



**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL**

**JULIANA PEREIRA BERTI**

**UMA ILHA INTERDISCIPLINAR DE RACIONALIDADE PARA A CONSTRUÇÃO  
DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA**

**CAXIAS DO SUL**

**2018**

**JULIANA PEREIRA BERTI**

**UMA ILHA INTERDISCIPLINAR DE RACIONALIDADE PARA A CONSTRUÇÃO  
DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, sob a orientação da Prof<sup>a</sup>. Dra. Laurete Zanol Sauer e coorientação da Prof<sup>a</sup>. Dra. Isolda Gianni de Lima, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**CAXIAS DO SUL**

**2018**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Universidade de Caxias do Sul  
Sistema de Bibliotecas UCS - Processamento Técnico

B543i Berti, Juliana Pereira

Uma Ilha Interdisciplinar de Racionalidade para a construção do  
conceito de função matemática / Juliana Pereira Berti. – 2018.

133 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado) - Universidade de Caxias do Sul, Programa  
de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2018.

Orientação: Laurete Teresinha Zanol Sauer.

Coorientação: Isolda Gianni de Lima.

1. Aprendizagem. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Matemática  
(Ensino médio). 4. Alfabetização. I. Sauer, Laurete Teresinha Zanol,  
orient. II. Lima, Isolda Gianni de, coorient. III. Título.

CDU 2. ed.: 51:37

Catalogação na fonte elaborada pela(o) bibliotecária(o)  
Michele Fernanda Silveira da Silveira - CRB 10/2334

**UMA ILHA INTERDISCIPLINAR DE RACIONALIDADE PARA CONSTRUÇÃO  
DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA.**

**Juliana Pereira Berti**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Caxias do Sul, 06 de novembro de 2018.

Orientadores:

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Laurete Zanol Sauer

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Isolda Gianni de Lima

Banca Examinadora:

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cátia Maria Nehring

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Valquíria Villas Boas Gomes Missell

## RESUMO

Este trabalho relata o planejamento, elaboração, aplicação e análise de uma Ilha Interdisciplinar de Racionalidade (IIR), visando à análise de seu potencial na construção do conceito de função matemática, abordando relações que podem ou não ser caracterizadas como funções, e enfatizando o conceito e não os tipos de funções. De acordo com Fourez (1997), IIR é um método de ensino voltado para a Alfabetização Científica e Tecnológica, visando à formação de estudantes críticos, autônomos e com capacidade de comunicação perante demandas da sociedade. O problema de pesquisa gerou o questionamento: *Qual a colaboração da IIR elaborada para a construção do conceito de função matemática?* Para respondê-lo foi planejada e aplicada uma IIR em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, no último trimestre do ano letivo de 2016, de uma escola estadual de Gramado, no Estado do Rio Grande do Sul. A pesquisa teve abordagem qualitativa, de natureza aplicada, descritiva e participante. Os resultados da aprendizagem foram analisados por meio da observação e da análise das produções dos estudantes participantes. Algumas evidências revelaram resultados no que se refere à predisposição dos estudantes para aprenderem e na compreensão do conceito de função matemática em situações reais. Quanto aos objetivos da Alfabetização Científica e Tecnológica, os estudantes demonstraram progresso, no percurso da IIR, quanto ao domínio das situações analisadas, à autonomia na produção e investigação do conhecimento e à capacidade de comunicação, no sentido dado por Fourez.

**Palavras-chave:** Ilha Interdisciplinar de Racionalidade. Alfabetização Científica e Tecnológica. Conceito de função matemática em situações reais.

## **Abstract**

This work describes the planning, elaboration, application and analysis of an Interdisciplinary Island of Rationality (IIR), aiming at the analysis of its potencial in the construction of the mathematical function's concept. According to Fourez (1997), IIR is a teaching method focused to Scientific and Technological Literacy, aimed at the training of autonomous and with capacity for communication students in demand. The research problem created the questioning: What is the collaboration of IIR elaborated for the construction of the mathematical function's concept? To answer it, was planned and applied a IIR in a class of 1st year in High School, in the last quarter of the 2016, in a state school in Gramado, Rio Grande do Sul, Brazil. The research is qualitative, applied, descriptive and participant. The learning results were collected through the observation and analysis of students' productions. Some evidence has revealed results according to students' predisposition to learn and understanding the mathematical function's concept in real situations. As for Scientific and Technological Literacy goals, the students demonstrated mastery of the analyzed situations, autonomy in the production and knowledge investigation and communication hability, in the sense given by Fourez.

**Keywords:** Interdisciplinary Island of Rationality. Scientific and Technological Literacy. Mathematical function's concept in real situations.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ACT	Alfabetização Científica e Tecnológica
ANA	Agência Nacional das Águas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Corsan	Companhia Riograndense de Saneamento
COM	Círculo de Pais e Mestres
EJA	Educação de Jovens e Adultos
IIR	Ilha Interdisciplinar de Racionalidade
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PCN+EM	Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
SOE	Serviço de Orientação Escolar
SSE	Serviço de Supervisão Escolar

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação gráfica da função $D(T)$ .....	25
Figura 2 – SchoolBook.....	51
Figura 3 – Texto sobre o ciclo da água .....	56
Figura 4 – Texto sobre a falta de água. ....	56
Figura 5 – Texto sobre o consumo exagerado.....	57
Figura 6 – Texto sobre conscientização .....	57
Figura 7 – Categorização dos temas extraídos dos textos.....	59
Figura 8 – As seis categorias resultantes do panorama espontâneo .....	59
Figura 9 – Registro das atividades no diário de bordo da professora pesquisadora.....	71
Figura 10 – Taxa de desmatamento na Amazônia em determinado período de tempo .....	75
Figura 11 – Crescimento do consumo de água no mundo .....	76
Figura 12 – Gráfico representativo do crescimento do consumo de água no mundo .....	77
Figura 13 – Função que representa o investimento em relação ao percentual representativo de cada região brasileira.....	78
Figura 14 – SchoolBooks com destaques para a esquematização global dos grupos .....	80
Figura 15 – SchoolBooks com destaque para a esquematização global dos grupos.....	80
Figura 16 – SchoolBooks com destaque à importância da água .....	81
Figura 17 – SchoolBooks com destaque para o desperdício da água.....	82
Figura 18 – SchoolBooks com destaque à importância de conscientização .....	83
Quadro 1 – Evolução histórica do conceito de função .....	20
Quadro 2 – Descrição das etapas, nº de aulas e datas de aplicação da IIR .....	45



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>09</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>16</b>
2.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO BRASIL .....	16
<b>2.1.1 O conceito de função matemática .....</b>	<b>19</b>
2.2 INTERDISCIPLINARIDADE .....	27
2.3 ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA E AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE .....	31
2.4 A MATEMÁTICA, AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE E O CONCEITO DE FUNÇÃO .....	36
<b>3 PERCURSO METODOLÓGICO .....</b>	<b>42</b>
3.1 O CONTEXTO.....	43
3.2 PLANEJAMENTO DA IIR.....	44
3.3 APLICAÇÃO DA IIR .....	46
<b>4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....</b>	<b>52</b>
4.1 AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO DA IIR.....	52
<b>4.1.1 Clichê .....</b>	<b>53</b>
<b>4.1.2 Panorama espontâneo .....</b>	<b>55</b>
<b>4.1.3 Consultas aos especialistas.....</b>	<b>61</b>
<b>4.1.4 Indo à prática .....</b>	<b>65</b>
<b>4.1.5 Abertura das caixas-pretas .....</b>	<b>66</b>
<b>4.1.6 Esquematização global da situação estudada .....</b>	<b>74</b>
<b>4.1.7 Abertura de caixas-pretas sem a ajuda de especialistas.....</b>	<b>75</b>
<b>4.1.8 Síntese da Ilha Interdisciplinar de Racionalidade produzida .....</b>	<b>80</b>
<b>5 PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>86</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>87</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE A – Questões formuladas pelos estudantes na Etapa 1 da IIR (Clichê) .....</b>	<b>95</b>
<b>APÊNDICE B – Textos de estudantes elaborados extraclasse .....</b>	<b>97</b>
<b>APÊNDICE C – Anotações do diário de bordo da professora pesquisadora sobre as redações em grupos .....</b>	<b>104</b>
<b>APÊNDICE D – Roteiros das entrevistas elaborados pelos estudantes .....</b>	<b>105</b>
<b>APÊNDICE E – PRODUTO EDUCACIONAL DESTA DISSERTAÇÃO .....</b>	<b>107</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O Ensino Médio vem sendo tema de discussões, principalmente no que diz respeito aos métodos de ensino, muitos dos quais, além de não acompanharem o ritmo de desenvolvimento dos recursos científicos e tecnológicos, não têm sido eficazes em muitos casos, deixando os níveis de desempenho dos estudantes abaixo do esperado. (BRASIL, 2000a).

Nesse cenário de mudanças, uma delas refere-se à organização curricular que, conforme orientação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), propõe um currículo organizado em áreas de conhecimento, objetivando a interdisciplinaridade e a contextualização. (BRASIL, 2000a).

A interdisciplinaridade surge como uma possibilidade para contribuir com a formação cidadã dos adolescentes (BATISTA; LAVAQUI, 2007), promovendo a integração de aprendizagens e conhecimentos escolares. Para Thiesen (2008), as exigências da prática interdisciplinar na educação referem-se às mudanças, nos contextos econômico, político e tecnológico, pelas quais a sociedade vem passando.

Para essa nova compreensão do Ensino Médio, as Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+EM) sugerem que o professor não conduza o aprendizado de forma solitária. Sem dúvida, as escolhas pedagógicas realizadas em uma disciplina dependem do tratamento dado às demais, o que é uma ação interdisciplinar que articula o trabalho das disciplinas promovendo, assim, o desenvolvimento de competências. (BRASIL, 2000b).

Uma proposta de governo, referente ao Ensino Médio Politécnico, vigorou, no Estado do Rio Grande do Sul, de 2012 a 2016, com o intuito de que se trabalhassem interdisciplinarmente os conteúdos desta etapa de ensino, por meio de projetos e de uma nova organização curricular. De acordo com Azevedo e Reis:

As bases teóricas e de realização do Ensino Médio Politécnico (EMP) se pautam principalmente na articulação interdisciplinar do trabalho pedagógico entre as grandes áreas do conhecimento (ciências da natureza e suas tecnologias; ciências humanas e suas tecnologias; linguagens e suas tecnologias; matemática e suas tecnologias); na relação teoria e prática, parte e todo, na pesquisa como princípio pedagógico; na avaliação emancipatória; no reconhecimento dos saberes; no trabalho como princípio educativo; na politecnicidade como conceito estruturante do pensar e fazer, relacionando os estudos escolares com o mundo do trabalho; e no planejamento coletivo. (2013, p. 35).

Com efeito, resultados obtidos com a realização de projetos interdisciplinares, quando da vigência do Ensino Médio Politécnico, sugerem a relevância da interdisciplinaridade que tais projetos podem viabilizar, no âmbito do Ensino Médio, bem como a contribuição da educação para a formação integral do estudante. (HERTZ, 2017).

Para tanto,

a disciplina de Seminário Integrado foi incluída no currículo do Ensino Médio, com a finalidade de articular-se com as demais disciplinas, por meio de pesquisas realizadas pelos estudantes, no desenvolvimento de projetos de aprendizagem, nas áreas de conhecimento e em eixos transversais sugeridos na proposta pedagógica do EMP. (HERTZ, 2017, p. 14).

Ainda para essa autora, apesar de a disciplina de Seminário Integrado não mais constar no currículo das escolas, em muitos casos permaneceu a metodologia de projetos, a que se pode atribuir um sentido colaborador para a formação e o desenvolvimento dos jovens, que essa metodologia pode promover.

Uma Alfabetização Científico-Técnica (FOUREZ, 1994) ou a Alfabetização Científica (PINHEIRO; WESTPHAL, 2004) serve como um meio para que os estudantes compreendam os conceitos disciplinares mediante trabalhos interdisciplinares. Por meio da ACT, pode-se tomar consciência de que as teorias (ou conteúdos disciplinares) não serão bem compreendidas, se os estudantes não souberem por que e para que foram criadas. Segundo Fourez (1997, p. 61), os três principais atributos da ACT são: a autonomia do indivíduo, a comunicação com os demais e o domínio frente a situações concretas, especialmente no contexto da aprendizagem do conceito de função matemática, no caso deste trabalho, as quais exigem conhecimento teórico.

A escolha desse tema deve-se ao fato de estar bastante presente na vida profissional da professora-pesquisadora, ao considerar a experiência docente adquirida ao longo dos últimos nove anos com a Matemática. Dessa experiência, percebe-se que os estudantes que chegam no Ensino Médio possuem grande dificuldade em compreender e aplicar conceitos matemáticos fundamentais para o desenvolvimento de seus estudos e de relacioná-los ao seu cotidiano.

Ao trabalhar no Ensino Médio percebeu-se que a maior parte dos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, série que, de acordo com as propostas curriculares, é a etapa do estudo das funções, apresenta dificuldades no entendimento do conceito de função, pois a

disciplina tem sido voltada, entre outros temas, para o ensino das funções elementares, sem uma construção prévia do conceito de função, que dá suporte ao estudo dos diferentes tipos.

Como mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Caxias do Sul, teve-se a oportunidade de observar como alguns professores lidam com o conteúdo de funções e de participar de discussões e reflexões sobre novas metodologias e sobre preocupações com o aprendizado de Matemática. Assim, a defasagem dos estudantes do Ensino Médio em conteúdos considerados básicos, despertou a necessidade, por parte da pesquisadora, de pesquisar sobre a importância da construção do conceito de função.

Com efeito, o estudo de funções é um dos mais importantes dentre os temas de Matemática. Sua relevância é dada pelo fato de o conteúdo estabelecer relações com vários outros conceitos matemáticos, além de ser aplicado no estudo de fenômenos em diversas áreas do conhecimento, podendo, assim, ser motivador de uma prática interdisciplinar.

O interesse em buscar novas metodologias de ensino surgiu a partir de reflexões sobre dificuldades encontradas pelos estudantes na construção do conceito de função e, também, da possibilidade que se vislumbrou de proporcionar a eles aplicações do conhecimento matemático em situações do cotidiano.

Paralelamente a isso, percebeu-se, a partir da experiência da professora-pesquisadora, que diversos projetos vêm sendo desenvolvidos nas escolas, com o intuito de realizar trabalhos interdisciplinares. Entretanto, ainda se observam conjuntos de disciplinas isoladas, com professores de cada área trabalhando e planejando o ensino de conteúdos separadamente de outros e de outras disciplinas, o que se deve, em parte, ao fato de as escolas possuírem um currículo que, apesar de estar proposto por áreas de conhecimento, ainda é praticado de forma fragmentada. Nas palavras de Moro,

temos atualmente um contexto fortemente disciplinar instalado em nossas escolas, e seria ilusório esperar que práticas interdisciplinares pudessem surgir espontaneamente ou fazer parte do cotidiano dos professores de Ensino Médio que tiveram, em sua grande maioria, uma formação tradicional e que resistem a desenvolver atividades que exigem trabalho dos professores em equipe. (2015, p. 34).

Para a construção de uma didática interdisciplinar, ou prática educativa que visa à educação integral do sujeito, *por meio da realização de projetos interdisciplinares* deve-se

promover a possibilidade de *trocas*, estimular o *autoconhecimento* sobre a prática de cada um e ampliar a leitura das práticas cotidianas. (FAZENDA, 2016, p. 79, grifo nosso).

Freire observava que

falar da realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado, quando não falar ou dissertar sobre algo completamente alheio à experiência existencial dos educandos vem sendo, realmente, a suprema inquietação desta educação. A sua irrefreada ânsia. Nela, o educador aparece como seu indiscutível agente, como o seu real sujeito, cuja tarefa indeclinável é "encher" os educandos dos conteúdos de sua narração. Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam significação. A palavra, nestas dissertações, se esvazia da dimensão concreta que devia ter ou se transforma em palavra oca, em verbosidade alienada e alienante. Dai que seja mais som que significação e, assim, melhor seria não dizê-la. (1987, p. 33).

Esta realidade descrita por Freire, em 1987, continua sendo vivenciada em muitas salas de aula, por educandos que desconhecem o significado, a importância e a aplicação (quando há) do que está sendo trabalhado. A falta de relação com o cotidiano faz com que os estudantes não vejam significado nos conhecimentos científicos e, assim, não incorporem tais proposições em sua curiosidade ou como seus problemas, e não tenham motivação para buscar soluções para eles. (NEHRING et al., 2002, p. 89).

Conforme já mencionado, foi apresentada, no ano de 2012, no Estado do Rio Grande do Sul, uma proposta para o Ensino Médio que, dentre vários objetivos, visava à reorganização curricular, além da prática pedagógica por meio de projetos. Atualmente, vive-se outra reformulação do Ensino Médio, que propõe o currículo dividido em dois: uma parte com disciplinas fixas obrigatórias e outra com disciplinas optativas, nas quais o estudante poderá construir uma grade adequada ao seu perfil e ao seu projeto de futuro. (BRASIL, 2017).

Na proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, encaminhada para discussão no Conselho Nacional de Educação, encontra-se:

Cabe às escolas de Ensino Médio contribuir para a formação de jovens críticos e autônomos, entendendo a crítica como a compreensão informada dos fenômenos naturais e culturais, e a autonomia como a capacidade de tomar decisões fundamentadas e responsáveis. (BRASIL, 2017, p. 463).

A BNCC, conforme consta em sua última proposta, ainda em análise, está organizada em áreas de conhecimento, as quais têm a finalidade de integrar dois ou mais componentes do currículo, para melhor compreender e transformar uma realidade complexa. (BRASIL, 2017).

Com tal demanda, continua sendo necessário compreender o que é interdisciplinaridade e quais suas diferentes formas de inserção na educação. Além disso, quer-se refletir sobre quais condições uma proposta interdisciplinar favorecerá a aprendizagem, qual deve ser o perfil do professor de Matemática nesse cenário, que tipo de metodologia interdisciplinar pode ser colocada em prática e que, de fato, possibilite uma aprendizagem que tenha finalidade, podendo esta ser utilitária (compreender o funcionamento de algo), teórica (representação conceitual explícita de uma situação), prática e/ou econômica (colocar-se frente a uma técnica), e estética (no curso desses trajetos, o espírito humano se descobre e se reconhece em sua criatividade). (FOUREZ, 1997).

Entende-se que esses questionamentos expõem algumas fragilidades do trabalho interdisciplinar proposto, hoje em dia, no Ensino Médio. Essas fragilidades precisam ser analisadas, compreendidas e enfrentadas, para que se tenha a possibilidade de corrigi-las.

Considerando o exposto, julga-se importante investigar, planejar, construir, aplicar e avaliar uma Ilha Interdisciplinar de Racionalidade (IIR) que, de acordo com Fourez (1997), é um método de ensino voltado para a Alfabetização Científica e Tecnológica, visando à formação de estudantes críticos, autônomos e com capacidade de comunicação perante demandas da sociedade. O objetivo do trabalho aplicado foi elaborar uma IIR visando à busca de evidências de aprendizagem do conceito de função matemática, no sentido de compreendê-la como uma linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e para construir modelos descritivos de fenômenos, permitindo conexões, dentro e fora da Matemática. Assim, além de atender a determinações para o Ensino Médio, que com frequência têm sido revisadas, pode-se colaborar com a melhoria da qualidade da educação nessa etapa, o que se entende estar relacionado ao desenvolvimento de competências destacadas nos documentos oficiais, as quais se procura contemplar neste trabalho.

Assim, nesse contexto de mudanças sociais e educacionais, foi proposta a construção de uma IIR, aplicada com estudantes de primeiro ano do Ensino Médio, na disciplina de Matemática, buscando responder à seguinte questão de pesquisa: **Qual a colaboração da IIR elaborada para a construção do conceito de função matemática?**

No percurso da construção da resposta a essa questão, considerou-se como objetivo geral **avaliar o potencial da IIR concebida, visando à construção do conceito de função matemática**, no que diz respeito à **Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT)**.

Assim sendo, esta pesquisa foi desenvolvida considerando a construção, a aplicação e a avaliação da IIR, construída no contexto do tema "Água", para evidenciar aprendizagens de Matemática, especificamente em relação ao conceito de função matemática, com base em fatos e acontecimentos da realidade dos estudantes. No percurso desta construção, levou-se em consideração situações que possibilitassem a compreensão da linguagem matemática, como uma linguagem das ciências, necessária para expressar relações entre grandezas e modelar situações-problema, gerando modelos descritivos de fenômenos, no contexto da Matemática e de outros relacionados ao cotidiano dos estudantes, em especial, ao tema da "Água". (BRASIL, 2000c).

Disso derivaram os seguintes **objetivos específicos**:

- **planejar uma IIR para a construção do conceito de função matemática;**
- **elaborar atividades a serem realizadas em cada etapa da IIR, contextualizadas no tema da "Água";**
- **criar estratégias para o envolvimento dos estudantes na realização das atividades propostas, de modo a contemplar o desenvolvimento dos objetivos da ACT, quais sejam: domínio, autonomia e comunicação;**
- **aplicar a IIR elaborada;**
- **avaliar o desenvolvimento da IIR, procurando evidências da compreensão do conceito de função matemática, bem como do desenvolvimento dos objetivos da ACT;**
- **identificar elementos para aprimorar o planejamento inicial da IIR, a fim de constituí-la como um produto educacional, para a construção do conceito de função matemática;**
- **produzir um guia didático para professores, sobre a IIR construída, incluindo o planejamento e os resultados desta pesquisa, como forma de compartilhar e incentivar a utilização desse método.**

Esta dissertação está organizada de forma que, no capítulo dois são apresentadas considerações sobre o que se entende ser necessário como fundamentação teórica da pesquisa, quanto ao ensino e à aprendizagem de Matemática, com atenção especial à construção do conceito de função matemática e ao potencial da interdisciplinaridade, na visão de autores que

destacam sua importância na aprendizagem, o que se entende como primordial para a alfabetização científica e tecnológica, teoria que fundamenta a construção da IIR. Finaliza-se o capítulo com a seleção, acompanhada de análise e discussão, de pesquisas disponíveis relacionadas ao mesmo objeto de estudo.

No capítulo três é apresentado o percurso metodológico da pesquisa, constituído pelo contexto, pelo planejamento das etapas da IIR, juntamente com a descrição de sua aplicação.

O capítulo quatro, destinado à análise dos dados construídos, apresenta a discussão das etapas da IIR, de forma detalhada, com os resultados evidenciados. Destes, procurou-se esclarecer e responder à questão de pesquisa, bem como verificar o alcance dos objetivos pretendidos.

O produto educacional, gerado com esta dissertação, é apresentado no capítulo cinco, e as considerações finais, no capítulo seis.

Seguindo, assim, no relato deste trabalho, passa-se, a seguir, à apresentação do referencial teórico que fundamentou a pesquisa.



## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta pesquisa foi selecionado, abordando os seguintes temas, considerados diretamente relacionados com o interesse pelo estudo realizado, quais sejam, o ensino e a aprendizagem de Matemática, com destaque ao conceito de função, a ACT e as IIR.

### 2.1 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO BRASIL

De acordo com as bases legais dos PCNEM (BRASIL, 2000a), os estudos na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias devem levar em consideração que a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências.

Segundo as PCN+EM (BRASIL, 2000b), há três importantes competências a serem desenvolvidas pelos estudantes do Ensino Médio, na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias:

- ✓ representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
- ✓ investigação e compreensão, competências marcadas pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
- ✓ contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo, que podem ser respondidos ou transformados por meio do pensar e do conhecimento científico.

Além disso, os PCN+EM consideram que a escolha dos temas a serem trabalhados em sala de aula deve levar em conta o desenvolvimento das competências citadas; ter relevância científica e cultural e, ainda, permitir a articulação lógica entre diferentes ideias e conceitos, a fim de garantir maior significado na aprendizagem.

No que se refere às funções matemáticas, os PCN+EM destacam que este assunto permite ao estudante adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema,

construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões, dentro e fora da Matemática. (BRASIL, 2000b).

Os PCNEM também afirmam que

A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. (BRASIL, 2000c, p.121).

De acordo com Ávila, é necessário ter cuidado ao abordar funções matemáticas, pois

o que vemos no ensino de funções é a introdução de diversos conceitos novos, como *função injetiva*, *sobrejetiva*, *inversa*, *composta*, etc, sem utilização adequada desses conceitos, e, portanto, sem revelar sua real importância. O resultado é negativo, pois, ao invés de estimular os estudantes, produz neles o efeito contrário de gerar desinteresse pela Matemática. (1993, p. 7).

Sendo assim, as Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR) (FOUREZ, 1997), têm como objetivo promover a Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT) dos estudantes, e vem ao encontro do que é defendido pelas OCEM (BRASIL, 2006):

A ACT visa a proporcionar ao estudante certa autonomia para negociar sobre assuntos da ciência e da tecnologia, e certo manejo do ambiente para saber fazer e poder fazer, e tem como alternativa metodológica, envolvendo aspectos pedagógicos e epistemológicos, a elaboração de “Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade”. Estas consistem em representações de determinadas situações precisamente localizadas que, com a utilização dos saberes de diversas disciplinas, procuram manter o mundo com sua complexidade e submetem o conhecimento teórico a projetos práticos, convidando o estudante a explorar seu mundo por meio da Física, e não apenas adentrar no mundo da Física (BRASIL, 2006, p. 63-64).

O documento normativo publicado em 2017, que define o conjunto de aprendizagens essenciais aos estudantes da Educação Básica no Brasil, a BNCC, destacou ações importantes a serem implementadas, considerando a autonomia dos sistemas ou das redes de ensino e, também, o contexto e as características dos estudantes. Dentre elas estão:

- ✓ contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo, nos quais as aprendizagens estão situadas;

- ✓ decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares, para adotarem estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas, em relação à gestão do ensino e da aprendizagem;
  - ✓ selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de estudantes, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização, etc.;
  - ✓ conceber e pôr em prática situações e procedimentos para motivar e engajar os estudantes nas aprendizagens;
  - ✓ construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado, que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos alunos;
  - ✓ selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender;
  - ✓ criar e disponibilizar materiais de orientação para os professores, bem como manter processos permanentes de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem;
  - ✓ manter processos contínuos de aprendizagem sobre gestão pedagógica e curricular para os demais educadores, no âmbito das escolas e dos sistemas de ensino.
- (BRASIL, 2017).

Com efeito:

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e que está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCN). (BRASIL, 2017, p. 7).

Na BNCC (BRASIL, 2017), as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes estão organizadas segundo as unidades de conhecimento: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, para a área de Matemática. Nesse documento, os objetivos de aprendizagem de Matemática consideram a ampliação e o aprofundamento do que foi desenvolvido até o 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, propõe que sejam explorados os conhecimentos da etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade.

A BNCC destaca o estudo das funções matemáticas enfatizando:

Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2017, p. 517).

Diante das considerações apresentadas, compreende-se a necessidade de construir o conceito de função matemática, de forma a desenvolver competências e habilidades, por meio de metodologias que promovam a interdisciplinaridade e, conseqüentemente, o uso da Matemática como uma ferramenta para reflexão e crítica dos estudantes, frente à sociedade em que estão inseridos. Assim sendo, na próxima subseção discorre-se sobre o conceito de função e possibilidades de promover o seu estudo com os propósitos mencionados.

### **2.1.1 O conceito de função matemática**

O conceito de função não é recente; ele está na mente humana desde que o homem, levado pela necessidade, começou a associar uma pedra a cada animal para ter controle do seu rebanho. Segundo Sá, Souza e Silva (2003), babilônicos e egípcios já construíam tabelas que demonstravam a ideia de função. Os primeiros atribuíam valores, na segunda coluna da tabela, feita em argila, multiplicando o número da primeira por uma constante. Quanto aos egípcios, em tabelas, geralmente feitas em papiros, apresentavam generalizações como resultados de induções, de casos mais simples para casos mais complicados. Ou seja, tais tabelas continham o registro, na segunda coluna, de generalizações de descobertas simples, registradas na primeira coluna.

Esses autores apresentam, em seu trabalho sobre a evolução histórica do conceito de função, considerações sobre sua utilização, desde então. O Quadro 1 apresenta a síntese realizada pelos autores:

Quadro 1 – Evolução histórica do conceito de função

Autor	Ano	Contribuição
René Descartes (1596-1650)	–	Chegou a definir função como qualquer potência de $x$ , como $x^2, x^3, \dots$
Isaac Newton (1643-1727)	–	Introduziu o termo “variável independente”.
James Gregory	1667	Na obra <i>Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura</i> , conceituou função sem utilizar a palavra propriamente dita: “Nós chamamos uma quantidade $x$ composta de outras quantidades $a, b, \dots$ se $x$ resulta de $a, b, \dots$ pelas quatro operações elementares, por extração de raízes ou por qualquer outra operação imaginável.”
Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)	1694	Empregou a palavra <i>função</i> para designar quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva. E na obra História usou a palavra “função” para representar quantidades que dependem de uma variável.
Jakob Bernoulli (1654-1705)	1694	Empregou a palavra função como sendo: quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva.
Johann Bernoulli	1718	Definiu da seguinte maneira: “função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes”.
Leonhard Euler (1707-1783)	–	Introduziu o símbolo $f(x)$

(continua)

Autor	Ano	Contribuição
D'Alembert (1717-1783)	–	equação da onda: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$
Daniel Bernoulli (1700-1782)	1753	Tentativa de resposta para o problema da corda vibrante: $y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \cos \frac{n \pi a t}{l}$
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)	1797	Na obra <i>Théorie des Fonctions Analytiques</i> , definiu: “Chama-se função de uma ou de várias quantidades a toda expressão de cálculo na qual essas quantidades entrem de alguma maneira, combinadas ou não com outras quantidades cujos valores são dados e invariáveis, enquanto que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e não as constantes que aparecem combinadas a elas”.
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)	1806	Lecons sur le calcul des fuctions: “Funções representavam diferentes operações que deviam ser realizadas em quantidades conhecidas para obterem-se valores de quantidades desconhecidas, e estas quantidades desconhecidas eram, propriamente, o último resultado do cálculo.”
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)	1822	Afirmou em <i>La théorie analytique de la chaleur</i> que qualquer função poderia ser expressa por uma série trigonométrica da seguinte forma: $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos \frac{n \pi x}{l} + b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \right]$

(continua)

Autor	Ano	Contribuição
Benhard Bolzano (1781-1848)	1817	Publicou Functionlehre onde conceituou continuidade muito próximo do conceito atual. Demonstrou o teorema do valor médio
Augustin Louis Cauchy (1789-1857)	1821	Em Cours d'analyse definiu função: “Quando quantidades variáveis estão ligadas entre si de tal forma que, o valor de uma delas sendo dado, pode-se determinar o valor das demais, diz-se usualmente que estas quantidades são expressas por meio de uma delas, que toma o nome de variável independente; e as outras quantidades expressas por meio da variável independente são o que chamamos de funções dessa variável.” Definiu continuidade através de infinitésimos.
Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859)	–	Demonstrou que nem todas as funções podem ser descritas pela série de Fourier.
Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859)	1837	Definiu função como: “Se uma variável $y$ está relacionada com uma variável $x$ de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a $x$ , existe uma regra segundo a qual um valor único de $y$ fica determinado, então diz-se que $y$ é função da variável independente $x$ .”
Nikolái Lobatchesvsky (1792-1856)	–	Definiu função : “A concepção geral exige que uma função de $x$ seja chamada de um número que é dado para cada $x$ e que muda gradualmente com $x$ . o valor da função pode ser dado ou por uma expressão analítica, ou por uma condição que ofereça um meio para testar todos os números e selecionar um deles; ou finalmente, a dependência pode existir mas permanecer desconhecida”.

(conclusão)

Autor	Ano	Contribuição
Bernhard Riemann (1826-1866)	–	Esclareceu os critérios de integrabilidade, e deu origem ao conceito de “integral de Riemann”
Philipp Cantor (1845-1918)	–	Desenvolveu a teoria dos conjuntos
Karl Weierstrass (1815-1897)	–	Definiu função como uma série de potência juntamente com todas as que podem ser obtidas dela por prolongamento analítico.
Giuseppe Peano (1858-1932)	–	Definiu três conceitos primitivos que o zero, o conceito de número (inteiro não-negativo) e a relação de ser sucessor de, os quais, junto com seus cinco postulados, forneceram uma construção rigorosa do conjunto dos números naturais.
Nicolas Bourbaki	1968	<p>Em <i>Théorie des Ensembles</i> conceitou função de duas maneiras:</p> <p>“Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja <math>x \in E</math>, existe um e somente um elemento <math>y \in F</math> que esteja associados a x na relação considerada.</p> <p>Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todo o elemento <math>x \in E</math> o elemento <math>y \in F</math> que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função.”</p> <p>E:</p> <p>“Um certo subconjunto do produto cartesiano <math>A \times B</math>”.</p>

Fonte: Sá, Souza e Silva (2003, p. 136-139).

Aspectos da história da Matemática são considerados informações importantes para se desenvolver conceitos, justificando sua importância como fonte de evolução das Ciências e de suas teorias que, muitas vezes, parecem ter sido “criadas” sem a devida conexão com a evolução dos conceitos.



Atualmente, conforme orientam documentos oficiais, o conceito de função tem sido apresentado por diversos autores, especialmente pelo fato de que as funções representam conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Assim sendo, encontra-se em Anton, Bivens e Stephen:

Um dos temas mais importantes do Cálculo é a análise das relações entre quantidades físicas ou matemáticas. Tais relações podem ser descritas em termos de gráficos, fórmulas, dados numéricos ou palavras. [...] o conceito de “função” é a ideia básica subjacente a quase todas as relações matemáticas e físicas, não importando como são expressas. (ANTON; BIVENS; STEPHEN, 2014, p.1).

Para Stewart (2006), as funções surgem quando uma quantidade depende de outra, como, por exemplo:

A) a área  $A$  de um círculo depende de seu raio  $r$ . A lei que conecta  $r$  e  $A$  é dada pela equação  $A = \pi r^2$ . A cada número  $r$  positivo existe associado um único valor de  $A$ , e dizemos que  $A$  é uma *função* de  $r$ . A fórmula  $A = \pi r^2$  é uma representação "algébrica" da função, neste caso;

B) a população humana mundial  $P$  depende do tempo  $t$ . A tabela abaixo fornece estimativas da população mundial  $P(t)$  no instante  $t$ , para determinados anos. Por exemplo,

$$P(1950) \approx 2.560.000.000$$

Porém, para cada valor do tempo  $t$  existe um valor de  $P$  correspondente, e diz-se que  $P$  é uma função de  $t$ . A Tabela 1 fornece dados reais para a população mundial, em determinado período de tempo. Esta forma de apresentação da função é chamada de representação "numérica" da mesma.

Tabela 1: População mundial entre as primeiras décadas de 1900 a 2000.

<b>Ano</b>	<b>População (milhões)</b>
<b>1900</b>	1.650
<b>1910</b>	1.750
<b>1920</b>	1.860
<b>1930</b>	2.070
<b>1940</b>	2.300

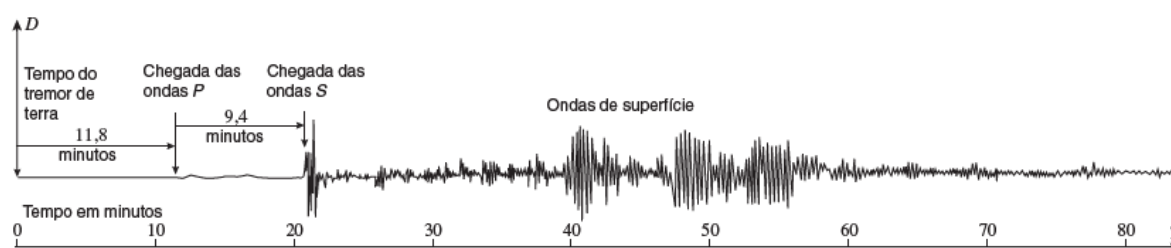
<b>1950</b>	2.560
<b>1960</b>	3.040
<b>1970</b>	3.710
<b>1980</b>	4.450
<b>1990</b>	5.280
<b>2000</b>	6.080

Fonte: Stewart (2006, p. 11).

C) o custo  $C$  de enviar uma carta pelo correio depende de seu peso  $w$ . Embora não haja uma fórmula simples conectando  $w$  e  $C$ , o correio tem uma fórmula que permite calcular  $C$  quando é dado  $w$ . Neste caso, temos uma representação "verbal" do custo  $C$ , em função do peso  $w$ ;

D) a deflexão  $D$ , da agulha de um sismógrafo, é uma função do tempo  $T$  (como designado por Anton, Bivens, Stephen, Figura 1) decorrido desde o instante em que um abalo deixou o epicentro de um terremoto. (ANTON; BIVENS; STEPHEN, 2014). A representação "gráfica" desta função  $D(T)$  é apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Representação gráfica da função  $D(T)$



Fonte: Anton (2014, p. 2).

Sendo assim, compreende-se que, se uma variável  $y$  depende de uma variável  $x$  de tal modo que cada valor de  $x$  determina exatamente um valor de  $y$ , então dizemos que  **$y$  é uma função de  $x$** . (ANTON; BIVENS; STEPHEN, 2014). Stewart (2006) ressalta que, se uma função pode ser representada de quatro maneiras (verbal, numérica, visual e algébrica), então é proveitoso ir de uma representação para a outra; porém, certas funções são descritas mais naturalmente por um método que por outro.

Sobre o entendimento do conceito de função, Maciel afirma:

Os diferentes alunos apresentam uma diversidade de concepções sobre a noção de função e, provavelmente, pelos métodos de ensino que tiveram não promoveram o estudo e a análise da variabilidade de fenômenos ligados a mudanças, assim as funções encontrariam um significado ligado a origens epistemológicas. Essas diferentes concepções são advindas da utilização de estratégias de ensino que valorizam o uso de rotinas e procedimentos algorítmicos, como a construção de tabelas, cálculo de domínios, etc. As fórmulas (expressões analíticas de funções) são consideradas como receitas, bastando encontrar os valores das incógnitas e, dessa forma, elimina-se o sentido de variabilidade, fazendo valer as incógnitas em detrimento das variáveis. (2011, p. 28).

Considera-se, pois, este argumento como o ponto central da discussão sobre o conceito de função com um conceito estruturador. Não se pode mais continuar enfocando o tipo de função, sem entender, de fato, o que é uma função.

A partir disso, entende-se que o estudo contextualizado do conceito de função pode favorecer a compreensão do seu significado, como um conceito que auxilia na interpretação de fenômenos reais, possibilitando, assim, atribuir significado ao conteúdo e propiciando estabelecer relações entre as diferentes formas de expressão: verbal, gráfica, algébrica e numérica.

Também é importante ressaltar que o conceito de função é um dos conceitos fundamentais da Matemática, pois é o ponto inicial para a construção dos conceitos de derivada e integral e, para tanto, é indispensável que os estudantes do Ensino Médio compreendam situações que envolvam dependência entre grandezas, que representam funções. (LIMA; SAUER; SARTOR, 2011).

Para essas autoras, é proveitoso discutir com os estudantes sobre como os fenômenos podem ser modelados. Afirmando:

O benefício é que, ao discutir sobre os modelos matemáticos de situações reais, podemos promover a discussão sobre as suas vantagens e limitações, procurando descrever a realidade. Por um lado, ao concluir com base num experimento real, o aluno é desafiado a refletir não somente sobre o fenômeno em si, mas sobre suas relações com o contexto que está sendo considerado, sobre suas propriedades, além de outros desdobramentos que vão depender do interesse e disponibilidade em cada caso. Por outro lado, é também importante considerar que nem sempre é possível modelar a situação tal como se apresenta e, com isso, também gerar boas oportunidades de discussões interdisciplinares. (2011, p. 3).

Ainda, para as autoras, a partir da análise de um fenômeno, representado por um determinado tipo de função, pode-se discutir sobre generalidades desta função, suas

propriedades e seus pontos relevantes, do ponto de vista matemático e, até mesmo, de outras aplicações.

Quando se refere às aplicações, que constituem um grande potencial do estudo das funções matemáticas, como alicerce para a compreensão e resolução de problemas de diversas áreas, compreende-se a importância da interdisciplinaridade, vista como forma de ampliação de conhecimentos, quando do estudo de determinados conceitos matemáticos.

Com tal entendimento, passa-se à próxima seção, dedicada à compreensão da interdisciplinaridade, com base em documentos oficiais, além de autores, em cujas pesquisas pode-se encontrar apoio para este estudo.

## 2.2 INTERDISCIPLINARIDADE

Alguns conceitos, presentes de diferentes formas, nas áreas da Matemática e das Ciências da Natureza (na Biologia, na Física e na Química), poderiam ser melhor compreendidos e generalizados, se fossem abordados, quando possível, em comum acordo pelos professores dessas áreas. Com certeza, diferentes conotações de conceitos que transitam por distintas disciplinas, com interpretação unificada em uma tradução interdisciplinar, enriqueceriam a compreensão de cada uma delas. (BRASIL, 2000b).

O termo *interdisciplinaridade* está bastante presente em diversos setores e, especialmente na educação; por ser tão comentado nesse meio, cabem algumas definições, apresentadas por autores que, entende-se, merecem destaque neste trabalho.

Para Paviani (2008), o termo *interdisciplinaridade* não tem o mesmo entendimento para as pessoas que expressam o que significa.

A interdisciplinaridade parece consistir num movimento processual, na efetivação de experiências específicas e que surgem da necessidade e da contingência do próprio estatuto do conhecimento. Isso, em parte, explica a ausência de um conceito mais elaborado e aceito pela comunidade dos cientistas. Explica, igualmente, a existência de definições vagas e inconsistentes do fenômeno. (2008, p. 14).

De fato, observa-se, como o autor, diversas interpretações para a interdisciplinaridade. Em se tratando de educação Matemática, o meio em que se atua, é comum encontrar-se, como exemplos de problemas aplicados, ou problemas interdisciplinares, enunciados que apenas citam termos relacionados a outras áreas, porém,

que nada interferem na sua resolução. Nem o contexto é questionado ou considerado provocador, como se desejaria, caso o interesse fosse a ligação do referido problema com outra(s) área(s) do conhecimento.

Os conteúdos, mesmo que pensados de modo que se inter-relacionem, estão organizados no currículo, de forma disciplinar, sem que exista qualquer conexão entre eles.

Segundo Zabala:

A interdisciplinaridade implica o reencontro e a cooperação entre duas ou mais disciplinas, cada uma das quais (no nível da teoria ou no da investigação empírica) traz seus próprios esquemas conceituais, a maneira de definir os problemas e seus métodos de investigação. (2002, p. 33).

Freire (1987), apesar de não tratar do termo *interdisciplinaridade*, cita a totalidade, o que se julga estar ligado ao que é de interesse aprofundar neste trabalho. Afirma esse autor:

A questão fundamental, neste caso, está em que, faltando aos homens uma compreensão crítica da totalidade em que estão, captando-a em pedaços nos quais não reconhecem a interação constituinte da mesma totalidade, não podem conhecê-la. E não o podem porque, para conhecê-la, seria necessário partir do ponto inverso. Isto é, lhes seria indispensável ter antes a visão totalizada do contexto para, em seguida, separarem ou isolarem os elementos ou as parcialidades do contexto, através de cuja cisão voltariam com mais clareza à totalidade analisada. (1987, p.55).

Nesse caso, supõe-se, de acordo com as palavras de Freire, que uma forma de promover interdisciplinaridade poderia ter, como ponto de partida, a apresentação de uma situação-problema, cuja resolução demandasse o seu entendimento, antes da realização de cálculos matemáticos, entendendo que o problema justifica a necessidade de novas aprendizagens. E assim com a visão das partes, como propõe Freire, seria possível a visão do todo.

Com efeito, a interdisciplinaridade, por se tratar de um processo, não possui um conceito pronto, acabado; ele se renova, conforme os questionamentos de cada estudo ou momento histórico. Ferreira (apud FAZENDA, 2009) afirma que “a interdisciplinaridade está marcada por um movimento ininterrupto, criando ou recriando outros pontos para a discussão”. De todo modo, e talvez, por isso mesmo, trata-se de um tema recorrente, sobre o qual pesquisas revelam sempre mais benefícios.

Para Ferreira (apud FAZENDA), a interdisciplinaridade garante,

para aqueles que a praticam, um grau elevado de maturidade. Isso ocorre devido ao exercício de uma certa forma de encarar e pensar os acontecimentos. Aprende-se com a interdisciplinaridade que um fato ou solução nunca é isolado, mas sim consequência da relação entre muitos outros. (FERREIRA apud FAZENDA, 2009, p. 35).

Entende-se, assim, que a interdisciplinaridade na educação pode motivar o estudante a buscar o conhecimento, com autonomia, identificado em sua realidade, capaz de interferir na sociedade de modo independente e eficaz.

Ao trabalhar de forma interdisciplinar, acredita-se que a aprendizagem pode se tornar mais significativa, ajudando o estudante a tornar-se um sujeito capaz de estabelecer relações, questionamentos e ações positivas no mundo que o cerca, tornando-se autor de sua própria história. Concorde-se com Thiesen, quando afirma:

Na sala de aula, ou em qualquer outro ambiente de aprendizagem, são inúmeras as relações que intervêm no processo de construção e organização do conhecimento. As múltiplas relações entre professores, estudantes e objetos de estudo constroem o contexto de trabalho dentro do qual as relações de sentido são construídas. Nesse complexo trabalho, o enfoque interdisciplinar aproxima o sujeito de sua realidade mais ampla, auxilia os aprendizes na compreensão das complexas redes conceituais, possibilita maior significado e sentido aos conteúdos da aprendizagem, permitindo uma formação mais consistente e responsável. (2008, p. 551).

Com efeito, compreende-se a interdisciplinaridade como uma forma de intercâmbio e de compartilhamento entre disciplinas, com o objetivo estabelecer significado aos conteúdos e de colaborar para o desenvolvimento de competências do estudante, relevantes nos diversos contextos sociais e escolares em que está inserido. O educando, com tal visão, pode relacionar melhor a teoria e a prática e, além disso, obter formação mais crítica e autônoma. O educador, por sua vez, abre espaços para uma formação global, consciente de que “respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros”. (FREIRE, 1996, p. 25). Esse autor afirma também:

É esta percepção do homem e da mulher como seres “programados, mas para aprender” e, portanto, para ensinar, para conhecer, para intervir, que me faz entender a prática educativa como um exercício constante em favor da produção e do desenvolvimento da autonomia de educadores e educandos. Como prática estritamente humana jamais pude entender a educação como uma experiência fria, sem alma, em que os sentimentos e as emoções desejos, os sonhos devessem ser reprimidos por um de ditadura racionalista. Nem tampouco compreendi a prática educativa como uma experiência que faltasse o rigor em que se gera a necessária disciplina intelectual. (1996, p. 25).

Essa forma de compreender a educação exige dos professores e dos estudantes uma postura corresponsável. O diálogo aberto entre eles e com os demais setores da escola se faz necessário, além do amplo conhecimento da realidade em que a escola está inserida. Para Freire, “a tarefa do educador dialógico é, trabalhando em equipe interdisciplinar este universo temático, recolhido na investigação, devolvê-lo, como problema, não como dissertação, ao homem de quem recebeu”. (1987, p. 59). Do estudante espera-se a participação ativa, a demonstração de curiosidade e do interesse em envolver-se e também adotar uma postura dialógica, considerando a postura do educador, que o acolhe. Afirma Freire:

Diminuo a distância entre mim e a dureza de vida dos explorados não com discursos raivosos, sectários, que só não são ineficazes porque dificultam mais ainda meus estudantes, diminuo a distância que me separa de suas condições negativas de vida na medida em que os ajudo a aprender não importa que saber, o do torneiro ou o do cirurgião, com vistas à mudança do mundo à superança das estruturas injustas, jamais com vistas à sua imobilização. (FREIRE, 1996, p. 51).

Vista sob tais perspectivas, "a interdisciplinaridade estimula a competência do educador". (BARBOSA apud FAZENDA, 2009, p. 65).

Freire ainda destaca:

Minha presença de professor, que não pode passar despercebida dos estudantes na classe e na escola, é uma presença em si política. Enquanto presença não posso ser uma omissão, mas um sujeito de opções. Devo revelar aos estudantes a minha capacidade de analisar, de comparar, de avaliar, de decidir, de optar, de romper. Minha capacidade de fazer justiça, de não falhar à verdade. Ético, por isso mesmo, tem que ser o meu testemunho. (1996, p. 38).

De fato, o comprometimento torna-se uma possibilidade de reorganizar-se para produzir novos conhecimentos. A este respeito, afirma Lück:

Reconhece-se que, para o desenvolvimento da interdisciplinaridade, é fundamental que haja diálogo, engajamento, participação dos professores, na construção de um projeto comum voltado para a superação da fragmentação do ensino e de seu processo pedagógico. (1994, p. 80).

De acordo com Freire (1996), a prática interdisciplinar cabe àqueles professores que têm iniciativa e que buscam o diálogo e a pesquisa como método de trabalho. Além disso, o

apoio de outros setores da escola é fundamental, pois o trabalho feito em equipe torna-se mais amplo e eficaz. Freire ressalta também:

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazer-se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade. (FREIRE, 1996, p.14).

Concorda-se com Freire, ao incluir a pesquisa como compromisso de todo o educador. Com efeito, é necessário que o professor se envolva profundamente nas questões teóricas que dizem respeito à sua área de conhecimento e que também tenha uma visão integrada da realidade, para que possa dialogar com outras áreas, compreendendo e construindo possibilidades de integração com as outras ciências e com situações reais da vida dos seus estudantes. Assim sendo, entende-se poder considerar a interdisciplinaridade como atributo fundamental na teoria de Fourez (1997), no que se refere às IIR.

### 2.3 ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA E AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE

De acordo com Fourez (1997), a ACT possui três objetivos: o desenvolvimento da autonomia; da capacidade de comunicação e domínio; e responsabilidade, frente a situações concretas. Sendo assim, um indivíduo “alfabetizado científica e tecnologicamente” é autônomo na decisão de quais conhecimentos lhe interessam, os que aumentam sua dependência frente aos especialistas ou os que permitem estabelecer uma relação mais igualitária. No que se refere à comunicação, ele é capaz de teorizar, construir conceitos que comuniquem sua vivência aos outros. Quanto ao domínio, entende-se um saber-fazer ou poder-fazer, que proporciona um sentido à teorização.

Segundo Bettanin (2003), o ensino que busca atingir os atributos da ACT (a autonomia, o domínio e a comunicação) faz com que o estudante se torne um indivíduo alfabetizado científica e tecnicamente, com capacidade de negociar de forma consciente nas situações-problema por ele vividas no cotidiano.

Esses critérios comportam conhecimentos e habilidades que levem o indivíduo a saber quando e a qual especialista recorrer, a negociar e usar os saberes para tomar



decisões, a identificar quando é necessário conhecer certas noções (caixas-pretas), a criar modelos simples para uma determinada situação, a usar metáforas e comparações, a diferenciar nas decisões os aspectos técnicos, éticos e políticos, a criar teorizações para situações (Ilhas de Racionalidade). (BETTANIN, 2003, p.31)

Nessa perspectiva, Fourez (1997) propõe a construção de IIR, como modelos interdisciplinares para compreender situações, tecnologias e noções que se apresentam, de forma que se possa atuar frente a elas. A IIR caracteriza-se como uma representação teórica apropriada a um contexto e projeto e permite a comunicação e ação frente aos mesmos. (FOUREZ, 1997).

Para Lima e Lucchesi (2009), a IIR é uma proposta metodológica sociointeracionista voltada à ACT e que está ligada ao contexto do educando. Ela promove a prática interdisciplinar e traz o entendimento de como, por que e para que servem os conteúdos. Além disso, incita a emancipação do educando e a autonomia, por meio do processo de negociação e debate que se instaura durante seu desenvolvimento. (LIMA; LUCCHESI, 2009).

Sendo assim, a IIR planejada, aplicada e avaliada, neste trabalho, visando à construção do conceito de função matemática, além de promover a pesquisa investigativa, por meio de representações de determinadas situações, com a utilização dos conhecimentos de diversas disciplinas, buscou promover a interdisciplinaridade e a integração entre colegas, pois estes nem sempre estão dispostos a fazer tais contribuições. (MORO, 2015, p. 35).

Esta atividade interdisciplinar consiste de um trabalho em que são consultadas especialidades, especialistas e outras disciplinas, para atender a um projeto específico. As contribuições destas consultas, mediadas pela negociação, são levadas em conta. A culminância ocorre com a construção da IIR, na qual, é justamente a solicitação e a explicitação de um resultado final, que vai requerer uma negociação e um comprometimento, por parte dos participantes do projeto. (SCHMITZ; PINHO ALVES, 2004). Trata-se, pois, de um método que requer mais a participação ativa dos estudantes do que a fala do professor,

superando o simples dizer do conteúdo por parte do professor, pois é sabido que na aula tradicional, que se encerra numa simples exposição de tópicos, somente há garantia da citada exposição, e nada se pode afirmar acerca da apreensão do conteúdo pelo aluno. (ANASTASIOU; ALVES, 2015, p. 20).

O professor tem muita importância na programação e no acompanhamento de uma IIR, pois precisa elaborar situações em que se construa um conjunto de relações, que permitam que os novos conhecimentos aprendidos possam ampliar ou modificar os já

existentes. Nesse contexto, entende-se que a elaboração de uma IIR, visando à construção do conceito de função, pode favorecer o comportamento investigativo dos estudantes, indo ao encontro das novas propostas pedagógicas para o Ensino Médio.

De acordo com Fourez (1997), no trabalho interdisciplinar não há normas disponíveis para saber qual o ponto de vista disciplinar a ser privilegiado; trata-se de uma decisão em que se negocia sobre o estudo em questão. As IIR são uma representação teórica apropriada de alguma situação real. Elas possibilitam escolher o tema que se quer estudar, sob determinadas condições, e fazer reflexões acerca do mesmo.

Fourez (1997) explica que o estudo de uma ferramenta, por exemplo, promove questões com mil ramificações; no entanto, na prática, terá que se deixar de lado, em função do projeto, algumas dessas ramificações, para não se afogar em inúmeros detalhes (o problema é sempre o de decidir o que se deixará escapar e o que irá se acatar).

Para o desenvolvimento de uma IIR, Fourez (1997) propõe etapas, que compõem como um modelo, podendo ser adaptado a cada situação abordada. O grupo ou equipe participante determinará a duração de cada uma delas, segundo os objetivos ou as possibilidades, com a mediação do professor. Tais etapas são descritas a seguir, de acordo com o autor.

### **1. *Clichê da situação estudada***

O clichê pode ser entendido como o conjunto de representações, corretas ou não, que o grupo de estudantes tem sobre o tema, objeto ou situação abordada. Trata-se de uma descrição espontânea. Para isso, a equipe cria questionamentos, que vão desde os mais gerais até os mais específicos, como uma investigação que se faz partindo da experiência corrente e, às vezes, pode causar prejuízos. Isto por que ela reflete o que o grupo pensa, sem formação especial. Assim, é importante, antes ou durante a investigação, distinguir o que é admitido por todos, o que é objeto de debate e o que é juízo de valores.

### **2. *O panorama espontâneo***

Nessa etapa ocorre o aprofundamento do clichê, de maneira espontânea e sem consulta aos especialistas. Recorre-se aos recursos da própria equipe:

- ✓ lista dos atores envolvidos: estudantes e professores, caso a IIR seja desenvolvida em sala de aula;

- ✓ listagem das normas ou condições específicas (Por exemplo: rede elétrica, prudência quando se apóia um ferro quente, conhecimento do tipo de tecido para engomar, normas de segurança impostas pela legislação);
- ✓ lista de postura e tensões (Por exemplo: Quais são as vantagens ou inconvenientes de utilizar determinada técnica? Quais são os valores atraentes, na ocasião de seu uso?);
- ✓ lista das caixas-pretas, ou seja, lista dos materiais ou conceitos que serão estudados mais a fundo, para esclarecer questionamentos;
- ✓ lista de bifurcações, caso uma estratégia seja eleita em detrimento de outra;
- ✓ lista de especialistas ou especialidades envolvidas.

### **3. Consulta aos especialistas**

Das listas produzidas na etapa anterior, a equipe selecionará algum especialista para consulta. A consulta tem dois objetivos: responder aos questionamentos e, também, conhecer como um especialista compreende tais questionamentos, especialmente, levando em conta o que sua visão pode alterar confrontando-a com a primeira visão sobre a questão, feita pelos participantes. Esta etapa está vinculada à abertura das caixas-pretas e será, geralmente, cumprida, mesmo que não seja indicado mais do que algumas linhas.

### **4. Indo à prática**

É o momento de abandonar as conjecturas e confrontar as teorias com a realidade, dando ênfase ao comportamento investigativo dos estudantes. Há diversas maneiras de “ir à prática”: podem ser realizadas entrevistas com especialistas selecionados na etapa anterior, bem como saídas de campo, leituras de textos explicativos, desmontagem de aparelhos, etc.

### **5. Abertura aprofundada de uma ou outra caixa-preta e descoberta dos princípios disciplinares que formam a base de uma tecnologia**

Esta etapa poderá aprofundar algum aspecto da situação ou tema estudado, podendo recorrer ao rigor das disciplinas. Com a ajuda de um especialista, pode-se abrir uma ou outra caixa-preta. As caixas-pretas interessantes não são todas de competência de uma ciência da natureza, podendo-se, também, consultar uma especialidade vinculada às ciências humanas. Cada estudo é selecionado em função do contexto, do projeto, dos produtores e dos

destinatários da IIR. A escolha de quais disciplinas ou aspectos estudados é feita de forma flexível, respeitando os interesses de cada equipe.

A abertura das caixas-pretas poderá ser uma exposição disciplinar clássica, relativa a um princípio disciplinar estudado. Esses princípios são modelos que os especialistas buscam, dentro da tecnologia, do que lhes interessa. Trata-se de explicações particulares de uma disciplina. É o momento do trabalho disciplinar na interdisciplinaridade. Esse ensino pode variar desde um curso mais elaborado até uma apresentação de desenhos simples.

#### 6. *Esquematização global da situação estudada*

Consiste, especialmente, na síntese parcial e objetiva da IIR. Pode-se elaborar um resumo, um esquema ou uma imagem que represente teoricamente a situação estudada.

#### 7. *Abertura das caixas-pretas sem ajuda dos especialistas*

É o aprofundamento da situação sem ajuda dos especialistas. Trata-se de criar uma teoria, ou representação, com os meios disponíveis. É motivar os estudantes a agirem como cientistas, ensinar-lhes a atuar racionalmente.

#### 8. *Síntese da ilha interdisciplinar de racionalidade produzida*

A síntese é a última etapa da IIR construída. Pode ser feita de diversas maneiras: oral, escrita, por vídeo, cartaz, etc. Caracteriza-se como o resultado final do trabalho. Nessa etapa, duas perguntas são necessárias:

– Primeira: Até que ponto o estudo realizado ajuda a *negociar* com o mundo tecnológico e em que isso confere certa autonomia no mundo científico-tecnológico na sociedade em geral?

– Segunda: De que forma os saberes obtidos ajudam a discutir com maior precisão as decisões a serem tomadas? De que maneira isso mostra uma representação do mundo e da história, que permita a cada um se situar melhor e comunicar-se uns com os outros?

Sendo assim, percebe-se, como Nehring et al., que,

ao se construir uma ilha de racionalidade surgirão questões específicas ligadas a determinado conhecimento científico que poderão ser respondidas ou não conforme o caso. Estas questões abertas são denominadas de caixas-pretas. O contexto e os objetos do projeto orientam a abertura ou não das caixas-pretas. Uma caixa-preta aberta significa a obtenção de modelos que possam relacionar os fatos conhecidos, gerando explicações. Nesse contexto, uma ilha de racionalidade ancora-se na

construção de modelos, visando à solução de problemas de interesse a partir do cotidiano dos indivíduos. (NEHRING et al., 2002, p. 93).

Desse modo, a construção das IIR possibilita promover o encontro de diversas áreas de conhecimento e saberes da vida cotidiana, para compor um modelo ou representação.

## 2.4 A MATEMÁTICA, AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE E O CONCEITO DE FUNÇÃO

Pesquisas acadêmicas, com resultados relacionados à aplicação de IIR, encontram-se publicadas nas páginas *online* de Programas de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e revistas especializadas em Ciências e Matemática. (LUCCHESI, 2010; BERTOLI, 2015; SIQUEIRA; GAERTNER, 2015; PAIVA, 2016). Para a apresentação neste trabalho, selecionaram-se, inicialmente, três pesquisas, uma realizada em 2010 e duas realizadas em 2015, por professoras de disciplinas de Matemática, as quais são apresentadas na sequência. O principal interesse, nesta busca, direcionou-se aos objetivos propostos para a ACT, presentes nos trabalhos selecionados.

Lucchesi apresentou uma pesquisa com objetivo de compreender como o uso de uma IIR pode favorecer o processo de construção da autonomia do estudante no Ensino Médio, com o seguinte problema de pesquisa: De que forma a vivência da metodologia da Ilha Interdisciplinar de Racionalidade na disciplina de Matemática contribui para o processo de construção da autonomia do estudante no Ensino Médio? (LUCCHESI, 2010).

A pesquisa foi aplicada em uma turma de quarenta estudantes, do segundo ano do Ensino Médio, e a pesquisadora construiu quatro indicadores de autonomia: a) planejar/antecipar, derivados das etapas clichê e panorama espontâneo; b) escolher/pesquisar, oriundos das etapas: consulta aos especialistas e indo à prática; c) rever/refletir/reinventar, decorrentes das etapas: abertura de caixas-pretas e esquematização da ilha; d) argumentar/sistematizar/concluir provenientes da etapa de sistematização. Com isso, pôde concluir que o

conjunto destes argumentos conduz à compreensão de que as vivências de construção da Ilha de Racionalidade no ensino da Matemática são propícias para a construção da emancipação do educando em sala de aula e a assunção da autonomia no processo de aprendizagem, visto que criam espaços de autoria para o educando, permitindo-os questionar, planejar metas, elaborar argumentações, comunicar

descobertas, trocar ideias e, assim, reconstruir o conhecimento, de maneira que, tornam-se autores do processo de aprendizagem. (LUCCHESI, 2010, p. 109).

A segunda pesquisa selecionada foi objeto da dissertação intitulada "Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade", aplicada ao ensino de área e volume no Ensino Fundamental, apresentada por Bertoli. O objetivo geral foi aplicar e analisar o desenvolvimento de uma IIR para o ensino de área e volume com estudantes do Ensino Fundamental e a questão de pesquisa foi: Como trabalhar os conteúdos de área e volume utilizando uma IIR?. (BERTOLI, 2015).

Essa pesquisa foi aplicada no Ensino Fundamental, em uma turma de oitavo ano, que contava com nove estudantes. Teve um tempo de duração de dois meses e meio e um total de 31 aulas. A professora pesquisadora salienta que uma das preocupações deve ser o tempo de execução do projeto e destaca, entre as habilidades que uma IIR propicia desenvolver, o bom uso das informações dadas pelos especialistas, a negociação na abertura de caixas-pretas, a tomada de decisão utilizando os conhecimentos adquiridos, através dos especialistas e pesquisas realizadas com o objetivo de solucionar a situação-problema proposta.

A autora destaca, também,

A metodologia IIR é uma possibilidade de prática pedagógica interdisciplinar que proporciona a oportunidade de desenvolver um trabalho colaborativo interdisciplinar entre professores de diferentes áreas do conhecimento e ao mesmo tempo desenvolve nos estudantes o senso investigativo e autônomo na busca de soluções concretas de problemas relacionados ao seu contexto. O ensino desta forma, torna-se uma prática favorável à pesquisa onde o estudante sente-se envolvido e motivado em seus estudos. (BERTOLI, 2015, p.103).

A terceira pesquisa foi relatada no artigo publicado em 2015, "Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade: conceito de proporcionalidade na compreensão de informações contidas em rótulos alimentícios", cujas autoras são Siqueira e Gaertner. O objetivo geral do estudo foi analisar as contribuições do método, para a aprendizagem do conceito de proporcionalidade, explorando rótulos alimentícios e a questão de pesquisa foi: Quais as contribuições do método proposto por Fourez, IIR, para a aprendizagem do conceito de proporcionalidade? Participaram da aplicação do experimento 23 estudantes do 8º ano. (SIQUEIRA e GAERTNER, 2015).

As autoras concluíram que a metodologia provocou nos estudantes um sentimento de “sentir-se parte”, pois foram desafiados por suas próprias caixas-pretas, e promoveu uma grande participação nas rodas de conversa com os especialistas. O vocabulário de todos foi enriquecido e, a cada etapa, a verbalização entre o grupo tornava-se mais científica. Também afirmaram:

Ao final do projeto evidenciamos os objetivos da Alfabetização Científica, os estudantes possuíam domínio e capacidade para se comunicar a respeito das informações contidas em rótulos de alimentos, e autonomia para comparar alimentos e interpretar suas informações. (SIQUEIRA; GAERTNER, 2015, p. 174).

Nas pesquisas analisadas, foi possível observar que, dos três principais objetivos da ACT (desenvolvimento de autonomia, domínio frente a situações concretas e comunicação), a autonomia para os estudos foi o resultado que se destacou nas três. Todas as professoras pesquisadoras concluíram que, com a aplicação de IIR, os estudantes sentem-se motivados e responsáveis pela própria aprendizagem, o que contribui para que, de fato, haja uma aprendizagem com atribuição de significado para o que é aprendido.

A análise destas pesquisas foi importante para a dissertação aqui apresentada, pois foi feita com o principal interesse de conhecer outros trabalhos visando à ACT e respectivos resultados. E, de fato, as mesmas propiciaram uma contribuição significativa para o aprimoramento da fundamentação teórica da IIR, que é o tema da pesquisa aqui apresentada.

Entretanto, além destas, teve-se preocupação com a devida construção, com compreensão, do conceito de função, foco de atenção neste trabalho. Tinha-se a impressão de que grande atenção é dada aos "tipos" de funções, seus principais elementos e aplicações, sem a devida preocupação com o entendimento do conceito de função, como ponto de partida para a análise de fenômenos que possam ser modelados por funções. Concorda-se com Maciel, ao afirmar:

O atual processo de ensino-aprendizagem de função remete a associações superficiais e limitadas de seu conceito. Para professores e alunos, é consolidado, quase que de imediato, que o termo função é indissociável de seus tipos: função afim, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, etc. Dessa forma, observa-se uma apropriação utilitarista e prática da Matemática para aplicação de operações e obtenções de resultados. No entanto, o conceito é preterido e o ganho intelectual potencial desse aprendizado e as possibilidades de extrapolar esses conhecimentos no cotidiano são cerceados. (MACIEL, 2011, p. 22).

Assim sendo, com a intenção de conhecer o parecer de outros pesquisadores, quanto a isto, buscou-se pesquisas específicas, abordando a construção do conceito de função como critério de busca, em *sites* de programas de mestrado e de pesquisas acadêmicas, utilizando as palavras-chave: conceito de função, função, funções e Matemática, que se passa a apresentar.

Lima (2008) apresentou uma pesquisa com o objetivo de descrever como os alunos do primeiro ano da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará ressignificam o conceito matemático de função, diante de processo interventivo, baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Lima analisou as dificuldades dos estudantes da Educação Básica e apontou:

São muitas dificuldades do conceito matemático de função para os alunos da Educação Básica. A representação de função, seja ela na forma gráfica ou algébrica, bem como as respectivas interpretações, além da transformação de representação em outra, evidenciam o desconhecimento do conceito de função por parte dos alunos que saem do ensino básico e se voltam para o ensino superior. (LIMA, 2008, p. 50).

Além disso, estudar o conceito de função, em situações contextualizadas, é uma maneira de auxiliar a aprendizagem dos alunos na compreensão do conceito. (LIMA, 2008, p. 57). De fato, a contextualização é uma boa estratégia para a aprendizagem em Matemática, considerando que apresentar ao estudante uma situação real melhora suas condições para sua apreensão e intervenção na realidade e, no caso desta pesquisa, foi o que se procurou atender.

Em seu artigo, "O conceito de função em situações de modelagem matemática", Almeida e Brito discutem uma possibilidade de enfrentamento de obstáculos, por professores e estudantes, ao lidarem com funções, analisando a produção de significado para esse conceito, a partir de situações de modelagem matemática desenvolvidas em sala de aula. (ALMEIDA; BRITO, 2005).

Os autores evidenciaram a necessidade de se levar em conta conceituações intermediárias do conceito de função entre seu uso prático e teórico. Afirmam eles:

Esses dois aspectos da noção de função nos remetem a duas possibilidades de significação desse conceito. A primeira pode ser expressa nas definições mais formais em que esse conceito é apresentado como um conjunto de pares ordenados. E a segunda, mais ligada ao contexto de seu uso "prático" e vinculada com a idéia de correspondência entre variáveis. (ALMEIDA; BRITO, 2005, p. 71).



A contextualização é destacada como possibilidade de produção de um significado que dá à função um sentido de que tem aplicação, conforme as palavras dos autores.

Na dissertação de mestrado intitulada "Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas", que tem como problema de pesquisa: Como os estudantes compreendem o conceito de função abordado no início do curso de Licenciatura em Matemática?, Menezes ressalta que o entendimento da origem do conceito de função pode auxiliar o professor a propor estratégias para melhorar a compreensão do conceito de função, comparado ao que normalmente é utilizado nas escolas e, além disso, a definição de um conceito não é determinada apenas com base no dia a dia, mas é construída a partir de reflexões e contribuições de diversos ramos da ciência. (MENEZES, 2017).

A autora também avalia que:

No caso do conceito de função, acredita-se que a dificuldade apresentada pelo estudante em lidar com o conteúdo, está associada à compreensão da definição, à terminologia usada pelo conteúdo, ao uso excessivo da simbologia envolvente ao conceito de função, bem como a dificuldades de transitar entre as possíveis representações de uma função. (MENEZES, 2017, p. 39).

Ainda sobre as dificuldades em construir o conceito de função, a mesma autora ressalta que isso pode despertar o interesse dos educadores em novas metodologias de ensino que auxiliem na aprendizagem e que estabeleçam uma relação entre os conteúdos estudados em sala de aula e situações do cotidiano. (MENEZES, 2017, p. 40).

Com efeito, as pesquisas analisadas demonstram concordância no que se refere à boa compreensão do conceito de função, o que se entende poder ser promovido com a análise de situações contextualizadas e interdisciplinares.

Ávila, em artigo publicado na *Revista do Professor de Matemática*, defendeu a importância do ensino de Cálculo no Ensino Médio, relacionando-o diretamente ao ensino de funções:

Infelizmente, o ensino das funções vem sendo feito com a introdução de muitas noções novas, como já dissemos, apresentação essa que é entremeada de exercícios pouco estimulantes, como determinar domínio e contradomínio de funções dadas, achar a inversa, compor funções, verificar que certas funções são injetivas, outras não, enfim, uma série de coisas que por si só não estimulam a curiosidade do aluno. E para agravar ainda mais essa situação, as apresentações de funções geralmente são feitas com uma insistência no conceito mais geral de função, como caso particular de uma relação. Isto é um desatino! Já o seria se a insistência fosse apenas na situação mais particular de lei de correspondência que leva elementos de um

conjunto - o domínio - em elementos de outro conjunto - o contradomínio. Não há por que preocupar-se com definição tão geral quando só serão usados exemplos simples de funções numéricas, como os polinômios, as funções racionais mais elementares e alguma raiz quadrada. (ÁVILA, 1991, p. 7).

Com efeito, compreende-se que o autor também reforça a importância primordial da construção do conceito de função como linguagem da Matemática, que propicia a construção de modelos baseados em tipos de funções:

Os matemáticos só conseguiram chegar ao conceito de função, tal como o entendemos hoje, depois de um longo período de evolução do Cálculo, cerca de século e meio. As funções iam aparecendo na formulação e tratamento dos problemas; primeiro funções simples, como os polinômios ou as que deles se obtêm por operações algébricas, depois a função logarítmica, a exponencial, as funções trigonométricas, etc. Aos poucos funções mais complicadas, dadas por séries ou integrais, também apareceram naturalmente, na tentativa de resolver equações diferenciais surgidas na formulação de problemas de Mecânica, condução do calor, em Mecânica Celeste, etc. Foi ao longo dessa lenta maturação que se foi reconhecendo a importância do conceito de função. É importante justamente porque com ele era possível formular e resolver problemas, o que exigia derivar e integrar funções, desenvolvê-las em séries infinitas, etc. (ÁVILA, 1991, p. 7).

Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções. (BRASIL, 2000b, p.121).

Com base nessas pesquisas e nos estudos realizados, planejou-se uma IIR para a construção do conceito de função matemática, com atividades a serem realizadas em cada etapa, contextualizadas no tema da "Água". A seguir, descrevem-se os procedimentos metodológicos empregados para tanto.

### 3 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo, apresentam-se o percurso metodológico, os sujeitos da pesquisa, instrumentos para a construção de dados e os procedimentos para a construção da IIR planejada.

Considerando o objetivo desta pesquisa, de avaliar o potencial da IIR concebida, visando à construção do conceito de função matemática, o que requer: planejar, construir e aplicar e analisar a referida IIR, passa-se a caracterizar o percurso metodológico realizado, visando ao seu alcance.

Quanto à abordagem, esta investigação constituiu-se como pesquisa qualitativa, pois buscou descrever, compreender e explicar a complexidade e a interpretação do fenômeno-foco do estudo pelos estudantes. (MORAES; GALIAZZI, 2011).

Em relação à natureza, é uma investigação aplicada, pois objetivou gerar conhecimentos para a aplicação prática, dirigidos para a solução de certos problemas específicos, envolvendo interesses locais. (MORESI, 2003).

Quanto aos objetivos, a pesquisa caracteriza-se como descritiva, pois se buscou descrever os fatos e os fenômenos de determinada realidade e expor suas características. (MORESI, 2003).

Quanto aos procedimentos, classifica-se como pesquisa participante, pelo envolvimento e pela identificação da pesquisadora com as pessoas investigadas. Nesse tipo de pesquisa, os pesquisadores e os sujeitos estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (FONSECA, 2002).

A pesquisa qualitativa é predominantemente descritiva, com enfoque descritivo e interpretativo. O pesquisador enriquece a narrativa com trechos de entrevistas, excertos de suas anotações, exemplos de trabalhos, buscando evidências que suportem sua interpretação e que, ao mesmo tempo, permitam ao leitor concordar ou não com as asserções interpretativas do leitor. (MOREIRA, 2003).

Por meio da orientação na resolução das atividades, da observação e da análise das produções dos estudantes, construíram-se os dados desta pesquisa. Sendo assim, as produções escritas pelos estudantes, como textos, registros nos cadernos, no *SchoolBook* (recurso utilizado na escola, que será apresentado na seção 3.3) e diário de bordo da professora pesquisadora, passaram por uma análise rigorosa e criteriosa. Conforme Moreira (2003), a

pesquisa qualitativa pretende aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga, o que, de fato, ocorreu.

Assim concebida a pesquisa, são descritos, a seguir, o contexto e as etapas de aplicação da IIR.

### 3.1 O CONTEXTO

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública estadual de Gramado, cidade localizada na região nordeste do Estado do Rio Grande do Sul. Esta escola pertence à 4ª Coordenadoria Regional de Educação do estado e conta com, aproximadamente, 580 estudantes, distribuídos nos turnos da manhã, da tarde e da noite. O turno da manhã atende, aproximadamente, 240 estudantes do Ensino Médio, enquanto o turno da tarde atende, aproximadamente, 200 estudantes de Ensino Fundamental, e o turno da noite, 138 estudantes da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Os estudantes são oriundos de diversos bairros da cidade de Gramado. A maior parte, que está matriculada no Ensino Médio, é de classe social média. A estrutura física da escola é adaptada com piso tátil, para atender a estudantes com deficiência visual, desde 2015, quando ingressou uma aluna, no turno da manhã, que necessitava de tal adaptação.

A escola possui também serviços de apoio pedagógico, como supervisão escolar (SSE), orientação escolar (SOE) e serviço de apoio administrativo (secretaria). Alguns serviços de organização complementar também são oferecidos pela escola, como Conselho Escolar, Círculo de Pais e Mestres (CPM), Biblioteca Estudantil, Grêmios Estudantis, Sala de Vídeo, Laboratório de Informática e Laboratório de Ciências.

O desenvolvimento da IIR programada aconteceu com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, no terceiro trimestre do ano letivo de 2016. A escola, naquele ano, possuía quatro turmas de primeiro ano, identificadas como 11, 12, 13 e 14, com aproximadamente 30 estudantes em cada turma. A pesquisadora era a professora titular de todas as turmas de primeiro ano. A turma 13, com 26 estudantes, foi a escolhida para desenvolver a IIR. Esta seleção foi feita, em função de se ter duas aulas semanais, nesta turma, nas sextas-feiras, o que, na ocasião, entendeu-se ser a melhor forma de ter uma continuidade na abordagem dos demais conteúdos programados, concomitantemente ao desenvolvimento da IIR, sempre nas últimas aulas da semana.

### 3.2 PLANEJAMENTO DA IIR

Nesta seção apresenta-se uma descrição sucinta do planejamento das atividades que constituíram a IIR, cuja implementação com o detalhamento dos encontros e produções é apresentada na seção 3.3.

A IIR foi planejada e aplicada pela professora pesquisadora, titular da disciplina de Matemática, em torno do tema “Água”, visando avaliar a utilização desse método na aprendizagem com estudantes de Ensino Médio. Foram planejadas as oito etapas, conforme Fourez (1997), e estas, ocorreram semanalmente, nas aulas da disciplina de Matemática, sendo duas horas-aula por semana no terceiro trimestre, do ano de 2016. Naquele ano, a escola desenvolveu, no segundo trimestre, um projeto denominado “Sustentabilidade”, quando diversos assuntos relacionados à água, como reaproveitamento, sua importância na natureza, dentre outros, foram discutidos e problematizados, o que levou à escolha deste tema para desenvolvimento da IIR, tendo sido bem-acolhido pelos estudantes, por já estarem, de certa forma, familiarizados, com base nas discussões pertinentes ao mesmo.

No Quadro 2 apresenta-se uma síntese do planejamento da IIR, com as principais atividades, o número de aulas destinadas ao seu desenvolvimento e as datas em que ocorreram.

Quadro 2 – Descrição das etapas, nº de aulas e datas de aplicação da IIR

<b>Etapas da IIR</b>	<b>Principais atividades</b>	<b>Aulas</b>	<b>Datas</b>
<b>1</b> <b>Clichê</b>	Vídeo, questionamentos e discussões colaborativas. Tarefa extra-classe: elaboração de um texto individualmente.	01 e 02	23/09
<b>2</b> <b>Panorama espontâneo</b>	Socialização dos textos, identificação de aspectos relevantes, direcionamento do tema de interesse, com a mediação da professora. Definição de equipes. Tarefa extra-classe: cada equipe deverá trazer um vídeo, uma reportagem, um artigo científico e um material de livre escolha, relacionado ao tema da equipe e redação, abordando as principais informações no material pesquisado.	03 a 09	27/09 30/09 04/10 11/10
<b>3</b> <b>Consulta aos especialistas</b>	Socialização dos materiais pesquisados em cada equipe. Definição dos especialistas a serem consultados (professores de outras áreas, da escola ou não, familiares ou outros profissionais. Elaboração de roteiro para orientar a “conversa” com os mesmos.	10 e 11	21/10
<b>4</b> <b>Indo a prática</b>	Organização da pesquisa investigativa, verificando quais especialistas deverão ser consultados (entrevistados), quais sugestões de leitura serão indicadas para a realização da pesquisa investigativa.	12 a 15	11/11 18/11
<b>5</b> <b>Abertura das caixas pretas</b>	Identificação de componentes curriculares nos questionamentos iniciais, com vistas aos conceitos relativos à Matemática (construção do conceito de função).	16 a 21	22/11 25/11 29/11
<b>6</b> <b>Esquematização geral da IIR</b>	Incentivo ao comportamento investigativo para aprofundar o tema de cada equipe, criando métodos de apresentação para a turma. Cada equipe deve definir e construir instrumentos para apresentação dos trabalhos.	22 e 23	02/12
<b>7</b> <b>Abertura das caixas pretas sem ajuda de especialistas</b>	Aprofundamento de conhecimentos, relacionando as caixas pretas com as apresentações das equipes: discussões, com base nas pesquisas realizadas.	24 a 27	06/12 09/12
<b>8</b> <b>Síntese da IIR</b>	Elaboração individual de redação (mínimo vinte linhas) sobre o tema abordado na Ilha (apresentar no SchoolBook). Palavras-chave: função, água, sustentabilidade, economia, desperdício, conscientização. Novos questionamentos poderão ser apresentados. Avaliação da IIR.	28 a 31	13/12 16/12

Fonte: Acervo da autora (2016)

Especificamente, em relação à avaliação dos estudantes, foi planejada uma avaliação processual, formativa e contínua, com base na leitura dos registros, na análise das discussões e

nos diálogos. Os critérios de avaliação levaram em conta clareza e coerência nos questionamentos, a criatividade e a organização de ideias. Os textos, tarefas extraclasse, registros (roteiros), o material construído para as apresentações se constituíram como instrumentos de avaliação, bem como o desenvolvimento, a organização e integração nas equipes, a participação dos estudantes, o comprometimento e respeito aos diálogos realizados e aos estudos direcionados aos componentes curriculares.

A seguir, são apresentadas as etapas, conforme o seu desenvolvimento, com destaque a aspectos que auxiliaram na compreensão do que foi concluído em relação à questão de pesquisa e correspondente objetivo.

### 3.3 APLICAÇÃO DA IIR

No primeiro encontro, de duas aulas seguidas, foi feita uma apresentação do método aos estudantes, com breve explanação do planejamento e dos objetivos da IIR quanto ao estudo a ser realizado, visando à construção do conceito de função, componente integrante do programa da disciplina.

A aplicação da IIR teve início com a primeira etapa: *clichê*. Na primeira aula, a turma foi dividida em dois grupos, com a mesma quantidade de estudantes. Um grupo ficou na sala de aula e o outro foi à sala de vídeo para assistir ao vídeo “Falta de Água”.<sup>1</sup> A estratégia de separação da turma, nesta etapa, foi empregada por considerá-la apropriada para o envolvimento e a motivação de todos os estudantes na realização das atividades, buscando promover a curiosidade e o senso investigativo. A dinâmica foi assim apresentada aos estudantes: o grupo que assistiu ao vídeo teria a responsabilidade de contar aos demais, com base nas perguntas que estes fariam. Isso, de fato, proporcionou um ambiente com interação e boa participação, tanto por parte dos que assistiram, quanto dos demais, que, pela curiosidade, se envolveram questionando de tal forma que já iam emitindo opiniões, como se estivessem fazendo uma análise do conteúdo do vídeo. De fato, este vídeo foi escolhido por abordar o tema “Água” em diferentes aspectos da área de ciências da natureza, apresentando dados estatísticos, que também foram abordados na disciplina de Matemática, além de ter um tempo de duração curto, o que contribuiu para a atenção dos estudantes, durante todo o tempo previsto.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=RsUD8CTDdAw>>. Acesso em: jul. 2016.

O grupo que ficou na sala de aula elaborou conjecturas sobre o vídeo assistido pelos colegas. Quando o grupo que assistiu ao vídeo retornou, os demais foram logo aos questionamentos: “Sobre o que era o vídeo?”, “De que forma ele foi apresentado?”, “Quais informações o vídeo trouxe?”. Com base nas respostas que iam sendo apresentadas, ocorreu um debate, não programado, sobre a questão da falta de água, o perigo da escassez e a falta de políticas públicas voltadas a isso. Os estudantes iam trocando ideias, e as intervenções da professora foram para que não falassem todos ao mesmo tempo, tal a curiosidade despertada, o que fez com que a professora pesquisadora mediasse as discussões, dando a palavra a cada um. Depois das discussões, contando com o acompanhamento da professora, os estudantes receberam uma tira de papel, na qual foi solicitado que cada um escrevesse seus questionamentos (perguntas) sobre o que não sabia quanto ao tema, ou o que mais chamou sua atenção ou, ainda, sobre o que tivesse curiosidade em obter mais informações. Tais questionamentos (APÊNDICE A) foram o tema da terceira aula, visando à caracterização do *Panorama espontâneo*, ou seja, a lista dos conceitos que manifestaram a curiosidade de estudar mais a fundo. Os mesmos são designados “caixas-pretas”, conforme a segunda etapa da IIR, descrita na seção 2.3.

No final da aula, foi solicitado que elaborassem um texto, extraclasse, de aproximadamente 15 linhas, sobre o que mais lhes interessava sobre o tema, a fim de analisar o conhecimento dos estudantes sobre o conteúdo ou, até mesmo, suas preocupações, visto ser um assunto já discutido em outros momentos na escola.

No segundo dia de aplicação da IIR, terceira aula, iniciou-se a segunda etapa denominada *Panorama espontâneo*, quando os estudantes apresentaram os textos solicitados (APÊNDICE B). A atividade foi conduzida de modo que os estudantes foram orientados a prestarem atenção à leitura dos textos de cada um dos colegas, fazendo anotações, para que, posteriormente, pudessem extrair temas-chave de cada um. A leitura de todos os textos apresentados foi feita em voz alta para os colegas. De cada texto foram extraídas as principais ideias, pelos próprios estudantes. Um dava uma sugestão, eles trocavam ideias, e assim que definidos, os temas foram sendo escritos no quadro pela professora: *ciclo da água; falta de água; dados estatísticos; consumo exagerado; poluição; conscientização; características da água; dados econômicos e alternativas para a falta de água*.

Em continuação, no terceiro dia de aplicação da IIR, foi realizada a leitura das perguntas elaboradas no primeiro encontro e categorizadas nos temas já extraídos dos textos, conforme necessário, dependendo do que se referia cada pergunta. Quando não havia uma



categoria que eles consideravam adequada, foram criadas outras: *política; fiscalização; saúde; consumo e bem-estar*.

As nove categorias destacadas no dia anterior foram colocadas no quadro, juntamente com as cinco novas. Com base na análise das mesmas, mediante a sugestão da professora, todos concordaram em realizar outra classificação, a fim de agrupá-las por afinidades e diminuir a quantidade, resultando, assim, em seis categorias finais: *1 – Ciclo da água e características; 2 – Falta de água, consumo e conscientização; 3 – Estatísticas; 4 – Política, fiscalização e economia; 5 – Saúde e bem-estar e 6 – Poluição*.

Para se chegar a esta classificação, houve bastante discussão entre os estudantes presentes, pois alguns viam semelhanças entre certas categorias e outros não. Foi necessária a mediação da professora e muita troca de ideias. Os estudantes presentes foram muito participativos e críticos e, no final, conseguiram chegar ao acordo das seis categorias. As mesmas foram comentadas, defendidas, questionadas, a fim de que a professora pudesse certificar-se de que todos as compreendessem, tendo condições de comentar a respeito.

Com a definição das seis categorias, foi solicitado que cada estudante registrasse, em uma tira de papel, desta vez, os números de 1 a 6, de acordo com a categoria de maior importância para eles, e assim foram formados seis grupos.

Feito isto, foi dada uma atividade extraclasse: cada grupo deveria trazer, na aula seguinte, um vídeo, uma reportagem, um artigo científico e um material de livre escolha, que tivesse relação com o tema de seu grupo (uma das categorias). Pensou-se que, desta forma, os grupos se organizariam para que cada estudante ficasse responsável por trazer um dos materiais solicitados. Porém, neste dia, em que foi passada a tarefa, muitos estudantes estavam ausentes, o que, posteriormente, ocasionou certo contratempo, devido à falta de comunicação que se esperava que ocorresse, entre eles. Assim, para prosseguir conforme o planejamento, os estudantes ausentes foram incluídos, na sequência das aulas, de acordo com sua preferência pelas categorias, em conversa com a professora, ficando, assim, quatro grupos com quatro estudantes e dois grupos com cinco estudantes.

No quarto encontro, apenas dois grupos tinham o material solicitado, justificando que, conforme já mencionado, não conseguiram “se comunicar” com os colegas que haviam faltado na aula anterior. A pedido dos estudantes foi, então, disponibilizado tempo para que os grupos que não haviam trazido os materiais pudessem ir ao laboratório de informática ou à biblioteca, para providenciar o que foi solicitado. Enquanto isso, os grupos que já tinham material foram orientados a ler, assistir e discutir sobre o que haviam trazido. Essa decisão foi necessária e está de acordo com Schmitz (2004), que afirma:

[...] toda vez que for necessária uma tomada de decisão com relação aos rumos da IR, a negociação deve estar presente. Se não tomar alguns cuidados, o professor corre o risco de encobrir ou induzir uma escolha feita pelos alunos que, no limite, resultaria na IR do professor e não na IR dos alunos. (2004, p. 52).

Dentre os materiais trazidos pelos grupos, destacam-se: um vídeo sobre o ciclo da água, produzido pela Agência Nacional de Águas (Grupo 1); o vídeo “A verdade sobre o consumo de água no Brasil”, que aborda a questão do racionamento de água (Grupo 3); uma reportagem sobre o rio Tietê, que aborda o projeto de despoluição (Grupo 6).

Esta foi a única atividade do quarto encontro, visto que, no segundo período de aula desse dia, ocorreu uma atividade na escola, implicando o total de 31 encontros e não 32, como estava previsto no número de horas-aula dos encontros.

Entretanto, no encontro seguinte, todos os grupos demonstraram ter realizado a pesquisa solicitada anteriormente que, em princípio, seria extraclasse, para a elaboração do texto, com maior ou menor profundidade, como é discutido no próximo capítulo.

No encontro seguinte, os estudantes foram orientados a, de posse do material pesquisado na aula anterior, elaborar uma redação, de aproximadamente 30 linhas, do grupo, sobre o que mais chamou a atenção nos materiais pesquisados, com relação à curiosidade, à preocupação despertada, ou sobre o assunto que mais interessasse, no tema da categoria do grupo, e que tivessem encontrado nos materiais pesquisados. Com essa tarefa, em cada grupo, todos tiveram oportunidade de comentar e debater sobre os materiais que haviam selecionado.

No sexto encontro, ocorreu a leitura dos seis textos elaborados pelos grupos, cada grupo para todos os colegas, conforme combinação feita na aula anterior. Os textos continham, basicamente, ideias, comentários, extratos sobre o que os estudantes haviam encontrado nos materiais procurados. Dentre os assuntos apresentados, destaca-se a importância dada à questão da escassez e do racionamento de água; da água como fonte de vida, para a saúde e para a economia; e questões relativas à poluição e soluções para isso.

A professora, com a ajuda dos estudantes, distribuiu as perguntas feitas por eles no primeiro dia de aplicação do método, de acordo com a categoria e seu respectivo grupo. Eles selecionaram quais perguntas já poderiam responder e quais especialistas eles precisariam entrevistar para ajudá-los nas demais. Para a consulta aos especialistas, eles elaboraram um roteiro, de acordo com a terceira etapa da IIR, *Consulta aos especialistas*. Optaram por entrevistar outros professores da própria escola, como os de Biologia, de Química e de Geografia, além de outros dois profissionais, um funcionário da Secretaria Municipal do Meio Ambiente e um funcionário da Companhia Riograndense de Saneamento (Corsan).

Na etapa quatro, *Indo à prática*, os estudantes realizaram as entrevistas e, para as perguntas que não foram respondidas, buscaram esclarecimentos por meio de vídeos ou leituras orientadas pela professora, nos casos necessários.

Para a etapa cinco da IIR, a *Abertura das caixas-pretas*, foram utilizadas seis horas-aula. Durante esta etapa, procurou-se responder aos questionamentos e relacioná-los com componentes curriculares. Foi um momento de muita troca de conhecimentos e, também, de surgimento de outras dúvidas. Com base na mediação da professora, que, nesta etapa, retomou as primeiras questões apresentadas pelos estudantes na etapa do *Clichê*, tornou-se possível a identificação de diversos “pares de grandezas”, que puderam ser abordadas, no contexto de funções.

Na etapa seis, *Esquematização global da Ilha*, os estudantes procuraram aprofundar o tema do respectivo grupo (categoria) e elaboraram *slides* para apresentar aos colegas e à professora. Novos questionamentos surgiram e puderam ser aprofundados na etapa sete.

Na sétima etapa, *Abertura das caixas-pretas*, sem ajuda de especialistas, os estudantes de cada equipe pesquisaram, aprofundando o tema funções, buscando solucionar questões que foram aparecendo durante a etapa anterior, em diversos *sites*, vídeos, revistas, livros e artigos disponíveis na biblioteca da escola. Nesta etapa ocorreram, novamente, discussões sobre o tema funções.

Na oitava e última etapa, a de *Elaboração da síntese da IIR*, os estudantes formalizaram os conhecimentos com um breve resumo das atividades realizadas, apresentando-os em um caderno utilizado pela escola, denominado *SchoolBook* (Figura 2). Trata-se de uma espécie de diário, no qual os estudantes fizeram registros das atividades durante o ano letivo. De acordo com o planejamento inicial da Ilha, os estudantes deveriam construir outra redação e, pensando nisso, para efeitos da análise da pesquisa, optou-se por esse instrumento, já conhecido deles, como diário de bordo das suas produções que consideram relevantes.

Figura 2 – SchoolBook



Fonte: Acervo da autora (2016).

O *SchoolBook* foi criado pela escola, como um recurso para potencializar a interdisciplinaridade, na disciplina de Seminário Integrado. Foi pensado como um diário de aula, de registro individual, em que os estudantes apresentam relatos, ou os próprios trabalhos, por disciplina, ou por áreas do conhecimento. É um caderno espiral com folhas brancas de desenho que, conforme vai passando o ano, os estudantes preenchem e vão sendo avaliados pelos professores. Eles criam a sua própria capa nas aulas de Artes; constroem a árvore genealógica da sua família nas aulas de Biologia; gráficos, desenhos de representações geométricas no plano cartesiano ou outras produções, nas aulas de Matemática; mapas nas aulas de Geografia, dentre outras formas de representação de atividades desenvolvidas e de expressões de conhecimentos. São registros, na maioria das vezes, na forma de imagens, esquemas, desenhos, que apresentam sínteses do que foi aprendido. A sua construção inicia no primeiro ano do Ensino Médio e segue continuamente, até o terceiro ano. (RABER; GRISA; HAACK, 2016).

Assim, no decorrer dos estudos, deu-se origem a diferentes dados, com os quais se busca analisar, no próximo capítulo, e evidenciar indícios de aprendizagens que resultaram da aplicação da Ilha, respaldados pelo referencial teórico que fundamentou o estudo aqui relatado. Com isso, avança-se na direção da construção da resposta para a questão que mobilizou esta pesquisa e da avaliação do alcance do correspondente objetivo geral.

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os dados construídos com a aplicação da Ilha, tema desta pesquisa e dissertação, sua análise e discussão, bem como as reflexões da professora pesquisadora, com vistas à construção do conceito de função, tendo a "Água" como tema motivador.

Apresentam-se, também, a avaliação de alguns atributos da Alfabetização Científica e Tecnológica, como: autonomia, comunicação e domínio, que são analisados na sequência, concomitantemente à análise e avaliação das etapas de aplicação da IIR. Para Fourez (1997), um indivíduo é considerado alfabetizado científica e tecnologicamente, quando seus saberes promovem autonomia; possibilitam-lhe negociar suas decisões frente às pressões sociais; tem capacidade de se comunicar ou encontrar maneiras de se expressar adequadamente; domínio e responsabilidade frente às situações concretas.

As produções dos estudantes foram analisadas e avaliadas e, por meio dos questionamentos e das investigações iniciais, interação entre colegas, organização dos estudantes nas suas equipes, consulta aos especialistas, apresentações orais com a utilização de mídias digitais, pesquisa investigativa em livros e na internet, redações e questionamentos, conseguiu-se obter informações sobre os atributos referidos acima.

### 4.1 AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO DA IIR

A IIR foi aplicada no último trimestre do ano de 2016, com o objetivo de avaliar seu potencial para a construção do conceito de função matemática. Ao mesmo tempo, procura-se refletir se é possível realizar um trabalho interdisciplinar, visando à construção de um conceito matemático e, conseqüentemente, promover o desenvolvimento dos atributos da ACT, na escola que mantém um currículo disciplinar.

O planejamento da IIR foi realizado, em primeiro lugar, com base no estudo das suas etapas, na leitura de publicações relacionadas, além da necessária observação dos estudantes e do contexto em que estão inseridos. Tal estudo continuou acontecendo, mesmo no decorrer de sua aplicação, pois, como todo planejamento vivo, o que é adequado ao processo educativo, foram necessários ajustes em virtude de acontecimentos inesperados, tais como eventos escolares não previstos antecipadamente.

A seguir, é apresentado novo relato, agora percorrendo etapa por etapa, permeado com as reflexões da professora pesquisadora, com relação à avaliação do desenvolvimento da IIR.

#### 4.1.1 Clichê

A dinâmica, em que se utilizou um vídeo sobre o tema "Água", como ponto de partida, mostrou-se eficiente, cumprindo o propósito que se tinha, de mobilizar os estudantes, despertando-lhes envolvimento, curiosidade e participação, conforme era esperado.

O grupo que ficou na sala de aula precisou elaborar conjecturas sobre o vídeo ao qual os colegas estavam assistindo, que expressavam com questionamentos, como: *Mas o que a gente tem que perguntar?, Como vamos elaborar perguntas se não sabemos sobre o que é o vídeo?* Foi possível observar que mudança de rotina provoca inquietação e ocasiona certa ansiedade aos estudantes.

Quando o grupo que assistiu ao vídeo retornou à sala de aula, os colegas começaram de pronto com perguntas e troca de informações, tais como:

- *Sobre o que era o filme?*
- *Não era um filme. Era um vídeo.*
- *Era um vídeo, documentário sobre a água.*
- *Sobre a importância da água. Poluição.*
- *E como ele foi apresentado?*
- *Como se fosse um quadro negro, ele vai escrevendo e colocando imagens.*
- *Ele tava retratando que a gente usa a água para fazer materiais e esses materiais poluem a água.*

No fim da conversa, a professora perguntou se os estudantes que não haviam assistido ao vídeo tinham informações suficientes para explicar sobre o mesmo e uma estudante respondeu: *O vídeo fala da situação da água no nosso País, quer dizer, no mundo; e que tudo que a gente coloca na água volta pra gente.*

Em seguida, outro estudante, que também não havia assistido ao vídeo, levantou o braço e fez uma pergunta à turma: *O que vocês podem fazer para mudar isso?* A pergunta causou agitação e um colega lhe retornou a pergunta: *O que VOCÊ pode fazer?* O primeiro estudante reformulou sua questão: *Não o que você faria, mas o que teria que mudar?* Um estudante respondeu: *O governo faz a gente gastar muita água no que não precisa.* E outro estudante complementou: *O Brasil precisa tratar o esgoto.* Neste momento, com o sinal

chamando para o intervalo, os estudantes saíram da sala, em pequenos grupos ou duplas, comentando sobre o assunto.

No retorno do intervalo, o grupo que não havia assistido ao vídeo pôde assisti-lo na sequência, enquanto os demais permaneceram atentos, o que se interpretou como um indicador de reflexão. Quando questionados se, de fato, entenderam estar de acordo com o que os colegas haviam contado, eles confirmaram. A estratégia mostrou-se eficaz como motivadora das discussões pois, ao "contar" sobre o vídeo aos colegas, foi necessário refletir, da mesma forma que ao perguntar.

Esse momento foi importante para a professora pesquisadora observar aspectos atitudinais, como respeito pelas ideias dos colegas, interesse e participação na troca de ideias, que podem ser intuitivas, sem nenhum tipo de conhecimento formal. Todas as observações foram anotadas, a fim de serem retomadas, tanto para a revisão do planejamento das demais etapas, quanto para a análise final. Foi possível concluir, também, que o projeto *Sustentabilidade*, iniciado na escola há alguns anos, acontecendo inclusive no ano de aplicação da IIR, foi um fator importante para estimular a participação e argumentação dos estudantes, mostrando suas preocupações com questões ambientais e, conseqüentemente, com a problemática da água.

Depois, os estudantes receberam uma tira de papel na qual foram solicitados a colocar questionamentos (perguntas) sobre o que não sabiam quanto ao tema ou sobre o que tivessem curiosidades em obter mais informações, relacionadas ao tema em discussão. Os mesmos estão transcritos no APÊNDICE A e apresentados aqui, para facilitar o acompanhamento da análise.

- 1 – Por que os governos federal, estadual e municipal não realizam parte das promessas feitas para o saneamento e reaproveitamento de água?
- 2 – Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?
- 3 – Quanto tempo vai demorar para acabar a água do Planeta?
- 4 – Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?
- 5 – E se a água potável acabar?
- 6 – Se fosse pegar um rio poluído, em torno de quanto por cento de água pura ainda poderia ser aproveitada?
- 7 – Tem alguma organização ou um grupo encarregado da “saúde” dos rios e lagos?
- 8 – Ainda existe alguma água totalmente saudável?
- 9 – Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?
- 10 – Quanto tempo em média o brasileiro demora no banho?

- 11 – Onde (você acha que) o humano gasta mais água?
- 12 – Qual é o “por cento” de árvores que ainda tem na Amazônia?
- 13 – Ainda é possível limpar os rios poluídos?
- 14 – Gramado não tem tratamento de esgoto?
- 15 – Quanto tempo demora para tirar sal da água e transformá-la em potável?
- 16 – Se começarmos a economizar AGORA, neste momento, como faríamos para ter ela limpa, sem química de remédios, como ela era antes, PURA?
- 17 – Se continuar o ritmo assim, em quanto tempo a água vai desaparecer?
- 18 – Quanto demora para acabar a água?
- 19 – Quanto tempo levaria para todo o País ter saneamento básico?
- 20 – Por que não investimos em transformar a água do mar própria para consumo?
- 21 – Mesmo que todos os habitantes do Brasil olhassem esse vídeo, mudaria alguma coisa ou continuariam a viver do mesmo jeito?
- 22 – Como é possível os animais trocarem de sexo, através de hormônios femininos?
- 23 – Qual é a porcentagem de água que ainda temos?
- 24 – O rio Tietê já foi usado para o bem-estar das pessoas? (Ponto de encontro, como uma praia)
- 25 – Como os peixes mudam de sexo com anticoncepcional? O que torna isso possível?
- 26 – Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?

Os questionamentos foram entregues à professora, para análise e categorização. No final, foi solicitado que elaborassem um texto, extraclasse, de aproximadamente 15 linhas, sobre o que mais lhes interessava sobre o tema.

#### **4.1.2 Panorama espontâneo**

Na segunda etapa da IIR, os textos individuais foram lidos para a turma toda e, com a ajuda dos estudantes, de cada leitura foram extraídos temas-chave e colocados no quadro. Alguns deles são mostrados nas figuras a seguir. São eles: *ciclo da água* (Figura 3); *falta de água* (Figura 4); *dados estatísticos*; *consumo exagerado* (Figura 5); *poluição*; *conscientização* (Figura 6); *características da água*; *dados econômicos* e *alternativas para a falta de água*.



Figura 3 – Texto sobre o ciclo da água

**Ciclo da Água**

Cerca de dois terços da superfície da Terra são cobertos pela água, seja em estado líquido (oceanos mares, lagos, rios e água subterrâneas), seja em estado sólido (geleiras e neve).

Uma parcela significativa dessas águas encontram-se em permanente circulação, sob a ação do calor do sol e dos ventos. Essas águas se transformam em vapor, constituindo o chamado **ciclo da água** ou **ciclo hidrográfico**. A importância do ciclo hidrográfico é vital para a biosfera, o conjunto dos seres vivos da Terra e seus habitats.

Parte desse vapor é produzido também pela transpiração dos organismos vegetais e animais. Para exemplificar, note que num só dia, uma árvore de grande porte pode chegar a evaporar até 300 litros de água.

Nas partes mais altas, a atmosfera fica tão fria que o vapor se condensa em pequenas gotas de água, flocos de neve e cristais de gelo, que formam as nuvens. Ao serem levadas pelo vento para regiões mais frias, ocorrem as precipitações de chuva, neve ou granizo.

Se no momento da precipitação as camadas inferiores da atmosfera estão mais quentes, a água cai em forma de chuva. Se a temperatura perto da superfície estiver abaixo de zero, a precipitação se dará sob a forma de neve ou granizo.

Fonte: Acervo da autora (2016).

No texto da Figura 3, o estudante aborda a quantidade de água no planeta Terra e descreve o seu ciclo. Ele observa a importância das árvores e da vegetação para que ocorram precipitações.

Figura 4 – Texto sobre a falta de água.

**Necessidade**

Água, água é um recurso necessário para a sobrevivência da maioria das espécies deste planeta. Em média, uma pessoa não sobrevive mais de que alguns dias sem água, e é desta maneira que percebemos como este recurso é valioso, e muitas vezes desperdiçados e/ou mal utilizados.

Precisamos de uma solução para este problema, mas como pode-se perceber, passamos centenas de anos desperdiçando este recurso, e não vai ser agora que, escuro como este, por um pouco de magia tudo ficaria bem.

Cometemos o erro de desperdiçá-lo ao longo dos anos e continuamos a cometê-lo e agora sofremos as consequências. Mas para a situação não se agravar ainda mais, procuramos incessantemente por soluções alternativas.

"Quando a última árvore tiver caído, quando o último rio tiver secado, quando o último peixe for pescado, você não entenderá que também não se come." - Grousepa

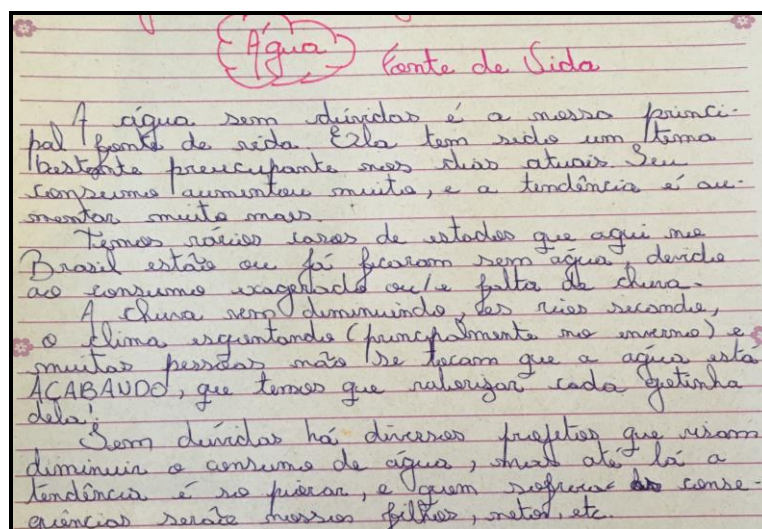
Fonte: Acervo da autora (2016).

Neste texto, o estudante ressalta a importância da água para a sobrevivência do ser humano e aponta o desperdício como um problema a ser solucionado:

*Cometemos o erro do desperdício ao longo dos anos e continuamos a cometê-lo e agora sofremos as consequências. Mas para a situação não se agravar ainda mais, procuramos incessantemente por soluções alternativas.*

Como uma possível solução, ele apresenta uma frase para reflexão: *Quando a última árvore tiver caído, quando o último rio tiver secado, quando o último peixe for pescado, vocês vão entender que dinheiro não se come.*

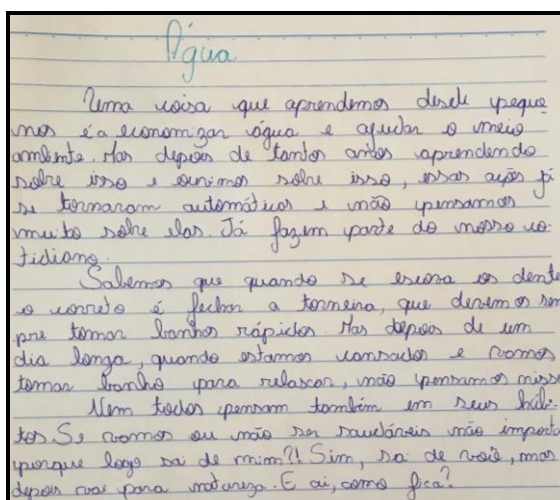
Figura 5 – Texto sobre o consumo exagerado



Fonte: Acervo da autora (2016).

O estudante, ao escrever o texto acima mostra-se preocupado com o consumo exagerado de água e, conseqüentemente, com o racionamento: *Temos vários casos de estados que aqui no Brasil estão ou já ficaram sem água devido ao consumo exagerado e/ou falta de chuvas.* Além disso, ele ressalta que a água está *ACABANDO!*, demonstrando grande preocupação com a situação.

Figura 6 – Texto sobre conscientização



Fonte: Acervo da autora (2016).

No texto, o estudante comenta que as pessoas têm consciência de que não se deve desperdiçar água; no entanto, suas ações não demonstram isso. E ele, no final do texto, deixa uma inquietação quanto a isso: *E aí, como fica?*

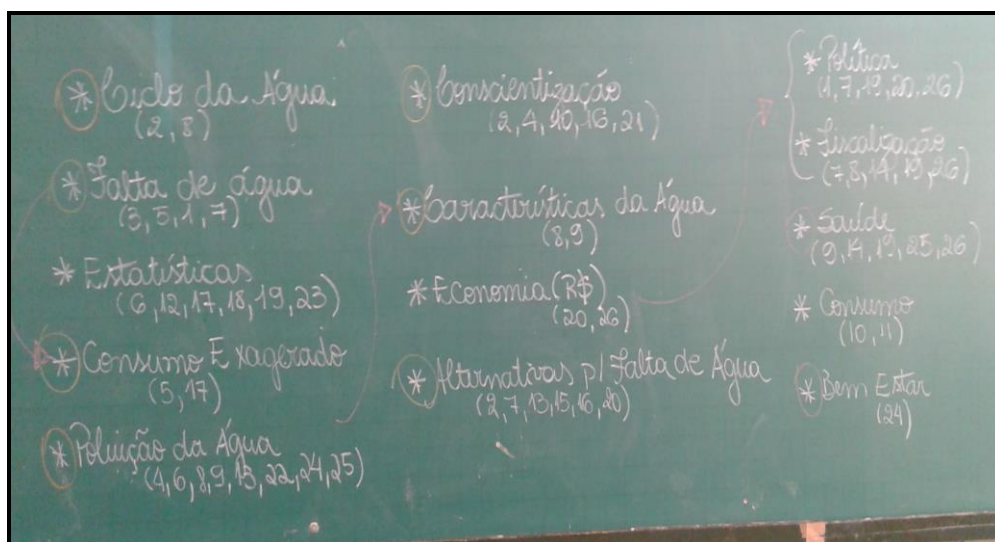
De modo geral, os textos apresentaram muitas preocupações dos estudantes. Segundo Fourez (1997), esta etapa do panorama é bastante espontânea, na medida em que não se buscam especialistas, ou seja, refere-se aos recursos de conhecimento e de vivência próprios da equipe, o que realmente foi possível observar.

Essa etapa durou mais tempo do que se havia previsto. Entretanto, foi possível perceber, nos textos, a preocupação que os estudantes demonstraram com a falta de água e com a conscientização necessária para não consumi-la de forma inadequada. Além disso, alguns aspectos relacionados com a Matemática foram evidenciados, como questões relativas a volume de água e quantidades negativas; razão e proporção; porcentagem e, principalmente, questões relativas à economia e ao desperdício no uso doméstico, o que depois foi utilizado para trabalhar o conceito de função matemática.

Além disso, uma análise prévia das 26 questões, apresentadas no encontro anterior, mostrou que dez (em torno de 38%) das mesmas também poderiam ser utilizadas, como realmente foram, para a construção do conceito de função, dependendo da devida interpretação como tal.

Em seguida, foi realizada a leitura das perguntas e categorizadas nos temas já extraídos dos textos e, conforme necessário, foram criados outros, quais sejam: *política; fiscalização; saúde; consumo e bem-estar* (Figura 7). Houve uma discussão produtiva, e a participação dos estudantes foi muito relevante, pois mostravam-se atentos e preocupados com as questões em discussão. Conforme as perguntas eram lidas, os estudantes, no impulso, iam tentando respondê-las; no entanto, ficou claro que aquele não era o momento para respostas, que seriam buscadas mais tarde, no decorrer dos trabalhos.

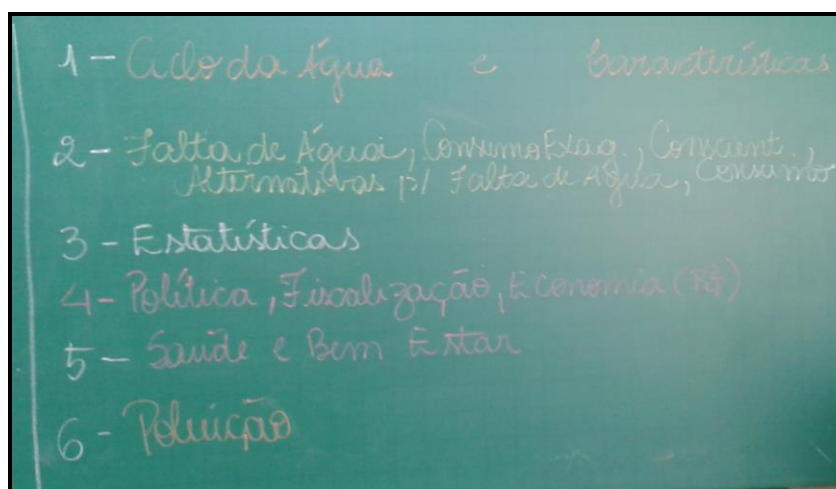
Figura 7 – Categorização dos temas extraídos dos textos



Fonte: Acervo da autora (2016).

As categorias destacadas na aula anterior foram colocadas no quadro pela professora e foi realizada outra classificação, com o auxílio dos estudantes, a fim de agrupá-las por afinidades, resultando, assim, em seis categorias: 1 – *Ciclo da água e características*; 2 – *Falta de água, consumo e conscientização*; 3 – *Estatísticas*; 4 – *Política, fiscalização e economia*; 5 – *Saúde e bem-estar* e 6 – *Poluição*. (Figura 8).

Figura 8 – As seis categorias resultantes do panorama espontâneo



Fonte: Acervo da autora (2016).

Cada estudante registrou, em uma tira de papel, os números das categorias, de 1 a 6, de acordo com o grau de importância ou interesse que teriam para investigá-las. A partir dessa

classificação, a professora definiu os grupos. Os estudantes que não estavam presentes entraram nos grupos por meio de sorteio.

Nessa mesma aula, orientaram-se os estudantes para que realizassem uma atividade extraclasse: cada grupo deveria trazer, na aula seguinte, um vídeo, uma reportagem, um artigo científico e um material de livre escolha, que tivesse relação com o tema de seu grupo (categoria), para fazer um levantamento inicial de informações iniciando o aprofundamento da temática. Com esta atividade, tinha-se também o objetivo de verificar a predisposição aos estudos e a organização de cada equipe.

Na aula seguinte, apenas dois grupos apresentaram os materiais solicitados, e os demais alegaram que não conseguiram “se comunicar” com os colegas que haviam faltado na aula anterior. Assim sendo, a pedido dos estudantes, foi disponibilizado tempo para que os que não tinham o material necessário pudessem ir ao laboratório de informática e à biblioteca, para pesquisarem o que foi solicitado. Os grupos que já tinham material foram orientados a ler, assistir e discutir sobre o que haviam trazido. Foi possível perceber que, apesar de serem estudantes participativos e empenhados, ainda careciam de orientações e acompanhamento, visando ao desenvolvimento de atributos da ACT, especialmente no que diz respeito à autonomia e comunicação, nesta etapa.

Na continuidade das aulas, solicitou-se que os estudantes, de posse do material pesquisado na tarefa extraclasse ou na aula anterior, elaborassem uma redação em grupo de aproximadamente 30 linhas, sobre aspectos que haviam destacado, como: interesse; assunto que chamava a atenção/preocupação; ou sobre o assunto da categoria de pesquisa do grupo. Foi necessário atendimento aos grupos para auxiliá-los a manterem o foco em cada texto, relacionando-o com a categoria de cada grupo.

De fato, conforme o conteúdo dos materiais apresentados, foi possível observar que os estudantes demonstraram preocupação com a questão da escassez e do racionamento de água; ressaltaram a importância da água como fonte de vida, para a saúde e para a economia; e apresentaram questões relativas à poluição e possíveis soluções para isso. O primeiro trabalho em grupo mostrou a importância do diálogo e das argumentações na construção da autonomia dos estudantes.

Os registros das redações elaboradas em grupo estão no diário de bordo da pesquisadora e constam no APÊNDICE C.

### 4.1.3 Consultas a especialistas

No sexto dia, ocorreu a leitura dos textos elaborados em grupo, conforme combinado na aula anterior. Os textos não eram muito extensos e, basicamente, mostravam o que os estudantes haviam encontrado no material pesquisado.

O texto do grupo 1 ficou com uma estudante que não compareceu à aula nesse dia. O grupo, então, apresentou à turma o vídeo que havia selecionado para a pesquisa e que tratava, especificamente, do ciclo da água.

O título do texto do Grupo 2 era *Brasil – Patrimônio natural*. Nele foram abordados os seguintes tópicos: crise hídrica na Região Sudeste; chuvas escassas; disputa entre os estados de SP e RJ pelo uso da água do rio Paraíba do Sul; fiscalização e órgãos responsáveis pela mesma.

O grupo 3 produziu o texto *Estatística de consumo da água*, que abordava a quantidade de água existente na Terra e como é a sua divisão.

O quarto grupo elaborou o texto *Água – fonte de vida*. Neste, os estudantes abordaram a crise hídrica do ano de 2014 e a gestão de recursos naturais. Além disso, apresentou possíveis soluções para o problema: construção de cisternas e poços artesianos e utilização da água do mar.

O texto do grupo 5 intitulava-se *A água e o bem-estar*. Neste, os estudantes trataram da importância da água para a saúde e como fonte de vida. Também comentaram sobre a poluição das águas e destruição dos recursos pelos brasileiros.

O grupo 6 criou o texto *Poluição da água*, relatando a questão do lixo nos oceanos; dos animais alimentando-se de plásticos; e do cuidado que se deve ter com os rios, para que toxinas e resíduos não cheguem aos seres humanos.

Ao finalizar as leituras, foi debatido com os estudantes os pontos em comum nos textos e foi possível perceber a preocupação ambiental com a poluição da água e com o uso excessivo deste recurso.

Em seguida, encaminhando a próxima etapa da Ilha, a professora, com a ajuda dos estudantes, distribuiu as perguntas que foram feitas na primeira aula, distribuídas, agora, de acordo com a categoria e o respectivo grupo, a fim de que fossem analisadas como caixas-pretas e elaborassem o roteiro das pesquisas do grupo. Sendo assim, as perguntas ficaram distribuídas da seguinte forma:

✓ Categoria 1 – Grupo 1 – Ciclo da água e características

*Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?*

*Ainda existe alguma água totalmente saudável?*

*Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?*

✓ Categoria 2 – Grupo 2 – Falta de água, consumo e conscientização

*Quanto tempo vai demorar para acabar a água do Planeta?*

*E se a água potável acabar?*

*Tem alguma organização ou um grupo encarregado da “saúde” dos rios e lagos?*

*Quanto tempo em média o brasileiro demora no banho?*

*Onde (você acha que) o humano gasta mais água?*

*Se começarmos a economizar AGORA, neste momento, como faríamos para ter ela limpa, sem química de remédios, como ela era antes, PURA?*

*Se continuar o ritmo assim, em quanto tempo a água vai desaparecer?*

*Mesmo que todos os habitantes do Brasil olhassem esse vídeo, mudaria alguma coisa ou continuariam a viver do mesmo jeito?*

*Quanto tempo demora para tirar sal da água e transformá-la em potável?*

*Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?*

✓ Categoria 3 – Grupo 3 – Estatísticas

*Se fosse pegar um rio poluído, em torno de quanto por cento de água pura ainda poderia ser aproveitada?*

*Qual é o “por cento” de árvores que ainda tem na Amazônia?*

*Quanto demora para acabar a água?*

*Quanto tempo levaria para todo o País ter saneamento básico?*

*Qual é a porcentagem de água que ainda temos?*

✓ Categoria 4 – Grupo 4 – Política, fiscalização e economia

*Por que os governos federal, estadual e municipal não realizam parte das promessas feitas para o saneamento e reaproveitamento de água?*

*Gramado não tem tratamento de esgoto?*

*Por que não investimos em transformar a água do mar própria para consumo?*

*Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?*

✓ Categoria 5 – Grupo 5 – Saúde e bem-estar

*O rio Tietê já foi usado para o bem estar das pessoas? (Ponto de encontro, como uma praia)*

*Como os peixes mudam de sexo com anticoncepcional? O que torna isso possível?*

*Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?*

*Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?*

✓ Categoria 6 – Grupo 6 – Poluição

*Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?*

*Ainda é possível limpar os rios poluídos?*

*Como é possível os animais trocarem de sexo, através de hormônios femininos?*

Algumas perguntas, como, por exemplo, as que envolviam a questão da poluição por anticoncepcionais, apareceram em dois grupos; no entanto, com significados diferentes: no grupo 5, a questão era entender como os peixes poderiam mudar de sexo; e, no grupo 6, era entender como os hormônios podem poluir a água. Outra questão, relativa ao saneamento básico, foi entendida como conveniente em duas categorias; ainda assim ficou com contextos diferentes, pois uma envolvia políticas e outra era relacionada à saúde.

Esta organização, permeada de discussões, argumentações, justificativas e escolhas, deixou transparecer uma das características necessárias para desenvolver-se no mundo científico e tecnológico. Segundo Fourez (1997), é aprender uma arte que os científicos e tecnólogos têm desenvolvido de maneira específica: a negociação.

Avançando nas negociações e na tomada de consciência sobre as próprias limitações, mas guiados pela curiosidade e importância que atribuíam ao conhecimento, que poderiam construir com os trabalhos, os estudantes selecionaram as perguntas que teriam condições de responder, eles próprios, e em quais precisavam de especialistas. Os grupos 1, 2, 5 e 6 foram os que apresentaram roteiros para as entrevistas que realizariam, selecionando as seguintes caixas-pretas, dentre as que foram apresentadas no *Clichê*:

Grupo 1: *Qual a relação entre a água e as árvores? (Adaptaram a questão: Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?)*

*Ainda existe alguma água totalmente saudável?*



Grupo 2: *Quanto tempo vai demorar para acabar a água do Planeta?*

*Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?*

*Quanto tempo em média o brasileiro demora no banho?*

*Onde (você acha que) o humano gasta mais água?*

*Se começarmos a economizar AGORA, neste momento, como faríamos para ter ela limpa, sem química de remédios, como ela era antes, PURA?*

*Se continuar o ritmo assim, em quanto tempo a água vai desaparecer?*

Grupo 5: *O rio Tietê já foi usado para o bem-estar das pessoas? (Ponto de encontro, como uma praia)*

*Como os peixes mudam de sexo com anticoncepcional? O que torna isso possível?*

*Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?*

Grupo 6: *Ainda é possível limpar os rios poluídos?*

*Como é possível os animais trocarem de sexo, através de hormônios femininos?*

Os grupos 3 e 4 não apresentaram roteiro, o que se esclarece na próxima seção. Porém, durante as aulas, desenvolveram pesquisa, com o foco nas seguintes questões:

Grupo 3: *Qual é a porcentagem de água que ainda temos?*

*Quanto demora para acabar a água?*

*Quanto tempo levaria para todo o País ter saneamento básico?*

Grupo 4: *Por que os governos federal, estadual e municipal não realizam parte das promessas feitas para o saneamento e reaproveitamento de água?*

*Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?*

No que segue, são mencionados os especialistas que foram consultados por alguns grupos.

#### 4.1.4 Indo à prática

Os grupos foram orientados para que, com base nas perguntas, pensassem em quais profissionais da própria escola, ou especialistas, poderiam auxiliá-los nas pesquisas e na abertura das caixas-pretas. Os grupos que possuíam roteiro foram orientados a utilizá-lo no momento das pesquisas e entrevistas.

Assim sendo, foram consultados, nesta etapa, outros professores da própria escola, justificando que não conseguiram ser atendidos por outros especialistas, além de terem considerado suficientes os esclarecimentos dos professores que se prontificaram a auxiliar.

O professor de Biologia foi procurado pelo Grupo 1, para esclarecer dúvidas sobre questões relativas às caixas-pretas 2 – *Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?* (a qual foi adaptada para: *Qual a relação entre a água e as árvores?*); e 8 – *Ainda existe alguma água totalmente saudável?* Com relação à caixa-preta 2, o professor de Biologia esclareceu que o ciclo da água é o que relaciona as árvores e a água, ou seja, as árvores transferem umidade para a atmosfera, propiciando a formação de nuvens e, conseqüentemente, um clima propício a chuvas; e, além disso, alertou que o desmatamento prejudica a distribuição e qualidade da água, além de riscos de inundações. Sobre a caixa-preta 8, o professor esclareceu que o termo *saudável* é muito relativo, pois toda água tem seus componentes químicos, e indicou que, se o foco da pergunta fosse água para consumo humano, os estudantes pesquisassem sobre água alcalina.

Alguns grupos procuraram o professor de Química e a professora de Geografia para ajudá-los. Os professores já sabiam da possibilidade de serem “entrevistados” pelos estudantes e, quando procurados, auxiliaram no que puderam. Alguns dos aspectos abordados foram: substâncias poluidoras e tóxicas, desmatamento, destilação da água, flúor, camada de ozônio, industrialização e teorias sobre o aquecimento global. Esses aspectos não estavam tão explícitos nas perguntas, mas foram aparecendo, durante a pesquisa dos estudantes.

Um grupo – no intuito de abrir a caixa-preta 14 – *Gramado não tem tratamento de esgoto?* – procurou auxílio na Secretaria Municipal do Meio Ambiente, para verificar quais investimentos e onde há tratamento de esgoto na cidade de Gramado. A Corsan também entrou no roteiro de entrevistas para esclarecer as questões de tratamento de esgoto na cidade. No entanto, os estudantes não conseguiram ir até o local, mas puderam encontrar esclarecimento na Secretaria do Meio Ambiente.

Este momento de interlocução, com pessoas que sabem mais, foi valioso e todos reconheceram sua importância, pois foi possível observar a disposição, a organização nos

grupos e o desenvolvimento de autonomia dos estudantes, por meio de ações deixadas ao seu encargo. Eles separaram perguntas entre os integrantes de cada grupo, discutiram quem ficaria encarregado de determinada pesquisa e apresentaria na aula e, também, modificaram algumas das perguntas, visto o foco principal ou local de realização da pesquisa, que foi o que aconteceu com uma das questões do Grupo 1, comentada anteriormente.

#### 4.1.5 Abertura das caixas-pretas

O primeiro grupo, o da categoria 1 – *Ciclo da água e suas características* – pesquisou diversas questões relacionadas às Ciências da Natureza, como: o ciclo da água, água alcalina, pH, consequências do desmatamento e do asfalto em cima dos rios e Bisphenol-A.

O grupo responsável pela categoria 2 – *Falta de água, consumo e conscientização* – investigou diversos dados estatísticos e levou os colegas à reflexão sobre o que de fato está acontecendo com a água no Planeta e qual a diferença entre essa categoria e a próxima, intitulada *Estatísticas*. A intervenção nesse grupo, por parte da professora-pesquisadora, foi feita por meio de questionamentos, apontando dúvidas sobre alguns cálculos estatísticos que estavam sendo utilizados e auxílio para interpretação dos dados, ressaltando sua importância para a compreensão da realidade apresentada.

O grupo que escolheu a categoria *Estatísticas* fez alguns apontamentos sobre: quantidade de água existente no Planeta, potável ou não; qual a finalidade da água utilizada, sendo uma delas para a produção de energia; percentual existente de saneamento básico; qual a profundidade do mar e a utilização dessa água, entre outros.

No decorrer das aulas, a professora trouxe esse assunto para a turma, em uma aula expositiva-dialogada, na qual utilizou 2h/aula (aulas 20 e 21), partindo do estudo da conta de energia elétrica que os estudantes trouxeram para a sala de aula, solicitado anteriormente (aula 19) para, com base nisso, chamar a atenção para o conceito de função, até aquele momento, ainda não enfatizado.

Iniciou solicitando aos estudantes, que já estavam organizados nos grupos, de acordo com as categorias de pesquisa, que sentassem em duplas ou trios. Em seguida, um representante de cada grupo foi ao laboratório de informática buscar um *Netbook*. Os *Netbooks* foram doados para a escola pelo governo estadual e, como não havia unidades disponíveis para cada estudante, foi necessário o uso de uma máquina por grupo. As mesmas possuem instalado o *software* GeoGebra e, na sala de aula, há a possibilidade de utilizar o

projektor, o que facilita a visualização e o comando das tarefas, por parte dos estudantes. O GeoGebra é um *software* livre e de domínio público, pré-instalado nos computadores das escolas públicas; constrói gráficos e identifica três formas matemáticas diferentes: a gráfica, a algébrica e a numérica. O GeoGebra também permite construir e modificar as figuras geométricas e visualizar equações e representações algébricas, reforçando a fixação dos conceitos relativos a funções matemáticas.

Antes de utilizarem os *Netbooks*, a professora solicitou que os estudantes, em seus grupos, verificassem, nas contas de energia elétrica, se havia elementos em comum, como quantidade de Kw/h gastos, valor da conta de energia e valor do Kw/h. Alguns estudantes responderam que o valor do Kw/h era igual, mas o valor da conta e a quantidade de Kw/h gastos, não. Prontamente, alguns já concluíram que isso era “óbvio”, pois em cada família há um consumo de energia, logo o valor da conta seria diferente em cada caso.

A professora explicou que esse tipo de situação caracterizava uma função matemática e que poderia ser representado por uma fórmula, para expressar aquela situação. De forma dialogada e levantando questionamentos aos estudantes, a turma chegou à lei da função:  $y = 0,57x$ , que expressava  $y$  (valor a ser pago) em função de  $x$  (quantidade de Kw/h consumida), também chamando-a de modelo matemático da situação analisada.

Em seguida, a professora chamou a atenção para o fato de que uma das grandezas dependia da outra, quando, então, os estudantes demonstraram compreender, sem dificuldade, que o valor da conta a ser paga dependia da quantidade de energia consumida (que aparecia nas contas de luz como quantidade de kw/h).

Em continuação, para dar ênfase ao conceito de função, mais do que ao tipo de função, foram dados os nomes a  $y$  e a  $x$  que, em Matemática, referem-se à variável dependente e à variável independente, que, nesse caso, identificaram corretamente como sendo o valor da conta  $y$  e a quantidade de kw/h,  $x$ , respectivamente.

Na sequência, os estudantes construíram o gráfico da função, utilizando o GeoGebra. Puderam interpretar a representação gráfica da mesma, bem como a representação numérica de tabelas que construíram com os diferentes "pares ordenados" que haviam sido analisados.

Feito isso, a professora aproveitou para continuar a discussão, retornando às questões elaboradas na etapa *Clichê*. Para que fossem rapidamente lembradas, projetou-as no quadro, perguntando aos estudantes se conseguiam identificar relações entre grandezas, que pudessem se constituir como modelos, mas sem levantar a questão sobre qual tipo de função representaria cada relação identificada. Sem grandes dificuldades, as relações foram aparecendo e registradas no diário de bordo da pesquisadora e aqui são transcritas,

acompanhadas do respectivo número, correspondente à própria ordem apresentada no *Clichê*. para melhor ilustrar a sequência de atividades promovidas:

- 3: quantidade de água consumida, em função do tempo;
- 6: quantidade de água pura, em função da quantidade de água poluída;
- 10: quantidade de água gasta no banho, em função do tempo;
- 12: quantidade de árvores na Amazônia, em função do tempo;
- 15: quantidade de sal na água, em função do tempo;
- 16: quantidade de água pura existente, em função do tempo;
- 17: quantidade de água no Planeta, em função do tempo;
- 18: quantidade determinada de água, em função do tempo;
- 19: saneamento básico em todo o País, em função do tempo;
- 23: quantidade de água hoje, em função da quantidade inicial.

Os estudantes, em um primeiro momento, verbalizavam sua compreensão do conceito de relação, com expressões, como “a quantidade de algo em função de outra coisa”, dentre outras.

Aproveitando, então, o envolvimento e a curiosidade despertados, foi proposto o seguinte exercício: elaborar um problema real ou fictício, na forma de uma questão, cuja resposta fosse uma expressão de função, ou seja, que mostrasse como algo que varia depende (está em função) de outra variável.

Houve um momento de conversas entre os estudantes e, à medida que trocavam ideias, iam identificando possíveis questões. A professora acompanhou esta etapa, bem como as tentativas de formulação das questões solicitadas, com base no que haviam entendido. Em torno de 30 minutos foi o tempo necessário para que começassem a apresentar problemas, em forma de questões, que eram lidas para a classe, enquanto a professora os anotava em seu diário.

Cada uma delas era discutida, algumas vezes acompanhada de simulações, perguntas e respostas, tanto por parte da professora quanto dos estudantes, dentre as quais destacam-se:

Estudante A: *Quanto tempo vai demorar para esvaziar o reservatório de água, se a família gasta 30 litros por dia?*

Professora: *Qual modelo ou função  $y(x)$  que descreve esta situação?*

Estudante A:  $y = 30x$

Professora: *E o que representam  $x$  e  $y$ ?*

Estudante:  *$x$  é o número de dias e  $y$  o total de litros gastos por dia.*

Esse pequeno diálogo motivou colegas, que passaram a apresentar outros exemplos, tais como:

*A distância de minha casa até a escola é de 3 km. Quanto tempo demoro para ir de casa até a escola, se demoro 12 minutos para percorrer 1 km? Em linguagem de função:  $y = 12x$*

*Quanto de dinheiro é necessário para comprar pão, sendo que a unidade custa R\$0,50?*

*Posso escrever  $y = 0,50x$ ?*

As oportunidades de intervenções da professora, além de problematizarem a situação que era apresentada, em cada caso, foram aproveitadas para utilizar a linguagem de funções, comentando sobre as variáveis, o tipo de dependência, crescente, decrescente, além de exemplos com comportamentos variados. Houve, também, ocasião para se comentar sobre taxas de variação, quando passaram a incluir, nos exemplos que surgiam, questões referentes, tais como:

*Quanto dinheiro é necessário para abastecer um carro, sendo que o litro da gasolina custa R\$ 3,50? Aí posso dizer que  $y = 3,50x$  e que a taxa de variação é R\$ 3,50?*

*Quantos bolos consigo fazer, sendo que para cada receita utilizo 3 ovos? Então o número de bolos depende do número de ovos, e a taxa de variação é 3.*

*Quanto tempo demora para filtrar a água de uma piscina, se o filtro demora 10 minutos para limpar 1 litro? Isso quer dizer que o tempo varia 10 minutos por litro.*

Com base nessa discussão, visando à sistematização de conceitos que haviam sido discutidos, a professora propôs a resolução de três problemas, para que os estudantes procurassem representar algebricamente (por fórmulas), identificassem as variáveis dependentes e independentes e construíssem seus gráficos. Em cada um dos problemas, deveriam, também, identificar a taxa de variação da variável dependente em relação à variável independente.

Para isso, foram apresentados problemas que envolviam funções compatíveis com situações trabalhadas pelos estudantes, ao sugerir as suas questões. Os mesmos são apresentados a seguir:

*Problema 1: A tabela a seguir relaciona a medida do lado de um quadrado ( $l$ ), em centímetros, e o seu perímetro ( $P$ ) também em centímetros.*

<i>Medida do lado (l em cm)</i>	<i>Perímetro (P em cm)</i>
1	4
2	8
2,5	10
3	12
4,1	16,4
...	...
<i>L</i>	<i>4l</i>

*Problema 2: A tabela abaixo relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles.*

<i>Número de litros</i>	<i>Preço a pagar (R\$)</i>
1	3,50
2	7,00
3	10,50
4	14,00
...	...
40	140,00
<i>X</i>	<i>3,50x</i>

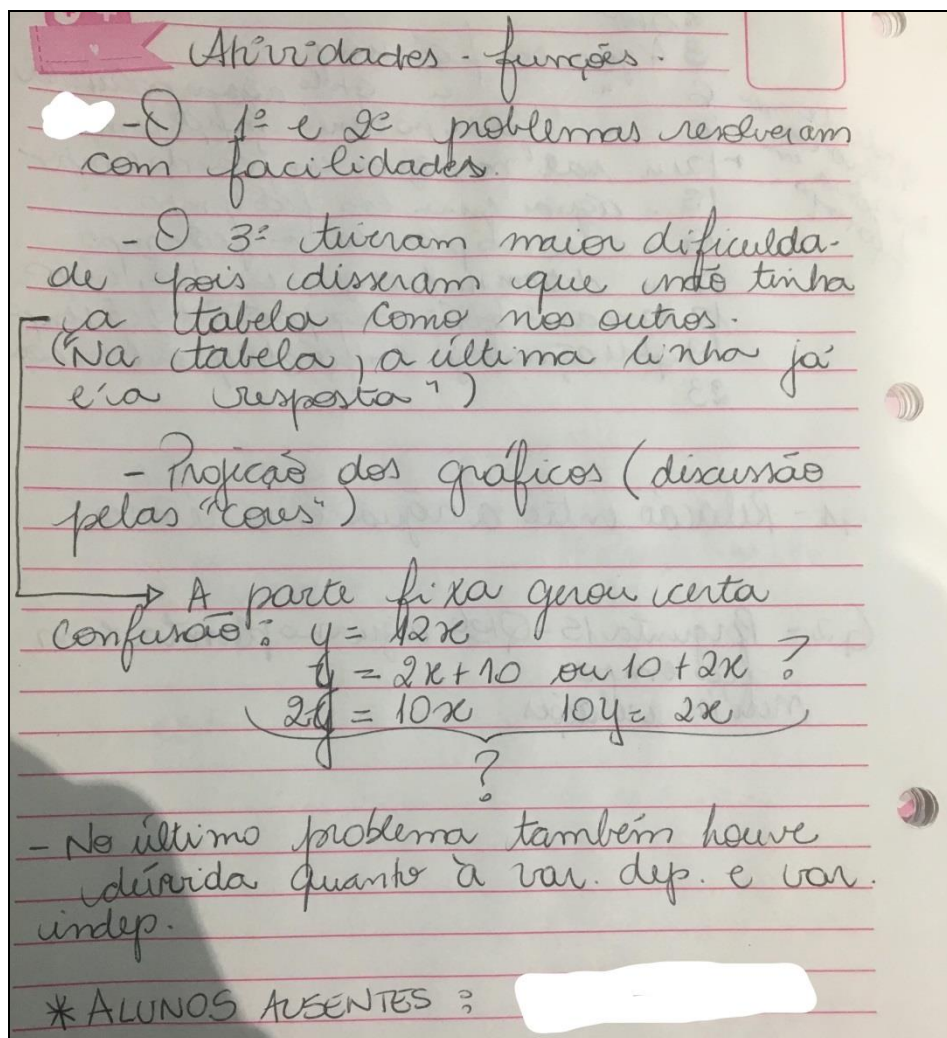
*Problema 3: Um taxista cobra R\$2,00 por quilômetro rodado, mais R\$10,00 (bandeirada), em que  $x$  é o número de quilômetros rodados e  $y$  é o preço cobrado pelo taxista.*

Nesta etapa, as questões envolviam basicamente funções lineares, talvez por serem mais facilmente encontradas, em um primeiro momento. Além disso, elas envolviam outras situações que não tinham relação com a água, para que eles pudessem perceber o conceito de função em diferentes contextos. Conforme os grupos iam resolvendo os problemas, alguns solicitavam auxílio da professora, principalmente, no problema 3, que era diferente dos anteriores, pois não havia tabela e a função apresentava uma parte variável e uma parte fixa.

Assim que terminaram a atividade, os gráficos foram projetados na tela para que toda a turma pudesse acompanhar a análise das situações (Figura 9). Discutiram-se as fórmulas, as

variáveis dependentes e independentes, e as diferenças de gráficos no sentido de explorar, taxas de variação, dentre outros aspectos básicos relacionados ao conceito de função.

Figura 9 – Registro das atividades no diário de bordo da professora pesquisadora



Fonte: Acervo da autora (2016)

No caso do significado de taxa de variação, para a função que estava sendo discutida no terceiro problema, como mostra a Figura 9, questionamentos, como: " $2x + 10$ " ou " $10 + 2x$ ", permitiram o exame da função, via abordagem numérica e, com isso, dar sentido ao conceito de taxa de variação, no caso da função em questão, e mencionar o fato de que "relações entre grandezas" têm comportamentos diferentes, que se apresentam de outras maneiras, também nos gráficos e em outras aplicações.

Aproveitou-se, inclusive, para motivá-los a fazerem simulações de gráficos relacionados às funções exploradas anteriormente, no GeoGebra.



Foi possível perceber domínio por parte dos estudantes, no sentido dado por Fourez (1997). Neste sentido, Bettanin & Pinho (2003) entendem que ter domínio de uma situação-problema implica em ter responsabilidade frente a situações concretas. Com efeito, ao utilizarem o *software*, mesmo sendo o primeiro contato da maioria, logo entenderam como funcionava e, até mesmo, foram descobrindo novas funções, com iniciativa, por meio de simulações.

Esse momento foi importante para a exploração do conceito de função, pois o *software* possibilita a relação entre as formas algébrica e gráfica, de modo claro e dinâmico; além da possibilidade da troca de ideias e comentários entre os estudantes e deles com a professora.

Durante as atividades realizadas, foi possível perceber evidências da compreensão do conceito de função matemática, como nos comentários e questionamentos de alguns estudantes: *Nossa, sora, mas então, meu irmão que trabalha em restaurante e ganha comissão, de acordo com o movimento da cidade, isso é uma função matemática?* Outro estudante mostrou-se motivado com o uso do *software* e comentou: *Muito legal esse programinha, a gente consegue ver o gráfico direitinho*. Evidenciaram a facilidade que o recurso digital proporciona para a interpretação gráfica. Conforme dúvidas ou comentários dos estudantes iam surgindo, a professora esclarecia ao grande grupo. Os estudantes foram muito participativos na aula e o atendimento aos grupos foi contínuo. Todas as formas de representação de uma função foram trabalhadas reforçando, assim, o significado de uma função matemática como relação de dependência entre grandezas. Ou seja, foram apresentados gráficos, tabelas, fórmulas e verbalizações para as relações entendidas como funções, sempre que possível.

O grupo 4 – *Política, fiscalização e economia* – abordou questões relativas ao investimento do setor público, no tratamento do esgoto e mostrou as iniciativas de alguns países relativas às questões do aquecimento global. Surgiram dúvidas quanto ao custo de construção de uma fossa, quanto ao destino do esgoto do município e discussões sobre o aquecimento global.

No decorrer das aulas, o grupo buscou esclarecimento para essas questões, inclusive convidando o professor de Biologia da própria escola para participar da aula. Nesse momento, os estudantes estavam em dúvida sobre a existência do aquecimento global, pois haviam assistido a uma entrevista, em um programa de televisão, em que o entrevistado afirmava não existir tal fenômeno. O professor especialista abordou a temática de forma expositiva e levou-os à reflexão sobre questões ambientais e ecológicas.

O quinto grupo 5 – *Saúde e bem-estar* – esclareceu a questão do flúor adicionado à água e como ocorre o processo de destilação.

Por fim, o último grupo, responsável pela categoria 6 – *Poluição* apresentou a Agência Nacional das Águas (ANA) e esclareceu sua finalidade e seus projetos. Apontou as principais substâncias poluidoras da água e trouxe uma boa reflexão ao grande grupo, no que diz respeito a substâncias que podem poluir a água.

Muitas das relações existentes envolviam Ciências da Natureza e Matemática, principalmente no que diz respeito à Estatística e Matemática Financeira. Nesta etapa, o consumo de água relacionado ao consumo de energia elétrica foi citado por um dos grupos, quando, então, aproveitou-se a oportunidade para discutir sobre tal dependência.

Certamente, o conceito de função foi mais explorado na abertura das caixas-pretas do Grupo 3. No entanto, de alguma forma, foi possível perceber que os estudantes reconheceram o conceito de função, como relação entre duas grandezas variáveis, em outras situações, como, por exemplo: a falta de água em função do desmatamento (Grupo 1); quantidade de água potável em função da quantidade de água no Planeta (Grupo 2); saneamento básico em função dos investimentos (Grupo 4); quantidade de flúor em função da quantidade de água (Grupo 5); poluição em função de atitudes malpensadas (Grupo 6). Em alguns casos, em princípio, os estudantes não se davam conta de que o conceito de função estava presente. Nessas situações, a professora propôs questionamentos que chamassem a atenção, nesse sentido, e reforçassem sua identificação na referida situação. Em todas as apresentações a professora procurou oportunidades de comentar sobre relações entre as grandezas que referiam, buscando evidenciar o conceito de função.

#### **4.1.6 Esquematização global da situação estudada**

A Esquematização da IIR teve duração de 2h/aula e foi uma continuidade da Abertura das Caixas-Pretas. Os estudantes realizaram apresentações de *slides*, com as sínteses do que haviam pesquisado, incluindo algumas questões que não haviam sido esclarecidas na etapa anterior. Os grupos prepararam as apresentações como atividade extraclasse.

As apresentações ocorreram na ordem das seis categorias decorrentes do panorama espontâneo e cada grupo teve 10 minutos para apresentação, mais 5 minutos para questionamentos da turma. O tempo foi respeitado por todos e observou-se a curiosidade despertada por algumas apresentações, cujos responsáveis receberam questionamentos dos

colegas. Interpretou-se tal fato como resultado do engajamento da turma na realização das atividades, que demonstrou real interesse em discutir algumas das questões.

Assim sendo, foi possível concluir que, nesta etapa, como era esperado, houve troca de ideias entre os estudantes, com destaque às questões relativas ao contexto em que vivem, que surgiram naturalmente, acrescentando informações e questões novas a serem investigadas, principalmente, no que diz respeito ao seu cotidiano e aos seus interesses.

#### **4.1.7 Abertura das caixas-pretas sem ajuda de especialistas**

Após a apresentação dos grupos e as dúvidas dos colegas registradas, as equipes realizaram novas pesquisas; no entanto, dessa vez, sem ajuda de especialistas. Assim, utilizaram a pesquisa investigativa, aprofundando os temas em questão e buscando solucionar as questões que foram aparecendo durante a etapa anterior, por meio de consultas à internet, a revistas, artigos e vídeos.

Nesta etapa, após cada uma das apresentações, a professora pode acrescentar comentários, procurando fazer conexões com o objetivo almejado, de construir o conceito de função. Cabe destacar, novamente, que o interesse nessa pesquisa, no que diz respeito às funções matemáticas, foi relacionado ao conceito de função e não a um determinado tipo específico de função. Para tanto, em seu diário de bordo, a professora-pesquisadora já havia feito registros, com base em todo o desenvolvimento da IIR até aqui, que lhe permitiram replanejar este encontro, acrescentando informações que poderiam ser apresentadas, à medida que surgisse oportunidade. E assim o fez, durante e após as apresentações dos grupos, que consistiram nos seguintes temas:

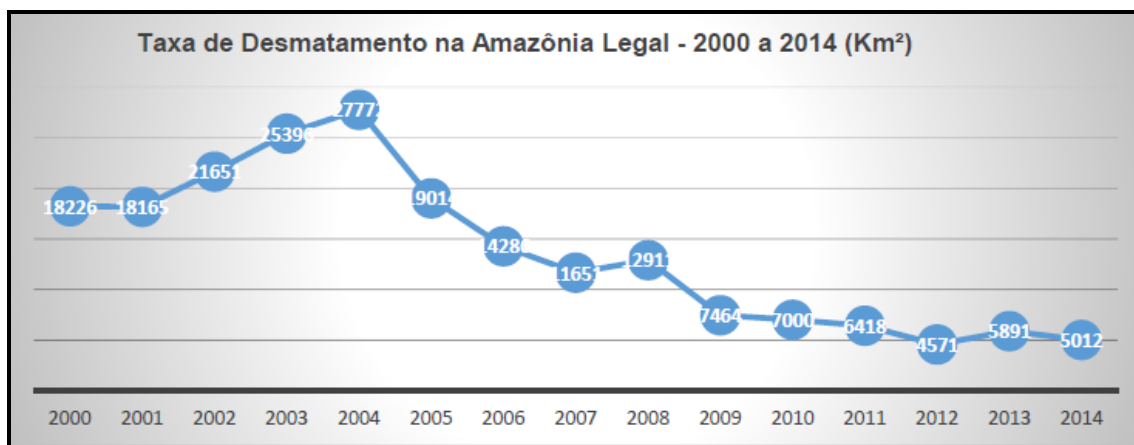
- funcionamento de um filtro de água doméstico, no intuito de sugerir uma possibilidade de utilizar a água da torneira de forma adequada ao consumo (Grupo 1);
- setores onde a água é utilizada, procurando aprofundar o que já haviam apresentado nos *slides*, na etapa de esquematização da IIR, quando entenderam que não haviam sido claros (Grupo 2);
- profundidade aproximada do mar e medidas de área e saneamento no município de Gramado, também aprofundando aspectos da apresentação feita durante a esquematização da IIR (Grupo 3);
- ampliação do estudo, já iniciado, sobre o esgoto do município e aquecimento global, investigando sobre a emissão de gás carbônico e a camada de ozônio (Grupo 4);

- a questão do flúor (vantagens e desvantagens) e, também, ampliando o conhecimento histórico sobre o processo de industrialização e suas consequências (Grupo 5);
- mais informações na ANA, sobre uma escala de tempo para recuperação das águas, procurando ampliar o que já haviam coletado para a etapa de esquematização da IIR (Grupo 6).

Das questões que apareceram durante as discussões, destacam-se algumas que se passa a comentar. Todas elas, em forma de perguntas variadas, haviam constado do Clichê e, conseqüentemente, já constavam do acervo da professora, em seu diário de bordo, para possíveis complementações que se apresentassem como oportunidades.

Por exemplo, o desmatamento foi lembrado e a velocidade com que o mesmo ocorre foi uma nova questão que se apresentou. A professora, então, de posse de informações acrescentadas em seu diário de bordo, com dados relacionados, explicou que há períodos de maior ou menor desmatamento. E trouxe, como exemplo, a Figura 10, que apresenta a quantidade de km<sup>2</sup> de desmatamento, em função do tempo.

Figura 10 – Taxa de desmatamento na Amazônia Legal em determinado período de tempo



Fonte: CIDADE MATOS, 2016

Nesse contexto, analisaram, juntos, a função que relaciona a quantidade de desmatamento com o tempo, observando os diferentes períodos de "certa estabilidade", "crescimento" ou "decréscimento" que, como se sabe, caracterizam os diferentes tipos de função. De certa forma, pode-se inferir que tais conceitos já se constituam na forma de conhecimentos prévios, para os estudos posteriores.

Outro exemplo apresentado pela professora, foi proporcionado pela relação percebida pelo Grupo 2, que questionou sobre a quantidade de água potável em função da

quantidade de água no planeta. Neste caso, mostrou a Figura 11, em que se observa a quantidade de água consumida no mundo, em função do tempo, no período de 1900 a 2025.

Figura 11 – Crescimento do consumo de água no mundo

Ano	Água consumida (km <sup>3</sup> /ano)
1900	580
1950	1400
2000	4000
2025 (estimativa)	5200

Fonte: Organização das Nações Unidas

Fonte: Consumo de água no mundo.<sup>2</sup>

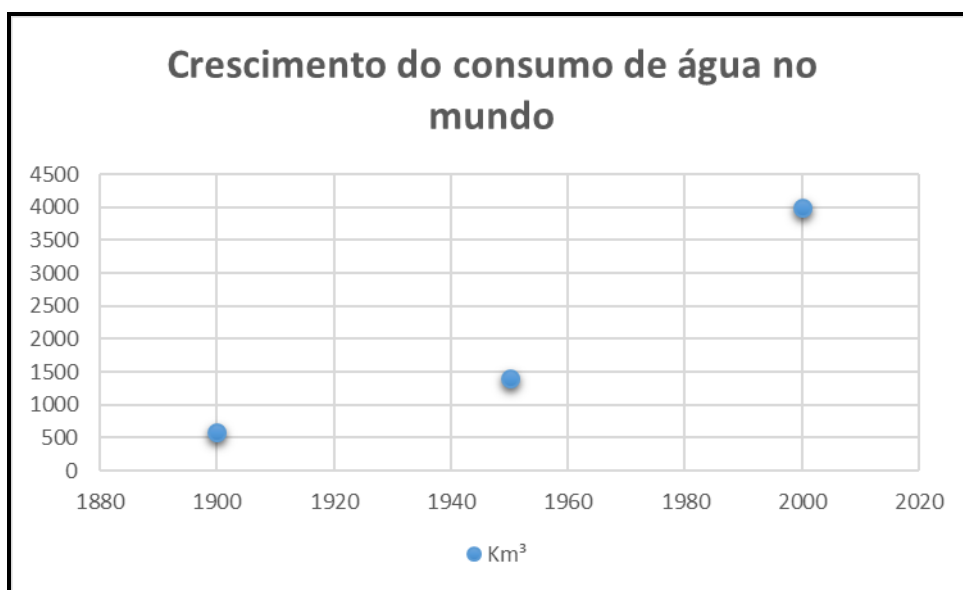
As informações contidas na Figura 11 foram úteis e provocaram comentários dos estudantes, tais como: *"nos primeiros cinquenta anos o consumo foi bem menor do que depois"*; *"o consumo foi aumentando cada vez mais"*; *"essa tabela mostra o consumo em função do tempo?"*, dentre outros. Todos foram proveitosos, no sentido de se contextualizar o conceito de função.

Para fechar a discussão, a professora solicitou que procurassem esboçar em um gráfico a função que haviam identificado. Alguns utilizaram o GeoGebra, outros esboçaram à mão e outros, ainda, utilizaram uma planilha eletrônica. Cabe ilustrar, aqui, que alguns estudantes esboçaram o gráfico, na forma de uma linha reta, o que motivou o comentário da professora, a respeito de "escalas". Com efeito, já haviam observado que, embora os intervalos de tempo fossem iguais entre si, o mesmo não ocorria com o consumo de água. Sendo assim, torna-se necessário considerar esse fato, ao esboçar o gráfico, para que seja, de fato, representativo da situação real.

Observando a boa compreensão e concordância de todos, o gráfico da Figura 12, foi considerado uma boa representação.

<sup>2</sup> Disponível em: < <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/geografia/consumo-agua-no-mundo.htm> >  
Acesso: out/2018

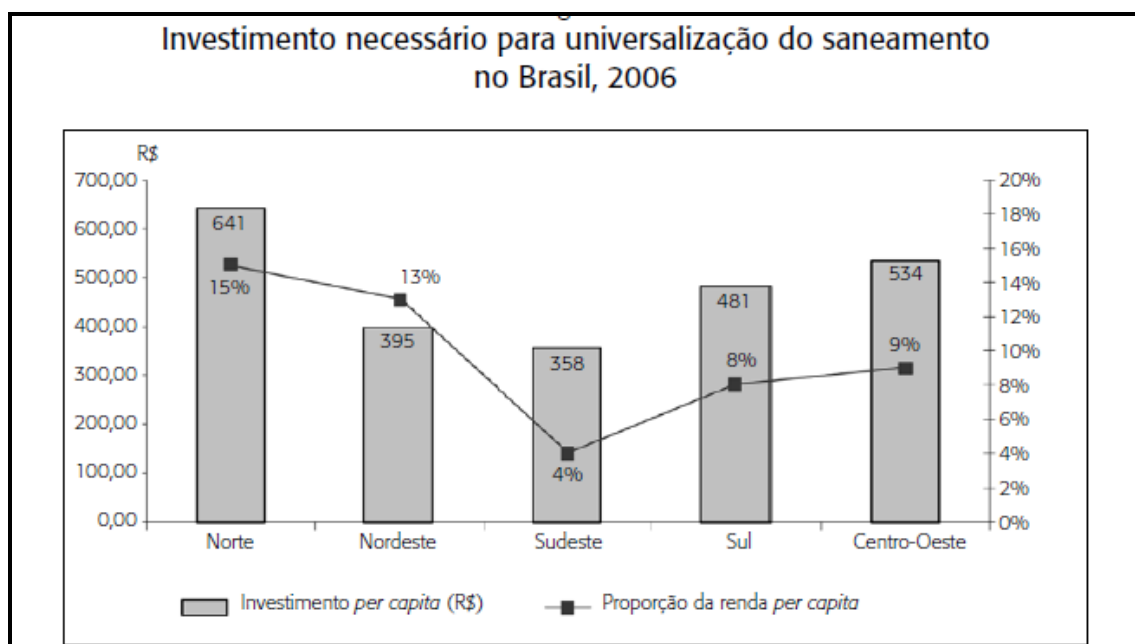
Figura 12 – Gráfico representativo do crescimento do consumo de água no mundo



Fonte: Acervo da autora (2016).

O Grupo 3 comentou sobre a necessidade de investimentos para que haja saneamento básico. A discussão girou em torno de quantidades necessárias, conforme a região, dentre outros aspectos. A professora, então, teve oportunidade de mencionar a relação entre saneamento básico em função de investimentos, trazendo o gráfico apresentado na Figura 13, em que se pode observar que, dependendo da região, há a necessidade de maior investimento.

Figura 13 – Função que representa o investimento em relação ao percentual representativo de cada região brasileira



Fonte: CIDADE MATOS (2016).

Outro exemplo de função surgiu do comentário do grupo 5, cuja apresentação foi relacionada com a quantidade de flúor na água. Neste caso, foi feito o registro de que a Organização Mundial da Saúde recomenda o uso do flúor na água e que há uma quantidade recomendada. Apesar de não ter sido apresentado nenhum exemplo específico em termos de função, observaram que "*quanto maior a quantidade de água, maior deverá ser a quantidade de flúor*". Esta observação dos estudantes foi aproveitada pela professora, relacionando-a ao comentário feito quando do esboço do gráfico da Figura 12. Nesse caso, sim, pode-se ter uma linha reta ao se representar a quantidade de flúor em função da quantidade de água, com o que todos concordaram.

Desta forma, foi possível perceber, por meio dos exemplos, que o conceito de função pode ser representado de diversas formas além de não se associar a um único tipo de função e, sim, ao significado de função, como relação entre grandezas.

O aprofundamento dos estudos partiu das dúvidas e discussões decorrentes da apresentação que os estudantes realizaram na etapa anterior. Essa troca possibilitou que eles pudessem buscar maior domínio das situações estudadas.

Finalizando esta parte concluiu-se sobre a curiosidade manifestada pelos estudantes, bem como sobre sua predisposição para aprender mais. Além disso, foram notáveis a

discussão e a troca de ideias, como favorecedoras da construção do conhecimento, indicando que o potencial do trabalho interdisciplinar nessa construção.

#### **4.1.8 Síntese da Ilha Interdisciplinar de Racionalidade produzida**

Nesta etapa, de acordo com o planejamento, os estudantes procuraram formalizar conhecimentos por meio de resumos das atividades realizadas, apresentando-os em seus *SchoolBooks*. Foram disponibilizadas quatro aulas para a elaboração da síntese, realizada por dez estudantes, dentre os vinte e seis estudantes da turma. De fato, todos os grupos foram representados, porém, individualmente, não foi possível contar com a participação de todos. Acredita-se que as ausências podem ser atribuídas ao fato de que se estava nos últimos dias letivos do ano.

Sendo assim, dentre os estudantes que completaram o desenvolvimento da IIR: dois estudantes realizaram esse registro na forma de texto, quatro na forma de mapa conceitual e, ainda, quatro utilizaram “esquemas”, com imagens e tópicos importantes.

Nesta etapa, concordando com Fourez (2001) apud Pinho Alves & Souza (2009) a professora procurou trazer recortes das discussões realizadas na etapa anterior, quando da apresentação dos grupos. Com efeito, os estudantes apresentam dificuldades ao traduzir suas conclusões com as próprias palavras, sintetizar, esquematizar. Para o autor: “Os alunos têm aqui uma real necessidade de serem ajudados pelos professores. É necessário que estes intervenham como especialistas, como pessoas que sabem estruturar, esquematizar” (p.11).

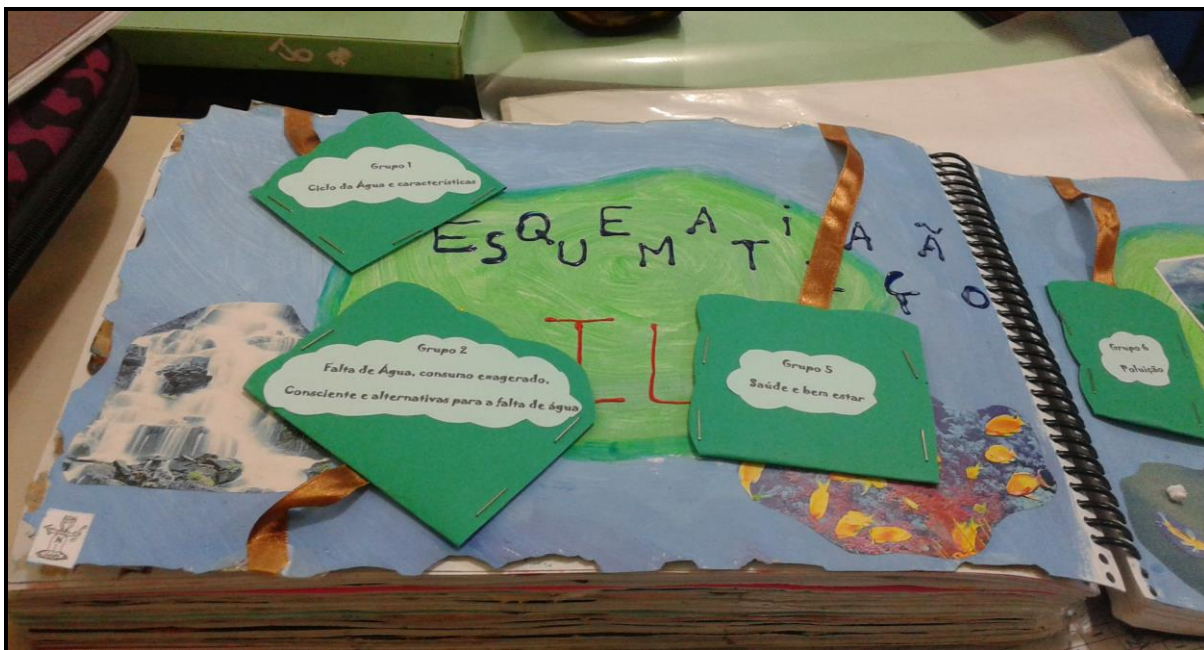
Além disso,

"embora a competência de formular novas perguntas não seja uma prioridade nesta etapa, espera-se que juntamente com produto final da IIR exista questões de alto nível cognitivo que tenham evoluído no processo organizando-o e que agora sejam estruturadores deste produto final". (PINHO ALVES & SOUZA, 2009, p. 8).

Nas Figuras 14 até 18, constam as sínteses que foram destacadas, as quais entende-se serem representativas dos destaques atribuídos pelos grupos, nos trabalhos realizados.



Figura 14 – SchoolBooks com destaques para a esquematização global dos grupos



Fonte: Acervo da autora (2016).

Nas Figuras 14 e 15, construções do mesmo estudante, observou-se a intenção de registrar o que foi produzido por todos os grupos. Dentro de cada envelope havia um resumo do que cada grupo apresentou, conforme descreveu-se nas seções anteriores. O destaque maior foi dado às questões ambientais relativas à água.

Figura 15 – SchoolBooks com destaque para a esquematização global dos grupos



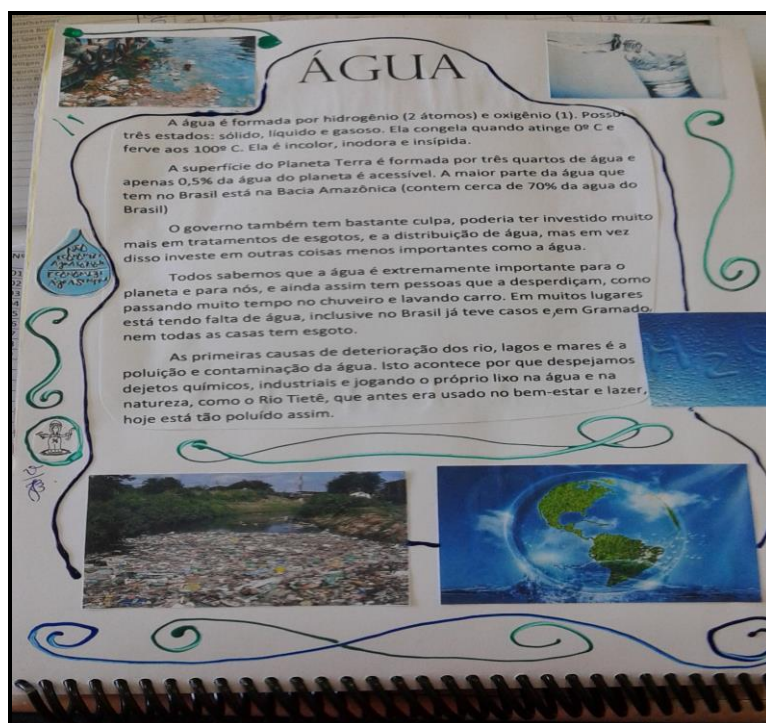
Fonte: Acervo da autora (2016).

Dentre os resumos apresentados no *SchoolBook* da Figura 15, o estudante comenta sobre poluição e métodos para limpar a água, escrevendo:

*O grupo Saúde e bem-estar apresentou métodos como a destilação, para limpar as águas. Falou, também, sobre os elementos químicos presentes na água de nossa casa e suas consequências.*

Apesar de colocar a ideia em ordem inversa (primeiro apresenta uma solução e depois o problema), percebe-se que o estudante identifica que elementos químicos podem poluir a água, fazendo mal à saúde, e cita um método que pode ser utilizado para limpá-la, demonstrando, assim, domínio e comunicação perante a situação levantada.

Figura 16 – SchoolBooks com destaque à importância da água



Fonte: Acervo da autora (2016).

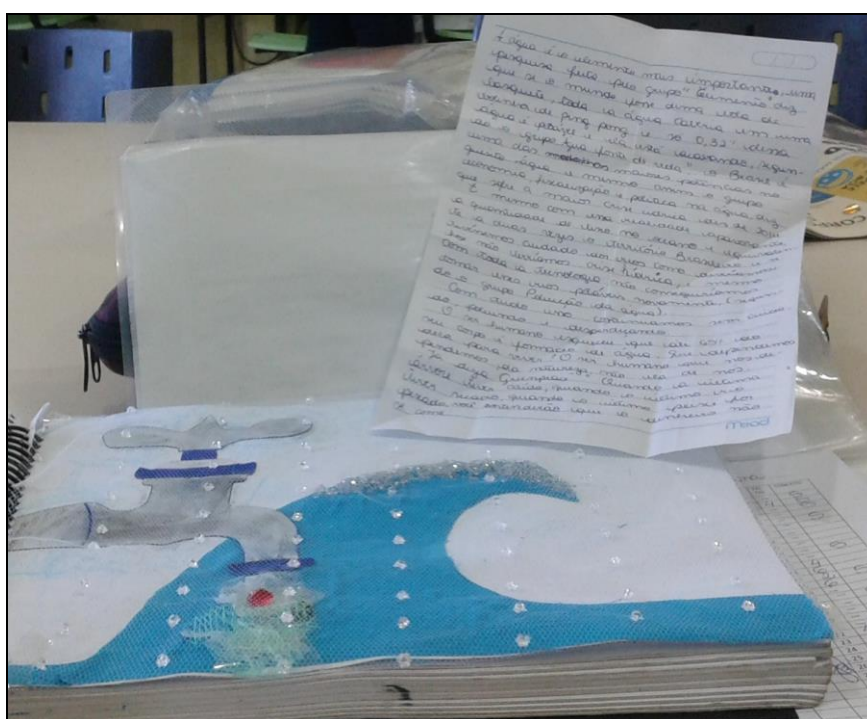
Merece destaque o extrato do estudante que apresentou o texto da Figura 16, especialmente quando relata:

*O governo também tem bastante culpa, poderia ter investido muito mais em tratamentos de esgotos, e a distribuição da água, mas em vez disso, investe em outras coisas menos importantes como a água. Todos sabemos que a água é extremamente importante para o planeta e para nós, e ainda assim tem pessoas que a desperdiçam, como passando muito tempo no*

*chuveiro e lavando carro. Em muitos lugares está tendo falta de água, inclusive no Brasil já teve casos e, em Gramado, nem todas as casas tem esgoto. As primeiras causas de deterioração dos rios, lagos e mares é a poluição e a contaminação da água. Isto acontece porque despejamos dejetos químicos, industriais, e jogando o próprio lixo na água e na natureza, como o rio Tietê, que antes era usado no bem estar e lazer, hoje está tão poluído assim.*

Entende-se que o estudante considera a importância da água, identifica o problema, procura mencionar causas e aponta soluções, no seu entender. Além disso, mostra-se preocupado com as questões locais, quando cita: “[...] em Gramado nem todas as casas tem esgoto”. Neste caso, foi possível constatar a presença dos objetivos da ACT: autonomia na identificação do problema, domínio e comunicação de causas e possibilidades de solução.

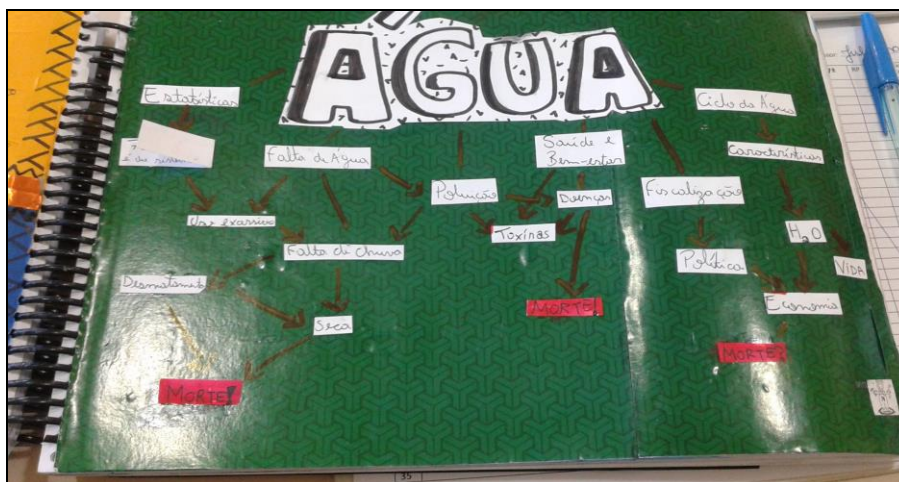
Figura 17 – SchoolBooks com destaque para o desperdício da água



Fonte: Acervo da autora (2016).

Na Figura 17, ficou evidente a preocupação do estudante com o desperdício, quando cita: “O Brasil é uma das maiores potências no quesito água e, mesmo assim, o Grupo Economia, Fiscalização e Política disse que sofre a maior crise hídrica desde 2011.” Entende-se que a autonomia é revelada na reflexão do estudante, salientando sua preocupação com a situação.

Figura 18 – SchoolBooks com destaque à importância de conscientização



Fonte: Acervo da autora (2016).

Na Figura 18, encontram-se evidências de autonomia, no que diz respeito ao entendimento do estudante sobre os assuntos abordados. Ele relacionou, no seu mapa conceitual, as categorias, que também serviram de nomes para os grupos neste trabalho, com conceitos importantes apresentados em cada um. É possível interpretar o mapa conceitual apresentado, como indício de domínio e comunicação, quando demonstra conscientização e preocupação com o problema abordado, ao destacar todas as categorias, levando para a mesma palavra-chave: MORTE!

O resultado mais expressivo, salientado pelos estudantes, ressalta as questões ambientais, principal preocupação dos estudantes. Não se pode afirmar se isso é consequência de um trabalho desenvolvido há algum tempo em projetos da escola, ou se foi intensificado com o desenvolvimento e as pesquisas que realizaram durante o desenvolvimento da IIR, mas é um aspecto que se considerou relevante, pois constatou-se essa sensibilização para a necessidade de conscientização sobre questões referentes à problemática da água.

Os resultados destacados foram interpretados como evidências da ocorrência de uma alfabetização científica e tecnológica, de acordo com os pressupostos de Fourez (1997). Com efeito, os estudantes mostraram-se mais seguros e autônomos na produção de seus trabalhos. Além disso, buscaram informações em suas anotações, demonstrando, assim, maior complexidade nos textos e esquemas elaborados, o que se interpretou como domínio e comunicação na construção de conhecimento.

Com relação aos resultados da pesquisa, principalmente no que diz respeito à construção do conceito de função, observou-se que os estudantes que participaram de todo o desenvolvimento da IIR se mostraram predispostos a aprender.

Apesar de o estudo da conta de energia elétrica não ter avançado, tanto quanto poderia, no tempo disponível para a aplicação da IIR, assim como outras possibilidades que o tema permite, ele favoreceu o trabalho, pois os estudantes puderam, por meio disso, compreender a relação da Matemática com uma situação real e, também, como uma ferramenta de interpretação e intervenção na realidade. De fato, em muitas situações que se apresentaram, optou-se por seguir, de acordo com as curiosidades que iam sendo demonstradas pelos estudantes.

Concorda-se com Schmitz, quando afirma:

[...] no caso da IIR, a priori não se sabem exatamente quais os conteúdos que serão abordados. O professor poderá se distanciar dos alunos, tolhendo a participação e os questionamentos deles, se cada etapa da aula e do projeto estiver previamente definida (no sentido de organização rígida). Agindo desta forma, ele corre o risco de (assumindo uma atitude diretiva), induzir os alunos a adotarem seu ponto de vista e seus valores, além da disciplina que ele representa. Como consequência, são abandonados os pontos de vista e os valores dos alunos e das outras áreas do conhecimento. (SCHMITZ, 2004, p. 49).

Outro aspecto importante de se mencionar é atribuído ao fato de que a mesma professora dos primeiros anos, em 2016, foi a professora titular dos segundos anos, em 2017. Embora as turmas tenham sido misturadas, ou seja, nem todos os estudantes que participaram da IIR em 2016 estavam em uma mesma turma em 2017, foi possível perceber, na análise dos desempenhos das turmas, que os estudantes que participaram da aplicação da IIR tinham um bom entendimento do conceito de função, quando foram trabalhados os conceitos relativos às funções trigonométricas. Este fato parece evidenciar a importância da compreensão do conceito de função, para o estudo das diferentes funções, como foi o caso da função trigonométrica.

De fato, como professora de Matemática do Ensino Médio, tendo diversas vezes trabalhado com funções, nunca se havia dado a devida atenção à importância da construção do conceito, antes de discutir os diferentes tipos de função. E isto mostrou resultados expressivos, no reconhecimento das variáveis dependente e independente, especialmente na identificação de outros elementos como domínio e imagem de uma função, com o desenvolvimento da IIR.

Assim, quanto aos objetivos da ACT, os estudantes que participaram da IIR demonstraram compreender possíveis relações entre grandezas, bem como suas representações em situações modeladas por funções. A visualização gráfica propiciada com o uso do *software* GeoGebra proporciona melhor entendimento da representação algébrica também.

O desenvolvimento da comunicação foi percebido pela forma como os estudantes participaram das aulas, colocando com clareza suas ideias e questionamentos pertinentes ao objeto de estudo, conseguindo teorizar sobre um novo conteúdo, a partir do que haviam aprendido anteriormente. Segundo Fourez:

Construir uma teoria passa, na verdade, a ser fornecido com palavras, conceitos e estruturas de representação que nos permitem descobrir como comunicar aos outros o que vivemos [...] A teoria aparece como uma mediação compartilhada na comunicação humana; é, portanto, a base do diálogo entre os pares e também essencial no debate ético. (1997, p. 62).

No ano de 2017, o Ensino Médio Politécnico deixou de ter esta designação passando a ser, novamente, apenas Ensino Médio e, com isso, a disciplina de Seminário Integrado deixou de fazer parte do currículo. Em seu lugar, foi introduzida a disciplina Projetos, que tem como objetivos articular o trabalho de todas as disciplinas e aprofundar questões referentes à pesquisa. Ocorre que, em 2017, no segundo ano do Ensino Médio, essa nova disciplina fazia parte da Matemática, e a professora pesquisadora pôde perceber nos estudantes, que participaram da IIR, maior autonomia do que os demais, nos momentos de atividade em equipe, pesquisa e construção de trabalhos, como artigos e projetos de pesquisa.

Percebeu-se, desta forma, que as etapas de desenvolvimento da IIR, forneceram a possibilidade de abordar o estudo de questões para as quais uma abordagem disciplinar é muito limitada. (FOUREZ, 1997). O desenvolvimento da IIR é uma possibilidade pedagógica profícua, pois consiste em um método para aprender a pensar de acordo com o pensamento científico, orientado por projetos que ampliam a dimensão das situações concretas que se encontra no cotidiano das escolas.

A IIR construída proporcionou sensibilização, conscientização e o desenvolvimento dos objetivos da ACT. Com efeito, a IIR evidenciada em um projeto interdisciplinar pode ter seu eixo em dimensões práticas ou culturais, mas, para ser verdadeiramente educacional, deve conter esses dois tipos de abordagens. (FOUREZ, 1997).

## 5 PRODUTO EDUCACIONAL

Como resultado da pesquisa realizada, foi produzido um guia didático com a descrição da IIR criada neste trabalho, contendo informações sobre o método e as referências utilizadas. Esse guia está disponível no APÊNDICE E, desta dissertação, bem como na página *online* do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECiMa Mestrado Profissional), da Universidade de Caxias do Sul.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Disponível em: <http://www.ucs.br/site/pos-graduacao/formacao-stricto-sensu/ensino-de-ciencias-e-matematica>

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das diversas mudanças que vêm ocorrendo nos últimos tempos, com relação ao Ensino Médio, e com os estudos realizados para esta dissertação, constatou-se que a teoria da ACT, de Gérard Fourrez (1997), vem ao encontro das novas exigências voltadas aos processos de aprendizagem, principalmente no que diz respeito ao trabalho interdisciplinar, como se vivenciou ao construir, aplicar e avaliar o potencial da IIR, concebida para a construção do conceito de função, contextualizada no tema "Água".

A IIR foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio Boaventura Ramos Pacheco, na cidade de Gramado/RS, em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, com 26 estudantes entre 15 e 18 anos, na etapa em que os dados foram construídos. A aplicação foi realizada em 31 horas/aula.

No planejamento da IIR, para a construção do conceito de função matemática, independentemente dos tipos de função, foram propostas atividades contextualizadas, como o estudo da conta de energia elétrica, além de situações-problema envolvendo relações entre grandezas, adequadas ao interesse da pesquisa, criando-se estratégias para o envolvimento dos estudantes que, de modo geral, foram participativos e estiveram dispostos durante a realização de todas as atividades promovidas.

No desenvolvimento da IIR, os estudantes se envolveram ativamente, mostraram-se autônomos frente às situações propostas e demonstraram criatividade, na forma de organizarem apresentações e trabalhos. Além disso, puderam aperfeiçoar as habilidades de comunicação, principalmente, no que diz respeito às suas preocupações referentes à problemática da água.

Os registros de observações realizados, durante as etapas de aplicação da IIR, revelaram a predisposição dos estudantes para aprender, bem como seu comportamento de estudantes, no verdadeiro sentido, ou seja, com qualidades que lhe são pertinentes, tais como: cooperação, disciplina e respeito às ideias dos outros, além de qualidade nas produções em equipe e individuais, dentre outras.

Alguns requisitos foram levados em consideração para avaliar o desenvolvimento da IIR, procurando evidências da compreensão do conceito de função matemática, bem como do desenvolvimento dos objetivos da ACT. São eles:

– a interação que se estabeleceu entre os estudantes e entre os estudantes e a professora durante o desenvolvimento das etapas do método e do tema em questão;



– a utilização do conceito de função matemática em diferentes contextos, presentes no cotidiano, para a construção do conhecimento da maioria dos estudantes a respeito do significado de uma função matemática, como mostrou o diálogo entre estudantes e professora, na Abertura das Caixas Pretas.

Foi possível perceber, pela troca de ideias, comentários e anotações no caderno e no *SchoolBook*, que os estudantes compreenderam o conceito de função e estabeleceram relações entre a Matemática e seus cotidianos.

Quanto às etapas de aplicação da IIR, os imprevistos que surgiram, durante o seu desenvolvimento, foram contornados pela professora pesquisadora, juntamente com os estudantes, readequando situações à programação do tempo disponível. Colaborou para este ajuste a autonomia dos estudantes e o domínio no uso de tecnologias digitais, que teve grande relevância para o desenvolvimento do trabalho.

Contudo, tem-se ciência de que os objetivos da ACT podem não ser atingidos em sua plenitude, a partir da construção de uma IIR, isto é, o estudante pode não se tornar autônomo, ou passar a ter domínio sobre as diferentes situações de seu cotidiano, de imediato, pois entende-se que isso é um processo contínuo que ocorrerá ao longo da vida.

Assim sendo, o desenvolvimento da IIR se mostrou uma possibilidade real, concreta e promissora, de romper com alguns paradigmas da educação tradicional, que se mostra tão disciplinar e sem relações com a realidade dos educandos. Com efeito, este trabalho corrobora o que destaca Fourez (1997), quando afirma que o objetivo não é uma série de conhecimentos particulares precisos, mas um conjunto global que permita (ao indivíduo) orientar-se e compreender-se no universo. Ainda, segundo o autor, o indivíduo alfabetizado científica e tecnologicamente é alguém que, no lugar de receber passivamente normas ou regras, consegue negociá-las, e a aprendizagem destas negociações é essencial para que se torne autônomo no mundo científico-tecnológico em que se vive.

Diante dessas considerações, entende-se ter respondido à questão de pesquisa, quanto à **colaboração da IIR elaborada para a construção do conceito de função matemática**, que proporcionou boas oportunidades para a **construção do conceito de função matemática**, bem como para o desenvolvimento de **atributos da Alfabetização Científica e Tecnológica**, conforme Fourez (1997).

Todos os objetivos específicos foram alcançados durante a aplicação da IIR, com exceção dos dois últimos, os quais somente foram atendidos após a avaliação da mesma. Com efeito, a **identificação de elementos para aprimorar o planejamento inicial da IIR, a fim de constituí-la como um produto educacional para a construção do conceito de função**

**matemática** foi possível após a sua aplicação, tendo em vista a impossibilidade de nova aplicação, o que seria o ideal. Como consequência, a **produção de um guia didático, para professores, sobre a IIR construída, incluindo o planejamento e resultados desta pesquisa, como forma de compartilhar e incentivar a utilização desse método**, foi realizada após a sua aplicação, incluindo aspectos que se entendem poder aprimorar a IIR construída.

Espera-se que isto seja possível, também, para outros pesquisadores cujo interesse esteja relacionado às IIR como método de ensino para aprendizagem de Matemática ou outras áreas do conhecimento.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetiké**, v. 13, n. 23, p.63-86, 2005.

ANASTASIOU, Léa da Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate. **Processo de Ensino na Universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinville: Editora Univille, 2015.

ANTON, H., BIVENS, I., STEPHEN, D. **Cálculo**. Volume 1, 10ª Edição. Porto Alegre: Editora Bookman, 2014.

ÁVILA, Geraldo. O ensino da matemática. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 23, p. 1-7, 1993.

\_\_\_\_\_. **O ensino de cálculo no segundo grau**. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, nº 18, p.1-7. Sociedade Brasileira de Matemática, 1º semestre (1991). Disponível em: <<http://rpm.org.br/cdrpm/18/1.htm>>. Acesso em mai. 2018.

AZEVEDO, José Clovis de; REIS, Jonas Tarcísio: Democratização do Ensino Médio: a reestruturação curricular no RS. *In*: AZEVEDO, José Clovis de; REIS, Jonas Tarcísio (Orgs.) **Reestruturação do Ensino Médio**: pressupostos teóricos e desafios da prática. 1. ed. São Paulo: Fundação Santillana, 2013. p. 25-48.

BATISTA, Irinéa de Lourdes; LAVAQUI, Vanderlei. Interdisciplinaridade em ensino de ciências e de matemática no ensino médio. **Ciência & Educação**, v. 3, n. 3, p. 399-420, 2007.

BERTOLI, Vaneila. **Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade Aplicado ao Ensino de Área Volume no Ensino Fundamental**. 2015. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Blumenau, 2015. Disponível em: <<http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2016/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Vaneila-Bertoli.pdf>>. Acesso em: out. 2017.

BETTANIN, Eleani. **As Ilhas De Racionalidade Na Promoção Dos Objetivos Da Alfabetização Científica E Técnica**. 2003. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/85223/199773.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: nov. 2018.

BETTANIN, Eleani; PINHO ALVES, José. **Alfabetização Científica e Técnica: um instrumento para observação de seus atributos**. In: IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – ENPEC, 2003. Bauru, São Paulo, 2003. Disponível em: <<http://abrapecnet.org.br/enpec/iv-enpec/orais/ORAL028.pdf>> Acesso em out. 2018.

BRASIL, Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p.

(Orientações curriculares para o Ensino Médio; volume 2).

\_\_\_\_\_. Parâmetros curriculares nacionais: Bases Legais. Brasília: MEC/SEB, 2000a. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em mai. 2015.

\_\_\_\_\_. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2000b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: mai. 2015.

\_\_\_\_\_. Parâmetros curriculares nacionais Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2000c. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em mai. 2015.

\_\_\_\_\_. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017. Brasília: MEC/SEB Disponível em: < [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site\\_110518.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf) >. Acesso em: jun. 2018.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Práticas interdisciplinares na escola**. São Paulo: Cortez, 2009.

\_\_\_\_\_. **Interdisciplinaridade: História, teoria e pesquisa**. Campinas: Papyrus, 2016. Disponível em: <<https://bv4.digitalpages.com.br/?page=1&section=0#/educacao/9788544901397>>. Acesso em: mar. 2018.

FONSECA, João José Saraiva da. **Metodologia da pesquisa científica** (Apostila). Fortaleza: Universidade Estadual do Ceará. 2002. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?printsec=frontcover&id=oB5x2SChpSEC#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: jan. 2016.

FOUREZ, G. **Alfabetización Científica y Tecnológica: Acerca de las finalidades de la enseñanza de las ciencias**. Buenos Aires – Argentina. Ediciones Colihue, 1997.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

\_\_\_\_\_. **Pedagogia da Autonomia**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

HERTZ, Ivela Anicet. **O Ensino Médio Politécnico: um aprendizado para o Ensino Médio**. 180f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Caxias do Sul, 2017.

LIMA, I.G.; SAUER, L. Z.; SARTOR, S. **Oficinas de Matemática no projeto Engenheiro do Futuro: aproximando as escolas de Ensino Médio e as de Engenharia**. In: XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – Cobenge. 2011. Blumenau, Santa Catarina, 2011.

LIMA, Luciana de. **A Aprendizagem Significativa Do Conceito De Função Na Formação Inicial Do Professor De Matemática**. 2008. 157f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, Ceará, 2008. Disponível em: <<https://pedagogiaaopedaletra.com/wp-content/uploads/2011/08/A-aprendizagem-significativa-do-conceito-de-fun%C3%A7%C3%A3o-na-forma%C3%A7%C3%A3o-inicial-do-professor-de-matem%C3%A1tica.pdf>>. Acesso em: abr. 2017.

LIMA, Valdevez Marina do Rosário; LUCCHESI, Ivana Lima. **O Estudo de Uma Metodologia Interdisciplinar no Ensino da Matemática**. In: IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE e III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia. 2009. PUCPR, 2009. Disponível em: <[http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3099\\_1650.pdf](http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3099_1650.pdf)>. Acesso em: abr. 2015.

LUCCHESI, Ivana Lima. **A Ilha Interdisciplinar de Racionalidade e a Construção da Autonomia no Ensino da Matemática**. 2010. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2955/1/000425193-Texto%2bCompleto-0.pdf>>. Acesso em: out. 2017.

LÜCK, Heloisa. **Pedagogia Interdisciplinar: Fundamentos teórico-metodológicos**. Petrópolis: Vozes, 1994.

MACIEL, Paulo Roberto Castor. **A Construção do Conceito de Função Através da História da Matemática**. 2011. 107f. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <[http://dippg.cefet-rj.br/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_download&gid=1143&Itemid=167](http://dippg.cefet-rj.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=1143&Itemid=167)> Acesso em: mai. 2018.

CIDADE MATOS, F. L. L. C. **Análise das taxas anuais de desmatamento na Amazônia legal a partir da relação entre autos de infração e área desmatada no período 2000-2014**. 2016. 90f. Dissertação (Mestrado em Geografia) - Universidade de Brasília, 2016. Disponível em: <[http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/21045/1/2016\\_FelipeLuisLacerdaCarvalhoCMatos.pdf](http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/21045/1/2016_FelipeLuisLacerdaCarvalhoCMatos.pdf)>. Acesso em jul/2018.

MENEZES, Silvia Teixeira Coelho. **Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas**. 2017. 125f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal Dos Vales Do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2017. Disponível em: <[https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=150961681](https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150961681)> . Acesso em: mai. 2018.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio. Pesquisa em ensino: aspectos metodológicos. **Actas del PIDECE: Programa internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias**, v. 5, p. 101-136, 2003. Disponível em: <<http://moreira.if.ufrgs.br/pesquisaemensino.pdf>>. Acesso em: nov. 2017.

MORESI, Eduardo. **Metodologia da pesquisa.**(Org.) Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.

MORO, Elisiane da Costa. **Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade Promovendo Aprendizagem Ativa.** 142f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Caxias do Sul, 2015.

NEHRING, Cátia Maria et al. As ilhas de racionalidade e o saber significativo: o ensino de ciências através de projetos. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 2, n. 1, p. 88-105, 2002.

PAIVA, Camila de. **Avaliação da promoção da alfabetização científica e tecnológica em vivências de ilha interdisciplinar de racionalidade.** 2016. 269 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, 2016.

PAVIANI, Jayme. **Interdisciplinaridade: conceitos e distinções.** Caxias do Sul: Educus, 2008.

PINHEIRO, Thais Cristine; WESTPHAL, Murilo; PINHEIRO, Terezinha de Fátima. **Interdisciplinaridade nos PCN/EM/CNM&T: bases epistemológicas e perspectivas metodológicas de alguns conceitos de interdisciplinaridade.** In: IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – ENPEC, 2003. Bauru, São Paulo, 2003. Disponível em: < <http://fep.if.usp.br/~profis/arquivos/ivenpec/Arquivos/Painel/PNL160.pdf>> Acesso em: jan. 2016.

PINHO ALVES, José; SOUZA, Francieslê Neri. **Analisando os padrões de questionamento presentes na Ilha interdisciplinar de Racionalidade de Fourez.** In: VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – ENPEC, 2009. Florianópolis, Santa Catarina, 2009. Disponível em: < <http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viipec/pdfs/908.pdf> >. Acesso em out. 2018.

PORTAL BRASIL, Entenda o Novo Ensino Médio. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2016/09/entenda-o-novo-ensino-medio>>. Acesso em: set. 2017.

RABER, Daniel de Almeida, GRISA, Ana Maria Coulon, HAACK, Caren Fernanda. Schoolbook: uma experiência interdisciplinar. **XV Seminário Internacional de Educação.** 2016. Disponível em: < <https://www.feevale.br/Comum/midias/f0b7e2db-7c73-4914-90c3-6f5d9d4a7399/Schoolbook%20uma%20experi%C3%Aancia%20interdisciplinar.pdf> >. Acesso em: ago. 2017.

SÁ, P. F.; SOUZA, G. S.; SILVA, I. D. B. A construção do conceito de função: alguns dados históricos. **Traços**, v. 6, p. 81-94, 2003.

SCHMITZ, César. **Desafio Docente: As Ilhas de Racionalidade e Seus Elementos Interdisciplinares.** 2004. 289f. Dissertação (Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Florianópolis, 2004.

SCHMITZ, César; PINHO ALVES, José. Ilha de racionalidade e a situação problema: o desafio inicial. **IX Encontro Nacional De Pesquisa Em Ensino De Física**. 2004. Disponível em: <[http://www.cienciamao.usp.br/dados/epef/\\_ilhaderacionalidadeeasit.trabalho.pdf](http://www.cienciamao.usp.br/dados/epef/_ilhaderacionalidadeeasit.trabalho.pdf)>. Acesso em: mai. 2015.

SIQUEIRA, Josiane Bernz; GAERTNER, Rosinéte, Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade: conceito de proporcionalidade na compreensão de informações contidas em rótulos alimentícios. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n.2, p. 160-175, 2015.

STEWART, James. **Cálculo**. 5 ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

THIESEN, Juares da Silva. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, n. 39, p. 545-598, set./dez. 2008.

ZABALA, Antoni. **Enfoque Globalizador e Pensamento Complexo**: Uma proposta para o currículo escolar. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

## APÊNDICE A

### Questões formuladas pelos estudantes na Etapa 1 da IIR (Clichê)

- 1 – Porque os governos Federal, Estadual e Municipal não realizam parte das promessas feitas para o saneamento e reaproveitamento de água?
- 2 – Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?
- 3 – Quanto tempo vai demorar para acabar a água do Planeta?
- 4 – Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?
- 5 – E se a água potável acabar?
- 6 – Se fosse pegar um rio poluído, em torno de quantos por cento de água pura ainda poderia ser aproveitada?
- 7 – Tem alguma organização ou um grupo encarregado da “saúde” dos rios e lagos?
- 8 – Ainda existe alguma água totalmente saudável?
- 9 – Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?
- 10 – Quanto tempo em média o brasileiro demora no banho?
- 11 – Onde (você acha que) o humano gasta mais água?
- 12 – Qual é o “por cento” de árvores que ainda tem na Amazônia?
- 13 – Ainda é possível limpar os rios poluídos?
- 14 – Gramado não tem tratamento de esgoto?
- 15 – Quanto tempo demora para tirar sal da água e transformá-la em potável?
- 16 – Se começarmos a economizar AGORA, neste momento, como faríamos para ter ela limpa, sem química de remédios, como ela era antes, PURA?
- 17 – Se continuar o ritmo assim em quanto tempo a água vai desaparecer?
- 18 – Quanto demora para acabar a água?
- 19 – Quanto tempo levaria para todo País ter saneamento básico?
- 20 – Por que não investimos em transformar a água do mar própria para consumo?
- 21 – Mesmo que todos os habitantes do Brasil olhassem esse vídeo, mudaria alguma coisa ou continuariam a viver do mesmo jeito?
- 22 – Como é possível os animais trocarem de sexo, através de hormônios femininos?
- 23 – Qual é a porcentagem de água que ainda temos?
- 24 – O rio Tietê já foi usado para o bem estar das pessoas? (Ponto de encontro, como uma praia)
- 25 – Como os peixes mudam de sexo com anticoncepcional? O que torna isso possível?



26 – Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?

## APÊNDICE B

### Textos de estudantes elaborados extraclasse

#### Ciclo da Água

Cerca de dois terços da superfície da Terra são cobertos pela água, seja em estado líquido (oceanos mares, lagos, rios e água subterrâneas), seja em estado sólido (geleiras e neve).

Uma parcela significativa dessas águas encontram-se em permanente circulação, sob a ação do calor do sol e dos ventos. Essas águas se transformam em vapor, constituindo o chamado **ciclo da água** ou **ciclo hidrográfico**. A importância do ciclo hidrográfico é vital para a biosfera, o conjunto dos seres vivos da Terra e seus habitats.

Parte desse vapor é produzido também pela transpiração dos organismos vegetais e animais. Para exemplificar, note que num só dia, uma árvore de grande porte pode chegar a evaporar até 300 litros de água.

Nas partes mais altas, a atmosfera fica tão fria que o vapor se condensa em pequenas gotas de água, flocos de neve e cristais de gelo, que formam as nuvens. Ao serem levadas pelo vento para regiões mais frias, ocorrem as precipitações de chuva, neve ou granizo.

Se no momento da precipitação as camadas inferiores da atmosfera estão mais quentes, a água cai em forma de chuva. Se a temperatura perto da superfície estiver abaixo de zero, a precipitação se dará sob a forma de neve ou granizo.

Dessalinização

Sabemos que a água está acabando mas mesmo assim continuamos esbanjando. Então já podemos começar a achar alternativas e uma delas seria a dessalinização da água salgada. Então por que não transformar água salgada presente em abundância em água doce?

## Falta de água

Atualmente falar sobre falta de água é um assunto polêmico, e falar sobre seu gasto desnecessário

Todos sabemos que não existe uma vida sem água, ou seja, todos os organismos vivos precisam dela que aparece como o fator principal de sobrevivência dos seres vivos. Sua escassez preocupa o mundo inteiro e apenas 2% de toda água do mundo é doce, sendo que desta, boa parte aparece retida em forma de gelo das calotas polares ou então se mantém subterrâneas

Concluindo apenas 0,44% da água do planeta pode ser apropriada para o uso humano, e devemos ter consciência de que essa água pode um dia acabar, talvez não para nós, mas para a próxima geração

## Água

A água é um elemento muito importante e a água é transparente e é necessário para viver. A água pode se transformar em 3 agregados: em líquido em vapor e gelo. A água pode esfriar e esquentar conforme o tempo. A água faz parte da natureza e a água também tem bactérias. A água também se chama  $H_2O$  e na natureza tem água salgada que vive os mares e água doce que vive os rios. Tudo que nós comemos e tomamos e o ar que nós respiramos tem água.

## Água ?

Água, é tão simples assim a nossa vida e ali está, a água. É tão simples que nem pensamos, de onde veio, como chegou até mim, o que tem nessa água?

É tão fácil!

Você já percebeu que ela é finita? É ela é! e mesmo assim você desperdiça ela, você polui ela, e por quê?

Você já pensou que literalmente antes de você cagar na água ela era limpa, linda.

Pois é, nos esquecemos que nós, nossos filhos, netos, bisnetos, e que eles vão ter que beber o nosso xixi e respirar os nossos químicos.

Não vamos só você mudar! Isso é um projeto de estado, de país. Chega de beber água com gosto de samambaua!

## A água:

Sem a água não seríamos nada. A maioria das pessoas desperdiçam a água sem necessidade nenhuma. Quando ela acabar vamos sentir falta, não vamos viver.

Se ela acabar não vamos ter comida. O planeta pode ser destruído. O mundo precisa economizar a água, pois nunca se sabe se amanhã vai ter água.

## Água

### Fonte de Vida

A água sem dúvida é a nossa principal fonte de vida. Ela tem sido um tema bastante preocupante nos dias atuais. Seu consumo aumentou muito, e a tendência é aumentar muito mais.

Temos vários casos de estados que aqui no Brasil estão ou já ficaram sem água, devido ao consumo exagerado ou a falta de chuva.

A chuva vem diminuindo, os rios secando, o clima esquentando (principalmente no inverno) e muitas pessoas não se dão conta que a água está ACABANDO, que temos que valorizar cada gotinha dela!

Sem dúvida há diversos profetas que visam diminuir o consumo de água, mas até lá a tendência é se piorar, e quem se preocupa com as consequências serão nossos filhos, netos, etc.

## Necessidade

Água, água é um recurso necessário para a sobrevivência da maioria das espécies desta planície. Em média, uma pessoa não sobrevive mais de que alguns dias sem água, e é desta maneira que percebemos como este recurso é valioso, e muitas vezes desperdiçado e/ou mal utilizado.

Precisamos de uma solução para este problema, mas como pode-se perceber, passamos centenas de anos desperdiçando este recurso, e não vai ser agora que, escasso como isto, por um pouco de magia tudo ficará bem.

Cometemos o erro de desperdiçar ao longo dos anos e continuamos a cometê-lo e agora sofremos as consequências. Mas para a situação não se agravar ainda mais, procuramos incessantemente por soluções alternativas.

"Quando a última árvore tiver caído, quando o último rio tiver secado, quando o último peixe for pescado, vocês vão entender que dinheiro não se come." - Grouper

# Água

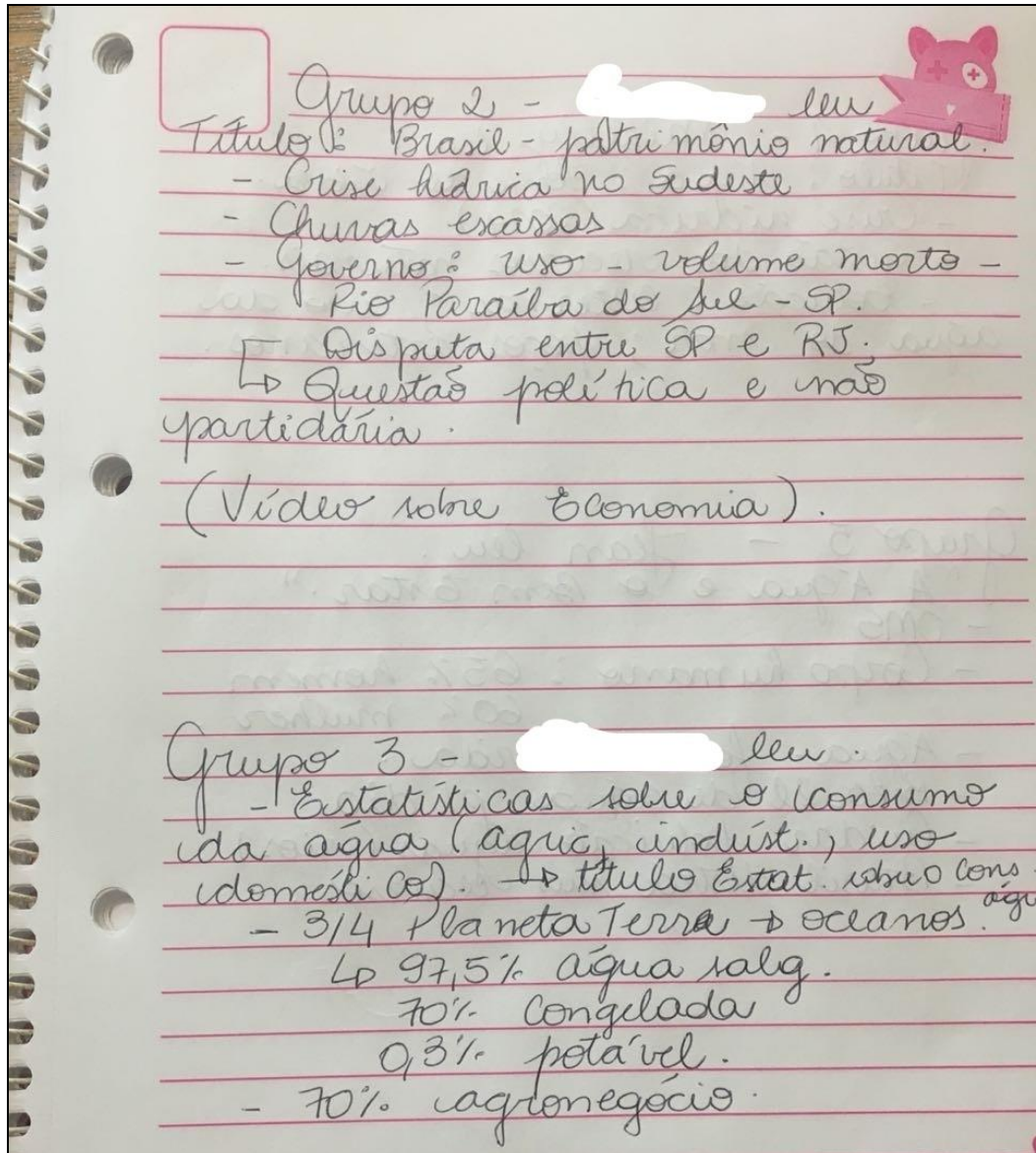
Uma coisa que aprendemos desde pequena é a economizar água e ajudar o meio ambiente. Mas depois de tanto anos aprendendo sobre isso e ouvimos sobre isso, essas ações já se tornaram automáticas e não pensamos muito sobre elas. Já fazem parte do nosso cotidiano.

Sabemos que quando se escova os dentes o correto é fechar a torneira, que devemos sempre tomar banhos rápidos. Mas depois de um dia longo, quando estamos cansados e vamos tomar banho para relaxar, não pensamos nisso.

Nem todos pensam também em seus hábitos. Se vamos ou não ser saudáveis não importa, porque logo vai de mim?! Sim, vai de você, mas depois vai para natureza. E aí, como fica?

## APÊNDICE C

## Anotações do diário de bordo da professora pesquisadora sobre as redações em grupos





Grupo 4 - [redacted] leu.

Título: Água: Fonte de Vida.

- Crise hídrica (2014)
- Gestão dos recursos naturais.
- Soluções: Cisternas; uso da água do mar; poços artesianos.

Grupo 5 - [redacted] leu.

"A Água e o Bem Estar."

- OMS
- Corpo humano: 65% homem  
60% mulher.
- Água - fonte de vida.
- Beber 2l de água p/ dia
- Cuidar poluição águas (rios)
- Brasil destrói seus recursos.

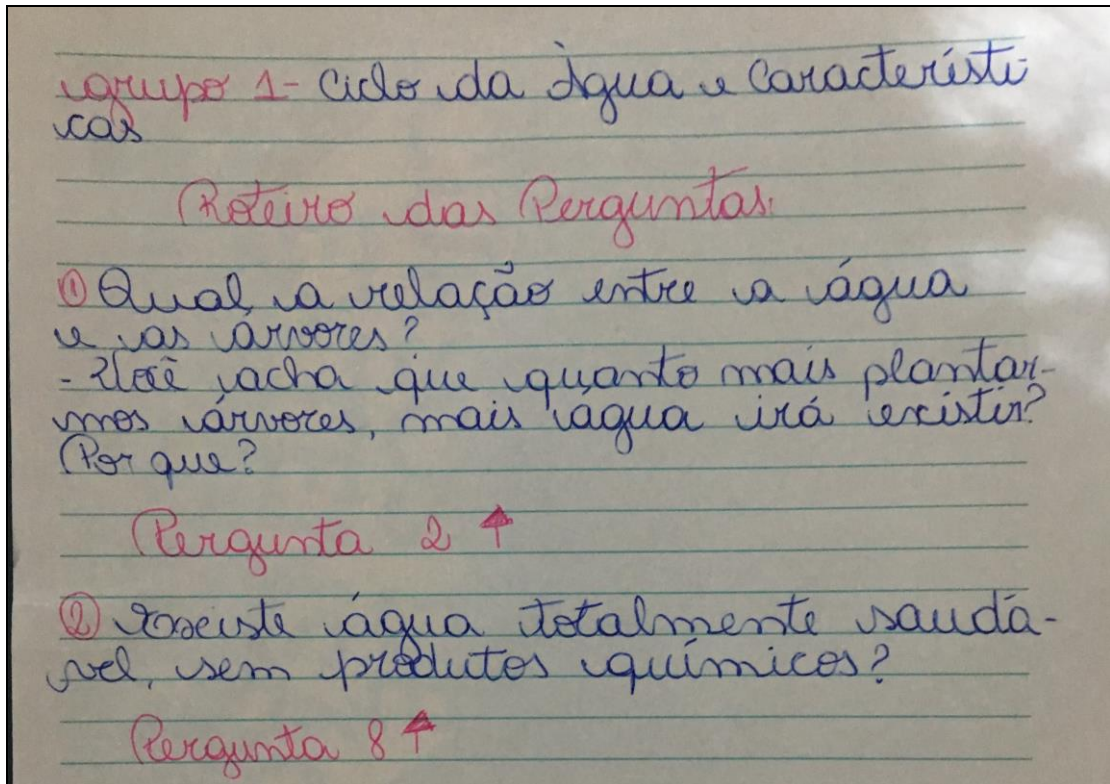
Grupo 6 - [redacted] leu.

"Poluição da Água"

- Animais se alimentam de plásticos
- Bixo nos oceanos (Pacífico)
- Toxinas e resíduos chegam aos humanos.
- Cuidado com Rios e Oceanos.

## APÊNDICE D

## Roteiros das entrevistas elaborados pelos estudantes



9. Os produtos colocados para limpar a água podem fazer mal à saúde?

Sim, principalmente o flúor  
- Porque? Porque tudo é usado em excesso faz mal

Se o resposta for sim:

- Tem algum outro alternativo? Qual seria? Destilação porque não usa produtos químicos

25. Com as peças mudam de sexo com anticoncepcional?

- O que torna isso possível?

- As fêmeas não ficam estereis?

- Ao longo do tempo eles podem ficar todos fêmeas?

24. O Rio Tietê já foi usado para o lém estar das pessoas? Sim

- Quando ficou poluído? Grande população  
- 1950 industrialização

- Por que eles usavam antes de ser poluído? navegação, pesca

## APÊNDICE E

### PRODUTO EDUCACIONAL DESTA DISSERTAÇÃO

Caro(a) professor(a),

Este guia didático originou-se do estudo e aplicação do método Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), visando à análise de seu potencial na construção do conceito de função matemática. De acordo com Gérard Fourez, IIR é um método de ensino voltado para a Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT), visando à formação de estudantes críticos, autônomos e com capacidade de comunicação perante demandas da sociedade. Por meio da ACT, pode-se tomar consciência de que as teorias (ou conteúdos disciplinares) não serão bem compreendidas, se os estudantes não souberem por que e para que foram criadas. Segundo Fourez (1997, p. 61), os três principais atributos da ACT são: a *autonomia* do indivíduo, a *comunicação* com os demais e o *domínio frente a situações concretas*.

No caso da *construção do conceito de função matemática*, tema de aprendizagem neste trabalho, que, como todos os conceitos em Matemática, são desenvolvidos com base em conhecimentos prévios, o método mostrou-se eficaz, tendo-se a oportunidade de aplicar diversos recursos, destacando-se situações-problema do cotidiano dos estudantes, tendo como contexto o tema da *Água*.

O interesse em buscar novas metodologias de ensino surge a partir das reflexões sobre as dificuldades encontradas pelos estudantes, no estudo e na compreensão do significado de função e, também, para proporcionar a eles a aplicação do conhecimento em situações do cotidiano, o que pode ser promovido por meio de interdisciplinaridade.

As produções dos estudantes foram registradas em seus respectivos *SchoolBooks*, com base nas quais, a avaliação foi realizada. Além destas, também foram objeto de avaliação, a qualidade da participação nas atividades promovidas, o envolvimento demonstrado na realização das tarefas e a compreensão do conceito de função, também demonstrada na interpretação e na resolução das situações-problema.

Os resultados foram significativos, no que se refere à construção do conceito de função e no desenvolvimento dos atributos da ACT.

Espera-se que você encontre, neste guia didático, sugestões de atividades promovidas com este propósito, que não se restringem à Matemática, podendo ser adequado ao seu próprio planejamento, a ser desenvolvido com os estudantes.

*Bom trabalho!*

## **1 ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA E AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE**

De acordo com Gérard Fourez (1997), a Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT) possui três atributos, que podem ser entendidos como objetivos: o desenvolvimento da autonomia, da capacidade de comunicação e domínio e responsabilidade, frente a situações concretas. Sendo assim, um indivíduo “alfabetizado científica e tecnologicamente” é autônomo na decisão de quais conhecimentos lhe interessam, os que aumentam sua dependência frente aos especialistas ou os que permitem estabelecer uma relação mais igualitária. No que se refere à comunicação, ele é capaz de teorizar, construir conceitos que comuniquem sua vivência aos outros. Ao domínio, entende-se um saber-fazer ou poder-fazer, que proporciona um sentido à teorização.

Nessa perspectiva, Fourez propõe a construção de Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), como modelos interdisciplinares para compreender situações, tecnologias e noções que estão presentes na compreensão do mundo, de forma que se possa atuar frente a elas. A IIR caracteriza-se como uma representação teórica apropriada a um contexto ou a um projeto e permite a comunicação e ação frente aos mesmos. (FOUREZ, 1997).

Sendo assim, a IIR planejada, aplicada e avaliada, apresentada neste guia didático, visando à construção do conceito de função matemática, além de promover a pesquisa investigativa por meio de representações de determinadas situações, com a utilização dos conhecimentos de diversas disciplinas, buscou promover a interdisciplinaridade e a integração entre colegas professores, pois estes nem sempre estão dispostos a fazer tais contribuições. (MORO, 2015)

Esta atividade interdisciplinar consiste de um trabalho em que são consultadas as especialidades, especialistas em outras disciplinas, para atender a um projeto específico. As contribuições destas consultas, mediadas pela negociação, são levadas em conta. A culminância ocorre com a construção da IIR, na qual, é justamente a solicitação e a explicitação de um resultado final, que vai requerer uma negociação e um comprometimento, por parte dos participantes. (SCHMITZ; PINHO ALVES, 2004). Trata-se, pois, de um método que requer mais a participação ativa dos estudantes do que a fala do professor,

superando o simples dizer do conteúdo por parte do professor, pois é sabido que na aula tradicional, que se encerra numa simples exposição de tópicos, somente há garantia da citada exposição, e nada se pode afirmar acerca da apreensão do conteúdo pelo aluno. (ANASTASIOU; ALVES, 2015, p. 20)

No entanto, o professor tem papel de muita importância na programação e no acompanhamento de uma IIR, pois precisa elaborar situações em que possa ser construído um conjunto de relações que permitam que os novos conhecimentos aprendidos possam ampliar ou modificar os já existentes.

De acordo com Fourez (1997), no trabalho interdisciplinar não há normas disponíveis para saber qual o ponto de vista disciplinar a ser privilegiado; trata-se de uma decisão em que se negocia sobre o estudo em questão. As IIR são uma representação teórica apropriada de alguma situação real. Elas possibilitam escolher o tema que se quer estudar, sob determinadas condições, e fazer reflexões acerca do mesmo.

Fourez (1997) explica que o estudo de uma ferramenta, por exemplo, promove questões com mil ramificações, no entanto, na prática, terá que se deixar de lado, em função do projeto, algumas dessas ramificações, para não se afogar em inúmeros detalhes (o problema é sempre o de decidir o que se deixará escapar e o que irá se acatar).

Para o desenvolvimento de uma IIR, Fourez (1997) propõe etapas, que compõem como um modelo, podendo ser adaptado a cada situação abordada. O grupo ou equipe participante determinará a duração de cada uma delas, segundo os objetivos ou possibilidades, com a mediação da professora. Tais etapas são descritas a seguir.

### **1. *Clichê da situação estudada***

O clichê pode ser entendido como o conjunto de representações, corretas ou não, que o grupo de estudantes tem sobre o tema, objeto ou situação abordada. Trata-se de uma descrição espontânea. Para isso, a equipe cria questionamentos, que vão desde os mais gerais até os mais específicos, como uma investigação que se faz, partindo da experiência corrente e, às vezes, pode causar prejuízos. Isto por que ela reflete o que o grupo pensa, sem formação especial. Assim, é importante, antes ou durante a investigação, distinguir o que é admitido por todos, o que é objeto de debate e o que é juízo de valores.

## 2. *O panorama espontâneo*

Nessa etapa ocorre o aprofundamento do *Clichê*, de maneira espontânea e sem consulta a especialistas. Recorre-se aos recursos da própria equipe:

- ✓ Lista dos atores envolvidos: estudantes e professores, caso a IIR seja desenvolvida em sala de aula;
- ✓ Listagem das normas ou condições específicas (Por exemplo: rede elétrica, prudência quando se apóia um ferro quente, conhecimento do tipo de tecido para engomar, normas de segurança impostas pela legislação);
- ✓ Lista de postura e tensões (Por exemplo: Quais são as vantagens ou inconveniente de utilizar determinada técnica? Quais são os valores para os quais é atraente na ocasião de seu uso?);
- ✓ Lista das caixas-pretas, ou seja, lista dos materiais ou conceitos que serão estudados mais a fundo para esclarecer questionamentos;
- ✓ Lista de bifurcações, caso uma estratégia seja eleita em detrimento de outra;
- ✓ Lista de especialistas ou especialidades envolvidas.

## 3. *Consulta aos especialistas*

Das listas produzidas na etapa anterior, a equipe selecionará especialista(s) para consulta. Tais especialistas podem ser outros professores da Escola, bem como pessoas da comunidade. A consulta tem dois objetivos: responder aos questionamentos e, também, conhecer como um especialista compreende tais questionamentos, especialmente, levando em conta o que sua visão pode alterar confrontando-a com a primeira visão sobre a questão, feita pelos participantes. Esta etapa está vinculada à abertura das caixas-pretas e será, geralmente, comprida, mesmo que não seja indicado mais do que algumas linhas.

## 4. *Indo à prática*

É o momento de abandonar as conjecturas e confrontar as teorias com a realidade, dando ênfase ao comportamento investigativo dos estudantes. Há diversas maneiras de “ir à prática”: podem ser realizadas entrevistas com especialistas selecionados na etapa anterior, bem como saídas de campo, leituras de textos explicativos, desmontagem de aparelhos, etc.

**5. *Abertura aprofundada de uma ou outra caixa-preta e descoberta dos princípios disciplinares que formam a base de uma tecnologia***

Esta etapa poderá aprofundar algum aspecto da situação ou tema estudado, podendo recorrer ao rigor das disciplinas. Com a ajuda de um especialista pode-se abrir uma ou outra caixa-preta. As caixas-pretas interessantes não são todas de competência de uma única ciência, podendo-se, assim, consultar especialidades vinculada a diferentes ciências. Cada estudo é selecionado em função do contexto, do projeto, dos produtores e dos destinatários da IIR. A escolha de quais disciplinas ou aspectos serão estudados é flexível, respeitando os interesses de cada equipe. A abertura das caixas-pretas poderá ser uma apresentação, um seminário, um debate ou outra estratégia, com explicações particulares de uma disciplina. É o momento do trabalho disciplinar na interdisciplinaridade.

**6. *Esquematização global da situação estudada***

Consiste, especialmente, na síntese parcial e objetiva da IIR. Pode-se elaborar um resumo, um esquema ou uma imagem que represente teoricamente a situação estudada.

**7. *Abertura das caixas-pretas sem ajuda dos especialistas***

É o aprofundamento da situação sem a ajuda dos especialistas. Trata-se de criar uma teoria, ou representação, com os meios disponíveis. Deve ser realizada com vistas à motivar os estudantes a agirem como cientistas e ensinar-lhes a atuar racionalmente.

**8. *Síntese da ilha de racionalidade produzida***

A síntese é a última etapa da IIR construída. Pode ser feita de diversas maneiras: oral, escrita, vídeo, cartaz, etc. Caracteriza-se como o resultado final do trabalho.

Desse modo, a construção de uma IIR possibilita promover o encontro de diversas áreas de conhecimento e saberes da vida cotidiana para compor um modelo ou representação.

No próximo capítulo procura-se discutir a pertinência da aplicação de uma IIR para a construção do conceito de função, dada a sua importância no estudo de matemática no ensino médio e superior.



## **2 A MATEMÁTICA, AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE E O CONCEITO DE FUNÇÃO**

Pesquisas acadêmicas, com resultados relacionados à aplicação de Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), encontram-se publicadas nas páginas online de Programas de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e revistas especializadas em Ciências e Matemática, tais como as de Lucchesi (2010), Bertoli (2015), Siqueira e Gaertner (2015) e Paiva (2016), dentre outras.

Nas pesquisas analisadas, os temas foram variados, tratando de área, volume, conceito de proporcionalidade na compreensão de informações contidas em rótulos alimentícios, bem como o nível dos estudantes, do Ensino Fundamental, ao Ensino Médio. Em todas as pesquisas analisadas foi possível observar que, dos três principais objetivos da ACT (desenvolvimento de autonomia, domínio frente a situações concretas e comunicação), a autonomia para os estudos foi o resultado que se destacou. Todas as professoras pesquisadoras concluíram que, com a aplicação de IIR, os estudantes sentiram-se motivados e responsáveis pela própria aprendizagem, o que contribuiu para uma aprendizagem com atribuição de significado para o que é aprendido.

A análise destas pesquisas foi importante para o trabalho realizado, pois foi feita com o principal interesse de conhecer outros trabalhos visando à ACT, e respectivos resultados. E, de fato, as mesmas propiciaram uma contribuição significativa para o aprimoramento da fundamentação teórica da IIR que é o tema da pesquisa aqui apresentada.

Além destas, teve-se preocupação com a devida construção, com compreensão, do conceito de função, foco de atenção neste trabalho. Tinha-se a impressão de que grande atenção é dada aos "tipos" de funções, seus principais elementos e aplicações, sem a devida preocupação com o entendimento do conceito de função, como ponto de partida para a análise de fenômenos que possam ser modelados por funções.

Assim sendo, com a intenção de conhecer o parecer de outros pesquisadores, quanto a isto, buscou-se pesquisas específicas, abordando a construção do conceito de função, em sites de programas de mestrado e de pesquisas acadêmicas, utilizando as palavras-chave: conceito de função, função, funções e matemática. Nesse caso, pesquisas de Lima (2008), Almeida e Brito (2005) e Menezes (2017) apresentaram contribuições relevantes no que se refere à importância do tema selecionado para esta pesquisa. Foram apontados aspectos

relevantes no que diz respeito às abordagens gráfica, numérica, algébrica ou verbal, de uma função, bem como benefícios do estudo em situações contextualizadas, mas também chamando a atenção para a importância da terminologia, mas com o devido cuidado para evitar excessos, o que pode dificultar a compreensão do conceito, inicialmente.

Com efeito, as pesquisas analisadas demonstram concordância no que se refere à boa compreensão do conceito de função, o que se entende poder ser promovido com a análise de situações contextualizadas.

Ávila, em artigo publicado na Revista do Professor de Matemática, defendeu a importância do ensino de Cálculo no Ensino Médio, relacionando-o diretamente ao ensino de funções:

Infelizmente, o ensino das funções vem sendo feito com a introdução de muitas noções novas, como já dissemos, apresentação essa que é entremeada de exercícios pouco estimulantes, como determinar domínio e contradomínio de funções dadas, achar a inversa, compor funções, verificar que certas funções são injetivas, outras não, enfim, uma série de coisas que por si só não estimulam a curiosidade do aluno. E para agravar ainda mais essa situação, as apresentações de funções geralmente são feitas com uma insistência no conceito mais geral de função, como caso particular de uma relação. Isto é um desatino! Já o seria se a insistência fosse apenas na situação mais particular de lei de correspondência que leva elementos de um conjunto - o domínio - em elementos de outro conjunto - o contradomínio. Não há por que preocupar-se com definição tão geral quando só serão usados exemplos simples de funções numéricas, como os polinômios, as funções racionais mais elementares e alguma raiz quadrada. (ÁVILA, 1991, p. 7).

Com efeito, compreende-se que o autor também reforça a importância primordial da construção do conceito de função como linguagem da Matemática, que propicia a construção de modelos baseados em tipos de funções.

Nesse contexto, entende-se que a elaboração de uma IIR, visando à construção do conceito de função, pode favorecer o comportamento investigativo dos estudantes, indo ao encontro das novas propostas pedagógicas para o Ensino Médio.

### 3 A IMPORTÂNCIA DA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA

A BNCC destaca o estudo das funções matemáticas enfatizando que

Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2018, p.517)

Sendo assim, compreende-se a necessidade de construir o conceito de função matemática de forma a desenvolver competências e habilidades por meio de metodologias que promovam a interdisciplinaridade e, conseqüentemente, o uso da Matemática como uma ferramenta para reflexão e crítica dos estudantes frente à sociedade em que estão inseridos.

O conceito de função não é recente; ele está na mente humana desde que o homem, levado pela necessidade, começou a associar uma pedra a cada animal para ter controle do seu rebanho. Segundo Sá, Souza e Silva (2003), babilônicos e egípcios já construíam tabelas que demonstravam a ideia de função. Os primeiros atribuíam valores, na segunda coluna da tabela, feita em argila, multiplicando o número da primeira por uma constante. Quanto aos egípcios, em tabelas, geralmente feitas em papiros, apresentavam generalizações como resultados de induções, de casos mais simples para casos mais complicados. Ou seja, tais tabelas continham o registro, na segunda coluna, de generalizações de descobertas simples, registradas na primeira coluna.

Esses autores apresentam, em seu trabalho sobre a evolução histórica do conceito de função, considerações sobre sua utilização, desde então. O Quadro 1 apresenta a síntese realizada pelos autores:

Quadro 1 -- Evolução histórica do conceito de função

Autor	Ano	Contribuição
René Descartes (1596-1650)	–	Chegou a definir função como qualquer potência de $x$ , como $x^2, x^3, \dots$
Isaac Newton (1643-1727)	–	Introduziu o termo “variável independente”.
James Gregory	1667	Na obra <i>Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura</i> , conceituou função sem utilizar a palavra propriamente dita: “Nós chamamos uma quantidade $x$ composta de outras quantidades $a, b, \dots$ se $x$ resulta de $a, b, \dots$ pelas quatro operações elementares, por extração de raízes ou por qualquer outra operação imaginável.”
Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)	1694	Empregou a palavra <i>função</i> para designar quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva. E na obra História usou a palavra “função” para representar quantidades que dependem de uma variável.
Jakob Bernoulli (1654-1705)	1694	Empregou a palavra função como sendo: quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva.
Johann Bernoulli	1718	Definiu da seguinte maneira: “função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes”.
Leonhard Euler (1707-1783)	–	Introduziu o símbolo $f(x)$

(continua)

Autor	Ano	Contribuição
D'Alembert (1717-1783)	–	equação da onda: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$
Daniel Bernoulli (1700-1782)	1753	Tentativa de resposta para o problema da corda vibrante: $y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \cos \frac{n \pi a t}{l}$
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)	1797	Na obra <i>Théorie des Fonctions Analytiques</i> , definiu: “Chama-se função de uma ou de várias quantidades a toda expressão de cálculo na qual essas quantidades entrem de alguma maneira, combinadas ou não com outras quantidades cujos valores são dados e invariáveis, enquanto que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e não as constantes que aparecem combinadas a elas”.
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)	1806	Leçons sur le calcul des fonctions: “Funções representavam diferentes operações que deviam ser realizadas em quantidades conhecidas para obterem-se valores de quantidades desconhecidas, e estas quantidades desconhecidas eram, propriamente, o último resultado do cálculo.”
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)	1822	Afirmou em <i>La théorie analytique de la chaleur</i> que qualquer função poderia ser expressa por uma série trigonométrica da seguinte forma: $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos \frac{n \pi x}{l} + b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \right]$

(continua)

Autor	Ano	Contribuição
Benhard Bolzano (1781-1848)	1817	Publicou Functionlehre onde conceituou continuidade muito próximo do conceito atual. Demonstrou o teorema do valor médio
Augustin Louis Cauchy (1789-1857)	1821	Em Cours d'analyse definiu função: "Quando quantidades variáveis estão ligadas entre si de tal forma que, o valor de uma delas sendo dado, pode-se determinar o valor das demais, diz-se usualmente que estas quantidades são expressas por meio de uma delas, que toma o nome de variável independente; e as outras quantidades expressas por meio da variável independente são o que chamamos de funções dessa variável." Definiu continuidade através de infinitésimos.
Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859)	–	Demonstrou que nem todas as funções podem ser descritas pela série de Fourier.
Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859)	1837	Definiu função como: "Se uma variável $y$ está relacionada com uma variável $x$ de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a $x$ , existe uma regra segundo a qual um valor único de $y$ fica determinado, então diz-se que $y$ é função da variável independente $x$ ."
Nicolái Lobatchesvsky (1792-1856)	–	Definiu função : "A concepção geral exige que uma função de $x$ seja chamada de um número que é dado para cada $x$ e que muda gradualmente com $x$ . o valor da função pode ser dado ou por uma expressão analítica, ou por uma condição que ofereça um meio para testar todos os números e selecionar um deles; ou finalmente, a dependência pode existir mas permanecer desconhecida".

(conclusão)

Autor	Ano	Contribuição
Bernhard Riemann (1826-1866)	–	Esclareceu os critérios de integrabilidade, e deu origem ao conceito de “integral de Riemann”
Philipp Cantor (1845-1918)	–	Desenvolveu a teoria dos conjuntos
Karl Weierstrass (1815-1897)	–	Definiu função como uma série de potência juntamente com todas as que podem ser obtidas dela por prolongamento analítico.
Giuseppe Peano (1858-1932)	–	Definiu três conceitos primitivos que o zero, o conceito de número (inteiro não-negativo) e a relação de ser sucessor de, os quais, junto com seus cinco postulados, forneceram uma construção rigorosa do conjunto dos números naturais.
Nicolas Bourbaki	1968	<p>Em <i>Théorie des Ensembles</i> conceitou função de duas maneiras:</p> <p>“Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja <math>x \in E</math>, existe um e somente um elemento <math>y \in F</math> que esteja associados a x na relação considerada.</p> <p>Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todo o elemento <math>x \in E</math> o elemento <math>y \in F</math> que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função.”</p> <p>E:</p> <p>“Um certo subconjunto do produto cartesiano <math>A \times B</math>”.</p>

Fonte: Sá, Souza e Silva (p. 136-139, 2003)

Atualmente, conforme orientam documentos oficiais, o conceito de função tem sido apresentado por diversos autores. Especialmente, pelo fato de que as funções representam conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Assim sendo, encontra-se em Anton, Bivens e Stephen:

Um dos temas mais importantes do Cálculo é a análise das relações entre quantidades físicas ou matemáticas. Tais relações podem ser descritas em termos de gráficos, fórmulas, dados numéricos ou palavras. [...] o conceito de “função” é a ideia básica subjacente a quase todas as relações matemáticas e físicas, não importando como são expressas. (ANTON, BIVENS, STEPHEN, 2014, p.1)

Para Stewart (2006), as funções surgem quando uma quantidade depende de outra, como, por exemplo:

- a) A área  $A$  de um círculo depende de seu raio  $r$ . A lei que conecta  $r$  e  $A$  é dada pela equação  $A = \pi r^2$ . A cada número  $r$  positivo existe associado um único valor de  $A$ , e dizemos que  $A$  é uma *função* de  $r$ . A fórmula  $A = \pi r^2$  é uma representação "algébrica" da função, neste caso.
- b) A população humana mundial  $P$  depende do tempo  $t$ . A Tabela 1 fornece estimativas da população mundial  $P(t)$  no instante  $t$ , para determinados anos. Por exemplo,  $P(1950) \approx 2.560.000.000$ . Porém, para cada valor do tempo  $t$  existe um valor de  $P$  correspondente, e dizemos que  $P$  é uma função de  $t$ . A Tabela 1 fornece dados reais para a população mundial em determinado período de tempo. Esta forma de apresentação da função é chamada de representação "numérica" da mesma.

Tabela 1- População mundial entre as décadas de 1900 a 2000.

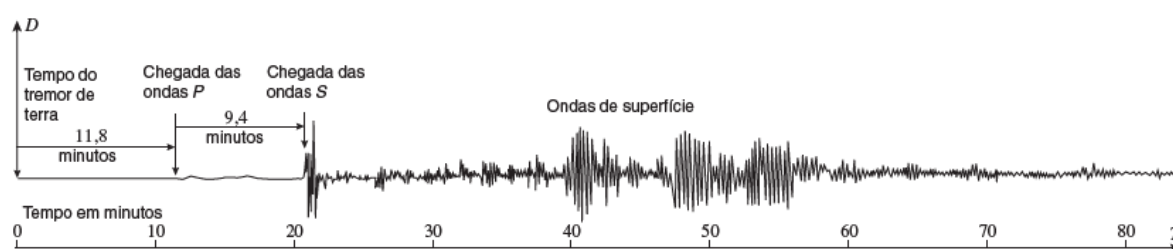
<b>Ano</b>	<b>População (milhões)</b>
<b>1900</b>	1650
<b>1910</b>	1750
<b>1920</b>	1860
<b>1930</b>	2070
<b>1940</b>	2300
<b>1950</b>	2560
<b>1960</b>	3040
<b>1970</b>	3710
<b>1980</b>	4450
<b>1990</b>	5280
<b>2000</b>	6080

Fonte: Stewart, 2006, p. 11.



- c) O custo  $C$  de enviar uma carta pelo correio depende de seu peso  $w$ . Embora não haja uma fórmula simples conectando  $w$  e  $C$ , o correio tem uma fórmula que permite calcular  $C$  quando é dado  $w$ . Neste caso, temos uma representação "verbal" do custo  $C$ , em função do peso  $w$ .
- d) A deflexão  $D$ , da agulha de um sismógrafo, é uma função do tempo  $T$ , decorrido desde o instante em que um abalo deixou o epicentro de um terremoto. (ANTON, BIVENS e STEPHEN, 2014). A representação "gráfica" desta função  $D(T)$  é apresentada na Figura 1.

Figura 19 – Representação gráfica da função  $D(T)$



Fonte: ANTON, BIVENS e STEPHEN, 2014, p. 2.

Sendo assim, compreende-se que, se uma variável  $y$  depende de uma variável  $x$  de tal modo que cada valor de  $x$  determina exatamente um valor de  $y$ , então dizemos que  **$y$  é uma função de  $x$** . (ANTON, BIVENS e STEPHEN, 2014). Stewart (2006) ressalta que, se uma função pode ser representada de quatro maneiras (verbal, numérica, visual e algébrica), então é proveitoso ir de uma representação para a outra, sabendo que certas funções são descritas mais naturalmente por um método que por outro.

Também é importante ressaltar que o conceito de função é um dos conceitos fundamentais da Matemática, pois é o ponto inicial para a construção dos conceitos de derivada e integral e, para tanto, é indispensável que os estudantes do Ensino Médio compreendam situações que envolvam dependência entre grandezas, que representam funções (LIMA; SAUER; SARTOR, 2011).

Com tal entendimento, passa-se ao próximo capítulo, dedicado ao planejamento da IIR, como possibilidade de contribuir no desenvolvimento de atributos da ACT, tendo como tema a construção do conceito de função matemática, contextualizada no tema *Água*.

#### 4 PLANEJAMENTO DE UMA IIR

Para orientar o planejamento de uma IIR, apresenta-se o Quadro 2, com uma descrição sucinta de cada uma das etapas e respectivas atividades planejadas para a execução da IIR que deu origem a este Guia.

Quadro 2 – Descrição das etapas, nº de aulas e datas de aplicação da IIR

<b>Etapas da IIR</b>	<b>Principais atividades</b>
<b>1</b> <b>Clichê</b>	Vídeo, questionamentos e discussões colaborativas. Tarefa extra-classe: elaboração de um texto individualmente.
<b>2</b> <b>Panorama espontâneo</b>	Socialização dos textos, identificação de aspectos relevantes, direcionamento do tema de interesse, com a mediação da professora. Definição de equipes. Tarefa extra-classe: cada equipe deverá trazer um vídeo, uma reportagem, um artigo científico e um material de livre escolha, relacionado ao tema da equipe e uma redação, abordando as principais informações encontradas.
<b>3</b> <b>Consulta aos especialistas</b>	Socialização dos materiais pesquisados. Definição dos especialistas a serem consultados (professores de outras áreas, da escola ou não, familiares ou outros profissionais). Elaboração de roteiro para orientar a “conversa” com os mesmos.
<b>4</b> <b>Indo a prática</b>	Organização da pesquisa investigativa, verificando quais especialistas deverão ser consultados (entrevistados), quais sugestões de leitura serão indicadas para a realização da pesquisa investigativa.
<b>5</b> <b>Abertura das caixas pretas</b>	Identificação de componentes curriculares nos questionamentos iniciais, com vistas aos conceitos relativos à Matemática (construção do conceito de função).
<b>6</b> <b>Esquematização geral da IIR</b>	Incentivo ao comportamento investigativo para aprofundar o tema de cada equipe, criando métodos de apresentação para a turma. Cada equipe deve definir e construir instrumentos para apresentação dos trabalhos.
<b>7</b> <b>Abertura das caixas pretas sem ajuda de especialistas</b>	Aprofundamento de conhecimentos, relacionando as caixas-pretas com as apresentações das equipes: discussões, com base nas pesquisas realizadas.
<b>8</b> <b>Síntese da IIR</b>	Elaboração de redação individual sobre o tema abordado na IIR. Novos questionamentos poderão ser apresentados. Avaliação da IIR.

Fonte: Acervo da autora (2016)

## Clichê

Por que os governos federal, estadual e municipal não realizam parte das promessas feitas para o saneamento e reaproveitamento de água?

Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?

Quanto tempo vai demorar para acabar a água do Planeta?

Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?

E se a água potável acabar?

Se fosse pegar um rio poluído, em quanto tempo por cento de água pura ainda poderia ser aproveitada?

Tem alguma organização ou um grupo encarregado da "saúde" dos rios e lagos?

Ainda existe alguma água totalmente saudável?

Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?

Quanto tempo em média o brasileiro demora no banho?

Onde (você acha que) o humano gasta mais água?

Qual é o "por cento" de árvores que ainda tem na Amazônia?

Ainda é possível limpar os rios poluídos?

Gramado não tem tratamento de esgoto?

Quanto tempo demora para tirar sal da água e transformá-la em potável?

Se começarmos a economizar AGORA, neste momento, como faríamos para ter ela limpa, sem química de remédios, como ela era antes, PURA?

Se continuar o ritmo assim, em quanto tempo a água vai desaparecer?

Quanto demora para acabar a água?

Quanto tempo levaria para todo o País ter saneamento básico?

Por que não investimos em transformar a água do mar própria para consumo?

Mesmo que todos os habitantes do Brasil olhassem esse vídeo, mudariam alguma coisa ou continuariam a viver do mesmo jeito?

Como é possível os animais trocarem de sexo, através de hormônios femininos?

Qual é a porcentagem de água que ainda temos?

O rio Tietê já foi usado para o bem-estar das pessoas? (Ponto de encontro, como uma praia)

Como os peixes mudam de sexo com anticoncepcional? O que torna isso possível?

Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?

**Panorama espontâneo**

**Ciclo da Água**

Superfície da Terra são cobertas pela água, seja em estado líquido (oceanos mares, lagoas, rios, lagos, lagoas, etc) ou sólido (geleiras e neve).  
 Durante a circulação, sob a ação do calor do sol, a água evapora, formando o vapor de água, dando origem ao chamado ciclo da água ou ciclo hidrológico. A água, ao ser absorvida pela biosfera, o conjunto dos seres vivos da Terra, é utilizada para a realização de suas atividades vitais. Para cada litro de água, floco de algodão, mais frias, a água cai em forma de chuva ou de neve. A água que não é absorvida pelos organismos vivos é devolvida para a atmosfera, para ser utilizada novamente.

**Dessalinização**

Sabemos que a água é muito importante, mas mesmo assim, estamos tendo dificuldades para encontrar água potável em muitas regiões.

**Conte de Sida**

A água sem doenças é a mesma coisa. Ela tem dois atributos: é pura e é doce. Mas, ao contrário, a água com doenças é diferente. Ela tem um gosto ruim e é amarga. Além disso, ela pode causar doenças graves, como a Sida. Por isso, é muito importante beber água potável e evitar beber água de fontes não tratadas.

**ACABAUDO**

sem doenças há diversos profetas que dizem que a água vai acabar. Isso porque a água é um recurso limitado e estamos consumindo muito mais do que podemos renovar. Por isso, é importante cuidar da água e evitar desperdícios.

A água é um recurso limitado e não pode ser produzida novamente. Por isso, é importante cuidar da água e evitar desperdícios.

Veja se percebe que não é finita? É ela que vem da nuvem e cai na terra. Não é possível beber água que vem da nuvem. A água que vem da nuvem é muito quente e não pode ser bebida. Por isso, é importante beber água potável e evitar beber água de fontes não tratadas.

A água pode existir em líquido, sólido e gasoso. A água líquida é a que usamos para beber. A água sólida é o gelo e a água gasosa é o vapor. A água também pode existir na natureza e a natureza também usa a água. A água doce que vem dos rios e lagos é a que usamos para beber e tomar banho. A água salgada que vem do mar é a que usamos para cozinhar e beber.

seu pequeno  
 o mesmo  
 prendem do  
 das águas pi  
 embarrado  
 o mesmo co  
 era os dentes  
 e dentes os rem

- \* Ciclo da Água (2, 5)
- \* Falta de água (3, 5, 1, 7)
- \* Estatísticas (6, 12, 17, 18, 19, 23)
- \* Consumo Exagerado (5, 17)
- \* Poluição da Água (4, 6, 8, 9, 13, 22, 24, 25)

- 1 - Ciclo da Água e características
- 2 - Falta de Água, Consumo Exag., Consumo Irresponsável, Falta de Água, Consumo
- 3 - Estatísticas
- 4 - Política, Fiscalização, Economia (R\$)
- 5 - Saúde e Bem Estar

**Categorização**

## Consulta aos especialistas

❖ **ENVOLVIMENTO COM DIVERSAS ÁREAS DO CONHECIMENTO**

EXPLORAÇÃO DE FONTES BIBLIOGRÁFICAS

• O procedimento mais adequado para conhecer o universo de publicações sobre um assunto é consultar:

❖ **ABRIR EQUIPAMENTOS**

❖ **FAZER VISITAS**

❖ **CONSULTAR FONTES**



1) Que obra que anda a fazer e no livro? Quem vai ler a obra?

2) Se deve manter a obra no livro?

3) Quanto tempo vai a obra de...

4) Se começamos a trabalhar quem...





*Indo à prática*



## Abertura das caixas-pretas



## *Esquematização geral da IIR*

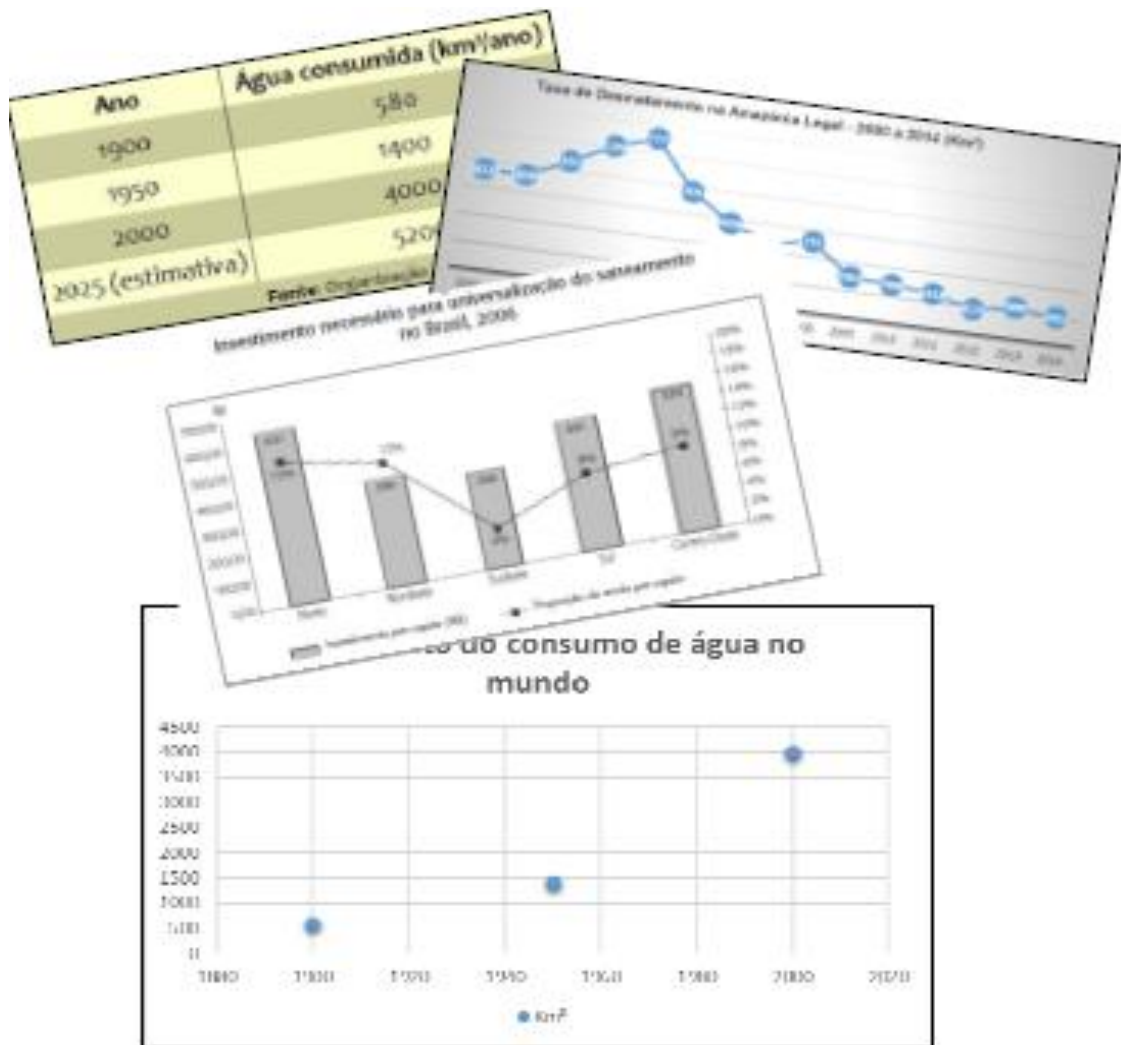


The image shows a screenshot of a presentation software interface, likely Microsoft PowerPoint, with a slide titled "TÍTULO DA MINHA APRESENTAÇÃO" and the subtitle "Criando apresentações de slides profissionais em poucos passos". The slide features a decorative background with red and yellow wavy lines. Overlaid on the screenshot are several educational elements:

- A green banner with the text "ESQUEMA, FIGURA OU MAPA DA SITUAÇÃO" (Schema, Figure or Situation Map) in yellow, slanted text.
- A photograph of three people in blue uniforms, possibly healthcare workers, in a clinical setting.
- A photograph of a man with glasses standing in front of a chalkboard with a white cloud-like shape drawn on it.
- A green banner at the bottom with the text "Definindo apresentações" (Defining presentations) in yellow.



*Abertura das caixas-pretas sem ajuda de especialistas*



*Com as apresentações novas oportunidades de esclarecimentos*

**Síntese da IIR**



Fonte: Acervo da autora (2016)

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No planejamento da IIR, torna-se importante propor atividades contextualizadas, adequados ao interesse da pesquisa, criando-se estratégias para o envolvimento dos estudantes com disposição, a fim de que se mostrem participativos durante a realização das atividades.

Quanto às etapas de aplicação da IIR, imprevistos poderão surgir durante o seu desenvolvimento, no entanto, a professora, juntamente com os estudantes, poderá adequar o planejamento. Ajustes como este, podem, inclusive, evidenciar a autonomia dos estudantes e o domínio no uso de tecnologias digitais, quesitos de grande relevância para o desenvolvimento da IIR.

Alguns requisitos devem ser levados em consideração para avaliar o desenvolvimento da IIR, procurando evidências da compreensão do conceito a ser construído, bem como do desenvolvimento dos objetivos da ACT.

Sugere-se que as produções dos estudantes sejam analisadas e avaliadas por meio dos questionamentos e investigações iniciais, interação entre colegas, organização dos estudantes nas suas equipes, consulta aos especialistas, apresentações orais com utilização de mídias digitais, pesquisa investigativa em livros e na internet, redações e questionamentos, a fim de obter informações que subsidiem a avaliação. Desta forma, a avaliação é contínua e formativa. Uma avaliação final pode ser realizada, com a finalidade de coletar informações sobre o grau de aproveitamento relacionado ao conteúdo de interesse.

Tem-se consciência de que os objetivos da ACT podem não ser atingidos em sua plenitude, a partir da construção de uma IIR, isto é, o estudante pode não se tornar autônomo, ou passar a ter domínio sobre as diferentes situações de seu cotidiano, de imediato, pois entende-se que isso é um processo contínuo e irá ocorrer ao longo de sua vida.

Diante das evidências encontradas no desenvolvimento da IIR que originou esse Guia, esta se mostrou uma possibilidade real, concreta e promissora, de romper com alguns paradigmas da educação tradicional, que se mostra tão disciplinar e sem relações com a realidade dos educandos. Como efeito, este método corrobora com o que destaca Fourez (1997), quando afirma que o objetivo não é uma série de conhecimentos particulares precisos, mas um conjunto global que permita (ao indivíduo) orientar-se e compreender-se no universo. Ainda, segundo o autor, o indivíduo alfabetizado científica e tecnologicamente é alguém que,

no lugar de receber passivamente as normas ou regras, consegue negociá-las e, a aprendizagem destas negociações, é essencial para que possa se tornar autônomo no mundo científico-tecnológico em que se vive.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetiqué**, v. 13, n. 23, p.63-86, 2005.

ANASTASIOU, Léa da Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate. **Processo de Ensino na Universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinville: Editora Univille, 2015. Disponível em:

<[https://edisiplinas.usp.br/pluginfile.php/2547831/mod\\_resource/content/1/Processos%20de%20Ensino.pdf](https://edisiplinas.usp.br/pluginfile.php/2547831/mod_resource/content/1/Processos%20de%20Ensino.pdf)>. Acesso em: jan. 2016.

ANTON, H., BIVENS, I., STEPHEN, D. **Cálculo**. Volume 1, 10ª Edição. Porto Alegre: Editora Bookman, 2014.

ÁVILA, Geraldo. **O ensino de cálculo no segundo grau**. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, nº 18, p.1-7. Sociedade Brasileira de Matemática, 1º semestre (1991). Disponível em: < <http://rpm.org.br/cdrpm/18/1.htm>>. Acesso em mai. 2018.

BERTOLI, Vaneila. **Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade Aplicado ao Ensino de Área Volume no Ensino Fundamental**. 2015. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Blumenau, 2015.

Disponível em: <<http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2016/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Vaneila-Bertoli.pdf>>. Acesso em: out. 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Brasília: MEC/SEB Disponível em: < [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf)>. Acesso em: abr. 2018.

FOUREZ, G. **Alfabetización Científica y Tecnológica**: Acerca de las finalidades de la enseñanza de las ciencias. Buenos Aires – Argentina. Ediciones Colihue, 1997.

LIMA, I.G.; SAUER, L. Z.; SARTOR, S. **Oficinas de Matemática no projeto Engenheiro do Futuro: aproximando as escolas de Ensino Médio e as de Engenharia**. In: XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – Cobenge. 2011. Blumenau, Santa Catarina, 2011.

LIMA, Luciana de. **A Aprendizagem Significativa Do Conceito De Função Na Formação Inicial Do Professor De Matemática**. 2008. 157f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, Ceará, 2008. Disponível em: <<https://pedagogiaaopedaletra.com/wp-content/uploads/2011/08/A-aprendizagem-significativa-do-conceito-de-fun%C3%A7%C3%A3o-na-forma%C3%A7%C3%A3o-inicial-do-professor-de-matem%C3%A1tica.pdf>>. Acesso em: abr. 2017.

LUCCHESI, Ivana Lima. **A Ilha Interdisciplinar de Racionalidade e a Construção da Autonomia no Ensino da Matemática**. 2010. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação em

Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2955/1/000425193-Texto%2bCompleto-0.pdf>>. Acesso em: out. 2017.

MENEZES, Silvia Teixeira Coelho. **Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas**. 2017. 125f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal Dos Vales Do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2017. Disponível em: <[https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=150961681](https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150961681)> . Acesso em: mai. 2018.

MORO, Elisiane da Costa. **Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade Promovendo Aprendizagem Ativa**. 142f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Caxias do Sul, 2015.

PAIVA, Camila de. **Avaliação da promoção da alfabetização científica e tecnológica em vivências de ilha interdisciplinar de racionalidade**. 2016. 269 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, 2016.

SÁ, P. F.; SOUZA, G. S.; SILVA, I. D. B. A construção do conceito de função: alguns dados históricos. **Traços**, v. 6, p. 81-94, 2003.

SCHMITZ, César; PINHO ALVES, José. Ilha de racionalidade e a situação problema: o desafio inicial. **IX Encontro Nacional De Pesquisa Em Ensino De Física**. 2004. Disponível em: <[http://www.cienciamao.usp.br/dados/epef/\\_ilhaderacionalidadeeasit.trabalho.pdf](http://www.cienciamao.usp.br/dados/epef/_ilhaderacionalidadeeasit.trabalho.pdf)>. Acesso em: mai. 2015.

SIQUEIRA, Josiane Bernz; GAERTNER, Rosinéte, Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade: conceito de proporcionalidade na compreensão de informações contidas em rótulos alimentícios. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n.2, p. 160-175, 2015.

STEWART, James. **Cálculo**. 5 ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.