

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
CENTRO DE FILOSOFIA E EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
CURSO DE MESTRADO**

**EDUCAÇÃO E LINGUAGEM: OS MECANISMOS COESIVOS
NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA**

EDI JUSSARA CANDIDO LORENSATTI

Caxias do Sul, junho de 2011

EDI JUSSARA CANDIDO LORENSATTI

**EDUCAÇÃO E LINGUAGEM: OS MECANISMOS COESIVOS
NA COMPREENSÃO DE PROBLEMAS DE ARITMÉTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha de pesquisa:

Educação, Epistemologia e Linguagem

Orientador:

Professora Doutora Tânia Maris de Azevedo

Coorientador:

Professor Doutor Francisco Catelli

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Francisco Catelli

Prof. Dra. Neires Maria Soldatelli Paviani

Prof. Dr. Roque Moraes

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Universidade de Caxias do Sul
UCS - BICE - Processamento Técnico

L868m Lorensatti, Edi Jussara Candido, 1952-

Os mecanismos coesivos no enunciado de problemas de aritmética / Edi Jussara Candido Lorensatti. - 2011.
120 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2011.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Tânia Maris de Azevedo; co-orientador: Prof. Francisco Catelli.

1. Compreensão na leitura. 2. Linguagem. 3. Aritmética – Problemas, questões, exercícios. 4. Matemática (Ensino fundamental) – Estudo e ensino. I. Título.

CDU: 028.1

Índice para o catálogo sistemático:

- | | |
|--|--------------|
| 1. Compreensão na leitura | 028.1 |
| 2. Linguagem | 81 |
| 3. Aritmética – Problemas, questões, exercícios | 511.1(076.1) |
| 4. Matemática (Ensino fundamental) – Estudo e ensino | 510:37.016 |

Catalogação na fonte elaborada pela Bibliotecária
Marcia Carvalho Rodrigues – CRB 10/1411

A todos os professores que não ficam indiferentes diante de uma pergunta de um aprendiz e que tratam com respeito qualquer “não saber” temporal.

Agradeço:

- *“à vida, por ter me dado tanto”, por ter me dado amigas e amigos;*
- *às instituições que se fizeram amigas desta pesquisa e, por isso, tornaram-na viável;*
- *ao amigo-companheiro Hugo, pelo porto seguro;*
- *à amiga-família descendente, na qual me ancoro;*
- *à amiga-família ascendente, minha mãe, que sempre acredita que eu sou capaz;*
- *às amigas e aos amigos que foram se tornando parte de minha vida;*
- *aos que me “empurram”, aos que “seguram as pontas”, aos que compreendem e aos que não compreendem, mas apoiam;*
- *à amiga Tânia, que se tornou minha orientadora, pela paciência e exigência.*

As palavras...

Na verdade falava pouco. Admirava as palavras compridas e difíceis da gente da cidade, tentava reproduzir algumas, em vão, mas sabia que elas eram inúteis e talvez perigosas. Em horas de maluqueira Fabiano desejava imitá-lo: dizia palavras difíceis, truncando tudo, convencendo-se de que melhorava. Tolve. Via-se perfeitamente que um sujeito como ele não tinha nascido para falar certo. Nesse ponto um soldado amarelo aproximou-se e bateu familiarmente no ombro de Fabiano: - Como é, camarada? Vamos jogar um trinta-e-um lá dentro? Fabiano atentou na farda com respeito e gaguejou, procurando as palavras de seu Tomas da bolandeira: - Isto é. Vamos e não vamos. Quer dizer Enfim, contanto, etc. E conforme. Os meninos em escolas, aprendendo coisas difíceis e necessárias.

Os números...

Comparando-se aos tipos da cidade, Fabiano reconhecia-se inferior. Por isso desconfiava que os outros mangavam dele. Fazia-se carrancudo e evitava conversas. Só lhe falavam com o fim de tirar-lhe qualquer coisa. Os negociantes furtavam na medida, no preço e na conta. O patrão realizava com pena e tinta, cálculos incompreensíveis. Da última vez que se tinham encontrado houvera uma confusão de números, e Fabiano, com os miolos ardendo, deixara indignado o escritório do branco, certo de que fora enganado. Todos lhe davam prejuízo. Os caixeiros, os comerciantes e o proprietário tiravam-lhe o couro, e os que não tinham negócio com ele riam vendo-o passar nas ruas, tropeçando. Por isso Fabiano se desviava daqueles viventes.
(Graciliano Ramos – Vidas Secas)

RESUMO

Como indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais, um dos objetivos do Ensino Fundamental no Brasil é o de “que os alunos sejam capazes de questionar a realidade formulando problemas e tratando de resolvê-los” (PCN, 1998, p. 27). Na mesma perspectiva, um dos propósitos do terceiro ciclo, que corresponde ao sexto ano do Ensino Fundamental, em Matemática, é o de que os alunos sejam capazes de “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados para as operações aritméticas” (*op. cit.*, p. 64). Assim, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao “proporcionar a construção de estratégias, a comprovação e a justificativa de resultados” (*op. cit.*, p. 27) no desenvolvimento da capacidade para resolver problemas, sejam eles dessa ou de qualquer outra área do conhecimento. O ensino de Matemática não tem só a função evidente de propiciar o desenvolvimento de competências referentes ao manuseio das mais diversas habilidades matemáticas, mas deve ter também a preocupação de promover o desenvolvimento de capacidades como “comunicação, argumentação e validação de processos” (PCN, 1998, p. 56). Essas, por sua vez, necessitam das habilidades de interpretação e expressão escrita e/ou falada. Aprender a resolver problemas matemáticos na escola é deparar-se com um mundo de conceitos que envolvem leitura e compreensão, tanto da língua materna como da linguagem matemática. A resolução de problemas exige compreensão leitora. Para essa compreensão, o aluno precisa de um referencial linguístico e, para expressar os dados em sentenças matemáticas, de um referencial de linguagem matemática, ambos adequados a cada situação-problema a que for exposto. Oferecer ao aprendiz oportunidades de compreensão do enunciado de problemas, por certo o auxiliarão não só a resolvê-los como também a ampliar e aperfeiçoar o estabelecimento de inferências e de conexões lógicas. Há vários estudos sobre as dificuldades em leitura e sobre as dificuldades na resolução de problemas, separadamente, mas poucos aproximam essas duas áreas do conhecimento. O objetivo desta pesquisa é o de verificar como os mecanismos coesivos, presentes em enunciados de problemas de aritmética, podem se constituir fatores intervenientes na compreensão leitora desses enunciados. Pensa-se ser possível, a partir daí, vislumbrar aproximações entre os estudos sobre língua materna e linguagem matemática, no que tange à compreensão de enunciados de problemas aritméticos. Parte-se do pressuposto de que a não compreensão do enunciado de problemas aritméticos compromete a conversão dos dados apresentados em linguagem matemática e, por conseguinte, a resolução desses problemas.

Palavras-chave: Linguagem matemática. Problemas aritméticos. Compreensão leitora. Mecanismos coesivos.

ABSTRACT

As the *Parâmetros Curriculares Nacionais* indicate, one of the purposes of Elementary Schools in Brazil is that “students should be able to question reality by formulating problems and trying to solve them” (PCN, 1998, p. 27). In that same perspective, one of the purposes in Mathematics for the third cycle, which corresponds to the 6th grade in Elementary School, is that students should be able to “solve problem-situations involving, natural numbers, whole numbers, and rational numbers and from those situations be able to enhance and build new meanings for arithmetic operations” (*op. cit.*, p. 64). Thus, Mathematics can give its contribution to citizens, by providing the construction of strategies, the evidence and justification of results” (*op. cit.*, p. 27) towards the development of the capacity of solving problems, whether they belong to this or any other area of knowledge. Teaching Mathematics does not only have the obvious function of providing the development of competences related to handling with the most varied mathematical abilities, but it must also be concerned with the promotion of the development of abilities such as “communication, argumentation, and process validation” (PCN, 1998, p. 56). These abilities, on their turn, require abilities of written and/or spoken expression and interpretation. Learning to solve mathematical problems at school means facing a world of concepts that involves reading and comprehension both of one’s native language and of mathematical language. Solving problems requires reading comprehension. For that comprehension, students need to have some linguistic references and to express data in mathematical sentences they need to have some mathematical references, which should be appropriate according to each problem-situation they are exposed to. Offering learners opportunities to understand the problem utterances should certainly help them not only solve the problems but also to widen and improve their ability to establish inferences and logical connections. Many studies have been carried out about reading and about difficulties in solving problems, although very few have put these two areas of knowledge together. The purpose of this study is to verify how cohesive mechanisms, which are present in the utterances of arithmetic problems, can become intervenient factors in the reading comprehension of those utterances. The author believes it is possible – from that point of view – to catch a glimpse of ways of making studies of native language get closer to studies of mathematical language in what concerns the comprehension of arithmetical problem utterances. The study starts from the assumption that if the arithmetic utterance is not understood, that compromises the conversion of the data presented in mathematical language and, hence, compromises solving those problems.

Keywords: Mathematical language. Arithmetic problems. Reading comprehension. Cohesive mechanisms.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mecanismo de coesão por referência ou por substituição.....	52
Figura 2 – Mecanismo de coesão por conjunção	53
Figura 3 – Mecanismo de coesão sequencial por operadores lógicos	57
Figura 4 – Mecanismo de coesão sequencial por operadores discursivos.....	57
Figura 5 – Esquema geral dos fatores de coesão.	113

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – P1L1 – Respostas categorizadas.....	72
Tabela 2 – P1L2 – Respostas categorizadas.....	73
Tabela 3 – P2L1 – Respostas categorizadas.....	76
Tabela 4 – P2L2 – Respostas categorizadas.....	77
Tabela 5 – P2L3 – Respostas categorizadas.....	78
Tabela 6 – P3L1 – Respostas categorizadas.....	80
Tabela 7 – P3L2 – Respostas categorizadas.....	81
Tabela 8 – P3L3 – Respostas categorizadas.....	82
Tabela 9 – P3L4 – Respostas categorizadas.....	82
Tabela 10 – P4L1 – Respostas categorizadas.....	84
Tabela 11 – P4L2 – Respostas categorizadas.....	85
Tabela 12 – P4L3 – Respostas categorizadas.....	86
Tabela 13 – P4L4 – Respostas categorizadas.....	87
Tabela 14 – P4L5 – Respostas categorizadas.....	88
Tabela 15 – P1L1 – Respostas dos alunos.....	114
Tabela 16 – P1L2 – Respostas dos alunos.....	115
Tabela 17 – P2L1 – Respostas dos alunos.....	116
Tabela 18 – P2L2 – Respostas dos alunos.....	117
Tabela 19 – P2L3 – Respostas dos alunos.....	117
Tabela 20 – P3L1 – Respostas dos alunos.....	118
Tabela 21 – P3L2 – Respostas dos alunos.....	119
Tabela 22 – P3L3 – Respostas dos alunos.....	119
Tabela 23 – P3L4 – Respostas dos alunos.....	120
Tabela 24 – P4L1 – Respostas dos alunos.....	121
Tabela 25 – P4L2 – Respostas dos alunos.....	122
Tabela 26 – P4L3 – Respostas dos alunos.....	122
Tabela 27 – P4L4 – Respostas dos alunos.....	123
Tabela 28 – P4L5 – Respostas dos alunos.....	123

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LA	Livros pertencentes ao grupo A
LB	Livros pertencentes ao grupo B
MEC	Ministério da Educação e Cultura
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics</i> (Conselho Nacional de Professores de Matemática)
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pn	Problema Aritmético n
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
PnLm	Problema Aritmético n Lacuna m
SEB	Secretaria de Educação Básica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	Problemas aritméticos	19
2.1.1	<i>Solução de problemas</i>	29
2.1.2	<i>Problemas: enfoques metodológicos</i>	31
2.2	Compreensão leitora	41
2.2.1	<i>Mecanismos coesivos</i>	49
3	MÉTODO DE INVESTIGAÇÃO	59
3.1	Constituição do <i>corpus</i>	60
3.2	Análise e discussão dos resultados	69
3.2.1	<i>Problema P1</i>	70
3.2.2	<i>Problema P2</i>	74
3.2.3	<i>Problema P3</i>	79
3.2.4	<i>Problema P4</i>	83
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
	REFERÊNCIAS	94
	ANEXO I – ARITMÉTICA: UM POUCO DE HISTÓRIA	102
	ANEXO II – ESQUEMA GERAL DOS FATORES DE COESÃO	113
	ANEXO III – RESPOSTAS DOS ALUNOS	114

1 INTRODUÇÃO

A linguagem permite a expressão de ideias, pensamentos e intenções. Através da linguagem é possível o estabelecimento de “relações interpessoais anteriormente inexistentes e se influencia o outro, alterando suas representações da realidade e da sociedade e o rumo de suas (re)ações” (PCN, 1998b, p. 20). A linguagem media a apropriação do conhecimento historicamente construído pela humanidade

Há várias práticas não linguísticas que permitem a expressão e a comunicação, como a linguagem musical, visual, gestual, entre outras, porém, sem dúvida, é a linguagem natural¹ o meio mais usado no processo ensino-aprendizagem em ambientes escolares. A linguagem verbal humana, escrita ou falada, é a principal mediadora das interações entre professores e alunos.

Tanto a língua materna² como a linguagem matemática estão presentes no enunciado de um problema aritmético e na sua resolução. Concebendo a *linguagem* como um sistema de representações construído pela humanidade para atribuir significados aos objetos, às ações e às relações com a realidade, a linguagem matemática pode ser considerada como um desses sistemas, próprio para a atribuição de significados aos objetos, às ações e às relações próprias do conhecimento matemático (GRASSESCHI, 2001, p. 163).

Vieira (2000, p. 30) afirma que a etapa essencial na resolução de problemas com enunciados em língua materna é a atividade de compreensão do texto. No entanto, percebe-se um distanciamento, ou melhor, pouca aproximação entre a compreensão de textos proposta nas aulas de Língua Portuguesa e a atividade de resolução de problemas proposta nas aulas de Matemática. A “tradução” de um problema pressupõe a compreensão do texto do problema.

As dificuldades de entendimento de um problema em Matemática, ou em outras áreas de conhecimento, muitas vezes “não estão situadas no âmbito dos

¹ O termo *língua natural*, para Trask (2004, p. 172), é usado para distinguir as línguas faladas por seres humanos para a comunicação ordinária, daquelas que são linguagens formais construídas, como a linguagem matemática.

² O termo *língua materna*, ainda conforme Trask (2004, p. 172), refere-se à primeira língua aprendida por um indivíduo.

algoritmos, das fórmulas ou dos conceitos específicos dessas áreas, mas nas construções linguístico-discursivas dos enunciados dos problemas”, como dizem Azevedo e Rowell (2009, p. 228). Estas autoras ressaltam que podem ser “as dificuldades de nível lexical, sintático, semântico, textual e/ou discursivo que impedem os alunos de resolver adequadamente os problemas por não poderem recuperar sua unidade de sentido” (2009, p. 228).

Desde muito cedo as crianças são desafiadas a resolver diferentes tipos de problemas, ou seja, são colocadas frente a situações que necessitam de soluções, tais como as de vencer obstáculos de diferentes ordens, tomar decisões em jogos ou brincadeiras com seus pares ou atender a ordens de adultos.

O problema, como a tarefa de calcular uma ou várias quantidades desconhecidas, por certo, também já esteve presente em algum momento da vida das crianças, seja em brincadeiras, seja em situações da vida real. Elas, desde tenra idade, já desenvolvem uma variedade de estratégias de resolução de problemas com conceitos aritméticos. Criam-nas, geralmente, ao se verem diante de situações que envolvem números e exigem soluções. No entanto, nem sempre a escola leva esse fato em consideração; nela, as crianças tomam contato com uma Matemática formal, muitas vezes, apresentada como um conjunto de símbolos e regras que devem ser decorados e seguidos. Torna-se difícil, portanto, às crianças, o estabelecimento de relações entre a Matemática “aprendida” na escola e a que elas usam, com sucesso, no dia-a-dia, como mostram os estudos de Carraher *et al.* (1991).

Como indicam os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN), um dos objetivos do Ensino Fundamental é o de “que os alunos sejam capazes de questionar a realidade formulando problemas e tratando de resolvê-los” (PCN, 1998, p. 27). Na mesma perspectiva, um dos propósitos do terceiro ciclo, que corresponderia, na estrutura curricular atual, ao sexto ano do Ensino Fundamental, é o de que os alunos sejam capazes de “resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e, a partir delas, ampliar e construir novos significados para as operações aritméticas” (*op. cit.*, p. 64).

Assim, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão, ao “proporcionar a construção de estratégias, a comprovação e a justificativa de

resultados” (*op. cit.*, p. 27), no desenvolvimento da capacidade para resolver problemas, sejam eles dessa ou de qualquer outra área do conhecimento.

O ensino de Matemática não tem só a função evidente de propiciar o desenvolvimento de competências referentes ao manuseio das mais diversas habilidades³ matemáticas, mas também a preocupação de proporcionar o desenvolvimento de capacidades como “comunicação, argumentação e validação de processos” (PCN, 1998, p. 56), que necessitam, por sua vez, das habilidades de interpretação e expressão (escrita e falada).

Aprender a resolver problemas de Matemática na escola é deparar-se com um mundo de conceitos que envolvem leitura e compreensão, tanto da língua materna como da linguagem matemática. Oportunizar ao aluno a compreensão do enunciado de problemas o auxiliará não só a resolvê-los como também a ampliar o estabelecimento de inferências e conexões lógicas.

Estaria na compreensão do texto (oral ou escrito) de um problema uma das maiores dificuldades para resolvê-lo? Buscar itens no estudo da Linguística⁴ para entender e fazer entender a linguagem matemática, tornando possível a leitura e escrita de enunciados de problemas aritméticos, talvez seja um dos caminhos para auxiliar o aluno na aprendizagem de Matemática, além, certamente, da otimização de tal aprendizagem pelo professor.

A literatura científica tem vários estudos, separadamente, sobre as dificuldades em leitura ou sobre compreensão leitora, de acordo com Borba (2005), Ramos (2005), Ramos (2006) e Valente (2009); ou sobre as dificuldades em resolução de problemas, como Justo (2004), Moura (2007) e Pagliarini (2007). Poucos, entretanto, são os trabalhos que aproximam essas duas áreas do conhecimento, como o fazem Albuquerque (2007), Menegat (2007), Costa (2007) e Azevedo e Rowell (2009). Ainda há uma carência de investigações sobre as contribuições dos estudos linguísticos, em especial os da Linguística do Texto e os das teorias da enunciação e do discurso, para a compreensão leitora de problemas matemáticos, mais especificamente os de aritmética.

³ No âmbito deste trabalho, consideram-se competências como ações e operações utilizadas para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas; já o termo habilidades, refere-se ao plano imediato do “saber fazer”, decorrentes de competências adquiridas (INEP, 1999, p. 7).

⁴ Para Culioli (*apud* FLORES *et al.*, 2009, p. 154), Linguística “é a ciência que tem por objeto a linguagem apreendida através da diversidade das línguas naturais”.

Os conteúdos de Matemática e seu ensino na quinta série/sexto ano do Ensino Fundamental, os objetivos desse componente curricular em tal período, e as dificuldades encontradas para atingir esses objetivos levam a pensar que é possível estabelecer aproximações entre os estudos linguísticos e aqueles sobre a linguagem matemática.

Neste trabalho, restringe-se tal aproximação à compreensão de enunciados de problemas aritméticos. A não compreensão do enunciado de problemas pode comprometer a conversão do conteúdo deles para a linguagem matemática e o conseqüente processo de resolução.

Diante desse contexto, procurou-se, nesta pesquisa, responder à questão: *Como os mecanismos coesivos interferem na compreensão leitora dos enunciados que se constituem em problemas de Aritmética?* Para chegar a possíveis respostas, buscaram-se mecanismos coesivos presentes em enunciados de problemas de Aritmética utilizados na quinta série/sexto ano do Ensino Fundamental e a possível interferência desses mecanismos na compreensão leitora dos problemas.

Acredita-se que os resultados desta pesquisa possam: (a) provocar novas percepções e renovações do pensar de quem cria os enunciados de problemas aritméticos escolares, no que diz respeito à sua construção textual; e (b) auxiliar o professor que atua no ensino de Matemática a problematizar enunciados de problemas quanto aos fatores linguísticos que podem otimizar a compreensão do aluno sobre o enunciado dos problemas.

Esta dissertação traz, no segundo capítulo, a fundamentação teórica relativa a *problemas aritméticos, compreensão leitora e mecanismos coesivos*.

O terceiro capítulo, com o título *Método de investigação*, apresenta o delineamento da pesquisa realizada com a descrição do método utilizado. Descrevem-se os critérios utilizados para a constituição do *corpus* (quanto à seleção dos livros didáticos, dos problemas, das escolas e do nível de escolaridade) e, em seguida, apresenta-se a tabulação dos dados: o que escreveram os alunos em cada um dos espaços lacunados dos problemas apresentados no instrumento de construção dos dados.

Ainda no terceiro capítulo, no item *Análise e discussão dos resultados*, apresenta-se considerações sobre as possíveis interferências dos mecanismos

coesivos presentes nos enunciados de problemas de Aritmética na compreensão leitora destes e no decorrente processo de resolução, à luz da literatura revisada.

O último capítulo traz as considerações finais sobre a investigação realizada e indicações de pesquisas que podem derivar desta.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na busca por entender como os mecanismos coesivos interferem na compreensão leitora dos enunciados que se constituem problemas de Aritmética, tornou-se necessário refletir sobre: problemas matemáticos, em específico os de Aritmética, mecanismos coesivos e compreensão leitora.

2.1 Problemas aritméticos

“Não tenho problemas. Eles não existem. Se há solução, o problema não existe. Se não há, solucionado está!”
(ADALÍRIA)⁵

A concepção de *problema*, de forma geral, é subjetiva e dramática; denota um impasse. Geralmente, a referência a um problema traz consigo as noções de *dificuldade*, *perigo*, *conflito* ou de algo que necessita de uma ação para ser resolvido. O que é *problema* para uma pessoa, pode não o ser para outra, pois o que é impasse para uma pode não ser para outra.

Problema pode não existir, como argumenta a pessoa citada na epígrafe, pois, se o impasse tem solução, o problema deixa de existir, e, se não a tem, é insolúvel. Esta fala remete ao senso comum em que *problema* está relacionado à *solução*. Também é próprio do senso comum, ao se falar em Matemática, remeter-se à resolução de problemas.

A palavra *problema* já é, em si, na sua grafia, uma dificuldade da Língua Portuguesa. Ouve-se ou lê-se frequentemente em *blogs*, ferramenta de interação e comunicação muito utilizada atualmente, *pobrema*, *poblema*, ou *probrema*. Basta entrar em um *site* de busca para encontrar letras de música, nome de peças de teatro ou conversas sobre *pobrema*.

⁵ Uma das máximas na filosofia de vida da mãe da autora deste texto.

Conta o anedotário popular que *pobrema* é o que precisa ser enfrentado no dia a dia nas relações sociais, é aquilo que vem de dentro de cada um, e que *poblema* é o de Matemática (BRANDÃO, 2003, p. 47). Assim, parece que falar em Matemática remete a pensar em problemas e em um tipo específico deles, o problema matemático, que merece ter uma palavra própria diferente da que designa os problemas em geral.

A necessidade de quantificar, contar, medir ou de representar essas ações levou o homem a criar o *número* e a desenvolver competências para, por meio dos números, resolver, primeiramente, problemas de seu cotidiano. A reunião destes problemas no decorrer da história denomina-se, hoje, *Aritmética* ou *Teoria dos Números*.

Aritmética é uma parte da Matemática aprendida e ensinada hoje em quase todo o mundo, em qualquer contexto escolar ou extraescolar. Aprender e ensinar Aritmética são assuntos discutidos mundialmente por especialistas educacionais, ora com ênfase em um, ora em outro desses processos, mas, na maioria das vezes, com imbricações entre eles. No decorrer dos anos, o ensino e a aprendizagem da Aritmética foram tratados sob vários enfoques, conforme as teorias educacionais vigentes, entre eles o da *resolução de problemas* e o da *problematização*. Esses temas serão retomados no item 2.1.2 deste texto.

A palavra *problema* tem origem no latim *problēma*, *ātis*, com sentido semelhante ao de *problēma*, em grego,

[...] saliente, cabo, promontório, cúspide; o que se tem diante de si, obstáculo; proteção, armadura, abrigo; o que é proposto, tarefa, questão, assunto controverso”, de *probállō*, “lançar, dar o sinal; precipitar, impedir, arrastar; colocar diante; arremeter, começar uma luta; lançar em rosto, repreender; propor uma pergunta, questão etc.⁶

Pelas possibilidades dadas pela origem da palavra, *problema* tem sido estudado e usado correntemente em diversas áreas do conhecimento como *questão*, *exercício* ou *obstáculo*. Fala-se, ademais, em *problema filosófico*,

⁶ Cf. dicionário Houaiss on line, acesso em 30 de junho de 2009.

pedagógico, psicológico, social, em problema de pesquisa, em ser um problema, em ter problemas.

Ter um problema é estar em uma situação adversa, é estar pressionado a tomar uma atitude ou decisão; *ser um problema* é estar na condição de obstáculo ou provocar uma situação desagradável para alguém ou para um grupo. “A essência do problema é a necessidade”, diz Saviani (2000, p. 14), necessidade de superar um obstáculo, de responder a uma questão, de compreender a própria existência, ou mesmo a necessidade de sobreviver.

Um problema pode ser qualquer questão que dê margem à hesitação ou à perplexidade pela dificuldade de explicação ou de resolução. Sendo assim, pode constituir-se, em alguns casos, num conflito afetivo que afeta o equilíbrio psicológico de um indivíduo ou de um grupo.

Pode-se, ainda, pensar em *problema* como sendo a essência de algo: o problema da pesquisa, o problema da Filosofia, da Pedagogia, da Matemática, etc. Mesmo considerado como o fundamento de algo, *problema* refere-se a questões que se quer desvendar: ou a *do quê* determinada área do conhecimento se ocupa, ou ao *o quê* se quer explicar. Em suma, *problema* está ligado a *necessidade*, a *questionamento*, a algo que precisa ser esclarecido.

Já dizia Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.):

Com efeito, nenhum homem sensato formularia como proposição aquilo que não constitui opinião de ninguém, nem como problema aquilo que é evidente para todos ou para a maioria, pois se este último não suscita questionamento algum, o primeiro não seria aceito por ninguém (*apud* PEREIRA, 2005, p. 357).

Ao se referir a *problema dialético*, na citação acima, Aristóteles o define como “um tema de investigação que contribui para a escolha ou rejeição de alguma coisa” (1973, p. 19). Se não há o que suscite opiniões ou questionamentos, não há problema.

A necessidade de alcançar um objetivo leva à formulação de um problema. O objetivo pode ser o de conhecer, explicar, interpretar ou compreender a realidade. Os problemas surgem quando o indivíduo se depara com o desconhecido, quando

aparece a dúvida ou o conflito entre o conhecimento prévio e as questões a que esse conhecimento não responde, mas que necessitam de uma resposta. “Assim, uma questão, em si, não caracteriza o problema, nem mesmo aquela cuja resposta é desconhecida; mas uma questão cuja resposta se desconhece e se necessita conhecer, eis aí um problema” (SAVIANI, 2000, p. 14).

A palavra *questão* vem do latim *quaestio (quaestionis)*, que significa, entre outras coisas, *busca, procura* ou *investigação* (BORBA, 2004, p. 1158). Os problemas podem ou não ser investigados; já as questões fazem referência direta a investigações. Em outras palavras, *problematizar* é apresentar as controvérsias existentes entre as opiniões de aceitação geral, enquanto *questionar* é inquirir de forma investigativa. O problema precisa de uma solução, ao passo que uma questão exige um aprofundamento do posto, do inquirido. Aristóteles (*apud* MORA, 2001a, p. 2337) diz que um problema é uma questão que deve ser aclarada ou resolvida.

Problema, como uma situação que constitui o ponto de partida para uma indagação, também foi pensado por Dewey (1939). Segundo esse autor, a situação torna-se problemática no próprio processo em que o indivíduo se submete à indagação. Nesse sentido, *problema* e *problematização* se confundem.

Definir o que se entende por *problema*, então, pode dar lugar a várias interpretações, desde as que se encontram em dicionários, como “qualquer questão que dá margem à hesitação ou complexidade, por difícil de explicar”⁷, até as usadas em pesquisas recentes nas quais “um problema não é [...] um exercício de familiarização, é um desequilíbrio, uma ruptura” (CATELLI, 1999, p. 154).

Buscar as acepções da palavra *problema* em diversos contextos é tentar trazer à tona as possíveis significações que seu uso implica em cada contexto, principalmente neste trabalho, no contexto do ensino de Matemática.

Segundo Proclo⁸, a noção de *problema* adveio da Matemática, que o distinguiu da noção de *teorema*. *Teorema* foi um termo introduzido por Euclides⁹, por volta de 300 a.C., para significar *afirmação que pode ser provada*, distinguindo tal situação de *problema*. *Problema*, para Euclides, diz respeito a algo que parte de uma observação imbuída de algum conhecimento prévio na tentativa de conceber algo

⁷ Cf. dicionário Houaiss on line, acesso em 30 de junho de 2009.

⁸ Proclo (410 - 485) foi um filósofo neoplatônico.

⁹ Euclides (360 a.C.-295 a.C.) foi um professor e matemático platônico que sistematizou conhecimentos matemáticos em treze livros.

ainda desconhecido. Essa distinção é apresentada no texto de Campos (1735, p. 313), baseada em estudos de Euclides: “*as proposições geométricas são em duas diferenças: ensinão a construir algumas figuras ou demonstrão as propriedades das já formadas: as primeiras se chamão-se Problemas e as segundas Theoremas*”¹⁰. Por essa concepção, os *teoremas* demonstram, os *problemas* ensinam a construir.

O que vem a ser, então, um *problema matemático*? Para Silveira (2001, p. 3), “um problema matemático é toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado”. Nesse sentido, um *problema matemático* pode ser definido como uma situação que requer uma solução ou uma demonstração que não estão disponíveis de início, mas que são possíveis de construção, como explicitam os PCN (1998, p. 41).

Os termos *problema* e *resolução de problemas* estão bastante presentes no dia-a-dia dos indivíduos, principalmente daqueles que trabalham com Matemática, mas, nem sempre, seus usos vêm acompanhados de um consciente posicionamento sobre o seu significado.

A pesquisa de Thompson (1989, p. 105-127) e de Pagliarini (2007, p. 65-89) traz indicativos de que há dificuldades, por parte dos professores e dos acadêmicos de licenciatura em Matemática, de discernir *exercício* de *problema*. *Exercício* é um recurso para praticar algo já conhecido; *problema* envolve um processo de reflexão e tomada de decisões. Esse discernimento pode ser um fator decisório de planejamento da prática pedagógica. Dependendo dos objetivos dessa prática, o professor optará por *problemas* ou *exercícios*.

O *problema matemático* pode ser usado como o desencadeador de uma determinada atividade para o desenvolvimento de conteúdos específicos. O *exercício* é usado para o treino de técnicas e da aplicação de regras necessárias para a apreensão de algum algoritmo.

Pode ocorrer de o professor, desde a sua perspectiva, estar propondo um problema, que, para o aluno, não passa de um exercício. A distinção entre *problema* e *exercício*, bem como suas classificações se fazem necessárias neste momento.

¹⁰ Cópia do original, respeitando a escrita da época.

Problemas e exercícios estão quase sempre presentes nas diferentes propostas de atividade para o ensino de Matemática, mas, muitas vezes, não se tem clara a diferença entre eles e nem qual a relação dessas atividades com os diversos processos de desenvolvimento de um pensamento matemático.

A palavra *exercício* tem na sua origem a ideia de *obra, elaboração*. *Exercitar* pressupõe *repetir* ou *executar alguma prática com regularidade*. *Exercício* “é uma atividade efetuada ou praticada com o fim de desenvolver ou melhorar uma capacidade ou habilidade”, conforme Borba (2004, p. 576). Como exemplo, têm-se as famosas listas de exercícios que requerem a aplicação de algoritmos ou fórmulas conhecidas em situações que se assemelham.

O exercício difere do problema, no contexto escolar, devido ao fato de o primeiro não exigir o estabelecimento de relações entre o conhecido e o que se quer conhecer. Como explicita Onuchic (1999, p. 215), *problema* “[...] é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. E esclarece que “o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória [...]”.

A distinção entre *problema* e *exercício*, entretanto, não é consensual e, por vezes, chega a ser muito tênue. Dante (1994) classifica *exercício* como um tipo de problema. Para ele (1994, p. 09), *problema* é “qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”, e *problema matemático* é “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-lo”. Como um *exercício* satisfaz esta definição, então, para esse autor, *exercício* é um tipo de problema que tem por objetivo possibilitar o reconhecimento dos conceitos ou o uso dos algoritmos já estudados.

O fato de que o ensino de Matemática, na maioria das propostas, “tem se baseado mais na solução de exercícios de caráter sintático do que de verdadeiros problemas matemáticos”, como diz Echeverría (1998, p. 63), mostra uma necessidade de reflexão sobre *problema* e *exercício*.

Os exercícios permitem “consolidar habilidades instrumentais básicas” para a resolução de problemas, como afirmam Pozo e Echeverría (1998, p. 17). Um problema repetidamente resolvido acaba por tornar-se um exercício e pode promover o desenvolvimento de estratégias e técnicas passíveis de serem utilizadas na resolução de um novo problema.

No âmbito deste trabalho – por se tratar de uma análise linguística de enunciados de problemas aritméticos escritos e por assim serem denominados nos manuais didáticos de onde foram extraídos – não foi feita a distinção *problema/exercício*. Foi considerado *problema matemático* uma questão que pressupõe a busca de solução, envolvendo, especificamente aqui, objetos de estudo da Aritmética.

No intuito de analisar e propor procedimentos para o ensino e a aprendizagem de problemas matemáticos, autores como Dante (1994) e Pozo e Crespo (1998) contribuem com suas pesquisas, procurando classifica-los.

Dante (1994) propõe uma classificação de problemas em seis grupos: (a) exercícios de reconhecimento; (b) exercícios de algoritmo; (c) problemas-padrão; (d) problemas-processo ou heurísticos; (e) problemas de quebra-cabeça; e (f) problemas de aplicação ou situações-problema. Vale lembrar que esse autor não diferencia *problema* de *exercício* e considera este último como um tipo do primeiro.

Os *problemas* considerados *exercícios*, tanto de *reconhecimento* como de *algoritmos*, são aqueles que solicitam somente o reconhecimento de conceitos ou de um fato específico ou, ainda, o uso de algoritmos já vistos, com o objetivo maior de desenvolver habilidades na execução de procedimentos ou no reforço de conhecimentos anteriores.

Nos *problemas-padrão*, o próprio texto já conduz à solução, não havendo exigência de elaboração de estratégias. São exemplos desse tipo os problemas tradicionais vistos nos finais dos capítulos de livros didáticos. A tarefa básica, nessa situação, consiste em identificar as operações apropriadas para resolvê-los após transformar a linguagem usual em uma linguagem matemática adequada.

Diferentemente, nos *problemas-processo* ou *heurísticos*, o enunciado não conduz diretamente às operações a serem utilizadas para resolvê-los; faz-se necessário o estabelecimento de estratégias para isso. Em geral, os problemas-processo ou heurísticos não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos. A finalidade maior de propor tais problemas é a de aguçar a curiosidade do aluno possibilitando-lhe tomar iniciativas e desenvolver seu espírito explorador.

Os problemas tipo *quebra-cabeças* constituem-se desafios que não trazem em seus enunciados pistas explícitas para a solução, pois, quase sempre, não

pressupõem o uso de algoritmos de operações matemáticas, dependem mais da facilidade de percepção de algum truque ou de alguma regularidade que precisa ser descoberta.

Os *problemas de aplicação* ou *situações-problema* procuram “matematizar” uma situação real. Exigem, para sua solução, o uso da linguagem e de operações matemáticas; geralmente, retratam situações cotidianas nas quais os dados podem ser organizados em esquemas, tabelas ou gráficos e relacionados entre si por meio de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos. Esses problemas podem ser apresentados “em forma de projetos e desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas do conhecimento que não a Matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse”, diz Dante (1994, p. 18).

A classificação de problemas proposta por Dante (1994) pode favorecer o planejamento das aulas. Os *problemas-exercício* e os *problemas-padrão* são mais usados na aplicação de conteúdos pré-estudados. Os *quebra-cabeças* dificilmente têm objetivos bem definidos no contexto escolar; normalmente, servem para descontrair ou tornar as aulas “mais agradáveis”. Já os *problemas de aplicação* (ou as *situações-problema*) podem ser usados como um meio para ensinar Matemática.

Pode-se dizer que há uma aproximação entre os *problemas de aplicação* ou *situações-problema*, propostos por Dante (1994), e os *problemas escolares*, propostos por Pozo e Crespo (1998). *Problemas escolares*, para estes autores (*op. cit.*, p. 78), são os que se fazem presente na escola e pressupõem análise e interpretação de situações por meio de modelos conceituais das ciências. São problemas que servem “também para compreender e responder melhor às perguntas que possam ser propostas a respeito do funcionamento cotidiano da natureza e da tecnologia”.

Os problemas, para Pozo e Crespo (1998, p. 7), classificam-se em três tipos: *problema escolar*, *problema científico* e *problema cotidiano*.

O *problema cotidiano* é toda aquela situação do dia a dia que requer uma solução, ao passo que o *problema científico* é aquele cuja solução está “baseada fundamentalmente na formulação de hipóteses derivadas de modelos teóricos, na experimentação e nas medidas quantitativas” (*op. cit.*, p. 72). O *problema escolar*, por sua vez, estaria entre os dois primeiros tipos de problema e seu objetivo consiste em “gerar conceitos, procedimentos e atitudes próprios da ciência” (*op. cit.*, p. 78).

Os *problemas escolares* podem auxiliar na formação de uma cultura científica que permita compreender “[...] os envolvimento que os avanços do conhecimento científico e tecnológico têm para a vida social do cidadão comum” (*op. cit.*, p. 67).

Um *problema cotidiano* costuma estar mais orientado para a necessidade de resolvê-lo do que para a explicação de suas razões ou para a compreensão dos princípios que o definem. O *problema científico* tem por finalidade a compreensão das razões de sua ocorrência. Já, o *problema escolar* poderia ser considerado a “ponte” entre o *cotidiano* e o *científico*, pois, partindo do conhecimento dos alunos e de seus problemas, poderiam ser propostos com a finalidade de favorecer a formação de hábitos e/ou de estratégias de resolução de problemas.

Em resumo, segundo o que propõem Pozo e Crespo (1998, p. 70), os alunos com um problema do cotidiano, preocupados em ter sucesso em uma determinada atividade, poderiam chegar à compreensão das razões de tal sucesso, atribuindo significado teórico à resolução da situação, significado esse que poderia ser generalizado como princípio a ser utilizado em outras situações mais ou menos semelhantes.

Dentre os problemas escolares, os mais comumente utilizados são os que Pozo e Crespo (1998, p. 80) chamam de *problemas quantitativos*, cuja resolução baseia-se fundamentalmente em cálculos matemáticos. Os enunciados desses problemas restringem o cenário de tal forma que sua resolução requer modos mais ou menos pré-estabelecidos, sendo, por isso, caracterizados pelos autores como problemas *fechados*. Algumas palavras dos enunciados desses problemas permitem transformar a linguagem usual em linguagem matemática, ou seja, permitem deduzir que operações devem ser feitas para encontrar a resposta considerada certa.

Os problemas *quantitativos*, de Pozo e Crespo (1998, p. 80), são muito semelhantes ao que Dante (1994, p. 20) chamou de *problemas-padrão*.

Segundo o *Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental* □ Matemática (2008, p. 10), esse tipo de problema pode ser designado *problema convencional*, do *livro didático*, *rotineiro* ou *trivial*. Para esse Programa, problemas desse tipo são considerados um “não-problema”, caracterizando-se como exercícios de aplicação de algoritmos ou fórmulas ou de fixação de técnicas e regras.

Por outro lado, pouco utilizados em sala de aula são os problemas chamados, por Pozo e Crespo (1998, p. 86), de *abertos*, aqueles que, bastante amplos, dão margem a várias interpretações e formas de resolução; são úteis, por exemplo, para desenvolver as habilidades de interpretação e análise crítica de informações.

Uma alternativa intermediária são os problemas *semiabertos* em que são dadas informações que restringem o problema a um cenário específico, mas, ao mesmo tempo, permitem que os próprios alunos incorporem ideias e estratégias com as quais seja possível definir e resolver a questão proposta. Um problema *semiaberto*, para Pozo e Crespo (1998, p. 87), contém informações que auxiliam “o aluno a concentrar-se na tarefa prevista, mas confrontando-o, ainda, com uma tarefa aberta e não com um simples exercício”.

As classificações elencadas podem ser usadas, de um modo geral, para problemas matemáticos e, especificamente, para problemas aritméticos.

A definição atual de *Aritmética* encontra-se na enciclopédia de Matemática, segundo Newman (*apud* TELES, 2004, p. 02), como sendo a “parte da Matemática” que trata de cálculos. É dividida em *Aritmética comum*, cálculo com números definidos, e *Aritmética literal*, cálculo com números representados por letras (cálculo algébrico).

O estudo da Aritmética sempre esteve presente nas civilizações, como afirma Cambi (1999). Os filósofos da antiguidade também se ocuparam em estudar Matemática, até porque eram eles que refletiam sobre todos os setores da indagação humana. Entre os gregos, Pitágoras (570 - 497 a.C.) foi o primeiro a escrever sobre a disciplina do número e, depois, Nicômaco (60-120 d.C.) ampliou esse trabalho que, entre os latinos, foi traduzido, primeiro, por Apuleio (125-180 d.C.) e, depois, por Boécio (475 -524 d.C.)¹¹.

A *Aritmética* de que se está tratando neste trabalho e cujo ensino faz parte, atualmente, da escolaridade básica, é a Aritmética elementar ou comum, que será denominada doravante simplesmente *Aritmética*. Esta, então, é a parte da Matemática que trata dos aspectos externos dos sistemas de representação de números (como o sistema de numeração decimal) e algoritmos para implementação

¹¹ As datas podem não ser exatas. Servem, neste texto, apenas para situar aproximadamente os fatos.

das operações fundamentais. Essas operações são as aditivas (adição e subtração) e as multiplicativas (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).

Assim, a Aritmética¹² se ocupa de quantificar e propor soluções a problemas que envolvem cálculos numéricos, ou seja, problemas matemáticos específicos que, neste trabalho, são os denominados *problemas aritméticos*.

2.1.1 Solução de problemas

Partindo do pressuposto de que um sujeito está diante de um *problema* quando tem uma questão para resolver ou quando quer ter uma resposta para essa questão, pode-se afirmar que falar em *problema* é falar também em *resolução*, em *solução*. *Solução* implica tomada de decisões, requer esclarecimentos, desvelamentos, descobrir uma saída frente a uma situação que assim o exige, segundo afirma Borba (2004, p. 1303).

Encontrar a solução de um problema exige uma série de operações cognitivas como a obtenção das informações sobre a situação proposta, a compreensão dessa situação e a construção de estratégias capazes de viabilizá-la. Essas operações pressupõem conhecimentos prévios¹³ e uma situação a ser questionada. Geralmente, a situação apresentada em um problema aparece em forma de enunciado, permitindo que as ideias sobre a solução sejam antecipadas. A sistematização dessas ideias gera raciocínios que permitem responder às questões do problema. Polya (1944) pesquisou em vários ramos da Matemática, mas sua maior contribuição está relacionada à resolução de problemas matemáticos. Segundo esse autor (1978, p. 02), “resolver problemas é uma tarefa específica da inteligência” e pode ser considerada “como a atividade mais característica do gênero humano”.

Considerando a Matemática uma “ciência observacional” na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental, Polya (1944)

¹² A história da origem do número, a origem da Aritmética e a Aritmética na Antiguidade estão resumidas no Anexo I.

¹³ Entende-se por conhecimento prévio o conhecimento [...] “que cada sujeito possui e que adquiriu ao longo de sua vida”, conforme Pozo e Crespo (1998, p. 87).

formulou uma teoria com o uso do raciocínio heurístico para a resolução de problemas matemáticos.

Segundo Polya (1978, p. 132), raciocínio heurístico é aquele que o indivíduo mobiliza para a formulação de hipóteses e conjecturas frente a uma situação, tendo como suporte todo o seu capital acumulado de saberes. É o raciocínio “que não se considera final e rigoroso, mas apenas provisório e plausível”; que vai se refazendo na medida em que avança o exame do problema. As previsões do que deve ser feito para solucionar um problema vão se clareando a partir de estimativas mais ou menos plausíveis.

A partir das ideias desse autor, pode-se fazer um resumo dos quatro etapas por ele propostos para a resolução de problemas: compreensão, estabelecimento de um plano de resolução, execução desse plano e retomada do problema inicial (POLYA, 1978, p. 3-13). Essas etapas não são rígidas ou inflexíveis, servem apenas para guiar o processo de resolução, uma vez que este é muito mais amplo e rico.

Na primeira etapa do processo de resolução de um problema, deve-se compreender o que sugere o problema, selecionar os dados relevantes nele contidos, verificar o que está sendo perguntado e o que precisa ser resolvido. Na etapa seguinte, o autor diz que há a necessidade de se fazer, mentalmente ou por escrito, a conexão teoria-prática-problema (a teoria, como conhecimentos matemáticos aprendidos anteriormente, conhecimentos prévios; a prática, como conhecimentos obtidos das vivências diárias). Dessa conexão podem resultar vários planos ou estratégias para a solução do problema. Em seguida, após escolha de um plano, deve-se executá-lo. Nesta etapa, torna-se importante o uso de material concreto para determinadas faixas etárias e, sem dúvida, a utilização da capacidade de calcular mentalmente. Por último, é preciso verificar se a solução encontrada corresponde ao que foi solicitado pelo enunciado ou pela pergunta do problema. É a essa etapa que Polya (1978) chama *retrospecto*.

Pode-se dizer que, a partir dos estudos citados acima, o professor deve auxiliar o aluno em todas as etapas, de modo ativo e investigativo, com o intuito de transformar as aulas num laboratório de Matemática em que os alunos, literalmente, “matematizem”. Assim, compete ao professor: (a) propor problemas de acordo com o desenvolvimento cognitivo e as vivências de seus alunos, auxiliando-os na compreensão dos enunciados desses problemas; (b) fomentar, por meio de

questionamentos, o trabalho de elaboração de planos de ação; (c) auxiliar os alunos na escolha e na execução de um plano de ação; e (d) subsidiar a verificação das respostas encontradas.

Ao examinar a solução encontrada pelo aluno, o professor deve problematizá-la, se é a mais adequada, se existem outras maneiras de se chegar à mesma solução. Dessa forma, há maior probabilidade de favorecer a análise e a compreensão de situações cotidianas e, com isso, atingir um dos objetivos do Ensino Fundamental, ou seja, o de que o aluno seja “capaz de questionar a realidade formulando problemas e tratando de resolvê-los” (PCN, 1997, p. 69).

Estudar as atitudes dos alunos no que diz respeito à resolução de problemas, oportunizar variados tipos de experiência de aprendizagem com situações fechadas e/ou abertas, incentivar a busca de regularidades, a formulação de conjecturas, estimular a argumentação e a comunicação de processos e resultados, certamente pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático.

2.1.2 *Problemas: enfoques metodológicos*

Os problemas matemáticos ocuparam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, dizem Stanic e Kilpatrick (1989, p. 1), mas a ideia da utilização pedagógica de problemas é recente.

A relação entre Matemática e resolução de problemas, considerada pela crença popular uma relação inerente, uma subentendendo a outra, nem sempre foi assim. Somente na década de setenta é que a resolução de problemas aparece como prioridade nas orientações oficiais das políticas de ensino de diversos países. Isso não quer dizer que, antes dessa data, *problemas* não fossem trabalhados nas escolas. O enfoque dado ao ensino de Matemática é que redimensionou o papel da resolução de problemas no decorrer da história, ora visto como um fim, ora usado em um método para desencadear conteúdos, ou ainda como ferramenta em outras áreas do conhecimento.

Antes do século XX, havia poucas discussões sobre o ensino de Matemática. Acreditava-se que a aprendizagem, de um modo geral, ancorava-se em explicações.

Quem “sabia” explicava para quem quisesse aprender. A resolução de problemas deveria ocorrer como a aplicação de princípios aprendidos pela explicação. Essa certeza chegou até o século XX.

No início desse século, a repetição, tendo como recurso a memorização de fatos básicos, foi considerada fundamental à aprendizagem de conhecimentos matemáticos. A solução de problemas era vista, por boa parte das abordagens de ensino de Matemática, como uma meta. Essa concepção de ensino, ainda hoje presente em muitas escolas, tinha como pressuposto que os conhecimentos matemáticos são “ensinados” unicamente para a resolução de exercícios ou de problemas. Partia-se da “teoria” para a consequente aplicação em problemas. A “teoria” consistia de definições de objetos matemáticos em língua materna ou em linguagem matemática.

Esse ensino, na maioria das vezes, reduzia-se à apresentação de exemplos, com descrições do “passo a passo” do processo de solução, geralmente no quadro-negro, em aula expositiva, dos mais simples aos mais complexos. Em seguida, a resolução de uma lista deles, semelhantes aos que o professor apresentou, era solicitada aos alunos, que deveriam, para cumprir a tarefa, aplicar os algoritmos “aprendidos”. Por exemplo, ao aluno eram propostos problemas de adição somente após o professor ter “ensinado” os conceitos e os algoritmos relativos a essa operação.

O conhecimento do aluno também era medido em termos de repetição, mediante a aplicação de testes em que, caso ele repetisse o que o professor havia explicado, concluía-se que havia aprendido.

Em meados do século XX, a orientação para o ensino de Matemática toma outro rumo. Transpor a Matemática estudada pelos matemáticos, com seu rigor de linguagem, para a Matemática escolar faz parte das discussões de vários pesquisadores. A “aprendizagem” passa a fazer parte das pesquisas; como o indivíduo aprende é uma questão que toma vulto especificamente na Psicologia e redimensionará as propostas de ensino. As “didáticas” ganham espaço, o “como ensinar” passa a ser discutido juntamente do “como se aprende”.

Nesse período, ao ser pensada “a escola para todos”¹⁴ e devido ao desenvolvimento da Psicologia Cognitiva¹⁵, emergem oposições ao formalismo do ensino de Matemática. A Didática de Matemática, que se ocupa do ensino e da aprendizagem dessa área de conhecimento, foi denominada também *Educação Matemática*¹⁶, ganhando o *status* de ciência (D’AMORE, 2005, p. 12). A Educação Matemática, segundo Iglioni (2008, p. 117), preocupa-se “com objetivos diversos, por exemplo, educar um futuro matemático ou ainda formar um cidadão para o qual a Matemática é um instrumento”.

De acordo com Fiorentini (1995, p. 05), historicamente, o saber matemático, “era privilégio de poucos e dos ‘bem dotados’ intelectual e economicamente” e estava vinculado a um estudo técnico, formal e a-histórico. Com o advento da Educação Matemática, vem à tona a discussão de “o quê”, “como” e “por quê” Matemática, com o objetivo de alargar o ensino e aprendizagem dessa disciplina. O pensamento estrategista é incentivado. Pensar o problema, fazer hipóteses e experimentar caminhos de resolução deveriam estar presentes no cotidiano escolar.

Assim, *problema* passa a ser um meio para a aprendizagem; a *resolução de problemas* começa a ser vista como um método de ensino, com forte influência de Dewey (1933) e de Polya (1944). Diferentemente dos métodos de ensino convencionais, que colocam *problemas de aplicação* após a introdução de conceitos, a *resolução de problemas* propõe o uso de problemas para desencadear e promover a aprendizagem da teoria.

O filósofo e pedagogo norte-americano Dewey (1933) propôs reflexões sobre projetos curriculares em geral; sua preocupação era com o desenvolvimento do “pensar”. Para Dewey (1998, p. 131), o pensar “é um processo de indignação, de observar as coisas, de investigação”, que ocorre quando “as coisas são incertas, duvidosas ou problemáticas”. Mais do que um modo de lidar com o mundo, a resolução de problemas, para esse autor, é a essência do pensamento humano.

¹⁴ O movimento mundial “escola para todos” origina-se em diversos países após a publicação da Declaração Universal dos Direitos Humanos (1948), com a preocupação de democratizar e humanizar a educação (SANTOS, 2001, p. 03).

¹⁵ Cf. Vesce (2008, p. 01), Psicologia Cognitiva é o ramo na psicologia que trata do modo como os indivíduos percebem, aprendem, lembram e representam as informações que a realidade fornece.

¹⁶ Cf. Iglioni (2008, p. 114), dois grandes momentos marcam a história do ensino no século XX: o ano de 1900 e os anos entre 1960-1970, nos quais acontece renovação profunda no ensino de Matemática e Física.

O matemático húngaro Polya (1944) estudou o trabalho de investigação dos matemáticos e propôs um ensino para resolução de problemas de todos os tipos, mesmo os que não fossem próprios da Matemática. Em seu livro mais famoso, *How to solve it* (1944), ele aconselha os professores a proporcionarem aos alunos investigações de problemas abertos e desafiantes.

Esses dois autores sugerem a resolução de poucos problemas, bem escolhidos, bem explorados, ao invés de carregar o aluno com procedimentos pré-determinados. As atividades propostas deveriam basear-se nas experiências dos alunos, sem preocupação inicial com regras e técnicas.

A interpretação limitada das publicações dos trabalhos citados e a ineficiência na formação continuada dos professores contribuíram para que essas “novas” ideias não fossem implementadas no fazer educativo formal. Quase sempre “a implantação de propostas inovadoras [...] esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho” (PCN, 1998, p. 22). A *resolução de problemas* continuou a ser um treinamento de técnicas operatórias com ênfase nos produtos e não nos processos de resolução.

No Brasil, como em outros países, concomitante a esses estudos, nos anos sessenta e setenta do século passado, o ensino de Matemática foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como *Matemática Moderna*. A ênfase do ensino de Matemática não seria mais a repetição de cálculos nem a resolução de problemas, mas a apreensão de uma estrutura apoiada em lógica, álgebra, topologia e ordem. É a fase em que a “teoria dos conjuntos” passa a integrar os programas escolares. O despreparo dos professores aliado à abstração e formalismo excessivos dos conteúdos não melhoraram os índices de aprovação escolar, pelo contrário, o fracasso escolar, tendo a Matemática como vilã, acentuou-se. Para Schoenfeld (*apud* HUETE e BRAVO, 2006, p. 117), “os alunos não só não conseguiram dominar a Matemática abstrata do novo plano de estudos, como tampouco conseguiram dominar as operações básicas”. Surge uma reação de retorno ao ensino de domínio de técnicas básicas.

Essa reação leva novamente à ênfase nos cálculos e a repetição volta a mover (se é que um dia deixou de fazê-lo) as aulas de Matemática. Era preciso saber fazer, não importava o “porquê”. A corrente tecnicista de ensino torna-se forte,

e a ênfase recai no desenvolvimento de técnicas que otimizam a racionalidade, a eficiência e a produtividade. Nesse contexto, segundo Luckesi (1994, p. 60-61), a escola organiza-se para o “processo de aquisição de habilidades e atitudes, conhecimentos específicos, úteis e necessários para que o indivíduo se integre na máquina do sistema social global”. O que predominava, nesse momento, era a transmissão e recepção de informações, a fim de formar indivíduos que respondessem às exigências da sociedade industrial e tecnológica em desenvolvimento.

A preocupação com as formas de ensinar leva o *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática)¹⁷ em 1980, a convidar interessados do mundo inteiro para, num esforço cooperativo, buscar “uma melhor Educação Matemática para todos”. Nesse sentido, é criado um documento com recomendações para o ensino de Matemática, chamado *Uma agenda para a ação* (NCTM, 1980). A recomendação número um é a que norteia todo o documento: “a Matemática deve ser organizada em torno da resolução de problemas” (NCTM, 1980, p. 1).

Apoiadas nas recomendações desse documento, ocorrem reformas curriculares no ensino de Matemática em muitos países. Também no Brasil, ao serem criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), foram levadas em consideração as indicações dessa *Agenda* para o ensino de Matemática.

Dezoito anos após a criação da *Agenda*, foram elaborados os PCN de Matemática (1998) para o primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental. Esses documentos ressaltam que, no Brasil, até no final da década de 90, “as orientações sobre a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda são bastante desconhecidas” (PCN, 1988, p. 22). Persiste a prática escolar de trabalhar a resolução de problemas, paralelamente, como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens. É recomendada, então, uma mudança dessa prática, para que o *problema* passe a ser o foco da Matemática escolar e não um fim em si mesmo. O enfoque do ensino e da aprendizagem

¹⁷ O *National Council of Teachers of Mathematics* (Conselho Nacional de Professores de Matemática) é fundado nos Estados Unidos em 1920, com a preocupação em Educação Matemática (ONUHC e ALEVATTO, 2009, p. 216-218).

centraliza-se nos procedimentos utilizados para se chegar a um resultado; resolver problemas deve resultar em aprendizagens matemáticas.

Tanto é assim que os PCNs trazem como um dos objetivos do ensino de Matemática (*op. cit.*, p. 47) a resolução de situações-problema e a construção, a partir delas, dos significados das operações fundamentais, buscando propiciar ao aprendiz o reconhecimento de que uma mesma operação pode estar relacionada a problemas diferentes e que um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações. Faz-se, portanto, necessário enfatizar que a *resolução de problemas* pode ser um caminho a ser trilhado para a qualificação do ensino de Matemática.

Nessa perspectiva metodológica, baseada na proposição e no enfrentamento de situações-problema, o desenvolvimento das “habilidades de verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em Matemática e nas áreas do conhecimento envolvidas nas situações propostas” é favorecido, conforme Smole e Diniz (2001, p. 95). O aluno, ao resolver situações-problema, deverá ser capaz não só de repetir ou refazer as tarefas propostas, mas também de ressignificar, em situações novas, as estratégias já utilizadas.

Assim, dentre as orientações metodológicas para o ensino de Matemática no Brasil, atualmente, a que prevalece é a *resolução de problemas*, na qual o *problema* é considerado uma situação que não possui solução evidente e resolvê-lo exige uma combinação de conhecimentos.

No decorrer da história do ensino de Matemática, vê-se que a expressão *resolução de problemas* aparece com diferentes sentidos e/ou funções. “Os *problemas* ocuparam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, mas a *resolução de problemas*, não”, dizem Stanic e Kilpatrick (1989, p. 01), acrescentando que o termo *resolução de problemas* transformou-se em um *slogan*, causando confusão sobre esse assunto.

Hoje, conforme esses autores, a “resolução de problemas está ligada a várias tradições diferentes nos campos da Psicologia, do currículo, e do ensino da Matemática” (*op. cit.*, 1989, p. 01).

Para esses autores (1989, p. 12-15), três temas gerais caracterizam o papel da resolução de problemas nos currículos escolares: (a) como *contexto*; (b) como *capacidade*; e (c) como *arte*.

Como *contexto*, a ideia é a de que a resolução de problemas seja um meio para atingir determinados fins: ensina-se a resolver problemas para justificar o valor da Matemática, como motivação para introduzir novos tópicos e como recreação para mostrar alguns usos matemáticos que servem ao entretenimento, ou, ainda, com o objetivo de praticar técnicas que reforcem capacidades e conceitos ensinados previamente.

A resolução de problemas é muitas vezes vista como “uma entre várias capacidades a serem ensinadas no currículo escolar” (*op. cit.*, 1989, p. 13). De acordo com esta visão, na medida em que o indivíduo resolve problemas matemáticos, desenvolve sua capacidade de resolver problemas do cotidiano.

Já, a visão da resolução de problemas como *arte* emergiu do trabalho de Polya (1944), que reviveu, no tempo atual, a ideia da heurística (a arte da descoberta).

Também para Mendonça (1993, p. 258), o termo *resolução de problemas* “tem um valor relativo, não absoluto, pois ele não expressa um significado bem definido”. Para essa autora, podem ser apresentadas três interpretações para a *resolução de problemas*: (a) como *um objetivo*, ensina-se Matemática para resolver problemas; (b) como *um processo*, é um meio para desenvolver o potencial heurístico do aluno; ou, ainda, (c) como *um ponto de partida*, usa-se um problema como um elemento que pode desencadear um processo de construção do conhecimento. Nessa última interpretação, a autora (1993, p. 19) trata a metodologia de *resolução de problemas* como uma ferramenta na metodologia de *problematização*, e esta como “extensão e aprimoramento” daquela.

Faz-se necessário, aqui, aprofundar a questão da *problematização*.

Conforme Borba (2004, p. 1124), o verbo *problematizar* significa “dar caráter ou feição de problema a uma questão, questionar”. *Problematizar*, então, é levantar dados acerca de uma dada situação, formular hipóteses e criar questões que necessitem de solução, ou seja, criar problemas.

O termo *problematização* é usado no ensino para caracterizar uma metodologia. A primeira referência a essa metodologia é o *Método do Arco*, de Maguerez (*apud* BORDENAVE e PEREIRA, 2001, p. 24), o qual propõe um ensino que parta de problemas da realidade observada pelo aluno. Na busca de soluções para tais problemas, a realidade é questionada, “o aluno passa de uma visão

sincrética ou global do problema, a uma visão analítica do mesmo – através de sua teorização – para chegar a uma síntese provisória, que equivale à compreensão do problema” (*op. cit.*, 2001, p. 24). Dessa compreensão nascem hipóteses de solução a serem testadas na realidade observada. Eis o motivo de o método ter sido denominado *arco*: parte-se da realidade e volta-se a ela.

Proporcionar ao aluno uma discussão sobre a realidade, numa postura conscientemente crítica diante de seus problemas e dos problemas de sua comunidade, foi o objetivo que fez emergir uma proposta educacional, pensada principalmente por Freire (1970, p. 43-78). A proposta de uma educação “problematizadora” ou “libertadora” vem em oposição à educação “bancária”¹⁸. A educação libertadora segue o recomendado pelo Método do Arco, ou seja, levantar problemas cujas problematizações levem à conscientização e resultem em ações sociais e políticas.

A metodologia chamada *problematização* é um desafio, tanto para professores como para alunos, pois os conteúdos são submetidos a questionamentos constantes, exigindo reestruturações dos seus conhecimentos no decorrer das atividades propostas. A problematização está sendo proposta em diversas áreas do conhecimento, como nos mostra Paviani (2008, p. 85). A autora propõe a problematização da temática de um texto como atividade pedagógica de “pré-leitura”. Nessa atividade, o professor se utiliza de perguntas norteadoras envolvendo formulação de hipóteses, previsões, possibilidades, entre outras habilidades de investigação, intervindo previamente na compreensão de um texto.

A *problematização* e a *aprendizagem baseada em problemas*¹⁹ são metodologias distintas para Berbel (1998, p. 137). Para a autora, a *problematização* é uma alternativa de ensino na qual “os problemas são extraídos da realidade pela observação realizada pelos alunos”. Já a *aprendizagem baseada em problemas*, é uma proposta curricular, visto que “os problemas de ensino são elaborados por uma equipe de especialistas para cobrir todos os conhecimentos essenciais do currículo”.

¹⁸ A educação libertadora busca desenvolver a consciência crítica daquilo de que os educandos já são portadores. O projeto final da educação libertadora é contribuir para que as pessoas sejam agentes de transformação do mundo, inserindo-se na História (FREIRE, 1970). Já, a educação bancária torna-se um ato de “depositar”, em que os educandos são os depositários, e o educador, o depositante. Presente na escola tradicional, essa educação preocupa-se em descrever a realidade que teria sido observada e interpretada por algum pesquisador habilitado (FREIRE, 1970).

¹⁹ Os termos *aprendizagem baseada em problemas* e *resolução de problemas* estão sendo tomados como sinônimos neste trabalho.

No que a autora chama de *metodologia de problematização*, os problemas são identificados pela observação de uma realidade, de diferentes ângulos, nos fatos concretos, e daí são extraídos os problemas. Já na “metodologia de resolução de problemas”, estes são elencados a partir de definições importantes relacionadas a determinados conteúdos, podendo ou não trazer em si a realidade do aluno (BERBEL 1998, p. 139). Tanto a *problematização* como a *resolução de problemas* podem ser estratégias de ensino para qualquer área de conhecimento.

O papel do problema matemático em um ensino baseado na estratégia de *problematização* é o de representar uma situação vivenciada ou observada com objetos matemáticos, sejam eles algébricos ou geométricos. Para Mendonça (1993, p. 07), “a problematização baseia-se em perguntas geradoras, em processos que levam, por meio da teorização, a modelos matemáticos”. A Matemática é usada como uma ferramenta na resolução de problemas que surgem da problematização de uma situação.

Na estratégia de *resolução de problemas*, os problemas são propostos como desafios para oportunizar a construção de conceitos pré-determinados. Por exemplo, preocupado com a construção do conceito de *adição*, o professor propõe situações-problema que envolvam as ideias presentes em tal operação, como ponto de partida de uma atividade. Ao pensar a resolução dos problemas propostos, o aluno desenvolve subconstructores dessa operação, como “juntar” ou “acrescentar”, e vai construindo o conceito de *adição*.

A resolução de problemas matemáticos pode ser um caminho para o ensino e a aprendizagem “na medida em que grande parte do conteúdo [...] trata da aprendizagem de habilidades, técnicas, algoritmos ou procedimentos heurísticos”, que podem ser usados na problematização de diversos contextos. Entretanto, constitui-se também “um objetivo de aprendizagem na medida em que não é possível aprender a solucionar problemas independentemente da aprendizagem de conceitos e conhecimentos da Matemática” (ECHEVERRÍA, 1998, p. 63).

Seja o *problema matemático* um fim ou um meio para desenvolver conceitos e algoritmos, ele está presente no cotidiano das aulas de Matemática. O entendimento sobre o seu papel no contexto escolar nem sempre está explícito para os professores, nem mesmo para os de Matemática, como cita Thompson (1989). O objetivo de trazer algumas polêmicas em relação a esse tema é o de tentar mostrar

os desafios que se impõem ao ensino de Matemática, também no que se refere ao tema *problemas*. Há, historicamente, um descompasso entre o que propõem as políticas educacionais para o ensino de Matemática e a efetivação dessas propostas.

Na atualidade, como já se viu, há orientações para que a *resolução de problemas* esteja presente nas aulas de Matemática. Assim, achou-se necessário trazer algumas considerações a esse respeito, pois diferentes concepções fundam diferentes propostas de ensino. Se, para o professor, não está claro o que isso significa e qual o papel do *problema matemático* no desenvolvimento de seu fazer pedagógico, as atividades propostas podem não ser entendidas pelos alunos.

De modo geral, as explicações dadas pelo professor sobre a não aprendizagem da resolução de problemas (como um fim, como um meio ou como um instrumento) são as de que “o aluno tem dificuldades de leitura”. Por isso, considera-se, neste trabalho, a *compreensão leitora* como uma variável interveniente na resolução satisfatória de um *problema matemático*.

Nesse sentido, no âmbito deste estudo, ao se referir o texto de um problema, usar-se-á o termo *texto-problema*. Ao se falar em *texto-problema*, estar-se-á fazendo menção ao texto propriamente dito do problema matemático, ao que comumente se chama *enunciado* do problema.

A expressão *enunciado de um problema matemático* será tratada neste trabalho como o resultado da enunciação do problema matemático, mais especificamente do *texto-problema* escrito. Ressalta-se que se considera *problema matemático* uma situação que requer a utilização de informações matemáticas, conhecidas ou desconhecidas, para a sua solução ou demonstração²⁰. O texto do problema que se está considerando refere-se à *situação-problema*. Assim, ao se falar em *compreensão leitora de um texto-problema*, estar-se-á referindo à compreensão de um texto verbal, escrito em língua natural, de um problema matemático.

Compreensão diz respeito a *entendimento*, a *atribuição de sentido*. A compreensão, de acordo com Smith (2003, p. 72), “é a possibilidade de se relacionar

²⁰ Nesta investigação, portanto, enunciado de um problema matemático não será tido como aquele que se utiliza somente da linguagem matemática como argumento de comprovação de teorias matemáticas ou teoremas.

o que quer que estejamos observando no mundo a nossa volta, ao conhecimento, intenções e expectativas que já possuímos em nossas cabeças”. A *compreensão leitora* é o resultado do ato da leitura de um texto verbal. Um texto verbal, para ser compreendido, depende de vários fatores, um deles é de sua coesão, e esta se constrói por meio dos chamados *mecanismos coesivos*. Assim sendo, passa-se a tratar da compreensão leitora e dos mecanismos coesivos que podem servir para otimizar esse processo.

2.2 Compreensão leitora

“Profe, o que tu quer dizer com três de quatro?”²¹

Na acepção mais comum do termo, *ler* refere-se à decifração do texto escrito, embora seja possível *ler* sinais não linguísticos. Compreender um texto escrito faz parte do ato de ler, do reconhecimento das palavras escritas e da reconstituição do sentido que possa ser extraído desse texto. Como diz Ramos (2005, p. 11), “a leitura é um ato do pensamento” e é “carregada de idéias que são estimuladas e dirigidas pela linguagem escrita”.

Tanto *texto* como *leitura* possuem diversas definições dependendo do enfoque dado ou do grau de generalidade com que se pretenda definir esses termos.

Texto é uma palavra oriunda do termo latino *texere*, cujo particípio passado *textus*, também usado como substantivo, significa “maneira de tecer”, ou “coisa tecida”, conforme Schütz (2009, p. 01). *Texto*, conforme Trask (2004, p. 291) é “uma porção contínua da língua falada ou escrita”.

Como afirma Marcuschi (2009, p. 22), as definições de *texto* podem ser classificadas a partir de critérios internos ao texto (abordagem linguística), ou de

²¹ Pergunta de uma aluna que frequentava a sexta série (hoje, sétimo ano) em 1991, à professora de Matemática, autora desta pesquisa.

critérios temáticos, considerando o *texto* uma unidade comunicativa (abordagem de uso).

Considerando critérios internos ao *texto*, Marcuschi (2009, p. 23-25) salienta as definições de *texto* de Harris e Bellert.

Para Harris (*apud* MARCUSCHI, 2009, p. 23), “um texto (discurso) compõe-se de uma sequência de expressões ou sentenças ligadas, podendo ir desde sentenças de uma só palavra até uma obra em vários volumes”. Já para Bellert (*apud* MARCUSCHI, 2009, p. 25), um texto é uma sequência de sentenças de modo que a interpretação semântica de cada sentença depende da interpretação das sentenças anteriores.

Marcuschi (2009, p. 23-30) critica essas definições, dizendo que, na primeira, não há uma definição explícita, mas “uma noção intuitiva de texto como sequência de morfemas ou sentenças ligadas de alguma forma num todo”, e a segunda definição “faz o texto ser uma sequência de sentenças adicionadas umas às outras”.

Considerando critérios mais amplos que os puramente linguísticos, há definições de *texto* que o consideram como uma “*unidade comunicativa* e não como uma simples unidade linguística” (MARCUSCHI, 2009, p. 26). Nessa abordagem, Marcuschi (2009) também destaca alguns autores, como Petöfi e Schmidt. Petöfi define *texto* como “uma sequência de itens linguísticos, escritos ou falados, organizada como um todo, com base em algum critério qualquer (geralmente extralinguístico)” (*apud* MARCUSCHI, 2009, p. 26). Schmidt (*apud* MARCUSCHI, 2009, p. 28) “evita a noção de frase e de coerência, introduzindo como essencial o elemento pragmático” e, nesse sentido, diz que “texto é qualquer expressão de um conjunto linguístico num ato de comunicação (no âmbito de um jogo-de-ação comunicativo), sendo tematicamente orientado e preenchendo uma função reconhecível”.

Nessa última abordagem, Koch (1997, p. 26) afirma que “o texto pode ser concebido como resultado parcial de uma atividade comunicativa, que compreende processos, operações e estratégias, que tem lugar na mente humana e que são postos em ação em situações concretas de interação social”.

Para Halliday e Hasan (*apud* FÁVERO e KOCH, 2008, p. 39), *texto* é uma “realização verbal entendida como uma organização de sentido, que tem o valor de uma mensagem completa e válida num contexto dado”. Salientam ainda os autores

que “o texto é uma unidade de língua em uso, unidade semântica”. *Texto*, aqui, não é entendido como um amontoado de segmentos com sentidos autônomos: as partes de um texto vão se articulando internamente para criar uma trama de sentido.

Para Fávero e Koch (2008, p. 26), *texto*, em sentido amplo, “designa toda e qualquer manifestação da capacidade textual do ser humano (quer se trate de um poema, quer de uma música, uma pintura, um filme, etc.), isto é, qualquer tipo de comunicação realizado através de um sistema de signos” (*op. cit.*, 2008, p. 26). No sentido estrito, *texto* “consiste em qualquer passagem falada ou escrita, que forma um todo significativo, independente de sua extensão”. Nesse sentido, *texto* é “uma amostra de comportamento lingüístico que pode ser escrito ou falado” (DUBOIS *et al.*, 2006, p. 586). Esse texto, que *pode ser escrito ou falado*, chama-se, neste trabalho, *texto verbal*, ou seja, o texto escrito ou oral que se constitui por palavras.

No que tange à leitura do texto verbal escrito, diz Orlandi (1999, p. 48) que “a leitura é o movimento crítico da constituição do texto, pois é o momento privilegiado do processo da interação verbal”: escreve-se algo para ser lido.

O processo de leitura pode, também, ser concebido de diversas maneiras, diz Leffa (1996, p. 09), dependendo ou do enfoque a ser dado (lingüístico, psicológico, social, etc.), ou do “grau de generalidade com que se pretende definir o termo”. Para esse autor (*op. cit.*, p. 09-24), pode-se considerar “uma definição geral de leitura”, duas “definições restritas” e, ainda, uma “definição conciliatória”.

A leitura, como definição geral, serve de base para as outras definições. Assim, conforme Leffa (1996, p. 10), em sentido amplo, a leitura não se processa só através de sinais lingüísticos, trata-se de uma ação do indivíduo que se processa no uso “de segmentos da realidade para chegar a outros segmentos”. Nessa concepção, tanto a palavra escrita como outros objetos podem ser lidos. Podem-se ler as nuvens, a alegria estampada no rosto de uma criança, uma obra de arte, uma foto, o movimento das andorinhas, enfim, como diz Freire (1988), pode-se ler o mundo.

Num sentido restrito, consoante Leffa (1996, p. 11-16), o processo de leitura pode ser definido como: (a) “extrair significado do texto”; e (b) “atribuir significado ao texto”. Na primeira definição, a compreensão é o resultado do ato da leitura e, nesse sentido, atribui-se mais importância ao texto, cabendo ao leitor subordinar-se a ele. Na segunda aceção, a compreensão é um processo que se desenvolve no

momento em que a leitura é realizada; ênfase, neste caso, está no leitor e nas estratégias usadas por ele para conferir significado ao texto.

Para o autor (*op. cit.*, 1996, p. 11-16), as duas definições apresentam uma série de limitações que advêm da fixação, em cada uma delas, em apenas um dos polos da leitura, isto é, ou no texto, ou no leitor. Além das contribuições do texto e do leitor, para compreender o ato da leitura, há ainda um elemento essencial a ser considerado, qual seja, o processo de interação entre o leitor e o texto. Assim, Leffa (1996, p. 17) propõe o que ele chama “definição conciliatória” de leitura: “ler é interagir com o texto”. Há nessa definição uma mescla das concepções anteriores, ou seja, o processo de leitura não apenas enfatiza as informações presentes no texto ou as informações que o leitor traz consigo como também a construção dos sentidos²² que ocorrem no processo de leitura.

A *leitura*, para Koch e Elias (2006, p. 9-37), também pode ser entendida sob três enfoques: (a) como uma atividade de captação das ideias do autor, portanto, o foco de atenção é o autor e suas intenções, cabendo ao leitor captar essas intenções; (b) como uma atividade que exige do leitor o foco no texto, em sua linearidade, cabendo-lhe o reconhecimento do sentido das palavras e das estruturas do texto; e (c) como uma atividade interativa altamente complexa de produção de sentidos, que se realiza com base nos elementos linguísticos presentes no texto e na sua forma de organização, mas que requer a mobilização de um vasto conjunto de saberes no interior do evento comunicativo.

A palavra *ler* vem do latim *legere* e, segundo Paulino (2001, p. 11), na sua origem encontram-se três significados: (a) *ler*, no sentido de *soletrar*, agrupar as letras em sílabas; (b) *ler* relacionado ao ato de *colher*, buscar sentidos que estão no interior do texto; e (c) *ler* como *roubar*, criar sentidos que, em princípio, estão ocultos.

O leitor eficiente, para Leffa (1996, p. 45), é “aquele capaz de avaliar a qualidade de sua própria compreensão”, e, de acordo com este autor (1996, p. 46), “a metacognição²³ [da leitura] trata do problema do monitoramento da compreensão feito pelo leitor durante o ato da leitura”. Para fazer esse monitoramento, o leitor

²² Por não ser relevante para a consecução dos objetivos desta investigação, não serão distinguidos aqui os conceitos de significado e sentido.

²³ Conforme Flavell (*apud* LEFFA, 1996, p. 47), metacognição refere-se ao conhecimento que se tem dos próprios processos ou produtos cognitivos e tudo que se relaciona a eles.

usará de estratégias que dependem de “componentes psicogenéticos (o desenvolvimento natural da capacidade de reflexão que deve acompanhar o crescimento do indivíduo) e componentes instrucionais (a ação específica da educação para intervir no desenvolvimento da reflexão)” (LEFFA, 1996, p. 45).

Além das estratégias metacognitivas, para a compreensão de um texto, há as estratégias cognitivas de leitura. Para Kleiman (2007, p. 50), as estratégias cognitivas da leitura são “aquelas automáticas, inconscientes que possibilitam a leitura rápida e eficiente” apoiadas no conhecimento de regras gramaticais e no conhecimento de vocabulário. Ressalta-se que se trata de inconsciência do processo, não do resultado, alerta Leffa (1996, p. 47).

As estratégias de leitura mais frequentes, conforme Pereira (2009, p. 47-49), são: (a) *skimming* – busca da ideia geral do texto; (b) *scanning* – leitura geral rápida, busca de alguma informação específica; (c) *seleção* – escolha e marcação de determinados segmentos com sublinhados, coloridos, etc; (d) *predição* – antecipação de informações com base nos conhecimentos prévios e nas pistas linguísticas; (e) *leitura detalhada* – leitura gradativa e minuciosa, com marcações e anotações; (f) *automonitoramento* – acompanhamento do próprio processo de leitura; (g) *autoavaliação* – verificação da pertinência das hipóteses formuladas; (h) *autocorreção* – alteração das hipóteses realizadas; e (i) *inferência* – dedução sobre proposições.

As estratégias de leitura auxiliam na compreensão leitora do texto. Compreender um texto “constitui a principal meta da leitura”, dizem Allende e Condemarín (2005, p. 111), e requer do leitor certas habilidades. A compreensão é um processo “que se desenvolve no momento em que a leitura é realizada”, com ênfase no “aspecto temporal e mutável do ato da leitura”, não na dimensão espacial e permanente do texto (LEFFA, 1996, p. 15).

O processo da leitura é decomposto por Allende e Condemarín (2005, p. 24) em operações parciais: a decodificação e a compreensão. A decodificação é a base inicial necessária para se chegar à compreensão; a decodificação se refere à capacidade do indivíduo de “reconhecer signos escritos e transformá-los em linguagem oral ou em outro sistema de signos”. A compreensão diz respeito à “captação do conteúdo ou sentido dos textos” (*op. cit.*, p. 26). Para esses autores,

toda leitura é compreensiva, e a decodificação faz parte desse processo. Porém, se o texto for só decodificado, não se pode dizer que foi efetivamente lido.

A compreensão leitora exige do leitor o processamento cognitivo de nível lexical, gramatical, semântico e representacional, conforme os estudos da psicologia cognitiva e as teorias do processamento textual. Ao ler, o indivíduo processa operações que permitem: (a) a decodificação, ou seja, o acesso às palavras (nível lexical); (b) a representação das relações entre as proposições que formam o texto (nível gramatical); (c) a identificação da estrutura de relações entre as ideias do texto, o reconhecimento das informações substanciais e acessórias (nível semântico); (d) a formação de um modelo ou representação situacional (RAMOS, 2006, p. 219).

A compreensão de um texto depende, em grande parte, das relações que o leitor estabelece entre seus conhecimentos e as informações que o texto traz, na reconstituição do sentido construído pelo autor. Essa reconstituição depende de conhecimentos em relação à língua, dos conteúdos abordados e de capacidades cognitivas de selecionar, processar e organizar informações.

A quantidade e a diversidade das representações guardadas na memória do leitor influenciam sua capacidade de estabelecer conexões necessárias à compreensão de um texto. Pode-se afirmar, então, que um mesmo texto lido por diferentes pessoas poderá ser compreendido de várias formas, ou ainda, que uma mesma pessoa pode ler o texto em tempos diferentes e ter níveis de compreensão diversos.

Para Madruga *et al.* (2006, p. 57-58), "*la representación que el sujeto construye en su mente no es ya una copia literal del texto, sino que es la esencia semántica o idea lo que se almacena y recuerda*". Ao ser lido, o texto é reestruturado nas representações mentais do leitor. Essas representações, segundo Bartlett (*apud* MADRUGA *et al.*, 2006, p. 57), resultam das interações dos itens que procedem do texto com aqueles recuperados pela memória, em um processo construtivo, possibilitando uma reorganização mental do texto, numa nova formulação coerente de conteúdo e carregada de sentidos.

Diferentes teorias têm descrito o processo de compreensão leitora como a construção de uma *estrutura*, conforme diz Madruga *et al.* (2006, p. 58). Nessas propostas, a estrutura mental de compreensão se constrói mediante a projeção da

informação entrante sobre a informação prévia armazenada. A partir desta primeira representação, estabelecem-se novas relações, criando novas estruturas. Nessa concepção, a compreensão leitora resulta, de acordo com vários autores, entre eles Kintsch (*apud* MADRUGA *et al.*, 2006, p. 59-61), da construção de uma estrutura que se faz em três níveis de representação: (a) da linguística superficial; (b) do texto base; e (c) do modelo situacional.

A representação linguística superficial é elaborada a partir das palavras e de outros itens das frases do texto, como a pontuação, num processo de reconhecimento que permite o avanço nos níveis da compreensão leitora. A representação do texto base é proposicional; especifica as relações semânticas entre as diferentes partes do texto. Trata-se da representação do texto em si mesmo.

A representação do modelo situacional corresponde à construção de um modelo mental²⁴ daquilo que é explicitamente mencionado ou inferencialmente sugerido no texto; as proposições constituídas pelas informações textuais se integram ao conhecimento prévio do leitor. O modelo situacional é uma representação mental que corresponde às elaborações do leitor, formadas a partir dos conhecimentos linguísticos, de suas experiências e de seu conhecimento de mundo.

As representações construídas em cada nível permitem o avanço para o nível seguinte, embora tais construções sejam muitas vezes parciais, conforme demonstram os estudos de Kintsch (*apud* MADRUGA *et al.*, 2006, p. 61). Essa concepção modular de construção permite dizer que cada nível é um objeto mental distinto, autônomo, que se constrói um sobre o outro mais simples, interativamente.

Para atingir o nível de representação do *modelo situacional*, o leitor envolve-se ativamente na leitura; faz uma “pesquisa” em sua memória buscando informações, relaciona-as semanticamente com as do texto, refletindo sobre a importância relativa dessas informações, selecionando-as. Essas relações são as que guiam o leitor para o que é relevante para ele, enquanto leitor, no momento da leitura, ativando o conhecimento necessário para a possível construção de novas aprendizagens ao integrar parte da nova informação adquirida na leitura ao que já

²⁴ Modelo mental, para Norman (1990, p. 257), é o modelo conceitual particular da maneira como um objeto funciona, como os eventos acontecem ou como as pessoas se comportam, que resulta da tendência do ser humano de dar explicações para as coisas. Esses modelos são essenciais para ajudar a entender experiências, prever reações e manipular ocorrências inesperadas.

conhecia sobre o assunto. Os diferentes graus de compreensão que se estabelecem entre o leitor e o texto dependem dos diferentes graus de representação que vão sendo elaborados durante a leitura, o que faz o ato de ler ser temporal e mutável.

Assim, a compreensão leitora não depende somente do material textual, mas também de quem o lê.

Há, para Allende e Condemarín (2005, p. 111-127), “um grande número de fatores muito complexos e inter-relacionados entre si” que interferem na compreensão leitora: fatores físicos, referenciais ou do conteúdo e linguísticos.

Os fatores físicos referem-se ao tamanho da letra, à textura do papel, aos recursos tipográficos, entre outros. Os fatores referenciais ou de conteúdo dizem respeito ao conhecimento e/ou aos interesses do leitor. Os fatores linguísticos oracionais e textuais relacionam-se à estrutura morfossintática²⁵ das orações do texto, ao uso de itens dêiticos, anafóricos, catafóricos e reprodutores, bem como aos itens interacionais.

Os itens dêiticos, anafóricos, catafóricos e reprodutores são os que servem para “mostrar ou reproduzir [...] itens já aparecidos ou prescritos” no texto (*op. cit.*, p. 131), como: *agora/depois, aqui/ali/aí, eu/tu/ele, este/esse/aquele*. Os itens interacionais são os que servem para “estabelecer diferentes tipos de ligações numa mesma oração e entre uma oração e outra”, como conjunções, preposições, advérbios ou, ainda, itens continuativos (*daí, a seguir, isto é, ou melhor, por exemplo, até, também, senão*, etc.) que permitem a coesão textual²⁶. Esses mesmos itens, denominados *conectores* por Antunes (2005), ampliam a sua função na coesão pela conexão, tanto entre termos de uma oração como entre períodos ou blocos de texto, e desempenham a função de sequenciar as diferentes partes do texto.

A coesão é de suma importância para que o texto não seja um amontoado de frases desconexas. Para isso não acontecer, cabe aos mecanismos coesivos estabelecer relações textuais que formem a tessitura do texto. A textualidade, “aquilo que faz com que um texto seja texto”, depende, em grande parte, das relações de

²⁵ Estrutura morfossintática é aquela composta, ao mesmo tempo, por combinações de palavras (morfológicas) e de frases (sintáticas). Consoante Trask (2004, p. 199-272), Morfologia e Sintaxe são dois ramos da Linguística; o primeiro estuda a estrutura da palavra; o segundo, a estrutura da sentença.

²⁶ Esses conceitos serão retomados no próximo item.

sentido estabelecidas entre um segmento e outro (FÁVERO e KOCH, 2008; KOCH e TRAVAGLIA, 2002).

Em todo o texto, segundo Koch e Travaglia (2002, p. 51), “deve haver retomadas de itens já enunciados e, ao mesmo tempo, acréscimo de informação” nova, o que permite construir a textualidade, que, portanto, se manifesta através dos mecanismos coesivos ou dos fatores de coesão.

Os itens coesivos, também chamados de *itens interacionais*, *elos coesivos*, *fatores de coesão* ou *conectores*, são agrupados, no decorrer deste trabalho, sob a denominação de *mecanismos coesivos*.

2.2.1 *Mecanismos coesivos*

Os mecanismos coesivos são dispositivos ou ferramentas da língua que possibilitam a coesão de um texto²⁷, conferindo maior legibilidade ao texto, pela explicitação das relações entre os itens linguísticos que o compõem, promovendo, então, a sequenciação de diferentes segmentos. Esses mecanismos estabelecem relações entre enunciados ou blocos de texto, como as de causa, consequência, tempo, concessão. “É por meio de mecanismos como estes que se vai tecendo o ‘tecido’ (tessitura) do texto. A este fenômeno é que se denomina coesão textual”, diz Koch (2007, p. 15). O texto, para ser coeso, precisa de palavras e frases relacionadas entre si, afirmam Fiorin e Savioli (1996). Para esses autores, “a coesão diz respeito ao encadeamento linear das unidades linguísticas presentes no texto” (*op. cit.*, p. 396).

Para Halliday e Hasan (*apud* KOCH 2007, p. 18-19), a coesão textual é vista “como conceito semântico, que se refere às relações de sentido existentes no interior do texto e que o definem como um texto”. A coesão realiza-se através do sistema léxico-gramatical, estabelecendo relações de sentido entre os itens do texto.

²⁷ Os mecanismos coesivos “não garantem por si mesmos a necessária continuidade do texto bem construído”, diz Antunes (2005, p. 164), no entanto, indicam o sentido e as pretensões do texto. Como aponta Koch (2007, p. 18), “se é verdade que a coesão não constitui condição necessária nem suficiente para que um texto seja texto, não é menos verdade, também, que o uso de itens coesivos dá ao texto maior legibilidade, explicitando os tipos de relações estabelecidas entre os itens linguísticos que o compõem”.

“Um [elemento do texto] *pressupõe* o outro, no sentido de que não pode ser efetivamente decodificado a não ser por recurso ao outro” (*op. cit.*, p. 16).

Há formas de coesão gramaticais e lexicais. A coesão gramatical é feita, por exemplo, pelos pronomes (retos, oblíquos, possessivos, indefinidos, relativos, demonstrativos, interrogativos), numerais, advérbios ou expressões adverbiais, artigos, pelas preposições e conjunções.

A coesão lexical, conforme afirmam Koch (1997), Fávero (1991), Cavalcante (2003) e Antunes (1996), se faz pela repetição do mesmo item lexical, por exemplo: (a) por sinonímia – ao se usar palavras com sentidos semelhantes às já usadas; (b) por hiponímia – ao se usar uma palavra de sentido mais específico em relação à outra de sentido mais genérico; (c) por hiperonímia – ao se usar uma palavra de sentido mais genérico em relação à outra de sentido mais específico; (d) por antonímia – ao se usar palavras com sentidos contrários às já usadas.

Entendem Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 18-27) que a coesão textual depende de cinco categorias de procedimentos, ou seja, os mecanismos de coesão podem se dar por: (a) referência; (b) substituição; (c) elipse; (d) conjunção; e (e) coesão lexical. Essa classificação é criticada por Fávero (1991, p. 04) que propõe, juntamente com Koch, uma reclassificação desses procedimentos, tomando como critério a função que exercem os mecanismos coesivos em um texto. Assim, as autoras propõem três tipos de coesão: referencial, recorrencial e sequencial. Já, Koch (2007, p. 27) apresenta “duas grandes modalidades de coesão: a *coesão remissiva* ou *referencial* (referenciação, remissão) e a *coesão sequencial* (sequenciação)”.

A proposta de Fávero (1991) difere da classificação de Halliday e Hasan (1976) basicamente nos seguintes aspectos: a *referência*, a *substituição* e a *elipse* são absorvidas pela *coesão referencial*; a *coesão lexical*, de acordo com a função que estabelece, é subdividida em duas categorias funcionais: *coesão referencial*, através da reiteração, e *coesão recorrencial*; e a *conjunção* é reclassificada como *coesão sequencial*. O esquema da classificação proposta por Fávero (1981, p. 58) encontra-se no Anexo II.

Os mecanismos coesivos por *referência* em Halliday Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 19-20), ou a *coesão referencial* em Fávero (1991, p. 19), bem como os *mecanismos de coesão referencial* em Koch (2007, p. 31) dizem respeito a termos

usados para designar, representar ou sugerir algo que já foi ou que será expresso; possuem um sentido instrucional que permite recuperar as informações necessárias para que haja a devida interpretação²⁸ do elemento referenciado.

Como diz Fávero (1991, p. 18), “há certos itens na língua que têm a *função* de estabelecer referência, isto é, não são interpretados semanticamente por seu sentido próprio, mas fazem referência a alguma coisa necessária a sua interpretação”. A *referência* pode ser: (a) pessoal, por meio de pronomes pessoais e possessivos; (b) demonstrativa, com o uso de pronomes demonstrativos e advérbios indicativos de lugar; (c) ou comparativa, por meio de identidades e similaridades, por via indireta.

Tem-se a coesão por referência sob duas circunstâncias: (a) situacional, chamada de *exófora*; e (b) textual, chamada de *endófora*. No primeiro caso, a referência é feita a algum elemento que está fora do texto, enquanto, no segundo, o referente encontra-se no texto.

Na referência endofórica, o referente pode apresentar-se antes ou depois do elemento de coesão, sendo chamado *anafórico* ou *catafórico*, respectivamente. A *anáfora* é uma palavra ou expressão que retoma uma ideia anteriormente dita. A *catáfora* tem a função de anunciar o que vai ser dito.

O mecanismo de coesão por *substituição* é uma categoria na classificação de Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 18), criticada por Koch (2007, p. 26), é considerada, por Fávero (1991, p. 18), uma subcategoria da coesão referencial. As duas últimas autoras consideram que não há distinção entre *referência* e *substituição*. Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 20) apontam que a principal diferença entre *referência* e *substituição* é que, “na referência, há total identidade referencial entre o item de referência e o item pressuposto, ao passo que na substituição ocorre sempre alguma redefinição”.

A *substituição*, para Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 20), consiste na colocação de um item no lugar de outro segmento do texto, independentemente de sua extensão, podendo ser apenas uma palavra ou várias frases. Esse mecanismo redefine o referente e é usado quando a referência não é idêntica ao que é referido ou quando não há uma especificação nova a ser acrescentada. A substituição é feita por meio de pronomes, numerais, nomes genéricos (hiperônimos

²⁸ O que Fávero (1991) chama de interpretação, nesta pesquisa é chamado compreensão.

como *coisa, gente*) ou por palavras como *respectivamente, o mesmo, também*. Na Figura 1, apresentam-se alguns itens como exemplos de mecanismos coesivos por *referência* ou *substituição*.

Figura 1 – Mecanismo de coesão por referência ou por substituição

Itens	Exemplos
Pronomes pessoais de terceira pessoa (retos e oblíquos)	<i>Ele, ela, eles, elas</i>
Pronomes possessivos	<i>Meu, teu, seu, nosso, deles</i>
Pronomes demonstrativos	<i>Este, esse, esta, essa, aquele</i>
Pronomes indefinidos	<i>Tudo, todos, nenhum, cada</i>
Pronomes interrogativos	<i>Qual, quem, quantos, que</i>
Pronomes relativos	<i>Que, qual, cujo</i>
Diversos tipos de numerais	<i>1, primeiro,</i>
Advérbios	<i>Aqui, ali, lá, aí</i>
Artigos	<i>O, a, Um, uma</i>

Fonte: Costa (1991); Fiorin e Savioli (1996).

Uma nova categoria na classificação dos mecanismos coesivos proposta por Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 27) é a *elipse* que, para Koch (2007, p. 27), deveria ser um caso específico de substituição, visto que uma elipse constitui-se uma “substituição por zero”, ou seja, há a omissão de algum termo que pode ser recuperado pelo contexto. A elipse pode ser nominal, verbal ou frasal.

O mecanismo de coesão por *conjunção* ou *conexão*, ainda segundo Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 21), permite estabelecer conexões específicas entre itens ou segmentos de um texto através do uso de marcadores formais, ou seja, os itens conjuntivos ou conectivos e, entre eles, as conjunções e as preposições²⁹.

As conjunções estabelecem relações de dependência, de subordinação ou de coordenação. Na Figura 2, apresentam-se alguns dos mecanismos coesivos por *conjunção*, com exemplos.

As preposições, indispensáveis para a compreensão de um texto (assim como as conjunções), são palavras invariáveis que têm, segundo Dubois *et al.* (2006, p.

²⁹ Esse mecanismo será retomado mais adiante no texto. Koch (2007, p. 53-78), ao reclassificar os mecanismos coesivos propostos por Halliday e Hasan, trata da conexão interfrásica, assegurada por conectores que podem ser conjunções ou advérbios conectivos. Da mesma forma, Fávero (1991, p. 18-58) trata das conjunções na categoria coesão referencial.

482), o papel “de ligar um constituinte da frase a outro constituinte ou à frase toda”. As preposições estabelecem valores semânticos, fazendo uma ponte entre o termo regente (aquele que exige a preposição) e o termo regido (aquele que completa seu sentido), ou ainda entre um termo antecedente e um conseqüente, como explicam Cunha e Cintra (2001, p. 291).

Figura 2 – Mecanismo de coesão por conjunção

Conjunções coordenativas	Exemplos
Aditivas	<i>E, nem, não só, mas também</i>
Adversativas	<i>Mas, porém, todavia, entretanto, senão, no entanto</i>
Alternativas	<i>Ou, ou . ou, quer, ora ...ora, quer ... quer, seja ... seja</i>
Conclusivas	<i>Assim, logo, pois, portanto, por conseguinte</i>
Explicativas	<i>Que (no sentido de porque), pois, porquanto</i>
Conjunções subordinativas	Exemplos
Condicionais	<i>Se, caso, contanto que, desde que, a não ser que</i>
Causais	<i>Porque, como, que, uma vez que, já que, visto que, desde que</i>
Comparativas	<i>Como, que, qual, assim como</i>
Concessivas	<i>Embora, conquanto, ainda que, apesar de que</i>
Conformativas	<i>Conforme, consoante, segundo, de acordo</i>
Integrantes	<i>Que, se</i>
Consecutivas	<i>De modo que, de forma que, de sorte que</i>
Finais	<i>Para que, a fim de que</i>
Proporcionais	<i>A medida que, ao passo que, quanto mais (menos)</i>
Temporais	<i>Quando, mal, apenas, depois que</i>

Fonte: Costa (1991), Fiorin e Savioli (1996).

Quanto à forma, conforme Cunha e Cintra (2001, p. 291), as preposições podem ser simples (quando expressas por uma só palavra) ou compostas, também chamadas de locuções prepositivas (quando expressas por mais de uma palavra, sendo a última delas uma preposição simples).

As preposições simples, chamadas *essenciais* são: *a, ante, após, até, com, contra, de, desde, em, entre, para, perante, por, sem, sob, sobre, trás*. As palavras de outra classe gramatical que atuam como preposição recebem o nome de *preposições acidentais*, como, por exemplo, *assim, conforme, durante, exceto, fora, mediante, salvo, segundo, senão, visto*.

As relações semânticas estabelecida por palavras ligadas via preposição podem ser, entre outras, as de: *causa, companhia, conformidade, finalidade, instrumento, lugar, meio, modo, origem, tempo, oposição, posse*. A função semântica da preposição fica clara quando se observa, a título de exemplo, a seguinte série: *Falei a ele. Falei ante ele. Falei após ele. Falei com ele. Falei contra ele. Falei dele (de+ ele). Falei nele (em + ele). Falei para ele. Falei perante ele. Falei por ele. Falei sem ele.*

Na última categoria de classificação dos mecanismos coesivos, segundo Halliday e Hasan (*apud* KOCH, 2007, p. 18-27), tem-se a *coesão lexical*, que é obtida por dois mecanismos: (a) por *reiteração*, ou seja, pela repetição dos mesmos itens lexicais (por sinônimos, hiperônimos, hipônimos); e (b) por *colocação* ou *proximidade*, que consiste no uso de termos pertencentes a um mesmo campo semântico (KOCH, 2007, p. 22) (como *escola, currículo, aluno, professor, sala de aula*).

Em se tratando de coesão lexical, o mesmo item pode ser utilizado várias vezes no texto, ou com a mesma referência, ou substituído por outro nome, ou, ainda, por outra expressão. Essa substituição considera a cognição, pois está baseada na visão de mundo ou nos conhecimentos do escritor. Para tal, pressupõem-se conhecimentos específicos que permitam substituir um nome próprio por uma descrição ou propriedade. A retomada efetuada entre o nome próprio e a descrição definida é caracterizadora, pois, por meio da expressão definida, propriedades são atribuídas ao referente que está sendo construindo no texto.

Na reclassificação dos mecanismos coesivos, Fávero (1991) considerou a *reiteração* como uma subcategoria da *coesão referencial*. Já, Koch (2007) insere esse mecanismo na categoria *coesão sequencial*.

Como dito anteriormente, Koch apresenta duas grandes modalidades de coesão: a *remissiva* ou *referencial* (referenciação, remissão) e a *sequencial* (sequenciação). A *coesão referencial* acontece quando um componente da superfície do texto realiza remissão a outro elemento do texto³⁰.

A segunda modalidade de coesão, para Koch (1997, p. 53), a *sequencial* ou *sequenciação* “diz respeito aos procedimentos lingüísticos por meio dos quais se

³⁰ Essa modalidade já foi abordada neste texto juntamente com a classificação de Halliday e Hasan (*apud* KOCH 2007, p. 18-27) e de Fávero (1991).

estabelecem, entre segmentos do texto [...], diversos tipos de relações semânticas e/ou pragmáticas, à medida que se faz o texto progredir”. A coesão sequencial colabora na busca de novos parâmetros semânticos e tem a função, tal como a coesão referencial, de fazer o texto progredir. Entretanto, os mecanismos de coesão sequencial “diferem dos de recorrência por não haver neles retomada de itens, sentenças ou estruturas” (FÁVERO, 2008, p. 33). À sequenciação cabe assinalar que a informação progrida, e à referenciação, evidenciar que a informação já é conhecida e/ou mantida.

Para Koch (1997, p. 51), “podem ocorrer na progressão do texto recorrências das mais diversas ordens”. Essas recorrências podem ser “de termos ou expressões, de estruturas (paralelismo), de conteúdos semânticos (paráfrase), de elementos fonológicos ou prosódicos (similicadência, rima, aliteração, assonância) e de tempos verbais”.

O desenvolvimento do texto, consoante a mesma autora (2007, p. 53), se dá por *sequenciação parafrástica* ou por *sequenciação frástica*. A sequenciação *parafrástica*, de acordo com Koch (2007, p. 53-58), acontece quando, no decorrer do texto, são utilizados procedimentos de recorrência, tais como: (a) reiteração de um mesmo item lexical – repetição de uma única palavra; (b) paralelismo sintático: mesma estrutura sintática com itens lexicais diferentes; (c) paráfrase – conteúdo semântico semelhante apresentado sob formas estruturais diferentes; (d) recorrência de tempo e aspecto verbal – indicando tratar-se de uma sequência de comentário ou de relato de perspectiva retrospectiva, prospectiva ou zero.

A sequenciação *frástica* ocorre no momento em que “a progressão se faz por meio de sucessivos encadeamentos, assinalados por uma série de marcas lingüísticas através das quais se estabelecem, entre os enunciados que compõem o texto, determinados tipos de relação” (KOCH, 2007, p. 60). De acordo com essa autora, a sequenciação *frástica* é constituída pelos seguintes procedimentos: (a) de manutenção temática, no qual “a manutenção do tema é garantida muitas vezes pelo uso de termos pertencentes a um mesmo campo lexical” (*op. cit.*, p. 62), o que ativa, no leitor, um determinado esquema cognitivo de forma que ele interprete o texto, desfazendo possíveis ambiguidades; (b) encadeamento, que “permite estabelecer relações semânticas e/ou discursivas entre orações, enunciados ou sequências maiores do texto. Pode ser obtido por justaposição ou por conexão” (*op. cit.*, p. 66).

A sequenciação frástica por *justaposição* pode ocorrer com ou sem itens sequenciadores (por sinais de pontuação). Já a sequenciação frástica por *conexão* se dá através de “conjunções, advérbios sentenciais, e outras palavras ou expressões de ligação que estabelecem, entre orações, enunciados ou parte do texto, diversos tipos de relações semânticas e/ou pragmáticas” (KOCH, 2007, p. 66-68).

Ainda, para Koch (2007, p. 59-78), como mecanismos de sequenciação frástica destacam-se conectores de diversos tipos, entre outros, as conjunções e os advérbios, como: (a) *assim, desse modo* – que exemplificam, confirmam ou ilustram o que foi dito antes; (b) *e* – que exprime o desenvolvimento do texto; (c) *ainda* – que introduz mais um argumento a favor de determinada conclusão, ou inclui um elemento; (d) *aliás, além do mais, além de tudo, além disso* – que introduzem um argumento decisivo, para dar o golpe final no argumento contrário; (e) *isto é, quer dizer, em outras palavras* – que introduzem esclarecimentos, retificações ou o desenvolvimento do que foi dito anteriormente; (f) *mas, porém, contudo* e outros conectivos adversativos – que marcam oposição³¹ entre dois segmentos de texto; (g) *embora, ainda que, mesmo que* – que servem para admitir um dado contrário para depois negar seu valor de argumento; (h) *mesmo, até, até mesmo, ao menos, pelo menos, no mínimo* – que servem para estabelecer gradação entre os componentes de certa escala.

Já, para Fávero (1991, p. 33-57), a coesão sequencial subdivide-se em *temporal* e *por conexão*. A *sequenciação temporal* pode ser obtida por: (a) ordenação linear dos elementos do texto; (b) expressões que assinalam a continuação das sequências temporais; (c) correlação dos tempos verbais; ou, ainda, por (d) *partículas temporais*, como *hoje* ou *à noite* (*op. cit.*, p. 34).

Na *sequenciação por conexão* ocorre uma interdependência semântica que se expressa por meio de operadores de *tipo lógico, discursivos* e das *pausas* (*op. cit.*, p. 35).

Os *operadores do tipo lógico* podem estabelecer relações de disjunção, condição ou causa, com se vê na Figura 3.

³¹ Carlos Vogt (1989) atribui ao *mas*, além da oposição, a explicitação de uma retificação, quando, por exemplo, se diz:- Ele não é inteligente, *mas* esperto.

Figura 3 – Mecanismo de coesão sequencial por operadores lógicos

Função	Exemplos
Disjunção	<i>Ou</i> – inclusivo <i>ou</i> exclusivo
Condicionalidade	<i>Se</i> – relação de dependência
Causalidade	<i>Se, então, porque</i> – relação de causa e consequência

Fonte: Fávero (1991); Costa (1991); Fiorin e Savioli (1996).

Os *operadores discursivos*, conforme Fávero (2005, p. 39), “têm por função estruturar, através de encadeamentos, os enunciados em textos, dando-lhes uma direção argumentativa, isto é, orientando o seu sentido em dada direção”; podem ser de conjunção, disjunção, contração, explicação, conclusão ou comparação, como se vê na Figura 4.

Figura 4 – Mecanismo de coesão sequencial por operadores discursivos

Função	Exemplos
Conjunção	<i>E</i>
Disjunção	<i>Ou</i>
Contração	<i>Mas, porém, contudo, entretanto, no entanto, embora</i>
Explicação	<i>Pois</i>
Conclusão	<i>Assim, então</i>
Comparação	<i>Mais que, menos que, tanto quanto</i>

Fonte: Fávero (1991), Costa (1991), Fiorin e Savioli (1996).

As pausas indicadas na escrita por dois-pontos, vírgula, ponto-e-vírgula, ponto final etc., também são conectores, porém, por meio delas, as relações de sentido, antes marcadas explicitamente por determinadas palavras, agora ficam implícitas pela pontuação, o que, em termos de leitura, pode dificultar a compreensão do texto.

Assim, pode-se dizer que a coesão responsabiliza-se pelas ligações, pelas costuras, pelas relações que se estabelecem entre as passagens do texto em sua superfície. Os mecanismos coesivos, de um modo geral, são itens de coesão, itens interacionais, conectores ou fatores de coesão que, quando usados com propriedade, auxiliam a articulação das partes do texto. Como já dito anteriormente, os diversos termos encontrados em Costa (1991), Fiorin e Savioli (1996), Koch (2007), Antunes (2005), Marcuschi (2009) foram utilizados neste trabalho para definir mecanismos coesivos e estão sendo usados em sentidos equivalentes.

Um problema aritmético, considerado um *texto-problema*, faz uso de mecanismos coesivos na medida em que esses dão “ao texto maior legibilidade, explicitando os tipos de relações estabelecidas entre os itens linguísticos que o compõem” (KOCH, 2007, p. 18). Se o conceito de *coesão* “diz respeito a todos os processos de sequencialização que asseguram (ou tornam recuperável) uma ligação linguística significativa entre os itens que ocorrem na superfície textual” (*op. cit.*, p. 18), por certo, os itens coesivos são importantes na compreensão leitora de problemas aritméticos. Por extensão, um problema matemático escrito e bem estruturado deve ter coerência e coesão em seu enunciado, o que auxiliará na compreensão leitora do problema, habilidade necessária para resolvê-lo.

Cabe, aqui, esclarecer que, dados o recorte feito para tornar viável e exequível esta investigação, embora a coerência e a coesão sejam conceitos, normalmente, estudados juntos já que ambos constituem a textualidade, não se abordará a questão da coerência neste trabalho.

3 MÉTODO DE INVESTIGAÇÃO

A preocupação com a interferência dos mecanismos coesivos na compreensão leitora do texto do problema matemático motivou esta pesquisa. Buscou-se a correspondência entre o uso de palavras responsáveis pela coesão de textos-problema e a compreensão leitora destes.

Para verificar tal correspondência, utilizou-se como instrumento de pesquisa uma atividade que consistia no preenchimento das lacunas de quatro textos-problema de Aritmética, estes seguidos de um esquema matemático do procedimento de resolução de cada problema. O instrumento foi aplicado a alunos que frequentavam o sexto ano/quinta série, de duas escolas de Caxias do Sul (RS), uma da rede particular e outra da rede pública de ensino. Aos alunos foi dada a instrução de preencherem as lacunas, levando em conta o procedimento de resolução apresentado, alertando-os de que cada lacuna deveria ser preenchida com apenas uma palavra, aquela que considerassem mais adequada para a compreensão do problema.

Instituindo como problema de pesquisa a dificuldade dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de compreenderem os enunciados dos problemas de Aritmética, partiu-se da hipótese de que a falta de compreensão dos mecanismos que garantem a coesão textual dos problemas pode ser uma das causas dessa dificuldade. A validação dessa hipótese assentou-se na verificação do grau de adequação linguística e matemática do preenchimento de cada lacuna dos quatro problemas aritméticos apresentados, uma vez que o preenchimento adequado possibilitaria inferir que as relações semântico-discursivas explicitadas pelos itens coesivos foram compreendidas. Assim, tanto a adequação no preenchimento quanto a inadequação permitem verificar a interferência dos mecanismos coesivos na compreensão leitora dos textos-problema em questão.

A seguir, descreve-se o caminho percorrido nesta investigação, desde a seleção dos livros didáticos, dos textos-problema, dos sujeitos que constituíram o *corpus* da pesquisa até a construção e análise dos dados à luz da literatura revisada.

3.1 Constituição do *corpus*

Pensar na compreensão leitora de problemas aritméticos implica relacioná-la diretamente ao sexto ano (à quinta série) do Ensino Fundamental, etapa escolar em que o aluno consolida seus conhecimentos aritméticos na resolução de problemas, para, nas etapas seguintes, ampliá-los e aprofundá-los.

A Matemática, componente obrigatório da base comum nacional dos currículos do Ensino Fundamental, é ministrada, nos anos iniciais de escolaridade, juntamente com os demais componentes curriculares, por um único professor. Nos anos finais do Ensino Fundamental, esse componente curricular, assim como cada um dos outros, passa a ser trabalhado por um professor específico e, no mais das vezes, em forma de disciplina. Há, portanto, na organização curricular da maioria das escolas brasileiras, uma ruptura entre os quatro/cinco primeiros anos do Ensino Fundamental e os quatro últimos. A ruptura se dá pelo fato de que o sexto ano/quinta série “marca o início da convivência do aluno com uma organização escolar com a qual não está habituado, horário compartilhado por diferentes matérias e diferentes professores” (PCN, 1998a, p. 61). Os conhecimentos passam a ser divididos em disciplinas, distintas umas das outras, ministradas por diferentes professores.

Para iniciar a etapa final do Ensino Fundamental, do sexto ao nono ano, no caso do ensino da Matemática, é, normalmente, feita uma revisão dos conteúdos³² estudados nos anos iniciais. Em geral, nota-se, no sexto ano/quinta série, a preocupação dos professores de Matemática em retomar os conteúdos já estudados para consolidar as aprendizagens necessárias ao prosseguimento dos programas de ensino nas séries/anos seguintes. Paradoxalmente, embora o estudo repetitivo da maioria dos conteúdos, é nesse ano/série que o fracasso escolar é maior, o que é comprovado pelos elevados índices de retenção, tendo esse componente como vilão (PCN, 1998, p. 61).

Nesta etapa de escolarização, os alunos são solicitados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou

³² Entende-se por conteúdo os conceitos, os algoritmos e os procedimentos matemáticos de cálculo.

escrito, desenvolvido a partir de procedimentos convencionais ou não convencionais, com ou sem uso de calculadoras. Justamente nesta etapa há o “nó” do ensino: os alunos deveriam superar a mera memorização de regras e de algoritmos ou os procedimentos mecânicos de resolução de problemas em prol do desenvolvimento da argumentação, da formulação de hipóteses e da validação de respostas, no entanto, “para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos” (PCN, 1998, p. 61).

A ampliação e a construção de novos significados para os números, bem como a representação de generalizações sobre as propriedades das operações aritméticas são alguns dos objetivos previstos para o sexto ano/quinta série do Ensino Fundamental. Para isso, “é fundamental a proposição de situações-problema” (PCN 1998, p. 66).

Resolver problemas aritméticos é o objetivo principal do sexto ano/quinta série do Ensino Fundamental. Desenvolver essa capacidade é construir alicerces para o desenvolvimento de generalizações que permitem chegar a abstrações em outras áreas da Matemática, como a Álgebra ou a Geometria, estudada nos anos/séries seguintes. Como já foi afirmado ao longo deste trabalho, para resolver problemas, a compreensão leitora de textos-problema é fundamental.

Justifica-se, assim, a preocupação com o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de matemática propostos no sexto ano/quinta série do Ensino Fundamental, ano/série em que a compreensão e a resolução de problemas aritméticos são o foco da disciplina de matemática.

Para a constituição do *corpus* desta pesquisa, foram selecionados quatro problemas aritméticos que constam em livros didáticos destinados ao sexto ano/quinta série do Ensino Fundamental. Esses livros: (a) caracterizam-se por concentrar os campos matemáticos por ano/série e por enfatizarem o campo “números e operações”; e (b) fazem parte das dezesseis coleções aprovadas, em 2008, pelo *Programa Nacional do Livro Didático* (PNLD). Tais coleções atenderam às exigências técnicas e físicas divulgadas em edital específico pelo Ministério da Educação (MEC) e passaram pela avaliação pedagógica de especialistas designados pela Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC)³³.

³³ Os livros de Matemática selecionados pelo PNLD encontram-se no documento Guia de Livros didáticos PNLD 2008.

Dentre os critérios para aprovação das coleções de livros didáticos pelo PNLD, destacam-se a explicitação da fundamentação teórico-metodológica em que se baseiam os autores e a “coerência entre a fundamentação teórico-metodológica explicitada e aquela de fato concretizada pela proposta pedagógica” dos livros (PNLD, 2008, p. 20).

Assim sendo, para a escolha dos problemas aritméticos, num primeiro momento, foi feita uma análise dos referenciais de abordagem metodológica adotado pelos autores desses livros. Estabeleceram-se, então, dois grupos denominados LA e LB.

Os livros que compõem o grupo LA caracterizam-se predominantemente por introduzirem os conteúdos por uma explanação teórica, seguida de atividades resolvidas, a título de exemplo, para, *a posteriori*, proporem atividades de cunho aplicativo que visam à fixação, pelo aluno, do conteúdo estudado. Os significados das operações numéricas são explorados no próprio livro e a aplicação de algoritmos é privilegiada. O procedimento para o uso de regras é feita de forma prescritiva. Os conteúdos são apresentados em capítulos que seguem uma sequência ditada pela organização interna dos campos matemáticos.

Tal ordenação reflete uma concepção de ensino de Matemática: o professor ensina, o aluno aprende, o foco está no ensino. Nessa perspectiva, é necessário instrumentalizar o aluno teoricamente, enunciando o conceito e prescrevendo procedimentos ou técnicas, para que o aprendiz possa resolver problemas. O conceito é fornecido aos alunos, bem como a descrição do algoritmo da operação aritmética como objetos formais do conhecimento matemático, para que, em seguida, o aluno aplique o conhecimento supostamente aprendido em exercícios ou na resolução de problemas, problemas estes bastante semelhantes aos utilizados como exemplo.

Já, os livros do grupo LB caracterizam-se por partir de atividades propostas para, só depois, sistematizar os conteúdos. A introdução de um conceito é quase sempre apoiada na resolução de problemas. Por meio de perguntas e de explicações, os alunos são chamados a atribuir significados aos conceitos e procedimentos matemáticos e a desenvolver a capacidade de aplicá-los em situações novas. As atividades propostas favorecem a percepção dos diversos tipos de números, seus significados e suas interpretações, assim como promovem

articulações entre os diferentes significados e as representações matemáticas dos conceitos; a reflexão é provocada, os alunos são desafiados a recorrer às suas vivências e a conversar sobre Matemática, o que possibilita a construção ou a apropriação gradativa dos conhecimentos.

Desde essa abordagem, o foco da disciplina de Matemática passa a ser a aprendizagem, não mais o ensino: o professor media, através de seu planejamento, a construção de conhecimentos do aluno. Cada unidade de estudo inicia com atividades propostas para o aluno resolver. Ao buscar estratégias de resolução ao proposto, são proporcionadas ao aluno experimentações e reflexões, construções gradativas e pertinentes de conceitos matemáticos; os conteúdos são sistematizados após o envolvimento dos alunos com as experiências propostas, ou seja, os conteúdos são introduzidos como base para a resolução dos problemas a que os alunos são, previamente, expostos. Aqui, o ensino parte da resolução de problemas, isto é, resolver problemas resulta em aprendizagens matemáticas.

Após ter analisado o enfoque metodológico e classificado os livros indicados pelo PNLD/2008 em dois grupos (LA e LB), foram selecionados quatro problemas aritméticos, dois do grupo LA e dois do grupo LB. Essa escolha foi resultado da análise de cada texto-problema quanto à presença de mecanismos coesivos que poderiam interferir substancialmente no processo de compreensão desses textos-problema e, conseqüentemente, na resolução dos problemas aritméticos.

Considerando que a resolução de problemas depende da compreensão leitora dos textos desses problemas e que a explicitação dos mecanismos coesivos colabora decisivamente para essa compreensão, selecionaram-se os textos-problema tendo por critério, além da concepção de ensino, o emprego adequado de itens lexicais e gramaticais, responsáveis por explicitar a coesão do texto, bem como o sentido matemático nele contido. Ao ser utilizada a língua natural para a expressão da linguagem matemática, algumas palavras da língua passam a ter sentido específico, sentido que precisa ser matematicamente compreendido para a resolução de um problema. Na sequência deste trabalho, no item 3.2, será retomado cada item considerado como mecanismo coesivo dos textos-problema que constituem o *corpus* dessa pesquisa.

Uma vez selecionados, os problemas foram submetidos à resolução por seis alunos, três de uma escola pública e três de uma escola particular. Esta etapa foi

necessária para a elaboração e validação do instrumento de pesquisa descrito mais adiante. Procurou-se, com esse procedimento, uma forma de registro da resolução dos problemas selecionados que se aproximasse ao máximo da linguagem utilizada por indivíduos pares daqueles que preencheriam o instrumento da pesquisa propriamente dito. Procurou-se uma linguagem “de aluno”, para apresentar a resolução do problema (esquema matemático), junto ao texto-problema lacunado.

Como o objetivo desta pesquisa foi o de verificar em que medida a compreensão dos mecanismos coesivos utilizados nos textos-problema contribui para a compreensão desses textos e, conseqüentemente, para a resolução de problemas aritméticos, julgou-se que a representação da solução dos problemas integrantes do *corpus* poderia interferir negativamente na compreensão leitora dessa resolução e que essa interferência seria menor se a representação do procedimento de solução fosse dada por alunos com características semelhantes (mesma escolaridade e faixa etária) às dos alunos que participariam da segunda etapa da investigação, estes os sujeitos da pesquisa. Ressalta-se que os alunos participantes dessa primeira etapa colaboraram apenas para a construção do instrumento de pesquisa, não fizeram parte da segunda etapa, ou seja, do preenchimento das lacunas dos textos-problema que correspondiam aos itens lexicais ou gramaticais responsáveis pela explicitação da coesão desses textos.

Justifica-se a escolha de escolas pertencentes às duas redes de ensino, particular e pública, de Caxias do Sul pela tentativa de tornar mais representativo o *corpus* de investigação. A partir das adequações das soluções apresentadas pelos seis alunos, compôs-se o instrumento de pesquisa. Esse instrumento foi constituído pela apresentação dos quatro textos-problema escritos, lacunados, com seu respectivo esquema de solução.

As lacunas, em número de catorze, corresponderam à supressão de palavras responsáveis pela explicitação da coesão dos textos-problema. A fim de evitar que a extensão de cada lacuna pudesse fornecer pistas de seu preenchimento, todas as lacunas, independentemente do número de caracteres constituintes do termo a ser utilizado, tiveram igual extensão.

Como já mencionado aqui, foi solicitado aos sujeitos da pesquisa que preenchessem as lacunas, utilizando apenas uma palavra para cada lacuna, e que o fizessem da maneira que julgassem mais adequada tendo em vista a compreensão

do “enunciado” do problema. Foi dito, também, que outros alunos haviam, anteriormente, resolvido o problema, que essa solução estava expressa em forma de esquema, logo abaixo do texto lacunado, e que esse esquema poderia auxiliar a encontrar a palavra adequada para o preenchimento. Foi enfatizado que cada lacuna deveria ser preenchida por uma única palavra.

Esse instrumento foi disposto em quatro páginas, cada uma com um texto-problema lacunado e a respectiva resolução do problema original, em forma de esquema. Os sujeitos receberam a primeira página e, após completarem as lacunas do texto-problema, receberam a segunda página e assim sucessivamente até terem completado as lacunas dos quatro textos-problema.

Esse instrumento foi respondido, no final do ano letivo de 2009, por sessenta alunos, trinta deles alunos de escolas da rede pública e trinta de escolas da rede particular. Os alunos frequentavam à época o sexto ano/quinta série do Ensino Fundamental, em escolas situadas nos municípios de Caxias do Sul, na Encosta Superior do Nordeste do Rio Grande do Sul.

Para análise das respostas usadas no preenchimento das lacunas, cada texto-problema foi representado por P_n , em que P refere-se a texto-problema e n identifica o número do texto-problema considerado (P1, P2, P3 e P4), sendo que a ordem dessa numeração foi aleatoriamente determinada. Cada espaço lacunado no texto-problema foi designado pela sigla P_nL_m , em que L refere-se a lacuna e m identifica a posição do item coesivo considerado no texto-problema. Assim, $P1L1$ designa que, do problema $P1$, se está considerando a primeira lacuna, $P1L2$, a segunda lacuna, e assim por diante.

A seguir, apresentam-se os quatro problemas selecionados (P1, P2, P3, P4), com os itens considerados marcados em negrito e codificados, e os respectivos esquemas de resolução.

Em *P1*, retirado do grupo LA, foram lacunados os itens **que** (P1L1) e **cada** (P1L2).

Um agricultor verificou **que** (P1L1) um hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar e que **cada** (P1L2) tonelada de cana produz 92 litros de álcool. Quantos litros de álcool são produzidos em um hectare de terra?

Resolução:

1 hectare -> 65 toneladas

1 tonelada -> 92 litros de álcool

$65 \times 92 = 5.980$

O item **que** (P1L1) marca explicitamente uma sequenciação frástica por conexão entre os dois primeiros segmentos do texto, indicando que o segundo segmento completa o sentido do primeiro ao apresentar o que foi verificado pelo agricultor. O item **cada** (P1L2) evidencia, em *P1*, o sentido de distribuição ao explicitar uma relação “um e muitos”, chamada *relação multiplicativa*, individualizando os elementos de um conjunto: em *P1*, o item **cada** retoma uma a uma as 65 toneladas, anteriormente mencionadas.

No *P2*, também retirado do grupo LA, foram considerados os itens **por** (P2L1), **quantas** (P2L2) e **essa** (P2L3).

Uma parede tem 8 m de comprimento **por** (P2L1) 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m² de parede. **Quantas** (P2L2) latas de tinta serão necessárias para pintar **essa** (P2L3) parede?

Resolução:

$8 \times 2,75 = 22$

1 lata -> 10 m²

$22 : 10 = 2,2$

No problema *P2*: (a) o item **por** (P2L1) evidencia uma multiplicação de duas dimensões, comprimento e altura, o que, matematicamente, representa o conceito de superfície; (b) o item **quantas** (P2L2), ao questionar a quantidade de latas de tinta, instaura, efetivamente, o problema a ser resolvido; e (c) o item **essa** (P2L3) retoma, definindo, a parede anunciada no primeiro segmento do texto-problema e, por essa referência, explicita a superfície a ser considerada para o cálculo.

No problema P3, retirado do grupo LB, foram considerados os itens **cuja** (P3L1), **desta** (P3L2), **a** (P3L3) e **por**(P3L4).

Um pediatra receitou algumas gotas de um remédio **cuja** (P3L1) dose é calculada **desta** (P3L2) maneira: o número de gotas é igual ao peso da criança, somado **a** (P3L3) 14, dividido **por** (P3L4) 2.

Escreve a expressão numérica que mostra quantas gotas uma criança de 18 kg deve tomar.

a) Qual o valor da expressão que você escreveu?

Resolução:

a) $\frac{18 + 14}{2}$

b) 16

No problema P3: (a) o item **cuja** (P3L1) refere cataforicamente a dose e a situa com uma determinada parte do todo a que pertence, ao remédio mencionado no segmento anterior, ou seja, matematicamente falando, explicita que o problema a ser resolvido envolverá uma quantidade fracionária; (b) o item **desta** (P3L2) anuncia a fórmula para o fracionamento; (c) o item **a** (P3L3) indica ao leitor a segunda parcela da adição a ser considerada na expressão solicitada; (d) o item **por** (P3L4) marca a divisão dessa adição em duas partes.

No problema P4, também retirado do grupo LB, foram considerados os itens **num** (P4L1), **Ele** (P4L2), **da** (P4L3), **ao** (P4L4).

Amyr Klink, sozinho, atravessou o oceano Atlântico **num** (P4L1) barco a remo. **Ele** (P4L2) saiu **da** (P4L3) África e chegou **ao** (P4L4) Brasil, remando aproximadamente 7.000 km **em** (P4L5) 97 dias.

Quantas horas durou a viagem?

Qual foi, em média, sua velocidade: 5km por hora ou pouco mais de 3 km por hora?

Resolução

$$97 \times 24 = 2.328$$

$$7.000 : 2.328 = 3,006$$

Nesse problema: (a) item **num** (P4L1) apresenta ao leitor o tipo de veículo utilizado por Amyr Klink para a travessia do Atlântico, informação que tornará plausível a quantidade de tempo gasto para a viagem; (b) o item **Ele** (P4L2) retoma o navegador nomeado no primeiro segmento do texto-problema; (c) os itens **da**

(P4L3) e **ao** (P4L4) marcam, respectivamente, os pontos inicial e final da trajetória em que ocorreu o referido deslocamento; e (d) o item **em** (P4L5) explicita a duração do deslocamento de um ponto ao outro e a relação multiplicativa de razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

Para apresentar a totalidade das ocorrências de preenchimento de cada lacuna, foi construída uma tabela com os itens-resposta e com a incidência deles, em número absoluto e percentual, conforme Anexo III.

Após a tabulação inicial, foram considerados, para a análise dos resultados obtidos, os números totais de resposta para cada lacuna, no universo dos sessenta alunos que preencheram as catorze lacunas, sem levar em conta a rede escolar a que pertenciam esses alunos, uma vez que as respostas não apresentaram discrepâncias significativas em termos de escolas particulares e públicas.

Considerando a experiência docente de trinta anos, no Ensino Fundamental e Médio da pesquisadora, os PCNs para ensino de Matemática das séries/anos finais (1998), as pesquisas de Nunes *et al.* (1998, p.45-116), e os estudos que fizeram parte da fundamentação teórica para esta pesquisa, as respostas foram agrupadas em cinco categorias: (a) *item original*; (b) *itens linguística e matematicamente adequados*; (c) *itens apenas matematicamente adequados*; e (d) *itens inadequados linguística e matematicamente*³⁴.

Foi classificado como *item original* aquele idêntico ao que constava no texto-problema integral extraído do livro didático. *Itens linguística e matematicamente adequados* foram considerados aqueles cujo uso não compromete a coesão do enunciado, nem o sentido matemático do problema.

Itens apenas matematicamente adequados foram considerados aqueles que prejudicam a coesão do texto-problema, mas preservam o sentido matemático do problema, ou seja, que marcam operações e conceitos matemáticos apropriados à

³⁴ Cabe esclarecer ao leitor que a não criação da categoria *Itens apenas linguisticamente adequados* justifica-se pela manutenção da coerência interna desta investigação, ou seja, uma vez que se pretendeu verificar em que medida a compreensão da coesão textual pode comprometer a compreensão leitora dos textos-problema e, conseqüentemente, a resolução dos problemas de Aritmética não haveria razão para considerar itens de resposta que comprometessem o sentido matemático de tais textos. Além disso, numa situação como a que os alunos foram submetidos, não parece possível conceber (e a literatura específica já apontou para isso) que, para preencher um texto lacunado, um leitor despreze totalmente o contexto semântico e se preocupe apenas em manter uma “coerência” linguística. Mesmo assim, é preciso informar que não houve, no universo de respostas, nenhuma incidência de itens dessa natureza.

solução da situação apresentada. Foram considerados *itens inadequados linguística e matematicamente*, aqueles que comprometem a coesão do texto-problema e o sentido matemático do problema em questão.

Foram desconsideradas as lacunas não preenchidas e aquelas preenchidas com a expressão *não sei*, pois tais preenchimentos não representam evidências linguísticas de compreensão do texto-problema considerado.

Em um terceiro momento, foi feito o cômputo das respostas para *item original; item linguística e matematicamente adequado e item apenas matematicamente adequado*, pois considerou-se que os itens presentes nessas categorias contribuem para a compreensão leitora do texto-problema, conforme se detalha a seguir, levando-se em conta a peculiaridade, textual e matemática, de cada problema. Os itens que pertencem a esses grupos (*item original; item linguística e matematicamente adequado e item apenas matematicamente adequado*) foram julgados como *preenchimento satisfatório*.

3.2 Análise e discussão dos resultados

No intuito de facilitar a leitura, apresentam-se novamente os textos-problema usados na pesquisa, destacando-se os itens considerados. Seguem cada texto-problema, as tabelas respectivas, com a categorização dos dados tabulados e as incidências das respostas, em valores absolutos e em percentuais.

Os dados foram analisados quantitativamente e qualitativamente com foco nos mecanismos coesivos fundamentais à compreensão leitora dos problemas aritméticos que constituíram o *corpus* da pesquisa.

3.2.1 Problema P1

Um agricultor verificou **que** (P1L1) um hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar e que **cada** (P1L2) tonelada de cana produz 92 litros de álcool. Quantos litros de álcool são produzidos em um hectare de terra?

Resolução:

1 hectare -> 65 toneladas

1 tonelada -> 92 litros de álcool

$65 \times 92 = 5.980$

O texto-problema apresenta como questão o cálculo da quantidade de álcool a ser produzida a partir do cultivo de cana de açúcar em um hectare de terra. Dependendo da quantidade de cana-de-açúcar produzida, ter-se-á a quantidade de álcool por hectare, estabelecendo-se, portanto, uma relação de ordem multiplicativa, mais especificamente, de proporcionalidade.

A ideia multiplicativa está presente nas situações em que uma variável depende da outra, numa relação constante. No problema P1, essa relação está presente em duas informações: (a) na medida da terra e a produção de cana de açúcar e, (b) na produção de cana de açúcar e de álcool. Nestes dois momentos, há a comparação entre duas variáveis a partir de um dado: (a) de 1 para 65 e, (b) de 1 para 92. Esse tipo de relação matemática é chamada de razão³⁵. As proporcionalidades das situações estão expressas nas razões citadas e permitem derivar valores.

As informações necessárias para o estabelecimento dessas relações foram introduzidas no texto-problema através do segmento “um agricultor verificou **que**”. O item **que** (P1L1) marca explicitamente um mecanismo coesivo de sequenciação frástica por conexão, pois permite o encadeamento dos segmentos do texto (KOCH, 2007, p. 60). Se “o agricultor verificou”, ele verificou alguma coisa. O item **que** introduz os objetos de verificação, no caso, as informações que fazem do texto, um texto-problema.

³⁵ Razão é uma forma de comparação de dois números a e b, e é obtida dividindo-se a por b. São exemplos de algumas razões usadas no dia-a-dia: escala, porcentagem, medida da pressão sanguínea.

O agricultor verificou duas situações que trazem em si a relação própria do pensamento multiplicativo, a relação “um para muitos”. Essas situações são: (a) a relação entre um hectare de terra e a produção de cana de açúcar, “um para sessenta e cinco”; e, (b) a relação entre uma tonelada de cana de açúcar e a produção de litros de álcool, de “um para noventa e dois”, relação essa, antecipada pelo pronome **cada**.

No segmento **cada tonelada de cana produz 92 litros de álcool**, o pronome **cada** se refere à unidade de medida em questão, a tonelada, com um sentido de distribuição (de um em um).

A seguir, analisar-se-ão os preenchimentos das lacunas P1L1 e P1L2.

A lacuna P1L1 foi preenchida com itens considerados satisfatórios em 81,67% das respostas, dessas: 61,67% com o *item original* **que**, 20%, com *itens apenas matematicamente adequados*; 16,67% com *itens inadequados linguística e matematicamente* e 1,66% com itens que não foram considerados, como pode ser visto na Tabela 1.

Neste texto-problema, na categoria *itens apenas matematicamente adequados* foram considerados os itens: **de, o, em, para, com, 1, seu, se**. Esses itens permitem o acesso aos dados iniciais do problema evidenciando um sentido de proporcionalidade na compreensão leitora do texto-problema. Vê-se que é inadequado dizer: “Um agricultor verificou **de** um hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar”, porém pode-se entender que “**de** um hectare de terra, colhe-se 65 toneladas de cana-de-açúcar”, ao implicar “um agricultor verificou”, o sentido matemático do texto não é prejudicado, preservando a ideia de proporcionalidade.

Da mesma forma, pode-se compreender o sentido aritmético do *texto-problema* pela formulação com os demais itens usados no preenchimento da lacuna P1L1: **o, em, para, com, 1, seu**. Assim, a proporcionalidade fica evidenciada em:

- **o** hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar;
- **em** um hectare de terra, há 65 toneladas de cana-de-açúcar;
- **para** um hectare de terra, colhe-se 65 toneladas de cana-de-açúcar;
- **com** um hectare de terra, produz-se 65 toneladas de cana-de-açúcar;
- **1** hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar;
- **seu** hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar.

Tabela 1 – P1L1 – Respostas categorizadas

P1L1	Nº	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: que	37	61,67
Itens linguística e matematicamente adequados	0	0,00
Itens apenas matematicamente adequados: de; se; 1; em; para; o; com; seu; se	12	20,00
Sub Total	49	81,67
Itens inadequados linguística e matematicamente: 65 toneladas; mais de; esta; hectare; seu terreno	10	16,67
Não considerados	1	1,66
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

O item **se** usado no preenchimento expressa uma condição, pela conexão de dois segmentos do texto: um introduzido pelo conector **se** (no segmento antecedente) e outro pelo item **então**, implícito (no segmento conseqüente). A condição também está presente na proporcionalidade. No texto-problema em questão pode-se pensar: “**se** um hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar, **então** (...), o que evidencia que o preenchimento com o item **se**, demonstra a compreensão de uma relação diretamente proporcional entre duas grandezas.

Foram considerados *itens inadequados linguística e matematicamente*, o preenchimento feito com: **65 toneladas; hectare; esta; seu terreno; mais de**, apontando para a não compreensão leitora do início do texto por 16,67% dos sujeitos pesquisados.

A lacuna P1L2 que foi preenchida satisfatoriamente em 85% das respostas, das quais: 5% com o *item original cada*³⁶, 66,67% com *itens linguística e matematicamente adequados*, 13,33% com *itens apenas matematicamente*

³⁶ Esse percentual não é relevante em termos de compreensão leitora (aliás, como nos demais problemas), pois, o preenchimento com o item original é mera coincidência. A avaliação da adequação, como já foi dito, teve como critério a manutenção ou não do sentido do texto-problema.

adequados; 13,33% com *itens inadequados linguística e matematicamente*, e 1,67% com itens que não foram considerados, como se vê na Tabela 2.

Tabela 2 – P1L2 – Respostas categorizadas

P1L2	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: cada	3	5,00
Itens linguística e matematicamente adequado: uma; a	40	66,67
Itens apenas matematicamente adequado: 1; e cada	8	13,33
Sub Total	51	85,00
Itens inadequados linguística e matematicamente: meia; litros de álcool; pesa; e quantidade; 5980; quantidade e; produz	8	13,33
Não considerados	1	1,67
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Embora o *item original cada* tenha sido mencionado em apenas 5% das respostas³⁷, observa-se que os itens *uma, 1, a, uma, e cada, 1*, que perfazem um total de 80%, cumprem a mesma função, a de referenciar a unitarização da palavra “tonelada”.

A palavra **cada** também pode remeter à ideia de multiplicação, no sentido de proporcionalidade entre duas variáveis, ao relacionar “para **cada** x, tantos y”, evidenciando uma relação de “um para muitos”.

Com os itens: **meia, litros de álcool; pesa; e quantidade; 5980; quantidade e; produz** foram preenchidas, 13,33% das lacunas. Esses foram considerados *itens inadequados linguística e matematicamente* e indicam uma não compreensão do texto-problema.

Assim, em relação ao problema P1, constatou-se 81,67% de *preenchimento satisfatório* da lacuna P1L1 e 85% da P1L2. Conclui-se que, em média, 83,33% das

³⁷ Esse percentual não se mostra relevante em termos de compreensão leitora (aliás, como nos demais problemas), pois o preenchimento com o item original é mera coincidência; a avaliação da adequação, como já foi dito, teve como critério a manutenção ou não do sentido do texto-problema.

respostas indicam a compreensão do texto-problema, ou seja, foram usadas palavras ou expressões que permitem a coesão do texto-problema, favorecendo a construção de um sentido de proporcionalidade. Em consequência, 15%, em média, dos preenchimentos das lacunas, foram feitos com itens que prejudicam a coesão do texto-problema, o que aponta para a não compreensão do sentido matemático desse texto-problema³⁸.

3.2.2 Problema P2

Uma parede tem 8 m de comprimento **por** (P2L1) 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m² de parede. **Quantas** (P2L2) latas de tinta serão necessárias para pintar **essa** (P2L3) parede?

Resolução:

$$8 \times 2,75 = 22$$

$$1 \text{ lata} \rightarrow 10 \text{ m}^2$$

$$22 : 10 = 2,2$$

O problema P2 traz uma situação que envolve a medida de superfície de uma figura retangular, expressa no segmento *uma parede de 8m por 2,75m*. A essa informação é adicionada outra: *com uma lata de tinta é possível pintar 10 m² de parede*. As duas informações são semanticamente interconectadas pelo segmento posterior à segunda informação: *Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar esta parede?* Esse segmento põe à mostra a “interconexão” dos segmentos anteriores, caracterizando uma *coesão frástica* (KOCH 2007, p. 60), ou seja, marcando uma relação com os segmentos anteriores e desses entre si.

A questão *Quantas latas de tinta serão necessárias para pintar esta parede?* está relacionada com uma operação de “partição”: a superfície deve ser “partida”

³⁸ Chama a atenção o uso de numerais nas respostas, contrariando as orientações anteriores ao preenchimento do instrumento, as quais solicitavam o uso de palavras, uma para cada lacuna. Atribui-se esse fato às possíveis concepções ou expectativas que os alunos têm, frente a uma situação considerada escolar, no caso frente a um problema matemático. O comportamento de alunos, muitas vezes considerado inexplicável ou ligado ao desinteresse ou à ignorância, tem, na sua base motivações complexas e interessantes, como diz D’Amore (2007, p. 103), porém, neste trabalho, o preenchimento com numerais não representa evidências linguísticas de compreensão do texto-problema considerado.

(separada em partes) de modo que cada parte possa ser coberta de tinta, tinta esta na quantidade equivalente a uma lata. O item **quantas**, pronome interrogativo, como o próprio nome diz, introduz uma pergunta (questão), com a qual, normalmente, é finalizado um texto-problema. O item **esta**, pronome demonstrativo, retoma, definindo, qual a “parede” deve ser pintada: a que tem as dimensões citadas no primeiro segmento do texto-problema.

As dimensões de uma figura retangular qualquer, comprimento e altura, possibilitam calcular a medida de superfície (área) dessa figura. O cálculo da referida medida é feito através da operação de multiplicação, ou seja, a área resulta do produto de duas dimensões, o comprimento A multiplicado pela altura B, numa notação $A \times B$ ³⁹. Esta expressão, $A \times B$, é traduzida, comumente, como A **por** B. O item **por** é uma preposição que pode estabelecer o valor semântico do conceito primitivo⁴⁰ de *superfície* de uma figura retangular, ao relacionar o antecedente “comprimento” e o conseqüente “altura”, em uma situação não aditiva da multiplicação, mas associada à configuração retangular (PCN, 1997, p. 73).

Para responder à questão proposta, o texto-problema informa as medidas necessárias para o cálculo da área da parede e, também, que “uma lata de tinta pode pintar 10m² de parede”. Assim, o texto-problema traz três ideias de transformações multiplicativas na sua sequenciação: a ideia de medida de superfície (área); a ideia de proporção (uma lata por 10m²); e a ideia de partição, essa última, no pensamento inverso da multiplicação, a divisão.

Os preenchimentos das lacunas P2L1, P2L2 e P2L3 serão analisados a seguir.

A lacuna P2L1 foi preenchida satisfatoriamente em 78,33% das respostas, nessas 8,33% com o *item original por*, 68,33% com *itens linguística e matematicamente adequados*, 1,66% com *itens apenas matematicamente adequados*; 21,67% com *itens inadequados linguística e matematicamente*, como se vê na Tabela 3.

³⁹ Usa-se chamar de comprimento, quando se fala de um comprimento horizontal, e de altura, quando se refere a um comprimento vertical.

⁴⁰ Define-se como conceito primitivo todo aquele conceito que não admite definição, isto é, que é aceito por ser óbvio ou conveniente para uma determinada teoria, no caso, na Geometria. A Geometria é o ramo da Matemática que se propõe a estudar as figuras existentes na natureza através das propriedades de seus elementos, definindo, caracterizando e padronizando suas formas e dimensões.

Tabela 3 – P2L1 – Respostas categorizadas

P2L1	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: por	5	8,33
Itens linguística e matematicamente adequado: e; com; por/e	41	68,33
Itens apenas matematicamente adequados: x	1	1,67
Sub Total	47	78,33
Itens inadequados linguística e matematicamente: mede; 8 x 2,75; 8x; outra; e a outra; e têm	13	21,67
Não considerados	0	0,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

O item **por**, usado em 8,33% das respostas, e os itens **e**, **com**, **x**, **por/e**, que perfazem um total de 68,33%, marcam a função de conectar um termo antecedente a outro conseqüente, conferindo à conexão o sentido multiplicativo da superfície ao segmento do texto: “Uma parede tem 8 m de comprimento **por** 2,75 m de altura”. Ao se ler tal segmento, pode-se deduzir que se trata de uma superfície retangular.

Os itens **e** e **com** expressam, de um modo geral, a função aditiva, a ideia de junção; são usados para marcar uma relação de parte e todo, na qual, o todo é igual à soma das partes.

Muitas vezes, a ideia de junção é associada à ideia aditiva da multiplicação. Essa ideia pode estar presente no cálculo de uma medida (no caso do problema P2, medida de superfície) se a *medida total* for considerada como o resultado da soma de *unidades de medida*. Assim sendo, a área da parede resultaria da soma do número de metros quadrados que caberiam em sua superfície.

Ao ser usada a preposição **por** em um texto-problema fica evidenciado que se trata de uma transformação multiplicativa; ao ser usadas as preposições **e** ou **com**, não há essa evidência, pois pode tratar-se de uma transformação aditiva ou multiplicativa. Essa “confusão” conceitual entre *adição* e *multiplicação* é manifestada em uma das respostas pelo uso de **por/e**.

Outra resposta que necessita ser destacada é a dada pelo item **x**. Tal símbolo remete claramente à relação entre o símbolo usado no algoritmo da operação de multiplicação e o item **por** como relação multiplicativa entre dois números.

Mesmo algumas respostas consideradas como *itens linguística e matematicamente inadequados* denotam a ideia multiplicativa do texto-problema, como: **8x2**, **75** e **8x**. Esse preenchimento foi considerado inadequado, pois seu uso não evidencia a compreensão leitora do texto-problema.

A lacuna P2L2 foi preenchida satisfatoriamente em 73,33% das respostas, e, em 26,67% delas, o preenchimento foi feito com *itens inadequados linguística e matematicamente*, conforme se vê na Tabela 4.

Tabela 4 – P2L2 – Respostas categorizadas

P2L2	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: quantas	44	73,33
Itens linguística e matematicamente adequados:	0	0,00
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	44	73,33
Itens inadequados linguística e matematicamente: 1; B; as; nas; a duas; 3; 6; 22	16	26,67
Não considerados	0	0,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

As informações contidas nos dois segmentos iniciais do texto de P2 estão “soltas”, uma questão torna-se necessária para “amarrar” essas informações, para fazer do texto, um texto-problema. A questão proposta, originalmente, inicia com o item **quantas**, indicando que algo será perguntado.

Para fazer distinções entre as informações que o problema traz e o que ele solicita o leitor procura, no texto, os dados e as questões propostas, cria um *modelo situacional* (MADRUGA *et al.*, 2006, p. 57) do problema proposto. A situação

proposta em P2 é explicitada na pergunta final do texto, codificada pelo pronome interrogativo **quantas**.

Embora o uso desse item tenha sido alto, 73,33%, nota-se que não foram usados outros itens com sentido semelhante, que marcassem a ideia de questão, uma situação a ser resolvida. O não uso desses itens é indício de dificuldade na compreensão leitora do texto-problema. Denota que, para 26,67% dos preenchimentos da lacuna P2L2, não houve distinção entre os dados do problema e a questão proposta.

A lacuna P2L3 foi preenchida satisfatoriamente em 81,67% das respostas, nessas: 3,33% com o *item original esta*, e em 58,33%, com *itens apenas matematicamente adequados*; em 16,67% com *itens inadequados linguística e matematicamente* e em 1,67% com outros itens, como pode ser visto na Tabela 5.

Tabela 5 – P2L3 – Respostas categorizadas

P2L3	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: essa	2	3,33
Itens linguística e matematicamente adequados: a; toda; esta; uma; 1	48	80,00
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	50	83,33
Itens inadequados linguística e matematicamente: 22; quando; da; 22m; de; 22:10; 22:10=32; 22; 10; as; todo	10	16,67
Não considerados	1	1,67
Total	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

No preenchimento da lacuna P2L3, novamente, o *item original* foi usado em um percentual baixo, porém o uso dos itens **a; toda; esta; uma; 1** mantém o sentido no segmento do texto, que é o de identificar “a parede a ser pintada”, aquela de dimensões especificadas nos segmentos anteriores.

O item **esta** aparece em 23,33% dos preenchimentos, evidenciando a dificuldade de diferenciar o uso dos pronomes *essa* e *esta*.

Assim sendo, constatou-se que no problema P2, 21,67% dos itens usados no preenchimento da coluna P2L1 foram inadequados, o que permite concluir que 21,67% dos itens usados, evidenciam a não compreensão de sentido do conceito de superfície presente no texto-problema. Constatou-se, também, que em 27,67% dos casos, a lacuna P2L2, foi preenchida inadequadamente e, quanto à lacuna P2L3, isso ocorreu em 16,67% das vezes, o que evidencia a não compreensão da questão proposta no texto-problema em 21,66%, em média, dos preenchimentos.

3.2.3 Problema P3

Um pediatra receitou algumas gotas de um remédio **cuja** (P3L1) dose é calculada **desta** (P3L2) maneira: o número de gotas é igual ao peso da criança, somado **a** (P3L3) 14, dividido **por** (P3L4) 2.

Escreva a expressão numérica que mostra quantas gotas uma criança de 18 kg deve tomar.

a) Qual o valor da expressão que você escreveu?

Resolução:

a) $\frac{18 + 14}{2}$

b) 16

O texto-problema traz uma situação que deve ser escrita em uma *expressão numérica*, ou seja, o segmento “o número de gotas é igual ao peso da criança, somado a 14, dividido por 2” deve ser “traduzido” para a linguagem matemática. Em seguida, essa expressão deve ser resolvida numa situação específica: o cálculo do número de gotas do remédio que uma criança de 18 kg deve tomar, a partir das informações fornecidas pelo texto-problema.

O pronome relativo **cuja** (P3L1) articula a informação dada no início do texto-problema “algumas gotas de remédio” com a palavra “dose”, ou seja, tornando explícita a informação de que o remédio deveria ser tomado em doses. O item **desta** (P3L2) anuncia a fórmula para o fracionamento. O cálculo para uma “dose de remédio” é o quociente de uma soma dividida por 2, na qual uma das parcelas é “o peso da criança” e a outra é “14”. A preposição **a** (P3L3), conecta as duas parcelas:

“o peso da criança, somado a 14” e o item **por** (P3L4) marca a divisão dessa adição em duas partes.

As análises do preenchimento das lacunas P3L1, P3L2, P3L3 e P3L4 se darão a seguir.

A lacuna P3L1 não foi preenchida, em nenhuma das ocorrências, com o item original **cuja**; 35% das respostas foram dadas com *itens linguística e matematicamente adequados* e 61,67% com *itens inadequados linguística e matematicamente*, conforme se vê na Tabela 6.

Tabela 6 – P3L1 – Respostas categorizadas

P3L1	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: cuja	0	0,00
Itens linguística e matematicamente adequado: cada; e a; a	21	35,00
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	21	35,00
Itens inadequados linguística e matematicamente: que foi; como; ele; que; que a; onde; que tinha	37	61,67
Não considerados	2	3,33
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Os itens **cada**, **e a** e **a**, que foram usados na lacuna P3L1, permitem a sequenciação do texto, pois particularizam a palavra que vem em seguida a eles, “dose”. Pelo uso desses itens é possível que tenha ocorrido a compreensão de que foi “receitado um remédio” e esse será usado em doses (**cada** dose, **e a** dose, **a** dose).

O uso de itens inadequados linguística e matematicamente em 61,67% dos preenchimentos da P3L1 evidencia a dificuldade de construção da coesão textual. Os itens usados não colaboram para essa coesão, pois não articulam as informações que os precedem com as que os seguem.

A lacuna P3L2 foi preenchida satisfatoriamente em 81,66% das respostas, nessas: 3,33% com o *item original desta*, e em 78,33%, com *itens linguística e matematicamente adequados*; 18,34% com *itens inadequados linguística e matematicamente* como pode ser visto na Tabela 7.

Os itens **da seguinte**; **dessa** e **de** foram considerados *linguística e matematicamente adequados* pois referem-se cataforicamente a maneira como será calculada a fórmula do remédio.

Tabela 7 – P3L2 – Respostas categorizadas

P3L2	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: desta	2	3,33
Itens linguística e matematicamente adequados: da seguinte; dessa; de	47	78,33
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	49	81,66
Itens inadequados linguística e matematicamente: com; que; 45 gotas; 2	11	18,34
Não considerados	0	0,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

A lacuna P3L3 teve preenchimento satisfatório em 76,66% dos casos, nos quais: 13,33% com o *item original a*; 35% com itens linguística e matematicamente adequados; 5% com itens apenas matematicamente adequados; 21,67% com Itens inadequados linguística e matematicamente; e 1,67% com itens não considerados conforme Tabela 8.

Os itens **por**; **mais**; **com**, usados em 58,33% das respostas, exercem a mesma função da preposição **a**, (*item original* no texto-problema considerado), ou seja, a de conectar as parcelas de uma soma.

A lacuna P3L4 foi preenchida satisfatoriamente em 85,00% das respostas, nessas: 68,33% com o *item original por*, e em 16,67%, com *itens linguística e matematicamente adequados*; 10% com *itens inadequados linguística e*

matematicamente e 5% com itens não considerados, como pode ser visto na Tabela 9.

O item **por** marca a ideia multiplicativa, presente na divisão, numa abordagem de partição, ao conectar o dividendo (a soma “peso mais 14”) com o divisor 2. Os itens **com** e **em**, foram considerados linguística e matematicamente adequados, por exercerem função semelhante ao item **por**.

Tabela 8 – P3L3 – Respostas categorizadas

P3L3	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: a	8	13,33
Itens linguística e matematicamente adequados: por; mais; com	35	58,33
Itens apenas matematicamente adequados: os; o	3	5,00
Sub Total	46	76,66
Itens inadequados linguística e matematicamente: assim; 45 gotas; quase;	13	21,67
Não considerados	1	1,67
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 9 – P3L4 – Respostas categorizadas

P3L4	Total	
Preenchimento satisfatório		
Item original: por	41	68,33
Itens linguística e matematicamente adequados: com; em	10	16,67
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	51	85,00
Itens inadequados linguística e matematicamente: a; 17	6	10,00
Não considerados	3	5,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

No problema P3, fica evidenciado, em média 27,91% de preenchimentos com itens inadequados. Ressalta-se a não compreensão de uso de um mecanismo coesivo que estabeleça uma conexão com as parcelas de uma “adição”, na lacuna P3L2, em 21,67%.

3.2.4 Problema P4

Amyr Klink, sozinho, atravessou o oceano Atlântico **num** (P4L1) barco a remo. **Ele** (P4L2) saiu **da** (P4L3) África e chegou **ao** (P4L4) Brasil, remando aproximadamente 7.000 km **em** (P4L5) 97 dias.

Quantas horas durou a viagem?

Qual foi, em média, sua velocidade: 5km por hora ou pouco mais de 3 km por hora?

Resolução

$$97 \times 24 = 2.328$$

$$7.000 : 2.328 = 3,006$$

No problema P4, o item **num** é um articulador (formado pela preposição *em* e o artigo *um*) e tem a função de situar, diz onde está o sujeito (**num** barco a remo). O item **ele** é um mecanismo referencial de substituição, refere-se a “Amyr Klink”. O item **da** é um articulador (formado pela preposição *de* e o artigo *a*) e relaciona, juntamente com o item **ao**, o “ponto de partida” com o “ponto de chegada”. A preposição **em** introduz um período determinado quantitativamente (97 dias) e que corresponde ao intervalo de tempo transcorrido entre o início e o término da viagem.

As informações presentes no texto-problema situam o leitor para poder questioná-lo sobre o tempo de duração da viagem em horas e a velocidade média do deslocamento. A informação que permite a solução dessa questão está especificada no segmento: “**em** 97 dias”. A questão seguinte “Qual foi, em média, sua velocidade: 5 km por hora ou pouco mais de 3 km por hora?” exige a relação entre duas grandezas, *distância* e *tempo*, grandezas que, comparadas em termos de razão, resultam no conceito de *velocidade média*. Essa relação é marcada pelo item **em** (“7000 km **em** 97 dias”).

A seguir, analisar-se-ão os preenchimentos das lacunas P4L1, P4L2, P4L3, P4L4.

A lacuna P4L1 foi preenchida satisfatoriamente em 90% das respostas, nas quais: 1,67% com o *item original que*; 88,33%, com *itens linguística e matematicamente adequados*; 8,33% com *itens inadequados linguística e matematicamente*; e 1,67% com itens que não foram considerados, conforme pode ser visto na Tabela 10.

Tabela 10 – P4L1 – Respostas categorizadas

P4L1	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: num	1	1,67
Itens linguística e matematicamente adequados: em; com; de; no; com apenas; utilizando; remando	52	88,33
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	53	90
Itens inadequados linguística e matematicamente: 2328; 97x; inteiro; foi	6	8,33
Não considerados	1	1,67
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

De maneira semelhante ao preenchimento das lacunas P1L1 e P3L1, os itens usados para preencher a lacuna P4L1 explicitam a articulação entre o indivíduo que fez a viagem e o meio de condução com o qual a viagem foi realizada: “Amyr Klink, sozinho, atravessou o oceano Atlântico **num** barco a remo”.

Os itens **em; com; de; no; com apenas; utilizando; remando**, em substituição ao item original **num**, são usados de maneira que o sentido matemático do segmento do texto-problema não é prejudicado. Assim, pode-se matematicamente entender a relação entre “Amyr Klink” e seu meio de transporte, em:

- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **em** barco a remo.
- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **com** barco a remo.
- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **de** barco a remo.

- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **no** barco a remo.
- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **com apenas** barco a remo.
- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **utilizando** barco a remo.
- Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico **remando** barco a remo.

Note-se que o uso dos verbos **utilizando**, **remando**, marca um mecanismo coesivo de sequenciação frástica, ou seja, são itens que permitem o encadeamento dos segmentos do texto (KOCH, 2007, p. 60). Embora o item original **num**, tenha sido usado em apenas 1,67% das respostas, a grande maioria delas, 90%, foram dadas por itens que proporcionam a conexão de “atravessar o oceano” com o objeto de travessia.

A lacuna P4L2 foi preenchida satisfatoriamente em 88,33% das respostas: 66,67% com o *item original* **que**; 3,33%, *com itens linguística e matematicamente adequados*; e 18,33% com itens inadequados linguística e matematicamente, conforme pode ser visto na Tabela 11.

Tabela 11 – P4L2 – Respostas categorizadas

P4L2	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: ele	40	66,67
Itens linguística e matematicamente adequados: Amy; este	2	3,33
Itens apenas matematicamente adequados: E; ela	11	18,33
Sub Total	53	88,33
Itens inadequados linguística e matematicamente: estava; quando; 3006; 2328	7	11,67
Não considerados	0	0,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

O pronome **ele** foi substituído por **Amy** e **este**, itens que podem fazer referência a Amyr Klink.

Os itens **ela** e **e**, não estariam adequados linguisticamente, pois, quanto ao primeiro, não há palavra feminina no enunciado anterior e, além disso, mesmo que o nome Amyr não fosse identificado a um homem, o adjetivo *sozinho* diz tratar-se de um homem. Quanto ao segundo, a sequenciação com **e** não estaria adequada, pois adicionaria uma informação, quando no texto original o que ocorre é um detalhamento da forma como foi feita a viagem.

A lacuna P4L3 foi preenchida satisfatoriamente em 95% das respostas, das quais: 87,67% com o *item original da*; em 8,33% com *itens apenas matematicamente adequados* e 5% com *itens inadequados linguística e matematicamente*, conforme pode ser visto na Tabela 12.

Tabela 12 – P4L3 – Respostas categorizadas

P4L3	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: da	52	86,67
Itens linguística e matematicamente adequados:	0	0,00
Itens apenas matematicamente adequados: do	5	8,33
Sub Total	57	95,00
Itens inadequados linguística e matematicamente: 3006; 2328; ele	3	5,00
Não considerados	0	0,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

A contração da preposição *de* com o artigo *a* resulta no item **da**, item que refere a origem de um trajeto, “de onde saiu”; o item **da** articula o verbo *sair* com o lugar de saída, “saiu **da** África”. Esse segmento tem sua informação completada com outra que indica o destino de chegada. A preposição *a* com o artigo *o* forma o item **ao** que completa o sentido do verbo *chegar* com o local de destino, “chegou **ao** Brasil”.

A lacuna P4L4 foi preenchida satisfatoriamente em 93,34% das respostas, das quais: 36,67% com o *item original que*; 55,00% com *itens apenas*

matematicamente adequados; e 7,57% com *itens inadequados linguística e matematicamente*, conforme pode ser visto na Tabela 13.

Tabela 13 – P4L4 –Respostas categorizadas

P4L4	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original:	2	36,6
ao	2	7
Itens linguística e matematicamente adequados:	1	1,66
até		
Itens apenas matematicamente adequados:	3	55,0
no; na; bem no	3	0
Sub Total	56	93,33
Itens inadequados linguística e matematicamente:	4	6,67
da; os; 7000; 97x24		
Não considerados	0	0,00
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

O item **ao**, combinação da preposição *a* com o artigo *o*, foi substituído pelos itens *no* ou *na*, contração da preposição *em* e o artigo *o* ou com o artigo *a*, em 55% das respostas. O uso das contrações *na* ou *no* não prejudica a compreensão da informação, no sentido matemático, uma vez que, em todos os casos de uso dessas contrações, essas foram usadas combinadas com a contração **da**, usada no início do segmento considerado. Assim, o sentido da informação é conservado em: “saiu **da** África, chegou **no** Brasil” ou “saiu **da** África, chegou **na** Brasil”.

A lacuna P4L5 foi preenchida satisfatoriamente em 70% das respostas, das quais: 58,33% com o *item original que*; 11,67%, com *itens linguística e matematicamente adequados*; 28,33% com *itens inadequados linguística e matematicamente*; e 1,67% com itens não considerados, conforme pode ser visto na Tabela 14.

A função da preposição **em**, no segmento considerado, é a de marcar um período transcorrido, “**em** 97 dias”, e foi substituída pelos itens **por**, **e** e **levou** em 11,67% dos preenchimentos. A preposição **por** pode ter a mesma função, a de marcar um tempo. Já a conjunção **e**, assim como o verbo **levou**, conectam as

informações. É possível compreender “7 000 km e 97 dias” ou “**levou** 97 dias para percorrer 7 000 km”, o que não prejudica o sentido matemático do segmento considerado do texto-problema: a distância de 7 000 km e o tempo de 97 dias.

Tabela 14 – P4L5 – Respostas categorizadas

P4L5	Total	%
Preenchimento satisfatório		
Item original: em	35	58,33
Itens linguística e matematicamente adequados: por; e; levou	7	11,67
Itens apenas matematicamente adequados:	0	0,00
Sub Total	42	70,00
Itens inadequados linguisticamente e matematicamente: estava; quando; 3006; a; no; de; das; essa; qual	17	28,33
Não considerados	1	1,67
Total	60	100,00

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

De um modo geral, a média de preenchimento das lacunas P4L1, P4L2, P4L3 e P4L4 com o *item original* ficou em 47,92%, porém, a média de uso de itens que não comprometem o sentido matemático do texto-problema foi de 91,25%. Já, na lacuna P4L5, 70% dos preenchimentos foram feitos com itens que mantêm o sentido do segmento “7.000 km **em** 97 dias”, sentido esse que permite responder às questões seguintes: (a) “Quantas horas durou a viagem?”; e (b) “Qual foi, em média, sua velocidade: 5 km por hora ou pouco mais de 3 km por hora?”. Dessa forma, em 28,33% das respostas, foram usados itens que comprometem o sentido matemático nos segmentos finais do texto-problema, justamente nos quais se encontra o pensamento matemático da *razão* chamada *velocidade média*, ou seja, da relação entre a distância percorrida e do tempo gasto em percorrê-la.

Em média, nos quatro problemas aritméticos lacunados, num total de oitocentas e quarenta lacunas, o preenchimento julgado satisfatório foi de 79,64%, sendo que: 34,76% com o *item original*, 36,19% com *itens linguística e matematicamente adequados* e 8,69% com *itens apenas matematicamente*

adequados. Com *itens inadequados linguisticamente e matematicamente* foram preenchidas, em média, 19,17% das lacunas e com itens que não foram considerados 1,19%.

Assim, pode-se afirmar que um quinto do número de itens usados comprometem a coesão dos textos-problema e o sentido matemático dos problemas considerados, pois provocam alguma ruptura na continuidade da construção do sentido de tais textos.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscar aproximações entre a Matemática e a Linguística, mais precisamente entre a Aritmética e a Linguística, remete à história da humanidade. Na busca das raízes da invenção dos números e das operações, veem-se, desde a civilização grega, as referências que serviram de base para a educação do mundo ocidental em grupos que foram chamados de *trivium* e *quadrivium*. O *trivium* abarcava a Gramática, a Dialética e a Retórica, matérias que visavam a uma preparação para a vida prática. O *quadrivium* dividia o conhecimento considerado necessário para o desenvolvimento do espírito em Aritmética, Geometria, Música e Astronomia. Após o Renascimento, houve reformulações nos currículos, mas o papel de cada “módulo” continuou a ser o mesmo: a preparação formal e prática do indivíduo.

Machado (2002, p. 216) afirma que “a perda do caráter hegemônico de uma língua (a grega, ou a romana, que sempre a reverenciou), a diversidade das línguas em convivência” foi um dos fatores que chamou a atenção para a universalidade da Matemática. A busca de leis gerais que pudessem ser comunicadas em qualquer língua passou a representar um dos objetivos da Linguística. O estudo do *quadrivium* foi ampliado e passou a ser considerado uma formação para a prática, enquanto a arte do “saber o que dizer e como” passou a ser considerada como parte da formação do espírito.

Como se vê, o distanciamento entre o ensino das disciplinas de Matemática e de Língua não é recente e perdura há muito tempo. Há pouca aproximação entre a compreensão de texto, proposta quase exclusivamente nas aulas de Língua Portuguesa, e a atividade de resolução de problemas, também desenvolvida quase unicamente nas aulas de Matemática, embora a “tradução” de um problema pressuponha a compreensão do texto do problema.

A compreensão de um texto depende, em grande parte, das relações que o leitor estabelece entre seus conhecimentos e as informações que o texto traz, na reconstrução do sentido dado pelo autor. Essa reconstrução depende dos conteúdos abordados, de capacidades cognitivas de selecionar, processar e organizar informações, por um lado, e de conhecimentos linguístico discursivos específicos,

por outro. Entre esses conhecimentos encontram-se os recursos da língua destinados à coesão textual.

Um texto é coeso se as suas diferentes partes constitutivas estiverem articuladas e interconectadas, garantindo a essa articulação uma unidade semântica. A coesão realiza-se por meio do sistema léxico gramatical, ao serem estabelecidas, pelo produtor do texto, relações de sentido entre os enunciados, os parágrafos, para que o texto não seja um amontoado de frases desconexas, mas de uma unidade comunicativa destinada a ser compreendida como tal pelo leitor a que se destina.

Um texto pode ser considerado um conjunto organizado de informações que tem por base uma ideia central. A explicitação dessa organização, do encadeamento sintático-semântico das informações, é feita por itens lexicais e gramaticais, cujo uso adequado configura os chamados *mecanismos coesivos*.

O texto de um problema matemático não foge a essa organização. No entanto, pela forma como a disciplina de Matemática é, normalmente, ministrada na Educação Básica, a organização textual dos problemas, no mais das vezes, não se constitui objeto de estudo dessa disciplina, ao menos nesse nível de ensino. Uma das implicações disso é a dificuldade (constatada pelos professores de Matemática, incluindo a pesquisadora), por parte dos alunos, de compreensão desses textos e, conseqüentemente, a dificuldade de selecionar e utilizar os conhecimentos matemáticos adquiridos para a resolução dos problemas matemáticos a que são expostos no cotidiano escolar. Eis aqui o contexto que deu origem ao problema desta investigação, que, dados os limites impostos para sua viabilidade e exequibilidade, se restringiu a estudar a compreensão leitora dos problemas aritméticos e foi assim formulado: *Como os mecanismos coesivos interferem na compreensão leitora dos enunciados que se constituem em problemas de aritmética?*

O modo como se dá o encadeamento do texto pode assegurar, ou não, o desenvolvimento proposicional de um problema matemático, e a compreensão desse encadeamento possibilitará ao leitor identificar a questão proposta pelo problema para poder, ao respondê-la, solucioná-lo. Geralmente, essa questão é escrita no final do texto-problema e é antecedida por uma sequência de informações, os “dados” do problema que deverão ser usados para sua resolução.

Se o leitor tem dificuldade para perceber o encadeamento do texto-problema, é muito provável que também tenha dificuldade para identificar e compreender os dados do problema, o que, por sua vez, pode inviabilizar a primeira etapa proposta por Polya (1978, p. 3-13) para o estabelecimento de uma estratégia para a resolução de problemas. Essa etapa prevê que o leitor retire os dados relevantes, verifique o que está sendo perguntado e o que precisa ser resolvido em termos de conhecimentos matemáticos. Não percebendo a interconexão das informações fornecidas pelo texto, que é explicitada pelos mecanismos coesivos, o leitor pode ter dificuldades em cumprir essa etapa, comprometendo as subseqüentes: (a) conexão teoria-prática-problema; (b) escolha de um plano; e (c) verificação da resposta encontrada.

Por exemplo, no que diz respeito mais especificamente ao objeto desta investigação, os problemas de aritmética, operações aditivas (adição e subtração) “estão associadas à ideia de combinar dois estados para obter um terceiro, mais comumente identificada como ação de juntar” (PCN, 1997, p. 70), de acrescentar ou de complementar. Geralmente, essas ideias vêm expressas na língua natural dos textos-problema por itens como **e** e **com**. Já, as operações multiplicativas (multiplicação e divisão), que estão associadas à ideia de proporcionalidade, de configuração retangular ou de combinação, para além da ideia aditiva de soma de parcelas iguais ou diferença de subtraendos iguais (PCN, 1997, p. 73), são normalmente expressas, na língua natural, por itens como **de**, **por**, **se... então**.

A não compreensão, ou a compreensão distorcida das relações de sentido explicitadas por esses itens, tanto em situações aditivas como em situações multiplicativas, pode comprometer a compreensão do sentido global do texto-problema e, conseqüentemente, a resolução do problema em questão.

É importante destacar que, no instrumento oferecido aos alunos, na pesquisa efetivada para este trabalho, o esquema de resolução de cada problema foi apresentado na seqüência do texto lacunado, justamente para que o respondente o utilizasse como referência para preencher as lacunas. O preenchimento inadequado, mesmo tendo acesso ao procedimento matemático de resolução, permite deduzir, no mínimo, que não foi feita a vinculação do conteúdo informacional do problema com o respectivo esquema de resolução, o que pode reforçar a ideia de que as duas linguagens, assim como os dois componentes curriculares (Português e

Matemática), são tratadas separada e isoladamente uma da outra. Indo um pouco além no mesmo processo dedutivo, pode-se dizer, também, que, na leitura do texto-problema e do procedimento matemático de resolução, não houve compreensão, quer do primeiro, quer do segundo, quer, ainda, da correspondência dos dois.

Essas constatações, juntamente com as demais realizadas quando da análise de cada problema do instrumento, permitem propor que a hipótese inicial desta investigação – a de que os mecanismos coesivos interferem na compreensão leitora de um problema aritmético – se confirma. Em média, 19,17% dos preenchimentos foram feitos com itens que comprometem a coesão do texto, logo, que evidenciam a não compreensão leitora. Em não havendo compreensão leitora do texto-problema, haverá, por conseguinte, comprometimento na resolução satisfatória do problema aritmético.

Esta pesquisa constitui-se apenas na etapa inicial de um processo investigativo sobre a necessária inter-relação Linguística/Matemática como promotora de aprendizagem nessas e em outras áreas do conhecimento, seja na Educação Básica, seja no Ensino Superior. Para complementá-la, ampliá-la e aprofundá-la, são necessários outros estudos semelhantes, cujo objeto sejam outros procedimentos matemáticos e os mecanismos linguísticos responsáveis por sua compreensão e execução; cujos *corpora* constituam-se de outros níveis/outras instituições de ensino, outros anos/séries.

Além disso, esta investigação abre caminhos para o aprofundamento de estudos sobre a (re)solução de problemas e a compreensão leitora, levando em conta conceitos e processos pressupostos para o desenvolvimento dessas habilidades, que são imprescindíveis para o acesso à informação, para a construção de conhecimentos e para a consolidação de saberes.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, R. N. de. **Alguns fatores lingüísticos que interferem na intelecção dos problemas matemáticos no ensino fundamental I**. 2007. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciências da Linguagem, Universidade Católica de Pernambuco, cidade , 2007.

ALLIENDE, F.; CONDEMARÍN, M. **A leitura: teoria, avaliação e desenvolvimento**. Tradução de Ernani Rosa. 8 ed. Porto Alegre: Artemed, 2005.

ANTUNES, M. I. C. M. **Aspectos da coesão do texto: uma análise em editoriais jornalísticos**. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1996.

_____. **Lutar com palavras: coesão e coerência**. São Paulo: Parábola, 2005.

_____. **Língua, texto e ensino: outra escola possível**. 2 ed. São Paulo: Parábola, 2009.

ARISTÓTELES. **Tópicos**. Trad.: Leonel Vallandro e Gerd Borheim. São Paulo: Abril Cultural. (Coleção Pensadores, 1973).

AZEVEDO, T. M. de; ROWELL, V. M. Problematização e ensino de língua materna. In: Ramos, F. B.; Paviani, J. (orgs.). **O professor, a escola e a educação**. Caxias do Sul, RS: EDUCS, 2009.

BAÑUELOS. A. T.; VELÁZQUEZ. P. A. La historia de las disciplinas escolares, una contribución esencial al conocimiento de la escuela. El caso de la Aritmética. In: **Revista complutense de educación**. 1999, p.305-333.

BERBEL, N. A. N. A Problematização e a Aprendizagem Baseada em Problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? In: **Interface. comunicação, saúde e educação**, março de 1998, v.1. n.2. Botucatu - SP, Fundação UNI.

BORBA, F. S. (Org.). **Dicionário UNESP do português contemporâneo**. São Paulo: UNESP, 2004.

BORBA, V. C. M. **Preditibilidade de conjunções e compreensão leitora: um estudo com crianças de 4ª série do Ensino Fundamental**. 2005. Dissertação (Mestrado) - Curso de Letras. Pontifícia universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2005.

BORDENAVE, J. D.; PEREIRA, A. M. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. Petrópolis: Vozes, 1988.

BOYER, C. B., **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. Edgard Blücher, São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria de Educação Fundamental Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Secretaria de Educação Fundamental Brasília: MEC/ SEF, 1998a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: língua portuguesa. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998b.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Exame nacional do ensino médio**: Documento Básico 2000. Brasília: INEP, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008**: Matemática. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. **Pró-letramento**: Programa de Formação Continuada de Professores do 1º e 2º Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática. Brasília: MEC/ SEF, 2008.

BRANDÃO, de L. **Calcinhas secretas**. São Paulo, Ática, 2003.

CATELLI, F. **O alvorecer da medida**: uma gênese virtual. Caxias do Sul: EDUCS, 1999.

CAMBI, F. **História da pedagogia**. Tradução de Álvaro Lorencini. Fundação Editora da UNESP (FEU). São Paulo, 1999.

CAMPOS, M de. **Item de geometria plana e sólida segundo a ordem de Euclides, príncipe dos geômetras**. Lisboa Occidental: Officina Rita Cassiana: 1735. Disponível em: <http://books.google.com.br/books>. Acesso em: 08/10/2010.

CARRAHER, D.; CARRAHER T.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 5 ed., São Paulo: Cortez, 1991.

CAVALCANTE, M. M. Expressões referenciais: uma proposta classificatória. In: **Cadernos de estudos lingüísticos**. Campinas, IEL/UNICAMP, n. 44, p. 105-118, jan./jun. 2003.

COSTA, A. M. **A importância da língua portuguesa na aprendizagem da matemática.** Dissertação (Mestrado) - Curso Ensino e Aprendizagem da Matemática. 2007. Universidade do Minho. Braga, Portugal: 2007. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/7258> Acesso em: 12/04/2010.

CUNHA, C.; CINTRA, L. **Nova gramática do português contemporâneo.** 3 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

D'AMORE, B. **Epistemologia e didática da matemática.** Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

_____. **Elementos da didática da matemática.** Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática, 1ª a 5ª series:** para estudantes do curso de Magistério e professores do 1º grau. 3 ed. São Paulo: Ática, 1994.

DANTZIG, T. **Número: a linguagem da ciência.** Tradução de Sergio Goes de Paula Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DEWEY, J. **Democracia y educación.** Madrid: Morata, 1998 (Edição Original, 1916).

_____. **Experiência e natureza; lógica - a teoria da investigação; a arte como experiência; vida e educação; teoria da vida moral.** São Paulo: Abril Cultural, 1939.

_____. **How we think:** A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston: D.D. Heath e Company: 1933.

DUBOIS, J. *et al.* **Dicionário de lingüística.** São Paulo: Cultrix, 2006.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução de Beatriz Affonso Neves. POA: Artmed, 1998.

FÁVERO, L. L. **Coesão e coerência textuais.** São Paulo: Ática, 1991. Disponível em http://www.snascimento.com/my_files/books. Acesso em: 06/03/2010.

_____. **Coesão e coerência textuais.** São Paulo: Ática, 2005.

FÁVERO, L. L.; KOCH, I. V. **Lingüística textual:** introdução, 9 ed. São Paulo: Cortez, 2008. (Série gramática portuguesa na pesquisa e no ensino: 9).

_____. **Lingüística textual:** introdução. 2 ed. São Paulo: Contexto, 1991. (Série Repensando a língua portuguesa).

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil . In: **Revista Zetetike.** Campinas, n.4, 1995, p. 1-37

FIORIN, J. L.; SAVIOLI, F. P. **Lições de texto**: leitura e redação. São Paulo: Ática, 1996.

FLORES V. N; BARBISAN L. B.; FINATO M. J. B.; TEIXEIRA, M. **Dicionário de linguística da enunciação**. São Paulo: Contexto, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

_____. **A importância do ato de ler**: em três artigos que se completam. 22 ed. São Paulo: Cortez, 1988.

HOGBEN, L. **Maravilhas da matemática**. Tradução de Paulo Moreira da Silva, Roberto Bins e Henrique Carlos Pfeifer. 2 ed., 3 impressão. Porto Alegre: Globo, 1970.

HUETE E BRAVO, O **Ensino da matemática**: Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

IFRAH, G. **Os números**: história de uma grande invenção. Trad.: Stella M. Freitas Senra. 3 ed. São Paulo: Globo, 1985.

IGLIORI, S. B. C. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática. In: Machado, S. D. A. **Educação matemática**: uma (nova) introdução. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2008.

JEANNIN, P. **Os mercadores do século XVI**. Tradução de Mário B. Nogueira. Porto. Portugal: Vertente, 1986.

JUSTO, J. C. R. **Mais... ou menos?...** : a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas. 2004. Dissertação (Mestrado) - Curso em Educação. Universidade Federal do rio Grande do Sul, Porto Alegre: 2004.

KLEIMAN, A. **Leitura**: ensino e pesquisa. Campinas: Pontes, 1996.

_____. **Oficina de leitura**: teoria e prática. 11 ed. Campinas, SP: Pontes, 2007.

KOCH, I.G.V. **Ler e compreender**: os sentidos do texto. São Paulo: Contexto, 1997.

_____. **Inter-ação pela linguagem**. São Paulo: Contexto, 2001.

_____. **A coesão textual**. 21 ed. São Paulo: Contexto, 2007.

KOCH, I. G. V.; ELIAS, V. M. **Ler e compreender os sentidos do texto**. São Paulo: Contexto, 2006.

KOCH, I. G. V.; TRAVAGLIA, L. C. **Texto e coerência**. 8 ed. São Paulo: Cortez, 2002.

LADYMAN, J. **Understanding philosophy of science**. Tradução e adaptação de Vítor João Oliveira. London: Routledge, 2002.

LEFFA, V. J. **Aspectos da leitura**. Porto Alegre: Sagra - D. C. Luzzatto, 1996.

_____. Fatores da compreensão na leitura. In: **Cadernos do IL**. Porto Alegre, v.15, n.15, p.143-159, 1996.

LAUAND, J. **Estudo introdutório - a Aritmética de Isidoro de Sevilha e a educação medieval**. Disponível em: <http://www.hottopos.com/geral/isidorus.htm>
Acesso em: 15/01/2010.

LUCKESI, C. C. **Filosofia da educação**- São Paulo: Cortez,1994.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimento e a inteligência e a prática docente. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2002.

MADRUGA, J. A. G.; ELOSÚA, M.R.; GUTIÉRREZ, F.; LUQUE, J. L.; GÁRATE, M. La construcción de la representación semántica de los textos. In: MADRUGA, J. A. G.; ELOSÚA, M. R.; GUTIÉRREZ, F.; LUQUE, J. L.; GÁRATE, M. **Comprensión lectora y memoria operativa**: aspectos evolutivos e instruccionales. Buenos Aires: Paidós, 2006.

MAYER, R. M. A capacidade para a matemática. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. Tradução de Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

MARCUSCHI, L. A. **Da fala para a escrita**: atividade de retextualização. São Paulo: Cortez, 2001.

_____. **Linguística de texto**: o que é e como se faz. Recife: Editora Universitária da UFPE (Universidade Federal de Pernambuco), 2009.

MENDONÇA, M. do C. D. **Problematização**: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. 1993. Tese (Doutorado) - Curso em Educação. Universidade Estadual de Campinas, São Paulo: 1993.

MENEGAT, I. A. **Relação entre compreensão leitora e aprendizagem matemática**: uma investigação com licenciandos em matemática. 2007. Dissertação (Mestrado) - Curso em Educação, Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2007.

MORA, J. F. **Dicionário de filosofia**. Tomo II (E-J). São Paulo: Edições Loyola, 2001.

MORA, J. F. **Dicionário de filosofia**. Tomo III (K-P). São Paulo: Edições Loyola, 2001a.

MOURA, G. R. S. **Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos**: avaliação de um programa de intervenção. 2007. Tese (Doutorado) - Curso em Educação do Indivíduo Especial. Universidade de São Carlos, São Paulo: 2007.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **An agenda for action**: recommendations for school mathematics of the 1980`s. Disponível em: <http://www.nctm.org/standards/focalpoints.aspx?id=284>. Acesso em: 07/09/2010.

NORMAN, D. A. **O design do dia-a-dia**. Tradução de Ana Deiró. Rio de Janeiro: Rocco, 2006.

ONUCHIC, L. R. Ensino aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.) **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). **Educação matemática** - pesquisa em movimento. 3 ed. São Paulo: Cortez, 2009.

ORLANDI, E. P. A produção da leitura e suas condições. In: BARZOTTO, V. H. (Org). **Estado de leitura**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, Associação de Leitura do Brasil, 1999.

PAGLIARINI, T. R. **Situação-problema**: representações de acadêmicos do curso de licenciatura em Matemática da UFSM. 2007. Dissertação (Mestrado) - Curso Matemática, Universidade Federal de Santa Maria: 2007

PAULINO, G. **Tipos de textos, modos de leitura**. Belo Horizonte: Formato, 2001. (Educação em formação).

PAVIANI, N. M. S. **Linguagem e educação**. Caxias do Sul: EDUCS, 2008.

PEREIRA, I. **Dicionário grego-português e português-grego**. Porto: Livraria Apostolado da Imprensa, 1984.

PEREIRA, V. W. (Org.) **Leitura e cognição**: teoria e prática nos anos finais do ensino fundamental. Porto Alegre: EDIPUCRS. 2009. Disponível em: http://www.pucrs.br/edipucrs/leituraecognicao/e_book_2009.html Acesso em: 12/01/2011.

PINEDO, C. Q.; PINEDO, K. S. **Introdução à epistemologia da ciência**. Palmas, Tocantins: Campus de Palmas, Universidade Federal do Tocantins, 2008.

POLYA, G. **How to solve it**. Garden City, New York.: Doubleday,1944.

_____. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PROCLO. **Comentários sobre o livro I de Euclides**. Disponível em: <http://www.boonic.com.br/enciclopedia/281753/problema-filosofia.html>. Acesso em: 08/10/2010.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. A solução de problemas nas ciências da natureza. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RAMOS, G. **Vidas secas**. São Paulo: Record, 1980.

RAMOS, W. M. A compreensão leitora e a ação docente na produção de texto para o ensino a distância. In: **Revista linguagem e ensino**. Pelotas, v. 9, n. 1, p. 215-242, jan./jun. 2006.

_____. **A compreensão leitora de professoras do ensino fundamental**. 2005. Tese (Doutorado) - Curso em Psicologia, na área de concentração da psicologia do desenvolvimento humano. Universidade de Brasília. Brasília, 2005.

RUSSELL, B. **Introdução à filosofia matemática**. 4 ed. Tradução de Giasone Rebuá. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1981.

SAN ISIDORO DE SEVILLA. **Etimologías**. Madrid, La Editorial Católica, S.A.: Madrid, 1951.

SANTOS, M. P. Escola para todos - um Olhar pelo Mundo. In: **Anais do VI seminário nacional do INES: surdez e diversidade social**. Rio de Janeiro, 2001.

SAVIANI, D. **Do senso comum à consciência filosófica**. 13 ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2000.

SCHÜTZ, R. **Word histories**. Disponível em: <http://www.sk.com.br/sk-hist.html>. Acesso em: 25/01/2011.

SILVEIRA, J. F. P. **O que é um problema matemático?** Disponível em: <http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html>. Acesso em: 30/03/2009.

SMITH, F. **Compreendendo a leitura: uma análise psicolinguística da leitura e do aprender a ler**. 4 ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul Ltda., 2003.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. **Perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de matemática**. Disponível em: <http://www.scribd.com/doc/40794772/stanic-kilpatrick>. Acesso em: 27/09/2010.

TELES, R. A. de M. **A aritmética e álgebra na matemática escolar**. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC58937242400.pdf>. Acesso em: 06/01/2011.

THOMPSON, A. G. Learning to teach mathematical problem solving: changes. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989.

TRASK, R. L. **Dicionário de linguagem e lingüística**. Tradução e adaptação de Rodolfo Ilari. São Paulo: Contexto. 2004.

VALENTE, P. M. **Emprego de conjunções e compreensão leitora: um estudo com alunos da 8ª série do ensino fundamental**. 2009. Dissertação (Mestrado) - Curso em Letras. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre 2009.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. 2 ed. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2007.

VERNANT, J. P. **As origens do pensamento grego**. 9 ed. Tradução de Isis Borges B. da Fonseca. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1996.

VESCE, G. E. P. **Psicologia cognitiva**. Disponível em: <http://www.infoescola.com/psicologia/cognitiva/>. Acesso em: 10/10/2010.

VIEIRA, E. Aprendizagem, raciocínio e resolução de problemas matemáticos. In: **Projeto Revista de Educação: Matemática**, v.2, n.3, jul./dez.2000.

VOGT, C.. **Linguagem, pragmática e ideologia**. 2 ed., São Paulo: HUCITEC, 1989.

ANEXO I – ARITMÉTICA: UM POUCO DE HISTÓRIA

*A Aritmética é a base de toda a Matemática, pura ou aplicada. É a mais útil das ciências e provavelmente não existe nenhum outro ramo do conhecimento humano tão espalhado entre as massas.*⁴¹

A *Aritmética* é o ramo da matemática que lida com os números e com as operações possíveis entre eles. É a *sciencia dos números*⁴².

Arithmética ou Aritmética (da palavra grega αριθμός, número) é o mais elementar e mais antigo ramo da Matemática. O termo *Aritmética* também é usado como sinônimo à *teoria dos números*, ramo da matemática pura que estuda mais profundamente as propriedades dos números em geral bem como a pesquisa moderna que tem surgido destes estudos. A teoria dos números é também chamada de aritmética superior⁴³.

Os números fazem parte de uma série de grandes invenções da humanidade, diz Ifrah (1985, p. 09), provavelmente resultante da necessidade de recenseando de bens, no registro de tempo ou de inventários de terras. Supõe-se que a função primeira dos números tenha sido a de quantificar, ou seja, de atribuir uma determinada quantidade a conjuntos específicos respondendo a uma necessidade prática.

Os números inteiros⁴⁴ foram “objetos de especulação humana desde os primeiros dias”, diz Dantzig (1970, p. 45) e possivelmente a teoria dos números tenha evoluído de uma “espécie de numerologia” e tenha passado por um “período errático de solução de charadas antes de adquirir o *status* de ciência”, completa o autor (p. 59). Para esse autor, todo processo matemático se apóia no conceito de número e nas propriedades atribuídas à sequência dos números naturais⁴⁵.

⁴¹ Cf.: Dantzig, T., 1970, p. 44.

⁴² Cf.: Novíssimo Dicionário Latino-Português, 2000, p.104.

⁴³ Cf.: <http://pt.encydia.com/es/Matem%c3%a1ticas>. Acesso em 12/01/2011.

⁴⁴ Números inteiros são os que pertencem à reunião do conjunto dos números naturais, o conjunto dos opostos dos números naturais e o zero.

⁴⁵ Números naturais são os que servem para contar. São construídos com os algarismos: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Para chegar à teoria dos números, a humanidade percorreu longos caminhos. A técnica da contagem e as regras de calcular foram fatos estabelecidos no final do período renascentista, em meados do século XVII. Para chegar a esses fatos, muitas batalhas aconteceram: nas lutas por territórios ou por religião, os povos levavam a sua cultura e tomavam conhecimentos de outras. As várias práticas de quantificar, contar, medir, ou de representar essas ações, foram se mesclando no decorrer da história e algumas se impondo sobre outros de maneira que hoje tem-se quase que uma universalidade dessas práticas. Para entender as razões de estudar a Aritmética, procura-se na história da humanidade, o seu desenvolvimento.

Para Dantzig (1970, p. 44), a Aritmética e a teoria dos números, são ramos contrastante da Matemática, considera a Aritmética acessível pela generalidade e simplicidade de suas regras enquanto que a teoria dos números é de difícil compreensão devido aos métodos individuais de abordagem de problemas. *Arithmética* era a teoria do número até o século XVII. O que atualmente denomina-se *aritmética* era chamado *logística*, pelos gregos, e *algorismo*, na Idade Média, completa este autor (1970, p. 45).

A definição atual de *Aritmética* encontra-se na *Enciclopédia de Matemática*, segundo Newman (*apud* TELES, 2004, p. 02), como parte da matemática que trata de cálculos. É dividida em Aritmética Comum, cálculo com números definidos, e Aritmética Literal, cálculo com números representados por letras (cálculo algébrico).

O estudo da Aritmética sempre esteve presente nas civilizações, como traz Cambi (1999). Os filósofos da antiguidade também se ocuparam em estudar Matemática, até porque eram eles que refletiam sobre todos os setores da indagação humana. Entre os gregos, Pitágoras (570 - 497 a.C.) foi o primeiro a escrever sobre a disciplina do número e, depois, Nicômaco (60-120 d.C.) ampliou esse trabalho, que, entre os latinos, foi traduzido, primeiro, por Apuleio (125-180 d.C.) e, depois, por Boécio (475 -524 d.C.).

Muito do que se sabe da cultura clássica de um modo geral, foi transmitida para a Idade Média, por Santo Isidoro⁴⁶ (560-636), nascido em Sevilha, na época visigoda, e bispo nesta cidade, de 600 a 636. Sua obra, *Etimologías*, foi escrita

⁴⁶ Por reconhecimento a sua obra, a igreja católica elegeu Santo Isidoro de Sevilha como o padroeiro da rede mundial de computadores. Disponível em: <http://www.nsmaedadivinaprovidencia.com.br>. Acesso em 11/11/2010.

próximo à sua morte. É uma espécie de enciclopédia em vinte livros, na qual o autor faz uma coletânea dos conhecimentos da época sobre artes e ciências. A primeira impressão deste livro data de 1472 (LAUAND, 2002).

No livro III *Quadrivium: las matemáticas: arithmetica, geometría, música, y astronomia*, San Isidoro de Sevilha designa as matemáticas como *doctrinalis scienti*, ciência do conhecimento, que trata da "quantidade abstrata". Esta ciência é concebida como um "ato da razão", independentemente de referência material (SAN ISIDORO, 1951, p. 75).

Diversos conceitos apresentados na *Aritmética* de San Isidoro foram recolhidos dos gregos, valendo-se dos estudos e traduções de Boécio, entre outros, que a consideravam como a primeira das disciplinas matemáticas. "A Aritmética é a disciplina da quantidade numerável em si mesma considerada", e, "a musica, a geometria e a astronomia para existir, necessitam de seu auxílio" diz San Isidoro (1951, p. 75). A Aritmética também serviu aos estudos de religião, o grande "tema transversal" na pedagogia medieval. San Isidoro (1951) fala da importância dos números nos livros das Sagradas Escrituras, explicando quão profundo é o mistério que eles encerram em tais textos, como em uma passagem em louvor a Deus: "Tudo fizeste com medida, número e peso" (Sab 11, 21 *apud* SAN ISIDORO, 1971, p. 76).

Registros acerca de quantificações com traços em bastões, riscos em pedras ou marcas em argila, conforme Dantzig (1970, p. 31), foram encontrados nas cavernas de homens pré-históricos da Europa, Ásia e África e precedem a história da escrita. Há evidências de primitivas ideias do homem sobre o número, datadas de trinta mil anos atrás, em sinais feitos em ossos (BOYER, 1974, p. 03), primeiros rudimentos de contabilidade. Os sinais em ossos, peças de argila, bastões de madeira, pedras ou outros materiais antecederam às palavras específicas e às transcrições gráficas de número. "A invenção dos algarismos aconteceu muito antes da descoberta da escrita", diz Ifrah (1985, p. 150), e, nesse estágio, serviram para facilitar a memorização de quantidades ou enumerações, entretanto, não há indícios de escrita de cálculos.

Por volta de oito ou dez mil anos atrás, conforme Cambi (1999, p. 58), no período Neolítico, o homem não sobreviveu apenas da caça, voltou-se à agricultura e ao pastoreio. Nasceram, por isso, as primeiras civilizações agrícolas com o cultivo dos campos, a criação de animais, o aperfeiçoamento de técnicas para a aragem, a

tecelagem e a construção de utensílios domésticos. Surge, assim, outra função para o número além da quantificação: a contabilidade. O homem sedentário precisa regular, de antemão, suas provisões.

Também nessa época, ainda conforme Cambi (1999, p. 59), a arte se torna “mais rica e sofisticada, estilizada e simbólica”, podendo ser considerado o início da geometria, nas relações de congruência e simetria, evidenciadas nos desenhos de peças arqueológicas descobertas. O desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por “necessidades práticas de construções e demarcações de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem”, completa Boyer (1974, p. 05).

Boyer (1974, p. 04) especula que há a possibilidade de os números terem surgidos em rituais religiosos que necessitavam de uma contagem, com característica ordinal e não cardinal. Hogben (1970, p. 72) ratifica essa possibilidade ao dizer que a “primeira utilização dos números foi para denotar a ordem exata que um objeto ou acontecimento ocupava dentro de uma série”, salientando a importância da ordinalidade na invenção do número. Este autor diz ainda que “a literatura matemática inicia-se com a linguagem pictórica ou hieroglífica que chamamos geometria” e só com o tempo o homem foi abandonando as figuras e passando a utilizar números, letras e tábuas, estas últimas, “verdadeiros catálogos de significações das palavras usadas” (*op. cit.*, p. 77).

Se o número surgiu numa concepção cardinal ou ordinal ou se a Matemática surgiu com a geometria ou com a Aritmética ainda não se sabe ao certo. O que se sabe é que tanto a aritmética como a geometria surgiram antes da escrita, o que torna o resgate da história mais complexo. O uso de numerais escritos, seguindo uma organização, com símbolos próprios, data aproximadamente de 3.500 a.C., pelos antigos sumérios e egípcios⁴⁷.

As primeiras civilizações antigas estabeleceram-se no Oriente Médio, região de vales férteis, desertos, estepes e montanhas. Esta região, atualmente, “vai desde a Turquia até a Arábia, também ao Norte da África”, numa coexistência que “no seu pluralismo” se influencia e se contrapõe, encontrando no Mediterrâneo o centro de intercâmbio e o meio de comunicação” (CAMBI, 1999, p. 68). Assim, surge o

⁴⁷ A abordagem que está sendo feita refere-se a número, enquanto uma invenção, uma ferramenta usada na expressão e compreensão das relações do homem com o mundo.

comércio, atividade para a qual o uso da contagem, dos números e das “contas”, ou seja, da Aritmética, foi imprescindível. Dentre essas civilizações, destaca-se a mesopotâmica e a egípcia.

Na Mesopotâmia, onde o barro era abundante, eram feitos registros em formas de cunhas, com estilete, em tabletas moles que depois eram cozidos. Esse tipo de registro chama-se, hoje, de *escrita cuneiforme*. Foram descobertos documentos com tal escrita e parte deles, com cerca de quatro mil anos, se refere à Matemática e a um sistema de numeração na base *sessenta*. Já os escritos egípcios foram descobertos em 1799 e possibilitaram a leitura de números, em um sistema que data de cinco mil anos, baseado na escala de dez (BOYER, 1974, p. 08).

A Matemática desenvolvida tanto na Mesopotâmia como no Egito, conforme Pinedo e Pinedo (2008, p. 81), tinha um cunho prático, com o objetivo de facilitar o cálculo do calendário, a administração das colheitas, organização de obras públicas e a cobrança de impostos, bem como os registros dessas atividades. A Matemática passa a ter seu desenvolvimento voltado para conceituação, teoremas e axiomas, com a civilização grega. Os gregos não se contentavam em saber regras e em como resolver problemas, eles buscavam explicações racionais para as questões em geral, especialmente as geométricas.

O surgimento das cidades também influenciou o modo de viver do povo grego. Segundo Vernant (1996), é possível datar e localizar o aparecimento da filosofia grega contrapondo-se ao declínio do pensamento mítico, precisamente no início do século VI a.C., em Mileto, colônia grega. Possivelmente, o surgimento da *pólis*⁴⁸ tenha colaborado para o nascimento da filosofia e para que as explicações aos fenômenos da natureza fossem elaboradas, sem o recurso a mitos e à religião. Os pensadores gregos introduziram uma nova forma de se perguntar pela realidade a sua volta. Em suas especulações, em seus diálogos e em seus debates, uma das formulações constantes passou a ser a formação do universo. Surge, daí, uma matemática dedutiva e formalmente organizada, bem diferente da matemática de caráter eminentemente prático, desenvolvida no Egito e na Mesopotâmia

⁴⁸ Conforme Cambi (1974, p.77), *pólis* refere-se a “uma cidade-Estado com forte unidade espiritual [...] que organiza um território, [...] é aberta para o exterior [...] e administrada por regime [...] regulado por meio da ação de assembléias e de cargos eletivos”.

O maior desenvolvimento da matemática grega deu-se no período helênico, de 300 a.C. a 200 d.C. Por volta de 300 a.C., o centro da matemática mudou-se de Atenas para Alexandria, no Egito.

A matemática moderna teve origem no racionalismo jônico⁴⁹, e teve como principal estimulador Tales (625 a.C. a 547 a.C.), considerado o “pai da matemática moderna”. Tales era um mercador grego que visitou a Babilônia⁵⁰ e o Egito, onde deve ter adquirido parte dos seus conhecimentos matemáticos, aos quais deu um tratamento racional, conforme Pinedo e Pinedo (2008, p. 81).

Esse racionalismo objetivou o estudo de quatro pontos fundamentais: compreender o lugar do homem no universo conforme um esquema racional; encontrar a ordem no caos; ordenar as ideias em sequências lógicas; e obter princípios fundamentais nessas sequências. No centro da cultura grega, conforme Cambi (1999, p. 72), coloca-se a racionalidade, ou seja, o uso rigoroso da mente que se desenvolve nas direções lógica (que demonstra) e crítica (que discute abertamente cada solução) e que organiza cada âmbito da experiência humana, submetendo-o a uma reconstrução à luz da teoria, ou de um saber orgânico estruturado segundo princípios e posto como valor em si mesmo.

Na segunda metade do século VI a.C., começam a surgir as primeiras divisões nas ciências. Surgem dois grupos distintos de filósofos, os sofistas e os pitagóricos, que passam a analisar as ciências de dois modos diferentes. Os sofistas abordavam os problemas de natureza matemática como uma investigação filosófica do mundo natural e moral, desenvolvendo uma matemática mais voltada à compreensão do que à utilidade. Os pitagóricos, por sua vez, enfatizavam o estudo dos itens imutáveis da natureza e da sociedade.

A escola fundada por Pitágoras diferenciava-se das demais pelo papel atribuído aos números, que hoje chamamos *naturais*. A escola pitagórica, segundo Pinedo e Pinedo (2008, p. 38), “era profundamente mística; atribuía aos números e às suas relações um significado mítico e religioso”. Ainda, conforme esses autores (2008, p. 81), “o número exercia o papel da matéria e da forma do universo”, um

⁴⁹ Pinedo e Pinedo (2008, p. 30) afirma que “a filosofia nasceu não na Grécia propriamente dita, mas nas colônias gregas do Oriente e do Ocidente, a saber, na Jônia e na Magna Grécia”.

⁵⁰ Ainda, para Pinedo e Pinedo (2008, p. 75), Babilônia foi uma cidade da Mesopotâmia que passou a designar a própria Mesopotâmia devido à unificação religiosa e à formação do Primeiro Império Babilônico.

ponto era chamado de um; uma reta, de dois; uma superfície, de três e um sólido, de quatro. Assim, “os pontos geravam retas, que geravam superfícies, que geravam sólidos, que formavam o universo” (*op. cit.*, p. 81), teoria que não se sustentou com a descoberta da incomensurabilidade⁵¹.

A Matemática transformou-se em uma *geometria*, e as questões aritméticas ganharam uma abordagem geométrica. Neste contexto, Euclides (306-283 a.C.), conhecido pela sua arte de ensinar, reúne em seus *Item*, uma coleção de treze livros, as descobertas geométricas de seus precursores. Três destes livros são dedicados à aritmética.

A conquista da Grécia pelos macedônios, no século IV a.C., favoreceu a difusão da cultura grega, que, associada a cultura oriental, resultou na cultura helenista. Essa cultura teve como centro a Alexandria. A Matemática desenvolvida neste centro foi fortemente influenciada pelas ideias de Euclides, Platão e Aristóteles, com demonstrações geométricas abstratas de um lado e, de outro, pela matemática egípcio-babilônica, com uma aritmética computacional e uma álgebra elementar.

No século II a.C., a Grécia é conquistada pelo Império Romano, todavia “a vida e a cultura romanas transformaram-se radicalmente, em consequência justamente dessa conquista”, diz Cambi (1999, p. 107). A partir da presença grega, a religião romana se reelabora, a vida política se redefine, a cultura anexa novas formas, a filosofia e a retórica se tornam mais ricas e maduras. Há uma crise no sistema social, pois a queda de Atenas significou o fim do império da democracia escravagista. Esta crise social influenciou a crise nas ciências, que culminou com o fechamento da escola de Atenas, marcando, dessa forma, o fim da matemática grega clássica. Como salienta Boyer (1974, p. 129), “a Roma antiga pouco contribuiu para a ciência e a filosofia e menos ainda para a matemática”.

Por volta do ano 300 d.C., Diofanto, considerado o maior algebrista grego, apresenta uma coleção de cento e cinquenta problemas em sua obra *A Arithmetica*. Não se sabe se eram originais. Sua obra não se assemelha à álgebra geométrica de Euclides e nem forma uma base para a álgebra elementar moderna. Seu trabalho constitui um exemplo da sobrevivência da antiga álgebra da Babilônia, em meio ao

⁵¹ Para Ladyman (2002, p. 117), “a incomensurabilidade é um termo da matemática que significa ‘falta de medida comum’”.

brilho da matemática grega. Também neste período se tem notícias do “último geômetra grego importante, Pappus de Alexandria” (BOYER, 1974, p. 130).

Não se pretendeu fazer um resumo da história da Matemática na antiguidade, mas trazer alguns fatos que mostram a presença da Aritmética como constituinte da história da humanidade. A presença desse ramo da Matemática na educação formal ou informal justifica a busca da compreensão de como essa “disciplina” se construiu.

A história da numeração é descontínua e hesitante, mas converge para o sistema que hoje é usado em quase todo o mundo, diz Ibrah (1985, p. 09), o *sistema de numeração decimal*. O sistema de numeração, com suas operações, faz parte do ramo da Matemática chamado *Aritmética*, que se constitui uma das disciplinas nucleares nos currículos dos anos iniciais da Educação Básica. Contar e calcular, bem como, medir e organizar o espaço e as formas (geometria) são competências para cujo desenvolvimento o ensino de Matemática se faz fundamental conforme PCN (1997, p. 38).

Os saberes aritméticos são valorizados no decorrer da história de forma utilitária entre algumas civilizações da antiguidade, como a mesopotâmica e a egípcia, para atingir a verdade através dos números, tal qual faziam os pitagóricos, ou para preparar para o exercício da dialética, entre os gregos. Estes saberes são revalorizados com as transformações socioeconômicas que ocorrem nas sociedades a partir da Revolução Industrial⁵², nas quais é conveniente que os setores populares tenham noções elementares de Aritmética (cálculos, pesos e medidas).

A criação de novos modos e hábitos de trabalho e de consumo, regidos por interesses de produção, faz com que o ensino de Aritmética seja fundamental para a sobrevivência em uma nova sociedade regida pela economia afirmam Bañuelos e Velázquez,(1999, p. 109). Há, então, a necessidade de produção e adaptação desses conhecimentos para o contexto escolar. O século XVI é marcado pelo comércio e pelo início de uma mudança nas técnicas educativas e escolares. Mesmo o mais simples dos comerciantes precisava dominar os cálculos. O ensino, nesse contexto, voltava-se para as necessidades cotidianas.

Dessa forma, o ensino para crianças tem a preocupação com o ‘cifrar’, isto é, com o ler e o escrever números, e com a metrologia mais corrente, o sistema

⁵² A Revolução Industrial ocorrida na Inglaterra, integra o conjunto das "Revoluções Burguesas" do século XVIII, que marcam a passagem do capitalismo comercial para o industrial.

métrico do tempo. A Aritmética mais simples é abordada após dois ou três anos de estudos, quando o aluno passa, segundo a terminologia italiana, ao ábaco, com explica Jeaninn (1986, p. 88).

Na Europa, muitos manuscritos de Aritmética são impressos. Jeaninn (1986, p. 89) menciona o *Ábaco*, de Pietro Borgi, publicado ainda no século XV, em Veneza, em 1484, e reimpresso dezesseis vezes. A *Summa de Artihmetica Geometrica Proportioni et Proportionalita*, de Luca Pacioli, foi impressa em Veneza, em 1494. Clavius (1537-1612) escreveu extensos tratados de aritmética, geometria, álgebra e astronomia, que serviram aos colégios jesuítas por muitos anos. Juntas, aritmética e astronomia compunham as ciências matemáticas, cujo objetivo principal era o de difundir, o máximo possível, aulas sobre o globo terrestre, as chamadas “aulas da esfera”.

Em 1590, em pleno domínio espanhol (1580-1640), foi instituída, em Portugal, a “Aula da esfera” para instrumentalizar os navegadores do Oriente ou da África. A construção de peças náuticas, a cartografia e a formação de pilotos introduziram o ensino de Matemática, mais especificamente de geometria e aritmética, nas escolas jesuítas de Lisboa, diz Valente (2007, p. 25-30). Durante muitos anos, a Matemática foi considerada de “ensino prático, técnico e menor” do que as Letras, julgadas relevantes na formação do homem (*op. cit.*, p. 35).

No Brasil, não foi diferente. É possível que o ensino da Matemática tenha sido atrelado ao da Física durante muito tempo. Sabe-se que a aritmética começou como “deveria começar, isto é, pela Lição de Algarismos ou primeiras operações”, em 1605, em colégios jesuítas na Bahia conforme Leite (*apud* VALENTE, 2007, p. 29). Notícias do ensino de Matemática no Brasil têm-se pelo documento *Auto de inventário e avaliação dos livros achados nos colégios jesuítas do Rio de Janeiro e sequestrados em 1775*. Nos quatro mil livros confiscados a partir das ordens de Marquês do Pombal⁵³, havia livros de Clavius, entre outros autores que se preocupavam com a Matemática. A falta de professores e a não consideração dessa disciplina como ciência contribuíram para um ensino, no Brasil, de qualidade inferior

⁵³ Sebastião José de Carvalho e Melo (1699-1782), ministro do reino de Portugal, foi um dos principais responsáveis pela expulsão dos Jesuítas de Portugal e das suas colônias. Disponível em <http://www.revistadehistoria.com.br/v2/home/?go=detalheid=1351>. Acesso em 18/07/2010.

ao da Europa. As ciências eram estudadas como lógica, física, metafísica e ética; na Física eram vistos os rudimentos da Aritmética.

A Matemática, visando às lidas do comércio, com a Aritmética, ou com vistas às tarefas dos carpinteiros, agrimensores e arquitetos, com a Geometria, não deixou de ser utilitarista para as chamadas “artes mecânicas”. As construções militares e de artilharia exigiram um outro profissional da arte de calcular, o engenheiro, “que é um militar e um matemático” (VÈRIN *apud* VALENTE, 2007, p. 41).

Os canhões e o desenvolvimento de novas armas de guerra exigem fortificações cada vez mais sofisticadas; os engenheiros precisam provar que suas propostas de defesa são eficazes. A matemática se desenvolve para dar conta da demanda; partindo do abstrato, do desenho e das escalas para possibilitar a concretude do projeto, conquista outro *status*, o seu estudo passa a ser básico nos cursos superiores. Em 1772, é criada a faculdade de Matemática, em Coimbra, com a adoção do livro de Bézout (1764-1769), matemático francês, substituindo o de Bélidor (1698-1761), engenheiro civil, militar e escritor hispano-francês, em 1773. No Brasil, segundo Valente (2007), adota-se *Aritmética*, de Bézout, e , de Bélidor, inaugurando a separação da Geometria e da Aritmética no ensino de Matemática.

A *Aritmética* de Bézout preocupa-se em ser um manual prático de calcular, livrando-se dos assuntos militares. Os conteúdos previstos são: os números e as quatro operações; frações; números complexos; raiz quadrada e cúbica; razões, proporções e regra de três; progressões aritméticas, geométricas e logaritmos.

Como conta a história, de 1500 até 1808, foi proibida, no Brasil, a criação de escolas superiores, a circulação e impressão de livros, de panfletos e de jornais, bem como a existência de tipografias. Só por volta de 1830 é que surgiram as primeiras obras didáticas nacionais nas quais os autores se preocuparam em organizar os conteúdos. Os livros de Aritmética continuaram sendo manuais; os professores deveriam seguir as lições e os procedimentos propostos. Não é diferente com os livros de Geometria e de Álgebra. O livro de Lacroix (1765-1843), datado de 1813, chega ao Brasil com “noções preliminares sobre a passagem da Aritmética para a Álgebra”, entre outros conteúdos, segundo Valente (2007,p. 41). Em 1889, Peano (1858-1932) publicou a primeira versão de seus famosos axiomas de números naturais, "Princípio de Aritmética", nos quais definem os números naturais em termos da teoria de conjuntos, surgindo assim a lógica matemática.

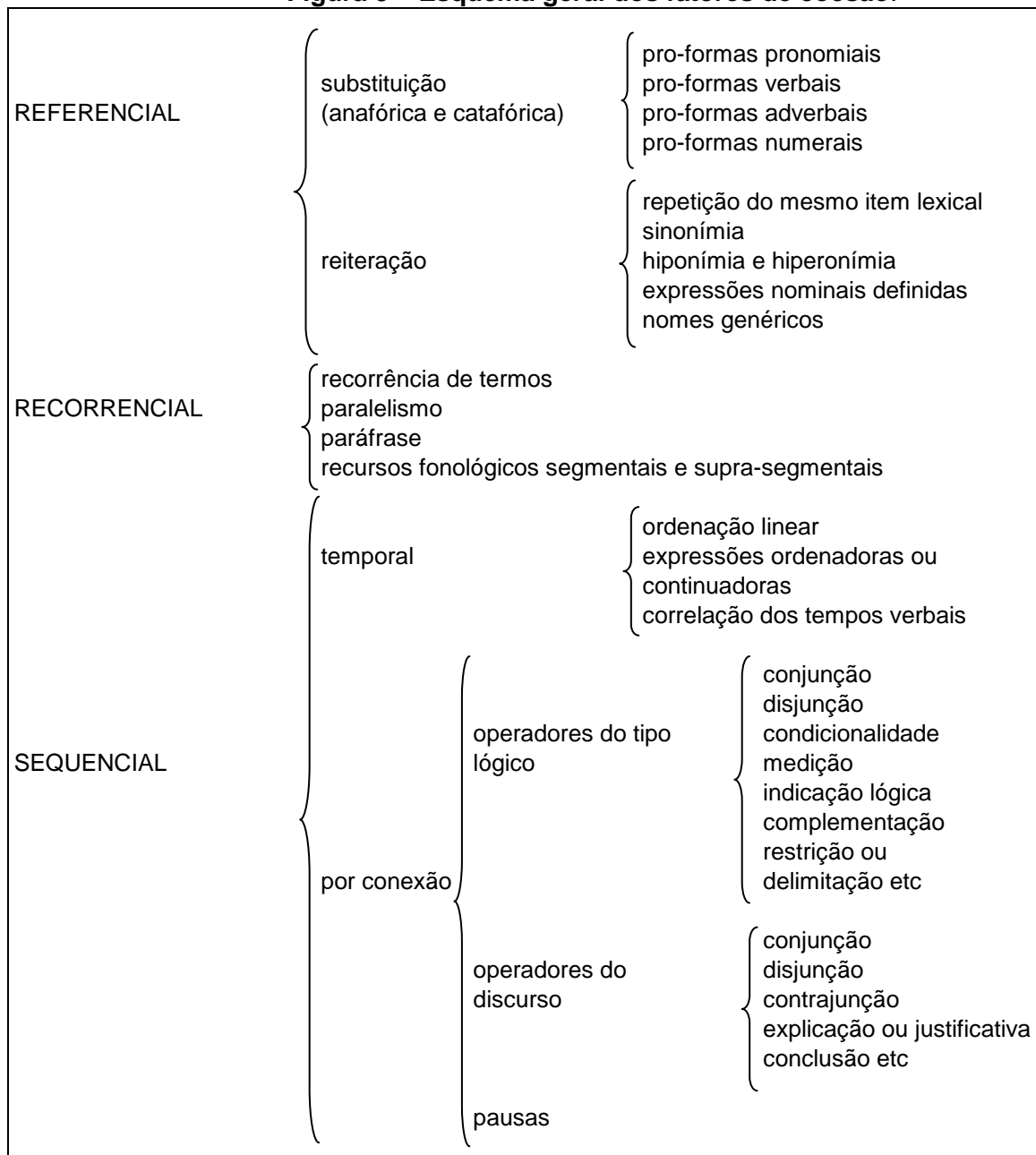
Hoje, nos cursos universitários, a Aritmética se apresenta normalmente como uma estrutura definida a partir de axiomas e teoremas de forma abstrata, que não se restringe mais a estudar as operações clássicas entre os números, principalmente com a criação de novos conjuntos numéricos a partir do século XIX.

No Ensino Fundamental, nas escolas brasileiras, principalmente nas etapas iniciais, trabalha-se a Aritmética para atender às necessidades de contagem e das operações aditivas (adição, subtração) e multiplicativas (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação). Nas etapas finais, há consenso de que os currículos de Matemática “devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra)”, juntamente com “o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas”. É aconselhado também que haja “interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria e de outros campos do conhecimento” (PCN, 1998, p. 49).

A Aritmética faz parte da cultura dos povos desde os tempos antigos, tendo sido desenvolvida para atender às necessidades de comunicação e quantificação. Na história das civilizações, os povos criaram e recriaram a Aritmética, sob roupagens diferentes, mas utilizando essencialmente os mesmos processos matemáticos, modificados ao longo do tempo. Em nossos dias, as experiências de quantificação de objetos e fenômenos fazem parte da vida prática das pessoas, e o estudo da Aritmética é uma necessidade para prover a organização adequada da sociedade e oferecer oportunidades para o indivíduo desenvolver processos matemáticos inerentes a sua estrutura lógica mental.

ANEXO II- ESQUEMA GERAL DOS FATORES DE COESÃO

Figura 5 – Esquema geral dos fatores de coesão.



Fonte: Fávero (1991)

ANEXO III – RESPOSTAS DOS ALUNOS

Apresentam-se, a seguir, os problemas utilizados no instrumento de pesquisa, com os itens que foram lacunados em destaque, e as respectivas tabelas, com a compilação das respostas dadas pelos alunos.

Problema P1

Um agricultor verificou **que** (P1L1) um hectare de terra produz 65 toneladas de cana-de-açúcar e que **cada** (P1L2) tonelada de cana produz 92 litros de álcool. Quantos litros de álcool são produzidos em um hectare de terra?

Resolução:

1 hectare -> 65 toneladas

1 tonelada -> 92 litros de álcool

$65 \times 92 = 5.980$

Tabela 15 – P1L1 – Respostas dos alunos

P1L1	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Que	17	20	37	61,66
65 toneladas	5	0	5	8,33
Para	0	4	4	6,66
Se	1	1	2	3,33
De	2	0	2	3,33
1	1	0	1	1,67
Com	1	0	1	1,67
Em	1	0	1	1,67
Esta	0	1	1	1,67
Hectare	1	0	1	1,67
Mais de	0	1	1	1,67
O	0	1	1	1,67
Seu terreno	0	1	1	1,67
Seu	0	1	1	1,67
Em branco	1	0	1	1,66
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 16 – P1L2 – Respostas dos alunos

P1C2	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Uma	18	21	39	65,00
1	6	1	7	11,66
Cada	1	2	3	5,00
E quantidade	0	2	2	3,33
5980	1	0	1	1,67
A	1	0	1	1,67
E cada	1	0	1	1,67
Litros de álcool	1	0	1	1,67
Meia	1	0	1	1,67
Pesa 1	0	1	1	1,67
Produz	0	1	1	1,67
Quantidade e	0	1	1	1,66
Em branco	0	1	1	1,66
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Problema P2

Uma parede tem 8 m de comprimento **por** (P2L1) 2,75 m de altura. Com uma lata de tinta é possível pintar 10 m² de parede. **Quantas** (P2L2) latas de tinta serão necessárias para pintar **esta** (P2L3) parede?

Resolução:

$$8 \times 2,75 = 22$$

$$1 \text{ lata} \rightarrow 10 \text{ m}^2$$

$$22 : 10 = 2,2$$

Tabela 17 – P2L1 – Respostas dos alunos

P2L1	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
E	17	19	36	60,00
Por	3	2	5	8,33
Com	3	1	4	6,67
E a outra	0	4	4	6,67
Mede	3	0	3	5,00
8x2,75	2	0	2	3,33
Outra	0	2	2	3,33
8x	1	0	1	1,67
E têm	1	0	1	1,67
Por / e	0	1	1	1,67
X	0	1	1	1,66
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 18 – P2L2 – Respostas dos alunos

P2L2	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Quantas	21	23	44	73,33
1	5	0	5	8,33
duas	0	3	3	5,00
As	1	1	2	3,33
3	1	0	1	1,67
6	1	0	1	1,67
22	1	0	1	1,67
a	0	1	1	1,67
B	0	1	1	1,67
Nas	0	1	1	1,66
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 19 – P2L3 – Respostas dos alunos

P2L3	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Essa	7	7	14	23,33
A	4	9	13	21,66
Uma	3	6	9	15,00
Toda	4	4	8	13,33
22 m de	4	0	4	6,66
Esta	1	1	2	3,33
22	1	1	2	3,33
1	1	0	1	1,67
22:10	1	0	1	1,67
22:10=32	1	0	1	1,67
10	1	0	1	1,67
As	1	0	1	1,67
Quando da	1	0	1	1,67
Todo	0	1	1	1,67
Em branco	0	1	1	1,67
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Problema P3

Um pediatra receitou algumas gotas de um remédio **cuja** (P3L1) dose é calculada **desta** (P3L2) maneira: o número de gotas é igual ao peso da criança, somado **a** (P3L3) 14, dividido **por** (P3L4) 2.

- a) Escreva a expressão numérica que mostra quantas gotas uma criança de 18 kg deve tomar.
b) Qual o valor da expressão que você escreveu?

Resolução:

a) $\frac{18 + 14}{2}$

b) 16

Tabela 20 – P3L1 – Respostas dos alunos

P3L1	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Cuja	0	0	0	0,00
Que	5	6	11	18,33
Cada	5	4	9	15,00
E a	4	3	7	11,67
Onde a	3	5	8	13,33
A	3	2	5	8,34
Para	2	2	4	6,66
Que a	2	2	4	6,66
Que foi	2	1	3	5,00
Como	1	2	3	5,00
Ele	2	1	3	5,00
Que tinha	1	0	1	1,67
Em branco	0	2	2	3,34
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 21 – P3L2 – Respostas dos alunos

P3L2	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Da seguinte	11	9	20	33,34
Dessa	7	8	15	25,00
De	6	6	12	20,00
Que	2	3	5	8,33
Desta	1	1	2	3,33
Com	1	1	2	3,33
45 gotas	1	1	2	3,33
2	1	1	2	3,34
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 22 – P3L3 – Respostas dos alunos

P3L3	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
A	4	4	8	13,33
Por	5	7	12	20,00
Assim	4	5	9	15,00
Mais	5	5	10	16,66
Com	7	6	13	21,66
45 gotas	2	1	3	5,00
Os	1	1	2	3,34
O	1	0	1	1,67
Quase	0	1	1	1,67
Em branco	1	0	1	1,67
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 23 – P3L4 – Respostas dos alunos

P3L4	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Por	20	21	41	68,33
Com	3	3	6	10,00
Em	1	3	4	6,67
A	2	1	3	5,00
Em branco	2	1	3	5,00
17	2	1	3	5,00
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Problema P4

Amyr Klink, sozinho, atravessou o oceano Atlântico **num** (P4C1) barco a remo. **Ele** (P4C2) saiu **da** (P4C3) África e chegou **ao** (P4C4) Brasil, remando aproximadamente 7.000 km **em** (P4C5) 97 dias.

Quantas horas durou a viagem?

Qual foi, em média, sua velocidade: 5km por hora ou pouco mais de 3 km por hora?

Resolução:

$$97 \times 24 = 2.328$$

$$7.000 : 2.328 = 3,006$$

Tabela 24 – P4L1 – Respostas dos alunos

P4L1	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Com	13	11	24	40,00
Em	6	3	9	15,00
Com apenas	0	7	7	11,66
De	4	1	5	8,33
Remando	0	3	3	5,00
Utilizando	0	3	3	5,00
2328	2	0	2	3,33
97x	2	0	2	3,33
Foi	1	0	1	1,67
Inteiro	1	0	1	1,67
No	1	0	1	1,67
Num	0	1	1	1,67
Em branco	0	1	1	1,67
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 25 – P4L2 – Respostas dos alunos

P4L2	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Ele	19	21	40	66,66
E	3	6	9	15,00
Quando	4	0	4	6,66
Ela	0	2	2	3,33
2328	1	0	1	1,67
24	1	0	1	1,67
Amy	1	0	1	1,67
Estava	1	0	1	1,67
Este	0	1	1	1,67
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 26 – P4L3 – Respostas dos alunos

P4L3	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Da	27	25	52	86,66
Do	1	4	5	8,33
2328	1	0	1	1,67
3006	1	0	1	1,67
Ele	0	1	1	1,67
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 27 – P4L4 – Respostas dos alunos

P4L4	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
No	7	19	26	43,33
Ao	18	4	22	36,66
Na	3	1	4	6,66
Bem no	0	3	3	5,00
7000	1	0	1	1,67
97x24	1	0	1	1,67
Até	0	1	1	1,67
Da	0	1	1	1,67
Os	0	1	1	1,67
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.

Tabela 28 – P4L5 – Respostas dos alunos

P4L5	Número de Respostas		Total	%
	Escola Particular	Escola Pública		
Em	13	22	35	58,33
E	5	1	6	10,00
Por	4	3	7	11,66
3006	3	0	3	5,00
A	2	0	2	3,33
Das	1	0	1	1,67
De	1	0	1	1,67
Essa	1	0	1	1,67
Levou	0	1	1	1,67
No	0	1	1	1,67
Qual	0	1	1	1,67
Em branco	0	1	1	1,66
Total	30	30	60	100

Fonte: *Corpus* da pesquisa.