

**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TECNOLOGIA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II**

DIEGO POSEBOM

**ANÁLISE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA
POR PROCESSOS DE MARKOV**

**CAXIAS DO SUL
2021**

DIEGO POSEBOM

**ANÁLISE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA
POR PROCESSOS DE MARKOV**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Elétrica à
Universidade de Caxias do Sul.

Orientadora: Prof^a. Ma. Andréa Cantarelli
Morales.

**CAXIAS DO SUL
2021**

DIEGO POSEBOM

**ANÁLISE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA
POR PROCESSOS DE MARKOV**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica à Universidade de Caxias do Sul.

Orientadora: Prof^a. Ma. Andréa Cantarelli Morales.

Aprovado em: 01/07/2021

Banca Examinadora

Prof^a. Ma. Andréa Cantarelli Morales
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. Me. Cícero Zanoni
Universidade de Caxias do Sul – UCS

Prof. PhD. Leandro Luís Corso
Universidade de Caxias do Sul – UCS

RESUMO

O objetivo desse trabalho foi aplicar as probabilidades das Cadeias de Markov em um sistema de geração de energia fotovoltaica localizado no Campus Universitário da Região do Vinhedos (CARVI) da Universidade de Caxias do Sul (UCS). A teoria de Markov sugere que dados passados são dispensáveis para prognósticos futuros aplicando a metodologia Markoviana. Dentre os aspectos mais importantes, está a premissa de estabelecer uma probabilidade de geração de energia solar ao longo dos anos através da análise de dados da produtividade do sistema solar colhidos durante o período do ano de 2020. Os dados coletados foram aplicados aos processos estocásticos em tempo discreto e calculados em planilhas eletrônicas. Com os resultados alcançados neste trabalho, além de estabelecer um modelo matemático para a previsibilidade de geração de energia fotovoltaica ao longo dos anos, também foi possível prognosticar a quantidade de energia fotovoltaica que o sistema solar irá gerar em um período de dez anos e, segundo as probabilidades de Markov, o sistema fotovoltaico irá produzir um total de 293.488 kWh. Com esta quantidade de energia solar produzida foi possível calcular a economia gerada em moeda real por meio da média de inflação através do IPCA os cálculos resultaram em uma economia total de R\$135.278,14. Como último resultado foi analisado o retorno de investimento com base no valor de instalação do sistema fotovoltaico que foi de R\$109.740,00 e, segundo as probabilidades de Markov, o payback calculado foi em aproximadamente 8 anos.

Palavras-chave: Probabilidades. Cadeias de Markov. Energia Fotovoltaica. Análise Financeira.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to apply the probabilities of Markov Chains in a electric Generation system, in Campus Universitário da Região dos Vinhedos (CARVI), of Universidade de Caxias do Sul (UCS). Markov's theory suggest that the past data are expendable for future prognosis applying the Markov methodology. The most important, is the premise of establish a probability of a solar energy generation through the years, by the data analysis of the solar system's productivity got during the year of 2020. The collected data were Applied to the stochastic process in discrete time and calculated in electronic spreadsheets. With these results, beside the establishment of a mathematic model to the predictability of solar power Generation through the Years, also was possible to get a prognosis of the quantity of solar energy that the system will produce in ten Years, and following Markov's properties, the value is 293.488,5 kWh. With this result, was able to calculate the real economy of the system, in the currency coin, through the IPCA media, getting a economy of R\$ 135.278,14. As the last result, the return of the investment was calculated, based on its costs, that is R\$ 109.740,00, and, according to Markov's probabilities, the payback of the system is eight Years.

Keywords: Probabilities. Markov Chains. Photovoltaic Energy. Financial Analysis.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me acompanha a cada passo, que me ouve em todos os momentos e que possibilitou com que eu pudesse chegar até aqui. Muito obrigado pela vida e por cada oportunidade que fizeram de mim uma pessoa melhor.

Ao meu amor, Clarissa, pelo carinho, paciência e companheirismo. Por estar ao meu lado nos momentos mais difíceis me apoiando, aconselhando e segurando todas as barras junto comigo. Por me ajudar neste trabalho final. Obrigado por todo o amor e carinho dedicados a mim e por fazer da minha vida um mundo muito melhor.

A minha amada filha, Isadora, que acompanhou toda a minha jornada acadêmica. Que precisou conviver com a minha ausência durante as noites letivas e finais de semana de estudo, mas que sempre compartilhamos momentos maravilhosos de muito carinho e ternura, inclusive estudando juntos.

A minha mãe e irmã, Ivone e Diélen, por toda a dedicação e carinho. Obrigado por toda a nossa história de vida e por sempre acreditarem em mim.

Ao meu pai, Itolo, que não está mais aqui, mas com certeza no lugar onde estiver está muito feliz e comemorando junto comigo essa conquista.

Aos meus queridos amigos, por tantos momentos que passamos juntos, na universidade e na vida. Por tantas ajudas, por tantas noites e horas de estudos juntos.

Aos meus professores, pelos momentos que também passamos juntos e que de uma forma muito especial fazem parte da minha história. Obrigado por toda a paciência, compreensão e ensinamentos.

*“Ainda há muitas causas pelas quais
vale a pena se sacrificar e muita
história para ser escrita.”*

Michelle Obama

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de Estados de Cadeias de Markov	22
Figura 2– Classificação de processos estocásticos: funções-amostra típicas	25
Figura 3 – Gráfico demonstrativo teorema de Chapman-Kolmogorov	27
Figura 4 – Diagrama de Transições	31
Figura 5 – Diagrama de estados transientes e recorrentes	34
Figura 6 – Diagrama de estados absorventes e transientes.....	35
Figura 7 – Diagrama de Estados com período $k = 2$	35
Figura 8 – Diagrama de estados de uma cadeia ergódica.....	36
Figura 9 – Exemplo de Geração Distribuída (GD).....	37
Figura 10 – Geração de Energia Fotovoltaica	38
Figura 11 – Exemplo de Geração de Energia Fotovoltaica.....	41
Figura 12 – Medidor de Energia Bidirecional	42
Figura 13 – Unidade Consumidora produzindo e consumindo energia	44
Figura 14 – Preço mensal da caixa de 18 Kg da maçã Fuji.....	46
Figura 15 – Variação do preço da caixa de 18 Kg da maçã Fuji.....	47
Figura 16 – Histograma da variação do preço da caixa de 18 Kg da maçã Fuji graúda	48
Figura 17 – Matriz de transição.....	48
Figura 18 – Variação Mensal do IPCA (%)	50
Figura 19 - Histograma.....	51
Figura 20 – Perfis de carga média por subsistema	53
Figura 21 – Gráficos de picos anuais por subsistema.....	53
Figura 22 – Campus Universitário da Região dos Vinhedos.....	55
Figura 23 – Sistema de energia fotovoltaica do CARVI.....	56
Figura 24 - Gráfico da Produção de Energia Elétrica do Mês de Janeiro de 2020.....	57
Figura 25 – Exemplo de uma matriz quadrática 5x5.....	61
Figura 26 - Passagem do estado 4 para o estado 2 uma vez.....	62
Figura 27 - Passagens de estados dias 1, 2, 3 e 4 de outubro	62
Figura 28 - Passagem de estados do mês de outubro de 2020.....	62
Figura 29 - Probabilidade da geração de energia solar de abril a setembro	74

Figura 30 - Probabilidade da geração de energia solar de outubro a março.....	75
Figura 31 - Gráfico do Payback.....	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição de probabilidades	22
Tabela 2 – Tabela de Usinas de Geração Distribuída no Brasil	45
Tabela 3 -Intervalo para a variação percentual.....	47
Tabela 4 – Probabilidade das faixas	48
Tabela 5 – Tempo de recorrência	49
Tabela 6 – Intervalos de variação	50
Tabela 7 – Matriz de frequência	50
Tabela 8 – Probabilidade do estado estável.....	51
Tabela 9 – Tempo de recorrência esperado	52
Tabela 10 – Matrizes de transição (P) dos quatro subsistemas	54
Tabela 11 - Produção de energia elétrica do sistema solar.....	58
Tabela 12 - Escalas de classificação.....	59
Tabela 13 - Escalas de classificação dos dez primeiros dias do mês de outubro de 2020	59
Tabela 14 - Demonstração do mês de outubro de 2020	60
Tabela 15 - Matriz frequência dos meses de abril a setembro de 2020.....	63
Tabela 16 - Somatório total das linhas <i>i de</i> abril a setembro.....	64
Tabela 17 – Matriz de transição das probabilidades de Markov de abril a setembro.....	65
Tabela 18 - Matriz Frequência de outubro a março de 2020.....	66
Tabela 19 - Somatório total das linhas <i>i de</i> outubro a março	66
Tabela 20 – Matriz de transição das probabilidades de Markov outubro a março	66
Tabela 21 - Matriz de transição P de abril a setembro	68
Tabela 22 - Matriz de transição P de outubro a março	68
Tabela 23 - Matriz de transição P de abril a setembro no passo 2	69
Tabela 24 - Matriz de transição P de outubro a março no passo 2	69
Tabela 25 - Matriz de transição P de abril a setembro no passo 3	69
Tabela 26 - Matriz de transição P de outubro a março no passo 3	70
Tabela 27 - Matriz de estado estável de abril a setembro.....	70
Tabela 28 - Matriz de estado estável de outubro a março	71
Tabela 29 - Exemplo de estado estável	71

Tabela 30 - Vetor estável abril a setembro	72
Tabela 31 - Matriz do vetor estável de outubro a março	72
Tabela 32 - Dias por período	76
Tabela 33 - Dias correspondentes a geração de energia solar de abril a setembro.....	77
Tabela 34 - Dias correspondentes a geração de energia solar de outubro a março	78
Tabela 35 - Relatório dos custos de energia elétrica UCS CARVI.....	79
Tabela 36 - Geração de energia fotovoltaica de abril a setembro no período de dez anos.....	81
Tabela 37 - Geração de energia fotovoltaica de outubro a março no período de dez anos	81
Tabela 38 - Geração de energia fotovoltaica para os anos de 2021 a 2030.....	82
Tabela 39 - Preço do kWh	83
Tabela 40 – Média IPCA	85
Tabela 41 - Análise econômica do sistema de energia fotovoltaica.....	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CARVI	Campus Universitário da Região dos Vinhedos
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CNPJ	Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica
CM	Cadeias de Markov
CPF	Cadastro de Pessoa Física
CPFL	Companhia Paulista de Força e Luz
GD	Geração Distribuída
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IES	Instituto de Ensino Superior
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
PRODIST	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica
RGE	Rio Grande Energia Sul Distribuidora de Energia Elétrica S.A.
TE	Tarifa de Transmissão de Energia elétrica
TMA	Taxa Mínima de Atratividade
TUSD	Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição
VPL	Valor Presente Líquido
UC	Unidade Consumidora
UCS	Universidade de Caxias do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

%	Porcentagem
A	Ampère
Hz	Hertz
kg	Quilograma
kV	Quilovolts
kW	Quilowatt
kWh	Quilowatt hora
kWp	Quilowatt-pico
MW	Megawatt
MWh	Megawatt-hora
GW	Gigawatt
GWh	Giga watt-hora
R\$	Real
V	Volt
W	Watt

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO	18
1.2	OBJETIVO GERAL.....	18
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
1.4	LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	19
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	20
2.1	CADEIAS DE MARKOV	20
2.1.1	Introdução as Cadeias de Markov	21
2.1.2	Estudos dos processos estocásticos	24
2.1.3	Classificação dos processos estocásticos.....	25
2.1.3.1	Espaço de estados.....	26
2.1.3.2	A variável temporal	26
2.1.3.3	Características estatísticas das variáveis aleatórias	26
2.1.4	Equação de Chapman-Kolmogorov	27
2.1.5	Cadeias de Markov em tempo discreto.....	29
2.1.5.1	Definição	30
2.1.5.2	Probabilidade de transição.....	31
2.1.6	Classificação dos estados.....	33
2.1.6.1	Estados transientes e recorrentes.....	34
2.1.6.2	Estados absorventes	34
2.2	GERAÇÃO DISTRIBUÍDA (GD)	36
2.2.1	Formas de geração distribuída	37
2.2.1.1	Energia fotovoltaica.....	38
2.2.2	Normativas da geração distribuída.....	39
2.2.3	Gestão da GD	40
2.2.4	Sistemas de compensação de energia.....	42
2.2.5	Dados da geração distribuída	44
2.3	ARTIGOS CORRELATOS.....	45
2.3.1	Artigo Corso et al. (2019).....	46
2.3.2	Artigo Bolson et al. (2019)	49

2.3.3	Artigo Oliveira et al. (2019).....	52
3	APLICAÇÕES DAS CADEIAS DE MARKOV.....	55
3.1	OBJETO DE PESQUISA	55
3.2	COLETAS DE DADOS.....	56
3.3	ESTRUTURAÇÃO DOS DADOS	57
3.3.1	Estruturação inicial dos dados.....	57
3.3.2	Escalas das classificações da geração de energia solar	58
3.4	CLASSIFICAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO P.....	60
3.5	MATRIZ DE TRANSIÇÃO P.....	63
3.5.1	Matriz frequência de abril a setembro	63
3.5.2	Matriz de frequência de outubro a março	66
3.6	PRODUTO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO P	67
3.6.1	Cálculo das probabilidades da matriz de transição	68
3.6.2	Matriz de transição P no passo 2.....	68
3.6.3	Matriz de transição P no passo 3.....	69
3.7	PROBABILIDADE DE ESTADO ESTÁVEL.....	70
3.7.1	Vetor de estado estável.....	71
4	RESULTADOS.....	73
4.1	PROBABILIDADE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA DE ABRIL A SETEMBRO	73
4.2	PROBABILIDADE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA DE OUTUBRO A MARÇO	74
4.3	ANÁLISE DA GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA	76
4.3.1	Geração de energia fotovoltaica pelas probabilidades de Markov.....	76
4.3.2	Consumo de energia elétrica do CARVI	78
4.3.3	Probabilidade média de geração de energia fotovoltaica para os anos de 2021 a 2030.....	80
4.4	ANÁLISE ECONÔMICA.....	82
4.4.1	Análise dos valores do kWh.....	83
4.4.2	Análise da média anual da geração de energia fotovoltaica	83
4.4.3	Análise média de economia anual	84
4.4.4	Análise dos índices e taxas.....	85
4.4.4.1	Análise do IPCA	85
4.4.4.2	Análise da variação do valor do kWh.....	86
4.4.5	Análise econômica do sistema de energia fotovoltaica	87
4.4.5.1	Análise dos indicadores	87

4.4.5.2	Análise econômica do sistema de energia	87
4.4.6	Payback	89
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	91
6	REFERÊNCIAS	92
APÊNDICE A	98
APÊNDICE B	104
APÊNDICE C	110
APÊNDICE D	112
APÊNDICE E	114
APÊNDICE F	115
APÊNDICE G	117
APÊNDICE H	119
APÊNDICE I	120

1 INTRODUÇÃO

Em um planeta globalizado, as informações circulam de forma rápida e instantânea. As pessoas recebem e enviam informações de variados assuntos, evidenciando a mudança do comportamento social com o crescimento exponencial das tecnologias: agora todos possuem um estoque inesgotável de informações ao seu alcance. Caminhando com esse avanço global, também se apresentam problemas pontuais que podem causar um grande impacto na sociedade moderna. Dentre esses problemas, uma das principais preocupações está relacionada com a geração da energia elétrica e os possíveis danos ambientais que podem ser causados por ações impensadas (MOREIRA, 2017).

É neste cenário que surgem propostas e inovações sobre a geração e uso de energia, com recursos energéticos distribuídos e eficiência econômica. Dentre as propostas apresentadas, a que mais tem colaborado é a Geração Distribuída (GD). Por ser uma tecnologia de fácil acesso a população em geral, este tipo de geração de energia encontra-se em ascendência, provocando também uma grande movimentação econômica para empresas e profissionais do setor (VILLALVA, 2015).

A GD possibilita ao consumidor gerar a sua própria energia elétrica, através de fontes renováveis como a energia eólica e energia solar. Caso a energia produzida for superior a demanda de consumo, este excedente é repassado para a concessionária, gerando um crédito de energia, que pode ser utilizado no momento em que não está sendo gerada energia nas fontes instaladas pelo consumidor (MOREIRA, 2017).

A teoria das Cadeias de Markov, é uma sofisticada ferramenta aplicada aos estudos das probabilidades. As Cadeias de Markov são um caso particular de processos estocásticos muito utilizadas em diversas áreas.

Neste trabalho será apresentado um estudo sobre um sistema de energia fotovoltaica, onde serão aplicadas as metodologias das Cadeias de Markov, analisando as probabilidades de geração de energia fotovoltaica por um período de dez anos, a economia que o sistema irá proporcionar durante esse período e também o payback.

1.1 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

Entre as principais motivações para a escolha deste trabalho, estão os estudos sobre uma fonte renovável de energia elétrica e a aplicação das probabilidades das Cadeias de Markov.

Atualmente tecnologias como eficiência energética e geração distribuída estão entre as melhores e mais confiáveis formas de se almejar uma solução energética. Essas tecnologias possuem dois atrativos pontuais para os problemas relacionados a geração de energia elétrica: reduz de maneira exponencial as agressões ao meio ambiente, tendo assim uma produção de energia limpa e também, geram economia financeira considerável (GAZOLI, 2018).

Em um momento em que a eficiência energética e a geração distribuída estão em franca ascensão no mercado, começam também a surgir outras necessidades que visam complementar projetos dessa natureza, tornando-os cada vez mais eficientes e estabelecendo riscos e produtividades calculados (KALOGIROU, 2016).

O estudo deste trabalho é focado em um sistema de energia fotovoltaica. Para isso será utilizado um sistema de Processos Estocásticos em Tempo Discreto, operando modelos matemáticos de Cadeias de Markov, sendo possível realizar um reconhecimento de padrões e assim fazer previsões de futuro baseado em seu estado atual.

Tais dados serão calculados em planilhas eletrônicas. Esta ferramenta será capaz de demonstrar os cálculos, diagramas, matrizes e gráficos das probabilidades de Markov aplicadas ao sistema de energia fotovoltaica.

1.2 OBJETIVO GERAL

Realizar um estudo dos conceitos das Cadeias de Markov e aplicar a sua metodologia em um sistema de energia fotovoltaica.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir modelos matemáticos da cadeia de Markov para os dados apresentados;
- Desenvolver um sistema de tratamento de dados;
- Modelar matematicamente o estudo de caso real;

- Definir a probabilidade de geração de energia fotovoltaica no período de 2021 à 2030;
- Definir a probabilidade de economia no período de 2021 à 2030;
- Definir o payback;
- Realizar a análise dos resultados da aplicação do modelo ao objeto de estudo;

1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Este projeto limita-se a realizar um estudo analisando a geração de energia elétrica do sistema fotovoltaico, instalado na Universidade de Caxias do Sul, no Campus CARVI.

Também é importante ressaltar a variável que influencia diretamente nos resultados, que é o clima. Mudanças climáticas afetadas por fenômenos meteorológicos muitas vezes são imprevisíveis, alterando o clima e consequentemente influenciando em sistemas de geração de energia de fontes renováveis, como o sol.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em quatro capítulos.

No capítulo 1, estão apresentadas as perspectivas, motivação e objetivos deste trabalho.

No capítulo 2, serão apresentados os fundamentos teóricos sobre as Cadeias de Markov, sua biografia, seus principais trabalhos e contribuições para a matemática. Neste mesmo capítulo, também está abordado o referencial teórico sobre a Geração Distribuída (GD).

O Capítulo 3 aborda detalhadamente os passos realizados para a elaboração deste trabalho, ou seja, a coleta de dados, o processamento dos números colhidos, os cálculos e fórmulas matemáticas são minuciosamente esclarecidos.

No capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos através dos cálculos e análises realizadas no capítulo 3.

O Capítulo 5 apresenta as considerações finais.

O Capítulo 6 mostra as referências utilizadas para elaboração deste trabalho.

Por fim, os apêndices e anexos utilizados para elaboração deste trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico que também é denominado como fundamentação teórica, consiste em realizar uma pesquisa criteriosa e analítica em acervos publicados por autores nas áreas e assuntos de interesse do trabalho em questão. O autor do trabalho busca nesses acervos o embasamento teórico necessário para sustentar as argumentações sobre o tema abordado. O autor ainda deve ponderar sobre as pesquisas realizadas, e apresentar no trabalho os mais importantes e atuais conceitos e justificativas pesquisadas sobre o tema referenciado. (PRODANOV; FREITAS, 2013).

2.1 CADEIAS DE MARKOV

Andrei Markov foi um matemático russo famoso por suas formulações na área da probabilidade. No final do século XIX, Markov deu continuidade aos estudos de Pafnuty Chebyshev, aplicando o método das frações contínuas na teoria da probabilidade. Pretendendo estabelecer as leis da probabilidade, Markov pesquisou as sequências de variáveis mutuamente independentes bem como provou o teorema central do limite (NORRIS, 1997).

Markov desencadeia seu trabalho mais notório no início do século XX, que tem como tema central o estudo de um processo em que o resultado de um experimento atual é afetado pelo resultado que ocorreu no resultado imediatamente anterior a ele. Hoje, esse modelo matemático é conhecido como *Cadeias de Markov* (NORRIS, 1997).

Conforme Grodzensky (1987) demonstra em seus estudos, as Cadeias de Markov são uma modelagem matemática de sistemas, demonstrando o funcionamento de um processo estocástico. O sistema modelado é caracterizado pelos seus estados e a forma pela qual eles se alternam.

De acordo com Abraham et al. (2002), os fundamentos iniciais envolvendo as cadeias (que mais tarde vieram a se chamar Cadeias de Markov), vieram de um estudo no qual Markov analisava a probabilidade de uma letra consoante dar-se em um lugar estipulado de uma palavra qualquer. A hipótese de Markov, era de que essa possibilidade estivesse relacionada com a letra anterior a consoante. Portanto, este estudo viabilizou a relação entre a teoria das probabilidades e o intermédio de variáveis cujos valores alternam com a passagem do tempo. Dessa forma, é importante atentar para o estado da devida variável analisada, podendo assim conceituar o estado do sistema através de uma probabilidade.

“Suponha que um sistema físico ou matemático está sofrendo mudanças tais que a cada momento ele possa ocupar algum entre um número finito de estados. Por exemplo, o tempo numa certa cidade poderia estar em um dentre os três estados possíveis: ensolarado, nublado ou chuvoso; ou então, um indivíduo poderia estar num dentre quatro estados emocionais possíveis: feliz, triste, irritado ou apreensivo. Suponha que um tal sistema mude com o tempo de um estado para outro e que, em instantes predeterminados, observa-se o estado do sistema. Se o estado do sistema em qualquer observação não puder ser predito com certeza, mas se a probabilidade de um certo estado ocorrer puder ser predita unicamente a partir do conhecimento do estado do sistema na observação imediatamente anterior, então o processo de mudança de um estado para outro é denominado uma Cadeia de Markov ou um processo de Markov.” (ANTON; RORRES, 2012).

Este trecho denota e refere situações em que são aplicados modelos matemáticos fundamentados nas metodologias das Cadeias de Markov.

2.1.1 Introdução as Cadeias de Markov

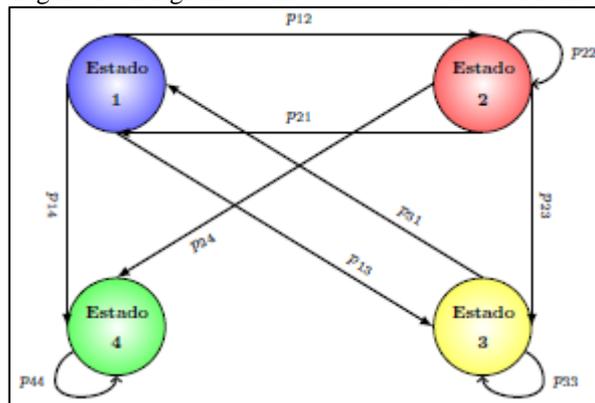
O estudo de probabilidade, em sua pluralidade, se prevalece do *Princípio de Independência de Eventos*, que em um experimento aleatório, o resultado atual ou anterior não possui influência sobre um resultado futuro. Este princípio pode ser demonstrado, usando como exemplo o lançamento de uma moeda honesta: a probabilidade de que a moeda dê cara ou coroa em um lançamento, não se altera devido a ocorrência de cara ou coroa em qualquer um dos lançamentos anteriores. No entanto, estudos já desenvolvidos sugerem que a probabilidade de um determinado resultado é influenciada pela ocorrência do resultado atual ou anteriores (ANTON; RORRES, 2012).

Conforme Anton & Rorres (2012), as cadeias de Markov moldam processos em que o resultado subsequente é instigado pelo resultado recente atingido. Pode-se descrever inicialmente, uma definição matemática mais simples para uma cadeia de Markov. Pondere um conjunto de estados possíveis $S = \{s_1, s_2, \dots, s_t\}$ de qualquer variável aleatória. Uma cadeia de Markov tem início em um desses estados e a probabilidade de que exista alteração neste estado, depende do estado em que o processo se localiza. Estas mudanças de estado também podem ser chamadas de *passo* ou *etapa*.

Anton & Rorres (2012) fundamentam que, se a cadeia de Markov se encontra no estado s_i e se desloca para o estado s_j no próximo passo, a probabilidade apontada por p_{ij} , não depende dos resultados ocorridos em passos anteriores ao estado atual da cadeia de Markov. Embasado neste exemplo, é possível corroborar com a expressão de que uma *Cadeia de Markov não possui memória*, em palavras simples: *O passado é esquecido ou irrelevante*, ou seja, o que ocorrerá no próximo passo depende apenas e unicamente do estado atual da cadeia.

As probabilidades p_{ij} são também chamadas de probabilidades de transição. O processo pode permanecer no mesmo estado em um passo qualquer e nesta situação, a probabilidade de transição será apontada por p_{ii} . Uma classificação inicial de probabilidade, definida sobre S, e um estado inicial estabelece uma cadeia de Markov. Na Figura 1, é possível ver um diagrama da cadeia de Markov com quatro estados (ANTON; RORRES, 2012).

Figura 1 – Diagrama de Estados de Cadeias de Markov



Fonte: Adaptado de Anton & Rorres (2012).

Em seguida, na Tabela 1, estão anotadas as respectivas probabilidades de transição para cada mudança de estado.

Tabela 1 – Distribuição de probabilidades

Probabilidade de transição (p_{ij})	Valor	Probabilidade de transição (p_{ij})	Valor
Permanecer no estado 1 (p_{11})	0	Ir do estado 3 para o 1 (p_{31})	0,25
Ir do estado 1 para o 2 (p_{12})	0,5	Ir do estado 3 para o 2 (p_{32})	0,25
Ir do estado 1 para o 3 (p_{13})	0,30	Permanecer no estado 3 (p_{33})	0,5
Ir do estado 1 para o 4 (p_{14})	0,20	Ir do estado 3 para o 4 (p_{34})	0
Ir do estado 2 para o 1 (p_{21})	0,40	Ir do estado 4 para o 1 (p_{41})	0
Permanecer no estado 2 (p_{22})	0,20	Ir do estado 4 para o 2 (p_{42})	0
Ir do estado 2 para o 3 (p_{23})	0,30	Ir do estado 4 para o 3 (p_{43})	0
Ir do estado 2 para o 4 (p_{24})	0,10	Permanecer no estado 4 (p_{44})	1

Fonte: Adaptado de Anton & Rorres (2012).

Agora é possível ter uma melhor compreensão das cadeias de Markov da Figura 1, associada às probabilidades de transição dadas na Tabela 1. Por exemplo, se o processo se encontra no estado 2, ele pode ir no próximo passo para o estado 3 (p_{23}) e isso ocorre com uma probabilidade de 30%. E, se por acaso este processo ainda se encontrar no estado 3, a probabilidade de ele permanecer neste estado (p_{33}) é de 50%. Observa-se que do estado 1 pode-se ir para qualquer um dos outros estados, mas nunca permanecerá neste mesmo estado no próximo passo, pois a probabilidade de permanecer no estado 1 (p_{11}) é zero. Todavia, nota-se

que ao chegar ao estado 4 o processo se finda, pois irá permanecer neste estado para sempre, visto que a probabilidade de permanecer em 4 (p_{44}) é de 100% (ANTON; RORRES, 2012).

Analisando os estudos de Anton & Busby (2006), pode-se ter uma definição mais formal das cadeias de Markov.

“Uma Cadeia de Markov é um sistema dinâmico no qual os vetores de estado em uma sucessão de intervalo de tempos são vetores de probabilidade e cada um dos vetores de estado na sucessão dos intervalos de tempo é obtido por uma equação da forma $\vec{u}(k+1) = P \cdot \vec{u}(k)$ onde $P = [P_{ij}]$ é uma matriz estocástica e P_{ij} é a probabilidade do sistema estar no estado i no tempo $t = k + 1$ e no estado j no tempo $t = k$. A matriz P é chamada de matriz de transição para o sistema.” (ANTON; BUSBY, 2006).

Fundamentando-se nestes conceitos expostos e embasando-se pelos estudos de Anton & Busby (2006), é necessário dispor de três conceitos primordiais, que são eles:

- I. *Vetor de estado*: Conceitua-se vetor de estado em uma Cadeia de Markov, todo o vetor conforme equação (1),

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{n1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Cuja i -ésima coordenada ($x_{i1}; 1 \leq i \leq n$) seja a probabilidade de o sistema estar no i -ésimo estado naquela determinada análise.

- II. *Vetor de probabilidade*: Conceitua-se vetor de probabilidade como todo o vetor cuja soma das suas coordenadas resulta um. Matematicamente falando, se um vetor \vec{v} for denotado através de suas n -coordenadas $x_{11}, x_{21}, x_{31}, \dots, x_{n1}$, então $x_{11} + x_{21} + x_{31} + \dots + x_{n1} = 1$.
- III. *Matriz Estocástica*: Conceitua-se matriz estocástica como toda matriz quadrada construída a partir de vetores de probabilidade. Se ponderar-se um conjunto com n vetores de probabilidades $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n$ então, as colunas da matriz P são concebidas tendo como objeto os vetores do conjunto $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n$.

Tendo em vista os conceitos apresentados e considerando que seja conhecido um vetor de estado \vec{u}_0 de uma cadeia de Markov em certa análise inicial, é possível determinar sucessivos valores de estado para a cadeia de Markov, a saber, $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \dots, \vec{u}_n, \vec{u}_{n+1}, \dots$

2.1.2 Estudos dos processos estocásticos

Processo estocástico é um modelo matemático que progride ao longo do tempo de forma probabilística. Quando a probabilidade que atua sobre essa evolução não depende somente dos resultados anteriores ao atual, o processo não possui memória, e então pode ser descrito como um processo que possui a propriedade markoviana (KIJIMA, 1997).

Segundo Hoel et al. (1987), um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias que representa a evolução de um sistema de valores com o tempo. É a compensação probabilística de um processo determinístico. Em oposição a um processo que tem uma única forma de evoluir, como nas soluções de equações diferenciais ordinárias por exemplo, em um processo estocástico existe uma indeterminação: a condição inicial pode ser conhecida e mesmo assim existem diversas outras direções em que o processo pode evoluir.

Conforme Kijima (1997), um processo estocástico que tem a propriedade markoviana e possui o seu espaço e estado discreto, é denominado cadeia de Markov. Assim para que um determinado processo estocástico seja considerado como uma cadeia de Markov, é necessário ter algumas características, como: ter a propriedade markoviana; o conjunto de estados possíveis ao processo ser discreto e ele ocupar algum desses estados a cada etapa do processo; o estado inicial em que ele se encontra seja conhecido e as probabilidades de transição entre os estados também estejam definidas.

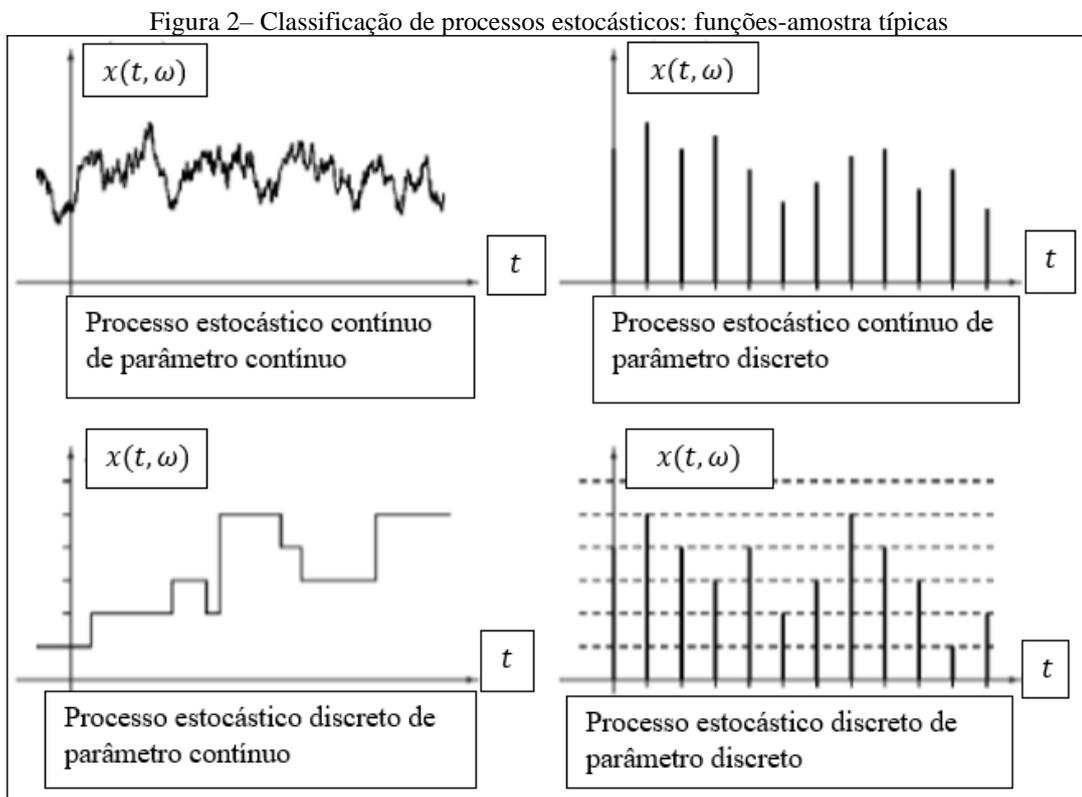
De acordo com os estudos de Yates e Goodman (2017), tem-se uma definição de um Processo Estocástico (em inglês, “Stochastic Process” ou “Random Process”) como um conjunto de variáveis aleatórias indexadas a uma variável (geralmente a variável tempo), sendo representada por $\{X(t), t \in T\}$. Determinando o paralelismo com o caso determinístico, onde uma função $f(t)$ possui valores bem definidos ao longo do tempo, um processo estocástico toma valores aleatórios ao longo do tempo. Os valores que $X(t)$ pode assumir são chamados de estados e ao seu conjunto X *espaço de estados*.

Existem casos em que o tempo é considerado de forma discreta e outros em que é tomado de modo contínuo. A variável tempo é, por definição, uma variável contínua, a qual pode ser discretizada se os fenômenos forem observados a intervalos regulares. Outra consideração é que os *estados* tanto são valores que a variável $X(t)$ pode assumir (número de cadastros, número de produtos, etc.), como são estados (máquina avariada, a funcionar, etc.) (YATES; GOODMAN, 2017).

2.1.3 Classificação dos processos estocásticos

Os *Processos Estocásticos* podem ser classificados tanto de acordo com os valores que eles assumem, quanto de acordo com os valores que seu parâmetro pode vir a assumir. Portanto, um processo estocástico que toma valores em um conjunto discreto de pontos do eixo real é dito um *processo estocástico discreto*. Por outro lado, se o processo toma valores em uniões de subconjuntos contínuos de \mathbb{R} , ele é considerado um *processo estocástico contínuo*. De maneira análoga, processos cujos parâmetros tomam valores em um subconjunto discreto dos reais são chamados *processos estocásticos de parâmetro discreto*, enquanto aqueles cujo parâmetro toma valores em uniões de subconjuntos contínuos de \mathbb{R} são conhecidos como *processos estocásticos de parâmetro contínuo* (ALBUQUERQUE et al., 2018).

Segundo Albuquerque et al. (2018), na Figura 2, é possível verificar funções-amostra típicas dos quatro tipos possíveis de processos estocásticos segundo Albuquerque et al., (2018). São eles: contínuo de parâmetro contínuo, contínuos de parâmetro discreto, discreto de parâmetro contínuo e discreto de parâmetro discreto.



Fonte: Adaptado de Albuquerque et al., (2018)

2.1.3.1 Espaço de estados

Se X for um conjunto de estados finito ou contável ($X = \{0, 1, 2, \dots\}$, ou seja, um conjunto de inteiros não-negativos), $X(t)$ é um “processo de **estados discretos**” ou, como é comumente referido, uma “cadeia”. Para qualquer outro caso, o processo é designado por “processos de **estados contínuos**” (ALBUQUERQUE et al., 2018).

Como exemplos de “cadeia”, é possível citar:

- $X(t)$ representa o estado de uma máquina (liga/desliga) no momento t ;
- $X(t)$ representa o número de clientes numa loja no instante t .

2.1.3.2 A variável temporal

Embasado nos estudos de Albuquerque et al. (2018), caso o conjunto T , que denota os valores da variável t (normalmente tempo), for finito ou contável, $X(t)$ é um “processo em tempo discreto” e a notação usada é $\{X(t), t = 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Assim sendo, T é usualmente o conjunto dos inteiros não negativos. Em caso contrário $X(t)$ é designado por “processo de tempo contínuo”, com a notação $\{X(t), t \geq 0\}$.

Como exemplos de a variável temporal, é possível citar:

- $X(t)$ representa o número de máquinas avariadas no fim do dia t ;
- $X(t)$ representa a cotação de uma ação no fim do dia t ;
- $X(t)$ representa o nível de estoque de um determinado artigo no fim do dia t .

Estes são exemplos de processos em tempo discreto, uma vez que representam quantidades observadas dia a dia.

2.1.3.3 Características estatísticas das variáveis aleatórias

Um processo estocástico é definido estacionário se o seu comportamento estocástico for independente do tempo, ou seja, se a função distribuição que o define não variar no tempo (YATES; GOODMAN, 2017).

Conforme Yates & Goodman (2017), um processo estocástico pode ser definido como Markoviano se for estacionário, e usar da propriedade de Markov ou da “perda de memória”, melhor dizendo, se o seu comportamento futuro somente for condicionado pelo estado presente, independentemente do seu histórico passado. Para um processo de Markov, é completamente irrelevante qualquer informação sobre os estados passados ou sobre o tempo de permanência

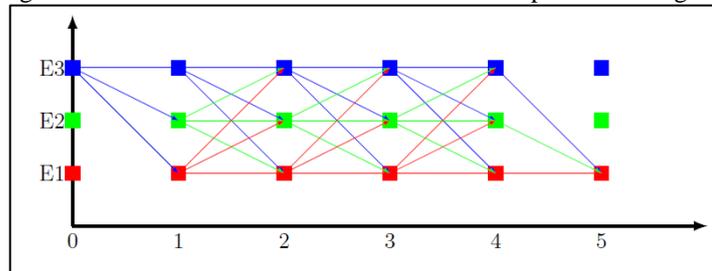
no estado presente. Num processo estocástico as transições entre estados são ocasionadas pela ocorrência de acontecimentos ou eventos, pelo que a variável aleatória diretamente limitada pela propriedade de ausência de memória é o tempo entre acontecimentos sucessivos (em inglês “*interevent time*”). Visto que a única distribuição contínua que apresenta esta propriedade de ausência é a distribuição exponencial, num processo de Markov todos os tempos entre acontecimentos sucessivos têm de ser exponencialmente distribuídos.

2.1.4 Equação de Chapman-Kolmogorov

A equação de Chapman-Kolmogorov é um teorema que assegura uma relação das probabilidades de transição entre estados em n-etapas e as potências da matriz de transição de uma cadeia de Markov (ROSS, 2019).

Conforme Ross (2019), a Figura 3 demonstra uma melhor compreensão do enunciado do teorema de Chapman-Kolmogorov. Tome-se como exemplo uma cadeia de Markov, com três possíveis estados e nota-se como se comporta a probabilidade de transição em passar do estado 3 para o estado 1 em cinco etapas:

Figura 3 – Gráfico demonstrativo teorema de Chapman-Kolmogorov



Fonte: ROSS (2019)

Conforme os estudos de Ross (2019), a equação de Chapman-Kolmogorov declara que a probabilidade de que o processo se encontre, por exemplo, no estado 1 - dado que ele iniciou no estado 3 em 5 etapas, é dada pela soma do produto entre as probabilidades de ir do estado 3 para cada um dos estados até o estado 1 em duas etapas. A partição do exemplo foi de 3 para 2 etapas, entretanto, poderia ser qualquer outra, cujo resultado fosse igual a cinco.

Seja $\{X(t)\}$ uma cadeia de Markov, com probabilidades de transição dada por p_{ij} . Para qualquer par de tempos r e n , tal que $0 \leq r \leq n$ e para todo $k \in E$, denota-se a equação (2) (ROSS, 2019):

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(r)} \cdot p_{kj}^{(n-r)} \quad (2)$$

Por definição, sabe-se que para passar do estado atual i para o estado j em n etapas, a probabilidade de transição será dada pela equação (3) (ROSS, 2019):

$$p_{ij}^{(n)} = P\{X(n) = j | X(0) = i\} \quad (3)$$

Utilizando a definição de probabilidade condicional, obtém-se a equação (4) (ROSS, 2019):

$$p_{ij}^{(n)} = P\{X(n) = j | X(0) = i\} = \frac{P\{X(n)=j \cap X(0)=i\}}{P\{X(0)=i\}} \quad (4)$$

Pelo teorema de probabilidade total, é possível chegar na equação (5) (ROSS, 2019):

$$\frac{P\{X(n)=j \cap X(0)=i\}}{P\{X(0)=i\}} = \sum_{k=1}^M \frac{P\{X(n)=j \cap X(0)=i\}}{P\{X(0)=i\}} \quad (5)$$

Novamente, pela definição de probabilidade condicional, pode ser descrita a equação (6) (ROSS, 2019):

$$\sum_{k=1}^M \frac{P\{X(n)=j \cap X(r)=k \cap X(0)=i\}}{P\{X(0)=i\}} = \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^M \frac{P\{X(n) = j | X(r) = k \cap X(0) = i\} \cdot P\{X(r)=k \cap X(0)=i\}}{P\{X(0)=i\}}$$

Então, como $r \geq 0$ e aplicando a propriedade Markoviana, denota-se na equação (7) (ROSS, 2019):

$$P\{X(n) = j | X(r) = k \cap X(0) = i\} = P\{X(n) = j | X(r) = k\} \quad (7)$$

Portanto, obtém-se a equação (8) (ROSS, 2019):

$$\sum_{k=1}^M \frac{P\{X(n) = j | X(r) = k \cap X(0) = i\} \cdot P\{X(r)=k \cap X(0)=i\}}{P\{X(0)=i\}} = \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^M P\{X(n) = j | X(r) = k\} \cdot P\{X(r) = k | X(0) = i\}$$

Por fim, basta aplicar a definição da probabilidade de transição às duas probabilidades condicionais encontradas para obter a equação (9) (ROSS, 2019):

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(r)} \cdot p_{kj}^{(n-r)} \quad (9)$$

Um importante comentário sobre a equação de *Chapman-Kolmogorov* é que se P é a matriz de probabilidade de transição do estado i para o estado j em um passo, então a matriz de probabilidade de transição do estado i para o estado j em n passos é dada pela potência de P elevada a n , ou seja, $P^{(n)} = P^n$ (ROSS, 2019).

Segundo os estudos de Ross (2019), para $n = 1$ tem-se que $P^{(n)} = P^1 = P$ que é verdade por definição. Suponha-se que a sentença seja verdadeira para $n = m$, com $m \in \mathbb{N}$ em $m > 1$, isto é, $P^{(m)} = P^m$, é importante notar que a sentença é verdadeira quando $n = m + 1$. Contudo, usando a equação o teorema de *Chapman-Kolmogorov*, aplica-se a equação (10):

$$P^{(m+1)} = p_{ij}^{(m+1)} = P \cdot P^m = P^{m+1} \quad (10)$$

Sendo assim, a equação de *Chapman-Kolmogorov* evidencia que para saber qual a probabilidade de se passar de um estado i para um estado j em n -etapas, basta calcular as potências da matriz de transição elevada a n para obter a probabilidade desejada (ROSS, 2019).

2.1.5 Cadeias de Markov em tempo discreto

Conforme os estudos de Yates e Goodman (2017), uma cadeia de Markov em Tempo Discreto é um processo estocástico em que a variável t representa intervalos de tempo, $\{X(t), t = 0, 1, 2, 3, \dots\}$, e que usa da propriedade de Markov, isto é, a probabilidade de $X(t)$ estar no estado j no próximo período depende unicamente do estado presente e independe dos estados anteriores ou passados, conforme a equação (11):

$$P_{ij} = P\{X(t+1) = j | X(t) = i, X(t-1) = k_{t-1}, \dots, X(1) = k_1, X(0) = k_0\} = \quad (11)$$

$$P\{X(t+1) = j | X(t) = i\}, \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots \forall i, j, k_0, k_1, \dots, k_{t-1} \in X$$

Pode-se dizer que o espaço de estados X é finito ou contável (estados discretos), e que as probabilidades de transição entre estados são constantes no tempo (cadeia de Markov estacionária), como pode ser notado através da equação (12) (YATES; GOODMAN, 2017):

$$P_{ij} = P\{X(t+1) = j | X(t) = i\} = P\{X(1) = j | X(0) = i\}, \quad (12)$$

$$\forall t = 0, 1, 2, \dots \quad \forall i, j \in X$$

2.1.5.1 Definição

Uma Cadeia de Markov em tempo discreto é definida se os dados dos estados $X = \{0, 1, 2, \dots, s\}$ forem conhecidos, assim como as probabilidades de transição entre os estados em um período. Existem duas possibilidades de definição: graficamente, através do “diagrama de transições”, ou através da matriz quadrada P que contém as probabilidades de transição em um período (YATES; GOODMAN, 2017).

Num diagrama de transições, cada estado é denotado por um vértice, e cada arco orientado ligando dois vértices caracteriza uma transição possível entre dois estados em um único período, este tem uma certa probabilidade de ocorrência (o coeficiente associado ao arco) (YATES; GOODMAN, 2017).

Segundo Ross (2019), na matriz P , cada linha i significa o estado atual e cada coluna j representa o estado futuro (a ordem dos estados atuais deve ser igual à dos estados futuros, na devida ordem, nas linhas e nas colunas de P). Assim sendo, o elemento p_{ij} da matriz denota a probabilidade de ocorrência da transição do estado i para o estado j em um período. A matriz P é uma matriz estocástica, pois sendo seus elementos probabilidades, $p_{ij} \geq 0$, e contendo cada linha i uma distribuição de probabilidade $\sum_j p_{ij} = 1$.

Para ilustrar essas argumentações, supõe-se o seguinte exemplo:

- *Exemplo:* num pequeno país, a bebida tradicional, um estranho licor de flores silvestres, é produzida apenas por duas famílias concorrentes, a família Florescente e a família Petalado. Cada família introduziu, ao longo das gerações, diferentes alterações na fórmula original, de forma a conferir ao “seu” licor um sabor especial. Embora as fórmulas sejam guardadas no “segredo dos deuses”, descobriu-se que uma porção de pétalas de malmequeres pode realmente “fazer à diferença”, garantindo à família Florescente a primazia nas preferências no pequeno país. De fato, verificou-se que, para cada pessoa

que compre o licor Florescente há 90% de probabilidade de o próximo licor que comprar seja licor Florescente; já para cada pessoa que compre o licor Petalado há só 80% de probabilidade de a essência de miosótis o tornar tão inesquecível que o próximo licor comprado seja ainda o licor Petalado.

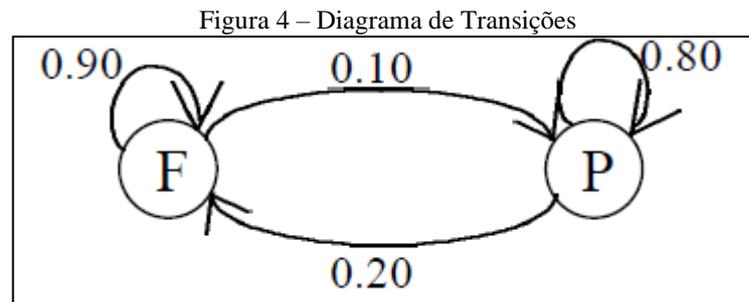
Com base nestes dados, propõe-se desenvolver uma cadeia de Markov que represente a situação descrita (ROSS, 2019).

Se $X(t)$ caracterizar o tipo de licor comprado por uma pessoa na sua t -ésima compra, então a cadeia de Markov limita-se a assumir um dos dois valores seguintes: F (último licor comprado foi o Florescente) ou P (último licor comprado foi o Petalado). O espaço de estados será, deste modo, $X = \{F, P\}$ (ROSS, 2019).

Com isso, pode-se descrever a cadeia de Markov pela seguinte matriz (estocástica) de transições:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} (F) & (P) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (F) \\ (P) \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.90 & 0.10 \\ 0.20 & 0.80 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Outra forma de representação da cadeia ocorre através do diagrama de transições, conforme mostra a Figura 4.



Fonte: Adaptado de Albuquerque et al., (2018)

2.1.5.2 Probabilidade de transição

Define-se como sendo a probabilidade de transição em n passos conforme a equação (13) (ALBUQUERQUE et al., 2018):

$$p_{ij}^n = P\{X(t+n) = j | X(t) = i\} = P\{X(n) = j | X(0) = i\}, \quad (13)$$

$$\forall t = 0, 1, 2, \forall i, j \in X$$

Conforme os estudos de Albuquerque et al. (2018), uma das maneiras de obter o valor de p_{ij}^n é calcular as probabilidades de cada um dos caminhos que, partindo do estado i , conduzem ao estado j em n passos, e somá-las. Embora pareça um método simples, a medida em que n aumenta, também aumenta a possibilidade de esquecimento de caminhos alternativos tornando a equação da probabilidade mais complexa. Alternativamente é possível calcular o elemento (i, j) da matriz P^n .

Para ilustrar a equivalência de ambos os métodos, observa-se no exemplo anterior em que se pretende conhecer a probabilidade de a terceira compra futura de um habitante do pequeno país ser licor Petalado, sabendo que, no momento presente, comprou licor Florescente, ou seja, $p_{FP}^{(3)}$ (ALBUQUERQUE et al., 2018).

Uma possibilidade seria calcular as probabilidades de todas as sequências de compras, de forma que a transição FP ocorra em três aquisições ou passos. Deste modo, constata-se que há apenas 4 sequências diferentes de transições em três passos tais que, partindo do estado F, se finda no estado P (ALBUQUERQUE et al., 2018):

1. $F \rightarrow P \rightarrow P \rightarrow P$
2. $F \rightarrow F \rightarrow P \rightarrow P$
3. $F \rightarrow F \rightarrow F \rightarrow P$
4. $F \rightarrow P \rightarrow F \rightarrow P$

Recapitulando que se A e B forem independentes, $P\{A \text{ e } B\} = P\{A\} \times P\{B\}$, é possível calcular a probabilidade de cada sequência (ALBUQUERQUE et al., 2018):

1. $P\{F \rightarrow P \text{ e } P \rightarrow P \text{ e } P \rightarrow P\} = 0.1 \times 0.8 \times 0.8 = 0.064$
2. $P\{F \rightarrow F \text{ e } F \rightarrow P \text{ e } P \rightarrow P\} = 0.9 \times 0.1 \times 0.8 = 0.072$
3. $P\{F \rightarrow F \text{ e } F \rightarrow F \text{ e } F \rightarrow P\} = 0.9 \times 0.9 \times 0.1 = 0.081$
4. $P\{F \rightarrow P \text{ e } P \rightarrow F \text{ e } F \rightarrow P\} = 0.1 \times 0.2 \times 0.1 = 0.002$

Do mesmo modo, $P\{A \text{ ou } B\} = P\{A\} + P\{B\}$, pelo que:

$$p_{FP}^{(3)} = 0.064 + 0.072 + 0.081 + 0.002 = 0.219$$

Nesta última, ocorreu a aplicação da equação (14), também chamada de equação *Chapman-Kolmogorov* (ALBUQUERQUE et al., 2018):

$$p_{ij}^{(q+m)} = \sum_k p_{ik}^{(q)} p_{kj}^{(m)} \quad (14)$$

Assumindo $q = 1$ e $m = 2$:

$$p_{FP}^{(3)} = P\{F \rightarrow P\} \times P^{(2)}\{P \rightarrow P\} + P\{F \rightarrow F\} \times P^{(2)}\{F \rightarrow P\},$$

sendo:

$$P^{(2)}\{P \rightarrow P\} = P\{P \rightarrow P\} \times P\{P \rightarrow P\} + P\{P \rightarrow F\} \times P\{F \rightarrow P\} \text{ e}$$

$$P^{(2)}\{F \rightarrow P\} = P\{F \rightarrow P\} \times P\{P \rightarrow P\} + P\{F \rightarrow F\} \times P\{F \rightarrow P\}.$$

Este resultado pode ser obtido de outra maneira, pois o elemento da linha que corresponde ao estado F (estado atual) e da coluna que corresponde ao estado P (estado futuro) da matriz P^3 é exatamente 0.219, como é mostrado a seguir (ALBUQUERQUE et al., 2018):

$$P^3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{(F)} & \text{(P)} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{(F)} \\ \text{(P)} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.781 & 0.219 \\ 0.438 & 0.562 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Segundo Albuquerque et al. (2018), o método usado para calcular o valor anterior (somar as probabilidades de caminhos alternativos) corresponde a operação de multiplicação de matrizes que nos remete a P^3 , tendo conexão direta com as equações de *Chapman-Kolmogorov*.

É importante referenciar que se P for uma matriz estocástica, então qualquer potência de P também o é, já que $P^n = [p_{ij}^{(n)}]$, sendo $p_{ij}^{(n)} \geq 0$ e $\sum_j p_{ij}^{(n)} = 1$.

2.1.6 Classificação dos estados

Um caminho do estado i para o estado j é uma sequência de transições com probabilidades de ocorrência positivas que conectam os dois estados (do exemplo anterior: $F \rightarrow P$ e $F \rightarrow P$). Entendendo que para o número de transições não há qualquer limite tão pouco a obrigação de a sequência ser o mais curta entre os dois estados (YATES; GOODMAN, 2017).

Define-se que o estado j é atingível a partir do estado i se e só se houver ao menos um caminho de i para j . Dois estados i e j são comunicantes se e só se j for atingível a partir de i e i for atingível a partir de j (YATES; GOODMAN, 2017).

2.1.6.1 Estados transientes e recorrentes

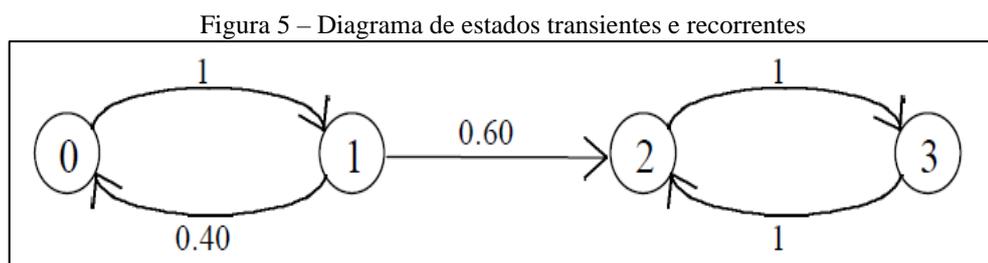
Conforme Ross (2019), um estado é definido como *transiente* se, após entrar nesse estado, existe a possibilidade de o processo jamais retornar a esse estado novamente.

Portanto o estado s_i é transiente se, e somente se, existir um estado s_j ($s_j \neq s_i$) que seja acessível do estado s_i , mas não o contrário, ou seja, o estado s_i não é acessível a partir do estado s_j . Perceba que se um estado é transiente, isto significa que ele será visitado apenas um número finito de vezes, pois existe a possibilidade de que ele passe para o estado s_j e não retorne mais para o estado s_i (ROSS, 2019).

Embasado nos estudos de Ross (2019), um estado é definido como *Estado Recorrente* se, após adentrar aquele estado, o processo com certeza retornar a este estado novamente. Portanto um estado é recorrente se, e somente se, ele não for transiente.

Já que um estado recorrente será revisitado após cada visita, ele retornará com frequência infinita para esse estado caso o processo se mantenha eternamente (ROSS, 2019).

Como exemplo um diagrama na Figura 5, que no caso os estados 0 e 1 são transientes enquanto os estados 2 e 3 são recorrentes (ROSS, 2019).



Fonte: Adaptado de Ross (2019)

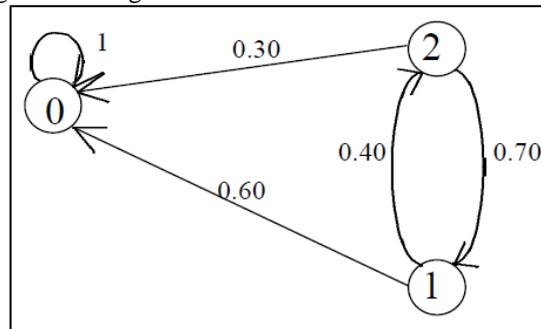
2.1.6.2 Estados absorventes

Conceitua-se um estado como absorvente caso após adentrar esse estado, o processo jamais deixará esse estado novamente. Portanto o estado s_i é um estado absorvente se, e somente se, $p_{ii} = 1$ (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

“A recorrência é uma propriedade de classe, ou seja, todos os estados em uma classe são recorrentes ou então transientes. Além disso, em uma cadeia de Markov de estados finitos, nem todos os estados podem ser transientes. Assim, todos os estados em uma cadeia de Markov de estados finitos irredutíveis são recorrentes.” (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Como exemplo de estados absorventes, a Figura 6 demonstra um diagrama na qual o estado 0 é absorvente enquanto os estados 1 e 2 são transientes.

Figura 6 – Diagrama de estados absorventes e transientes.

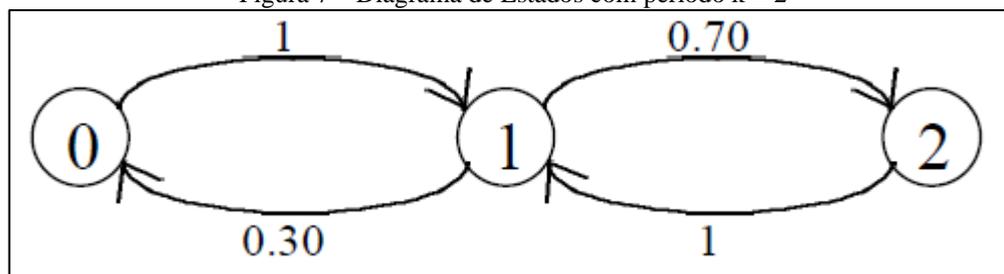


Fonte: Adaptado de Hillier & Lieberman (2013).

Segundo Hillier e Lieberman (2013), um estado recorrente j conceitua-se como periódico com o período $k > 1$ se k for o menor inteiro tal que os caminhos de j para j tiverem um comprimento múltiplo de k (ou seja, k é o máximo divisor comum dos comprimentos de todos os caminhos do estado j para o estado j).

Na Figura 7, pode ser observado que os estados 0 e 1 possuem período $k = 2$.

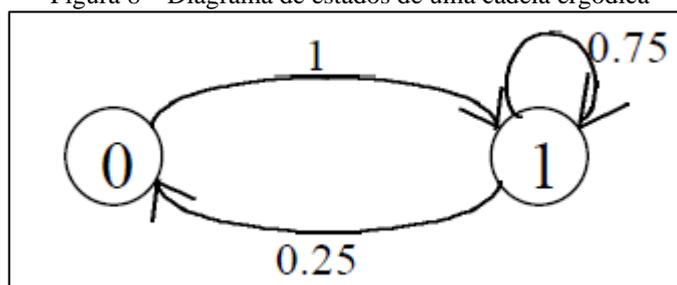
Figura 7 – Diagrama de Estados com período $k = 2$



Fonte: Hillier & Lieberman (2013)

Já, um estado recorrente diz-se aperiódico se $k = 1$. Uma cadeia de Markov diz-se Ergódica se todos os estados forem recorrentes, aperiódicos e comunicantes. Uma cadeia Ergódica é demonstrada na Figura 8 (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Figura 8 – Diagrama de estados de uma cadeia ergódica



Fonte: Hillier & Lieberman (2013)

Neste capítulo foram abordados os métodos de análise matemática para o gerenciamento de dados probabilísticos de diferentes áreas de atuação. Estes conceitos serão usados como embasamento para o objetivo principal deste trabalho que é a supervisão da demanda de energia elétrica instalada em uma unidade consumidora.

2.2 GERAÇÃO DISTRIBUÍDA (GD)

No Brasil, a maior parte da energia elétrica vem de fontes renováveis, principalmente de usinas hidrelétricas e usinas eólicas. Outro sistema de geração que está crescendo muito no Brasil é a geração de energia elétrica por meio de placas fotovoltaicas. Este tipo de geração torna a matriz energética limpa e sustentável (MOREIRA, 2017).

Conforme Moreira (2017), para que a energia elétrica chegue até seu destino final, ela percorre um longo caminho e diferentes empresas do setor elétrico atuam em conjunto:

- Empresas geradoras de energia: São responsáveis pela produção da energia elétrica nas suas diversas formas,
- Empresas transmissoras: São responsáveis por conectar as usinas através de suas linhas de transmissão até os centros urbanos e zonas rurais, e enviam essa energia até as distribuidoras,
- Empresas distribuidoras: São responsáveis por entregar essa energia para a população.

Por isso, o valor pago da energia elétrica é dividido entre todos esses segmentos e também da carga tributária contida na conta. A distribuidora ainda é responsável por investir na instalação, manutenção e modernização da rede elétrica além de agirem diretamente no relacionamento com o cliente atendendo pedidos e solicitações (MOREIRA, 2017).

A energia solar desempenha um papel importante nesse sistema, pois se trata de uma fonte de energia limpa e renovável e é uma das gerações distribuídas que mais cresce no

mercado mundial. Usinas solares em todo o Brasil, já produzem energia com capacidade para abastecer diversas regiões, além disso, muitas residências e empresas estão aderindo ao sistema de geração de energia fotovoltaica, instalando painéis solares capazes de suprir suas necessidades de energia elétrica (GAZOLI, 2018).

Através da Figura 9 é possível observar um exemplo de geração de energia solar.

Figura 9 – Exemplo de Geração Distribuída (GD)



Fonte: Reprodução da internet – Portal Solar

2.2.1 Formas de geração distribuída

O termo Geração Distribuída é atribuído ao ato de gerar energia elétrica através de unidades classificadas como micro e mini geração, em locais próximos ou no próprio local de consumo. Estes geradores de energia são conectados à rede de distribuição e ficam sob a supervisão da concessionária de energia elétrica responsável (GAZOLI, 2018).

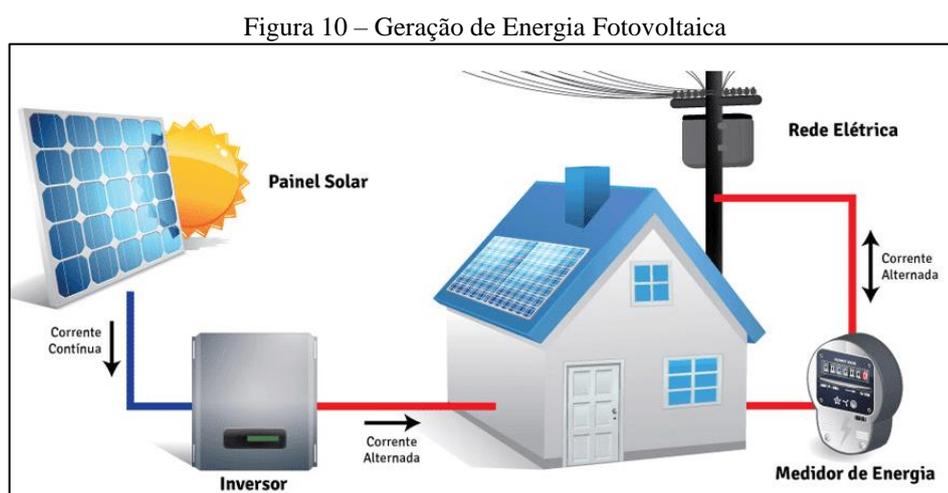
As vantagens apresentadas por essa tecnologia atraem milhares de adeptos todos os anos, transformando o Sistema de Geração Distribuída num gráfico que cresce exponencialmente. Mas, o usuário deve estar bastante atento as normas vigentes bem como fatores de ordem técnica como: terrenos, vegetação, clima e dimensionamento ideal para a necessidade do cliente (GAZOLI, 2018).

Segundo Moreira (2017), em se tratando de Geração Distribuída a qual a geração de energia é concebida em pequeno e médio porte, o sistema dispõe de tecnologias eficientes que utilizam fatores da natureza como combustível para a geração de energia, estas tecnologias disponíveis são a Energia Fotovoltaica, Energia Eólica, Energia Hídrica, Energia Biomassa, Energia Geotérmica, Energia Marítima e Energia Biogás.

2.2.1.1 Energia fotovoltaica

A Energia Fotovoltaica também é conhecida como Energia Solar, isto porque ela tem o Sol como elemento principal para a geração de energia elétrica. Este modelo de geração de energia é o mais popular e ascendente entre todos os sistemas de geração de energia renováveis. Isso se deve ao fato de sua tecnologia ser mais acessível comparado com as outras e também conta com um fator climático muito presente, abundante e de fácil alcance (BALFOUR et al, 2018).

Conforme os estudos de Villalva (2015), este tipo de energia capta a luz solar através de painéis fotovoltaicos¹ transformando-a em energia elétrica. Esta energia é convertida através de um inversor solar² para o padrão de corrente (contínua ou alternada) utilizada pela unidade consumidora, na Figura 10 é possível entender como funciona a geração de energia fotovoltaica.



Fonte: Adaptado da Internet – Solar Brasil

A Figura 10 demonstra o funcionamento da geração de energia através de um sistema fotovoltaico. A painel solar recebe as irradiações provenientes da luz Solar gerando assim a energia elétrica ou corrente contínua (CC), esta corrente é recebida pelo inversor que tem a finalidade de converter essa corrente contínua (CC) em corrente alternada (CA) que é o tipo de corrente consumida pelas unidades consumidoras (UC). A energia excedente é transmitida para a rede elétrica, passando por um relógio bidirecional para o controle de créditos de energia do consumidor (VILLALVA, 2015).

¹ “Os painéis fotovoltaicos são dispositivos para converter a energia da luz do Sol em energia elétrica” (MOREIRA, 2017).

² “O inversor solar é um equipamento desenvolvido para atuar no sistema de geração de energia solar convertendo a energia de corrente contínua (CC) para corrente alternada (CA)” (ALEXANDER; SADIKU, 2013).

É importante salientar que existe produção de energia solar através das placas fotovoltaicas mesmo em dias nublados, chuvosos ou de pouca iluminação solar. Isso ocorre porque o princípio de funcionamento desse sistema são as incidências dos raios violetas captados pelas placas solares e não a temperatura térmica (BALFOUR et al, 2018).

2.2.2 Normativas da geração distribuída

A homologação da geração distribuída entrou em vigor no Brasil através da *Resolução Normativa ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) n° 482/2012*³ datado em 17 de abril de 2012. A partir deste, o consumidor brasileiro recebeu autorização para gerar sua própria energia elétrica utilizando fontes renováveis de energia elétrica e também como cogeração qualificada de energia. Com esta normativa o consumidor pode usufruir da geração de energia elétrica produzindo a energia, consumindo sua própria energia gerada, fornecendo a energia excedente para a concessionária e transformando esse excedente em créditos para serem usados nos momentos necessários. Desta forma o usuário cria uma interação com a concessionária de energia elétrica (ANEEL, 2012).

Com a finalidade de trazer melhorias, como melhor acessibilidade e redução de custos para a implementação deste modelo de geração de energia, compatibilizando o Sistema de Compensação de Energia Elétrica com as Condições Gerais de Fornecimento; foi lançada pela ANEEL a *Resolução Normativa n°414/2010*⁴ para aumentar o público alvo como também melhorar as informações na fatura da energia, a ANEEL publicou a *Resolução Normativa n°687/2015* revisando a *Resolução Normativa n°482/2012* (ANEEL, 2015).

Ainda segundo a ANEEL (2015), essas mudanças e melhorias nas normativas regularizadoras permitiu em março de 2016 o uso de qualquer fonte renovável, bem como a cogeração qualificada com uma classificação para os seguintes limites de potência:

- Micro geração: Para esta classificação, a potência total instalada não deve exceder a 75 quilowatts (KW) de potência, através de fontes renováveis de energia elétrica.

³ “A resolução 482/2012 da ANEEL regularizou os consumidores a oportunidade de realizar a troca da energia gerada com a da rede elétrica, criando regras e um sistema que compensa o consumidor pela energia elétrica gerada. Para mais detalhes, o leitor pode acessar a norma regulativa através do site: <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2012482.pdf>” (ANEEL, 2015).

⁴ “Esta Resolução trata sobre os direitos e deveres do consumidor de energia elétrica. Para mais detalhes, o leitor pode acessar o site: <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2010414.pdf>” (ANEEL, 2020).

- Mini geração: Para se enquadrar nesta classificação, o sistema gerador de energia elétrica deve ser maior que 75 quilowatts (KW), porém não deve exceder o limite de 3 megawatts (MW) para fontes hídricas e 5 megawatts (MW) para as demais fontes renováveis de energia elétrica, na qual se enquadram a solar, eólica, biomassa e cogeração qualificada.

A Resolução Normativa 687/2015⁵ somado a regulamentação do PRODIST – Módulo 3⁶ (Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Nacional), foram as responsáveis por estabelecer as classificações de micro geração até 75 KW de potência e mini geração de 75 KW até 5 MW de potência (ANEEL, 2017).

A ANEEL também possibilitou a forma de *Geração Compartilhada*, viabilizando a criação de uma cooperativa ou consórcio aos interessados em aderir a este tipo de geração de energia, bem como a instalação de geração distribuída em prédios e condomínios. Isto permite com que a geração de energia seja compartilhada diminuindo custos nas faturas de energia (ANEEL, 2015).

2.2.3 Gestão da GD

No cenário atual, as empresas estão mais inteiradas e comprometidas com um dos principais focos da atenção mundial que é a preservação e o bem estar do meio ambiente (VILLALVA; GAZOLI, 2012).

Alinhado com esse pensamento, as empresas podem usufruir de fatores da natureza como o sol e o vento transformando-os em fonte de energia elétrica sustentável. É um resultado muito positivo para a visibilidade e finanças das empresas, porque além de causar um impacto mínimo ao meio ambiente, também é um fator responsável por uma economia perceptível aos cofres das empresas (VILLALVA; GAZOLI, 2012).

⁵ “É a Resolução Normativa elaborada pela ANEEL que tem como objetivo de reduzir os custos e tempo para a conexão da mini e microgeração de energia na rede elétrica, compatibilizar o Sistema de Compensação de Energia Elétrica com as Condições Gerais de Fornecimento, aumentar o público alvo e melhorar as informações na fatura. Foi uma Resolução Normativa elaborada a fim de melhorar e revisar a Resolução Normativa 482/2012” (ANEEL, 2020).

⁶ “É a regulamentação que trata em estabelecer as condições de acesso, compreendendo a conexão e o uso ao sistema de distribuição, não abrangendo as Demais Instalações de Transmissão (DIT), e definir os critérios técnicos operacionais, os requisitos de projeto, as informações, os dados e a implementação da conexão, aplicando-se aos novos acessantes bem como aos existentes” (ANEEL, 2020).

Conforme os estudos de Gazoli (2018), a gestão de energia é um setor da GD de significativa importância, pois é a partir deste, que é possível realizar operações no mercado financeiro utilizando seu produto que é a energia elétrica. Também é possível detectar pontos de otimização e melhorias para um uso mais eficiente e produtivo da energia elétrica.

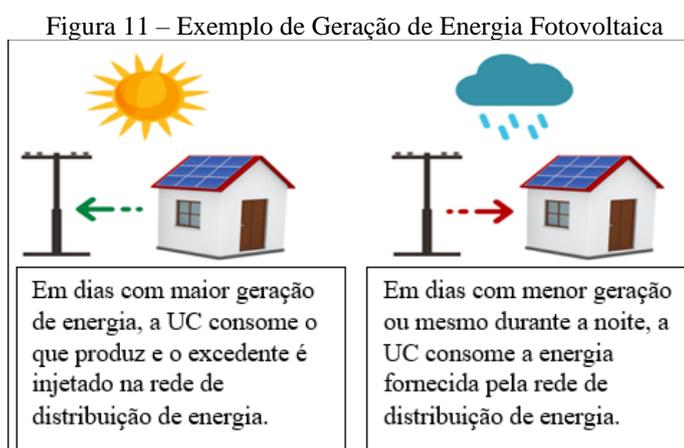
Todavia, a implantação de um sistema de geração de energia elétrica ou GD não significa uma total independência da rede elétrica. Ao realizar a instalação do sistema de GD, este também deverá estar conectado à rede elétrica, pois é inevitável uma interação junto a concessionária de energia responsável pela área de instalação da GD (ANEEL, 2015).

Em se tratando de Geração Distribuída, é natural que a produção de energia elétrica não seja equivalente ao seu consumo no mesmo período de tempo. Em outras palavras, existem momentos em que a geração de energia é maior do que o consumo, e em outros momentos o consumo é maior que a geração, e essa relação com a concessionária de energia será útil para estabelecer uma harmonia para a otimização entre geração e consumo (MOREIRA, 2017).

Moreira (2017) retrata um exemplo de energia solar fotovoltaica em uma residência. A energia fotovoltaica tem o Sol como componente principal para a produção de energia elétrica, isto significa que a produção de energia ocorre essencialmente durante o dia e depende muito da qualidade da luz solar que irradia nas placas fotovoltaicas.

Em uma residência abastecida com energia elétrica proveniente de placas solares, a produção é realizada durante o dia - período em que normalmente o consumo é menor que a produção. Este excedente de energia é injetado para a rede elétrica e é transformado em créditos para o usuário (MOREIRA, 2017).

Durante a noite não há produção de energia nas placas fotovoltaicas, dado que não existe luz solar neste período, portanto o usuário pode fazer uso dos créditos utilizando a energia da rede elétrica disposta pela concessionária de energia. Um exemplo disso pode ser visualizado na Figura 11 (MOREIRA, 2017).



Fonte: Adaptado da internet – Portal Solar

Para o controle desta demanda de energia elétrica, é conectado à rede um relógio ou medidor bidirecional. Este medidor é capaz de controlar tanto o excedente de energia produzida pela estação da GD como também o convencional consumo de energia elétrica fornecida pela concessionária através das redes de distribuição. Baseados nas informações contidas nesse relógio bidirecional são calculados os créditos produzidos pela GD, na Figura 12 um exemplo de medidor bidirecional (GAZOLI, 2018).

Figura 12 – Medidor de Energia Bidirecional



Fonte: Reprodução da Internet – Portal Solar

2.2.4 Sistemas de compensação de energia

O conceito *Net Metering* é um termo em inglês para referir o Sistema de Compensação de Energia Elétrica. O *Net Metering* se refere a instalação de Geração Distribuída efetuada pelo consumidor de energia elétrica (ANEEL, 2012).

O *Net Metering* surgiu como um incentivo às fontes de energia renováveis, e a energia produzida por esses geradores de pequeno e médio porte são usadas para abater o consumo de energia elétrica da unidade consumidora em questão (ANEEL, 2015).

As políticas de *Net Metering* variam de concessionária para concessionária. Este modelo de sistema é essencial para a melhoria da qualidade do atendimento entre concessionária e cliente, bem como a precisão de informações de dados e valores desta troca de energia elétrica (ANEEL, 2015).

O *Net Metering* permite que o excedente de energia produzida, possa ser usado para abater o consumo de outro posto tarifário sob o mesmo CNPJ ou CPF do usuário gerador desta energia. Para isso, o posto tarifário precisa necessariamente estar na mesma área de concessão da concessionária de energia elétrica, dadas as políticas de *Net Metering* que podem variar de acordo com cada empresa. Obviamente, como já comentado, este excedente de energia também

pode ser utilizado para abater o consumo na mesma unidade consumidora responsável pela produção de energia injetada na rede de distribuição (ANEEL, 2016).

É a Resolução Normativa (REN) 482/2012 da ANEEL (2012), que regulamentou e definiu os sistemas que podem usufruir do Sistema de Compensação de Energia. Nela estão enquadrados os conceitos de mini geração e micro geração de energia - com esta resolução foi possível a regulamentação do *Net Metering*. Vale ressaltar que esta Resolução Normativa, a REN 482/2012, é apontada como o maior avanço para a Geração Distribuída no Brasil, e já passou por duas atualizações.

Essas atualizações são tratadas na REN 517/2012, que permite a compensação de energia elétrica ativa gerada em diferentes endereços, mas sob o mesmo CPF ou CNPJ, e sob a mesma área de concessão da concessionária. Também a REN 687/2015, que teve como objetivo a economia de tempo e custos necessários para a conexão na rede de distribuição dos Sistemas de Geração Distribuídas classificados como mini e micro geração, um aumento potencial de consumidores interessados em tal tecnologia e uma melhor qualidade no fornecimento de informações na fatura de energia elétrica (ANEEL, 2017).

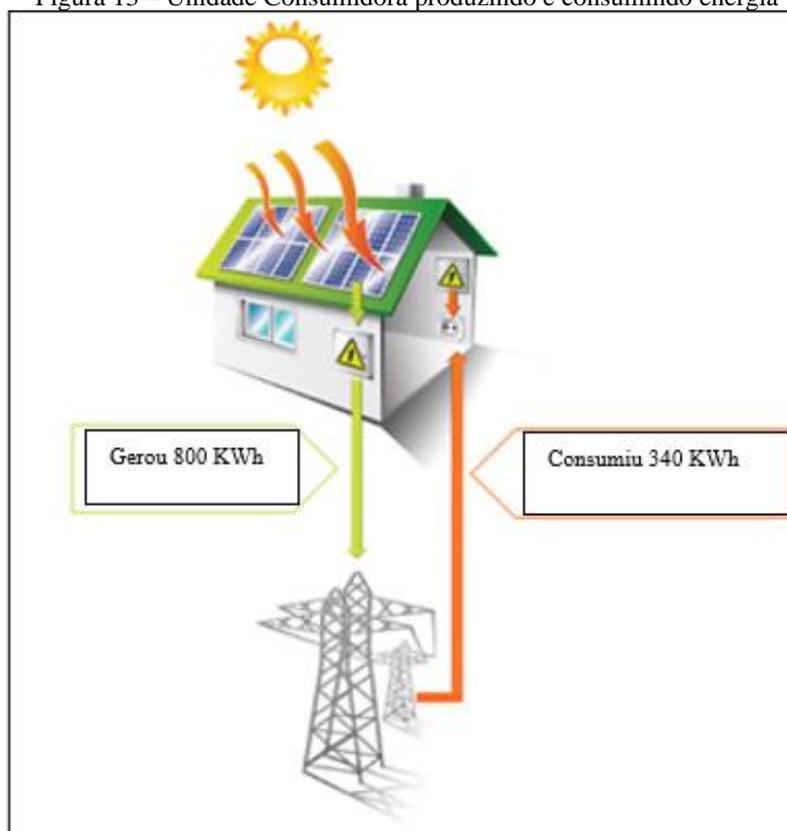
A Resolução Normativa 687/2015 é a REN que vigora atualmente no mercado de energia, e juntamente com a regulamentação PRODIST – Módulo 3 flexibilizaram o prazo de validade dos créditos de energia do usuário, passando para um período de até 5 anos (60 meses) (ANEEL, 2017).

Como exemplo, é possível citar uma usina fotovoltaica instalada em uma determinada unidade consumidora. Supõe-se que em um determinado mês essa unidade gerou uma energia equivalente a 800 kWh, porém consumiu um total de 340 kWh. Neste caso é utilizado a compensação de energia e o custo de disponibilidade é sempre devido, como pode ser notado na Equação (15):

$$\begin{aligned} \text{Compensação} &= \text{Energia Consumida} - \text{Custo de Disponibilidade} & (15) \\ \text{Compensação} &= 800 \text{ kWh} - 340 \text{ kWh} \\ \text{Compensação} &= 460 \text{ kWh} \end{aligned}$$

Portanto, o usuário injetou um total de 460 kW de potência na rede de distribuição elétrica da concessionária, gerando um crédito de 460 kWh no qual amparado pelas normas reguladoras vigentes, o cliente pode usufruir desse crédito em até 60 meses. Um exemplo disto é visível na Figura 13 (ANEEL, 2017).

Figura 13 – Unidade Consumidora produzindo e consumindo energia



Fonte: Reprodução da internet – Portal Solar

2.2.5 Dados da geração distribuída

Segundo uma publicação da ANEEL (2019), no ano de 2019 o Brasil ultrapassou a marca de 1 Giga watt (GW) de potência instalada no Sistema de Geração Distribuída. Este número é comemorado e vinculado as melhorias das normas regulamentadoras do setor, normas que proporcionaram um crescimento exponencial na instalação de unidades geradoras de energia renováveis em todo o território nacional. De acordo com o diretor-geral da ANEEL, André Pepitone (2019):

Histórica, a marca de 1 GW na Geração Distribuída é resultado do trabalho da ANEEL para viabilizar o empoderamento do consumidor de energia elétrica. Como reguladores, nos preocupamos em manter o equilíbrio do sistema, mas sempre tendo em vista a incorporação de novas tecnologias. A geração distribuída equivale, no setor elétrico a revolução do smartphone nas telecomunicações.

Pois bem, dados mais atualizados mostram que pouco mais de 12 meses depois, no ano de 2020, esse número triplicou alcançando a marca 3,27 GW de potência instalada em Geração Distribuída no país, geradas por 261.024 mil usinas. Dessas, a grande maioria formada por usinas fotovoltaicas (ANEEL, 2020).

A Tabela 2 mostra os números correspondentes à quantidade de implantação de cada tecnologia de Sistema de Geração de Energia Elétrica possui no Brasil.

Tabela 2 – Tabela de Usinas de Geração Distribuída no Brasil

UNIDADES CONSUMIDORAS COM GERAÇÃO DISTRIBUÍDA			
Tipo	Quantidade	Quantidade de UCS que recebem os créditos	Potência Instalada (kW)
CGH	106	8.434	102.181,71
EOL	64	108	10.413,86
UFV	261.361	327.199	3.096.208,91
UTE	244	4.604	72.434,54
TOTAL	261.775	340.345	3.281.239,02

Fonte: Adaptado de ANEEL (2020)

Sendo que:

CGH: Significa Central Geradora Hidrelétrica ou Pequena Central Hidrelétrica;

EOL: Significa Central Geradora Eólica;

UFV: Significa Central Geradora Solar Fotovoltaica;

UTE: Significa Usina Térmica;

Na Tabela 2 fica bem visível a superioridade numérica de instalações dos Sistemas de Geração de Energia por meio da fonte Solar. Isto é devido ao fator climático, e também pela tecnologia do sistema ser mais acessível economicamente.

2.3 ARTIGOS CORRELATOS

Este capítulo se mostra uma parte muito interessante deste trabalho, pois nele são mostrados teses, artigos e dissertações de diferentes áreas de atuação que empregam os fundamentos matemáticos das Cadeias de Markov.

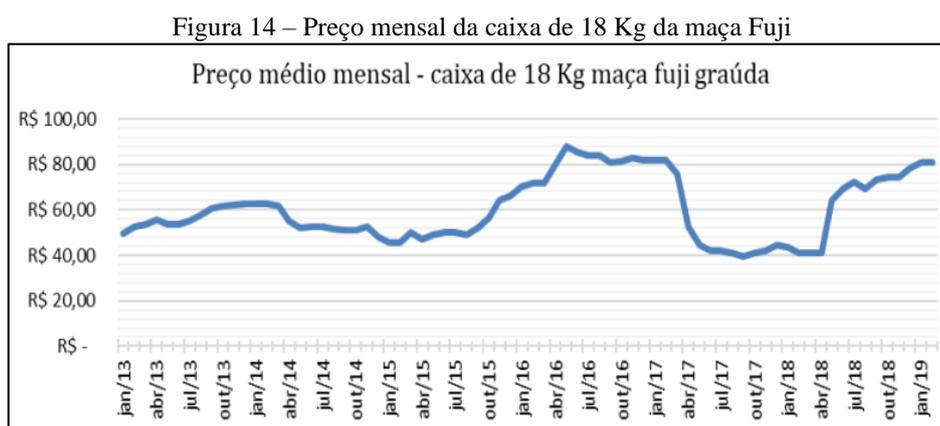
Ter uma visão sobre outras perspectivas e a oportunidade de traçar um paralelo em esferas distintas das Engenharias, é pontual para ratificar a solidez e eficiência dos estudos de Andrei Markov no âmbito da matemática e estatísticas, conceitos que foram sendo aprimorados no decorrer do tempo.

Pois bem, a seguir serão destacados alguns artigos que servem como embasamentos a este trabalho neles são empregados análises, cálculos e gráficos fundamentados nas teorias de Markov mostrando os estudos e resultados alcançados.

2.3.1 Artigo Corso et al. (2019)

Os estudos de Corso et al. (2019), denotam uma pesquisa sobre o mercado das maçãs no estado do Rio Grande do Sul – Brasil. Nele são aplicados os Processos Estocásticos em Tempo Discreto das Cadeias de Markov, para o estudo da variação do preço da maçã Fuji, considerando uma caixa de 18 Kg de maçãs.

Os autores fazem um levantamento dos preços da maçã Fuji graúda no referido estado, considerando o período entre janeiro de 2013 a fevereiro de 2019 (um intervalo de tempo de 7 anos). Essa pesquisa foi realizada no site da Agrolink, site considerado como referência de pesquisa no setor agropecuário no Rio Grande do Sul, onde são informadas as cotações históricas e diárias de produtos provenientes da agropecuária. Na Figura 14, é exibido um gráfico que mostra a variação do preço das maçãs Fuji no período de tempo informado.



Fonte: Corso et al. (2019)

Com base nos dados desse gráfico, os autores partem para a análise de dados calculando a variação percentual nos preços médios, para isso eles utilizaram a Equação (16).

$$\text{variação \%} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} * 100 \quad (16)$$

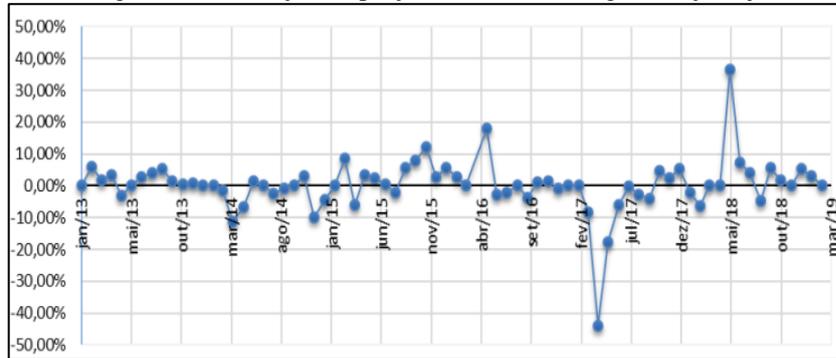
Onde:

P_t : é o preço no tempo t;

P_{t+1} : é o preço no tempo t + 1.

No gráfico demonstrado através da Figura 15, tem-se o resultado da variação mensal dos preços das caixas de maçãs.

Figura 15 – Variação do preço da caixa de 18 Kg da maçã Fuji



Fonte: Corso et al. (2019)

A partir disso já é possível elaborar a matriz de transição, mas para tal foram definidos os intervalos para a variação percentual, conforme mostra a Tabela 3.

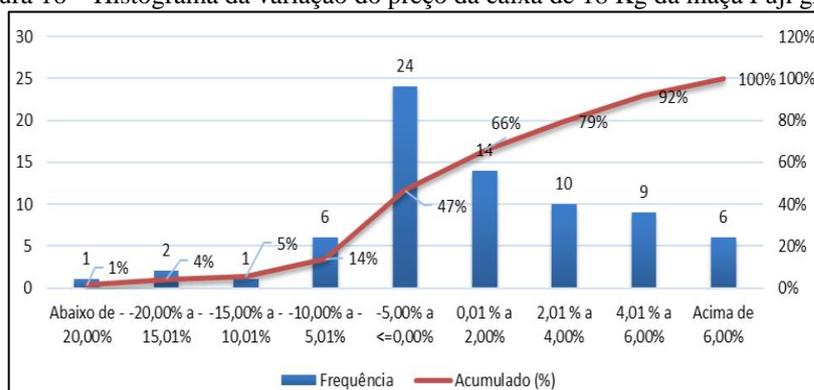
Tabela 3 -Intervalo para a variação percentual

Variação do preço da maçã Fuji
< - 20,00%
- 20,00 % a - 15,01 %
- 15,00 % a - 10,01 %
- 10,00 % a - 5,01 %
- 5,00 % a <= 0,00 %
0,01 % a 2,00 %
2,01 % a 4,00 %
4,01 % a 6,00 %
>6,00 %

Fonte: Adaptado de Corso et al. (2019)

Então, eles puderam analisar as frequências de cada intervalo das variações dos preços e do seu percentual cumulativo. Foi gerado um histograma dos intervalos de variação do preço da caixa das maçãs, mostrado na Figura 16.

Figura 16 – Histograma da variação do preço da caixa de 18 Kg da maçã Fuji graúda



Fonte: Corso et al. (2019)

Também foi montado uma matriz com as probabilidades de transição de Markov mostrado através da Figura 17, nela foram analisadas quantas vezes o preço saiu do estado i para o estado j .

Figura 17 – Matriz de transição

de/para	Abaixo de -20,00%	-20,00% a -15,01%	-15,00% a -10,01%	-10,00% a -5,01%	-5,00% a <=0,00%	0,01% a 2,00%	2,01% a 4,00%	4,01% a 6,00%	Acima de 6,00%
Abaixo de -20,00%	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-20,00% a -15,01%	0,500	0,000	0,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-15,00% a -10,01%	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
-10,00% a -5,01%	0,167	0,000	0,000	0,000	0,500	0,167	0,167	0,000	0,000
-5,00% a <=0,00%	0,000	0,000	0,042	0,083	0,417	0,167	0,000	0,167	0,125
0,01% a 2,00%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,357	0,357	0,214	0,071	0,000
2,01% a 4,00%	0,000	0,000	0,000	0,100	0,300	0,100	0,200	0,300	0,000
4,01% a 6,00%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,222	0,333	0,333	0,000	0,111
Acima de 6,00%	0,000	0,000	0,000	0,167	0,167	0,000	0,167	0,167	0,333

Fonte: Corso et al. (2019)

Com base nesses dados, partiu-se então para a análise dos resultados. Os autores aplicaram as equações de probabilidade de estado estável das Cadeias de Markov onde foi possível extrair as informações referentes a possíveis estados futuros. Os resultados podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 – Probabilidade das faixas

Faixa de Variação	Probabilidade
< - 20,00%	3%
- 20,00 % a - 15,01 %	3%
- 15,00 % a - 10,01 %	1%
- 10,00 % a - 5,01 %	8%
- 5,00 % a <= 0,00 %	32%
0,01 % a 2,00 %	19%
2,01 % a 4,00 %	14%
4,01 % a 6,00 %	12%

>6,00 %	8%
---------	----

Fonte: Adaptado de Corso et al. (2019)

Já na Tabela 5, é possível analisar o tempo de recorrência esperado para cada probabilidade do estado estável.

Tabela 5 – Tempo de recorrência

Faixa de Variação	Tempo de recorrência (mês)
< - 20,00%	37,00
- 20,00 % a - 15,01 %	37,00
- 15,00 % a - 10,01 %	74,00
- 10,00 % a - 5,01 %	12,33
- 5,00 % a <= 0,00 %	3,08
0,01 % a 2,00 %	5,29
2,01 % a 4,00 %	7,40
4,01 % a 6,00 %	8,22
>6,00 %	12,33

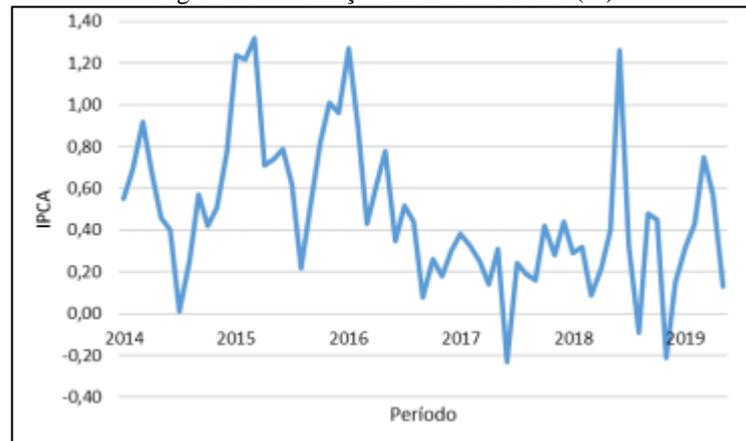
Fonte: Adaptado de Corso et al. (2019)

2.3.2 Artigo Bolson et al. (2019)

Neste artigo publicado no ano de 2019, os autores analisam o índice de inflação brasileira aplicando Processos Estocásticos em Tempo Discreto das Cadeias de Markov.

Primeiramente os autores realizam uma coleta de dados da inflação no Brasil, tais informações é medido pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), onde é considerado um conjunto de produtos e serviços comercializados que se refere ao consumo pessoal da população brasileira. O órgão responsável por este índice é o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e os dados coletados foram no período de janeiro de 2014 a abril de 2019. Na Figura 18 é possível visualizar o comportamento da variação do IPCA no período destacado.

Figura 18 – Variação Mensal do IPCA (%)



Fonte: Bolson et al. (2019)

No gráfico da Figura 18 observa-se a variação do IPCA em picos desde negativos até aproximadamente 1,30. Quando o valor é negativo significa que naquele período houve uma deflação, ou seja, diminuição dos preços.

A partir disto os autores partiram para a elaboração da matriz de transição das Cadeias de Markov, a qual foi estabelecida os intervalos de variação conforme são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Intervalos de variação

Intervalo de variação
> 1,2 %
de 1 % a 1,19 %
de 0,58 % a 0,99 %
de 0,6 % a 0,79 %
de 0,4 % a 0,59 %
de 0,2 % a 0,39 %
de 0 % a 0,19 %
de -0,2 % a -0,01 %
< -0,21 %

Fonte: Adaptado de Bolson et al. (2019)

Com isso os intervalos foram definidos e então foi elaborado uma matriz de frequência da variação do IPCA, melhor dizendo, da transição de uma faixa para a outra, como mostra a Tabela 7.

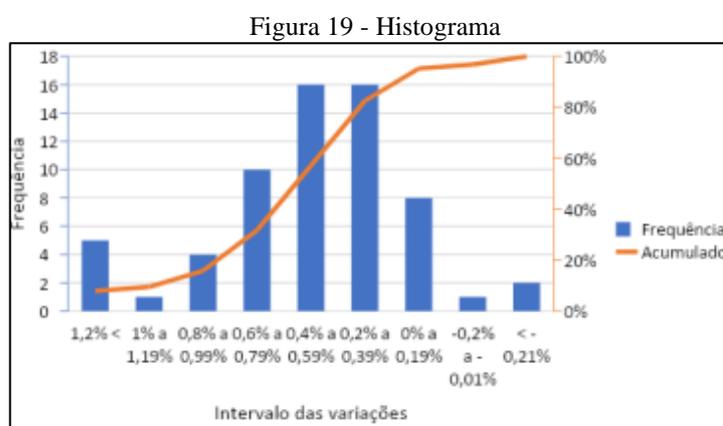
Tabela 7 – Matriz de frequência

De / Para	> 1,2%	1% a 1,19%	0,8% a 0,99%	0,6% a 0,79%	0,4% a 0,59%	0,2% a 0,39%	0% a 0,19%	-0,2% a -0,1%	< -0,21%
> 1,2%	2	0	1	1	0	1	0	0	0
1% a 1,19%	0	0	1	0	0	0	0	0	0

0,8% a 0,99%	1	1	0	1	1	0	0	0	0
0,6% a 0,79%	1	0	1	4	2	2	0	0	0
0,4% a 0,59%	1	0	1	4	5	2	2	0	1
0,2% a 0,39%	0	0	0	0	6	4	4	1	1
0% a 0,19%	0	0	0	0	1	6	1	0	0
-0,2% a -0,1%	0	0	0	0	1	0	0	0	0
< -0,21%	0	0	0	0	0	1	1	0	0

Fonte: Adaptado de Bolson et al. (2019)

Com os dados é possível estabelecer um vetor contendo o valor acumulado de cada faixa, a figura 19 mostra um histograma destes valores e também o percentual acumulado.



Fonte: Adaptado de Bolson et al. (2019)

Após esses estudos, os autores iniciaram o estudo da análise dos cenários, calculando a probabilidade do estado estável e do tempo de recorrência esperado. Os resultados são mostrados na Tabela 8.

Tabela 8 – Probabilidade do estado estável

Intervalo	Probabilidade de Estado
> 1,2 %	7,90%
de 1 % a 1,19 %	1,60%
de 0,58 % a 0,99 %	6,30%
de 0,6 % a 0,79 %	15,90%
de 0,4 % a 0,59 %	25,40%
de 0,2 % a 0,39 %	25,40%.
de 0 % a 0,19 %	12,70%
de -0,2 % a -0,01 %	1,60%
< -0,21 %	3,20%

Fonte: Adaptado de Bolson et al. (2019)

Segundo os autores, nota-se na Tabela 8 que os intervalos de 0,2% a 0,39% e de 0,4% a 0,59% são os que possuem maior probabilidade de estado estável, sendo 25% o que indica

uma tendência de que o valor da inflação se mantenha subindo. Foi criado para cada uma dessas probabilidades o tempo de recorrência esperado, como mostra a Tabela 9.

Tabela 9 – Tempo de recorrência esperado

Estado estável π_i	Tempo de recorrência esperado μ_{ii}
π_0	12,6 meses
π_1	63 meses
π_2	15,7 meses
π_3	6,3 meses
π_4	3,9 meses
π_5	3,9 meses
π_6	7,9 meses
π_7	63 meses
π_8	31,5 meses

Fonte: Adaptado de Bolson et al. (2019)

Ainda segundo os autores, observa-se que o maior tempo de recorrência para este estudo é de 63 meses, para os intervalos de - 0,2% a - 0,01% e de 1% a 1,19%, enquanto os menores tempos ficam nas faixas de 0,2 até 0,59% de aumento.

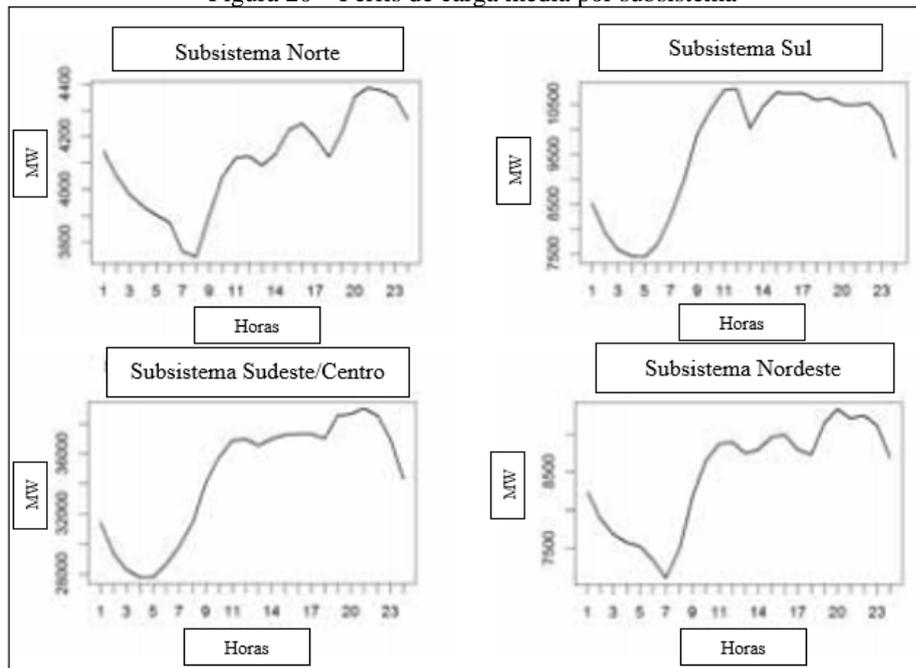
2.3.3 Artigo Oliveira et al. (2019)

Este artigo foi publicado no ano de 2015, e aplica a metodologia das cadeias de Markov na área de interesse deste trabalho. A proposta do artigo em questão foi analisar os picos de demanda diária de energia elétrica via Cadeias de Markov através de Processos Estocásticos em Tempo Discreto.

Os autores analisaram o comportamento da demanda de energia elétrica diária do Brasil no intervalo de tempo entre 2009 e 2014, investigando dados diários de carga horária da demanda de energia elétrica, divididos pelos subsistemas que compõem o Sistema Interligado Nacional (SIN) que são o Sudeste/Centro, Sul, Norte e Nordeste.

Os autores elaboraram o gráfico da Figura 20, calculando os valores de demanda média diária de energia elétrica entre os anos de 2009 e 2014, nos quatro subsistemas. Neste gráfico é possível analisar a diferença de comportamento dos picos de demanda de energia em cada subsistema.

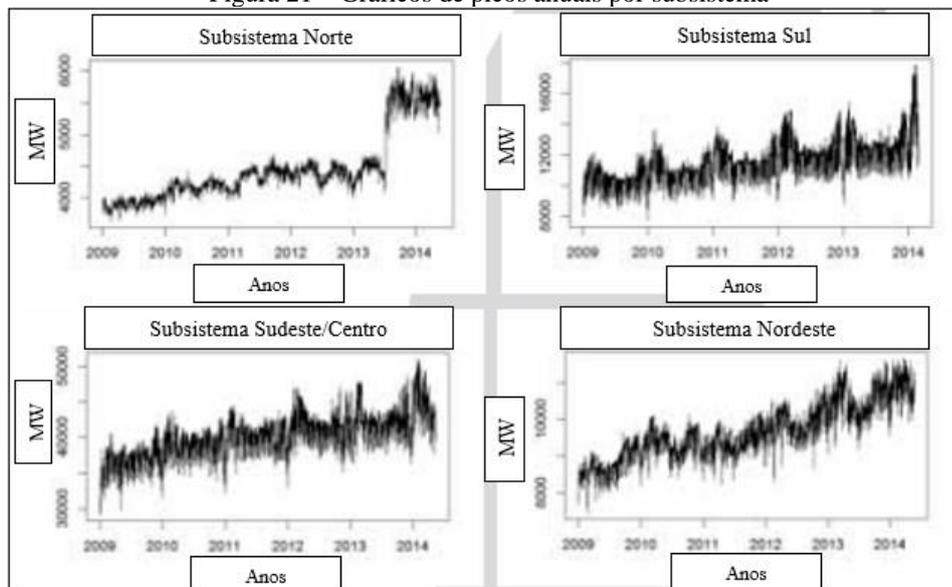
Figura 20 – Perfis de carga média por subsistema



Fonte: Adaptado de Oliveira et al. (2015)

Após as análises diárias de demanda de energia, os autores avaliaram os picos de demanda através dos anos, mostrados nos gráficos da Figura 21. Chama a atenção neste gráfico a mudança brusca do pico de demanda no subsistema Norte entre os anos de 2013 e 2014.

Figura 21 – Gráficos de picos anuais por subsistema



Fonte: Adaptado de Oliveira (2015)

Os autores realizaram o cálculo dos picos diários que são os valores máximos da demanda em cada dia do período analisado, os resultados obtidos pelos autores foram utilizando planilhas eletrônicas.

Ainda conforme os autores, as diferenças entre os picos diários foram calculadas para poderem ser classificadas em dois estados, sendo 0 se a diferença for negativa e 1 se essa diferença for positiva. Para o cálculo da matriz de transição P foi criada uma função que analisa se de um dia para o outro o pico passa de 0 para ele mesmo (definido como 1), do estado 0 para o estado 1 (definido como 2), do estado 1 para o estado 0 (definido como 3) ou do estado 1 para o estado 1 (definido como 4).

Os autores obtiveram as matrizes expostas na Tabela 10.

Tabela 10 – Matrizes de transição (P) dos quatro subsistemas

Subsistema	Norte	Sul	Sudeste/Centro	Nordeste
P_{00} P_{01}	0.575 0.425	0.377 0.623	0.554 0.446	0.358 0.642
P_{10} P_{11}	0.616 0.384	0.463 0.537	0.491 0.509	0.518 0.482

Fonte: Adaptado de Oliveira et al. (2015)

Segundo os autores, com base na análise das matrizes de transição percebe-se que para os subsistemas Norte e Nordeste a probabilidade da demanda se manter no estado após uma transição é menor do que a probabilidade de mudança, ou seja, se o processo estiver em um estado de redução no pico de energia (estado 0), existe uma chance maior de transição para o estado de aumento e também o contrário. Já para os subsistemas Sul e Sudeste/Centro-Oeste, a probabilidade de transição de um estado de redução para um estado de aumento é menor do que a probabilidade de permanência no estado.

3 APLICAÇÕES DAS CADEIAS DE MARKOV

Este capítulo apresenta a aplicação das probabilidades de Markov no sistema de energia fotovoltaica instalada no CARVI, detalhando os métodos e cálculos.

3.1 OBJETO DE PESQUISA

O objeto de pesquisa deste estudo é o Sistema de Energia Fotovoltaica localizada no Campus Universitário da Região dos Vinhedos (CARVI) da Universidade de Caxias do Sul (UCS), na Rua Alameda João Dal Sasso sob o número 800 no bairro Universitário na cidade de Bento Gonçalves – RS. A Figura 22 ilustra o Campus Universitário da Região dos Vinhedos.

Figura 22 – Campus Universitário da Região dos Vinhedos



Fonte: Reprodução da Internet - UCS

O sistema de energia solar tem uma capacidade total de 18.48 kWp (Quilowatt-pico), que é a soma da potência dos 56 painéis solares instalados no sistema de energia fotovoltaico, cada um desses painéis possui uma potência total de 330W (UCS, 2019). A Figura 23 apresenta a imagem do sistema de energia fotovoltaica avaliada neste estudo.

Figura 23 – Sistema de energia fotovoltaica do CARVI



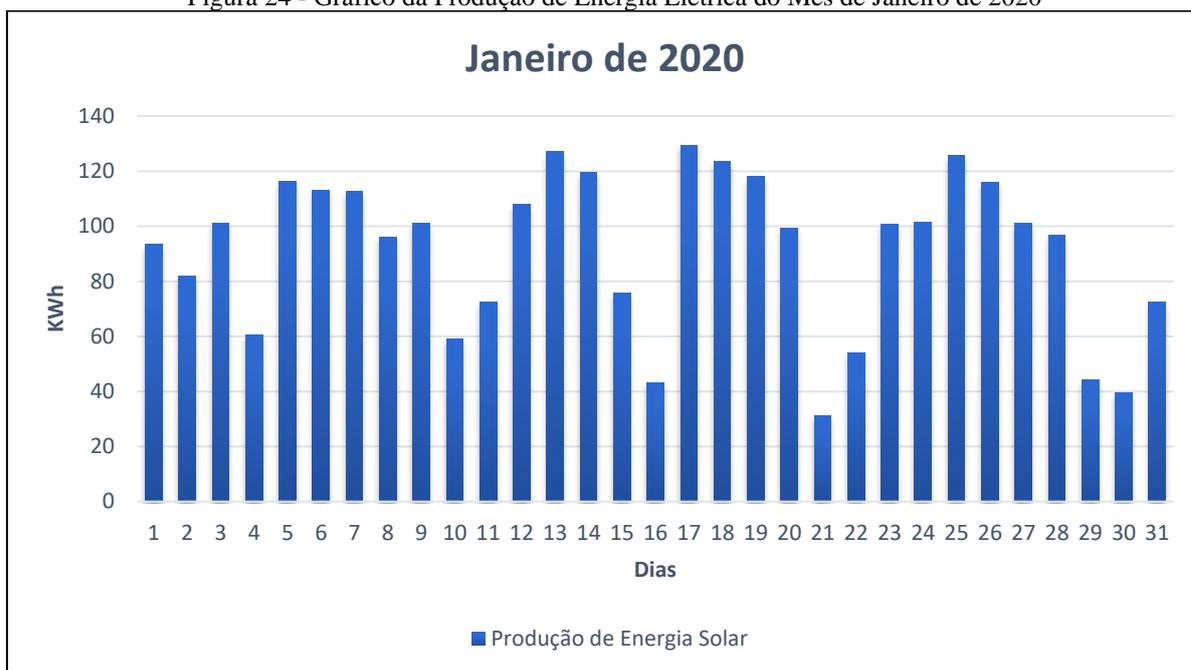
Fonte: Reprodução da Internet - UCS

3.2 COLETAS DE DADOS

Inicialmente foi preciso estabelecer um lapso temporal, neste intervalo de tempo foram recolhidos todos os dados da produção diária de energia elétrica (Wh) necessária para a aplicação da metodologia das Cadeias de Markov. O período de análise deu-se inicialmente na data de 01 de janeiro de 2020 e finalizou na data de 31 de dezembro de 2020, totalizando um ano de colhimento de dados que serviram como fonte para a execução deste estudo.

No gráfico demonstrado através da Figura 24, são apresentadas as medições de energia gerada referentes ao mês de janeiro, na escala inferior do gráfico estão destacados todos os dias do mês analisado, na escala esquerda do gráfico é dimensionado a quantidade de energia elétrica produzida (kWh) e na região central do gráfico, os dados da produção de energia elétrica em relação aos dias.

Figura 24 - Gráfico da Produção de Energia Elétrica do Mês de Janeiro de 2020



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Durante o período analisado, a produção de energia elétrica diária, foi sempre superior a 1 kWh, tendo como o seu ponto mais alto a data de 17 de janeiro de 2020, na qual foi produzido um total de 129.45 kWh, e o seu ponto mais baixo a data de 07 de julho de 2020 que foram produzidos 2.36 kWh de energia fotovoltaica. No Apêndice A é possível observar os demais gráficos referentes aos meses de abril a setembro, e no apêndice B os gráficos dos meses de outubro a março.

3.3 ESTRUTURAÇÃO DOS DADOS

Neste item, será explorado de forma detalhada como os dados foram organizados, analisados, e como estes resultados foram estruturados nas Cadeias de Markov.

3.3.1 Estruturação inicial dos dados

Inicialmente, os dados coletados referentes a quantidade de energia elétrica gerada foram organizados em doze tabelas, cada uma representando um mês do ano de 2020 (janeiro a dezembro), período em que foi estabelecido para a análise dos dados. De modo a exemplificar esta organização, a Tabela 11 apresenta de forma parcial, considerando apenas os dez primeiros dias, a organização dos dados de geração de energia referentes ao mês de outubro.

Tabela 11 - Produção de energia elétrica do sistema solar

Mês de Outubro de 2020	
Dia	kWh
1	80,73
2	37,23
3	11,04
4	39,99
5	63,56
6	105,39
7	67,01
8	52,13
9	69,64
10	118,43

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Foram tomados como base os primeiros dez dias do mês de outubro do ano de 2020, como mostra a Tabela 11, pois, nesses dez dias é possível verificar uma variação significativa na quantidade de energia solar gerada pelo sistema fotovoltaico. Observa-se que no dia três de outubro o sistema gerou 11,04 kWh de energia solar, já no dia seis de outubro o sistema gerou um total de 105,39 kWh de energia fotovoltaica, ou seja, em um intervalo de apenas três dias, a geração de energia solar teve uma variação de 94,35 kWh.

3.3.2 Escalas das classificações da geração de energia solar

De acordo com os estudos de Yates & Goodman (2017), a modelagem matemática das Cadeias de Markov segue uma sequência importante de montagem das tabelas e organização dos dados. Essa sequência tem por objetivo cadenciar passo a passo as informações obtidas de modo a uma aplicação eficiente dos estudos de Markov.

O próximo passo para a modelagem dos estudos de Markov é a classificação dos estados dos números da geração de energia elétrica obtidos pelo sistema de energia solar. A classificação foi elaborada tendo em vista os estudos de Markov que segundo Ross (2019), que diz que, uma Matriz de Transição P é uma matriz estocástica, sendo assim, suas linhas de probabilidades devem, no final, gerar uma soma igual a 1, $\sum p_{ij} = 1$. Ainda conforme Ross (2019), nenhuma linha deve ser zerada, ou seja, é necessário que ao menos um valor seja gerado em cada linha para a aplicação das Cadeias de Markov.

Então, com base nesses estudos, foram definidos intervalos para a variação de kWh de energia elétrica produzida. Inicialmente, foi desenvolvida uma tabela elaborando o método da dispersão dos intervalos da geração de energia solar, como mostra a Tabela 12.

Tabela 12 - Escalas de classificação

Faixas	Valores (kWh)
1	0 até 30,00
2	30,01 até 50,00
3	50,01 até 70,00
4	70,01 até 90,00
5	Acima de 90,01

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A Tabela 12 mostra a divisão dos valores da energia elétrica gerada em 5 faixas. Cada faixa representa um intervalo da produção de energia, estabelecido como limite para a aplicação das probabilidades das Cadeias de Markov.

De forma igual, esse método foi aplicado para os demais períodos do ano de 2020 em que os dados da geração de energia foram analisados e divididos em faixas de acordo com a quantidade de energia elétrica produzida.

A Tabela 13 mostra a análise dos dados dos primeiros dez dias do mês de outubro.

Tabela 13 - Escalas de classificação dos dez primeiros dias do mês de outubro de 2020

Mês de Outubro de 2020		
Dia	KWh	Faixa
1	80,73	4
2	37,23	2
3	11,04	1
4	39,99	2
5	63,56	3
6	105,39	5
7	67,01	3
8	52,13	3
9	69,64	3
10	118,43	5

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Essa tabela é dividida em três colunas que mostram o dia de referência, a quantidade de energia fotovoltaica gerada durante esse dia e a faixa arbitrada de acordo com a energia elétrica produzida.

A Tabela 13 foi tomada como exemplo, pois é possível visualizar uma variação entre as 5 faixas nos seus primeiros dias.

Exemplo: No dia 1 de outubro de 2020, o sistema de energia solar gerou um total de 80,73 kWh de energia elétrica. A este dia, foi atribuído a faixa de valor 4, pois 80,73 kWh é maior que 70,00 kWh, mas também é menor que 90,01 kWh.

3.4 CLASSIFICAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO P

De acordo com os estudos de Taha (2007), em uma matriz de transição P, as linhas i representam o estado atual, já as colunas j representam um estado futuro. Dessa forma, a interseção entre a linha i com a coluna j denota a notação científica p_{ij} . Essa notação indica a probabilidade condicional P, demonstrado na Equação (12) e na Equação (13).

$$p_{ij} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} \quad (12)$$

$$p_{ij}^n = P\{X_{t+n} = j | X_t = i\} \quad (13)$$

Nas Equações (12) e (13), nota-se:

p_{ij} : É a probabilidade de um dado passar do estado i para o estado j em um determinado período;

p_{ij}^n : É a probabilidade de que um processo passe do estado i para o estado j em n passos de tempo t ;

X_t : Representa o estado do processo no tempo t ;

Um exemplo de Matriz de Transição P é representado através da Equação (17).

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \cdots & p_{nm} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Com base nesses estudos, a próxima etapa do projeto foi a elaboração de uma matriz de transição P, usando os dados coletados da geração de energia fotovoltaica diária e também das faixas de escala atribuídas por dia de produção. A Tabela 14 mostra os dados coletados no mês de outubro em seu período integral e a classificação da geração por faixa.

Tabela 14 - Demonstração do mês de outubro de 2020

Mês de Outubro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	80,73	4
2	37,23	2
3	11,04	1
4	39,99	2

5	63,56	3
6	105,39	5
7	67,01	3
8	52,13	3
9	69,64	3
10	118,43	5
11	116,26	5
12	112,86	5
13	104,15	5
14	102,73	5
15	115,14	5
16	118,47	5
17	111,11	5
18	118,84	5
19	117,27	5
20	106,85	5
21	101,46	5
22	95,46	5
23	50,66	3
24	104,18	5
25	103,46	5
26	46,29	2
27	55,22	3
28	122,19	5
29	35,69	2
30	124,55	5
31	78,4	4

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como os dados foram classificados em cinco estados, a matriz de transição elaborada é de ordem 5x5, ou seja, uma matriz com 5 linhas e 5 colunas, como mostra o exemplo da Figura 25.

Figura 25 – Exemplo de uma matriz quadrática 5x5

DE/PARA	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Para esta matriz, foram alocados os números de transições de quantas vezes um estado passou para outro, ou se manteve na mesma posição. Exemplo, tendo como base a Tabela 14 e, iniciando a análise pelo dia 1 de outubro, nota-se que a faixa de escala está alocada na posição

4, já no dia 2 de outubro, a faixa de escala muda para a posição 2, ou seja, o estado 4 passou para o estado 2 uma vez. Este evento pode ser demonstrado através da Figura 26.

Figura 26 - Passagem do estado 4 para o estado 2 uma vez

DE/PARA	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4		1			
5					

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Seguindo este mesmo raciocínio, soma-se a passagem de estado de 2 para 1, que correspondem ao dia 2 com a faixa alocada na faixa 2 e ao dia 3 que tem sua faixa alocada na faixa 1. Partindo do dia 3, soma-se a passagem de estado de 1 para 2, que correspondem respectivamente ao dia 3 e ao dia 4 de outubro. Um exemplo dessas passagens de estado é mostrado na Figura 27.

Figura 27 - Passagens de estados dias 1, 2, 3 e 4 de outubro

DE/PARA	1	2	3	4	5
1		1			
2	1				
3					
4		1			
5					

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Da mesma forma, seguem todos os outros dias do mês de outubro, as passagens de estados vão se somando até ter o resultado final com o término do mês. A Figura 28 mostra a análise da passagem de estados do mês de outubro na sua totalidade.

Figura 28 - Passagem de estados do mês de outubro de 2020

DE/PARA	1	2	3	4	5
1		1			
2	1		2		1
3			2		4
4		1			
5		2	2	1	13

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Analisando algumas informações da matriz de transição representada pela Figura 28, é possível verificar que, por exemplo: o estado 3 passou para o estado 5 quatro vezes, o estado

5 se manteve por dois dias consecutivos em treze oportunidades, o estado 5 passou para o estado 2 duas vezes, etc. As demais matrizes referentes aos meses de abril a setembro podem ser observadas no Apêndice C, já no Apêndice D estão as matrizes dos meses de outubro a março.

3.5 MATRIZ DE TRANSIÇÃO P

Conforme Ross (2019), os estudos abordados nesse trabalho dos Processos Estocásticos das Cadeias de Markov denotam que:

Em relação ao estado:

- Estado Discreto: $Z_{(t)}$ é definido sobre um conjunto enumerável ou finito

Em relação ao tempo:

- Tempo Discreto: t é finito ou enumerável

Para atender as probabilidades das Cadeias de Markov, a soma das probabilidades de uma linha i deve ser igual a 100%, ou seja, $\sum p_{ij} = 1$.

Nesse estudo, as Matrizes de Transição P foram reunidas formando duas matrizes. Cada matriz contém os dados referentes a seis meses do período analisado.

As probabilidades de Markov diz que, a soma total de uma linha i deve ser igual a 1, ou seja, em toda a linha i deve conter ao menos um valor maior que zero. Por isso, dois períodos de seis meses cada, foram estabelecidos para que a aplicação desse trabalho nas teorias das Cadeias de Markov.

3.5.1 Matriz frequência de abril a setembro

Para os cálculos a seguir as matrizes receberam o nome de Matriz Frequência, pois significa a quantidade de ocorrências total das passagens de estados. A Matriz Frequência de abril a setembro é formada pelos meses de abril, maio, junho, julho, agosto e setembro, a Tabela 15 mostra esta matriz com o agrupamento dos dados destes meses.

Tabela 15 - Matriz frequência dos meses de abril a setembro de 2020

De / Para	1	2	3	4	5
1	16	6	8	7	3
2	5	2	4	4	1
3	5	0	4	9	8
4	11	5	8	22	6
5	4	3	2	7	27

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nessa matriz, pode-se observar a passagem de estados durante esse período. Nota-se, por exemplo, que a passagem do estado 1 para o estado 4 ocorreram sete vezes, do estado 3 para o estado 4 foram nove vezes e do estado 5 para o estado 4, sete vezes.

Após o agrupamento realizado nessa matriz, foram realizados os cálculos para estabelecer os parâmetros necessários para a aplicação das probabilidades das Cadeias de Markov. Primeiro, foram estabelecidos os cálculos e calculado a soma total de cada linha i , como pode ser observado na coluna 7 chamada de *Total*, demonstrada na Tabela 16.

Tabela 16 - Somatório total das linhas i de abril a setembro

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	16	6	8	7	3	40
2	5	2	4	4	1	16
3	5	0	4	9	8	26
4	11	5	8	22	6	52
5	4	3	2	7	27	43

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

É importante observar que o somatório é realizado apenas entre a passagem de estados a partir de um estado específico, como por exemplo, na linha i na faixa 1, a soma inicia no número 16, que é a passagem do estado 1 para o estado 1. Segue-se somando então todos os valores da linha i totalizando o valor total de quarenta, assim como explica a Equação (18).

$$L_{i_n_total} = \sum L_{i_n} \quad (18)$$

$$L_{i_1_total} = L_{i_11} + L_{i_12} + L_{i_13} + L_{i_14} + L_{i_15}$$

$$L_{i_1_total} = 16 + 6 + 8 + 7 + 3$$

$$L_{i_1_total} = 40$$

Onde:

$L_{i_n_total}$: Corresponde ao valor total da linha L_{i_n} ;

$\sum L_{i_n}$: Corresponde ao somatório das linhas L_{i_n} ;

L_{i_n} : Corresponde ao valor da faixa localizada na linha;

Este processo é utilizado para as demais linhas i .

Com os resultados do somatório total finalizado, foi possível aplicar uma das leis de Markov que, segundo Taha (2007), fala que a soma das probabilidades da linha i deve ser igual a 1, $\sum p_{ij} = 1$. Ou da mesma forma, 100%. A Tabela 17 demonstra os cálculos das probabilidades de Markov.

Tabela 17 – Matriz de transição das probabilidades de Markov de abril a setembro

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	0,4000	0,1500	0,2000	0,1750	0,0750	1,0000
2	0,3125	0,1250	0,2500	0,2500	0,0625	1,0000
3	0,1923	0,0000	0,1538	0,3462	0,3077	1,0000
4	0,2115	0,0962	0,1538	0,4231	0,1154	1,0000
5	0,0930	0,0698	0,0465	0,1628	0,6279	1,0000

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Observando a Tabela 16, a célula da passagem de estado de 1 para 1 tem valor 16, este valor é dividido pelo somatório total da sua linha i , que é 40, resultando em 0,4. Este modelo de cálculo percorre por toda a linha i até o seu final onde a passagem de estado da coluna j é 5. Este processo é demonstrado através da Equação (19).

$$Celula_{i_n} = \frac{L_{i_n}}{L_{i_n,total}} \quad (19)$$

$$Celula_{i_{11}} = \frac{L_{i_{11}}}{L_{i_{11},total}}$$

$$Celula_{i_{11}} = \frac{16}{40}$$

$$Celula_{i_{11}} = 0,4$$

Onde:

$Celula_{i_n}$: Corresponde ao valor da célula ($Celula_{i_n}$), para a matriz de transição;

$L_{i_n,total}$: Corresponde ao valor total da linha L_{i_n} ;

L_{i_n} : Corresponde ao valor da faixa localizada na linha;

Este método é utilizado para as demais células in .

O somatório dessa linha i deverá ser obrigatoriamente igual a 1, $\sum p_{ij} = 1$. Logo, é provado como verdadeiro e correto a análise dos resultados e a aplicação das probabilidades das Cadeias de Markov. Com isso, foi definida a Matriz Frequência dos meses de abril a setembro para os cálculos das Cadeias de Markov.

3.5.2 Matriz de frequência de outubro a março

A Matriz Frequência de outubro a março é formada pelos meses de outubro, novembro, dezembro, janeiro, fevereiro e março. A Tabela 18 mostra o agrupamento dos dados e a formação da Matriz Frequência desses meses.

Tabela 18 - Matriz Frequência de outubro a março de 2020

De / Para	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	2	4	2	5
3	0	1	3	5	13
4	1	4	4	6	12
5	0	7	11	15	79

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nota-se que essa matriz teve uma variação menor de passagem entre estados com relação a Matriz dos meses de abril a setembro. Isso ocorre devido a uma série de eventos, mas o principal fator sem dúvidas é o clima que se mantém estável e com uma temperatura mais elevada. Prova disso é a permanência no estado 5 por dois dias consecutivos que ocorreu 79 vezes. De modo igual às ações realizadas na Matriz Frequência de abril a setembro, a Equação (18) foi aplicada a Matriz Frequência de outubro a março, e está demonstrado na Tabela 19.

Tabela 19 - Somatório total das linhas i de outubro a março

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	0	1	0	0	1	2
2	1	2	4	2	5	14
3	0	1	3	5	13	22
4	1	4	4	6	12	27
5	0	7	11	15	79	112

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Assim como na Matriz Frequência de abril a setembro, a soma das linhas i foi calculada utilizando a Equação (19). Na Tabela 20 são apresentados os resultados da aplicação das probabilidades de Markov para as linhas i .

Tabela 20 – Matriz de transição das probabilidades de Markov outubro a março

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	0,0000	0,5000	0,0000	0,0000	0,5000	1,0000
2	0,0714	0,1429	0,2857	0,1429	0,3571	1,0000
3	0,0000	0,0455	0,1364	0,2273	0,5909	1,0000
4	0,0370	0,1481	0,1481	0,2222	0,4444	1,0000
5	0,0000	0,0625	0,0982	0,1339	0,7054	1,0000

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

O modelo matemático para a aplicação das probabilidades de Markov de outubro a março, foi calculado do mesmo modo que na aplicação das probabilidades de Markov de abril a setembro. Deste modo também foi definida a Matriz Frequência dos meses de outubro a março de 2020. Com esses agrupamentos foi possível atender os quesitos para calcular as probabilidades das Cadeias de Markov. As demais matrizes frequência, podem ser observadas no apêndice E.

3.6 PRODUTO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO P

A multiplicação entre matrizes está diretamente relacionada com o produto de duas matrizes, enquanto o número de linhas da matriz é definido com a notação m , as colunas recebem a letra n , para multiplicar duas matrizes, o número de colunas da primeira matriz deve ser igual ao número de linhas da segunda matriz, o resultado dessa operação será uma matriz com o número de linhas igual ao da primeira matriz e o número de colunas igual ao da segunda matriz (BRONSON, 2011).

A Equação (20) mostra o formato de uma matriz com as notações das linhas n , e das colunas m .

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & A_{m3} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix} \quad (20)$$

O produto entre duas matrizes é a multiplicação entre as matrizes A e B. O processo desse cálculo dá-se multiplicando a *Linha* A_{1n} pela *Coluna* B_{m1} da segunda matriz (BRONSON, 2011).

Esse cálculo é exemplificado através da Equação (21). Apenas como exemplo para este cálculo, foi utilizada uma matriz 2×2 .

$$A \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \times B \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x1 + 7x8 & 4x3 + 7x6 \\ 3x1 + 5x8 & 3x3 + 5x6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & 54 \\ 43 & 39 \end{bmatrix} \quad (21)$$

3.6.1 Cálculo das probabilidades da matriz de transição

Para os cálculos das probabilidades da matriz de transição, primeiramente as matrizes dos dois períodos tanto de abril a setembro como de outubro a março tiveram seus valores convertidos para notação de percentual (%). A Tabela 21 demonstra a matriz de transição de abril a setembro.

Tabela 21 - Matriz de transição P de abril a setembro

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	40,00%	15,00%	20,00%	17,50%	7,50%	100,00%
2	31,25%	12,50%	25,00%	25,00%	6,25%	100,00%
3	19,23%	0,00%	15,38%	34,62%	30,77%	100,00%
4	21,15%	9,62%	15,38%	42,31%	11,54%	100,00%
5	9,30%	6,98%	4,65%	16,28%	62,79%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Para os cálculos das probabilidades de Markov, foi adotado como critério duas casas depois da vírgula, este critério visa ter um resultado mais fidedigno e próximo com os eventos reais. Do mesmo modo, a Tabela 22 mostra a matriz de transição de outubro a março.

Tabela 22 - Matriz de transição P de outubro a março

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	0,00%	50,00%	0,00%	0,00%	50,00%	100,00%
2	7,14%	14,29%	28,57%	14,29%	35,71%	100,00%
3	0,00%	4,55%	13,64%	22,73%	59,09%	100,00%
4	3,70%	14,81%	14,81%	22,22%	44,44%	100,00%
5	0,00%	6,25%	9,82%	13,39%	70,54%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3.6.2 Matriz de transição P no passo 2

No passo 2 a matriz de transição P, nas probabilidades de Markov é elevada a segunda potência. O cálculo desta operação é elaborado com o uso da Equação (13) dos métodos de Chapman-Kolmogorov.

$$p_{ij}^{(2)} = P\{X(n) = j | X(0) = i\} \quad (13)$$

A Equação (13) é aplicada a Tabela 21, que nada mais é do que a matriz 5x5 elevada a segunda potência ($p_{ij}^{(2)}$), o resultado da equação dessa matriz é demonstrado na Tabela 23.

Tabela 23 - Matriz de transição P de abril a setembro no passo 2

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	28,93%	10,08%	17,87%	26,30%	16,82%	100,00%
2	27,08%	9,09%	17,36%	28,84%	17,63%	100,00%
3	20,84%	8,36%	12,97%	28,34%	29,49%	100,00%
4	24,45%	9,25%	16,05%	31,21%	19,05%	100,00%
5	16,08%	8,21%	9,75%	22,09%	43,87%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A mesma Equação (13) também é aplicada na matriz 5x5 para o período de outubro a março, demonstrado através da Tabela 22. Essa matriz é elevada a segunda potência ($p_{ij}^{(2)}$), e seu resultado é demonstrado através da Tabela 24.

Tabela 24 - Matriz de transição P de outubro a março no passo 2

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	3,57%	10,27%	19,20%	13,84%	53,13%	100,00%
2	1,55%	11,26%	13,60%	16,49%	57,10%	100,00%
3	1,17%	8,33%	12,33%	16,71%	61,46%	100,00%
4	1,88%	10,71%	13,91%	16,37%	57,12%	100,00%
5	0,94%	7,73%	12,04%	15,55%	63,74%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3.6.3 Matriz de transição P no passo 3

A matriz de transição P no passo 3, é o ato de elevar a matriz de transição P na sua forma original à terceira potência, como explicado através da Equação (13).

$$p_{ij}^{(3)} = P\{X(n) = j | X(0) = i\} \quad (13)$$

A Tabela 25 exhibe os resultados matriz de transição P de abril a setembro. Para tal foi aplicada a Equação (13) na Tabela 21 elevando-a na terceira potência.

Tabela 25 - Matriz de transição P de abril a setembro no passo 3

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	25,29%	9,30%	15,88%	27,63%	21,89%	100,00%
2	24,75%	9,20%	15,62%	28,09%	22,34%	100,00%
3	22,18%	8,95%	13,98%	27,02%	27,86%	100,00%
4	24,13%	9,15%	15,36%	28,45%	22,91%	100,00%
5	19,63%	8,62%	12,21%	24,73%	34,81%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Da mesma forma é aplicada a Equação (13) na Tabela 22, elevando-a a terceira potência, seu resultado é demonstrado através da Tabela 26.

Tabela 26 - Matriz de transição P de outubro a março no passo 3

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	1,25%	9,50%	12,82%	16,02%	60,42%	100,00%
2	1,42%	9,01%	13,12%	16,01%	60,44%	100,00%
3	1,21%	8,65%	12,57%	15,94%	61,62%	100,00%
4	1,37%	9,10%	12,99%	15,98%	60,56%	100,00%
5	1,13%	8,41%	12,41%	15,83%	62,22%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

As matrizes de transição P no passo N referentes aos meses de abril a setembro, podem ser observadas no Apêndice F. As matrizes de transição P no passo N referente aos meses de outubro a março, podem ser observadas no Apêndice G.

3.7 PROBABILIDADE DE ESTADO ESTÁVEL

A probabilidade de estado estável é alcançada quando as colunas j da matriz de transição P atingem um nível de estabilidade, ou seja, quando a elevação do expoente n na expressão $p_{ij}^{(n)}$, já não gera variações perceptíveis para as probabilidades das Cadeias de Markov. Com o objetivo de ter resultados precisos e confiáveis, optou-se por adotar a matriz de transição P elevada até a décima potência, como é mostrado na Equação (13).

$$p_{ij}^{(10)} = P\{X(n) = j | X(0) = i\} \quad (13)$$

Assim, a Equação (13) é aplicada a matriz 5x5 demonstrada na Tabela 21 elevando-a a décima potência ($p_{ij}^{(10)}$), obtendo deste modo como resultado a matriz de estado estável do período de abril a setembro demonstrado na Tabela 27.

Tabela 27 - Matriz de estado estável de abril a setembro

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%
2	22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%
3	22,97%	9,02%	14,47%	27,03%	26,50%	100,00%
4	22,99%	9,02%	14,47%	27,04%	26,47%	100,00%
5	22,96%	9,02%	14,46%	27,02%	26,54%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

É possível notar que os valores até a segunda casa após a vírgula das colunas j se repetem, tendo uma variação imperceptível para a aplicação das probabilidades de Markov. Neste contexto, é correto afirmar que a matriz de transição atingiu seu estado estável.

De forma igual, a Equação (13) é aplicada a matriz 5x5 do período de outubro a março demonstrado através da Tabela 22, elevando-a a décima potência ($p_{ij}^{(10)}$). Como resultado desta equação foi obtida a matriz de estado estável de outubro a março, demonstrada na Tabela 28.

Tabela 28 - Matriz de estado estável de outubro a março

De / Para	1	2	3	4	5	Total
1	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
2	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
3	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3.7.1 Vetor de estado estável

O vetor de estado estável é extraído da matriz de estado estável, uma vez que os valores da coluna j se repetem, os resultados são considerados satisfatórios para a aplicação das probabilidades das Cadeias de Markov. A Tabela 29 pode ser citada como um exemplo.

Tabela 29 - Exemplo de estado estável

De / Para	1
1	22,99%
2	22,99%
3	22,97%
4	22,99%
5	22,96%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Neste exemplo, a Tabela 29 foi um trecho extraído da Tabela 27. Nela, é possível verificar que os resultados se repetem, por mais que haja alguma alteração na segunda casa após a vírgula, como pode ser observado na passagem de estado de 3 para 1 e, na passagem de estado de 5 para 1 em relação as outras passagens de estado, esse resultado é considerado correto.

Com base nessa teoria, o valor de estado estável dos meses de abril a setembro, é representado na Tabela 30.

Tabela 30 - Vetor estável abril a setembro

1	2	3	4	5	Total
22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Essa teoria também é válida para o cálculo do vetor estável dos meses de outubro a março, o qual é representado através da Tabela 31.

Tabela 31 - Matriz do vetor estável de outubro a março

1	2	3	4	5	Total
1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Onde:

- 1: Produção de energia elétrica em até 30,00 kWh;
- 2: Produção de energia elétrica de 30,01 kWh até 50,00 kWh;
- 3: Produção de energia elétrica de 50,01 kWh até 70,00 kWh;
- 4: Produção de energia elétrica de 70,01 kWh até 90,00 kWh;
- 5: Produção de energia elétrica acima de 90,01 kWh;

As matrizes de vetor estável e também o vetor estável dos meses de abril a setembro e, de outubro a março; podem ser observadas no Apêndice H.

4 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e avaliados os resultados dos estudos realizados na produção de energia elétrica do sistema fotovoltaico através das probabilidades das Cadeias de Markov.

O modelo matemático desenvolvido nesse estudo, serve como uma ferramenta de cálculo para o longo dos anos envolvendo o sistema de energia solar estudado. No entanto, caso o sistema sofra qualquer alteração na sua configuração como a capacidade de geração de energia solar, os cálculos deverão ser refeitos e remodelados para que as informações sejam extraídas de forma exata.

Por isso, é importante que seja realizado um novo estudo colhendo os dados e analisando os valores da geração de energia solar, dessa forma, os fatores do sistema de energia fotovoltaica estudados estarão sempre atualizados com as probabilidades das Cadeias de Markov, gerando resultados confiáveis.

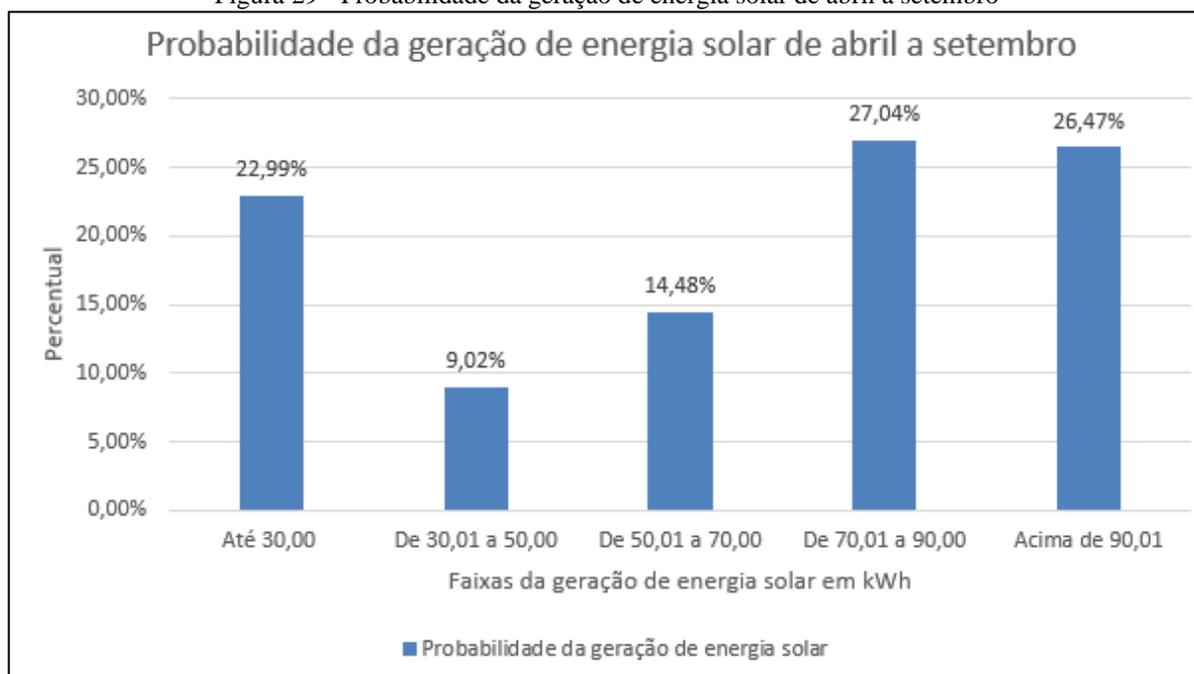
As Tabelas 30 e 31 apresentam o vetor estável dos respectivos intervalos de tempo analisados. Com base nesse vetor, é possível executar a metodologia matemática das Cadeias de Markov, exemplificando as probabilidades da geração de energia elétrica.

4.1 PROBABILIDADE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA DE ABRIL A SETEMBRO

Ao visualizar a Tabela 30 que mostra o vetor estável dos meses de abril a setembro, é possível verificar que existe uma homogeneidade, ou seja, existe um equilíbrio entre as faixas 1, 4 e 5, diferentemente das faixas 2 e 3 que indicam um menor percentual da probabilidade de geração de energia elétrica.

Em função da Tabela 30 foi gerado um gráfico que pode ser visualizado através da Figura 29 que mostra os percentuais da produção de energia fotovoltaica em cada faixa.

Figura 29 - Probabilidade da geração de energia solar de abril a setembro



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nessa figura que traz os mesmos resultados da Tabela 30, é possível verificar que entre os meses de abril a setembro existe uma maior probabilidade de a produção de energia solar transitar pelas faixas 1, 4 e 5. O que chama a atenção, é que a faixa 1 difere das faixas 4 e 5 por ser a faixa de menor produção de energia solar, isto é, a faixa 1 representa uma produção de até 30,00 kWh, enquanto as faixas 4 e 5 representam a produção de energia acima de 70,01 kWh.

Isso se deve muito ao clima da região onde está instalado o sistema de energia fotovoltaica. As estações de outono e inverno predominam o intervalo de tempo de abril e setembro dessa região, e é caracterizado por dias nublados em que existe pouca irradiação do sol, fenômeno que é essencial para a geração de energia solar.

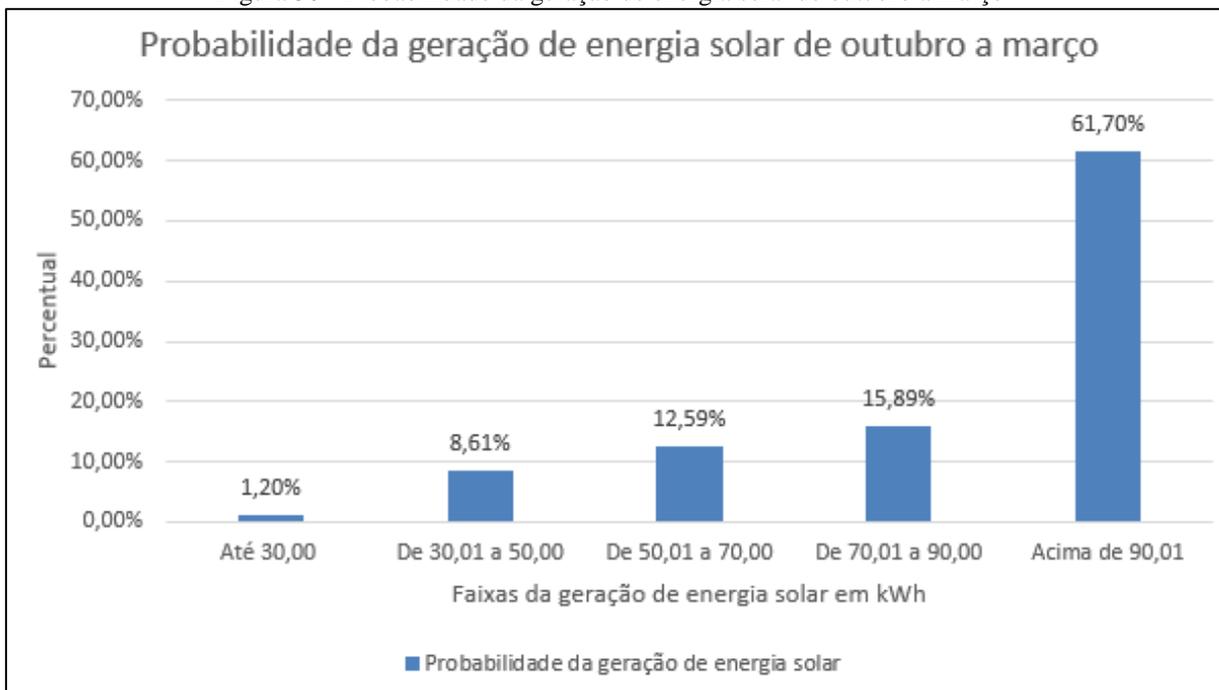
O inverno dessa região também tem a característica de dias com muita irradiação solar, o que explica a rotatividade entre uma baixa produção de até 30,00 kWh da faixa 1, e a alta produção das faixas 4 e 5.

4.2 PROBABILIDADE DE GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA DE OUTUBRO A MARÇO

A matriz de vetor estável para os meses de outubro a março, é exposto pela da Tabela 31. O resultado desse vetor molda as probabilidades das Cadeias de Markov para os meses de outubro a março.

A Figura 30, mostra um gráfico com o percentual das probabilidades da geração de energia solar referente a cada faixa, que são os mesmos resultados da Tabela 31.

Figura 30 - Probabilidade da geração de energia solar de outubro a março



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Nota-se que um valor percentual consideravelmente baixo está localizado na faixa 1, que é a faixa com a geração mínima de energia solar. As faixas 2, 3 e 4 com uma geração de energia solar entre 30 kWh e 90 kWh, tem aproximadamente 37% da geração de energia entre os meses de outubro a março.

De modo significativo, as probabilidades de Markov reservam um percentual muito elevado para a faixa 5, em relação as demais faixas. Isso quer dizer que, a geração de energia solar será preponderantemente acima de 90,01 kWh, estabilizando-se na faixa 5.

Isso se deve ao clima característico dessa região nos meses de outubro a março, em que o principal componente para a geração de energia que é a irradiação solar, atua de forma predominante.

4.3 ANÁLISE DA GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA

Neste capítulo é abordado as análises da geração de energia solar ao longo dos anos pelas probabilidades de Markov referentes. Também é estudado o consumo de energia elétrica do CARVI e os valores da energia.

4.3.1 Geração de energia fotovoltaica pelas probabilidades de Markov

A análise dos resultados foi realizada em um ano bissexto, segundo a união internacional astronômica (IAU), que em inglês significa *International Astronomical Union*, diz que um ano bissexto constitui um total de 366 dias (IAU, 1989). Já, o total de dias em um ano não bissexto, é formado por 365 dias (IAU, 1989).

Por tanto, para análise econômica deste trabalho os cálculos foram realizados contabilizando todos os anos com 365 dias em um período de dez anos, iniciando em 2021 até o ano de 2030.

Partindo da premissa de que um ano possui 365 dias e que a análise dos dados desse trabalho foi dividida em dois períodos, o período de inverno que compreende os meses de abril a setembro e o período de verão dos meses de outubro a março, a Equação (22) mostra a divisão dos dias de cada período referente ao intervalo de um ano.

$$D = \frac{D_{ano}}{Período} = \frac{365}{2} = 182,5 \quad (22)$$

Onde:

D : Corresponde ao total de dias;

D_{ano} : Número de dias em um ano;

$Período$: Número de períodos dentro de um ano;

A Tabela 32, mostra a divisão dos dois períodos analisados nesse trabalho.

Tabela 32 - Dias por período

Período	Dias
De abril a setembro	182,5
De outubro a março	182,5

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com os resultados obtidos na Tabela 32, é possível analisar a probabilidade da geração de energia solar relacionando-os ao número de dias referente a cada período. A Equação (23) mostra como o cálculo foi desenvolvido.

$$100Prob_{dia} = (D \times Probabilidade) \quad (23)$$

Onde:

$Prob_{dia}$: Corresponde a probabilidade da geração de energia solar em dias;

D : Corresponde ao total de dias;

$Probabilidade$: É a probabilidade da geração de energia elétrica em percentual;

Com a Equação (23) a probabilidade da geração de energia solar foi distribuída em relação a quantidade de dias correspondente ao período de análise mostrado nas Figuras 29 e 30. Abaixo, como exemplo é desenvolvida a Equação (24) correspondente à faixa 1 do mês de abril a setembro, mostrada na Tabela 30 que mostra a probabilidade de 29,99% de geração de energia fotovoltaica.

$$100Prob_{dia} = (182,5 \times 29,99) \quad (24)$$

$$Prob_{dia} = \frac{4195,68}{100} = 41,96$$

A equação acima explica que para o período de abril a setembro, a probabilidade de 29,99% da geração de energia solar da faixa 1, corresponde a aproximadamente 41,96 dias.

A Tabela 33, mostra a probabilidade da geração de energia fotovoltaica distribuída em dias, em relação ao período e ao percentual de cada faixa para os meses de abril a setembro.

Tabela 33 - Dias correspondentes a geração de energia solar de abril a setembro

Período de abril a setembro		
Faixa	Média em kWh	Dias
1	15	41,96
2	40	16,46
3	60	26,43
4	80	49,35
5	110	48,30
Total		182,5

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A Tabela 33 mostra a média de dias em que ocorrerão a geração de energia fotovoltaica em relação à média de kWh aplicadas pelas probabilidades de Markov.

De forma igual, a Tabela 34 mostra a relação das médias de geração de energia solar com os dias para o período de outubro a março.

Tabela 34 - Dias correspondentes a geração de energia solar de outubro a março

Período de outubro a março		
Faixa	Média em kWh	Dias
1	15	1,87
2	40	15,91
3	60	22,98
4	80	29,04
5	114	112,7
Total		182,5

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Na Tabela 34 é possível verificar que o sistema solar fará uso do seu rendimento máximo na maior parte de período de outubro a março, com aproximadamente 112,7 dias gerando energia elétrica diária com uma média de 114 kWh.

4.3.2 Consumo de energia elétrica do CARVI

Para a análise econômica do sistema de energia solar, foi necessário o colhimento dos dados das contas da energia elétrica do CARVI, instituição no qual está instalado sistema fotovoltaico. Os dados recolhidos para a análise correspondem aos meses de março de 2019 até fevereiro de 2020.

Foram escolhidos esses meses, pois em meados de março de 2020 a Universidade de Caxias do Sul suspendeu as aulas presenciais devido a uma pandemia do COVID – 19, de repercussão mundial.

Por tanto, essas datas foram escolhidas para que os resultados da análise econômica proporcionada pelo sistema fotovoltaico sejam fidedignos com os gastos em energia elétrica com a universidade em pleno funcionamento.

A Tabela 35 mostra o consumo de energia elétrica em kWh do Campus Universitário da Região dos Vinhedos (CARVI) da Universidade de Caxias do Sul (UCS).

Tabela 35 - Relatório dos custos de energia elétrica UCS CARVI

Data	Ponta (kWh)	Fora de Ponta (kWh)
Março de 2019	1.134	6.256
Abril de 2019	3.747	8.136
Mai de 2019	2.966	7.608
Junho de 2019	2.218	6.368
Julho de 2019	2.293	5.768
Agosto de 2019	2.044	5.296
Setembro de 2019	2.494	8.776
Outubro de 2019	2.883	7.272
Novembro de 2019	3.489	8.544
Dezembro de 2019	5.110	10.360
Janeiro de 2020	2.026	7.080
Fevereiro de 2020	0.920	5.756

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

É importante ressaltar que os dados do consumo de energia elétrica e suas respectivas faturas foram cedidas pela Universidade de Caxias do Sul.

A Universidade de Caxias do Sul é uma UC (Unidade Consumidora) atendida em alta tensão. A sua fatura de energia elétrica vem dividida em alguns itens, entre eles dois itens que são utilizados para os cálculos deste trabalho que são eles: consumo Fora de Ponta e consumo de Ponta.

O consumo de energia elétrica sofre variações ao longo de um dia, existem horários de maior e de menor consumo. O horário de maior consumo se dá durante o início da noite, causando um pico de energia elétrica (ANEEL, 2012). No CARVI não é diferente, onde o pico de consumo de energia elétrica acontece no período entre 18:00 horas e 22:00 horas, momento em que existe uma maior concentração de pessoas e que todos os compartimentos da universidade estão a pleno funcionamento.

Para que houvesse uma conscientização do uso da energia elétrica durante esse pico de energia, a ANEEL regulamentou um período de três horas (entre 18:00 horas e 21:00 horas) em que o valor do kWh poderia sofrer alterações elevando o seu custo, denominando-se *Consumo de Ponta* (ANEEL, 2012).

4.3.3 Probabilidade média de geração de energia fotovoltaica para os anos de 2021 a 2030

Partindo da premissa de que um ano possui 365 dias (IAU, 1989), e que a análise dos dados desse trabalho foi dividida em dois períodos, o período de inverno que compreende os meses de abril a setembro e o período de verão dos meses de outubro a março, a Equação (24) mostra a divisão dos dias de cada período referente ao intervalo de um ano.

Por tanto, para essa análise econômica deste trabalho, os cálculos foram realizados contabilizando todos os anos com 365 dias em um período de dez anos, do ano de 2021 até o ano de 2030.

Com os resultados obtidos até agora, é possível quantificar a geração de energia elétrica que o sistema fotovoltaico irá produzir de acordo com a média calculada para cada faixa.

O período de verão por exemplo, que compreende os meses de outubro a março a faixa 5 possui uma média de geração de energia fotovoltaica de 114 kWh o que pelas probabilidades de Markov resulta em um total de 112,7 dias para este período, como mostra a Tabela 34.

Isso quer dizer que em um ano a faixa 5 do período de outubro a março irá gerar cerca de 12.848 kWh. Para esse cálculo, foi aplicado a Equação (25).

$$Ef_{anual} = Med_{kWh} \times D \quad (25)$$

$$Ef_{anual} = 114 \times 112,7$$

$$Ef_{anual} = 12.847,8 \text{ kWh}$$

Onde:

Ef_{anual} : Corresponde de energia fotovoltaica produzida em um ano;

Med_{kWh} : Corresponde a média de kWh da faixa;

D : Corresponde ao total de dias;

Esta faixa é multiplicada por dez, que representa o período de dez anos que é o intervalo de tempo estabelecido para a análise deste trabalho. A Equação (26) mostra a quantidade de energia fotovoltaica que será produzida no período de 2021 à 2030.

$$Ef_{N_anos} = N \times Ef_{anual} \quad (26)$$

$$Ef_{N_anos} = 10 \times 12.847,8$$

$$Ef_{N_anos} = 128.478 \text{ kWh}$$

Onde:

$E_{f_{N_{anos}}}$: Corresponde ao total de energia fotovoltaica produzida na quantidade de anos determinado;

N : Corresponde a quantidade de anos determinado;

A Tabela 36, mostra o total de produção de energia fotovoltaica dos meses de abril a setembro pelo período de dez anos, isso se mantida a relação entre estados.

Tabela 36 - Geração de energia fotovoltaica de abril a setembro no período de dez anos

Período de abril a setembro					
Faixa	Média (kWh)	Probabilidade (%)	Dias	Geração de energia fotovoltaica em 1 ano (kWh)	Geração de energia fotovoltaica em 10 anos (kWh)
1	15	22,99%	41,96	0.629	6.294
2	40	9,02 %	16,46	0.658	6.584
3	60	14,48%	26,43	1.586	15.858
4	80	27,04%	49,35	3.948	39.480
5	110	26,47%	48,30	5.313	53.130
Total				12.134	121.346

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A avaliação da Tabela 36 mostra que o sistema fotovoltaico irá gerar um total de 121.346 kWh nos meses de abril a setembro para um período de dez anos.

A Tabela 37 mostra o total de produção de energia fotovoltaica dos meses de outubro a março pelo período de dez anos.

Tabela 37 - Geração de energia fotovoltaica de outubro a março no período de dez anos

Período de abril a setembro					
Faixa	Média (kWh)	Probabilidade (%)	Dias	Geração de energia fotovoltaica em 1 ano (kWh)	Geração de energia fotovoltaica em 10 anos (kWh)
1	15	1,02%	1,87	0.028	0.280
2	40	8,61 %	15,91	0.636	6.364
3	60	12,59%	22,98	1.378	13.788
4	80	15,89%	29,04	2.323	23.232
5	114	61,70%	112,7	12.847	128.478
Total				17.214	172.142

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A Tabela 37 indica que pelas probabilidades de Markov, o sistema de energia fotovoltaico irá gerar um total de 172.142 kWh para um período de dez anos entre outubro e março.

Somando os dois períodos de inverno e verão, pelas probabilidades das Cadeias de Markov o sistema de energia fotovoltaica do CARVI irá gerar um total de 293.488 kWh de energia solar.

Baseado nestes cálculos, a Tabela 38 ilustra o total de energia que o sistema fotovoltaico irá gerar durante de 2021 até 2030.

Tabela 38 - Geração de energia fotovoltaica para os anos de 2021 a 2030

Período de geração de energia solar para os anos de 2021 a 2030	Geração de energia solar (kWh)
Abril a setembro	121.346
Outubro a março	172.142
Total	293.488

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.4 ANÁLISE ECONÔMICA

Para a análise econômica do sistema de energia solar instalado no CARVI, foi necessário primeiramente o estudo sobre o custo com a implantação do sistema de energia solar que foi instalado no CARVI.

É importante ressaltar que a Universidade de Caxias do Sul foi contemplada com um projeto, através de um edital lançado pela CPFL Energia através do Programa de Eficiência Energética, que tem por objetivo a redução no consumo de energia, principalmente no horário de ponta (RGE, 2019).

Portanto, mesmo que a universidade não tenha tido custos, as análises financeiras e econômicas levaram em conta os valores totais do projeto do sistema fotovoltaico.

Conforme RGE (2019), os custos totais com a implantação do sistema fotovoltaico envolveram: o projeto elétrico e homologação do sistema, placas fotovoltaicas, inversor de frequência, estrutura de solo, estrutura para a guarnição do inversor de frequência, materiais elétrico e mão de obra, resultando num valor total investido de R\$109.740,00.

O orçamento referente a execução do projeto do sistema de energia fotovoltaica no CARVI, pode ser observado no Apêndice I.

Este orçamento, contendo os valores totais da implantação do sistema foram disponibilizados pela Universidade de Caxias do Sul.

4.4.1 Análise dos valores do kWh

Para calcular a economia que o sistema fotovoltaico vai gerar para a universidade, é preciso estudar os valores do kWh.

O preço do kWh é definido pela empresa RGE Sul Distribuidora de Energia S.A., concessionária responsável pelo abastecimento de energia elétrica da região onde está instalado o sistema de energia fotovoltaica.

O valor do kWh é dividido entre a Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição – TUSD, e a Tarifa do Consumo de Energia – TE, onde essas tarifas são aplicáveis sobre o consumo de energia ativa.

A Tabela 39 mostra o valor do kWh aplicados pela RGE.

Tabela 39 - Preço do kWh

Tarifa	Fora de Ponta (R\$)	Ponta (R\$)
TE	0,25581	0,42628
TUSD	0,08203	0,82488
Total	0,307611	1,25116

Fonte: Adaptado de RGE Sul Distribuidora de Energia S.A. (2021).

O valor do kWh é a soma da TE e da TUSD, ou seja, o preço do kWh quando usado em fora de ponta é um total de R\$0,307611, já quando é usado no momento de ponta, o valor do kWh sobe para R\$1,25116.

A metodologia das probabilidades de Markov da análise econômica foi aplicado ao consumo de energia elétrica em horário fora de ponta, visto que a compensação de energia elétrica entre a gerada pelo consumidor e a fornecida pela concessionária, se deve ao momento em que a energia solar está sendo produzida pelo sistema fotovoltaico, e isso acontece durante o período do dia, ou seja, durante o período fora de ponta.

Por tanto, o valor aplicado para a análise econômica do sistema foi R\$0,307611.

4.4.2 Análise da média anual da geração de energia fotovoltaica

O cálculo da média de produção de energia fotovoltaica é calculado através da Tabela 38, que demonstra o total de energia solar produzida ao longo dos dez anos estabelecidos neste trabalho.

A quantidade total de energia produzida neste período é de 293.488 kWh, e é aplicada na Equação (29).

$$Média_{anual_energia} = \frac{\Sigma Total_energia_{N_anos}}{\Sigma N_anos} \quad (29)$$

$$Média_{anual_energia} = \frac{293.488}{10}$$

$$Média_{anual_energia} = 29.348,8 \text{ kWh}$$

Onde:

$Média_{anual_energia}$: Corresponde a média anual de geração de energia fotovoltaica;

$\Sigma Total_energia_{N_anos}$: Corresponde ao somatório de geração de energia solar;

ΣN_anos : Corresponde ao somatório dos anos;

A Equação (29) mostra uma média anual de 29.348,8 kWh de produção de energia fotovoltaica de acordo com as probabilidades de Markov.

4.4.3 Análise média de economia anual

A média anual de economia é baseada nos resultados dos valores do kWh estabelecidos pela concessionária de energia elétrica da região do CARVI, como já foram demonstrados na Tabela 39, e também da média anual da produção de energia solar resultado da Equação (29).

A análise da economia média foi calculada em razão destes resultados, como pode ser observado através da Equação (30).

$$Economia_{media_kWh} = Média_{anual_energia} \times Tarifa_{fora_ponta} \quad (30)$$

$$Economia_{media_kWh} = 29.348,8 \times 0,307611$$

$$Economia_{media_kWh} = R\$9.028,01$$

Onde:

$Economia_{media_kWh}$: Corresponde a economia média de kWh;

$Tarifa_{fora_ponta}$: Corresponde ao valor da tarifa de energia elétrica;

Este resultado informa uma economia média anual de R\$9.028,01 que o sistema de energia fotovoltaico irá proporcionar.

4.4.4 Análise dos índices e taxas

Neste capítulo são estudados os principais indicadores que influenciam na análise financeira e econômica do sistema de energia fotovoltaica. Estes indicadores apontam as variações das taxas nacionais, elevando os valores baseados em índices como a inflação dentre outros.

4.4.4.1 Análise do IPCA

Um dos indicadores que influenciam na análise financeira do sistema, é o IPCA.

O IPCA é uma ferramenta usada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas – IBGE, e tem como objetivo medir a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados, entre eles, a variação da inflação do custo da energia elétrica (IBGE, 2021).

Como foi definido um intervalo de tempo de dez anos para a análise das probabilidades de Markov para este trabalho, os valores do IPCA foram estudados com um intervalo de tempo igual, ou seja, também de dez anos; entre os anos de 2011 a 2020.

A Tabela 40 mostra os valores do IPCA durante os anos de 2011 a 2020.

Tabela 40 – Média IPCA

Ano	IPCA
2011	6,50%
2012	5,84%
2013	5,91%
2014	6,41%
2015	10,67%
2016	6,29%
2017	2,95%
2018	3,75%
2019	4,31%
2020	4,52%

Fonte: Adaptado de IBGE (2021).

Observando a Tabela 40, é possível calcular uma média aritmética aplicando a Equação (31).

$$IPCA = \frac{\sum inf}{\sum N_anos} \quad (31)$$

$$IPCA = \frac{(6,50+5,84+5,91+6,41+10,67+6,29+2,95+3,75+4,31+4,52)}{10}$$

$$IPCA = 5,71\%$$

Onde:

IPCA: Corresponde à média da inflação pelo IPCA;

$\sum inf$: Corresponde ao somatório das inflações;

$\sum N_anos$: Corresponde ao somatório dos anos;

4.4.4.2 Análise da variação do valor do kWh

Segundo ANEEL (2021), a energia elétrica teve um aumento de 230%, enquanto a inflação foi de 189%. No ano de 2017, a energia elétrica chegou a ter um aumento entre 20% e 30%. Isso mostra que a valorização do kWh é relativamente superior em comparação com a inflação nacional, medida pelo IPCA.

Com base nessas informações, é possível calcular um valor médio anual do aumento da Tarifa da energia elétrica.

Para o cálculo deste indicador, foi buscado um histórico no site da ANEEL, que mostra o aumento das tarifas de energia elétrica TUSD e TE, para cada ano.

Este histórico foi buscado em um intervalo de tempo igual ao período analisado neste trabalho, ou seja, de dez anos.

Portanto, foram analisados os aumentos das tarifas de energia elétrica entre os anos de 2011 à 2020.

Os aumentos das tarifas de energia, são maiores que os aumentos da inflação medido pelo IPCA, então, este aumento foi um indicador que compôs a análise dos índices deste trabalho.

Fundamentado nos dados da ANEEL, sobre o aumento da tarifação nos anos de 2011 à 2020, foi considerado um valor de 3% para a análise do índice da variação do aumento dos valores tarifários de energia elétrica.

A Equação (32), mostra o resultado.

$$Média_{energia_elétrica} = 3\% \quad (32)$$

4.4.5 Análise econômica do sistema de energia fotovoltaica

Para a análise econômica do sistema de energia fotovoltaica, são abordados itens como: a média anual de produção de energia solar, os indicadores e as tarifas TUSD e TE.

4.4.5.1 Análise dos indicadores

Para calcular a análise econômica nas probabilidades de Markov para o sistema fotovoltaico, são aplicados os indicadores do IPCA de 5,71% demonstrado através da Equação (31) e da variação média anual do aumento da tarifa da energia elétrica de 3%, demonstrado através da Equação (32).

Como a média da variação do aumento dos valores das tarifas da energia elétrica é relativamente maior que o valor médio da inflação medido pelo IPCA, esses valores são somados.

Dessa forma, a economia que o sistema fotovoltaico irá proporcionar durante o longo dos dez anos ficará bem próximo da realidade, acompanhando os reajustes dos indicadores nacionais.

Através da Equação (33) pode ser observado a soma dos indicadores.

$$Indicadores = IPCA + Média_{energia_eletrica} \quad (33)$$

$$Indicadores = 5,71 + 3$$

$$Indicadores = 8,71\%$$

4.4.5.2 Análise econômica do sistema de energia

Com o resultado da média dos indicadores, é possível dimensionar anualmente a variação dos valores das tarifas de energia elétrica. Para isso, é aplicada a Equação (34).

$$Preço_{kWh_atual} = \left(\frac{Med_{inf} \times Preço_{kWh_ano}}{100} \right) + Preço_{kWh_ano} \quad (34)$$

$$Preço_{kWh_atual} = \left(\frac{8,71 \times 0,307611}{100} \right) + 0,307611$$

$$Preço_{kWh_atual} = 0,02679292 + 0,307611$$

$$Preço_{kWh_atual} = R\$0,3344039$$

Onde:

$Preço_{kWh_atual}$: Corresponde ao valor do kWh atualizado;

Med_{inf} : Corresponde ao valor médio dos indicadores em 8,71%;

$Preço_{kWh_ano}$: Corresponde ao valor do kWh referente ao ano calculado;

A Equação (34) atualiza anualmente os valores das tarifas de energia

Com o valor atualizado das tarifas TUSD e TE, é possível calcular a economia gerada pelo sistema fotovoltaico no ano referenciado.

Fundamentado nestas equações é possível desenvolver uma análise do valor total que o sistema de energia solar irá gerar, pelas probabilidades de Markov, ao longo dos dez anos estabelecidos neste trabalho. Esta análise pode ser observada através da Tabela 41.

Tabela 41 - Análise econômica do sistema de energia fotovoltaica

Ano	Média anual de geração de energia solar (kWh)	Indicadores	TUSD-TE (R\$)	Economia (R\$)
2021	29.348,8	-	0,307611	9.028,01
2022	29.348,8	8,71%	0,3344039	9.814,37
2023	29.348,8	8,71%	0,3635305	10.669,20
2024	29.348,8	8,71%	0,3951940	11.598,48
2025	29.348,8	8,71%	0,4296154	12.608,71
2026	29.348,8	8,71%	0,4670349	13.706,93
2027	29.348,8	8,71%	0,5077136	14.900,81
2028	29.348,8	8,71%	0,5519354	16.198,67
2029	29.348,8	8,71%	0,6000089	17.609,57
2030	29.348,8	8,71%	0,65226997	19.143,37
Total				135.278,14

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A Tabela 41 mostra que o sistema de energia fotovoltaica irá proporcionar para o CARVI da Universidade de Caxias do Sul um total de R\$135.278,14, durante os dez anos de análise das probabilidades Markovianas.

4.4.6 Payback

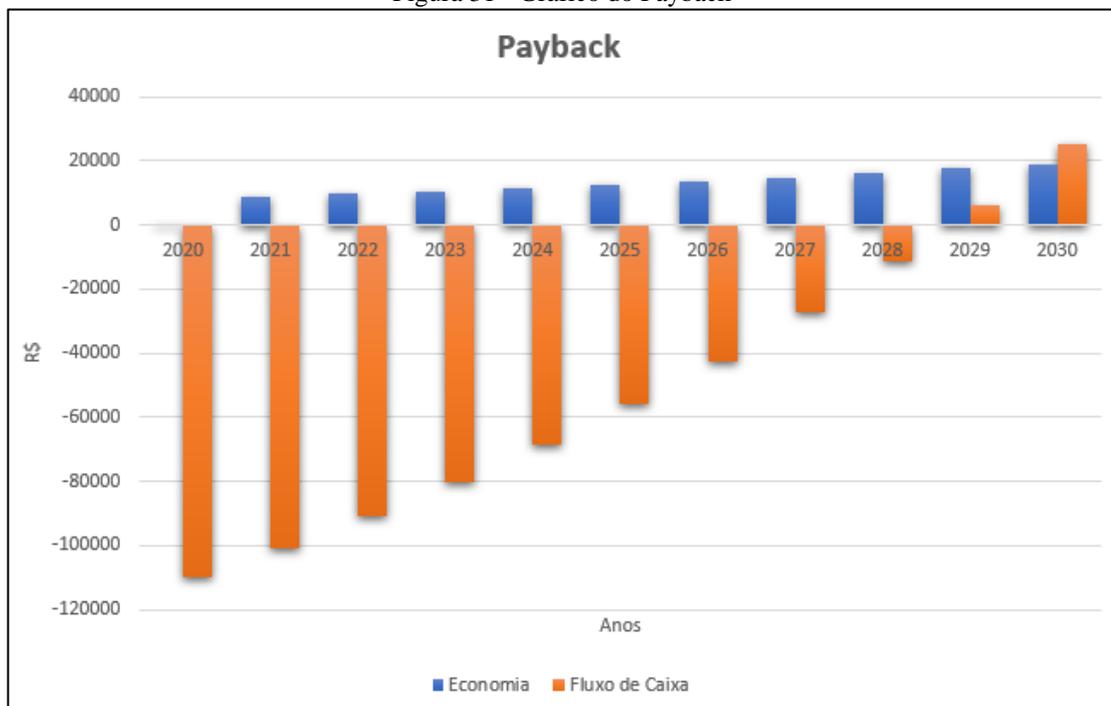
O Payback é uma técnica muito utilizada para analisar os investimentos. Com ela é possível saber quanto tempo demora para se ter um retorno financeiro do valor inicial investido (GITMAN, 2006).

O payback possui um nível de liquidez e de fluxo de caixa que embasam os investidores na hora de aplicar o seu capital em um projeto, pois é possível analisar para que o passivo adicionado ao fluxo de caixa gerado pelo investimento seja suprido pela economia gerada pelo projeto (ROSS et al., 2013).

É importante notar que para a formulação da economia e do retorno de investimento do sistema de energia fotovoltaica, foram contabilizados indicadores da variação dos valores das tarifas de energia elétrica tem influência direta no retorno de investimento do sistema. Por este motivo, não foi utilizada a equação do payback simples, que não consideram índices e taxas nacionais.

Através da Figura 31, é possível observar o payback do sistema de energia fotovoltaica.

Figura 31 - Gráfico do Payback



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Através da Figura 31 é possível analisar o comportamento do fluxo de caixa e da economia no período estabelecido de 2021 à 2030.

O ano de 2020 foi considerado, pois para este trabalho foi estabelecido como o investimento inicial no projeto do sistema fotovoltaico, gerando um passivo de R\$109.740,00; valor do investimento.

Nota-se que no ano de 2020 não há economia, pois, este trabalho iniciou as análises no ano de 2021, portanto a geração de energia solar do ano de 2020 foi desconsiderada.

A partir do ano de 2021, já se tem uma economia gerada pelo sistema fotovoltaico, analisado e aplicado através das probabilidades de Markov, ao mesmo tempo que se tem o valor da economia, o fluxo de caixa vai se movimentando, diminuindo o passivo do capital investido no projeto.

O dado mais importante deste gráfico, é o ponto de intersecção, ou seja, o momento em que se tem o Payback. Observa-se que o fluxo de caixa se torna positivo no ano de 2029, é nesse ano que o capital investido no projeto retorna a sua totalidade o investidor.

Como mencionado, as análises das probabilidades de Markov deste projeto iniciou-se no ano de 2021, e o retorno de investimento deu-se no ano de 2029, portanto, o Payback do sistema de energia fotovoltaica é de 8 anos.

Este Payback é demonstrado através da Equação (35).

$$\textit{Payback} = 8 \textit{ anos} \tag{35}$$

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho aplicou o método das Cadeias de Markov em um sistema de energia solar. Os sistemas de geração de energias renováveis estão em uma escala ascendente no mundo todo, pois esse tipo de sistema diminui consideravelmente os prejuízos ao meio ambiente, por isso muitos chamam esse modelo de geração de energia de *Energia Limpa*.

O sistema fotovoltaico foi detalhadamente estudado desde sua estrutura, potência, capacidade de geração e principalmente a sua performance produtiva ao longo do período do ano de 2020, que serviu como base de dados para a aplicação das Cadeias de Markov deste trabalho.

Através das metodologias das Cadeias de Markov foram atingidos os resultados propostos inicialmente neste trabalho, como a probabilidade de geração de energia fotovoltaica em um período de dez anos que compreende os anos de 2021 até 2030 que resultou em um total de 293.488 kWh.

Esta quantidade de energia solar produzida pelo sistema fotovoltaico, segundo as probabilidades de Markov irá gerar uma economia total de R\$135.278,14, para os anos de 2021 até 2030. Neste valor foi contabilizado uma média dos indicadores como IPCA e da variação do aumento dos valores das tarifas de energia elétrica, buscado num histórico entre os anos de 2011 até 2020 de mesma proporção de tempo, ou seja, também de dez anos.

Por fim, foi analisado o payback que a universidade levará para alcançar o retorno de investimento caso tivesse investido no sistema solar, uma vez que a UCS foi contemplada por um projeto de empresa CPFL. A execução do projeto do sistema de energia fotovoltaica teve um custo total de R\$109.740,00.

Este payback atingiu como resultado aproximadamente 8 anos para a universidade obter o valor investido no sistema fotovoltaico.

Os resultados obtidos são considerados satisfatórios e eficientes, o modelo matemático alcançado serve como base para calcular a probabilidade da geração de energia solar desse sistema fotovoltaico, por um período de tempo indeterminado, ou seja, ele pode ser aplicado ao longo dos anos sem que a sua eficiência seja alterada, a menos é claro, que ocorra algum evento meteorológico que altere as condições climáticas da região onde se encontra o sistema fotovoltaico.

Esse modelo matemático pode também ser aplicado em outras unidades de energia solar, para tanto basta realizar um novo estudo da capacidade e dos dados da geração de energia solar do sistema fotovoltaico.

6 REFERÊNCIAS

- ANEEL - AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Brasil ultrapassa marca de 1GW em geração distribuída**. Brasília, DF, 2019. Disponível em: <https://www.aneel.gov.br/sala-de-imprensa-exibicao/-/asset_publisher/XGPXSqdMFHrE/content/brasil-ultrapassa-marca-de-1gw-em-geracao-distribuida/656877>. Acesso em: 4 jun. 2021.
- _____. **Horário de Ponta – P**: Brasília, DF, 2012. Disponível em: <https://www.aneel.gov.br/busca?p_p_id=101&p_p_lifecycle=0&p_p_state=maximized&p_p_mode=view&_101_struts_action=%2Fasset_publisher%2Fview_content&_101_returnToFullPageURL=%2Fweb%2Fguest%2Fbusca&_101_assetEntryId=15049667&_101_type=content&_101_groupId=656835&_101_urlTitle=horario-de-ponta-p&inheritRedirect=true>. Acesso em: 26 mai. 2021.
- _____. **Resolução Normativa nº 109, de 26 de outubro de 2004**: Institui a Convenção de Comercialização de Energia Elétrica. Brasília, DF, 2004. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2004109.pdf>>. Acesso em: 5 jun. 2021.
- _____. **Resolução Normativa ANEEL n. 482, de 17 de ABRIL de 2012a**: Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br>>. Acesso em: 6 jun. 2021.
- _____. **Resolução Normativa ANEEL n. 517, de 11 de DEZEMBRO de 2012b**: Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2012517.pdf>>. Acesso em: 3 jun. 2021.
- _____. **Resolução Normativa ANEEL n. 687, de 24 de NOVEMBRO de 2015**: Disponível em: <<https://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2015687.pdf>>. Acesso em: 5 jun. 2021.
- _____. **Resolução Normativa nº 786, de 17 de outubro de 2017**: Altera a Resolução Normativa nº 482, de 17 de abril de 2012. Brasília, DF, 2017a. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2017786.pdf>>. Acesso em: 7 jun. 2021.
- _____. **Geração Distribuída**. Brasília, DF, 2015. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br/geracao-distribuida>>. Acesso em 6 jun. 2021.
- _____. **Micro e Minigeração Distribuída**. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br/documents/656877/14913578/Caderno+tematico+Micro+e+Minigera%C3%A7%C3%A3o+Distribuida++2+edicao/716e8bb2-83b8-48e9-b4c8-a66d7f655161>>. Acesso em 25 mai. 2021.
- _____. **PRODIST – Módulo 3**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br/modulo-3>>. Acesso em 1 jun. 2021.
- ALBUQUERQUE, J. P. A.; FORTES, J. M. P.; FINAMORE, W. A. **Probabilidade, Variáveis Aleatórias E Processos Estocásticos**. 2 Ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2018. 344 p.
- ALEXANDER, Charles K.; SADIKI, Matthew. **Fundamentos de Circuitos Elétricos**. 5 Ed. Porto Alegre, AMGH, 2013. 896 p.

ALEXANDER, C. K; SADIKU, M.

ANTON, H.; BUSBY, R. C. **Álgebra Linear Contemporânea**, 1 Ed. Porto Alegre, Bookman, 2006. 612 p.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**, 10 ed. Porto Alegre, Bookman, 2012. 786 p.

ABRAHAM, R.; MARSDEN, J. E.; RATIU, T. **Finite Markov Chains and Algorithmic Applications**. Cambridge- Inglaterra: Cambridge University Press, 2002.

BALFOUR, John; SHAW, Michael; NASH, Nicole B.; **Introdução ao Projeto de Sistemas Fovoltacos**, 1 Ed. Rio de Janeiro, LTC, 2018. 257 p.

Biography in Encyclopaedia Britannica. <http://www.britannica.com/biography/Andrey-Andreyevich-Markov>. Acesso em 10 jun. 2021.

BRÉMAUD, Pierre. **Markov Chains** - Gibbs fields, Monte Carlo Simulation and queues. Springer-Verlag. New York - NY - USA. 1999.

BOLSON, M.; CECHIN, R.; TOMÉ, F.; BIASUZ, R.; CORSO, L. **Análise de índice de inflação brasileiro utilizando Cadeias de Markov**. Caxias do Sul, RS, 2019. Disponível em <
https://www.researchgate.net/publication/337607777_Analise_do_indice_de_inflacao_brasileiro_utilizando_Cadeias_de_Markov/link/5e7b6f68a6fdcc139c0159fb/download> . Acesso em 7 jun. 2021.

BRONSON, Richard. **Matrix Operations**. 1 Ed. McGraw-Hill; 8 fevereiro 2011. 230p.

BRZEZNIAK, Z.; ZASTAWNIAK, T. – **Basic Stochastic Processes: a Course Through Exercises**, Springer, Londres, 1998.

CECHIN, Rafaela B.; CORSO, Leandro L. **Análisis de eventos de terremotos em América del Sur com uma utilização de la Cadena de Markov**. Caxias do Sul, RS, 2019. Disponível em <
330729040_Analisis_de_eventos_de_terremotos_en_America_del_Sur_con_una_utilizacion_de_la_Cadena_de_Markov_Analysis_of_earthquake_events_in_South_America_with_a_use_of_Markov_Chain>. Acesso 5 jun. 2021.

CPFL - COMPANHIA PAULISTA DE FORÇA E LUZ. **A gestão de energia e a geração distribuída no Brasil**. São Paulo, SP, 2019. Disponível em <
<https://cpflsolucoes.com.br/blog/a-gestao-de-energia-e-a-geracao-distribuida-no-brasil/>>. Acesso em 26 mai. 2021.

CPFL - COMPANHIA PAULISTA DE FORÇA E LUZ. **Horário de pico**. São Paulo, SP, 2017. Disponível em <
<https://www.cpfl.com.br/energias-sustentaveis/eficiencia-energetica/uso-consciente/Paginas/horario-de-pico.aspx>>. Acesso em 26 mai. 2021.

CORSO, Leandro L.; WALLACE, Mark. **A hybrid method for transportation with stochastic demand**. International Journal of Logistics, 2015, v. 18, p. 1-13.

CORSO, L. L.; BIASUZ, R.; CECHIN, R. B.; TOMÉ, F.; ORLANDIN, B. C. **Aplicação de Cadeias de Markov para analisar a variação do preço da maçã fuji no estado do Rio Grande do Sul**. Caxias do Sul, RS, 2019. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/333176347_Aplicacao_de_Cadeias_de_Markov_para_analisar_a_variacao_do_preco_da_maca_fuji_o_estado_do_Rio_Grande_do_Sul>.

Acesso 7 mar. 2021.

DELONE, B N, The St Petersburg school of number theory American Mathematical Society, Providence, RI, 2005.

ENCYCLOPEDIA BRITANNICA. **Andrey Andreyevich Markov. Russian mathematician**. Inglaterra, 2020. Disponível em: <<https://www.britannica.com/biography/Andrey-Andreyevich-Markov>>. Acesso em: 25 mai. 2021.

FLÓREZ, Ramiro Ortiz. **Pequenas Centrais Hidrelétricas**. 1. Ed. São Paulo: Oficina de textos, 2014. 400 p.

GAMERMAN, D. **Simulação Estocástica Via Cadeias de Markov**, Associação Brasileira de Estatística, 1996.

GAZOLI, Jonas Rafael. **Energia Solar Fotovoltaica – Conceitos e Aplicações**. 2. Ed. São Paulo: Érica, 2018. 406 p.

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de Administração Financeira**. São Paulo: Pearson, 2006.

GRODZENSKY, S. Ya. **Andrei Andreyevich Markov. 1856-1922**. Nauka, Moscow. 1987.

HILLIER, Frederick; LIEBERMAN, Gerald. **Introduction to Operations Research**. 8. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2005.

HODGE, B. K.. **Sistemas e Aplicações de Energia Alternativa**. 1. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. 324 p.

HOEL, P.G., PORT, S.C., STONE, G.J. **Introduction to Stochastic Processes**. Waveland Press.Inc, Boston-USA, 1987.

IAU – INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION. **SI Units**. Paris, France, 1989. Disponível em: <https://www.iau.org/publications/proceedings_rules/units/>. Acesso em: 23 mai. 2021.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA**. Brasília, DF, 2021. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=o-que-e>>. Acesso em: 30 de maio de 2021.

KALOGIROU, Soteris A.. **Engenharia de energia solar: processos e sistemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2016. 864 p.

KEMENY, J.G.; SNELL, J.L. – **Finite Markov Chains**, Springer-Verlag, New York, 1981.

KIJIMA, M. Introduction. In: . **Markov Processes for Stochastic Modeling**. London: Chapman & Hall, 1997.

LEVIN, D. A.; PERES, Y.; WILMER, E. L. **Markov Chains and Mixing Times**. Providence, EUA: American Mathematical Society

MOREIRA, José Roberto Simões. **Energias Renováveis, Geração Distribuída e Eficiência Energética**. 1. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017. 412 p.

MULLER, Daniel; **Processos Estocásticos e Aplicações**. 1 Ed. São Paulo: Almedina, 2007. 276 p.

NOGUEIRA, F. **Modelagem e Simulação - Cadeia de Markov**: Notas de aula. 2009. 40 p. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/epd042/files/2009/02/cadeiaMarkov1.pdf>>. Acesso em: 27 mai. 2021.

NORRIS, J.R. **Markov chains**. Cambridge University Press. New York - NY, 1997.

O'CONNOR, J. J., e ROBERTSON, E. F. **Andrei Andreyevich Markov**. <http://www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Markov.html>. Acessado em 26 mai. 2021.

OLIVEIRA, Débora C.; MAÇAIRA, Paula M.; OLIVEIRA, Fernando L. C.; **Análise dos Picos de Demanda Diária de Energia Elétrica via Cadeias de Markov**. Porto de Galinhas, PE, 2015. Disponível em < <http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2015/pdf/141775.pdf>>. Acesso 30 abr. 2021.

PARDOUX, E. **Markov Processes and Applications**, John Wiley & Sons, Padstow, 2008.

PERES, Y. **Mixing for Markov Chains and Spin Systems**. Califórnia, EUA: U.C. Berkeley, 2005.

PINTO, Milton de Oliveira. **Energia Eólica: Princípios e Operação**. 1 Ed. São Paulo: Érica, 2019. 336 p.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico**: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. 277 p.

ROSS, Sheldon M. **Stochastic processes**. New York: Wiley, 1996.

ROSS, Sheldon M. **Introduction to Probability Models**. 12 Ed. Academic Press, 2019. 842 p.

RUFFINO, P.R.C. **Uma Iniciação aos Sistemas Dinâmicos Estocásticos**, IMPA, Rio de Janeiro, 2012.

SILVA, M. J. **Registros de Representações Semióticas no Estudo de Sistemas de Equações de 1º Grau com Duas Variáveis Usando o Software Geogebra**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/101414>

SILVA, R. S.; ROSA, J. A.. A evolução da lógica matemática até Gödel, Turing e Von Neumann: ideias que levaram ao desenvolvimento da computação moderna. In: Dante Augusto Couto Barone; Ivan Jorge Boesing. (Org.). **Inteligência artificial: diálogos entre mentes e máquinas**. 1ed. Porto Alegre: AGE/Evangraf. 2014.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. **Cadeias de Markov e Geogebra: Modelagem Matemática e Possibilidades para a Construção de Conceitos Através do Uso de Objetos Virtuais**. In: V Jornada Nacional de Educação Matemática, XVIII Jornada Regional de Educação Matemática. Universidade de Passo Fundo. 2014a. Disponível em: http://www.upf.br/jem/images/trabalhos-2014/minicursos/minicurso_seis.pdf

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. **O uso do Geogebra como ferramenta para a construção de conceitos matemáticos: um primeiro estudo envolvendo Cadeias de Markov**. RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação. V 12. Nº1. 2014b. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/50357>.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. **Modelagem Matemática e TICs: possibilidades para uma abordagem interdisciplinar de conceitos através da tecnologia informática**. In: IX CLIOA – Congresso Latino-Americano Interdisciplinar Orientado ao Adolescente. Porto Alegre. 2015.

SILVA, C. E. V. **Aplicações da álgebra linear nas Cadeias de Markov**. Dissertação de mestrado. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). 2013. Disponível em: http://bit.profmtat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/519/2011_00417_CARLOS_EDUARDO_VIT%C3%93RIA_DA_SILVA.pdf?sequence=1.

STOPATTO, Mauro. **Análise de investimentos e fontes de financiamento**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016. 248 p.

STEFFENS, Eduardo. **PROJETO E ANÁLISE FINANCEIRA DE MICROGERAÇÃO SOLAR FOTOVOLTAICA E EÓLICA NO CAMPUS UCS DE VACARIA**. 2020

TAHA, Hamdy A. **Operations research: an introduction**. 8. ed. Nova Iorque: Pearson, 2007.

UCS - UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL. **Solenidade no CARVI marca inauguração de Sistema Fotovoltaico**. Bento Gonçalves - RS, 2019. Disponível em: < <https://www.ucs.br/site/noticias/solenidade-no-carvi-marca-inauguracao-de-sistema-fotovoltaico/>>. Acesso em: 7 jun. 2021.

UNIVERSITY OF ST ANDREWS - School of Mathematics and Statistics. **Andrei Andreyevich Markov Biographie**. Escócia, 2006. Disponível em < <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Markov/>>. Acesso em: 5 mai. 2021.

VILLALVA, Marcelo Gradella. **Energia Solar Fotovoltaica: Conceitos e Aplicações**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2015. 156 p.

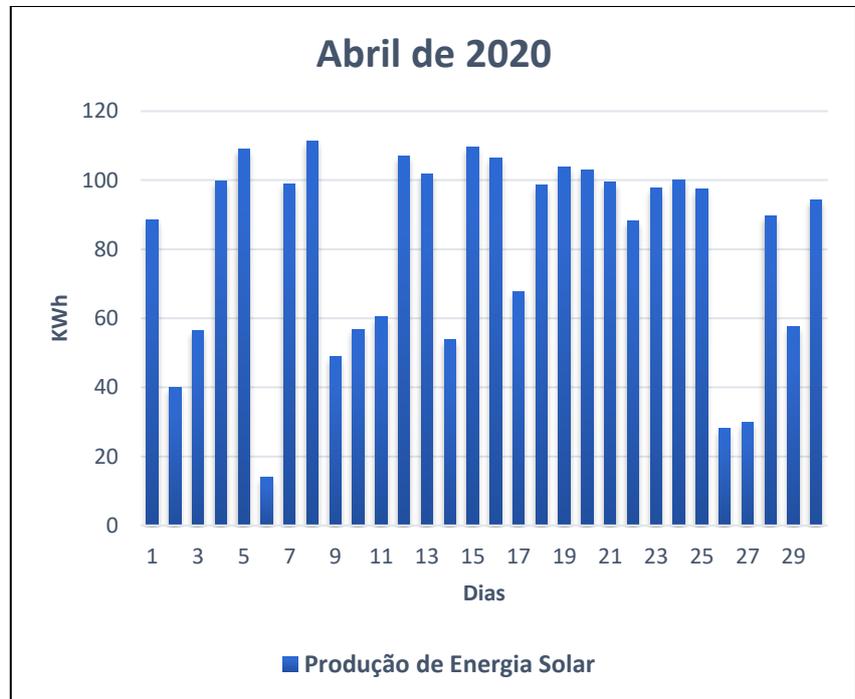
YATES, Roy D.; GOODMAN, David J. **Probabilidade e Processos Estocásticos**. 3 ed. São Paulo: LTC, 2017. 444 p.

YOUSCHKEVITCH, A. A., **Biography in Dictionary of Scientific Biography** (New York 1970-1990).

APÊNDICE A

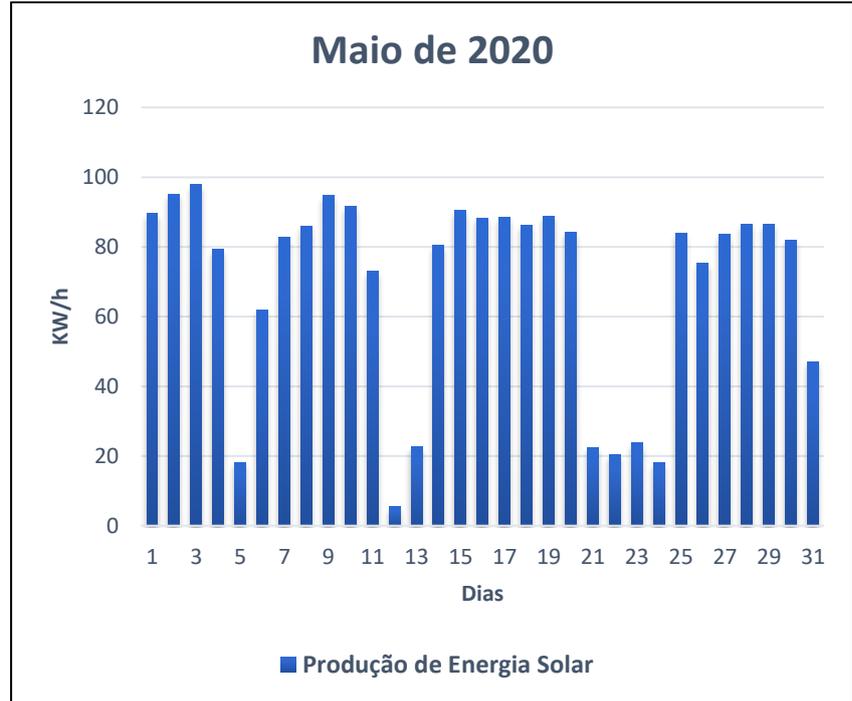
Abril de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	88,54	4
2	39,9	2
3	56,36	3
4	99,83	5
5	109,06	5
6	13,9	1
7	98,97	5
8	111,39	5
9	48,96	2
10	56,86	3
11	60,44	3
12	107	5
13	101,85	5
14	53,78	3
15	109,48	5
16	106,4	5
17	67,71	3
18	98,54	5
19	103,75	5
20	103,08	5
21	99,36	5
22	88,35	4
23	97,78	5
24	100,2	5
25	97,4	5
26	28,03	1
27	29,97	1
28	89,64	4
29	57,57	3
30	94,35	5

Total: 2418,45 KW/h



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Maio de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	89,54	4
2	95,16	5
3	97,79	5
4	79,24	4
5	18,22	1
6	61,94	3
7	82,84	4
8	85,91	4
9	94,86	5
10	91,6	5
11	73,05	4
12	5,42	1
13	22,77	1
14	80,57	4
15	90,4	5
16	88,32	4
17	88,53	4
18	86,27	4
19	88,9	4
20	84,27	4
21	22,47	1
22	20,43	1
23	23,82	1
24	18,15	1
25	83,81	4
26	75,2	4
27	83,6	4
28	86,55	4
29	86,58	4
30	82,03	4
31	47,08	2



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Total: 2135,32 KW/h

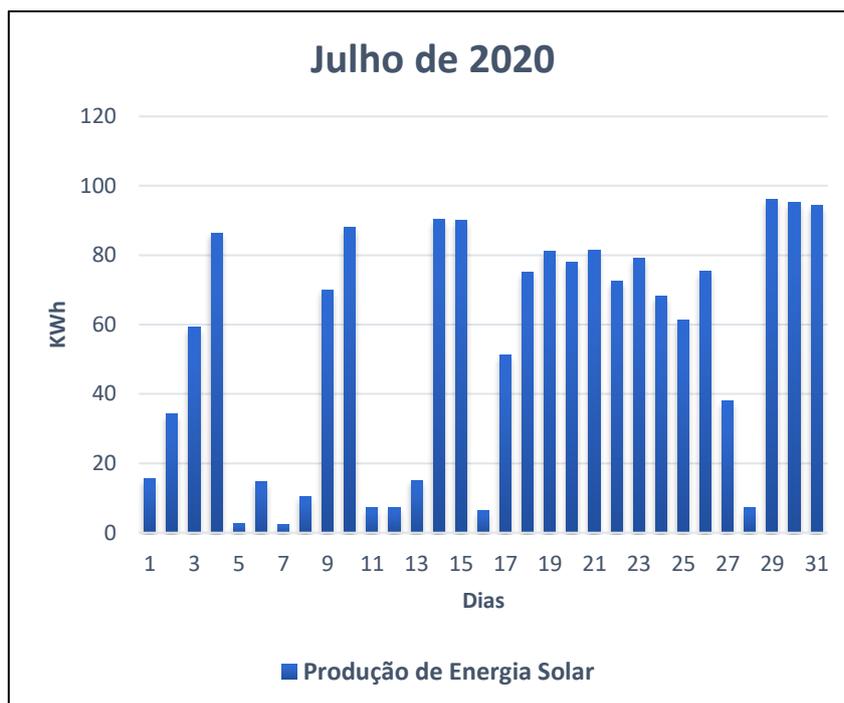
Junho de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	32,45	2
2	82,35	4
3	86,15	4
4	39,91	2
5	5,42	1
6	10,45	1
7	8,5	1
8	64,24	3
9	12,95	1
10	32,94	2
11	47,31	2
12	70,27	4
13	16,75	1
14	85,41	4
15	62,08	3
16	69,53	3
17	76,8	4
18	25,2	1
19	41,84	2
20	40,66	2
21	78	4
22	76,95	4
23	59,89	3
24	78,33	4
25	7,42	1
26	46,53	2
27	22,15	1
28	60,54	3
29	7,97	1
30	4,63	1

Total: 1353,62 KW/h



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Julho de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	15,67	1
2	34,21	2
3	59,26	3
4	86,46	4
5	2,67	1
6	14,72	1
7	2,36	1
8	10,41	1
9	70,01	4
10	88,13	4
11	7,14	1
12	7,29	1
13	15,15	1
14	90,24	5
15	90,05	5
16	6,32	1
17	51,28	3
18	75,21	4
19	81,07	4
20	78,02	4
21	81,32	4
22	72,54	4
23	79,26	4
24	68,28	3
25	61,27	3
26	75,31	4
27	38,07	2
28	7,37	1
29	96,02	5
30	95,25	5
31	94,23	5

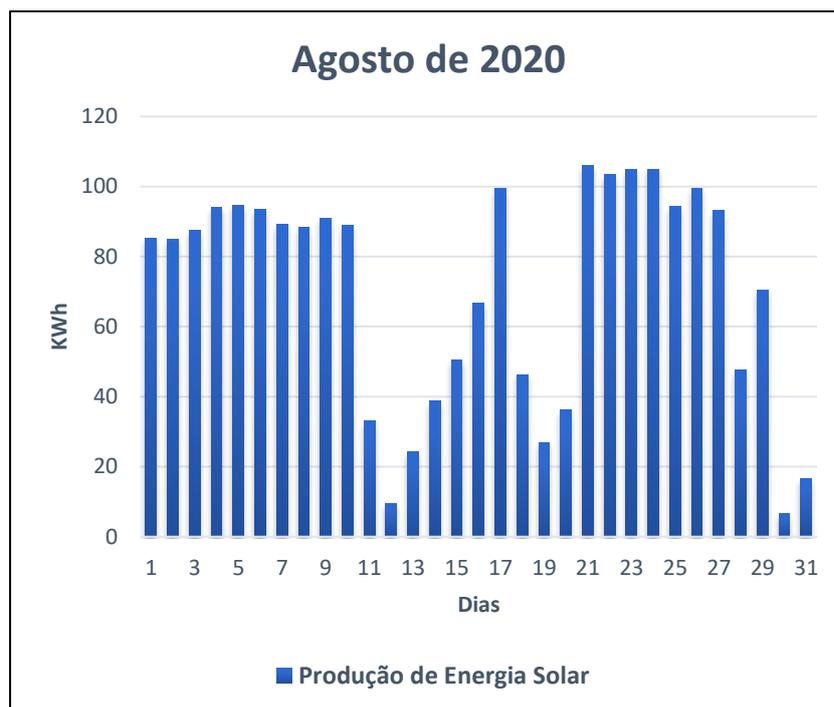


LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Total: 1654,59 KW/h

Agosto de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	85,16	4
2	84,91	4
3	87,35	4
4	94,16	5
5	94,67	5
6	93,59	5
7	89,1	4
8	88,26	4
9	90,98	5
10	88,81	4
11	32,98	2
12	9,45	1
13	24,19	1
14	38,65	2
15	50,53	3
16	66,75	3
17	99,38	5
18	46,25	2
19	26,94	1
20	36,1	2
21	105,95	5
22	103,53	5
23	104,76	5
24	104,95	5
25	94,24	5
26	99,51	5
27	93,24	5
28	47,72	2
29	70,31	4
30	6,59	1
31	16,57	1

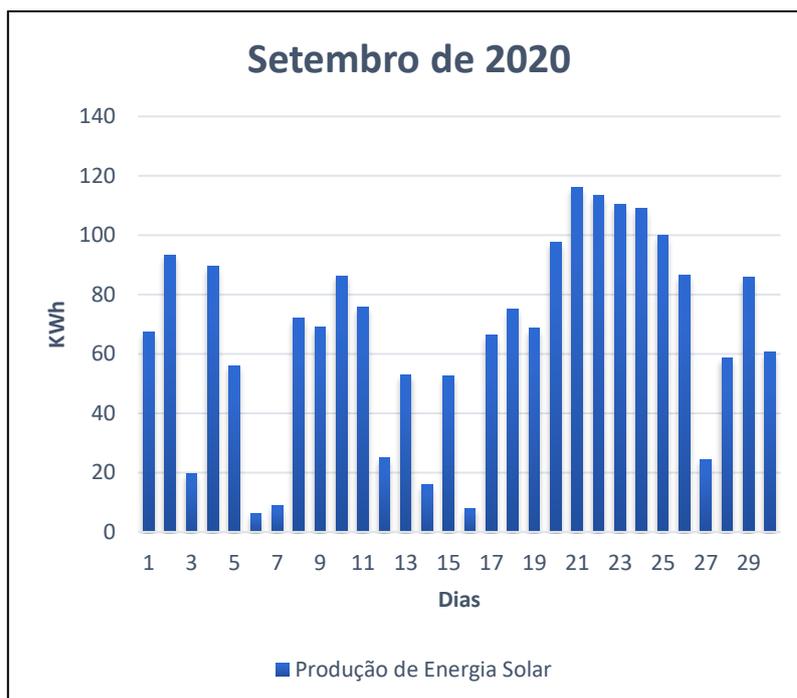
Total: 2175,58 KW/h



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Setembro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	67,38	3
2	93,26	5
3	19,57	1
4	89,59	4
5	56,09	3
6	6,06	1
7	8,73	1
8	72,19	4
9	68,97	3
10	86,32	4
11	75,67	4
12	25,06	1
13	52,94	3
14	15,87	1
15	52,44	3
16	8,01	1
17	66,37	3
18	75,21	4
19	68,54	3
20	97,62	5
21	116,11	5
22	113,31	5
23	110,26	5
24	108,93	5
25	99,83	5
26	86,43	4
27	24,49	1
28	58,68	3
29	85,73	4
30	60,57	3

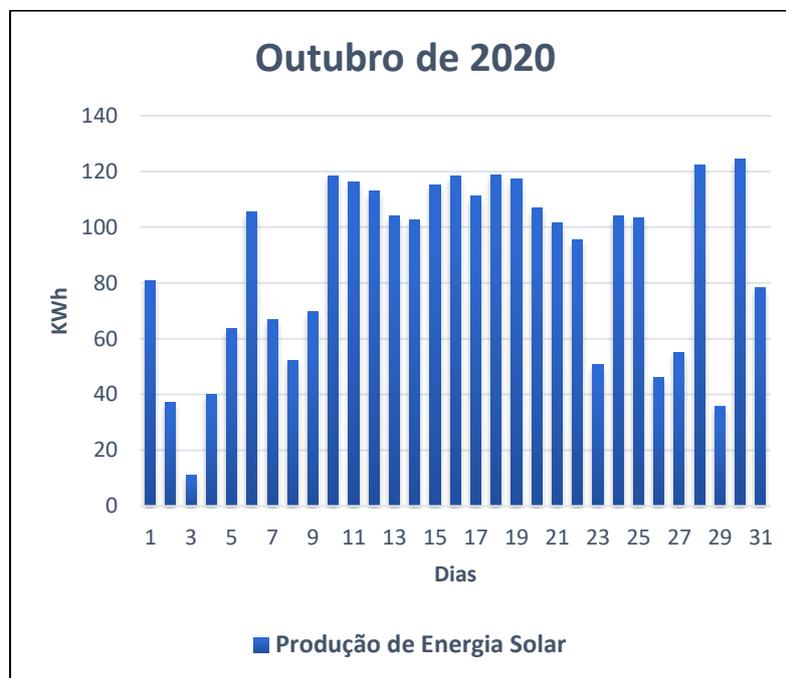
Total: 1970,23 KW/h



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

APÊNDICE B

Outubro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	80,73	4
2	37,23	2
3	11,04	1
4	39,99	2
5	63,56	3
6	105,39	5
7	67,01	3
8	52,13	3
9	69,64	3
10	118,43	5
11	116,26	5
12	112,86	5
13	104,15	5
14	102,73	5
15	115,14	5
16	118,47	5
17	111,11	5
18	118,84	5
19	117,27	5
20	106,85	5
21	101,46	5
22	95,46	5
23	50,66	3
24	104,18	5
25	103,46	5
26	46,29	2
27	55,22	3
28	122,19	5
29	35,69	2
30	124,55	5
31	78,4	4

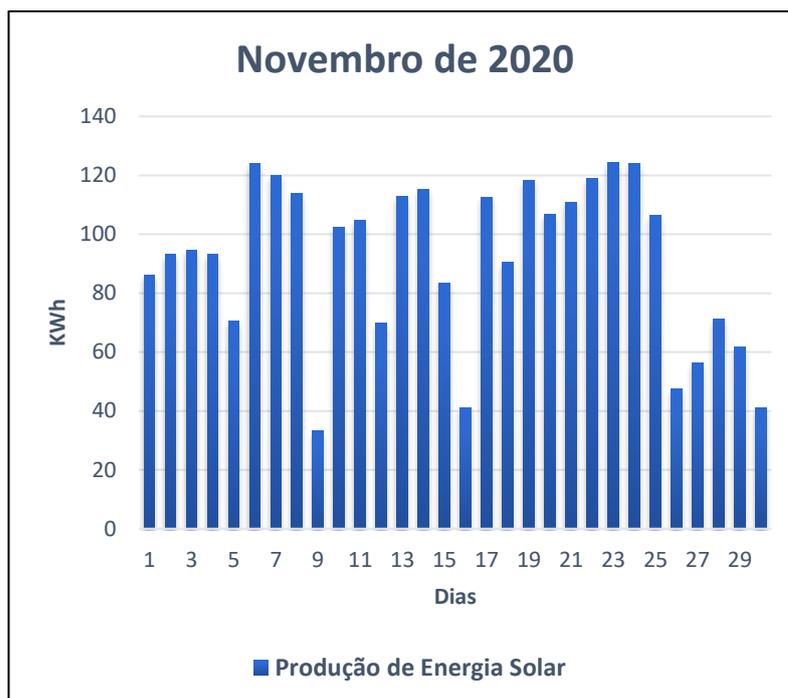


LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Total: 2686,39 KW/h

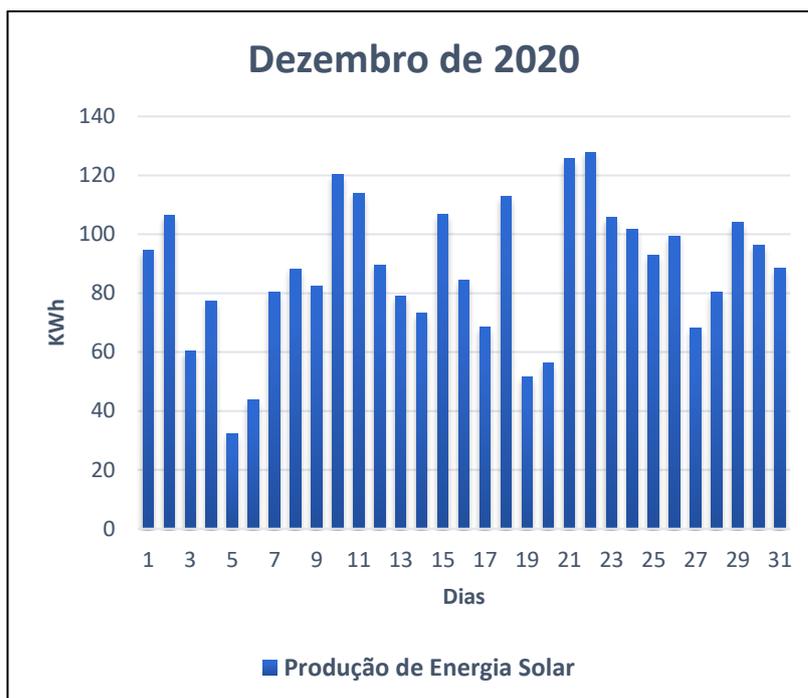
Novembro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	86,17	4
2	93,11	5
3	94,44	5
4	93,3	5
5	70,59	4
6	123,86	5
7	120,03	5
8	113,86	5
9	33,13	2
10	102,3	5
11	104,61	5
12	69,8	3
13	112,84	5
14	115,24	5
15	83,43	4
16	40,91	2
17	112,67	5
18	90,58	5
19	118,32	5
20	106,73	5
21	110,92	5
22	118,78	5
23	124,45	5
24	123,98	5
25	106,56	5
26	47,37	2
27	56,34	3
28	71,06	4
29	61,63	3
30	40,89	2

Total:	2747,9 KW/h
---------------	-------------



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

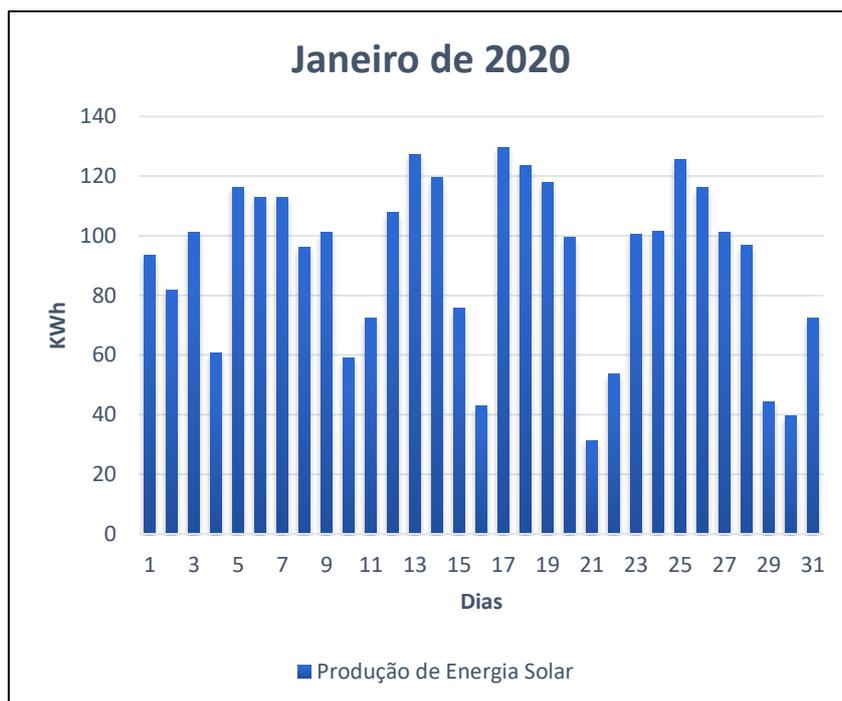
Dezembro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	94,63	5
2	106,35	5
3	60,5	3
4	77,42	4
5	32,4	2
6	43,74	2
7	80,47	4
8	88,27	4
9	82,36	4
10	120,38	5
11	113,96	5
12	89,6	4
13	79,06	4
14	73,25	4
15	106,89	5
16	84,39	4
17	68,62	3
18	112,79	5
19	51,38	3
20	56,25	3
21	125,8	5
22	127,79	5
23	105,75	5
24	101,62	5
25	92,77	5
26	99,46	5
27	68,04	3
28	80,35	4
29	104,01	5
30	96,33	5
31	88,34	4



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Total: 2712,97 KW/h

Janeiro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	93,33	5
2	81,83	4
3	101,23	5
4	60,56	3
5	116,34	5
6	113,02	5
7	112,74	5
8	96,17	5
9	101,21	5
10	59,02	3
11	72,51	4
12	107,92	5
13	127,29	5
14	119,53	5
15	75,61	4
16	43,06	2
17	129,45	5
18	123,43	5
19	117,92	5
20	99,38	5
21	31,09	2
22	53,82	3
23	100,58	5
24	101,45	5
25	125,68	5
26	116,07	5
27	101,19	5
28	96,72	5
29	44,22	2
30	39,62	2
31	72,4	4

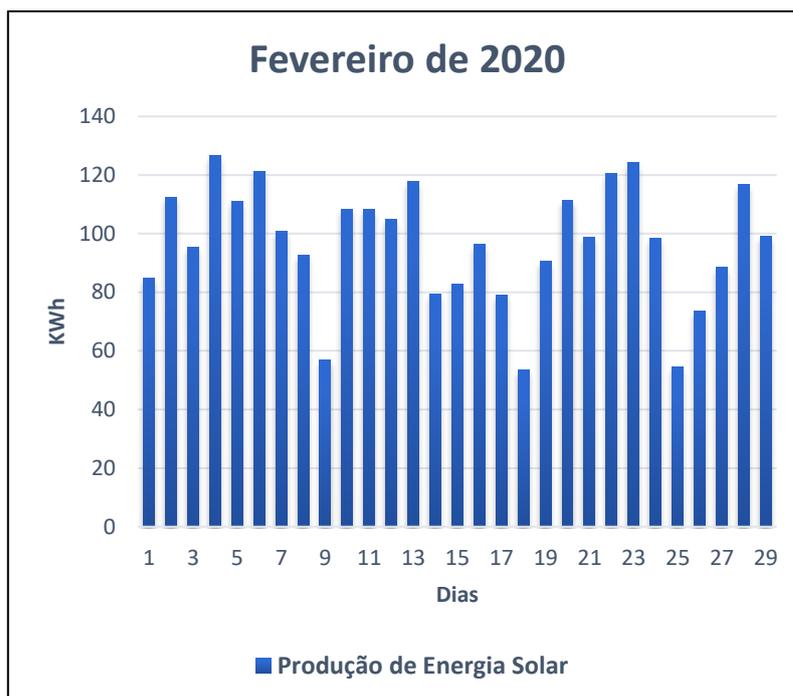


LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Total: 2834,39 KW/h

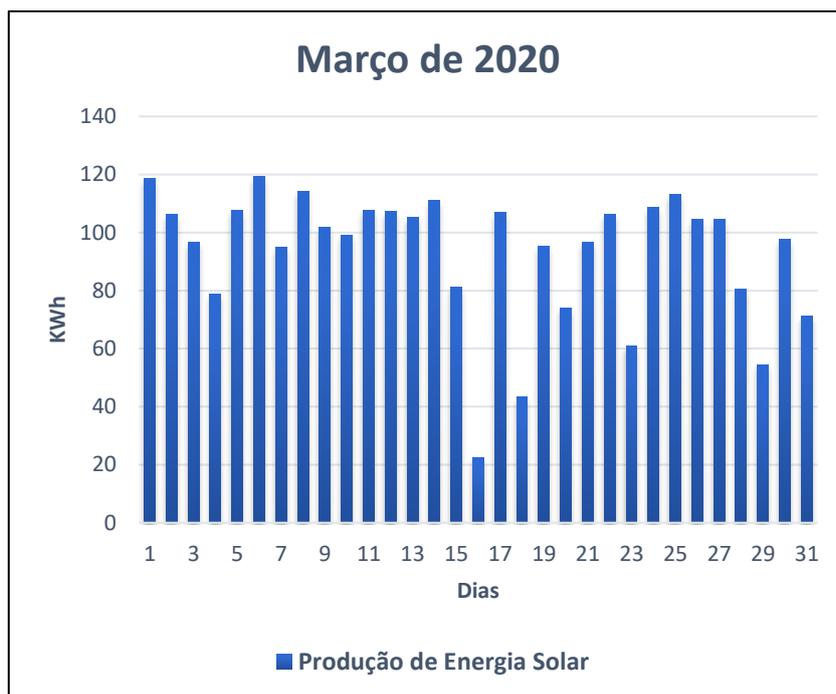
Fevereiro de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	84,79	4
2	112,38	5
3	95,31	5
4	126,64	5
5	111,07	5
6	121,15	5
7	100,75	5
8	92,79	5
9	56,85	3
10	108,42	5
11	108,27	5
12	104,85	5
13	117,8	5
14	79,21	4
15	82,6	4
16	96,44	5
17	79,03	4
18	53,46	3
19	90,6	5
20	111,47	5
21	98,92	5
22	120,59	5
23	124,32	5
24	98,44	5
25	54,57	3
26	73,46	4
27	88,5	4
28	116,64	5
29	99,17	5

Total:	2808,49 kWh
---------------	-------------



LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

Março de 2020		
Dia	kWh	Faixa
1	118,57	5
2	106,25	5
3	96,62	5
4	78,93	4
5	107,57	5
6	119,18	5
7	94,78	5
8	114,24	5
9	101,65	5
10	99,21	5
11	107,75	5
12	107,16	5
13	105,08	5
14	110,96	5
15	81,11	4
16	22,32	1
17	106,97	5
18	43,3	2
19	95,29	5
20	74,12	4
21	96,65	5
22	106,21	5
23	60,97	3
24	108,74	5
25	113,22	5
26	104,58	5
27	104,54	5
28	80,32	4
29	54,54	3
30	97,53	5
31	71,32	4



Total: 2889,68 KW/h

LEGENDA	
FAIXAS	Valores (kWh)
1	0 A 30,00
2	30,01 A 50,00
3	50,01 A 70,00
4	70,01 A 90,00
5	90,01 A 150

APÊNDICE C

Matriz frequência de abril						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1	-	-	1	1	3
2	-	-	2	-	-	2
3	-	-	1	-	5	6
4	-	1	1	-	1	3
5	2	1	2	1	9	15

Matriz frequência do mês de maio						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	4	-	1	2	-	7
2	-	-	-	-	-	0
3	-	-	-	1	-	1
4	3	1	-	10	3	17
5	-	-	-	3	2	5

Matriz frequência do mês de junho						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	3	3	2	1	-	9
2	2	2	-	3	-	7
3	2	-	1	2	-	5
4	3	1	2	2	-	8
5	-	-	-	-	-	0

Matriz frequência do mês de julho						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	5	1	1	1	2	10
2	1	-	1	-	-	2
3	-	-	1	3	-	4
4	2	1	1	6	-	10
5	1	-	-	-	3	4

Matriz frequência do mês de agosto						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	2	2	-	-	-	4
2	2	-	1	1	1	5
3	-	-	1	-	1	2
4	1	1	-	3	2	7
5	-	2	-	2	8	12

Matriz frequência do mês de setembro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1	-	4	2	-	7
2	-	-	-	-	-	0
3	3	-	-	3	2	8
4	2	-	4	1	-	7
5	1	-	-	1	5	7

APÊNDICE D

Matriz frequência do mês de outubro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	-	1	-	-	-	1
2	1	-	2	-	1	4
3	-	-	2	-	4	6
4	-	1	-	-	-	1
5	-	2	2	1	13	18

Matriz frequência do mês de novembro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	-	-	-	-	-	0
2	-	-	1	-	2	3
3	-	1	-	1	1	3
4	-	1	1	-	2	4
5	-	2	1	2	14	19

Matriz frequência do mês de dezembro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	-	-	-	-	-	0
2	-	1	-	1	-	2
3	-	-	1	2	2	5
4	-	1	1	4	3	9
5	-	-	3	3	8	14

Matriz frequência do mês de janeiro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	-	-	-	-	-	0
2	-	1	1	1	1	4
3	-	-	-	1	2	3
4	-	1	-	-	2	3
5	-	2	2	2	14	20

Matriz frequência do mês de fevereiro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	-	-	-	-	-	0
2	-	-	-	-	-	0
3	-	-	-	1	2	3
4	-	-	1	2	3	6
5	-	-	2	2	15	19

Matriz frequência do mês de março						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	-	-	-	-	1	1
2	-	-	-	-	1	1
3	-	-	-	-	2	2
4	1	-	1	-	2	4
5	-	1	1	5	15	22

APÊNDICE E

Matriz Frequência de abril a setembro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	16	6	8	7	3	40
2	5	2	4	4	1	16
3	5	0	4	9	8	26
4	11	5	8	22	6	52
5	4	3	2	7	27	43

Resultado da matriz frequência de abril a setembro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	40,00%	15,00%	20,00%	17,50%	7,50%	100,00%
2	31,25%	12,50%	25,00%	25,00%	6,25%	100,00%
3	19,23%	0,00%	15,38%	34,62%	30,77%	100,00%
4	21,15%	9,62%	15,38%	42,31%	11,54%	100,00%
5	9,30%	6,98%	4,65%	16,28%	62,79%	100,00%

Matriz frequência outubro a março						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	0	1	0	0	1	2
2	1	2	4	2	5	14
3	0	1	3	5	13	22
4	1	4	4	6	12	27
5	0	7	11	15	79	112

Resultado da matriz frequência de outubro a março						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	0,00%	50,00%	0,00%	0,00%	50,00%	100,00%
2	7,14%	14,29%	28,57%	14,29%	35,71%	100,00%
3	0,00%	4,55%	13,64%	22,73%	59,09%	100,00%
4	3,70%	14,81%	14,81%	22,22%	44,44%	100,00%
5	0,00%	6,25%	9,82%	13,39%	70,54%	100,00%

APÊNDICE F

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 2						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	28,93%	10,08%	17,87%	26,30%	16,82%	100,00%
2	27,08%	9,09%	17,36%	28,84%	17,63%	100,00%
3	20,84%	8,36%	12,97%	28,34%	29,49%	100,00%
4	24,45%	9,25%	16,05%	31,21%	19,05%	100,00%
5	16,08%	8,21%	9,75%	22,09%	43,87%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 3						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	25,29%	9,30%	15,88%	27,63%	21,89%	100,00%
2	24,75%	9,20%	15,62%	28,09%	22,34%	100,00%
3	22,18%	8,95%	13,98%	27,02%	27,86%	100,00%
4	24,13%	9,15%	15,36%	28,45%	22,91%	100,00%
5	19,63%	8,62%	12,21%	24,73%	34,81%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 4						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	23,96%	9,14%	15,10%	27,50%	24,30%	100,00%
2	23,80%	9,12%	15,01%	27,56%	24,50%	100,00%
3	22,67%	8,99%	14,28%	26,93%	27,14%	100,00%
4	23,61%	9,10%	14,92%	27,59%	24,78%	100,00%
5	21,36%	8,83%	13,38%	25,95%	30,48%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 5						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	23,42%	9,08%	14,76%	27,30%	25,45%	100,00%
2	23,37%	9,07%	14,73%	27,29%	25,54%	100,00%
3	22,84%	9,01%	14,38%	26,97%	26,80%	100,00%
4	23,30%	9,06%	14,69%	27,28%	25,67%	100,00%
5	22,20%	8,93%	13,95%	26,52%	28,40%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 6						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	23,18%	9,05%	14,61%	27,17%	25,99%	100,00%
2	23,16%	9,04%	14,59%	27,16%	26,04%	100,00%
3	22,91%	9,02%	14,43%	27,00%	26,64%	100,00%
4	23,13%	9,04%	14,58%	27,15%	26,10%	100,00%
5	22,60%	8,98%	14,22%	26,79%	27,41%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 7						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	23,08%	9,03%	14,53%	27,10%	26,25%	100,00%
2	23,07%	9,03%	14,53%	27,10%	26,28%	100,00%
3	22,95%	9,02%	14,45%	27,02%	26,57%	100,00%
4	23,05%	9,03%	14,52%	27,09%	26,31%	100,00%
5	22,80%	9,00%	14,35%	26,92%	26,93%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 8						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	23,02%	9,03%	14,50%	27,07%	26,38%	100,00%
2	23,02%	9,03%	14,50%	27,07%	26,39%	100,00%
3	22,96%	9,02%	14,46%	27,03%	26,53%	100,00%
4	23,01%	9,03%	14,49%	27,06%	26,40%	100,00%
5	22,89%	9,01%	14,41%	26,98%	26,71%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 9						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	23,00%	9,03%	14,48%	27,05%	26,44%	100,00%
2	23,00%	9,02%	14,48%	27,05%	26,45%	100,00%
3	22,97%	9,02%	14,46%	27,03%	26,51%	100,00%
4	22,99%	9,02%	14,48%	27,05%	26,45%	100,00%
5	22,94%	9,02%	14,44%	27,01%	26,60%	100,00%

Matriz de transição P de abril a setembro elevada no passo 10						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%
2	22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%
3	22,97%	9,02%	14,47%	27,03%	26,50%	100,00%
4	22,99%	9,02%	14,47%	27,04%	26,47%	100,00%
5	22,96%	9,02%	14,46%	27,02%	26,54%	100,00%

APÊNDICE G

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 2						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	3,57%	10,27%	19,20%	13,84%	53,13%	100,00%
2	1,55%	11,26%	13,60%	16,49%	57,10%	100,00%
3	1,17%	8,33%	12,33%	16,71%	61,46%	100,00%
4	1,88%	10,71%	13,91%	16,37%	57,12%	100,00%
5	0,94%	7,73%	12,04%	15,55%	63,74%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 3						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,25%	9,50%	12,82%	16,02%	60,42%	100,00%
2	1,42%	9,01%	13,12%	16,01%	60,44%	100,00%
3	1,21%	8,65%	12,57%	15,94%	61,62%	100,00%
4	1,37%	9,10%	12,99%	15,98%	60,56%	100,00%
5	1,13%	8,41%	12,41%	15,83%	62,22%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 4						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,27%	8,71%	12,77%	15,92%	61,33%	100,00%
2	1,24%	8,74%	12,67%	15,92%	61,43%	100,00%
3	1,21%	8,63%	12,60%	15,89%	61,68%	100,00%
4	1,24%	8,73%	12,69%	15,91%	61,43%	100,00%
5	1,19%	8,56%	12,55%	15,87%	61,82%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 5						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,21%	8,65%	12,61%	15,90%	61,63%	100,00%
2	1,21%	8,64%	12,62%	15,89%	61,63%	100,00%
3	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,21%	8,64%	12,61%	15,89%	61,64%	100,00%
5	1,20%	8,60%	12,58%	15,88%	61,73%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 6						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,21%	8,62%	12,60%	15,89%	61,68%	100,00%
2	1,21%	8,62%	12,60%	15,89%	61,69%	100,00%
3	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,21%	8,62%	12,60%	15,89%	61,69%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,71%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 7						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
2	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
3	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 8						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
2	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
3	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 9						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
2	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
3	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,20%	8,62%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

Matriz de transição P de outubro a março elevada no passo 10						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
2	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
3	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

APÊNDICE H

Matriz de estado estável de abril a setembro						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%
2	22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%	100,00%
3	22,97%	9,02%	14,47%	27,03%	26,50%	100,00%
4	22,99%	9,02%	14,47%	27,04%	26,47%	100,00%
5	22,96%	9,02%	14,46%	27,02%	26,54%	100,00%

Vetor de estado estável de abril a setembro				
Faixa 1	Faixa 2	Faixa 3	Faixa 4	Faixa 5
22,99%	9,02%	14,48%	27,04%	26,47%

Matriz de estado estável de outubro a março						
DE/PARA	1	2	3	4	5	Total
1	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
2	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
3	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
4	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%
5	1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%	100,00%

Vetor de estado estável de outubro a março				
Faixa 1	Faixa 2	Faixa 3	Faixa 4	Faixa 5
1,20%	8,61%	12,59%	15,89%	61,70%

APÊNDICE I

Qtde.	Descrição	Valor Unit.	Total
56	Módulo Fotovoltaico Canadian CS6U- 330W	R\$ 960,00	R\$ 53.760,00
1	Estruturas de Solo SolarFix	R\$ 18.900,00	R\$ 18.900,00
1	Inversor de Frequencia Fronius Symo 15 KWp	R\$ 19.300,00	R\$ 19.300,00
500	Cabo Solar Prysmian 6mm ²	R\$ 6,00	R\$ 3.000,00
1	Projeto Elétrico e Homologação	R\$ 3.200,00	R\$ 3.200,00
1	Execução do Sistema Solar	R\$ 9.800,00	R\$ 9.800,00
4	DPS Clamper Classe II	R\$ 120,00	R\$ 480,00
1	Outros	R\$ 1.300,00	R\$ 1.300,00
Total		R\$ 109.740,00	