

UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
ÁREA DO CONHECIMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E ENGENHARIAS

LUIZ OTÁVIO SALVADOR DE SOUZA

**ANÁLISE DO REFORÇO À FLEXÃO COM FIBRAS DE CARBONO EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO: ABORDAGEM NUMÉRICA**

CAXIAS DO SUL
2020

LUIZ OTÁVIO SALVADOR DE SOUZA

**ANÁLISE DO REFORÇO À FLEXÃO COM FIBRAS DE CARBONO EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO: ABORDAGEM NUMÉRICA**

Trabalho de conclusão de curso, voltado para a área estrutural, apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador Me. Gustavo Ribeiro da Silva

**CAXIAS DO SUL
2020**

LUIZ OTÁVIO SALVADOR DE SOUZA

**ANÁLISE DO REFORÇO À FLEXÃO COM FIBRAS DE CARBONO EM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO: ABORDAGEM NUMÉRICA**

Trabalho de conclusão de curso, voltado para a área estrutural, apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade de Caxias do Sul, como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador Me. Gustavo Ribeiro da Silva

Aprovado em 08/12/2020

Banca Examinadora

Prof. Me. Luciano Zatti
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Prof. Dra. Henriette Justina Manfredini Baroni
Universidade de Caxias do Sul - UCS

Prof. Me. Bárbara dos Santos Sánchez
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

RESUMO

O reforço de estruturas de concreto armado com a utilização de polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC) pode ser utilizado em novas estruturas ou em reabilitação destas. O método consolidou-se como uma atraente alternativa para obras civis, devido ao fato das características deste material, como sua elevada resistência à tração e à corrosão, baixo peso específico, facilidade e rapidez de aplicação. O desenvolvimento desta técnica e a crescente utilização da mesma exige métodos de análise mais refinados. Neste contexto, o presente trabalho teve como objetivo analisar numericamente a capacidade resistente do reforço à flexão com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) colado externamente, em vigas de concreto armado frente a diferentes graus de deterioração. Para isso, inicialmente, dimensionou-se uma viga de referência, tendo como diretriz as vigas ensaiadas experimentalmente por Beber (1999). A deterioração foi aplicada na viga de referência através da metodologia proposta por Paliga (2008), onde é reduzida a área de aço das barras longitudinais a fim de reduzir a capacidade resistente à flexão da estrutura. A seguir, foi dimensionado o reforço com PRFC a partir de prescrições normativas internacionais (ACI 440.2R) e calculado a área de reforço necessária para cada situação de deterioração. Por fim, analisou-se a eficiência da aplicação do reforço utilizando compósitos de fibras de carbono por meio da análise via Método dos Elementos Finitos (MEF) através do *software* ANSYS Mechanical APDL 19.2, utilizando o *script* de programação fornecido por Medeiros (2019) e validado no referido trabalho. O reforço com PRFC aderido externamente demonstrou-se eficiente, atingindo cargas últimas satisfatórias. Em todos os casos analisados, a falha da estrutura se deu por deformação plástica excessiva da armadura, não tendo o aproveitamento máximo da resistência da fibra de reforço.

Palavras-chave: reforço, flexão, deterioração, PRFC, Método dos Elementos Finitos, eficiência

ABSTRACT

The reinforcement of reinforced concrete structures with concrete fibers reinforced polymers (CFRP) can be used in new structures or rehabilitation of them. The method was consolidated as an attractive alternative for civil works, due to the fact of the characteristics of this material, such as its high tensile strength and corrosion, small specific weight, ease and speed of application. The development of this technique and the increasing use of it, requires more refined methods of analysis. In this context, the present work aimed to analyze numerically the resistant capacity of the flexural reinforcement with carbon fiber reinforced polymers (PRFC) externally bonded, in reinforced concrete beams facing different degrees of deterioration. For this, initially, a reference beam was dimensioned, having as guideline the beams tested experimentally by Beber (1999). The deterioration was applied to the reference beam using the methodology proposed by Paliga (2008), where the steel area of the longitudinal bars is reduced in order to reduce the flexural strength of the structure. Then, the reinforcement with the PRFC was dimensioned based on international normative prescriptions (ACI 440.2R) and due to the reinforcement area necessary for each deterioration situation. Finally, the efficiency of the reinforcement application was analyzed using carbon fiber composites through by the Finite Element Method (MEF) analysis using the ANSYS Mechanical APDL 19.2 software, manipulating the programming script provided by Medeiros (2019) and validated in that work. The reinforcement with PRFC adhered externally proved to be efficient, reaching satisfactory last loads. In all of the cases analyzed, the failure of the structure was due to excessive plastic deformation of the reinforcement, not having the maximum use of the strength of the reinforcement fiber.

Key-words: reinforcement, flexure, deterioration, CFRP, Finite Element Method, efficiency

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Aplicação do aumento da seção resistente como reforço.....	19
Figura 2 – Reforço a partir de chapas de aço coladas com resina epóxi.....	20
Figura 3 – Características físicas do aço, alumínio e materiais compósitos de PRF.....	21
Figura 4 – Curva tensão-deformação do PRFC e aço.....	22
Figura 5 – Tipos de resinas aplicadas no sistema de reforço.....	24
Figura 6 – Aplicação do imprimador primário (Primer).....	27
Figura 7 – Descolamento de delaminação de sistemas colados externamente com PRF.....	36
Figura 8 – PRF laminado.....	39
Figura 9 – Nível de momento aplicado a ser usado para verificar os limites de tensão no reforço com PRF.....	41
Figura 10 - Deformação interna e distribuição de tensão para uma seção retangular sob flexão no estado limite último.....	42
Figura 11 - Deformação elástica e distribuição de tensões.....	45
Figura 12 - Superfície de Ducker-Prager. (a) Plano meridiano; (b) plano desviador; (c) espaço tridimensional de tensões principais.....	47
Figura 13 - Modelo com duas superfícies de Drucker-Prager (a) Plano meridiano; (b) espaço tridimensional de tensões principais.....	48
Figura 14 - Lei de amolecimento do concreto fissurado no modelo HSD.....	48
Figura 15- Modelos constitutivos para armadura passiva: (a) elastoplástico perfeito (b) elastoplástico com endurecimento linear.....	50
Figura 16 – Diagramas tensão-deformação dos sistemas compósitos.....	51
Figura 17 – Modos de fraturas independentes.....	51
Figura 18 – Curva da tensão de contato e deslizamentos tangenciais.....	52
Figura 19 – Elemento SOLID186.....	53
Figura 20 – Elemento REINF64.....	54
Figura 21 – Elemento MESH200.....	55
Figura 22 – Elemento SHELL281.....	56
Figura 23 – Elemento CONTA174.....	57
Figura 24 – Elemento TARGE170.....	58
Figura 25 – Elemento TARGE170.....	59
Figura 26 – Gráfico carga <i>versus</i> deslocamento das vigas VT1.....	61
Figura 27 – Gráfico carga <i>versus</i> deslocamento das vigas VR3.....	62

Figura 28 – Dimensões e carregamento inicial da viga de referência.....	64
Figura 29 – Diagrama momento fletor da viga de referência.....	64
Figura 30 – Diagrama esforço cortante da viga de referência.....	64
Figura 31 – Corte longitudinal da viga de referência.....	66
Figura 32 – Corte transversal e detalhamento dos estribos.....	66
Figura 33 – Gráfico carga <i>versus</i> deslocamento.....	70
Figura 34 – Tensão no concreto no início do comportamento não-linear da estrutura.....	70
Figura 35 – Início da tensão de escoamento do aço.....	71
Figura 36 – Início das deformações de esmagamento do concreto.....	71
Figura 37 – Início das deformações 1% no aço.....	72
Figura 38 – Tensões no aço para a carga última.....	72
Figura 39 – Deformações no concreto para carga última.....	73
Figura 40 – Gráfico carga <i>versus</i> deslocamento viga V1.....	74
Figura 41 – Deformação no concreto no início do esmagamento.....	74
Figura 42 – Início das deformações de 1% no aço.....	75
Figura 43 – Tensões do aço na carga última.....	76
Figura 44 – Deformação no concreto na carga última.....	77
Figura 45 – Tensão no reforço.....	78
Figura 46 – Tensões na interface entre o PRFC e o concreto.....	78
Figura 47 – Deslizamento.....	79
Figura 48 - Gráfico carga <i>versus</i> deslocamento viga V2.....	80
Figura 49 - Deformação no concreto no início do esmagamento.....	81
Figura 50 - Início das deformações de 1% no aço.....	81
Figura 51 - Tensões do aço na carga última.....	82
Figura 52 - Tensão no reforço.....	84
Figura 53 - Tensões na interface entre o PRFC e o concreto.....	84
Figura 54 – Deslizamento.....	85
Figura 55 - Gráfico carga <i>versus</i> deslocamento viga V3.....	86
Figura 56 - Deformação no concreto no início do esmagamento.....	86
Figura 57 - Início das deformações de 1% no aço.....	86
Figura 58 - Tensões do aço na carga última.....	87
Figura 59 - Tensão no reforço na carga última.....	89
Figura 60 - Tensões na interface entre o PRFC e o concreto.....	90
Figura 61 – Deslizamento.....	90

Figura 62 – Comportamento carga versus deslocamento das vigas sem reforço.....	91
Figura 63 - Comportamento carga versus deslocamento das vigas com reforço.....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades mecânicas das fibras de carbono.....	26
Tabela 2 – Limite de tensão resistido na fibra.....	42
Tabela 3 – Área armadura longitudinal necessária.....	65
Tabela 4 – Área armadura longitudinal necessária.....	65
Tabela 5 – Momento resistente e área de reforço necessária do PRFC.....	68
Tabela 6 – Parâmetros do modelo da interface.....	78
Tabela 7 – Resultados experimentais Beber (1999).....	92

LISTA DE SÍMBOLOS

ε_0	Deformação inicial no substrato de concreto (mm/mm)
M_0	Momento de serviço (kN.m)
M_{cr}	Momento de fissuração (kN.m)
X_0	Altura inicial da linha neutra antes do carregamento (cm)
b	Largura da seção transversal (cm)
E_s	Módulo de elasticidade longitudinal do aço (GPa)
E_c	Módulo de elasticidade longitudinal concreto (GPa)
A_{s1}	Área da seção transversal do aço tracionada pelo momento fletor (cm ²)
A_{s2}	Área da seção transversal do aço comprimida pelo momento fletor (cm ²)
df	Distância do centro da armadura tracionada até a fibra mais comprimida (mm);
d	Altura útil da seção transversal (cm)
d_2	Distância do centro da armadura comprimida até a fibra mais comprimida (mm)
ε_{c0}	Deformação inicial do concreto comprimido (mm/mm)
I_0	Momento de inércia da seção fissurada (mm ⁴)
h	Altura da seção transversal (cm)
Ψ	Coefficiente de redução da resistência do PRF
f_{cd}	Resistência de cálculo do concreto à compressão (MPa)
x	Posição da linha neutra (cm)
ε_{s1}	Deformação axial ao longo do eixo da armadura (mm/mm)
ε_{s2}	Deformação de ruptura do aço (mm/mm)
f_{yd}	Tensão de cálculo do escoamento do aço (MPa)
A_f	Área de reforço de PRF aderido externamente (mm ²)
E_f	Módulo de elasticidade do PRF (MPa)
ε_f	Deformação no PRF (mm/mm)
ε_{cu}	Deformação última para o concreto comprimido (mm/mm)
M_{Rd}	Momento resistente de cálculo (kN.m)
δ_G	Fator de profundidade da linha neutra
ε_{fud}	Deformação de ruptura de cálculo do PRF (mm/mm)
ε_c	Deformação de compressão do concreto (mm/mm)
η	Fator para a largura da seção retangular

f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto (MPa)
λ	Fator para o comprimento da seção retangular
f_{fbm}	Tensão de tração máxima no PRF (MPa)
K_m	Fator de minoração da tensão no reforço
K_b	Fator do formato da estrutura
β_L	Fator do comprimento da ancoragem do PRF
t_f	Espessura da camada do reforço (mm)
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto (Mpa)
b_f	Largura da seção transversal de PRF (cm)
f_{fd}	Tensão de cálculo do PRF externamente colado (MPa)
f_{fk}	Tensão característica do PRF (MPa)
γ_f	Coefficiente parcial de segurança para o PRF
ξ	Índice de ductilidade do elemento reforçado
$V_{R,d}$	Força resistente de cálculo total (kN)
V_{cd}	Força resistente do concreto (kN)
V_{wd}	Força resistente da armadura interna (kN)
V_{fd}	Força resistente do PRF (kN)
$V_{R,d2}$	Esforço cisalhante que pode ser suportado sem a ruptura da peça
$\epsilon_{fd,e}$	Deformação efetiva do CFC (mm/mm)
ρ_f	Taxa de armadura do reforço (%)
b_w	Largura da seção transversal da viga (cm)
θ	Ângulo entre a direção dos eixos em relação a direção x
α	Fator de redução da força no PRF para sua ancoragem
t_f	Espessura do reforço (mm)
S_f	Espaçamento de tiras de PRF (cm)
k	Coefficiente dependente da colagem para o cisalhamento
$\epsilon_{f,e}$	Deformação específica efetiva do reforço (mm/mm)
$\epsilon_{fk,e}$	Deformação característica efetiva do reforço (mm/mm)
f_{yk}	Tensão de cálculo de escoamento do aço (MPa)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	QUESTÃO DE PESQUISA	16
1.2	OBJETIVO PRINCIPAL	16
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
1.4	PRESSUPOSTO.....	17
1.5	PREMISSAS/DELIMITAÇÕES	17
2	TÉCNICAS DE REFORÇO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO	18
2.1	REFORÇO PELO AUMENTO DA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO	19
2.2	REFORÇO COM CHAPAS DE AÇO COLADAS COM RESINA EPÓXI.....	20
2.3	REFORÇO COM POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS	21
3	POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS DE CARBONO (PRFC).....	22
3.1	HISTÓRICO.....	23
3.2	COMPOSIÇÃO.....	23
3.2.1	Resinas.....	24
3.2.2	Fibras.....	25
3.2.2.1	Propriedades Físicas	25
3.2.2.2	Propriedades Mecânicas	26
3.3	SISTEMA DE APLICAÇÃO.....	26
3.4	VANTAGENS E DESVANTAGENS	27
4	CRITÉRIOS DE PROJETO PARA O DIMENSIONAMENTO DA VIGA DE REFERÊNCIA SEGUNDO ABNT NBR 6118 (2014)	28
4.1	DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURA LONGITUDINAIS.....	28
4.2	DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURA TRANSVERSAIS (ESTRIBOS).....	31
5	CRITÉRIOS DE PROJETO PARA O DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO COM PRFC.....	34
5.1	DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO À FLEXÃO COM PRF SEGUNDO ACI 440.2R (2017).....	34

5.1.1	Resistência nominal.....	34
5.1.1.1	Modos de ruptura.....	35
5.1.2	Elementos do concreto armado.....	36
5.1.2.1	Premissas.....	37
5.1.2.2	Resistência ao cisalhamento.....	37
5.1.2.3	Deformação existente no substrato.....	38
5.1.2.4	Deformação no reforço com PRF.....	38
5.1.2.5	Tensão no reforço com PRF.....	39
5.1.2.6	Fator de redução da resistência.....	39
5.1.2.7	Servicibilidade.....	40
5.1.2.8	Ruptura por deslizamento e limite de tensão por fadiga.....	41
5.1.2.9	Estado limite último.....	42
6	ANÁLISE NUMÉRICA.....	46
6.1	MODELO CONSTITUTIVO DOS MATERIAIS.....	46
6.1.1	Concreto.....	46
6.1.2	Aço da armadura.....	49
6.1.3	Reforço (PRFC).....	50
6.1.4	Interface.....	51
6.2	ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS.....	52
6.2.1	Concreto - SOLID186.....	53
6.2.2	Armadura interna - REINF264 e MESH200.....	54
6.2.3	Fibra de carbono - SHELL281.....	55
6.2.4	Interface – CONTA174 e TARGE170.....	56
6.3	ASPECTOS DA ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	58
6.4	VALIDAÇÃO.....	59
7	ANÁLISE DA VIGA REFORÇADA COM PRFC.....	63
7.1	DIMENSIONAMENTO VIGA BEBER.....	63
7.2	DETERIORAÇÃO PELA METODOLOGIA DE PALIGA (2008).....	67
7.3	DIMENSIONAMENTO DO PRFC.....	67
7.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	69
7.4.1	Viga V0.....	69
7.4.2	Viga V1.....	73

7.4.3	Viga V2	79
7.4.4	Viga V3	85
7.4.5	Considerações	91
8	CONCLUSÕES	94
	REFERÊNCIAS	96
	ANEXO A – EXEMPLO DE <i>SCRIPT</i> VIGA V2 COM REFORÇO	101

1 INTRODUÇÃO

O reforço estrutural está cada vez mais presente na engenharia civil, estima-se que os recursos destinados a reparos e reforços na estrutura atinjam cerca de 40% sob o total de recursos envolvidos na construção civil em países desenvolvidos (METHA & MONTEIRO, 2014). Isso também está associado ao fato do elevado custo de novas construções, desta forma, a manutenção através de reforço e reabilitação de estruturas continua crescendo constantemente, a fim de readequar as exigências de segurança e durabilidade.

Segundo Sousa e Rippier (1998), a necessidade de intervenção utilizando técnicas de reforço estrutural provém de inúmeras causas, podendo-se destacar entre as mais frequentes: a diminuição da capacidade resistente da estrutura, seja pela sua vida útil, desgaste e deterioração (agressividade do ambiente) e, também, a modificação da concepção estrutural, gerando maiores esforços solicitantes. Garcez (2007) enfatiza que a geração de maiores esforços solicitantes é recorrente devido ao fato de muitas edificações ao longo de sua vida útil sofrerem mudanças em sua utilização, necessitando de uma maior capacidade para resistir aos novos esforços gerados. Além disso, Beber (1999) ainda cita a má qualidade das obras como uma das principais causas da redução da vida útil da estrutura, devido a mão de obra desqualificada, prazos de entrega cada vez menores e adequação de gastos.

Existem diferentes técnicas de reforço no mercado, entre elas, o uso de materiais poliméricos (materiais compósitos). Inicialmente, estes materiais poliméricos tinham um alto custo de produção e poucas pesquisas relacionadas a seu uso e desempenho na construção civil, tendo assim, o seu uso não favorecido. Atualmente, o constante decréscimo nos custos destes materiais, devido a um menor custo nos processos de manufatura e matéria prima, o tornam mais competitivo no mercado, principalmente se tratando de reforços estruturais. Dentre os materiais poliméricos, destaca-se os polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC), que segundo Beber (1999), é considerado o melhor tipo de reforço ao relacionar desempenho estrutural e peso específico.

Por fim, o objetivo principal deste trabalho é analisar o desempenho do polímero reforçado com fibras de carbono colado externamente, em determinadas situações de recuperação de vigas de concreto armado com capacidade resistente reduzida (deterioradas) através do Método dos Elementos Finitos, utilizando o *software* ANSYS.

1.1 QUESTÃO DE PESQUISA

Qual o ganho de resistência com a aplicação do reforço utilizando compósitos de fibras de carbono frente a diferentes graus de deterioração em uma viga de concreto armado?

1.2 OBJETIVO PRINCIPAL

Analisar o desempenho do polímero reforçado com fibras de carbono, através do *software* ANSYS, em determinadas situações de recuperação de vigas de concreto armado com capacidade resistente reduzida.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Destacam-se os seguintes objetivos específicos:

- a) dimensionar a viga de referência utilizando as recomendações normativas da ABNT NBR 6118 (2014);
- b) aplicar a deterioração por meio da metodologia proposta por Paliga (2009);
- c) dimensionar o reforço a partir das prescrições normativas da ACI 440.2R (2017) com polímeros de fibra de carbono (PRFC) solicitados à flexão;
- d) analisar o processo de ruptura com a aplicação do compósito de fibras de carbono;
- e) comparar a eficiência do reforço com PRFC frente a diferentes graus de deterioração da viga de referência.

1.4 PRESSUPOSTO

Parte-se do pressuposto que os modelos de cálculo encontrados nas normas ABNT NBR 6118 (2014), ABNT NBR 6120 (2019) e ACI 440.2R (2017) são adequados para projetar e determinar as resistências das estruturas.

1.5 PREMISSAS/DELIMITAÇÕES

Neste trabalho, os resultados numéricos são obtidos utilizando o *software* ANSYS por meio do método dos elementos finitos através de um *script* fornecido e validado em trabalhos anteriores. O trabalho será voltado para elementos estruturais do tipo viga bi-apoiada e análises referentes ao esforço de flexão simples, o reforço com fibra de carbono será externamente aderido.

2 TÉCNICAS DE REFORÇO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

A norma brasileira NBR 6118 indica que a durabilidade das estruturas de concreto deve ser projetada de modo a conservar sua segurança, aptidão do serviço e estabilidade durante um período de 50 anos, sem exigir medidas extras de reparo e manutenção (ABNT, 2014). Entretanto, existem diversos fatores que podem influenciar na vida útil da estrutura, causando o aparecimento de manifestações patológicas e a necessidade de uma intervenção.

Segundo Campagnollo *et al.* (1999), além da deterioração devido à ataques físicos/químicos nas edificações, as mudanças no regime de utilização das edificações, incoerências de projeto e materiais/componentes de baixa qualidade podem alterar a segurança e vida útil da estrutura. A partir do momento em que o elemento expressar um desempenho estrutural insatisfatório ou apresentar uma resistência reduzida, existem duas formas de intervir, através da demolição e reconstrução ou na execução um sistema de reabilitação estrutural (JONES *et al.*, 1988).

As estratégias para uma intervenção eficiente representam um grande desafio a ser enfrentado, tendo em vista as variadas restrições de projeto e execução, tais como a dimensão do elemento, para não alterar a configuração arquitetônica do elemento, e a velocidade de execução, definindo o tempo que a estrutura ficará fora de uso. Além disso, é importante o conhecimento do histórico de utilização da peça deteriorada, identificando as deformações plásticas e elásticas já ocorridas e a realização do diagnóstico do problema para a intervenção adequada.

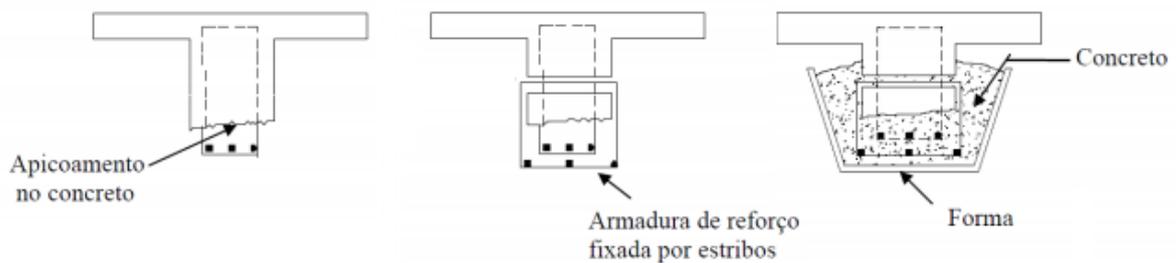
De acordo com Beber (1999), na maioria dos casos, optar pela utilização de reforço nas estruturas condiz em uma melhor alternativa de intervenção, tendo em vista os escassos recursos naturais disponíveis e o custo econômico. O reforço pode ser definido como o aumento da capacidade resistente de um elemento estrutural, diferentemente da recuperação, onde as condições de suporte são recompostas à situação originalmente desenvolvida (FERRARI *et al.*, 2002).

Atualmente, com o avanço da tecnologia, para as estruturas de concreto armado, diversas técnicas de reforço têm surgido, entre elas, podem-se citar o aumento da seção de concreto armado, a utilização de chapas de aço, uso de perfis metálicos e polímeros reforçados com fibra de carbono. A seguir será apresentado as principais características de cada método, dando ênfase aos polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC), o qual é o principal foco de estudo deste trabalho.

2.1 REFORÇO PELO AUMENTO DA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO

Esta técnica consiste na adição de concreto ou argamassa armados novos envolta do elemento estrutural. Caso após a adição a zona tracionada não atenda a resistência requerida, é necessário o acréscimo de barras de aço. Para o resultado satisfatório desta técnica, antes da colocação do novo material deve-se aliviar as cargas a que o elemento está submetido para a recuperação das deformações elásticas pré-existentes. Também é necessário que a ligação entre eles seja capaz de resistir as tensões de deslizamento, para isso, é comum a realização de serviços preliminares, tais como a limpeza da superfície e apicoamento do concreto já existente. Com isso, permite-se que haja uma melhor aderência entre o concreto antigo e o novo, a fim de que trabalhem monoliticamente e ocorra assim, a transferência de tensões entre eles. Uma situação típica de utilização deste reforço é apresentada na Figura 1, apresentando um aumento da seção transversal de vigas, aumento assim, sua seção resistente.

Figura 1 – Aplicação do aumento da seção resistente como reforço



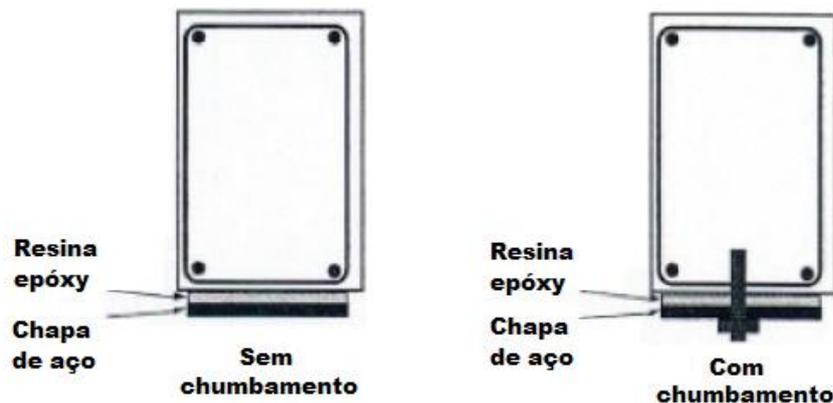
Fonte: Adaptado de Cánovas (1988).

Reis (2001) aconselha a utilização de concreto de alta resistência ao concreto convencional para casos em que é necessário um aumento de resistência com restrições de geometria, para não ocasionar alterações significativas nas dimensões do elemento. O alto índice de corrosão das armaduras devido a redução dos cobrimentos, o aumento da carga permanente e a deterioração do concreto do reforço destacam-se como as principais desvantagens desta técnica (EMMONS *et al.*, 1998; Pinto, 2000).

2.2 REFORÇO COM CHAPAS DE AÇO COLADAS COM RESINA EPÓXI

Esta técnica consiste em colar chapas ou outros elementos metálicos na superfície de elementos de concreto através do adesivo epóxi (SAADATMANESH E EHSANI, 1990). É importante a retirada da camada deteriorada e a ampliação da rugosidade superficial do concreto para uma perfeita ancoragem e garantir assim um bom funcionamento do reforço (REIS, 2001). De acordo com Helene (1992), nas zonas de ancoragem, onde as zonas tangenciais são maiores, é recomendável a utilização de chumbos metálicos para minorar os riscos de descolagem, como demonstra a Figura 2.

Figura 2 – Reforço a partir de chapas de aço coladas com resina epóxi



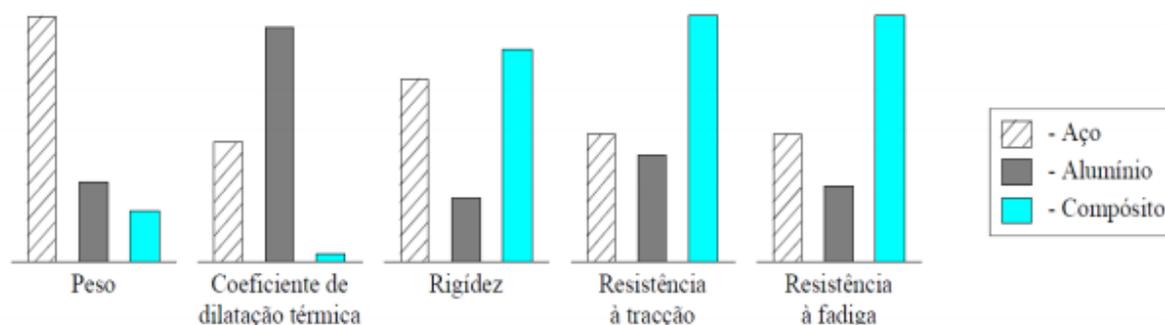
Fonte: Adaptado de Appleton e Gomes (1997).

Dependendo o caso, é recomendável a aplicação de chapas de aço tanto na zona tracionada quanto na zona comprimida do elemento, pois o acréscimo das tensões de tração na flexão ocasiona em um aumento de área comprimida a ser resistida pelo concreto. Sua eficácia está em reforçar elementos estruturais submetidos à flexão, aumentando sua resistência, rigidez e restringindo a abertura de fissuras no concreto (SWAMY *et al.*, 1987; CAMPAGNOLLO *et al.*, 1997). Entretanto, estudos demonstram que após longos períodos de exposição, ocorre a corrosão da chapa de aço, principalmente ao longo da interface entre o adesivo e a chapa, comprometendo gravemente a aderência entre os elementos e a sua resistência (CALDER, 1979).

2.3 REFORÇO COM POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS

Os Polímeros Reforçados com Fibras (PRF) são constituídos por fibras, as quais são responsáveis por proporcionar resistência mecânica e rigidez ao elemento, e por resinas, cuja função é fornecer aderência e compatibilidade entre as fibras com o substrato ao qual este material está aplicado. Ao longo do século, notou-se a diminuição da importância dos metais e o aumento dos materiais poliméricos nas estruturas, isso deve-se ao fato da crescente necessidade de construções de alto desempenho (JUVANDES, 2002). A Figura 3 apresenta um gráfico comparativo, demonstrando as diferenças das características físicas e mecânicas entre um compósito reforçado com fibras, o aço e o alumínio.

Figura 3 – Características físicas do aço, alumínio e materiais compósitos de PRF



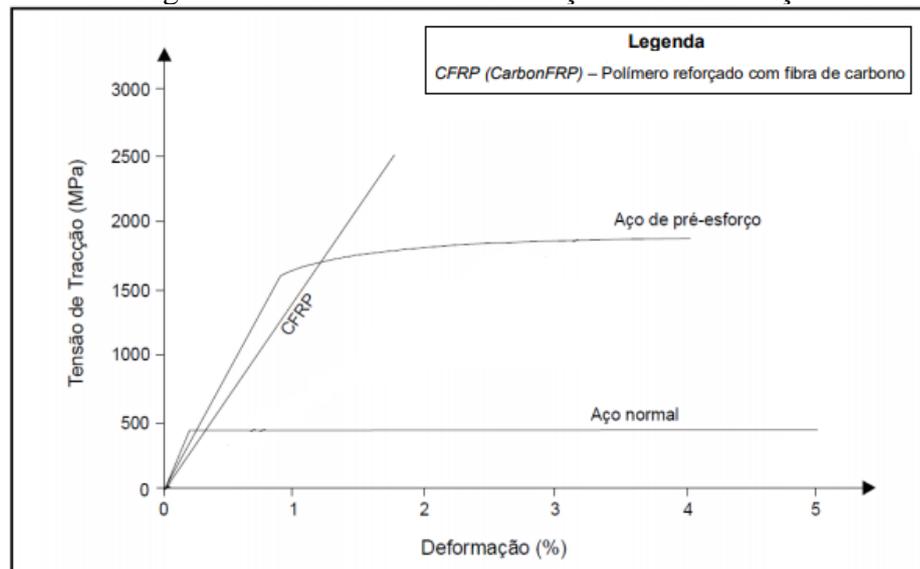
Fonte: Juvandes (2002).

Quando comparados a outras técnicas de reforço, o PRF apresenta vantagens em diversas aplicações, devido ao fato de desempenhar reforços com alta resistência, ter baixo peso próprio, grande durabilidade e liberdade quanto a sua forma geométrica (SALLABERRY, 2005). Conforme Juvandes (1999), estes materiais inicialmente eram desenvolvidos para aplicações na indústria automotiva, aeroespacial, naval e ferroviária, atualmente, passam a compor um dos principais métodos utilizados para reforço de estruturas de concreto armado e protendido. Segundo Reis (2001), os principais polímeros empregados na construção civil são feitos com fibra de vidro (PRFV), fibra de aramida (PRFA) e fibra de carbono (PRFC). Atualmente, a maioria dos sistemas em uso estão voltados para a utilização de fibra de carbono, que diferentemente do aço, não são afetados pela corrosão, tanto de ácidos como de álcalis, sais e outros agentes agressivos (HOLLAWAY, 1993).

3 POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS DE CARBONO (PRFC)

Os Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono (PRFC) são materiais de grande potencial dentro da engenharia civil e vem sendo aprimorado a cada dia, sua formação é baseado na força das ligações carbono-carbono e na leveza do átomo de carbono (TAYLOR, 1994). Segundo Juvandes (2002), estes compósitos têm sua comercialização em forma de tecidos, mantas e laminados, destacando-se pela sua baixa interferência arquitetônica. Sua utilização tem sido quase que exclusiva para a resolução de problemas estruturais quando é necessário a utilização de algum reforço (SOUSA E RIPPIER, 1998). Nos locais em que há equipamentos de ressonância magnética e o uso de aço é restringido, tem-se adotado a substituição completa da armadura de aço por PRFC devido a sua alta resistência à tração, conforme mostra a Figura 4.

Figura 4 – Curva tensão-deformação do PRFC e aço



Fonte: Adaptado de Abdelrahman (1997) apud Juvandes (2002).

Pode-se notar que a curva comportamental desse polímero é linear, chegando a tensões máximas de 3500 MPa e uma taxa de deformação na ordem de 1,5%. De acordo com Schwartz (1984), o seu alto módulo de elasticidade e, por consequência, sua elevada resistência, dependem do grau de orientação de suas fibras onde deve-se procurar o paralelismo entre os eixos das fibras para uma maior eficiência. Neste capítulo, será abordado o histórico de utilização do PRFC, sua composição, formas de aplicação e as principais vantagens e desvantagens deste material.

3.1 HISTÓRICO

Mundialmente, os polímeros reforçados com fibra de carbono tiveram a sua comercialização em meados da década de 60, utilizados por muito tempo principalmente por indústrias aeroespacial e automobilística (EMMONS *et al.*, 1998). Apenas na década de 80, na Suíça foram realizadas as primeiras pesquisas de aplicação de PRFC no reforço estrutural em concreto armado, com os trabalhos de Meier e Kaiser (HOLLAWAY e LEEMING, 1999; MCKENNA e ERKI, 1994; HUTCHISON, 1997). Paralelamente às pesquisas, no Japão, devido a constantes ameaças de abalos sísmicos, estudavam-se maneiras tanto para recuperar rapidamente as estruturas quanto para prevenir, através do reforço estrutural (SOUSA e RIPPIER, 1988).

Após grande desenvolvimento teórico, em 1995, posteriormente ao terremoto Kobe, houve a primeira grande aplicação utilizando fibras de carbono na construção civil, reforçando centenas de estruturas de concreto armado devido a catástrofe (MACHADO, 2002). Segundo o mesmo autor, a primeira aplicação de PRFC no Brasil ocorreu em 1998 em Belo Horizonte (Minas Gerais), com o reforço estrutural do viaduto Santa Tereza, construído em 1927. Atualmente os polímeros de fibras de carbono destinados ao reforço estrutural têm sido comercializados sob a forma de sistemas de reforço, ou seja, além do produto, é disposto toda pesquisa e desenvolvimento por trás dos materiais (fibras e resinas), assim como seu manual de aplicação, suporte técnico e treinamento (NANNI, 1999).

3.2 COMPOSIÇÃO

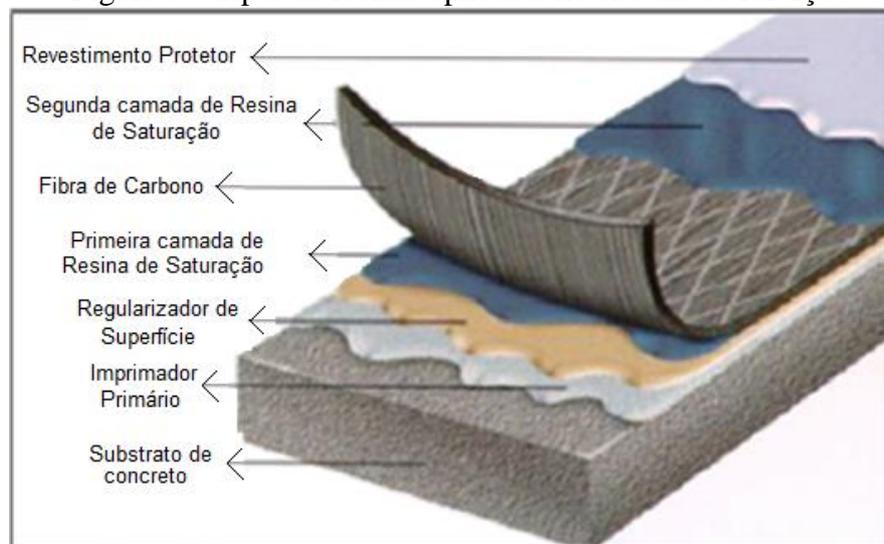
Os sistemas compostos de fibra de carbono podem ser classificados como sistemas pré-fabricados, os quais são apresentados totalmente curados, ou sistemas curados *in situ*, onde são compostos por fibras e recebem a resina para compor o polímero. Em ambos os casos são colados no elemento a ser reforçado com a utilização de resinas (JUVANDES, 1999). De acordo com Robery e Inners (1997), existem três sistemas de reforço que utilizam as fibras de carbono combinados com as resinas poliméricas:

- a) chapas pultrudadas: o reforço é obtido através da aderência com epóxi ou poliéster nos perfis (chapas de polímero reforçadas com fibra de carbono) sobre a superfície do concreto;
- b) fios de fibra de carbono: são enrolados a seco e em sequência curados a quente ou enrolados sob tensão e posteriormente colados como filamento sobre a superfície de concreto;
- c) lâminas pré-impregnadas: são embebidas em uma matriz polimérica e coladas sobre a superfície do concreto, são utilizadas principalmente em ‘cantos vivos’ nas estruturas.

3.2.1 Resinas

Segundo Machado (2002), os principais tipos de resinas utilizados para reforços estruturais aderidos externamente são: imprimadores primários, regularizadores de superfície, saturantes e os revestimentos protetores (Figura 5).

Figura 5 – Tipos de resinas aplicadas no sistema de reforço



Fonte: Adaptado de Machado (2002).

- a) o imprimador primário tem como finalidade criar uma ponte de aderência entre o substrato e a resina de saturação;
- b) o regularizador de superfície atua preenchendo os vazios e corrigindo a superfície, a fim de criar uma superfície lisa onde posteriormente o sistema compósito será aderido;

- c) as resinas de saturação possuem o encargo de fixar as fibras que irão constituir o reforço estrutural, garantindo assim sua efetividade na transferência de tensões entre as fibras;
- d) o revestimento protetor tem a função de proteger a superfície do reforço de agente agressivos como a luz ultravioleta, abrasões e produtos químicos.

De acordo com Juvandes (1999), estas resinas são indispensáveis nas aplicações de sistemas curados *in situ*, pois elas são especialmente formuladas para otimizar o comportamento estrutural do sistema, sob as mais variadas condições ambientais a que possa ser exposta.

3.2.2 Fibras

Segundo Machado (2002), as fibras de carbono utilizadas para o reforço estrutural, são obtidas através da carbonização de fibras precursoras orgânicas como o Poliacrilonitril (PAN) por exemplo. As fibras precursoras são oxidadas e processadas à uma temperatura entre 1000°C a 1500°C, no final do processo pode-se notar o perfeito alinhamento entre os átomos de carbono ao longo da fibra precursora, o que lhe proporciona uma alta resistência mecânica. Temperaturas mais altas geralmente conduzem fibras com maior módulo de elasticidade (100 a 300 GPa) entretanto, quanto maior seu módulo mais alto será o custo do material.

3.2.2.1 Propriedades Físicas

As fibras de carbono são constituídas por mais de 90% de carbono e possuem filamentos na ordem de 5 a 15 μm de diâmetro. Possuem alto módulo de elasticidade, alta resistência térmica e elétrica, grande resistência à tração, são inertes e possuem baixo peso específico (FOGAÇA, 2016). Segundo Machado (2002), seu peso específico pode variar entre 1,6 a 1,9 g/cm^3 , totalizando um valor de aproximadamente oito vezes menor do que o peso específico do aço, que é em média de 7,85 g/cm^3 . O coeficiente de dilatação térmica dos compostos unidirecional de PRFC à 0°C para o coeficiente de dilatação térmica longitudinal é de $10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ enquanto para a transversal varia entre 22.10^{-6} a $50.10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

3.2.2.2 Propriedades Mecânicas

Conforme Machado (2002), existem diferentes variações de fibras de carbono, as quais podem diferir na sua tensão de ruptura, módulo de elasticidade, deformação específica e densidade específica, conforme indica a Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas das fibras de carbono

Tipo de Fibra	Tensão de Ruptura (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Deformação Específica Última (%)	Densidade Específica (kg/m ³)
Carbono de alta resistência	4300 - 4900	230 - 240	19, - 2,1	1,8
Carbono de alto módulo	2740 - 5490	294 - 329	0,7 - 1,9	1,78 - 1,181
Carbono de alta resistência e alto módulo	2600 - 4020	540 - 640	0,4 - 0,8	1,91 - 2,12

Fonte: Adaptado de Machado (2002).

3.3 SISTEMA DE APLICAÇÃO

Segundo Sousa e Ripper (1998), o desempenho do elemento estrutural reforçado depende diretamente da qualidade de execução do reforço. A norma americana ACI 440-2R (2017), exige que em casos onde a aplicação envolver mais que uma face do elemento estrutural, é preciso deixar as arestas do elemento com um raio mínimo de 13 milímetros, para evitar concentrações de tensões e ocorrer então o cisalhamento. Primeiramente, deve-se preparar a superfície de concreto, removendo as partículas soltas e demais desejos e a seguir, por meios de equipamentos abrasivos (jatos de água, limalhas metálicas, etc.) deixar a superfície mais rugosa para uma melhor aderência do sistema (SOUZA E RIPPIER, 1998). Preparada a superfície, aplica-se o imprimador primário (Figura 6).

Figura 6 – Aplicação do imprimador primário (Primer)



Fonte: Machado (2002).

Em seguida, é aplicado a resina regularizadora e então realizado o corte das lâminas de PRFC, geralmente feito com tesoura de aço e estilete, para se adequar as dimensões do elemento a ser reforçado. Para melhorar a ponte de ligação fibra-substrato é realizado a imprimação das lâminas de carbono com as resinas de saturação. Silva Filho (2001) diz que se deve executar a colocação das lâminas em até 30 minutos após a aplicação da resina saturante para que a mesma não perca o seu ponto de colagem. Finalizando, faz-se a eliminação das bolhas de ar que surgiram durante a aplicação através da rolagem das bolhas de ar, realiza-se a segunda imprimação sobre as lâminas de PRFC com a resina saturante e então aplica-se o revestimento de proteção (MACHADO, 2002).

3.4 VANTAGENS E DESVANTAGENS

As principais vantagens e desvantagens dos polímeros reforçados com fibra de carbono encontram-se no Quadro 1.

Quadro 1 – Principais vantagens e desvantagens do PRFC

Vantagens	Desvantagens
Elevada resistência à tração	Baixa resistência ao impacto
Baixo peso específico	Baixo desempenho térmico
Alta condutibilidade elétrica	Fissuras frágeis
Elevado módulo de elasticidade longitudinal	Baixa deformação antes da fissuração
Alta estabilidade dimensional	Baixa resistência à compressão
Baixo coeficiente de dilatação térmica	Custo elevado
Inércia química, com exceção da oxidação	
Bom amortecimento estrutural	

Fonte: Adaptado de Machado (2002).

4 CRITÉRIOS DE PROJETO PARA O DIMENSIONAMENTO DA VIGA DE REFERÊNCIA SEGUNDO ABNT NBR 6118 (2014)

Os critérios de dimensionamento presente neste capítulo serão realizados seguindo as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014). Para o dimensionamento das armaduras longitudinais, considerou-se que o estado limite último da estrutura predomine no domínio 3, ou seja, flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço. Para o dimensionamento das armaduras transversais, tendo em vista que a viga de referência possui uma seção retangular, sua tensão de cisalhamento varia parabolicamente com a altura e a tensão máxima ocorre no eixo neutro. Desta forma, será abordado o Modelo de Cálculo I onde a inclinação dos estribos em relação ao eixo do elemento é 90 graus e as bielas das treliças é 45 graus.

4.1 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURA LONGITUDINAIS

De acordo com a norma brasileira NBR 6118, os domínios representam as diversas possibilidades de ruína da seção, a cada par de deformações específicas corresponde um esforço normal (se existir) e um momento fletor atuante na seção (ABNT, 2014). Para a determinação da área de aço nas armaduras de flexão, será trabalhado neste projeto em Domínio 3 (flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço). Sendo assim, a Equação (1) estabelece o momento limite, M_{dim} , para a viga de referência.

$$M_{dim} = 0,25 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (1)$$

Onde:

b = base da seção transversal da viga (cm);

d = altura útil da viga (cm);

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto (f_{ck}/γ_c).

Para determinar a altura útil da viga d , é necessário estabelecer o valor da distância da face inferior da viga até o eixo da armadura longitudinal d' , obtida conforme a Equação (2).

$$d' = c + e + \emptyset/2 \quad (2)$$

Onde:

d' = distância da face inferior da viga até o eixo da armadura longitudinal (cm);

c = cobrimento (cm);

e = espessura do estribo (cm);

\emptyset = diâmetro da bitola de aço pré-dimensionada (cm).

Com d' determinado é possível estabelecer a altura útil da viga a partir da Equação (3).

$$d = h - d' \quad (3)$$

Onde:

h = altura da seção transversal da viga (cm).

Após os cálculos necessários para a determinação do momento limite, é feita uma verificação com o valor do momento fletor M_k conforme a Equação (4 e a Equação 8.

Se,

$$M_k \cdot 1,4 \leq Md_{lim} \quad (4)$$

Então:

Será necessário apenas a utilização de armaduras simples, calculadas conforme a Equação (5 e a Equação (6.

$$y = d * \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) \quad (5)$$

Onde:

y = altura ponderada da linha neutra (cm);

M_d = momento fletor de cálculo ($1,4 \cdot M_k$);

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y}{f_{yd}} \quad (6)$$

Onde:

A_s = área de aço para a armadura de tração (cm²);
 f_{yd} = resistência à tração de cálculo do aço ($f_{yk}/1,15$).

Se,

$$M_k \cdot 1,4 > M_{dlim} \quad (7)$$

Então:

Será necessário a utilização de armaduras duplas, ou seja, calcular as armaduras de compressão (Equação (8)) e as armaduras longitudinais de tração (Equação (9)).

$$A_s' = \frac{M_d - M_{dlim}}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (8)$$

Onde:

A_s' = área de aço necessária para a armadura de compressão (cm²).

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y}{f_{yd}} \quad (9)$$

As vigas com armadura simples e dupla possuem algumas restrições de projeto, conforme indicam a Equação (10) e a Equação (11) para concretos do grupo 1.

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (10)$$

$$y_{lim} \leq 0,63 \cdot d \quad (11)$$

É preciso que as armaduras longitudinais calculadas, atendam um valor mínimo e máximo de aço exigido pela norma brasileira ABNT NBR 6118: 2014. A área de aço mínima é dada pela Equação (12) e a área de aço máxima pela Equação (13).

$$A_{smin} = \rho_{min} \cdot b \cdot h \quad (12)$$

Onde:

A_{smin} = área de aço mínima (cm²);

ρ_{\min} = definido conforme o Quadro 2.

Quadro 2 – Valores de ρ_{\min} (armadura transversal)

Forma da seção	Valores de ρ_{\min}^* ($A_{S\min}/A_c$) %						
	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208
*Os valores de ρ_{\min} estabelecidos neste quadro pressupõe a utilização do aço CA50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado.							

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014).

Em elementos estruturais, exceto elementos em balanço, cujas armaduras sejam calculadas com um momento fletor igual ou maior ao dobro de Md , não se faz necessário atender à armadura mínima. Neste caso, a determinação dos esforços solicitantes deve considerar de forma rigorosa todas as combinações possíveis de carregamento, assim como os efeitos de temperatura, deformações diferidas e recalques de apoio.

$$A_{S\max} = (A_S + A_S') \leq 4\% * A_c \quad (13)$$

Onde:

$A_{S\max}$ = armadura longitudinal máxima permitida (cm²);

A_c = área da seção da seção transversal da viga (cm²).

4.2 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURA TRANSVERSAIS (ESTRIBOS)

Após determinado a área de aço longitudinal necessária para a viga de referência, calcula-se a área de aço necessária para os esforços cisalhantes (estribos). Para uma viga com seção retangular, a tensão de cisalhamento varia parabolicamente com a altura e a tensão máxima ocorre no eixo neutro. Neste trabalho, será utilizado o modelo de cálculo I proposto pela ABNT NBR 6118 (2014), sendo a inclinação dos estribos em relação ao eixo do elemento 90° e as bielas da treliça a 45°, com isso, para a determinação da área de aço transversal necessária na viga de referência utiliza-se o seguinte roteiro:

- a) calcular V_{sd} , onde: $V_{sd} = Q_d$ (V_{sd} = força cortante de cálculo na seção; Q_d = força cisalhante efetiva);
- b) verificar se $V_{sd} \leq V_{Rd2}$, onde: $V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$; sendo $\alpha_{v2} = 1 - f_{ck}/250$ (V_{Rd2} = força cortante resistente de cálculo relativo a ruína das bielas à compressão; α_{v2} = consideração da resistência do concreto; f_{cd} = resistência do concreto minorado em 1,4). Caso V_{Rd2} não for maior que V_{sd} redimensiona-se a viga;
- c) calcular V_c , onde: $V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d$; sendo: $f_{ctd} = (0,21 \cdot f_{ck})^{2/3} / 1,4$ (V_c = parcela da força cortante que é absorvida pela própria seção do concreto; f_{ctd} = valor de resistência tabelado variante conforme a classe do concreto);
- d) calcular V_{sw} , onde: $V_{sw} = V_{sd} - V_c$ (V_{sw} = parcela efetiva absorvida pelas armaduras transversais). Caso V_{sw} resulte em um valor negativo, adota-se o valor de armadura mínima, em caso positivo calcula-se a área de aço transversal necessária conforme a Equação (14).

$$\frac{A_{sw}}{m} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \cdot 100 \quad (14)$$

Onde:

A_{sw} = área de aço necessária para a armadura transversal;

f_{ywd} = tensão de escoamento do aço.

A armadura mínima é prevista pela norma NBR 6118, sendo calculada conforme a Equação (15) (ABNT, 2014).

$$A_{smín} = \rho_{mín} \cdot b \quad (15)$$

Onde:

$\rho_{mín}$ = valor tabelado conforme o Quadro 3.

Quadro 3 – Valores de $\rho_{mín}$ (armaduras transversais)

f_{ck}	$\rho_{mín}$
25	0,12
30	0,13
35	0,14

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014).

É importante respeitar as prescrições normativas propostas pela ABNT NBR 6118 (2014) para o cálculo da armadura transversal a seguir:

$$f_{ywd} \leq 435 \text{ MPa} \quad (16)$$

$$e_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \quad (17)$$

$$e_{m\acute{i}n} \cong 10 \text{ cm} \quad (18)$$

$$\emptyset_{estribo} = 5,0 \text{ mm} \quad (19)$$

5 CRITÉRIOS DE PROJETO PARA O DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO COM PRFC

No Brasil, ainda não há regulamentações específicas para os procedimentos de cálculo de reforço com polímeros reforçados com fibras (PRF). Portanto, este trabalho baseia-se em propostas normativas internacionais, mais especificamente nas recomendações dispostas no relatório técnico ACI 440.2R (2017). Este relatório abrange os principais critérios de dimensionamento para reforços com PRF colados externamente a peças de concreto armado, além de aplicações em obras e controle de qualidade.

5.1 DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO À FLEXÃO COM PRF SEGUNDO ACI 440.2R (2017)

A aplicação do polímero reforçado com fibra de carbono colado externamente na face tracionada do elemento, orientada ao longo de seu comprimento, proporcionará um aumento na resistência à flexão. De acordo com pesquisas feita por Meier e Kaiser (1991), Ritchie *et al.* (1991) e Sharif *et al.* (1994), o aumento da resistência à flexão utilizando estes polímeros podem variar de 10 a 160%. Considerando os limites de reforço, da ductibilidade e limites de serviço, a ACI 440.2R recomenda limitar o aumento da resistência à flexão do elemento em 40%.

5.1.1 Resistência nominal

Para uma resistência de projeto aproximada, a resistência à flexão de projeto de um elemento deve exceder seu momento fatorado requerido, conforme indica a Equação 21. A resistência à flexão de projeto, M_n , se refere a resistência nominal do elemento multiplicado por um fator de redução, η , e o momento fatorado, M_u , refere-se ao momento calculado a partir de seus carregamentos.

$$\eta M_n \geq M_u \quad (20)$$

A resistência à flexão nominal de elementos de concreto armado reforçados com FRP pode ser determinada com base na compatibilidade de deformações, força interna de equilíbrio e controlando o modo de ruptura.

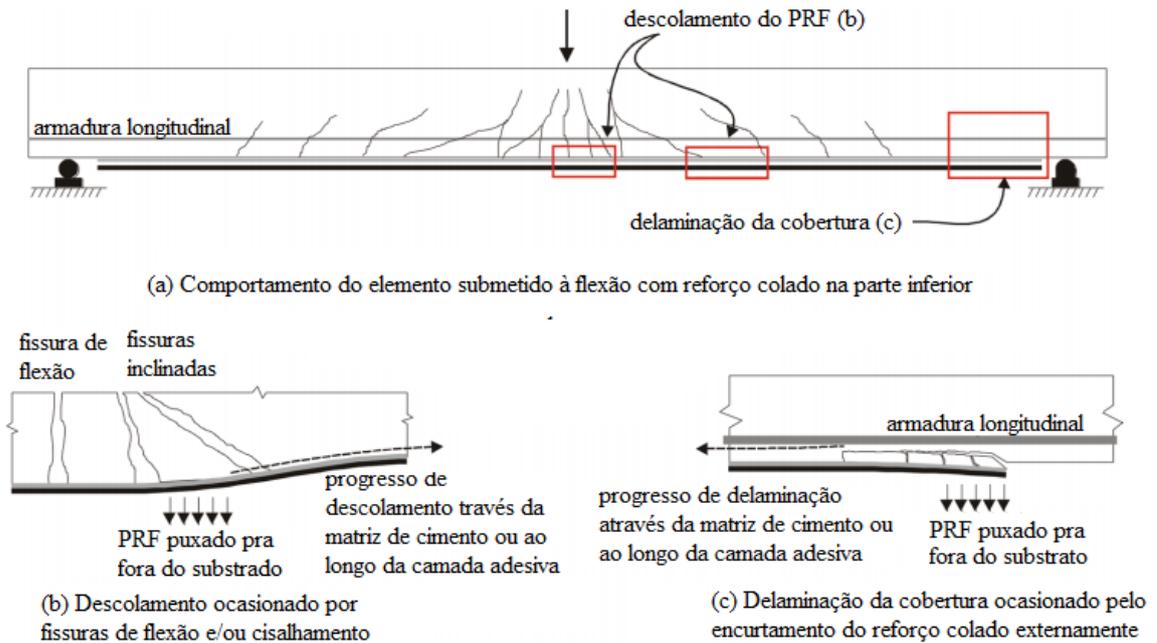
5.1.1.1 Modos de ruptura

A resistência à flexão de uma seção depende do controle do modo de ruptura de cada elemento. Os seguintes modos de ruptura ocasionados pela flexão devem ser analisados para uma seção reforçada com PRFC:

- a) esmagamento do concreto por compressão antes do escoamento do aço;
- b) escoamento do aço seguido por ruptura da lâmina do PRFC;
- c) escoamento do aço seguido por esmagamento do concreto;
- d) delaminação da camada de concreto próximo ao PRFC por tensão/cisalhamento;
- e) descolamento do PRFC do substrato de concreto (descolamento do PRFC).

O esmagamento do concreto é considerado quando sua deformação máxima devido à compressão atinge a deformação máxima permitida ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,0035$). A ruptura do PRF colado externamente ao substrato ocorre quando atinge a deformação de ruptura de projeto ($\varepsilon_f = \varepsilon_{fu}$) antes do concreto atingir sua máxima deformação permitida. Longe da seção onde o PRF colado externamente termina, uma falha ocasionada pelo descolamento do PRF pode ocorrer (Figura 7)

Figura 7 – Descolamento de delaminação de sistemas colados externamente com PRF



Fonte: Adaptado de ACI 440.2R (2017).

Para evitar esta falha por descolamento induzida por uma fissura intermediária, a deformação efetiva no reforço com PRF deve ser limitada considerando uma possível deformação por descolamento, ε_{fd} , conforme definido na Equação 22.

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \cdot \sqrt{\frac{fck}{n \cdot E_f \cdot t_f}} \leq 0,9 \cdot \varepsilon_{fu} \quad (22)$$

5.1.2 Elementos do concreto armado

Esta seção apresenta recomendações para o cálculo do reforço à flexão com PRF adicionado na parte tracionada da viga de concreto armado.

5.1.2.1 Premissas

As seguintes premissas sugeridas pela ACI 440.2R são realizadas calculando a resistência à flexão de uma seção reforçada com PRF colado externamente à superfície:

- a) os cálculos de projetos são baseados nas dimensões, arranjo do reforço de aço interno e propriedades do elemento a ser reforçado;
- b) as deformações na armadura de aço e concreto são diretamente proporcionais à sua distância da linha neutra, ou seja, uma seção plana antes do carregamento permanece plana após o carregamento;
- c) não há deslizamento relativo entre o reforço colado externamente e o concreto;
- d) a deformação por cisalhamento dentro da camada de ligação é desprezada pois é uma camada muito fina, com pequenas variações em sua espessura;
- e) a deformação por compressão máxima permitida no concreto é de 0,003;
- f) a resistência à tração do concreto é desprezada;
- g) o reforço com PRF tem uma relação tensão-deformação elástica linear até atingir a ruptura.

Embora algumas dessas premissas sejam necessárias por uma questão de facilidade computacional, as premissas não refletem com precisão o verdadeiro comportamento do reforço à flexão com PRF. Contudo, a imprecisão das premissas não irá afetar significativamente os resultados computacionais obtidos pois é adicionado um fator de redução de resistência à flexão do reforço, compensando as discrepâncias.

5.1.2.2 Resistência ao cisalhamento

Quando o reforço com PRF está sendo usado para aumentar a resistência à flexão de um elemento, o elemento deve ser capaz de resistir às forças cisalhantes associadas ao aumento da resistência à flexão. O potencial de ruptura por cisalhamento da seção deve ser considerado comparando-se a resistência ao cisalhamento de projeto da seção com a resistência ao

cisalhamento necessária. Se for necessário reforço para resistir aos esforços cisalhantes, os laminados de PRF devem ser orientados perpendicularmente ao eixo longitudinal da viga.

5.1.2.3 Deformação existente no substrato

A menos que todas as cargas, incluindo seu peso próprio, sejam removidas antes da instalação do reforço com PRF, o substrato ao qual será reforçado terá uma deformação. Essa deformação deve ser considerada como deformação inicial e deve ser excluída da deformação no reforço (ARDUINI E NANNI 1997; NANNI E GOLD 1998). A deformação inicial no substrato, ε_{bi} , pode ser determinado através de uma análise elástica do elemento durante a instalação do sistema PRF. A análise elástica do elemento existente deve ser baseada nas propriedades de uma seção fissurada.

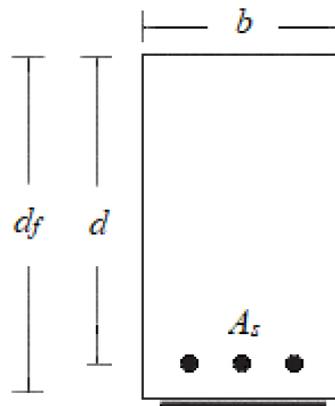
5.1.2.4 Deformação no reforço com PRF

É importante determinar a deformação do reforço com PRF no estado limite último pois o PRF é elástico linear até seu momento de ruptura (ruptura frágil), desta forma a deformação no PRF ditará a tensão suportada pelo reforço. A deformação máxima que pode ser alcançada pelo reforço é obtida pela deformação desenvolvida no PRF no ponto em que o concreto é esmagado, no ponto em que o PRF atinge a ruptura ou no ponto em que o reforço se descola do substrato. A deformação efetiva no reforço com PRF, ε_{fe} , no estado último de serviço pode ser obtida através da Equação 23.

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{fd} \quad (23)$$

Onde ε_{bi} é a deformação inicial no substrato e d_f a profundidade efetiva do reforço com PRF conforme demonstra a Figura 8.

Figura 8 – PRF laminado



Fonte: Adaptado de ACI 440.2R (2017)

5.1.2.5 Tensão no reforço com PRF

A tensão efetiva no reforço é o máximo nível de tensão que pode ser suportado no PRF antes da ruptura por flexão. Esta tensão efetiva, f_{fe} , pode ser calculada a partir da deformação do PRF, assumindo um comportamento perfeitamente elástico (Equação 24).

$$f_{fe} = E_f \cdot \varepsilon_{fe} \quad (24)$$

Onde:

E_f = módulo de elasticidade do PRF.

5.1.2.6 Fator de redução da resistência

O uso do reforço com PRF colado externamente irá reduzir a ductibilidade do elemento, porém em alguns casos, a perda de ductibilidade é desprezível. Entretanto, as seções que apresentarem perda significativa na ductibilidade devem ser verificadas. Para elementos de concreto armado reforçados com armaduras de aço não tensionada, a ductibilidade adequada é atingida se a deformação no aço, no momento da ruptura do concreto ou na falha do PRF,

incluindo delaminação ou descolamento, for de pelo menos 0,005, conforme a seção controlada por tensões, estabelecido pela ACI 318. Um fator de redução de resistência dada pela Equação 25 deve ser usado, onde ε_t é a deformação efetiva de tração em extrema tensão do aço na resistência nominal, conforme define a ACI 318.

$$\eta = \begin{cases} 0,9 & \text{para } \varepsilon_t \geq 0,005 \\ 0,65 + \frac{0,25(\varepsilon_t - \varepsilon_{sy})}{0,005 - \varepsilon_{sy}} & \text{para } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_t < 0,005 \\ 0,65 & \text{para } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{sy} \end{cases} \quad (25)$$

Esta equação define o fator de redução em 0,9 para seções dúcteis e 0,65 para seções mais frágeis, onde o aço não escoar e também fornece uma transição linear para o fator de redução entre esses dois extremos. O uso da Equação 25 é limitada ao aço com uma resistência ao escoamento f_y de 550 MPa.

5.1.2.7 Serviciabilidade

A serviciabilidade de um membro (deflexões e fissuras espessas) sob cargas de serviço deve satisfazer as recomendações dispostas na ACI 318. O efeito do reforço externo de PRF na serviciabilidade pode ser avaliado usando a análise da seção transformada para evitar deformações inelásticas de membros de concreto armado com armadura interna não protendida reforçadas com PRF colado externamente. A armadura interna existente deve ser impedida de escoar sob níveis de carga de serviço, especialmente para membros submetidos a cargas cíclicas. A tensão na armadura interna, $f_{s,s}$, sob carga de serviço deve ser limitada a 80% da tensão de escoamento, conforme apresenta a Equação 26. Além disso, a tensão de compressão no concreto, $f_{c,s}$, sob carga de serviço deve ser limitada a 60% da resistência à compressão, como demonstra a Equação 27.

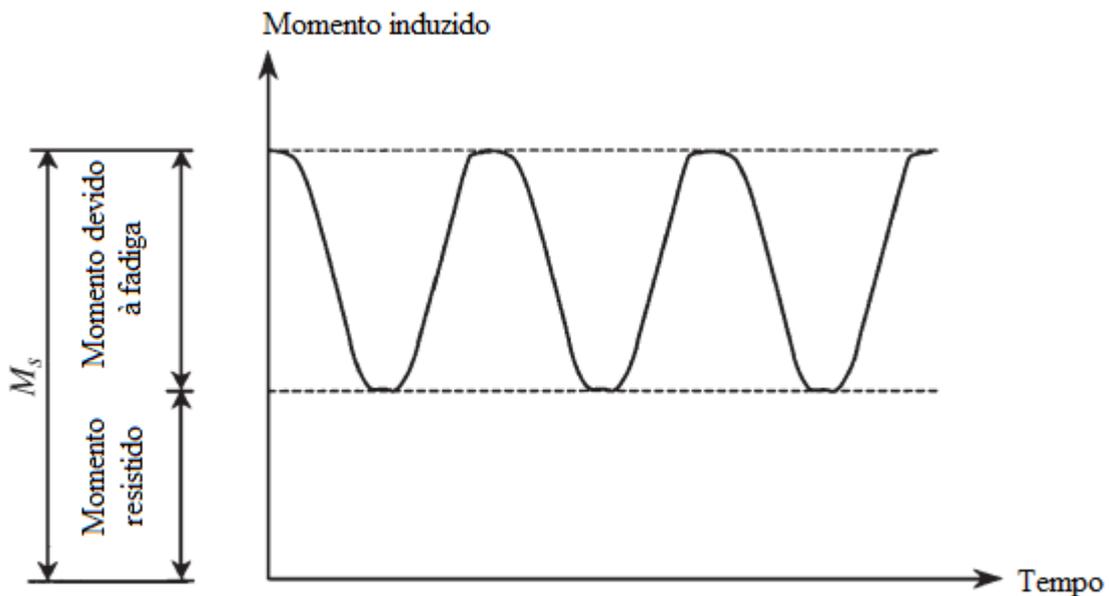
$$f_{s,s} \leq 0,8 \cdot f_y \quad (26)$$

$$f_{c,s} \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (27)$$

5.1.2.8 Ruptura por deslizamento e limite de tensão por fadiga

Para evitar ruptura por deslizamento no reforço com PRF sob tensões resistidas ou falha devido a tensões cíclicas e fadiga no reforço com PRF, a tensão no reforço sob essas condições de tensão deve ser reduzida. Como essa tensão estará dentro da faixa da resposta elástica da estrutura, as tensões podem ser calculadas por uma análise elástica, usando propriedades da seção fissurada conforme apropriado. Para evitar a ruptura de um elemento reforçado com PRF devido à ruptura por deslizamento ou fadiga do PRF, os limites de tensões para essas condições devem ser impostos ao reforço. A tensão no reforço pode ser calculada por meio da análise elástica e um momento aplicado devido a todas as cargas sustentadas mais o momento máximo induzido em um ciclo de carregamento de fadiga (Figura 9).

Figura 9 – Nível de momento aplicado a ser usado para verificar os limites de tensão no reforço com PRF



Fonte: Adaptado de ACI 440.2R (2017)

A tensão resistida deve ser limitada conforme indicado na Equação 28 para manter a segurança da estrutura. Os valores para uma segurança na tensão resistida são dados na Tabela 2, estes valores são baseados nos limites de tensões com um fator de segurança imposto de 1/0,6.

Tabela 2 – Limite de tensão resistido na fibra

Tipo de tensão	Tipo de fibra		
	Fibra de Vidro (PRFV)	Fibra de Aramida (PRFA)	Fibra de Carbono (PRFC)
Limite de tensão resistida	$0,20f_{fu}$	$0,30f_{fu}$	$0,55f_{fu}$

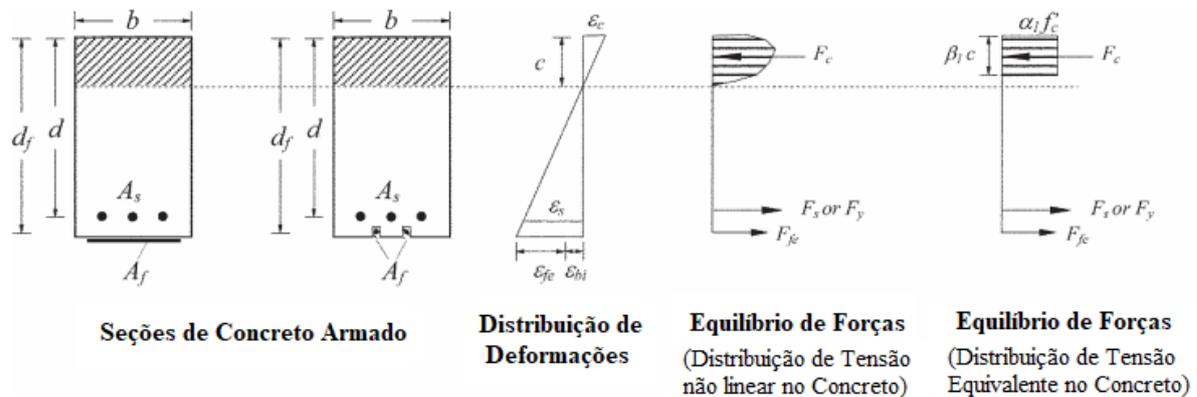
Fonte: ACI 440.2R (2017).

$$f_{f,s} \leq \text{limite de tensão resistida} \quad (28)$$

5.1.2.9 Estado limite último

Para ilustrar a teoria apresentada neste capítulo, esta seção descreve a aplicação destes conceitos a uma seção retangular reforçada não tensionada. A Figura 10 ilustra a deformação interna e a distribuição de tensões para uma seção retangular sob flexão no estado limite último.

Figura 10 - Deformação interna e distribuição de tensão para uma seção retangular sob flexão no estado limite último



Fonte: Adaptado de ACI 440.2R (2017)

O procedimento de cálculo usado para chegar à resistência última deve satisfazer a compatibilidade de deformação e o equilíbrio de forças, e deve considerar o modo de falha dominante. Vários procedimentos de cálculo podem ser derivados para satisfazer estas condições, os procedimentos de cálculo aqui descritos ilustram um método iterativo que envolve a seleção de uma profundidade assumida para a linha neutra, c , calculando a deformação em cada material usando a compatibilidade de deformação; calculando a tensão associada em cada material; e verificando o equilíbrio das forças internas.

Se as forças internas resultantes não se anularem, a profundidade da linha neutra deve ser revisada e o procedimento repetido. Para qualquer profundidade assumida da linha neutra, c , a deformação no reforço com PRF pode ser calculada a partir da Equação 23, esta equação considera o modo de falha governante para a profundidade assumida da linha neutra. Se o termo à esquerda da inequação controla, o esmagamento do concreto controla a falha por flexão da seção. A tensão efetiva no reforço com PRF pode ser encontrada a partir da deformação no PRF, assumindo um comportamento perfeitamente elástico, usando a Equação 24. Com base na deformação do reforço com PRF, a deformação na armadura de aço não tensionada pode ser encontrada conforme a Equação 29 a seguir, usando a compatibilidade de deformações.

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d-c}{d_f-c} \right) \quad (29)$$

A tensão no aço é determinada (Equação 30) a partir da deformação no aço utilizando sua curva tensão-deformação plástica perfeitamente elástica.

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \leq f_y \quad (30)$$

Com a tensão no PRF e na armadura de aço determinada para a profundidade da linha neutra assumida, o equilíbrio das forças internas pode ser verificado conforme a Equação 31.

$$\alpha_1 f'_c \beta_1 \cdot b \cdot c = A_s \cdot f_s + A_f f_{fe} \quad (31)$$

Os termos α_1 e β_1 são parâmetros que definem um bloco retangular de tensões no concreto equivalente à distribuição não linear de tensões. Se o modo de ruptura for ocasionado pelo esmagamento do concreto (antes ou após o escoamento do aço), α_1 e β_1 podem ser considerados como os valores associados ao bloco de tensões de Whitney (ACI 318). Isto é, $\alpha_1 = 0,85$ e $\beta_1 = 0,85$ para um f'_c entre 17 MPa e 27 MPa, e β_1 é reduzido linearmente a uma taxa de 0,05 para cada 7 Mpa de resistência do concreto superior a 27 MPa. Note que β_1 não deve ser inferior a 0,65. Se ocorrer ruptura no PRF, delaminação de cobertura ou descolamento no PRF, o bloco de tensão de Whitney fornecerá resultados razoavelmente precisos. Pode-se usar uma distribuição não linear de tensões no concreto ou um bloco de tensões mais preciso, adequado ao nível de deformação alcançado no concreto no estado limite último.

A profundidade da linha neutra, c , é encontrada satisfazendo simultaneamente a Equação 23, Equação 24, Equação 29, Equação 30 e Equação 31, estabelecendo assim o equilíbrio de forças internas e a compatibilidade de deformações. Para determinar a profundidade da linha neutra, c , um procedimento de solução iterativa poder usado. Um valor inicial para c é assumido e as deformações são calculadas conforme a Equação 23, Equação 24, Equação 29 e Equação 30. Os valores calculados e estabelecidos para c são então comparados. Se os valores calculados não coincidirem, outro valor para a linha neutra é determinado e o processo se repete até que a convergência seja atingida.

A resistência à flexão nominal da seção com reforço com PRF colado externamente é calculada a partir da Equação 32 a seguir. Um fator de redução adicional para PRF, ψ_f , é aplicado à contribuição da resistência à flexão do reforço com PRF. O valor recomendado de ψ_f é 0,85, este fator de redução para a contribuição da resistência do reforço com PRF é baseado nas propriedades estatísticas da resistência à flexão calibradas experimentalmente (OKEIL *et al.*, 2007).

$$M_n = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi_f A_f f_{fe} \left(d_f - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (32)$$

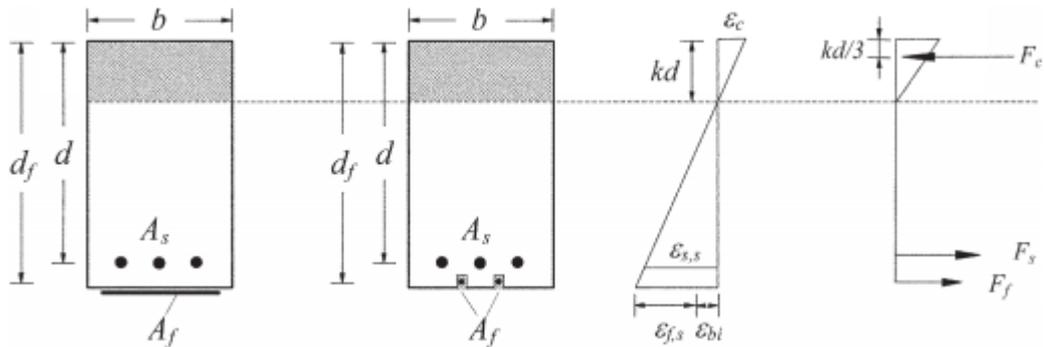
5.1.2.9.1 Tensão no aço sob cargas de serviço

A tensão na armadura de aço pode ser calculada com base em uma análise da seção fissurada da seção de concreto armado reforçada com PRF, conforme indica a Equação 33.

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \epsilon_{bi} A_f E_f \left(d_f - \frac{k_d}{3} \right) \right] - (d - k_d) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{k_d}{3} \right) (d - k_d) + A_f E_f \left(d_f - \frac{k_d}{3} \right) (d_f - k_d)} \quad (33)$$

A distribuição de deformações e tensões na seção de concreto armado é indicado na Figura 11.

Figura 11 - Deformação elástica e distribuição de tensões



Fonte: ACI 440.2R (2017)

Semelhante ao concreto armado convencional, a profundidade da linha neutra sob serviço, k_d , pode ser calculada pelo momento das áreas da seção transformada. A área transformada do PRF pode ser obtida multiplicando-se a área do PRF pela razão modular do PRF pelo concreto. Embora este método ignore a diferença da deformação inicial do PRF, a deformação inicial não influencia muito a profundidade da linha neutra na resposta elástica do elemento. A tensão no aço sob cargas de serviço calculadas a partir da Equação 33 deve ser comparada com os limites descritos na Equação 26 e Equação 27. O valor de M_s da Equação 33 é igual ao momento devido a todas as cargas suportadas mais o momento máximo induzido em um ciclo de carregamento de fadiga, conforme mostrado na Figura 9.

5.1.2.9.2 Tensão no PRF sob cargas de serviço

A tensão no reforço de PRF pode ser calculada através da Equação 34, esta equação dá a tensão no reforço de PRF sob um momento aplicado dentro da faixa de resposta elástica da estrutura.

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \frac{d_f - k_d}{d - k_d} - \varepsilon_{bi} E_f \quad (34)$$

A tensão no PRF sob cargas de serviço calculadas pela Equação 34 deve ser comparada com os limites descritos na Tabela 2 mostrada anteriormente.

6 ANÁLISE NUMÉRICA

Nesta seção será abordado um breve resumo dos modelos constitutivos dos materiais utilizados nas peças que compõem a viga de referência reforçada com PRFC: concreto, aço, reforço e interface. Ressalta-se que, em diversas publicações, esses modelos foram testados e validados pelos referidos autores no contexto de pequenos deslocamentos e não linearidade dos materiais. Para informações mais detalhadas, indica-se consultar as seguintes pesquisas: Benincá (2018) e Medeiros (2019).

6.1 MODELO CONSTITUTIVO DOS MATERIAIS

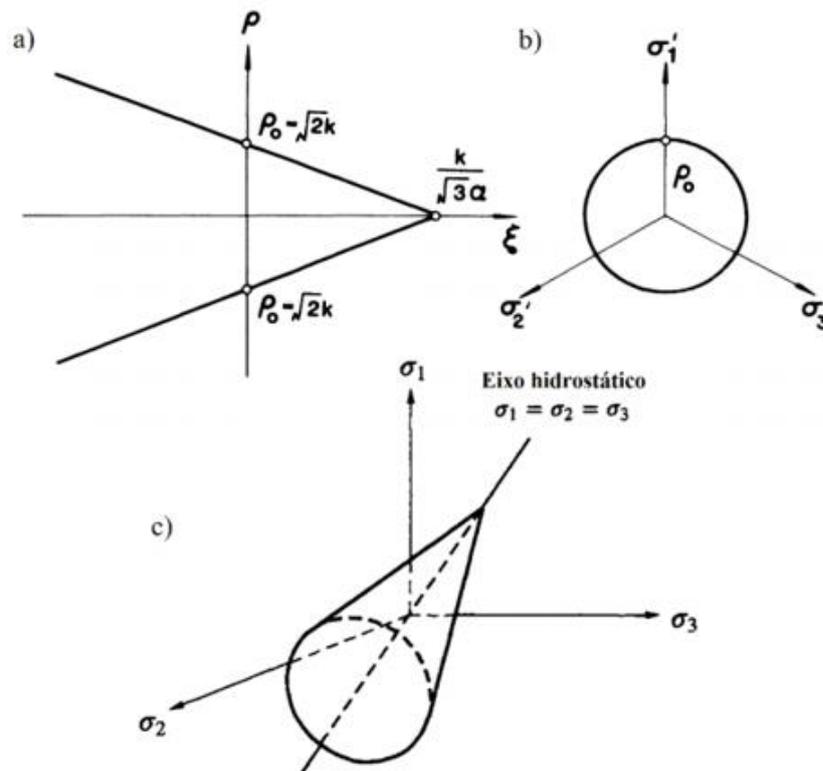
Para ser possível realizar corretamente uma análise estrutural pelo método dos elementos finitos, é necessário que os comportamentos mecânicos dos materiais estejam bem representados. Diante disso, buscam-se leis de tensão-deformação (ou relações constitutivas) que melhor se aproximem do comportamento físico real dos materiais quando submetidos a tensões e deformações. Neste item são apresentados os modelos constitutivos elastoplásticos utilizados para representar o comportamento instantâneo do aço, do concreto e do polímero reforçado com fibras de carbono. Também é exposta a relação tensão-deslizamento utilizada para modelar o contato entre o reforço e o substrato.

6.1.1 Concreto

Para modelar o comportamento do concreto, foi utilizada a programação fornecida por Benincá (2018) que contempla o modelo Drucker-Prager Concrete, disponibilizado pelo *software* ANSYS nas suas versões mais recentes. Informações mais aprofundadas sobre equações do modelo, sugere-se a leitura manual do *software*, bem como o trabalho do referido autor.

No modelo de Drucker-Prager Concrete, são utilizadas duas superfícies de ruptura distintas: uma superfície de ruptura para o comportamento em tração e em tração-compressão (Drucker-Prager), e uma superfície de plastificação para o comportamento em compressão (superfície de Drucker-Prager distinta da anterior). A primeira superfície é caracterizada no espaço tridimensional de tensões principais, onde a superfície apresenta o formato de um cone circular, como pode ser visualizado na Figura 12. De acordo com Benincá (2018), o modelo DP-Concrete do ANSYS é bastante representativo no comportamento do concreto em compressão

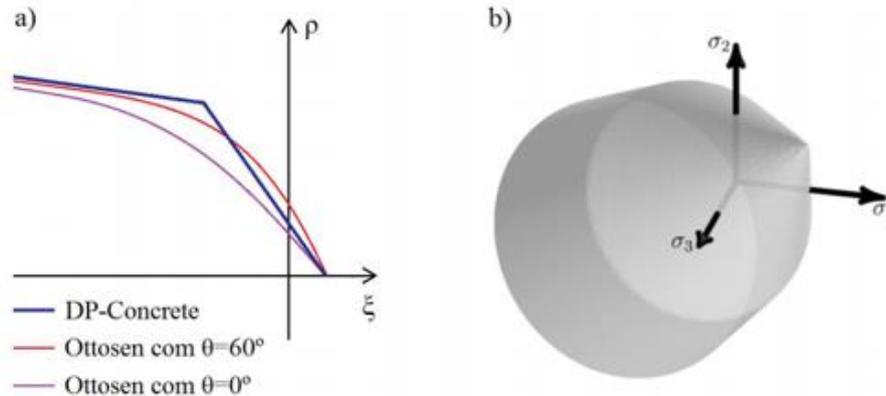
Figura 12 - Superfície de Drucker-Prager. (a) Plano meridiano; (b) plano desviador; (c) espaço tridimensional de tensões principais



Fonte: Adaptado de Chen e Han (1988) e Ottosen e Ristinmaa (2005).

Para a segunda superfície, na modelagem do comportamento sob tração e tração-compressão, é utilizada novamente uma superfície de Drucker-Prager, porém com retas meridianas possuindo maior inclinação, conforme ilustrado na Figura 13.

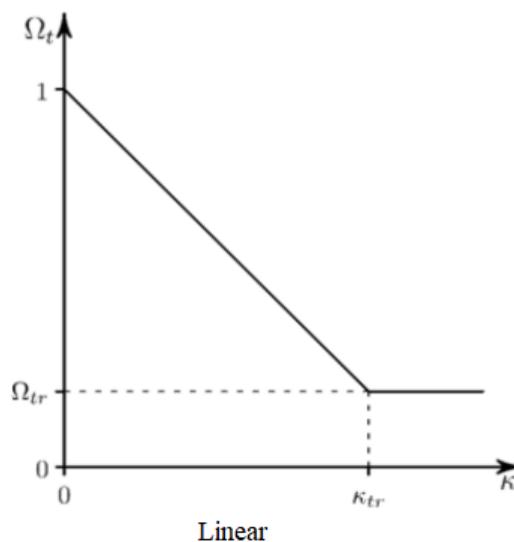
Figura 13 – Modelo com duas superfícies de Drucker-Prager (a) Plano meridiano; (b) espaço tridimensional de tensões principais



Fonte: (a) Benincá (2018); (b) Ansys (2018)

No que diz respeito ao comportamento do concreto tracionado, admite-se que o material possui comportamento elástico linear até que seja atingida a superfície de ruptura adotada (Drucker-Prager), quando ocorre, então, a fissuração. Este fenômeno é introduzido através da lei de amolecimento em tração, que depende do modelo HSD (*hardening, softening, dilatation*) adotado, no presente trabalho foi adotado um comportamento linear conforme demonstra a Figura 14. Após o estado de tensões de um ponto atingir a superfície de ruptura, esta superfície passa a se movimentar de acordo com a lei adotada, a qual é aplicada à relação tensão efetiva por deformação plástica efetiva, desta forma, é possível simular o efeito *tension stiffening*.

Figura 14 - Lei de amolecimento do concreto fissurado no modelo HSD



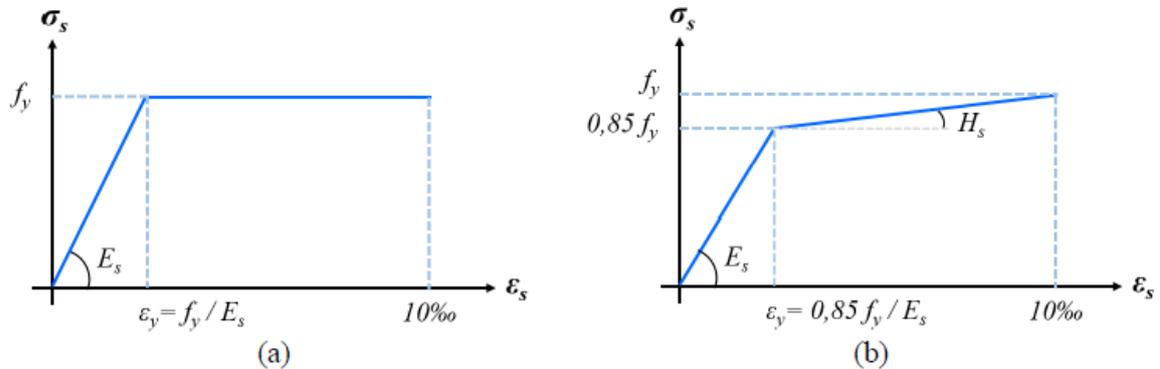
Fonte: Adaptado de Ansys (2018)

É importante salientar que no modelo DP-Concrete não existe um critério explícito de esmagamento, estando este fenômeno associado com a não convergência da solução. Benincá (2019) explica que em função dos trechos de amolecimento, a tensão efetiva em um ponto com altos níveis de deformação passa a ser cada vez menor, e, portanto, sua capacidade resistente diminui. Por consequência, o momento em que um número suficiente de elementos finitos estiver sob níveis elevados de deformação, o incremento do passo de carga externo não será acompanhado de um incremento equivalente de forças internas, e a solução não irá atingir a convergência. O autor enfatiza mais uma vez que o término da convergência é um processo numérico e que nestes casos deve-se sempre verificar o nível de tensão e de deformação dos elementos comprimidos na etapa de pós-processamento, a fim de certificar-se que a não convergência da solução ocorreu, de fato, devido ao esmagamento.

6.1.2 Aço da armadura

As barras de aço possuem o mesmo comportamento sob tração e compressão, exibindo um módulo de elasticidade E_s até atingir a tensão de escoamento f_y , a partir da qual exibe um módulo de tangente zero. A ruptura é caracterizada por deformação excessiva, com valor de deformação de 10%. Para representação mecânica, as armaduras podem apresentar dois tipos de comportamento, dependendo do processo de fabricação ao qual forem submetidos. Para aços laminados a quente (CA-50), adotou-se o modelo elastoplástico perfeito (Figura 15-a). Para os aços encruados a frio (CA-60), utilizou-se um comportamento elastoplástico com endurecimento linear a partir de 85% da tensão de escoamento, f_y (Figura 15-b).

Figura 15 – Modelos constitutivos para armadura passiva: (a) elastoplástico perfeito (b) elastoplástico com endurecimento linear



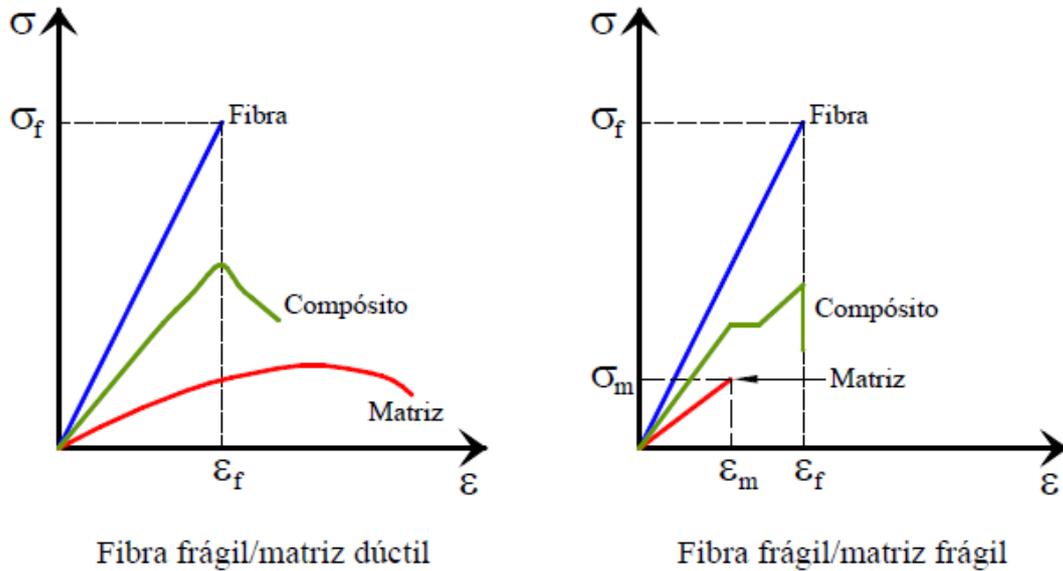
Fonte: Lazzari (2016)

6.1.3 Reforço (PRFC)

Para que uma estrutura com reforço opere corretamente, é fundamental que o substrato pré-existente e o reforço trabalhem de forma conjunta, como um sistema integrado. Isto é alcançado somente quando há uma aderência adequada, fazendo com que haja um comportamento monolítico na estrutura. Para um sistema compósito de reforço resistente, é fundamental que sua constituição seja por fibras que apresentem ruptura frágil aderidas a uma matriz polimérica de ruptura dúctil (MACHADO, 2002)

A matriz polimérica, em sistemas estruturadas com fibra de carbono, deve ter um alongamento de ruptura maior que o alongamento que ocorre na fibra de carbono, para permitir que a mesma continue a possuir capacidade de carga mesmo após a tensão na fibra ter atingido a sua tensão de ruptura. Diante disso, os sistemas compósitos de fibras de carbono devem trabalhar segundo o critério fibra com ruptura frágil e matriz polimérica com ruptura dúctil, assim fica descartada a possibilidade de que o sistema compósito entre em colapso pela ruptura frágil da matriz, conforme indica a Figura 16.

Figura 16 – Diagramas tensão-deformação dos sistemas compósitos



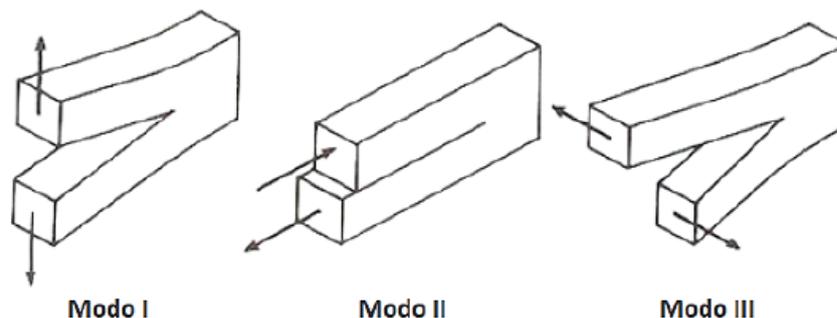
Fonte: Machado (2002)

6.1.4 Interface

A modelagem numérica de estruturas com interface pode ser feita seguindo o modelo de zona de coesão (CHANDRA *et al.*, 2000). Segundo Campilho *et al.* (2011), a relação entre tensão e deslocamento relativo entre os nós das superfícies unidas por elementos de contato ou interface pode simular o comportamento da fase elástica, seguida pela fase de degradação do material até a ruptura.

O descolamento (separação da interface entre elementos de contato) chamada de descolamento, é definido em termos da abertura normal e deslizamento tangencial. O processo de descolamento é dividido em três modos básicos no modelo de zona coesiva (Figura 17).

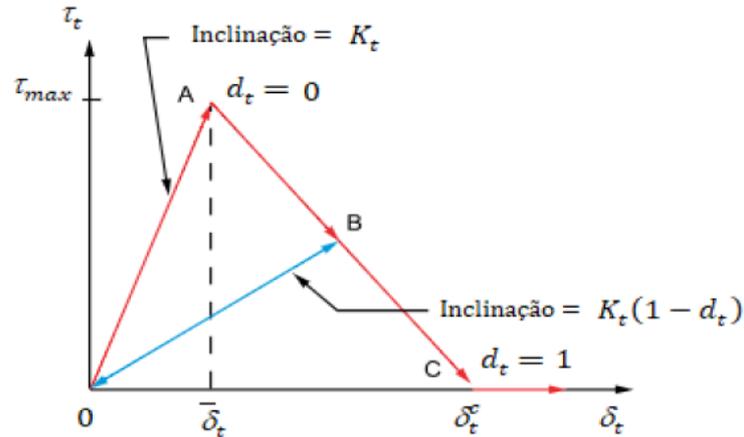
Figura 17 – Modos de fraturas independentes



Fonte: Khokhar (2002).

A maioria das simulações numéricas feitas, e que também será adotado neste trabalho, consideram o Modo II, em que a interface entre reforço de PRFC e concreto dominada pelos deslocamentos tangenciais. Este modo apresenta uma relação tensão tangencial de contato e o deslizamento possui um formato bilinear conforme apresenta a Figura 18, onde a Equação 35 descreve o modelo de zona coesiva bilinear.

Figura 18 – Curva da tensão de contato e deslizamentos tangenciais



Fonte: Medeiros (2019).

$$\tau_t = K_t \delta_t (1 - d_t) \quad (35)$$

Onde:

τ_t = tensão tangencial de contato;

δ_t = deslizamento;

K_t = rigidez tangencial de contato;

d_t = parâmetro de descolamento.

Para maiores informações indica-se consultar o programa *Help* do *software* ANSYS

6.2 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

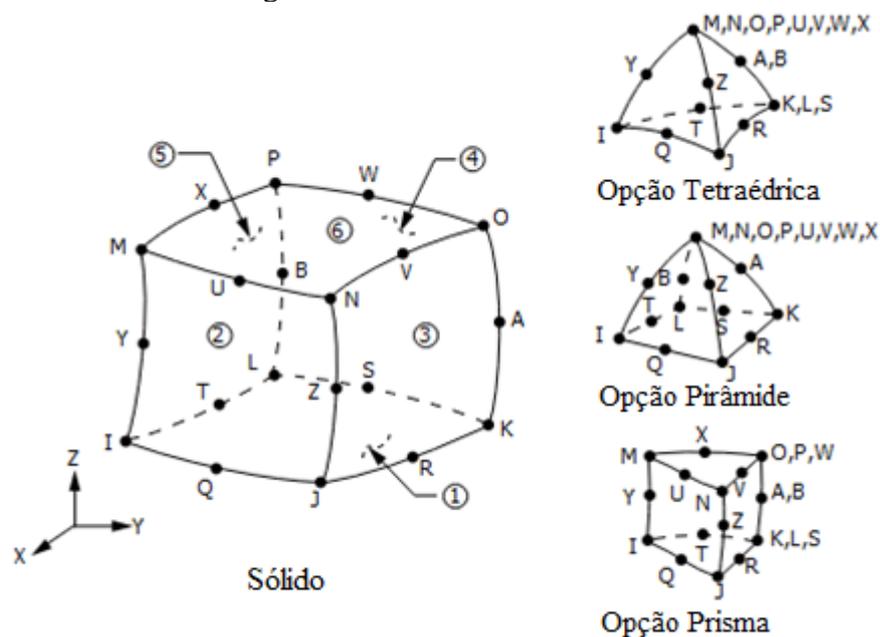
A biblioteca ANSYS disponibiliza uma série de elementos finitos que permite a adaptação de diferentes tipos de problemas estruturais. A escolha de cada elemento foi realizada baseado em aspectos importantes, como o número de graus de liberdade, solicitação de esforço

computacional e deformações possíveis para obter resultados mais próximos possíveis. Nos itens 6.2.1, 6.2.2, 6.2.3 e 6.2.4, estão apresentadas algumas características dos elementos adotados por Medeiros (2019) e por subseqüência neste trabalho para representar o concreto, aço, reforço e interface, para maiores detalhes é indicado consultar a ferramenta *Help* presente no *software* ANSYS.

6.2.1 Concreto - SOLID186

O SOLID186 é um elemento sólido 3-D de 20 nós de ordem superior que exibe comportamento de deslocamento quadrático. O elemento é definido por 20 nós com três graus de liberdade por nó: translações nas direções nodais x, y e z conforme apresentado na Figura 19. O elemento oferece suporte a recursos de plasticidade, hiperelasticidade, fluência, rigidez por tensão, grande deflexão e grande deformação. Apresenta também, a capacidade de formulação mista para simular deformações de materiais elastoplásticos quase incompressíveis e materiais hiperelásticos totalmente incompressíveis.

Figura 19 – Elemento SOLID186

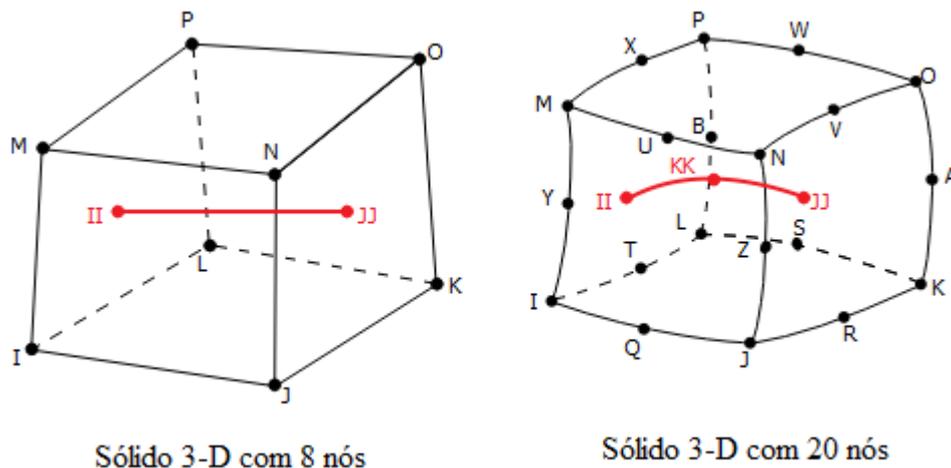


Fonte: Adaptado de Ansys (2019)

6.2.2 Armadura interna - REINF264 e MESH200

Neste trabalho, o REINF264 é utilizado para representar de maneira discreta as armaduras em aço, que estão incorporadas e perfeitamente aderidas ao sólido de concreto, desta forma é importante frisar que este elemento foi escolhido por ser compatível com o SOLID186 (Figura 20). O elemento REINF264 possui apenas rigidez uniaxial: os locais dos seus nós, graus de liberdade e conectividade do elemento são idênticos aos do elemento base (SOLID186), além disso, o REINF264 tem capacidade de trabalhar com plasticidade, rigidez geométrica, fluência, grande deflexão e grande deformação;

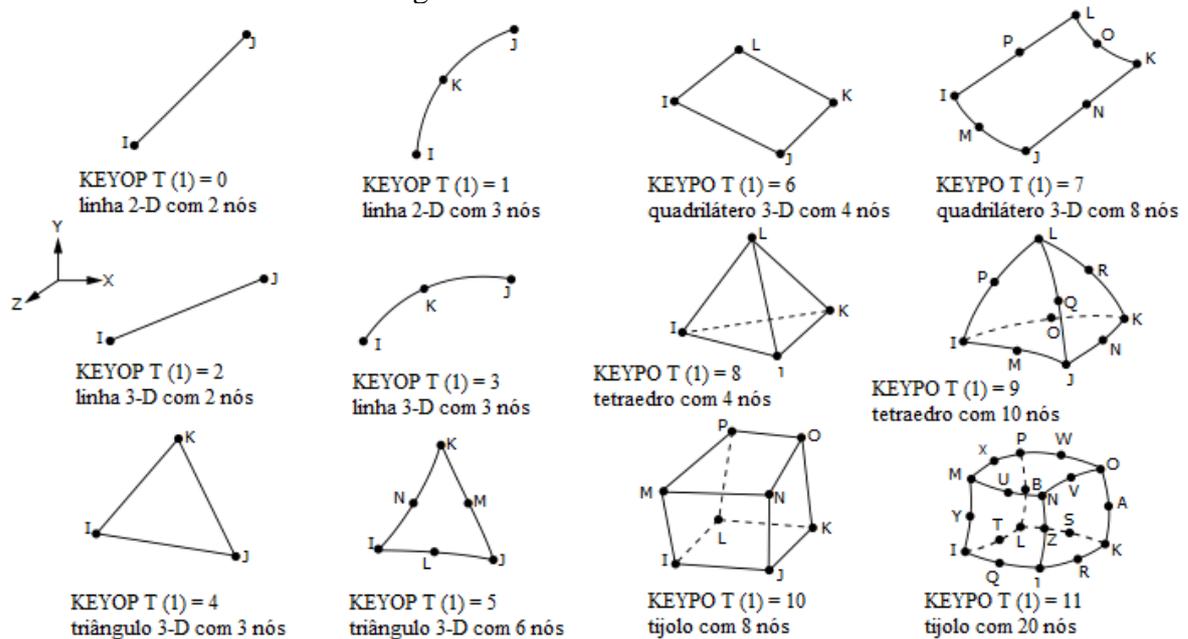
Figura 20 – Elemento REINF64



Fonte: Adaptado de Ansys (2019)

Para definir o posicionamento, material e características da seção dos elementos de armadura, empregou-se o método com malha independente, através do elemento MESH200, conferindo ao usuário uma flexibilidade muito maior para posicionamento do reforço nos elementos base. O elemento MESH200 é um elemento "somente malha", e não contribui em nada para a análise da estrutura, não sendo necessário deletar estes elementos após seu uso (Figura 21). É importante ressaltar que a função do MESH200 é de unicamente auxiliar no lançamento da malha, não contribuindo em nada para a análise da estrutura.

Figura 21 – Elemento MESH200



Fonte: Adaptado de Ansys (2019)

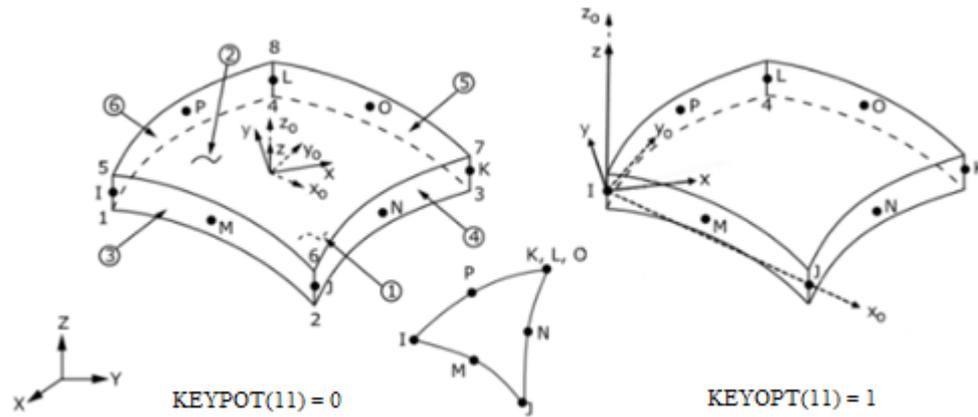
6.2.3 Fibra de carbono - SHELL281

SHELL281 é adequado para analisar estruturas de casca finas a moderadamente espessas. O elemento tem oito nós com seis graus de liberdade em cada nó: translações nos eixos x, y e z e rotações sobre os eixos x, y e z. (Ao usar a opção de membrana, o elemento tem apenas graus de liberdade translacionais.) O SHELL281 é adequado para aplicações não lineares lineares, de grande rotação e / ou de grande deformação. A mudança na espessura da casca é considerada nas análises não lineares. O elemento leva em conta os efeitos do seguidor (rigidez de carga) de pressões distribuídas e pode ser usado para aplicações em camadas para modelar cascas compostas ou construção em sanduíche.

A precisão na modelagem de cascas compostas é governada pela teoria de cisalhamento-deformação de primeira ordem (geralmente referida como teoria de cascas de Mindlin-Reissner). A formulação do elemento é baseada em deformação logarítmica e medidas reais de tensão. A cinemática do elemento permite deformações de membrana finitas (alongamento), no entanto, as mudanças de curvatura dentro de um incremento de tempo são consideradas pequenas. A Figura 22 a seguir mostra a geometria, as localizações dos nós e o sistema de coordenadas do elemento para este elemento. O elemento é definido pelas informações da seção

da casca e por oito nós (I, J, K, L, M, N, O e P). Os nós do meio não podem ser removidos deste elemento.

Figura 22 – Elemento SHELL281

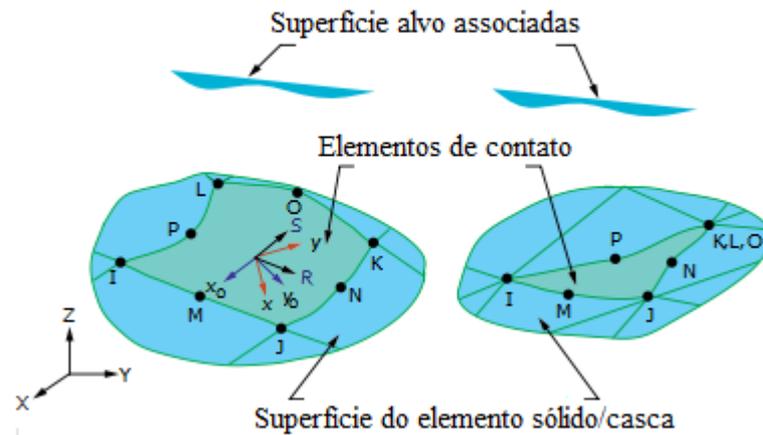


Fonte: Ansys (2019)

6.2.4 Interface – CONTA174 e TARGE170

CONTA174 é usado para representar o contato e o deslizamento entre as superfícies alvo 3-D e uma superfície deformável definida por este elemento. O elemento é aplicável a análises de contato estrutural 3-D e de campo acoplado. Ele pode ser usado para contato baseado em pares e contato geral. No caso de contato baseado em pares, a superfície alvo é definida pelo tipo de elemento alvo 3-D, TARGE170. No caso de contato geral, a superfície alvo pode ser definida por elementos CONTA174 (para superfícies deformáveis) ou elementos TARGE170 (somente para corpos rígidos). O elemento está localizado nas superfícies de sólidos 3-D ou elementos de casca com ou sem nós do meio, ele possui as mesmas características geométricas do sólido ou da face do elemento de casca com o qual está conectado (Figura 23). O contato ocorre quando a superfície do elemento penetra em uma superfície alvo associada, o elemento também permite a separação do contato colado para simular a delaminação da interface.

Figura 23 – Elemento CONTA174



Fonte: Adaptado de Ansys (2019)

Onde:

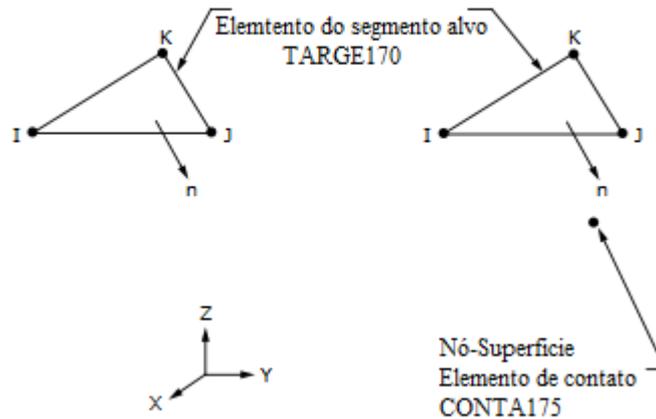
R = Eixo X do elemento para atrito isotrópico;

X_o = Eixo do elemento para atrito ortotrópico se ESYS não for fornecido (paralelo ao eixo X global);

X = Eixo do elemento para fricção ortotrópica se ESYS for fornecido.

TARGE170 é usado para representar várias superfícies "alvo" 3-D para os elementos de contato associados, com por exemplo o CONTA175. Os próprios elementos de contato se sobrepõem aos elementos sólidos, de casca ou de linha que descrevem o limite de um corpo deformável e estão potencialmente em contato com a superfície alvo, definida por TARGE170 (Figura 24). Pode-se impor deslocamento translacional ou rotacional, temperatura, tensão, potencial magnético, pressão de poro e concentração no elemento de segmento de destino. Também pode-se impor forças e momentos aos elementos alvo, para superfícies de destino rígidas, esses elementos podem modelar facilmente formas de destino complexas. Para alvos flexíveis, esses elementos irão se sobrepor aos elementos sólidos, de casca ou de linha que descrevem o limite do corpo alvo deformável.

Figura 24 – Elemento TARGE170



Fonte: Adaptado de Ansys (2019)

6.3 ASPECTOS DA ANÁLISE NÃO-LINEAR

Para solucionar o sistema de equações não lineares foi empregado o método numérico *Newthon-Raphson*, um algoritmo de convergência muito eficaz e disponível no ANSYS. A resolução do sistema de equações não-lineares baseia-se em um processo iterativo e pode ser escrita conforme a Equação 35 e Equação 36.

$$[K_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (35)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (36)$$

Sendo:

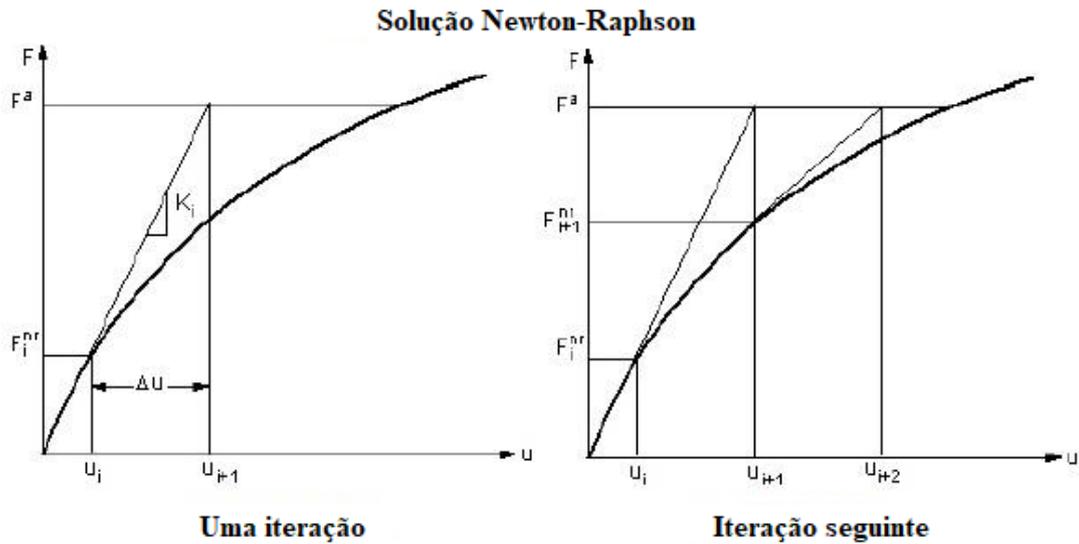
K_i^T = matriz de rigidez tangente;

F^a = vetor de carga aplicada;

F_i^{nr} = vetor correspondente às cargas internas de elementos.

Na Figura 25 é indicado o método de Newton-Raphson aplicado em uma iteração e na iteração seguinte.

Figura 25 – Diagrama método de Newton-Raphson



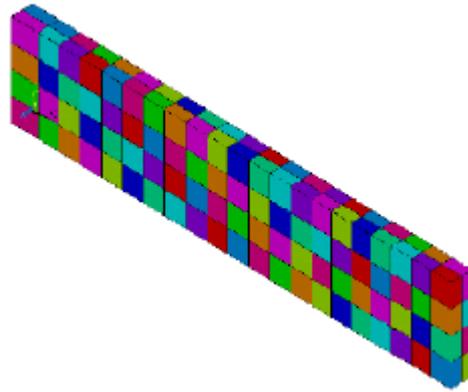
Fonte: Adaptado de Ansys (2013)

Para a obtenção da curva carga-deslocamento completa das vigas em concreto armado e foi empregado o método de incremento de deslocamentos. Cada etapa de deslocamento definida pelo usuário é dividida em subetapas de deslocamento, para cada subetapa de deslocamento, iterações de equilíbrio ocorrerão até que a convergência seja alcançada ou o limite máximo de iterações seja atingido. Os critérios de convergência incluem verificar se o resíduo está abaixo do valor de referência multiplicado pela tolerância. Após o processamento, o programa oferece os resultados de forma gráfica ou através de listagem de resultados adequados às características de todos os elementos utilizados.

6.4 VALIDAÇÃO

A viga de referência possui materiais altamente não lineares e elementos de contato que dificulta a convergência da análise, sendo necessário escolher uma malha que apresente o melhor desempenho, levando em consideração o esforço computacional. A malha escolhida por Medeiros (2019) para representar a viga possui 21 elementos na direção X, 4 elementos na direção Y e 2 elementos na direção Z, conforme ilustra a Figura 26.

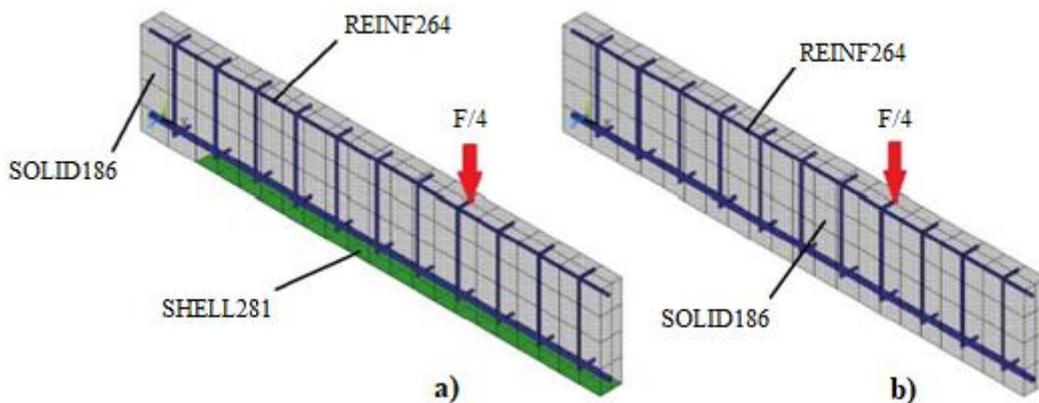
Figura 26 – Discretização da malha



Fonte: Adaptador de Medeiros (2019)

A discretização e todos os elementos do modelo das vigas reforçadas e não reforçadas são apresentados na Figura 27.

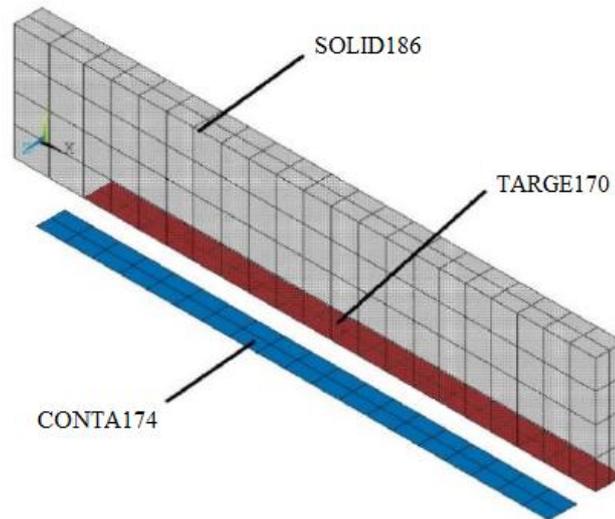
Figura 27 – Discretização em elementos finitos da viga de referência



Fonte: Medeiros (2019)

Em relação aos elementos de contato, o elemento CONTA174 (azul) foi gerado na superfície dos elementos SHELL281 e o elemento TARGE170 (vermelho) na superfície inferior do volume da viga, com um espaçamento entre os elementos de contato de metade da lâmina de PRFC conforme demonstra a Figura 28.

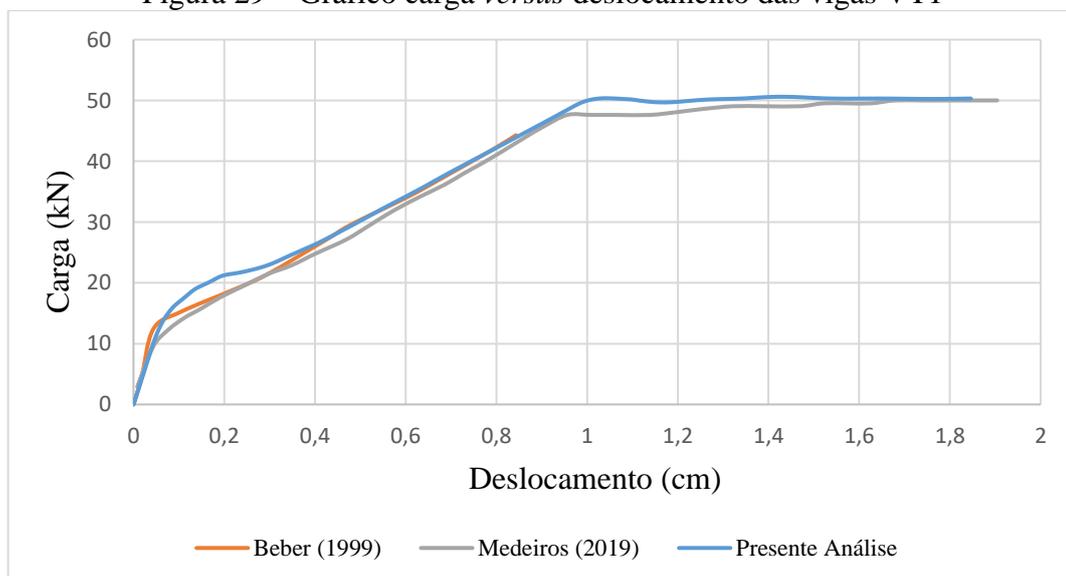
Figura 28 – Elementos TARGE170 E CONTA174 no modelo da viga de referência



Fonte: Medeiros (2019)

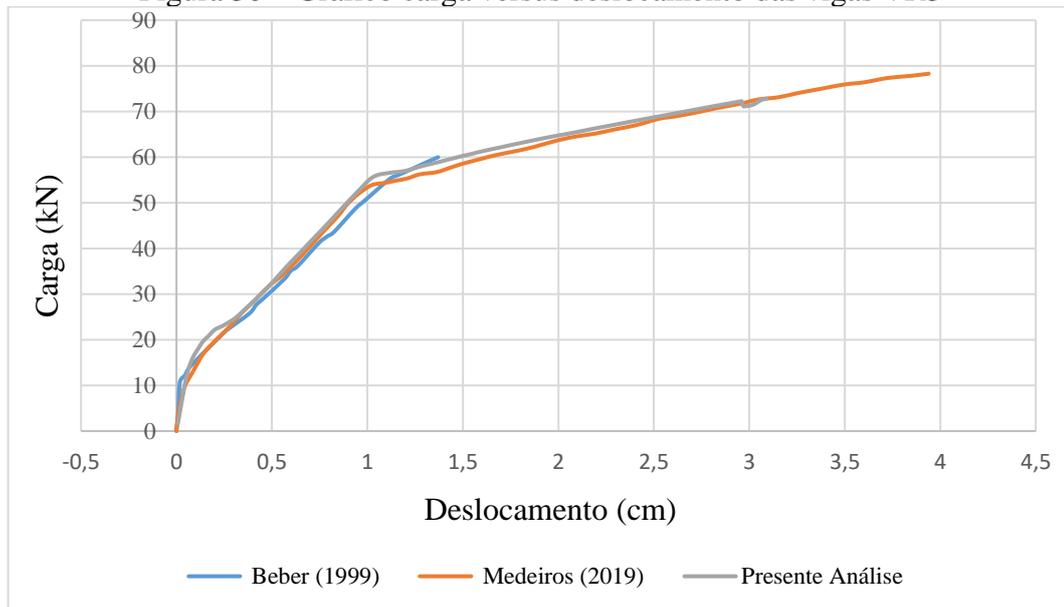
A partir do *script* de Medeiros (2019) foi alterado o comportamento do concreto para uma superfície de ruptura de Drucker-Prager. Para isso utilizou-se as informações e o *script* fornecido por Benincá (2019). Com o objetivo de validar esta modificação, comparou-se o resultado obtido neste trabalho com os resultados experimentais de Beber (1999) e numéricos de Medeiros (2019). A comparação se deu através da análise do comportamento da carga *versus* deslocamento das vigas VT1 (sem reforço) e VR3 (com reforço de 0,1332 cm² de PRFC) conforme indicam a Figura 29 e a Figura 30.

Figura 29 – Gráfico carga *versus* deslocamento das vigas VT1



Fonte: Autor (2020)

Figura 30 – Gráfico carga versus deslocamento das vigas VR3



Fonte: Autor (2020)

Ao analisar os resultados experimentais de Beber (1999) e numéricos Medeiros (2019), nos dois casos, apresentou uma boa concordância entre as curvas, demonstrando que o modelo adotado é válido para a análise das vigas de concreto armado com e sem a utilização do reforço com PRFC. É importante salientar que Beber (1999) em sua análise experimental não forneceu os valores de deformação até a carga de ruptura, possivelmente devido a ruptura dos extensômetros, tendo sua curva carga versus deslocamento interrompida precocemente. Fatores como tensões e deformações dos elementos estruturais foram analisados na presente validação, concluindo que o modo de ruptura é o mesmo informado pelos dois autores citados.

7 ANÁLISE DA VIGA REFORÇADA COM PRFC

A viga de referência utilizada neste trabalho foi uma viga analisada experimentalmente por Beber (1999). O autor ensaiou cinco grupos de vigas em concreto armado, de seção retangular, sendo o primeiro grupo as vigas testemunhos sem a utilização de reforço (VT1 e VT2) e os outros quatro grupos as vigas reforçadas com PRFC externamente aderido, sendo divididos em: com apenas uma camada de PRFC (VR2 e VR3), com 3 camadas de PRFC (VR4 e VR5), com 5 camadas de PRFC e com 7 camadas de PRFC (VR7 e VR8).

Todas as dez vigas do experimento possuíam um comprimento de 250 cm e uma seção transversal de 12x25 cm. As armaduras longitudinais inferiores das vigas eram compostas por duas barras de aço CA-50A de 10mm de diâmetro, as longitudinais superiores eram compostas por duas barras de aço CA-60B de 6,3 mm de diâmetro. Para as armaduras transversais (estribos) foram utilizados aço CA-50B, sendo 12 barras com 6,3 mm de diâmetro com um espaçamento de 11 cm entre cada barra.

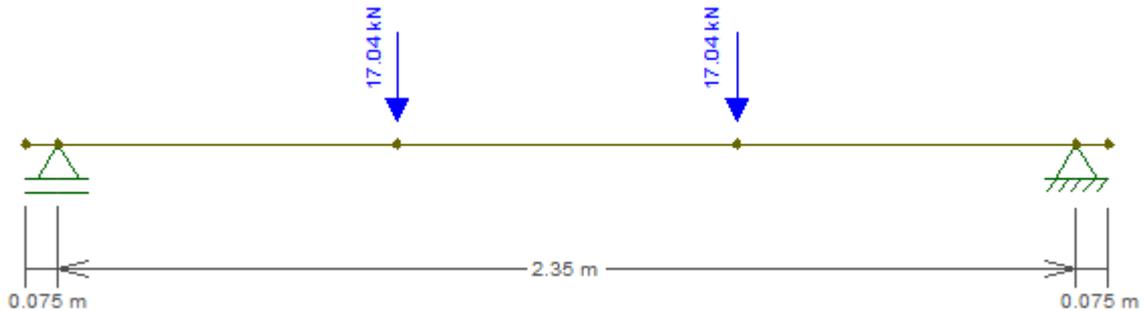
O concreto utilizado por Beber (1999) obteve uma resistência média à compressão de 33,58 MPa, as barras de aço obtiveram para tensões médias de escoamento um valor entre 565 MPa e 738 MPa, para os diâmetros de 6 mm e 10 mm. As fibras de carbono utilizadas no experimento possuíam as seguintes características: resistência à tração de 3400 MPa, módulo de deformação de 230000 MPa, peso de fibra por área de 200 g/m², deformação específica na ruptura de 1,48% e espessura da lâmina de carbono de 0,111 mm.

7.1 DIMENSIONAMENTO VIGA BEBER

A viga de Beber (1999) executada para a análise experimental utilizou uma área de aço menor que a necessária, pois o intuito de sua análise eram que suas vigas de testemunho VT1 e VT2 chegassem à ruptura por escoamento do aço e não por esmagamento de concreto, justificando a aplicação do reforço posteriormente. Neste trabalho, será dimensionado a viga de Beber (1999), calculando a área da armadura necessária, tanto longitudinalmente quanto transversalmente e a seguir aplicar diferentes graus de deterioração na viga, afim de analisar a eficiência do reforço com PRFC em cada situação. Para o carregamento, Beber (1999) aplicou

uma força concentrada em dois diferentes pontos, conforme indica esquema gráfico realizado no *software* Ftool na Figura 31.

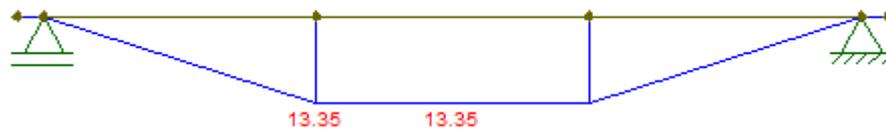
Figura 31 – Dimensões e carregamento inicial da viga de referência



Fonte: Autor (2020)

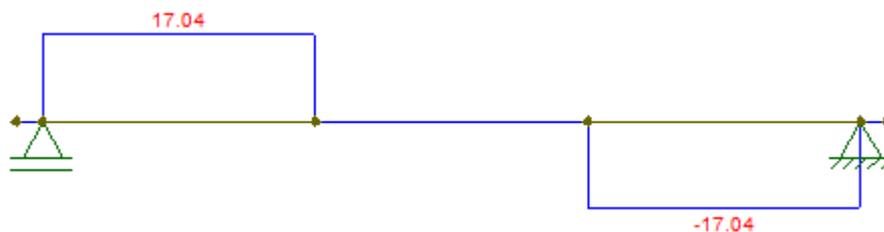
Com as dimensões da viga estabelecidas e o carregamento inicial já aplicado, é possível analisar os diagramas de momento fletor (Figura 32) e esforço cortante (Figura 33) para realizar o dimensionamento das armaduras longitudinais (armadura de flexão) e transversais (estribos).

Figura 32 – Diagrama momento fletor da viga de referência



Fonte: Autor (2020)

Figura 33 – Diagrama esforço cortante da viga de referência



Fonte: Autor (2020)

Para as armaduras longitudinais, como o M_d (18,69 kN.m) não ultrapassou o M_{dlim} (26,55 kN.m), será necessário apenas armaduras simples, calculadas conforme as equações apresentadas no Capítulo 4.1 e apresentados na Tabela 2. Tendo em vista a utilização de uma resistência característica do concreto de 25,6 MPa, a armadura mínima, de acordo com a

Equação (13), deverá ser de 1,4175 cm² enquanto a armadura máxima, de acordo com a Equação (14), deverá ser de 37,8 cm²

Tabela 3 – Área armadura longitudinal necessária

Viga de referência	Momentos Negativos		Momentos Positivos	
	y (cm)	A _s (cm ²)	y (cm)	A _s (cm ²)
	-	-	5,16	2,21

Fonte: Autor (2020)

Baseado no valor da área de aço requerida, A_s, estabeleceu-se para a viga de referência 2 barras de aço com diâmetro de 8 mm, e uma barra de aço com diâmetro de 12,5 mm totalizando uma área de aço de 2,23 cm² para as armaduras longitudinais. Após o dimensionamento das armaduras de flexão, calculou-se a área necessária para as armaduras transversais (estribos). Analisando o valor encontrado de 17,04 kN obtido no diagrama do esforço cortante (Figura 17) e aplicando no roteiro de cálculo do Capítulo 4.2 se obtiveram os valores encontrados na Tabela 4.

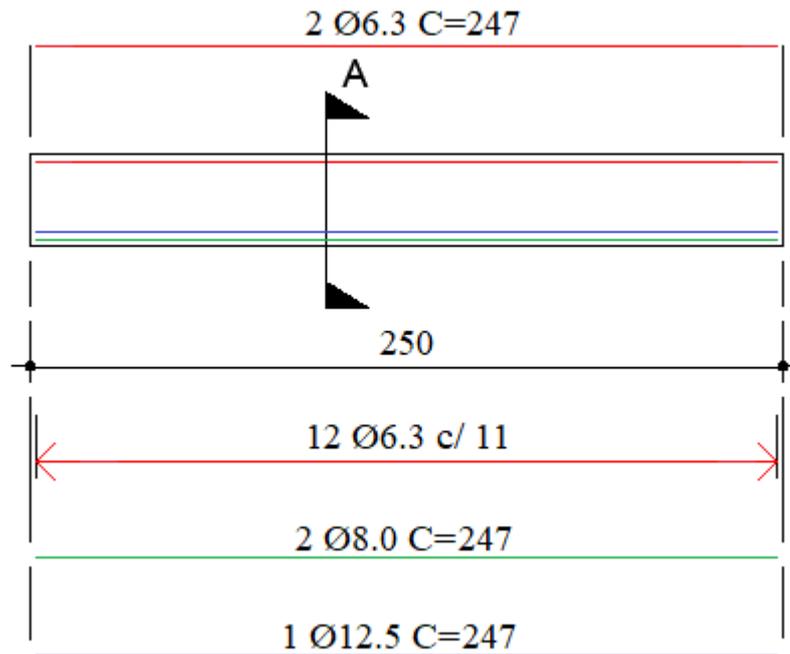
Tabela 4 – Área armadura longitudinal necessária

Viga de referência	Q _d (kN)	V _{sd} (kN)	V _{Rd2} (kN)	f _{ctd} (kN/cm ²)	V _c (kN)	V _{sw} (kN)	A _{sw} (cm ² /m)
	17,04	23,86	116,99	0,13	20,592	3,264	0,38

Fonte: Autor (2020)

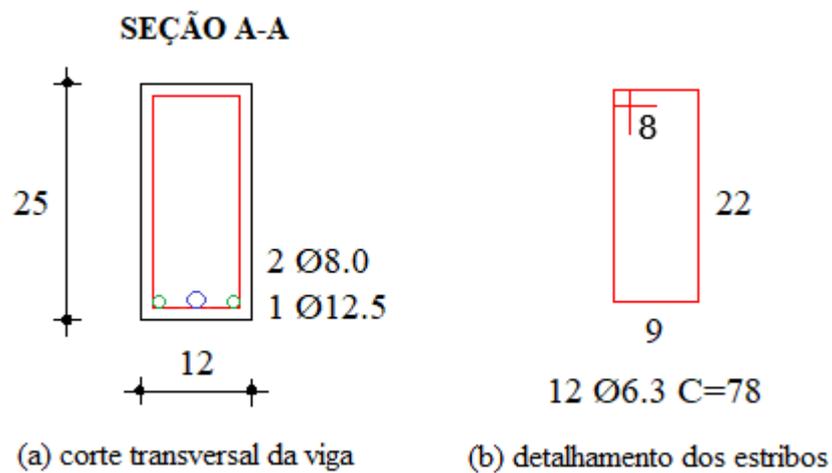
Com A_{sw} calculado, verificou-se o valor de armadura mínima proposto pela Equação (16) e obteve-se um valor de 2,73 cm², observando então que a área de aço encontrada está abaixo da armadura mínima permitida. Com isso, foi utilizada as mesmas dimensões da armadura transversal utilizado experimentalmente por Beber (1999): 2 barras de aço CA 60 com diâmetro de 6,3 mm e espaçamento de 11 cm, atendendo assim, a armadura mínima requerida. Com as armaduras longitudinais e transversais já definidas foi realizado o esquema gráfico representando o corte longitudinal (Figura 34) e o corte transversal da viga, juntamente com o detalhamento dos estribos (Figura 35).

Figura 34 – Corte longitudinal da viga de referência (cm)



Fonte: Autor (2020)

Figura 35 – Corte transversal e detalhamento dos estribos



Fonte: Autor (2020)

Ressalta-se que não se fez necessário o dimensionamento dos ganchos para a armadura longitudinal, pois na análise numérica há uma simplificação no modelo, onde os mesmos não são levados em consideração.

7.2 DETERIORAÇÃO PELA METODOLOGIA DE PALIGA (2008)

Em sua tese, Paliga (2008) projetou vigas de concreto armado e danificou-as em diferentes níveis para então recuperá-las através do reforço com fibras de carbono, a fim de estimar a confiabilidade destas vigas reforçadas e compará-las com a confiabilidade das vigas originais. Para representar a deterioração destas vigas, ele aplicou níveis de dano na armadura inferior de flexão nas suas vigas, esta danificação se deu através da diminuição da área da seção transversal das armaduras.

Este trabalho seguirá a mesma metodologia aplicada por Paliga (2008), sendo assim, a viga de referência tem suas armaduras de flexão reduzidas em 20%, 30,22% e 40%. E, a seguir, aplica-se o reforço com lâminas de fibra de carbono coladas externamente para a recuperação das mesmas. Na Tabela 4 serão apresentadas as áreas das armaduras à flexão com seus diferentes graus de deterioração e a taxa de armadura longitudinal. É importante salientar, que o caso da viga deteriorada 30,22% foi escolhido, pois a área de aço é equivalente à utilizada por Beber (1999), desta forma, os resultados para a V2 sem reforço conferem com os resultados da VT1 e VT2 de Beber (1999).

Tabela 4 – Graus de deterioração

Viga de referência	Grau de deterioração	A_s (cm ²)	ρ (As/b.d)
V0	0%	2,25	0,85%
V1	20%	1,8	0,68%
V2	30,22%	1,57	0,59%
V3	40%	1,35	0,51%

Fonte: Autor (2020)

7.3 DIMENSIONAMENTO DO PRFC

Para cada grau de deterioração é calculado a área de reforço com PRFC necessária para repor a capacidade resistente inicial de cada viga. Para isso, será manipulada a Equação 35

presente no Capítulo 5, afim de determinar a resistência fornecida apenas pelo PRFC, conforme demonstra a Equação 36.

$$M_f = \Psi_f \cdot A_f \cdot f_{fe} \cdot \left(h - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) \quad (36)$$

Onde:

M_f = resistência à flexão nominal do reforço com PRF colado externamente (kN.cm);

Ψ_f = fator de redução;

A_f = área do PRFC (cm²);

f_{fe} = nível de tensão no reforço com PRFC (kN/cm²);

h = altura da viga (cm);

β_1 = Parâmetro de correlação entre os diagramas parábola-retângulo e retangular do concreto;

c = altura da linha neutra (cm).

Considerando um valor de 0,85 para Ψ_f (valor recomendado pela norma ACI 440.2R) e seguindo as equações de dimensionamento proposto pelo Capítulo 5, tem-se:

$$M_f = 0,85 \cdot A_f \cdot 118,2 \cdot \left(25 - \frac{0,87 \cdot 7,54}{2} \right)$$

$$M_f = 2182,22 \cdot A_f$$

Sabendo que M_f e A_f variam conforme o grau de deterioração de cada viga, a Tabela 5 demonstra os valores obtidos para cada situação.

Tabela 5 – Momento resistente e área de reforço necessária do PRFC

Viga de referência	Grau de deterioração	A_s (cm ²)	ρ ($A_s/b \cdot d$)	M_f (kN.cm)	A_f (cm ²)
V0	0%	2,25	0,85%	-	-
V1	20%	1,8	0,68%	3,74	0,17
V2	30,22%	1,57	0,59%	5,65	0,26
V3	40%	1,35	0,51%	7,48	0,34

Fonte: Autor (2020)

Onde os valores de M_f foram obtidos multiplicando-se o momento à flexão característico M_k (13,35 kN/cm²) pelo grau de deterioração de cada viga e por um fator de segurança igual à 1,4.

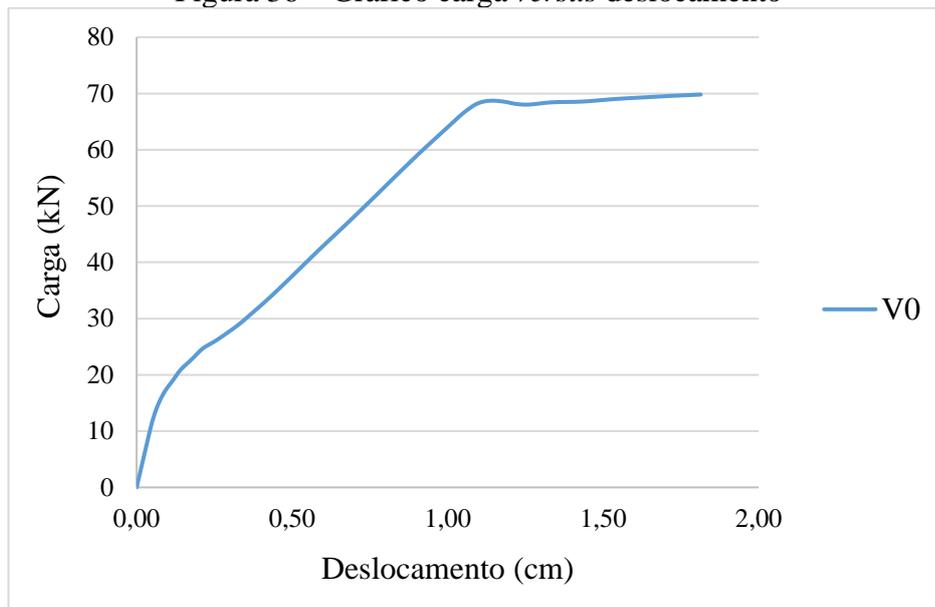
7.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Medeiros (2019), para simular o carregamento instantâneo das vigas até a sua ruptura, aplica um deslocamento vertical no ponto em que, no ensaio experimental de Beber (1999), a carga concentrada estava localizada. Os resultados numéricos obtidos são analisados em termos de deslocamento no vão central da viga, tensão e deformação no concreto, na armadura e no reforço. Por fim, são analisados o comportamento da interface, através da análise das tensões e deslizamentos capturados pelos elementos de contato.

7.4.1 Viga V0

A viga V0 trata-se da viga de referência neste trabalho, não possui deterioração e têm uma área de aço de 2,23 cm², mostrada na Figura 22 anteriormente. O seu comportamento carga *versus* deslocamento pode ser apreciado na Figura 36. É importante salientar que houve a convergência do processo numérico até o final do deslocamento aplicado, entretanto, conforme é enfatizado no trabalho de Benincá (2019), a carga última nem sempre está associada com a parada de convergência (neste caso, com o máximo carregamento aplicado).

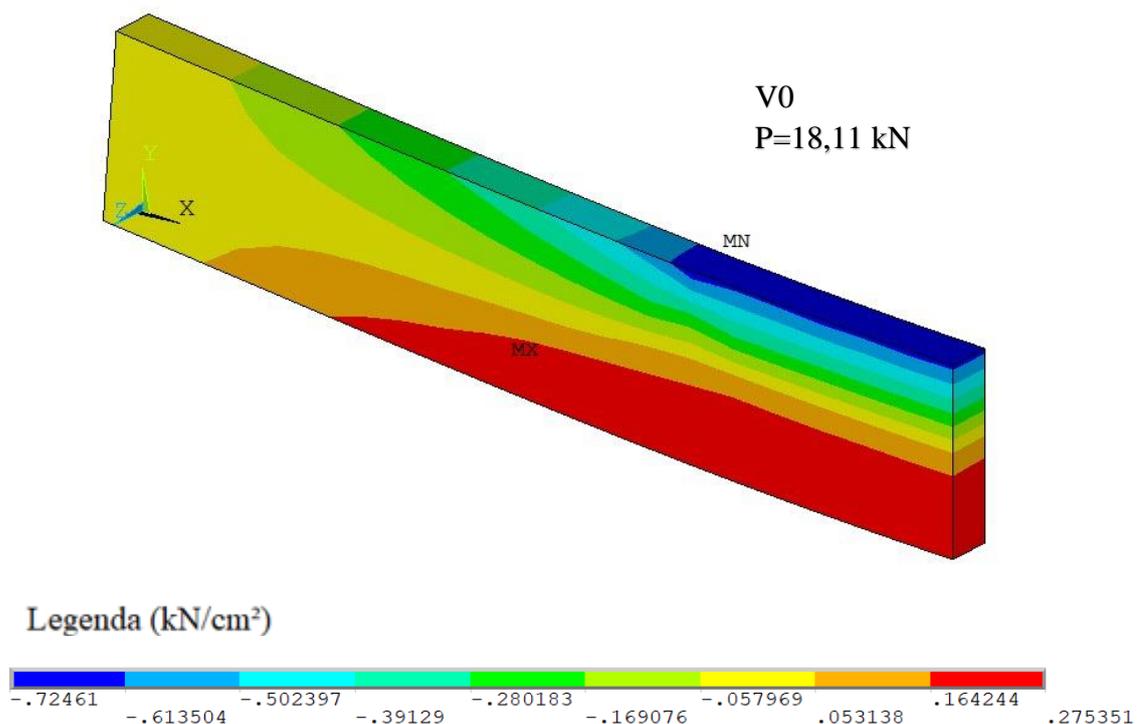
Neste trabalho, além de outros fatores, como a utilização do comportamento Drucker-Prager e a utilização de um modelo elastoplástico perfeito, corroboram para que a convergência continue, pois não há um limite de tensão ou deformação. Desta forma, compreendeu-se conveniente a utilização de um critério de parada, este critério está associado com a máxima deformação do aço. De maneira que, ao analisar manualmente e visualmente, por meio da interface no programa, encontrou-se uma deformação total nas barras de aço de 1%, ou seja, as mesmas já se encontravam no regime plástico.

Figura 36 – Gráfico carga *versus* deslocamento

Fonte: Autor (2020)

Conforme pode ser visto na Figura 36, em torno da carga de 18,11 kN é iniciado o comportamento não linear da estrutura. Nesta carga, foi observado que as tensões de tração no concreto atingem o valor de resistência à tração ($f_{ct}=0,26\text{kN/cm}^2$) (Figura 37), ou seja, pode-se presumir que ocorre o início do estágio 2, com a ocorrência de fissuras.

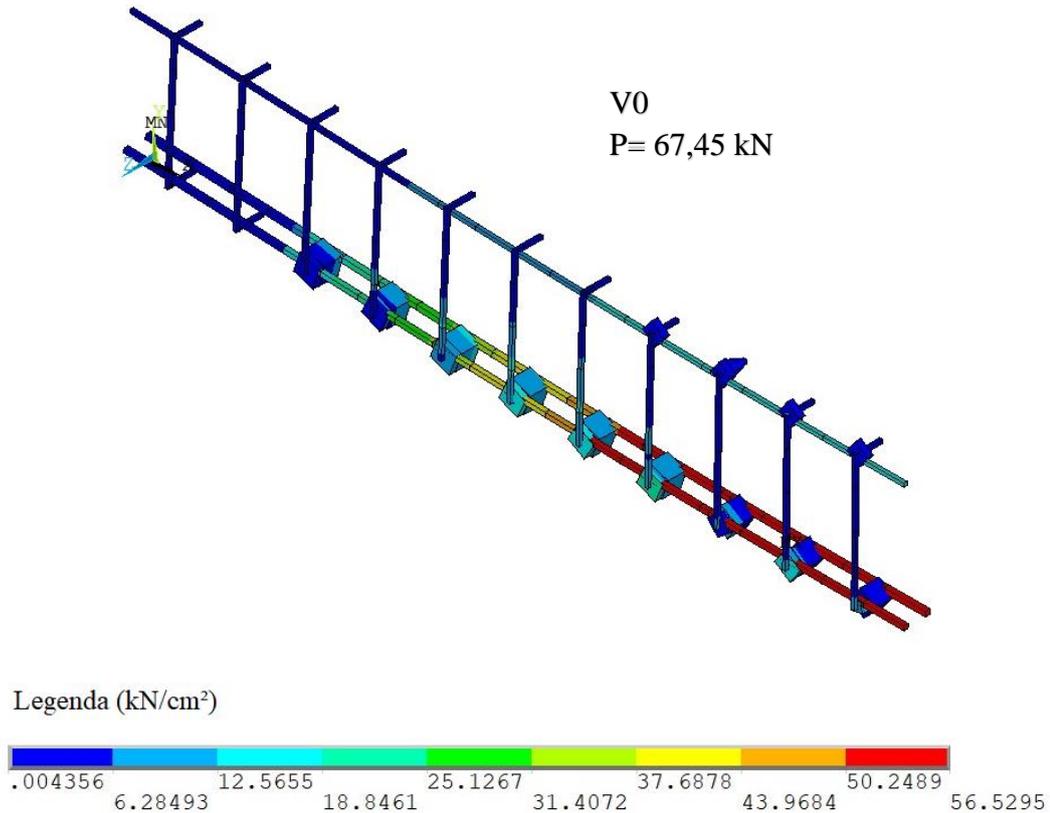
Figura 37 – Tensão no concreto no início do comportamento não-linear da estrutura



Fonte: Autor (2020)

Pela análise do comportamento carga *versus* deslocamento, percebe-se uma leve descontinuidade no gráfico, esse pico de carga corresponde à um valor de carga total de 68,72kN. O valor de 67,45kN, que antecede este comportamento, corresponde ao início do escoamento, ou seja, quando as barras começam a atingir a tensão de escoamento do aço de 56,5kN/cm, conforme apresenta a Figura 38.

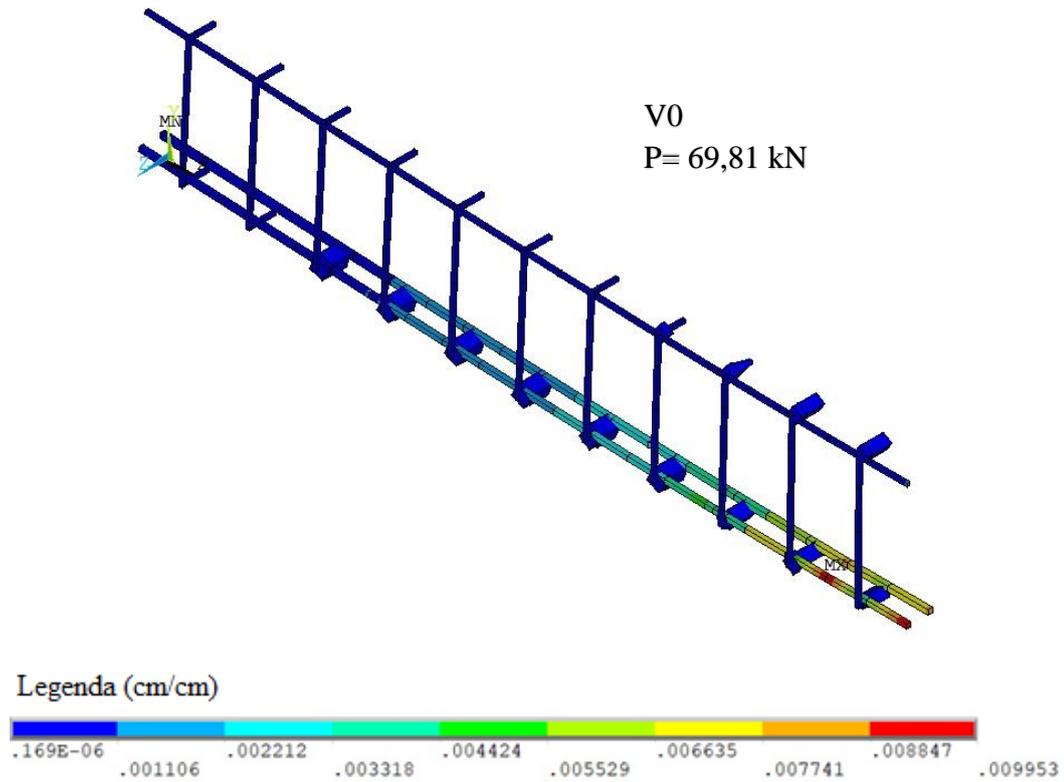
Figura 38 – Início da tensão de escoamento do aço



Fonte: Autor (2020)

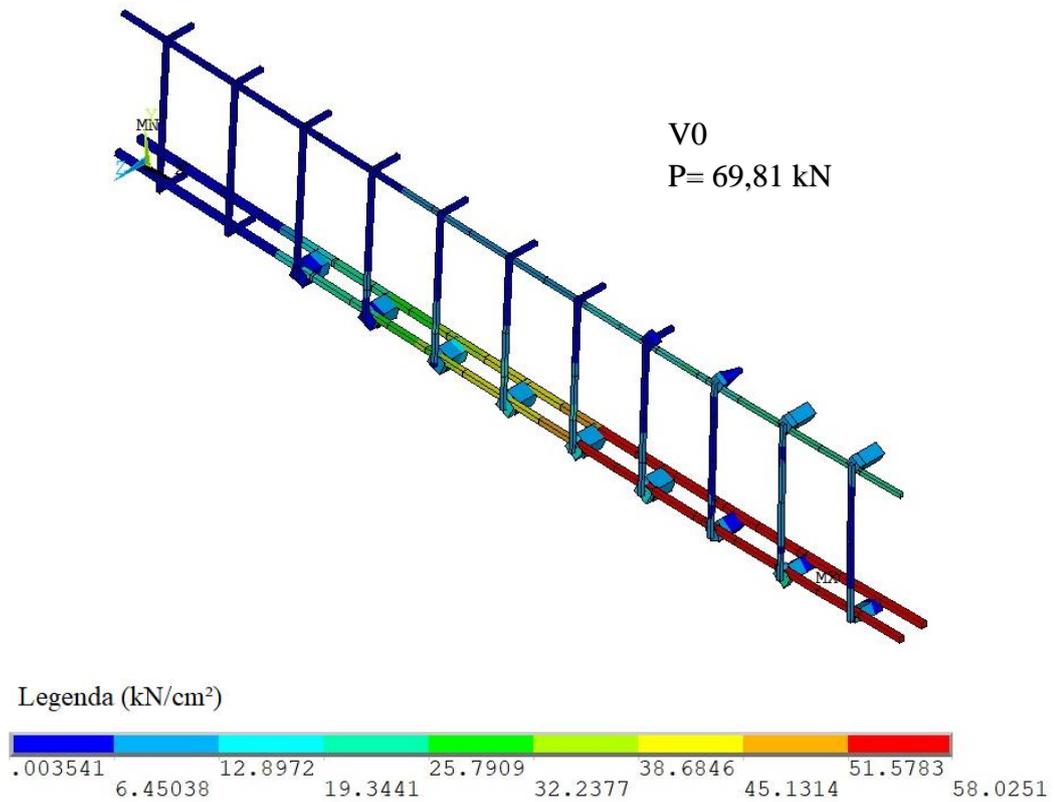
Analisando a carga última, que, como explicado anteriormente, foi utilizado o critério de deformação para o aço. No passo de carga correspondente a força aplicada na estrutura no valor de 69,81 kN, é possível visualizar deformação de 1% nas barras de aço, de acordo com a Figura 39. Já a Figura 40 apresenta as tensões no aço na condição de carga última, que conforme pode-se perceber, apesar de utilizar o modelo elastoplástico perfeito, as tensões presentes são superiores à tensão de escoamento, isso ocorre, pois, para evitar um erro numérico Medeiros (2019) utiliza um pequeno endurecimento no comportamento do material.

Figura 39 – Início das deformações 1% no aço



Fonte: Autor (2020)

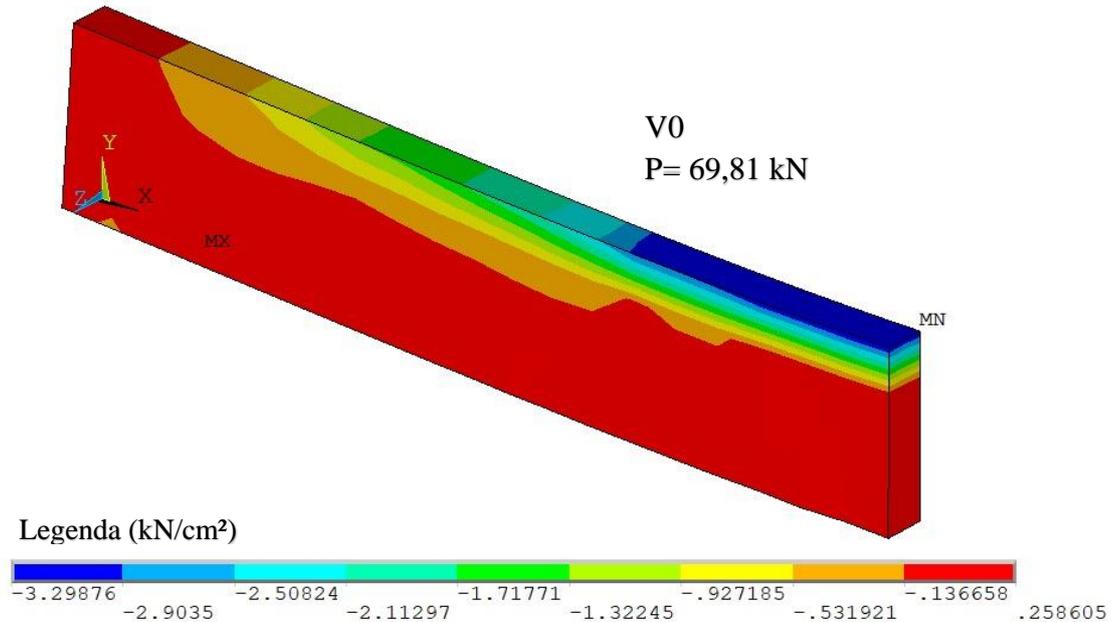
Figura 40 – Tensões no aço para a carga última



Fonte: Autor (2020)

Em relação às tensões no concreto na direção de x, percebe-se que na parte inferior o mesmo encontra-se tracionado (tensões positivas), enquanto que na parte superior encontra-se comprimido, conforme pode ser analisado na Figura 41.

Figura 41 – Tensões no concreto para carga última



Fonte: Autor (2020)

Nota-se que, apesar do concreto atingir uma tensão máxima de $-3,30 \text{ kN/cm}^2$, a carga última não ocorre devido ao esmagamento do concreto. Segundo Medeiros (2019), isto pode acontecer pois o modelo de plasticidade adotado permite tensões maiores em uma direção, devido ao fato de o elemento estar submetido a um estado de tensões multiaxiais. Análises mais profundas para definir um critério de ruptura deveriam ser investigados neste caso, incluindo o estudo de refinamento da malha, fazendo com que a parada de convergência ocorra antes em função da tensão excessiva nos elementos ou distorção dos mesmos. De fato, determinar um critério para a parada da análise numérica, é ainda um tema estudado.

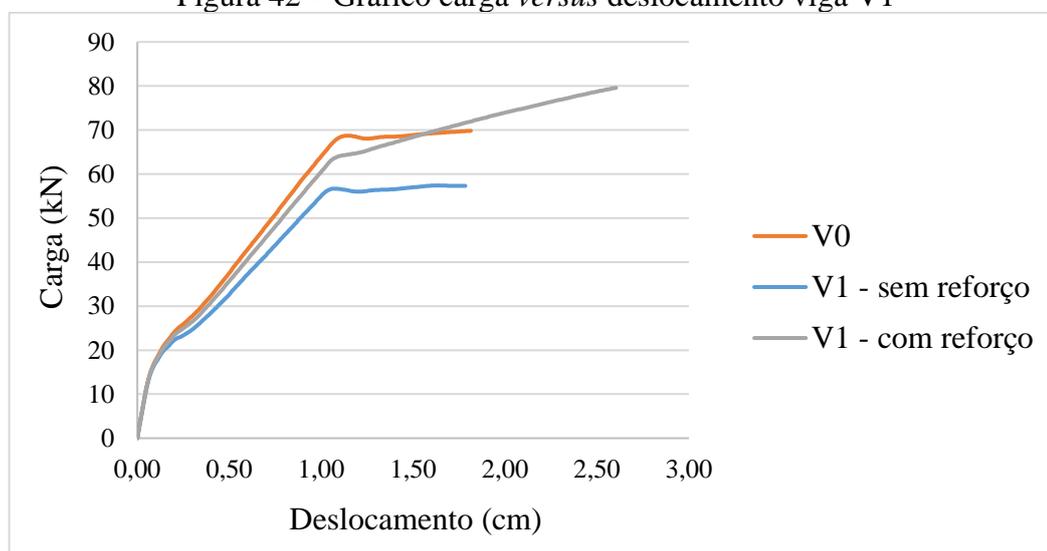
7.4.2 Viga V1

A viga V1 apresenta uma deterioração em 20%, possuindo área de aço longitudinal no valor de $1,8 \text{ cm}^2$. Primeiramente, foi analisado a viga sem reforço, resultando em uma carga

última de 57,32 kN, ou seja, 19% menor que a carga última da V0, conforme o esperado. Posteriormente, a viga V1 com reforço foi analisada, a mesma possui área de reforço PRFC de 0,18 cm², lembrando que esta área foi calculada de maneira que o reforço suporte os 20% da carga última da viga testemunho, desta forma, espera-se que o resultado de carga última da viga V1 com reforço, seja ao menos 69,81 kN.

Este fato pode ser apreciado na Figura 42, onde percebe-se que a carga última foi de 79,59kN, esse leve acréscimo pode corresponder ao comportamento do reforço, uma vez que o mesmo é linear elástico, fazendo com que, após o escoamento do aço, não ocorra um patamar uniforme, característico do comportamento elastoplástico perfeito, e sim um acréscimo linear.

Figura 42 – Gráfico carga *versus* deslocamento viga V1



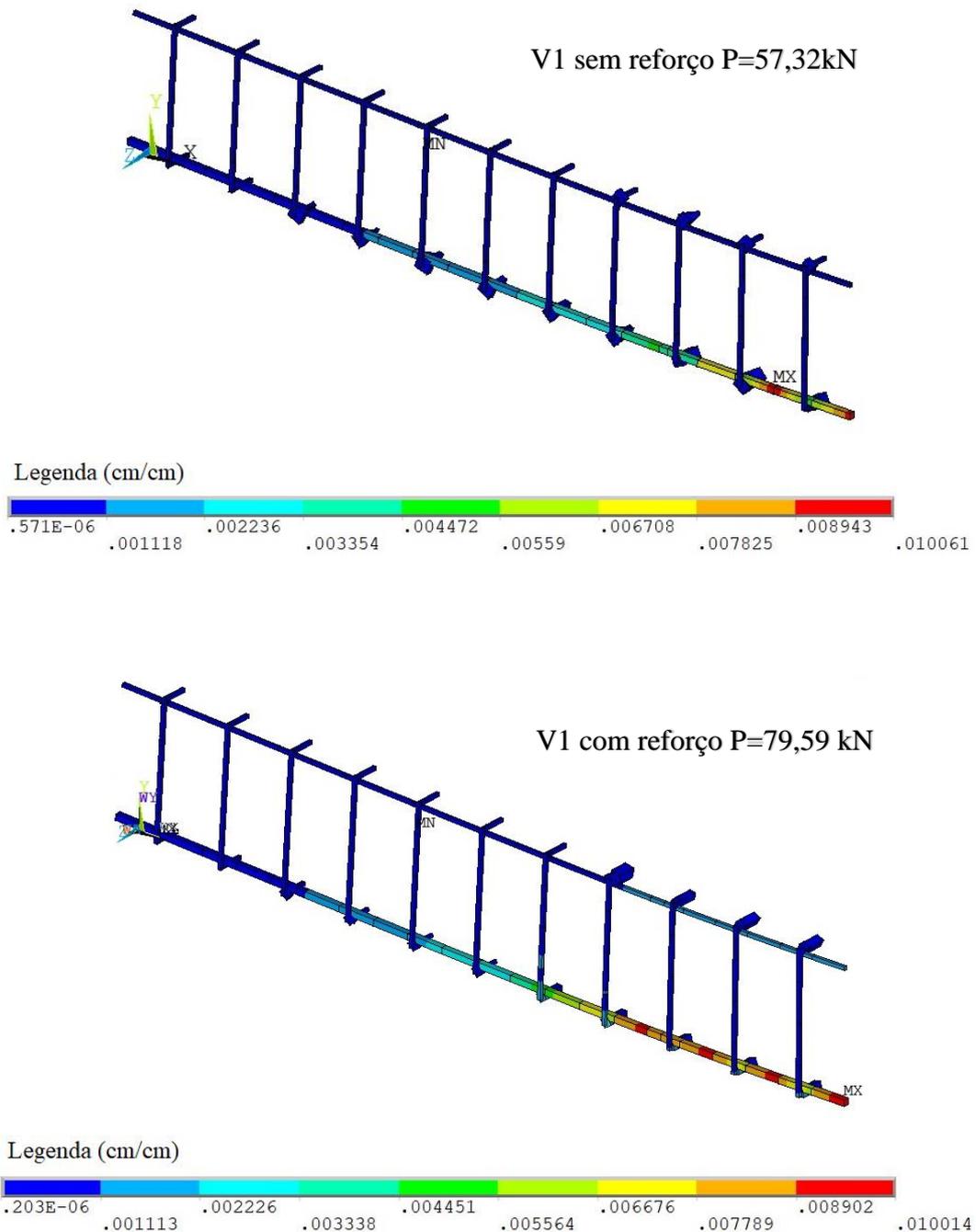
Fonte: Autor (2020)

Analisando o comportamento carga *versus* deslocamento, percebe-se que a rigidez inicial da estrutura é a mesma para as três vigas, conforme o esperado, pois nenhuma propriedade física ou geométrica foi alterada, exceto a área de aço. A primeira mudança de comportamento percebido na curva é equivalente ao início da fissuração, conforme visto no item anterior, após esse ponto, as vigas passam a apresentar comportamentos distintos entre si, sendo a viga V1 com reforço mais rígida que a viga V1 sem reforço. Quanto ao escoamento do aço, percebe-se que o início do escoamento do aço ($\sigma_y = 56,5$ kN/cm) ocorre para um valor de carga de 55,52 kN para a V1 sem reforço e de 60,84 kN para a V1 com reforço.

Posteriormente, analisou-se as deformações de 1% nas barras de aço em cada viga (Figura 43), para a V1 sem reforço esta deformação foi atingida no passo de carga de 57,32 kN, enquanto V1 com reforço obteve-se P=79,59 kN. Percebe-se que esse comportamento se

configura na viga V1 com reforço para uma carga de 34% superior, de forma que além dos 20% para os quais o PRFC foi calculado, obteve-se um ganho de resistência a mais.

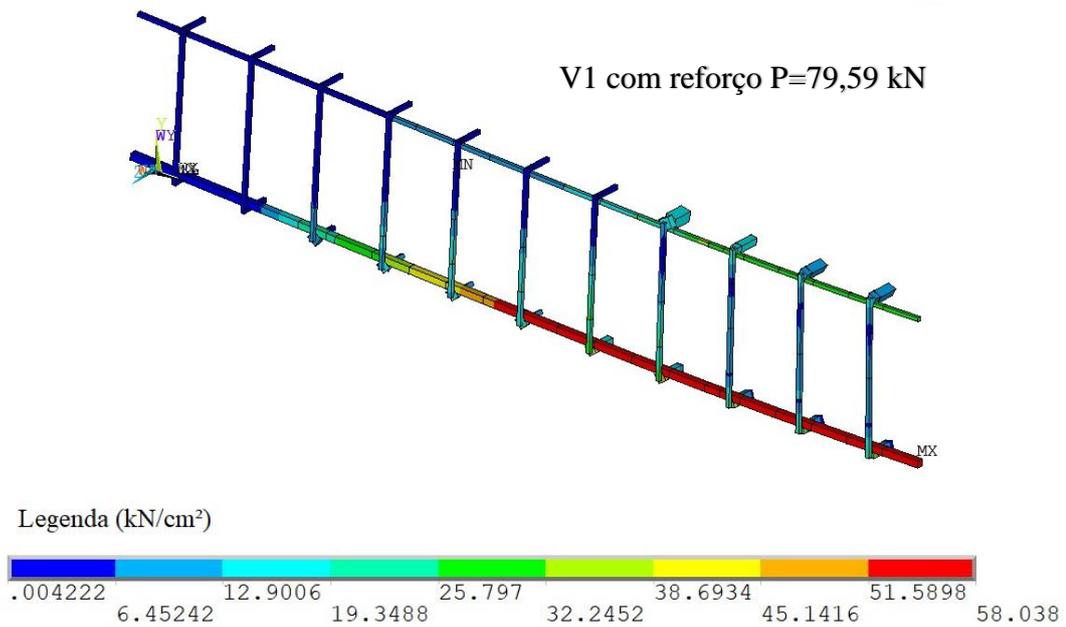
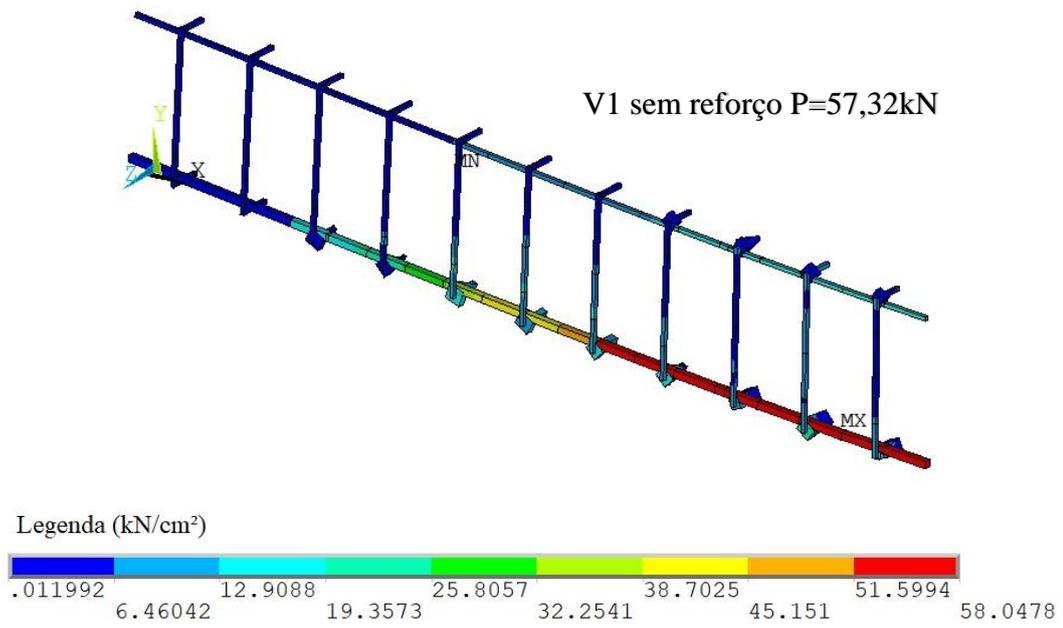
Figura 43 – Início das deformações de 1% no aço



Fonte: Autor (2020)

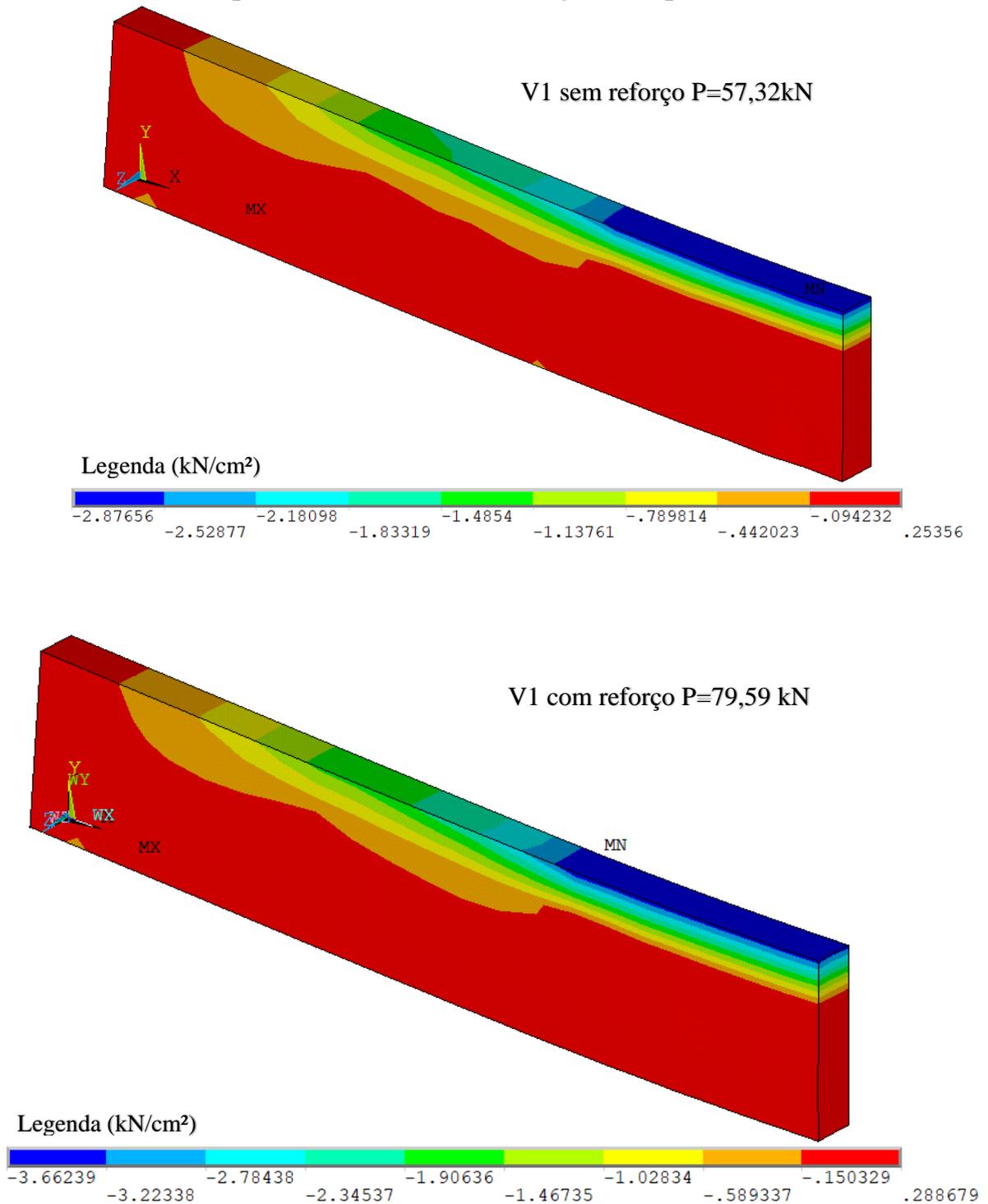
Também foram observadas, na carga em que se atinge a deformação de 1% do aço, cujo comportamento configura a carga última, as tensões no aço (Figura 44) e as tensões no concreto (Figura 45) em cada viga.

Figura 44 – Tensões do aço na carga última



Fonte: Autor (2020)

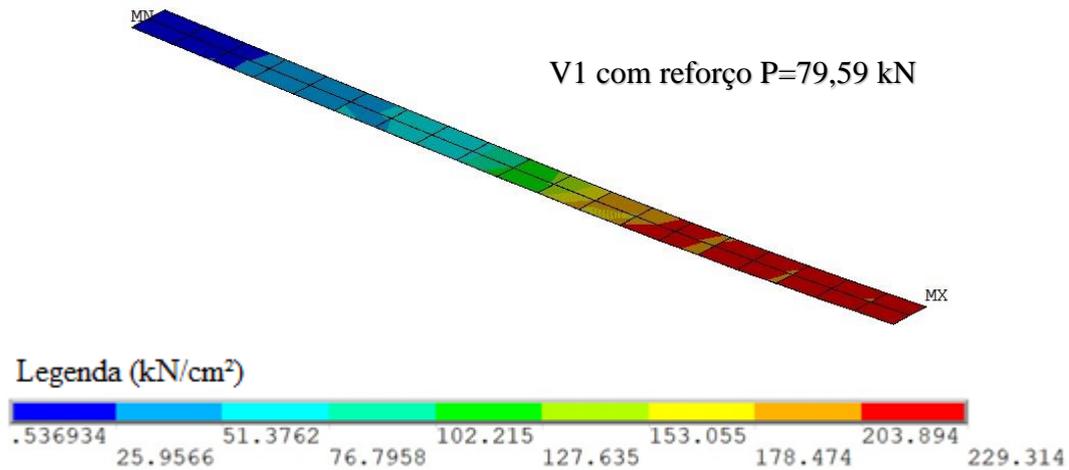
Figura 45 – Tensões no concreto para a carga última



Fonte: Autor (2020)

Para a viga V1 reforçada também foi necessário analisar as tensões que ocorrem no reforço, verificando que não houve rompimento da fibra. Percebe-se pela análise da Figura 46, que a fibra não atinge a tensão de ruptura ($\sigma_{rup} = 340\text{kN/cm}^2$), tendo um aproveitamento de resistência da mesma de 67%, para a tensão máxima observada de $229,31\text{kN/cm}^2$.

Figura 46 – Tensão no reforço



Fonte: Autor (2020)

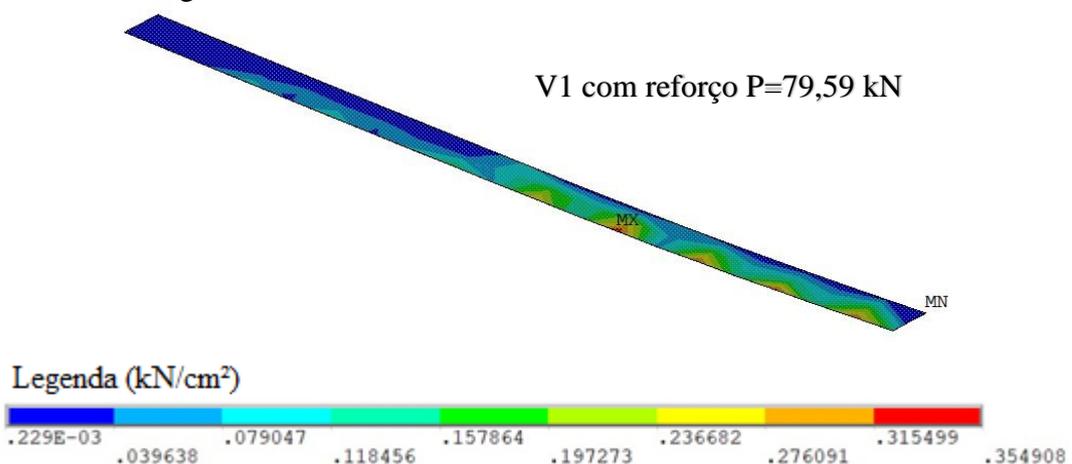
Além disso, deve-se analisar as tensões interface, entre a camada de PRFC e o concreto, (Figura 47) e verificar o deslizamento (Figura 48), para então confirmar se não houve o descolamento do reforço antes da deformação de 1% do aço, e então determinar corretamente qual o valor da carga última. Os valores máximos para esses dois comportamentos são calculados por Medeiros (2019) e apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros do modelo da interface

Tensão máxima de aderência τ_{fl} (kN/cm ²)	Deslizamento máximo S_0 (cm)
0,355	0,0172

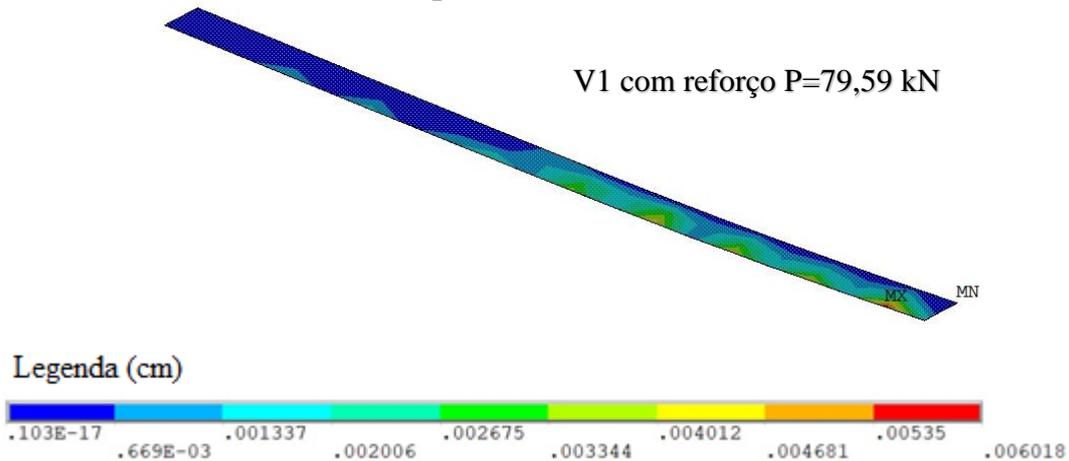
Fonte: Adaptado de Medeiros (2019)

Figura 47 – Tensões na interface entre o PRFC e o concreto



Fonte: Autor (2020).

Figura 48 – Deslizamento

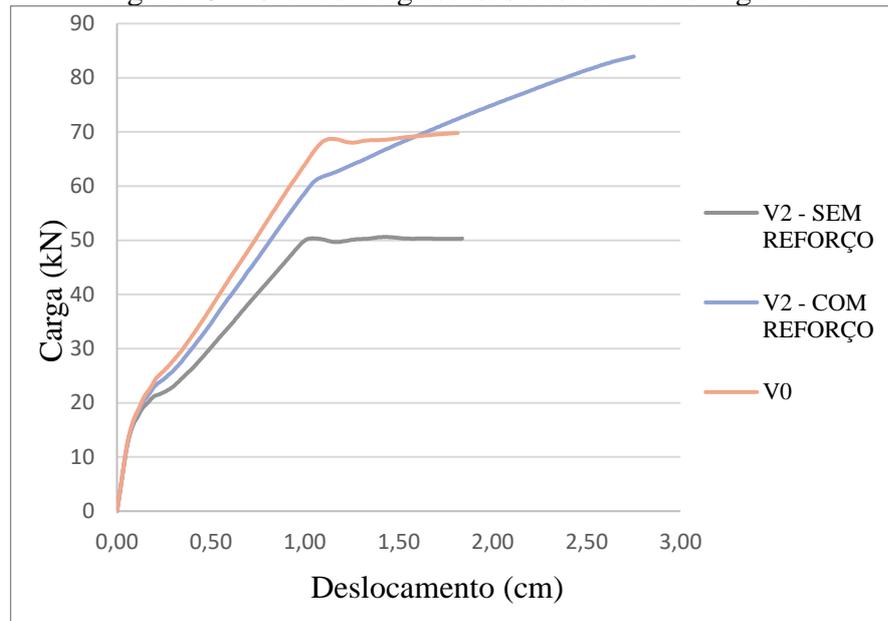


Fonte: Autor (2020)

Verificou-se que as tensões na interface praticamente atingiram a tensão máxima permitida, porém, analisando em conjunto com o deslizamento, pode-se perceber que ainda estava bem abaixo do deslizamento máximo S_0 . Desta forma pode-se concluir que não houve descolamento do reforço, dando ênfase a conclusão anterior que a estrutura rompe por deformação plástica excessiva do aço.

7.4.3 Viga V2

A viga V2 apresenta uma deterioração em 30,22%, possuindo área de aço longitudinal no valor de 1,57 cm². Primeiramente, foi analisado a viga sem reforço, resultando em uma carga última de 50,31 kN, ou seja, 28% menor que a carga última da V0, conforme o esperado. Posteriormente, a viga V2 com reforço foi analisada, a mesma possui área de reforço PRFC de 0,26 cm², de maneira que o reforço suporte os 30,22% da carga última da viga testemunho. Na Figura 49, percebe-se que a carga última para a V2 reforçada foi de 83,92 kN, ou seja, cerca de 66% superior à carga última da viga V2 sem reforço

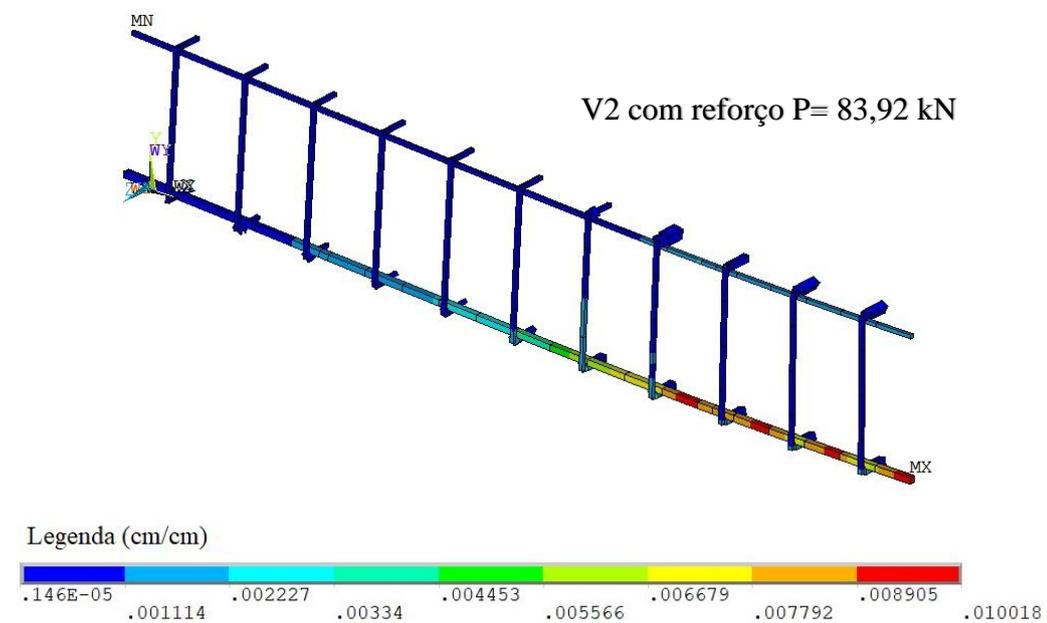
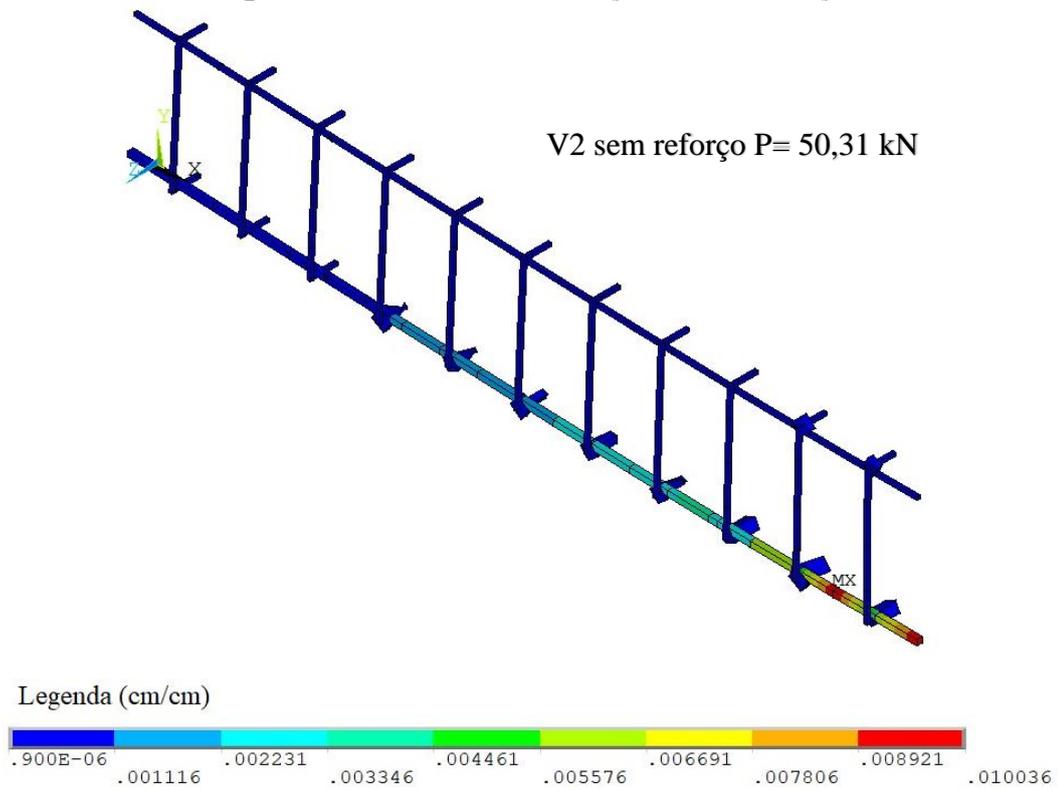
Figura 49 - Gráfico carga *versus* deslocamento viga V2

Fonte: Autor (2020)

Analisando o comportamento carga *versus* deslocamento, na parte elástica linear as três vigas mostradas apresentam um comportamento semelhante, por volta dos 20kN, carga que caracteriza o início do estágio 2, as vigas passam a apresentar comportamentos distintos entre si, sendo a viga V2 com reforço mais rígida que a viga V2 sem reforço. Entretanto, a viga V2 sem reforço apresenta maior flexibilidade quando comparada à viga de referência V0. O início do escoamento do aço ($\sigma_y = 56,5$ kN/cm) ocorre para um valor de carga de 48,19 kN para a V2 sem reforço e de 60,31 kN para a V1 com reforço.

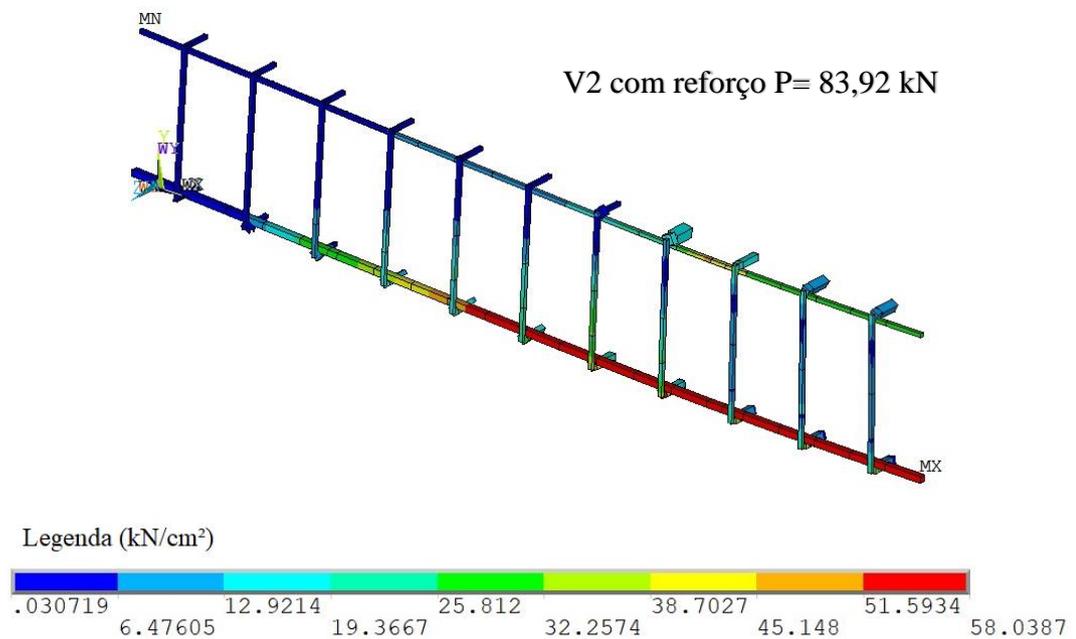
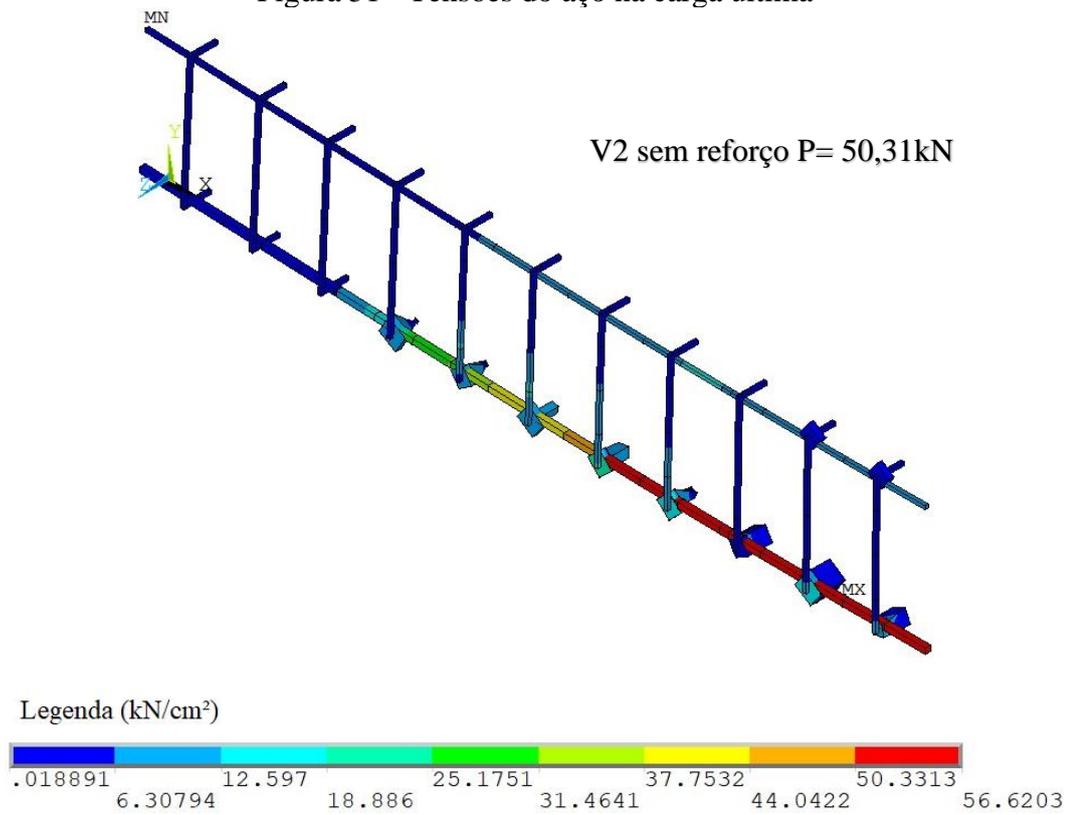
Posteriormente, analisou-se as deformações de 1% nas barras de aço em cada viga (Figura 50), para a V2 sem reforço esta deformação foi atingida no passo de carga de 50,31 kN, enquanto V2 com reforço obteve-se $P=83,92$ kN. Configurando, na viga V2 com reforço, uma carga 20,2% superior para o qual o PRFC foi calculado para resistir. Além disso, analisou-se, na carga última, as tensões no aço (Figura 51), nota-se que as tensões no aço apresentam valores superiores que a tensão de escoamento, conforme mencionado anteriormente, isto se deve ao fato da consideração de um pequeno endurecimento no comportamento elastoplástico do aço, a fim de evitar erros numéricos.

Figura 50 - Início das deformações de 1% no aço



Fonte: Autor (2020)

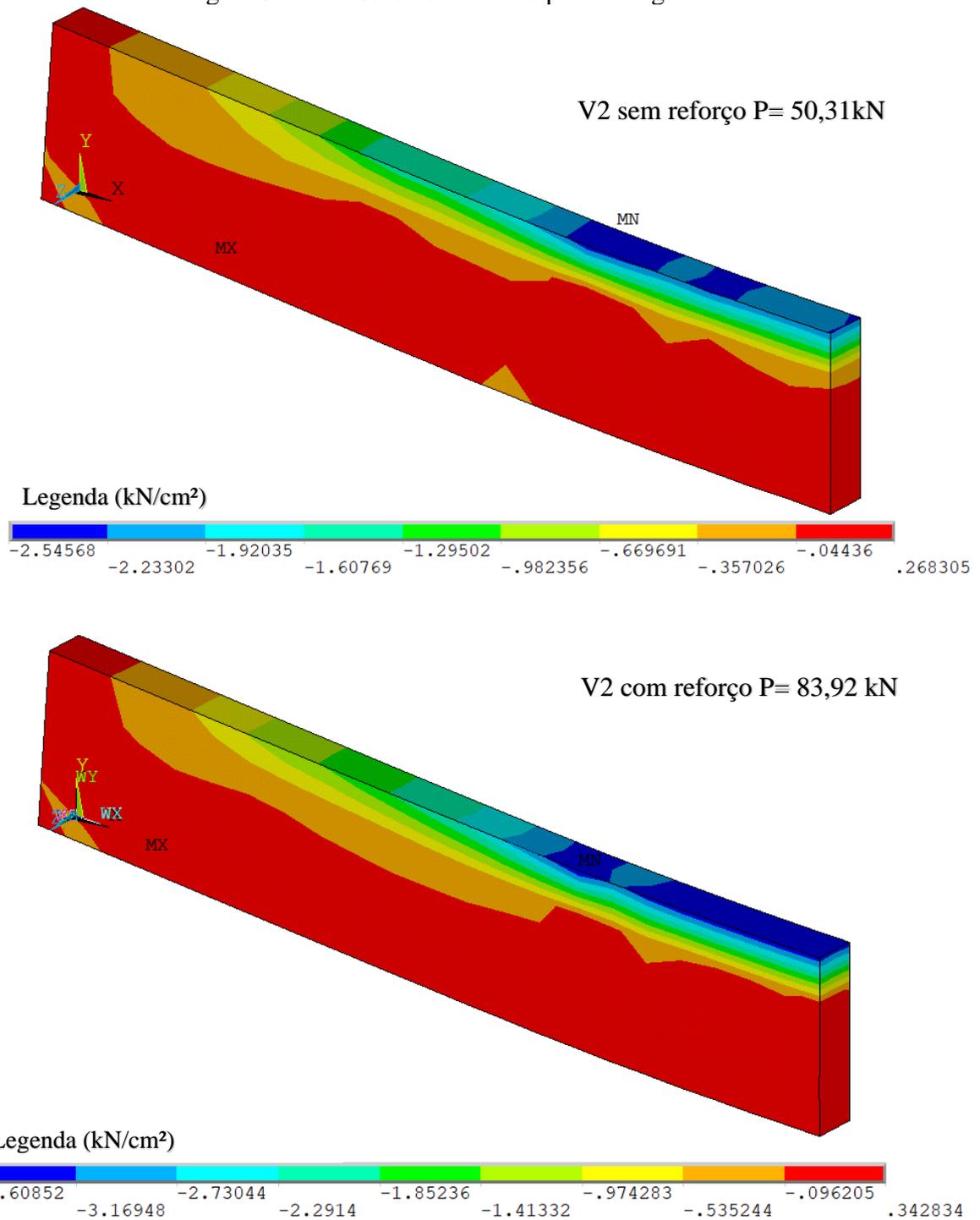
Figura 51 - Tensões do aço na carga última



Fonte: Autor (2020)

A seguir, na Figura 52 observa-se as tensões no concreto para a V2 sem reforço e V2 com reforço na carga última considerada.

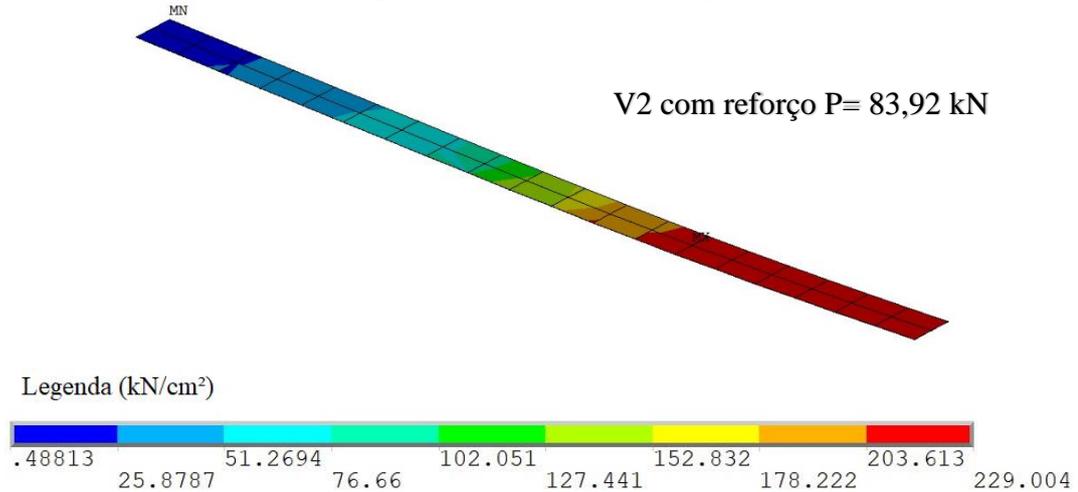
Figura 52 – Tensões no concreto para a carga última



Nota-se que para a viga sem reforço, na zona comprimida, as tensões não atingem a resistência máxima característica do concreto à compressão ($f_{ck} = 2,56 \text{ kN/cm}^2$), já para a viga reforçada, esta resistência é excedida em 41%. Porém, para ambos os casos se considerou a carga última devido às deformações plásticas excessivas no aço conforme explicado anteriormente.

Para a viga V2 reforçada foi analisada as tensões que ocorrem no reforço, e então verificado que não houve rompimento da fibra. Percebe-se pela análise da Figura 53, que a fibra não atinge a tensão de ruptura ($\sigma_{rup} = 340\text{kN/cm}^2$), tendo um aproveitamento de resistência da mesma de 67%, para a tensão máxima observada de 229 kN/cm², exatamente como observado na viga V1.

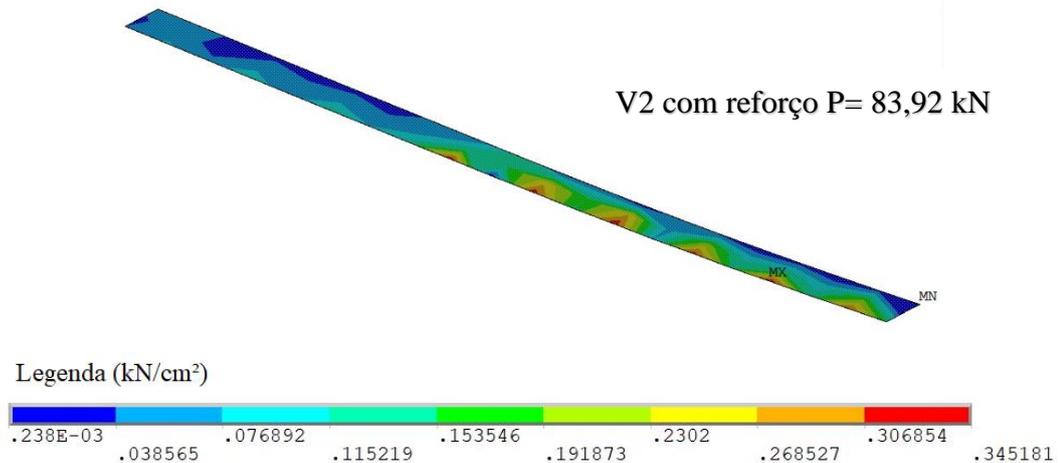
Figura 53 - Tensão no reforço



Fonte: Autor (2020)

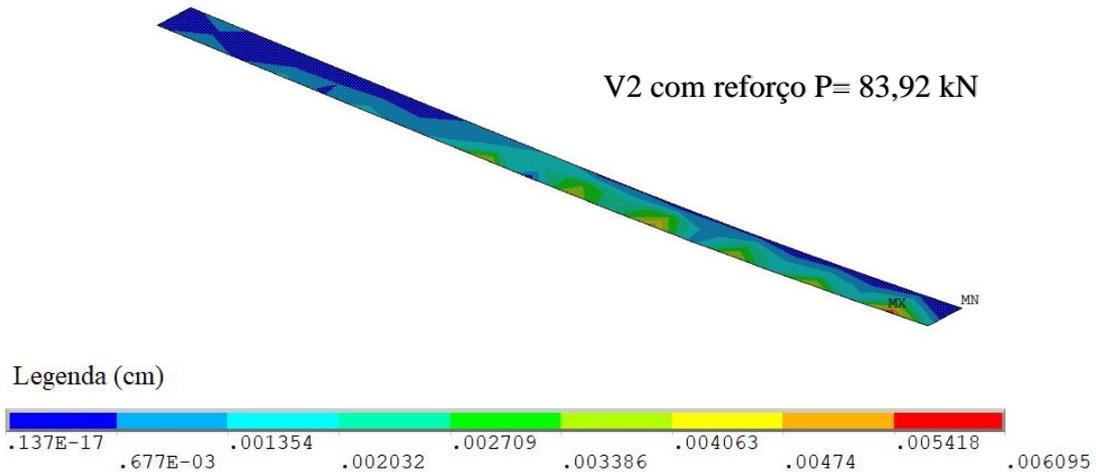
Posteriormente, analisou-se as tensões interface, entre a camada de PRFC e o concreto, (Figura 54) e verificar o deslizamento (Figura 55), para confirmar se não houve o descolamento do reforço antes da deformação de 1% do aço, e então determinar corretamente qual o valor da carga última.

Figura 54 - Tensões na interface entre o PRFC e o concreto



Fonte: Autor (2020).

Figura 55 - Deslizamento

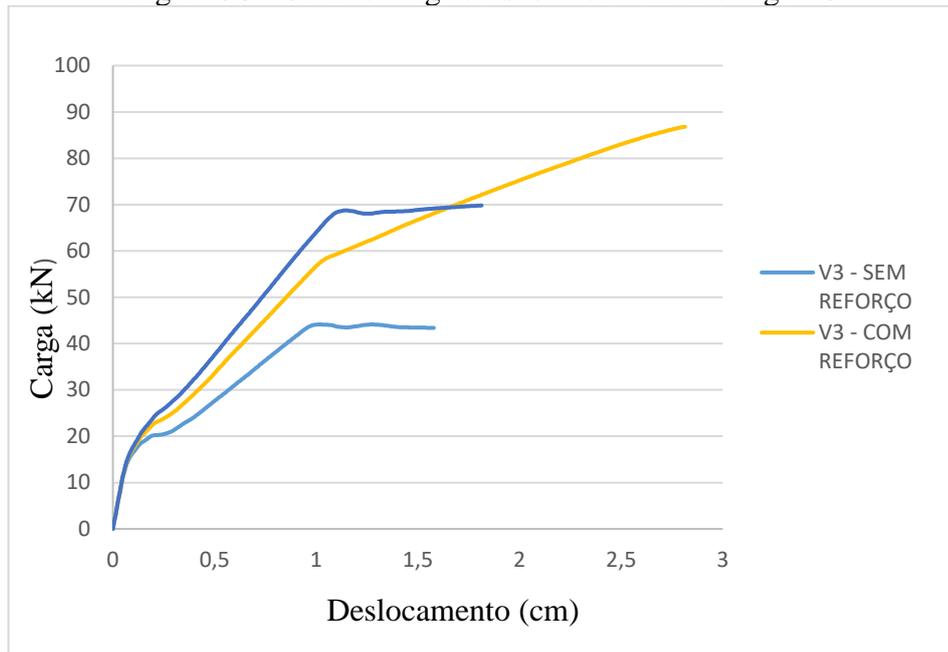


Fonte: Autor (2020)

Verificou-se que as tensões na interface não atingiram a tensão máxima permitida ($0,355 \text{ kN/cm}^2$), e o deslizamento também está bem abaixo do deslizamento máximo permitido ($0,0172 \text{ cm}$). Desta forma pode-se concluir que não houve descolamento do reforço, dando ênfase a conclusão anterior que a estrutura rompe por deformação plástica excessiva do aço.

7.4.4 Viga V3

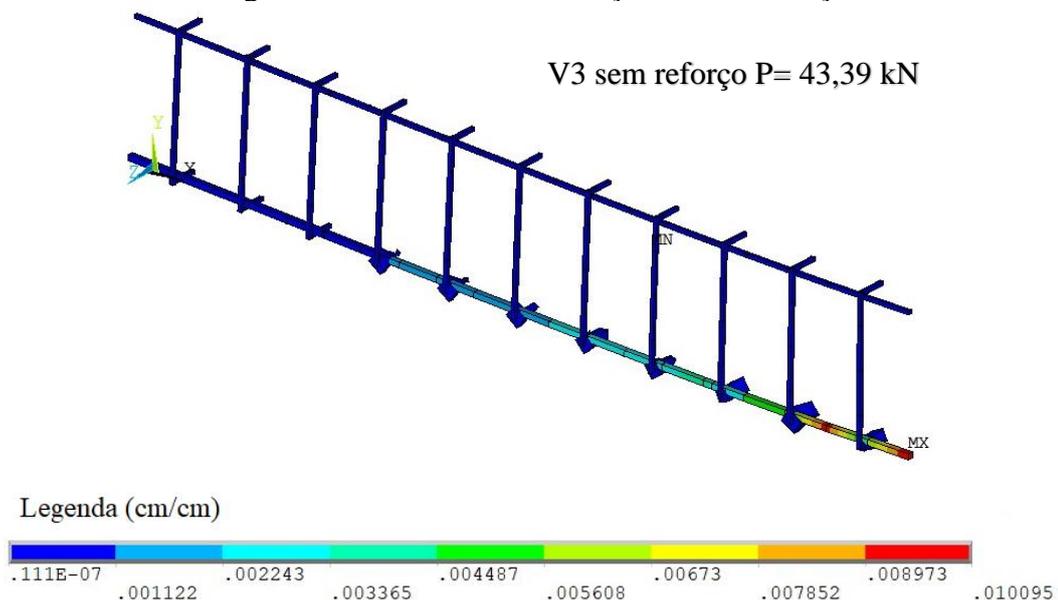
A viga V3 apresenta uma deterioração em 40%, possuindo área de aço longitudinal no valor de $1,35 \text{ cm}^2$. Primeiramente, foi analisado a viga sem reforço, resultando em uma carga última de $44,06 \text{ kN}$, ou seja, 37% menor que a carga última da V0, conforme o esperado. Posteriormente, a viga V3 com reforço de $0,43 \text{ cm}^2$ foi analisada, atingindo uma carga última de $86,82 \text{ kN}$ (Figura 56). A capacidade da viga teve um acréscimo de 97% em relação a viga sem reforço, fato que corrobora com a indicação da norma americana de não utilizar mais que 40% da resistência da viga de referência.

Figura 56 - Gráfico carga *versus* deslocamento viga V3

Fonte: Autor (2020)

Posteriormente, analisou-se as deformações de 1% nas barras de aço em cada viga (Figura 57), para a V3 sem reforço esta deformação foi atingida no passo de carga de 43,39 kN, enquanto V3 com reforço obteve-se $P=86,82$ kN. Percebe-se que esse comportamento se configura na viga V3 com reforço para uma carga de 24% superior para o qual o PRFC foi calculado, ou seja, além do esperado obteve-se um ganho de resistência a mais. Também foram observadas na deformação de 1% do aço, cujo comportamento configura a carga última, as tensões no aço (Figura 58).

Figura 57 - Início das deformações de 1% no aço



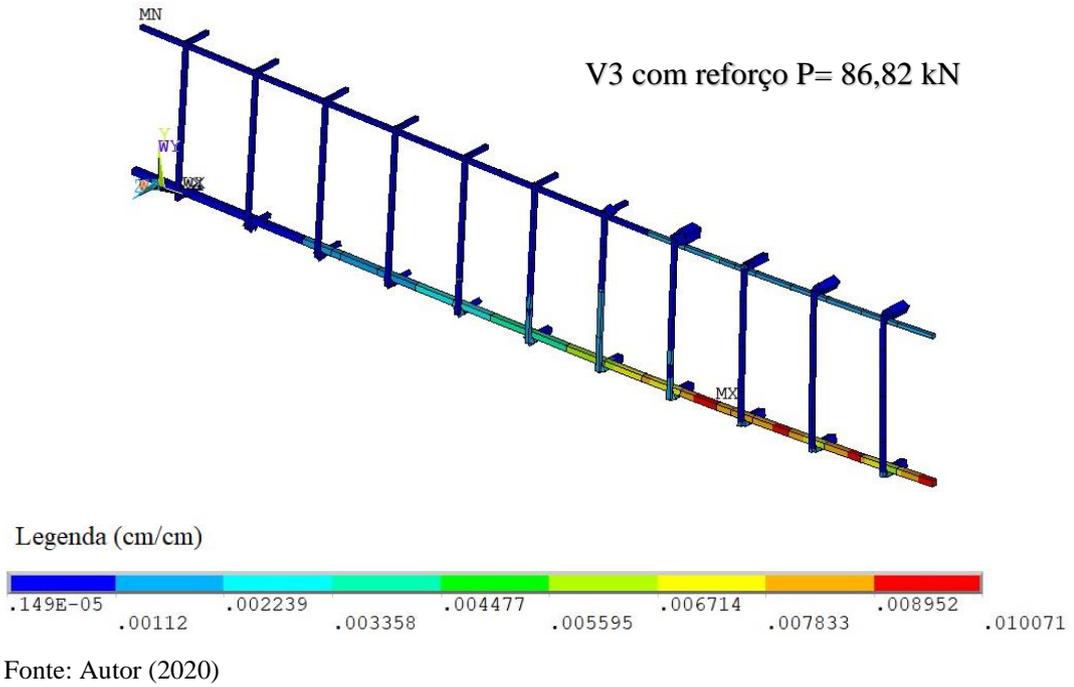
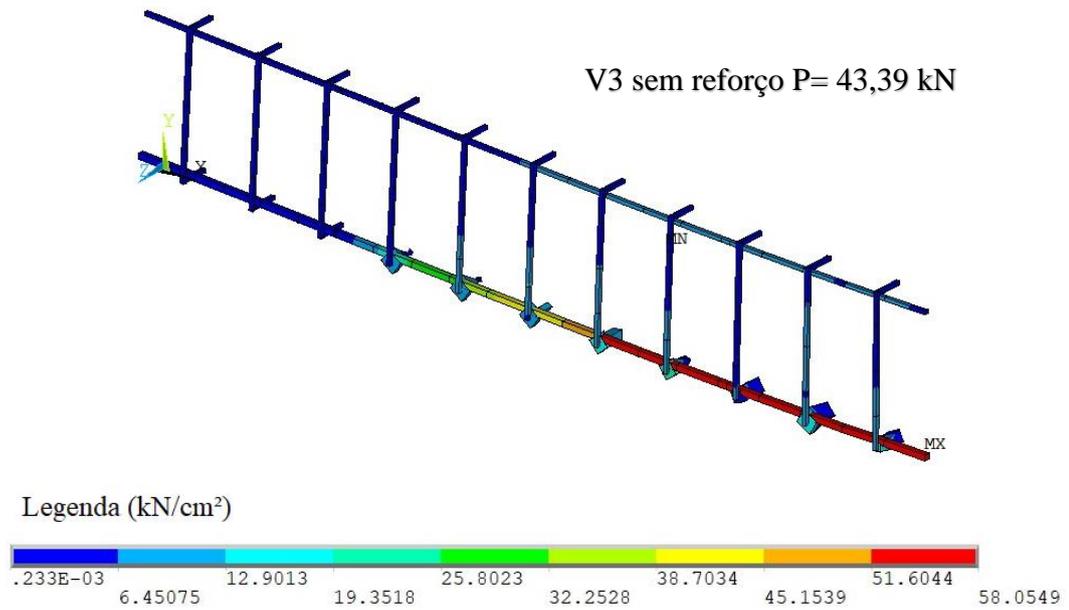
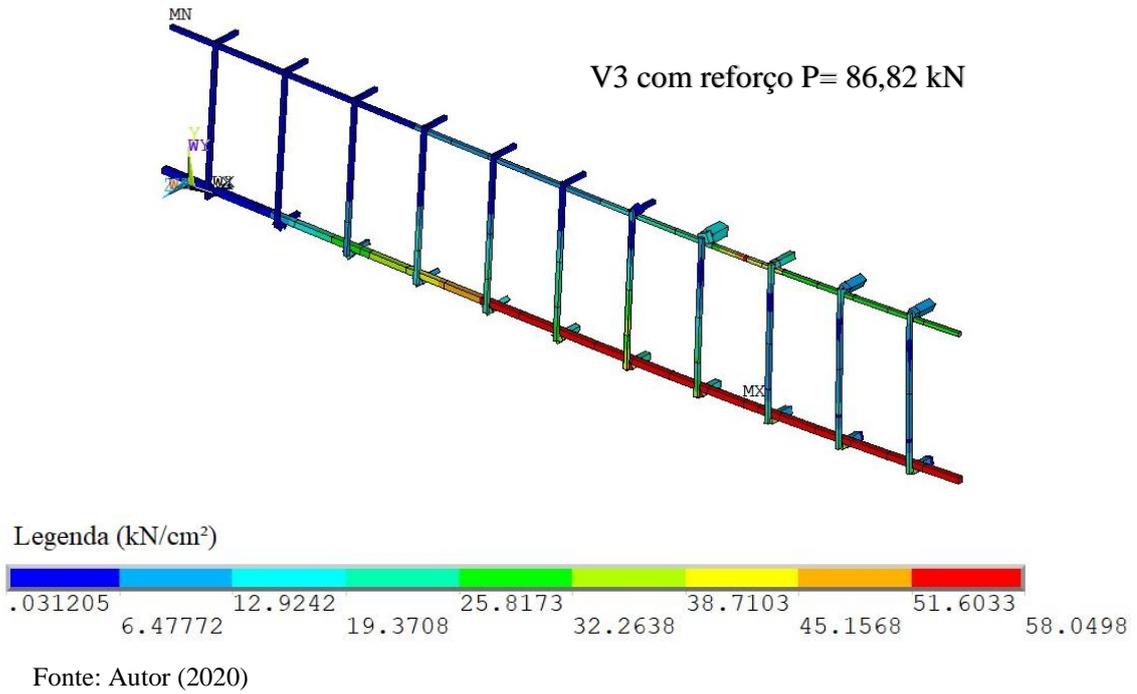


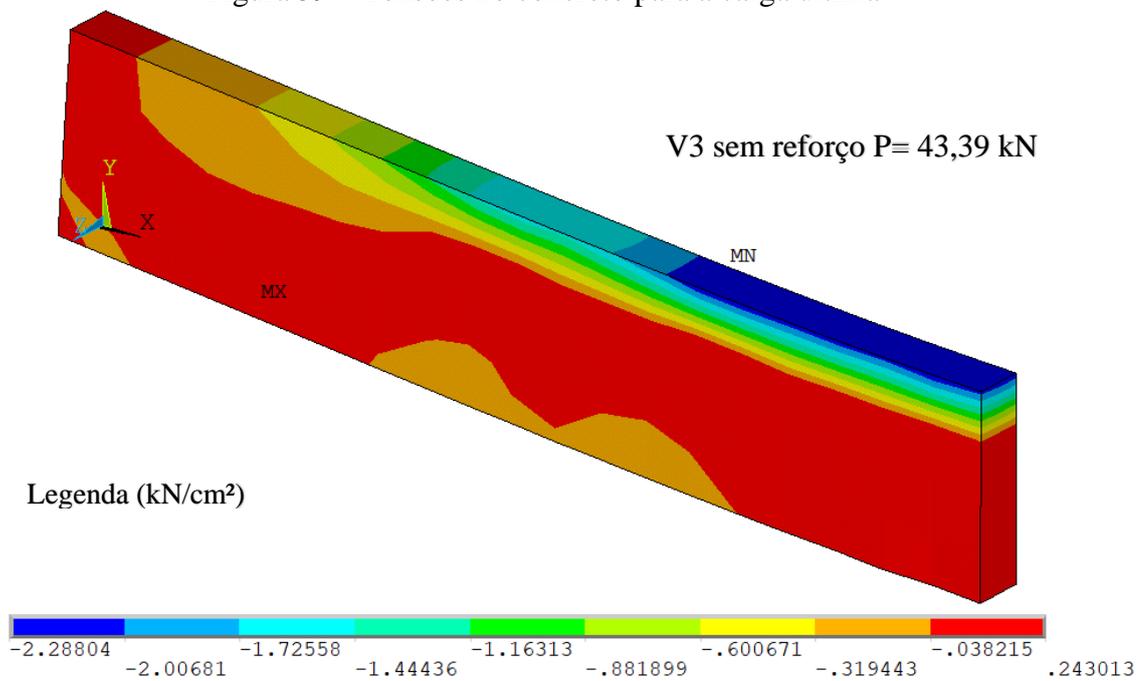
Figura 58 - Tensões do aço na carga última

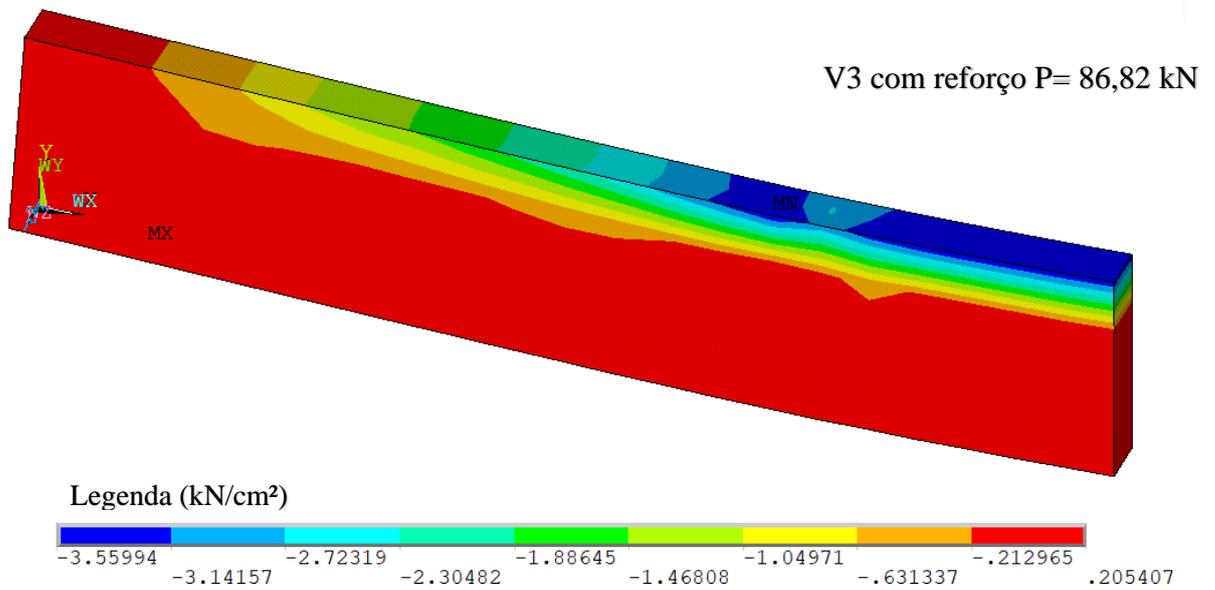




A seguir, na Figura 59 observa-se as tensões no concreto para a V2 sem reforço e V2 com reforço na carga última considerada.

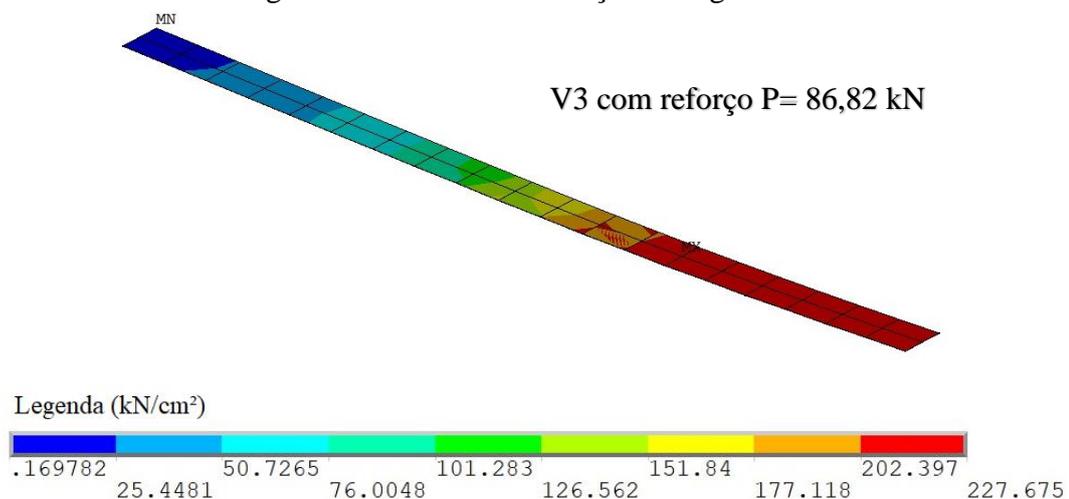
Figura 59 – Tensões no concreto para a carga última





Novamente, observa-se que para a zona comprimida, a viga sem reforço não atinge a resistência máxima característica do concreto à compressão, o que não ocorre para a viga reforçada, onde excede em 39% esta resistência. Para ambos os casos se considerou a carga última devido às deformações plásticas excessivas no aço. Quanto as tensões que ocorrem no reforço, verifica-se que não houve rompimento da fibra. Percebe-se pela análise da Figura 60, que a fibra não atinge a tensão de ruptura ($\sigma_{rup} = 340\text{kN/cm}^2$), tendo um aproveitamento de resistência da mesma de 67%, para a tensão máxima observada de 227,68 kN/cm².

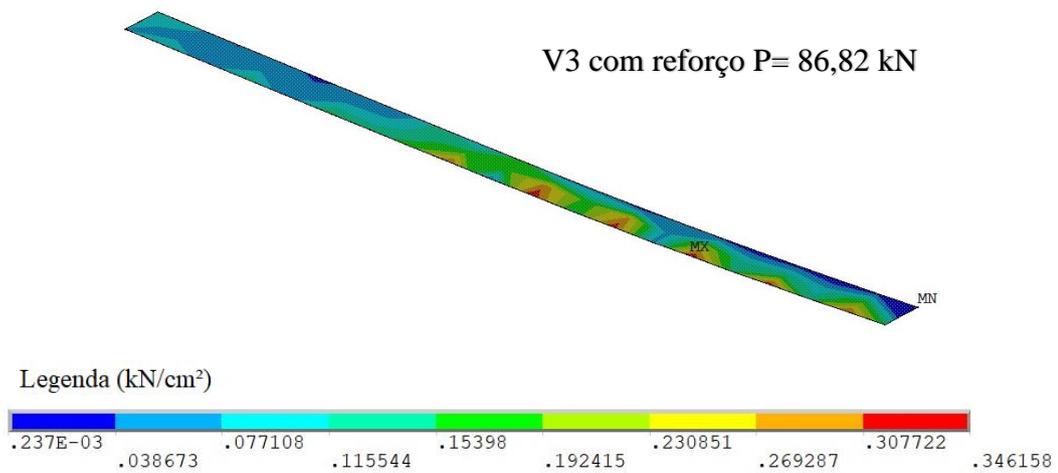
Figura 60 - Tensão no reforço na carga última



Fonte: Autor (2020)

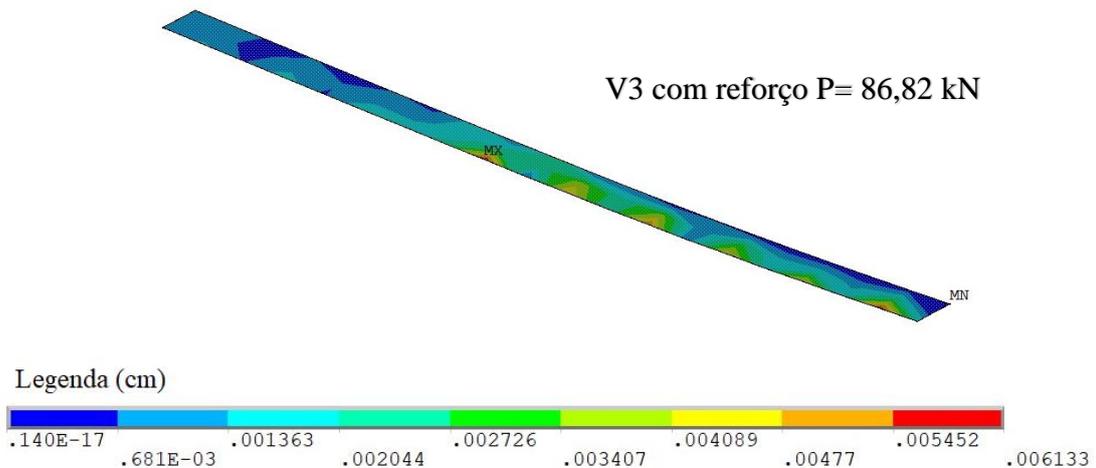
Posteriormente, analisou-se as tensões interface, entre a camada de PRFC e o concreto, (Figura 61) e verificou-se o deslizamento (Figura 62), para então confirmar se não houve o descolamento do reforço antes da deformação de 1% do aço. Conforme pode ser visto, as tensões na interface não atingiram a tensão máxima e o deslizamento estava bem abaixo do deslizamento máximo S_0 (0,0172 cm). Desta forma pode-se concluir que não houve descolamento do reforço, dando ênfase a conclusão anterior que a estrutura rompe por deformação plástica excessiva do aço.

Figura 61 - Tensões na interface entre o PRFC e o concreto



Fonte: Autor (2020).

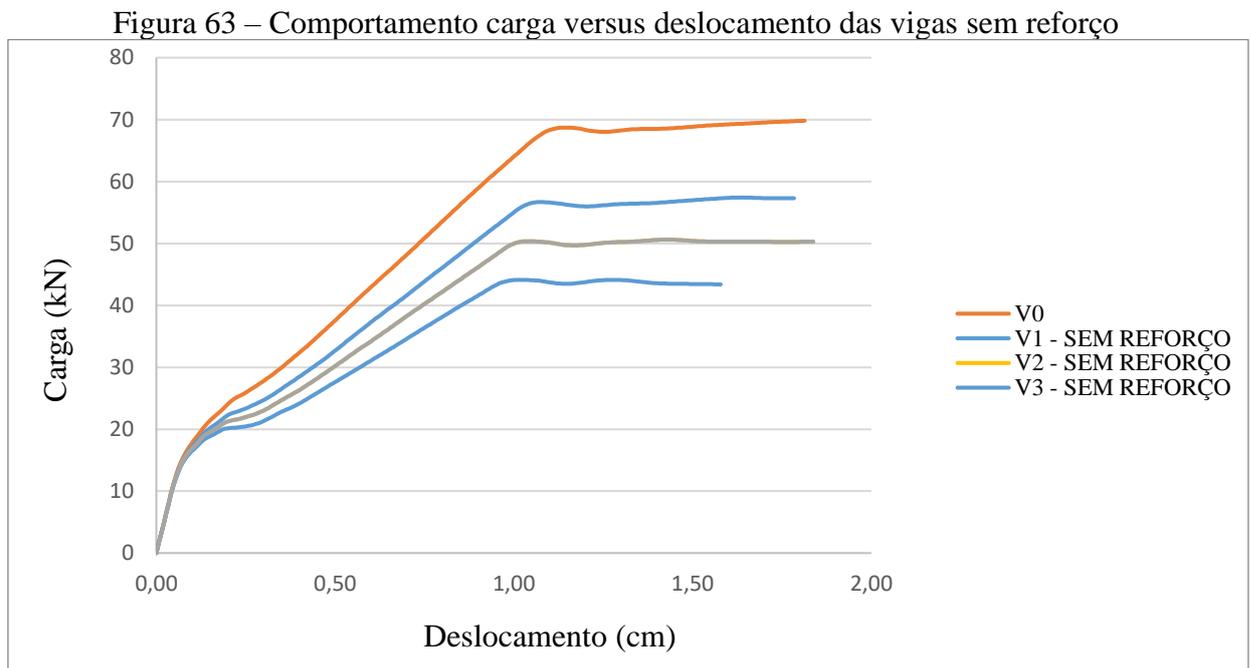
Figura 62 - Deslizamento



Fonte: Autor (2020)

7.4.5 Considerações

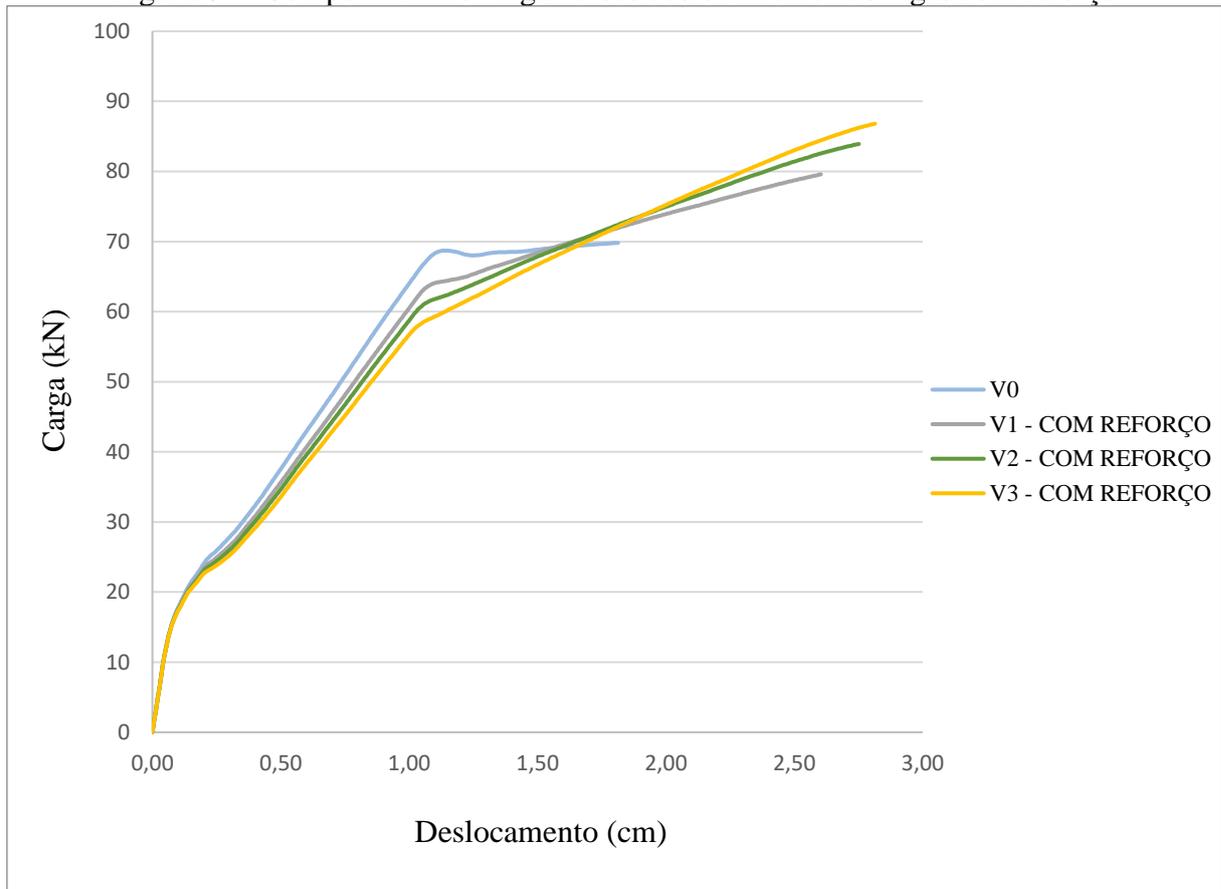
A Figura 63 resume os comportamentos para as vigas deterioradas a partir da metodologia proposta por Paliga (2008). Percebe-se que a rigidez inicial é a mesma para as quatro vigas, em que o comportamento da curva começa a ser distinto entre elas quando começa a fissuração (estádio 2).



Fonte: Autor (2020)

Por cerca de um deslocamento de 1cm, todas apresentam o início do patamar de escoamento. Na Figura 64, é mostrado o comportamento das vigas com reforço. Percebe-se que, apesar da viga V3, ser a que tem a maior capacidade resistente, após a fissuração do concreto iniciar, a viga é a mais flexível.

Figura 64 - Comportamento carga versus deslocamento das vigas com reforço



Fonte: Autor (2020)

Percebe-se que nos três casos estudados obteve-se resultados conforme o esperado, uma vez que todas as vigas com reforço apresentaram um comportamento semelhante a viga de referência sem deterioração. O fato de não haver um patamar reto após o escoamento do aço, faz com que as vigas com reforço suportem uma carga ainda superior a qual foi dimensionado. Esse fato pode ser associado ao comportamento elástico do PRFC. A seguir apresenta-se a Tabela 7, onde é possível analisar os resultados experimentais do Beber (1999).

Tabela 7 – Resultados experimentais Beber (1999)

(continua)

Nome	Área de aço (cm ²)	Camadas	Área de PRFC (cm ²)	Carga de ruptura (kN)	Modo de ruptura
VT1	1,57	0	-	47,7	Deformação Plástica excessiva na armadura
VR3	1,57	1	0,1332	65,2	Deformação Plástica excessiva na armadura

VR5	1,57	4	0,5328	102,2	Descolamento PRFC
VR7	1,57	7	0,9324	124,2	Descolamento PRFC
VR9	1,57	10	1,332	124,2	Descolamento PRFC

Fonte: Autor (2020)

Pode-se perceber que foi mantida a área de aço constante no estudo, já área de PRFC foi variada. Com isso, pode-se concluir que o modo de ruptura tende a mudar, em relação da área de reforço com a área de aço. Observa-se que para áreas menores de PRFC, o escoamento na armadura é o fator determinante, bem como a viga V2 a qual apresenta área de reforço com duas camadas. Para áreas maiores de PRFC, e um mesmo valor de área de armadura, observa-se que este acaba sendo limitado pela sua aderência, como modo de falha por descolamento, e por consequência, tensões no PRFC não conseguem atingir um valor elevado, restando ainda capacidade resistente para este elemento estrutural. No caso do presente estudo, este fato não ocorreu em nenhuma viga, pois a relação de área de aço e área de reforço manteve-se a mesma.

8 CONCLUSÕES

Como objetivo principal, o presente trabalho buscou analisar o comportamento de vigas em concreto armado reforçadas externamente com polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC), através da análise numérica, por meio do Método dos Elementos Finitos, utilizando um modelo computacional via linguagem APDL para o *software* ANSYS, fornecido por Medeiros (2019). A presente pesquisa se justifica pelo número crescente de estruturas em concreto armado utilizando a técnica de reforço por PRFC, isso se deve à diversos fatores, como o comportamento mecânico deste material, por exemplo. Tais comportamentos foram vistos na análise de resultados e são resumidos neste item.

Diferentemente de Medeiros (2019), neste trabalho foi utilizado a opção DP-Concrete para a modelagem do comportamento do concreto, essa mudança foi devido ao fato de não se ter acesso à programação da *usermat* da referida autora. Além disso, tem-se como objetivo colaborar com o estado da arte sobre a utilização da opção DP-Concrete do ANSYS, uma vez que esta está presente apenas nas novas versões do *software*, carecendo de publicação sobre o assunto. Com esta mudança, fez-se necessário à validação desta modificação, comparando os resultados experimentais de Beber (1999) e numéricos Medeiros (2019).

Foi possível verificar uma boa concordância na curva carga *versus* deslocamento tanto para a viga sem reforço (VT1) e a viga reforçada com PRFC (VR3), validando assim, o modelo proposto. A partir da validação deste modelo, analisou-se o comportamento de quatro vigas de concreto armado com e sem reforço de PRFC em diferentes situações de deterioração. A deterioração foi aplicada nas vigas estudadas, a partir da metodologia de Paliga (2008), a qual consiste na perda da capacidade resistente da estrutura por meio da redução da área de aço longitudinal.

Na análise dos resultados numéricos, foi verificado as tensões e deformações em todos os componentes da estrutura: concreto, armadura, reforço e interface. Observou-se que as vigas reforçadas com PRFC atingiram uma carga última de ruptura satisfatória, confirmando a eficiência quanto ao seu uso. Nos três casos estudados, houve um aumento de resistência além das quais o PRFC foi dimensionado. A maior eficiência foi verificada na viga V3, a qual foi dimensionada para 40% da carga da viga de referência, ocorrendo um acréscimo de cerca de 97% de carga última.

Em todos os casos analisados, a falha da estrutura se dá por deformação plástica excessiva da armadura, não tendo o aproveitamento máximo da resistência da fibra de reforço.

Diferentemente de Beber (1999), e por consequência Medeiros (2019), não foi constatado nenhum caso de ruptura por descolamento da fibra. Segundo a autora, na análise numérica este fato poderia ser verificado pela perda de contato entre os elementos, constatando que existe uma tendência da tensão máxima de aderência, seguida por deslizamento máximo.

É importante lembrar que Beber (1999) validou a eficácia do método de reforço PRFC, avaliando o comportamento da viga para áreas de reforço mais elevadas, o mesmo relata que nestes casos, o reforço tende a romper por descolamento, sendo essa uma de suas grandes limitações. No caso presente de estudo, o reforço com PRFC colado externamente é bastante eficaz para baixas taxas de armadura, desta maneira, prova-se que mesmo para essa situação existe o acréscimo de resistência e rigidez da estrutura. Entretanto, cabe salientar que a metodologia de Paliga (2008) vem a corroborar com a eficiência do caso neste estudo, desta forma, segure-se que trabalhos futuros apliquem a deterioração nas vigas por meio de outros métodos.

REFERÊNCIAS

- ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento NBR 6118**, Rio de Janeiro, 2014.
- ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - Procedimento NBR 6120**, Rio de Janeiro, 2019.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318 – **Building code requirements for reinforced concrete**. – Farmington Hills, 2014.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.2R - **Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures**. – Farmington Hills, 2017.
- ANSYS, Mechanical APDL Theory Reference, Canonsburg, 2013.
- ALVES, Lucas M. **Método dos Elementos Finitos. Apostila Organizada como resultado de estudo para obtenção de créditos para o curso de doutorado**. Universidade Federal do Paraná, Paraná, Curitiba, 2007.
- APPLETON, Júlio; GOMES, Augusto. **Reforço de estruturas por adição de armaduras exteriores**. Revista portuguesa de engenharia de estruturas, 1997.
- ARDUINI, M., and Nanni, A., 1997, “ **Behavior of Pre-Cracked RC Beams Strengthened with Carbon FRP Sheets**,” Journal of Composites for Construction, V. 1, No. 2, pp. 63-70.
- AZEVEDO, Álvaro F. M. **Método dos Elemento Finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portuga. Ed. 1. Abr., 2003.
- BENINCÁ, M. E. **Simulação numérica de vigas alveolares mistas de aço e concreto: modelo parametrizado de elementos finitos**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.
- BEBER, A. J. **Reforço de estruturas de concreto com compósitos de fibra de carbono**. Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 1999. 37p. Caderno Técnico.
- CALDER, A. J. J. Exposure tests on externally reinforced concrete beams – first two years. **Supplementary Report 529**. Transport and Road Research Laboratory, Department of the Environment, Department of Transport, Growthorne, Berkshire, UK, 1979.
- CAMPAGNOLLO, J. L.; CAMPOS FILHO, A.; SILVA FILHO, L. C. P. **Estudo teórico-experimental sobre vigas de concreto armado reforçadas**. In: CONGRESSO IBERO AMERICANO DE PATOLOGIA DAS CONSTRUÇÕES, 4., Porto alegre, 1997.

CAMPAGNOLLO, J. L.; SILVA FILHO, L. C. P.; BEBER, A. J. **Técnicas de reforço e recuperação de estruturas de concreto armado**. UFRGS, Caderno LEME/08, 1999.

CÁNOVAS, M. F. **Patologia e Terapia do Concreto Armado**. São Paulo: Pini, 1988.

CEB (1993), CEB-FIP Model Code 1990, **Design Code**. Comité Euro-International du Béton, Lausanne, Switzerland, Thomas Telford.

CEN (1991), Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. **ENV 1992-1-1**, Comité Européen de Normalisation, Brussels, Belgium.

CHAVES, L. P. **Estudo da distribuição do reforço de lajes de concreto armado com fibras de carbono, usando otimização topológica**. 122 p. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2010.

DONIN, C. **Projeto de Estruturas de Concreto Armado**. Notas de aula do curso de Engenharia Civil. Santa Cruz do Sul – RS: UNISC, 2017.

EMMONS, P. H.; VAYSBURD, A. M.; THOMAS, J. Strengthening concrete structures, part I, **Concrete International**, Detroit, ACI, v.20, n.3, o.53-58, Mar. 1998.

FERRARI, V. J.; PADARATZ, I.J.; LORIGGIO, D. D. – **Reforço à flexão em vigas de concreto armado com manta e fibras de carbono: mecanismos e sistemas de ancoragem** – XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, Brasília, 2002.

FOGAÇA, Jennifer Rocha Vargas. **Fibra de Carbono**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/quimica/fibra-carbono.htm>. Acesso em 16 de maio de 2020.

GARCEZ, Mônica Regina. **Alternativas para a melhoria do desempenho de estruturas de concreto armado reforçadas pela colagem de polímeros reforçados com fibras**. Porto Alegre, 2007. p. 68.

HELENE, P. R. L. **Manual para reparo, reforço e proteção de estruturas de concreto**. PINI, 2. Ed, Sao Paulo, p.213, 1992.

HOLLAWAY, L. C. **Polymer Composites for civil and structural engineering**. Glasgow, Blackie Academic and Professional, 1993.

HOLLAWAY, L. C.; LEEMING, M. B. **Strengthening of reinforced concrete structures using externally bonded FRP composites in structural and civil engineering**. 1ed. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 1999. 327p.

HUTCHINSON, R.; ABDELRAHMAN, A.; RISKALLA, S. Shear strengthening using frp sheets for a highway bridge in Manitoba, Canada, In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL FAULTS AND REPAIRS, **Proceedings...** Endinburgh, 7., 1997.

JONES, R.; SWAMY, R. N.; CHARIF, A. Plate separation and anchorage of reinforced concrete beams strengthened by epoxy-bonded steel plates. **The Structural Engineer**, v.66, n.5, p.85-94, Mar. 1988.

JUVANDES, Luis Felipe Pereira. **Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de ‘CFRP’**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, 1999. 302 p. Tese de Doutorado em Engenharia.

JUVANDES, Luis Felipe Pereira. **Reforço e reabilitação de estruturas**. Universidade de Porto, Departamento de engenharia civil, Departamento de estruturas, módulo 2, 2002.

LAMBOTTE, H. and Taerwe, L. (1990), Deflection and cracking of high-strength beams and slabs. **In Proceedings of the High-Strength**. Concrete 2nd International Symposium, Ed. W. T. Hester, ACI SP-121, American Concrete Institute, Detroit, 109-128.

MACHADO, A.P. **Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono – características, dimensionamento e aplicação**. São Paulo: Pini, 2002.

MATTHYS, S. (2000), Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement. **Doctoral thesis**, Ghent University.

MEDEIROS, M. V. **Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC**. 2019. 192 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre.

MEIER, U., e Kaiser, H., 1991, “**Strengthening of Structures with CFRP Laminates,**” Advanced Composite Materials in Civil Engineering Structures, ASCE Specialty Conference, pp. 224-232.

METHA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J.M. **Concreto – microestrutura, propriedades e materiais**. 2. ed. São Paulo: Ibracon, 2014.

McKENNA, J. K.; ERKI, M. A. Strengthening of reinforced concrete flexural members using externally applied steel plates and fibre composite sheets – a survey. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.21, p.16-24, 1994.

NANNI, A. Composites: Coming on Strong. **Concrete Construction**, Miami, v.44, n.3, p.120, Jul-Ago. 1999.

PALIGA, C. M., CAMPOS FILHO, A.; REAL, M. V. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do método de Monte Carlo utilizando um modelo de Elementos Finitos**. 2008. Tese de doutorado em engenharia civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. Porto Alegre, RS, Brasil.

PINTO, C. T. M. P. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com fibras de carbono**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2000. 142p. Dissertação de mestrado em engenharia.

REIS, L. S. N. **Sobre a recuperação e reforço das estruturas de concreto armado**. 2001. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

RITCHIE, P., Thomas, D., Lu, L., and Conneley, G., 1991, “**External Reinforcement of Concrete Beams Using Fiber Reinforced Plastics**,” *ACI Structural Journal*, V. 88, No. 4, July-Aug., pp. 490-500.

ROBERTS, T. M. (1989), Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in the adhesive layer of plated RC beams. **The Structural Engineer**, 67(12), 229-233.

ROBERY, P.; INNES, C. Carbon fibre strengthening of concrete structures. INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL FAULTS AND REPAIR, 7., 1997, Edinburgh. **Proceedings...** Edinburgh: Engineering Technics Press, 1997. 3v. v.1, p.197-208

SAADATMANESH, H.; EHSANI, M. R. Fiber composite plates can strengthen beams. **Concrete International**, Detroit, ACI, v.3, p. 65-71, Mar. 1990.

SALLABERRY, R. D. **Limite de deformação das fibras de carbono usadas no reforço à flexão de vigas de concreto armado**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2005. 162p. Dissertação de mestrado em engenharia.

SCHWARTZ, M. M. **Composite materials handbook**. New York: McGraw-Hill, 1984.

SHARIF, A.; Al-Sulaimani, G., Basunbul, I. Baluch, M. and Ghaleb, B., 1994, “**Strengthening of Initially Loaded Reinforced Concrete Beams Using FRP Plates**,” *ACI Structural Journal*, V 91, No. 2, Mar-Apr., pp. 160-168.

SILVA FILHO, J. N. **Vigas ‘T’ de Concreto armado reforçadas ao cisalhamento com compósito de fibra de carbono**. Brasília, 2001. 266 f. Dissertação (Mestrado), Universidade de Brasília, UnB.

SOUSA, V. C. M.; RIPPIER, T. Patologia, **Recuperação e Reforço de Estruturas de Concreto**. 1 ed. São Paulo: Pini, 1998.

SWAMY, R. N.; JONES, R.; BLOXHAM, J. W. Structural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by epoxy-bonded steel plates. **The Structural Engineer**, London, v. 65^a, n.2, p.59-68, Feb. 1987., H.;

TAYLOR, G. **Materials in construction**. 2.ed. London: Longman Scientific & Technical, 1994. 284p.

ANEXO A – EXEMPLO DE *SCRIPT* VIGA V2 COM REFORÇO

```

!*****
*****
! Programadora: Mariana Varela de Medeiros
! Modificado por: Luiz
! Data: 09/11/2020
! Nome do arquivo: Viga com reforço externamente aderido
! Viga de beber(1999) DIMENSIONADA SEM REFORÇO
! unidades: cm, kN
!*****
*****
/NOPR
/PMACRO
FINISH
/CLEAR,NOSTART
!
!*****!
!****_ 1. DADOS DE ENTRADA E CÁLCULOS PRELIMINARES _****!
!*****!
!
! UNIDADES PADRÃO: [cm],[kN]
! Constantes diversas:
!
!****_ 1.1. DADOS DE ENTRADA - GEOMETRIA _****!
!*****!
!
! Neste item são fornecidas todas informações geométricas.
!
!****_ 1.1.1. VIGA _****!
!
!
h = 25 ![cm] Altura
b = 12 ![cm] Largura
vao = 125 ![cm] Metade do comprimento total da viga
xr = 15 ![cm] Distância em x do início
cob = 1.5 ![cm] Cobrimento do concreto
xp = 85.83 ![cm] Dist. x do ponto de aplicação da carga
!
!Posição do apoio
apoiox = 7.5 ![cm] Direção x
apoioy = 0 ![cm] Direção y
!
!Número de elementos finitos:
nelemvx = 19 !Dir.x, ou ao longo comprimento com reforço
nelemvx_x0_xa = 1 !Dir.x, de "x = 0" ate "x = apoiox"
nelemvx_xa_xr = 1 !Dir.x, de "x = apoiox" ate "x = xp"
nelemvy = 4 !Dir.y

```

```

nelemvz = 2 !Dir.z
!
!****_      1.1.2. ARMADURAS      _****!
!
!Número de barras de aço na seção inteira(sem simetria)
!OBS: Máximo de 2 superiores e 4 inferiores (dois tipos de barra)
nals = 2 !Barras de aço superiores
nali = 2 !Barras de aço inferiores
nat = 11 !Estribos
!
!Estribos
sat = 11 ![cm] Espaçamento entre estribos
pat1 = 7.5 ![cm] Posição do primeiro estribo
!
!Diâmetro das armaduras:
dals = 0.6 ![cm] Posição do primeiro estribo
dali_1 = 1.00 ![cm] Longitudinal inferior (tipo 1)
dali_2 = 1.00 ![cm] Longitudinal inferior (tipo 2)
dat = 0.6 ![cm] Transversal
!
!****_      1.1.3. REFORÇO      _****!
!
refor=1
! Opções:
! 0 - Sem reforço
! 1 - Reforço com manta externamente aderida
!
*IF,refor,EQ,1,THEN !Se tiver reforço, preencher
!
Af = 0.26 ![cm²] Área total de reforço (cm²)
wf = 12 ![cm] Largura do laminado
!Obs: se for igual a largura da viga, igualar a b
!
tf=Af/wf ![cm] Espessura equivalente do laminado de PRFC
!
*ENDIF
!
!
!****_      1.2. DADOS DE ENTRADA - MATERIAIS      _****!
!*****!
!****_      1.2.1. CONCRETO (MATERIAL 1)      _****!
!*****!
!
gc = 2.5E-5 ![kN/cm³] Peso específico do concreto
Ec = 3219.6 ![kN/cm²] Módulo de elasticidade do concreto
vc = 0.2 !Coeficiente de poisson do concreto
fc = 3.358 ![kN/cm²] Resistência média à compressão
!
fck=fc-0.8      ! [kN/cm²] resistência característica à compressão
!se o valor de fck for conhecido, inserir aqui e atualizar o valor de fc, acima

```

!fck, a princípio, é usado apenas para calcular fctm no DP-Concrete. Já na usermat, entra diretamente.

!caso queira utilizar fck no lugar de fc para a resistência à compressão no DP-concrete, inserir diretamente em fc

!

hsd_opt=1

! 0 = não usa parâmetros HSD

! 1 = usa parâmetros HSD linear

! 2 = usa parâmetros HSD exponencial

! 3 = usa parâmetros HSD steel-reinforcement

!

!****_ 1.2.2. AÇO (MATERIAL 2, 3, 4 e 5) _****!

!*****!

!

!Módulos de elasticidade:

Esls = 21000 ![kN/cm²] Longitudinal superior

Esl_{i_1} = 21000 ![kN/cm²] Longitudinal inferior (tipo 1)

Esl_{i_2} = 21000 ![kN/cm²] Longitudinal inferior (tipo 2)

Est = 21000 ![kN/cm²] Transversal

!

vs = 0.3 !Coeficiente de poisson do aço

!

!Tensões de escoamento:

fyls = 73.8 ![kN/cm²] Longitudinal superior

fyl_{i_1} = 56.5 ![kN/cm²] Longitudinal inferior (tipo 1)

fyl_{i_2} = 56.5 ![kN/cm²] Longitudinal inferior (tipo 2)

fyt = 73.8 ![kN/cm²] Transversal

!

!Processo de fabricação

!Opções: 1 = AÇO CA-60; 2 = AÇO CA-50

fabrls = 1

fabr_{i_1} = 2

fabr_{i_2} = 2

fabrt = 1

!

!****_ 1.2.3. REFORÇO (MATERIAL 6) _****!

!*****!

!

!

*IF,refor,EQ,1,THEN

!

Er = 23000 ![kN/cm²] Módulo de elasticidade do reforço

f_{ur} = 340 ![kN/cm²] Tensão de ruptura do laminado de CFRP

vr = 0.0 ![kN/cm²] Coeficiente de poisson do reforço

!

*ENDIF

!

!****_ 1.2.4. INTERFACE (MATERIAL 7) _****!

!*****!

!

```

!
*IF,refor,EQ,1,THEN
!Modelo da aderência entre o PRFC e o concreto
mod_inter = 1
!0 = aderência perfeita;
!1 = modelo de zona coesiva (CZM)
!
  *IF,mod_inter,EQ,1,THEN
  !
  kt = 77 ![kN/cm] Rigidez tangencial da interface
  mod_czm = 1 !Modelo czm adotado: 1 = CBDD; 2 = CBDE
  !
    *IF,mod_czm,EQ,1,THEN !Se CBDD:
    !
    timax = 0.355 ![kN/cm²] Máxima tensão tangencial
    deltatc = 0.0172 ![cm] Máximo deslizamento tangencial
    ni = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
    !
    *ELSEIF,mod_czm,EQ,2,THEN !Se CBDE:
    !
    timax = 0.185 ![kN/cm²] Máxima tensão tangencial (kN/cm²)
    Gct = 0.18 ![J/cm²] Energia de fratura (tangencial)
    ni = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
    !
    *ENDIF
  *ENDIF
!
*ENDIF
!
*ENDIF
!
!****_ 1.3. PARÂMETROS PARA ANÁLISE ****_
!*****!
!
desloc = -3.0 ![cm] Deslocamento total imposto
nsub = 500 !Número de substeps
tol = 0.2 !Tolerância para convergência
!
!*****!
!****_ 2. PARÂMETROS AUXILIARES ****_
!*****!
!Divisão dos elementos finitos, do eixo x
*IF,refor,EQ,0,THEN
nelemvx1=NINT(nelemvx*(xp-apoiox)/(vao-apoiox))
*ELSE
nelemvx1=NINT(nelemvx*(xp-xr)/(vao-xr))
*ENDIF
nelemvx2=nelemvx-nelemvx1
!
!Divisão dos elementos finitos, no eixo z, proporcional a largura da viga
!e da manta de PRFC
*IF,refor,EQ,1,THEN

```

```

*IF,wf,NE,b,THEN
nelemvz_z0_wf=NINT(nelemvz*(wf)/(b-wf))
nelemvz_wf_b=nelemvz-nelemvz_z0_wf
*ELSEIF,wf,EQ,b,THEN
nelemvz_z0_wf=nelemvz
*ENDIF
*ELSE
nelemvz_z0_wf=nelemvz
*ENDIF
!
!*****!
!****_ 3. DEFINICAO DO TIPO DE ANALISE _****!
!*****!
!
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1 !Análise estrutural
/PREP7
!
!*****!
!****_ 4. DEFINICAO DOS ELEMENTOS _****!
!*****!
!
!! 1=SOLID186 ; 2=SHELL281 ; 3=TARGE170 ; 4=CONTA174 ; 10=MESH200
!
!****_ 4.1. CONCRETO - SOLID186 (TYPE 1) _****!
!
ET,1,SOLID186 !Especifica o elemento solid186
!
KEYOPT,1,2,0 !Integração reduzida
KEYOPT,1,3,0 !Elemento solido homogêneo (não possui camadas)
KEYOPT,1,6,0 !Formulação padrão para deslocamentos
!
!****_ 4.2. REFORÇO - SHELL281 (TYPE 2) _****!
!
*IF,refor,EQ,1,THEN
!
ET,2,SHELL281 !seleciona o elemento shell 281
KEYOPT,2,1,1 !Somente efeito membrana (Apenas Ux, Uz e Uy)
KEYOPT,2,8,2 !Armazena os resultados para TOP, BOTTOM e MID para
!todas as camadas
!
! Definição das propriedades da seção do shell (elemento de reforço)
!
SECTYPE,1,SHELL !Definição das camadas do elemento:
!número da seção, elemento de shell
SECDATA,tf,6,,5 !Espessura, material, núm. de pontos de integração
!
*IF,mod_inter,EQ,0,THEN !Se for aderência perfeita entre viga/reforço:
SECOFFSET,BOT !Nós são deslocados para baixo.
*ELSEIF,mod_inter,EQ,1,THEN !Se tiver elementos de contato na interface:

```

```

SECOFFSET,MID !Nós são deslocados para o meio da seção
*ENDIF
SECCONTROL,,,,,,,, !Propriedades da seção
!
*ENDIF
!
!****_ 4.3. CONTATO - CONTA174 + TARGE170 (TYPE 3 e 4) _****!
!Se a aderência não for perfeita, define elementos de contato e constantes reais
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN
!
Et,3,TARGE170 !Par do elemento de contato "alvo" 3D
!
Et,4,CONTA174 !Elementos de contato 3D
!
!Opções para o elemento CONTA174
!
KEYOPT,4,1,0 !Graus de liberdade
!(0 = ux, uy, uz)
KEYOPT,4,2,0 !Algoritmo de contato
!(0 = Augmented Lagrangian)
KEYOPT,4,4,1 !Localização do ponto de detecção de contato
!(1 = No ponto nodal normal à superfície de contato)
KEYOPT,4,5,3 !CNOF/ICONT Automated adjustment
!(3 = Close gap/reduce penetration with auto CNOF)
KEYOPT,4,6,1 !Variação da rigidez de contato
!(1 = Nominal refinement to the allowable stiffness range)
KEYOPT,4,7,1 !Element level time incrementation control/impact constraints
!(1 = Automatic bisection of increment)
KEYOPT,4,8,0 !Asymmetric contact selection
!(0 = no action)
KEYOPT,4,9,1 !Efeito de espaçamentos e penetrações iniciais
!(1 = Excluir penetrações e/ou espaçamentos iniciais)
KEYOPT,4,10,0 !Atualização da rigidez de contato
!(0 = Rigidez do contato atualizada para cada iteração)
KEYOPT,4,11,0 !Efeito da espessura do elemento de casca
!(0 - Não; 1 - Sim)
KEYOPT,4,12,6 !Comportamento da superfície de contato
!(6 = Bonded (contato inicial)
KEYOPT,4,18,0 !Comportamento do deslizamento
!( 0 = Deslizamento finito (padrão))
!
! CONSTANTES REAIS
!
R,1
!
RMODIF,1,5,-tf/2 !Distância para fechamento do contato
RMODIF,1,12,-kt !Rigidez tangencial
!
*ENDIF
!

```

```

!*****!
!****_ 5. COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS _****!
!*****!
!
! MAT 1 = CONCRETO - DP-DP;
! MAT 2 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL INFERIOR 1)- BISO;
! MAT 3 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL INFERIOR 2)- BISO;
! MAT 4 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL SUPERIOR)- BISO;
! MAT 5 = AÇO (ESTRIBOS)- BISO;
! MAT 6 = PRFC - ELÁSTICO COM DANO PROGRESSIVO;
! MAT 7 = CONTATO - CZM
!
!****_ 5.1. CONCRETO (MATERIAL 1) _****!
!
! Propriedades elásticas:
MPTEMP,,,,,,,, ! sempre precisa colocar MPTEMP antes de MPDATA, para introduzir
valores (data) para aquela temperatura
MPTEMP,1,0 ! 1=primeiro conjunto de valores, na TEMP=0
MPDATA,DENS,1,,gc/9.81 ! massa específica do material 1 em 1000kg/cm³
MPDATA,EX,1,,Ec ! módulo de elasticidade do material 1 (EX=EY=EZ pois
isotrópico)
MPDATA,PRXY,1,,vc ! coeficiente de poisson do material 1 (PRXY=PRZX=PRYZ)
!
! Base Drucker-Prager concrete
Rc=fc ! uniaxial compressive strength, kN/cm²
Rt=0.03*(10*fck)**(2/3) ! uniaxial tensile strength, kN/cm²
Rb=fc*(1.2-fc/100) ! biaxial compressive strength, kN/cm²
!
delta_t=1.0 ! dilatancy factor tension (original 0.25)
delta_c=1.0 ! dilatancy factor compression (original 1.00)
!
!se usa parâmetros HSD, entra com parâmetros em uma das opções abaixo
*IF,hsd_opt,EQ,1,THEN !se HSD Linear
!
!compressão:
omega_ci=0.4 !tensão relativa no início da plastificação
omega_cr=0.65 !tensão relativa em kappa_cr
kappa_cm=0.002-fc/Ec !def. plástica no pico
kappa_cr=0.0035-omega_cr*fc/Ec !def. plástica onde alcança ocr*fc
!
!tração:
kappa_tr=0.001 !def. plástica quando atinge tensão
residual
omega_tr=0.02 !tensão residual
!
*ELSEIF,hsd_opt,EQ,2,THEN !se HSD Exponencial
!
!compressão:
Oci=0.6 ! relative stress level at start of hardening

```

```

Ocu=0.75          ! relative stress level at ku (mlaw=1)
Ocr=0.2          ! residual relative stress level
kcm=0.002-fc/Ec  ! plastic strain at uni-axial compressive strength
kcu=0.0035-Ocu*fc/Ec ! plastic strain defining start of exponential softening
law
!
!tração:
Otr=0.05          ! residual relative stress level in tension
Gft=73*(10**(-5))*(10*fc)**(0.18) ! area specific fracture energy [kN.cm/cm²]
(mlaw=1) - no Help: Gft=100N.m/m²
! FIB 2010: eq. (5.1-9), p.113. Gf=73*fc**0.18, com Gf em N/m e fcm em
MPa
!
*ELSEIF,hsd_opt,EQ,3,THEN !se HSD Steel-Reinf
!
!obs: só aplicável a conc_opt=4 (DP-DP)
!
!dilatância:
delta_t1=1.0 ! dilatancy factor tension (original 0.25)
delta_t2=1.0 ! dilatancy factor tension (original 0.25)
delta_t3=1.0 ! dilatancy factor tension (original 0.25)
delta_t4=1.0 ! dilatancy factor tension (original 0.25)
delta_c=1.0 ! dilatancy factor compression (original 1.00)
!
!compressão:
kappa_cm=0.002-fc/Ec ! plastic strain at uni-axial compressive strength
omega_ci=0.6          ! relative stress level at start of hardening
omega_cr=0.1          ! residual relative stress level at kappa=0.02

!
!tração:
kappa_t1=0.0002
kappa_t2=0.00021
kappa_t3=0.001
omega_t1=0.6
omega_t2=0.051
omega_t3=0.05
!
*ENDIF
!
!propriedades elásticas já inseridas anteriormente (E e vc)
!
TB,CONCR,1,,DP
TB,DATA,1,Rc,Rt,Rb
!
*IF,hsd_opt,EQ,1,THEN !HSD Linear
!
TB,CONCR,1,,DILA
TB,DATA,1,delta_t,delta_c
!

```

```

        TB,CONCR,1,,HSD6
        TB,DATA,1,kappa_cm,kappa_cr,omega_ci,omega_cr,kappa_tr,omega_tr
        !
    *ELSEIF,hsd_opt,EQ,2,THEN !HSD Exponencial
        !
        TB,CONCR,1,,DILA
        TB,DATA,1,delta_t,delta_c
        !
        TB,CONCR,1,,HSD2
        TB,DATA,1,kcm,kcu,Oci,Ocu,Ocr
        TB,DATA,6,Gft,Otr
        !
    *ELSEIF,hsd_opt,EQ,3,THEN !HSD Steel-Reinf
        !
        TB,CONCR,1,,DILA
        TB,DATA,1,delta_t1,delta_c
        !
        TB,CONCR,1,,HSD4
        TB,DATA,1,kappa_cm,omega_ci,omega_cr
        TB,DATA,4,kappa_t1,kappa_t2,kappa_t3
        TB,DATA,7,omega_t1,omega_t2,omega_t3
        TB,DATA,10,delta_t1,delta_t2,delta_t3,delta_t4
        !
    *ENDIF
!
!Critérios de convergência:
TB,CONCR,1,,MSOL
TB,DATA,1,2,1,1e-3,100,10,1e-20
!
!
!****_ 5.2. ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR (MATERIAL 2 e 3) _****!
!
!****_ 5.2.1 BARRA TIPO 1 (MATERIAL 2) _****!
!
*IF,fabri_1,EQ,1,THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
fy2=fyli_1*0.85
EPSLONY2=fy2/Esli_1
EPSLONU2=0.01
Es22=.15*fyli_1/(0.01-0.85*fyli_1/Esli_1)
fu2 = (EPSLONU2-EPSLONY2)*Es22+fy2
*ELSE !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
fy2=fyli_1
Es22=Esli_1/100 !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,2,,Esli_1
MPDATA,PRXY,2,,vs

```

```

!
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,2,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy2,Es22,,,,
!
!****_      5.2.2 BARRA TIPO 2 (MATERIAL 3)      _****!
!
!Se tiver mais de 2 barras na seção, define o material do outro tipo de barra
*IF,nali,GT,2,THEN
*IF,fabrl1_2,EQ,1,THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
fy3=fyli_2*0.85
EPSLONY3=fy3/Esli_2
EPSLONU3=0.01
Es33=.15*fyli_2/(0.01-0.85*fyli_2/Esli_2)
fu3 = (EPSLONU3-EPSLONY3)*Es33+fy3
*ELSE !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
fy3=fyli_2
Es33=Esli_2/100 !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,3,,Esli_2
MPDATA,PRXY,3,,vs
!
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,3,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy3,Es33,,,,
!
*ENDIF
!
!****_ 5.3 ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR (MATERIAL 4)  _****!
!
*IF,fabrls,EQ,1,THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
fy4=fyls*0.85
EPSLONY4=fy4/Esls
EPSLONU4=0.01
Es44=.15*fyls/(0.01-0.85*fyls/Esls)
fu4=(EPSLONU4-EPSLONY4)*Es44+fy4
*ELSE !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
fy4=fyls
Es44=Esls/100 !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0

```

```

MPDATA,EX,4,,Esls
MPDATA,PRXY,4,,vs
!
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,4,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy4,Es44,,
!
!****_ 5.4 ARMADURA TRANSVERSAL (MATERIAL 5) _****!
!
*IF,fabrt,EQ,1,THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
fy5=fyt*0.85
EPSLONY5=fy5/Est
EPSLONU5=0.01
Es55=.15*fyt/(0.01-0.85*fyt/Est)
fu5=(EPSLONU5-EPSLONY5)*Es55+fy5
*ELSE !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
fy5=fyt
Es55=Est/100 !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,5,,Est
MPDATA,PRXY,5,,vs
!
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,5,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy5,Es55,,
!
!****_ 5.5 REFORÇO (MATERIAL 6) _****!
!
*IF,refor,EQ,1,THEN
!
!Propriedades elásticas
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,6,,Er
MPDATA,PRXY,6,,vr
!
!MODELO DE DANO PROGRESSIVO
!
!Definição do critério de iniciação do dano
TB,DMGI,6,1,4,1, !O critério de falha é o critério inicial de dano
!
!Definição do critério de falha para cada modo de ruptura
TBDATA,1,2,2,2,2 !1-deformação máxima; 2-tensao máxima (utilizado)
!

```

```

!Definição da lei de evolução do dano
TB,DMGE,6,1,4,1, !Progressão do dano baseada num fator redutor de rigidez
TBDATA,,1,1,1,1 !Fatores redutores (valor entre 0-1, 1 reduz o máximo)
!
!Definição do limite (de tensão ou deformação) a partir do qual ocorre o dano:
TB,FCLI,6,1,1,1 !1-tensão máxima (utilizado); 2-deformação máxima
TBDATA,1,fur !Atribuição do valor da tensão de ruptura
!
*ENDIF
!
!****_ 5.6 CONTATO (MATERIAL 7) _****!
!
!Se tiver elementos de contato, define modelo de zona coesiva (CZM)
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN !Se possuir modelo de aderência
!
*IF,mod_czm,EQ,1,THEN !Se bilinear CBDD:
!
tb,CZM,7,1,1,CBDD
tbdata,1,,timax,deltatc,ni
!
*ELSEIF,mod_czm,EQ,2,THEN !Se bilinear CBDE:
!
tb,CZM,7,1,1,CBDE
tbdata,1,,timax,Gct,ni
!
*ENDIF
*ENDIF
!
!*****!
!****_ 6. MODELAGEM DA ESTRUTURA _****!
!*****!
!
! Geometria da viga (concreto): 3 volumes
!
BLOCK,0,apoiox,0,h,0,b/2 !De x = 0 até o apoio
BLOCK,apoiox,xp,0,h,0,b/2 !Do apoio até xp
BLOCK,xp,vao,0,h,0,b/2 !De xp até o meio do vão
!
*IF,refor,EQ,1,THEN !Se possuir reforço:
!
!Divide o volume com uma seção em x = xr
WPROT,0,0,90
WPOFF,0,0,xr
VSEL,all
VSBW,all
WPCSYS,1,0
!
!Divide o volume com uma seção em z = wf/2
WPOFF,0,0,wf/2
VSEL,all

```

```

VSBW,all
WPCSYS,1,0
!
!Se possuir modelo de aderência, necessário criar nova área
!correspondente à manta
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN
!
!KP para a criação da área do reforço, com espaçamento de
!metade da espessura
!
K,1001,xr,-tf/2,0 !Coordenada x, y e z do KP
K,1002,xp,-tf/2,0
K,1003,xr,-tf/2,b/2
K,1004,xp,-tf/2,b/2
K,1005,vao,-tf/2,0
K,1006,vao,-tf/2,b/2
!
A,1001,1003,1004,1002
A,1002,1004,1006,1005
!obs: Cuidar o sentido normal da área: importante para a
!modelagem do contato
!
*ENDIF
*ENDIF
!
!*****!
!****_ 7. GERAÇÃO DA MALHA _****!
!*****!
!
!****_ 7.1. ELEMENTOS DE CONCRETO (3D) _****!
!
! Especifica as características dos elementos 3D de concreto
!
TYPE,1 !Elemento SOLID186
MAT,1 !Material concreto
ESYS,0
SECNUM,
!
DESIZ,1,1,,,,,30,, !Modificando o número mínimo de divisões por linha
!
!****_ 7.1.1 DIVISÕES VERTICAIS _****!
!
LSEL,S,LOC,Y,0,h
LSEL,U,LOC,Y,0
LSEL,U,LOC,Y,h
LESIZE,all, , , , , , , 0
!
!****_ 7.1.2 DIVISÕES HORIZONTAIS _****!
!

```

```

!Volumes entre o apoio e aplicação da carga
*IF,refor,EQ,0,THEN
LSEL,S,LOC,X,apoiox,xp
LSEL,U,LOC,X,apoiox
*ELSE
LSEL,S,LOC,X,xr,xp
LSEL,U,LOC,X,xr
*ENDIF
LSEL,U,LOC,X,xp
LESIZE,all, , ,nelemvx1, , , ,0
!
!Volumes entre a aplicação de carga e meio do vão da viga
LSEL,S,LOC,X,xp,vao
LSEL,U,LOC,X,xp
LSEL,U,LOC,X,vao
LESIZE,all, , ,nelemvx2, , , ,0
!
!Volumes entre extremidade da viga (x=0) e o apoio
LSEL,S,LOC,X,0,apoiox
LSEL,U,LOC,X,0
LSEL,U,LOC,X,apoiox
LESIZE,all, , ,nelemvx_x0_xa, , , ,0
!
!Se tiver reforço, divide horizontalmente os elementos da viga na região entre
!o apoio e o início do reforço
*IF,refor,EQ,1,THEN
!
LSEL,S,LOC,X,apoiox,xr
LSEL,U,LOC,X,apoiox
LSEL,U,LOC,X,xr
LESIZE,all, , ,nelemvx_xa_xr, , , ,0
!
*ENDIF
!
!****_      7.1.3 DIVISÕES NA LARGURA      _****!
!
LSEL,S,LOC,Y,0
LSEL,R,LOC,Z,0,b/2
LSEL,U,LOC,Z,0
LSEL,U,LOC,Z,wf/2
LSEL,U,LOC,Z,b/2
LESIZE,all, , ,nelemvz_z0_wf, , , ,0
!
!Se existir reforço e se a largura do mesmo for menor que a largura da viga,
!divide os volumes entre  $z = wf/2$  e  $z = b$ 
*IF,refor,EQ,1,AND,b,NE,wf,THEN
!
LSEL,S,LOC,Y,0
LSEL,R,LOC,Z,wf/2,b/2
LSEL,U,LOC,Z,wf/2

```

```

LSEL,U,LOC,Z,b/2
LESIZE,all, , ,nelemvz_wf_b, , , ,0
!
*ENDIF
!
MSHAPE,0,3D !Especifica problema 3D
MSHKEY,1 !Opção de malha mapeada
!
VMESH,ALL !Geração da malha em todos os volumes
!
!****_ 7.2. ELEMENTOS DE REFORÇO (2D) _****!
!
!Se tiver reforço, gera elementos com material PRFC
*IF,refor,EQ,1,THEN
!
!Especifica as características dos elementos 2D de placa:
!
TYPE,2 !Elemento SHELL281
MAT,6 !Material PRFC
ESYS,0
SECNUM,
!
*IF,mod_inter,EQ,0,THEN !Se o reforço tiver aderência perfeita:
!
MSHAPE,0,2D !Define malha 2D e elemento quadrilátero
MSHKEY,1 !Define malha mapeada
!
ASEL,S,LOC,Y,0 !Seleciona áreas inferiores do volume
ASEL,U,LOC,X,0,xr
!
AMESH,all !Gera malha nas áreas inferiores dos volumes
!
*ELSE !Se o existirem elementos de contato
!
!Dividindo na largura (z) do reforço:
LSEL,S,LOC,Y,-tf/2
LSEL,U,LOC,Z,0
LSEL,U,LOC,Z,wf/2
LESIZE,all, , ,nelemvz_z0_wf, , , ,0 ! Dividindo a linha
!
MSHAPE,0,2D !Define malha 2D e elemento quadrilátero
MSHKEY,1 !Define malha mapeada
!
ASEL,S,LOC,Y,-tf/2
!
AMESH,all !Gera malha na área correspondente ao reforço
!
*ENDIF
*ENDIF
!

```

```

!Visualização de todos os elementos:
!
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/PNUM,KP,1
/PNUM,LINE,0
/PNUM,AREA,0
/PNUM,VOLU,0
/PNUM,NODE,0
/PNUM,TABN,0
/PNUM,SVAL,0
/NUMBER,0
!
/PNUM,ELEM,0
!
NUMMRG,NODE, , , ,LOW !Agrupa propriedades em comum
NUMCMP,NODE !Renumerar os nós
NUMMRG,KP,,,LOW !Renumerar os KP
!
!*****!
!****_ 8. ARMADURA _****!
!*****!
!
!Definição do elemento MESH200, que servirá apenas para ajudar no lançamento
!dos elementos REINF264, não contribuindo para a solução
!
ET,5,200,2 !número=5, type=mesh200, keyopt(1)=2 (ou 3)
!
!****_ 8.1. ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR _****!
!
!Cálculo da área do tipo 1 da armadura longitudinal inferior
Asli_1=(3.14159265359*(dali_1*dali_1)/4)
!
!Posições na direção de y e z da barra da armadura longitudinal (tipo 1)
ysli_1=cob+dat+dali_1*0.5
zsli_1=(b/2)-(cob+dat+dali_1*0.5)
!
sect,2,REINF,DISC !Reforço seção 2,reinf,reforço discreto
secdata,2,Asli_1,mesh !Material 2, área da seção, mesh
!
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE,5 !Elemento mesh200
MAT,2 !Material aço
SECNUM,2 !Seção 2
!
NUMSTR,LINE,2000 !Inicia a numeração das linhas da armadura inf. em 2000
!
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior
K,2001,0,ysli_1,zsli_1

```

```

K,2002,vao,ysli_1,zsli_1
L,2001,2002 !Gera linha
!
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
!
LMESH,2000,2000 !Gera os elementos mesh200 da linha
!
!Se tiver mais de 2 barras longitudinais inferiores (nali maior que 2)
*IF,nali,GT,2,THEN
!
!Cálculo da área do tipo 2 da armadura longitudinal inferior
!
!Se existirem 3 barras, a 3 barra é posicionada no centro do eixo
!de simetria (z = 0) e a área da seção é reduzida pela metade
*iF,nali,EQ,3,THEN
Asli_2=0.5*(3.14159265359*(dali_2*dali_2)/4)
zsli_2=0
!
!Se existirem 4 barras, as mesmas são igualmente espaçadas
!ao longo da largura
*ELSEIF,nali,EQ,4,THEN
Asli_2=(3.14159265359*(dali_2*dali_2)/4)
zsli_2=(b-2*((cob+dat+dali_1+dali_2))/(2*nali))+0,5*dali_2
*ENDIF
!
!Posição na direção de y da barra da armadura longitudinal (tipo 2)
ysli_2=cob+dat+dali_2*0.5
!
sect,3,REINF,DISC !Reforço seção 3,reinf,reforço discreto
secdata,3,Asli_2,mesh !Material 3, área da seção, mesh
!
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE,5 !Elemento mesh200
MAT,3 !Material aço
SECNUM,3 !Seção tipo 3
!
NUMSTR,LINE,2500 !Inicia a numeração das linhas da armadura inf. em 2000
!
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior
K,2501,0,ysli_2,zsli_2
K,2502,vao,ysli_2,zsli_2
L,2501,2502 !Gera a linha
!
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
!
LMESH,2500,2500 !Gera os elementos mesh200 da linha
!
*ENDIF
!
!****_ 8.2. ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR _****!

```

```

!
!Cálculo da área da armadura longitudinal superior
Asls=(3.14159265359*(dals*dals)/4) !Área de armadura superior
!
!Posições na direção de y e z da barra da armadura superior
ysls=h-(cob+dat+dals*0.5)
zsls=(b/2)-(cob+dat+dals*0.5)
!
sect,4,REINF,DISC !Reforço seção 3,reinf,reforço discreto
secdata,4,Asls,mesh !Material 4,area da seção, mesh
!
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE,5 !Elemento mesh200
MAT,4 !Material aço
SECNUM,4 !Seção 4
!
NUMSTR,LINE,3000 !Inicia a numeração das linhas da armadura sup. em 3000
!
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura superior
K,3001,0,ysls,zsls
K,3002,vao,ysls,zsls
L,3001,3002
!
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
!
LMESH,3000,3000 !Gera os elementos mesh200 da linha
!
!****_ 8.3. ARMADURA TRANSVERSAL _****!
!
!Cálculo da área da armadura transversal
Ast=(3.14159265359*(dat*dat)/4)
!
!Coordenadas (y e z) dos tramos superior, vertical e inferior dos estribos
!
ysts=h-(cob+dat/2) !Tramo superior
zsts=b/2-(cob+dat)
!
ystv_1=cob !Tramo vertical
ystv_2=h-cob
zstv=b/2-(cob+dat*0.5)
!
ysti=(cob+dat/2) !Tramo inferior
zsti=b/2-(cob+dat)
!
sect,5,REINF,DISC !Reforço seção 5,reinf,reforço discreto
secdata,5,Ast,mesh !Material 5, área da seção, mesh
!
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE,5 !Elemento mesh200
MAT,5 !Material aço

```

```

SECNUM,5 !Seção tipo 5
!
!Laço para gerar os KP e as linhas dos estribos, respeitando o espaçamento
!(sat) inserido
*DO,i,1,nat
!
NUMSTR,LINE,4000+(3*i-2) !Inicia a numeração das linhas da armadura sup.
!
!Tramo superior
K,4000+(6*i-5),(i-1)*sat+pat1,ysts,0
K,4000+(6*i-4),(i-1)*sat+pat1,ysts,zsts
L,4000+(6*i-5),4000+(6*i-4)
!
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
!
!Tramo superior
K,4000+(6*i-3),(i-1)*sat+pat1,ystv_1,zstv
K,4000+(6*i-2),(i-1)*sat+pat1,ystv_2,zstv
L,4000+(6*i-3),4000+(6*i-2)
!
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
!
!Tramo vertical
K,4000+(6*i-1),(i-1)*sat+pat1,ysti,0
K,4000+(6*i),(i-1)*sat+pat1,ysti,zsti
L,4000+(6*i-1),4000+(6*i)
!
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
!
LMESH,4000+(3*i-2),4000+(3*i) !Gera as 3 linhas do estribo i
!
*ENDDO
!
ESEL,S,CENT,Y,0,h !Seleção dos elementos sólidos e mesh200
EREINF !Gera os elementos REINF264
!
!****_ 8.4. VISUALIZAÇÃO _****!
!
!Seleciona elementos de concreto e ajusta translucidez para visualização dos
!elementos reinf
esel,s,type,,1
/trlcy,elem,0.8
esel,all
/view,1,1,1,1
!
!Ativa a expansão do elemento
/eshape,1
eplot
!
/COLOR,NUM,DGRA,1 !solid186

```

```

/COLOR,NUM,CBLU,2 !shell281
/COLOR,NUM,BLUE,5 !reinf264
/COLOR,NUM,BLUE,6 !reinf264
!
!Não mostra números dos elementos coloridos
/NUMBER,1
!
!Comandos para deixar o fundo branco
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15
/REPLOT
!
!Ponto de visão
/VIEW,1,4,3,5
!
!*****!
!****_ 9. ELEMENTOS DE CONTATO (INTERFACE) _****!
!*****!
!
!****_ 9.1. TARGE170 _****!
!
!Se tiver modelo para interface, gera os elementos de contato
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN
!
!Seleciona área inferior do volume da viga (no concreto)
ASEL,S,LOC,Y,0
ASEL,U,LOC,X,0,xr
!
!Especifica as características do elemento targe170
REAL,1 !Define constante real(identifica par de contato)
TYPE,3 !Elemento TARGE170
MAT,7 !Material CZM model
ESYS,0
SECNUM,,
!
AMESH,all !Gera malha sobre a área selecionada

*ENDIF
!
!****_ 9.2. CONTA174 _****!
!
!Especifica as características do elemento conta174
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN
!
ALLSEL
REAL,1 !Define constante real(identifica par de contato)
TYPE,4 !Elemento CONTA174
MAT,7

```

```

ESYS,0
SECNUM,,
!
!Seleciona área gerada (no PRFC)
ASEL,S,LOC,Y,-tf/2
ASEL,U,LOC,X,0,xr
!
NSLA,S,1 !Seleciona os nós associados as áreas selecionadas
ESLN,S,0 !Seleciona os elementos associados aos nós selecionados
ESURF !Gera elementos TARGE
!
ALLSEL
!
*ENDIF
!
!*****!
!****_ 10. VINCULAÇÃO E CARREGAMENTOS _****!
!*****!
!
!****_ 10.1. APOIOS _****!
!
!Vínculo do modelo experimental
NSEL,S,LOC,X,apoiox !Seleciona os nós localizados em x = 0
NSEL,R,LOC,Y,-apoioy !Resseleciona os nós localizados em y = 0
D,ALL,UY,0 !Restringe o deslocamento em y para os nós
!
!Vinculos para simetria
!
NSEL,S,LOC,X,vao !Seleciona os nós localizados em X = vao
D,ALL,UX,0 !Restringe o deslocamento em x para os nós (simetria)
!
NSEL,S,LOC,Z,0 !Seleciona os nós localizados em Z = 0
D,ALL,UZ,0 !Restringe o deslocamento em Z para os nós (simetria)
!
!****_ 10.2. CASO DE CARGA (INCREMENTO DE DESLOCAMENTO) _****!
!
/SOLU !Acessa o processador para solução
!
ACEL,0,-1,0 !Aceleração da gravidade, aplicada na direção de y
ALLSELL,ALL
!
NSEL,S,LOC,X,xp !Seleciona nós da posição do apoio, em x = xp
NSEL,R,LOC,Y,h !Resselecionando apenas os nós superiores
!
D,all,UY,desloc !Aplicação do deslocamento
!
ALLSEL
!
TIME,1
AUTOTS,1 !Passo de carga automático=método da bissecção

```

```

NSUBST,nsub,(1000*nsub),nsub !Especifica o número de substeps do load step
OUTRES,ERASE !Reseta especificações para escrita de resultados
OUTRES,all,all !Escreve resultados de todos os load steps e substeps
!
LSWRITE,1, !Salva load step 1
!
!*****!
!****_ 11. OPÇÕES DE ANÁLISE/SOLUÇÃO _****!
!*****!
!
ANYTYPE,0 !Especifica a análise: Estática
TUNIF,20 !Temperatura
NROPT,full,,ON !Utiliza Newton-Raphson completo, com "adaptive
!descent" ativa para facilitar a convergência
EQSLV,SPAR,,0, !Solver SPARS
!
! Ferramentas de convergência
!
LSNRCH,AUTO !Desligado porque adaptive descent está ligado
ARCLN,OFF !Se adaptive descent e/ou line search ligado,
!arclen deve estar desligado
!
! Critérios de parada
!
NQIT,100 !Número máximo de eq. de equilíbrio
CNVTOL,F,,tol,2,, !Tolerância em termos de força
CNVTOL,U,,tol,2,, !Tolerância em termos de deslocamento
NCNV,2,,,,, !Se a solução não convergir, a análise é finalizada,
!mas a execução do programa continua
!
ERESX,no !Copia o resultado do ponto de integração para os nós
!
!Inicia o processo de solução
!
PSCONTROL,all,off !Desliga a paralelização
!
LSSOLVE,1,1,1 !Lê e soluciona os load steps
FINISH
!
!
!*****!
!****_ 12. PÓS-PROCESSAMENTO _****!
!*****!
/POST26 !Acessa o pós-processador (histórico no tempo)
!
!****_ 12.1 CARGA-DESLOCAMENTO _****!
!
grafico=1
! 0 = não fazer gráfico automaticamente
! 1 = fazer gráfico automaticamente

```

```

!
*IF,grafico,EQ,1,THEN !inicia rotina para gerar gráfico FxD
!
!Rotina para fazer o gráfico carga-deslocamento
!
!ABSCISSAS: variável 2 = Uy
!ORDENADAS: variável 3 = força y aplicada (obtida através da soma de reações)
!
FATOR1 = -1.00 !Fator para multiplicar o deslocamento
!(por exemplo: torna positivos os deslocamentos)
FATOR2 = 4.00 !Fator para multiplicar a carga se necessário
!(por exemplo: Ptotal = 4xP)
!NNUY = 113 !Número do nó onde será medido o desloc. em y
NNUY=node(vao,0,0)
!
!nomes dos eixos:
/AXLAB,Y,CARGA P [kN] !Label Y
/AXLAB,X,FLECHA UY [cm] !Label X
!
!Definição das variáveis 2 (abscissas) e 3 (ordenadas)
NSOL,2,NNUY,U,y !Especifica o nó cujo Uy vai ser plotado
NSOL,3,1,U,Z !Variável muda, serve para armazenar a soma das
!reações (corresponde ao deslocamento UZ do nó 1)
!
!Selec. nós dos apoios
NSEL,S,LOC,x,apoiox !Selec. os nós cuja coordenada é igual a apoiox
NSEL,R,LOC,y,-apoioy !Resseleciona os nós cuja coordenada y é apoioy
*GET,NUMNOD,NODE,0,COUNT !Captura em NUMNOD a contagem de nós restringidos
*GET,CURNOD,NODE,0,NUM,MIN !Captura em CURNOD o número de nó mínimo
!dentre os nós restringidos
!
!Laço que faz a soma das reações em y dos nós seleccionados anteriormente
*DO,I,1,NUMNOD
RFORCE,4,CURNOD,F,y !salva na variável 4 a reação em y no nó CURNOD
ADD,3,3,4,SOMA !nova variável 3 recebe valor da soma entre
!variável 3 anterior e variável 4
CURNOD=NDNEXT(CURNOD) !CURNOD passa a ser o número do próximo nó
*ENDDO
!
PROD,2,2,,,,,FATOR1 !Multiplica a variável 2 (Uy) pelo fator FATOR1
PROD,3,3,,,,,FATOR2 !Multiplica a variável 3 (Fy) pelo fator FATOR2
!
XVAR,2 !Plota os deslocamentos no eixo X
PLVAR,3 !Plota a carga total no eixo Y
!
PRVAR,2,3, !lista variáveis 2 e 3
!
ALLSEL,ALL
FINISH
!

```

*ENDIF