

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS**

CARLOS EDUARDO DE ALMEIDA

**AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE DIFERENTES MÉTODOS DE ANÁLISE DE
ESTABILIDADE LONGITUDINAL ESTÁTICA APLICADOS A UMA AERONAVE DA
COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN**

CAXIAS DO SUL

2021

CARLOS EDUARDO DE ALMEIDA

**AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE DIFERENTES MÉTODOS DE ANÁLISE DE
ESTABILIDADE LONGITUDINAL ESTÁTICA APLICADOS A UMA AERONAVE DA
COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica. Áreas de concentração: Mecânica dos Fluidos e Dinâmica dos Gases e Princípios Variacionais.

Orientador: prof. Me. Sergio da Silva Kucera.

CAXIAS DO SUL

2021

CARLOS EDUARDO DE ALMEIDA

AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE DIFERENTES MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE LONGITUDINAL ESTÁTICA APLICADOS A UMA AERONAVE DA COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade de Caxias do Sul como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica. Áreas de concentração: Mecânica dos Fluidos e Dinâmica dos Gases e Princípios Variacionais.

Aprovado em: 12/07/2021

Banca examinadora

Prof. Me. Sergio da Silva Kucera
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Me. Vagner Grison
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. MSc. Luiz Eduardo Miranda José Rodrigues
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Dedico este trabalho a Deus e a minha família, por estarem sempre ao meu lado buscando me apoiar em todos os momentos ao longo desta caminhada rumo à formação acadêmica.

AGRADECIMENTOS

A minha esposa Patricia Ribas, pelo incentivo constante e compreensão dos esforços e sacrifícios necessários para minha formação acadêmica.

Agradeço a minha família, em especial meus pais, Angélica L. da Silveira e Sebastião G. de Almeida, por me mostrarem o valor de se buscar crescimento próprio através da educação e dedicação.

À equipe Aerosul, que forneceu um ótimo ambiente de estudos e pelo acervo bibliográfico que muito contribuiu para este trabalho.

Ao professor Sergio da Silva Kucera, pelo seu excelente trabalho como orientador e por todos seus ensinamentos ao longo do curso.

RESUMO

Este trabalho trata da avaliação de diferentes métodos de análise de estabilidade longitudinal estática com o intuito de analisar as diferenças dos resultados obtidos para uma aeronave destinada à competição SAE Brasil Aerodesign. Para isso avaliou-se os métodos analíticos apresentados em duas vertentes, Perkins e Robert (1949) e Nelson (1998), e, para a margem estática, também utilizou-se o *software* de análise de estabilidade e controle longitudinais Gyles *Aerodesign Pitch Stability Estimator*. As principais diferenças encontradas entre os métodos apresentados pelas duas bibliografias foram quanto à forma de estimar valores de variação do ângulo de downwash com o de ataque da asa e à distinção entre os vetores de sustentação e arrasto e os fixados à linha de referência do avião atuantes na asa e no estabilizador horizontal. Quanto a isto foi possível avaliar que as diferenças existentes são desprezíveis para os cálculos de estabilidade. Para a variação do ângulo de ataque induzido, com a metodologia apresentada em Perkins e Robert (1949) encontrou-se valores mínimo 16% menor e máximo 21,2% maior que os calculados seguindo o método indicado por Nelson (1998), que apresenta resultados com maior variação. Observou-se ainda a oportunidade de redução da margem estática em 3,1 pontos percentuais, respeitando os requisitos da equipe Aerosul para esta variável, o que implicaria na redução dimensional do avião e, conseqüentemente, na diminuição de massa. Com o *software* aplicado às análises, os resultados de margem estática flutuaram entre aqueles encontrados com os métodos analíticos apresentados pelas duas bibliografias, com valor mínimo de 0,5 ponto percentual menos estável do que o calculado com Nelson (1998), referência atualmente utilizada pela equipe. Também foram encontradas diferenças de até 1,1° entre os resultados obtidos com ambos os métodos para o ângulo de ataque induzido, com conseqüente variação do ângulo de ataque atuante na empenagem horizontal. Para este, observou-se que, para regimes mais próximos ao estol da empenagem horizontal, região crítica de análise, as diferenças de valores obtidas são pequenas, portanto, considerou-se satisfatória a utilização de ambos os métodos analíticos.

Palavras-chave: Estabilidade longitudinal estática. Ângulo de downwash. Margem estática. Gyles *Aerodesign Pitch Stability Estimator*. Aerodesign.

ABSTRACT

This work deals with the evaluation of different methods of analysis of static longitudinal stability in order to analyze the differences in the results obtained for an aircraft destined for the SAE Brasil Aerodesign competition. For this, the analytical methods presented in two ways were evaluated, Perkins and Robert (1949) and Nelson (1998), and, for the static margin, the Gyles Aerodesign Pitch Stability Estimator software for longitudinal stability and control was also used. The main differences found between the methods presented in the two bibliographies were in the way of estimating the values of variation of the downwash angle with the wing attack angle and the distinction between lift and drag vectors and those fixed to the reference line of the acting plane on the wing and on the horizontal stabilizer. In this regard, it was possible to assess that the existing differences are negligible for stability calculations. For the variation of the downwash angle, with the methodology presented in Perkins and Robert (1949), minimum values were found 16% lower and maximum values 21.2% higher than those calculated following the method indicated by Nelson (1998), which presents results with greater variation. It was also observed the opportunity to reduce the static margin by 3.1 percentage points, respecting the requirements of the Aerosul team for this variable, which would imply a dimensional reduction of the plane and, consequently, a decrease in mass. With the software applied to the analyses, the static margin results fluctuated between those found with the analytical methods presented by the two bibliographies, with a minimum value of 0.5 percentage point less stable than that calculated with Nelson (1998), a reference currently used by team. Differences of up to 1.1° were also found between the results obtained with both methods for the downwash angle, with consequent variation in the angle of attack acting on the horizontal empennage. For this, it was observed that, for regimes closer to the horizontal empennage stall, a critical region of analysis, the differences in values obtained are small, therefore, the use of both analytical methods was considered satisfactory.

Keywords: Static longitudinal stability. Downwash angle. Static margin. Gyles *Aerodesign Pitch Stability Estimator*. Aerodesign.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Variação de pressão para um fluido em repouso.....	20
Figura 2 - Representação gráfica da atmosfera padrão internacional (ISA)	22
Figura 3 - Sistema de eixos de uma aeronave.....	23
Figura 4 - Principais componentes de um avião.....	23
Figura 5 - características geométricas de um perfil aerodinâmico	24
Figura 6 - Características geométricas para uma asa finita de forma trapezoidal.....	25
Figura 7 - Forças e momento atuantes em um corpo imerso em um fluxo.....	26
Figura 8 - Comparação entre as curvas dos coeficientes de sustentação do perfil e da asa em função do ângulo de ataque.....	27
Figura 9 - Determinação do fator de arrasto induzido.....	28
Figura 10 - Vórtices de ponta de asa	29
Figura 11 - Formação do ângulo de ataque induzido	30
Figura 12 - Sistema de vórtices da asa.....	30
Figura 13 - Localização do centro aerodinâmico do perfil	31
Figura 14 - Condições de estabilidade estática: a) sistema estável, b) instável e c) neutro	33
Figura 15 - Coeficiente de momento de uma aeronave versus ângulo de ataque	34
Figura 16 - Forças e momentos para análise de estabilidade longitudinal.....	35
Figura 17 - Arranjo típico para computar os momentos gerados na fuselagem.....	38
Figura 18 - Variação do ângulo de fluxo localizado ao longo da fuselagem para as seções: a) de 1 a 5 e b) 6.....	39
Figura 19 - Dimensões para determinação de $d\epsilon/d\alpha$	41
Figura 20 - Cartas para $d\epsilon/d\alpha$	41
Figura 21 - Gráfico para correção de $d\epsilon/d\alpha$ ou ϵ	42
Figura 22 - Deslocamento vertical da esteira de vórtices (h).....	42
Figura 23 - Valor de ϵ no plano central da aeronave.....	43
Figura 24 - Diagrama das distâncias para o cálculo de ϵ	43
Figura 25 - Fluxograma de atividades	44
Figura 26 - Vista superior da aeronave de estudo	45
Figura 27 - Vista lateral da aeronave de estudo	46
Figura 28 - Interface do <i>software Gyles Aerodesign Pitch Stability Estimator</i>	47

Figura 29 - Curva de $c_m \times \alpha_w$	48
Figura 30 - Curvas de $c_l \times \alpha_w$, e $C_L \times \alpha_w$	49
Figura 31 - Curvas de $c_d \times \alpha_w$ e $C_D \times \alpha_w$	49
Figura 32 - Curva de $c_{mt} \times \alpha_t$	50
Figura 33 - Curvas de $c_{lt} \times \alpha_t$, e $C_{Lt} \times \alpha_t$	50
Figura 34 - Curvas de $c_{dt} \times \alpha_t$ e $C_{Dt} \times \alpha_t$	50
Figura 35 - Curvas para comparação entre C_L e C_N	52
Figura 36 - Curvas para comparação entre C_{Lt} e C_{Nt}	52
Figura 37 - Medidas encontradas de r e m	54
Figura 38 - Seleção dos valores de $d\epsilon/d\alpha$ para o plano central da aeronave.....	54
Figura 39 - Seleção do fator de correção para o valor médio de $d\epsilon/d\alpha$ no estabilizador horizontal.....	55
Figura 40 - Distâncias x e m_2	56
Figura 41 - Seleção de h com a distância x	56
Figura 42 - ϵ no plano central da aeronave.....	57
Figura 43 - Diagrama das seções da fuselagem utilizadas para calcular ME_f	58
Figura 44 - Resultados de $d\epsilon/d\alpha$ para ambos os métodos.....	61
Figura 45 - Resultados de ϵ para ambos os métodos.....	62
Figura 46 - Resultados de α_t para ambos os métodos.....	63
Figura 47 - Resultados de ME	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros aerodinâmicos para as equações de estabilidade	51
Tabela 2 - Cálculo da integral da Equação de $dM_{FUS}/d\alpha$	59
Tabela 3 - Resultados de $d\epsilon/d\alpha$ para ambos os métodos	61
Tabela 4 - Resultados de ϵ para ambos os métodos	62
Tabela 5 - Resultados de α_t para ambos os métodos.....	63
Tabela 6 - Resultados de ME	64

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>ac</i>	Centro aerodinâmico
CFD	Fluidodinâmica Computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
<i>cg</i>	Centro de gravidade
ISA	Atmosfera Padrão Internacional (<i>International Standard Atmosphere</i>)
<i>ME</i>	Margem estática
SAE	Sociedade dos Engenheiros da Mobilidade (<i>Society of Automotive Engineers</i>)
VANT	Veículo Aéreo não Tripulado

LISTA DE SÍMBOLOS

γ	Peso específico [N/m ³];
ρ	Massa específica [kg/m ³]
g	Aceleração da gravidade [m/s ²]
β	Taxa de decaimento da temperatura [K/m]
T_a	Temperatura no nível do mar [K]
z	Altitude [m]
p_a	Pressão absoluta ao nível do mar [Pa]
R	Constante do gás [J/kg·K]
u	Velocidade na direção do eixo X [m/s]
w	Velocidade na direção do eixo Z [m/s]
v	Velocidade na direção do eixo Y [m/s]
c	Corda [m]
λ	Afilamento da asa [-]
c_t	Corda na ponta da asa [m]
c_r	Corda na raiz da asa [m]
AR	Alongamento da asa [-]
b	Envergadura [m]
S	Área da asa [m ²]
V_∞	Vento relativo [m/s]
L	Força de sustentação [N]
D	Força de arrasto [N]
A	Força normal à corda [N]
B	Força alinhada à corda [N]
M	Momento [Nm]
α	Ângulo de ataque [°]
C_L	Coefficiente de sustentação da asa [-]
q_∞	Pressão dinâmica devido ao escoamento [Pa]
C_D	Coefficiente de arrasto da asa [-]
C_A	Coefficiente da força normal à corda da asa [-]
C_B	Coefficiente da força paralela à corda da asa [-]
C_M	Coefficiente de momento da asa [-]

$c_{l\alpha}$	Coeficiente angular da curva do coeficiente de sustentação do perfil aerodinâmico da asa x ângulo de ataque [rad^{-1}]
$C_{L\alpha w}$	Coeficiente angular da curva de coeficiente de sustentação x ângulo de ataque da asa [rad^{-1}]
c_{l0}	Coeficiente de sustentação do perfil da asa para $\alpha_w = 0^\circ$ [-]
C_{L0}	Coeficiente de sustentação da asa para $\alpha_w = 0^\circ$ [-]
c_l	Coeficiente de sustentação do perfil aerodinâmico da asa [-]
c_m	Coeficiente de momento de um perfil aerodinâmico [-]
c_d	Coeficiente de arrasto de um perfil aerodinâmico [-]
e	Fator de eficiência de envergadura da asa [-]
δ	Fator de arrasto induzido [-]
α_0	Ângulo de ataque para sustentação nula [$^\circ$]
C_{Di}	Coeficiente de arrasto induzido [-]
α_i	Ângulo de ataque induzido em uma asa finita [$^\circ$]
ϵ	Ângulo de ataque induzido na empenagem [$^\circ$]
M_{ac}	Momento atuante no centro aerodinâmico [Nm]
l	Força de sustentação atuante em um perfil aerodinâmico [N]
x_{ac}	Distância entre 25% da corda de um perfil e o centro aerodinâmico [m]
$m_{c/4}$	Momento atuante a 25% da corda de um perfil aerodinâmico [Nm]
$c_{m\alpha}$	Coeficiente angular da curva de coeficiente de momento x ângulo de ataque do perfil aerodinâmico da asa [Nm]
η	Eficiência de cauda [-]
$q_{\infty t}$	Pressão dinâmica no estabilizador horizontal [Pa]
$q_{\infty w}$	Pressão dinâmica na asa [Pa]
v_t	Velocidade do vento relativo no estabilizador horizontal [m/s]
v_w	Velocidade do vento relativo na asa [m/s]
C_m	Coeficiente de momento da aeronave [-]
$C_{m\alpha}$	Coeficiente angular da curva de coeficiente de momento da aeronave em função de α_w [rad^{-1}]
i_w	Ângulo de incidência da asa [$^\circ$]
i_t	Ângulo de incidência do estabilizador horizontal [$^\circ$]
z_a	Distância do cg ao centro aerodinâmico da asa na direção do eixo Z [m]
x_a	Distância do cg ao centro aerodinâmico da asa na direção do eixo X [m]

α_w	Ângulo de ataque da asa [°]
α_t	Ângulo de ataque do estabilizador horizontal [°]
N	Força normal à linha de referência da aeronave na asa [N]
F	Força paralela à linha de referência da aeronave na asa [N]
L_t	Força de sustentação no estabilizador horizontal [N]
D_t	Força de arrasto no estabilizador horizontal [N]
N_t	Força normal à linha de referência da aeronave no estabilizador horizontal [N]
F_t	Força paralela à linha de referência da aeronave no estabilizador horizontal [N]
M_{act}	Momento no centro aerodinâmico do estabilizador horizontal [Nm]
h_t	Distância entre o cg e o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal na direção do eixo Z [m]
l_t	Distância entre o cg e o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal na direção do eixo X [m]
$M_{Fus.}$	Momento gerado pela fuselagem [Nm]
M_{cg}	Momento resultante ao redor do cg da aeronave [Nm]
C_{mcg}	Coefficiente de momento resultante ao redor do cg da aeronave [-]
Ch	Corda média aerodinâmica do estabilizador horizontal [m]
Sh	Área do estabilizador horizontal [m ²]
c_w	Corda média aerodinâmica da asa [m]
C_{mac}	Coefficiente de momento gerado no centro aerodinâmico da asa [-]
C_{mf}	Coefficiente de momento gerado na fuselagem [-]
C_{mact}	Coefficiente de momento gerado no centro aerodinâmico do estabilizador horizontal [-]
C_F	Coefficiente da força paralela à linha de referência da aeronave na asa [-]
C_N	Coefficiente da força normal à linha de referência da aeronave na asa [-]
C_{Ft}	Coefficiente da força paralela à linha de referência da aeronave no estabilizador horizontal [-]
C_{Nt}	Coefficiente da força normal à linha de referência da aeronave no estabilizador horizontal [-]
V_H	Volume de cauda [-]
C_{Nat}	Variação de C_N em função de α_t [rad ⁻¹]

$C_{N\alpha_w}$	Variação de C_N em função de α_w [rad ⁻¹]
ME_f	Contribuição da fuselagem para a margem estática [%]
w_f	Largura local da fuselagem [m]
$L_{f1/2}$	L_{f1} e L_{f2} conforme Figura 17 [m]
x_1	Distância do bordo de ataque ou de fuga da asa até o centroide da seção da fuselagem [m]
l_h	Distância do bordo de fuga da asa até o centroide da última seção da fuselagem [m]
\bar{x}_1	Comprimento da primeira seção da fuselagem à frente do bordo de ataque da asa [m]
Δx	Distância entre as seções da fuselagem [m]
h_{cg}	Distância do centro de gravidade da aeronave em relação ao bordo de ataque da asa na direção do eixo X [m]
h_{pn}	Distância do ponto neutro da aeronave em relação ao bordo de ataque da asa na direção do eixo X [m]
h_{ac}	Distância do centro aerodinâmico da asa em relação ao bordo de ataque na direção do eixo X [m]
C_{Lat}	Inclinação da curva de coeficiente de sustentação do estabilizador horizontal em função de α_t [rad ⁻¹]
r	Distância proporcional à metade da envergadura da asa em que o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal está posicionado atrás de $1/4c_r$ [-]
m	Distância proporcional à metade da envergadura da asa em que o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal está posicionado acima da linha de sustentação nula [-]
b_h	Envergadura do estabilizador horizontal [m]
h	Deslocamento vertical da esteira de vórtices, proporcional à metade da envergadura da asa, em relação à sua origem [%]
x	Distância de $1/4$ da corda da asa, proporcional à metade de sua envergadura, até a dobradiça do profundor [%]
m_2	Distância do eixo da dobradiça do profundor, proporcional à metade da envergadura da asa, até a origem da esteira, medida perpendicularmente ao vento relativo [%]

C_{Lt}	Coeficiente de sustentação do estabilizador horizontal [-]
c_{lt}	Coeficiente de sustentação do perfil do estabilizador horizontal [-]
c_{mt}	Coeficiente de momento do estabilizador horizontal [-]
C_{Dt}	Coeficiente de arrasto do estabilizador horizontal [-]
c_{dt}	Coeficiente de arrasto do perfil do estabilizador horizontal [-]
$C_{m\alpha t}$	Coeficiente angular da curva de coeficiente de momento x ângulo de ataque do perfil aerodinâmico do estabilizador horizontal [rad ⁻¹]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	JUSTIFICATIVA.....	18
1.2	OBJETIVOS.....	19
1.2.1	Objetivo geral	19
1.2.2	Objetivos específicos	19
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO EM REPOUSO	20
2.1.1	Atmosfera padrão	21
2.2	SISTEMA DE COORDENADAS E MOVIMENTOS DE UMA AERONAVE	22
2.3	PRINCIPAIS COMPONENTES DE UM AVIÃO	23
2.4	PERFIL AERODINÂMICO E ASA FINITA	24
2.4.1	Forças e momento aerodinâmicos	25
2.4.2	Centro aerodinâmico	31
2.4.3	Eficiência de cauda	32
2.5	ESTABILIDADE ESTÁTICA.....	32
2.5.1	Estabilidade longitudinal estática	33
2.5.2	Método de Nelson para estimativa de estabilidade longitudinal estática	40
2.5.3	Método de Perkins e Robert para estimativa de estabilidade longitudinal estática	40
3	MATERIAIS E MÉTODOS	44
3.1	DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DA AERONAVE DE ESTUDO	44
3.2	CRITÉRIOS DE ANÁLISE.....	46
3.3	CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS	48
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	52
4.1	AVALIAÇÃO COMPARATIVA DAS CURVAS DE C_L , C_N , C_{Lt} e C_{Nt}	52
4.2	CÁLCULOS COM MÉTODOS ANALÍTICOS	53
4.2.1	Cálculo de $d\epsilon/d\alpha$	53
4.2.2	Cálculo de ϵ e α_t	55
4.2.3	Cálculo de ME	57

4.3	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS FINAIS	60
5	CONCLUSÃO	65
	REFERÊNCIAS	67
	APÊNDICE A – METODOLOGIA PARA OS CÁLCULOS AERODINÂMICOS	69
	APÊNDICE B – ALGORITMO PARA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE PERKINS E ROBERT	70
	APÊNDICE C – ALGORITMO PARA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE NELSON ..	72

1 INTRODUÇÃO

Para obtenção de uma aeronave são necessárias diversas etapas de estudos, análises e projeto. Das áreas que envolvem a atuação de engenharia, as que mais se destacam são aerodinâmica, desempenho, estabilidade, controle, cargas, aeroelasticidade, estruturas, projeto elétrico e sistemas embarcados.

A área de estabilidade, relacionada ao equilíbrio de uma aeronave, é uma das mais importantes quando se trata das etapas de projeto conceitual e preliminar, pois nelas são definidas algumas das principais características da aeronave, como as geometrias dos estabilizadores e seus respectivos posicionamentos.

A análise da estabilidade de uma aeronave pode ser dividida em dois principais grupos, estática e dinâmica, onde o primeiro se refere à tendência inicial de um veículo em retornar ao seu estado de equilíbrio após uma perturbação e o segundo aborda o tempo decorrido e o processo para isso (NELSON, 1998).

A Universidade de Caxias do Sul conta com uma equipe formada por estudantes de engenharia, a Aerosul, que participa da competição SAE Brasil Aerodesign, em que seus integrantes são desafiados a projetar e construir um veículo aéreo não tripulado (VANT) e cumprir missões de voo de acordo com o regulamento de cada edição.

A estabilidade é uma das áreas mais desafiadoras na fase de projeto do VANT. Alguns dos principais motivos são:

- a) complexidade para se obter análises por simulação e experimental;
- b) nível de conhecimento agregado que se deve ter de aerodinâmica para aplicações teóricas;
- c) modelos simplificados dos métodos analíticos que são apresentados nas bibliografias utilizadas pela equipe, obtendo-se, eventualmente, resultados com acuracidade reduzida.

Neste trabalho, as análises realizadas têm como abordagem a estabilidade longitudinal estática, associada ao movimento de levantar/baixar o nariz da aeronave.

1.1 JUSTIFICATIVA

Dado o fato das equipes participantes da competição estarem cada vez mais empenhadas e competitivas, a Aerosul acaba por ter que buscar uma evolução em seus

embasamentos teóricos com o apoio de bibliografias disponíveis, ensaios, simulações e base de dados, para que assim possa buscar melhores pontuações de voo e projeto e uma maior confiabilidade em seus VANTs.

Exemplos de que a equipe necessita de uma segurança maior sobre a assertividade dos cálculos de estabilidade são as aeronaves 2018 e 2019. Apesar dos critérios conservadores estabelecidos, relatou o piloto dificuldade em mantê-las estáveis, longitudinal e lateralmente.

Com estudos que buscam avaliar diferentes métodos, como o proposto aqui, é possível aumentar a acuracidade dos cálculos e, com isso, propor melhorias, estabelecer metas mais desafiadoras e conseguir novos resultados, o que para a equipe se traduz em melhores classificações.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Avaliar diferentes métodos de análise de estabilidade longitudinal estática, visando melhorar a acuracidade dos resultados obtidos para uma aeronave destinada à competição SAE Brasil Aerodesign.

1.2.2 Objetivos específicos

De forma a detalhar o objetivo geral os específicos foram definidos como segue:

- a) evidenciar os parâmetros que mais afetam a estabilidade longitudinal estática de um avião, pensando numa questão estratégica para projeto;
- b) selecionar os métodos analíticos de avaliação de estabilidade longitudinal estática a serem considerados;
- c) aplicar o *software* Gyles Aerodesign *Pitch Stability Estimator* para obter resultados de margem estática;
- d) comparar resultados obtidos com os métodos analíticos e com o *software*.

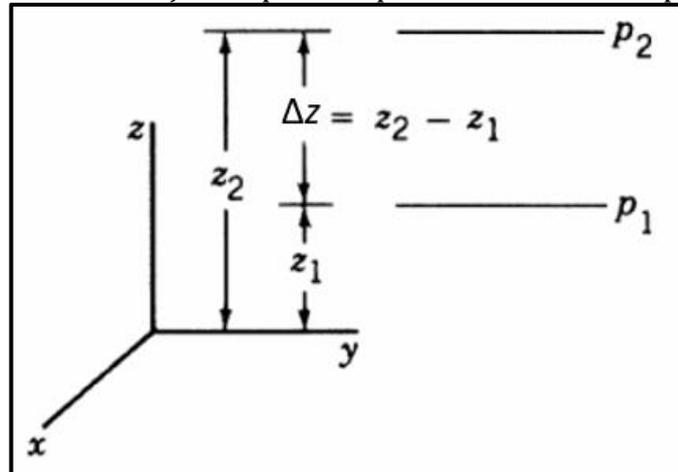
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados conteúdos científicos que serviram de base teórica para o desenvolvimento do trabalho.

2.1 VARIAÇÃO DE PRESSÃO NUM FLUIDO EM REPOUSO

Segundo Munson, Young e Okiishi (2002), um fluido em repouso sofre alteração de pressão, por deslocamento, apenas na direção da gravidade, apresentada como sendo referente ao eixo z na Figura 1.

Figura 1 - Variação de pressão para um fluido em repouso



Fonte: adaptado de Munson, Young e Okiishi (2002).

A pressão desse fluido também é função de seu peso específico, que varia com a massa específica e aceleração da gravidade, conforme a Equação 1 (MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2002).

$$\gamma = \rho g \quad (1)$$

onde: γ se refere ao peso específico [N/m^3];

ρ é a massa específica [kg/m^3];

g é a aceleração da gravidade [m/s^2].

Na Equação 2 são apresentadas as três variáveis que ditam a magnitude de pressão para um fluido em repouso.

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma \quad (2)$$

Existe também o efeito da velocidade do fluido na sua densidade. Conforme Anderson (2001), ela só pode ser considerada constante para gases que se encontram em um número de Mach (razão entre as velocidades do fluxo e a do som no meio) de até 0,3.

Normalmente, gases como nitrogênio e oxigênio são modelados como compressíveis porque suas densidades variam de forma significativa com as alterações de pressão e temperatura. Nesse caso é preciso considerar a variação de peso específico antes de integrar a Equação 2.

2.1.1 Atmosfera padrão

Em muitos casos o ideal seria dispor de informações de pressão, temperatura e densidade para uma grande faixa de altitudes, o que normalmente não está disponível. Munson, Young e Okiishi (2002) explicam que para projetos de meios de transporte aéreo, em que essas variações precisam ser consideradas, foi desenvolvido o conceito de atmosfera padrão, que se baseia em comparar a condição de voo real a uma avaliada numa determinada latitude, em condição ambiental média anual de atmosfera terrestre, que é tomada como referência.

Na troposfera, que é a região mais próxima da superfície da terra, a variação da temperatura pode ser expressa pela Equação 3 (MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2002).

$$T = T_a - \beta z \quad (3)$$

onde: β é a taxa de decaimento da temperatura [K/m];

T_a é a temperatura no nível do mar [K];

z é a altitude [m]

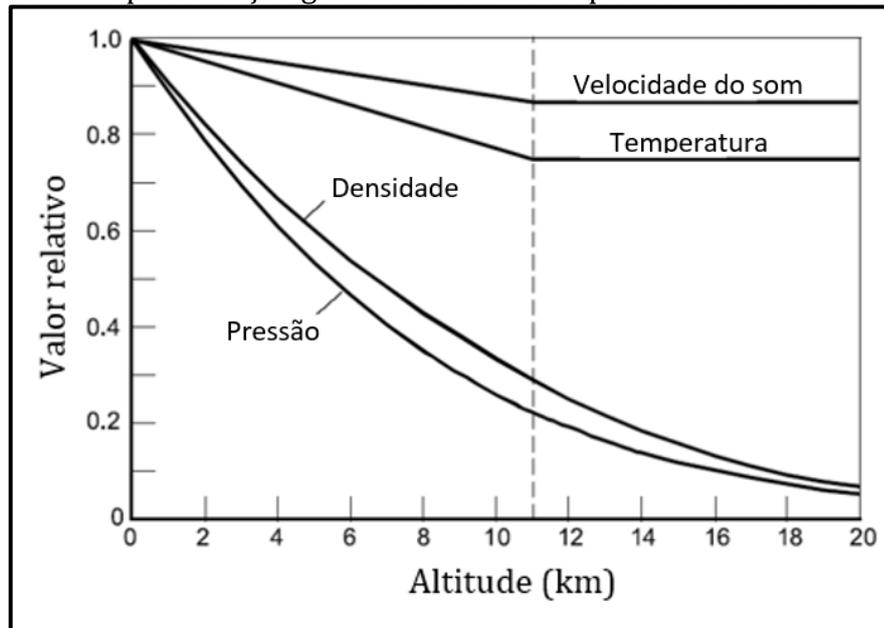
Já para a variação de pressão, Munson, Young e Okiishi (2002) demonstram que ela pode ser calculada pela Equação 4.

$$p = p_a \left(\frac{1 - \beta z}{T_a} \right)^{\frac{g}{R\beta}} \quad (4)$$

Sendo que p_a [Pa] se refere à pressão absoluta ao nível do mar e R , é a constante do ar (287 [J/kg·K]).

A Figura 2 apresenta uma representação gráfica das variações relativas de pressão, temperatura, densidade e velocidade do som conforme a atmosfera padrão internacional (ISA), para altitudes de até 20 km.

Figura 2 - Representação gráfica da atmosfera padrão internacional (ISA)



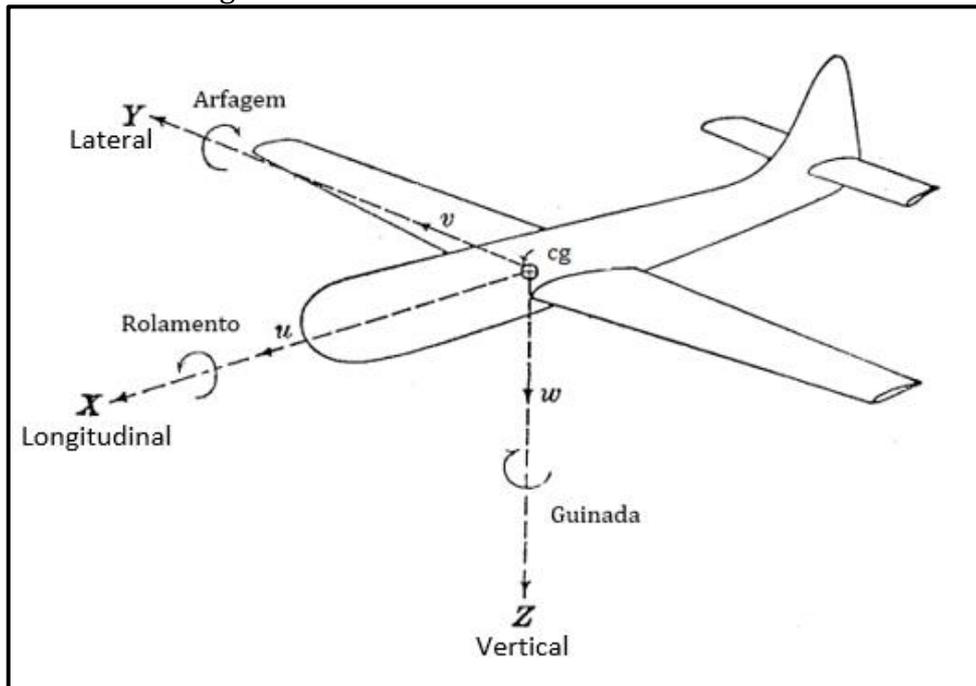
Fonte: adaptado de Torenbeek e Wittenberg (2002).

2.2 SISTEMA DE COORDENADAS E MOVIMENTOS DE UMA AERONAVE

Para discutir os movimentos de uma aeronave, Perkins e Robert (1949) apresentam, na Figura 3, um sistema de coordenadas composto por três eixos, X , Y e Z , perpendiculares entre si e com origem no seu centro de gravidade (cg). Segundo Rodrigues (2011), os eixos X , Y e Z também podem ser identificados, respectivamente, por longitudinal, lateral e vertical.

Perkins e Robert (1949) explicam que o avião é um sistema dinâmico com seis graus de liberdade, pois seu movimento no espaço é completamente definido com seis componentes de velocidade. As que são referentes aos movimentos de translação podem ser representadas, como exibido na Figura 3, por u , na direção de X ; w (na de Z) e v (na de Y). Os movimentos de rotação, segundo Rodrigues (2011), podem ser identificados por rolamento, que ocorre em torno de X ; arfagem (ao redor de Y); e guinada, (de Z).

Figura 3 - Sistema de eixos de uma aeronave

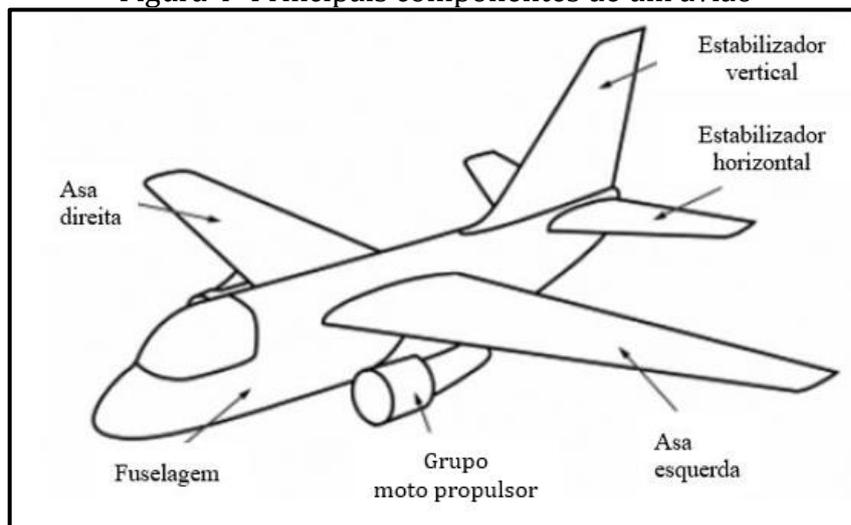


Fonte: adaptado de Perkins e Robert (1949).

2.3 PRINCIPAIS COMPONENTES DE UM AVIÃO

Segundo Rodrigues (2011), a maioria dos aviões têm como componentes principais: estabilizadores horizontal e vertical, fuselagem, asa e grupo motopropulsor, representados na Figura 4.

Figura 4- Principais componentes de um avião



Fonte: adaptado de Anderson (2001).

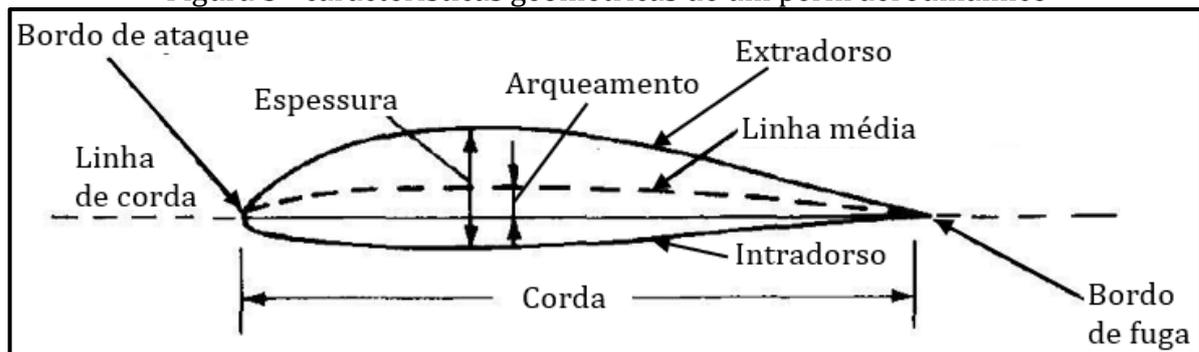
A fuselagem se caracteriza por ser o local onde são dispostos a cabine de

comandos, controles de voo e os assentos e/ou compartimento de carga e serve como base para fixação dos demais componentes da aeronave. A asa se apresenta como o principal componente com a função de gerar a força sustentadora, que é a que mantém o avião em voo. O estabilizador horizontal é o maior responsável pela estabilidade longitudinal, que está correlacionado à arfagem; o vertical, pela estabilidade direcional, que se correlaciona à guinada.

2.4 PERFIL AERODINÂMICO E ASA FINITA

Para Roskam e Lan (1997) um perfil aerodinâmico pode ser considerado uma forma otimizada para gerar força de sustentação maior do que de arrasto. O perfil é utilizado para dar forma às superfícies de geração de sustentação, como asa e estabilizador. Suas principais características geométricas são apresentadas na Figura 5.

Figura 5 - características geométricas de um perfil aerodinâmico

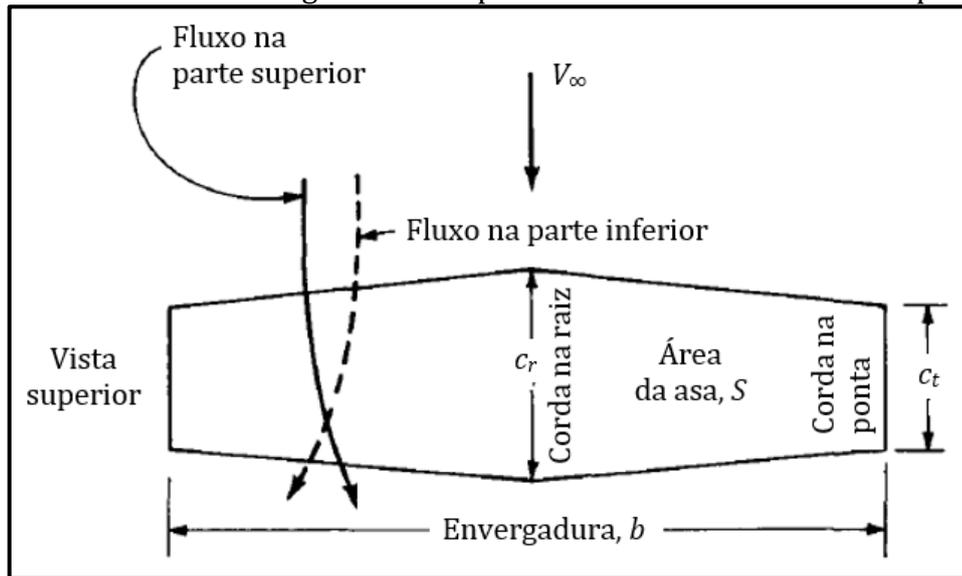


Fonte: adaptado de Anderson (1999).

Conforme Anderson (1999), a linha média é aquela em que todos os seus pontos se encontram à distância média entre o intradorso e o extradorso. A espessura varia ao longo do perfil e é considerada como sendo o valor medido, perpendicular à corda, entre o intradorso e o extradorso. Nas extremidades da linha média encontram-se os bordos de ataque e de fuga. A corda, normalmente expressa pelo símbolo c [m], é a medida de uma linha reta conectada a eles. O arqueamento máximo é definido como sendo a maior distância entre a corda e a linha média.

Já para uma asa finita, as características geométricas básicas são mostradas na Figura 6. De acordo com Roskam e Lan (1997), O afilamento (λ) e o alongamento (AR) são parâmetros geométricos adimensionais que podem ser calculados utilizando-se das Equações 5 e 6, respectivamente, considerando uma asa trapezoidal, sendo que c_t , c_r , b e S estão representados na Figura 6.

Figura 6 – Características geométricas para uma asa finita de forma trapezoidal



Fonte: adaptado de Anderson (2001).

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (5)$$

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (6)$$

2.4.1 Forças e momento aerodinâmicos

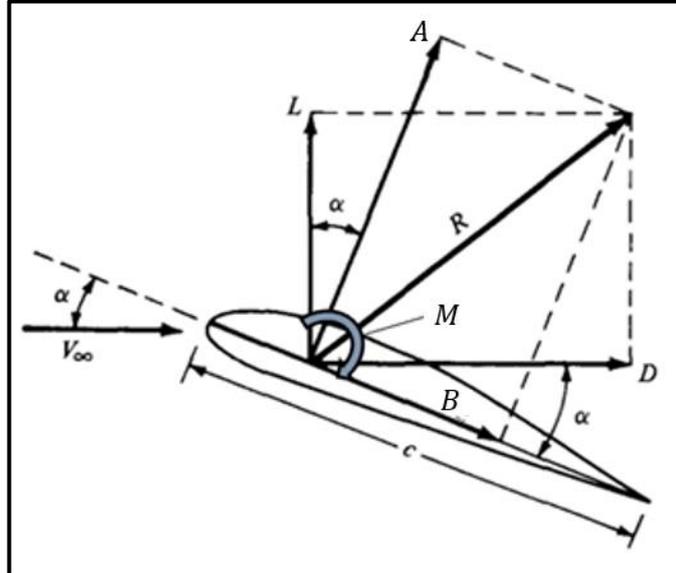
Anderson (1999) explica que as forças aerodinâmicas e momento atuantes em um corpo imerso em um fluxo são geradas pelas distribuições de pressões e de tensões de cisalhamento sobre a sua superfície. Com isso, é possível denotar um vetor de força resultante R (Figura 7) cujo posicionamento na linha de corda é dito “centro de pressão”. Sendo V_∞ denominado “vento relativo”, a decomposição de R pode ser realizada de duas maneiras:

- nas direções normal e paralela a V_∞ - L (sustentação) e D (arrasto);
- nas direções perpendicular e alinhada à corda - A e B .

Segundo Anderson (1999) o momento M , representado na Figura 7, é gerado pelo produto do vetor R com a distância do ponto analisado. Os cálculos para este termo normalmente são realizados na posição de 1/4 de distância da corda em relação ao bordo de ataque da asa, região tomada como sendo o centro aerodinâmico do perfil, que é abordado mais detalhadamente na seção 2.4.2.

O ângulo α , ilustrado na Figura 7, é definido como aquele que se forma entre a linha da corda e o vento relativo e denomina-se “ângulo de ataque” (RODRIGUES, 2011).

Figura 7 - Forças e momento atuantes em um corpo imerso em um fluxo



Fonte: adaptado de Anderson (2001).

Segundo Anderson (2001), com as forças atuantes definidas, seus respectivos coeficientes aerodinâmicos podem ser calculados através das Equações de 7 a 11.

$$C_L = \frac{L}{q_\infty \cdot S} \quad (7)$$

$$C_D = \frac{D}{q_\infty \cdot S} \quad (8)$$

$$C_A = \frac{N}{q_\infty \cdot S} \quad (9)$$

$$C_B = \frac{F}{q_\infty \cdot S} \quad (10)$$

$$C_M = \frac{M}{q_\infty \cdot S \cdot c} \quad (11)$$

onde: C_L é o coeficiente de sustentação [-];

C_D é o coeficiente de arrasto [-];

C_A é o coeficiente da força normal à corda [-];

C_B é o coeficiente da força paralela à corda [-];

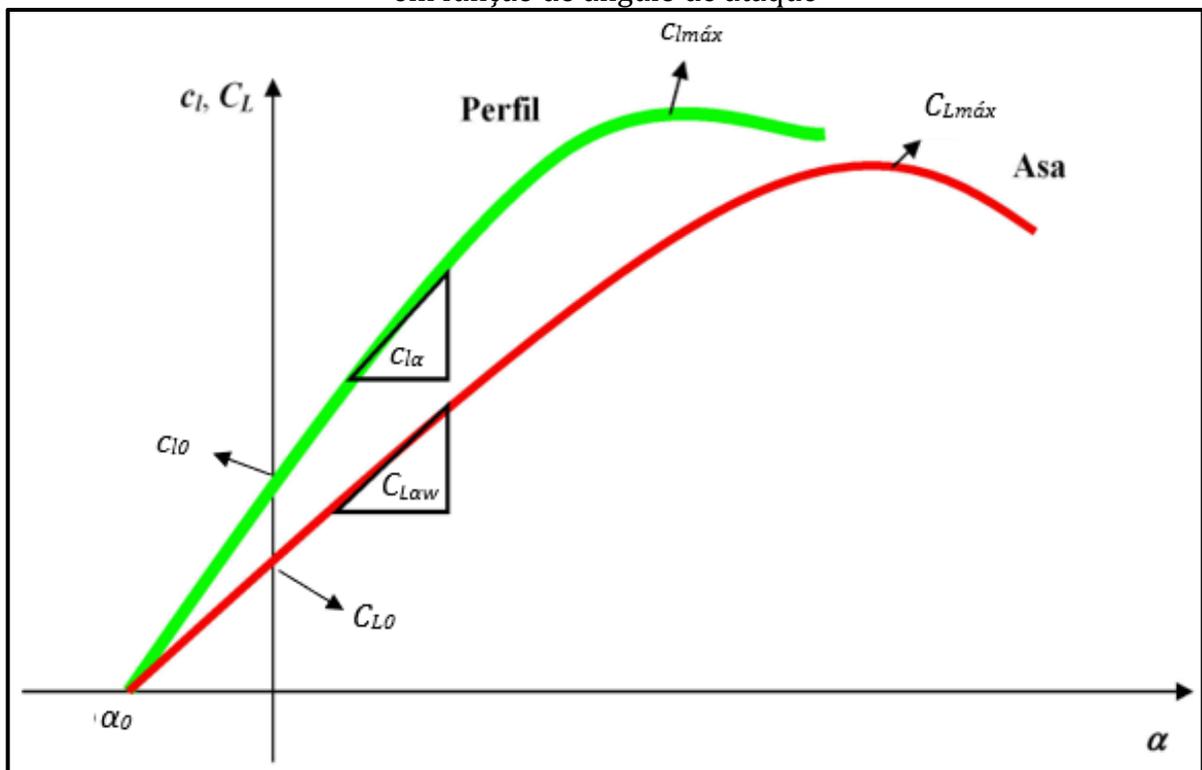
C_M é o coeficiente de momento [-];

$q_\infty = \frac{\rho V_\infty^2}{2}$ é a pressão dinâmica [Pa];

S é área em planta da superfície exposta ao escoamento do fluido [m²].

Os coeficientes aerodinâmicos, segundo Rodrigues (2011), representam a capacidade de um perfil ou corpo em gerar determinada força ou momento. Os que foram apresentados anteriormente são referentes à uma superfície finita de sustentação, ou asa de envergadura finita, e possuem valores diferentes dos de um perfil aerodinâmico, como pode ser visualizado na Figura 8. Ela exemplifica as curvas dos coeficientes de sustentação em função do ângulo de ataque para ambos os casos, com indicações dos respectivos coeficientes angulares: cl_α [rad⁻¹], correlacionado ao perfil, e $C_{L\alpha w}$ [rad⁻¹], à asa.

Figura 8 - Comparação entre as curvas dos coeficientes de sustentação do perfil e da asa em função do ângulo de ataque



Fonte: adaptado de Rodrigues (2011).

Na Figura 8, c_{l0} e C_{L0} , são os coeficientes de sustentação para o perfil e para a asa,

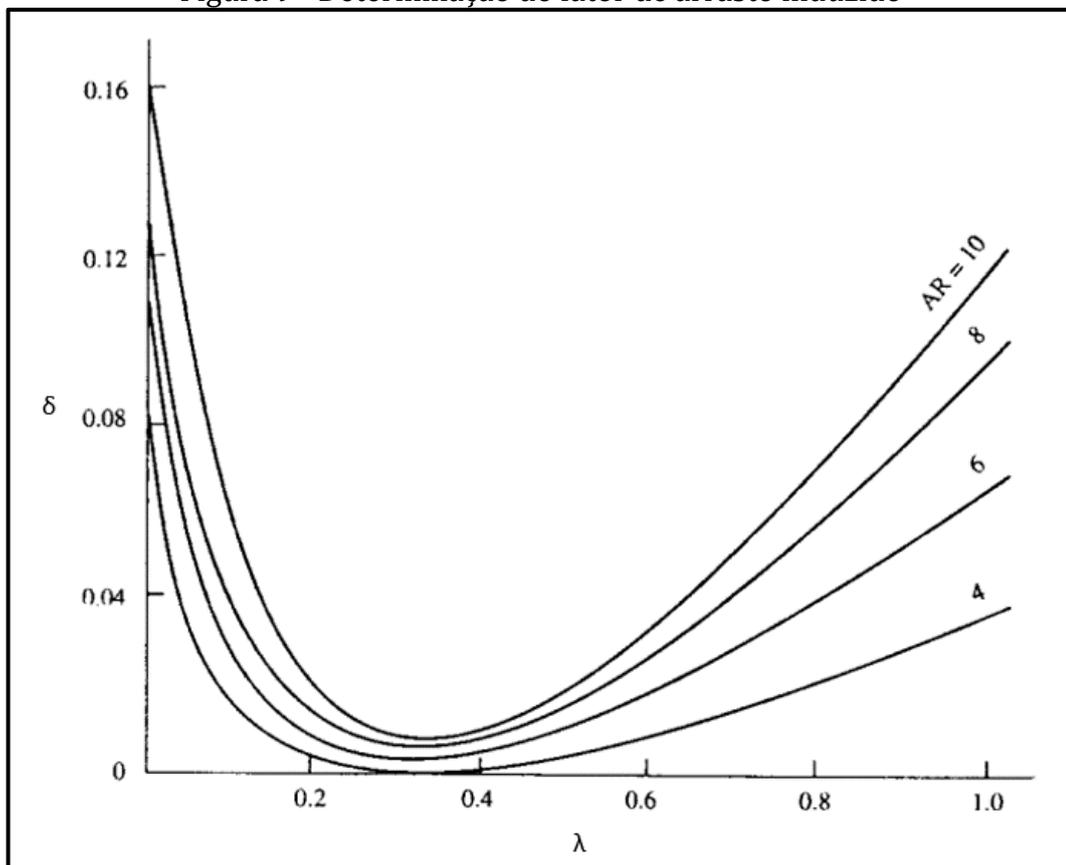
respectivamente. As curvas de c_l , que é o coeficiente de sustentação do perfil, c_m , que é o de momento, e c_d , que é o de arrasto, são obtidas através de ensaios ou simulação computacional. Para a obtenção dos valores da curva de C_L em função de α na região linear, de acordo com Anderson (1999), primeiramente deve-se encontrar o seu coeficiente angular. Para isso, a Equação 12, proveniente da teoria da linha sustentadora de Prandtl, pode ser utilizada em asas com $AR \geq 4$.

$$C_{L\alpha w} = \frac{c_{l\alpha}}{1 + c_{l\alpha}/(\pi \cdot e \cdot AR)} \quad (12)$$

Sendo que e é denominado como o fator de eficiência de envergadura da asa. Para calcular seu valor a Equação 13 deve ser implementada, onde δ é o fator de arrasto induzido e pode ser encontrado com as curvas da Figura 9.

$$e = \frac{1}{1 + \delta} \quad (13)$$

Figura 9 - Determinação do fator de arrasto induzido



Fonte: adaptado de Anderson (1999).

Para valores de $AR \leq 4$, segundo Rodrigues (2011), a Equação 14 pode ser utilizada.

$$C_{L\alpha w} = \frac{c_{l\alpha}}{\sqrt{1 + \left(\frac{c_{l\alpha}}{\pi \cdot AR}\right)^2} + \frac{c_{l\alpha}}{\pi \cdot AR}} \quad (14)$$

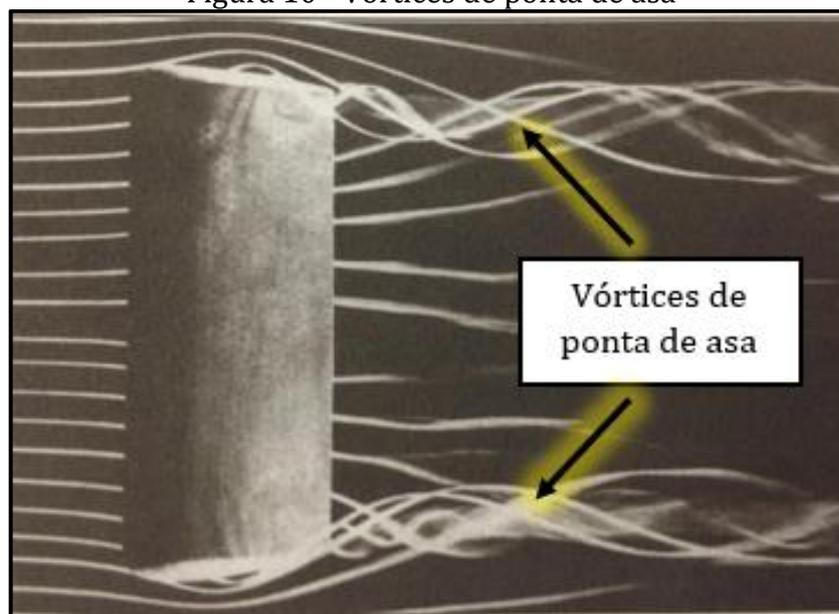
Uma vez encontrado $C_{L\alpha w}$, a Equação 15 pode ser aplicada para encontrar os valores de C_L na região linear da curva (ANDERSON, 1999).

$$C_L = C_{L\alpha w} \cdot (\alpha - \alpha_0) \quad (15)$$

Nesta equação α_0 é o ângulo de ataque em que a sustentação é nula.

A diferença entre os coeficientes aerodinâmicos do perfil e da asa finita se dá devido às formas de resistências encontradas pelo ar em cada caso. Quando se analisa o escoamento no primeiro, considera-se este como sendo uma asa de envergadura infinita, onde as únicas fontes de resistência ao fluxo de ar são o seu intradorso e extradorso. Já no segundo, encontra-se o agravante de sua ponta, região onde ocorrem turbilhonamentos, dando origem ao arrasto induzido. Este fenômeno é denominado como vórtice de ponta de asa (Figura 10).

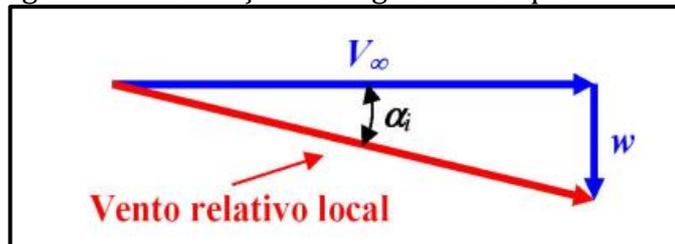
Figura 10 - Vórtices de ponta de asa



Fonte: adaptado de Çengel e Cimbala (2007).

O vórtice de ponta de asa gera alterações de velocidade do fluxo e na distribuição de pressão na asa, gerando o vetor de velocidade para baixo w , denominado “*downwash*” que, somado a V_∞ produz uma componente chamada de vento relativo local, formando um ângulo α_i , que é o ângulo de ataque induzido e pode ser visualizado na Figura 11.

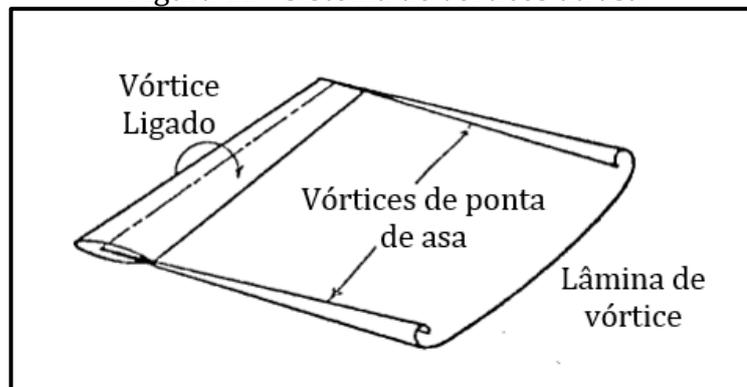
Figura 11 - Formação do ângulo de ataque induzido



Fonte: Rodrigues (2011).

A forma da esteira de vórtices gerada a partir do bordo de fuga da asa, de acordo com Perkins e Robert (1949), é majoritariamente influenciada pelos vórtices ligados (“*bound vortex*”) e de ponta de asa, de acordo com a Figura 12. O vórtice ligado se concentra na região de um quarto da corda e é decorrido à transição do ângulo de ataque induzido, que ocorre no bordo de ataque, para o seu oposto, que ocorre no de fuga.

Figura 12 - Sistema de vórtices da asa



Fonte: adaptado de Perkins e Robert (1949).

Segundo Perkins e Robert (1949), a influência da esteira de vórtices provenientes da asa podem afetar significativamente a contribuição do estabilizador horizontal na estabilidade longitudinal da aeronave. Por isso é necessário avaliar o ângulo de ataque induzido nele, representado pelo símbolo ϵ . O método para calculá-lo é abordado na Seção 2.5.

Anderson (1999) descreve que o coeficiente de arrasto para uma asa finita é igual

à soma do coeficiente de arrasto do perfil e o de arrasto induzido, conforme Equação 16.

$$C_D = c_d + C_{Di} \quad (16)$$

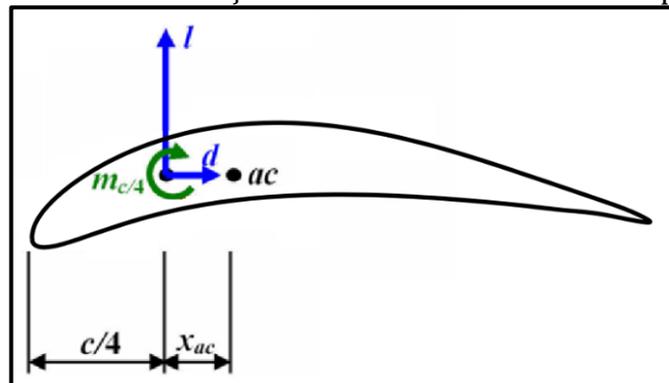
Para calcular C_{Di} , a Equação 17 pode ser aplicada.

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot e \cdot AR} \quad (17)$$

2.4.2 Centro aerodinâmico

Segundo Rodrigues (2011), o centro aerodinâmico (ac) de um perfil é a posição ao longo da corda onde a magnitude do momento atuante não varia com o ângulo de ataque. Esse momento pode ser calculado através da Equação 18, observando a Figura 13.

Figura 13 – Localização do centro aerodinâmico do perfil



Fonte: adaptado de Rodrigues (2011).

$$M_{ac} = l \cdot x_{ac} + m_{c/4} \quad (18)$$

onde: M_{ac} é o momento atuante no centro aerodinâmico [Nm];

l é a força de sustentação atuante no perfil aerodinâmico [N];

x_{ac} se refere à distância entre ac e 25% da corda do perfil [m];

$m_{c/4}$ representa o momento atuante a 25% da corda do perfil [Nm].

A posição de ac em relação à $c/4$, pode ser calculada com a Equação 19, com $C_{m\alpha}$ [rad⁻¹] sendo o coeficiente angular da curva do coeficiente de momento x α do perfil.

$$\frac{x_{ac}}{c} = \frac{-c_{m\alpha}}{c_{l\alpha}} \quad (19)$$

2.4.3 Eficiência de cauda

Segundo Rodrigues (2011), a eficiência de cauda, η [-], corresponde à razão das pressões dinâmicas no estabilizador horizontal e na asa, conforme Equação 20.

$$\eta = \frac{q_{\infty t}}{q_{\infty w}} = \frac{\frac{1}{2}\rho v_t^2}{\frac{1}{2}\rho v_w^2} \quad (20)$$

onde: $q_{\infty t}$ é a pressão dinâmica no estabilizador horizontal [Pa];

$q_{\infty w}$ é a pressão dinâmica na asa [Pa];

v_t se refere à velocidade do vento relativo no estabilizador horizontal [m/s];

v_w é a velocidade do vento relativo na asa [m/s].

Em aviões que possuem o estabilizador na posição convencional, a eficiência de cauda apresenta valores menores do que 1, devido ao efeito da esteira de vórtices, que reduz a pressão dinâmica nessa região (NELSON, 1998).

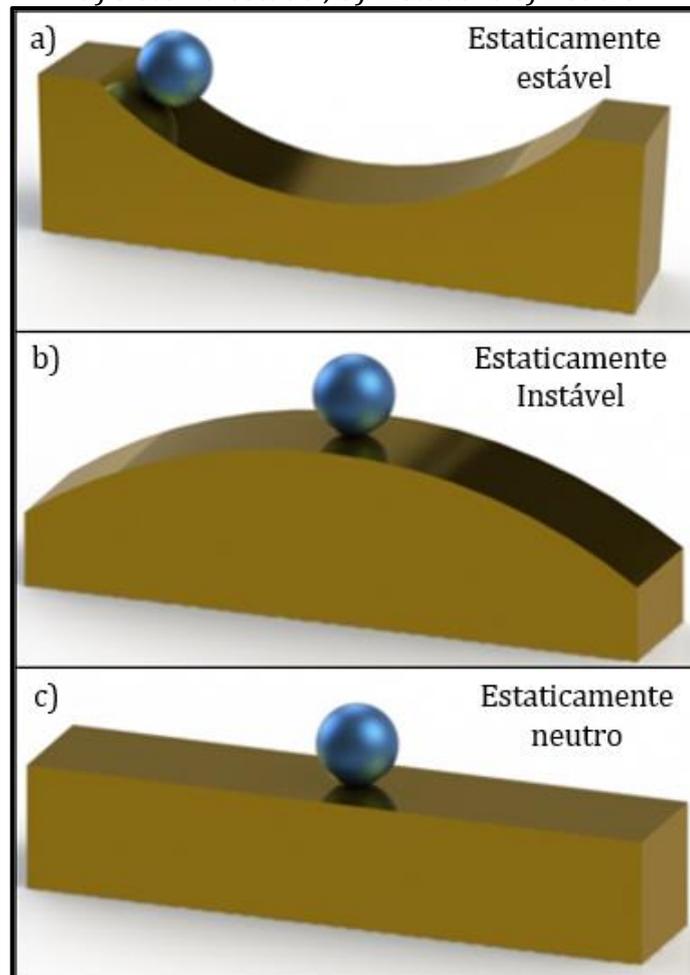
2.5 ESTABILIDADE ESTÁTICA

Para Nelson (1998), estabilidade é uma propriedade de um estado de equilíbrio. Para que isso ocorra em uma aeronave, a força e o momento resultantes devem ser nulos, caracterizando a chamada “condição de trimagem”.

Estabilidade estática, que é o assunto de análise do presente trabalho, é definida como a tendência inicial de um objeto de retornar ao seu ponto de equilíbrio após uma perturbação. Já a outra forma de análise de estabilidade é a dinâmica, que contempla o tempo decorrido e o processo associado para isso.

A Figura 14 ilustra as condições para sistemas estaticamente estável, instável e neutro. Na primeira, caso a esfera seja deslocada de sua posição inicial, a tendência é de retornar a ela, na segunda, é de se afastar com aceleração, na terceira é de manter velocidade constante igual à do último instante na ação do deslocamento.

Figura 14 - Condições de estabilidade estática:
a) sistema estável, b) instável e c) neutro



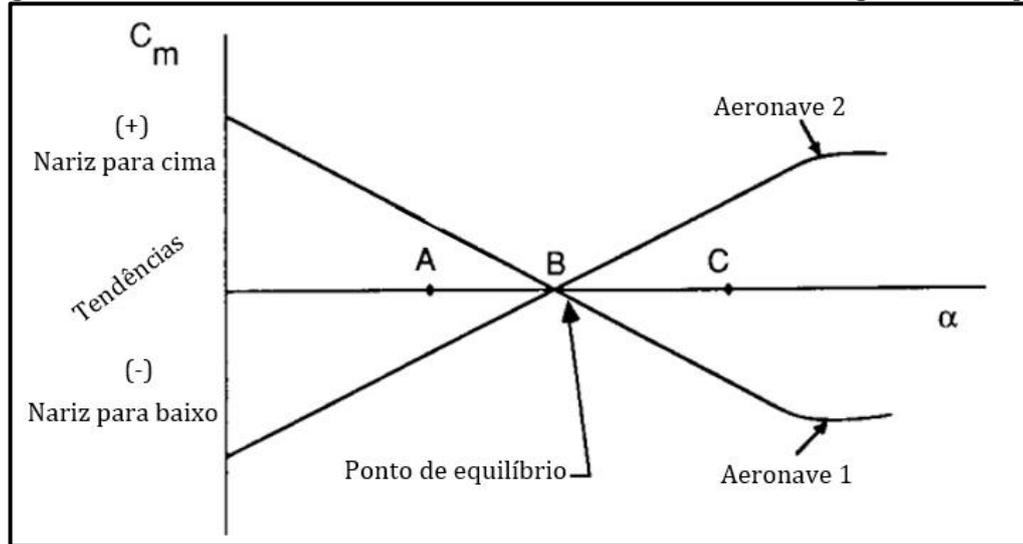
Fonte: adaptado de Nelson (1998).

2.5.1 Estabilidade longitudinal estática

Segundo Nelson (1998), da mesma forma que na Figura 14, a esfera necessita de um momento restaurador para retornar ao seu ponto de equilíbrio, para uma aeronave isso também ocorre. O que pode ser explicado pela Figura 15. Se for considerado um aumento do ângulo de ataque para a aeronave 1, a partir da posição B, o coeficiente de momento será negativo, fazendo com que α_w diminua. Já se o ângulo de ataque for reduzido, o coeficiente será positivo e α_w terá tendência de aumentar. Assim o avião é considerado estável. Já a aeronave 2 é dita instável, pois possui o comportamento contrário.

Nelson (1998) afirma que, para que um avião seja considerado estaticamente estável, no sentido longitudinal, o coeficiente angular de sua curva de coeficiente de momento pelo ângulo de ataque $C_{m\alpha}$ [rad^{-1}] deve ser negativo, conforme a Equação 21.

Figura 15 - Coeficiente de momento de uma aeronave versus ângulo de ataque



Fonte: adaptado de Nelson (1998).

$$\frac{dC_m}{d\alpha} = C_{m\alpha} < 0 \quad (21)$$

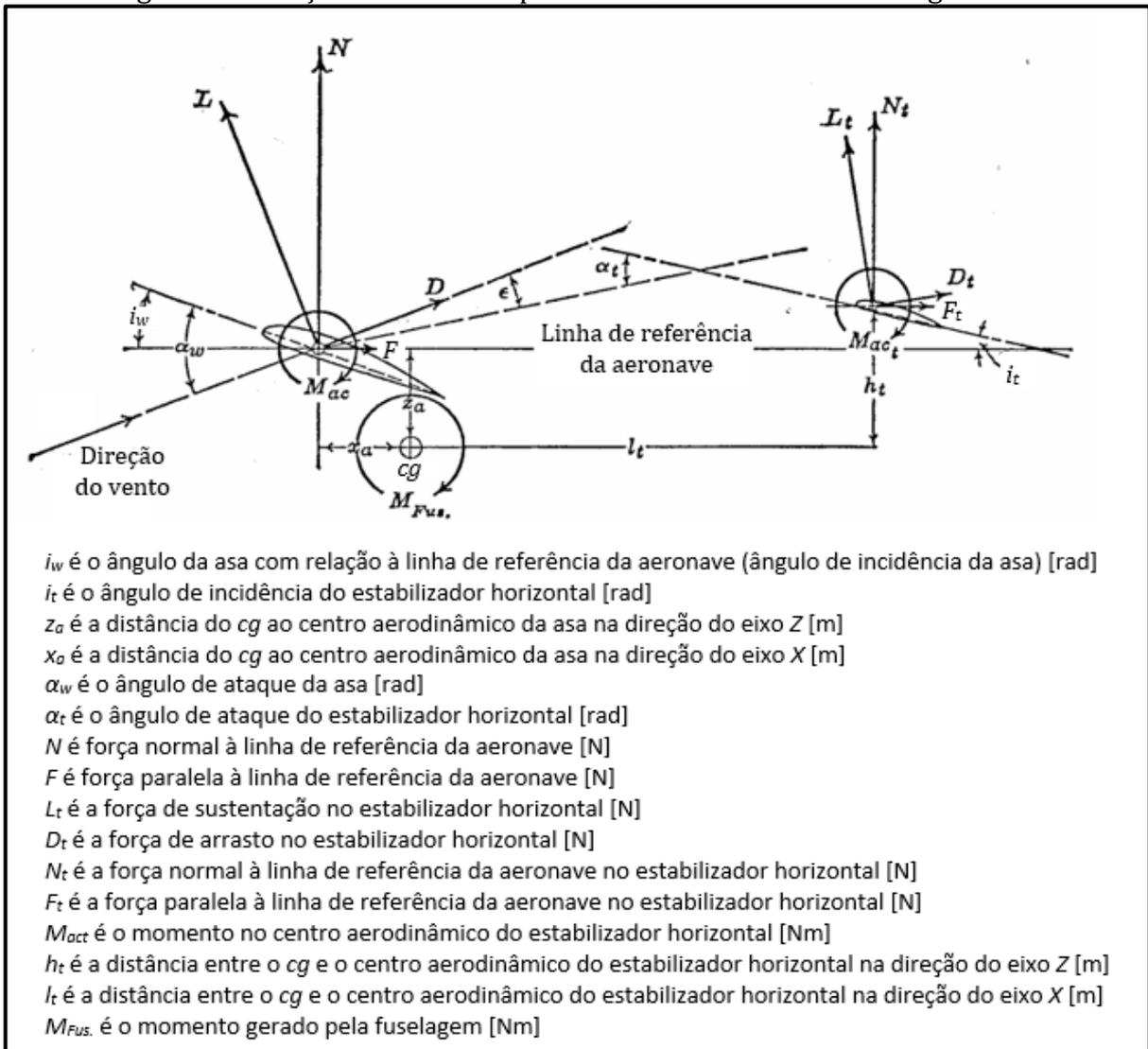
Nelson (1998) também apresenta outro critério que pode ser considerado para verificar se uma aeronave é longitudinalmente e estaticamente estável, que é a variação do coeficiente de momento em função do coeficiente de sustentação, chamada de “margem estática” (ME), que deve ser negativa, conforme Equação 22.

$$\frac{dC_m}{dC_L} = ME < 0 \quad (22)$$

Para Perkins e Robert (1949), o estudo da margem estática de uma aeronave requer uma investigação dos momentos em torno do eixo Y posicionado no cg . Para isso a Figura 16 é utilizada para identificar os vetores de forças e momentos atuantes na aeronave onde, para este caso, foi considerado sem tração do grupo motopropulsor.

A soma dos momentos é apresentada na Equação 23 e, em termos de seus respectivos coeficientes, na 24. Sendo que M_{cg} é o momento resultante ao redor do cg da aeronave; $C_{m_{cg}}$ é o seu coeficiente; c_h [m] é a corda média aerodinâmica do estabilizador horizontal; S_h [m²] é a sua área, c_w [m] é a corda média aerodinâmica da asa do avião; C_{mac} , C_{mf} e C_{mact} são, respectivamente, os coeficientes de momento gerados nos centros aerodinâmicos da asa, da fuselagem e do estabilizador horizontal e C_F , C_N , C_{F_t} e C_{N_t} os coeficientes das forças F , N , F_t e N_t , representadas na Figura 16.

Figura 16 - Forças e momentos para análise de estabilidade longitudinal



Fonte: adaptado de Perkins e Robert (1949).

$$M_{cg} = Nx_a + Fz_a + M_{ac} + M_{Fus} + M_{act} + F_t h_t + N_t l_t \quad (23)$$

$$C_{m_{cg}} = C_N \frac{x_a}{c_w} + C_F \frac{z_a}{c_w} + C_{mac} + C_{mf} + C_{m_{act}} \frac{S_h c_h}{S c_w} \eta + C_{F_t} \frac{S_h h_t}{S c_w} \eta + C_{N_t} \frac{S_h l_t}{S_w c_w} \eta \quad (24)$$

É possível observar na Equação 24 que os três primeiros termos, à direita da igualdade, se referem à contribuição da asa para o coeficiente de momento da aeronave, assim como o quarto representa a parte da fuselagem e o quinto, sexto e sétimo, a do estabilizador horizontal.

Para Perkins e Robert (1949), o quinto e o sexto termos podem ser desconsiderados, se comparado seus valores com os dos outros, sem perder uma

significativa precisão. Juntamente com essas considerações, para encontrar a margem estática, segundo mostra a Equação 22, basta derivar os termos da Equação 24 em relação a C_L , resultando na Equação 25.

$$ME = \frac{dC_N}{dC_L} \frac{x_a}{c_w} + \frac{dC_F}{dC_L} \frac{z_a}{c_w} + \frac{dC_{mac}}{dC_L} + \frac{dC_{mf}}{dC_L} - \frac{dC_{Nt}}{dC_L} \frac{S_h}{S_w} \frac{l_t}{c_w} \eta \quad (25)$$

Para calcular o valor de C_N , Perkins e Robert (1949) apresentam a Equação 26, a qual também serve para C_{Nt} , substituindo os termos referentes à asa pelos do estabilizador horizontal.

$$C_N = C_L \cdot \cos(\alpha_w - i_w) + C_D \cdot \sin(\alpha_w - i_w) \quad (26)$$

Perkins e Robert (1949) simplificam a Equação 25 utilizando as seguintes considerações:

- o ângulo de ataque da asa geralmente é pequeno. - Para o perfil Eppler 423, numa faixa de Reynolds entre 200 e 500, por exemplo, fica entre 6° e 12° (AIRFOIL TOOLS, 2021);
- o terceiro termo é nulo pela definição apresentada na seção 2.4.2 (p. 31), onde diz que a magnitude do momento atuante no centro aerodinâmico não varia com o ângulo de ataque;
- o segundo termo é de apenas 10% do valor do primeiro quando $C_L = 1$, em distâncias iguais nas direções horizontal e vertical em relação ao cg .

Dessa maneira, a Equação 27 é apresentada.

$$ME = \frac{x_a}{c_w} + \frac{dC_{mf}}{dC_L} - \frac{C_{N\alpha t}}{C_{N\alpha w}} V_H \eta \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \quad (27)$$

onde: $V_H = \frac{S_h}{S} \frac{l_t}{c_w}$ é o volume de cauda [-];

$\frac{d\epsilon}{d\alpha}$ é a variação do ângulo de ataque induzido em função do ângulo de ataque [-];

$C_{N\alpha_t} = \frac{dC_N}{d\alpha_t}$ é a variação de C_N em função de α_t [rad⁻¹];

$C_{N\alpha_w} = \frac{dC_N}{d\alpha_w}$ é a variação de C_N em função de α_w [rad⁻¹].

Segundo Perkins e Robert (1949) e Nelson (1998), uma metodologia que pode ser aplicada para estimar o segundo termo da Equação 27 toma como base a Equação 28.

$$\frac{dC_{mf}}{dC_L} = ME_f = \frac{dM_{FUS.}}{qS c_w C_{N\alpha_w}} \quad (28)$$

Onde ME_f representa a contribuição da fuselagem para a margem estática e o numerador do lado direito da igualdade é a variação do momento gerado na fuselagem em função do ângulo de ataque e pode ser calculado a partir da Equação 29, com auxílio da Figura 17.

$$\frac{dM_{FUS.}}{d\alpha} = \frac{q}{36,5} \int_0^{l_{f1/2}} w_f^2 \frac{d\beta}{d\alpha} dx \quad (29)$$

onde: w_f é a largura local da fuselagem [m];

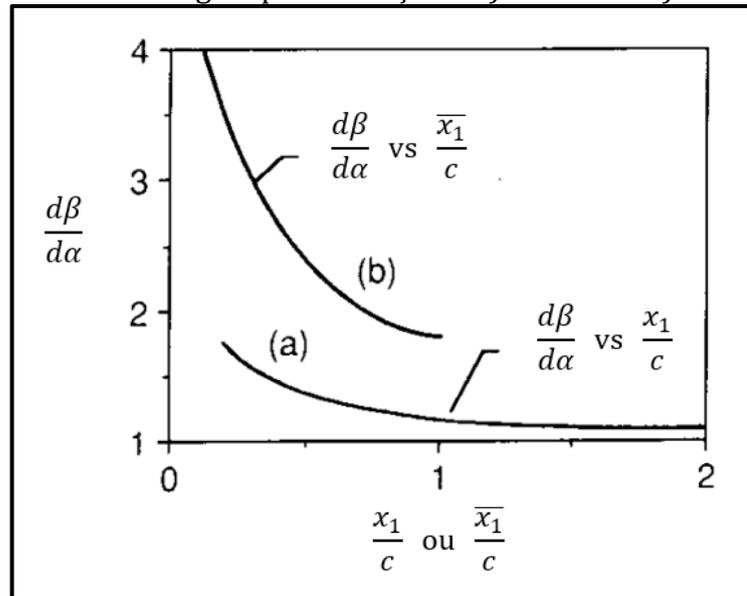
$\frac{d\beta}{d\alpha}$ é a variação do ângulo de fluxo localizado com o ângulo de ataque da asa [-]

$l_{f1/2}$ é representado na Figura 17 como l_{f1} e l_{f2} [m].

A integral da Equação 29 pode ser resolvida calculando o valor de $w_f^2 \frac{d\beta}{d\alpha} \Delta x$ para cada segmento da fuselagem, como ilustrado na Figura 17, e somando-os. Para encontrar os valores de $d\beta/d\alpha$, nos segmentos de 7 a 14, a Equação 30 deve ser utilizada; já de 1 a 5 a Figura 18a deve ser tomada como orientação e, da mesma forma, no segmento 6 utiliza-se a Figura 18b. Na Figura 17, \bar{x}_1 é o comprimento da primeira seção da fuselagem à frente do bordo de ataque da asa e Δx é a distância entre as seções.

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{x_1}{l_h} \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \quad (30)$$

Figura 18 - Variação do ângulo de fluxo localizado ao longo da fuselagem para as seções: a) de 1 a 5 e b) 6



Fonte: adaptado de Nelson (1998).

$$ME = \frac{h_{cg}}{c_w} - \frac{h_{pn}}{c_w} \quad (31)$$

Para calcular h_{pn} , a Equação 32 pode ser aplicada, onde h_{ac} é a distância do centro aerodinâmico da asa em relação ao bordo de ataque na posição da corda média aerodinâmica.

$$\frac{h_{pn}}{c_w} = \frac{h_{ac}}{c_w} - ME_f + \frac{C_{Nat}}{C_{Naw}} V_H \eta \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \quad (32)$$

Rodrigues (2011) considera a inversão dos sinais do lado direito da igualdade da Equação 31, de maneira que o avião seja considerado estável quando $ME \geq 0$.

Apesar de Nelson (1998) e Perkins e Robert (1949) indicarem as equações já descritas, de maneira simplificada, para uma estimativa de estabilidade estática longitudinal vale destacar o artigo de Cordeiro, Freitas e Chiaratti (2020), que consideraram a posição vertical do cg em relação ao ac da asa; o arrasto; o momento gerado pela tração do motor; e a não linearidade do regime de pré-estol, para uma asa voadora sem empenagem, destinada à participação da competição SAE Brasil Aerodesign. Encontraram um valor de margem estática mínima 25% menor do que o que foi calculado pelos métodos apresentados nas bibliografias clássicas.

2.5.2 Método de Nelson para estimativa de estabilidade longitudinal estática

Para Nelson (1998), a diferença de ângulo entre N e o vetor resultante de L e D (Figura 16), assim como para N_t , L_t e D_t , pode ser desprezada devido ao seu baixo valor, consideração a ser avaliada no Capítulo 4 deste relatório. Assim, de acordo com a Equação 27, a 33 pode ser escrita em termos de C_L no terceiro termo do lado direito da igualdade, sendo $C_{L\alpha t}$ [rad^{-1}] a variação do coeficiente de sustentação do estabilizador horizontal em função de α_t .

$$ME = \frac{x_a}{c_w} + \frac{dC_{mf}}{dC_L} - \frac{C_{L\alpha t}}{C_{L\alpha w}} V_H \eta \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \quad (33)$$

Para se obter o valor do termo $d\epsilon/d\alpha$ Nelson (1998) sugere uma aproximação pela Equação 34, que se aplica para asas elípticas, sendo que $C_{L\alpha w}$ deve estar em rad^{-1} .

$$\frac{d\epsilon}{d\alpha} = \frac{2C_{L\alpha w}}{\pi AR} \quad (34)$$

O valor do ângulo de ataque induzido na empenagem (ϵ) é importante quando se trata da trimagem da aeronave a um determinado α_w de interesse. Isso porque ϵ , α_w , α_t e i_t estão correlacionados de acordo com a Equação 35 (NELSON, 1998).

$$\alpha_w = \alpha_t + i_w - i_t + \epsilon \quad (35)$$

Nelson (1998) fornece a Equação 36, para aviões de asa elíptica, para estimativa de ϵ , em que o resultado se apresenta em rad.

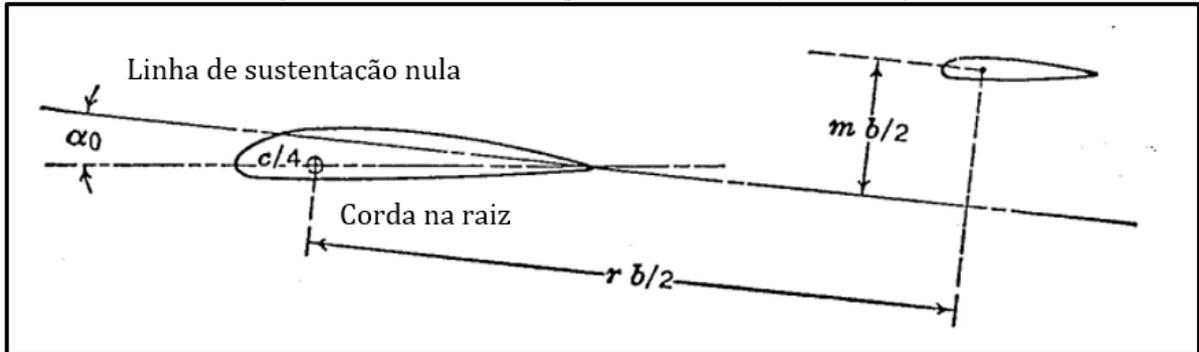
$$\epsilon = \frac{2C_L}{\pi AR} \quad (36)$$

2.5.3 Método de Perkins e Robert para estimativa de estabilidade longitudinal estática

Para encontrar a derivada $d\epsilon/d\alpha$ da Equação 27 (p. 36), para estabilizadores horizontais posicionados a uma altura suficiente para evitar a esteira de vórtice proveniente da asa, Perkins e Robert (1949), propõem uma simplificação do esquema

empírico originado de Silverstein e Katzoff (1938), se valendo das Figuras 19 e 20, onde r e m são definidos como a porcentagem da metade da envergadura da asa em que o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal está posicionado atrás de um quarto da corda na raiz da asa e acima da linha de sustentação nula, respectivamente. Na Figura 20 apenas as curvas de interesse para este trabalho foram exibidas.

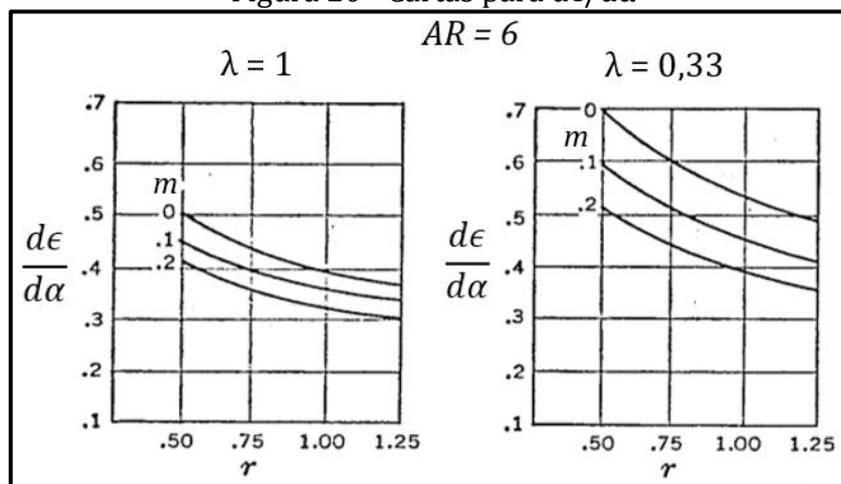
Figura 19 - Dimensões para determinação de $d\epsilon/d\alpha$



Fonte: adaptado de Perkins e Robert (1949).

O resultado obtido pela Figura 20 é encontrado somente para a linha central da aeronave. Para um valor médio de $d\epsilon/d\alpha$ no estabilizador horizontal, um fator de correção deve ser encontrado a partir da Figura 21, que é apresentada na sua forma completa em Perkins e Robert (1949). Nela b_h é a envergadura do estabilizador horizontal.

Figura 20 - Cartas para $d\epsilon/d\alpha$

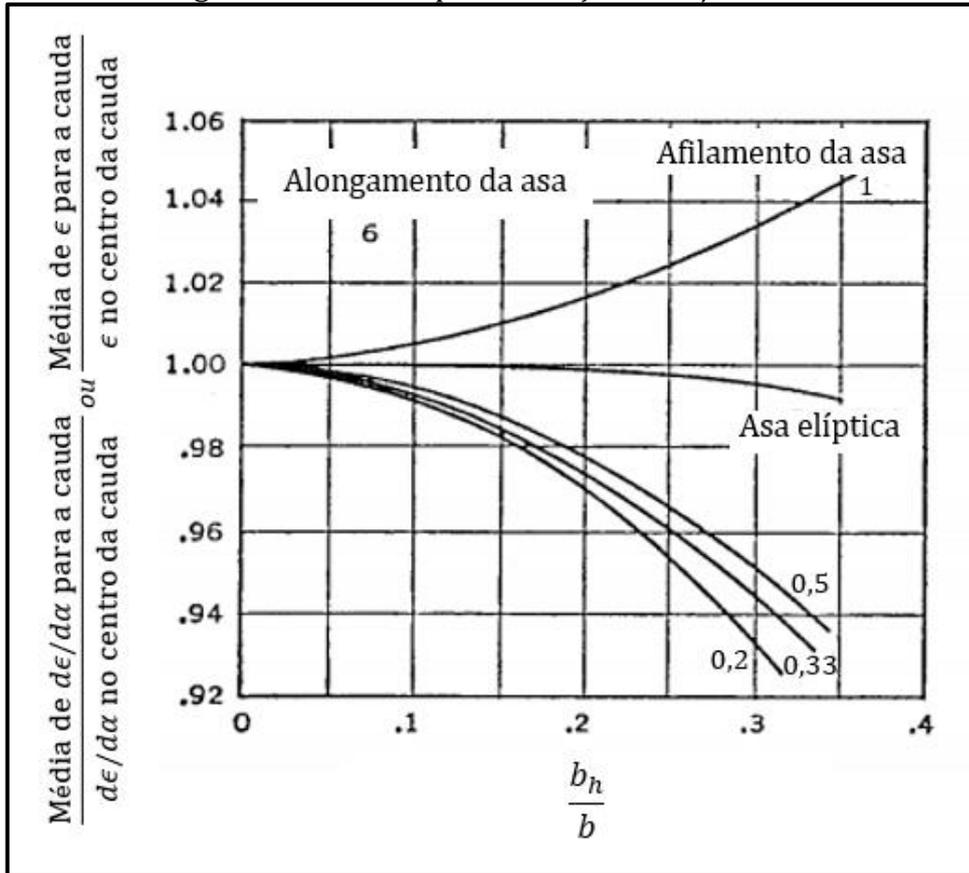


Fonte: adaptado de Perkins e Robert (1949).

Para estimar o valor de ϵ , Perkins e Robert (1949) indicam uma consulta nas cartas de Silverstein e Katzoff (1938), conforme a Figura 22 e 23, onde h é o deslocamento da esteira de vórtices em relação à sua origem, tomada ortogonalmente ao vento relativo, x

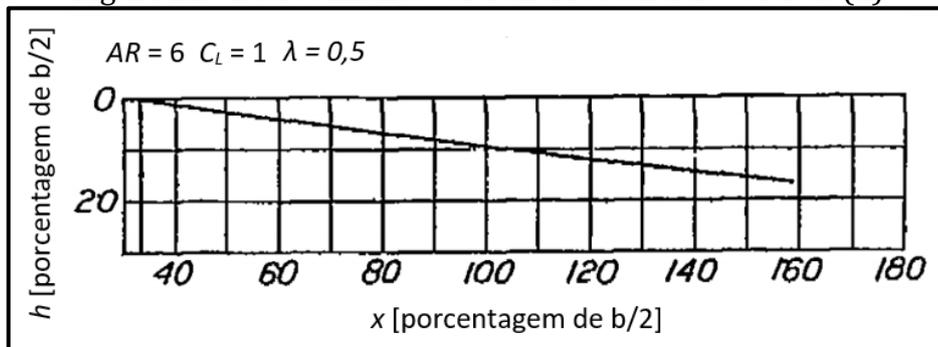
é a distância de 1/4 da corda da asa até a dobradiça do profundor e m_2 é a distância vertical do eixo da dobradiça do profundor até a origem da esteira, medida perpendicularmente ao vento relativo. Para estas características geométricas a Figura 24 pode ser tomada como referência.

Figura 21 – Gráfico para correção de $d\epsilon/d\alpha$ ou ϵ



Fonte: adaptado de Perkins e Robert (1949).

Figura 22 - Deslocamento vertical da esteira de vórtices (h)

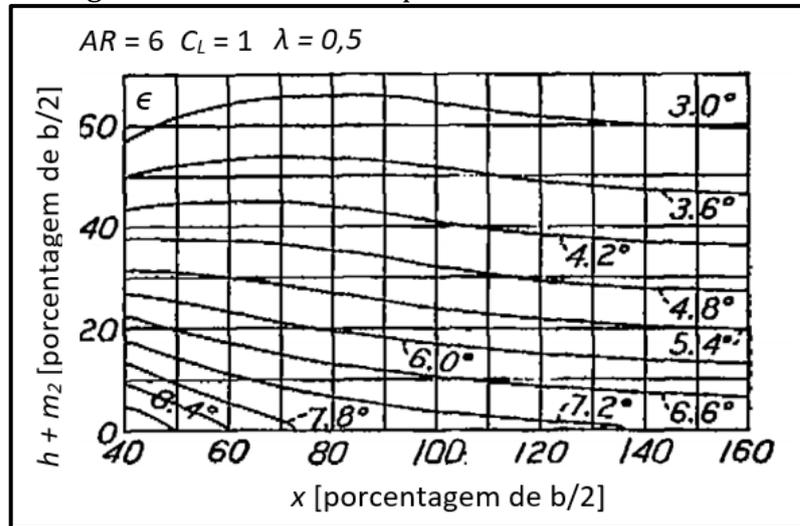


Fonte: adaptado de Silverstein e Katzoff (1938).

No relatório de Silverstein e Katzoff (1938) as cartas das Figuras 22 e 23 se apresentam de forma mais abrangente com relação à AR e λ .

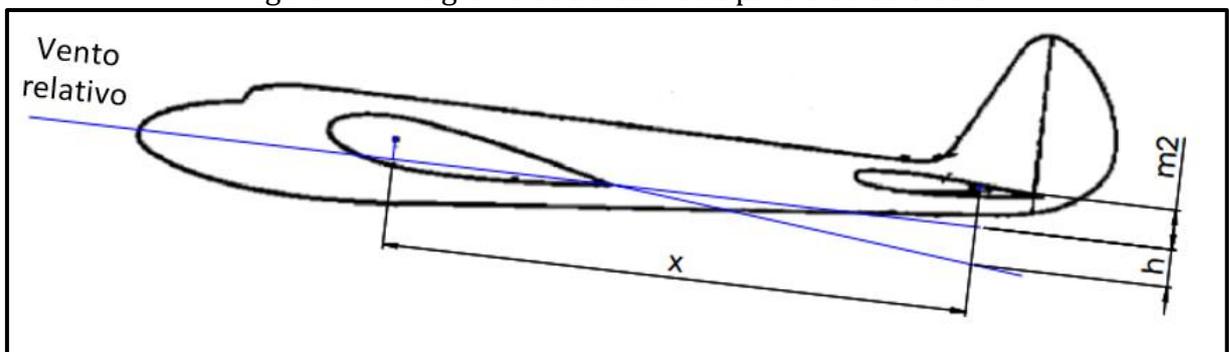
Para encontrar o valor médio de ϵ ao longo da empenagem horizontal, um fator de correção deve ser obtido através da Figura 21.

Figura 23 - Valor de ϵ no plano central da aeronave



Fonte: adaptado de Silverstein e Katzoff (1938).

Figura 24 - Diagrama das distâncias para o cálculo de ϵ



Fonte: adaptado de Silverstein e Katzoff (1938).

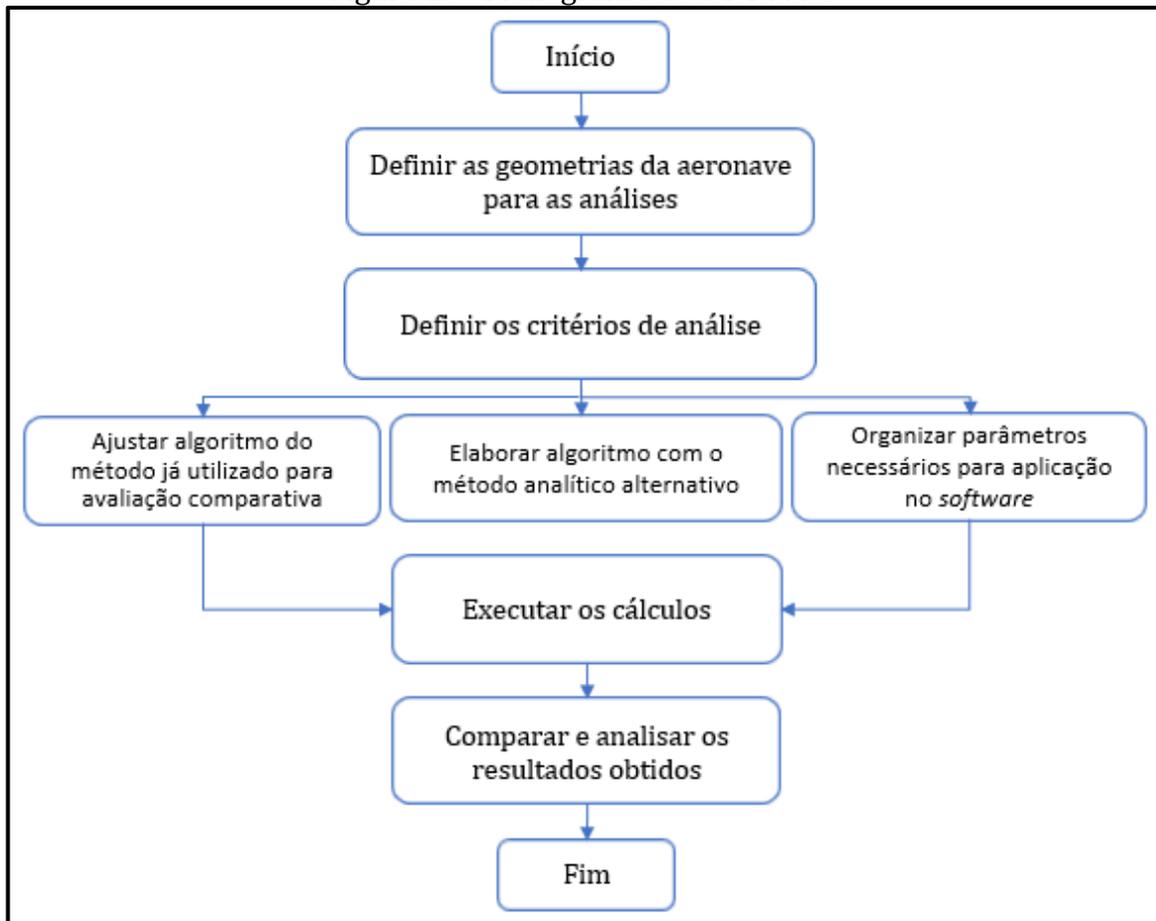
3 MATERIAIS E MÉTODOS

Atualmente a equipe Aerosul, no que se refere à análise de estabilidade longitudinal estática, basicamente utiliza o método apresentado em Nelson (1998), com todas as recomendações e simplificações indicadas nas equações.

A proposta do presente trabalho é de avaliar resultados calculados com o modelo analítico atualmente utilizado em comparação com uma proposta teórica mais abrangente e com um *software* de estimativa de estabilidade e controle.

Para realização das atividades deste trabalho foram seguidas as etapas ilustradas na Figura 25, que são detalhadas na sequência.

Figura 25 - Fluxograma de atividades



Fonte: o autor (2021).

3.1 DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DA AERONAVE DE ESTUDO

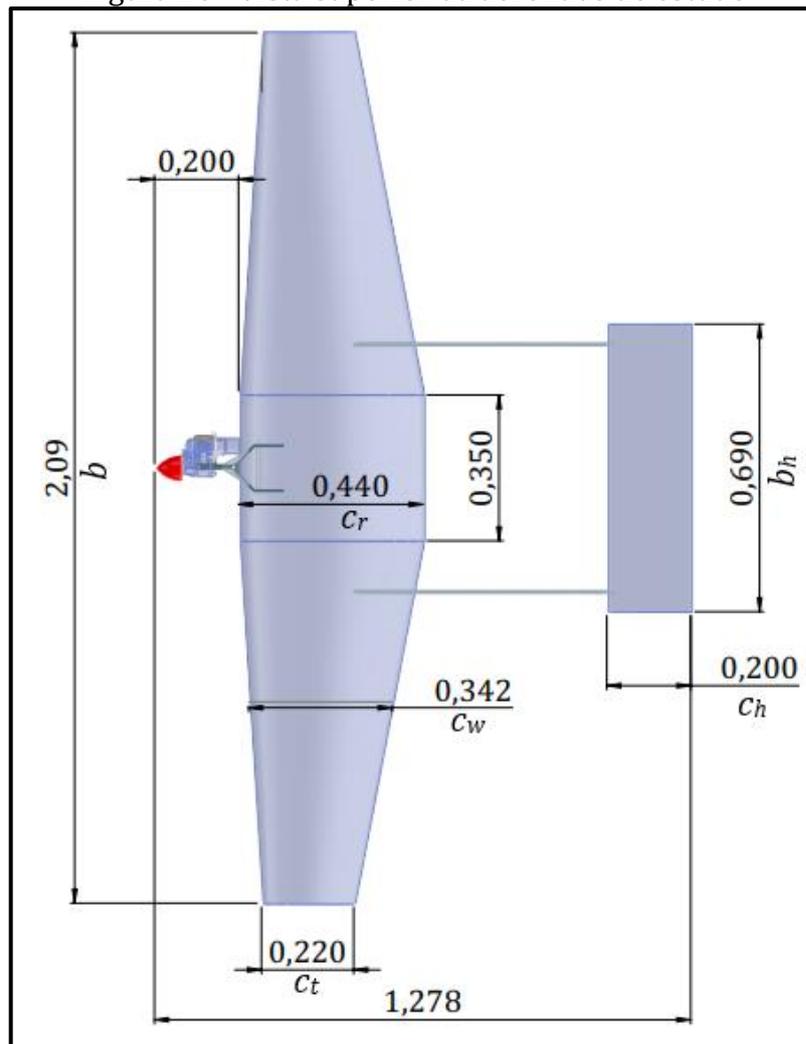
As geometrias foram definidas com base na aeronave projetada pela equipe Aerosul no ano de 2020. Foram necessárias modificações de AR e da relação b_h/b para

evitar extrapolações e interpolações gráficas nas curvas equivalentes as da Figura 21 (p. 42). Da mesma forma, para a Figura 20 (p. 41), a altura do estabilizador horizontal também sofreu alteração. Além disso, outro critério levado em consideração nos dimensionamentos foi o de margem estática, explanado na seção 3.2.

Os perfis utilizados para a asa e para o estabilizador horizontal foram o Eppler 423 e o NACA 4412, respectivamente.

Com isso, as características dimensionais estabelecidas para as análises foram as apresentadas nas Figuras 26 e 27, com unidades em metro, que correspondem a aumento de 8,4% em b e reduções de 1,4% em l_t , 8,8% em c_w , 42,1% em b_h e 68,5% da altura da empenagem horizontal com relação ao avião de referência. O *software* utilizado para modelamento da aeronave foi o *SolidWorks* 2017.

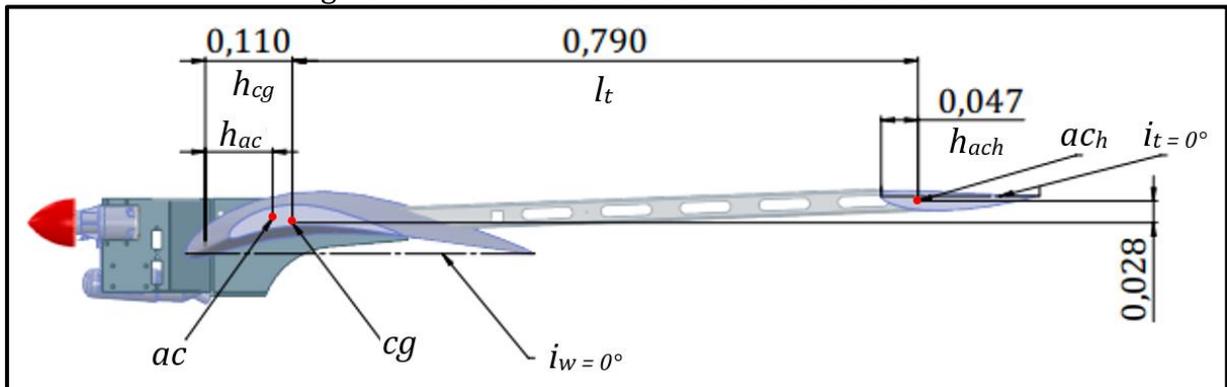
Figura 26 - Vista superior da aeronave de estudo



Fonte: o autor (2021).

Na Figura 27, ac_h é o centro aerodinâmico do estabilizador horizontal e h_{ach} é a sua distância do bordo de ataque. Como pode ser observado h_{ac} não possui valor fixado, devido a sua variação para cada ângulo de ataque, levando em consideração o conceito da Equação 19 (p. 32) e o fato de $c_{m\alpha}$ e $c_{l\alpha}$ variarem ao longo de suas respectivas curvas, como demonstrado na seção 3.3.

Figura 27 - Vista lateral da aeronave de estudo



Fonte: o autor (2021).

3.2 CRITÉRIOS DE ANÁLISE

Para os cálculos de estabilidade longitudinal estática utilizou-se as equações da seção 2.5 (p. 32). Foi considerado apenas o fluxo de ar, sem tração do grupo motopropulsor.

Adotou-se a definição de $ME \geq 0$ para uma aeronave ser considerada longitudinalmente e estaticamente estável, conforme atualmente a equipe Aerosul considera para a realização dos seus estudos e de acordo com Rodrigues (2011).

A referência para as análises dos resultados foi a forma como a equipe Aerosul calcula a estabilidade longitudinal estática atualmente, ou seja, pelo método apresentado em Nelson (1998) e suas considerações que, ao contrário de Perkins e Robert (1949), despreza a diferença de ângulo entre os vetores de L_t e N_t , conforme a Figura 16 (p. 35), e utiliza uma equação para aeronaves com asa elíptica para estimativa de $d\epsilon/d\alpha$, enquanto Perkins e Robert (1949) propõem um método que considera as distâncias e geometrias de asa e estabilizador horizontal. Neste trabalho a diferença entre L e N também foi empregada para comparação. Para ambos os métodos o *Software* utilizado na execução foi o Matlab R2016a.

Além deles, o *Software* Gyles *Aerodesign Pitch Stability Estimator*, que trabalha com

cálculos analíticos computacionalmente programados, também foi utilizado. Na Figura 28 é ilustrada, parcialmente, sua interface.

Figura 28 - Interface do software *Gyles Aerodesign Pitch Stability Estimator*

Fonte: o autor (2021).

Atualmente a equipe Aerosul projeta aeronaves que tenham valores de ME entre 10% e 20%, seguindo indicação de Rodrigues (2011), o que permite possuírem estabilidade satisfatória. Assim, para efeito de avaliação em condição similar aos projetos já executados pela equipe, as configurações geométricas apresentadas na seção 3.1 foram definidas de forma a atender a esse critério.

Para os diferentes métodos foram analisados os resultados obtidos de $d\epsilon/d\alpha$, ϵ , α_t e ME em três situações de α_w : 7° , 3° e -1° , correspondendo, respectivamente, às velocidades de vento relativo em voo, com peso máximo (120 N), de 15 m/s (velocidade para decolagem é de 14), 17 m/s e 20 m/s, que é a velocidade de cruzeiro, conforme

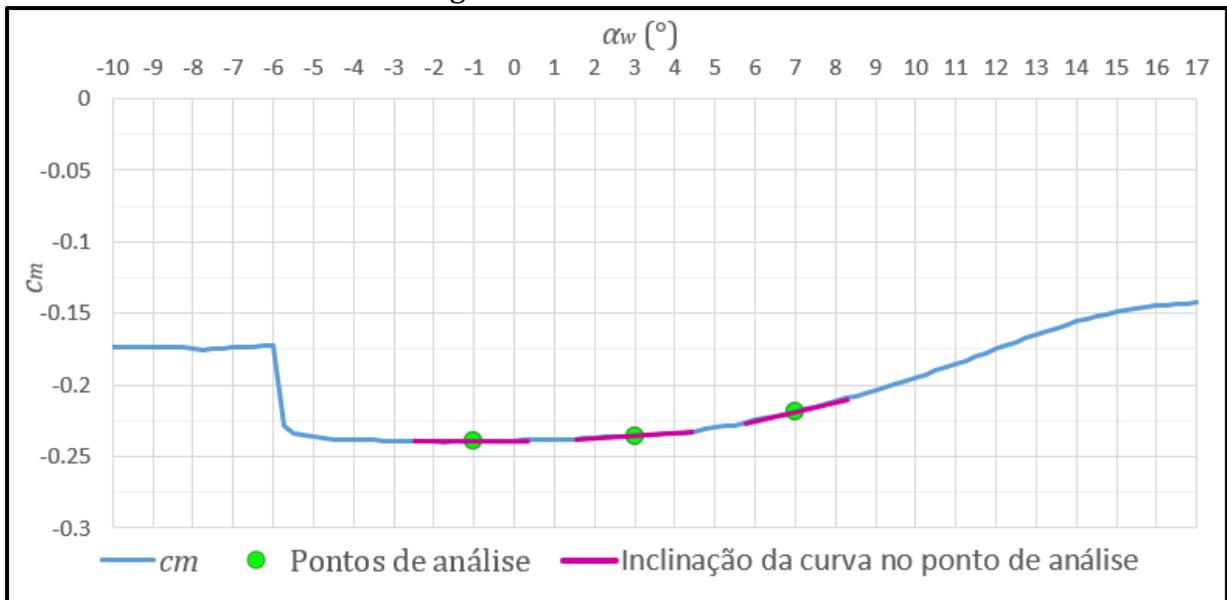
(AEROSUL, 2020). Não foram consideradas mais opções de α_w devido à complexidade das leituras gráficas nas curvas disponíveis para uso com o método de Perkins e Robert (1949).

3.3 CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS

As características aerodinâmicas são associadas às geométricas para aplicação nas equações de estabilidade. Para calculá-las, as curvas das Figuras 29 a 34 foram utilizadas. Os dados que geraram os gráficos dos perfis foram extraídos de Airfoil Tools (2021).

Nas curvas referentes à asa estão destacados os pontos de análise. Na Figura 29 foram traçadas as tangentes à curva nesses pontos; na 30, somente em dois locais para não interferir na qualidade visual do gráfico, demonstrando a necessidade de utilizar valores distintos de $C_{m\alpha}$ e $C_{L\alpha_w}$ para cada α_w , dada a não linearidade entre as condições abordadas.

Figura 29 - Curva de $c_m \times \alpha_w$

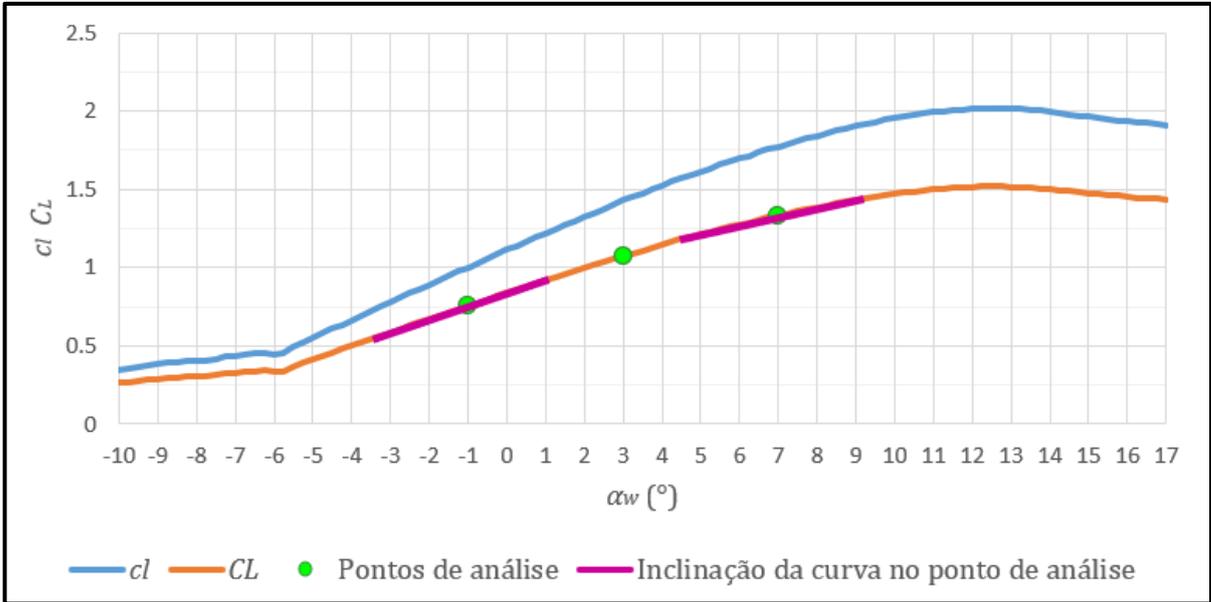


Fonte: o autor (2021).

Na Figura 32, c_{mt} é o coeficiente de momento do perfil do estabilizador horizontal, na 33, C_{Lt} é o coeficiente de sustentação do estabilizador horizontal e c_{lt} é o do perfil. Em ambas foram traçadas as inclinações das curvas nas regiões de atuação do ângulo de ataque do estabilizador horizontal, conforme apresentado no capítulo 4, demonstrando que os gráficos nessas faixas podem ser considerados como lineares, podendo ser adotado

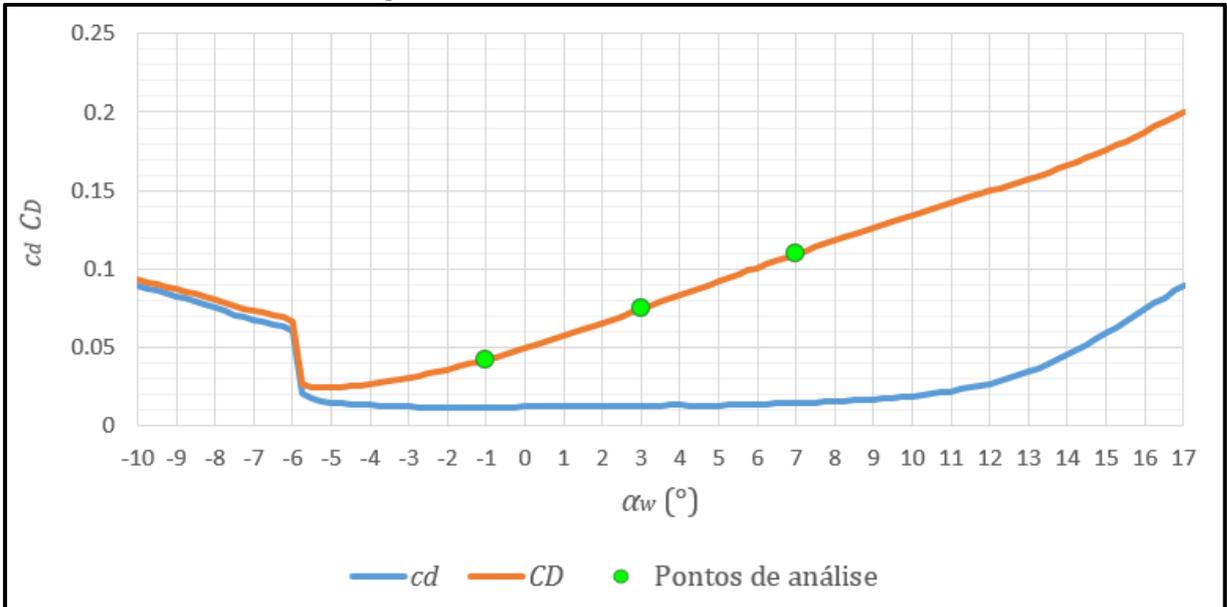
um valor constante de coeficiente angular para cada curva na implementação dos cálculos. Na Figura 34 C_{Dt} é o coeficiente de arrasto do estabilizador horizontal e c_{dt} é o do perfil.

Figura 30 - Curvas de $c_l \times \alpha_w$, e $C_L \times \alpha_w$



Fonte: o autor (2021).

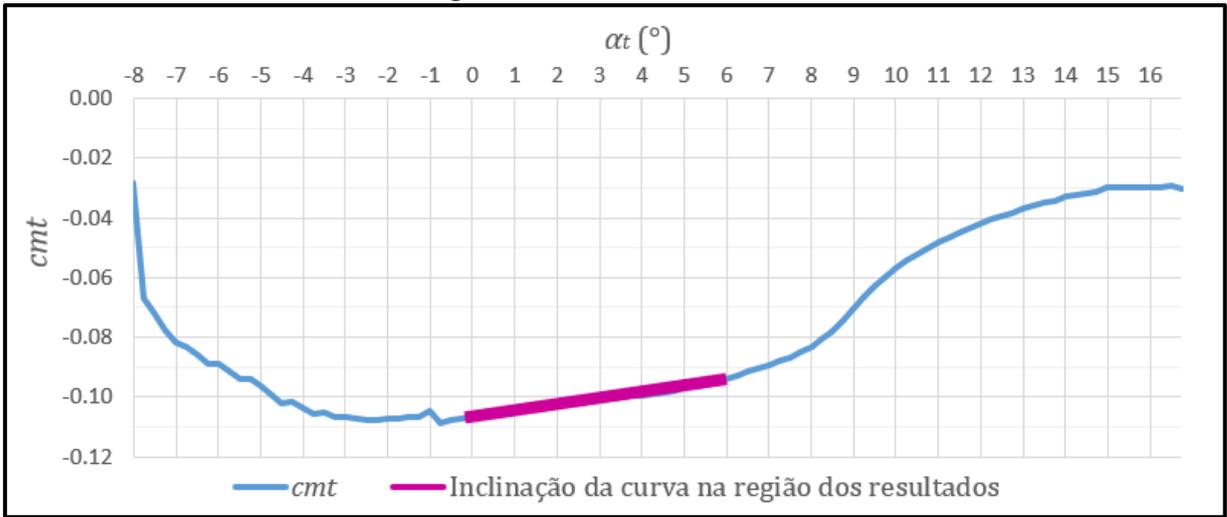
Figura 31 - Curvas de $c_d \times \alpha_w$ e $C_D \times \alpha_w$



Fonte: o autor (2021).

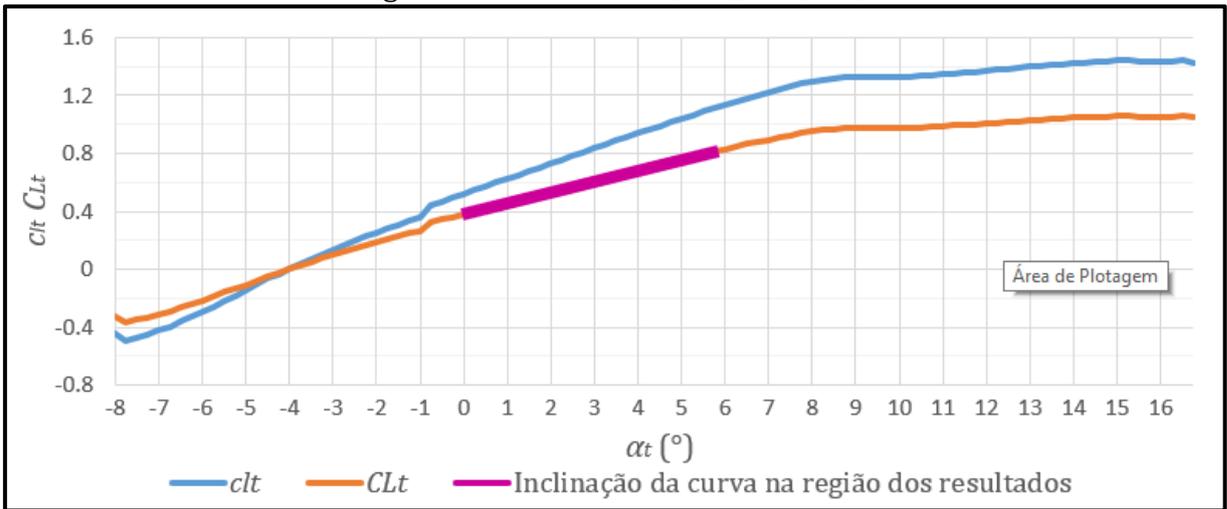
Os cálculos de aerodinâmica, conforme etapas descritas no Apêndice A, foram realizados através de uma planilha no Excel 2016. Os parâmetros calculados, para aplicação nas equações de estabilidade, são listados na Tabela 1.

Figura 32 - Curva de c_{mt} x α_t



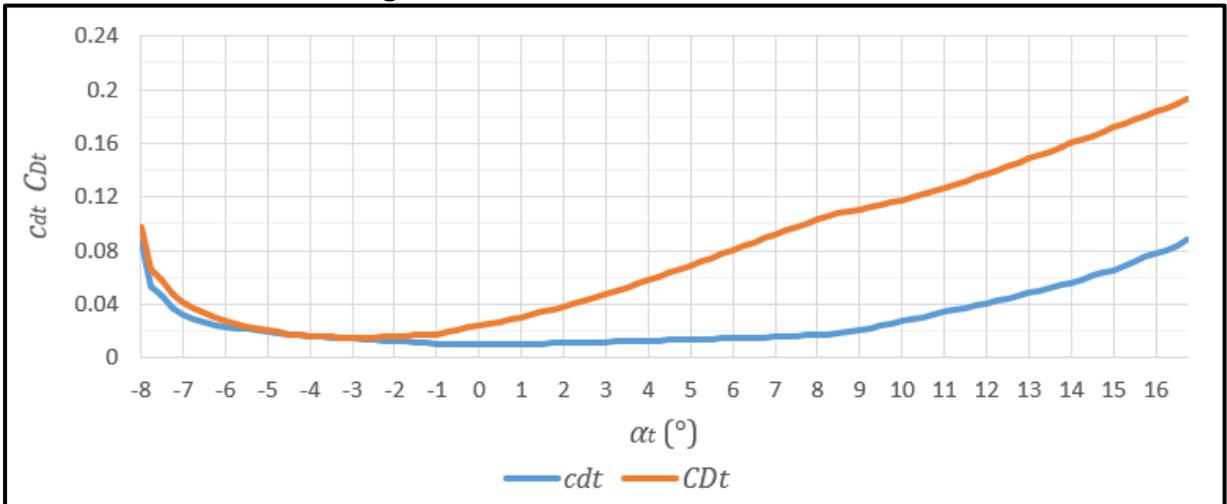
Fonte: o autor (2021).

Figura 33 - Curvas de c_{lt} x α_t , e C_{Lt} x α_t



Fonte: o autor (2021).

Figura 34 - Curvas de c_{Dt} x α_t e C_{Dt} x α_t



Fonte: o autor (2021).

Tabela 1 - Parâmetros aerodinâmicos usados nas equações de estabilidade

Parâmetros	Valores
$h_{ac} (\alpha_w = -1^\circ)$	0,085 m
$h_{ac} (\alpha_w = 3^\circ)$	0,080 m
$h_{ac} (\alpha_w = 7^\circ)$	0,055 m
S	0,7276 m ²
S_h	0,1380 m ²
AR	6
AR_h	3,45
λ	0,5
λ_h	1
$C_{L\alpha_w} (\alpha_w = -1^\circ)$	4,751 rad ⁻¹
$C_{L\alpha_w} (\alpha_w = 3^\circ)$	4,359 rad ⁻¹
$C_{L\alpha_w} (\alpha_w = 7^\circ)$	3,134 rad ⁻¹
C_{Lat}	4,395 rad ⁻¹

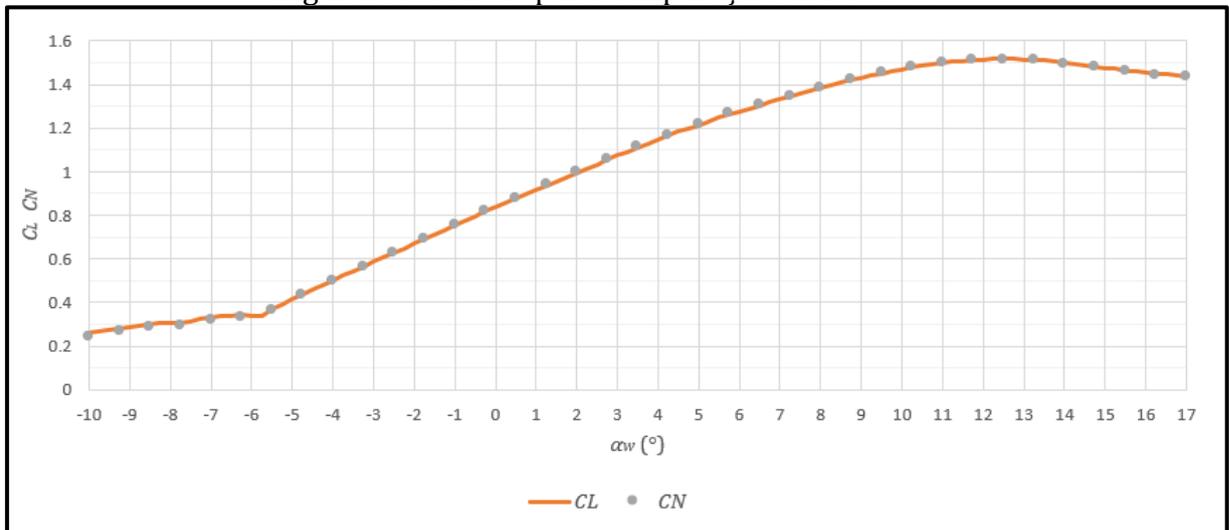
Fonte: o autor (2021).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 AVALIAÇÃO COMPARATIVA DAS CURVAS DE C_L , C_N , C_{Lt} e C_{Nt}

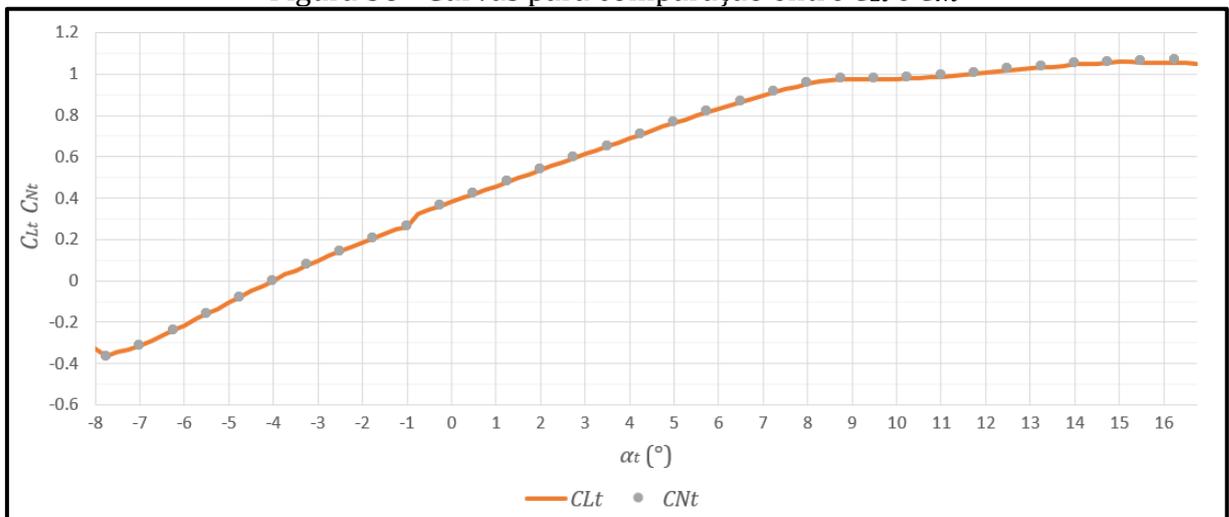
Para avaliar a diferença entre C_L e C_N empregou-se a Equação 26 (p. 36) para traçar uma curva comparativa entre as duas variáveis em função de α_w . O resultado é apresentado na Figura 35. Da mesma forma traçou-se um gráfico de comparação entre C_{Lt} e C_{Nt} , que é ilustrado na Figura 36.

Figura 35 - Curvas para comparação entre C_L e C_N



Fonte: o autor (2021).

Figura 36 - Curvas para comparação entre C_{Lt} e C_{Nt}



Fonte: o autor (2021).

Analisando as figuras, é possível constatar que as diferenças entre as curvas de C_N

e C_L , assim como para C_{Lt} e C_{Nt} , são insignificantes. Sendo assim, para os termos das equações que envolvem C_N ou C_{Nt} , como consideram Perkins e Robert (1949), a utilização dos valores de C_L e C_{Lt} , como assume Nelson (1998), pode ser considerada mais vantajosa, devido a maior simplicidade dos cálculos. Portanto, para os cálculos seguintes, nos termos que envolvem C_N ou C_{Nt} , foram aplicados os valores referentes a C_L ou C_{Lt} , respectivamente.

4.2 CÁLCULOS COM MÉTODOS ANALÍTICOS

Os cálculos apresentados nesta seção se referem à condição de $\alpha_w = -1^\circ$. Para as outras condições as mesmas etapas abaixo foram seguidas:

- a) calcular $d\epsilon/d\alpha$;
- b) calcular ϵ e α_t ;
- c) calcular ME .

4.2.1 Cálculo de $d\epsilon/d\alpha$

Utilizando a Equação 34, conforme atualmente é empregado nos projetos da Aerosul, o cálculo envolvido é apresentado abaixo.

$$\frac{d\epsilon}{d\alpha} = \frac{2C_{L\alpha w}}{\pi AR} = \frac{2 \cdot 4,751}{\pi \cdot 6} = 0,50$$

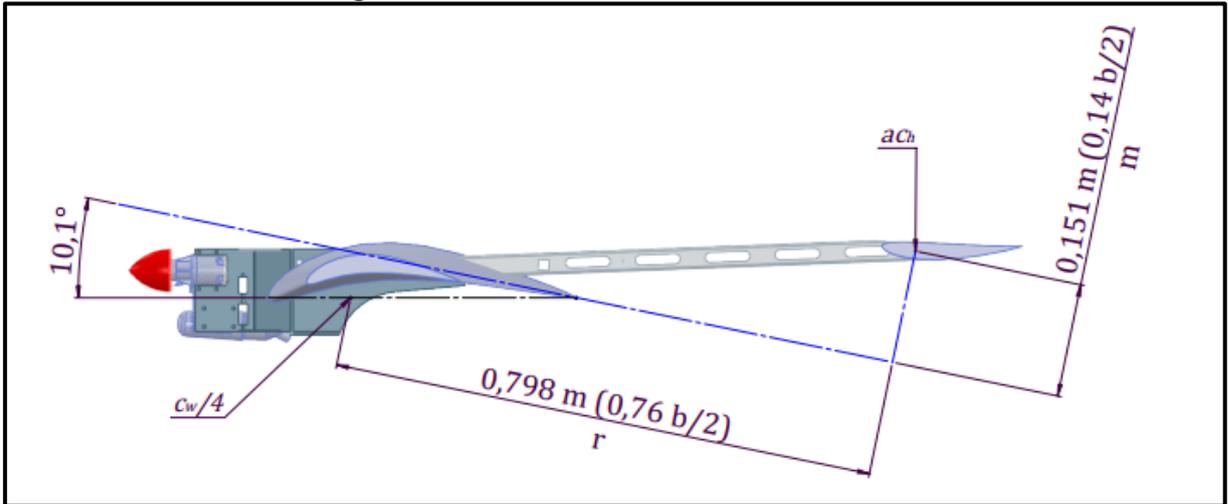
Já para o método apresentado por Perkins e Robert (1949), inicialmente encontrou-se o valor de α_0 através da equação de primeiro grau gerada a partir da curva de C_L x α_w (Figura 30), como demonstrado a seguir.

$$C_L = C_{L0} + \alpha_0 \cdot C_{L\alpha w} = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{-C_{L0}}{C_{L\alpha w}} = \frac{-0,8361}{4,751} = -0,1760 \text{ rad} = -10,1^\circ$$

Na sequência coletou-se os valores de $r = 0,76 b/2$ e $m = 0,14 b/2$, de acordo com a Figura 19 (p. 41), como ilustrado na Figura 37.

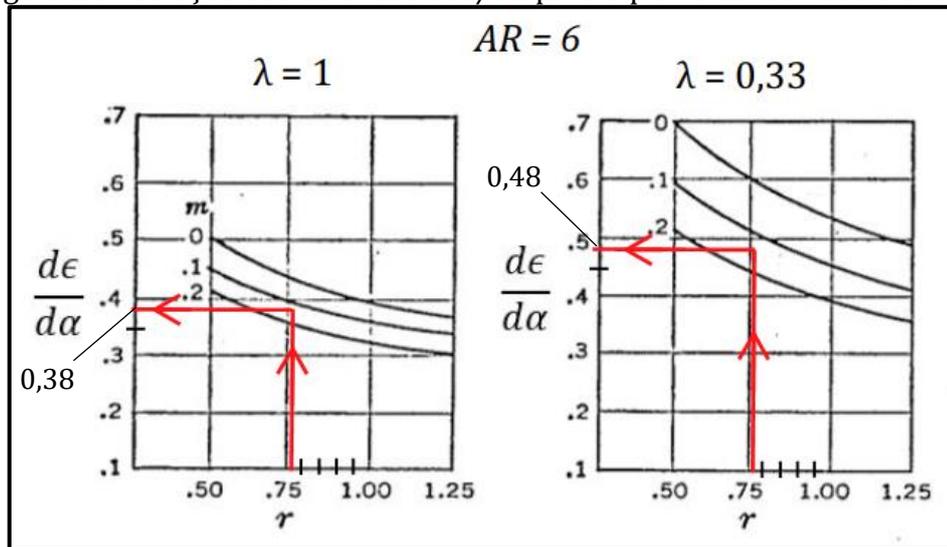
Figura 37 – Medidas encontradas de r e m



Fonte: o autor (2021).

Assim, com as curvas apresentadas na Figura 20 (p. 41), buscando encontrar o valor de $d\epsilon/d\alpha$ correspondente a $\lambda = 0,5$ e $AR = 6$, encontrou-se os valores de 0,38, para $d\epsilon/d\alpha$ na condição de $\lambda = 1$, e 0,48, para $\lambda = 0,33$, que, através de interpolação, encontrou-se $d\epsilon/d\alpha = 0,45$ para o plano central da aeronave.

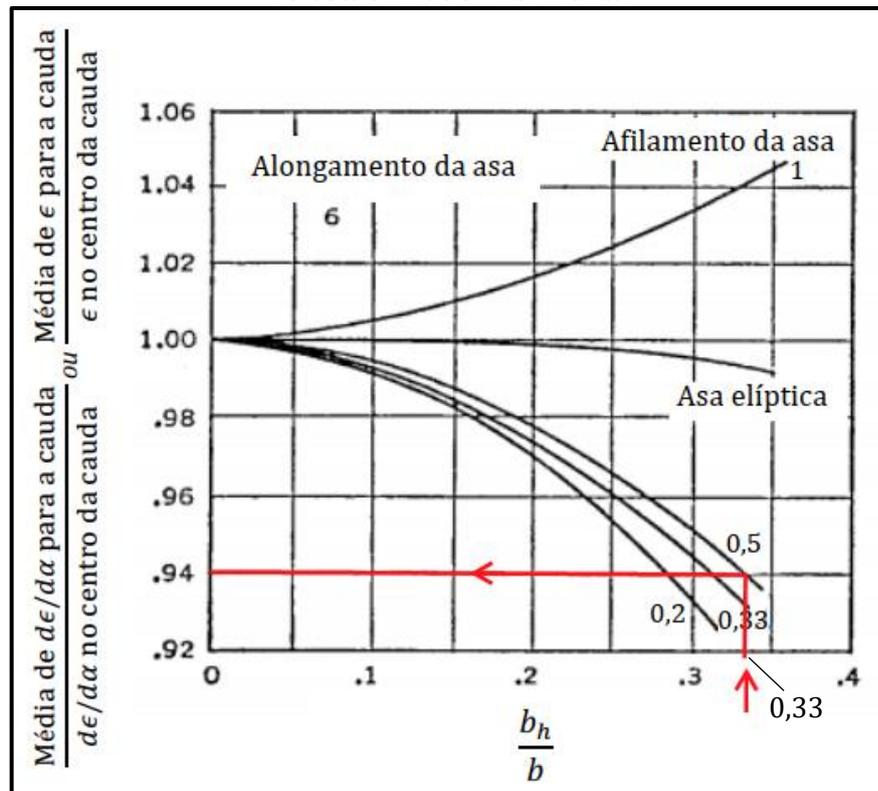
Figura 38 - Seleção dos valores de $d\epsilon/d\alpha$ para o plano central da aeronave



Fonte: o autor (2021).

O valor médio encontrado de $d\epsilon/d\alpha$ ao longo da envergadura do estabilizador horizontal foi de 0,42, resultado da multiplicação de 0,45 ($d\epsilon/d\alpha$ no centro da aeronave) pelo fator de correção 0,94, que foi obtido nas curvas da Figura 21 (p. 42), como é exibido na Figura 39, sendo que $b/b_h = 0,33$.

Figura 39 – Seleção do fator de correção para o valor médio de $d\epsilon/d\alpha$ no estabilizador horizontal



Fonte: o autor (2021).

Nota-se uma divergência significativa entre os resultados de $d\epsilon/d\alpha$, com Perkins e Robert (1949) indicando um valor 16% menor do que o de Nelson (1998), o que implica em um maior conservadorismo para os cálculos de ME com o método do primeiro.

4.2.2 Cálculo de ϵ e α_t

Para encontrar ϵ , o cálculo pela Equação 34, conforme Nelson (1998), é apresentado abaixo.

$$\epsilon = \frac{2C_L}{\pi AR} = \frac{2 \cdot 0,753}{\pi \cdot 6} = 0,08 \text{ rad} = 4,6^\circ$$

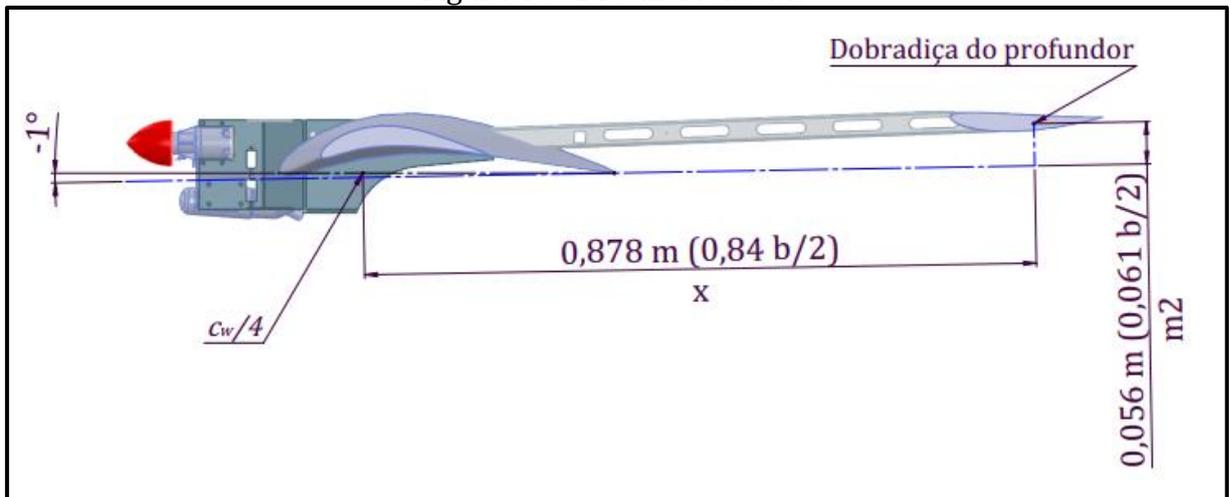
Como citado no Capítulo 2, Perkins e Robert (1949) indicam consultar o relatório de Silverstein e Katzoff (1938) para estimativa de ϵ . Para executar este método, traçou-se a linha de vento relativo na aeronave de estudo, de acordo com a Figura 24 (p. 43), encontrando as medidas $x = 0,84 b/2$ e $m_2 = 0,061 b/2$, como ilustra a Figura 40.

A posição da dobradiça do profundor foi determinada como sendo a 55% de distância do bordo de ataque do estabilizador horizontal, a mesma adotada no projeto da aeronave 2020 da equipe Aerosul.

Com isso, utilizando o gráfico da Figura 22 (p. 42) encontrou-se $h = 7\%$, como pode ser observado na Figura 41. Porém, como este valor corresponde a $C_L = 1$, de acordo com exemplo que pode ser visto no relatório de Silverstein e Katzoff (1938), multiplicou-se o resultado pelo C_L atuante na asa (0,753), encontrado a partir de sua curva em função de α_w , como mostra a seguir.

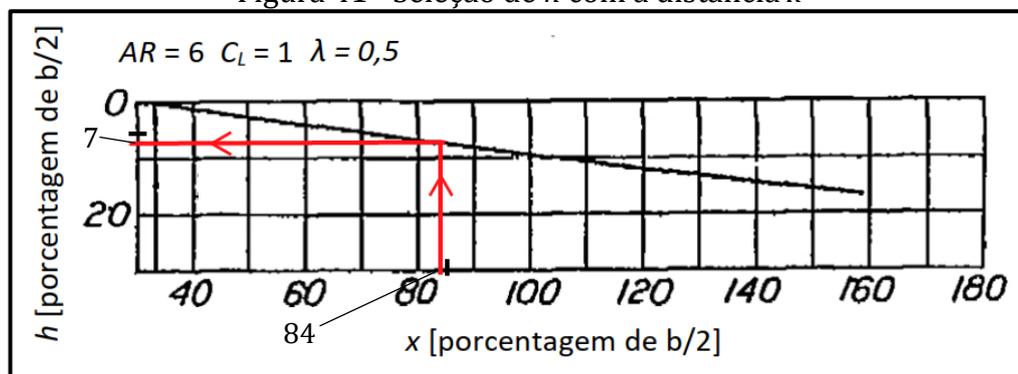
$$h = 7 \cdot 0,753 = 5,3\%$$

Figura 40 - Distâncias x e m_2



Fonte: o autor (2021).

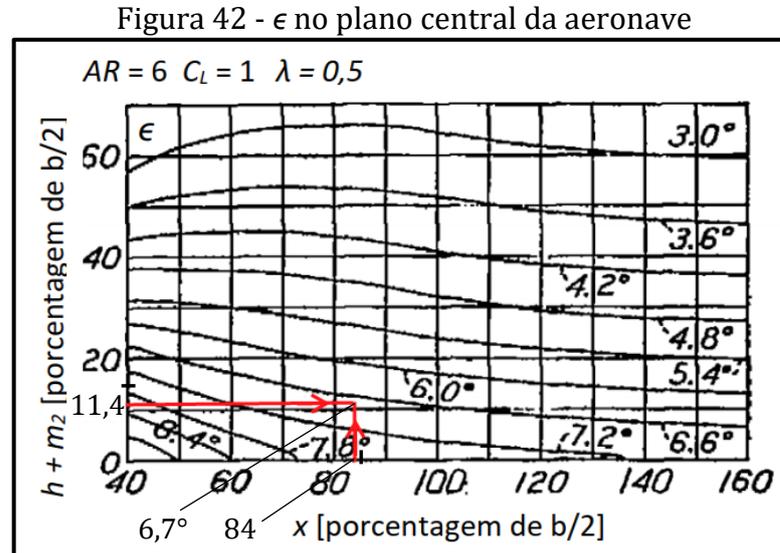
Figura 41 - Seleção de h com a distância x



Fonte: o autor (2021).

Desta maneira, com as curvas representadas na Figura 23 (p. 43), encontrou-se o valor de $\epsilon = 6,7^\circ$, como demonstrado na Figura 42, que, corrigido pelo C_L atuante na asa,

resultou em $5,05^\circ$. Para isso, somou-se h e m_2 , obtendo-se o resultado de 11,4%, para ser empregado no eixo y do gráfico.



Fonte: o autor (2021).

Para obter o ϵ médio ao longo da envergadura do estabilizador horizontal, utilizou-se o fator de correção de 0,94, já encontrado com a Figura 21 (p. 42), resultando em $\epsilon = 4,8^\circ$, que é bastante próximo dos $4,6^\circ$ obtidos pelo método de Nelson (1998).

Para calcular α_t , a Equação 35 foi utilizada, como demonstrado abaixo, com o resultado de ϵ obtido através do método apresentado em Nelson (1998).

$$\alpha_t = \alpha_w - i_w + i_t - \epsilon = -1 - 0 + 0 - 4,6 = -5,6^\circ$$

Utilizando esta mesma Equação para o valor de ϵ encontrado através do método indicado por Perkins e Robert (1949), o resultado foi $\alpha_t = -5,8^\circ$.

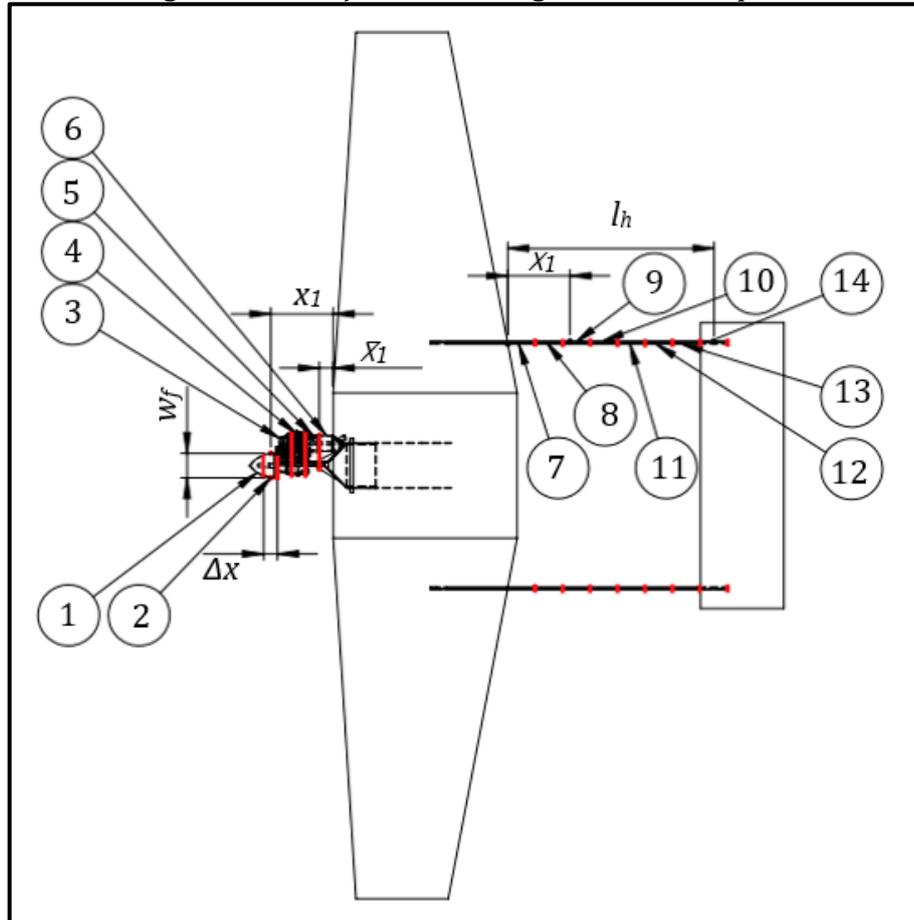
Observa-se que os resultados encontrados de ϵ e α_t , para $\alpha_w = -1^\circ$, são muito similares para ambos os métodos, com apenas $0,2^\circ$ de diferença, onde, com o método de Perkins e Robert (1949), ϵ é $4,3\%$ e α_t é $3,6\%$ maiores que com o de Nelson (1998).

4.2.3 Cálculo de ME

O primeiro passo foi calcular a posição do ponto neutro com a Equação 32. Para isso, o termo ME_f foi calculado com as Equações 28 e 29 (p. 37) e tomando como base a

Figura 17 (p. 38) para desenvolver o diagrama da versão da aeronave de estudo, mostrado na Figura 43.

Figura 43 - Diagrama das seções da fuselagem utilizadas para calcular ME_f



Fonte: o autor (2021).

A partir das Figuras 17 e 43, em conjunto com a Equação 30 (p. 37), a Tabela 2 demonstra os dados obtidos para calcular a somatória dos resultados de cada seção da aeronave para o termo integrado da Equação 29. Nas seções de 7 a 14, o valor de w_f considerado foi a soma das espessuras das duas lanças de cauda que, conforme observado na Tabela 2, suas contribuições para o resultado de ME_f são muito inferiores as das outras seções.

Com isso, a Equação 29 foi aplicada, porém com a integral sendo substituída pelo somatório já calculado de acordo com a Tabela 2, como demonstrado abaixo. O valor de ρ , para calcular q , foi o mesmo adotado pela equipe Aerosul nos cálculos do avião de referência, ou seja, $1,098 \text{ kg/m}^3$.

$$\frac{dM_{Fus.}}{d\alpha} = \frac{q}{36,5} \sum w_f^2 \frac{d\beta}{d\alpha} \Delta x = \frac{0,5 \cdot 1,098 \cdot 20^2}{36,5} \cdot 0,0042 = 0,02516 \frac{Nm}{grau}$$

Tabela 2 – Cálculo da integral da Equação de $dM_{Fus}/d\alpha$

Seção da fuselagem	w_f [m]	Δx [m]	x_1 ou \bar{x}_1 [m]	x_1/c ou \bar{x}_1/c	$d\beta/d\alpha$	$w_f^2(d\beta/d\alpha)\Delta x$ [m ³]
1	0,035	0,03333	0,183	0,417	1,50	0,0000612
2	0,060	0,03333	0,150	0,341	1,56	0,0001872
3	0,100	0,03333	0,117	0,265	1,65	0,0005509
4	0,110	0,03333	0,083	0,190	1,79	0,0007218
5	0,110	0,03333	0,050	0,114	1,86	0,0007508
6	0,120	0,03333	0,033	0,076	3,97	0,0019066
7	0,0057	0,06198	0,031	-	0,03	0,0000001
8	0,0057	0,06198	0,093	-	0,10	0,0000002
9	0,0057	0,06198	0,155	-	0,16	0,0000003
10	0,0057	0,06198	0,217	-	0,22	0,0000005
11	0,0057	0,06198	0,279	-	0,29	0,0000006
12	0,0057	0,06198	0,341	-	0,35	0,0000007
13	0,0057	0,06198	0,403	-	0,42	0,0000008
14	0,0057	0,06198	0,465	-	0,48	0,0000010
Somatório		1,135				0,0042

Fonte: o autor (2021).

Então ME_f foi calculado através da equação 28, como pode ser visto na sequência.

$$ME_f = \frac{\frac{dM_{Fus.}}{d\alpha}}{qSc_w C_{Naw}} = \frac{0,02516}{0,5 \cdot 1,098 \cdot 20^2 \cdot 0,7276 \cdot 0,342 \cdot 4,751 \cdot \frac{\pi}{180}} = 0,056$$

De acordo com Raymer (1992), o valor de 0,9 pode ser aplicado como estimativa de η em casos de consideração de fluxo do ar sem aplicação de tração do grupo motopropulsor, como é o caso de análise do presente trabalho.

O volume de cauda, utilizado nas próximas equações, foi calculado da seguinte forma:

$$V_H = \frac{S_h l_t}{S c_w} = \frac{0,138 \cdot 0,79}{0,7276 \cdot 0,342} = 0,4382$$

Assim, com todos os termos conhecidos, foi possível calcular h_{pn}/c_w , conforme a Equação 32, com sua aplicação apresentada abaixo, considerando o valor 0,504, que é o $d\epsilon/d\alpha$ obtido pelo método disponível em Nelson (1998).

$$\frac{h_{pn}}{c_w} = \frac{0,085}{0,342} - 0,0056 + \frac{4,395}{4,751} \cdot 0,4382 \cdot 0,9 \cdot (1 - 0,504) = 0,424$$

Com a mesma equação, porém aplicando o valor de 0,42, que é o calculado com o método apresentado por Perkins e Robert (1949), o resultado foi $h_{pn}/c_w = 0,455$.

Aplicando a Equação 31, de acordo com a consideração de Rodrigues (2011) sobre a inversão dos sinais do lado direito da igualdade, os resultados de margem estática por Nelson (1998) e por Perkins e Robert (1949), nesta ordem, são demonstrados abaixo.

$$ME = \frac{h_{pn}}{c_w} - \frac{h_{cg}}{c_w} = 0,424 - \frac{0,110}{0,3419} = 0,1022 = 10,2\%$$

$$ME = 0,455 - \frac{0,110}{0,3419} = 0,1329 = 13,3\%$$

Nota-se uma diferença importante de 3 pontos percentuais na ME que poderia acarretar em ajustes estruturais visando reduzir a massa da aeronave, caso fosse adotado o valor do método de Perkins e Robert (1949) para 10%.

Os resultados obtidos estão baseados nos cálculos programados no *Software* Matlab R2016a, que não consideram os arredondamentos de valores aplicados nas representações deste trabalho.

4.3 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS FINAIS

Com o *software* Gyles *Aerodesign Pitch Stability Estimator* não é possível obter dados de $d\epsilon/d\alpha$, ϵ e α_t , apenas de ME . Portanto, os resultados apresentados para os três

primeiros parâmetros se referem apenas aos métodos analíticos disponíveis em Nelson (1998) e em Perkins e Robert (1949).

Os resultados de $d\epsilon/d\alpha$ estão representados na Tabela 3 e na Figura 44, onde nota-se que os valores apresentados com os métodos de Perkins e Robert (1949) foram mais estáveis que os obtidos com Nelson (1998). Observa-se também que os resultados obtidos com Nelson (1998) iniciam menores que os com Perkins e Robert (1949) e, aumentando α_w , isso se inverte, o que pode ser explicado pela maior tendência de aumento dos valores calculados com o primeiro método.

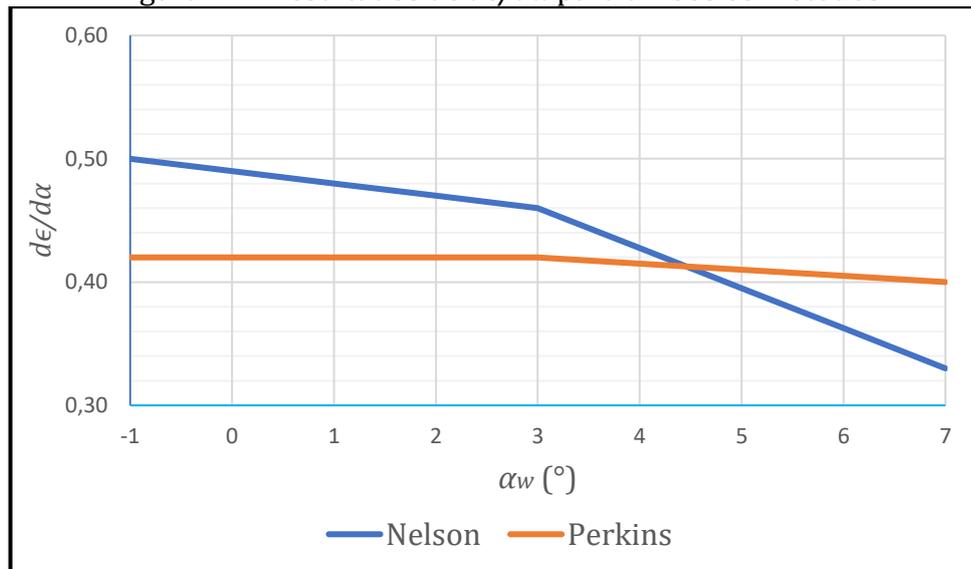
Também é possível observar que ambos se comportaram de forma decrescente, o que é esperado, pois, à medida que se aumenta α_w , $C_{L\alpha}$ tende a diminuir, conforme mostra a Figura 30 (p. 49), reduzindo $d\epsilon/d\alpha$, como pode ser observado na Equação 34 (p. 40).

Tabela 3 – Resultados de $d\epsilon/d\alpha$ para ambos os métodos

α_w [°]	$d\epsilon/d\alpha$ [-] com Nelson	$d\epsilon/d\alpha$ [-] com Perkins	Diferença [%]
-1	0,50	0,42	-16,0
3	0,46	0,42	-8,7
7	0,33	0,40	21,2

Fonte: o autor (2021).

Figura 44 - Resultados de $d\epsilon/d\alpha$ para ambos os métodos



Fonte: o autor (2021).

Os resultados de ϵ são exibidos na Tabela 4 e na Figura 45. Ambos os métodos

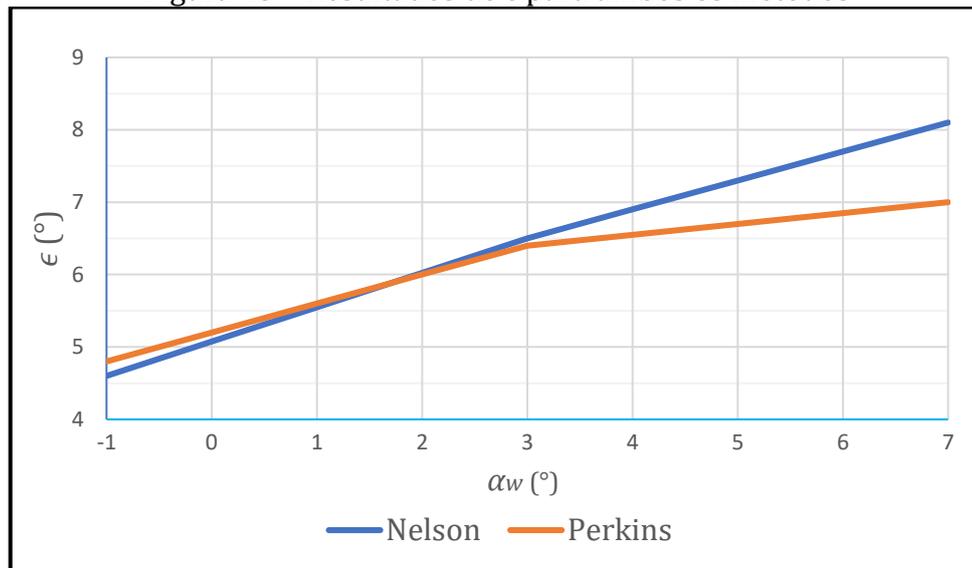
mostraram tendência crescente e com diferença maior à medida que o ângulo de ataque da asa aumenta, sendo $-1,1^\circ$ a mais expressiva, que pode ser considerada tolerável para um avião de aerodesign.

Tabela 4 – Resultados de ϵ para ambos os métodos

α_w [$^\circ$]	ϵ [$^\circ$] com Nelson	ϵ [$^\circ$] com Perkins	Diferença [$^\circ$]/[%]
-1	4,6	4,8	0,2/4,3
3	6,5	6,4	-0,1/-1,5
7	8,1	7,0	-1,1/-13,6

Fonte: o autor (2021).

Figura 45 – Resultados de ϵ para ambos os métodos



Fonte: o autor (2021).

Os valores encontrados para ϵ são diretamente proporcionais aos de α_t , conforme demonstrado na Equação 35 (p. 40), os quais são apresentados na Tabela 5 e na Figura 46, notando-se as mesmas diferenças da análise de ϵ , porém com sinais trocados.

Observa-se que ambas as variáveis apresentam a tendência de aumento da diferença entre os valores encontrados com os dois métodos a partir de $\alpha_w > 3^\circ$.

É possível considerar, para obtenção de resultados de α_t , que ambos os métodos analisados se mostraram satisfatórios, devido as seguintes observações:

- a região crítica para a estimativa de α_t é a do estol do estabilizador horizontal;
- para $\alpha_w = -1^\circ$, onde α_t mais se aproxima do estol, a diferença encontrada pelos

dois métodos é pequena (0,2°);

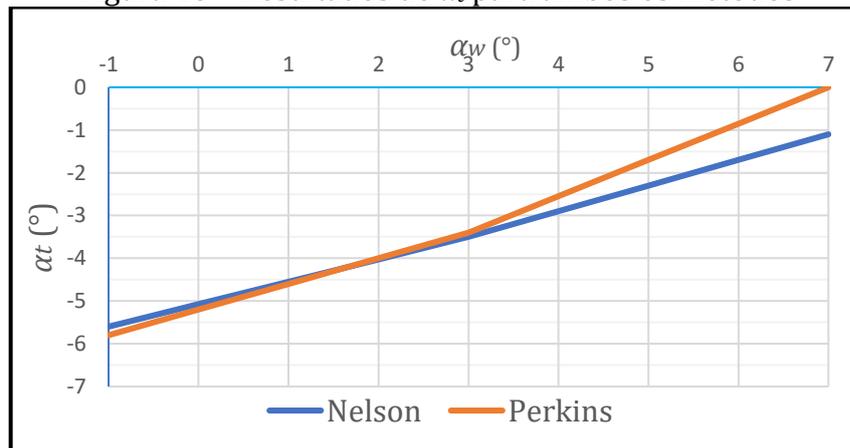
- c) o aumento das diferenças de resultados quando $\alpha_w > 3^\circ$ pouco influencia na atuação do estabilizador horizontal, pois nesta região ele se afasta do estol.

Tabela 5 – Resultados de α_t para ambos os métodos

α_w [°]	α_t [°] com Nelson	α_t [°] com Perkins	Diferença [°]/[%]
-1	-5,6	-5,8	-0.2/3,6
3	-3,5	-3,4	0.1/-2,9
7	-1,1	0,0	1.1/-100

Fonte: o autor (2021).

Figura 46 – Resultados de α_t para ambos os métodos



Fonte: o autor (2021).

Para a *ME* os padrões de curvas observados na Figura 47 foram similares aos da Figura 44, ou seja, maior variação dos valores obtidos com Nelson (1998) do que com Perkins e Robert (1949). Isso se dá pelo fato de $d\epsilon/d\alpha$ influenciar diretamente nos resultados da *ME*, como pode ser observado na Equação 27 (p. 36). Nota-se, na Tabela 6, que a maior diferença entre eles foi de 3,7 pontos percentuais na condição $\alpha_w = 7^\circ$ e que a estabilidade mínima obtida com Perkins e Robert (1949) foi de $ME = 13,3\%$, podendo ser diminuído 3,1 pontos percentuais para se igualar ao resultado obtido com Nelson (1998), e ainda atender aos requisitos de *ME* adotados pela equipe (de 10 a 20%).

Observa-se que os resultados obtidos com o *software* Gyles Aerodesign Pitch Stability Estimator foram mais aproximados dos calculados com Nelson (1998) para a condição de menor ângulo de ataque e com Perkins e Robert (1949) para o maior, este

último se apresentando o mais conservador para os menores valores de α_w , enquanto, para os maiores, foi Nelson (1998). O software obteve valores mais conservadores que os outros métodos na faixa de α_w entre 2 e 5°.

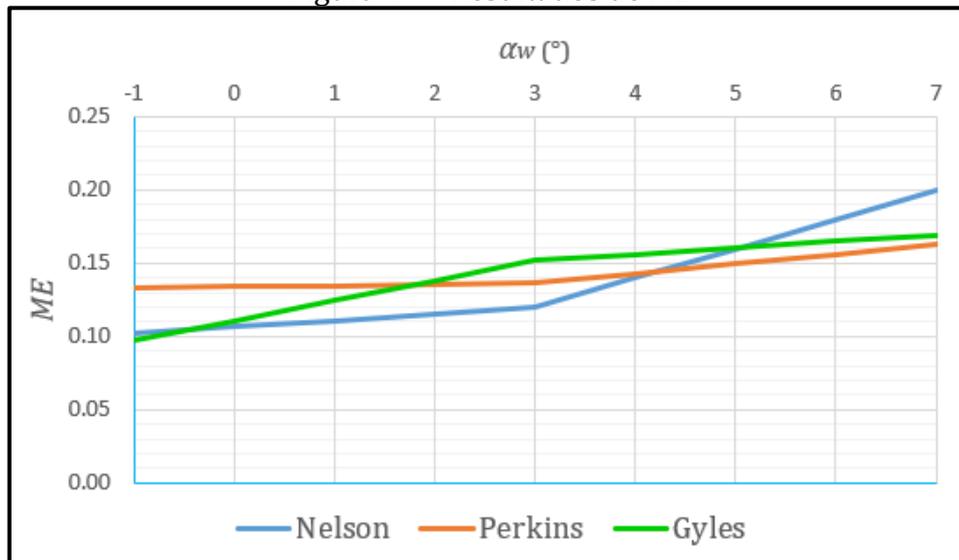
O resultado obtido com o *software* para condição de $\alpha_w = -1^\circ$ ($ME = 9,73\%$) apresentou-se menos estável que o calculado com o método analítico atualmente utilizado pela Aerosul e fora da faixa de ME adotada por ela (10% a 20%).

Tabela 6 – Resultados de ME

α_w [°]	ME [%] com Nelson	ME [%] com Perkins	ME [%] com Gyles	Diferença entre Perkins e Nelson [pontos percentuais]	Diferença entre Gyles e Nelson [pontos percentuais]
-1	10,22	13,29	9,73	3,1	-0,5
3	11,99	13,68	15,20	1,7	3,2
7	19,99	16,26	16,91	-3,7	-3,1

Fonte: o autor (2021).

Figura 47 – Resultados de ME



Fonte: o autor (2021).

5 CONCLUSÃO

Com este trabalho foi possível ampliar o conhecimento sobre o comportamento da estabilidade longitudinal estática de uma aeronave através da pesquisa em novas fontes, além das tradicionalmente utilizadas pela equipe Aerosul. Isto pode contribuir para futuros projetos a serem por ela realizados e melhores resultados na competição em que participa.

Na avaliação comparativa entre as curvas de C_L e C_N , assim como para C_{Lt} e C_{Nt} , foi possível notar que as diferenças existentes são muito pequenas, e considerou-se desprezíveis para os cálculos de estabilidade, assim como assume Nelson (1998) e a equipe Aerosul nos seus cálculos atuais.

Nota-se que, apesar do método proposto em Perkins e Robert (1949) possuir mais critérios para encontrar os valores de $d\epsilon/d\alpha$, as curvas disponíveis possuem poucas variações de configurações geométricas de aeronave, podendo ou exigir interpolação gráfica entre elas, gerando perda de precisão, ou limitar o projeto para atendê-las, fazendo com que se perca possibilidades de otimização.

Também foi observado que, tanto o método apresentado por Perkins e Robert (1949) para estimativa de $d\epsilon/d\alpha$, quanto o por eles indicado para encontrar as variações de ϵ , através do relatório de Silverstein e Katzoff (1938), são excessivamente trabalhosos se comparados com os disponíveis em Nelson (1998) e com a utilização do Software Gyles *Aerodesign Pitch Stability Estimator* para encontrar ME .

É possível notar, conforme os dados apresentados na Tabela 6, que, com o método de Perkins e Robert (1949) há a possibilidade de redução das dimensões da aeronave para alcançar o resultado encontrado com Nelson (1998). Já com o *Software* de estudo, isso não seria possível devido a um dos resultados estar abaixo deste valor, o que implicaria na ação contrária para redimensionar a configuração geométrica do avião.

Observou-se que, para esta configuração de aeronave, as diferenças entre os ângulos de ataque no estabilizador horizontal calculados com equações de Nelson (1998) e os obtidos com o método indicado em Perkins e Robert (1949) foram pouco expressivas. Nota-se também uma tendência no aumento da divergência com a elevação do ângulo de ataque da asa, porém isso não afeta significativamente o desempenho do estabilizador horizontal, sendo que esta é uma região em que ele se afasta estol. Quando se aproxima, as diferenças encontradas são pequenas, o que torna a utilização de ambos os métodos

satisfatória.

Observa-se que os resultados de *ME* obtidos utilizando o *Software Gyles Aerodesign Pitch Stability Estimator* estão de acordo com as estimativas calculadas pelos outros métodos, sem diferenças desproporcionais, podendo este ser utilizado para mais estudos e aplicação na etapa de projeto conceitual de aeronaves participantes da competição SAE Brasil Aerodesign.

Por fim, conclui-se que os objetivos propostos neste trabalho foram atendidos. Com isso, de acordo com observações durante os estudos realizados, sugere-se para trabalhos futuros:

- a) desenvolvimento de uma forma automática, com *softwares* específicos, para seleção dos pontos nas curvas dos métodos propostos por Perkins e Robert (1949) para estimativa de $d\epsilon/d\alpha$ e ϵ , para que suas aplicações se tornem mais viáveis;
- b) estudos e análises das outras funções do *Software Gyles Aerodesign Pitch Stability Estimator*, como controle e estabilidade dinâmica longitudinais, além da previsão de peso máximo;
- c) estudo e avaliação dos efeitos da esteira de vórtices do propulsor, tanto alinhado com o eixo *X*, quanto deslocado;
- d) avaliação dos métodos aqui apresentados com configurações geométricas diferentes e com mais pontos de análise, ou geração de curvas, até a condição de estol;
- e) desenvolver estudo apresentando resultados de velocidades de trimagem integrados ao controle, estabilidade estática e dinâmica para toda a faixa de operação da aeronave;
- f) comparar resultados obtidos com mais *softwares*, outros métodos analíticos, experimentalmente e com CFD (fluidodinâmica computacional), buscando identificar as limitações dos métodos analíticos, especificamente devido às geometrias não convencionais das aeronaves destinadas a competição SAE Brasil Aerodesign.

REFERÊNCIAS

- AERODINÂMICA: Teoria da asa finita. Disponível em:
<https://slideplayer.com.br/slide/11699840/> Acesso em: 06 julho 2021.
- AEROSUL. **Desempenho**. Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2020.
- AIRFOIL TOOLS. **E423 (e423-il)**. Disponível em:
<http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=e423-il>. Acesso em: 07 maio 2021.
- AIRFOIL TOOLS. **NACA 0012 AIRFOILS (n0012-il)**. Disponível em:
<http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il> Acesso em: 07 maio 2021.
- ANDERSON, John David. **Aircraft Performance and Design**. New York, NY: McGraw-Hill, 1999.
- ANDERSON, John David. **Fundamentals of Aerodynamics**. 3. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 2001.
- ANDERSON, John David. **Introduction to Flight**. 7. ed. New York: Mcgraw-Hill, 2012.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Mecânica dos Fluidos - Fundamentos e Aplicações**. São Paulo: Mc Graw-Hill, 2007.
- CORDEIRO, Gustavo Pereira de Faria; FREITAS, Larissa de Souza Ferreira; CHIARATTI, Anthony. Desenvolvimento de uma metodologia própria para análise da estabilidade e controle longitudinal estática de uma aeronave tailless. In: FORUM SAE BRASIL AERODESIGN, 7., 2020, São José dos Campos. **Anais [...]**. São José dos Campos: Sae Brasil, 2020. p. 1-8.
- GALIOTTO, William. Simulação numérica e estudo aerodinâmico de hélices destinadas a uma aeronave radiocontrolada de asas fixas. In: FORUM SAE BRASIL AERODESIGN, 6., 2018, São José dos Campos. **Anais [...]**. São José dos Campos: Sae Brasil, 2018. p. 1-8.
- MI, Bai-Gang; ZHAN, Hao; CHEN, Bai-Bing. New Systematic CFD Methods to Calculate Static and Single Dynamic Stability Derivatives of Aircraft. **Mathematical Problems In Engineering**, [S.L.], v. 2017, n. 4217217, p. 1-11, 09 jan. 2017. Hindawi Limited.
<http://dx.doi.org/10.1155/2017/4217217>. Disponível em:
<https://www.hindawi.com/journals/mpe/2017/4217217/>. Acesso em: 17 nov. 2020.
- MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H.. **Fundamentos da mecânica dos fluidos**. 4. ed. São Paulo: Blucher, 2004. Traduçã de: Euryale de Jesus Zerbini.
- NELSON, Robert C. **Flight Stability and Automatic Control**. 2. ed. New York: Mcgraw-Hill, 1998.
- PERKINS, Courtland D.; HAGE, Robert E. **Airplane Performance Stability and Control**.

New York: John Wiley & Sons, 1949.

RAYMER, Daniel P.. **Aircraft design: A conceptual approach**. 2. ed. Washington, Dc: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1992.

RODRIGUES, Luiz Eduardo José. **Fundamentos da engenharia aeronáutica: Aplicações ao projeto SAE – AeroDesign**. São Paulo: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2011.

ROSKAM, Jan; LAN, Chuan-tau Edward. **Airplane Aerodynamics and Performance**. Lawrence: Darcorporation, 1997.

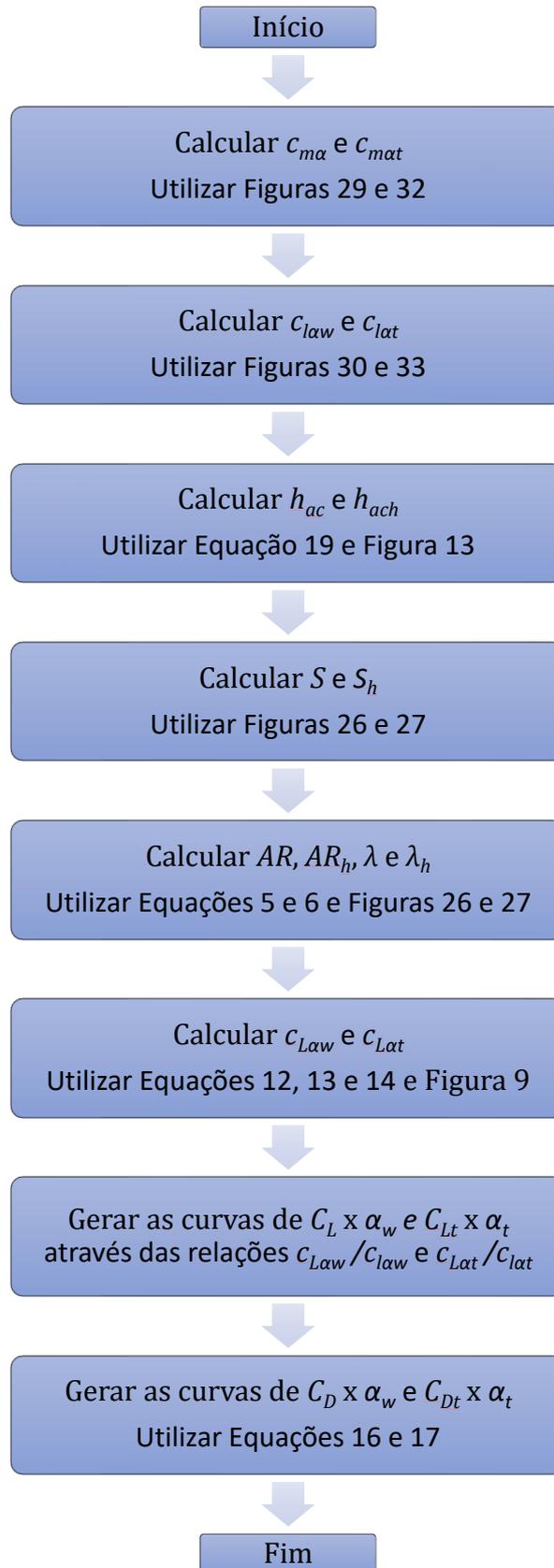
ROSKAM, J. **Methods for Estimating Stability and Control Derivatives of Conventional Subsonic Airplanes**. [S.l.]: Roskam aviation and engineering corporation, 1983.

SHAMS, Taimur Ali; SHAH, Syed Irtiza Ali; KHUSHBASH, Sara; AHMAD, Muhammad Ayaz. Evaluation of Aerodynamic and Stability Performance Parameters of High Wing Piston Engine Aircraft. In: 16TH INTERNATIONAL BHURBAN CONFERENCE ON APPLIED SCIENCES AND TECHNOLOGY, [S.L.]. **Proceedings** [...]. p. 772-777, jan. 2019. IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/ibcast.2019.8667193>

SILVERSTEIN, Abe; KATZOFF, S.. **Report no. 648: Design charts for predicting downwash angles and wake characteristics behind plain and flapped wings**. [Hamptom]: Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, 1938. Disponível em: <https://www.abbottaerospace.com/downloads/naca-report-648-design-charts-for-predicting-downwash-angles-and-wake-characteristics-behind-plain-and-flapped-wings/>. Acesso em: 13 maio 2021.

TORENBEEK, Egbert; WITTENBERG, H. **Flight Physics: Essentials of Aeronautical Disciplines and Technology, with Historical Notes**. Delft: Springer, 2002. 535 p

APÊNDICE A – METODOLOGIA PARA OS CÁLCULOS AERODINÂMICOS



APÊNDICE B – ALGORITMO PARA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE PERKINS E ROBERT

```

clear all
clc

S=0.7276; %m2
c=0.3419; %m
lht=0.790; %m
AR=6;
a=4.751*pi/180; %grau-1 --> rad-1
hCG=0.110; %m
hCA=0.085; %m
CLalphat=4.395*pi/180;
CMacw=-0.239;% rad-1
CL0w=0.8361;
iw=0; %graus
alpha_trim=-1; %graus
ch=0.2; %m
efic_cauda=0.9;
CMalphaf=0.00046; %grau-1
MEf=0.0056;
CM0f=0;
St=0.1380; %m2
it=0;% graus
%%
de_da=(180/pi)*(2*a)/(pi*AR);
Vh=(lht*St)/(S*c);

    hPN=c*(hCA/c-MEf+efic_cauda*Vh*CLalphat/a*(1-de_da));
    bh = St/ch;
    ME = (hPN-hCG)/c;

CMalphaw=a*(hCG-hCA)/c; %grau-1
CMalphah=-Vh*efic_cauda*CLalphat*180/pi*(1-de_da)*pi/180;
%grau-1
CMalphaa=CMalphah+CMalphaf+CMalphaw; %grau-1

%%
% Cálculo das variação dos coeficientes de momento no CG pelo
ângulo de ataque de asa /Asa-fuselagem-estabilizador
horizontal

e0 =2*CL0w/(pi*AR)*180/pi; %Ângulo de downwash para ângulo de
ataque igual a zero (graus) - calculado pela relação
e=e0+de_da*alpha

CM0w=CMacw+CL0w*(hCG/c-hCA/c);
CM0a=-alpha_trim*CMalphaa;

```

```

CM0h=CM0a-CM0w-CM0f;
alpha_trim = alpha_trim * pi/180; % (rad)
a = a * 180/pi; % (rad^-1)
e_trim = 2*(a*alpha_trim+CL0w)/(pi*AR) * 180/pi; %Ângulo de
downwash (graus)
alpha_trim = alpha_trim * 180/pi;
alphan_trim=alpha_trim-iw-e_trim+it; % (graus)
%a = a * pi/180; % (grau^-1)
alphaw(1)=-30;alphaw(2)=30;

CMCGw=CM0w+CMalphaw*alphaw;
CMCGh=CM0h+CMalphah*alphaw;
CMCGf=CM0f+CMalphaf*alphaw;
CMCGa=CM0a+CMalphaa*alphaw;

figure(1)
plot(alphaw,CMCGw)
hold on
plot(alphaw,CMCGh)
plot(alphaw,CMCGf)
plot(alphaw,CMCGa)
legend({'Asa', 'Empenagem Horizontal', 'Fuselagem', 'Aeronave'})
grid minor
xlabel('Alpha')
ylabel('CMCG')
hold off

%% Dados de saída
fprintf('alphan_trim = %f\n',alpha_trim)

fprintf('de_da = %f\n',de_da)
fprintf('e_trim = %f\n',e_trim)
fprintf('alphan_trim = %f\n',alphan_trim)
fprintf('ME = %f\n',ME)

```

APÊNDICE C – ALGORITMO PARA APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE NELSON

```

clear all
clc

S=0.7276; %m2
c=0.3419; %m
lht=0.790; %m
AR=6;
a=4.751*pi/180; %grau-1 --> rad-1
hCG=0.110; %m
hCA=0.085; %m
CLalphan=4.395*pi/180;
CMacw=-0.239;% rad-1
CL0w=0.8361;
iw=0; %graus
alpha_trim=-1; %graus
ch=0.2; %m
efic_cauda=0.9;
CMalphaf=0; %grau-1
MEf=0.0056;
CM0f=0;
St=0.1380; %m2
it=0; %graus
%%
de_da=0.42;%
Vh=(lht*St)/(S*c);

    hPN=c*(hCA/c-MEf+efic_cauda*Vh*CLalphan/a*(1-de_da));
    bh = St/ch;
    ME = (hPN-hCG)/c;

CMalphaw=a*(hCG-hCA)/c; %grau-1
CMalphah=-Vh*efic_cauda*CLalphan*(1-de_da); %grau-1
CMalphaa=CMalphah+CMalphaf+CMalphaw; %grau-1

%%
% Cálculo das variação dos coeficientes de momento no CG pelo
ângulo de ataque de asa /Asa-fuselagem-estabilizador
horizontal

e0 =5.173; %Ângulo de downwash para ângulo de ataque igual a
zero (graus) - calculado pela relação e=e0+de_da*alpha

CM0w=CMacw+CL0w*(hCG/c-hCA/c);
CM0a=-alpha_trim*CMalphaa;
CM0h=CM0a-CM0w-CM0f;
e_trim = e0+de_da*alpha_trim; %Ângulo de downwash (graus)
alphan_trim=alpha_trim-iw-e_trim+it; % (graus)
a = a * pi/180; % (grau^-1)

```

```

alphaw(1)=-30;alphaw(2)=30;

CMCGw=CM0w+CMalphaw*alphaw;
CMCGh=CM0h+CMalphah*alphaw;
CMCGf=CM0f+CMalphaf*alphaw;
CMCGa=CM0a+CMalphaa*alphaw;

figure(1)
plot(alphaw,CMCGw)
hold on
plot(alphaw,CMCGh)
plot(alphaw,CMCGf)
plot(alphaw,CMCGa)
legend({'Asa','Empenagem Horizontal','Fuselagem','Aeronave'})
grid minor
xlabel('Alpha')
ylabel('CMCG')
hold off

%% Dados de saída
fprintf('alpha_trim = %f\n',alpha_trim)

fprintf('de_da = %f\n',de_da)
fprintf('e_trim = %f\n',e_trim)
fprintf('alphan_trim = %f\n',alphan_trim)
fprintf('ME = %f\n',ME)

```