

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**

BRUNA MORESCO RIZZON

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA: O ERRO
COMO RECURSO PEDAGÓGICO E SEU PAPEL NO PROCESSO DE AVALIAÇÃO**

CAXIAS DO SUL

2018

BRUNA MORESCO RIZZON

**FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA: O ERRO
COMO RECURSO PEDAGÓGICO E SEU PAPEL NO PROCESSO DE AVALIAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Isolda Gianni de Lima
Coorientadora: Profa. Dra. Laurete Zanol Sauer

**CAXIAS DO SUL
2018**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

R627f Rizzon, Bruna Moresco

Formação continuada para professores de matemática : o erro como recurso pedagógico e seu papel no processo de avaliação / Bruna Moresco Rizzon. – 2018.

121 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2018.

Orientação: Isolda Gianni de Lima.

Coorientação: Laurete Zanol Sauer.

1. Professores - Formação. 2. Matemática (Ensino fundamental). 3. Aprendizagem. 4. Avaliação educacional. I. Lima, Isolda Gianni de, orient. II. Sauer, Laurete Zanol, coorient. III. Título.

CDU 2. ed.: 37.011.3-051

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)
Ana Guimarães Pereira - CRB 10/1460

Formação continuada para professores de matemática: o erro como recurso pedagógico e seu papel no processo de avaliação

Bruna Moresco Rizzon,

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Caxias do Sul, 16 de outubro de 2018.

Orientadores:

Prof^a Dr^a. Isolda Gianni de Lima

Prof^a Dr^a Laurete Zanol Sauer

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Francisco Catelli

Prof^a. Dr^a Neiva Senaide Petry Panozzo

Prof^a. Dr^a Helena Noronha Cury

AGRADECIMENTOS

Ao finalizar este trabalho de pesquisa, quero agradecer, primeiramente, a Deus, por permitir que nesta vida eu tivesse pais maravilhosos como Vera e Irineu. Essas duas almas simples e cheias de muito amor e luz mostraram-me o melhor caminho para uma vida plena e feliz: ensinaram-me a viver com simplicidade e a dar valor ao que realmente importa.

Deixo registrado, aqui, um agradecimento a meu esposo, Peter, que, tantas vezes, ouviu minhas teorias, releu meus parágrafos, acalmou minhas inseguranças e angústias dentro do seu abraço; a ele, sou grata por não me deixar desistir e por acreditar que eu chegaria lá.

Agradeço às professoras Isolda Gianni de Lima e Laurete Zanol Sauer, por orientarem esta dissertação e todos os meus passos durante a sua produção. À professora Isolda, dedico especial reconhecimento, por se tornar não somente uma orientadora, mas uma amiga de valor inestimável, pelos conselhos, sugestões, críticas e pelas tardes regadas a boas conversas e muitas xícaras de chá e café. Agradeço, também, as contribuições feitas por todos os professores do curso ao longo das disciplinas, e as valiosas sugestões dadas pelos professores da banca examinadora: Helena Noronha Cury e Francisco Catelli foram pilares fundamentais para o crescimento deste trabalho, desde seu início.

Agradeço à Secretaria Municipal da Educação de Caxias do Sul (SMED), por acreditar no meu trabalho e por disponibilizar o espaço físico necessário para que o curso de formação aqui proposto pudesse acontecer. Agradeço, ainda, aos professores que participaram das atividades desenvolvidas e que, comigo, compartilharam suas experiências tão preciosas.

A caminhada foi longa e árdua, mas certamente compensativa, pois todas as noites frias de escrita fizeram-me crescer como ser humano, como pesquisadora e, principalmente, como professora.

Espero atender às expectativas de todos que estiveram ao meu lado nessa belíssima jornada. Se não citei todos os nomes, peço perdão, mas expresso a certeza de que cada pequeno gesto de contribuição por mim recebido está guardado em meu coração.

RESUMO

Inserida na linha de pesquisa “Fundamentos e Estratégias Educacionais no Ensino de Ciências e Matemática”, esta dissertação apresenta o relato de um estudo realizado com professores de Matemática que atuam no Ensino Fundamental. A pesquisa teve como objetivo analisar como (de que forma) os professores concebem o erro no contexto do processo de avaliação, a partir da participação em um curso de formação continuada sobre análise de erros em conteúdos de sequências e séries. Em linhas gerais buscou-se responder à seguinte questão: quais os efeitos do curso de formação na conscientização dos professores sobre o papel do erro no processo de avaliação?. O tema desta pesquisa surgiu como possível continuidade/extensão de um projeto anterior, o SECOPROF, no qual foi elaborado e aplicado um teste sobre sequências e séries a alunos da Licenciatura em Matemática e do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul (UCS). Tal teste serviu de base para a elaboração do curso de formação continuada, que é objeto e motor deste estudo, aplicado, por sua vez, a professores da rede municipal de ensino de Caxias do Sul. Para o planejamento, desenvolvimento e análise do curso, realizou-se uma revisão da literatura sobre o erro e sua utilização como estratégia para a aprendizagem, em atividades de sequências e séries e na reflexão sobre o processo de avaliação. As análises com vista aos resultados e discussões foram feitas de acordo com a Teoria dos Três Mundos, de David Tall, bem como com os estudos de Ball, Thames e Phelps sobre os tipos de conhecimento para o ensino da Matemática. Recorreu-se, ainda, aos pensamentos de Cury e Borasi no que diz respeito à análise de erros, e de Luckesi, em relação à avaliação. Dentre os resultados da pesquisa, destaca-se a relevância atribuída ao curso pelos professores participantes que, em instrumentos de autoavaliação e avaliação da formação realizada, afirmaram que o curso promoveu mudanças na abordagem dos erros dos alunos. Isso foi verificado, também, nas várias demonstrações de atenção e de preocupação que os professores tiveram com os seus planejamentos, aproveitando erros de seus estudantes, identificados em instrumentos de avaliação e outros recorrentes, e preparando estratégias de utilização dos erros como uma possibilidade de fazer avançar a aprendizagem.

Palavras-chave: Formação continuada. Avaliação. Matemática. Análise de erros. Sequências e séries.

ABSTRACT

Inserted in the research line "Fundamentals and Educational Strategies in Teaching Science and Mathematics", this dissertation presents the report of a study carried out with Mathematics teachers who work at Elementary Schools. The objective of the research was to analyze how (in which way) teachers understand the error in the context of the evaluation process, from the participation in a continuing training course on error analysis with the content of sequences and series. The main point was to answer the following question: what are the effects of the training course on teachers' awareness of the role of error in the evaluation process?. The theme of this research came as a possible continuity / extension of an earlier project, SECOPROF, in which a test about sequence and series was developed and applied to students of the Mathematics Degree and the Masters in Science and Mathematics Teaching of the University of Caxias do Sul (UCS). This test served as the basis for the elaboration of the continuing training course, which is the object and engine of this study, applied to teachers of the municipal education network of Caxias do Sul. For the planning, development and analysis of the course, a review of the literature on error and its usage as a strategy for learning, in sequence and series activities, and in the reflection on the evaluation process was carried out. The analyzes of the results and discussions were made according to David Tall's Three Worlds Theory, as well as Ball, Thames and Phelps' studies on the types of knowledge for teaching mathematics. It was also resorted to the thoughts of Cury and Borasi regarding the analysis of errors, and of Luckesi, in relation to the evaluation. Among the results of the research, the relevance attributed to the course by the participating teachers is highlighted, which, in self-assessment and evaluation instruments of the training, affirmed that the course promoted changes in the approach of student errors. This was also verified with various demonstrations of attention and concern that teachers had with their planning, taking advantage of mistakes of their students, identified in evaluation instruments and other recurrent ones, and preparing strategies to use errors as a possibility to do learning.

Keywords: Continuing education. Evaluation. Mathematics. Error analysis. Sequences and series.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de conhecimento para o ensino e para o ensino de Matemática	31
Figura 2 – Questão 1 do teste aplicado aos alunos da Universidade de Caxias do Sul.....	58
Figura 3 – Resolução da questão 1: transição entre os mundos conceitual corporificado e simbólico proceitual	66
Figura 4 – Diagrama da questão 2 do teste aplicado aos professores no curso de formação continuada.....	67
Figura 5 – Resolução da questão 2: transição entre os mundos simbólico proceitual e axiomático formal.....	69
Figura 6 – Respostas dos professores: autoavaliação.....	85
Figura 7 – Respostas dos professores: avaliação do curso de formação	85
Figura 8 – Resposta de um dos professores participantes sobre o curso de formação	86
Figura 9 – Mapa do site: seções.....	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Questões propostas na atividade Batalha Naval	77
Tabela 2 – Situação final da Tabela 1 após ser preenchida pelos estudantes	77
Tabela 3 – Questões planejadas com base nos erros dos estudantes na atividade Batalha Naval	79
Tabela 4 – Questões referentes à autoavaliação dos participantes do curso de formação.....	81
Tabela 5 – Questões referentes à avaliação do curso de formação	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Características destacadas de Borasi (1996) e de Ball, Thames e Phelps (2008)..	32
Quadro 2 – Trabalhos sobre análise de erros.....	38
Quadro 3 – Trabalhos sobre formação continuada de professores	41
Quadro 4 – Trabalhos sobre formação continuada e análise de erros	45
Quadro 5 – Distribuição das respostas dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática.	59
Quadro 6 – Distribuição das respostas dos alunos do curso de Mestrado.....	60
Quadro 7 – Categorização e análise das respostas à primeira questão do teste aplicado no curso de formação.....	63
Quadro 8 – O que os professores pensam sobre a forma como avaliam seus alunos.....	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ATD	Análise Textual Discursiva
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EAD	Estudos à Distância
EF	Ensino Fundamental
ENADE	Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes
FURB	Universidade Regional de Blumenau
IES	Instituição de Ensino Superior
PUCRS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
RCR	Resolução – Comentário – Resolução
RRE	Relatório de Reflexão dos Erros
SECOPROF	Sequências e séries numéricas: o conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros na formação inicial e continuada de professores de matemática
SMED	Secretaria Municipal da Educação
TCLE	Termo De Consentimento Livre e Esclarecido
UCS	Universidade de Caxias do Sul
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEM	Universidade Estadual de Maringá
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
ULBRA	Universidade Luterana do Brasil
UNIFRA	Centro Universitário Franciscano
UNIVATES	Universidade do Vale do Taquari

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
2. REFERENCIAL TEÓRICO	21
2.1. OS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA	23
2.1.1. O mundo conceitual corporificado.....	24
2.1.2. O mundo simbólico proceitual	25
2.1.3. O mundo axiomático formal.....	26
2.1.4. Erros no contexto dos três mundos	26
2.2. TIPOS DE CONHECIMENTO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	28
2.3. ESTUDOS SOBRE ANÁLISE DE ERROS	31
2.4. A AVALIAÇÃO COMO UM PROCESSO.....	35
3. REVISÃO DE LITERATURA.....	38
3.1. ANÁLISE DE ERROS	38
3.2. FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES	41
3.3. FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E ANÁLISE DE ERROS.....	45
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	48
4.1. CONTEXTO DA PESQUISA.....	48
4.2. O CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES	50
4.3. FONTES DOS DADOS	53
4.4. PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE	54
5. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	57
5.1. ANÁLISE DO TESTE APLICADO NA UNIVERSIDADE	57
5.2. ANÁLISES DOS DADOS PRODUZIDOS NO CURSO DE FORMAÇÃO.....	62
5.2.1. Sobre o teste aplicado aos professores do curso e inspirado no SECOPROF	62
5.2.2. Relatos sobre a avaliação e sobre como os professores consideram os erros no processo avaliativo.....	70
5.2.3. Planejamentos desenvolvidos pelos professores	75
5.2.4. Autoavaliação e a avaliação do curso	79

6. PRODUTO EDUCACIONAL RESULTANTE DA DISSERTAÇÃO	88
7. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
REFERÊNCIAS	94
APÊNDICES	98
ANEXOS	115

1. INTRODUÇÃO

Apresenta-se nesta dissertação, um trabalho de pesquisa cujo desenvolvimento baseia-se em uma proposta de formação continuada para professores de Matemática. Essa proposta consiste em um curso sobre análise de erros em conteúdos de sequências e séries e foi pensada a partir de um teste com acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós Graduação de Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional – da Universidade de Caxias do Sul (UCS), aplicado como etapa de um projeto de pesquisa anterior, o “SECOPROF: sequências e séries numéricas: o conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros na formação inicial e continuada dos professores de Matemática”, realizado, em colaboração, pela UCS e pelo Centro Universitário Franciscano (UNIFRA) e submetido à Chamada Universal 2014 do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

O teste aplicado durante o desenvolvimento do SECOPROF objetivava nortear um indicativo de que tipos de erros são feitos pelos acadêmicos, no conteúdo de sequências e séries, que poderiam influenciar no seu desempenho didático e pedagógico enquanto professores ou futuros professores de Matemática. O teste apontou, para além das especificidades, também a necessidade de maior aprofundamento e estudo do conteúdo no contexto acadêmico enfocado.

Em particular para esta pesquisa, o teste desenvolvido pelo SECOPROF serviu como um indicativo da necessidade e possibilidade de uma investigação ulterior, com professores da rede municipal de ensino, seguida de uma prática que, de alguma maneira, contribísse para um melhor desempenho dos profissionais em sala de aula. Efetivamente, buscou-se, então, trabalhar não só a partir dos erros cometidos relativos aos conteúdos de sequências e séries, mas também com apoio em sua viabilidade enquanto propulsores de uma reflexão sobre o processo avaliativo. Planejou-se, assim, um curso de formação continuada sobre sequências e séries para professores de Matemática do município de Caxias do Sul, possibilitando, a eles, rever conhecimentos sobre o assunto, bem como repensar suas práticas pedagógicas, desde o planejamento até o momento da avaliação.

Ao analisar as Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2015), é possível perceber que há uma sugestão de aumento na carga horária nos cursos de licenciatura e de pedagogia, bem como a inserção de disciplinas práticas e de formação pedagógica. Há, também, o incentivo à participação em projetos de extensão e de iniciação científica, como monitorias e

seminários/congressos, motivo pelo qual se justifica um curso de formação continuada para professores que já concluíram seus estudos de graduação e estão em atuação.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (Brasil, 2015) apontam, ainda, que, no ensino e na aprendizagem da Matemática, deve-se seguir o critério da contextualização por meio da interdisciplinaridade, o que inclui relacionar o conteúdo ensinado com o cotidiano do estudante e fazer conexões com outras disciplinas. Tal ação serve, também, como um alicerce pedagógico para a elaboração de conexões entre diferentes conceitos matemáticos, buscando formas alternativas de se pensar em Matemática, e para o reconhecimento da importância cultural dessa ciência para o desenvolvimento humano e dos povos.

Ao realizar um breve estudo de currículo e por experiência da professora pesquisadora, constatou-se que, geralmente, os conceitos de sequências e séries são trabalhados apenas quando os estudantes chegam ao Ensino Médio e, na maioria das vezes, são relacionados com o estudo de Progressões Aritméticas e Geométricas. Dessa forma, é tardia a possibilidade de os estudantes estabelecerem conexões entre o conteúdo estudado, conceitos preexistentes e seu cotidiano.

O estudo de sequências e séries, além de promover a evolução do pensamento sobre padrões e fundamentos lógicos que contribuem para o desenvolvimento cognitivo do estudante, induz à organização das ideias matemáticas. Para que a introdução desse conteúdo seja feita desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio, os estudantes devem sentir-se envolvidos com o conteúdo que estão aprendendo, de maneira a relacioná-lo com situações possivelmente ligadas à sua realidade.

Com efeito, na proposta de formação continuada desenvolvida neste trabalho, esperou-se levar os professores participantes a refletirem sobre práticas pedagógicas que envolvessem o estudante e considerassem-no como um construtor de novos saberes, úteis e verificáveis em seu mundo empírico. Pretendeu-se também, estimular reflexões sobre a elaboração das atividades de aprendizagem que possibilitassem inserir o assunto sequências e séries em diferentes níveis de ensino e em diferentes segmentos do currículo matemático escolar.

A propósito de planejamento, é importante salientar, ainda, que se considera, aqui, o conhecimento enquanto construção. Conforme Zaballa (1998), ensinar envolve o estabelecimento de relações que deverão conduzir à elaboração de representações pessoais sobre o objeto do aprendizado. Para que o conhecimento seja construído, o autor menciona práticas do trabalho docente as quais dizem respeito a um planejamento flexível à readaptação

de atividades, a ponto de permitir adequações de acordo com a necessidade dos estudantes durante todo o processo de aprendizagem. Nesse sentido, o autor ressalta a importância de ouvir a opinião e as sugestões dos estudantes, de ajudá-los a encontrar ou dar sentido àquilo que está sendo estudado, de orientá-los no estabelecimento de metas que possam ser superadas a partir do esforço e do empenho individuais ou de grupo, de oferecer auxílio no processo de construção do conhecimento e de promover meios de interação que permeiem a sala de aula. Além disso, Zaballa (1998) enfatiza a necessidade de constante atualização por parte do professor.

Essas adequações estão diretamente relacionadas à abordagem dos erros dos estudantes, encontrados em atividades cotidianas de sala de aula e em instrumentos de avaliação, o que pode ser decisivo em relação ao processo de aprendizagem. Quanto à análise desses erros, Cury (2013) afirma que é de grande importância que, nos programas de especialização ou atualização para professores, os erros, as dificuldades e os obstáculos encontrados no ensino de disciplinas da área de Ciências Exatas sejam discutidos e também considera conveniente apoiar a formação continuada.

Ball, Thames e Phelps (2008) e Ponte (1994) vão ao encontro desse pensamento quando sugerem que o professor que pretende atuar em sala de aula precisa de uma formação pedagógica contínua que o auxilie a lidar com diferentes problemas e dificuldades apresentadas por seus estudantes, na busca de soluções, já Galiazzi (2003) ressalta a importância de o professor construir-se como um pesquisador, um sujeito capaz de adaptar, adequar e criar o seu próprio material didático, de forma coerente com suas concepções e condutas pedagógicas, e não de apenas seguir roteiros de apostilas ou de livros didáticos. Para o autor, se o professor for capaz de criar seu próprio material didático, ele, indiretamente, estará incentivando e orientando os seus estudantes a agirem da mesma maneira, pesquisando e a elaborando um material próprio para os seus estudos e produções, aumentando, assim, sua autonomia em relação à própria aprendizagem.

Com apoio nesses e autores, ao oferecer um curso de formação continuada, pretendeu-se proporcionar aos professores uma reflexão sobre suas práticas pedagógicas e sobre os erros mais frequentes encontrados nas produções dos estudantes em atividades de aprendizagem ou em instrumentos de avaliação de Matemática. Também se buscou instigar os professores a pensar sobre suas ações diante de um erro, principalmente em casos de erros recorrentes. Isso significa, por exemplo, debater se há algum tipo de erro que mereça mais

atenção do que outro e avaliar o que eles podem significar como possibilidades de fazer avançar a aprendizagem.

Como a proposta de formação continuada intencionou trabalhar com a reflexão sobre o erro como sendo uma possível estratégia pedagógica para o aprendizado, não foi possível deixar de lado o assunto avaliação. O propósito do curso foi, portanto, também o de colocar em debate o modo como os estudantes são avaliados, os tipos de instrumentos utilizados na avaliação, a importância de se retomar atividades avaliativas após a sua aplicação, além de refletir sobre a avaliação como o processo em que os estudantes mostram se e o que aprenderam, e se progrediram em relação ao conhecimento.

Nesse sentido, para dar o aporte teórico necessário à pesquisa e ao curso, a referência utilizada foi Luckesi (2014), que trata a avaliação escolar em diferentes pontos de vista. O autor ressalta a importância de não se usarem rótulos classificatórios em relação aos resultados obtidos pelos *scores* dos estudantes e, sim, valer-se da avaliação amorosa, aquela que mais desafia a sociedade que nos cerca, por levar em consideração o que muitas instituições de ensino não ponderam ser algo de importância, como a criatividade em resoluções de questões matemáticas.

A fim de relacionar a avaliação com o desempenho e o desenvolvimento matemático dos estudantes, a teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall, serve como base para a análise de erros e para a reflexão sobre avaliações, sendo aporte teórico deste projeto. Na sua teoria, Tall (2004b) distingue três maneiras de desenvolvimento cognitivo relacionados à Matemática, distintas umas das outras, porém relacionadas entre si: o mundo conceitual corporificado, que se desenvolve a partir de nossas percepções do mundo e se baseia no pensamento em relação a objetos que percebemos e sentimos; o mundo simbólico proceitual, que é entendido como o mundo dos símbolos usados para cálculos e manipulações matemáticas; e o mundo axiomático formal, que consiste em propriedades, definições formais, axiomas. Ainda conforme Tall (2004b), os estudantes não transitam, obrigatoriamente, pelos três mundos e, se o fazem, esse percurso não se estabelece, necessariamente, de maneira sequencial, mas transcorre de um mundo para outro, sem que haja uma ordem pré-estabelecida.

Tall (2013) assegura, igualmente, que crianças que passam por situações frustrantes tendem a não as enfrentar novamente por medo de fracassar e que essas situações podem, inclusive, gerar bloqueios ou aversões a situações parecidas com aquelas vivenciadas inicialmente. Em sala de aula, segundo estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), cabe ao

professor saber utilizar os conhecimentos necessários sobre Matemática para conseguir identificar as falhas de seus estudantes, bem como onde estão os erros que cometeram. Assim, poderá decidir qual ação promove a abordagem mais adequada dos erros, de modo que eles se tornem aliados da aprendizagem e não rótulos negativos ou empecilhos, o objetivo do professor deve ser o de minimizar os bloqueios e as aversões criadas por situações adversas, encorajando seus estudantes a enfrentarem seus maiores inimigos na Matemática. Dessa forma, defende-se, neste trabalho, a ideia do erro como um trampolim, proposta por Borasi (1996): o professor deve encorajar o estudante a utilizar seu próprio erro como instrumento de impulso para sua aprendizagem.

Dito isso, e como investigação principal desta pesquisa, o trabalho aqui apresentado é conduzido à luz do seguinte questionamento: **como (de que forma) os professores entendem o erro no contexto do processo de avaliação, a partir de um curso de formação continuada sobre análise de erros relacionada ao conteúdo de sequências e séries?**

No desenvolvimento deste estudo, foram considerados os conhecimentos e os erros identificados, primeiro, junto a estudantes da UCS/resultados do SECOPROF e, a seguir, junto aos participantes do curso de formação continuada. Assim, buscou-se propiciar aos professores participantes do curso a oportunidade de refletir a respeito de conceitos e ideias nos conteúdos propostos e fazer conexões com aquilo que já desenvolveram na graduação ou nos estudos para a prática docente, mas que se encontravam defasados ou incompletos.

Com isso, tem-se como objetivo geral da pesquisa: **analisar os efeitos do curso de formação sobre análise de erros relacionada aos conteúdos de sequências e séries, na conscientização de professores a respeito do papel do erro no processo avaliativo.**

Para o alcance do objetivo geral e construção da resposta à questão de pesquisa, foram previstas as seguintes metas, que demarcaram etapas ou providências a serem encaminhadas:

- a) **Revisar, na literatura disponível, teorias de suporte para a discussão do conceito de erro e suas possíveis abordagens, principalmente relacionado à Matemática, enquanto diagnóstico situacional e prática avaliativa.**
- b) **Investigar, na formação inicial de professores, em curso de mestrado e em pesquisas já existentes, os tipos de erros encontrados em resoluções de atividades sobre conteúdos de sequências e séries (como embasamento ao planejamento de uma proposta de formação continuada).**

- c) **Elaborar e desenvolver uma proposta de formação continuada, na forma de um curso, para professores de Matemática do Ensino Fundamental, sobre a análise de erros relacionada ao conteúdo de sequências e séries.**
- d) **Incentivar os participantes a repensar seus planejamentos pedagógicos, de modo a inserir o erro como uma estratégia pedagógica para o aprendizado.**
- e) **Auxiliar os participantes a elaborar novos planejamentos a partir de erros identificados em instrumentos de avaliação de seus estudantes.**
- f) **Discutir e analisar os efeitos da aplicação dos novos planejamentos;**
- g) **Analisar os resultados da aplicação do curso de formação.**
- h) **Produzir, como produto educacional, uma página Web com uma proposta de formação e com planejamentos de professores baseados na análise de erros.**

Sendo assim, de forma a discutir cada etapa, este trabalho está organizado, a partir desta introdução, em outros sete capítulos. No segundo capítulo, são apresentados estudos de fundamentação teórica com as ideias de David Tall e sua Teoria dos Três Mundos da Matemática, de Deborah Ball e os tipos de conhecimento para o ensino e a aprendizagem de Matemática, de Raffaella Borasi, sobre o uso do erro como um trampolim para a aprendizagem, de Helena Cury, sobre a importância da utilização do erro para a aprendizagem e de Luckesi, em um diálogo sobre a avaliação.

Toda a fundamentação proposta serviu de aporte para os estudos iniciais que deram origem a este trabalho, para o planejamento do curso de formação de professores e para a análise dos dados.

No capítulo três, é apresentada uma revisão da literatura, com discussão de outros estudos, destacados em três categorias: análise de erros, formação de professores e formação de professores envolvendo análise de erros dos estudantes.

O quarto capítulo traz os procedimentos metodológicos para o contexto da pesquisa, com a sua caracterização, descrição do curso de formação, fontes para a construção dos dados para análise e esclarecimentos sobre como foram elaborados.

No quinto capítulo, encontram-se as análises dos dados e os resultados oriundos desta pesquisa, discutidos com base na fundamentação teórica apresentada no segundo capítulo.

O capítulo seis apresenta o produto da dissertação: uma página Web que integra a reestruturação do planejamento do curso de formação e consiste da parte experimental da pesquisa, aprimorada com base nos resultados produzidos.

Por fim, no capítulo sete, apresentam-se as conclusões e considerações finais, destinadas a reflexões sobre o alcance das metas estabelecidas e à elaboração de resposta (que deriva como síntese principal deste estudo) para a questão de pesquisa que orientou a construção desta dissertação. Há, ainda, uma retomada do percurso, com reflexões sobre aprendizagens da professora pesquisadora e com possibilidades que se vislumbram a partir do ponto de chegada.

Seguem, depois, as referências e os apêndices.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Como mencionado anteriormente, o objetivo geral desta pesquisa é a investigação dos efeitos de um curso de formação continuada sobre análise de erros na conscientização de professores a respeito do processo de avaliação. Essa conscientização envolve, principalmente, o reconhecimento de possíveis maneiras para avançar nas aprendizagens a partir da identificação desses erros. Assim, como aporte teórico ao que foi proposto, optou-se pelo estudo da teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall (2004a), que auxilia a relacionar os níveis de esclarecimento que os participantes da pesquisa demonstraram ter sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática aos tipos de erros feitos ou identificados nas produções de seus estudantes em atividades de avaliação.

De acordo com Tall (2013), há três diferentes maneiras de se pensar a Matemática, explicadas em cada um dos três mundos, que se desenvolvem em sofisticação ao longo do tempo, usando formas de linguagem cada vez mais complexas e elaboradas. Individualmente, esses mundos possuem características próprias que identificam, de uma maneira especial, um modo de fazer e um modo de pensar em Matemática: o primeiro tem base na corporificação (conceitual), o segundo, no simbolismo (operacional) e o terceiro, no formalismo (axiomático). Esses mundos são interligados nas relações do pensamento à medida que cada indivíduo se desenvolve e a partir de sua vivência de experiências.

Para avaliar a proposta de formação continuada, esta pesquisa apoia-se em diferentes autores, apresentados ao longo do texto. Invariavelmente, os teóricos utilizados enfatizam a importância de que, nos programas de atualização para professores, os erros, as dificuldades e os obstáculos encontrados no ensino sejam analisados, discutidos e considerados como propulsores da aprendizagem. Essas situações fazem com que os profissionais já graduados em licenciatura e/ou com pretensão de trabalhar na área do ensino busquem aprimorar sua formação pedagógica. Aumenta-se, assim, a possibilidade de que se tornem capazes de lidar com situações matemáticas simples e complexas, com diferentes soluções e hipóteses geradas pelos estudantes, bem como com conflitos e problematizações do cotidiano que, muitas vezes, são transpostos para a sala de aula.

Ponte (1994) destaca que o professor realiza seu trabalho em ambientes cada vez mais agressivos e que é, facilmente, contestado por estudantes, pais e até por colegas de trabalho. Muitas pessoas, especialmente se não convivem no ambiente escolar, não percebem que o professor é um profissional que toma inúmeras decisões em seu dia a dia, que se

defronta com uma infinidade de tarefas e papéis, que precisa conhecer e saber usar uma enorme gama de recursos na elaboração de situações de aprendizagem, sem contar, conforme destaca o autor, a reconhecida importância de que tenha domínio dos conteúdos que ensina.

Para Shulman (1986), os conhecimentos específicos que os professores precisam para desempenhar a prática educativa servem como base para a construção dos saberes dos alunos. Fundamentada nos pensamentos de Shulman, a pesquisadora americana Deborah Ball, juntamente com outros pesquisadores, propuseram-se a pensar os conhecimentos específicos relacionados exclusivamente ao ensino da Matemática. Ball, Thames e Phelps (2008) elencam três condições existentes na prática docente, nesse sentido: a identificação do conteúdo que realmente é indispensável para o ensino; a maneira pela qual o conhecimento a ser ensinado pode ser estudado e interpretado; e as possibilidades de adequações que visem diferentes oportunidades de aprendizagem do conteúdo, a fim de capacitar professores para que, quando estiverem em sala de aula, estejam aptos a utilizá-las na prática. Essa última, vale evidenciar, relaciona-se diretamente com a abordagem de erros. Entretanto, para os autores, ensinar exige que o professor não apenas identifique o erro, mas encontre a sua origem (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Culturalmente, o erro é tratado como instrumento classificatório e de rotulação em sala de aula: Fulano acertou as questões, então ele sabe o conteúdo; Beltrano errou várias questões, então ele não sabe o conteúdo. Cury (2012) considera que compreender um erro, partindo do resultado obtido por um estudante para fazer novos questionamentos, pode esclarecer dúvidas que se arrastam por anos na vida desse indivíduo. Ainda de acordo com Cury (2013), o erro deve ser tratado como um ponto de reflexão para que o estudante possa refazer o percurso que o levou a fazê-lo e a repensar as estratégias que o levaram a determinada conclusão; essa mesma reflexão ajuda o professor a identificar onde o estudante teve dificuldades e em qual ponto ele precisa de mais auxílio.

Avançando nessa direção, Borasi (1996) afirma existirem diversos tipos de erros que podem ser encontrados nas respostas a instrumentos de avaliação, e os classificou em quatro tipos, que considera mais recorrentes, a saber: procedimentos errados que produzem respostas corretas, procedimentos corretos que produzem resultados incorretos, definições incorretas e contradições. Borasi defende a ideia da utilização de erros como um trampolim para a aprendizagem, afirmando que o professor deve estar atento aos diferentes tipos de erros feitos por seus estudantes para que, a partir deles, possa planejar estratégias que levem os estudantes a refletir sobre os resultados obtidos e sobre novas possibilidades.

A seguir, discorre-se com maior propriedade sobre as ideias aqui elencadas, que orientaram esta dissertação.

2.1. OS TRÊS MUNDOS DA MATEMÁTICA

Ao sentir necessidade de explicar como ocorre a aprendizagem em Matemática e partindo do estudo de teorias relacionadas ao desenvolvimento cognitivo, David Tall deu origem à concepção teórica dos Três Mundos da Matemática.

Tall (2013) entende que a compreensão de um conceito ocorre de várias maneiras, em etapas: numa primeira delas, o indivíduo reconhece as coisas por meio da sua percepção de semelhanças e diferenças, podendo categorizar itens de diferentes modos, dando nomes para identificar categorias, como “gato” ou “círculo”. Um segundo método seria a prática de uma sequência de ações, como procedimentos, para que possam ser feitas com pouco esforço mental: o entendimento da adição sendo sintetizada em um processo mental, cujo resultado é chamado de “soma”, é uma abstração operacional denominada encapsulamento de um processo como um conceito. E, ainda, um terceiro método acontece quando o indivíduo usa uma linguagem cada vez mais sofisticada para especificar conceitos através de suas definições. Em sua obra, Tall (2013) defende que o pensamento matemático inicial passa por um momento de categorização, encapsulamento¹ e definição, de várias maneiras, para sintetizar pensamentos em formas mais flexíveis.

Na Matemática, categorizações básicas frequentemente possuem representatividade típica que descrevem, por completo, as propriedades de determinada categoria (TALL, 2013). Dessa forma, o terceiro método de compreensão no pensamento matemático é uma extensão no processo de categorização, no qual a linguagem é usada uma vez mais para especificar importantes propriedades, mas, nele, selecionadas para formular uma definição precisa a partir da qual outras propriedades podem ser deduzidas.

Tall (2004b) refere-se aos Três Mundos da Matemática como sendo três momentos do desenvolvimento cognitivo, relacionados particularmente à compreensão de números e suas operações, sendo tais mundos organizados a partir da relação que estabelecem entre si, porém mantendo características específicas. O autor os denomina mundo conceitual

¹ O encapsulamento é a mudança, no pensamento, de um processo que ocorre em determinada ocasião para um conceito concebível independente do momento. A possibilidade de escolha entre várias estratégias diferentes, com o objetivo de ver o resultado de sua aplicação, em sua totalidade, como um processo, é tratada, por Tall (2013), como o encapsulamento de um objeto pensável através do uso de símbolos.

corporificado, mundo simbólico conceitual e mundo axiomático formal. Em cada mundo, reconhecimento, repetição e linguagem desempenham papel fundamental.

Conceitos admissíveis são, inicialmente, formulados através do reconhecimento e da categorização, no mundo conceitual corporificado. O mundo simbólico conceitual é construído através da repetição de sequências de ações para construir operações matemáticas, tal qual procedimentos de rotina, enquanto encapsulamento. Mais tarde, ao introduzir a linguagem matemática apropriada nas definições de conceitos, de propriedades que são formuladas como regras de operações, é que essas propriedades passam a ser tratadas como teorias e axiomas.

Cada indivíduo possui seu próprio modo de crescimento cognitivo; cada um possui uma maneira diferente de usar a linguagem e o simbolismo e, juntas, essas ferramentas cobrem uma ampla gama de atividades matemáticas (TALL, 2004a). Assim, os Três Mundos da Matemática constituem três diferentes maneiras de operar com objetos matemáticos, no sentido de representação e da utilização desses objetos.

É interessante notar, entretanto, que os mundos descritos por Tall (2013), são interligados. Além disso, tratam de formas de desenvolvimento matemático que, no que lhes diz respeito, estão diretamente relacionadas a procedimentos, ações e linguagem dos indivíduos para com a Matemática e seus objetos.

Diante dessas considerações, a seguir são apresentadas breves descrições de cada um dos Três Mundos da Matemática.

2.1.1. O mundo conceitual corporificado

De acordo com Tall (2004a, p. 2), o mundo conceitual corporificado “diz respeito às percepções acerca do mundo e do pensamento a respeito das coisas que são percebidas e sentidas não apenas no mundo físico, mas em um mundo mental de significados”. Esse mundo engloba os estágios iniciais que envolvem experiências práticas de espaço e forma, e de cálculos em aritmética (TALL, 2013). Está embasado na ação e nas percepções que o indivíduo tem em relação à Matemática e envolve os objetos corporificados, como, por exemplo, tabelas e gráficos, que possibilitam, primeiramente, o manuseio físico e, em seguida, a sua concepção como um objeto mental. A linguagem, no mundo conceitual corporificado, está diretamente ligada à percepção, observação e descrição, que envolvem

experiências iniciais de reconhecimento e descrição de características e propriedades de figuras, sem necessariamente compreender que uma propriedade pode resultar em outra.

Ao realizar uma operação, como comparar conjuntos numéricos, ou quando adiciona elementos, o indivíduo começa a identificar propriedades que são independentes dos conjuntos: são propriedades dos números em si. Isso envolve uma mudança na maneira de pensar, focada não apenas nos objetos, mas também no processo de abstração operacional para determinar as propriedades das operações mesmas. Tal evento possibilita uma distinção fundamental entre o mundo conceitual corporificado, que se origina do foco no objeto, e o mundo simbólico proceitual, que se origina do foco nas operações e suas representações como manipulações de símbolos (TALL, 2013).

2.1.2. O mundo simbólico proceitual

A caracterização desse segundo mundo está ligada à definição de “proceito”. O termo é definido por Gray e Tall (1994, apud SOARES; CURY, 2017, p. 3) como “um amálgama de conceito e processo, representados pelo mesmo símbolo. Por exemplo, o símbolo ‘+3’ pode evocar tanto o processo de adicionar três quanto o conceito do número positivo +3”.

Como sugere a denominação, o mundo simbólico proceitual está relacionado diretamente aos símbolos e às ações que levam a interpretações por meio da escrita, representações numéricas, cálculos, manipulações algébricas e de símbolos, entre outros. Nele, as ações de perceber e observar do mundo conceitual corporificado são subjugadas e, então, substituídas pela ação, pelos procedimentos realizados pelos indivíduos para manipular as representações simbólicas. O sujeito passa a se familiarizar com a linguagem matemática, deixando-a mais refinada e usando símbolos tanto em representações de objetos matemáticos, como em operações e manipulações a estes associadas.

Segundo Tall, a mudança do foco de atenção, do corporificado para o simbólico, objetivando a manipulação de símbolos, e o percurso contrário, de volta ao corporificado, visando à interpretação de uma solução, pode ser uma consequência natural do limite de foco de atenção do cérebro humano (TALL, 2013).

2.1.3. O mundo axiomático formal

O mundo axiomático formal é fundamentado em propriedades, apresentadas em termos de definições formais, usadas como axiomas, a fim de especificar estruturas matemáticas. Esse mundo indica uma iniciação ao formalismo nas representações e na utilização de conceitos.

A trajetória pelo mundo axiomático formal, vinculada às experiências dos mundos conceitual corporificado e simbólico proceitual, conduz à formulação e utilização de definições formais e à prova de teoremas, usando linguagem matemática, no geral, sofisticada. A utilização da linguagem formal escrita é uma demonstração do pensamento matemático. É importante notar que a linguagem formal escrita é construída a partir das experiências advindas dos outros dois mundos. Quanto maior a interação entre objetos corporificados, símbolos, teoremas, axiomas e linguagem formal, maior será o entendimento dos objetos matemáticos e de suas representações.

Quando analisado de acordo com os Três Mundos da Matemática, o desenvolvimento cognitivo não se caracteriza como sequencial, ou seja, quem está aprendendo precisa transitar pelos Três Mundos, mas estes não devem ser entendidos, necessariamente, como estágios a serem percorridos em atividades matemáticas. Cada estudante deve ser visto como indivíduo único, com suas próprias experiências e, em virtude disso, prosperando de modo diferente e fazendo diferente, também, o seu percurso pelos Três Mundos da Matemática no desenvolvimento do seu pensamento matemático (TALL, 2007).

2.1.4. Erros no contexto dos três mundos

Tall e Thomas (1991) sugerem que existem vários obstáculos cognitivos na aprendizagem matemática. Um exemplo disso é a aprendizagem precoce da álgebra, que pode resultar em uma expressão que seja vista como um processo a ser realizado e não como um objeto que pode ser manipulado. Se os estudantes não conseguirem dar o significado apropriado ao conceito, os procedimentos provavelmente serão realizados de maneira “mecânica” e, assim, ficarão altamente propensos a falhas. Ocorre, também, que, muitas vezes, o professor apresenta aos estudantes uma maneira de resolução que ele considera correta, mas que pode colaborar para o aumento da dificuldade de entendimento. Cada estudante aprende à sua maneira e é legítimo que se expresse da forma como compreendeu,

não necessariamente do modo como o professor deseja que o faça. O estudante que pensa de modo procedimental enfrenta grandes dificuldades em desfazer um processo e, assim, não consegue reavaliar seus erros buscando outros métodos e mecanismos de resoluções. (TALL; RAZALI, 1993).

Existem hipóteses de que objetos da aprendizagem matemática são, de fato, relacionados diretamente a habilidades. A diferença é ainda maior se os estudantes que possuem mais facilidade forem capazes de manipular símbolos cujas relações são, em algum sentido, significativas para eles. Enquanto isso, os menos capazes provavelmente sentem-se constrangidos dentro de um contexto em que os símbolos têm um significado de processo ainda mais complexo e tornarão suas resoluções mecanizadas ainda mais inadequadas. De acordo com Tall e Razali (1993), a criança deve aprender os fatos e, só então, os procedimentos. Muitas vezes, é mostrado ao estudante como fazer um procedimento, de preferência de forma significativa, e então ele o pratica até que se torne rotineiro e possa ser executado quase que automaticamente. Por vezes, essa rotina se cristaliza sem o devido entendimento, até com possíveis erros que se tornam parte de um conceito estabelecido no decorrer dessa prática.

O erro integra o processo de aprendizagem, pois, como um elemento natural do cotidiano de quem aprende, assim como deveria ser natural não só a ação do professor de considerá-lo, mas também e principalmente, de integrá-lo no processo de ensino como um recurso de apoio ao avanço da aprendizagem. Com o intuito de discutir com os estudantes a reconstrução de ideias e conceitos em sala de aula e, especialmente, em instrumentos de avaliações, o professor pode integrar o erro como um recurso natural e pertinente para quem aprende e para quem ensina, como uma concepção natural de que o desenvolvimento e a organização do pensamento de um estudante acontecem gradualmente, com idas e vindas, com reflexão sobre o que se faz e o que se pensa, e de acordo com suas experiências, que, como a todos os sujeitos, são constituídas de acertos e de erros.

Ao tratar da evolução do pensamento matemático, Tall (2013) afirma que as crianças já vêm ao mundo com vários dispositivos de interação, muitos deles relacionados aos sentidos e que serão desenvolvidos com o passar do tempo e com a convivência com outras pessoas. Na visão de um adulto, esses dispositivos podem parecer um tanto quanto desorganizados, porém são os únicos e preciosos instrumentos de que uma criança pequena dispõe para interagir e conhecer o mundo. O autor destaca, ainda, que uma das noções primitivas de

número que uma criança reconhece é relativa a pequenas quantidades de objetos, como dois carrinhos, ou a noção de horizontal e vertical quando se põe de pé.

Tall (2013) levanta a hipótese de que o pensamento matemático é baseado em três fundamentos: o reconhecimento, a repetição e a linguagem – que fazem parte desse conjunto de características do pensamento que já nascem com o indivíduo, chamados pelo autor de *set-befores*. Os dois primeiros são relacionados, um com a percepção, e o outro com a ação motora; o terceiro possibilita o aumento de sofisticação dos conceitos matemáticos à medida que se reflete sobre as próprias percepções e ações.

Por outro lado, o conjunto de características do pensamento usado para descrever o modo como são interpretadas novas situações é chamado por Tall (2013) de *met-befores*. A interpretação do novo se dá, porém, em termos de experiências que já aconteceram antes, onde o termo *met-before* refere-se não à experiência em si, mas ao traço de memória que ela deixou e que afeta o pensamento atual.

Ambos os conjuntos *set-before*² e *met-before*³ mostram ter grande importância durante o desenvolvimento do pensamento matemático do indivíduo. No entanto, uma má estruturação na formação desses conjuntos, bem como um atraso no desenvolvimento dos mesmos, pode gerar dificuldades de aprendizagem e, ao longo da vida estudantil, acarretar erros.

Análises realizadas por Tall e Razali (1993) propõem que os erros cometidos por estudantes em testes diagnósticos identificam diferenças subjacentes nos processos de pensamento dos estudantes. Nesse mesmo estudo, os autores propõem uma teoria embasada no diagnóstico das dificuldades experimentadas pelos estudantes que sugere uma divergência contínua no desempenho entre aqueles estudantes que conseguem resolver as atividades facilmente e aqueles que falham pelas diferenças qualitativas em seus processos de pensamento.

2.2. TIPOS DE CONHECIMENTO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Tendo por base os resultados de pesquisas feitas pelo grupo de Ball, Thames e Phelps (2008), as análises das condutas de professores mostram que as exigências para o ensino de Matemática são significativas. Professores precisam perceber quando uma resposta está

² *Set-before*: conjunto de atributos que já possuímos ao nascer.

³ *Met-before*: conjunto de experiências de aprendizado que o indivíduo presencia em sua vida.

incorreta, o que não é uma tarefa que exija conhecimentos especiais, porém o ato de ensinar Matemática envolve muito mais do que apenas identificar respostas incorretas, ele exige a habilidade de localizar o motivo do erro e de propor um modo de refazer o caminho em busca do que não deu certo. A interpretação dos erros dos estudantes e o julgamento adequado de métodos alternativos, que muitas vezes são apresentados pelos alunos, são tarefas condizentes com o trabalho do professor. Ensinar é também explicar sobre os significados e os procedimentos com justificativas convincentes e respostas válidas para diferentes processos.

Esses pesquisadores avançaram no estudo sobre conhecimentos do professor partindo dos estudos realizados por Shulman (1986), que, ao acompanhar professores de diferentes áreas, apresentou três categorias de conhecimento para o ensino: a) conhecimento do conteúdo da disciplina; b) conhecimento pedagógico do conteúdo; c) conhecimento curricular.

Como conhecimento do conteúdo da disciplina, Shulman (1986) destaca a importância de o professor ter habilidade de lidar com diferentes formas de soluções apresentadas por estudantes e de compreender as resoluções por eles apresentadas, verificando se o pensamento utilizado está (matematicamente) correto.

O segundo tipo de conhecimento classificado pelo autor é o conhecimento pedagógico do conteúdo e diz respeito à aptidão do professor em ajudar seus estudantes a entender um assunto específico. Esse tipo de conhecimento tem, como características principais, a transformação do conhecimento como resultado essencial e a capacidade do professor em orientar sua prática em sala de aula.

Finalmente, os estudos de Shulman falam de conhecimento curricular; essa categoria de conhecimento está vinculada ao projeto curricular de determinada disciplina em determinado nível de ensino. Ela refere-se à capacidade que o professor tem, ou deve ter, de preparar ou selecionar materiais apropriados para o ensino de cada um dos assuntos que compõem o currículo escolar.

Ball, Thames e Phelps (2008), pensando em ensino e conhecimento de Matemática, realizaram uma análise dessas categorias propostas por Shulman (1986) e consideraram a possibilidade de que o conhecimento do conteúdo possa ser subdividido em duas categorias: conhecimento comum e conhecimento especializado do conteúdo e, também, que o conhecimento pedagógico do conteúdo seja dividido entre: conhecimento do conteúdo e dos estudantes e conhecimento do conteúdo e do ensino.

O conhecimento comum do conteúdo é definido por Ball, Thames e Phelps (2008, p.391) como sendo “o conhecimento matemático e as habilidades usadas em outros cenários

que não o do ensino”. Isto é, são aqueles conhecimentos que se fazem necessários para o ensino, mas que não são de exclusividade do domínio do professor.

O segundo, o conhecimento especializado do conteúdo, trata das habilidades matemáticas e dos conhecimentos que são de domínio exclusivo do professor. Esse conhecimento é aplicado quando o professor precisa buscar padrões nos erros dos estudantes ou encontrar diferentes possibilidades de abordagens para o ensino de determinado conteúdo.

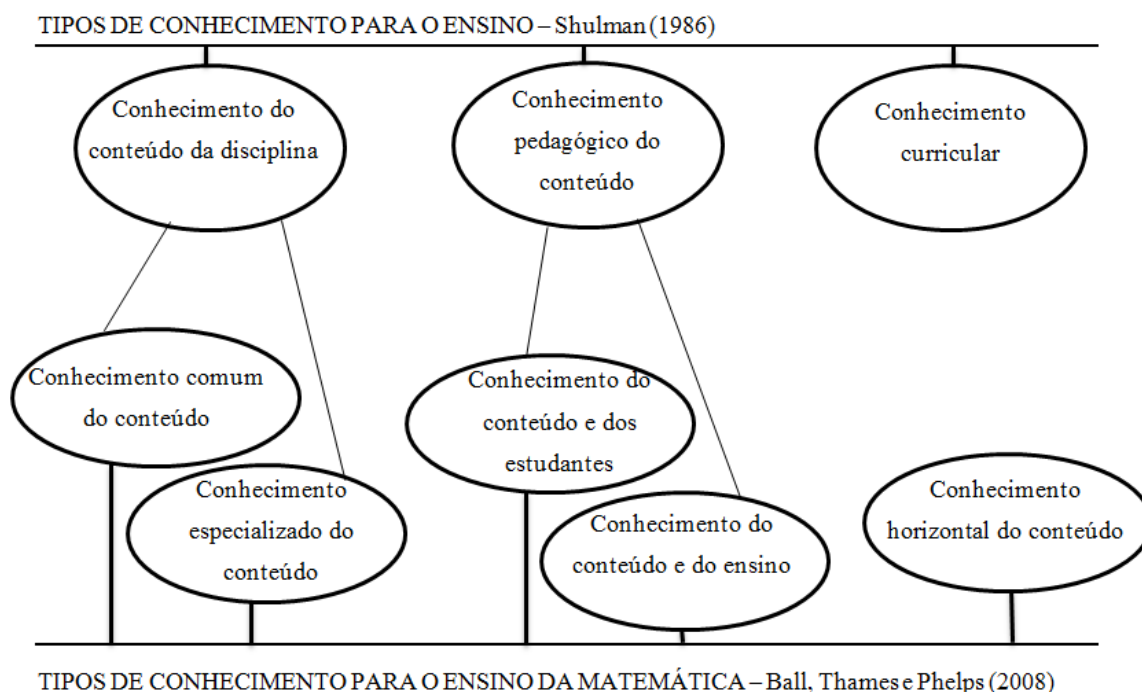
A terceira categoria associa o conhecimento dos estudantes com o conhecimento da Matemática, que possibilita ao professor, por exemplo, prever quais serão os empecilhos dos estudantes em determinado conteúdo, o que vão pensar sobre ele e que situações ou fatores poderão confundi-los, adiantando-se em providências que possam diminuir ou evitar dificuldades.

Ao tratar da categoria que integra o conhecimento sobre o ensino com o conhecimento sobre a Matemática, esses autores destacam a capacidade que o professor possui de selecionar bons exemplos para o ensino de um conteúdo específico, de elaborar um sequenciamento adequado de um assunto, de escolher ferramentas e produzir materiais apropriados e de concluir sobre vantagens e possíveis desvantagens ao utilizar certas formas de representações matemáticas.

Os autores também criaram uma nova categoria, a qual denominaram “Horizon content knowledge”, caracterizada como “[...] uma consciência de como tópicos matemáticos estão relacionados por sobre a extensão da matemática incluída no currículo. [...] Também inclui a visão que é útil para identificar conexões com ideias matemáticas posteriores”. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 403).

Na Figura 1, a seguir, é possível acompanhar como Ball, Thames e Phelps (2008) reorganizaram em novas categorias, enquanto tipos de conhecimento para o ensino de Matemática, os tipos de conhecimento para o ensino inicialmente classificados por Shulman (1996).

Figura 1 – Tipos de conhecimento para o ensino e para o ensino de Matemática



Fonte: Elaboração da autora, a partir dos textos referenciados (2017).

2.3. ESTUDOS SOBRE ANÁLISE DE ERROS

Estudos sobre erros feitos por estudantes, em diferentes níveis de ensino, têm sido realizados com inúmeras abordagens teóricas e metodológicas e com diferentes enfoques na análise dos resultados. Alguns ressaltam toda a produção escrita pelos estudantes na resolução de questões matemáticas e, outros, apenas os erros cometidos.

Após um período de mudanças, com contribuições da Gestalt e de teorias psicanalíticas relacionadas às pesquisas na área da Psicologia da Educação Matemática, houve uma mudança significativa de enfoque nas investigações sobre os erros dos estudantes. O exemplo mais significativo dessa transformação são os estudos de Raffaella Borasi, pesquisadora italiana radicada em Buffalo, nos Estados Unidos, e pesquisadora na Universidade Estadual de Nova York, cuja tese versa sobre o uso educacional dos erros, com base em Khun, Lakatos e em visões humanistas e construtivistas da Matemática.

Em trabalho posterior, Borasi retoma a ideia de que os erros possam ser utilizados como estratégias pedagógicas para a promoção do conhecimento, uma espécie de trampolim em direção à aprendizagem, e apresenta várias pesquisas sobre o tema. Todas as suas investigações abordam algum tópico específico do conteúdo matemático (geometria, ângulos,

frações, limites, entre outros) e a forma como estudantes respondem a questões e tarefas propostas; em muitas delas estão presentes, também, experiências com formação de professores. (BORASI, 1996).

Ainda seguindo a mesma linha de pensamento sobre a importância dos erros como possíveis estratégias de aprendizagem, Cury (2012) assinala que, no momento de escolher uma estratégia para ensinar a partir de erros, os professores parecem não se dar conta de que é possível usá-los como um recurso com potencial para auxiliar os estudantes a superarem dificuldades, e apenas se preocupam em prescrever formas corretas de resolver o que foi proposto. A autora afirma, ainda, que, além de informações teóricas, é necessário que os erros dos próprios professores e de seus estudantes sejam debatidos em atividades de formação, para que se torne possível discutir o conhecimento sobre qualquer que seja o conteúdo em questão. Para ela, é importante:

[...] conhecer o conteúdo no qual o erro foi cometido, as razões pelas quais tal conteúdo gera erros, as formas de trabalhar com os erros para desestabilizar as concepções errôneas dos estudantes e as estratégias de ensino que podem auxiliar os estudantes a superarem suas dificuldades de aprendizagem. (CURY, 2012, p. 38).

Seguindo esse mesmo pensamento, ao considerar o erro como um trampolim para a aprendizagem, Borasi (1996) justifica que o professor deve estar atento aos métodos usados pelos estudantes, pois é importante que compreenda como são feitas as construções das hipóteses, visto que elas indicam níveis da construção do conhecimento. A realização da análise das respostas fornecidas pelos estudantes, além de ser uma forma de investigação de problemas, pode também ser usada como proposta de ensino, contanto que seja empregada como um apoio da aprendizagem, utilizando os erros feitos pelos estudantes de modo a os incentivar a avançar na construção do seu próprio conhecimento.

Para sintetizar as ideias gerais de autores como Borasi, Ball, Thames e Phelps, Bass e Hill, apresentam-se, no Quadro 1, algumas características sobre erros resultados de investigações e sobre aspectos relacionados à formação de professores, segundo os textos estudados.

Quadro 1 – Características dos erros, destacadas de Borasi (1996) e de Ball, Thames e Phelps (2008)

Referência	Características dos erros, resultados de investigações e aspectos relacionados à formação de professores.
-------------------	--

<p>Borasi (1996)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Erros podem servir como ferramenta poderosa para diagnosticar dificuldades específicas de aprendizagem e, conseqüentemente, direcionar soluções. - Erros são vistos como sinais de que algo não deu certo no processo de aprendizagem e de que uma remediação se faz necessária. - Erros têm um papel fundamental para que o estudante avance na aprendizagem. - Erros podem ser usados para investigar a natureza de noções fundamentais da Matemática. - Erros, em algumas situações, podem ser interpretados como o resultado de uma mudança involuntária de atributos ou premissas e, assim, podem naturalmente fornecer o estímulo para iniciar a investigação. - Conjecturas incorretas, palpites injustificados e resultados parciais são passos necessários na criação de novos resultados matemáticos. - A reparação do erro é muito mais efetiva se o professor está disposto e é capaz de levantar hipóteses sobre suas possíveis causas. - O estudante deve ser encorajado a escrever uma “explicação” sobre como realizou determinada tarefa. - Para apreciar o potencial educacional dos erros, como um recurso para a investigação, é importante perceber a variedade de perguntas e explorações que podem ser motivadas por diferentes tipos de erros matemáticos. - É importante que, em suas investigações, professores passem por experiências como se fossem estudantes para poder apoiar suas práticas em sala de aula. - A utilização de erros como recurso para a investigação requer estratégias apropriadas por parte dos professores. - Os professores devem ser encorajados a repensar práticas e objetivos de ensino à luz de padrões estabelecidos pela comunidade escolar. - Os erros feitos pelos estudantes podem ser um indício de uma tentativa autônoma de resolução do problema a partir dos recursos a eles disponíveis. - É importante a exposição e a discussão sobre os resultados obtidos pelos professores, em suas estratégias, quando utilizam o erro para análise de dificuldades. - O professor deve ser encorajado a praticar a leitura e a escrita nas aulas de Matemática.
<p>Ball, Thames e Phelps (2008)</p> <p>Ball, Hill e Bass (2005)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Os erros são parte dos processos de ensino e aprendizagem e das categorias de conhecimento dos professores; - Há um tipo específico de conhecimento, próprio do professor de Matemática, nomeado conhecimento matemático para o ensino (e elaborado com base nas ideias de Shulman (1986)), que tem características próprias e, em geral, distintas do conhecimento matemático utilizado no exercício de outras profissões. - O conhecimento dos professores sobre os conteúdos matemáticos interage com suas concepções e crenças sobre ensino, aprendizagem e estudantes, e sobre metodologias de ensino. - A grande questão do conhecimento matemático para o ensino desdobra-se em diferentes focos de pesquisa a ela relacionados.

	- É importante proporcionar oportunidades aos futuros professores, também em propostas de formação continuada, para que aprendam a usar os erros em contextos variados de prática educativa.
--	--

Fonte: Elaboração da autora, a partir dos textos referenciados (2016).

A possibilidade do uso dos erros como estratégia pedagógica de aprendizagem, refletindo-se na forma de avaliação, como está proposto nesta pesquisa de dissertação, vem ao encontro da experiência relatada por Borasi (1996), que usou erros de definição da circunferência, cometidos por estudantes de *high school*, e os apresentou a professores (em formação ou já atuando no ensino de Matemática) para que fossem discutidos e classificados. Os professores, trabalhando em grupo, discutiram, estabeleceram critérios de classificação e reestudaram tópicos de Geometria, Geometria Analítica, Topologia e Geometria Diferencial. Isso fez com que os erros fossem geradores de novas aprendizagens, inclusive sobre a natureza das definições em Matemática.

Para Borasi (1996), não há produtividade quando há a tentativa de eliminação dos erros dos estudantes ou quando há uma simples explicação que repete o mesmo discurso sobre determinado tópico: a autora vê, no erro, uma valiosa fonte de informações para que os estudantes possam identificar qual foi o real problema durante sua aprendizagem, e trabalharlo. É claro, e o admite Borasi (1996), que nem todos os erros são ricos a ponto de resultarem questionamentos válidos e que possam gerar recursos pedagógicos a serem explorados com os estudantes. No entanto cabe ao professor evoluir também neste aprendizado para, então, fazer essa distinção e identificar os erros capazes de gerar benefícios em sala de aula.

Ao classificar os tipos de erros mais frequentes e seu potencial enquanto fatores da aprendizagem, Borasi (1996) indica cinco categorias: a) procedimentos errados que produzem resultados corretos; b) resultados incorretos; c) definições incorretas; d) contradições; e e) conjecturas refutadas por contraexemplos. Em cada um desses casos, a autora sugere questionamentos possivelmente capazes de explorar o erro e de alavancar o conhecimento, de modo a utilizá-lo como um trampolim para que a aprendizagem aconteça.

Para a primeira categoria de erro, procedimentos errados que produzem resultados corretos, a autora recomenda questionamentos como: “Por que você conseguiu uma resposta certa neste caso específico? Em quais outros casos esse procedimento resultaria em uma resposta correta?”. Já para resultados incorretos, propõe questionamentos como: “Em que sentido o resultado está errado? Onde o procedimento falhou? Ele poderia ser consertado em algum ponto e, então, levar ao resultado certo?”. Nos casos de uso de definições incorretas, a

autora sugere perguntas tais como: “Que propriedades podem derivar desta definição? Quais se encaixam na imagem do conceito? E quais não se encaixam? Que outros objetos matemáticos podem ser descritos por esta definição?”. De acordo com a autora, as contradições estão dentre os erros mais inaceitáveis dentro da Matemática, e podem ser questionadas assim: “Onde esta contradição teve sua origem? Ela é consequência da aplicação de dois procedimentos alternativos, definições, ou critérios que foram considerados equivalentes em algum momento? Ela é consequência da aplicação de um procedimento familiar, de alguma definição, propriedade ou novo domínio? Quais são as consequências dessa contradição?”. Finalmente, para a última categoria de erros, as conjecturas refutadas por contraexemplos, são propostas pela autora as seguintes perguntas: “O contraexemplo revela um erro por falta de cuidado na conjectura inicial e esta precisa ser corrigida? O contraexemplo refuta apenas a prova da conjectura?”. BORASI (1996, p. 46).

Apesar de apresentar diferentes categorias de erros e de propor diferentes questionamentos em cada uma dessas categorias, Borasi (1996) destaca que é possível perceber importantes pontos em comum entre elas, bem como diferenças entre os tipos de erro e o modo como cada um deles é tratado através de questionamentos.

2.4. A AVALIAÇÃO COMO UM PROCESSO

Como avaliar as produções dos estudantes? Essa é uma pergunta que acompanha os professores desde o início de sua formação docente até os últimos dias de suas carreiras. Diferentes autores discorrem sobre esse assunto, propondo formas de avaliar o aprendizado. Durante o desenvolvimento do curso de formação para professores, com o qual se construíram os dados para esta pesquisa, a avaliação constituiu-se em elemento de reflexão, com o intuito de pensar como ela pode auxiliar na aprendizagem, independentemente do modo como foi aplicada.

Cientes de que a avaliação faz parte do processo de aprendizagem, procurou-se por autores que justificam a importância de avaliar o processo e não o autor do processo. Assim sendo, ao aplicar um instrumento de avaliação, o professor não deve utilizá-lo para estabelecer méritos ou fracassos cujos resultados possam refletir a classificação dos estudantes por rótulos de bons ou ruins. Luckesi afirma que, quando a avaliação tem cunho classificatório,:

[...] está diretamente articulada com o controle dos educandos não só no que se refere à aprendizagem dos conhecimentos e das habilidades de raciocinar, debater, discutir, mas também no que se refere à doutrina e às condutas morais e de “civilidade” dentro da sociedade. A avaliação serve para estimular o esforço do estudante, a fim de que chegue ao padrão esperado de conduta (LUCKESI, 2014, p. 57).

Estudantes precisam sentir-se encorajados pelo professor, de modo que, ao cometerem um erro, estejam cientes que nada de grave irá acontecer, não haverá um castigo e nem uma penalidade, mas uma nova fonte para o crescimento (LUCKESI, 2014). Da mesma forma, não é aceitável que haja um descaso por parte do professor, distribuindo símbolos de certo e errado, a ponto de classificar e rotular os estudantes de acordo com as notas que cada um atingiu nas avaliações.

Ademais, quando o instrumento avaliativo segue essa tendência mecânica de apontar acertos e erros com objetivos classificatórios, o erro perde sua importância como possível recurso pedagógico para a aprendizagem e recebe outro tipo de significado. Luckesi (2014) afirma, ainda, que quando o estudante não apresenta a resposta da forma desejada pelo professor, a mesma é tratada como um erro e, ao avaliar de maneira tradicional, sem levar em conta os aspectos favoráveis do erro, o professor “[...] normalmente não está interessado em descobrir quem sabe o que foi ensinado, mas sim quem não aprendeu para poder expor publicamente aos colegas a sua fragilidade.” (p. 49). Para ele, essa exposição de erros “[...] marca o estudante tanto pelo seu conteúdo quanto pela sua forma. As atitudes ameaçadoras, empregadas repetidas vezes, garantem o medo, a ansiedade, a vergonha de modo intermitente [...]”. (LUCKESI, 2014, p. 49).

A propósito, Tall (2013) acredita que o pensamento matemático pode ser afetado de diferentes maneiras, inclusive pelas emoções. O autor cita que em um extremo há o prazer em solucionar problemas difíceis e desafiadores, que existe a sensação de poder ao se conseguir alcançar a resposta de uma questão complicada. Por outro lado, existe a frustração de não se chegar a resultado algum. Ao tratar do tema da avaliação, Tall (2013) discorre brevemente sobre a atitude que deve ser tomada pelo professor, e ressalta as diferentes possibilidades de falha por parte do estudante, devido a diferentes fatores físicos e emocionais que podem influenciar em momentos de avaliação. De acordo com o autor, as crianças, normalmente, já nascem com uma atitude positiva em relação ao aprendizado de coisas novas, elas exploram o mundo de maneira espontânea, frequentemente com grande prazer. Ao encontrarem experiências de descobertas negativas, algumas dessas crianças despertarão o desejo de evitá-

las ou bloqueá-las para que não haja novas frustrações no futuro (TALL, 2013). É parte do trabalho do professor saber como lidar com essas frustrações e, aos poucos, tentar mediar essa ansiedade perante as avaliações para que o estudante possa ser avaliado em melhores condições que não em estado de ansiedade ou pressão.

Ainda sobre a avaliação, Borasi (1996) reforça a importância do acompanhamento do processo de ensino, e não somente do produto final, que é a nota. A autora defende, mais uma vez, a possibilidade de que os erros venham a ser discutidos e possam se tornar fontes para futuras aprendizagens: propõe o desenvolvimento de ambientes interativos de aprendizagem nos quais o potencial desses erros, enquanto propulsores de novos conhecimentos, possa ser aproveitado.

Ball (1997, p.735) por outro lado, afirma que as tarefas propostas como meios de se avaliar um estudante devem ser diversas e abertas. A autora defende a ideia de que “o contexto da tarefa, necessariamente construído pelos estudantes de maneira individual, fazem mais difícil avaliar o que cada estudante sabe”. Nesse sentido, percebe-se a complexidade de uma avaliação em Matemática, que envolve descobrir, precisamente, a fonte do erro.

Ball, Thames e Phelps (2008) discorrem sobre os tipos de conhecimento necessários para o ensino da Matemática e entendem que, no momento em que os estudantes aprendem a validar suas próprias respostas, justificam suas afirmações, experimentam oportunidades para aplicar suas próprias hipóteses e fazem o uso de argumentos matemáticos, eles acabam por depender de procedimentos e conceitos. Ao analisar suas respostas, é possível aumentar, então, a compreensão que possuem sobre eles, incluindo sua aplicabilidade. Ball (1997) defende, então, a avaliação contínua do estudante, bem como a autoavaliação dos próprios resultados sobre seus erros e acertos.

Unindo-se às ideias dos autores citados, esta pesquisa pretende analisar os efeitos de um curso sobre análise de erros relacionados ao conteúdo de sequências e séries na conscientização de professores a respeito do processo de avaliação. Assim sendo, uma maior atenção está voltada para a apropriação do erro como instrumento aliado do professor e não como empecilho ou rótulo na vida do estudante.

Para tanto, no próximo capítulo são apresentados e comentados trabalhos já realizados sobre os aspectos de interesse relacionado à pesquisa, quais sejam: análise de erros, formação continuada de professores e a união de ambos.

3. REVISÃO DE LITERATURA

Justifica-se este capítulo pela necessidade de conhecer e considerar trabalhos já realizados sobre o tema desta dissertação, de forma a evitar a repetição de investigações já realizadas, mas, principalmente, para verificar resultados já obtidos em comparação com os obtidos na pesquisa em questão. Inclui-se, nesse segundo objetivo, a utilização de alguns dados do SECOPROF, como primeira aproximação ao tema e como guia para a elaboração do teste que caracteriza a primeira etapa deste trabalho. A seguir, apresenta-se, então, o resultado da busca desses outros estudos, que envolvem os tópicos abordados nesta pesquisa. Estes últimos orientam a divisão dos subcapítulos desta seção.

O levantamento de dados, apresentado em seguida, foi realizado nas páginas dos programas de pós-graduação das instituições de Ensino Superior que oferecem cursos de mestrado e doutorado nas áreas de Ensino/Educação Matemática na região Sul do Brasil, considerando as produções do período de 2014 a 2017. Os trabalhos selecionados são apresentados em quadros, nos quais constam título, autor, orientador, instituição e ano. Os quadros também incluem aspectos considerados relevantes, tais como problema de pesquisa e conclusões, destacados no resumo, quando servem como contraponto às características desta pesquisa.

3.1. ANÁLISE DE ERROS

No Quadro 2 são apresentados os trabalhos selecionados no tema análise de erros. Para busca de trabalhos que também abordassem esse tema, foi estabelecido um filtro de pesquisa, selecionando trabalhos voltados para a área da Matemática, já que muitas das instituições de ensino pesquisadas oferecem mestrados e doutorados na área de Ciências juntamente com a Matemática.

Quadro 2 – Trabalhos sobre análise de erros

Dados	Resumos
<p>ANÁLISE DE ERROS NO CÁLCULO DE PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS NO ENSINO MÉDIO (dissertação)</p>	<p>Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar os erros cometidos por alunos de um terceiro ano do Ensino Médio, no cálculo de perímetros e áreas de figuras planas, com o intuito de elaborar uma estratégia</p>

<p>Autor: JOSIELE MARIA FUSIGER Orientador: Prof^a. Dr^a. Helena Noronha Cury UNIFRA 2015</p>	<p>metodológica para superar dificuldades identificadas. A investigação teve caráter qualitativo e realizou-se com 22 alunos, aos quais foi aplicado um teste composto por questões de Geometria, sobre cálculo de perímetros e áreas. Também foi usado um questionário, aplicado a 25 professores da educação básica. A análise dos erros realizou-se em três etapas, e os erros detectados foram classificados por tipo. Pelos dados coletados, percebeu-se que os estudantes participantes apresentavam muitas dificuldades com conteúdos do Ensino Fundamental, especialmente de manipulação algébrica e de visualização dos elementos das figuras. Como produto da pesquisa, foi construído um objeto de aprendizagem que aborda os conteúdos trabalhados, perímetro e área de figuras planas, e propõe questões contextualizadas.</p>
<p>ANÁLISE DE ERROS EM QUESTÕES SOBRE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA (dissertação)</p> <p>Autor: MIRIAM FERRAZZA HECK Orientador: Prof^a. Dr^a. Helena Noronha Cury UNIFRA 2017</p>	<p>Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar as dificuldades demonstradas por alunos de disciplinas matemáticas ao resolver uma questão sobre sequências numéricas, visando à elaboração, aplicação e análise de um conjunto de atividades sobre esse conteúdo, para uso em cursos de formação de professores. Foi aplicado um teste a quatro turmas de alunos, duas compostas por acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática de duas instituições de Ensino Superior, uma por acadêmicos de um curso de Sistema de Informação de uma das instituições, e outra por professores cursando mestrado na área de Ensino de Matemática em uma das instituições. A análise das respostas foi apoiada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval. Posteriormente, com base nos resultados, foi elaborado um conjunto de atividades sobre sequências numéricas. O conjunto de atividades propostas pode ser aplicado como introdução ao estudo de sequências em um curso de Licenciatura em Matemática, mas também pode ser utilizado como estudo de metodologias de ensino, em cursos de formação inicial ou continuada.</p>
<p>ANÁLISE DE ERROS NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA TRANSIÇÃO DO 5º PARA O 6º ANO</p>	<p>A influência da formação do professor sobre a aprendizagem dos alunos tem sido investigada e, em geral, é aceito que o problema na</p>

<p style="text-align: center;">(dissertação)</p> <p>Autor: SIMONE BRAGA CASTANHO Orientador: Prof. Dr. Ricardo Frajardo UFSM 2015</p>	<p>formação tem efeitos negativos sobre a aprendizagem dos estudantes da escola básica. Esta pesquisa foi fundamentada em pressupostos da análise de erros, numa escola da rede pública de Santa Maria/RS, com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Por meio da análise das respostas dos alunos a um teste, foram interpretados, classificados e agrupados os erros mais recorrentes e, com base neles, foram planejadas estratégias de ensino. Após a aplicação da estratégia, outra prova foi aplicada, a fim de observar o impacto da estratégia sobre a aprendizagem do conteúdo</p>
<p style="text-align: center;">ANÁLISE DE ERROS NA DIVISÃO DE NÚMEROS DECIMAIS POR ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL (dissertação)</p> <p>Autor: SABRINA LONDERO DA SILVA ROSSATO Orientador: Profª. Drª. Helena Noronha Cury UNIFRA 2014</p>	<p>Este estudo teve como tema a operação de divisão no conjunto dos números racionais, com foco nos números decimais. A análise concentrou-se nos erros que os alunos cometeram ao resolver questões utilizando o algoritmo usual da divisão com números decimais. O estudo foi embasado em autores que escrevem sobre análise de erros na Matemática e, também, na Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel. A pesquisa seguiu uma abordagem quanti-qualitativa e, após a análise dos erros, foi desenvolvida uma oficina empregando técnicas de ensino com apoio de objetos de aprendizagem e materiais manipuláveis, como o Material Dourado e o Quadro Valor de Lugar.</p>

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

Quando se buscaram pesquisas realizadas sobre análise de erros, foi possível observar a preocupação de muitos outros pesquisadores em relação a essa temática. Percebe-se, em todas elas, o impacto negativo de que respostas incorretas ou parcialmente corretas sejam apenas assim consideradas. Diferentes autores discorrem sobre esse assunto e sobre como a observação e a atenção dada aos erros dos estudantes pode servir para se construir diferentes estratégias pedagógicas em direção ao progresso da aprendizagem.

Os trabalhos citados no Quadro 2 mostram uma preocupação em comum, trazida pelos pesquisadores, no que diz respeito ao desempenho dos estudantes e aos erros recorrentes que eles cometem. Alguns dos trabalhos citam a importância de um bom embasamento matemático nas séries iniciais do Ensino Fundamental e associam as dificuldades de

aprendizagem dessa etapa escolar, diretamente, ao insucesso dos estudantes em aprendizagens posteriores.

Ao contrastar a pesquisa relatada nesta dissertação com os trabalhos citados no Quadro 2, percebeu-se que a inquietação que se tem, aqui, em relação aos erros dos estudantes também é a mesma colocada por esses outros autores em seus trabalhos voltados para a análise de erros e às possíveis formas de utilizar o erro em prol da aprendizagem ou ainda, de se reduzir a sua ocorrência.

3.2. FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

No Quadro 3, é possível encontrar aspectos de destaque em trabalhos selecionados sobre formação continuada de professores. A seleção não levou em conta o nível em que os professores atuavam, o conteúdo da formação e nem mesmo sua duração. Filtros também foram aplicados nesta busca, tentando a maior aproximação possível dos trabalhos pesquisados com a pesquisa descrita neste trabalho.

Quadro 3 – Trabalhos sobre formação continuada de professores

Dados	Resumos
<p style="text-align: center;">FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM PROJETOS INTERDISCIPLINARES EM APRENDIZAGEM ATIVA: RELATO DE CASO (dissertação)</p> <p>Autor: FERNANDA FERNANDES LEITE Orientador: Prof^a. Dr^a. Gladis Franck Cunha UCS 2017</p>	<p>Este estudo, inserido na linha de Pesquisa Fundamentos e Estratégias Educacionais no Ensino de Ciências e Matemática, diz respeito à formação de professores em projetos interdisciplinares de aprendizagem ativa da Escola Municipal de Ensino Fundamental General Osório de Vacaria/RS. Numa perspectiva de gestão democrática, foram realizadas atividades envolvendo os alunos, seus familiares, a equipe gestora e professores da Escola, para a implementação de um projeto interdisciplinar que buscasse resolver o problema de gasto excessivo de energia elétrica na escola. Este trabalho teve, como suporte teórico, autores que defendem propostas de ensino por projetos, visando à mudança de hábitos e atitudes, e para a reflexão sobre a prática pedagógica. Destacam-se, nesse sentido, as contribuições de Freire, que enfatiza a necessidade de transformar o presente para enfrentar o futuro. A pesquisa apresentou resultados</p>

	<p>significativos por fazer com que os professores refletissem sobre suas práticas pedagógicas e por fortalecer o trabalho conjunto, buscando o desenvolvimento pleno dos educandos.</p>
<p>DA PRÁTICA À TEORIA: CAMINHOS DA FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA NA ESCOLA (dissertação)</p> <p>Autor: JANAINA FREITAS DOS SANTOS Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Jutta Cornelia Reuwsaat Justo ULBRA 2015</p>	<p>O universo pesquisado neste estudo envolveu oito professoras dos anos iniciais de uma escola pública de São Leopoldo/RS que participaram de uma formação continuada em Matemática realizada na escola. As ideias discutidas na formação tiveram, como foco, a resolução de problemas matemáticos de adição e multiplicação, com vista ao aprimoramento do desempenho dos alunos do Ensino Fundamental. A pesquisa foi de cunho qualitativo, tratando-se de um estudo de caso. Coletaram-se dados através de entrevistas semiabertas, de análise documental dos planos de estudo da escola e de atividades dos cadernos de planejamento de Matemática de duas professoras.</p>
<p>A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS LEGITIMADOS PELO MEC E SUA OPERACIONALIZAÇÃO NA PRÁTICA (dissertação)</p> <p>Autor: DIEGO DE VARGAS MATOS Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Isabel Cristina Machado De Lara PUC 2017</p>	<p>Os participantes desta pesquisa foram dez professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e que possuem formação, de nível superior, em cursos de Pedagogia. Os professores foram selecionados, aleatoriamente, em escolas públicas da cidade de Porto Alegre/RS. Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados um questionário respondido pelos professores e documentos, em particular: Diretrizes Curriculares Nacionais dos cursos de Licenciatura em Pedagogia; Diretrizes e questões do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) dos cursos de Pedagogia; Matriz de Referência e questões de Matemática da Prova Brasil do 5º ano. As respostas dadas pelos professores foram analisadas qualitativamente por meio do método de Análise Textual Discursiva, relacionando-as às diretrizes, aos descritores e às questões dos exames.</p>
<p>A FORMAÇÃO E A AUTOFORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: IMPLICAÇÕES NA PRÁTICA PEDAGÓGICA (dissertação)</p> <p>Autor: EDMILSON DE OLIVEIRA</p>	<p>Desta pesquisa, participaram dez professores de Matemática de escolas públicas de Porto Alegre/RS. As respostas dadas pelos professores foram analisadas qualitativamente por meio do método de Análise Textual Discursiva, relacionando-as a situações observadas em sala de aula. A</p>

<p>Orientador: Prof^a. Dr^a. Isabel Cristina Machado de Lara PUCRS 2016</p>	<p>partir dessas categorias, foi possível delinear questões referentes aos dados coletados, das quais emergiram categorias intermediárias. Pôde-se afirmar que o conhecimento pedagógico do conteúdo na prática diária do professor é imprescindível. Um dos meios para aplicar esse conhecimento é inserindo-o nas grades curriculares dos cursos de licenciatura, outro é a autoformação como prática diária para remediar a falta desses conhecimentos nos cursos de licenciatura.</p>
<p>PROPOSTA DE UM CURSO DE NIVELAMENTO DE FÍSICA BÁSICA EM TÓPICOS DE MECÂNICA E AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM FÍSICA DE ALUNOS INGRESSANTES NOS CURSOS DE ENGENHARIA (dissertação)</p> <p>Autor: LÍGIA MARA CABRAL LIBERATO COSTA Orientador: Prof. Dr. Elcio Schuhmacher FURB 2015</p>	<p>A pesquisa que deu origem a esta dissertação teve como objetivo geral estruturar e aplicar uma proposta de curso de nivelamento em Física Básica para alunos ingressantes de cursos de engenharia. O comparativo realizado entre um pré e um pós-teste serviu de subsídio para avaliar o curso de nivelamento proposto e sugerir, aos professores das disciplinas de Física, um material didático. A pesquisa, de natureza participante, com abordagem qualitativa, envolveu estudantes da primeira fase do curso de Engenharia Civil da Universidade Regional de Blumenau (SC). O principal aporte teórico para as reflexões desenvolvidas foi a Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Paul Ausubel e seus colaboradores. A pesquisa foi dividida em três momentos principais: no primeiro, foi aplicado o pré-teste; no segundo momento, ocorreu a implementação do curso de nivelamento em Física Básica em tópicos de Mecânica; por fim, foi aplicado o pós-teste. Após essas etapas, foi feita a avaliação do curso de nivelamento em Física Básica. O Curso foi estruturado como semipresencial, totalizando cerca de vinte e quatro horas de estudo entre aulas presenciais e estudos à distância. Para complementar a avaliação, foi aplicado, aos alunos, um questionário de avaliação da qualidade do material de aprendizagem cujo resultado evidenciou que os participantes, de modo geral, consideraram-no de qualidade muito boa e que ele colaborou muito para a aprendizagem.</p>
<p>FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE FÍSICA:</p>	<p>Esta pesquisa foi desenvolvida no âmbito da formação inicial de professores, mais</p>

<p style="text-align: center;">ESTUDANDO COMPETÊNCIAS E HABILIDADES A PARTIR DE UM MINICURSO SOBRE ASTRONOMIA COM INSERÇÕES DE JOGOS TEATRAIS (dissertação)</p> <p style="text-align: center;">Autor: RODRIGO MADEIRA FERNANDES DA SILVA Orientador: Prof. Dr. Sérgio Camargo UFPR 2016</p>	<p>especificamente das disciplinas de Prática de Docência em Ensino de Física I e II do curso de Licenciatura em Física de uma Instituição de Ensino Superior (IES). Tratou-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, na qual os dados foram constituídos a partir do acompanhamento de um minicurso de Astronomia, que foi planejado e desenvolvido em três módulos, numa escola de educação básica da rede pública de ensino no segundo semestre de 2014 e primeiro semestre de 2015. Os dados foram registrados em um diário de campo e em gravações de áudio e vídeo. A sistematização e análise dos dados foram organizadas em três fases, conforme orientação de Bardin e Moraes: a) a pré-análise; b) a exploração do material; e c) o tratamento dos resultados: a inferência e a interpretação.</p>
<p style="text-align: center;">FORMAÇÃO COMPLEMENTAR DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS: ANÁLISE DE UM CURSO DE ATIVIDADES PRÁTICAS ENVOLVENDO OS CONTEÚDOS DE GENÉTICA, EVOLUÇÃO E BIOTECNOLOGIA (dissertação)</p> <p style="text-align: center;">Autor: EGLÁIA DE CARVALHO Orientador: Prof^a. Dr^a. Mariana Aparecida Bologna Soares de Andrade UEL 2015</p>	<p>Esta pesquisa buscou analisar o curso de formação complementar de atividades “Práticas de Genética, Evolução e Biotecnologia”, e investigar suas possíveis contribuições nas necessidades formativas de professores. Além disso, objetivou criar um espaço de discussão de conceitos e propostas para o trabalho docente em sala de aula. Assim, tanto participantes de formação continuada, como participantes de formação inicial puderam presenciar atividades práticas envolvendo os temas propostos. O curso aconteceu em três encontros, aos sábados, com duração de oito horas cada. Para definir o perfil dos participantes, bem como a estrutura dos locais onde desenvolvem suas atividades docentes e suas compreensões anteriores ao curso sobre atividades práticas, foi utilizado um questionário semiestruturado. Para a coleta dos dados foi realizada uma gravação em áudio e vídeo dos três dias de curso e uma entrevista com os participantes para elucidar questões que surgiram durante as análises dos dados. Os dados foram analisados e categorizados de acordo com a Análise de Conteúdos, baseada em Bardin, que permitiu, dessa forma, algumas conclusões.</p>

Além de fortes recomendações em diferentes documentos nacionais que tratam da educação, vários autores, como, no contexto deste trabalho, Cury, Borasi, Ball, Thames e Phelps, pesquisam e referem a formação continuada do professor como fator primordial para o aprimoramento da prática pedagógica.

Assim como este trabalho, as pesquisas descritas no Quadro 3 evidenciam avanços que atividades de formação continuada podem propiciar à carreira de um professor. Seus autores ressaltam, ainda, a importância de os professores se manterem em aperfeiçoamento contínuo, o que neste trabalho é premissa. Nota-se que isso os capacita a se adaptarem às necessidades e mudanças do ambiente escolar.

A evolução do professor e de seus conhecimentos de educador dependem do engajamento e dedicação voltados à sua carreira. Atividades de formação continuada normalmente oferecem oportunidades de reflexão sobre a própria prática, momentos propícios para repensar os métodos e conhecer e analisar possíveis estratégias de ensino. Ball, Thames e Phelps (2008) consideram imprescindível a atualização contínua dos professores, seja por meio de estudos individuais, seja por trocas de experiências ou via programas de formação continuada.

Ao realizar a busca de trabalhos sobre formação continuada de professores, foram selecionados alguns que se mostravam diretamente relacionados ao interesse deste trabalho pela análise de erros, visando ao seu melhor desenvolvimento. Os mesmos são apresentados na próxima seção.

3.3. FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E ANÁLISE DE ERROS

No Quadro 4, são destacados aspectos relevantes de trabalhos selecionados na revisão bibliográfica, que integram os temas formação continuada de professores e análise de erros combinados em uma mesma pesquisa, como é o caso do estudo relatado nesta dissertação.

Quadro 4 – Trabalhos sobre formação continuada e análise de erros

Dados	Resumos
A CONCEPÇÃO DO ERRO COMO UMA ESTRATÉGIA DE REVISÃO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA	Este trabalho caracteriza-se por um estudo exploratório, de cunho qualitativo, estruturado a partir de um quadro teórico conceitual, envolvendo aspectos relativos ao

<p align="center">NÍVEL FUNDAMENTAL (dissertação)</p> <p align="center">Autor: NEDERSON ANTONIO ESPINDULA Orientador: Prof. Dr. Milton AntonioAuth UNIVATES 2010</p>	<p>erro, à avaliação e à Educação Matemática que possam trazer implicações à formação dos professores.</p>
<p align="center">A ANÁLISE DE ERROS COMO METODOLOGIA DE ENSINO: NOVAS ABORDAGENS (dissertação)</p> <p align="center">Autor: TAIGOR QUARTIERI MONTEIRO Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Helena Noronha Cury UNIFRA 2015</p>	<p>Este trabalho teve como objetivo identificar, relacionar e avaliar as aplicações de atividades que enfoquem erros no conteúdo de Geometria, em uma turma de terceiro ano de Ensino Médio de um curso técnico. As atividades escolhidas para aplicação foram a dinâmica Resolução – Comentário – Resolução (RCR) e o Relatório de Reflexão dos Erros (RRE). As questões utilizadas foram retiradas de provas oficiais e exames simulados. As práticas/atividades provaram ser ferramentas importantes para a melhoria da qualidade de ensino, tendo em vista seu caráter individualizado. Nas considerações finais, são apresentadas algumas sugestões para futuros trabalhos com erros e com essas duas abordagens metodológicas.</p>
<p align="center">DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE LECIONAM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: POSSIBILIDADES A PARTIR DA REFLEXÃO SOBRE OS ERROS DOS ALUNOS (tese)</p> <p align="center">Autor: JOSÉ ROBERTO COSTA Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Regina Maria Pavanello UEM 2014</p>	<p>O erro cometido pelo aluno durante seu processo de aprendizagem foi tomado como tema de reflexões com os professores participantes da pesquisa. O objetivo era o de possibilitar aos docentes uma melhor compreensão das dificuldades da sua profissão. Inicialmente, foi feito um estudo bibliográfico com o objetivo de resgatar a literatura referente à formação continuada de professores, ao desenvolvimento profissional docente e à análise de erros dos alunos. A investigação, de cunho qualitativo, teve os seguintes instrumentos de pesquisa: observação das aulas e entrevista estruturada, ambas feitas antes, durante e após o processo reflexivo, e encontros com os professores, realizados a partir de uma proposta de formação continuada pautada na análise de erros, que envolveu os docentes em um trabalho dinâmico com troca de experiências e reflexões sobre os erros dos alunos. A análise do processo de formação baseou-se nas falas das professoras e nos registros das aulas observadas, o que permitiu identificar e discutir quatro classes de fenômenos, a saber:</p>

	<p>porque os alunos erram; entre o discurso e a ação; a formação e a sala de aula; a importância da experiência compartilhada. Apesar de o estilo de correção das atividades ter sido, por diversas vezes, tradicional, ele envolveu mais questionamentos do que o esperado para abordagens deste tipo, propiciando, entre os alunos e o professor, numerosas discussões mais férteis.</p>
--	--

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

O Quadro 4 mostra que, assim como neste trabalho, outros autores investigaram a formação continuada para professores sobre análise de erros, indicando que é possível utilizar o erro como estratégia pedagógica, ao invés de torna-lo um empecilho na aprendizagem. A observação dos erros, a análise de seu potencial como recurso, o entendimento de que fazem parte do percurso da aprendizagem e a sua utilização como uma ferramenta valiosa são características em comum nos trabalhos apresentados no Quadro 4.

A busca em trabalhos de pesquisa que relacionam a análise de erros e contextos de formação continuada mostrou, porém, que ainda são poucos os pesquisadores que associam esses dois temas. Prova disso é que, por considerar sua contribuição a esta pesquisa, um dos trabalhos presentes no Quadro 4 é datado de 2010, fugindo ao que foi proposto, inicialmente, como critério de busca.

Além disso, foi possível observar, a partir da revisão de literatura apresentada, que existem outros pesquisadores que trabalharam o tema que está sendo tratado nesta pesquisa, no entanto nenhum dos trabalhos analisados apresentou a formação continuada de professores, a análise de erros como fonte de proposta pedagógica e sequências e séries, de modo a combinar esses três assuntos como foi feito nesta pesquisa. Assim, pode-se afirmar que, perante as buscas feitas, o trabalho aqui apresentado é inédito no sentido de combinar em uma única pesquisa de dissertação três assuntos relevantes no contexto da educação matemática.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa, por desenvolver a fonte de produção de dados e trabalhar com a interpretação de fenômenos e com a atribuição de significados (VIANNA, 2013); trata de um método de análise que valoriza mais o processo do que os resultados finais, fazendo do pesquisador, ao mesmo tempo, sujeito e objeto de suas análises. Segundo Demo (2013), uma pesquisa de cunho qualitativo tem como característica a perspectiva mais verticalizada, marcada pela profundidade, plenitude e realização. Para ele, a pesquisa de cunho qualitativo expressa a complexidade da realidade, sem obstruir dados, desvios de informações ou previsões de resultados.

À luz de Gerhardt e Silveira (2009) e em relação à metodologia, entende-se esta pesquisa como aplicada, por gerar conhecimento e um produto educacional para uma aplicação prática, no caso, a utilização dos erros no contexto do ensino de matemática. Em relação aos objetivos, pode ser caracterizada como exploratória, por não ser estruturada e ter como finalidade propiciar familiaridade com determinado assunto, em busca de torná-lo mais evidente. Quanto aos procedimentos, é participante e “naturalista ou de campo” (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 106), por ser concebida e realizada em estreita associação entre o pesquisador e os participantes e com o ambiente natural da realidade investigada.

Os dados oriundos desta pesquisa provêm, principalmente, de um curso de formação continuada, para professores de Matemática, voltado para a análise de erros e envolvendo o conteúdo de sequências e séries e oferecido em parceria com a Secretaria Municipal de Educação (SMED) de Caxias do Sul. Para o planejamento do curso, foram utilizados dados advindos do Projeto SECOPROF e, também, dados obtidos a partir de um teste inicial sobre sequências e séries aplicado a estudantes dos cursos de Licenciatura em Matemática e de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da UCS; tais dados serviram de base para a elaboração do curso de formação continuada.

4.1. CONTEXTO DA PESQUISA

Os estudos tiveram início por meio da releitura da pesquisa realizada pelo projeto SECOPROF, que forneceu alguns dados instigantes sobre um teste aplicado a estudantes do Ensino Superior, relacionado ao conteúdo de sequências e séries. A partir de então, optou-se

por realizar a aplicação de um teste semelhante ao do SECOPROF, aos estudantes da UCS. O teste continha duas questões relativas a sequências numéricas (Apêndice C). Trinta e seis estudantes participaram, dos quais 30 cursavam Licenciatura em Matemática e seis eram alunos do curso do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. A aplicação do teste foi realizada em sala de aula, com uma duração média de 30 minutos, e teve como objetivo fazer um levantamento sobre os conhecimentos que os futuros professores tinham sobre o conteúdo de sequências e séries, como forma de averiguar a pertinência desse conteúdo enquanto possível assunto para uma proposta de curso de formação continuada para professores.

As respostas dos estudantes foram analisadas conforme sugere Borasi (1996): **resposta correta**, na qual o estudante resolve e explica adequadamente os procedimentos por ele utilizados; **resposta parcialmente correta**, quando o estudante resolve parcialmente, ou resolve e não explica por completo, ou resolve corretamente, mas erra em contas; **resposta incorreta**, a qual pode variar entre resolução e resposta inadequada, estratégia adequada com implementação inadequada, resposta correta com resolução inadequada ou resposta sem desenvolvimento; e **resposta em branco**.

A análise dos dados iniciais confirmou que os professores em formação e, até mesmo, os alunos do curso de mestrado apresentavam dificuldades em relação ao conteúdo. Com base na análise que considerou o tipo de erros que apresentaram, foi planejado e desenvolvido o curso de formação continuada, com carga horária de 30 horas, divididas em nove encontros, sendo dois deles trabalhados na forma de estudos à distância.

O curso de formação continuada voltado para a análise de erros no conteúdo de sequências e séries foi oferecido para professores da rede municipal da cidade de Caxias do Sul, em parceria com a SMED, que, além de auxiliar na sua divulgação, disponibilizou o local para os encontros, bem como a emissão dos certificados, concordando com a divulgação dos dados para pesquisa de acordo com o termo de anuência (Apêndice D).

Para a realização desse curso, foram oferecidas 16 vagas, porém apenas oito professores desenvolveram plenamente o curso. Dentre esses participantes, havia graduados em Licenciatura em Matemática e em Licenciatura em Biologia, os quais atuavam como professores de Matemática em turmas de 6º a 9º ano do Ensino Fundamental (destaca-se que o concurso municipal para professores admite a inscrição de Licenciados em Biologia para as vagas de professores de Matemática). Dentre os oito participantes concluintes, uma professora ministrava aulas também para uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental em uma escola

particular, e outra participante estava afastada das atividades de sala de aula por estar atuando como servidora da própria SMED.

4.2. O CURSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

O Curso de formação de professores em análise de erros para promover avanços na aprendizagem de conceitos e ideias de sequências e séries, assim nominado e oferecido a professores da rede municipal de Caxias do Sul, ocorreu nas terças-feiras, entre os dias 06 de junho e 22 de agosto de 2017, das 19:00 às 22:00, nas dependências da SMED, totalizando uma carga horária de 30 horas, divididas em nove encontros. Esses encontros ocorreram antes e depois do recesso escolar de julho. O planejamento do curso e os relatos de sua aplicação constam em detalhes no Apêndice A e, a seguir, são apresentados, com brevidade, a síntese de cada encontro, dando destaque às atividades propostas.

A parte inicial do primeiro encontro foi destinada às boas-vindas, à apresentação do curso e às combinações sobre os encontros posteriores. Os participantes assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice B), seguido por um teste individual para identificar os conhecimentos prévios, constituído por duas questões sobre sequências e séries (Apêndice C). Foram feitas reflexões sobre os erros que ocorreram nas resoluções das questões do teste e sobre como os participantes costumam fazer a avaliação de seus estudantes. Os objetivos desse encontro eram: identificar os conhecimentos prévios sobre sequências e séries; discutir sobre a maneira como se costuma analisar os erros dos estudantes; estudar a teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall; propor a elaboração de duas atividades para a recuperação de erros e dificuldades identificadas nas resoluções das questões do teste.

No segundo encontro, foram retomados os conceitos abordados no primeiro encontro, e os participantes fizeram uma nova análise de erros do teste feito e também apresentaram as atividades pensadas por eles, como era a tarefa extraclasse combinada para ser entregue nesse dia. Como o intuito desse encontro era de levar os participantes a refletir sobre a maneira como procediam em relação às avaliações, houve uma breve discussão sobre o assunto e, então, os participantes conheceram a fundamentação teórica de Deborah Ball sobre os tipos de conhecimentos para o ensino da Matemática e o pensamento de Raffaella Borasi sobre o erro como um trampolim para a aprendizagem.

Tendo em vista a necessidade de uma troca de experiências para futuras atividades que seriam propostas no curso, o terceiro encontro foi reservado à socialização e troca de ideias sobre atividades lúdicas adaptadas ao ensino de sequências e séries e à reflexão sobre erros relacionados a enunciados de problemas e atividades de aprendizagem ou de avaliação da aprendizagem. O propósito de fazer com que os professores compartilhassem essas experiências era promover a percepção das diferentes possibilidades de se tratar um mesmo conteúdo em sala de aula e a influência disso sobre erros apresentados pelos estudantes.

Para o quarto encontro, foi proposta a análise da validade das estratégias pedagógicas apresentadas pelos participantes no encontro anterior, bem como sua aplicabilidade. Os participantes comentaram, ainda, sobre possibilidades de integrar sequências e séries ao conteúdo que estavam ministrando na escola. A finalidade dessa atividade era a de repensar as práticas por eles propostas, considerando se eram adequadas e, em caso positivo, em quais momentos; se necessitavam ou poderiam necessitar adaptações; e que tipo de avaliação poderia ser proposta para cada uma delas. Separados de modo a formarem grupos, os participantes deram, então, início ao planejamento de uma unidade de ensino, no conteúdo que estava sendo ou seria ministrado na escola em que trabalhavam. O objetivo da elaboração do planejamento coletivo era, além de agilizar o trabalho dos professores, também desafiá-los a integrar sequências e séries ao conteúdo que estavam trabalhando ou que ainda seria trabalhado na escola e propor um instrumento de avaliação para que eles pudessem ter em mãos os registros de possíveis erros de seus estudantes. Para essa atividade, os professores integraram pequenos grupos, de acordo com a proximidade ou com o nível de ensino em que atuavam, prevendo um futuro trabalho conjunto de análise dos erros encontrados no instrumento de avaliação.

O quinto encontro foi dedicado a estudos à distância, para que, no decorrer da semana, os participantes concluíssem e aplicassem as atividades propostas com os seus alunos. Antes do sexto encontro, a ministrante encaminhou aos professores, por e-mail, uma tabela para auxiliar na análise dos erros dos estudantes encontrados no instrumento de avaliação proposto. A principal meta do quinto encontro era sensibilizar os professores em relação aos erros dos seus alunos: o que faziam ou fariam com eles? Com base em Borasi (1996), a tabela encaminhada teve o propósito de questionar os tipos de erros que os estudantes possivelmente cometeriam e de que forma os professores poderiam retomar os assuntos relativos a esses erros.

Ao retornarem, no sexto encontro, os participantes redigiram um relato coletivo sobre a aplicação das atividades em sala de aula, conheceram um material teórico sobre Deborah Ball e os tipos de conhecimento necessários para o ensino da Matemática, que serviriam como orientação para o replanejamento de atividades, considerando os erros e as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução das questões que integraram o estudo de sequências e séries. Com a intenção de promover uma autoanálise dos participantes sobre os conhecimentos necessários para o ensino da Matemática, conforme entendem Ball, Thames e Phelps (2008), foi solicitado que, ao final desse encontro, entregassem um relato com sugestões de aprimoramentos dos planejamentos iniciais visando, ao menos, a uma redução na incidência dos erros que foram encontrados e analisados por eles. Como tarefa para os próximos encontros, os participantes deveriam desenvolver uma proposta de intervenção considerando esses erros.

Com o objetivo de aprofundar o conhecimento e de oferecer subsídios aos professores sobre o erro como recurso pedagógico para a aprendizagem, organizou-se, para o sétimo encontro, uma palestra com a professora Helena Cury. Como ela não pode se fazer presente, a palestra foi, então, ministrada pela professora Isolda Gianni de Lima e pela professora-pesquisadora, utilizando o material da professora Helena, organizado em slides (ANEXO B).

Tendo o planejamento reorganizado e adaptado de acordo com os erros encontrados em sua primeira aplicação, e após a palestra sobre erros, os participantes tiveram a oportunidade de, no oitavo encontro, dedicar-se a estudos à distância. O objetivo era o de finalizar e aplicar a proposta de intervenção, considerando os erros identificados e a junção dos dados das avaliações, para que, depois, fosse possível analisar os efeitos dessa intervenção e outros erros que fossem encontrados.

Para concluir o curso, o nono encontro tinha como objetivo fazer um fechamento das ideias desenvolvidas ao longo de todo o percurso e para ele foram planejadas as seguintes ações: analisar os resultados encontrados na aplicação da intervenção feita pelos professores em suas turmas, discutir sobre o que mudou (ou não) em suas percepções quanto à avaliação e à utilização dos erros como estratégias de aprendizagem e verificar se houve a recuperação dos conteúdos através de um teste final para os professores. Os participantes também fizeram uma autoavaliação e uma avaliação do curso (APÊNDICE F). A utilização de uma ficha de autoavaliação foi proposta, uma vez que esses instrumentos auxiliam na tomada de consciência e constituem o processo de aprender a aprender.

Borasi (1996) sugere que o professor auxilie seu estudante a encarar o erro como um caminho para a aprendizagem, dando uma atenção especial ao percurso que o estudante faz no desenvolvimento das questões, e não apenas em seu produto final. A autora sugere, ainda, que o professor, a partir dos erros detectados, proporcione a seus estudantes momentos de reflexão sobre o processo de resolução e possibilite uma autoavaliação dos processos executados para que, então, possa existir o impulso ao conhecimento, também chamado pela autora de trampolim para a aprendizagem.

Os questionamentos respondidos pelos professores tinham como objetivo propiciar um breve momento de reflexão sobre sua participação e envolvimento nas tarefas no decorrer do curso, bem como avaliar o curso em diferentes aspectos como organização, influência em suas práticas pedagógicas diárias e oportunidade de conhecimento de novas estratégias de ensino e aprendizagem com base na análise e consideração dos erros dos estudantes.

De acordo com o planejamento do curso e com os resultados obtidos, pôde-se perceber que muitos participantes tinham mais dificuldades nos conteúdos matemáticos do que nos conteúdos pedagógicos. Com o passar das semanas, o grupo mostrou empenho e dedicação, o que os levou à criação de um grupo em uma rede social de mensagens instantâneas, que, normalmente, contava com a participação da maioria dos professores envolvidos no curso. Infelizmente, o número de desistentes aumentou a cada proposta de atividade extraclasse e os motivos dados foram a falta de tempo, o excesso de tarefas na escola, indisponibilidade de horários para o dia do curso, entre outros. Ainda assim, oito professores permaneceram até o final do curso.

4.3. FONTES DOS DADOS

A pesquisa, quando realizada com grupos em que cada integrante traz contribuições da sua realidade, oportuniza que diferentes núcleos sejam estudados e diferentes procedimentos sobre esses mesmos núcleos sejam utilizados, oferecendo, assim, uma visão generalizada de um fenômeno de estudo (BORBA, 2013).

Os dados obtidos durante esta pesquisa têm origem em registros dos participantes nos seguintes instrumentos: teste inicial sobre sequências e séries com os professores participantes, atividade de análise de erros estruturada em uma tabela proposta com base na fundamentação teórica estudada durante o curso (APÊNDICE E), relatos em instrumento investigativo sobre práticas de avaliação, planejamentos iniciais e novos planejamentos de

uma unidade de ensino envolvendo o conteúdo sequências e séries, questionário de autoavaliação e avaliação do curso organizado em uma ficha de perguntas com respostas estruturadas (APÊNDICE F). Além desses instrumentos, os registros de observação da professora pesquisadora permearam o processo de análise em diferentes momentos, com argumentações sobre situações consideradas relevantes.

4.4. PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE

A análise dos dados foi conduzida à luz da Teoria dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2014a), buscando indícios da evolução do pensamento matemático dos participantes do curso e de seus estudantes. Em paralelo, foram considerados outros autores, assim como Ball, Borasi, Cury e Luckesi, cujos estudos ajudaram no embasamento teórico do desenvolvimento desta pesquisa, bem como no desenvolvimento do próprio curso.

A primeira análise feita foi a dos testes sobre sequências e séries, aplicados a alunos da Universidade de Caxias do Sul, no sentido de um aprendizado sobre procedimentos de análise de erros para a elaboração do curso de formação. Em seguida, os registros das produções dos professores participantes nos instrumentos que serviram como materiais para seu desenvolvimento, como testes, relatos, tabelas, planejamentos de unidades de ensino, questionários, gravações de áudio e anotações da pesquisadora em relação às observações e descrição dos encontros, foram organizados para a análise, em momentos do curso de formação, como uma forma de categorização das ações, produções e pareceres dos participantes considerados relevantes para esta pesquisa.

A análise dos dados produzidos no curso de formação continuada aconteceu na seguinte ordem: inicialmente, foram analisados os dados referentes à aplicação do teste sobre sequências e séries (ANEXO C), realizado no início do curso, planejado com base no teste aplicado a estudantes da UCS, e que foi apresentado na seção anterior. Os dados do segundo momento são oriundos dos relatos dos professores sobre os modos como comumente conduzem o processo de avaliação. Como terceiro momento, foram considerados os planejamentos que os professores produziram e aplicaram durante o curso de formação e, como ação decorrente da análise de erros, os novos planejamentos e as adequações feitas, tendo em vista o aporte teórico também estudado no curso. Finalmente, como quarto momento, foram analisadas as respostas do questionário de autoavaliação e de avaliação do curso.

Para a realização da análise dos dados, utilizou-se a Análise Textual Discursiva (ATD) (MORAES; GALIAZZI, 2007), que se constitui de uma metodologia criteriosa em um percurso de estágios absolutamente detalhista, exigindo do pesquisador tanto atenção, quanto um alto nível de rigor em cada estágio de seu desenvolvimento. A ATD é constituída por três momentos, sendo que o primeiro deles trata do processo de unitarização, onde o texto é desconstruído e fracionado em momentos de significado. Segundo Moraes e Galiazzi (2007, p.115),

Mais do que propriamente divisões ou recortes as unidades de análise podem ser entendidas como elementos destacados dos textos, aspectos importantes destes que o pesquisador entende mereçam ser salientados, tendo em vista sua pertinência em relação aos fenômenos investigados. Quando assim entendidas, as unidades estão necessariamente conectadas ao todo.

Neste trabalho, e de acordo Moraes e Galiazzi (2007), a unitarização constitui-se em fazer recortes dos fragmentos mais significativos em relação ao todo do material disponível.

O segundo passo foi a reorganização dos dados em categorias e, nesse momento, o olhar da pesquisadora voltou-se para o referencial teórico que embasou esta pesquisa. Os dados, então, começaram a se tornar significativos. Foi partindo do detalhe de cada unidade que aconteceram os avanços em direção a uma totalidade e, assim, chegou-se às categorias, nas quais foram agrupadas as informações relevantes sobre as unidades. Ainda citando Moraes e Galiazzi (2007), a categorização pode ser tida como uma atitude por parte do pesquisador, que:

Corresponde a simplificações, reduções e sínteses de informações de pesquisa, concretizados por comparação e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjunto de elementos que possuem algo em comum. (MORAES; GALIAZZI, 2007, p.75).

O processo de aprendizagem da ATD, última etapa da análise, resulta na elaboração de metatextos que visam explorar as categorias da pesquisa. Como característica dessa metodologia, busca possibilitar ao pesquisador a prática da interpretação e da descrição em forma de uma escrita autoral. Segundo Moraes e Galiazzi (2007):

A Análise Textual Discursiva pode ser caracterizada como exercício de produção de metatextos, a partir de um conjunto de textos. Nesse processo constroem-se estruturas de categorias, que ao serem

transformadas em textos, encaminham descrições e interpretações capazes de apresentarem novos modos de compreender os fenômenos investigados (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 89).

O metatexto produzido a partir da ATD dos dados desta pesquisa pode ser acompanhado no seguinte capítulo, que apresenta a análise e a discussão dos resultados.

5. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

A seguir, são apresentadas as análises dos diferentes momentos da pesquisa, iniciando-se pelas considerações sobre a aplicação do teste a licenciandos em Matemática e mestrandos em Ensino de Matemática e Ciências da Universidade de Caxias do Sul, e seguindo-se com o exame dos dados relativos ao curso de formação continuada oferecido aos professores do município.

Em relação ao teste aplicado a estudantes da UCS, os dados analisados referem-se ao desempenho dos participantes em duas questões cujas respostas foram categorizadas como corretas, parcialmente corretas, incorretas ou em branco, de acordo com o aporte teórico apresentado. Em seguida, foram analisados diferentes momentos do curso de formação continuada, a saber: o teste aplicado aos professores; seus relatos sobre processo avaliativo, antes e depois de conhecerem o aporte teórico abordado no curso; o planejamento inicial, em que propuseram de uma unidade de ensino com atividades que deveriam integrar sequências e séries, e a sua reestruturação após ser aplicado; outros momentos considerados importantes para esta pesquisa.

5.1. ANÁLISE DO TESTE APLICADO NA UNIVERSIDADE

Em parceria com o Centro Universitário Franciscano de Santa Maria (UNIFRA), a UCS desenvolveu o projeto SECOPROF, cujos objetivos foram anteriormente explicitados e que serviu como primeira aproximação ao tema e inspiração para esta pesquisa. A aproximação ao tema de pesquisa foi possível uma vez que a pesquisadora deste trabalho fez parte do grupo de respondentes do teste sobre sequências e séries aplicado como etapa do SECOPROF (ANEXO A), para fins de análise de erros.

Como a investigação proposta neste trabalho tornou-se similar àquela do projeto SECOPROF, no que diz respeito a “analisar e classificar erros cometidos nas resoluções de exercícios e problemas sobre sequências e séries numéricas, abordadas em disciplinas das grades curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática”, optou-se por dar início a esta pesquisa com uma segunda aplicação do teste supracitado a estudantes da UCS, na condição de licenciandos (futuros professores, alguns estagiários em docência) ou mestrandos (professores da educação básica). Os dados coletados a partir da aplicação serviram como forma de avaliar a pertinência do conteúdo de sequências e séries no curso de formação que

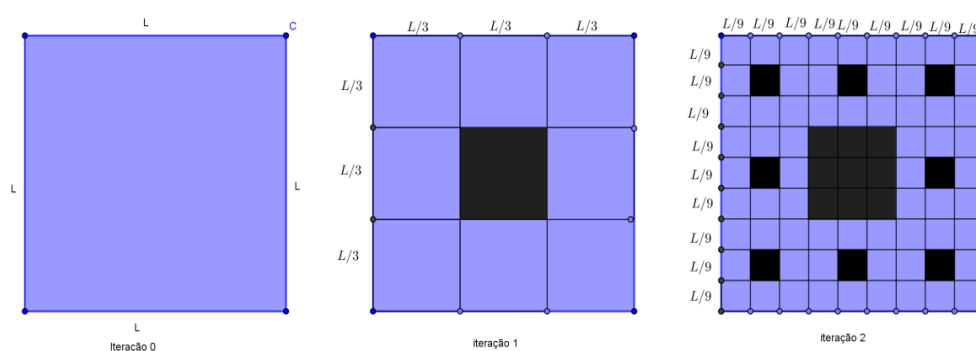
seria proposto, em seguida, no contexto desta pesquisa. Outrossim, era importante que fosse verificado se as respostas estavam bem escritas, com linguagem adequada, para propiciar uma interpretação correta do que era apresentado e solicitado como resolução.

A avaliação demonstrou, de fato, a pertinência de um projeto que abordasse o conteúdo, como se verá em seguida. Vale lembrar, ainda e como adicional justificativa a essa escolha, que sequências e séries são tópicos listados em documentos oficiais (PCNs, 1998: BNCC, 2015) sendo comuns a diferentes anos do Ensino Fundamental, no currículo de Matemática, configurando-se, assim, como indispensáveis enquanto conhecimento específico, além de uma grande possibilidade de interesse, a todos os professores, inclusive aos da rede municipal, para quem o curso de formação continuada seria oferecido.

Os resultados do teste são apresentados a seguir, para as duas questões que nele constaram:

Questão 1: A sequência de figuras abaixo ilustra o fractal denominado Tapete de Sierpinski. Partindo de um quadrado de lado L , faz-se uma divisão de seu lado em três partes iguais, formando-se nove novos quadrados similares ao inicial. Nessa divisão, elimina-se o quadrado central, ficando, na primeira iteração, com oito quadrados. A partir disso, na segunda iteração, considera-se cada um destes como se fosse o inicial e repete-se o procedimento, e assim sucessivamente.

Figura 2 – Questão 1 do teste aplicado aos alunos da Universidade de Caxias do Sul



Fonte: Elaborado pela autora (2017).

A partir dessa construção:

(a) Escreva a sequência formada pelas medidas dos lados dos quadrados até a quinta iteração, além da expressão do seu termo geral.

- (b) Escreva a sequência formada pela quantidade de quadrados, que permanece em cada iteração, na construção fractal, bem como seu o termo geral.
- (c) Tomando-se um quadrado de cada iteração, calculando sua área e formando uma sequência, qual é a expressão do seu termo geral? Qual a soma dessas áreas?
- (d) Idem ao item (c), porém considerando os perímetros dos quadrados.

Questão 2: O lado de um triângulo equilátero mede 5 cm. Inscreve-se nele um segundo triângulo equilátero unindo os pontos médios dos lados do primeiro triângulo. Segue-se assim, em um processo iterativo, indefinidamente.

- (a) Escreva a sequência cujos termos são os perímetros desses triângulos.
- (b) Qual é o sexto termo dessa sequência?
- (c) Qual é a expressão do termo geral, p_n , dessa sequência?
- (d) Qual é a soma dos termos dessa sequência?

Após a análise de todas as respostas obtidas, elaboraram-se os Quadros 5 e 6, respectivamente, com a distribuição das categorias de respostas dos alunos da Licenciatura e do Mestrado.

Quadro 5 – Distribuição das respostas dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática.

Questão 1			Questão 2		
a)	N.	%	a)	N.	%
Corretas	0	0	Corretas	1	3
Parcialmente corretas	13	43	Parcialmente corretas	3	10
Incorretas	10	33	Incorretas	1	3
Em branco	7	23	Em branco	25	83
b)			b)		
Corretas	0	0	Corretas	2	7
Parcialmente corretas	9	30	Parcialmente corretas	0	0
Incorretas	5	17	Incorretas	1	3
Em branco	16	53	Em branco	27	90
c)			c)		
Corretas	0	0	Corretas	0	0
Parcialmente corretas	3	10	Parcialmente corretas	0	0
Incorretas	7	23	Incorretas	1	3

Em branco	20	67	Em branco	29	97
d)			d)		
Corretas	0	0	Corretas	2	7
Parcialmente corretas	2	7	Parcialmente corretas	0	0
Incorretas	5	17	Incorretas	0	0
Em branco	23	77	Em branco	28	93

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

No Quadro 5, chamou a atenção o grande número de respostas em branco: somente no item (a) da questão 1 esse percentual foi menor do que nos outros itens. Já na questão 2, os números parecem mostrar um abandono do teste por parte dos alunos, considerando que poucos tentaram responder. Também é preocupante o pequeno número de respostas corretas, haja vista o percentual de acertos, que não atingiu sequer 10%, em nenhum dos itens das duas questões.

Quadro 6 – Distribuição das respostas dos alunos do curso de mestrado.

Questão 1			Questão 2		
a)	N.	%	a)	N.	%
Corretas	0	0	Corretas	2	33
Parcialmente corretas	4	67	Parcialmente corretas	3	50
Incorretas	2	33	Incorretas	0	0
Em branco	0	0	Em branco	1	17
b)			b)		
Corretas	0	0	Corretas	3	50
Parcialmente corretas	1	17	Parcialmente corretas	0	0
Incorretas	5	83	Incorretas	2	33
Em branco	0	0	Em branco	1	17
c)			c)		
Corretas	0	0	Corretas	1	17
Parcialmente corretas	3	50	Parcialmente corretas	3	50
Incorretas	2	33	Incorretas	1	17
Em branco	1	17	Em branco	1	17
d)			d)		
Corretas	0	0	Corretas	3	50
Parcialmente corretas	4	67	Parcialmente corretas	0	0
Incorretas	2	33	Incorretas	1	17
Em branco	0	0	Em branco	2	33

Fonte: Elaborado pela autora (2017).

No caso dos estudantes de mestrado, pareceu ter havido maior comprometimento, visto que o percentual de respostas em branco é bem menor, comparado ao apresentado pelos estudantes de licenciatura. Mesmo assim, o percentual de acertos manteve-se baixo, observando as alternativas, individualmente e em cada questão, que não ultrapassou 50%.

Sobre o conteúdo das resoluções, essas foram categorizadas em relação a quatro tipos de erros, igualmente considerados para licenciandos e mestrandos:

Tipo I: mau uso da linguagem matemática, evidenciado, por exemplo, pela falta de parênteses ou chaves para indicar os termos das sequências.

Tipo II: confusão na indicação dos termos das sequências, usando somente os coeficientes numéricos ou, em outros casos, somente a medida do lado da figura em questão, omitindo os coeficientes fracionários.

Tipo III: interpretação equivocada do enunciado, como, por exemplo, quando o aluno não leva em conta a informação sobre o processo de iteração, considerando que o primeiro termo é de ordem zero.

Tipo IV: desconhecimento da lei que permite obter a soma dos termos de uma progressão geométrica ilimitada, cuja razão, em módulo, é menor do que 1.

Notou-se, também, que não houve diferenças expressivas nos tipos de erros cometidos por licenciandos e mestrandos, pois, mesmo entre as respostas destes últimos, professores já atuantes na educação básica, foram encontrados erros relativos à progressão geométrica, um conteúdo que faz parte do currículo do Ensino Médio. Além disso, parece não se ter despertado, nos licenciandos, muito interesse pelo teste, visto que não demonstraram disposição em apresentar as resoluções bem escritas e que deixaram algumas, inteiras ou em parte, em branco, sem apresentar nenhum comentário sobre alguma dificuldade em resolvê-las.

Mesmo com indícios de que o conteúdo de sequências e séries não era um conhecimento com prontidão para ser aplicado, o teste se mostrou adequado para professores, porque as questões não causaram perturbações em relação à interpretação e uso da linguagem ou uma estranheza sobre o conteúdo que detivesse os participantes, impedindo-os de resolvê-las.

Por fim, ressalta-se, novamente, que este teste foi planejado e aplicado antes de se dar início ao curso de formação. Devido a esse fato, a parte da análise que consta nesta seção

é anterior às demais que seguem e que se referem aos momentos de desenvolvimento do curso.

5.2. ANÁLISES DOS DADOS PRODUZIDOS NO CURSO DE FORMAÇÃO

Nesta seção, são analisados os dados obtidos na realização das atividades do curso de formação. As análises referem-se aos dados gerados nas produções dos participantes e nos registros em instrumentos ou materiais a eles propostos, conforme o que segue. Buscou-se evidenciar e discutir os resultados com base na fundamentação teórica apresentada no capítulo dois.

5.2.1. Sobre o teste aplicado aos professores do curso e inspirado no SECOPROF

A atividade que deu início ao curso de formação continuada foi a aplicação de um teste similar ao proposto aos participantes do SECOPROF e da investigação prévia analisada (Apêndice C). O teste que abriu o curso foi respondido por quinze professores de escolas municipais que participaram do primeiro encontro. O instrumento contou também com duas questões sobre sequências e séries, propostas, entretanto, a fim de verificar não apenas o conhecimento do conteúdo, mas também aquele relativo ao ensino de Matemática, de acordo com Ball, Thames e Phelps (2008). Na análise das respostas, buscou-se identificar características em relação aos três mundos da Matemática (Tall, 2013), uma vez que a aplicação do teste serviu, também, como forma de resgatar alguns conceitos básicos desse conteúdo durante a discussão das resoluções, feita com os participantes do curso.

A primeira questão, bem como a análise de sua resolução à luz da teoria dos três mundos, é apresentada a seguir:

Questão 1: O lado de um triângulo equilátero mede 5 cm. Inscrevemos nele um segundo triângulo equilátero unindo os pontos médios dos lados do primeiro triângulo. Seguimos assim, em um processo iterativo, indefinidamente.

- (a) Escreva a sequência cujos termos são os perímetros desses triângulos.
- (b) Qual é o sexto termo dessa sequência?
- (c) Qual é a expressão do termo geral, p_n , dessa sequência?
- (d) Qual é a soma dos termos dessa sequência?

Inicialmente, foi observado se as resoluções foram apresentadas e, nos casos positivos, se estavam corretas, parcialmente corretas ou incorretas. Resoluções parcialmente corretas foram consideradas quando, por exemplo, na letra (a) foi apresentada uma interpretação adequada de sequência, mas com erro no cálculo dos perímetros.

Esta questão envolvia as habilidades de interpretar o enunciado do problema, esboçar uma figura, saber o conceito de perímetro, indicar os termos que representam os perímetros, bem como fazer o uso das fórmulas. As respostas esperadas deveriam ser próximas das seguintes:

$$(a) (p_n) = \left(3 \cdot 5, 3 \cdot \frac{5}{2}, 3 \cdot \frac{5}{4}, \dots \right) = 3 \cdot 5 \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \dots \right) = 15 \left(\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \dots \right)$$

$$(b) \text{ Então } p_6 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^5 = \frac{15}{32} \cong 0,47$$

$$(c) \text{ A expressão geral é } p_n = 15 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1}, \text{ com } n \in \mathbb{N}^*$$

$$(d) \text{ A soma dos termos é } S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{15}{\frac{1}{2}} = 30.$$

O Quadro 7 sintetiza a análise dessa questão em termos de resposta correta, parcialmente correta e incorreta:

Quadro 7 – Categorização e análise das respostas à primeira questão do teste aplicado no curso de formação

O lado de um triângulo equilátero mede 5 cm. Inscrevemos nele um segundo triângulo equilátero unindo os pontos médios dos lados do primeiro triângulo. Seguimos assim, em um processo iterativo, indefinidamente.			
Pergunta/ Proposta	Resposta correta	Resposta parcialmente correta	Resposta incorreta
(a) Escreva a sequência cujos termos são os perímetros desses triângulos.	Para os itens (a) e (b), a resposta correta é a que mostra compreensão do problema, esboçando ou não desenhos, que	Para os itens (a), (b), (c), é parcialmente correta a resposta que apresenta p_6 e p_n , mas tem considerado a partir de zero, ou seja, foi considerado	Outras formas diferentes das apresentadas/não o próximas a elas.


<p>(b) Qual é o sexto termo dessa sequência?</p>	<p>apresenta os termos da sequência e que, por já ter determinado o termo geral ou apenas contando os termos até o sexto, indica p_6, mesmo que não seja feito o cálculo final.</p>	$p_6 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{15}{64} \cong 0,23$ $p_n = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n, \text{ com } n \in N.$	
<p>(c) Qual é a expressão do termo geral, p_n, dessa sequência?</p>	<p>Para o item (c), a resposta correta é a que mostra o termo geral, expresso como:</p> $3 \cdot 5 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ ou } 15 \left(\frac{1}{2}\right)^n$		
<p>(d) Qual é a soma dos termos dessa sequência?</p>	<p>Para o item d, a resposta correta envolve conhecer a fórmula da soma infinita de termos de uma progressão geométrica, cuja razão em módulo é menor do que 1, ou seja, é um item que exige também conhecimento procedimental. É aceitável um erro de cálculo no final, após inserir os dados na fórmula.</p>	<p>Resposta parcialmente correta é a que mostra compreensão do problema, mas sem conseguir expressar a soma dos termos.</p>	

Em relação ao conteúdo da questão, foi possível observar que o conhecimento dos professores se encontrava defasado, uma vez que não puderam recuperar as fórmulas que expressam o termo geral e a soma dos termos da progressão. Nenhum dos professores demonstrou dificuldade na interpretação da questão, no entanto, como constatado, muitos alegaram esquecimento das fórmulas, há muito tempo não vistas ou não habitualmente utilizadas por eles.

Em relação à teoria dos três mundos da Matemática (TALL, 2013), características do mundo conceitual corporificado, identificadas como representações geométricas para auxiliar na interpretação da sequência e pelo cálculo correto dos perímetros ou a identificação do sexto termo da sequência, foram observadas em todas as resoluções corretas ou parcialmente corretas. No entanto, nenhum dos professores apresentou resoluções com características apenas desse dos três mundos. A maioria dos professores avançou em suas resoluções, mostrando domínio da representação simbólica (e do processamento com tais representações) e de expressões algébricas. Esses professores dão indícios de terem desenvolvido estruturas de pensamento que integram o mundo simbólico procedimental, por mostrarem familiaridade com a linguagem matemática, na representação da sequência e/ou do seu termo geral, como é possível observar na resolução apresentada na Figura 3.

Figura 3 – Resolução da questão 1: transição entre os mundos conceitual corporificado e simbólico proceitual⁴

(a) Escreva a sequência cujos termos são os perímetros desses triângulos.



$P_1 = 3 \cdot 5 = 15$ $P_4 = 3 \cdot 0,625 = 1,875$ $\frac{1}{2} = 2 \div 2 \div 2 \dots$
 $P_2 = 3 \cdot 2,5 = 7,5$
 $P_3 = 3 \cdot 1,25 = 3,75$
 $P_n = 3 \cdot \left(5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \dots \right)$

(b) Qual é o sexto termo dessa sequência?

$P_m = P_1 \cdot q^{m-1}$ $P_6 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$ $\leadsto P_6 = \frac{15 \cdot 1}{32}$ $\leadsto P_6 = \frac{15}{32}$

(c) Qual é a expressão do termo geral, p_n , dessa sequência?

$P_m = P_1 \cdot q^{m-1}$ $\leadsto P_m = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$

(d) Qual é a soma dos termos dessa sequência?

$S = 3l + \frac{3l}{2} + \frac{3l}{4} + \frac{3l}{8} + \dots$
 $S = 3l \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) ?$

Fonte: Acervo de pesquisa (2017).

Na resolução apresentada, é possível perceber a presença de ilustrações que guiam o pensamento do professor, bem como o uso de cálculos anteriores à aplicação da fórmula, e a presença de raciocínio que leva a uma resposta. Assim, consideram-se adequados os procedimentos de utilizar e manipular as representações simbólicas. Nessa mesma imagem, é possível notar que: a questão (a) está desenvolvida de forma correta, porém o professor chega a uma resposta errada, o que, de acordo com Borasi (1996), é um dos tipos de erros mais frequentes; na letra (b), o professor faz o cálculo de modo correto, mas, como essa questão dependia da questão anterior, ela faz com que se reflita sobre a possibilidade de ter ocorrido um erro no momento da organização da p_n e com que se chegue a um possível entendimento da questão; na questão (d), o professor percebe que há falhas, mas não há indícios de que as tenha identificado, possivelmente devido ao esquecimento da fórmula e, assim, não segue com o desenvolvimento da questão.

Do mundo axiomático formal, pode-se dizer que não foram encontrados indícios, mas poderia ter acontecido o fato de que algum professor deduzisse a expressão do termo

⁴ As figuras referentes às produções dos professores do curso de formação não são perfeitamente nítidas, pois a maior parte das atividades foi realizada em folhas coloridas, o que prejudicou o processo de digitalização.

geral da sequência ou procedesse de alguma outra forma, como ir somando os termos na busca um valor de convergência.

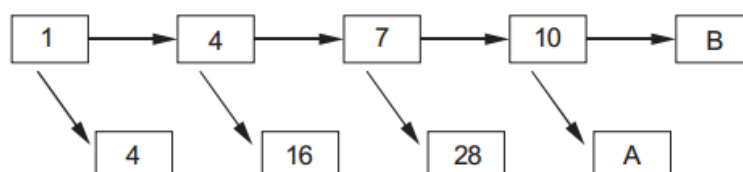
Quando se resolve um problema matemático, primeiramente, estabelecem-se relações entre a situação apresentada e outras já vividas, para, então, pensar em uma estratégia de resolução (TALL, 2013). De acordo com Tall (2013), as lembranças de situações anteriores estão relacionadas aos *set-befores* e aos *met-befores*. O autor destaca que cada indivíduo pode seguir caminhos diferentes para solucionar uma mesma situação-problema, pois afirma não ser necessário estabelecer uma ordem de transição entre os três mundos. Dessa forma, o indivíduo pode organizar seus pensamentos entre a simbologia, as fórmulas e os axiomas, sem uma ordem pré-estabelecida, e seguir do modo que percebe ser lógico e coerente para chegar a uma solução que julgar adequada para determinado problema.

Como foi possível observar na Figura 3, o professor demonstrou conhecer o conteúdo de sequências e séries, ainda que não totalmente, pois percebeu que havia erros na letra (d) da questão. O xis escrito ao lado da solução demonstra que o professor identificou que sua resposta não estava correta, houve o indício de que considerou uma análise da sua resolução, procurando identificar algum erro no seu desenvolvimento no momento em que deixou um ponto de interrogação ao lado do desenvolvimento incompleto. De acordo com Borasi (1996), esse tipo procedimento faz do erro um empecilho na aprendizagem. Ball, Thames e Phelps (2008) afirmam que, para o ensino da Matemática, o professor precisa de um conjunto de conhecimentos dentre os quais está a compreensão do que estudante demonstra em suas resoluções, o que não permite cogitar a eliminação de respostas incorretas apenas desconsiderando-as, como dá indícios de proceder o autor da resolução apresentada.

A segunda questão do teste foi a seguinte:

Questão 2: Observe o diagrama e seu padrão de organização.⁵

Figura 4 – Diagrama da questão 2 do teste aplicado aos professores no curso de formação continuada



Fonte: a autora (2017)

⁵ Durante a aplicação do teste, foi explicado aos professores que as setas indicavam o sentido da formação de cada uma das sequências numéricas da questão.

- (a) Escreva como você pensa para descobrir a diferença entre os números A e B.
- (b) Qual é essa diferença?
- (c) Como pode ser calculada a soma dos décimos termos das sequências apresentadas? Então, que valor tem essa soma?

Como na primeira questão, inicialmente, foi observado se os participantes apresentaram resoluções para os questionamentos e, então, se estavam corretas, parcialmente corretas ou incorretas. Resoluções parcialmente corretas foram consideradas quando, por exemplo, na letra (b) foi apresentada uma interpretação adequada da sequência, mas não houve escrita correta ou houve erro no cálculo do valor solicitado.

Diferentemente da primeira questão, a segunda não envolve a habilidade de esboçar uma figura, no entanto, a interpretação adequada do diagrama é determinante para que haja sucesso na realização da tarefa. Como respostas possíveis esperava-se algo como:

- (a) Para melhor entendimento, chamaremos as sequências do diagrama de linha 1 (L1) e linha 2 (L2). Primeiramente, encontram-se os valores do a_5 da L1 e do a_4 da L2. Sendo $a_5 = B$ e $a_4 = A$, calcula-se a diferença $A - B$.
- (b) Como L1 e L2 são progressões aritméticas de razões $r = 3$ e $r = 12$, respectivamente, decorre que $a_5 = B = 13$ em L1 e $a_4 = A = 40$ em L1. Como o problema pede a diferença entre A e B, tem-se $A - B = 40 - 13 = 27$.
- (c) Para calcular a soma dos décimos termos de L1 e de L2, é preciso encontrar esses valores e então adicioná-los. Para L1, $a_{10} = 28$ e para L2, $a_{10} = 112$. A soma dos décimos termos é, então, igual a 140.

Ainda em comparação com a primeira questão, observou-se, nas resoluções da questão dois, que os professores responderam e acertam mais.

A presença de resoluções com ilustrações ou construções corporificadas foi praticamente nula, provavelmente pela apresentação das sequências na forma de um diagrama, que já é uma forma de representação visual. Nenhum participante fez uso de estratégias que pudessem caracterizar o mundo conceitual corporificado (TALL, 2013). Nesse sentido, poderiam ter sido apresentadas representações de continuação do diagrama, a fim de solucionar o problema de um modo visual e muito simples. No entanto 70% dos professores apresentaram resoluções com características do mundo simbólico procedimental. Foi possível perceber a utilização de fórmulas e cálculos para auxiliar na interpretação da sequência, bem como para a comprovação dos cálculos realizados.

Nessa segunda questão, ficou mais difícil perceber indícios do mundo axiomático formal, pois nem todos os professores fizeram o uso adequado das fórmulas e da linguagem matemática na resolução da questão.

Na Figura 5, é possível acompanhar o desenvolvimento da questão 2, feito por um dos professores que utilizou, basicamente, o mundo simbólico proceitual, mas também o mundo axiomático formal, ao organizar a solução do problema por meio das fórmulas.

Figura 5 – Resolução da questão 2: transição entre os mundos simbólico proceitual e axiomático formal

Questão 2) Observe o diagrama e seu padrão de organização.

a) Escreva como você pensa para descobrir a diferença entre os números A e B.

É necessário encontrar os valores de A e B. O valor de A corresponde ao 4º termo da 2ª sequência e o valor de B corresponde ao 5º termo da 1ª sequência.

b) Qual é essa diferença?

1ª sequência: B
 $a_n = a_1 + (n-1)r$
 $a_3 = 4 + (3-1)3$
 $a_5 = 13$

2ª sequência: A
 $a_n = a_1 + (n-1)r$
 $a_4 = 4 + (4-1)12$
 $a_4 = 40$

$A - B = 40 - 13 = 27$

c) Como pode ser calculada a soma dos décimos termos das sequências apresentadas? Então, que valor tem essa soma?

Encontramos os valores dos décimos termos de cada uma das sequências e então calculamos a soma entre eles.

1ª seq.
 $a_{10} = 1 + (10-1)3$
 $a_{10} = 1 + 9 \cdot 3$
 $a_{10} = 28$

2ª seq.
 $a_{10} = 4 + (10-1)12$
 $a_{10} = 4 + 9 \cdot 12$
 $a_{10} = 112$

$\begin{array}{r} 112 \\ + 28 \\ \hline 140 \end{array}$ $R = 140$

Fonte: Acervo da pesquisa (2017)

Para o que foi solicitado em (a), o professor pensa e justifica de modo correto e, para o que requisitado pelo problema, escreve e utiliza a fórmula adequada na letra (b). Ao analisar a resolução, percebe-se uma sequência de passos para apresentar o desenvolvimento da questão, como um modo de seguir em etapas. No caso da letra (b), seguindo autores como Ball, Thames e Phelps (2008), pode-se afirmar que o professor demonstra ter conhecimento específico do conteúdo e, em (a) e (c), apresenta traços de conhecimento pedagógico do

conteúdo, quando descreve o caminho que julga adequado para a resolução do problema. Ao escrever “como” solucionar a questão, parece que o professor está escrevendo o modo como explicaria aos seus estudantes uma forma de solucionar o problema. Para Cury (2012), o conhecimento do professor, em situações como a da questão 2, trataria de algo que vai além do conhecimento do conteúdo, por isso exige a integração de ideias entre o conteúdo e diferentes maneiras com que os alunos aprendem.

De acordo com a teoria de Tall (2013), é possível perceber que este professor não transitou por todos os mundos e, sim, ateve-se apenas ao uso das fórmulas para chegar ao resultado final. Este tipo de resolução mostra uma transição apenas entre os mundos simbólico proceitual e axiomático formal. Isso não quer dizer que falte domínio do conteúdo por parte do professor ou que ele não saberia proceder de outro modo, pelo contrário e como afirma Tall (2013), não é necessário que haja a transição pelos três mundos e nem que haja uma ordem nessa trajetória do pensamento.

5.2.2. Relatos sobre a avaliação e sobre como os professores consideram os erros no processo avaliativo

Com o intuito de alcançar o objetivo geral desta pesquisa, foram estabelecidas algumas metas, entre elas a de incentivar os professores a repensarem seus planejamentos pedagógicos, com base nos erros identificados em resoluções de seus alunos. Cabe ao professor elaborar seu planejamento pedagógico, prevendo instrumentos de avaliação de acordo com os objetivos de aprendizagem. Contudo isso não é o suficiente: espera-se que o professor seja capaz de identificar as dificuldades expressas por erros ou lacunas dos alunos em atividades de aula, em tarefas extraclasse ou em instrumentos próprios de avaliação. A identificação de erros deve preceder a utilização dos mesmos como uma ferramenta de reflexão junto aos estudantes, além de sugerir ações que os levem a superá-los.

No segundo encontro do curso de formação, para dar início a uma discussão nesse sentido e, também, conhecer como os professores pensavam a avaliação e se realizaram as leituras propostas como estudos teóricos, propuseram-se três perguntas, a serem respondidas por meio de uma tabela, que foi preenchida: “1) Como você avalia o seu aluno? 2) Como você gostaria de fazer essa avaliação? 3) Após os estudos teóricos abordados no curso, o que você mudaria? Justifique”.

O referencial teórico abordado para auxiliar os professores a repensarem suas estratégias e planejamentos pedagógicos foi elaborado tendo como base os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) sobre os tipos de conhecimentos necessários para o ensino da Matemática, a ideia do erro como um trampolim para a aprendizagem, proposta por Borasi (1996), e o texto de Cury (2012), que abordou a significância do erro para a construção do conhecimento.

No Quadro 8, a seguir, estão organizadas as respostas dos cinco participantes que compareceram ao encontro no qual essa atividade foi desenvolvida. Para proteger a identidade dos participantes, eles serão nomeados P1, P2, P3, P4 e P5. Na leitura do quadro, é possível perceber que, desses cinco participantes, apenas dois manifestaram intenção de mudança em suas avaliações, enquanto que os demais deram a entender que estão satisfeitos com a avaliação da forma como procedem.

Quadro 8 – O que os professores pensam sobre a forma como avaliam seus alunos

Como você avalia seus alunos? Você gostaria de fazer algo diferente do que faz?⁶			
Participante	Como eu faço...	Como eu gostaria de fazer...	Após estudo teórico...
P1	Avaliações escritas do que foi estudado em aula, atribuindo uma nota. Normalmente são três avaliações por trimestre e a quem não atinge a média, ofereço uma avaliação de recuperação somativa, pois está no regimento da escola.	Sem precisar fazer avaliação escrita atribuindo nota, que eu pudesse avaliar o aluno continuamente, observando a aprendizagem dele. A avaliação escrita seria para diagnosticar o que o aluno sabe ou não sabe e não para atribuir uma nota.	Como eu faço mudaria, mas está no regimento da escola, preciso mensurar a aprendizagem do aluno por nota.
P2	Geralmente por trimestre: - 1 prova individual e sem consulta - 2 trabalhos - Reservo uma parte da nota para: - Atividades realizadas	Desta mesma maneira. Acredito que a avaliação tipo prova é de fundamental importância, pois neste momento o diagnóstico também acontece, pois não há intervenções e o aluno é desafiado por ele mesmo.	Não, pois após realizadas as intervenções o aluno deve estar apto para resolver as situações e se apropriar do conhecimento.

⁶ As respostas dos participantes foram transcritas literalmente.

	<ul style="list-style-type: none"> - Temas feitos - Caderno - Participação - Estudos de recuperação durante o trimestre - Prova de recuperação no final do trimestre 		
P3	<p>Na escola em que trabalho temos que fazer três avaliações, não precisando ser necessariamente através de provas. Pode ser trabalho, caderno, produção em aula, enfim, o professor define o que irá avaliar e qual a forma. É através de menção NA (não atingiu) AP (atingiu parcial) e A (atingiu). No final do trimestre, para quem obteve NA é feito uma síntese descritiva do que o aluno não atingiu e o que o mesmo pode fazer para melhorar.</p>	<p>Para mim, não foi fácil a adaptação desse método de avaliação por menção, preferia nota, mas com os objetivos que menciono na prova acredito que consigo avaliar melhor meu aluno. E gostaria que o 6º ano não fosse tão grande (34 alunos).</p>	<p>Não mudaria, pois estou gostando de avaliar por menção e após a correção da avaliação eu retomo com eles as questões para verificarem qual o erro e se perceberem a forma correta de resolução.</p>
P4	<p>Na minha escola a avaliação é por nota. Média 50%. Aplica uma prova, vários trabalhos, avalio aspectos formativos e sempre que possível algum trabalho em conjunto com outra área do conhecimento. E a recuperação no final ou durante o trimestre.</p>	<p>Só gostaria que a média da escola fosse no mínimo 60%. Tenho liberdade para fazer as minhas avaliações da maneira que eu achar mais adequado. Muitas vezes já sabemos onde o aluno vai errar, é fácil saber o conteúdo que gera mais erros. Acho que seria interessante trabalhar com alguma coisa que inquietasse os alunos com esses erros.</p>	<p>Sim. Só incluiria uma avaliação para que o aluno reavaliasse os seus erros. Exemplo: Faz uma prova e ao passar a limpo as questões erradas, o professor deve organizar uma estratégia para que ele aprenda a partir do erro.</p>

P5	Faço 3 avaliações: 2 provas valendo 10 pontos e 1 trabalho valendo 4 pontos. O restante é uma avaliação qualitativa global. Acho importante fazer as provas com as habilidades e conceitos planejados no início do trimestre, sempre levando em consideração a diferença entre os alunos, flexibilizando da melhor forma possível.	Gosto da maneira que faço, porém gostaria de ter mais tempo para trabalhar as habilidades ainda não alcançadas, pois assim, seria uma avaliação mais justa dos nossos alunos.	Não mudaria a forma de avaliação, pois como o conhecimento é construído durante o processo de aprendizagem e para mim é importante à avaliação para uma análise mais justa.
----	--	---	---

Fonte: Acervo da pesquisa, 2017.

De acordo com Cury (2012), é necessário que o professor tenha conhecimento sobre o conteúdo, pois necessita tomar decisões, que cabem somente a ele, sobre como e quando trabalhar com os tipos de erros feitos pelos alunos, ainda na fase do processo de análise desses erros. O professor precisa decidir o que fazer e como proceder com diferentes níveis de erros recorrentes nas respostas dadas em uma sala de aula.

Para dar o suporte necessário a esse dilema pedagógico, Ball, Thames e Phelps (2008) caracterizam o profissional da Educação Matemática como detentor de diferentes tipos de conhecimento matemático, entre eles: o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo, o conhecimento do conteúdo e do estudante, o conhecimento do conteúdo e do ensino e o conhecimento horizontal do conteúdo. Esses tipos de conhecimento podem ser observados nos relatos de participantes, como o do professor P1 na resposta ao segundo questionamento: ele apresenta uma justificativa que leva em conta o que ele já conhece sobre seus estudantes e qual seria a melhor maneira de avaliar aquela turma. A afirmação feita por esse participante remete ao terceiro tipo de conhecimento citado por Ball, Thames e Phelps (2008).

Já o professor P3, ao responder ao terceiro questionamento, argumenta de modo a manifestar seu conhecimento específico do conteúdo, pois, sem ele, não consegue analisar os erros feitos pelos estudantes de modo a possibilitar uma discussão válida e decidir qual o

melhor procedimento a ser utilizado em cada caso. Por fim, o professor P5, ao responder ao segundo questionamento, demonstra sua preocupação perante o entendimento dos estudantes; está interessado em se compreenderam todo o conteúdo no tempo que lhe é disponibilizado para tratar de cada assunto. Ball, Thames e Phelps (2008) caracterizam esta preocupação com a seleção dos conteúdos de acordo com o tempo como sendo parte do conhecimento comum do conteúdo e também do conhecimento do conteúdo e do estudante: o professor precisa delimitar o que o educando realmente precisa saber em seu cotidiano.

Em outras respostas, observa-se que há comprometimento dos professores com a construção do conhecimento do aluno, por exemplo, quando P1 cita: “A avaliação escrita seria para diagnosticar o que o aluno sabe ou não sabe, e não para atribuir uma nota”. Também é possível perceber que há entendimento do sentido das atividades de avaliação como um possível instrumento para a retomada de erros, quando P3 afirma: “[...] após a correção da avaliação eu retomo com eles as questões para verificarem qual o erro e perceberem a forma correta de resolução.” Por sua vez, a fala do professor P5: “[...] gostaria de ter mais tempo para trabalhar as habilidades ainda não alcançadas” refere uma concepção global de formação de um estudante, que requer o desenvolvimento de diferentes habilidades.

É possível notar que vários desses professores fazem uso do conhecimento do conteúdo e dos estudantes que, de acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), pode ser identificado quando, por exemplo, o professor antecipa o que os alunos vão pensar sobre o assunto e quais serão as suas dificuldades. Evidência disso é a fala do participante P4: “[...] muitas vezes já sabemos onde o aluno vai errar, é fácil saber o conteúdo que gera mais erros.”.

Os participantes P2 e P3 citam a prova como um instrumento diagnóstico que auxilia na avaliação da condição de aprendizagem dos estudantes. Conforme argumenta Luckesi (2014), o professor deve estabelecer uma relação de atenção entre o que o aluno desenvolve em sua avaliação e o que ele mesmo espera encontrar nela. Em situações de prova, o estudante só irá satisfazer cada vez mais o professor, ao aproximar-se do ideal estabelecido, como se houvesse apenas um padrão de resoluções e não a sua intuição e o seu raciocínio. Nesses casos, e ainda de acordo com esse autor, a análise dos resultados dos estudantes não será inteiramente subjetiva. É necessário levar em conta que a avaliação conduz a uma tomada de decisões sobre o que se pode ou não considerar em relação ao que o aluno desenvolveu em cada questão.

Observando, outra vez, a resposta do participante P5, que diz que gostaria de “ter mais tempo para trabalhar as habilidades ainda não alcançadas”, é possível estabelecer um vínculo com o discurso de Cury (2013), quando explica que vários matemáticos trabalham com a análise de erros, no entanto a sala de aula, onde seria o ambiente mais favorável para esta troca de ideias, é o local onde menos são realizadas essas discussões. No relato de P5, é possível perceber que, se houvesse mais tempo disponível para tratar de assuntos diversos durante sua aula, talvez esse professor fizesse uso dos erros cometidos por seus estudantes para desenvolver as habilidades que ainda não foram alcançadas, como ele próprio citou.

Diferentemente dos outros participantes, P1 cita uma possível eliminação das atividades que atribuem notas aos alunos, sugerindo avaliações contínuas em que pudesse observar a aprendizagem de seus estudantes durante todo o percurso, e não apenas em um instrumento ou material. Luckesi (2014) abomina o tipo de avaliação classificatória e que rotula os estudantes de acordo com seus resultados. O autor denomina esse tipo de avaliação como um castigo em forma de tirania. Borasi (1996), por sua vez, acredita que ela pode servir para a utilização do erro como impulso à aprendizagem, pois o descarte das respostas erradas implica em acúmulos de dúvidas e prováveis empecilhos aos novos aprendizados.

As respostas dos professores a estes questionamentos, após o estudo teórico, não sofreram grandes alterações como é possível observar no Quadro 4. Em sua grande maioria, os professores conhecem a importância da avaliação na vida dos estudantes e o quanto ela pode influenciar em seu desenvolvimento escolar. Foi possível observar que esses professores, mesmo querendo trabalhar de maneira diferente, muitas vezes são barrados pela política educacional da escola ou, até mesmo, julgados pelas famílias dos estudantes ao tentarem utilizar recursos diferentes em momentos de avaliação.

5.2.3. Planejamentos desenvolvidos pelos professores

Nesta seção, é apresentada a análise do planejamento de uma unidade de ensino, proposta durante o curso de formação continuada, em comparação com a sua reestruturação, baseada na aplicação e na análise dos erros feitos pelos estudantes. Essa atividade foi proposta com o objetivo de verificar indícios de uma possível conscientização dos professores sobre o processo de avaliação.

Com base na ideia do erro como um trampolim para a aprendizagem, de Borasi (1996), na tarefa que os professores receberam, de propor e desenvolver o planejamento de

uma unidade de ensino para os seus alunos, o desafio consistia em inserir o tema sequências e séries em algum conteúdo que foi estudado naquele período, e que integrassem, ao planejamento, um instrumento de avaliação das aprendizagens que servisse para a análise de possíveis erros realizados pelos estudantes e, então, para o novo planejamento a partir dela.

Com efeito, para o novo planejamento, foi recomendado que os professores aproveitassem os subsídios do curso e a interação com colegas para pensar as formas de avaliação praticadas, e que propusessem uma nova forma de proceder, especialmente, em relação aos erros, também como critério de avaliação dos estudantes, considerando o que fosse identificado como avanços na aprendizagem.

No planejamento inicial de um dos grupos, foi elaborada uma atividade com o jogo batalha naval, relacionando o conteúdo de múltiplos com sequências e séries. O objetivo dos professores autores, ao propor essa atividade, consistia em propiciar maior compreensão do conceito de potência como produto de fatores iguais, desafiando estudantes de turmas de 6º ano do Ensino Fundamental.

Para que o jogo pudesse acontecer, a turma foi dividida em trios, as regras do jogo foram estabelecidas e a Tabela 1 (abaixo) foi desenhada no quadro. Cada uma de suas células possuía um envelope com uma situação-problema a ser resolvida pelos trios. Os envelopes com as questões foram sorteados, para serem resolvidas no quadro por determinado grupo, mas todos os estudantes tiveram de resolver os cálculos com o objetivo de verificar se o resultado dos respondentes estava correto. Como regra do jogo, a equipe que sortear a questão é a que tem a preferência em responder; se não acertar, passa a vez para o próximo grupo, e assim sucessivamente. A ordem dos grupos foi estabelecida também por meio de sorteio.

Tabela 1 – Questões propostas na atividade Batalha Naval

A	B	C	D	E	F
$6^2 - 2^3 + 2^0 - 3^3 =$	$4^3 - 6^2 + 12^0 - 5^2 =$	$5^3 - 10^2 - 2^4 - 3^1 =$	$8^2 - 2^6 + 3^2 - 4^0 =$	$10^2 - 90 =$	$6^2 - 6 \times 4 =$
$60 : 2 - 2^3 =$	$5^2 - 3^2 - 2^2 - 2^1 =$	$7^2 - 10 \times 4 - 7^0 =$	$2^4 - 3^2 - 100^0 =$	O quadrado de dois.	$5^2 : 5^1 - 3^3 =$
O dobro do número primo onze.	O triplo de três adicionado de duas unidades	O menor número natural	Imagem 1	Imagem 2	Imagem 3
$4^2 + 3^2 + 2^3 =$	O triplo de treze	$6^2 + 3^2 =$	$2^6 - 3^2 - 2^2 =$	O dobro de trinta subtraído de três unidades	$10^2 - 6^2 - 20^0 =$
$12^2 - 10^2 =$	$13^2 - 2^7 - 3^0 =$	$13^2 - 2^7 - 3^0 =$	$5^2 + 3^2 - 2^1 =$	$11^2 - 9^2 - 12 =$	O quádruplo de seis

Fonte: Acervo de pesquisa (2017).

Conforme os alunos resolviam os cálculos e lhes respondiam, a Tabela 1 foi sendo preenchida com os resultados fornecidos, gerando a Tabela 2; como esperado pelos professores proponentes, foi possível, aos estudantes, perceber a presença de algumas seqüências numéricas, como linhas da tabela.

Tabela 2 – Situação final da Tabela 1 após ser preenchida pelos estudantes

	A	B	C	D	E	F
1	2	4	6	8	10	12
2	12	10	8	6	4	2
3	22	11	0	Imagem 1 ⁷	Imagem 2	Imagem 3
4	33	39	45	51	57	63
5	44	40	36	32	28	24

Fonte: Acervo de pesquisa (2017).

⁷ As imagens contidas dentro da tabela referem-se a desafios sobre seqüências e séries que o professor participante sugeriu em seu planejamento.

Ao retornarem ao curso, os professores que desenvolveram o planejamento relataram que eles gostaram de inserir o conteúdo de sequências e séries no conteúdo que estavam lecionando naquele período, e que os estudantes ficaram surpresos com a “aula diferente”.

O que se quer enfatizar, aqui, é a atenção que se conseguiu despertar nos professores em relação à análise dos erros apresentados pelos estudantes. Depois de um breve relato sobre a aplicação dos planejamentos e de uma retomada sobre os tipos de conhecimentos necessários para o ensino da Matemática (BALL, THAMES e PHELPS, 2008), diversos professores expuseram suas novas preocupações e a intenção de não mais considerarem as resoluções e respostas apenas como certas ou erradas, mas, sim, de fazerem delas uma fonte de aprendizado, preferencialmente com estratégias diferenciadas, para aplicar com toda a turma, animando-os a retomar discussões sobre dificuldades que impediam ou dificultavam a aprendizagem.

Após essas reflexões sobre a importância do erro como estratégia pedagógica para a aprendizagem, os professores planejaram novamente a mesma unidade de ensino, dessa vez, porém, pensando nos possíveis erros que poderiam surgir ao longo do percurso de sua aplicação.

Como é possível observar a seguir, na Tabela 3, os participantes que elaboraram o jogo da batalha naval optaram por fazer alterações somente no que dizia respeito aos desafios que os estudantes deveriam responder, tentando, de certa forma, prever quais seriam as possíveis dúvidas que teriam, com base na primeira vez que aplicaram o jogo. Os professores mostraram-se mais preocupados em relação aos questionamentos que os estudantes fizeram anteriormente. Dessa forma, é possível perceber que, na nova tabela, ocorreu um aumento no grau de complexidade das questões, o que também se deve ao fato de os professores terem analisado as respostas dadas no primeiro momento. Visando um maior desenvolvimento matemático por parte de seus estudantes, pode-se concluir que, na Tabela 2, os professores pretendiam que os alunos pudessem transitar pelos três mundos da Matemática, de modo a se sentirem desafiados por algo difícil de fato, mas não impossível, e que ao final lhes proporcionasse o prazer de chegar à solução correta (TALL, 2013).

Tabela 3 – Questões planejadas com base nos erros dos estudantes na atividade Batalha Naval

A	B	C	D	E	F
Qual o valor de dois ao quadrado?	$3^2 - 3^0$	$4^2 - 2^2$	$2^4 + 0^6$	$5^2 - 5^1$	$3^3 - 3^1$
$5^2 - 4^1$	$2^4 + 2^1$	$3^2 + 6^1$	$3^2 + 3^1$	$2^3 + 2^1$	$3^2 - 3^1$
$9^2 - 8^2$	Imagem1	O triplo do número seis	Imagem2	Imagem3	Imagem4
$3^3 - 10$	O dobro de dez subtraído de uma unidade	$5^2 - 1^1$	Qual o valor de cinco elevado ao quadrado, subtraído de duas unidades?	$2^5 - 7^1$	$6^2 - 3^2$
$3^3 - 1$	$4^2 + 10^1$	$2^4 + 2^3$	$5^2 - 3^1$	$3^3 - 7^1$	$7^2 - 31$

Fonte: Acervo de pesquisa (2017).

A mudança nas atitudes dos professores, ao se posicionarem sobre os erros como aliados da aprendizagem, pode ser percebida quando se analisam os diferentes níveis de questões propostos no novo planejamento, em comparação ao original, e se observa que o professor passa a pensar em seus estudantes como pessoas diferentes entre si e que aprendem, portanto, de maneiras distintas. Tall (2013) afirma que as crianças já nascem pré-dispostas a desbravarem o mundo, porém as descobertas frustrantes as fazem recuar. Quando o professor de Matemática se aproxima do aluno, desafiando-o, demonstrando que acredita que ele é capaz e mostrando que o resultado final de uma avaliação não é um rótulo ou um castigo (LUCKESI, 2014), a aprendizagem resulta, por vezes, apenas como uma consequência desse ato.

5.2.4. Autoavaliação e a avaliação do curso

No último encontro do curso de formação, foi solicitado, aos quatro professores presentes, que respondessem um questionário (Apêndice F) com perguntas de autoavaliação e

de avaliação do curso. As perguntas feitas referiam-se ao envolvimento dos professores nas atividades e discussões propostas sobre a análise de erros, à utilização dos erros como estratégia pedagógica, à inserção do assunto sequências e séries em diferentes conteúdos, ao planejamento desenvolvido durante o curso e à avaliação de seus estudantes. A proposta de realização uma autoavaliação é apoiada por Cury (2004), que afirma que sua utilização é uma etapa a mais do processo de aprendizagem no qual, neste caso, os professores estavam envolvidos.

Ao realizar uma autoavaliação, o indivíduo vai além de examinar ou verificar suas ações, compreensões e criações, ele também avalia seu papel como aprendiz: seu desempenho, suas habilidades e competências. A autoavaliação aborda um processo cognitivo complexo, no qual o indivíduo pensa e julga suas ações com o objetivo de aperfeiçoar sua conduta ou conhecimentos que ainda não lhe parecem claros o suficientemente. Por ter uma forte característica reflexiva e ser de natureza diagnóstica, a autoavaliação busca respostas do aprendiz que, após a análise, serão utilizadas pelo educador em reflexões sobre possíveis novas estratégias para o ensino e aprendizagem.

Como alternativa para avaliar o que se propiciou com o curso de formação e indo ao encontro das ideias de Luckesi (1996), foi preciso propor um tipo de avaliação diagnóstica da situação. O propósito foi verificar se foram promovidos avanços, e de que tipo, com a realização no curso. Buscou-se, ainda, avaliar o alcance do objetivo geral desta pesquisa, que consistia em **analisar os efeitos do curso de formação sobre a análise de erros relacionada ao conteúdo de sequências e séries na conscientização de professores a respeito do processo avaliativo.**

O curso de formação continuada, proposto e aplicado, foi criado com base nos objetivos a seguir, conforme consta no Apêndice A, todos diretamente ligados ao objetivo geral desta pesquisa:

- a) (Re)construir alguns conceitos sobre sequências e séries, de modo a familiarizar os professores com este conteúdo.
- b) Vivenciar uma experiência de análise de erros, entre colegas do curso, em atividades de sequências e séries.
- c) Conhecer e discutir estratégias de aprendizagem que podem colaborar para inovar e aprimorar a prática docente.
- d) Conhecer estudos que consideram o erro como uma possibilidade pedagógica para promover avanços na aprendizagem.

- e) Utilizar o erro identificado em produções dos estudantes para (re)planejar estratégias de aprendizagem.

A proposição dos objetivos na ordem em que estão colocados segue o desenvolvimento do curso, no entanto não há uma prioridade de uns sobre os outros. Todos compõem metas que, juntas, propiciaram uma análise de aspectos do curso que favoreceram as aprendizagens que estavam sendo propostas.

Para que houvesse melhor entendimento em relação aos indicativos de cada um dos objetivos do curso, as perguntas do questionário aplicado aos participantes foram reorganizadas de modo a separar os itens que se referem à avaliação do curso daqueles que tratam sobre a autoavaliação dos professores.

A seguir, é possível acompanhar as Tabelas 4 e 5, nas quais se encontram as perguntas e suas respectivas frequências de respostas entre os quatro professores, separadas por tópico.

Tabela 4 – Questões referentes à autoavaliação dos participantes do curso de formação

Questionamento	Sim	Nem sempre	Não
1. Consegui recuperar/construir conceitos sobre sequências e séries?	4	0	0
2. Consigo planejar situações de sequências e séries em diferentes conteúdos?	3	1	0
3. Antes do curso, eu já conhecia ou utilizava a análise de erros em sala de aula?	0	3	1
4. Adquiri conhecimentos sobre a análise de erros?	4	0	0
5. Consigo aplicar conhecimentos sobre a análise de erros?	3	1	0
6. Reconheço o erro como uma possibilidade pedagógica para promover avanços na aprendizagem?	3	1	0
7. Minha prática docente é diferente, de alguma forma, depois do curso?	3	1	0
8. Os alunos foram receptivos ao novo planejamento de ações a partir do erro?	1	2	0
9. Os alunos melhoraram as aprendizagens com as atividades que consideraram os erros?	2	1	0
10. Pretendo continuar utilizando erros como uma estratégia pedagógica?	3	1	0
11. Cumpri com as atividades propostas no curso?	2	2	0

12. Consegui me envolver com o curso de modo a ter proveito na minha prática docente?	4	0	0
13. Gostaria de continuar estudando sobre erros na aprendizagem em Matemática?	4	0	0

Fonte: Elaboração da autora, (2018).

Tabela 5 – Questões referentes à avaliação do curso de formação

Questionamentos	Sim	Nem sempre	Não
14. Conheci estratégias de aprendizagem que podem colaborar para aprimorar a minha prática docente?	4	0	0
15. O curso me auxiliou a conceber diferentes modos de avaliar?	2	2	0
16. Achou importante conhecer teorias que abordam o erro no processo ensino e aprendizagem?	4	0	0
17. Os conhecimentos promovidos no decorrer do curso são relevantes para o ensino e aprendizagem de Matemática?	4	0	0
18. Com o curso que realizamos, sente-se apto(a) a identificar tipos de erros e, a partir deles, elaborar uma estratégia pedagógica para avançar na aprendizagem?	1	3	0
19. As ideias importantes foram esclarecidas ou complementadas, quando necessário?	3	1	0
20. As situações ilustrativas foram relevantes e adequadas ao conteúdo do curso?	3	1	0
21. A ministrante demonstrou competência nos conteúdos abordados?	4	0	0
22. A organização e o desenvolvimento do curso colaboraram para que houvesse entendimento das questões abordadas?	4	0	0
23. O curso possibilitou uma reflexão sobre a sua prática docente?	4	0	0
24. Considera que teve aproveitamento com o curso?	4	0	0
25. Houve o alcance das suas expectativas?	3	1	0
26. Recomendaria este curso para outros colegas?	3	1	0

Fonte: Elaboração da autora, (2018).

A fim de verificar o alcance do primeiro objetivo do curso, tomaram-se os questionamentos 1 e 2, listados na Tabela 4, de onde é possível concluir que, no que diz respeito à reconstrução de alguns conceitos sobre sequências e séries, bem como a utilização deste conteúdo no planejamento de diferentes situações de ensino, o objetivo do curso foi parcialmente atingido. Todos os professores responderam que resgataram conhecimentos sobre o conteúdo, mas um deles expressou que não conseguia utilizá-los no planejamento de outros conteúdos. Ball, Thames e Phelps (2008) tratam essas duas situações, tanto a recuperação de conteúdos quanto a decorrente prática do planejamento didático, como sendo ações pertencentes ao mundo do professor e afirmam que ambas podem ser consideradas como tipos de conhecimentos necessários para o ensino da Matemática.

No que diz respeito aos objetivos relacionados ao conhecimento de novas estratégias de aprendizagem, especialmente sobre estudos que consideram o erro como uma possibilidade pedagógica, questionamentos como os das perguntas 4, 6, 7, 10 da Tabela 4 e 12, 14, 16, 17 e 23 da Tabela 5 mostram que os professores afirmaram ter conhecido novas estratégias, entre elas algumas sobre o papel construtivo do erro. Todos os professores reconheceram que adquiriram conhecimentos sobre análise de erros e 75% afirmaram que o erro é uma possibilidade pedagógica para promover avanços na aprendizagem, que a sua ação docente não é a mesma depois do curso realizado e que pretendem considerar o erro em sua prática em sala de aula. Cury (2004) defende a ideia de que propostas de formação continuada devam ser oferecidas aos professores a qualquer momento de suas carreiras, do mesmo modo que os erros e obstáculos devem ser discutidos pelos professores, tanto com seus estudantes, quanto com seus colegas. Partindo das respostas obtidas, pode-se afirmar que o terceiro e quarto objetivos do curso foram alcançados de maneira satisfatória.

O último objetivo a ser atingido com o curso, que se refere à utilização do erro para o novo planejamento de unidades de ensino, pôde ser verificado por meio das respostas das questões 5, 8, 9 e 18. Como é possível averiguar nas tabelas 4 e 5, esse objetivo foi parcialmente alcançado: 75% dos professores afirmaram que conseguiram aplicar conhecimentos sobre a análise de erros; 50% declararam que os seus alunos foram receptivos aos novos planejamentos e que avançaram na aprendizagem com as novas atividades propostas, enquanto que os outros 50% dos alunos aceitaram, mas não com satisfação, as novas atividades e que não melhoraram significativamente com elas. Finalmente, apenas um professor afirmou que se sente em condições de identificar erros e de elaborar, a partir deles,

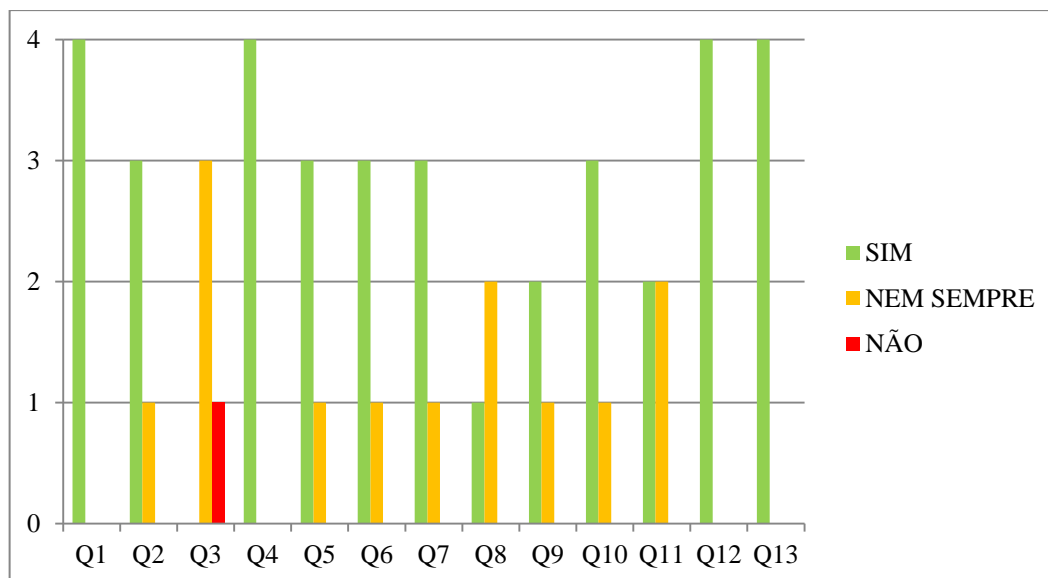
estratégia de melhoria da aprendizagem; os demais, 75%, se reconhecem parcialmente aptos nessa competência.

Uma visão geral dos resultados obtidos na análise dos questionamentos feitos aos professores participantes permite relacionar as respostas a diferentes aspectos teóricos levantados até aqui: Cury (2012) defende a formação continuada que instiga professores a buscarem por mais conhecimento em sua área de atuação; ela acentua, também, a importância de se observar os erros dos estudantes de forma cautelosa e produtiva para a aprendizagem. Borasi (1996) assume que nem todos os erros são fontes produtivas para favorecer o entendimento e auxiliar no ensino dos conteúdos, no entanto, sugere que os professores tenham um olhar mais cauteloso e diagnóstico para as avaliações, passando a considerar o erro não apenas como um obstáculo na aprendizagem, mas como parte fundamental. Tall (2013) enfatiza que diferentes indivíduos aprendem de maneiras heterogêneas e ressalta a liberdade de transição entre os três mundos da matemática ao refletir sobre diferentes situações. Além disso, Luckesi (2014) afirma que o professor é responsável por escolher qual é a forma mais adequada de se avaliar os estudantes, mas discorda da utilização de rótulos e outros tipos de taxações atribuídas aos alunos de acordo com suas notas.

As respostas dadas pelos professores participantes do curso e outros comentários que apresentaram em momentos de discussão e de reflexão confirmam que eles se mostram preocupados com a sua formação continuada, que pretendem se envolver com atualização sobre conhecimentos necessários ao professor sempre que tiverem oportunidade e que consideram extremamente importantes as vivências em que podem compartilhar com diferentes colegas suas experiências positivas e suas frustrações. Durante alguns encontros do curso, ouviram-se também algumas queixas de que não se lembravam mais do conteúdo ou de que propor algo diferente em seus planejamentos poderia ser difícil. No entanto, ao chegar o final o curso, alguns dos professores que apresentavam resistência em pensar de uma maneira diferente relataram sua satisfação em recuperar conceitos esquecidos e também em ter conseguido realizar algo inovador em suas salas de aula.

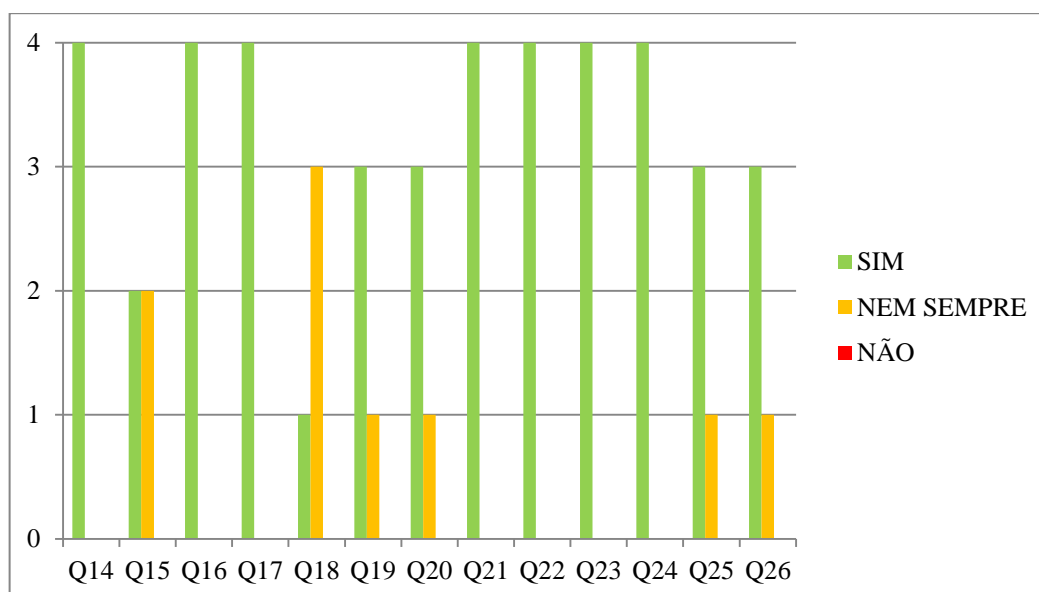
No que segue, é possível observar dois gráficos, como uma síntese visual das respostas das vinte e seis perguntas do questionário de autoavaliação (Figura 6) e de avaliação do curso (Figura 7), respondido pelos quatro professores presentes no último encontro.

Figura 6 – Respostas dos professores: autoavaliação



Fonte: Elaboração da autora (2018).

Figura 7 – Respostas dos professores: avaliação do curso de formação



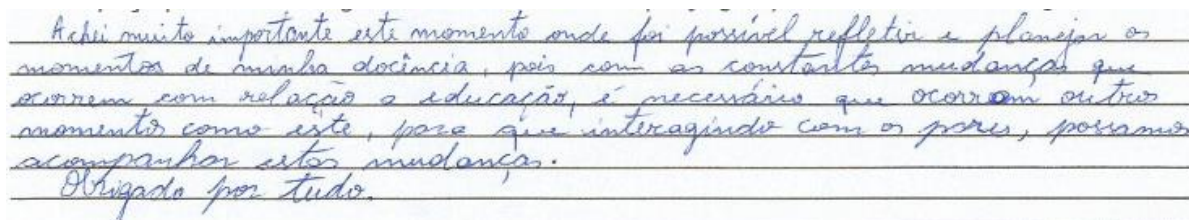
Fonte: Elaboração da autora (2018).

A constatação de que a grande maioria das perguntas teve como resposta “sim”, tanto na autoavaliação quanto na avaliação do curso, é indicativo de que os objetivos do curso foram satisfatoriamente alcançados. A partir disso, foi possível estabelecer uma relação direta com o objetivo geral desta pesquisa, que diz respeito à análise dos efeitos desse curso sobre a conscientização dos professores participantes a respeito do processo de avaliação. O único

questionamento em que prevaleceu a resposta “nem sempre”, tendo também um “não”, foi o terceiro, para o qual os professores deveriam responder se já conheciam ou utilizavam a análise de erros em sala de aula. Este resultado “negativo” foi identificado como um aspecto positivo, pois de acordo com os participantes, o curso proporcionou novidades teóricas e práticas extremamente relevantes para análise e consideração dos erros no processo de aprendizagem.

Dessa forma, pela visão geral dos gráficos, é possível verificar que os objetivos que eram específicos do curso e, conseqüentemente, os objetivos desta pesquisa foram alcançados de modo satisfatório. Ainda se tratando da autoavaliação e da avaliação do curso, constatou-se que os professores deixaram registrado que sua participação no curso foi proveitosa, como oportunidade de ampliar seus horizontes em relação a diferentes estratégias de ensino, incorporando a análise de erros e também partes do conteúdo de sequências e séries a diferentes abordagens matemáticas. Essa afirmação pode ser verificada em depoimentos que os professores deixaram no final do questionamento, como o que é apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Resposta de um dos professores participantes sobre curso de formação



Achei muito importante este momento onde foi possível refletir e planejar os momentos de minha docência, pois com as constantes mudanças que ocorrem com relação a educação, é necessário que ocorram estes momentos como este, para que interagindo com os pares, possamos acompanhar estas mudanças.
Obrigada por tudo.

Fonte: Dados da pesquisa, (2018).

Ao conduzir os estudos desenvolvidos no curso de formação continuada, a professora pesquisadora, ouvindo e gravando alguns relatos dos participantes, pôde constatar, ainda, o desabafo de uma professora ao relatar que normalmente, a pior turma sempre vem acompanhada de lacunas no conhecimento e que, é preciso retomar conteúdos, mesmo que o fator de interferência na aprendizagem tenha sido o mau comportamento. Aprender a dar atenção a erros antigos, lacunas e defasagens de anos anteriores pode ajudar muito o desenvolvimento da aprendizagem. A possibilidade de trocar ideias de como lidar com tais situações e, também, compartilhar nossas agonias com outros colegas de profissão em cursos como esse é algo que deveria ser oportunizado mais vezes aos professores. Eu particularmente não utilizava o assunto sequências e séries a não ser se o livro didático o citasse. Esse relato vem ao encontro do objetivo do curso que pretendia proporcionar aos participantes a vivência

positiva de uma experiência em análise de erros entre os participantes do curso, em atividades relacionadas a sequências e séries.

Ao longo desta pesquisa, a professora pesquisadora pôde constatar que sua experiência neste trabalho provocou uma transformação significativa da sua visão em relação ao caráter científico de sua conduta pedagógica. Foram aprimoradas as habilidades relacionadas ao planejamento, que era puramente empírico e que, agora, integra fundamentos teóricos, considerando a importância da conscientização em relação ao erro como possível estratégia pedagógica para a aprendizagem.

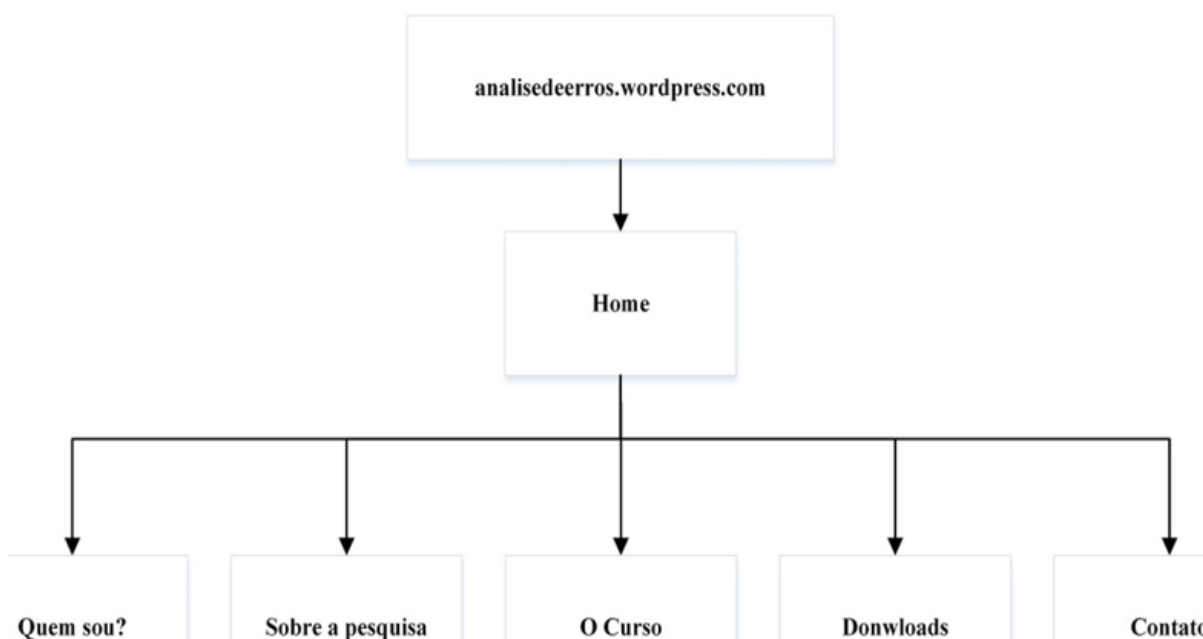
O processo de evolução do conhecimento da professora pesquisadora ocorreu devido ao alinhamento de conhecimentos compartilhados pelos professores do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Tanto o conhecimento científico quanto o envolvimento pessoal de cada um desses professores foram elementos fundamentais e estruturantes na construção deste trabalho, principalmente no que diz respeito às suas experiências no campo da pesquisa científica.

6. PRODUTO EDUCACIONAL RESULTANTE DA DISSERTAÇÃO

Como produto final desta dissertação, foi criada uma página Web com o conteúdo do Curso de formação continuada sobre sequências e séries voltado para a análise de erros, bem como com o aporte teórico fornecido para os participantes durante o curso. Está disponível, também, o material desenvolvido pelos participantes, como forma de compartilhá-lo com outros professores que também queiram aplicar, em suas salas de aula, as atividades e dinâmicas propostas e criadas nos planejamentos desenvolvidos ao longo do curso.

A página Web está disponível em <<http://analisede erros.wordpress.com>> e também na página do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da UCS, em link específico destinado ao produto educacional. A seguir, na Figura 9, é possível acompanhar o mapa do site, no qual estão listadas as suas seções.

Figura 9 – Mapa do site: seções



Fonte: a autora (2018).

Ao acessar a página Web, o usuário é direcionado à página inicial (Home), em que se encontra uma apresentação detalhada do produto educacional resultante desta pesquisa. Nesta seção, de introdução aos conteúdos da página, estão disponíveis informações sobre a origem e os objetivos desse produto. Apresenta-se, então, um breve descritivo do conteúdo disponível, listado abaixo:

- a) **Quem sou?:** apresentação da professora pesquisadora.
- b) **Sobre a pesquisa:** informações sobre aspectos mais relevantes da pesquisa realizada.
- c) **O curso:** planejamento do curso de formação continuada para professores, no conteúdo de sequências e séries, voltado para a análise de erros.
- d) **Downloads:** materiais disponíveis para download, relacionados ao curso de formação continuada que foi realizado, como o embasamento teórico e as atividades que envolvem sequências e séries desenvolvidas pelos professores participantes.
- e) **Contato:** formulário para contato com a professora pesquisadora.

A criação desta página Web permite, também, aprofundar o tema desta pesquisa, através do diálogo, da troca de experiências e discussões com professores sobre erros e sobre análise de erros, da integração de outras propostas de formação continuada ou de planejamentos de ensino que abordam o erro como recurso de apoio à aprendizagem e ao processo de avaliação da aprendizagem.

7. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo são apresentadas, em destaque, as conclusões sobre os resultados da análise dos dados, em relação ao alcance do objetivo geral e à elaboração da resposta à questão de pesquisa que guiou a construção desta dissertação.

É importante ressaltar que, ao longo desta pesquisa, o termo “erro” foi utilizado para designar um elemento essencial e naturalmente inerente para a construção do conhecimento, e não abordado em referência a um caráter genérico, que o considera como uma resposta que não contém o conteúdo esperado pelo avaliador. Essa é a mesma designação de erro encontrada na literatura sobre a análise de erros, como a que compôs a fundamentação teórica desta dissertação e também a revisão bibliográfica feita pela pesquisadora.

No início das análises, antes das reflexões diretamente relacionadas aos dados produzidos com o curso de formação continuada, foi possível perceber que sequências e séries é um assunto que não integra o campo de conhecimentos consolidados de estudantes de licenciatura e até mesmo de professores mestrados, como foi destacado com o teste do SECOPROF, aplicado primeiramente no projeto em si e, em seguida, como investigação de interesse pessoal da professora pesquisadora deste trabalho. O que motivou a abordagem desse conteúdo em específico foi, ainda, o fato de ser um conhecimento presente em diferentes momentos do Ensino Fundamental, conforme documentos nacionais (Brasil, 2015), e a dificuldade encontrada também pelos professores participantes do curso de formação ao responderem o teste sobre esse conteúdo. Desse modo, justifica-se a importância de se trabalhar conteúdos referentes a sequências e séries com professores em formação continuada.

O objetivo geral desta pesquisa de dissertação de mestrado foi analisar os efeitos de um curso de formação continuada sobre análise de erros que fez relações com o conteúdo de sequências e séries na conscientização de professores a respeito do processo de avaliação. Ao serem analisadas as respostas dos professores sobre métodos de avaliação, antes e depois do aporte teórico oferecido durante os encontros, conclui-se que muitos professores consideram a avaliação como um importante processo e não como um resultado final. Corroborando com essa ideia, Luckesi (2014) destaca que a avaliação não deve ser instrumento de tortura e ameaça dentro da sala de aula. Vale notar, também, que, em casos em que os professores não cogitaram mudar seus critérios de avaliação, a razão foi o cumprimento das regras da escola em que trabalham, referentes ao processo avaliativo.

Finalmente, a principal conclusão obtida das análises está relacionada aos planejamentos feitos pelos professores durante o curso. Deles, foi destacado o planejamento inicial de um dos grupos, que desenvolveu o jogo da batalha naval para revisar os números múltiplos e, assim, trabalhar potências de modo a fazer surgir o assunto sequências e séries, na comparação com a unidade replanejada.

Ao observar a atividade proposta no novo planejamento, que resultou da análise de erros quando da aplicação original, foi possível constatar que os professores consideraram possíveis erros que poderiam acontecer, sendo este fato uma evidência de conscientização por parte dos professores. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), esta percepção que os professores tiveram trata-se da utilização do conhecimento do conteúdo e do estudante, neste caso em específico, quando o professor planeja a sua aula já prevendo quais serão os possíveis erros e prepara estratégias de intervenção para que haja o envolvimento dos estudantes. Com isso, espera-se impulsionar o conhecimento dos estudantes partindo dos erros relevantes (BORASI, 1996).

Ao dar início aos estudos e às atividades do mestrado, a questão de pesquisa que mobilizou e norteou o desenvolvimento de todo este trabalho, a partir da qual foi possível desenvolver o enredo dessa dissertação e para a qual se buscou construir uma resposta é: como (de que forma) os professores entendem o erro no contexto do processo de avaliação, a partir de um curso de formação continuada sobre análise de erros relacionada ao conteúdo de sequências e séries?

Para a elaboração da resposta à questão de pesquisa, considerou-se como objetivo geral a análise dos efeitos do curso de formação sobre a análise de erros relacionada ao conteúdo de sequências e séries na conscientização de professores a respeito do processo de avaliação. Com as ações previstas e definidas para esse propósito, que foram expressas como metas específicas, esse objetivo geral foi sendo alcançado ao longo do desenvolvimento da pesquisa, como se buscou demonstrar nesta dissertação.

A professora pesquisadora, ao procurar por autores que pudessem subsidiar sua pesquisa, pôde perceber, juntamente com a criação, a aplicação e o desenvolvimento do curso de formação continuada para professores, que a conscientização sobre o processo de avaliação deve ser permanente. Esse entendimento decorreu da constatação de que, estando em sala de aula, há muitos elementos externos que influenciam na prática do professor, que é quem realmente é responsável pelas avaliações dos estudantes. Cabe a ele o papel de decidir como avaliar o percurso das aprendizagens dos seus estudantes e os critérios que definem conceitos

ou notas de desempenhos, de acordo com o modo que determinado conteúdo está sendo ensinando e aprendido em sala de aula.

Como afirma Luckesi (2014), a avaliação não deve ter caráter punitivo, não pode servir para julgar ou rotular os estudantes e, sim, deve ser um instrumento pedagógico que possa auxiliar o professor a identificar quando e em que aspectos os estudantes precisam de mais auxílio para que aprendam e compreendam os conteúdos escolares. Autoras como Borasi (1996) e Cury (2012) defendem a utilização do erro em sala de aula como estratégia para auxiliar os estudantes a refletirem o caminho reverso, do resultado final ao enunciado, buscando entender se há, de fato, um erro e, em caso afirmativo, porque algo não está correto em torno daquele resultado.

Cabe ao professor gerenciar conflitos e conduzir os estudantes com questionamentos, ações e reflexões sobre os conteúdos a serem estudados, para promover situações de aprendizagem na matemática e, que produzam cada vez mais conhecimento (BALL, THAMES e PHELPS, 2008). Também é sua tarefa planejar o percurso para que seus estudantes possam desenvolver habilidades de raciocínio matemático com as atividades de aprendizagem que propõe, e que esse tipo de pensamento possa ser levado para o cotidiano que os aguarda ao saírem da escola.

De acordo com Tall (2013), crianças que desenvolvem o pensamento matemático de maneira prazerosa e desafiadora costumam ter melhor habilidade de raciocínio que outras crianças que passam por experiências traumáticas. A passagem do pensamento pelos três mundos da matemática, de acordo com Tall (2013), muda de acordo com cada indivíduo, porém, se a criança interagir com o meio externo por intermédio de experiências positivas, ela mesma, por conta de sua curiosidade, acaba se envolvendo e desenvolvendo habilidades de raciocínio matemático.

Ao finalizar esta dissertação, é possível afirmar que houve uma evolução significativa nas concepções e na forma de trabalho da professora pesquisadora em sala de aula, onde tem aplicado o que aprendeu com os estudos realizados durante o curso de mestrado, com a elaboração e desenvolvimento do curso de formação continuada, com a análise dos dados obtidos e, especialmente, com o convívio e a troca de experiências vivenciada junto aos professores participantes.

Fica registrada, como fechamento deste trabalho, a intenção de produzir e publicar artigos, enquanto se desenha também um projeto de doutorado, para dar continuidade aos estudos sobre a utilização do erro como recurso pedagógico. Deseja-se, ainda, dar seguimento

a trabalhos de pesquisa em relação aos tipos de erros relacionados ao estudo de sequências e séries e em relação às formas como professores compreendem, planejam e realizam o processo de avaliação.

REFERÊNCIAS

- BALL, D. L. From the general to the particular: knowing our students as learners of mathematics. **Mathematics Teacher**, Reston, vol. 90, n. 9, p. 732–737, Dec. 1997.
- BALL, D. L.; HILL, H.; BASS, H. Knowing mathematics for teaching: who knows mathematics well enough to teach third grade and how can we decide? **American Educator**, Washington, DC, vol. 30, n. 3 p. 14-17, 20-22, 43-46, Fall 2005.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, Nov./Dec. 2008.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1979.
- BORASI, R. **Reconceiving mathematics: a focus on errors**. New Jersey: Ablex Publishing Corporation, 1996.
- BORBA, M. D. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.
- BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior e para a formação continuada**. Brasília. MEC/ABMES, 2015.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARVALHO, E. **Formação complementar de professores de ciências biológicas: análise de um curso de atividades práticas envolvendo os conteúdos de genética, evolução e biotecnologia**. 2015. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Londrina, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2015.
- CASTANHO, S. B. **Análise de erros no ensino fundamental: uma transição do 5º para o 6º ano**. 2015. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Maria, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, 2015.
- COSTA, J. R. **Desenvolvimento profissional de professores que lecionam matemática no ensino fundamental: possibilidades a partir da reflexão sobre os erros dos alunos**. 2014. Tese (Doutorado), Universidade Estadual de Maringá, Programa de Pós Graduação em Educação para Ciência e a Matemática, 2014.
- COSTA, L. M. C. L. **Proposta de um curso de nivelamento de física básica em tópicos de mecânica e avaliação da aprendizagem em física de alunos ingressantes nos cursos de engenharia**. 2015. Dissertação (Mestrado), Fundação Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, 2015.
- CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

CURY, H. N. Erros, dificuldades e obstáculos em produções escritas de alunos e professores. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. F. T. (Org.). **Marcas da educação matemática no ensino superior**. Campinas: Papyrus, 2013. p. 15-41 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

CURY, H. N. O conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros. In: CURY, H, N.; VIANNA, C, R. (Org.). **Formação do Professor de Matemática: reflexões e propostas**. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012. p. 19-48.

DEMO, P. **Metodologia da investigação em educação**. [livro eletrônico]. Curitiba: Intersaberes, 2013.

ESPINDULA, N. A. **A concepção do erro como uma estratégia de revisão do processo de ensino e aprendizagem em matemática nível fundamental**. 2010. Dissertação (Mestrado), Universidade do Vale do Taquari, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, 2010.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percurso teórico e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FUSIGER, J. M. **Análise de erros no cálculo de perímetro e área de figuras planas no ensino médio**. 2015. Dissertação (Mestrado), Centro Universitário Franciscano, Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, 2015.

GALIAZZI, M.C. **Educar pela Pesquisa: ambiente de formação de professores de ciências**. Ijuí: Editora UNIJUÍ, 2003.

GERHARDT, T. E; SILVEIRA, D. T. (Org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

HECK, M. F. **Análise de erros em questões sobre sequências numéricas: uma contribuição para a formação do professor de matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado), Centro Universitário Franciscano, Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, 2017.

LEITE, F. F. **Formação de professores em projetos interdisciplinares em aprendizagem ativa: relato de caso**. 2017. Dissertação (Mestrado), Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2017.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2014.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Editora UNIJUÍ, 2007.

MATOS, D. V. **A formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais: uma análise dos conhecimentos legitimados pelo MEC e sua operacionalização na prática**. 2017. Dissertação (Mestrado), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2017.

MONTEIRO, T. Q. **A análise de erros como metodologia de ensino: novas abordagens.** 2015. Dissertação (Mestrado), Centro Universitário Franciscano, Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, 2015.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

OLIVEIRA, E. **A formação e a autoformação de professores de matemática: implicações na prática pedagógica.** 2016. Dissertação (Mestrado), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2016.

PONTE, J. P. de. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 31, 3º trimestre de 1994.

ROSSATO, S. L. D. S. **Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano do ensino fundamental.** 2014. Dissertação (Mestrado), Centro Universitário Franciscano, Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, 2014.

SANTOS, J. F. **Da prática à teoria: caminhos da formação continuada em matemática na escola.** 2015. Dissertação (Mestrado), Universidade Luterana do Brasil, Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática, 2015.

SILVA, R. M. F. **Formação inicial de professores de física: estudando competências e habilidades a partir de um minicurso sobre astronomia com inserções de jogos teatrais.** 2016. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, 2016.

SOARES, G. O.; CURY, H. N. As ideias de David Tall em um mapeamento de artigos de periódicos brasileiros. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, Itabaiana, v. 2, n. 1, p. 1-16, 2017.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986. Disponível em: <http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2017.

TALL, D. Developing a theory of mathematical growth. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, Berlin, v. 39, n. 1-2, p. 145-154, 2007

TALL, D. **How humans learn to think mathematically.** Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

TALL, D. Introducing the three worlds of mathematics. **For the Learning of Mathematics**, Fredericton, v. 23 n. 3, p. 29-33, 2004a.

TALL, D. Thinking Through Three Worlds of Mathematics. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. **Proceedings**. Bergen. v. 4, p. 281–288, 2004b.

TALL, D; RAZALI, M. R. Diagnosing Students' Difficulties in Learning Mathematics. **International Journal of Mathematics Education in Science & Technology**, Iowa, n. 24,

p. 209-202, 1993.

TALL, D. O.; THOMAS, M. O. J. Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin, n. 22, p. 125-147, 1991.

VIANNA, C. T. **Classificação das Pesquisas Científicas**: notas para os alunos. Florianópolis, 2013. Disponível em: <<https://pt.scribd.com/doc/214642457/Quadro-resumo-e-pratico-para-a-Classificacao-de-Pesquisas-cientificas>>. Acesso em: jun. 2017

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APÊNDICE A – FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE ANÁLISE DE ERROS NO CONTEÚDO DE SEQUÊNCIAS E SÉRIES: O ERRO COMO RECURSO PEDAGÓGICO

O curso de formação continuada, aqui proposto, destina-se a uma atualização de conhecimento e da prática pedagógica em Matemática para professores do Ensino Municipal de Caxias do Sul. Esta proposta tem como referência a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2015), que traz em seus documentos a seguinte passagem sobre o ensino e matemática nos anos finais do Ensino Fundamental: “é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas”. Com base nisso, encontrou-se, em sequências e séries, a possibilidade de um tema de interesse de todos os professores, por estar presente na maioria dos anos do Ensino Fundamental. Na Teoria dos Três Mundos da Matemática foi encontrado o amparo teórico necessário para compreender as interpretações, transições e erros feitos pelos estudantes quando necessitam utilizar diferentes ferramentas matemáticas, bem como quando do emprego da linguagem matemática, representações gráficas, simbólicas entre outros recursos.

A formação proposta é de um curso com foco central na análise de erros e de como estes podem ser utilizados de modo a favorecer a aprendizagem; com isso, propicia-se uma reflexão sobre a prática pedagógica, preocupada com o entendimento da atividade docente como um processo de construção de conhecimentos e da avaliação como possibilidade de progressão da aprendizagem. Ainda no sentido das reflexões propiciadas pelo curso, os professores podem considerar o uso de sequências e séries ao abordar qualquer tipo de conteúdo matemático, utilizando modelos que representam padrões.

O conteúdo do curso é, então, sequências e séries, e destina-se a professores de Matemática, que se envolverão em diferentes momentos: revisão de conhecimentos de modo a identificar defasagens, reflexão sobre a prática pedagógica, planejando, aplicando e avaliando unidades de ensino, consideração e análise de erros de seus estudantes e novo planejamento da prática a partir dos erros observados.

Culturalmente, o erro é tratado como algo classificatório. É de praxe pensar que “se este estudante acertou a questão, então ele sabe o conteúdo” ou que “se aquele estudante errou a questão, então ele não sabe o conteúdo”. Para Cury (2013), é de grande importância que os erros, as dificuldades e os obstáculos encontrados no ensino de disciplinas das áreas da Matemática e das Ciências sejam discutidos. Os estudantes precisam perceber que, ao cometer um erro, nada de grave irá acontecer, não haverá um castigo ou uma penalidade, mas haverá, sim, uma nova fonte para o crescimento (LUCKESI 2014). Por outro lado, não é aceitável que haja um descaso por parte do professor, distribuindo certos e errados. A questão do erro, ainda de acordo com Cury (2013), deve ser tratada como um ponto de reflexão para que o estudante possa refazer o percurso que o levou a tal erro e a repensar nas estratégias que utilizou; essa mesma reflexão ajuda o professor a perceber em que esse estudante teve dificuldades e em qual ponto ele precisa de mais auxílio. Avançando nessa direção, Borasi (1996) afirma existirem diversos tipos de erros que podem ser encontrados em instrumentos de avaliação e classificou os quatro mais recorrentes: procedimentos errados que produzem resposta correta; procedimentos corretos que produzem resultados incorretos; definições incorretas e contradições.

De acordo com Ball et. al. (2008) e Ponte (1994), o professor que tem a intenção de atuar em sala de aula promovendo condições de aprendizagem precisa de uma formação pedagógica continuada que o auxilie a lidar com os diferentes problemas e dificuldades apresentadas por seus alunos, de forma a buscar soluções. Galiuzzi (2003) ressalta a importância de o professor construir-se como um pesquisador, um sujeito capaz de adaptar, adequar e criar o seu próprio material didático, coerente com suas concepções e condutas pedagógicas, e não de apenas seguir roteiros de apostilas ou de livros didáticos. Se o professor for capaz de criar seu próprio material didático, ele, indiretamente, estará incentivando e orientando seus alunos a fazerem o mesmo: pesquisar e elaborar um material próprio para os seus estudos e produções.

Ao oferecer esse curso de formação continuada, pretende-se proporcionar, ao professor, uma reflexão sobre os tipos de erros que acontecem em atividades de aprendizagem ou em instrumentos de avaliação de matemática, bem como sobre as suas causas e possibilidades de abordagem enquanto instrumentos propulsores da aprendizagem. Com o conhecimento sobre erros, busca-se incentivar os professores a repensarem atividades e situações mediante a análise de erros recorrentes. O debate sobre como os estudantes são avaliados será guiado pelo assunto: instrumentos de avaliação e retorno dos resultados.

No que tange à análise de erros, Tall (2007) assegura que quando há uma remediação por intermédio da correção de erros específicos, é provável que o professor proporcione pedaços de informação isolados, criando uma tensão cognitiva ainda maior e aumentando a chance de falha.

Retomando o que a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2015) indica sobre o ensino da matemática, tem-se como necessário assegurar que os estudantes façam relações “empíricas do mundo real” com conceitos matemáticos e incorporem esses conceitos a exercícios e a propriedades matemáticas, podendo, desse modo, estabelecer deduções e conjecturas. Dessa forma, a teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall, serve como fundamentação para o planejamento e o desenvolvimento do novo planejamento das atividades para este projeto. Tall (2004b) distingue como três mundos as três maneiras de desenvolvimento cognitivo, relacionadas umas às outras: o mundo conceitual corporificado (aumenta a partir das percepções do mundo e baseia-se no pensamento em relação a objetos percebidos através dos sentidos), o mundo simbólico proceitual (mundo dos símbolos usados para cálculos e manipulações matemáticas) e o mundo axiomático formal (consiste em propriedades, definições formais ou axiomas). Ainda conforme Tall (2004b), os estudantes não precisam transitar pelos três mundos de maneira sequencial, mas de um para outro sem que haja uma ordem pré-estabelecida.

Com o enfoque na criação de um planejamento sobre o conteúdo que estão ministrando em suas turmas, os participantes do curso são convidados a adaptar o ensino desses conteúdos, inserindo assuntos referentes a sequências e séries e dando, assim, aos estudantes, uma visão diferente, enquanto nova possibilidade de aplicação daquela matéria estudada. O novo planejamento da unidade de ensino é feito com base nos erros que os alunos fizeram nas atividades propostas do planejamento inicial e com base nos resultados obtidos a partir do preenchimento da tabela de análise de resultados fornecida aos participantes.

Ao responder a tabela de análise de dados, o professor faz uma reflexão sobre os Três Mundos da Matemática de David Tall, que já lhe foram apresentados durante o curso e, então, a partir da percepção da evolução de seus alunos e de acordo com as transições por eles feitas, propõe novo planejamento com as adaptações necessárias.

Apoiado nos resultados apresentados em pesquisas feitas pelo grupo de trabalho de Deborah Ball (2008), as análises da conduta de professores mostram que as exigências matemáticas para o ensino são significativas. Professores precisam perceber, sim, quando uma resposta está incorreta, mas se dar conta de um erro não é uma tarefa que exija conhecimentos

especiais: o ato de ensinar abarca muito além do que identificar respostas incorretas, ele exige a habilidade de localizar a fonte do erro matemático, de refazer o caminho em busca do que não deu certo. A interpretação dos erros dos estudantes e o julgamento de métodos alternativos que, muitas vezes, são apresentados por eles são tarefas condizentes com trabalho do professor. Ensinar abrange explicar procedimentos e mostrar porquês convincentes e respostas válidas para diferentes processos.

Os objetivos para esta formação de professores são os seguintes:

- (Re)construir conceitos de sequências e séries, de modo a familiarizar os professores com este conteúdo.
- Vivenciar uma experiência de análise de erros, entre colegas participantes do curso, em atividades de sequências e séries.
- Conhecer e discutir estratégias de aprendizagem que podem colaborar para inovar e aprimorar a prática docente.
- Conhecer estudos que consideram o erro como uma possibilidade pedagógica para promover avanços na aprendizagem.
- Utilizar o erro, identificado em produções dos estudantes, para (re)planejar estratégias de aprendizagem.

A proposta sugere uma carga horária de 30 horas incluindo encontros presenciais e à distância.

1º encontro: conhecimentos prévios sobre sequências e séries

Objetivos: identificar os conhecimentos prévios sobre sequências e séries; discutir a maneira como se costuma analisar os erros dos estudantes; conhecer a teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall; elaborar duas atividades como estratégias pedagógicas para a recuperação de erros e dificuldades identificados nas resoluções das questões dos testes dos colegas.

Desenvolvimento do encontro:

1.1 Atividade de recepção, na qual, ao receberem um rolo de papel higiênico, cada professor deve retirar uma quantidade que “julga ser necessária”. Em seguida, os participantes são

informados de que devem recortar os pedaços de papel na linha picotada e, em cada pedaço, fornecer uma informação referente a si mesmo.

- 1.2 Os participantes assinam o termo de consentimento livre e esclarecido e, então, realizam um teste individual com o objetivo de fazer um levantamento sobre conhecimentos prévios sobre o conteúdo de sequências e séries. Ao terminarem o teste, os professores são questionados sobre o modo como corrigem questões nas avaliações, ou seja, o que consideram ou deixam de considerar.
- 1.3 A ministrante apresenta, aos participantes, a Teoria dos Três Mundos da Matemática, de David Tall, detendo-se em cada um dos diferentes mundos para explicar, exemplificar e deixar que os participantes tomem frente e possam fazer suas próprias contribuições em relação ao assunto.
- 1.4 Em duplas, os participantes recebem uma tabela norteadora (em anexo) de análise das resoluções das questões do teste feitas por outros participantes. Para isso, e de maneira que não possa ser identificado pelo colega avaliador, cada participante cria um símbolo para usar em lugar de seu nome no teste.
- 1.5 Discussão sobre os tipos de erros presentes nas resoluções e, em seguida, correção das questões para que todos possam compreender onde erraram ou até que parte conseguiram compreender.
- 1.6 Como tarefa de casa, cada participante propõe duas atividades como estratégias pedagógicas para a recuperação de erros e dificuldades identificadas nas resoluções das questões dos testes dos colegas.

2º encontro: como avaliamos nossos estudantes

Objetivos: retomar os conceitos do primeiro encontro; fazer uma nova análise de erros; apresentar as estratégias propostas pelos participantes; discutir a avaliação; conhecer a fundamentação teórica de Deborah Ball sobre os tipos de conhecimentos para o ensino da Matemática e o pensamento de Raffaella Borasi sobre o erro como um trampolim para a aprendizagem.

Desenvolvimento do encontro:

- 2.1 Devido a uma inesperada falha no sistema de inscrições, muitos dos participantes inscritos perderam o primeiro encontro. Para colocá-los a par dos temas abordados, é feita uma

retomada do primeiro encontro, apresentando-se o seu cronograma completo e focando em tópicos abordados na discussão final, de modo que, enquanto os novos participantes fazem o teste sobre sequências e séries, os demais reúnem-se para compartilhar as propostas de estratégias pedagógicas que escreveram como tarefa de casa.

- 2.2 São projetados, novamente, os slides sobre os Três Mundos da Matemática e, dessa vez, os participantes que estavam presentes no primeiro encontro são convidados a falar sobre o que compreenderam da teoria. Quando necessário, a ministrante faz intervenções colaborando para a construção do conhecimento do grupo.
- 2.3 O grupo é dividido em duplas e uma nova análise das resoluções das questões dos testes é feita, agora com o auxílio das colegas que estavam em aula. Na sequência são apresentadas as estratégias pedagógicas para a recuperação dos erros que foram pensadas no decorrer da semana.
- 2.4 É feita uma discussão sobre o processo avaliativo, por meio de uma atividade com cartões: cada professor participante recebe um cartão em branco e, nele, precisa escrever como ele avalia seus alunos e como ele gostaria de avaliar. Os cartões são recolhidos e guardados em um envelope.
- 2.5 Os participantes são apresentados à fundamentação teórica sobre os tipos de conhecimento para o ensino da Matemática, de Ball, Thames e Phelps (2008), e sobre o erro como um trampolim para o aprendizado, abordagem proposta por Borasi (1996).
- 2.6 Após entrar em contato com a teoria de Deborah Ball e o pensamento de Raffaella Borasi, os participantes recebem de volta seus cartões e são desafiados da seguinte forma: “você mudaria o que escreveu? Se sim, por favor, o faça. Se não, por favor, justifique escrevendo no verso de seu cartão”.
- 2.7 Como tarefa de casa, os participantes devem resolver a atividade proposta pelo colega para a recuperação de erros no teste da primeira aula e escrever um parecer, após a resolução, sobre como a atividade proposta auxiliou (ou não) na recuperação dos erros. Precisam, também, escrever uma atividade lúdica que costumam fazer com seus alunos, para ser apresentada para o grande grupo como sugestão de estratégia pedagógica, adaptada para o ensino de sequências e séries e adequada à turma em que trabalham e ao espaço onde atuam.

3º encontro: estratégias diferenciadas de aprendizagem e avaliação

Objetivos: trocar ideias sobre atividades lúdicas adaptadas ao ensino de sequências e séries; refletir sobre os problemas nos enunciados de atividades.

Desenvolvimento do encontro:

- 3.1 Os participantes recebem etiquetas coloridas que identificam as turmas em que cada um leciona, a fim de facilitar a produção do planejamento coletivo.
- 3.2 Sentados em um grande círculo, os participantes podem compartilhar, com os demais, as suas ideias sobre atividades lúdicas e diferenciadas que costumam fazer, porém, agora, adaptadas ao ensino de sequências e séries e que possam ser utilizadas nas turmas em que eles dão aula.
- 3.3 São organizados grupos por nível/ ano escolar com o(s) qual(is) os participantes trabalham, para resolver a atividade do quadrado mágico: quatro grupos são formados, dois grupos recebem o gabarito do quebra-cabeça e os outros dois recebem apenas as peças soltas. O grupo que recebe o gabarito é desafiado a escrever as instruções para que o grupo que recebe apenas as peças possa montar o quebra-cabeça. Ao finalizar a atividade os papéis se invertem.
- 3.4 Os participantes são questionados, por meio de slides com frases sem pontuação, onde a colocação de uma vírgula muda todo o sentido do enunciado. A realização desse questionamento visa à conscientização da importância da clareza e correção linguística das instruções, levando os alunos a refletir se as diretrizes dadas na atividade anterior eram compreensíveis e/ou viáveis.
- 3.5 Os slides apresentados levam, ainda, à discussão sobre a escrita de enunciados de atividades de aprendizagem e de questões de avaliação, que, muitas vezes, não são escritas de maneira clara ou correta, e acabam interferindo na resposta errada do aluno.
- 3.6 Como tarefa para o encontro seguinte, os participantes têm de planejar uma unidade de ensino para uma semana de aula sobre sequências e séries, na qual devem constar os objetivos de aprendizagem, a metodologia e uma proposta de avaliação. Como desafio, os participantes devem criar essa unidade de aprendizagem com sequências e séries no conteúdo em que estão ministrando.

3.7

4º encontro: planejamento de uma unidade de ensino e aprendizagem

Objetivos: analisar a validade de estratégias pedagógicas e sua aplicabilidade; apresentar possíveis aplicações do assunto sequências e séries; iniciar o planejamento de uma unidade de ensino que envolve o tema sequências e séries.

Desenvolvimento do encontro:

- 4.1 O encontro tem início com a projeção de um documento em branco do Word e com a proposta de que os participantes auxiliem a construir um resumo das estratégias pedagógicas por eles sugeridas, consideradas válidas para o avanço da aprendizagem a partir dos erros. São discutidas quais dessas atividades possuem validade, quando funcionam e quando deixam de funcionar. Esse texto é, depois, encaminhado, por e-mail, aos professores.
- 4.2 Fica combinado, com os participantes, que leiam, para o próximo encontro, um material completo sobre a teoria dos tipos de conhecimento para o ensino de Matemática, de Ball, também enviado por e-mail.
- 4.3 É feita uma apresentação de slides sobre possibilidades de integração do assunto sequências e séries no ensino e aprendizagem, considerando a Matemática do cotidiano.
- 4.4 Os participantes são convidados a se reunir por afinidade, ou por níveis em que trabalham, para organizarem o planejamento coletivo de uma unidade de ensino que envolve o tema sequências e séries: os professores, em duplas ou trios, se reúnem para, a partir do planejamento que trouxeram pronto, gerarem um planejamento comum ou com elementos em comum. Esse planejamento deve contar com, no mínimo, uma atividade a ser aplicada e avaliada em suas turmas.
- 4.5 Como tarefa para o encontro seguinte, os participantes devem encaminhar, por e-mail, para a ministrante, o planejamento produzido, bem como dúvidas ou sugestões para serem discutidas.

5º encontro: aplicação da unidade de ensino (EAD)

Objetivos: aplicar os planejamentos.

Desenvolvimento do encontro:

- 5.1 Este encontro ocorre em modalidade EAD e os participantes têm a semana dedicada para estudos à distância e para a aplicação das atividades propostas no planejamento elaborado durante o curso.
- 5.2 Como tarefa para o sexto encontro, devem reunir os dados das avaliações aplicadas, para realizar uma breve análise dos erros encontrados.

6º encontro: análise dos resultados obtidos

Objetivos: redigir um relato coletivo sobre a aplicação das atividades; conhecer uma fundamentação, com material teórico, para servir de orientação no replanejamento de atividades, considerando os erros e as dificuldades apresentadas pelos alunos; entregar os relatos e sugestões de aprimoramentos.

Desenvolvimento do encontro:

- 6.1 Neste encontro é redigido um relato coletivo, elencando todos os pontos favoráveis e as dificuldades que surgiram durante a aplicação dos planejamentos elaborados durante o curso. Há uma discussão sobre as expectativas, sobre o envolvimento dos alunos e sobre o que os participantes acharam da aplicação de um planejamento coletivo.
- 6.2 Organiza-se um bate-papo sobre a fundamentação teórica, a partir do material de leitura sobre Deborah Ball, a fim de que sirva de orientação aos professores no novo planejamento de atividades, considerando os erros e as dificuldades apresentadas pelos alunos no primeiro planejamento que fizeram.
- 6.3 Cada grupo apresenta, brevemente, o planejamento aos colegas, destacando as dificuldades e os erros que encontraram. Durante cada uma das apresentações, os colegas anotam três (ou mais) possíveis sugestões de atividades ou estratégias para a intervenção sobre os erros ou dificuldades encontradas naquele planejamento.
- 6.4 Os participantes devolvem, para a ministrante, a tabela de análise dos erros encontrados no material aplicado aos seus alunos. Em seguida, cada grupo fotografa as sugestões de atividades ou estratégias, sugeridas pelos demais participantes, para a intervenção sobre os erros ou dificuldades.

- 6.5 Os grupos que fizeram os planejamentos voltam a se reunir e, então, ficam responsáveis pela elaboração de uma intervenção para diminuir dificuldades e erros diagnosticados em suas turmas.
- 6.6 Fica combinada a aplicação da atividade de intervenção pedagógica para a primeira semana de agosto e os participantes são lembrados da palestra que será ministrada no encontro sete.
- 6.7 Como tarefa para os próximos encontros, os participantes devem encaminhar o planejamento com as alterações, por e-mail, bem como aplicar o planejamento na segunda semana de agosto e ler o material teórico sobre avaliação e erros a eles disponibilizado. Também devem elaborar, para entregar no dia da palestra, uma reflexão escrita sobre erros e avaliação em sua prática diária, guiada pelas seguintes perguntas: “como sua avaliação costumava ser feita? A partir da conscientização em relação ao erro como prática pedagógica, o que mudou? Como você pensa o processo avaliativo, hoje?”.

7º encontro: palestra

Objetivos: aprofundar o conhecimento sobre a importância do erro como recurso pedagógico em sala de aula.

Desenvolvimento do encontro:

- 7.1 Realização da palestra, a cargo da Professora Isolda Gianni de Lima e da ministrante.
- 7.2 Durante a fala e a exposição dos slides, há momentos de reflexão sobre a análise de erros, a avaliação, e os tipos de erros que acontecem em diferentes modalidades de testes em todo o país. Em diferentes momentos, os participantes são solicitados a dar suas opiniões. Os professores também são convidados a participar da resolução de problemas e questões para verificarem seus conhecimentos sobre sequências e séries.

8º encontro: aplicação da intervenção (EAD)

Objetivos: aplicar a proposta de intervenção considerando os erros identificados; reunir dados das avaliações para fazer uma análise de novos erros encontrados.

Desenvolvimento do encontro:

- 8.1 Assim como o quinto encontro, este também ocorre em modalidade EAD, para a aplicação da proposta de intervenção pedagógica, que considera os erros identificados nos instrumentos de avaliação do planejamento inicial, como uma atividade de recuperação e avanços das aprendizagens. Desse instrumento, devem ser reunidos, outra vez, os dados da avaliação para, através da análise de erros, fazer uma apreciação dos resultados em relação aos anteriores, dando visibilidade ao progresso feito pelos estudantes.
- 8.2 Como tarefa para o último encontro, os participantes devem fazer uma reflexão sobre a palestra do encontro anterior, bem como sobre sua jornada ao longo do curso. Devem entregar, junto com esse material, uma apresentação dos resultados encontrados após a aplicação das intervenções e o aprimoramento do planejamento final com um relato sobre as modificações que foram feitas na proposta original, argumentando sobre os motivos que levaram às reformas propostas.

9º encontro: novo teste para os professores

Objetivos: verificar se houve revisão dos conteúdos através de um teste final; realizar autoavaliação e avaliação do curso.

Desenvolvimento do encontro:

- 9.1 No último encontro, uma questão sobre sequências e séries é projetada para que o grupo possa resolvê-la de modo colaborativo e, também, possa analisar as respostas e os possíveis erros que possam surgir durante a resolução.
- 9.2 Os professores fazem um novo teste sobre sequências e séries, com duas questões, para verificar, por si sós, se melhoraram seu conhecimento sobre o assunto.
- 9.3 Ao terminarem o teste, é feita uma análise das questões, em que, juntos, eles constroem uma nova tabela de análise de erros no quadro; cada um analisa seu teste, podendo contribuir com observações.
- 9.4 Para finalizar, cada participante é convidado a responder um instrumento de autoavaliação e um instrumento de avaliação do curso, com o objetivo de refletir sobre a própria prática e, também, de ajudar no aprimoramento de futuras versões do curso.

**APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
TCLE**

Prezado (a) participante,

Sou mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional, da Universidade de Caxias do Sul. Estou realizando uma pesquisa de construção e avaliação de uma proposta de formação de professores sobre a análise de erros no conteúdo de sequências e séries, que é desenvolvida por mim e orientada pela Prof^ª. Dr^ª. Isolda Gianni de Lima.

O estudo de tais conceitos é coerente com uma proposta de formação continuada de professores que visa o desenvolvimento de práticas pedagógicas para promover a aprendizagem significativa. Desta forma, estou convidando você a participar desta pesquisa. A sua participação se dará através da sua autorização para que sejam utilizados, como dados de pesquisa, os registros das atividades desenvolvidas no decorrer do curso e de pareceres descritivos que forem solicitados durante o andamento da pesquisa.

A participação nesta pesquisa é voluntária e tem fins, exclusivamente, de investigação.

Em qualquer publicação, oriunda desta pesquisa, a sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo e você pode obter informações sobre o andamento da pesquisa sempre que tiver interesse.

Ao aceitar participar desta pesquisa, você estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico.

Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas pela professora pesquisadora, pelo telefone (54) 9 9931 6477 ou pelo e-mail bmoresco@ucs.br.

Atenciosamente

Bruna MorescoRizzon

Professora Pesquisadora

Prof^ª. Dr^ª. Isolda Gianni de Lima

Professora Orientadora

Declaro que estou ciente das informações acima e de que minha identidade, enquanto participante, será plenamente preservada. Assim, autorizo a utilização de minhas interações e produções no contexto desta pesquisa.

Nome do(a) participante

Local e data

APÊNDICE C – TESTE APLICADO NO CURSO DE FORMAÇÃO

Questão 1) O lado de um triângulo equilátero mede 5 cm. Inscrevemos nele um segundo triângulo equilátero unindo os pontos médios dos lados do primeiro triângulo. Seguimos assim, em um processo iterativo, indefinidamente.

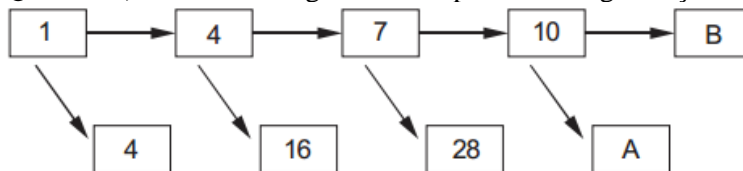
(a) Escreva a sequência cujos termos são os perímetros desses triângulos.

(b) Qual é o sexto termo dessa sequência?

(c) Qual é a expressão do termo geral, p_n , dessa sequência?

(d) Qual é a soma dos termos dessa sequência?

Questão 2) Observe o diagrama e seu padrão de organização.



a) Escreva como você pensa para descobrir a diferença entre os números A e B.

b) Qual é essa diferença?

c) Como pode ser calculada a soma dos décimos termos das sequências apresentadas? Então, que valor tem essa soma?

APÊNDICE D – TERMO DE ANUÊNCIA

A Secretaria Municipal da Educação (SMED) da cidade de Caxias do Sul, estado do Rio Grande do Sul, autoriza a professora **Bruna Moresco Rizzon**, mestranda orientada pela **Profª. Drª. Isolda Gianni de Lima**, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática: Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul, a desenvolver uma pesquisa, que é parte da sua dissertação de mestrado – **FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE ANÁLISE DE ERROS NO CONTEÚDO DE SEQUÊNCIAS E SÉRIES: O ERRO COMO RECURSO PEDAGÓGICO**, em suas dependências, tendo ciência de que as informações e os dados gerados serão utilizados somente para fins da pesquisa, sem qualquer risco ou dano a essa Instituição.

Caxias do Sul, de de 2017.

Assinatura do pesquisador

Assinatura e carimbo da instituição

**APÊNDICE E – TABELA PARA A ANÁLISE DE RESPOSTAS
CONSTRUÍDA NO CURSO DE FORMAÇÃO**

A resolução apresenta algum tipo de ilustração? De que tipo?	
O problema foi traduzido com linguagem matemática? Essa representação foi feita de maneira adequada/correta?	
Foi utilizada alguma fórmula ou modelo matemático na resolução? Qual?	
Em algum momento das resoluções, foram utilizadas duas ou mais das representações indicadas acima?	
Foi possível perceber uma transição entre estes tipos de pensamento? Como?	

APÊNDICE F – FICHA DE AUTOAVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO DO CURSO

Caro(a) professor(a) participante,

Ao finalizar este percurso, solicito, mais uma vez, a sua atenção, colaboração e reflexão no preenchimento desta ficha, que contém questões de avaliação da proposta que foi desenvolvida e outras de autoavaliação. A avaliação do Curso servirá como subsídio para o aprimoramento de edições futuras e como dados para a minha pesquisa de mestrado e a autoavaliação é um momento precioso para identificar dificuldades e reconhecer aprendizagens adquiridas, possibilitando refletir sobre o próprio desempenho e modo como assumimos nosso compromisso pelo estudo e desejo de aprender mais. Assim, é de grande importância ter o seu parecer, fiel e que retrata, de fato, o que alcançamos com esta proposta de formação.

Aspectos a serem avaliados	Sim	Nem sempre	Não
Consegui recuperar/construir conceitos sobre sequências e séries?			
Consigo planejar situações de sequências e séries em diferentes conteúdos?			
Antes do curso, eu já conhecia ou utilizava a análise de erros em sala de aula?			
Adquiri conhecimentos sobre a análise de erros?			
Consigo aplicar conhecimentos sobre a análise de erros?			
Reconheço o erro como uma possibilidade pedagógica para promover avanços na aprendizagem?			
Conheci estratégias de aprendizagem que podem colaborar para aprimorar a minha prática docente?			
O curso me auxiliou a conceber diferentes modos de avaliar?			
Minha prática docente é diferente, de alguma forma, depois do curso?			
Os alunos foram receptivos ao novo planejamento de ações a partir do erro?			
Os alunos melhoraram as aprendizagens com as atividades que consideraram os erros?			
Pretendo continuar utilizando erros como uma estratégia			

pedagógica?			
Cumpri com as atividades propostas no curso?			
Consegui me envolver com o curso de modo a ter proveito na minha prática docente?			

Aspectos a serem avaliados	Sim	Nem sempre	Não
Você achou importante conhecer teorias que abordam o erro no processo ensino e aprendizagem?			
Os conhecimentos promovidos no decorrer do curso são relevantes para o ensino e aprendizagem de Matemática?			
Com o curso que realizamos, você se sente apto(a) a identificar tipos de erros e, a partir deles, elaborar uma estratégia pedagógica para avançar na aprendizagem?			
As ideias importantes foram esclarecidas ou complementadas, quando necessário?			
As situações ilustrativas foram relevantes e adequadas ao conteúdo do curso?			
A ministrante demonstrou competência nos conteúdos abordados?			
A organização e o desenvolvimento do curso colaboraram para que houvesse entendimento das questões abordadas?			
O curso possibilitou uma reflexão sobre a sua prática docente?			
Você considera que teve aproveitamento com o curso?			
Houve o alcance das suas expectativas?			
Você recomendaria este curso para outros colegas?			
Você gostaria de continuar estudando sobre erros na aprendizagem em Matemática?			

Sua opinião é muito importante para que seja possível aprimorar os próximos trabalhos. Utilize este espaço para outras sugestões ou comentários que julgue pertinentes. Muito obrigada!

ANEXOS**ANEXO A – TESTE DO PROJETO SECOPROF****Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática**

Prezado(a) aluno(a):

Docentes dos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Centro Universitário Franciscano e da Universidade de Caxias do Sul estão desenvolvendo uma pesquisa conjunta, com o objetivo de investigar o conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros na formação inicial e na continuada de professores de Matemática.

Solicitamos a sua colaboração, no sentido de resolver as questões propostas nas páginas a seguir. Utilize as folhas em branco, entregues juntamente com as questões, para indicar seus cálculos ou raciocínios, mesmo que não consiga concluir alguma resolução. Numere a resolução de acordo com a respectiva questão.

Você não deve identificar-se nem identificar o curso que frequenta. A resposta a este teste, juntamente com a assinatura do Termo de Consentimento Esclarecido, indica sua autorização para utilização dos dados em nossa pesquisa.

Os docentes responsáveis pelo projeto agradecem a sua colaboração.

Eleni Bisognin, Helena Noronha Cury, José Carlos Pinto Leivas e Vanilde Bisognin

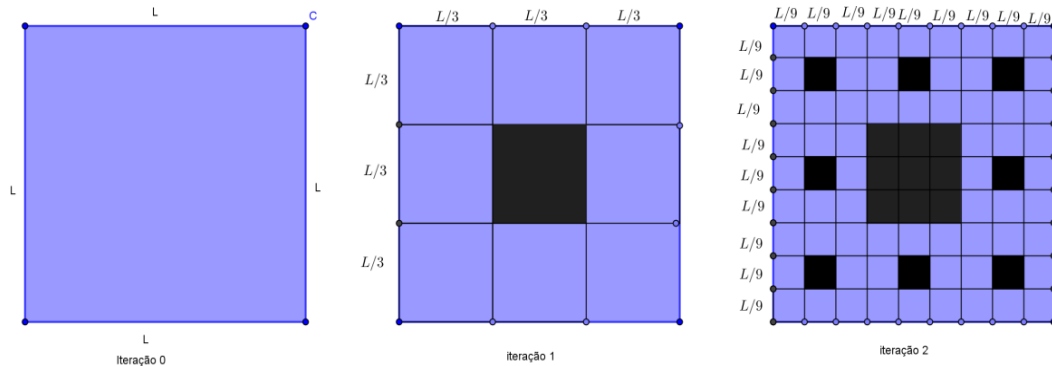
Centro Universitário Franciscano – Santa Maria – RS

Isolda Gianni de Lima e Laurete Zanol Sauer

Universidade de Caxias do Sul – Caxias do Sul – RS

Questão 1

A sequência de figuras abaixo ilustra o fractal denominado Tapete de Sierpinski.



Partindo de um quadrado de lado L , faz-se uma divisão de seu lado em três partes iguais, formando-se nove novos quadrados similares ao inicial. Nessa divisão, elimina-se o quadrado central, ficando, na primeira iteração, com oito quadrados. A partir disso, na segunda iteração, considera-se cada um desses como se fosse o inicial e repete-se o procedimento, e assim sucessivamente.

A partir dessa construção:

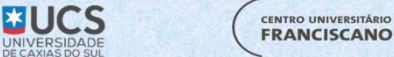
- Escreva a sequência formada pelas medidas dos lados dos quadrados até a quinta iteração, além da expressão do seu termo geral.
- Escreva a sequência formada pela quantidade de quadrados que permanece, em cada iteração, na construção fractal, bem como seu termo geral.
- Tomando-se um quadrado de cada iteração, calculando sua área e formando uma sequência, qual é a expressão do seu termo geral? Qual a soma dessas áreas?
- Idem ao item (c), porém considerando os perímetros dos quadrados.

Questão 2

O lado de um triângulo equilátero mede 5 cm. Inscrevemos nele um segundo triângulo equilátero unindo os pontos médios dos lados do primeiro triângulo. Seguimos assim, em um processo iterativo, indefinidamente.

- Escreva a sequência cujos termos são os perímetros desses triângulos.
- Qual é o sexto termo dessa sequência?
- Qual é a expressão do termo geral, p_n , dessa sequência?
- Qual é a soma dos termos dessa sequência?

ANEXO B – SLIDES DA PALESTRA



DIFERENTES MODALIDADES DE USO DA ANÁLISE DE ERROS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Prof^a Dra. HELENA NORONHA CURY
Centro Universitário Franciscano
curyhn@unifra.br

Agosto de 2017

ANÁLISE DE ERROS E FORMAÇÃO DE PROFESSORES

- Nos cursos de formação de professores, uma ênfase maior nas dificuldades e erros dos alunos pode despertar reflexões dos docentes.
- Como usar o conhecimento sobre análise de erros na formação continuada de professores?
- Além de informações teóricas, é necessário que os erros dos próprios professores e de seus alunos sejam debatidos durante a formação, para que seja possível rediscutir o conhecimento sobre o conteúdo em questão.

USO DAS MODALIDADES DE ANÁLISE DE ERROS

- Aplicar testes sobre determinado conteúdo e analisar os erros;
- coletar exemplos de questões de avaliações de larga escala (SAEB, ENEM, PISA) e aplicá-las em sala de aula, para analisar o desempenho dos alunos ao trocar a questão de múltipla escolha por uma questão aberta;
- utilizar tecnologias digitais em ambientes de aprendizagem, tais com o GeoGebra e o Cabri Géomètre, para poder observar de perto como os alunos trabalham e quais são suas dúvidas;
- elaborar produtos pedagógicos, para usar em sala de aula ou em aulas de reforço, tais como objetos de aprendizagem, sites, webquests, jogos, materiais manipulativos;

USO DAS MODALIDADES DE ANÁLISE DE ERROS

- usar o conceito de “prova em fase”, aplicando-a em tantas fases quanto forem necessárias para, por meio das análises das respostas, auxiliar o aluno a compreender seus erros e superá-los;
- planejar o uso de diferentes metodologias de ensino (por exemplo, Resolução de Problemas, Modelagem, Uso de Jogos), para coletar dados a partir das respostas dos alunos e aproveitá-las para discutir o uso da abordagem com colegas do curso de formação ou da mesma escola.

EXEMPLOS DE ANÁLISES DE ERROS E POSSIBILIDADES DE USO EM CURSOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

1º) Pesquisa realizada com 13 professores em formação continuada, aos quais foi proposta a seguinte questão:

Análise se a afirmativa a seguir é verdadeira e justifique sua resposta:

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

- Queríamos verificar se os professores reconheciam, de imediato, que a afirmativa só é verdadeira se for indicado que $x \neq 2$;
- apenas dois professores acertaram;
- a análise das 11 respostas incorretas permitiu agrupá-las em cinco classes:

A: fatoração do numerador da fração algébrica do primeiro membro e cancelamento do termo $(x-2)$ no numerador e denominador, obtendo a igualdade $x+3=x+3$.

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$$

$$\frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = x + 3$$

$$\frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = x + 3$$

$$x + 3 = x + 3$$

B: multiplicação do segundo membro da igualdade pelo denominador da fração algébrica do primeiro membro, redução dos termos semelhantes e obtenção da igualdade entre dois polinômios de segundo grau.

a) $\frac{x^2+x-6}{x-2} \cdot \frac{x+3}{1}$ (I)

$x^2+x-6 = (x+3)(x-2)$ (II)

$x^2+x-6 = x^2+x-2x-6$ (III)

$x^2+x-6 = x^2+x-6$ (IV)

VERDADEIRA

(I) Propriedade de proporcionalidade. Respostas dos meus alunos anteriores!

(II) Aplicando propriedade distributiva de lado direito da igualdade

(III) Somando termos semelhantes.

(IV) Verificação

C: divisão do polinômio numerador da fração algébrica do primeiro membro pelo seu denominador e obtenção de quociente igual ao segundo membro e resto zero.

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 6 \quad (x-2) \\ -x^2 + 2x \\ \hline 3x - 6 \\ -3x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

D: multiplicação do segundo membro da igualdade pelo denominador da fração algébrica do primeiro membro e cancelamento do termo x^2 nos dois membros, obtendo a igualdade $x-6=x-6$.

$$x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$$

$$\frac{x^2}{x-2} + x - 6 = \frac{x^2}{x-2} + x - 6$$

$$x - 6 = x - 6$$

Quadro 1 - Distribuição dos erros pelas classes

Classe	N.	%
A	4	36
B	4	36
C	2	18
D	1	9
TOTAL	11	100

• Apesar de não serem matemáticos profissionais, os participantes eram professores experientes e deveriam reconhecer que a igualdade só é verdadeira quando o denominador é diferente de zero.

2º) Exemplo de questão em uma pesquisa realizada com alunos de 8º ano do Ensino Fundamental.

A planta de uma casa, em que os cômodos têm a forma de retângulos, está ilustrada na figura e as dimensões dos cômodos estão indicadas na planta.

Determine:

a) a área da sala;

b) a área do quarto;

c) a área do banheiro e da cozinha juntos;

d) a área da casa

EXEMPLOS DE ERROS NAS RESPOSTAS DOS ALUNOS

• Tipo I: troca de área por perímetro.

Exemplo:

$$x + 3y + 2x = 5xy$$

$$x + y + 2x = 2xy$$

$$2y + 2x = 4xy$$

- **Tipo II: erro técnico, envolvendo a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.**

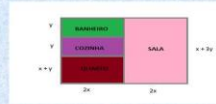
$$S = 2x(x + 3y) = 3x + 3y$$

$$S = x + y; 2x = 3x + y$$

$$S = 2x \cdot y + y = 2x \cdot y^2$$



- **Tipo III: erro incompreensível.**



EXEMPLOS DE ERROS NAS QUESTÕES PROPOSTAS AOS ALUNOS

Quadro 2 – Distribuição dos erros pelas classes

Classes de erro	N.	%
I	3	13
II	18	78
III	2	9
TOTAL	23	100

POSSIBILIDADE DE EXPLORAÇÃO DOS ERROS EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

- Revisão do conteúdo "operações algébricas e suas propriedades";
- reaplicação da questão a outras turmas de 8º ano;
- discussão dos erros obtidos e propostas de ensino envolvendo a propriedade distributiva;

- planejamento de algum recurso pedagógico para o trabalho com a propriedade distributiva.

3º) Pesquisa realizada com 31 alunos calouros de uma instituição do Paraná, com questões de Ensino Fundamental ou Médio:

Um produto foi revendido por R\$ 1.035,00, com um lucro de 15% sobre o preço de compra. Esse produto foi adquirido por:

- a) R\$ 1.020,00 b) R\$ 1.000,00
- c) R\$ 935,00 d) R\$ 900,00
- e) R\$ 835,00

Quadro 3 – Distribuição das respostas

Desempenho	N.	%
Acertou	9	29
Acertou parcialmente	1	3
Errou	19	61
Não respondeu	2	7
TOTAL	31	100

TIPOS DE ERROS

A: O aluno mostrou desconhecer os pressupostos de custo, venda e lucro, por exemplo, subtraindo 0,15 de R\$ 1.035,00.

B: O aluno considerou 15%=15. Exemplo: 1.035,00 – 15 = 1020,00

C: O aluno não soube organizar uma regra de três simples com grandezas diretamente proporcionais.

D: O aluno mostrou não ter domínio sobre as operações numéricas básicas ou suas propriedades.

POSSIBILIDADE DE EXPLORAÇÃO DOS ERROS EM CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

- Revisão dos conteúdos "Razão, proporção, porcentagem";
- compreensão das dificuldades de ensinar tais conteúdos na educação básica;
- discussões sobre as abordagens metodológicas possíveis para o ensino desses conteúdos;
- Construção de recurso tecnológico (por exemplo, objeto de aprendizagem) para uso em aulas da educação básica.

4^o) Pesquisa realizada com 141 alunos de Licenciatura em Matemática, de várias Instituições de Ensino Superior do Brasil, com aplicação de teste com questões variadas, retiradas de exames da educação básica:

1) Quais são os números primos p tais que p^4+1 também é número primo?

2) Quantos pares (x,y) de números reais existem, tais que

$$x + y = xy = \frac{x}{y}$$

3) Determine, para $x \in \mathbb{R}^+$, a expressão mais simples que é equivalente a

$$\frac{\frac{x}{4} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{2x} + \frac{1}{4}}$$

RESULTADOS

Quadro 4 – Distribuição das respostas

Categorias	Questões					
	1		2		3	
	N.	%	N.	%	N.	%
Correta	17	12	18	13	3	2
Parcialmente correta	29	21	3	2	72	51
Incorreta	77	55	86	61	61	43
Em branco	18	13	34	24	5	4
Total	141	100	141	100	141	100

ANÁLISE DOS ERROS DA QUESTÃO 2

Quantos pares (x,y) de números reais existem, tais que

$$x + y = xy = \frac{x}{y}$$

Respostas incorretas: 86

Categorias de erros:

A) aluno informa que não existem números reais que satisfaçam as equações, sem mostrar cálculos ou testes.

B) aluno destaca uma, duas ou três das equações, tenta resolvê-las, mas faz algum erro em uma das etapas da resolução ou não determina, a partir de uma das equações, valores de x ou y para testar em outra.

C) aluno faz alguma suposição sobre valores de x ou y que satisfazem uma ou mais das equações, mas não desenvolve a solução. Ex: "A expressão só pode ser satisfeita se $y=1$ ou se $x=0$ "

D) aluno apenas copia as equações dadas ou faz algum traçado.

E) aluno resolve por tentativa.

Quadro 5 – Distribuição dos erros pelas classes

Categoria	N.	%
A	38	44
B	33	38
C	9	11
D	4	5
E	2	2
TOTAL	86	100

POSSIBILIDADE DE EXPLORAÇÃO DOS ERROS COM OS PROFESSORES EM FORMAÇÃO CONTINUADA

- Revisão do conteúdo "operações algébricas e suas propriedades";
- reaplicação da questão às suas próprias turmas;
- discussão dos erros obtidos e propostas de ensino envolvendo as operações e suas propriedades;
- proposta de descoberta dos erros, a partir das soluções erradas;
- planejamento de algum recurso pedagógico para o trabalho com este conteúdo.

5º) Pesquisa realizada com 22 professores de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática, em que os participantes deveriam analisar a seguinte questão:

A professora Clara, trabalhando no conjunto dos reais com alunos de 9º ano, propôs a eles que encontrassem a solução da seguinte equação do segundo grau:

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$

Pedro e João resolveram o exercício de maneiras diferentes:
Resolução de Pedro: Resolução de João:

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$

$$x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$$

$$2 - x = x^2$$

Como 1 é solução dessa equação, então $S = \{1\}$

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$

$$(x - 1)(x + 1) = (2x + 3)(x - 1)$$

$$x + 1 = 2x + 3$$

$$x = -2$$

Portanto, $S = \{-2\}$

a) Explique o que aconteceu para que os dois alunos tenham encontrado soluções diferentes;

b) a seguir, explique qual estratégia de ensino você sugere, para que os alunos da turma da profª Clara aprendam a partir dos erros cometidos por seus colegas.

• No item "a" da questão escolhida para análise, as palavras usadas pelos respondentes para explicar as soluções dos alunos permitem avaliar suas interpretações sobre essas resoluções.

I) "Simplificar": oito respondentes mencionaram a simplificação do termo $(x-1)$, realizada pelo aluno João.

II) "Tentativa": cinco professores mencionaram a resolução por tentativa, realizada pelo aluno Pedro.

III) "Distributividade": quatro respondentes mencionaram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

IV) "Fatorar": quatro professores mencionaram a fatoração do binômio $x^2 - 1$, empregada pelo aluno João.

V) "Correta": quatro respondentes consideraram que ambas as soluções dos alunos estavam corretas.

VI) "Duas raízes": três professores afirmaram que uma equação de segundo grau tem duas raízes, não explicando o conjunto ao qual pertencem essas raízes e se são iguais ou diferentes.

• Nas respostas dos professores, chama a atenção o fato de nenhum deles ter avaliado que João não deveria ter dividido ambos os membros por $(x-1)$ porque não tinha informação de que $(x-1)$ fosse diferente de zero.

• Além disso, muitos dos professores, para responder às perguntas, primeiramente resolveram a equação proposta; nas suas resoluções, encontramos dificuldades que mostram a falta de domínio desse conteúdo ou a rigidez de certos procedimentos que parecem ser esperados dos alunos. Por exemplo, um dos professores considerou que Pedro não "multiplicou todos os números (distributiva) [...]", o que leva a supor que esperasse a indicação de todos os quatro termos do produto $(2x+3)(x-1)$.

• Também chamou atenção a linguagem matemática usada pelos professores em suas respostas.

Por exemplo, um deles escreveu: "É necessário saber que em uma equação de 2º grau são necessárias as duas respostas, não é possível responder somente uma".

Mas o problema indicava que a professora Clara estava trabalhando no conjunto dos reais, portanto se a equação tivesse duas raízes complexas, seus alunos, de 9º ano, não iriam escrever "duas respostas".

• O mesmo professor, ao resolver a equação, fez um erro de cálculo, logo corrigido, mas parece ter que se "convencer" dos valores obtidos, fazendo a "prova", o que ele sugere, também, como estratégia de ensino.

• No item "b", notamos que quase todas as sugestões dos professores são prescritivas, preocupando-se em mostrar o que é certo.

I) Dez respondentes se preocuparam em indicar o que seria correto na resolução de uma equação de 2º grau.

Por exemplo, um professor escreveu: "As estratégias que eu sugiro é que eles prestem atenção nas operações que devem ser feitas, multipliquem com cuidado cada número e verifiquem em que condições eles podem efetuar a simplificação".

II) Sete respondentes citaram especificamente o uso da fórmula para resolução de equação polinomial de 2º grau, chamada, no Brasil, de fórmula de Bhaskara.

Um deles escreveu: "Eu sugeriria a velha e boa Baskara. Resolvendo por Baskara não tem como dar erro".

III) Três professores sugeriram discutir com os estudantes as soluções e buscar a resposta correta. Como exemplo, temos:

"Sugeria que os cálculos realizados pelos alunos fossem analisados pelo grupo. Para verificar o raciocínio feito por cada um e a partir daí descobrir o que eles não sabem fazer, ou mostram dificuldade em resolver, sanando as suas dúvidas".

Conclusões

- Ao analisar as respostas dos participantes aos dois itens da questão, vemos que os professores não têm claros os critérios para decidir se os alunos acertaram ou erraram.
- Também se nota que os professores não têm ideia de aproveitar os erros como “trampolins para a aprendizagem” (Borasi, 1996).
- No momento de escolher uma estratégia para ensinar a partir dos erros, os professores não parecem se dar conta de que é possível usar o potencial dos erros para auxiliar os estudantes a superarem suas dificuldades, apenas se preocupam em prescrever formas corretas de resolver a equação.

• Professores participantes desta pesquisa parecem assumir uma abordagem estrutural, especialmente porque se preocupam com a aplicação da fórmula de resolução da equação polinomial de 2º grau para chegar à solução correta e com os cuidados para evitar os erros.

• Não foi notada uma visão que procure dar significado ao simbolismo envolvido na resolução da equação.

SUGESTÕES PARA OS CURSOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

- Qualquer que seja o uso das modalidades de análise de erros, pode-se tentar desenvolver, em cursos de formação de professores, o “conhecimento pedagógico do conteúdo”, definido por Shulman (1986) como o conhecimento “que vai além do conhecimento da disciplina em si para a dimensão do conhecimento da disciplina *para ensinar*”. (p. 9).

• Com base nas ideias de Shulman, propusemos o conceito de “conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros”, que consiste em:

[...] conhecer o conteúdo no qual o erro foi cometido, as razões pelas quais tal conteúdo gera erros, as formas de trabalhar com os erros para desestabilizar as concepções errôneas dos alunos e as estratégias de ensino que podem auxiliar os alunos a superarem suas dificuldades de aprendizagem. (CURY, 2012, p. 38).

• Sugerimos que sejam escolhidos os erros mais frequentes, cometidos por estudantes da educação básica, relacionados a determinados conteúdos, escolhidos pelos professores em formação, e que esses erros sejam analisados em profundidade.

- com esse trabalho, o professor estará se preparando para desafiar concepções errôneas dos estudantes, previamente adquiridas, ou obstáculos gerados por novos conceitos, auxiliando-os na superação dessas dificuldades.

REFERÊNCIAS

BORASI, R. **Reconceiving mathematics Instruction**: a Focus on Errors. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BORTOLI, M. de F. **Análise de erros em matemática**: um estudo com alunos de ensino superior. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2011.

BRUM, L. D. **Análise de erros cometidos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em conteúdos de Álgebra**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2013.

CURY, H. N. O conhecimento pedagógico do conteúdo dos erros. In: CURY, H. N.; VIANNA, C. R. (Orgs.). **Formação do professor de Matemática**: reflexões e propostas. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012. p. 19-48.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. A análise de erros como metodologia de investigação. In: ProfMat2009, Viana do Castelo. **Anais**. Lisboa: APM, 2009.

CURY, H. N.; RIBEIRO, A. J.; MÜLLER, T. J. Explorando erros na resolução de equações: um caminho para a formação do professor de matemática. **Unión**, n. 28, p. 143-157, 2011.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Uma discussão a respeito de soluções de professores em formação continuada a uma questão sobre equação polinomial de 2º grau. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 13, Recife, 2011. **Anais**. Recife: CIAEM, 2011.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.