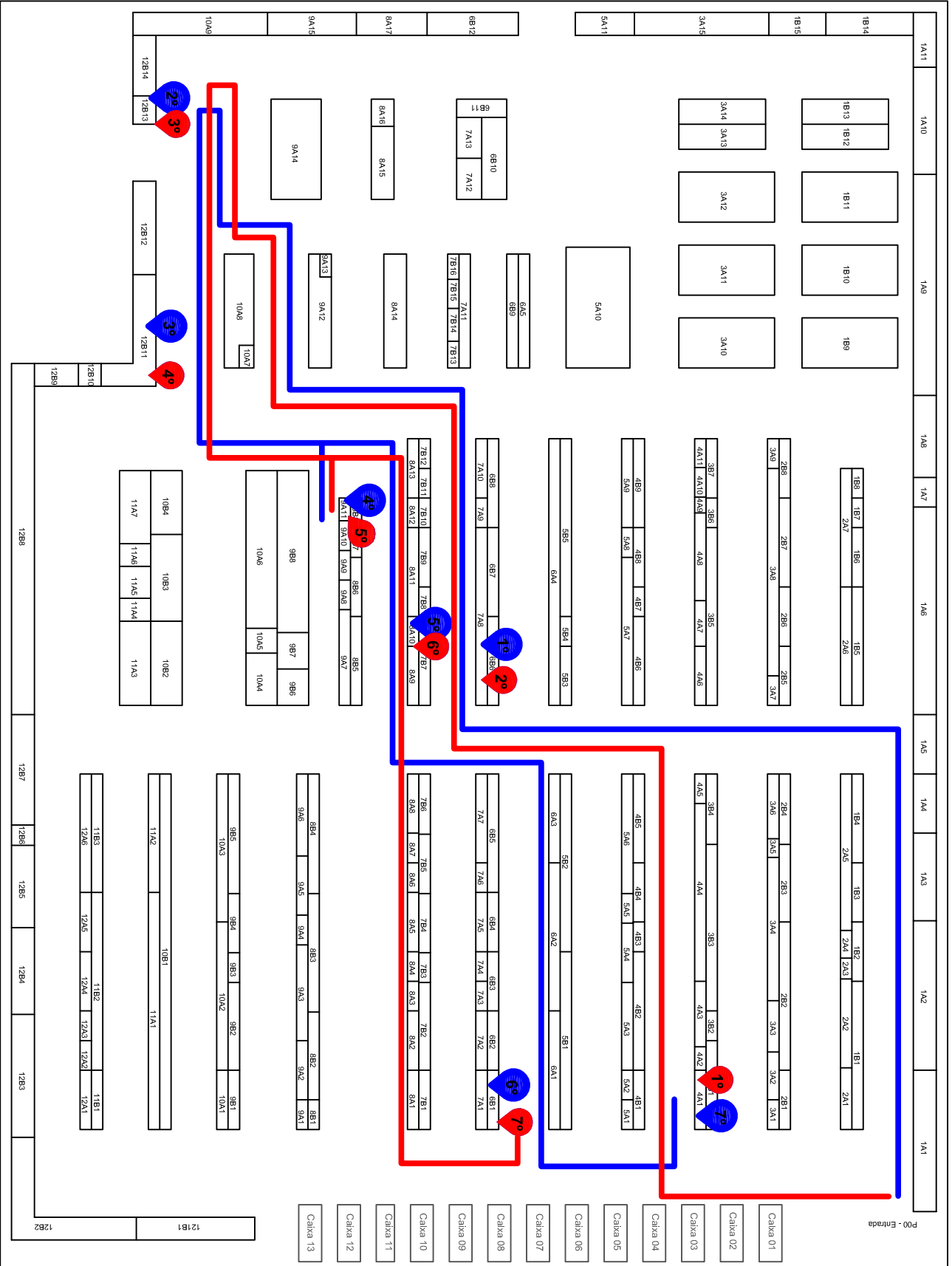
APÊNDICE I - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 5



APÊNDICE J - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 8



APÊNDICE K - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 4



APÊNDICE L - LAYOUT LISTA DE COMPRAS 9

